

БАЗОВЫЙ

КУРС

Луцк Крушвиц

ИНВЕСТИЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ

Выбор инвестиционного проекта
Оптимальный срок действия инвестиций
Инвестиционные решения
в условиях неопределенности

 ПИТЕР

БАЗОВЫЙ

КУРС

Лутц Крушвиц

ИНВЕСТИЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ

Спрашивайте в книжных магазинах или заказывайте по почте
книги издательства «ПИТЕР»



Заказ наложенным платежом:

197198, С.-Петербург, а/я 619;
e-mail: postbook@piter.com
www.piter.com
для жителей России

61093, г. Харьков-93, а/я 9130, ООО «Питер»
Тел.: (0572) 23-75-63, 28-20-05 (факс)
piter@tender.kharkov.com
для жителей Украины
220012, Минск, а/я 104
для жителей Беларуси



ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ
ПИТЕР
WWW.PITER.COM

Посетите наш Web-магазин:
www.piter.com





Серия

БАЗОВЫЙ

КУРС

Основана в 2000 году

В серии вышли:

**А. С. СЕЛИЩЕВ
МАКРОЭКОНОМИКА**

**У. Базелер, З. Сабов, Й. Хайнрих, В. Кох
ОСНОВЫ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ**

**Л. КРУШВИЦ
ФИНАНСИРОВАНИЕ И ИНВЕСТИЦИИ**

**Д.С. КИДУЭЛЛ
Р. Л. ПЕТЕРСОН
Д. У. БЛЭКУЭЛЛ
ФИНАНСОВЫЕ ИНСТИТУТЫ, РЫНКИ И ДЕНЬГИ**

Investitionsrechnung

Von
Dr. Lutz Kruschwitz

Professor für Betriebswirtschaftslehre
an der Freien Universität Berlin

8., neu bearbeitete Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Серия

БАЗОВЫЙ	КУРС
---------	------

Лутц Крушвиц

ИНВЕСТИЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ

Учебник
для вузов



Перевод с немецкого под общей редакцией
В. В. Ковалева и З. А. Сабова

 **ПИТЕР®**

Санкт-Петербург
Москва • Харьков • Минск

2001

Лутц Крушвиц

Инвестиционные расчеты

Серия «Базовый курс»

Перевел с немецкого З. Сабов

Научные редакторы: А. Дмитриев, В. Ковалев, И. Розмаинский, З. Сабов

Главный редактор
Заведующий редакцией
Выпускающий редактор
Верстка
Корректор

*В. Усманов
Л. Волкова
В. Земских
М. Лебедев
Н. Сошцева*

ББК 65.010.65я7 УДК 330.322(075)+336.01(075)

Крушвиц Л.

К84 Инвестиционные расчеты / Пер. с нем. под общей редакцией В. В. Ковалева и З. А. Сабова. — СПб: Питер, 2001. — 432 с.: ил. — (Серия «Базовый курс»).

ISBN 5-318-00055-X

«Инвестиционные расчеты» — вторая книга знаменитого немецкого ученого Л. Крушвица, вышедшая в нашей стране. Первая — «Финансирование и инвестиции» — была высоко оценена российскими специалистами. Они отметили высокий профессионализм автора, хорошую теоретическую и методическую проработку материала, безупречную логику изложения. Новая работа посвящена процессу принятия инвестиционных решений, в частности, рассматриваются принципы отбора конкретных инвестиционных проектов, оптимизация сроков действия инвестиций, способы оптимизации плана капитальных вложений.

Мы уверены, что эта книга станет незаменимым пособием для практиков, занимающихся осуществлением финансовых и инвестиционных расчетов, и прекрасным учебником для студентов экономических специальностей.

- © Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2000
- © Перевод на русский язык, Сабов З. А., 2001
- © Ковалев В. В., Сабов З. А., предисловие к русскому изданию, 2001
- © Серия, оформление, Издательский дом «Питер», 2001

Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав

Перевод для издания данной книги на русском языке осуществлен при финансовой поддержке Фонда Inter Nationes, Бонн/ Германия, за что мы выражаем искреннюю признательность.

ISBN 5-318-00055-X

ЗАО «Питер Бук». 196105, Санкт-Петербург, Благодатная ул., д. 67.

Лицензия ИД № 01940 от 05.06.00.

Налоговая льгота – общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, том 2; 953000 – книги и брошюры.

Подписано в печать 21.11.00. Формат 70×100/16. Усл. п. л. 34,83. Тираж 5000 экз. Заказ № 2382.

Отпечатано с диапозитивов в ГПП «Печатный двор» Министерства РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.

197110, Санкт-Петербург, Чкаловский пр., 15.

Предисловие к русскому изданию	X
Предисловие к восьмому изданию	XIV
Предисловие к седьмому изданию	XIV
Предисловие ко второму изданию	XV
Предисловие к первому изданию	XVI
Глава 1. Основы	1
1.1 Учебные цели	2
1.2 Понятие инвестиции	2
1.2.1 Инвестиционный объект и инвестиционное действие	2
1.2.2 Инвестиция и финансирование как денежные потоки	3
1.3 Инвестиция как проблема принятия решения	4
1.3.1 Классификация решений по инвестиционным проектам	5
1.3.2 Фазы процесса принятия решения	6
1.4 Цели инвестора	8
1.4.1 Денежные и неденежные цели	9
1.4.2 Долгосрочное стремление к прибыли	10
1.4.2.1 Стремление к имуществу и стремление к доходу	10
1.4.2.2 Проблемы оценки остаточного имущества	12
1.4.3 Критические замечания по поводу стремления к доходности	13
1.5 Возможности действий инвестора	14
1.6 Суждения о возможностях действий	15
1.6.1 Прогноз последствий действия	15
1.6.2 Оценка возможности действий	18
1.6.2.1 Модели принятия решения	19
1.6.2.2 Импондерабили	20
1.7 Вопросы и проблемы	22
1.8 Рекомендуемая литература	23
Глава 2. Методы обоснования решений по выбору инвестиционного проекта	24
2.1 Учебные цели	24
2.2 Проблема вменения и однократные решения	25
2.3 Статические методы	27
2.3.1 Однопериодные методы	28
2.3.1.1 Расчет и сравнение прибыли	29
2.3.1.2 Расчет и сравнение издержек	31

2.3.1.3	Расчет и сравнение доходности	31
2.3.2	Расчет срока окупаемости	33
2.3.3	Обобщающая критика	37
2.4	Динамические методы	39
2.4.1	Основополагающие предварительные рассуждения	40
2.4.1.1	Общие признаки	40
2.4.1.2	Полный финансовый план	41
2.4.1.3	Упрощающие допущения	47
2.4.1.4	Перечень символов и дальнейшие допущения	51
2.4.2	Модели остаточной стоимости	54
2.4.2.1	Общие правила расчета	55
2.4.2.2	Несовершенный рынок капитала	57
2.4.2.3	Совершенный рынок капитала (метод чистой сегодняшней стоимости)	60
2.4.3	Модели изъятия	70
2.4.3.1	Общие правила расчета	71
2.4.3.2	Несовершенный рынок капитала	72
2.4.3.3	Совершенный рынок капитала (метод аннуитета)	77
2.4.4	Интерпретация чистой сегодняшней стоимости	82
2.4.4.1	Разница цен	82
2.4.4.2	Увеличение сегодняшнего благосостояния	85
2.4.5	Расчетная ставка процента при совершенном рынке капитала	86
2.4.5.1	Разные ставки процента	87
2.4.5.2	Кривые процентов и доходности	91
2.4.5.3	Расчетные ставки процента при непологой кривой процента	92
2.4.6	Методы расчета внутренней ставки процента (раздел, который в принципе вы не должны были бы читать)	96
2.4.6.1	Случай одного периода	97
2.4.6.2	Случай двух периодов	99
2.4.6.3	Более чем два периода	101
2.4.6.4	Эффективная ставка процента и внутренняя ставка процента	104
2.5	Учет налогов	106
2.5.1	Допущения стандартной модели	107
2.5.2	Выведение формулы чистой сегодняшней стоимости	110
2.5.3	Лизинг или покупка	113
2.6	Вопросы и проблемы	116
2.7	Задачи	117
2.8	Рекомендуемая литература	123
Глава 3.	Методы принятия решений о сроке действия инвестиций	125
3.1	Учебные цели	125
3.2	Предварительные замечания	126

3.3	Проблемы срока эксплуатации	127
3.3.1	Однократная инвестиция	128
3.3.2	Многократные инвестиции	133
3.3.2.1	Цепи инвестиций и периоды планирования	134
3.3.2.2	Конечный плановый период	136
3.3.2.3	Бесконечный плановый период	139
3.4	Проблема замены	141
3.5	Вопросы и проблемы	148
3.6	Задачи	149
3.7	Рекомендуемая литература	150
Глава 4.	Методы принятия программных решений	152
4.1	Учебные цели	152
4.2	Основополагающие проблемы и понятия	153
4.2.1	О числе программных альтернатив	153
4.2.2	Проблема вменения и решения об инвестиционных программах	154
4.2.3	Классификация подходов к решению	156
4.3	Одновременное инвестиционное и финансовое планирование	160
4.3.1	Допущения и полный финансовый план	160
4.3.2	Случай одного периода	163
4.3.2.1	Специальные допущения	163
4.3.2.2	Подход к принятию решения	164
4.3.2.3	Эндогенная расчетная ставка процента	168
4.3.3	Случай множества периодов	170
4.3.3.1	«Решение» Дина	170
4.3.3.2	Решение с помощью линейного программирования	174
4.4	Одновременное инвестиционное и производственное планирование	196
4.4.1	Основополагающие аспекты	197
4.4.2	Простая многопериодная модель	198
4.4.2.1	Допущения и полный финансовый план	198
4.4.2.2	Формулировка моделей	201
4.4.2.3	Конкретизация модели	206
4.4.2.4	Критика модели	210
4.5	Вопросы и проблемы	216
4.6	Задачи	216
4.7	Рекомендуемая литература	219
Глава 5.	Инвестиционные решения в условиях неопределенности	220
5.1	Учебные цели	220
5.2	Принятие решений в условиях риска	220
5.2.1	Основополагающая модель теории принятия решений	220
5.2.2	Принципы доминирования	223
5.2.3	Классические принципы принятия решений	224

5.2.3.1	Математическое ожидание	225
5.2.3.2	Математическое ожидание и дисперсия	226
5.2.4	Принцип Бернулли	229
5.2.4.1	Описание принципа	231
5.2.4.2	Определение функции полезности	232
5.2.4.3	Виды отношений к риску	235
5.2.4.4	Аксиоматика принципа Бернулли	237
5.2.4.5	Совместимость с классическими правилами принятия решения	238
5.3	Дальнейшие разработки	240
5.4	Метод корректировки	243
5.4.1	Описание	244
5.4.2	Критика	245
5.5	Анализ чувствительности	246
5.5.1	Описание	247
5.5.2	Критика	251
5.6	Анализ риска	251
5.6.1	Описание	252
5.6.2	Конкретизация метода	253
5.6.3	Критика	260
5.7	Последовательные инвестиционные решения	260
5.7.1	Пример, иллюстрирующий основы аргументации	261
5.7.2	Жесткое планирование	262
5.7.3	Гибкое планирование	265
5.7.4	Критика гибкого планирования	269
5.8	Теория выбора портфеля	270
5.8.1	Классическая постановка проблемы	270
5.8.2	Доходность и риск ценной бумаги	271
5.8.3	Портфель из двух ценных бумаг	272
5.8.4	Портфели, состоящие из более чем двух ценных бумаг	281
5.8.5	Критика теории выбора портфеля	289
5.9	Оценка рискованных инвестиций, ориентированная на рынок	291
5.9.1	Основополагающая идея	291
5.9.2	Альтернативные модели рынка капитала	293
5.9.2.1	Модель оценки финансовых активов (САРМ)	293
5.9.2.2	Теория арбитражного ценообразования (ТАЦ)	298
5.9.3	Оценка инвестиций с помощью САРМ	299
5.9.3.1	Случай одного периода	299
5.9.3.2	Случай множества периодов	304
5.9.3.3	Средневзвешенная стоимость капитала при учете налога	305
5.9.3.4	Общий денежный поток и скорректированная сегодняшняя стоимость как эквивалентные кон- цепции	308
5.9.3.5	Примечания по поводу получения данных	312

5.10	Вопросы и проблемы	317
5.11	Задачи	318
5.12	Рекомендуемая литература	324
Глава 6.	Решение задач	325
6.1	Решения по выбору инвестиционного проекта	325
6.2	Принятие решений о сроке эксплуатации и замены	349
6.3	Программные решения	354
6.4	Принятие инвестиционных решений в условиях неопределенности	363
	Литература	386
	Предметный указатель	405

Предисловие к русскому изданию

Издательство «Питер», продолжая традицию издания актуальной иностранной экономической литературы, предлагает читателям книгу профессора Свободного университета Берлина *Лутца Крушвица «Инвестиционные расчеты»*, весьма популярную в Германии и выдержавшую уже восемь изданий. Эта книга является логическим дополнением к фундаментальной работе автора *«Финансирование и инвестиции. Неоклассические основы теории финансов»*, вышедшей ранее в этом же издательстве и хорошо востребованной в России как учеными, так и практиками.

Одной из приятных особенностей проходящих в нашей стране в течение последних лет преобразований в сфере экономики является достаточно бурное развитие рынка специальной экономической литературы. Наблюдается очевидное разнообразие в отношении как тематики публикаций, так и представительства различных отечественных и зарубежных научных школ. В отличие от большинства республик бывшего СССР в России активно публикуются на русском языке переводные монографии и учебно-методические пособия по основным направлениям экономической науки. Особую ценность представляют работы по относительно новым для российского читателя разделам, которые в условиях централизованно планируемой экономики не получали должного развития. Можно упомянуть о работах по макро- и микроэкономике, рынкам капитала, теории финансов, финансовому менеджменту, теории фирмы, международным аспектам бухгалтерского учета, аудиту и др.

Как известно, одна из специфических черт рыночной экономики — прагматизм и, следовательно, усиление роли исследований и научных направлений, имеющих практическую значимость. Не случайно и в постсоветской России первыми работами в потоке переводной литературы были актуальные для становления рыночных отношений монографии и учебники по управленческому учету, аудиту, управлению корпоративными финансами и др.

Прагматизмом можно объяснить и то обстоятельство, что необходимость включения в процесс подготовки будущих экономистов, финансистов, бухгалтеров, аудиторов дисциплины «финансовый менеджмент» была достаточно заинтересованно воспринята как практиками, так и представителями высшей школы. В последние годы в нашей стране появилось довольно много книг, пособий и даже учебников с модным титулом «Финансовый менеджмент». Как правило, эти книги представляют собой либо старые учебники по финансам эпохи развитого социализма, сменившие титул, но не содержание, либо брошюры с эклектическим набором тем, включающих весьма поверхностное несистематизированное описание некоторых новых финансовых инструментов и методов. В этом смысле вероятно более оправданным является использование в учебном процессе ряда переводных книг, среди которых особо следует отметить книги *Р. Брейли* и *С. Майерса* «Принципы корпоративных финансов» (1997), *Ю. Бриггема* и *Л. Гапенски* «Финансовый менеджмент. Полный курс» (1997), *Дж. ван Хорна* «Основы управления финансами» (1996), *Б. Коласса* «Управление финансовой деятельностью предприятия. Принципы, концепции и методы» (1997).

Обе доступные российскому читателю работы *Л. Крушвица* как раз и входят в блок общетеоретических дисциплин, именуемых «Финансирование и инвестиции» и посвященных раскрытию логики принятия финансовых решений.

Книга «*Инвестиционные расчеты*», несмотря на свое сугубо прикладное название, не сводится к перечислению и демонстрации аналитических методов, применяемых в оценке инвестиционных проектов. Со свойственной немцам пунктуальностью *Л. Крушвиц* объясняет логику этих методов, показывает, что их возникновение и применение имеют определенную подоплеку, сопровождаются некоторыми предпосылками и условностями.

Автор обоснованно выделяет три крупные задачи, имеющие место при оценке инвестиционных проектов:

задача отбора конкретного проекта из совокупности доступных к внедрению;

задача определения продолжительности проекта, под которой понимается обоснование решения о замене активов (иными словами, речь идет об оценке целесообразности продолжения эксплуатации активов действующего проекта или его прекращении, т. е. ликвидации активов и вложении средств в другой проект);

задача составления оптимального плана капитальных вложений (программные решения).

Каждая из перечисленных задач подробно анализируется автором с позиции теории и сопровождается иллюстративными примерами.

Некоторая терминология, используемая автором, достаточно необычна для российского читателя. В частности, в книге используются термины «статические и динамические методы». Как известно, в экономической статистике термин «статика» означает рассмотрение некоторого явления (груп-

пы явлений) на какой-то определенный момент времени; термин «динамика» — рассмотрение явления (группы явлений) в последовательные моменты времени. В данной книге смысловая нагрузка этих терминов совершенно иная: «статичность» означает неучет фактора времени, т. е. использование недисконтированных оценок; напротив, «динамичность» предполагает ориентацию на дисконтированные оценки.

Автор использует термин «программное решение», в известном смысле являющийся синонимом используемого в русскоязычной литературе термина «бюджетирование капиталовложений». Вместе с тем, здесь нет полного тождества. Дело в том, что составление бюджета капиталовложений обычно предполагает лишь анализ чисто инвестиционных решений. В книге *Л. Крушвица* процесс составления инвестиционной программы понимается в более широком контексте — как сочетание ссудо-заемных операций. В этом случае в портфеле могут быть как классические инвестиционные проекты (отток средств сменяется их притоком), так и «проекты финансирования» (приток средств сменяется последующими оттоками), предполагающие сначала заимствование средств, а затем их возврат по определенному графику с процентами.

В число ключевых параметров теоретических построений автора входят так называемые «процентная ставка заимствования» и «процентная ставка инвестирования». Первый термин означает процентную ставку, по которой инвестор (аналитик) может привлечь заемные средства, т. е. получить кредит; второй термин является синонимом понятия «инвестиционная доходность», т. е. это та доходность, которую будет иметь инвестор, реализуя выбранный инвестиционный проект.

Автором вводятся различающиеся названия для мультиплицирующих и дисконтирующих множителей в случае аннуитетов пост- и пренумерандо. В англоязычной и русскоязычной литературе подобной детализации множителей нет.

Хочется отметить, что аппарат количественной оценки, в особенности касающийся программных решений, основывается на известных методах математического программирования. В приложении к решениям финансового характера применение этих методов сопровождается значительной условностью, поскольку предполагает обособление доходов и расходов по конкретным проектам, знание распределений элементов денежных потоков во времени и значений процентных ставок, используемых для дисконтирования. Поскольку речь идет о прогнозных оценках, предпосылка о формировании обоснованной информационной базы для выполнения оптимизационных расчетов весьма условна; условно и собственно применение тонкого аппарата оптимального программирования.

Вероятно не случайно самые большие прагматики в западной учетно-аналитической практике — представители англо-американской школы практических корпоративных финансов — не являются преданными сторонниками и пропагандистами идеи применения методов оптимального программирования при бюджетировании капиталовложений на практике. Тем

не менее, поскольку книга *Л. Крушвица* имеет целью раскрыть теоретические основы и логику ссудо-заемных операций, применение оптимизационных методов в демонстрационных примерах является вполне оправданным.

Работая над книгой, автор стремился следить за строгостью математических выводов описываемых теоретических построений и поэтому постарался сделать книгу самодостаточной.

Работая над текстом, редакторы старались по возможности не отклоняться от оригинала, как можно точнее передавать логику рассуждений автора, без нужды не давая комментариев, хотя без некоторых пояснений обойтись не удалось; соответствующие примечания, сделанные редакторами и переводчиком в процессе перевода и адаптации книги, отмечены звездочкой.

Работа *Л. Крушвица* чрезвычайно полезна широкому кругу читателей — и тем, кто хочет посвятить себя бизнесу или уже работает в нем, и тем, кто планирует связать свою жизнь с наукой. Вдумчивое ознакомление с материалами книги позволит любому менеджеру (аналитику) осознанно использовать аппарат количественной оценки при принятии решений в отношении инвестиционных проектов.

В работе по подготовке этой книги приняли участие *Т. В. Субботина*, *В. А. Болгова*, *Е. Л. Лункина* и *Б. В. Субботин*, за что выражаем им искреннюю признательность.

Санкт-Петербург
11 ноября 2000 г.

В. Ковалев
З. Сабов

Предисловие к восьмому изданию

Новое издание вновь существенно отличается от предыдущего. Я исключил из текста книги главу о расчетной ставке процента. Однако ее содержание интегрировано в тексте остальных глав. Прибавился новый раздел о решении проблемы «покупка или лизинг». Перечень рекомендуемой литературы обновлен. Учтены также новые изменения налогового законодательства.

На сервере <http://www.wiwiss.fu-berlin.de/w3/w3krusch/> моей кафедры находится база данных MS-Access. Она позволяет сделать компьютерный расчет многих описанных в этой книге проблем. Я благодарю моих сотрудников, особенно госпожу Ренате Мауэрсбергер, кандидата экономических наук Даниэла Бриквелла, дипломированного экономиста Свена Хусманна и господина Т. Ипсе за их поддержку.

Лутц Крушвиц

Предисловие к седьмому изданию

В настоящем новом издании представлен полностью переработанный и скомпонованный текст. Такое основательно переработанное новое издание необходимо было сделать спустя 20 лет после выхода в свет первого издания. Но читатели, которые знакомы с ранними изданиями, наверное, захотят узнать, что изменилось, помимо внешнего облика книги. Здесь мне кажутся важными три обстоятельства.

1. Акцент в работе сделан на оценку инвестиционных проектов в условиях неопределенности. После теории выбора портфеля следует совсем новый раздел об оценке рискованных инвестиций, ориентированной на рынок.

2. Законодательные органы опять были очень активными и изменили налоговое законодательство. В особенности следует выделить отмену налога на имущество и налога на промысловый капитал. Представление налогового законодательства было скорректировано с учетом этих изменений. Но так как сейчас существенные для принятия инвестиционных решений налоги на субстанцию* полностью отменены, я мог сконцентрировать внимание в рамках так называемой стандартной модели только на налогах на доходы и прибыль.
3. Ранние издания содержали ссылки на программы для автоматизированного расчета с помощью персональных компьютеров. Описание этих программ, включая принадлежащие к ним «диаграммы процессов», было полностью мной исключено, так как сегодня эти расчеты можно осуществить посредством компьютерных программ обработки табличных данных.

Переработка стала возможной лишь после нового набора такого издания в L^AT_EX 2_ε. При этом мне особенно помогали госпожа Ренате Мауэрсбергер, дипломированный экономист Аксел Еромин и господин Т. Ипсе, за что я их сердечно благодарю.

Лутц Крушвиц

Предисловие ко второму изданию

Со времени выхода в свет первого издания прошло шесть лет. Основной материал книги получил признание, поэтому он остается неизменным. При переработке я сконцентрировал внимание на второй и пятой главах. Были сделаны следующие существенные изменения.

1. *Общие правила расчета* для вычисления остаточной стоимости и уровня изъятия при любых условиях рынка капитала упрощены. Соответственно, описание стало более сжатым.
2. Создан новый раздел о расчете остаточной стоимости и сегодняшней стоимости *рентных платежей*.
3. Раздел о методе *внутренней ставки процента* переработан и заново сформулирован. Но совсем не изменилось мое мнение о том, что внутренняя ставка процента не пригодна для оценки инвестиционных альтернатив.
4. В новом разделе подробно анализируется *учет налогов* в инвестиционных расчетах. При этом я не ограничивался представлением и критикой стандартной модели. Наоборот, я сделал попытку показать с

* Налог на субстанцию в Германии — налог, сумма которого зависит от величины имущества предприятия и не связана с доходами. — *Прим. ред.*

помощью наглядных моделей, как можно детально включить в инвестиционные расчеты налоги на доходы и прибыль, а также налоги на субстанцию.

5. Пятая глава об инвестиционных расчетах в условиях неопределенности заново переработана. Разделы *принятия решений в условиях риска, последовательные инвестиционные решения и теория выбора портфеля* написаны заново.
6. Стандартные учебники по инвестиционным расчетам содержат выдержки из таблиц финансовой математики, использование которых рекомендуется при осуществлении динамических инвестиционных расчетов. По моему мнению, такие таблицы, учитывая возможности современных калькуляторов, излишни. Для будущих студентов обращение с персональными компьютерами станет обычным делом. Поэтому для важных методов инвестиционного расчета и для некоторых процедур расчета в рамках теории портфеля я привел программы на языке BASIC.

Господин доктор Йоахим Фишер, дипломированный инженер Райнер Шёбел и мой секретарь Ютта Брайкш поддерживали меня при подготовке этого издания, за что я им благодарен. Мою благодарность далее выражаю всем читателям, которые указали мне на недостатки и ошибки первого издания.

Лутц Крушвиц

Предисловие к первому изданию

Инвестиционные расчеты — это методы, с помощью которых принимаются решения об инвестициях на объективной основе.

Число учебников и статей по этой теме велико. Начинающих читателей, которые хотят заниматься этой проблематикой, могут смущать две вещи. С одной стороны, теория инвестиционных расчетов характеризуется существенной разнородностью методов. С другой стороны, качество этих методов весьма сомнительно. К этому добавляется то обстоятельство, что некоторые важные публикации в области теории инвестиций написаны на абстрактном, не всегда легко понятном для начинающих языке.

К концепции содержания книги

Книга состоит из трех частей:

1. В первой части приведены основы инвестиционных расчетов. При этом речь идет помимо необходимого разъяснения терминов, прежде всего о том, какое значение имеют инвестиционные расчеты в рамках всего процесса принятия инвестиционных решений.

2. Во второй части описываются самые важные методы инвестиционных расчетов. Эта часть разделена на три главы, так как существует три важных вида решений об инвестициях.

- Решения, связанные с выбором проекта
(Нужно ли осуществить проект А или В или... и т. д.?)
- Решения о продолжительности проекта
(Нужно ли эксплуатировать инвестиционный объект в течение 1 или 2 или... и т. д. лет?)
- Программные решения
(Нужно ли осуществить инвестиционную программу I или II или... и т. д.?)

Все три главы основаны на (нереалистичных) допущениях, согласно которым руководство предприятия принимает решения в условиях определенности, а значит, в точности знает, какие последствия наступят при реализации той или иной инвестиционной альтернативы.

Чтобы представить многообразие инвестиционных расчетов в более наглядном для читателя виде и одновременно сделать так, чтобы он был в состоянии выбрать правильный расчет для некоторой ситуации принятия решения, всегда применяется следующий подход.

- а) С какой проблемой принятия решения нужно работать?
- б) Какую цель преследует руководство предприятия?
- в) Как выглядит окружающая предприятие среда?
- г) Каким образом нужно осуществлять расчет для принятия решения в отношении его цели и при учете окружающей среды (это соответствует формализованному выведению самого обоснованного метода инвестиционного расчета)?
- д) Как функционирует соответствующий метод, если применять его в конкретном числовом примере?

Одной из самых важных целей является следующее: читатель должен научиться тому, какой метод нужно применять, чтобы в определенной ситуации принятия решения выбрать или самому разработать соответствующую форму инвестиционного расчета. Нужно остерегаться того, чтобы просто заучить тот или иной метод, и применять его, не раздумывая.

3. В третьей части книги мы отказываемся от допущения, что инвестиционные решения принимаются в условиях определенности. Вследствие этого возникает вопрос о том, как должны выглядеть инвестиционные расчеты, если мы не точно знаем, что случится при осуществлении той или иной инвестиции. Речь идет о проблеме принятия оптимальных инвестиционных решений в условиях риска. При этом подход в принципе аналогичен тому, который применялся во второй части.

Теоретическими основами данной книги являются, прежде всего, отличные работы [115] и [294].

К дидактической концепции книги

Каждая глава книги построена по следующей схеме.

1. Сперва перечисляются учебные цели. Прочитайте, пожалуйста, эти цели внимательно, и хорошо уясните для себя, какие знания и навыки ожидаются от вас после того, как вы проработали главу.
2. После этого представляется предмет исследования каждой главы. Важные части текста выделены курсивом или предложениями на втяжках. Если вы встречаете числовые примеры, возьмите, пожалуйста, бумагу и карандаш и попробуйте осуществить все этапы расчета по отдельности.
3. В конце каждой главы вы найдете вопросы и задачи.
4. После этого приводятся ссылки на дополнительную литературу.

Изучение этой литературы рекомендуется тогда, когда вы намереваетесь разобраться в теме главы более глубоко, чем возможно в этой книге. Чтобы облегчить вам начало ознакомления с такой литературой, я ограничился лишь особо важными публикациями и в большинстве случаев коротко охарактеризовал их.

В конце книги вы найдете обширный список литературы. Дополнительно можно указать на список источников в [11] и [216].

Многие внесли свой вклад в возможность создания этой книги: содержательная концепция была предметом курсов по тематике «Инвестиции и финансирование» в Техническом университете Западного Берлина. В своих критических замечаниях студенты указывали на многие дидактические, а также на содержательные недостатки и ошибки. Мои сотрудники дипломированные экономисты Йоахим Фишер и Эдгар Штолл взяли на себя бремя переработки, критики и улучшения рукописи. Господину Фишеру я благодарен за многие ценные рекомендации и научные дискуссии, а также за числовой пример для анализа риска. Господин Штолл указал мне на многочисленные недостатки, касающиеся понятности текста, и тем самым избавил меня от критических замечаний студентов. Занимающийся инженерными науками господин Гернот Майснер сделал рисунки, а госпожа Марианне Людвиг проявила терпение и понимание при печатании моей, в общем и целом, тяжело читаемой рукописи.

Лутц Крушвиц

ОСНОВЫ

Решения об инвестициях являются очень важными решениями,

- потому что всегда их принятие связано с расходом больших сумм денег («иммобилизация» большого объема капитала),
- потому что их нельзя в краткосрочном плане изменить (долгосрочная «привязка» капитала),
- потому что, как правило, они влияют на другие сферы деятельности предприятия (отдел финансов, производство, работа с кадрами, сбыт и т. д.) (взаимозависимость).

«Иммобилизация» капитала, долгосрочность и взаимосвязь — это три важнейшие причины того, почему принятие решения об инвестициях необходимо особенно внимательно подготавливать. При этом важно точно оценить последствия инвестиционных возможностей в будущем.

Решения об инвестициях принимаются людьми. Эти решения связаны с инвестиционными альтернативами, причем анализируются их последствия, касающиеся их целей. Не существует двух людей с одинаковыми целями. Их интересы отчасти простираются на частную жизнь, отчасти — на общественную, в которой они участвуют. Некоторые из этих интересов можно квантифицировать (например, стремление к максимизации прибыли или выручки), а некоторые нет (например, стремление к признанию или власти). При принятии решения об инвестициях необходимо оценить их последствия в связи с целями, а также то, квантифицируемы они или нет.

Инвестиционные расчеты являются средством для достижения целей. Целью является принятие таких решений, которые как можно лучше соответствуют системе целей лиц, их принимающих. Средства ограничиваются тем фактом, что можно оценить соответствующим образом лишь часть информации, а именно, квантифицируемые данные. Мы можем осуществлять расчеты, используя только цифры.

Инвестиционные расчеты являются методами, посредством которых можно оценить ожидаемые последствия инвестиций, касающиеся квантифицируемых интересов.

Отсюда следует, что решения о принятии инвестиций нельзя подменить инвестиционными расчетами — последние лишь обосновывают принятие таких решений.

1.1. Учебные цели

Материал этой главы должен способствовать тому, чтобы:

- определить термин «инвестиция»;
- разграничить три вида инвестиционных решений, которые мы называем
 - выбор инвестиционного проекта,
 - определение срока действия инвестиционного проекта,
 - выбор инвестиционной программы;
- критически и дифференцированно трактовать цель «долгосрочная максимизация прибыли»;
- наглядно представлять себе разные виды инвестиций;
- понимать проблемы и технику получения информации, ориентированной на будущее;
- оценить важность инвестиционных расчетов в рамках процесса принятия решений об инвестициях.

1.2. Понятие инвестиции

Естественно, не каждый понимает одинаково слово «инвестиция». Один может понимать под этим создание конвейерной линии, для другого инвестицией является покупка данной книги, третий думает о покупке пакета акций. Поэтому мы должны четко определять это понятие во избежание недоразумений. При этом мы исходим из того, что нет правильного или неправильного понятия инвестиции. Термины можно создавать, лишь учитывая наши цели.

1.2.1. Инвестиционный объект и инвестиционное действие

Слово «инвестиция» может обозначать и действие — осуществление инвестиции, и объект — результат инвестирования. В дальнейшем мы будем понимать под инвестицией всегда лишь действие, а сейчас давайте убедимся в том, что это определение более подходит для наших целей, чем другое.

Представьте себе, что вы купили данную книгу в магазине. Тогда после этого вы стали на x руб. беднее. При этом вы инвестировали деньги. На вопрос о том, какую стоимость имеет эта инвестиция, можно ответить двояко.

- «Стоимость инвестиции равна x руб.».

При таком ответе мы понимаем под инвестицией инвестиционный объект (книгу) и называем ее стоимостью цену приобретения этого объекта.

- «Инвестиция позволяет мне использовать книгу следующим образом: я могу получить информацию об инвестиционных расчетах. Правда, я мог бы взять книгу в библиотеке, но в своей собственной книге я могу делать пометки на полях и не должен заботиться о сроках ее возврата. Кроме того, после окончания учебы я могу продать книгу».

При таком ответе под инвестицией мы понимаем инвестиционное действие (покупку и пользование книгой) и оцениваем ее на основе ожидаемых результатов.

Решение об инвестициях всегда относится к выбору альтернатив действия. Студент, который собирается купить книгу, должен взвесить, как ему лучше поступить: выполнить ли это действие или израсходовать свои деньги на другие полезные вещи. То же самое верно для инвесторов, которые создают конвейерные линии или приобретают пакеты акций. При принятии решений об инвестициях речь идет всегда об оценке действия.

Принятие решения об инвестициях всегда представляет собой осуществление оценки инвестиционных действий.

Оно не связано с оценкой объектов имущества.

1.2.2. Инвестиция и финансирование как денежные потоки

В литературе предложено несколько понятий об инвестициях, которые мы здесь не хотим отдельно обсуждать. В Германии распространены понятия «инвестиция как процесс, ориентированный на платежи» и образованный по аналогии с ним термин «финансирование как процесс, ориентированный на платежи».

Инвестиция — это предпринимательское действие, которое в разные моменты времени t приводит к денежным выплатам и поступлениям $z_t < 0, z_t > 0$, причем этот процесс всегда начинается с выплаты (например: $-100, 80, 70$).

Финансирование — это действие, которое приводит в разные моменты времени t к денежным поступлениям и выплатам, причем этот процесс всегда начинается с поступления (например: $200, -110, -110$).

Преимущества и недостатки такой формулировки понятий нуждаются в кратком обсуждении.

- Преимущества состоят в следующем:
 - эти понятия очень просты;
 - они прямо связаны с расчетными величинами, которые имеют большое значение для экономической оценки в связи с квантифицируемыми интересами (в виде цели, заключающейся в максимизации прибыли).

- Этим преимуществам «противостоят» следующие недостатки:

- понятие инвестиции как процесса, ориентированного на платежи, не учитывает те свойства инвестиций, которые прямо не связаны с платежами. Здесь имеются в виду скандалы, репутация, приобретение власти и похожие аспекты, которые могут быть связаны с инвестиционными процессами.

Но этот аргумент в рамках инвестиционных расчетов не имеет значения, так как эти не относящиеся к понятию инвестиций инвестиционные свойства все равно должны учитываться вне расчетов;

- существуют инвестиции, которые начинаются с поступлений на основе соответственно оформленных условий в договоре с рыночными партнерами (клиенты, поставщики).

Но если сделка начинается с поступления, то тогда она, согласно нашему вышеприведенному определению, является не инвестицией, а процессом финансирования. Между прочим, нам это не мешает, так как финансирование, в принципе, можно оценить посредством тех же инструментов расчета, которые используются для оценки инвестиций;

- существуют инвестиции, денежный поток которых трудно спрогнозировать.

Подобные инвестиции не поддаются оценке с помощью расчета. Тот факт, что такие инвестиции существуют (например, строительство детского сада), бесспорен. Но, как говорится, там, где нет точки опоры, мы и не можем привести в действие рычаг;

- платежи, связанные с инвестициями (и финансированием), происходят не в один момент времени, а распределены во времени.

Но эту трудность можно преодолеть посредством тонкого разграничения времени на интервалы.

Так как недостатки, по нашему мнению, не являются такими уж значительными, а преимущества «говорят сами за себя», в последующем изложении мы всегда будем использовать понятия инвестирования и финансирования, ориентированных на платежи.

1.3. Инвестиция как проблема принятия решения

Решения об инвестициях необходимо принимать постоянно. Речь идет о длительной задаче с высокой степенью сложности, так как все эти решения зависят друг от друга и влияют друг на друга.

1.3.1. Классификация решений по инвестиционным проектам

Классификация инвестиционных решений служит цели упорядочения на первый взгляд необозримого множества инвестиционных решений. Схема упорядочения, с которой мы будем работать, представлена на рис. 1.1.

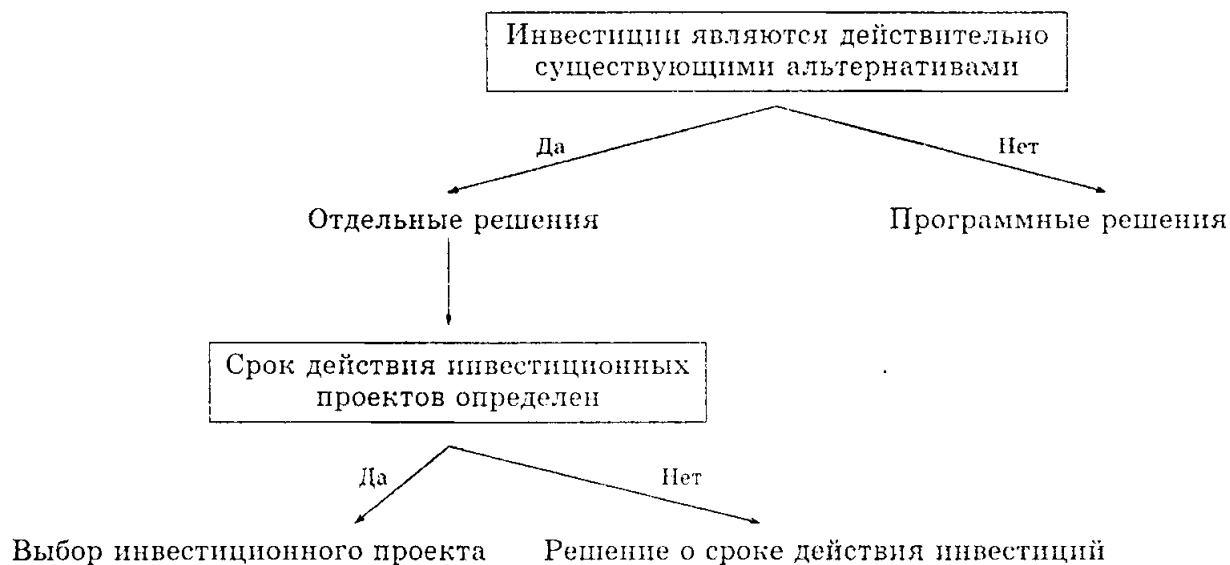


Рис. 1.1. Классификация инвестиционных решений

Классификация по альтернативам. На первом уровне этой схемы различаются отдельные и программные решения. При этом альтернативами являются полностью взаимоисключающие возможности действий.

Отдельные решения всегда характеризуются вопросом «либо инвестиция А, либо инвестиция В» или «либо инвестиция А, либо не осуществлять инвестиции». В качестве примеров можно привести размышления руководителя предприятия таксомоторного парка о выборе машины типа X или типа Y, или принятие нефтяной компанией решения о постройке нефтедобывающей платформы на Сахалине.

В противоположность этому в ходе принятия программных решений речь идет всегда о вопросе «либо совместно инвестиция А и В, либо совместно инвестиции С, D и E», причем А и В или С, D и E, очевидно, не исключают друг друга, так как иначе их нельзя было бы реализовать совместно. Здесь в качестве примеров можно привести рассуждения руководителя электроконцерна о том, выгодно ли построить фабрику двигателей в городе M, модернизировать сбытовую контору в селе N и построить для сотрудников центр для проведения свободного времени в городе O, или же приобрести большинство пакетов акций сильного конкурента и модернизировать производственные сооружения в городе P.

Классификация по сроку действия. Разумно подразделить множество отдельных решений по инвестиционным проектам по их длительности на такие, при которых срок действия проекта фиксирован, и на такие, при которых срок сам является проблемой принятия решения. В первом случае мы говорим о чистых решениях, связанных с выбором, причем, как правило, имеется как минимум два инвестиционных объекта, во втором случае мы говорим о решениях по поводу срока действия проекта. Последние могут относиться к одному и тому же объекту инвестиций, например, при решении вопроса о том, должен ли эксплуатироваться грузовик на протяжении четырех или пяти лет.

Какой цели служит классификация инвестиционных решений? Прежде всего, она должна помочь читателю надежно упорядочить типовые вопросы инвестиционного планирования. Затем она должна пояснить ему (так как для разных ситуаций принятия решения необходимы разные формы оценки инвестиций и разные инвестиционные расчеты) следующее:

не существует одного метода инвестиционного расчета, который был бы самым лучшим для всех ситуаций.

Обоснование решений, связанных с выбором инвестиционных проектов, обсуждается во второй главе, решениям в отношении срока действия инвестиционного проекта посвящена третья глава, наконец, выбор инвестиционной программы является объектом исследования четвертой главы.

1.3.2. Фазы процесса принятия решения

Каждый процесс принятия решения является динамическим процессом, который «в идеале» состоит из изображенных на рис. 1.2 фаз. Схема фаз подходит для пояснения значимости инвестиционного расчета в ходе принятия инвестиционных решений. При этом фазы будут рассмотрены нами лишь поверхностно.

Фаза постановки проблемы. На первом шаге возникает идея осуществления инвестиции. Предпосылкой для такого «толчка» является то, что инвестор обнаруживает ситуацию «недостатка» и стремится ее устранить.

Для этой цели он сначала должен детально проанализировать свое исходное положение. Кроме того, он должен иметь ясное представление о целях своих инвестиционных действий, чтобы суметь вывести критерии принятия решения, которые позволят ему определить инвестиционную альтернативу как наилучший шаг для достижения целей. Изучением целей инвестора мы займемся позже.¹

¹ См. с. 8 и сл.

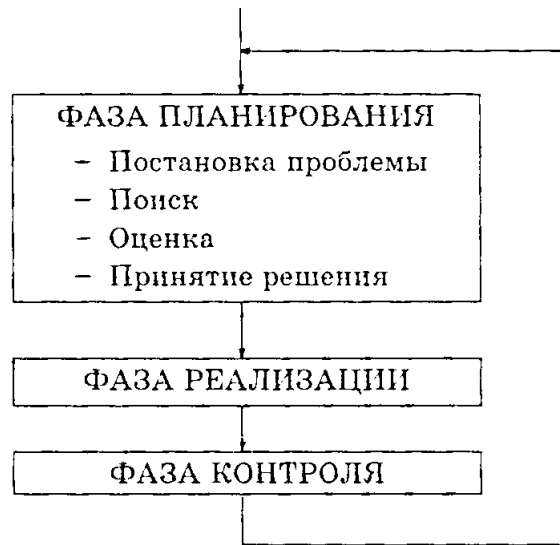


Рис. 1.2. Фазы процесса принятия решения

Фаза поиска. На следующем шаге необходимо определить² возможности действия инвестора и выяснить³ последствия этих возможностей. Эта задача требует применения методов прогнозирования. Но так как человек имеет лишь очень ограниченные знания о том, что будет завтра, необходимо выяснить и учесть альтернативные варианты развития будущих событий.

Фаза оценки. Эта фаза служит непосредственной подготовкой принятия решения. Здесь нужно оценить последствия возможных действий, касающиеся достижения цели инвестора. Если мы имеем дело с квантифицируемыми целями и данными, то здесь применяется инструмент инвестиционного расчета. В отношении неквантифицируемых целей и данных мы должны обращаться к другим методам суждения и оценки. Оба шага оценки связываются друг с другом при достижении последней фазы планирования.

Фаза принятия решения. На этом шаге осуществляется выбор в будущем реализуемой возможности действия посредством сравнения друг с другом оцененных альтернатив и принятия инвестором заключения.

Фаза реализации. Инвестиция осуществляется в соответствии с заключением.

Фаза контроля. Ожидаемые последствия, которые привели к принятию решения по определенной альтернативе, сравниваются с наступающими в дей-

² Детали обсуждаются на с. 14 и сл.

³ Подробности мы обсудим на с. 15 и сл.

ствительности последствиями. Таким образом, мы можем противодействовать отклонениям от плановых значений. И в этой фазе иногда применяются инвестиционные расчеты. Но главной сферой их применения все-таки остается фаза оценки.

Мы здесь изобразили идеализированную картину процесса принятия решения об инвестициях. На практике этот процесс происходит не всегда так гладко. Приходится возвращаться к ранним фазам перед тем, как процесс может завершиться. Например, мы вернемся к фазе поиска, если обнаружим, что ни одна из принятых во внимание инвестиций не удовлетворяет систему целей. Независимо от этого анализ схемы фаз позволяет нам понять следующее: инвестиционные расчеты являются лишь одной составной частью в общем процессе принятия решений. Они подходят для того, чтобы оценить уже существующую информацию о последствиях действий, касающихся заранее заданных количественных целей. Следовательно, принимается во внимание лишь та часть информации, которую можно количественно оценить и, таким образом, сделать объектом расчетных операций. Большого инвестиционные расчеты дать не могут и это большее от них и не надо требовать.

Из вопросов, которые возникли при анализе схемы фаз, в последующих главах более подробно будут обсуждаться следующие.

- Цели инвестора: «Чего хочет достичь инвестор?»⁴
- Возможности действия инвестора: «Какие инвестиции можно осуществлять?»⁵
- Оценка инвестиций: «Как нужно оценивать последствия альтернатив, касающиеся целей инвестора?»⁶

1.4. Цели инвестора

Многие руководства по инвестиционным расчетам не содержат раздела, посвященного постановке целей лицами, принимающими решения. Отсутствие такого раздела вряд ли оправдано, поскольку без точного описания целей нельзя сделать вывод о том, какая из возможных инвестиций является оптимальной.

Оптимальным мы называем то действие, посредством которого инвестор наилучшим образом может достичь своих целей.

Цели в каждом случае следует определять операциональным образом. Иными словами, они не должны быть двусмысленными. То, что с неопера-

⁴ См. по этому поводу с. 8 и сл.

⁵ Детали обсуждаются на с. 14 и сл.

⁶ Этим аспектом мы займемся на с. 18 и сл.

ациональными целями практически нельзя работать, нам должен показать следующий пример: «Ищите наиболее „выгодные“ инвестиции». Что здесь означает «выгодные»?

- Идет ли речь о заинтересованности собственников предприятий в высоких и постоянных дивидендах?
- Идет ли речь об оборудовании, которое обеспечивает максимально возможную безопасность работникам?
- Или же имеется в виду, что следует создать много рабочих мест?

Термин «выгодность» ни на что конкретно не указывает. Необходимы ясные и, при довольно дифференцируемом описании для каждого случая, однозначно понятные — т. е. операциональные — критерии цели. Так как предприятия в действительности стремятся к разным и весьма индивидуализированным целям, возникает вопрос:

из каких целей мы будем исходить при выработке методов инвестиционных расчетов?

Каждый тип инвестиционных расчетов, который нам хочется описать в этой книге, основывается на определенных целях, которые из личных мотивов можно отвергать или принимать. Тем более инвестор должен размышлять о том, каких целей он хочет достичь, и после этого выбрать адекватный метод из уже существующих или создать соответствующий его желаниям новый метод.

1.4.1. Денежные и неденежные цели

Предприятия, как правило, преследуют не одну-единственную цель (например, стремление к прибыли), а целый комплекс целей одновременно (например, стремление к доходу, престижу, экономической власти, рыночной доле). Такой комплекс целей мы будем называть системой целей.

Между целями, входящими в систему целей, существуют определенные отношения, которые мы называем независимыми, конкурирующими или взаимодополняющими. Две цели Z_1 и Z_2 являются независимыми, если достижение цели Z_1 не ограничивает и не продвигает достижение цели Z_2 . О конкурирующих (или конфликтующих) целях мы говорим тогда, когда цель Z_1 достигается тем лучше, чем хуже реализуется цель Z_2 . Подумайте, например, об отношении целей «создание достойных для человека условий труда» и «краткосрочная максимизация прибыли». Взаимодополняющие цели имеют место тогда, когда достижение цели Z_1 облегчает достижение цели Z_2 . Такая взаимодополняемость существует хотя бы частично в связи с целями «создания достойных для человека условий труда» и «долгосрочная максимизация прибыли». По содержанию цели можно подразделить на денежные и неденежные. Под денежными целями подразумеваются цели, которые связаны с денежными оценками. Например, стремление к росту

прибыли, товарооборота или доходности. А неденежными целями являются, например, стремление к престижу, признанию, власти, рыночной доле, независимости или соответствию этическим требованиям. Преимуществом денежных целей по сравнению с неденежными является то, что они всегда поддаются количественной оценке.

Инвестиционные расчеты всегда ориентированы на денежные цели. Неденежные цели должны оцениваться всегда за рамками инвестиционных расчетов.

Из трех названных денежных целей мы сначала рассмотрим долгосрочное стремление к прибыли. После этого мы критически обсудим стремление к доходности.

1.4.2. Долгосрочное стремление к прибыли

Цель «стремление к прибыли» без точного объяснения не операциональна. Для операционального определения нужны два аспекта, а именно: содержание цели и предписание способов ее достижения.

Цель может заключаться в максимизации (минимизации) некоторого показателя либо в его изменении (т. е. получении некоторых удовлетворительных значений этого показателя). В этой книге мы будем придерживаться концепции достижения экстремальных целей по двум причинам. Во-первых, тип инвестиционного расчета при использовании идеи «удовлетворительной прибыли» изменяется несущественно. Во-вторых, опыт показывает, что инвестора, как правило, не устраивает такая «удовлетворительная прибыль», если он может достичь большего.

Намного более интересен вопрос о том, в каком смысле можно говорить о максимизации прибыли. Что такое прибыль? Означает ли данный термин бухгалтерскую прибыль, налогооблагаемую прибыль, сумму выплаченных акционерам дивидендов, разность между выручкой и издержками в бухгалтерском смысле? Каждая из этих величин и другие, которые нами здесь не упоминаются, могут быть определены как прибыль.

Поэтому мы должны выбрать одну трактовку термина «прибыль». В противном случае существует опасность, что целевой показатель будет не определенным.

1.4.2.1. Стремление к имуществу и стремление к доходу

Из всех возможных определений прибыли в этой книге будут использоваться два. Одно из них мы назовем стремлением к имуществу (капитализации), а другую — стремлением к (текущему) доходу. За исключением короткой главы о статических инвестиционных расчетах⁷ мы будем всегда работать с этими двумя трактовками прибыли.

⁷ См. с. 27 и сл.

Целевой функцией каждого инвестиционного расчета, который представлен в этой книге, может быть либо максимизация имущества, либо максимизация дохода.

Наш подход основывается на рассуждениях, которые были введены в новую теорию инвестирования и финансирования *Фишером* и *Хиршлейфером*.⁸ Эти рассуждения основываются на идее, согласно которой нужно поставить инвестора и его потребительские предпочтения в центр внимания и смотреть на его предприятия или на финансируемые им предприятия как на средство для цели получения частного дохода.

Проблема принятия решения для инвестора в рамках многопериодного анализа состоит в том, чтобы оптимизировать поток текущих доходов, представляющих собой регулярное изъятие денежных средств в целях личного потребления, как в его временной структуре, так и по абсолютным величинам.

Но чтобы прийти к операциональному описанию цели, мы должны быть еще точнее.

Стремление к благосостоянию. До тех пор пока мы ориентированы или на временную структуру, или на величины потока изъятий, нам необходимо иметь информацию о том, от какого объема потребления лицо, принимающее решение, отказалось бы в момент времени $t = 1$, если бы ему за это в качестве компенсации в момент времени $t = 2$ позволялось бы дополнительно потреблять на сумму 1 руб. Информация такого вида в экономической теории описывается с помощью кривых безразличия. Заметим, что в реальности предприниматель будет весьма скептически настроен в отношении повседневного применения такого инструментария.⁹

Так как способности инвестора к определению точных личных норм замещения (кривых безразличия), наверное, очень слабо развиты, разумно сформулировать цель стремления к благосостоянию таким образом, чтобы осталась лишь одна степень свободы. Это упрощение удастся осуществить за счет использования двух приемов. Сначала мы принимаем желаемую временную структуру изъятий за постоянную, а затем предполагаем, что горизонт планирования инвестора конечен и составляет, например, четыре года. На основе этих упрощений цель «стремление к благосостоянию» сводится к обоим вариантам — стремление к доходу и стремление к имуществу, — с которыми можно легко работать.

Стремление к доходу (или к максимизации изъятий). В этом случае конечное имущество (равное имуществу в конце горизонта планирования) и

⁸ Мы в особенности хотели бы указать на следующие работы: [75] и [140]. В Германии аналогичные подходы обсуждались прежде всего в работах: [239], [174] и [176].

⁹ Если нам нужно учитывать более чем два момента времени, мы нуждались бы вместо двумерной плоскости кривых безразличий в многомерном пространстве.

временная структура изъятий принимаются для всех инвестиционных альтернатив идентичными. Инвестор имеет здесь лишь цель максимизации уровня своих ежегодных изъятий. Ясно, что эта цель характеризуется лишь одной степенью свободы — величинами потока изъятий.

Концепция является достаточно гибкой, чтобы учитывать желание роста, постоянства или даже снижения доходов. Следовательно, инвестор может фиксировать временную структуру своих изъятий таким образом, чтобы они каждый год росли, например, на 10%, или же он может захотеть, чтобы доход за каждый из первых двух лет был больше в два раза, чем за каждый из последних трех лет и т. п.

Стремление к имуществу (или остаточной стоимости). В этом случае как временная структура, так и уровень изъятий рассматриваются как идентичные для всех инвестиционных альтернатив. Единственной степенью свободы здесь является остаточное имущество (богатство) инвестора на конец периода планирования. Но и здесь, естественно, можно учесть разные временные структуры, а следовательно, постоянные или меняющиеся изъятия.

1.4.2.2. Проблемы оценки остаточного имущества

Цели стремления к имуществу и стремления к доходу имеют два преимущества по сравнению с другими определениями прибыли, особенно по сравнению с прибылью, рассчитываемой либо для акционеров, либо для налоговых органов. Во-первых, учитывается сфера потребления владельца капитала, во-вторых, при текущем определении прибыли можно отказаться от всякой балансовой оценки.

Мы знаем, что оценка объектов имущества в момент составления баланса создает серьезные проблемы. Большинство подходов к оценке не имеют ничего общего с учетом полезности потребления владельцев капитала. Законы и практика как бухгалтерского, так и налогового учета характеризуются совсем разными представлениями об оценке. При определении прибыли на основе денежных потоков инвестора отпадают все эти проблемы оценки, так как здесь оценка осуществляется прямо при формировании таких потоков. Но, к сожалению, проблему оценки объектов имущества нельзя полностью игнорировать, так как выше мы ввели в целях упрощения требование ограниченности периода планирования. Должно быть оценено остаточное имущество. Для выяснения связанных с этим сложностей разумно различить два случая: временное предприятие и постоянное предприятие.

Временное предприятие. Временное предприятие в конце планового периода ликвидируется. Все объекты имущества продаются, так что все остаточное имущество принимает денежную форму. Такое созданное на время предприятие с точки зрения инвестиционного расчета имеет неопределимое преимущество, состоящее в том, что для остаточного имущества существует ясный и однозначный измеритель, а именно деньги.

Постоянное предприятие. Большинство предприятий обычно создается на неопределенный промежуток времени. Тогда остаточное имущество в конце планового горизонта может существовать в форме денег, используемых сооружений, земельных участков, дебиторской задолженности и т. д. Как следует тогда оценивать остаточное имущество? У нас в распоряжении имеются следующие возможности.

- Мы могли бы продлить горизонт планирования до бесконечности, так как когда-то каждое предприятие будет ликвидироваться. Этот путь непрактичен.
- Мы могли бы оценить по отдельности все объекты имущества посредством отдельных ликвидационных цен. Это приводит, по сути, к концепции временного предприятия.
- Можно было бы также работать с совокупной продажной ценой всего предприятия или с капитализированной прибылью.
- Мы могли бы приписать всем объектам имущества стоимость, равную нулю.

Ни один из этих путей не прост и не убедителен. В этой книге мы почти всегда будем использовать возможность, упомянутую второй по счету, а значит, будем предполагать наличие временного предприятия.

1.4.3. Критические замечания по поводу стремления к доходности

Иногда рекомендуется помимо стремления к доходу и имуществу учитывать и стремление к доходности. Предполагается, что многие инвесторы имеют своей целью максимизировать не абсолютную прибыль, а прибыль в отношении к вложенному собственному капиталу (доходность собственного капитала). Хотя мы не сомневаемся, что действительно существуют такие инвесторы, мы как и *Хакс* придерживаемся мнения, что такая цель неразумна, и не будем ее учитывать в нашей книге.¹⁰

Обоснование данного тезиса заключается в следующем: доходность собственного капитала определяется как отношение прибыли (дохода, проста остаточного имущества) к используемому собственному капиталу. В качестве знаменателя такой дроби мы могли бы выбрать начальный капитал, средний «иммобилизированный» капитал или собственный капитал в каком-либо избранном моменте времени планового периода. Но если речь идет о том, чтобы решить проблемы принятия многопериодных решений, то нам кажется, что по соображениям необходимости обеспечения сравнимости альтернатив, знаменателем может являться только начальный капитал. Очевидно, что стартовый капитал является константой, если мы сравниваем конкурирующие друг с другом инвестиционные альтернативы. Но тогда совершенно нет разницы в том, максимизируем ли мы прибыль или «прибыль, деленную на константу». Отсюда следует:

¹⁰ См. [111].

стремление к доходности не является обоснованным самостоятельным содержанием цели инвестора.

На возражение, согласно которому в компании с несколькими владельцами начальный собственный капитал является, очевидно, варьируемым — так как руководство могло бы обратиться к акционерам с просьбой предоставить дополнительный собственный капитал — можно ответить следующее: если такое увеличение капитала отвечает интересам владельцев компании, то тогда им оно выгодно только тогда, когда их абсолютная прибыль (доход, остаточное имущество) увеличивается. В любом другом случае, с точки зрения собственников, было бы лучше отказаться от увеличения капитала. Следовательно, мы должны трактовать капитал, находящийся как в фирме, так и в частном распоряжении ее владельцев как одну и ту же величину, а тогда этот капитал является не варьируемым, а фиксированным.

1.5. Возможности действий инвестора

Возможности действий инвестора распространяются на все мыслимые объекты. Так как их проявления очень различны, рекомендуется отличать друг от друга несколько видов инвестиций. В литературе для этого предложено множество признаков структурирования. Для целей, которые преследуются нами в этой книге, мы можем ограничиться двумя свойствами, а именно: типом объекта имущества и воздействием инвестиций на производственные мощности предприятия, см. табл. 1.1.

Таблица 1.1. Типы инвестиций

Признак структурирования	Тип структурирования	Тип инвестиции
Тип объекта имущества	Финансовые активы	Инвестиции в финансовые активы
	Материальные активы	Инвестиции в материальные активы
	Нематериальные активы	Инвестиции в нематериальные активы
Воздействие на мощности	Отсутствие расширения мощностей	Заменяющие инвестиции
	Наличие расширения мощностей	Рационализирующие и расширяющие инвестиции

Тип объекта инвестирования. В соответствии со структурированием имущества в балансе мы различаем здесь инвестиции в финансовые, материальные и нематериальные активы. Примерами инвестиций в финансовые

активы долгосрочного характера является приобретение акций, облигаций, предоставление долгосрочных кредитов. Примерами того же вида инвестиций в оборотный капитал служат банкноты или краткосрочные вклады в банках. И при анализе инвестиций в материальные активы можно различать те, которые относятся к вложениям во внеоборотные активы (например, земельные участки, здания, машины) и относящиеся к финансированию оборотных средств (например, сырье, материалы и товары на складах). Наконец, к группе инвестиций в нематериальные активы относятся блага, которые невозможно «поставить на баланс», например, расходы на организацию предприятий, на образование своих сотрудников и т. д., а также нематериальные объекты имущества типа патентов и лицензий.

Воздействие на мощности. С помощью этого признака классификации возможно дальнейшее подразделение особенно инвестиций в материальные активы в сфере деятельности промышленных предприятий. Если мощности остаются неизменными, то тогда мы говорим о заменяющих инвестициях. Они имеют место, когда старое оборудование заменяется на новое, которое по техническим характеристикам идентично. Такие инвестиции с точки зрения инвестиционных расчетов имеют то преимущество, что мы при анализе воздействия на прибыль почти полностью можем не учитывать «положительные элементы результатов» (поступлений, доходов) и концентрировать внимание на обсуждении «отрицательных элементов результатов» (выплат издержек). Наоборот, за счет расширяющих и рационализирующих инвестиций мощности в целом изменяются, так что здесь необходим учет упомянутых «положительных элементов результатов».

1.6. Суждения о возможностях действий

В соответствии со схемой фаз процесса принятия решений оценка возможностей действий происходит в два этапа. Сначала нужно оценить последствия инвестиций, а затем необходимо оценить их отношение к заранее определенной цели инвестора.

1.6.1. Прогноз последствий действия

Способности человека знать уже сегодня, что произойдет в будущем, как правило, ограничены. Поэтому, по мнению специалистов, собственно проблематика инвестиционных расчетов заключается не в расчетах как таковых, а в характеристиках данных, необходимых для этих расчетов. Поэтому прогноз последствий действия является центральной проблемой инвестиционного планирования.

По этой причине далее описываются некоторые самые известные методы прогнозирования, причем в рамках этой книги об инвестиционных расчетах

такое описание может быть лишь обзорным. Рис. 1.3 показывает условное разделение методов прогнозирования на качественные и количественные, разделение, которое в дальнейшем уточняется.

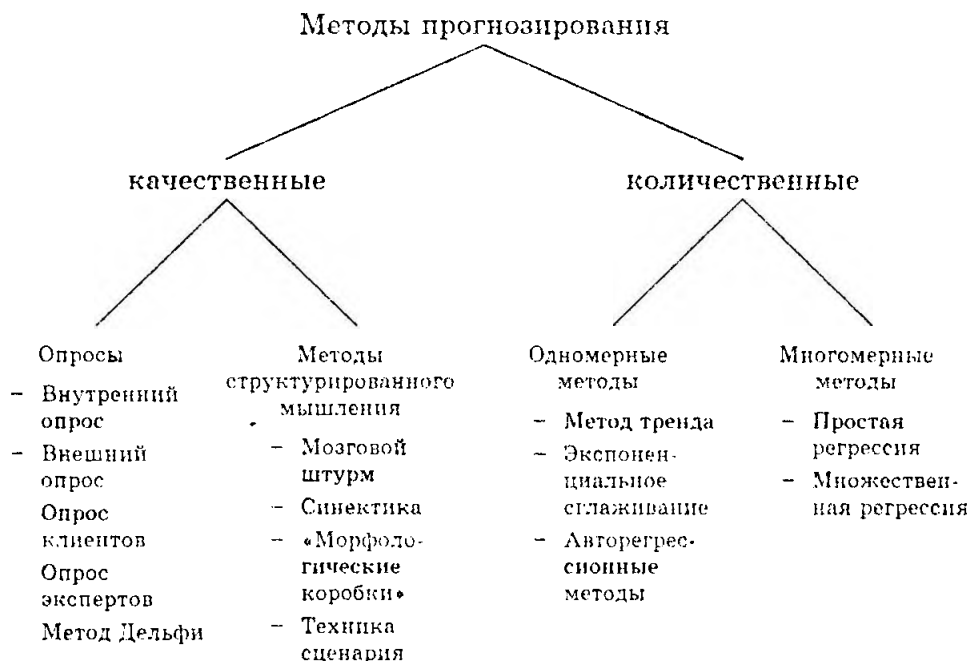


Рис. 1.3. Обзор важных методов прогнозирования

Качественные методы прогнозирования. Это методы, которые основываются на субъективной оценке людей и не связаны с математикой. Внутри этой группы мы можем далее различать между техникой опроса и методами структурированного мышления. Тот факт, что качественные методы прогнозирования в целом не основываются на известных фактических значениях и не связаны с использованием математического инструментария, побуждает некоторых недооценивать этот подход. Это не оправдано, так как часто отсутствуют условия для применения более формализуемых методов прогнозирования.

Опросы. При проведении опросов учитываются мнения экспертов или лиц, поведение которых мы хотим спрогнозировать, причем вопросы об их намерениях задаются прямым образом. Если делается опрос сотрудников самого предприятия («инсайдеров»), например, руководства или наемных работников, то это — внутренний опрос. Он имеет преимущество, состоящее в том, что его можно провести относительно быстро и с относительно низкими издержками. Наоборот, внешний опрос имеет место тогда, когда в ходе его проведения обращаются к клиентам или экспертам вне предприятия. Такой опрос относительно дорог и требует больше времени. Опрос клиентов может быть проведен его инициаторами (например, нами) или передан какому-

либо институту, занимающемуся исследованием рынка. То же самое верно для опроса экспертов. При методе Дельфи, например, речь идет об опросе экспертов, который осуществляется в два этапа. Сначала проводятся беседы с каждым экспертом по отдельности, беседы, в ходе которых эксперт ничего не знает о своих коллегах и их намерениях. На втором этапе опроса результаты первого этапа объединяются, и перед экспертами ставится задача пересмотреть свои мнения на основе этих результатов.

Метод структурированного мышления. В рамках этого метода делается попытка систематически развивать знания на основе опыта и интуиции и использовать их в целях прогнозирования. Широко известен метод «мозгового штурма», который одновременно является базой для схожих методов. Смысл этого метода состоит в том, чтобы создать климат, в котором группе удастся выработать созидательные идеи. Поэтому мозговой штурм и похожие методы (синектика, метод «морфологической коробки») часто трактуются не как собственно методы прогнозирования, а как методы, позволяющие привести в действие другие качественные методы прогнозирования (опросы). Наконец, метод сценария является особой методикой выработки долгосрочных прогнозов. Он помогает при выработке конкретных представлений о будущем. Метод сценария упоминается в этой книге прежде всего потому, что в ходе принятия стратегических инвестиционных решений (например, решений о новой транспортной системе) иногда нужно учитывать именно такие представления о будущем.

Количественные методы прогнозирования. Эти методы всегда связаны с использованием существующих временных рядов прошлых значений (например, статистики оборота прошлых лет). Как правило, они описываются в учебниках по индуктивной статистике, и их можно подразделять на две группы.

Методы простого динамического анализа. При использовании подобных методов прогнозирования делается попытка вывести закономерность из временного ряда, который описывает историческую динамику некоторой величины (например, спроса на стиральные машины), и обосновать возможность ее распространения на будущее. При этом прогнозируемая величина рассматривается как автономная, так как не учитываются объективные факторы (причины), влияющие на динамику прогнозируемых величин.

Самым известными методами такого типа являются экстраполяция тренда и экспоненциальное сглаживание. При использовании метода тренда мы исходим из ожидания того, что наблюдаемая до сих пор закономерность будет непрерывно продолжаться в будущем. Мы делаем попытку найти (математически как можно проще) функцию, которая хорошо «подогнана» к значениям из статистического временного ряда. Экспоненциальное сглаживание является усовершенствованием метода тренда и позволяет с помощью взвешивания учитывать в большей степени те значения, которые находятся ближе к сегодняшнему моменту времени по сравнению со значениями, от-

носящимися к отдаленному прошлому. Но такое сглаживание осуществляется по жесткой схеме. При использовании авторегрессионного метода этот жесткий принцип отбрасывается и делается попытка оптимизации весов. Особенно известны метод *Бокса-Дженкинса* и метод адаптивной фильтрации.

Многомерные методы. Характерным признаком подобных методов является то, что прогнозируемая величина принимается как зависимая переменная, определяемая одним или несколькими объективными факторами (причинами). Самые важные методы такого типа — простая регрессия и множественная регрессия.

При использовании простой регрессии мы обращаемся к двум временным рядам, а именно, к временному ряду прогнозируемой величины и к временному ряду одного-единственного фактора, влияющего на нее. Затем делается попытка — так же как и при использовании метода тренда — найти математическую функцию, которая как можно лучше «подогнана» к парам значений обоих временных рядов. Прогноз интересующей нас величины предполагает, что мы можем предсказать будущее значение величины фактора, влияющего на зависимую переменную. Следовательно, более сложный по сравнению с одномерными методами метод регрессии рекомендуется применять лишь тогда, когда величину такого фактора можно спрогнозировать точнее, чем прогнозируемую величину, или когда обе величины коррелируют друг с другом с временным лагом. В противоположность к простой регрессии, при использовании множественной регрессии мы делаем попытку выразить зависимость прогнозируемой величины от нескольких факторов с помощью (линейных) функций. Значит, множественная регрессия — это особенно точный метод прогнозирования.

1.6.2. Оценка возможности действий

В фазе оценки возможности действий оцениваются на основе их ожидаемых последствий, касающихся заранее заданной системы целей. Оценка осуществляется в три этапа.

1. Необходимо оценить квантифицируемые последствия, касающиеся денежных целей. Это является задачей инвестиционных расчетов.
2. Необходимо оценить неквантифицируемые последствия, касающиеся денежных и неденежных целей.
3. Необходимо объединить результаты, полученные на первом и втором этапах. Если мы хотим здесь использовать системный метод, то можно предложить, например, анализ значений полезности¹¹ — метод для упорядочения альтернатив принятия решений, связанных с достижением многомерной системы целей.

¹¹ См. [359].

В последующих главах мы обратимся к первым двум этапам осуществления оценки.

1.6.2.1. Модели принятия решения

Выше инвестиционные расчеты многократно характеризовались как методы, которыми можно количественно оценить последствия инвестиционных действий, касающихся денежных целей. При использовании другой терминологии можно сказать также следующее:

инвестиционные расчеты являются символическими моделями принятия решений.

Что это означает? Анализ этого, быть может, для некоторых читателей несколько неясного, утверждения дает нам дополнительное понимание общей значимости инвестиционных расчетов.

Модель. Под моделью мы понимаем абстрактное отображение реальности. Ее принципиальное преимущество состоит в том, что мы можем из нее извлечь знания с большей легкостью, чем из реальности.

Для того чтобы на основе рассмотрения модели действительно прийти к знаниям, которые можно «перенести» в область изображаемого объекта, необходимо, чтобы модель в своей структуре соответствовала этой области. Требуется, чтобы модель являлась «изоморфной», причем под «изоморфностью» здесь понимается соответствие между формой отображения (модели) и формой того, что нужно отобразить (областью объекта). Однако мы всегда будем использовать упрощение и довольствоваться частичной изоморфностью. А это означает, что результаты такого модельного анализа всегда лишь условно можно перенести в действительность. И инвестиционные расходы всегда лишь частично изоморфны. Их рассматривают в течение более или менее полного отрезка времени деятельности предприятий и при этом ограничиваются учетом тех элементов и связей, которые являются особо значимыми. Это особенно выясняется путем следующего рассуждения: инвестиционные расчеты на предприятии трактуются всегда как «система денежных потоков» и никогда как «социальная система». Социальные, политические, юридические, медицинские и другие — возможно, важнейшие — аспекты инвестиций вообще не учитываются в инвестиционных расчетах, или они учитываются лишь тогда, когда отражаются в выплатах и поступлениях. По этой причине каждый инвестиционный расчет — каким бы совершенным он ни был — должен дополняться рассуждениями, которые учитывают факты, не включенные в расчет. Только после этого можно делать действительно обоснованные заключения.

Виды моделей. По типам функций, используемых в модели, различают описывающие модели, объясняющие модели и модели принятия решений. Типичным примером описывающей модели является карта страны. В про-

тивоположность этому физический закон падения можно назвать объясняющей моделью. Наконец, моделью принятия решения является (частично изоморфное) отражение ситуации принятия решения. Ее характерными элементами являются цели, альтернативы, последствия действий и, возможно, ограничения этих действий.

Язык моделей. По языку моделей можно различать иллюстративную, вербальную и символическую модели. Иллюстративной (описывающей) моделью является, например, план города. В качестве примера вербальной модели мы могли бы привести «множество» (происходящих на английском языке) объяснений лондонца, который нам описывает, как добраться от Трафальгарской площади к Пикадилли. Инвестиционные расчеты являются символическими моделями. Они используют символический язык математики. Все такие символические модели являются так называемыми «исчислениями». Под ними понимается связь абстрактной системы знаков с математическими алгоритмами. Алгоритм «привязывает» символы друг к другу и задает синтаксические правила того, каким образом можно преобразовать данный ряд символических знаков Z_1 в другой ряд знаков Z_2 без каких-либо перемен в их правильности. В простейшем случае при использовании этих алгоритмов речь идет об арифметических методах расчета. Решающим преимуществом исчислений по сравнению со всеми моделями, которые не используют язык символов, состоит в том, что с помощью алгоритмов можно осуществить логически совершенно безупречные преобразования. Отсюда следует:

результат инвестиционного расчета является настолько верным (или настолько неверным), насколько верной (или неверной) является исходная информация, которая задана нами в модели.

1.6.2.2. Импондерабили

Из того факта, что инвестиционные расчеты применимы только лишь для оценки квантифицируемых последствий действий, касающихся денежных целей, вытекает необходимость учета информации, выходящей за рамки расчетов экономических величин. Эти дополнительно обрабатываемые данные называются «импондерабиями».* Данное слово означает следующее:

импондерабиями называется та информация об инвестициях, которая обрабатывается за рамками инвестиционных расчетов.

Это определение кажется нам разумным, так как мы исходим из идеи, согласно которой вся имеющаяся в распоряжении информация о последствиях инвестиций должна учитываться в ходе принятия решения: одна ее

* Импондерабияль — от франц. *impondérable* — неуловимый, неопределенный. — *Прим. ред.*

часть — в рамках инвестиционных расчетов, другая часть — иным образом. С широко распространенным мнением, что импондерабили никогда нельзя точно оценить, наше определение не совместимо. Но определения терминов никогда не являются верными или неверными; они лишь разумны или не разумны. Множество импондерабилей можно разделить на несколько подмножеств (ср. рис. 1.4), которые мы представим ниже.

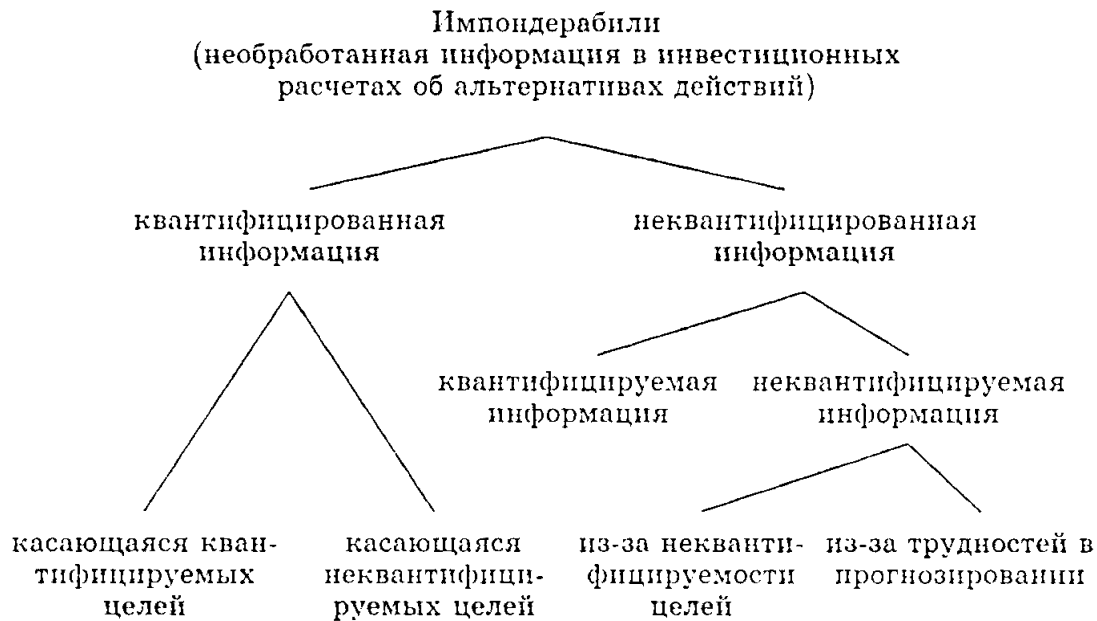


Рис. 1.4. Виды импондерабилей

Импондерабили как квантифицированная информация. Здесь мы имеем дело с совокупностью «охваченных» в виде цифр последствий действий, касающихся неденежных целей инвестора, которые либо можно количественно оценивать, либо нельзя. (Инвестиционные расчеты направлены строго на денежные цели.) Примерами неденежных, но тем не менее квантифицируемых целей являются стремление к завоеванию доли рынка, стремление к росту или желание иметь низкую степень текучести кадров. Воздействия инвестиций на эти три элемента системы целей предприятия можно вполне выразить в форме цифр. И все-таки их нельзя полностью учесть в инвестиционных расчетах, так как они только косвенно влияют на достижение денежных целей, или же вообще не воздействуют на него.

Примерами неденежных и одновременно неквантифицируемых целей являются стремление к престижу, власти, признанию, технической безопасности или чистой окружающей среде. Например, тот факт, что ввод в эксплуатацию сооружения, которое на 20% снижает число ожидаемых несчастных случаев на производстве, имеет большое значение в рамках стремления к технической безопасности и удовлетворения требований сотрудников. Этот факт нужно учитывать вне инвестиционных расчетов потому, что описанное

мероприятие отражается лишь в более высоких выплатах за приобретение инвестиционного объекта и меньших платежах за страховку. Мы не можем непосредственно измерить в деньгах «поступления» в виде повышения степени безопасности на предприятии, что, возможно, является самостоятельной ценностной категорией системы целей социально ответственного предпринимателя.

Импондерабили как неквантифицированная информация. Здесь, прежде всего, необходимо различать информацию, которую можно оценить количественно, и информацию, в отношении которой такую оценку сделать нельзя.

Квантифицируемые импондерабили — это импондерабили, при использовании которых мы без необходимости не прибегаем к числовым характеристикам. Это может быть следствием того, что, например, квантификация связана со слишком большими затратами или с тем, что в рамках используемой модели инвестиционного расчета трудно обработать соответствующую информацию. Примером этого является ликвидность (готовность платить) инвестора, величина, которая, несомненно, квантифицируема, но все-таки в рамках, например, метода сегодняшней стоимости (особой формы инвестиционных расчетов) ее нельзя учесть.¹²

Неквантифицируемые импондерабили — они иногда называются также подлинными импондерабилями — делятся на две группы.

При описании первой группы речь идет о последствиях действий, касающихся неколичественных целей: быть может, тот факт, что при описании данного инвестиционного объекта речь идет о «в техническом смысле самом современном во всей Европе», имеет решающее значение для принятия решения из-за связанного с ним престижа. Но в инвестиционном расчете этот факт нельзя учесть.

При описании второй группы мы имеем дело с информацией, которая из-за трудностей прогнозирования в такой степени неопределима, что мы численно не можем ее «охватить», например, если мы вследствие инвестиционного мероприятия ожидаем повышение степени колебаний выпуска на предприятии при отсутствии возможностей оценить размах этих колебаний.

Остается подумать над тем, с помощью каких методов можно справиться с обработкой импондерабильных факторов. И здесь мы можем опереться на упомянутый выше инструментарий анализа значений полезности.

1.7. Вопросы и проблемы

1. Что вы понимаете под инвестицией и финансированием, ориентированными на платежи?
2. Какая разница существует между решениями по выбору инвестиционного проекта, решениями о сроках инвестиций и программными решениями? Приведите некоторые примеры и обсудите, какое значение имеет эта классификация.

¹² Ср. [298].

3. В каких фазах процесса принятия решений можно осуществлять инвестиционные расчеты?
4. Обоснуйте тезис, согласно которому проблема принятия решения об инвестициях часто представляет собой нечто большее, чем просто проблему расчета.
5. Что вы понимаете под стремлением к имуществу (максимизацией остаточной стоимости), и под стремлением к доходу (максимизацией изъятий)?
6. Какая проблема возникает, если нам необходимо осуществить инвестиционные расчеты на постоянно действующем предприятии, и как можно решить эту проблему?
7. Почему максимизация доходности не является самостоятельной разумной целью инвестора?
8. Какие виды инвестиции можно выделить, если их упорядочение происходит:
 - а) по виду приобретаемого объекта имущества,
 - б) по влиянию на мощности в сфере производства?
9. Чтобы сформировать инвестиционные планы, необходимо спрогнозировать будущие данные. Для этого имеются разные методы. Какие количественные методы прогнозирования существуют, и чем они отличаются друг от друга?
10. Как можно определить термин «модель», и какие виды моделей можно различить по типам функций, используемых в них?
11. Обсудите следующее утверждение: «инвестиционные расчеты являются частично изоморфными моделями принятия решения».
12. Что понимается в рамках решений об инвестициях под импондерабилями, и какие виды импондерабилей существуют?

1.8. Рекомендуемая литература

Используемая нами в этой книге трактовка понятия инвестиции была предложена в [107. P. 17–18]. Сжатый анализ понятий инвестиций и финансирования можно найти в [295. S. 7–21]. Информативный обзор классификации инвестиционных решений приведен в [166. S. 28–36]. Цели стремления к благосостоянию, к доходам и к имуществу особенно ясно описываются в [295. S. 65–67]. Для рассмотрения критики стремления к доходности следует особенно порекомендовать [111]. Хорошее введение в методы прогнозирования содержится в [108] и [230]. В качестве более детального анализа импондерабилей можно порекомендовать [109. S. 77–95] и [178. S. 10–55].

Методы обоснования решений по выбору инвестиционного проекта

Следующие три главы являются вторым главным разделом этой книги. Они охватывают согласно представленной на с. 5 и сл. классификации такой материал, как:

- методы обоснования решений по выбору инвестиционного проекта (гл. 2),
- методы обоснования решений о сроке действия инвестиционного проекта (гл. 3),
- методы обоснования решений по выбору инвестиционной программы (гл. 4).

Весь материал этих трех глав основывается на приводимых ниже принципах.

Цель инвестора. Мы исходим всегда из того, что инвестор хочет максимизировать прибыль. За исключением раздела, посвященного статическим инвестиционным расчетам,¹ мы всегда учитываем два варианта долгосрочной максимизации прибыли, а именно, максимизацию изъятий и максимизацию остаточной стоимости.

Сбор данных. Мы всегда предполагаем, что инвестор может полностью получить необходимую для решения своих проблем информацию. Это означает, что методы сбора данных далее не обсуждаются.²

Определенность. Мы всегда предполагаем, что инвестор не сталкивается с какими-либо формами неопределенности. Все проблемы, которые могли бы возникнуть при осуществлении инвестиционных расчетов из-за того, что не совсем известно, какие события произойдут в будущем, в последующих трех главах остаются совершенно неучтенными. Они являются предметом исследования пятой главы этой книги.

2.1. Учебные цели

Материал этой главы должен способствовать тому, чтобы:

- уяснить, что проблема вменения инвестиционного расчета в ходе принятия отдельных решений является лишь кажущейся;

¹ См. с. 27 и сл.

² Ср. по этому поводу с. 15 и сл.

- систематически раскритиковывать статические инвестиционные расчеты и уяснить ограниченные возможности их применения;
- уяснить концепцию полного финансового плана на основе динамических инвестиционных расчетов;
- оценить разумность системы упрощающих допущений о сложном поведении инвестора;
- различать между собой совершенные, несовершенные и ограниченные рынки капитала;
- исчислить величины остаточного имущества и изъятий для одной инвестиции при любых условиях на рынке капитала;
- обосновать выбор инвестиционного проекта при наличии целей стремления к имуществу или доходу;
- оценить сегодняшнюю стоимость поступлений, аннуитеты и внутренние ставки процента;
- надежно оценить применимость трех классических типов динамических инвестиционных расчетов: сегодняшняя стоимость поступлений, аннуитет, внутренняя ставка процента;
- понять, что сегодняшняя стоимость в условиях совершенного рынка капитала является разумным критерием принятия решения как при максимизации имущества, так и при максимизации дохода, несмотря на то что она не совпадает ни с остаточным имуществом, ни с уровнем изъятия;
- понять, что аннуитет при совершенном рынке капитала выполняет те же функции, что и чистая сегодняшняя стоимость;
- обосновать, почему существуют инвестиции, не имеющие внутренней ставки процента или имеющие одно или даже несколько ее значений;
- обосновать, почему внутренняя ставка процента при наличии цели стремления к имуществу или доходу не является подходящим критерием для принятия решений, связанных с выбором проекта;
- учесть налоги при принятии решений об инвестициях;
- сравнить между собой лизинг и покупку с учетом налогов.

В этой главе речь будет идти только о решениях, обосновывающих выбор инвестиционного проекта. Постановка основополагающего вопроса выглядит следующим образом.

Должна быть осуществлена инвестиция А или В или С или ...
или лучше отказаться от инвестиций?

2.2. Проблема вменения и однократные решения

Очень часто утверждают, что весь инвестиционный расчет ошибочен, если он основан на предпосылке, согласно которой выплаты и поступления

можно однозначно вменить проектам. В реальности, это предположение бывает верным крайне редко.³ Поэтому данная тема здесь вкратце обсуждается, хотя ею уже почти не занимаются. Необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Существует ли (неразрешимая) проблема вменения платежей?
2. Если да, то является ли эта проблема применительно к обоснованию выбора инвестиционного проекта (однократного решения) значимой?

Существование проблемы. В пользу существования проблемы вменения приводятся следующие аргументы: инвестиции, особенно в материальные активы, в производственной сфере осуществляются в рамках уже существующих мощностей. В нормальной ситуации уже перед осуществлением оцениваемых инвестиций предприятие имеет определенный начальный состав используемых основных средств (здания, машины, оборудование). И после осуществления инвестиций оно имеет — правда, измененную благодаря инвестициям — «работающую» комбинацию основных средств. Поэтому новая инвестиция является лишь частью общей комбинации производственных мощностей.

Но через инвестиции изменяется не только комбинация основных средств. Изменяются также выплаты и поступления предприятия. А если, например, поступления предприятию растут, то это увеличение основывается не только на инвестиционном объекте. И уже существующие части комбинации основных средств сделали свой вклад в лучший результат. Отсюда следует, что:

нельзя без сомнения установить, какую часть доходов предприятия нужно вменить новому инвестиционному объекту, а какую — уже существующим основным средствам.

Отсутствие значимости проблемы. Выдвижение данного тезиса, который для независимых друг от друга инвестиций, без сомнения, верен, еще не позволяет ответить на вопрос о том, необходимы ли они нам вообще, если нужно принимать решение о выборе инвестиционного проекта. Причина этого в том, что в ходе принятия решения об инвестициях всегда важна оценка инвестиционных действий и вытекающие из этих действий изменения денежных потоков, а не оценка инвестиционных объектов.⁴

Например, действующий в сфере транспорта предприниматель, которому нужно заменить коробку передач в своем единственном грузовике, не стоит перед неразрешимой для него проблемой, какую часть поступлений за перевозки вменить отдельным частям грузовика (коробке передач, двигателю, кузову и т. д.). Его проблема принятия решения выглядит, скорее всего, следующим образом:

³ См. например, [170], [279], [1] и [137].

⁴ Ср. с. 2 и сл.

- заменить коробку передач и продолжать эксплуатацию старого грузовика;
- не заменять коробку передач и приобрести новый грузовик;
- вообще не делать ремонт и выйти на «заслуженный отдых».

Следовательно, нужно оценить деятельность, а не распределить поступления «в соответствии с вменением» между отдельными частями новой комбинации основных средств. Отсюда мы делаем заключение.

Нет необходимости определять, какую часть поступления вменить новому инвестиционному объекту, а какую — уже существующей комбинации основных средств.

Это утверждение верно по меньшей мере тогда, когда инвестиционные действия являются взаимоисключающими действиями (альтернативами) — это признак всех инвестиционных решений.⁵ Значит, применительно к задаче выбора инвестиционного проекта верно следующее: проблема вменения здесь неразрешима, но ее и не нужно решать.

2.3. Статические методы

К статическим методам инвестиционных расчетов относятся следующие:

- расчет и сравнение прибыли;
- расчет и сравнение издержек;
- расчет и сравнение доходности (рентабельности);
- расчет срока окупаемости.

Все эти методы на практике очень популярны, что, однако, мало говорит об их качестве. Для дальнейших рассуждений разумно использовать приведенную в табл. 2.1 классификацию. Если мы сделаем попытку осуществления общей характеристики статических методов в общем, необходимо особо выделить два свойства:

Таблица 2.1. Виды статических инвестиционных расчетов

Однопериодные методы	Многопериодные методы
Расчет и сравнение прибыли	Расчет срока окупаемости
Расчет и сравнение издержек	
Расчет и сравнение доходности	

⁵ Ср. с. 5. По-другому может быть в случае необходимости выбора инвестиционной программы. К этому аспекту мы вернемся позже, ср. с. 154 и сл.

Цели инвестора. Ни один из статических инвестиционных расчетов не связан с достижением целей стремления к доходу и имуществу. Вместо этого мы работаем с максимизацией прибыли и доходности или с минимизацией издержек. При этом обсужденная выше (с. 10 и сл.) временная структура потока результата не учитывается. Статические инвестиционные расчеты полностью исключают временную сторону цели инвестора. Они ориентированы на средние значения результатов.

Сравнимость инвестиций. Все статические расчеты являются прагматичными, если речь идет о таком определении альтернативных инвестиций, чтобы они в действительности были сравнимы друг с другом. Если, например, инвестор располагает 100 000 руб. и хочет принять решение о том, должен ли он осуществить проект А или В, требуемые инвестиции по которым составляют соответственно 90 000 руб. и 80 000 руб., то тогда в интересах сравнимости он должен определить, что он хочет делать с неиспользуемыми суммами в объеме 10 000 руб. и 20 000 руб.

Инвестиционные альтернативы являются сравнимыми только тогда, когда они полностью исключают друг друга. В противном случае они неправильно сформулированы.

Опасность неправильной формулировки при статических расчетах особенно велика. Мы могли бы также сказать, что подобные расчеты дают повод сравнивать инвестиционные объекты (машины), несмотря на то что оценивать надо альтернативные инвестиционные действия.

2.3.1. Однопериодные методы

К группе однопериодных статических инвестиционных расчетов относятся расчеты, основанные на сравнении прибыли, издержек и доходности. Они имеют два следующих общих признака:

Выбор периода времени. Инвестор обычно делает предположения на длительный период времени, например три, четыре года или в общем случае T лет. Для однопериодных методов инвестиционного расчета типично, что они «работают» не с произвольным промежутком времени, а с классическим отчетным периодом бухгалтерского учета (один год). Здесь возникает следующий вопрос: какой год общего планового периода мы используем при расчете? Ведь выплаты и поступления распределяются в течение общего планового периода неравномерно. После больших выплат (оттока денежных средств), связанных с инвестицией, последуют относительно небольшие поступления в связи с реализацией проекта. Поступления от продажи товаров или услуг также непостоянны во времени. Они могут расти (повышение цен, повышение объема продаж), снижаться (снижение объема продаж) или изменяться неравномерно без следования какому-либо тренду.

Но с ограничением расчета одним годом мы не можем соответствующим образом учесть такую динамику выплат и поступлений. А какой из отдельных годов планового периода должен был бы применяться в расчете как репрезентативный? Решение этой проблемы должно произойти совершенно прагматически и оно состоит в выборе «года со средними выплатами и поступлениями».

Выбор значений результата. Если мы для расчета не используем весь плановый период, а лишь один-единственный годовой отчет, то тогда мы не можем измерять результат с помощью выплат и поступлений. Мы должны перейти к периодизированным значениям результата (например, к доходам и расходам). Поэтому расчет должен осуществляться уже не на основе фактических выплат за приобретение инвестиционного объекта, а на основе амортизаций как заменителей. Следовательно, обобщенно можно сказать:

статические однопериодные инвестиционные расчеты являются расчетами, которые относятся к фиктивному годовому отчетному периоду и «работают» с периодизированными значениями результата.

2.3.1.1. Расчет и сравнение прибыли

Критерий для принятия решений при этом варианте однопериодных статических инвестиционных расчетов формулируется следующим образом:

выбирай инвестицию с самой высокой (средней) прибылью и откажись от проектов, приносящих убытки!

Средняя прибыль определяется как разность между средней выручкой и средними издержками. При этом в ходе осуществления расчета помимо расходов на зарплату, сырье, вспомогательные и производственные материалы, энергию, содержание в исправности машин и оборудования и поддержание их технического состояния, содержание производственных помещений, инструменты, учитываются также считающиеся фиксированными расчетная амортизация и расчетные проценты. Их учет необходим, потому что постоянные издержки применительно к долгосрочным инвестиционным решениям изменчивы, и действует следующий принцип.

Необходимо учитывать все издержки, которые изменяются вследствие принятия решения (принцип релевантных издержек). То же самое верно для выручки.

Пример. Инвестор имеет плановый период $T = 5$ лет и стоит перед выбором между проектом А и В, которые могут произвести один и тот же продукт с одинаковым качеством. Различия состоят в скорости производства, в издержках приобретения и эксплуатации. Ожидаемый срок эксплуатации

также не одинаков. На основе исследований рынка инвестор рассчитывает на максимальный сбыт в объеме 100 000 штук в год и отпускную цену для продукта в объеме 10 руб. Далее мы располагаем данными, приведенными в табл. 2.2. Мы хотим проверить с помощью расчета прибыли, какая из двух инвестиций более выгодна.

Таблица 2.2. Исходные данные по двум конкурирующим проектам А и В

	А	В
Величина инвестиции	500 000 руб.	600 000 руб.
Ожидаемый срок действия проекта	5 лет	4 года
Годовой объем продукции	60 000 штук	80 000 штук
Переменные издержки	6 руб.	7 руб.
Постоянные издержки (без амортизации и процентов) за год	70 000 руб.	170 000 руб.

Решение. Кроме издержек, варьирующих (переменных) и не варьирующих (постоянных), нужно рассчитать в качестве значимых для принятия решения расчетную амортизацию обоих объектов, а также расчетные проценты. Инвестор использует линейную амортизацию и рассчитывает проценты за пользование кредитом по ставке, равной 10% за применяемый в среднем капитал. Тогда расчет прибыли выглядит следующим образом (табл. 2.3).

Таблица 2.3. Расчет и сравнение ежегодной прибыли для двух инвестиций А и В

	А	В
Выручка	600 000	800 000
Переменные издержки	-360 000	-560 000
Амортизация	-100 000	-150 000
Проценты к уплате	-25 000	-30 000
Прочие постоянные издержки	70 000	-170 000
Прибыль	45 000	50 000

Так как средняя годовая прибыль по проекту В выше, чем по проекту А, мы должны были бы принять решение в пользу проекта В. Расчет кажется простым и неproblemатичным. Но он основывается на двух довольно сомнительных неявных допущениях.

- У инвестора, который владеет 600 000 руб. для осуществления проекта В и тем не менее принимает решение в пользу проекта А, остается 100 000 руб. остатка. Наверное, инвестор попытается употребить этот остаток так, чтобы получить дополнительную прибыль. Но расчет ежегодной прибыли совсем не учитывает этот аспект и, таким образом, неявно предполагает, что инвестор просто не воспользуется этой суммой.

- Предположим, что инвестор действительно принимает решение в пользу проекта В. Что он делает в этом случае после истечения последнего года эксплуатации, т. е. в пятом году? В этом году проект А приносил бы еще доходы. Ориентация на прибыль неявно предполагает, что годовая прибыль и после окончания срока использования будет составлять не ниже 50 000 руб. В другом случае было бы лучше выбрать кажущийся менее привлекательным проект А, так как $5 \cdot 45\,000 = 225\,000$ руб. больше, чем $4 \cdot 50\,000 = 200\,000$ руб.

Из всего этого вытекает:

критерий «максимизация прибыли» лишь тогда не является спорным, когда речь идет о проектах одинаковой продолжительности и с одинаковыми величинами вложенного капитала. В другом случае вероятны неправильные решения.

2.3.1.2. Расчет и сравнение издержек

Тот, кто при оценке инвестиций ограничивается сравнением издержек, отказывается от учета «положительных» компонентов результата (выручки) и концентрирует внимание на «отрицательных» компонентах результата (издержках). Тогда критерий принятия решения формулируется следующим образом:

выбери́ инвестицию с наименьшими (средними) издержками!

Игнорирование выручки допустимо в принципе только тогда, когда ее значения применительно ко всем альтернативам одинаковы. Это будет иметь место в том случае, если конкурирующие друг с другом инвестиции одинаково воздействуют на шансы на рынке сбыта. Такое условие может соблюдаться при осуществлении чистых заменяющих инвестиций (при определенных обстоятельствах) и при осуществлении рационализирующих инвестиций. Впрочем, против расчетов и сравнения издержек имеются те же самые аргументы, что и против расчетов и сравнения прибыли.

Наконец, нужно указать на последствия, которые связаны с отказом от учета выручки: даже при выборе инвестиционной альтернативы с наименьшими издержками, мы не можем быть уверены в том, что она принесет прибыль.

2.3.1.3. Расчет и сравнение доходности

В противоположность расчетам, ориентирующимся на прибыль и издержки, расчет и сравнение доходности (рентабельности) учитывает, что при осуществлении инвестиций капитал вовлекается в разных объемах. Такой метод расчета основан на попытке соответствовать этому аспекту таким образом, что он соотносит прибыли инвестиционных объектов с их «запросами» в капитале.

Но если мы при расчете прибыли придерживались бы того же подхода, что и в рамках расчета и сравнения прибыли, а именно вычли бы проценты за пользование кредитами из прибыли, то тогда мы получили бы прибыль для расчета доходности, которую было бы трудно сравнивать с требуемым инвестором минимальным процентным доходом (расчетной ставкой процента). Поэтому необходимо осуществлять расчет, используя не «прибыль после вычета процентов», а «прибыль до вычета процентов». Таким образом, мы получаем относительный критерий для принятия решения:

$$\text{доходность} = \frac{\text{прибыль до вычета процентов}}{\text{величина инвестированного капитала}}$$

В литературе имеются разные точки зрения относительно того, учитывать ли инвестированный капитал в первоначальном объеме или в среднем объеме. Но существует единство мнений о том, что при всех инвестиционных альтернативах допустимо «работать» лишь с одной из этих двух возможностей. Значит, выбор подхода никак не влияет на относительную выгодность отдельных инвестиций (по сравнению друг с другом), он касается лишь абсолютных величин доходности. Критерий для принятия решения в случае ориентации на доходность выглядит следующим образом.

Выбирай инвестицию с наибольшей (средней) доходностью (рентабельностью)! Откажись от проектов, доходность которых меньше требуемой минимальной нормы прибыли.

Расчет доходности может привести к решению, отличающемуся от решения в рамках расчета и сравнения прибыли, лишь при разных объемах инвестированного капитала. Для демонстрации этого обратимся к примеру, приведенному выше при расчете и сравнении прибыли,⁶ и используем для этого инвестированный в среднем капитал (т. е. величина инвестиции, деленная на два). Тогда расчет выглядит так, как показано в табл. 2.4. Мы должны были бы принять решение в пользу проекта А, решение, являющееся наилучшим в рамках расчета и сравнения доходности только из-за меньших объемов инвестированного капитала. Но и этот расчет основывается на двух сомнительных неявных допущениях.

Таблица 2.4. Сравнение доходности двух инвестиций

	А	В
Прибыль после вычета процентов	45 000	50 000
Проценты к уплате	25 000	30 000
Прибыль до вычета процентов	70 000	80 000
Инвестированный в среднем капитал	250 000	300 000
Доходность	28.0%	26.7%

⁶ См. с. 30.

- Мы вновь предполагаем, что инвестор располагает 600 000 руб. для осуществления проекта В, но выбирает проект А. Что оправдывает веру в то, что неиспользованный остаток в сумме 100 000 руб. тоже приносит проценты, равные 28%? При расчете и сравнении прибыли мы предполагали, что инвестор вообще не работает с этими деньгами.
- Предположим, что инвестор реализует проект А. На чем основывается предположение о том, что доходность, достигнутая по проекту А и в пятом году должна сравниться с 26,7%? Не могли ли мы в этом году достичь доходности, которая настолько высока, что выбор инвестиции А стал бы неправильным решением?

Отсюда мы делаем следующий вывод.

Расчет и сравнение доходности, так же как и расчет и сравнение прибыли, лишь тогда не является спорным, когда продолжительность и величина инвестированного капитала сравниваемых друг с другом проектов совпадают.

Но если идентичность величины инвестированного капитала является предпосылкой для осуществления расчета и сравнения доходности, то тогда логично, что этот расчет дает всегда те же самые результаты, что и расчет и сравнение прибыли. Во всяком случае, для инвестиционных альтернатив расчет и сравнение доходности не приносит более хороших результатов, чем расчет и сравнение прибыли.⁷

2.3.2. Расчет срока окупаемости

Расчеты, связанные с определением срока окупаемости,⁸ особенно популярны на практике. Самой важной причиной этого является, наверное, то, что идея, лежащая в основе осуществления таких расчетов, и проста, и «убедительна».

Постановка вопроса выглядит следующим образом: через сколько лет удастся вернуть инвестиции? Мы хотим знать, сколько времени пройдет, прежде чем выплаты за проект будут компенсированы поступлениями. Для последующих периодов времени действует гипотеза, согласно которой поступления превышают текущие выплаты, с чего и начинается, собственно говоря, «заработок».

Значит, в противоположность представленным до сих пор статическим методам, расчет срока окупаемости учитывает не издержки и выручку, а платежи. Он не «работает» с периодизированными значениями результата, и анализируемый период времени может быть больше года. Поэтому этот метод не относится к однопериодным статическим методам. Критерием для принятия решения в этом методе является следующий.

⁷ Ср. к этому с. 13 и сл.

⁸ Они известны также как расчеты по оценке скорости возмещения капитала.

Выбери инвестицию с самым коротким сроком окупаемости!

На практике обычно отказываются от проектов, если срок их окупаемости превышает заданную руководством критическую величину. Но в противоположность ко всем другим методам не сразу ясно, где следует проводить эту «линию разделения». Существует два варианта расчета срока окупаемости, а именно, кумулятивный метод и метод усреднения параметров.

Кумулятивный метод. Этот метод можно применять в общем случае. В нем срок окупаемости инвестиционного проекта рассчитывается последовательным методом. Начиная с момента инвестирования ($t = 0$) шаг за шагом ($t = 1, 2, \dots$) суммируются все выплаты и поступления до тех пор, пока кумулятивные поступления не достигнут кумулятивных выплат.

Таблица 2.5. Исходные данные для сравнения срока окупаемости

Год	Проект А		Проект В	
	Выплаты	Поступления	Выплаты	Поступления
0	200 000		150 000	
1	9 000	80 000	10 000	40 000
2	9 000	70 000	11 000	40 000
3	10 000	60 000	11 000	40 000
4	17 000	50 000	15 000	40 000
5	11 000	40 000	12 000	40 000
6	12 000	30 000	15 000	60 000
7	12 000	20 000	20 000	80 000
8	10 000	15 000	21 000	80 000

Пример. Управляющий рассуждает, осуществлять ли ему инвестицию А, благодаря которой он сможет произвести продукт, жизненный цикл которого закончится через несколько лет, или инвестицию В, с помощью которой он может производить продукцию с растущими шансами на рынке. Ожидаемый срок действия обоих проектов составляет восемь лет. Табл. 2.5 показывает остальные данные, доступные инвестору. Решения принимаются на основе сравнения сроков окупаемости.

Решение. Расчет представлен в табл. 2.6. Время возмещения инвестиции А находится в интервале между третьим и четвертым годами, а для проекта В — между пятым и шестым годами. В соответствии со своим критерием, для принятия решения инвестор должен был бы выбрать проект А. Если предположить, что поступления и выплаты распределяются на целый год, то тогда срок амортизации можно еще точнее рассчитать, а именно

$$\text{Инвестиция А: } 3 + \frac{18\,000}{18\,000 + 15\,000} = 3,55 \text{ лет,}$$

$$\text{Инвестиция В: } 5 + \frac{9\,000}{9\,000 + 36\,000} = 5,25 \text{ лет.}$$

Таблица 2.6. Расчет срока окупаемости (кумулятивный метод)

Год	Инвестиция А		
	Кумулятивные выплаты	Кумулятивные поступления	Излишек
0	200 000	0	-200 000
1	209 000	80 000	-129 000
2	218 000	150 000	-68 000
3	228 000	210 000	-18 000
4	245 000	260 000	15 000
5	256 000	300 000	44 000
6	268 000	330 000	62 000
7	280 000	350 000	70 000
8	290 000	365 000	75 000

Год	Инвестиция В		
	Кумулятивные выплаты	Кумулятивные поступления	Излишек
0	150 000	0	-150 000
1	160 000	40 000	-120 000
2	171 000	80 000	-91 000
3	182 000	120 000	-62 000
4	197 000	160 000	-37 000
5	209 000	200 000	-9 000
6	224 000	260 000	36 000
7	244 000	340 000	96 000
8	266 000	420 000	154 000

Но такие точные расчеты необходимы лишь тогда, когда сроки окупаемости двух конкурирующих друг с другом инвестиций очень близки по величине друг к другу.

Метод усреднения параметров. Если денежные потоки по проекту в каждом году равны примерно одинаковой величине, то тогда срок окупаемости проще рассчитать с помощью метода усреднения параметров. При этом применяется следующая формула:

$$\text{срок окупаемости} = \frac{\text{величина первоначально инвестированного капитала}}{\text{средняя величина поступлений за год}}$$

Средняя величина поступлений не идентична средней прибыли. При денежном потоке мы имеем дело с разностью между текущими поступлениями и выплатами, в то время как прибыль — это разность между средней выручкой и средними издержками. Но если можно ожидать, что выручка одного года в этом же году станет поступлениями, и все издержки, за исключением расчетной амортизации и расчетных процентов одновременно представляют

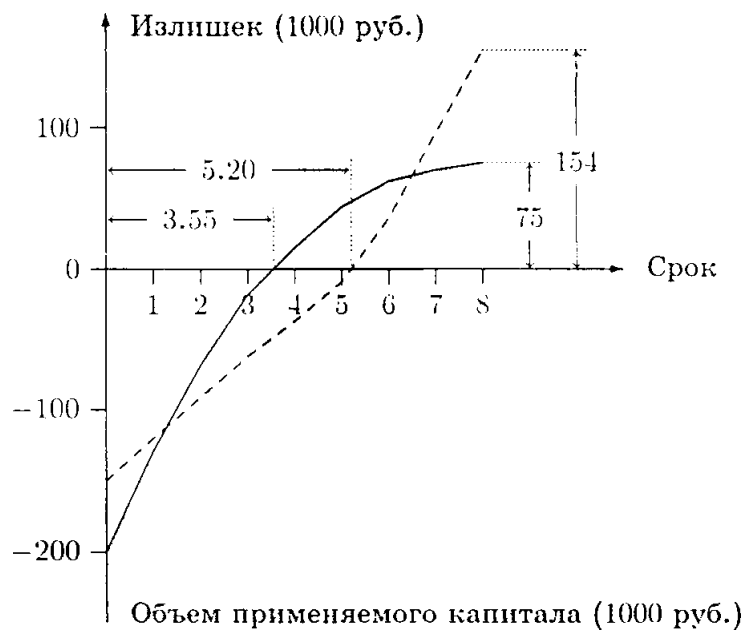


Рис. 2.1. Кумулятивные излишки двух инвестиций в потоке времени

собой и выплаты, мы можем «построить» следующее упрощающее соотношение между прибылью и чистыми денежными поступлениями за год:

$$\begin{array}{r}
 \text{Прибыль} \\
 + \text{ Расчетная амортизация} \\
 + \text{ Расчетные проценты} \\
 \hline
 = \text{ Чистые денежные поступления}^*
 \end{array}$$

Формула расчета срока окупаемости при названных условиях может быть соответствующим образом изменена.

Но и здесь мы должны задать вопрос о том, разумно ли принимать решения на основе срока окупаемости. Если инвестор хочет заработать максимально возможную прибыль, то тогда принятие решения на основе этого критерия может быть абсолютно неправильным. Об этом ясно свидетельствует и наш числовой пример. Табл. 2.6 и выведенный из нее рис. 2.1 ясно демонстрируют, что принятие решения в пользу инвестиции А (кривая излишка которой на рис. 2.1 непрерывна) приводит к отказу от шанса заработать существенно больше, но при более длительном сроке окупаемости.

Но расчет срока окупаемости все-таки является методом, который совместно с другими методами инвестиционного расчета может дать полезную информацию, так как:

* Вместо этого привычного в финансовом менеджменте термина в этой книге как синонимы используются термины, ориентированные на платежи — «денежный поток» и «возвратный поток». — *Прим. ред.*

сроком окупаемости инвестиции является критический срок действия проекта, которого необходимо достичь, чтобы получить излишек, по меньшей мере равный нулю (неотрицательный излишек).

В этом смысле метод расчета срока окупаемости можно назвать особым вариантом анализа чувствительности.⁹ Но анализ чувствительности не позволяет сделать утверждение о том, что принятие решения на основе срока окупаемости является особо разумной политикой инвестора при наличии риска. Для этого нужно больше. Прежде всего, рациональная политика работы с риском характеризуется тем, что шансы и риски тщательно взвешиваются «друг против друга». Расчет срока окупаемости не дает ни малейшей информации относительно прибылей, достигаемых при большем риске. Поэтому:

рассуждения о сроке окупаемости могут лишь дополнить, но никогда не заменить инвестиционные расчеты.

Особо нужно остерегаться осуществления оценок инвестиций лишь на основе конкретно здесь не обсуждаемых рискованных аспектов.

2.3.3. Обобщающая критика

Критиковать модели принятия решения, используемые в рамках экономики предприятий — значит всегда ставить под вопрос их допущения. Применение этого принципа к критическому анализу однопериодных инвестиционных расчетов ведет к следующим последствиям:

Цели инвестора. Несмотря на то что при принятии решений об инвестициях мы имеем всегда дело с многопериодными проблемами, временная структура потока результата инвестора не учитывается. Максимизация прибыли, минимизация издержек, стремление к доходности не получают «временного уточнения». Статические расчеты касаются лишь средних значений результата.

При использовании однопериодных статических расчетов этот подход означает, что возрастающие во времени прибыли приводят к таким же суждениям по поводу выгодности инвестиционных альтернатив, как и убывающие во времени прибыли, пока средние значения прибыли конкурирующих друг с другом проектов одинаковы. Предположим, например, что мы имеем временное распределение прибыли от реализации двух проектов:

Год	1	2	3	4
Инвестиция А	60	70	80	90
Инвестиция В	90	80	70	60

⁹ Ср. по этому поводу с. 246 и сл.

тогда статические расчеты показали бы, что обе инвестиции одинаково выгодны (средняя прибыль равна 75). Но мы можем исходить из того, что большинство инвесторов предпочли бы проект В.

Временная структура поступлений и выплат при статических инвестиционных расчетах не учитывается.

В действительности инвестору не было бы безразлично, получает ли он прибыль раньше или позже.

Сравнимость инвестиционных альтернатив. Если мы применяем статические расчеты, то тогда можем быть в какой-то мере уверены, что мы действительно сравниваем альтернативы лишь в том случае, если инвестиции не отличаются друг от друга ни по объему вложенного капитала, ни по продолжительности проекта. Отсюда следует:

статические инвестиционные расчеты не позволяют делать утверждение о выгодности проектов при отсутствии возможности сравнения друг с другом альтернатив действия.

Рассмотрим пример двух инвестиционных объектов с разными значениями первоначальных выплат. Этот факт учитывается в статических расчетах лишь при исчислении сроков окупаемости. А этого недостаточно для сравнения альтернатив друг с другом. Ведь если инвестор должен исходить из данного стартового (начального) капитала, то тогда его разные значения приведут и к разным остаткам, и мы должны задать вопрос о том, что с ними случится. Статические расчеты не требуют от инвестора рассуждений о таких вопросах. Но если информация такого типа не обрабатывается, то тогда у нас возникает опасность сравнения альтернатив, которые не являются сравнимыми.

Расчеты сроков окупаемости являются особым случаем. Здесь постановка вопроса совсем иная, так что сравнение с другими методами, ориентированными на значения прибыли и доходности, здесь неуместны. Расчеты срока окупаемости, как уже указывалось, являются особыми вариантами анализа чувствительности¹⁰ и как таковые делают попытку учесть неопределенность, с которой сталкивается инвестор. Поэтому эти расчеты в рамках принятия решения об инвестициях должны считаться лишь вспомогательными и дополнительными расчетами.

На практике инвесторы охотно применяют статические инвестиционные расчеты, несмотря на их существенные недостатки.

Может быть, все-таки существуют доводы в пользу подобных расчетов? Здесь нужно назвать, прежде всего, два преимущества.

¹⁰ Ср. по этому поводу с. 246 и сл.

- Статические методы легко применимы. Математические требования малы.
- Статические расчеты требуют относительно малых издержек по приобретению информации. Это утверждение касается особенно всех учитываемых при расчете данных, связанных с будущим (ожидаемые цены, ожидаемые значения будущих выплат предприятий).

Учитываемые при расчете средние значения выручки и издержек мы можем получить двумя способами. Либо мы оцениваем исходные данные для каждого момента времени в рамках горизонта планирования и затем выведем из них математическое ожидание, либо мы непосредственно оцениваем ожидаемые величины и избегаем прогноза различающихся во времени данных. Этот второй путь на практике особенно часто применяется. Он требует небольших объемов работы.

2.4. Динамические методы

К классическим динамическим методам инвестиционного расчета относятся следующие методы:

- расчет чистой сегодняшней стоимости;
- оценка аннуитета;
- расчет внутренней ставки процента (внутренней доходности).

Для нас обсуждение этих методов хотя и необходимо, но недостаточно. Мы «поставим» эти методы в более широкие рамки и сделаем это по следующим причинам:

- метод расчета чистой сегодняшней стоимости является особым случаем моделей максимизации остаточной стоимости;
- метод оценки аннуитета является особым случаем моделей максимизации изъятий;
- метод расчета внутренней ставки процента не пригоден для выбора инвестиционного проекта, если целевыми функциями являются стремление к имуществу и доходу.

Отсюда можно сформулировать дальнейшие этапы нашего подхода.

1. Основополагающие предварительные рассуждения по поводу проблемы сравнимости полностью исключают друг друга инвестиционных альтернатив, которые оцениваются исходя из целей стремления к имуществу и доходу (с. 40 и сл.).
2. Разработка общей модели для случая, когда целевой функцией является стремление к имуществу (максимизация остаточной стоимости), которая включает расчет чистой сегодняшней стоимости как особый случай (с. 54 и сл.).

3. Разработка общей модели для случая, когда целевой функцией является стремление к доходу (максимизация изъятий), которая включает в себя метод оценки аннуитета как особый случай (с. 70 и сл.).
4. Описание и критика метода расчета внутренней ставки процента (с. 96 и сл.).

2.4.1. Основополагающие предварительные рассуждения

С помощью динамических инвестиционных расчетов делается попытка избежать недостатков, типичных для статических расчетов. Ниже мы сначала представим основополагающие принципы.

2.4.1.1. Общие признаки

Все динамические инвестиционные расчеты имеют ряд общих свойств. Их мы хотим здесь вкратце изложить и, таким образом, создать возможность точного выяснения существенных различий между статическими и динамическими методами. Мы рассматриваем три аспекта, которые в рамках статических инвестиционных расчетов служили нам в качестве основы для критики. Их можно охарактеризовать следующим образом:

- цель инвестора;
- инвестиции как подлинные альтернативы действия;
- временная структура денежных потоков.

Цели инвестора. Динамические расчеты всегда ориентируются на многопериодические определенные цели, которыми могут быть, например, стремление к благосостоянию, стремление к имуществу или стремление к доходам. Мы учитываем здесь два последних из названных вариантов долгосрочной максимизации прибыли.

С этим тесно связан вопрос о том, какие значения результата должны быть обработаны в ходе осуществления расчетов. Все динамические методы в инвестиционных расчетах обрабатывают денежные потоки в виде расчетных величин. Они всегда оперируют с поступлениями и выплатами.

Следовательно, в то время как в рамках статических инвестиционных расчетов первоначальные выплаты по проекту учитываются косвенным образом благодаря тому, что мы трактуем амортизацию как (периодизированное) значение результата, в рамках динамических расчетов мы обращаемся прямо к таким выплатам и отказываемся от распределения этой суммы в течение срока действия проекта.

Инвестиции как подлинные альтернативы действий. Мы уже многократно отмечали, что инвестиции можно лишь тогда сравнивать друг с другом, когда их можно сформулировать как подлинные, взаимно исключающие друг друга альтернативы. Это элементарное требование, как уже многократно до-

казано, не выполняется при осуществлении статических инвестиционных расчетов. Для динамических расчетов верно обратное.

Как в рамках динамических расчетов позаботиться о том, чтобы конкурирующие друг с другом инвестиции оказались «полными» («стопроцентными») альтернативами, мы покажем в следующем разделе.¹¹

Временная структура денежных потоков. Связанные с одной инвестицией выплаты и поступления не постоянны во времени, иногда они существенно колеблются. Так, например, для инвестиций в материальные активы характерно, что вначале имеют место большие выплаты (оттоки денежных средств), а затем ожидаются поступления (притоки денежных средств) с меняющимися величинами (возрастающие, убывающие, неравномерные). Динамические инвестиционные расчеты соответствуют этому требованию. Информированные читатели ожидают здесь формулировку следующего тезиса.

Динамические инвестиционные расчеты охватывают временную структуру поступлений и выплат благодаря тому, что они с помощью метода сложных процентов дисконтируют платежи к одному и тому же моменту времени (или же соответствующим образом начисляют проценты).

Но это утверждение верно только условно, так как оно относится лишь к классическим методам динамического инвестиционного расчета (чистая сегодняшняя стоимость, аннуитет, внутренняя ставка процента) и ему нельзя полностью следовать в представляемых в этой книге дополнительных общих моделях. В целом верно следующее: динамические расчеты не предполагают, что поступления, которые имеют место сегодня, имеют точно такую же стоимость, что и поступления, которые будут иметь место лишь через три года. Просто мы с более ранними поступлениями можем «делать другие вещи», чем с более поздними. Мы имеем в виду лишь это очень наивное обстоятельство в приведенных нами рассуждениях.¹²

2.4.1.2. Полный финансовый план

Обоснованный выбор между двумя инвестициями возможен лишь тогда, когда они являются подлинными, полностью исключаящими друг друга альтернативами. Так, например, инвестор, который имеет ликвидные средства в объеме $M_0 = 100$ (денежных единиц), не может выбрать между проектом А (первоначальный отток средств $z_0 = -100$) и В (первоначальный отток средств $z_0 = -70$) без рассуждений о том, что он будет делать в случае реализации проекта В с остатком денежных средств ($M_0 + z_0 = 100 - 70 = 30$).

Инвестиции в материальные активы, как правило, не являются сами по себе подлинными альтернативами.

¹¹ См. с. 41 и сл.

¹² То же самое верно, естественно, с обратным знаком и для выплат.

Они отличаются друг от друга обычно не только величиной начальной выплаты за их осуществление, но и величиной и временным распределением их возвратных потоков (генерируемых проектом денежных поступлений). Кроме того, сравниваемые друг с другом проекты различаются по сроку их действия. Тот факт, что инвестиции не представляют собой «полных» альтернатив, выявляет две возможности: либо мы просто не обращаем на это внимания, либо мы принимаем данное обстоятельство настолько серьезно, насколько серьезным оно является.

Поэтому ничего не остается, как только дополнить «неполные» проекты подходящим образом, т. е. так, чтобы получить подлинно инвестиционные альтернативы.

Мы хотим сейчас показать, чего с помощью так называемых «полных» финансовых планов можно достичь. Как выглядит такой план для обеих целей, т. е. для стремления к имуществу и стремления к доходу, мы покажем ниже на примере.

Таблица 2.7. Исходные данные для финансовых планов

Момент времени t	0	1	2	3
Проект А	-1000	0	0	1525
Проект В	-1300	800	900	0

Пример. Инвестор имеет горизонт планирования $T = 3$ года и владеет сегодня ликвидными средствами величиной $M_0 = 1100$. Он может реализовать либо проект А, либо проект В, применительно к которым он предполагает представленные в табл. 2.7 поступления и выплаты.

Стремление к имуществу. Инвестор намерен с момента времени $t = 0$ ежегодно изымать из своего предприятия по 100 денежных единиц для целей потребления и максимизировать свое имущество в конце третьего года.

Используя имеющуюся до сих пор в распоряжении информацию, инвестор может построить лишь неполные финансовые планы, см. табл. 2.8. Поэтому эти две инвестиции не сравнимы. Если мы рассмотрим проект В, то увидим, что инвестор в момент времени $t = 0$ при учете своих желаний изъятия, очевидно, должен взять по меньшей мере сумму 300 в долг. В момент времени $t = 1$ он может потреблять 800, а в момент времени $t = 2$ его потребление могло бы подняться даже до 900, если мы не учитываем его обязательства по кредитам. Но это совсем не то, чего он намерен достичь. Он хочет в каждый из четырех моментов времени потреблять 100 и, кроме того, в $t = 3$ иметь максимально возможное количество денег. Значит, инвестор должен подумать, во сколько ему обойдется первоначальный кредит, равный по меньшей мере 300, и как он хочет вложить излишек в конце первого

Таблица 2.8. Неполные финансовые планы для двух инвестиций

Момент времени t	0	1	2	3
Ликвидные средства	1100			
Проект А	-1000	0	0	1525
Излишек	100	0	0	1525
Ликвидные средства	1100			
Проект В	-1300	800	900	0
Излишек	-200	800	900	0

и второго годов (после учета изъятий на потребление). Инвестор собирает информацию и нам после этого объявляет следующее:

1. В $t = 0$ можно взять кредит в сумме, не превышающей 400. Проценты составляют 20% за год. Возвращать кредит нужно в течение трех лет путем выплаты трех одинаковых сумм.
2. В $t = 2$ тоже можно взять кредит (максимум 300). Ставка процента равна 15%, срок действия — один год.
3. В $t = 0$ можно осуществить еще одну инвестицию в материальные активы с денежным потоком $(-200, 150, 100)$.
4. В $t = 2$ можно сделать финансовые инвестиции на любую сумму. Ставка процента равна 12%, срок действия — один год.
5. Дополнительных возможностей осуществления инвестиций не существует. Но инвестор может всегда хранить неиспользованные денежные средства в кассе.

При использовании этой добавочной информации о дополнительных возможностях инвестирования и заимствования инвестор мог бы построить для проекта А полный финансовый план, как это изображено в табл. 2.9. Следовательно, если инвестор расширит этот проект с помощью кредита в сумме 286 под 20% в $t = 0$, осуществления дополнительных инвестиций в $t = 0$, хранения в кассе неиспользованной суммы 86 в $t = 0$ и взятия дополнительного кредита в сумме 136 под 15% в $t = 2$, то тогда он достигнет желаемых годовичных изъятий в объеме 100 и остаточного имущества в объеме 1133. Для проекта В полный финансовый план мог бы выглядеть таким образом как показано в нижней части табл. 2.9.¹³ На его основе предприниматель тоже достигает желаемых годовичных изъятий, но остаточное имущество оказывается равным лишь 1120. Поэтому, вероятно, он примет решение

¹³ Ввиду огромного запаса в кассе неиспользуемых денежных средств в период между $t = 1$ и $t = 2$ инвестор был бы хорошо проконсультирован, если он существенно ограничил бы получение кредита в момент времени $t = 0$. Но данный аспект не является существенным в этом месте наших рассуждений. Здесь речь идет еще не об оптимальном дополнении неполно сформулированных альтернатив, а о сравнимости проектов, которые так или иначе были «доведены» до подлинных альтернатив.

Таблица 2.9. Полный финансовый план (стремление к имуществу)

Момент времени <i>t</i>	0	1	2	3
Ликвидные средства	1100			
Проект А	-1000	0	0	1525
Кредит (20%)	286	-136	-136	-136
Дополнительная инвестиция	-200	150	100	
Держание кассы*	-86	86		
Кредит (15%)			136	-156
Изъятия	100	100	100	100
Остаточное имущество				1133
Ликвидные средства	1100			
Проект В	-1100	800	900	
Кредит (20%)	300	-142	-142	-142
Держание кассы		-558	558	
Финансовая инвестиция (12%)			-1216	1362
Изъятия	100	100	100	100
Остаточное имущество				1120

в пользу проекта А (включая связанные с ним дополняющие инвестиции и заимствования).

Стремление к доходу. Предположим, что некий инвестор намеревается владеть в конце третьего года в точности 1000 и, кроме того, изымать ежегодно постоянные, но максимально возможно высокие суммы из предприятия. Впрочем, пусть будут верны те же данные, что и раньше.

Опять инвестор выясняет на основе неполных финансовых планов, что он должен дополнять проекты А и В дополнительными инвестициями и заимствованиями, если он желает иметь остаточное имущество в объеме 1000 и изъятие в постоянных объемах. При этом инвестор мог бы построить представленные в табл. 2.10 полные финансовые планы. В противном случае, как и при стремлении к имуществу, инвестор должен был бы сейчас принять решение в пользу проекта В (включая связанные с ним дополняющие инвестиции и кредиты).

С помощью полного финансового плана удастся не полностью исключаящие друг друга инвестиционные проекты довести до подлинных альтернатив.

Это достигается таким образом, что мы подставляем в денежный поток собственно оцениваемого проекта денежные потоки дополняющих инвестиций

* Этим термином обозначается операция, подразумевающая хранение свободных денежных средств в кассе в том случае, если у инвестора нет приемлемых вариантов их инвестирования. Знак (-) в этом случае означает вложение средств в кассу (выплата инвестора), знак (+) — получение средств из кассы (поступление инвестору). — *Прим. ред.*

Таблица 2.10. Полные финансовые планы (стремление к доходу)

Момент времени t	0	1	2	3
Ликвидные средства	1100			
Проект А	-1000	0	0	1525
Кредит (20%)	400	-189	-189	-189
Дополнительная инвестиция	-200	150	100	
Держание кассы	-180	180		
Держание кассы		-21	21	
Кредит (15%)			188	-216
Изъятия	120	120	120	120
Остаточное имущество				1000
Ликвидные средства	1100			
Проект В	-1100	800	900	
Кредит (20%)	325	-154	-154	-154
Держание кассы		-521	521	
Финансовая инвестиция (12%)			-1142	1279
Изъятия	125	125	125	125
Остаточное имущество				1000

и получаемых кредитов так, что в последних двух строках финансового плана остаются излишки, которые соответствуют потоку изъятия инвестора и его остаточному имуществу. Если инвестор хочет максимизировать свой доход, он может в предпоследней строке («изъятия») непосредственно прочесть, какая альтернатива лучше. А если наоборот он стремится к максимальному остаточному имуществу при данном доходе, то тогда соответствующую величину он может прочитать непосредственно в последней строке («остаточное имущество»).

Если мы в состоянии построить полные финансовые планы, то тогда процедура принятия решения об инвестиционных альтернативах проста. Необходимо следовать приведенной в табл. 2.11 логике решений.

Таблица 2.11. Логика решений полных финансовых планов

Цель: стремление к имуществу	Цель: стремление к доходу
Идентичные уровни изъятий	Разные по величине уровни изъятий
Разное по объему остаточное имущество	Идентичное остаточное имущество

Оптимальные полные финансовые планы. С концепцией полного финансового плана связана проблема, которой мы до этого только коснулись¹⁴:

в отношении одного и того же инвестиционного проекта можно создать несколько допустимых полных финансовых планов.

¹⁴ См. сноску 13 на с. 43.

Таблица 2.12. Альтернативный полный финансовый план (стремление к имуществу) для инвестиции А

Момент времени t	0	1	2	3
Ликвидные средства	1100			
Проект А	-1000	0	0	1525
Кредит (20%)	400	-190	-190	-190
Держание кассы	-400	400		
Держание кассы		-110	110	
Кредит (15%)			180	-207
Изъятия	100	100	100	100
Остаточное имущество				1028

Так, например, мы можем в отношении проекта А при цели стремления к имуществу тоже сформулировать полный финансовый план, который соответствует табл. 2.12. Поэтому возникает вопрос: какие возможные полные финансовые планы должны служить базой для решения по выбору между несколькими инвестиционными проектами? Ответ, как говорится, «лежит на ладони»: мы всегда используем оптимальный финансовый план, следовательно, тот план, который в отношении данного проекта и реально существующих дополнительных возможностей инвестирования и получения кредитов обещает максимальное остаточное имущество или максимальный уровень изъятия.

Но это означало бы следующее: если мы должны принимать решения по выбору между конкурирующими инвестиционными проектами на основе оптимальных полных финансовых планов с реально существующими инвестициями и с дополняющими инвестициями и заимствованиями, то тогда нам нужно всегда принимать программные инвестиционные решения; так как в этом случае оптимальный полный финансовый план всегда создается из инвестиционной программы, в которой содержится обсуждаемый проект и оптимальная для него комбинация из дополняющих инвестиций и заимствований. Но инвестор в действительности имеет большое количество возможных вариантов ссудо-заемных операций. Если при этом речь идет о деятельности, которую он может начать сегодня, то тогда он, может быть, довольно хорошо ее знает. Но чем больше рассуждений относится к будущему, тем меньше конкретных аспектов об этих возможностях ему будет известно. К большому количеству дополняющих инвестиций и заимствования добавляется еще большее количество возможных комбинаций между дополняющими мерами, которые, со своей стороны, нуждаются во включении новых ссудо-заемных операций. Но это означает, что число полных возможных финансовых планов, которые может построить инвестор в отношении одного проекта, чрезмерно велико. Отсюда следует:

построение оптимальных полных финансовых планов при учете реальных дополняющих инвестиций и заимствований требует та-

ких высоких методических издержек, что рекомендуется работать с фиктивными вариантами подобных ссудо-заемных операций.

В целях методического упрощения построения оптимальных полных финансовых планов для решений по выбору инвестиционных проектов мы должны более или менее радикально упростить мир инвестора. Этого мы достигнем с помощью ряда общих допущений о существующих дополняющих инвестициях и заимствованиях.

2.4.1.3. Упрощающие допущения

Нам необходимы упрощающие допущения о дополняющих инвестициях и заимствованиях. Иначе при построении оптимальных полных финансовых планов мы столкнемся с существенными методическими проблемами. Какие допущения мы должны ввести? В принципе, мы совершенно свободны в их принятии. Мы можем упрощать анализ так сильно, как захотим. Однако, чем сильнее упрощение, тем нереалистичнее построенные на основе допущений рассуждения. Но, если упрощающие допущения в целом имеют смысл, то тогда верно:

допущения о дополняющих инвестициях и заимствованиях должны быть подходящими для того, чтобы можно было быстро и методически просто построить оптимальные полные финансовые планы в отношении отдельных инвестиционных проектов.

Поэтому мы хотим ввести систему допущений, которая имеет как раз эти свойства. Наши допущения обобщены в табл. 2.13 и далее будут разъяснены.

Срок действия. Первые рассуждения относятся к форме имущества в конце горизонта планирования. В действительности предприятие, которое действует в течение неопределенного периода времени (постоянное предприятие), в конце планового периода имеет ликвидные средства (касса, банковский счет, чеки), требования, товары, полуфабрикаты и готовую продукцию, почти новые и бывшие в эксплуатации сооружения, долевые паи, ценные бумаги, более или менее опытных сотрудников, определенный имидж у своих клиентов и т. д. Данное обстоятельство очень затрудняет наши рассуждения об инвестициях. Ведь мы должны оценить остаточное имущество в конце планового периода в деньгах и не знаем точно, как это сделать. Было бы более удобно, если в конце остались бы лишь ликвидные средства (временное предприятие).

Если мы соглашаемся на такое упрощение, то это приводит к следующим последствиям: применительно к активам, возникающим в ходе реализации инвестиционного проекта, нам следует предположить, что они имеют любой (длинный или короткий) срок эксплуатации, так как в любом слу-

Таблица 2.13. Допущения о дополняющих инвестициях и дополняющих заимствованиях

Допущения о	Дополняющие инвестиции	Дополняющие заимствования
сроке действия	Срок действия составляет в точности один период	Срок действия составляет в точности один период
делимости	Дополняющие инвестиции бесконечно делимы	Дополняющее заимствование бесконечно делимо
лимитировании	Дополняющие инвестиции можно всегда осуществлять в неограниченном объеме	Дополняющее заимствование возможно либо в ограниченном, либо в неограниченном объеме
доходности/ издержках	С помощью дополняющих инвестиций зарабатывается совсем не зависимый от объема инвестиций процент по инвестированию, который не должен быть обязательно одинаковым для всех субпериодов планового периода	Те, кто предоставляют дополняющее заимствование, требуют независимый от объема финансирования процент по заимствованию, который не должен быть обязательно одинаковым для всех субпериодов планового периода

чае в конце планового периода их следует «обратно» превратить в деньги. Поэтому мы будем делать упрощение, согласно которому все дополняющие инвестиции имеют срок действия, в точности равный одному периоду (одному году). В отношении дополняющего заимствования должно быть верно то же самое. Таким образом, мы избегаем трудностей, связанных с необходимостью определения сегодняшней стоимости кредитов, срок погашения которых истекает позже.

Делимость. Кроме контокоррентных кредитов, практически невозможно получить кредиты в произвольных объемах. Ни одно акционерное общество, например, не может эмитировать облигации в общей сумме 876 543.21 руб. На основе условий допуска на биржу мы должны принимать решение о сумме, скорее всего, в миллион рублей. Несмотря на это мы делаем предположение, согласно которому дополняющее заимствование можно получить в любых суммах, так как оно упрощает наши дальнейшие рассуждения.

Инвестиции делимы еще в меньшей степени по сравнению с получаемыми кредитами. Ведь мы не можем купить половину производственного сооружения. Материальные объекты инвестирования полностью неделимы. С финансовыми инвестициями дело обстоит несколько иначе. Например, можно поместить любые суммы на сберегательный счет. Мы предполагаем, что дополняющие инвестиции бесконечно делимы.

Лимитирование. Весьма нереалистично предполагать, что инвестор может «влезть в долги» на любую сумму. Если это все-таки происходит, то мы од-

новременно предполагаем, что инвестор никогда не может обанкротиться. Тогда не существует никаких проблем ликвидности. Интересно, что в подавляющей части публикаций, посвященных динамическим методам, принимается эта весьма «оторванная» от реальности гипотеза. Мы будем учитывать как случай лимитирования объемов заимствования, так и случай их нелимитирования.

При дополняющих инвестициях было бы нереалистично предположить, что инвестор может вложить средства на любую сумму. Во всяком случае, здесь всегда имеется возможность хранения неиспользованных средств в кассе.

Доходность и издержки. Заимствование что-то «стоит». Благодаря инвестициям мы что-то «заработаем», если абстрагироваться от чистого держания средств в кассе. Каковы же упрощающие допущения об издержках дополняющего заимствования и о доходности дополняющих инвестиций?

Стоимость заимствования может быть разной. Это зависит от того, к какому моменту времени мы осуществляем заимствование, как изменяется спрос и предложение на денежных рынках и рынках капитала, каково мнение финансистов о рисковости предоставленных ими средств, каков бонитет* инвестора, какова юридическая форма предприятия и т. п.

Доходность инвестиций также может быть разной. Инвестор может оставлять свои неиспользуемые денежные средства на предприятии или «работать» с ними вне предприятия, приобретая паевые доли, покупая ценные бумаги или просто принося свои деньги в сбербанк. Мы можем «дать ход» рисковым инвестициям с экстремально высокими возможностями доходности или искать вложения с малым риском при скромных перспективах доходности. Мы можем вложить наши деньги на долгий срок и требовать высокую доходность, или же инвестировать их на короткий срок и получить за них лишь малые доходы.

Мы, очень сильно упрощая, предполагаем, что стоимость заимствования выражается определенной ставкой процента и что инвестиция обеспечивает доходность, также выражаемую определенной ставкой процента. При этом под процентами по заимствованию мы понимаем средние будущие издержки заимствования, которые ожидаются инвестором в течение своего планового периода. Под процентами по инвестированию мы соответственно понимаем среднюю будущую доходность дополняющих инвестиций, которую инвестор предполагает заработать.

Можно предполагать, что ставки процента в каждом субпериоде планового периода одинаково велики. Но это не обязательно. Как нужно трактовать ставки процента, которые не одинаковы для каждого субпериода, мы еще выясним позднее в деталях.¹⁵

Независимо от этого мы пока оставили открытым вопрос о том, в каком

* Бонитет — «внешняя» оценка финансовой устойчивости инвестора, предприятия. — *Прим. ред.*

¹⁵ См. с. 53.

соотношении друг с другом находятся ставки процента по заимствованию и по инвестированию. Возможны три варианта.

- Проценты по заимствованию = Проценты по инвестированию.
- Проценты по заимствованию > Проценты по инвестированию.
- Проценты по заимствованию < Проценты по инвестированию.

Третий вариант далее не будет нами учитываться, так как он при принятых упрощенных допущениях далек от реальности. Ведь если было бы можно получить финансовые средства в кредит по ставке 4% и одновременно инвестировать эти средства по ставке 5%, то тогда инвестор мог бы через одновременное осуществление дополняющих заимствований и инвестиций стать безгранично богатым. Такое представление противоречит реальности.¹⁶

Тот, для кого наши упрощения заходят слишком далеко, должен выяснить для себя характеристики альтернативы. Место упрощающих допущений опять занимает реальное дополняющее заимствование. Из-за такого отсутствия готовности к упрощению построение оптимальных полных финансовых планов остается трудной проблемой. Но как раз этих затруднений нам хотелось избежать.¹⁷ А сейчас, если скомбинировать признак лимитирования возможностей заимствования с признаком идентичности процентов по получению и предоставлению финансовых ресурсов, то удастся получить таблицу (см. табл. 2.14), в которой различаются четыре разных вида рынков капитала. Каждая клеточка в этой таблице имеет название, принятое в публикациях по инвестиционным расчетам. И мы будем использовать эти названия.

Система упрощающих допущений о дополняющих инвестициях и заимствованиях позволяет легко сформировать оптимальные полные финансовые планы для инвестиций, которые применительно к цели инвестора первоначально не являются подлинными альтернативами. При этом безразлично, стремится ли инвестор к максимизации имущества или к максимизации дохода.

Что нужно предпринять для построения полных финансовых планов, мы опишем для случая стремления к имуществу в разделе 2.4.2 и для случая стремления к доходам в разделе 2.4.3.¹⁸ Но перед этим необходимо провести некоторую «подготовительную работу».

¹⁶ Правда, против этого можно было бы возразить, что в принципе могут существовать возможности заимствования, которые являются особо привлекательными, например, помощь для создания мелких предприятий. Во всяком случае стоимости таких специальных кредитов нельзя воспринимать как средние будущие издержки заимствования, но ведь в точности такую интерпретацию мы дали процентам по получаемым кредитам выше.

¹⁷ Те читатели, которые все-таки не хотят следовать нашим упрощениям, пусть переходят к четвертой главе этой книги, с. 158 и сл.

¹⁸ См. с. 54 и сл. и с. 70 и сл.

Таблица 2.14. Виды рынка капитала

	Процентная ставка при заимствовании равна процентной ставке при инвестировании	Процентная ставка при заимствовании выше процентной ставки при инвестировании
Отсутствие лимита при получении кредита	Совершенный, неограниченный рынок капитала	Несовершенный, неограниченный рынок капитала
Наличие лимита при получении кредита	Совершенный, ограниченный рынок капитала	Несовершенный, ограниченный рынок капитала

2.4.1.4. Перечень символов и дальнейшие допущения

В следующих разделах мы будем вынуждены работать с простыми математическими формулами. Для этого нам необходим ряд символов, которые означают следующее:

- C_t — излишек или недостаток финансовых средств в момент времени t ;
- f_t — элемент вектора структуры дохода в момент времени t ;
- G — лимит заимствования;
- h_t — ставка по инвестированию для дополняющих инвестиций в моменты времени от $t - 1$ до t ;
- M_t — базовый платеж в момент времени t ;
- s_t — ставка для дополняющего заимствования в моменты времени $t - 1$ до t ;
- t — индекс времени;
- T — горизонт планирования;
- Y — уровень дохода;
- z_t — платеж, порождаемый инвестиционным проектом в момент времени t .

А сейчас мы введем еще четыре допущения, которые верны для всех описываемых ниже моделей принятия решений.

Структура дохода. Тот, кто прочитал внимательно перечень символов, возможно, задаст себе вопрос: для какой цели нам нужны и вектор структуры дохода (f_0, f_1, \dots, f_T) , и уровень дохода Y ?

Доходы потребления, которые поступают инвестору в виде изъятий, не должны быть одинаковыми в рассматриваемом промежутке времени.

Сразу понятно, что инвестор, например, стремится к доходам потребления, которые повышаются каждый год на определенный процент. Если он хочет иметь каждый год на 10% больше доходов и планирует на период, равный четырем годам, то мы можем записать изображенный в табл. 2.15 ряд факторов структуры дохода. При уровне дохода, равном $Y = 1500$, это приведет к приведенным в той же таблице изъятиям.

Таблица 2.15. Меняющиеся факторы структуры дохода и изъятий

Момент времени	t	0	1	2	3	4
Фактор структуры доходов	f_t	1.00	1.10	1.21	1.33	1.46
Изъятия	$f_t Y$	1500.00	1650.00	1815.00	1996.50	2 196.15

Базовые платежи. Если мы хотим рассчитать, должен ли инвестор в определенный момент времени t осуществить дополняющее заимствование или же дополняющую инвестицию, то нужно учесть все платежи, которые поступают инвестору или делаются им. Их можно подразделить на два класса, а именно, на зависящие от решения и на не зависящие от него.

Базовыми платежами (M_t) называются те платежи, которые в любом случае не зависят от решения. Значит, это те платежи, которые необходимо учитывать и сегодня, и в будущем, если реализуются лишь уже существующие планы инвестора, т. е. происходит отказ от оцениваемой инвестиции (иными словами, все остается как и прежде). При обсуждении величины базовых платежей в момент времени $t = 0$, если она положительна ($M_0 > 0$), то речь идет о ликвидных средствах инвестора, а если она отрицательна — о дефиците финансовых средств.

Платежами, зависящими от решений, всегда являются платежи, связанные с осуществлением инвестиций (z_t), и платежи, связанные с дополняющими мерами. Выплаты, связанные с изъятиями для потребления ($f_t Y$), в случае стремления к имуществу являются не зависящими от решений, а в случае стремления к доходу — зависящими от решений.

Сравнение инвестиций. Для того чтобы мы могли оценить, какая из нескольких инвестиционных возможностей является оптимальной, нам необходима база сравнения. Мы должны иметь «точку отсчета», на основе которой мы можем измерять все другие возможности.

В качестве базы сравнения для инвестиций мы используем альтернативу отказа.

Эта альтернатива отказа характеризуется тем, что не существует никаких связанных с осуществлением инвестиций платежей, зависящих от решений. Она имеет денежный поток $(0, 0, \dots, 0)$.

Временное предприятие. В конце планового периода необходимо оценить имущество инвестора. Это является трудной задачей, если мы не работаем с упрощающими допущениями.¹⁹ Далее мы будем всегда предполагать временный характер предприятия. Следовательно, предполагается, что предприятие инвестора ликвидируется не позднее конца планового периода. Формально выручка от ликвидации инвестиционного объекта учитывается в денежном потоке, связанном с данной инвестицией. Остальные поступления от ликвидации являются частью базовых платежей.

Спотовые и форвардные ставки процента. Тот, кто внимательно прочитал перечень символов, тому нет необходимости разъяснять, что все ставки процента, с которыми нам хочется работать, относятся к заимствованиям или инвестициям, которые всегда имеют длительность, равную в точности одному периоду. При этом речь всегда идет о ставках процента, которые имеют место в момент принятия решения $t = 0$. Это нужно пояснить точнее, и мы хотим дать соответствующие объяснения на основе процентов по заимствованию. Давайте рассмотрим, например, эти две ставки процента:

- s_1 — эта ставка процента, которую должен заплатить тот, кто в момент времени $t = 0$ получает кредит, а в момент времени $t = 1$ должен его возратить. Так как имеется в виду кредит, о котором заемщик и кредитор договорились сегодня и одновременно сегодня он выдается, эту ставку процента называют спотовой ставкой процента;
- s_2 — здесь речь идет о ставке процента, которую должен заплатить тот, кто в момент времени $t = 1$ получает кредит, а в момент времени $t = 2$ возвращает его. Представим себе, что условия ставки процента согласовываются сегодня, а реализуются позже. Тогда станет ясно, почему такие ставки называются форвардными ставками процента.

Для дальнейшей ясности предположим, что получатель кредита рассуждает о том, финансировать себя на рынке капитала с помощью так называемых облигаций с нулевым купоном, и, что ситуация на рынке в это время выглядит так, как описано в следующей таблице.

	Выплата	Денежные потоки	
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
Облигация А	-100	106	
Облигация В	-100		113

Тогда ставка процента, по которой мы в настоящее время можем получить кредит на период от момента времени $t = 0$ до момента времени $t = 1$, составляет

$$s_1 = \frac{106}{100} - 1 = 6.00\%$$

¹⁹ Ср. с. 12 и сл.

в то время как ставка процента, по которой мы можем взять кредит на период от момента времени $t = 1$ до момента времени $t = 2$, непосредственно не отражена в вышеприведенной таблице. Но если, например, некто покупает облигацию А и одновременно продает облигацию В, то платежи в момент времени $t = 0$ полностью компенсируют друг друга, и возникающие в результате платежи в моментах времени $t = 1$ и $t = 2$ фиксированы таким образом, что можно говорить о форвардной сделке.

	Платеж	Денежные потоки	
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
Покупка облигации А	-100	106	
Продажа облигации В	100		-113
Форвардный кредит	0	106	-113

Отсюда можно легко вывести форвардную ставку процента

$$s_2 = \frac{113}{106} - 1 = 6.60\%$$

и совершенно очевидно, что при этом речь идет о ставке процента, о которой договариваются сегодня (а не в будущем).

2.4.2. Модели остаточной стоимости

Рассматриваемый теперь инвестор намеревается осуществить определенные изъятия и иметь в конце планируемого периода как можно больше имущества. Следовательно, его целью является

$$\max C_T,$$

и правило принятия решения для инвестора выглядит следующим образом:

осуществляя ту инвестицию, которая «обещает» максимальное остаточное имущество!

Поэтому нам нужно выяснить, как рассчитать остаточное имущество C_T инвестора, который:

- ожидает определенные базовые платежи M_0, M_1, \dots, M_T ;
- осуществляет определенные изъятия для потребления f_0Y, f_1Y, \dots, f_TY ;
- осуществляет инвестиции, характеризующиеся денежным потоком z_0, z_1, \dots, z_T ;
- осуществляет дополняющие инвестиции в условиях ставок процента h_1, h_2, \dots, h_T ;
- намерен осуществить дополняющее заимствование в условиях ставок процента s_1, s_2, \dots, s_T .

2.4.2.1. Общие правила расчета

Для осуществления в общем виде динамического инвестиционного расчета на случай стремления к имуществу рекомендуется принять некоторые «установки», которые являются следствием описанных допущений. Эти «установки» формулируются в форме четырех тезисов. Из тезисов непосредственно становится ясно, как можно рассчитать достигаемое благодаря одной инвестиции остаточное имущество C_T при любой ситуации на рынке капитала.

Тезис 1. Излишек или недостаток финансовых средств C_t в любой момент времени планового периода всегда образуется из суммы следующих четырех видов платежей:

- (1) базовых платежей;
- (2) изъятий;
- (3) платежей, связанных с осуществлением инвестиций;
- (4) поступлений, порождаемых дополняющими инвестициями или выплатами, связанных с дополняющим заимствованием предыдущего момента времени.

В момент времени $t = 0$ платежи четвертой категории отпадают.

Тезис 2. Излишек или недостаток финансовых средств в момент времени $t = T$ соответствуют искомому остаточному имуществу C_T . Правильность этого тезиса вытекает из предпосылки временного предприятия и оговорки, согласно которой все дополняющие мероприятия имеют длительность, равную одному периоду.

Тезис 3. Если рынок капитала является совершенным, то одновременное осуществление дополняющих инвестиций и заимствований не приводит ни к каким последствиям. Но если рынок капитала является несовершенным (проценты по заимствованию выше, чем проценты по инвестированию), то одновременного осуществления дополняющих мероприятий в интересах максимизации имущества обязательно надо избежать. Табл. 2.16 показывает последствия нарушения установленного в тезисе 3 правила при условии, что одновременное осуществление дополняющих мероприятий в каждый момент времени планового периода происходит на уровне одной денежной единицы. Мы видим, что отсутствие учета введенного в тезисе 3 правила приводит к постоянным избегаемым выплатам величиной $(h_t - s_t)$. Но если рынок капитала является совершенным ($h_t = s_t$), то нарушение останется без последствий.

Тезис 4. Из тезиса 1 и тезиса 3 следует, что до тех пор, пока не достигнут конец планового периода ($t < T$), необходимо вложить излишки финансовых средств ($C_t > 0$) в виде дополняющих инвестиций, и необходима компенсация недостатков финансовых средств ($C_t < 0$) в виде дополняющего заимствования.

Таблица 2.16. Одновременное осуществление дополняющих мероприятий

Момент времени t	0	1	...	$T-1$	T
Дополняющее заимствование	+1	$-(1+s_1)$			
Дополняющая инвестиция	-1	$+(1+h_1)$			
Дополняющее заимствование		+1	...	$-(1+s_{T-1})$	
Дополняющая инвестиция		-1	...	$+(1+h_{T-1})$	
Дополняющее заимствование				+1	$-(1+s_T)$
Дополняющая инвестиция				-1	$+(1+h_T)$
Итого	0	$h_1 - s_1$...	$h_{T-1} - s_{T-1}$	$h_T - s_T$

Правило расчета. Поэтому для расчета остаточного имущества C_T мы можем осуществить следующее операции:

- мы начинаем с момента времени $t = 0$ и выявляем избыток или недостаток финансовых средств инвестора, рассмотрев базовые платежи, изъятия и платежи, связанные с осуществлением инвестиций,

$$C_0 = M_0 - f_0Y + z_0;$$

- если остаются ликвидные средства, то нужно осуществить дополняющую инвестицию, которая в момент времени $t = 1$ породит поступления величиной $(1+h_1)C_0$. Тогда излишек или недостаток финансовых средств в момент времени $t = 1$ образуется из базовых платежей, изъятий, платежей, связанных с осуществлением инвестиций и поступлений, порождаемых дополняющими инвестициями,

$$C_0 > 0 \implies C_1 = M_1 - f_1Y + z_1 + (1+h_1)C_0;$$

а если в момент времени $t = 0$ возникнет недостаток финансовых средств, то тогда его необходимо компенсировать дополняющим заимствованием, которое в момент времени $t = 1$ уменьшает кассу инвестора на выплату величиной $(1+s_1)C_0$,

$$C_0 < 0 \implies C_1 = M_1 - f_1Y + z_1 + (1+s_1)C_0;$$

- если мы дошли до конца планового периода, то это означает, что (из-за тезиса 2) остаточное имущество нами уже рассчитано. В противном случае нужно осуществлять дальнейшие вычисления по аналогичной процедуре

$$C_{t-1} > 0 \implies C_t = M_t - f_tY + z_t + (1+h_t)C_{t-1}$$

$$C_{t-1} < 0 \implies C_t = M_t - f_tY + z_t + (1+s_t)C_{t-1};$$

- если же возникает ситуация, при которой в какой-то момент времени планового периода необходимо осуществить дополняющее заимствование, которое превышает лимит

$$-C_t > G,$$

то проект неосуществим.

На основе этого описания можно легко разработать компьютерную программу, которая может автоматически рассчитать остаточное имущество C_T . Но если нужно оценить лишь несколько инвестиций, то остаточные стоимости можно рассчитать на основе нашего общего правила расчета без больших усилий и вручную. Мы сейчас увидим это на числовом примере.

2.4.2.2. Несовершенный рынок капитала

Пусть инвестор намерен максимизировать свое имущество при данных изъятиях потребления и имеет дело с несовершенным и ограниченным рынком капитала. Какие свойства имеет такой рынок капитала?

Инвестор может вложить средства в виде дополняющих инвестиций на любую сумму, но осуществление дополняющего заимствования возможно лишь в ограниченном объеме. С помощью дополняющих инвестиций он заработает проценты по инвестированию величиной h_t , а дополняющее заимствование стоит ему процентов к выплате по заимствованию величиной s_t . Но проценты по инвестированию всегда ниже процентов по заимствованию.

А теперь конкурирующие инвестиционные проекты могут быть оценены на основе разработанного выше общего правила расчета. Мы хотим это показать на числовом примере.

Таблица 2.17. Исходная информация, имевшаяся у инвестора, который в условиях несовершенного рынка капитала стремится к максимизации остаточной стоимости

Момент времени	t	0	1	2	3
Проценты по заимствованию	s_t		0.12	0.10	0.10
Проценты по инвестированию	h_t		0.05	0.07	0.07
Проект А	$z_{t,A}$	-500	-400	800	400
Проект В	$z_{t,B}$	-300	-800	1200	200
Проект С	$z_{t,C}$	-900	800	360	-10
Альтернатива отказа	$z_{t,0}$	0	0	0	0
Базовые платежи	M_t	600	100	-200	800
Изъятия	$f_t Y$	20	22	24	26

Пример. Инвестор имеет плановый период $T = 3$ года. Он должен принимать решения в условиях несовершенного и ограниченного рынка капитала. Ставки процента по дополняющим инвестициям и займам можно увидеть в табл. 2.17. Максимально возможный объем дополняющего займа, которое можно получить, $G = 350$. Необходимо выбирать между проектами А, В и С, денежные потоки которых тоже приведены в табл. 2.17. Кроме того, существует альтернатива отказа. На основе ранее начатых мероприятий, последствия которых сейчас уже нельзя изменить, инвестор исходит из приведенных в табл. 2.17 независимых от решения базовых платежей. Он хочет максимизировать свое остаточное имущество. Желательные изъятия тоже представлены в табл. 2.17. Какая из инвестиций является оптимальной?

Решение. Если мы применим общие правила расчета при анализе проекта А, то вычисление будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} t = 0 \quad C_{0,A} &= M_0 - f_0Y + z_{0,A} = \\ &= 600 - 20 - 500 = \\ &= 80 \\ &\text{(следовательно, необходима дополняющая инвестиция)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t = 1 \quad C_{1,A} &= M_1 - f_1Y + z_{1,A} + (1 + h_1)C_{0,A} = \\ &= 100 - 22 - 400 + 1.05 \cdot 80 = \\ &= -238 \\ &\text{(следовательно, необходимо дополняющее заимствование} \\ &\text{и оно возможно в этом объеме)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t = 2 \quad C_{2,A} &= M_2 - f_2Y + z_{2,A} + (1 + s_2)C_{1,A} = \\ &= -200 - 24 + 800 - 1.1 \cdot 238 = \\ &= 314.20 \\ &\text{(следовательно, необходима дополняющая инвестиция)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t = 3 \quad C_{3,A} &= M_3 - f_3Y + z_{3,A} + (1 + h_3)C_{2,A} = \\ &= 800 - 26 + 400 + 1.07 \cdot 314.2 = \\ &= 1510.29 \\ &\text{(остаточное имущество)} \end{aligned}$$

Если мы проведем те же самые операции при анализе проекта В, то выясним, что эта инвестиция из-за лимита заимствования неосуществима, так как получим:

$$\begin{aligned} t = 0 \quad C_{0,B} &= M_0 - f_0Y + z_{0,B} = \\ &= 600 - 20 - 300 = \\ &= 280 \\ &\text{(следовательно, необходима дополняющая инвестиция)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t = 1 \quad C_{1,B} &= M_1 - f_1 Y + z_{1,B} = \\
 &= 100 - 22 - 800 + 1.05 \cdot 280 = \\
 &= -428 \\
 &\text{(следовательно, необходимо дополняющее заимствование,} \\
 &\text{но оно в этом объеме невозможно)}
 \end{aligned}$$

Если мы рассчитаем остаточные стоимости всех четырех проектов по одинаковому общему правилу расчета, то мы в конце концов придем к следующим результатам:

Проект А:	1510.19
Проект В:	нефинансируемый
Проект С:	1504.41
Альтернатива отказа:	1320.87

Поэтому разумно принять решение в пользу проекта А. Полные финансовые планы для трех реализуемых проектов приведены в табл. 2.18.

Таблица 2.18. Полные финансовые планы для трех инвестиционных проектов при несовершенном и ограниченном рынке капитала

Момент времени t	0	1	2	3
Базовые платежи	600.00	100.00	-200.00	800.00
Проект А	-500.00	-100.00	800.00	100.00
Дополняющая инвестиция (5%)	-80.00	84.00		
Дополняющее заимствование (10%)		238.00	-261.80	
Дополняющая инвестиция (7%)			-314.20	336.19
Изъятия	20.00	22.00	24.00	26.00
Остаточное имущество				1510.19
Базовые платежи	600.00	100.00	-200.00	800.00
Проект С	-300.00	800.00	360.00	-10.00
Дополняющее заимствование (12%)	320.00	-358.40		
Дополняющая инвестиция (7%)		-519.60	555.97	
Дополняющая инвестиция (7%)			-694.97	740.41
Изъятия	20.00	22.00	24.00	26.00
Остаточное имущество				1504.41
Базовые платежи	600.00	100.00	-200.00	800.00
Альтернатива отказа	0.00	0.00	0.00	0.00
Дополняющая инвестиция (5%)	-580.00	609.00		
Дополняющая инвестиция (7%)		-687.00	735.00	
Дополняющая инвестиция (7%)			-511.00	546.87
Изъятия	20.00	22.00	24.00	26.00
Остаточное имущество				1320.87

2.4.2.3. Совершенный рынок капитала (метод чистой сегодняшней стоимости)

Мы опять рассмотрим инвестора, который хочет максимизировать остаточное имущество при данных изъятиях. Но теперь он имеет дело с совершенным и неограниченным рынком капитала, который характеризуется следующими свойствами:

дополняющие инвестиции и заимствования возможны в любом объеме. В противоположность несовершенным рынкам капитала ставка процента (h_t) по дополняющим инвестициям всегда в точности совпадает со ставками процента (s_t) по дополняющему заимствованию.

Значит, на совершенном рынке капитала господствует единая ставка процента, которую мы обозначим символом i_t ,

$$h_t = s_t = i_t.$$

Давайте запомним следующее:

характерная для совершенных рынков капитала единая ставка процента для дополняющих инвестиций и заимствований называется расчетной ставкой процента.

Остаточная стоимость и чистая сегодняшняя стоимость при пологой кривой процента

Мы имеем дело с особым случаем совершенного рынка капитала, если ставки процента одинаковы для всех субпериодов планового периода («пологая кривая процента»). В этих условиях мы можем опустить временные индексы при ставках процента, т. е.:

$$h = s = i.$$

При наших приводимых ниже рассуждениях мы будем исходить именно из этого особого случая, так как в литературе обычно анализируется лишь эта ситуация; кроме того, вычислить остаточную стоимость в таких условиях особенно легко.

Расчет конечного имущества после осуществления одной инвестиции на совершенном рынке капитала возможен всегда согласно системе общих правил расчета. На таком рынке недействительны особые правила расчета. Но так как на этом рынке не существует разницы между процентами по инвестированию и заимствованию, мы можем не задавать себе тягостный вопрос о том, имеет ли место в конце одного периода излишек финансовых средств ($C_t > 0$) или их недостаток ($C_t < 0$). Запас финансовых средств в момент времени $t = 0$ составляет всегда

$$C_0 = M_0 - f_0 Y + z_0.$$

А в последующие моменты времени мы из-за единственности ставки процента можем осуществлять расчет просто по формуле

$$C_t = M_t - f_t Y + z_t + (1 + i) C_{t-1} \quad \forall t = 1, \dots, T.$$

В целях выведения компактной формулы для расчета остаточного имущества мы используем следующие элементы:

$$\begin{aligned} C_T &= M_T - f_T Y + z_T + (1 + i) C_{T-1} \\ C_{T-1} &= M_{T-1} - f_{T-1} Y + z_{T-1} + (1 + i) C_{T-2} \\ C_{T-2} &= M_{T-2} - f_{T-2} Y + z_{T-2} + (1 + i) C_{T-3} \\ &\dots = \dots \\ C_2 &= M_2 - f_2 Y + z_2 + (1 + i) C_1 \\ C_1 &= M_1 - f_1 Y + z_1 + (1 + i) C_0 \\ C_0 &= M_0 - f_0 Y + z_0. \end{aligned}$$

Последовательная подстановка в первое уравнение приводит к:

$$\begin{aligned} C_T &= (M_T - f_T Y + z_T) + \\ &+ (1 + i)^1 \cdot (M_{T-1} - f_{T-1} Y + z_{T-1}) + \\ &+ (1 + i)^2 \cdot (M_{T-2} - f_{T-2} Y + z_{T-2}) + \\ &+ \dots + \\ &+ (1 + i)^{T-2} \cdot (M_2 - f_2 Y + z_2) + \\ &+ (1 + i)^{T-1} \cdot (M_1 - f_1 Y + z_1) + \\ &+ (1 + i)^T \cdot (M_0 - f_0 Y + z_0), \end{aligned}$$

а это выражение можно записать исходя из $(1 + i)^0 = 1$ при использовании символа суммирования в виде:

$$C_T = \sum_{t=0}^T (1 + i)^{T-t} \cdot (M_t - f_t Y + z_t)$$

или после соответствующего преобразования:

$$C_T = (1 + i)^T \left(\sum_{t=0}^T (M_t - f_t Y) (1 + i)^{-t} + \sum_{t=0}^T z_t (1 + i)^{-t} \right). \quad (2.1)$$

С помощью этой формулы можно всегда однозначно рассчитать остаточное имущество после осуществления одной инвестиции в условиях совершенного рынка капитала без необходимости обращения к системе общих правил расчета.

Но если мы тщательно рассмотрим выведенную выше формулу для расчета остаточного имущества, то придем к выводу, что в отношении всех конкурирующих друг с другом проектов

i — расчетная ставка процента,
 f_0Y, f_1Y, \dots, f_TY — изъятия инвестора,
 M_0, M_1, \dots, M_T — базовые платежи,
 T — горизонт планирования

совершенно идентичны. Поэтому и величины $(1+i)^T$ и $\sum_{t=0}^T (M_t - f_tY)(1+i)^{-t}$ у каждого из сравниваемых проектов имеют одно и то же значение. Различия могут возникать лишь в отношении выражения $\sum_{t=0}^T z_t(1+i)^{-t}$. Это выражение мы называем чистой сегодняшней стоимостью (по-английски: net present value) инвестиции:

$$\boxed{\text{NPV} = \sum_{t=0}^T z_t(1+i)^{-t}} \quad (2.2)$$

Чистой сегодняшней стоимостью (NPV) инвестиции является сумма всех дисконтированных на основе расчетной ставки процента на момент времени $t = 0$ платежей, связанных с осуществлением этой инвестиции.

Чистая сегодняшняя стоимость является решающим показателем. Только его нужно в действительности учитывать, если инвестор в условиях совершенного рынка капитала стремится к максимальному имуществу. Максимизация остаточного имущества и максимизация чистой сегодняшней стоимости на совершенном рынке капитала — одно и то же. Далее мы можем сказать:

при определении оптимальных инвестиций в условиях совершенного рынка капитала инвестор может не знать базовых платежей и не принимать решений, касающихся изъятий для потребления. Он должен лишь действовать по принципу: осуществляй инвестицию с максимальной чистой сегодняшней стоимостью!

Чистая сегодняшняя стоимость альтернативы отказа с денежным потоком $(0, \dots, 0)$ является нулевой. Отсюда с неизбежностью следует:

никогда не осуществляй инвестицию с отрицательной чистой сегодняшней стоимостью!

Функционирование метода чистой сегодняшней стоимости можно проиллюстрировать на примере. Мы используем для этой цели тот же пример, что и выше при описании системы общих правил расчета в условиях несовершенного и ограниченного рынка капитала (ср. табл. 2.17) со следующим различием. Пусть проценты по заимствованию и инвестированию будут идентичными, $s = h = i = 0.085$. Кроме того, пусть осуществление дополняющего заимствования будет возможно в неограниченном объеме.

Если мы рассчитаем величину остаточного имущества для четырех проектов с помощью системы общих правил расчета, то получим следующие значения остаточной стоимости:

Проект А:	1522.08
Проект В:	1540.64
Проект С:	1536.43
Проект 0:	1363.61.

Согласно этим результатам, проект В является оптимальным, так как он «обещает» самую высокую остаточную стоимость. Те же самые результаты будут получены и в том случае, если мы вместо общих правил расчета используем формулу остаточной стоимости, которую мы как раз вывели для условий совершенного рынка капитала. Последовательное осуществление расчета для проектов А, В и С изображено в табл. 2.19. Этот способ расчета должен еще раз подтвердить, что в действительности важна лишь чистая сегодняшняя стоимость инвестиций.

Для расчета чистой сегодняшней стоимости мы должны умножить платежи z_t , связанные с осуществлением инвестиции, на множитель дисконтирования $(1 + i)^{-t}$ и суммировать результаты. Многие учебники по инвестиционному расчету содержат обширные таблицы, из которых можно узнать эти множители дисконтирования для альтернативных ставок процента i и сроков длительности t .²⁰ По нашему мнению, такие таблицы финансовой математики в эпоху карманных калькуляторов и персональных компьютеров излишни.

Чистая сегодняшняя стоимость при непологой кривой процента

До сих пор мы предполагали, что расчетная ставка процента одинакова для всех субпериодов планового периода («пологая кривая процента»). Теперь мы хотим отменить это ограничение. Тогда очевидно, что мы уже не можем сразу же рассчитать чистую сегодняшнюю стоимость одной инвестиции

$$NPV = \sum_{t=0}^T z_t(1 + i)^{-t}.$$

И все-таки мы можем и при непологой кривой процента рассчитать этот показатель. Но для того чтобы суметь вывести соответствующую формулу, следует провести определенную «подготовительную работу» в области терминологии.

Мы должны научиться более точно, чем на с. 53, различать два разных вида ставок процента. А именно, с одной стороны, спотовые ставки процента, а с другой стороны — форвардные ставки процента. Для этой цели

²⁰ Первое впечатление дает табл. 2.28 на с. 84.

Таблица 2.19. Расчет остаточной стоимости для трех инвестиций в условиях совершенного неограниченного рынка капитала

Проект А

t	$(1+i)^{-t}$	$M_t - f_t Y$	$(M_t - f_t Y)(1+i)^{-t}$	z_t	$z_t(1+i)^{-t}$
0	1.0000	580	580.00	-500	-500.00
1	0.9217	78	71.89	-400	-368.66
2	0.8495	-224	-190.28	800	679.56
3	0.7829	774	605.97	400	313.16
			1067.58		NPV = 124.06

$$C_{3,A} = 1.2773 \cdot (1067.58 + 124.06) = 1522.08$$

Проект В

t	$(1+i)^{-t}$	$M_t - f_t Y$	$(M_t - f_t Y)(1+i)^{-t}$	z_t	$z_t(1+i)^{-t}$
0	1.0000	580	580.00	-300	-300.00
1	0.9217	78	71.89	-800	-737.33
2	0.8495	-224	-190.28	1200	1019.35
3	0.7829	774	605.97	200	156.58
			1067.58		NPV = 138.60

$$C_{3,B} = 1.2773 \cdot (1067.58 + 138.60) = 1540.64$$

Проект С

t	$(1+i)^{-t}$	$M_t - f_t Y$	$(M_t - f_t Y)(1+i)^{-t}$	z_t	$z_t(1+i)^{-t}$
0	1.0000	580	580.00	-900	-900.00
1	0.9217	78	71.89	800	737.33
2	0.8495	-224	-190.28	360	305.80
3	0.7829	774	605.97	-10	-7.83
			1067.58		NPV = 135.30

$$C_{3,C} = 1.2773 \cdot (1067.58 + 135.30) = 1536.43$$

представьте себе, что вы приходите в банк и начинаете переговоры о кредите. Банк всегда предлагает лишь одну, весьма элементарную, форму кредита. Она характерна тем, что кредитор осуществляет платеж получателю кредита, а позже («в обратном направлении») происходит тоже лишь один «обратный платеж». А сейчас банк делает вам несколько предложений.

Спотовые кредиты. Предлагаются кредиты, которые выплачиваются немедленно (в момент времени $t = 0$). Получатель кредита сейчас мог бы получить сумму K_0 , и тогда должен был бы вернуть в момент времени t сумму K_t . Если, например, банк предлагает кредит величиной $K_0 = 1000$ руб., кото-

рый обязывает вас вернуть через четыре года $K_4 = 1398.68$ руб., то спотовая ставка процента для промежутка времени, равного $t = 4$ года, составляет

$$i_{0,t} = \sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}} - 1$$

или при использовании цифр из примера

$$i_{0,4} = \sqrt[4]{\frac{1398.68}{1000.00}} - 1 = 8.75\%.$$

Если принять систему таких спотовых ставок процента в качестве заданной, то можно дать следующую формулу для расчета чистой сегодняшней стоимости:

$$\text{NPV} = \sum_{t=0}^T z_t (1 + i_{0,t})^{-t}.$$

Место единой расчетной ставки процента i занимает спотовая ставка процента $i_{0,t}$.

Форвардные кредиты. Банк предлагает вам сегодня (в момент времени $t = 0$) предоставить в момент времени t_1 кредит величиной K_{t_1} , если вы обязуетесь возратить в момент времени t_2 сумму K_{t_2} . Тогда заключается договор сегодня, а платежи делаются обоими контрагентами в последующих годах. Вы заключаете договор, который выполняется лишь в будущем, поэтому мы говорим о форвардной сделке. Представим себе, что такие форвардные кредиты могут предоставляться на сроки, равные 1, 2, 3 и т. д. периодов; и одновременно предположим, что банк в момент времени $t - 1$ предоставляет сумму K_{t-1} , в то время как получатель кредита в момент времени t должен возратить сумму K_t . Тогда форвардная ставка процента (для кредитов, выданных на один год) определяется по следующей формуле:

$$i_{t-1,t} = \frac{K_t}{K_{t-1}} - 1.$$

И в случае, если дана система таких форвардных ставок процента, можно вывести формулу для расчета чистой сегодняшней стоимости. При этом мы можем использовать тот же подход, который применяли в предыдущем разделе для случая пологой кривой процента. Теперь мы получаем

$$\text{NPV} = z_0 + \frac{z_1}{(1 + i_{0,1})} + \frac{z_2}{(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2})} + \dots$$

$$+ \frac{z_T}{(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}) \cdots (1 + i_{T-1,T})}.$$

Эту формулу можно сократить посредством приравнивания $i_{-1,0} = 0$ и введения оператора произведения

$$\prod_{\tau=0}^t (1 + i_{\tau-1,\tau})^{-1} = \frac{1}{(1 + i_{-1,0})(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}) \cdots (1 + i_{t-1,t})}$$

Тогда формула чистой сегодняшней стоимости выглядит следующим образом:

$$\boxed{\text{NPV} = \sum_{t=0}^T z_t \prod_{\tau=0}^t (1 + i_{\tau-1,\tau})^{-1}}$$

На первый взгляд, данная формула несколько сложна. Но все-таки ее использование не связано с затруднениями. Это показывает следующий числовой пример.

Пример. Инвестор должен определить, при условии совершенного рынка капитала, следует ли ему осуществить или же отвергнуть инвестицию с денежным потоком $(-100, 50, 30, 40)$. Спотовая и форвардные ставки процента составляют соответственно $i_{0,1} = 7\%$, $i_{1,2} = 8\%$ и $i_{2,3} = 9\%$.

Решение. Тогда чистая сегодняшняя стоимость оказывается равной

$$\text{NPV} = -100 + \frac{50}{1.07} + \frac{30}{1.07 \cdot 1.08} + \frac{40}{1.07 \cdot 1.08 \cdot 1.09} = 4.45.$$

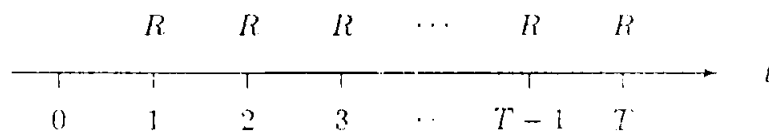
Значит, инвестицию необходимо осуществить.

Остаточная стоимость и сегодняшняя стоимость при постоянных возвратных потоках (рентах)

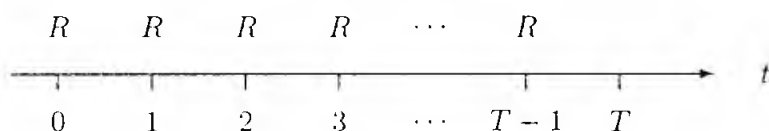
Часто задается вопрос о нахождении остаточной (будущей) стоимости или сегодняшней стоимости ренты, причем предполагается пологая кривая процента.

Под рентой понимают регулярно происходящие платежи.

В отношении моментов времени, в которые происходят рентные платежи, мы различаем ренты постнумерандо и пренумерандо. В случае потока постнумерандо платежи имеют место в моменты времени от $t = 1$ до $t = T$ или в графическом изображении:



В противоположность этому в случае потока пренумерандо платежи происходят в моменты времени от $t = 0$ до $t = T - 1$, т. е.



Мы можем всегда рассчитать остаточную стоимость рентных платежей с помощью общих правил расчета или (в условиях совершенного рынка капитала) с помощью выше приведенной формулы остаточной стоимости.²¹ Сегодняшние стоимости можно вычислить с помощью приведенной в том же разделе формулы чистой сегодняшней стоимости. Для иллюстрации приведем два примера.

Пример. Мать ежегодно помещает на сберегательную книжку для своей дочери в течение 18 лет к 1 января по 1000 руб. Первый платеж происходит к 1 января 2000 г. Чему равна величина остаточного имущества 1 января 2018 г., если расчетная ставка процента составляет 7% годовых?

Решение. Если применить формулу (2.1) со с. 61, то мы получим остаточное имущество, равное

$$\begin{aligned} C_{18} &= 1.07^{18} \cdot \left(1000 + \frac{1000}{1.07} + \frac{1000}{1.07^2} + \dots + \frac{1000}{1.07^{17}} \right) = \\ &= 3.3799 \cdot 10\,763.20 = \\ &= 36\,378.96 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Пример. Некто открывает 1 января 2000 г. банковский счет, на который начисляется процент, равный 8%. Начиная с 1 января 2001 г., он хочет с этого счета на протяжении 10 лет ежегодно в конце года снимать по 20 000 руб. Сколько денег он должен поместить на счет к 1 января 2000 г.?

Решение. Необходимо рассчитать сегодняшнюю стоимость этой ренты постнумерандо. Это удастся сделать, если мы используем формулу (2.2) со с. 62:

$$PV = \frac{20\,000}{1.08} + \frac{20\,000}{1.08^2} + \dots + \frac{20\,000}{1.08^{10}} = 134\,201.63 \text{ руб.}$$

Теперь мы можем рассчитать те же результаты более изящно, умножив рентный платеж R (в первом примере $R = 1000$, во втором примере $R = 20\,000$) на множитель сегодняшней стоимости ренты RBF или на множитель остаточной стоимости ренты REF. Существует четыре разных множителя ренты, а именно:

²¹ См. с. 60 и сл.

RBFN	множитель сегодняшней стоимости ренты постнумерандо
REFN	множитель остаточной стоимости ренты постнумерандо
RBFV	множитель сегодняшней стоимости ренты пренумерандо
REFV	множитель остаточной стоимости ренты пренумерандо.

Для выведения формулы для этих множителей мы должны сделать следующее: сперва мы извлечем множитель сегодняшней стоимости ренты постнумерандо из формулы сегодняшней стоимости. После того как мы определили это, можно отсюда вывести с помощью очень простых рассуждений формулу остальных трех множителей. Давайте начнем с сегодняшней стоимости ренты постнумерандо. Формула этого показателя выглядит следующим образом:

$$PV = \sum_{t=1}^T R \cdot (1+i)^{-t} = R \sum_{t=1}^T (1+i)^{-t}.$$

Если мы разделим обе части уравнения на R , то получим:

$$\frac{PV}{R} = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + (1+i)^{-T+1} + (1+i)^{-T}.$$

А теперь умножим обе части на $1+i$. Это дает

$$(1+i) \frac{PV}{R} = 1 + (1+i)^{-1} + \dots + (1+i)^{-T+2} + (1+i)^{-T+1}.$$

Если мы из этого уравнения вычтем предыдущее, то получим:

$$\begin{aligned} (1+i) \frac{PV}{R} - \frac{PV}{R} &= 1 - (1+i)^{-T}; \\ i \frac{PV}{R} &= \frac{(1+i)^T - 1}{(1+i)^T}. \end{aligned}$$

Если выразить уравнение через PV , то будет иметь место:

$$PV = \frac{(1+i)^T - 1}{i \cdot (1+i)^T} \cdot R.$$

Таким образом, мы получили простую формулу для вычисления сегодняшней стоимости ренты постнумерандо. Нам нужно лишь умножить рентный платеж R на множитель сегодняшней стоимости ренты

$$RBFN = \frac{(1+i)^T - 1}{i \cdot (1+i)^T}.$$

Мы можем непосредственно применить это к анализу нашего банковского счета, с которого хотим в течение 10 лет снимать ежегодно 20 000 руб. и на который начисляются проценты, равные 8%, так как здесь был задан во-

прос о сегодняшней стоимости ренты постнумерандо. При использовании множителя сегодняшней стоимости ренты расчет выглядит следующим образом:

$$PV = \frac{1.08^{10} - 1}{0.08 \cdot 1.08^{10}} \cdot 20\,000 = 6.7101 \cdot 20\,000 \approx 134\,201.63 \text{ руб.}$$

Тот же самый результат был получен нами выше.

Иногда задается вопрос о сегодняшней стоимости ренты постнумерандо с бесконечной длительностью. Для того чтобы вывести сегодняшнюю стоимость вечной ренты, мы запишем множитель сегодняшней стоимости ренты постнумерандо несколько в другой форме

$$RBFN = \frac{1}{i} - \frac{1}{i \cdot (1+i)^T}$$

и предположим, что T стремится к бесконечности. Так как i положительны, $(1+i)^T$ станет очень большим. Поэтому

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i \cdot (1+i)^T} \right) = \frac{1}{i},$$

и формула для сегодняшней стоимости вечной ренты постнумерандо выглядит следующим образом:

$$\boxed{PV = \frac{R}{i}}. \quad (2.3)$$

А сейчас, чтобы перейти к формуле фактора сегодняшней стоимости ренты пренумерандо $RBFV$, достаточно следующих рассуждений: мы поставим себя в ситуацию получателя ренты и мысленно перейдем от момента времени $t = 0$ к моменту времени $t = -1$. С точки зрения этого момента времени рента пренумерандо является рентой постнумерандо с сегодняшней стоимостью $RBFN \cdot R$. Следовательно, получение авансированных рентных платежей или получение в моменте времени $t = -1$ сегодняшней стоимости ренты постнумерандо, в условиях совершенного рынка капитала идентичны. Если нам выплатят ренту в момент времени $t = -1$, и мы вложим ее на один период со ставкой процента i , то наше богатство в момент времени $t = 0$ составит $(1+i) \cdot RBFN \cdot R$. Значит отношение обоих множителей сегодняшней стоимости ренты равно

$$RBFV = (1+i) \cdot RBFN.$$

Теперь необходимо уже лишь вывести множители остаточной стоимости ренты из соответствующих им множителей сегодняшней стоимости ренты. Здесь верны формулы

$$REFN = (1+i)^T \cdot RBFN,$$

$$\text{REFV} = (1 + i)^T \cdot \text{RBFV}.$$

Следовательно, множители сегодняшней стоимости нужно лишь умножить на множители начисления процентов $(1 + i)^T$.

С помощью использования множителя остаточной стоимости ренты пренумерандо можно проверить расчеты в рамках приведенного ранее примера со сберегательной книжкой. Напомним, что в этом примере речь шла о том, что мать на протяжении 18 лет помещает по 1000 руб. на счет, на который постоянно начисляется 7% годовых. Остаточная стоимость этой ренты пренумерандо составляет при использовании множителя остаточной стоимости ренты

$$\begin{aligned} \text{PV} &= \text{REFV} \cdot R = \\ &= (1 + i)^T \cdot \text{RBFV} \cdot R = \\ &= (1 + i)^T \cdot (1 + i) \cdot \text{RBFN} \cdot R = \\ &= (1 + i)^T \cdot (1 + i) \cdot \frac{(1 + i)^T - 1}{i(1 + i)^T} \cdot R = \\ &= (1 + i) \cdot \frac{(1 + i)^T - 1}{i} \cdot R = \\ &= 1.07 \cdot \frac{1.07^{18} - 1}{0.07} \cdot 1000 = 36.37896 \cdot 1000 = 36\,378.96 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Это совпадает с нашим ранним результатом. Полный набор формул для всех факторов ренты изложен в табл. 2.20. В классических учебниках по инвестиционным расчетам приводятся таблицы, которые содержат множители ренты для различных ставок процента i и сроков длительности T . Такие таблицы, по нашему мнению, сегодня так же излишни, как и таблицы логарифмов.

Таблица 2.20. Множители рент постнумерандо и пренумерандо

	Постнумерандо	Пренумерандо
Множитель сегодняшней стоимости	$\frac{(1 + i)^T - 1}{i(1 + i)^T}$	$(1 + i) \cdot \frac{(1 + i)^T - 1}{i(1 + i)^T}$
Множитель остаточной стоимости	$\frac{(1 + i)^T - 1}{i}$	$(1 + i) \cdot \frac{(1 + i)^T - 1}{i}$

2.4.3. Модели изъятия

Инвестор, поведение которого будет теперь рассматриваться нами, имеет другую цель. Его намерения состоят в том, чтобы достичь определенной

величины фиксированно заданного остаточного имущества и максимизировать уровень изъятий на основе данной временной структуры. Следовательно, его цель выглядит следующим образом:

$$\max Y,$$

а правило принятия решения инвестором всегда формулируется следующим образом:

осуществляй ту инвестицию, которая обещает максимальный уровень доходов!

Нам необходимо проанализировать, как можно рассчитать уровень доходов Y инвестора, который:

- учитывает определенный ряд базовых платежей M_0, M_1, \dots, M_T ;
- хочет иметь определенное остаточное имущество C_T ;
- желает иметь определенную временную структуру своих доходов f_0, f_1, \dots, f_T ;
- осуществляет инвестицию, характеризующуюся денежным потоком z_0, z_1, \dots, z_T ;
- осуществляет дополняющие инвестиции по ставкам процента h_1, h_2, \dots, h_T ;
- осуществляет дополняющее заимствование по ставкам процента s_1, s_2, \dots, s_T .

2.4.3.1. Общие правила расчета

В целях упрощения мы будем исходить из того, что не существуют ограничений по заимствованию. Тогда нам не надо выводить для случая стремления к доходу новое правило расчета, мы можем обратиться к выведенной выше при анализе максимизации остаточной стоимости формуле расчета. Все, что нам нужно, всего лишь новый способ применения этой формулы.

С помощью описанной на с. 55 и сл. системы общих правил расчета мы в состоянии рассчитать остаточную стоимость для инвестора, который ориентируется на заданный определенный уровень дохода. Если мы сейчас начнем с любым уровнем изъятия Y_1 и объявим, что фактическое остаточное имущество при этом уровне больше (меньше) желаемого остаточного имущества, то нам нужно лишь повысить (снизить) уровень дохода на подходящую величину и возобновить процедуру с соответственно измененным уровнем Y_2 . Этот процесс поиска мы должны повторять до тех пор, пока не установим «правильный» уровень доходов с достаточной для нас точностью.

Мы гарантируем, что с помощью этого метода можно всегда найти достигаемый благодаря одной инвестиции уровень изъятия независимо от того, какую форму денежного потока имеет инвестиция и независимо от того, какую величину имеют остальные значимые для расчета данные. Единствен-

ная предпосылка, которая должна быть выполнена, формулируется следующим образом: вектор структуры изъятия должен иметь хотя бы один отличающийся от нуля элемент. Наша гарантия основывается на том факте, что каждая инвестиция при принятых нами допущениях²² и при предположении, что не существует лимита заимствования, всегда имеет лишь один и только один уровень изъятия. Доказательства здесь мы приводить не будем.²³

Описанный метод, предназначенный для расчета уровня изъятия при осуществлении одной инвестиции, довольно сложно использовать, если мы применяем его вручную. Поэтому при поиске уровня изъятия рекомендуется применять как можно больше «обоснованный метод проб» и, кроме того, использовать финансовые калькуляторы.²⁴

2.4.3.2. Несовершенный рынок капитала

Здесь мы анализируем поведение инвестора, который хочет максимизировать свой уровень доходов и при этом имеет дело с несовершенным и неограниченным рынком капитала. Это означает, что инвестор может осуществить дополняющие инвестиции и заимствования на любую сумму, но при этом проценты по заимствованию выше, чем проценты по инвестированию.

Расчет уровня доходов удастся осуществить всегда, когда мы строго придерживаемся общих правил расчета.

Далее мы хотели бы показать на числовом примере, как можно рассчитать достигаемый благодаря одной инвестиции уровень доходов, если нет программируемых финансовых калькуляторов и поэтому приходится считать вручную. Рекомендуем следующий подход.

1. Ищите величину Y_k , которая приведет к большому остаточному имуществу ($C_{T,k} > C_T$) и, кроме того, Y_{k+1} , которая приведет к маленькому остаточному имуществу ($C_{T,k+1} < C_T$).
2. А теперь рассчитайте Y_{k+2} с помощью линейной интерполяции. Формула интерполяции в нашем случае выглядит следующим образом:

$$Y_{k+2} = Y_k + (C_T - C_{T,k}) \cdot \frac{Y_{k+1} - Y_k}{C_{T,k+1} - C_{T,k}}. \quad (2.4)$$

3. Если $C_{T,k+2}$ достаточно близко по величине к желаемому остаточному имуществу C_T , то можете приостановить расчеты. В противном слу-

²² Ср. с. 48 и сл.

²³ Но см. [180].

²⁴ Айзенфюр [67] для этой цели создал быстро сходящийся алгоритм. Сегодня компьютерные программы позволяют определить уровни изъятия очень удобным способом. Тот, кто, например, может пользоваться EXCEL, должен работать с командой ПОДБОР ПАРАМЕТРА.

чае подставьте $Y_k = Y_{k+2}$ и $C_{T,k} = C_{T,k+2}$ и рассчитайте новый Y_{k+2} с помощью формулы (2.4).

Далее мы проиллюстрируем использование нашего метода поиска на примере.

Пример. Инвестор имеет плановый период, равный $T = 5$ лет. Желаемое конечное остаточное имущество составляет $C_5 = 1500$. Остальные цифры, которые нужно учитывать, представлены в табл. 2.21. Необходимо рассчитать, какого уровня изъятия можно достичь благодаря инвестициям.

Таблица 2.21. Исходная информация, располагаемая инвестором, который стремится к максимальному доходу на несовершенном рынке капитала

Момент времени	0	1	2	3	4	5
Базовые платежи	500	100	100	100	100	300
Инвестиционный проект	-1000	200	400	600	700	800
Временная структура изъятий	1.0	1.2	1.0	1.2	1.4	1.6
Проценты по инвестированию		0.07	0.07	0.07	0.08	0.08
Проценты по заимствованию		0.11	0.11	0.12	0.12	0.12

Решение. Сначала мы сделаем попытку, используя $Y_1 = 100$, и рассчитаем связанное с ним изъятие остаточного имущества $C_{T,1}$. Мы получаем

$$\begin{aligned}
 C_{0,1} &= 500 - 1.0 \cdot 100 - 1000 &&= -600.00 \\
 C_{1,1} &= 100 - 1.2 \cdot 100 + 200 - 1.11 \cdot 600.00 &&= -486.00 \\
 C_{2,1} &= 100 - 1.0 \cdot 100 + 400 - 1.11 \cdot 486.00 &&= -139.46 \\
 C_{3,1} &= 100 - 1.2 \cdot 100 + 600 - 1.12 \cdot 139.46 &&= 423.80 \\
 C_{4,1} &= 100 - 1.4 \cdot 100 + 700 + 1.08 \cdot 423.80 &&= 1117.71 \\
 C_{5,1} &= 300 - 1.6 \cdot 100 + 800 + 1.08 \cdot 1117.71 &&= 2147.13.
 \end{aligned}$$

Очевидно, Y_1 слишком мало. Поэтому мы попробуем теперь использовать $Y_2 = 200$. Это приведет к

$$\begin{aligned}
 C'_{0,2} &= 500 - 1.0 \cdot 200 - 1000 &&= -700.00 \\
 C'_{1,2} &= 100 - 1.2 \cdot 200 + 200 - 1.11 \cdot 700.00 &&= -717.00 \\
 C'_{2,2} &= 100 - 1.0 \cdot 200 + 400 - 1.11 \cdot 717.00 &&= -495.87 \\
 C'_{3,2} &= 100 - 1.2 \cdot 200 + 600 - 1.12 \cdot 495.87 &&= -95.37 \\
 C'_{4,2} &= 100 - 1.4 \cdot 200 + 700 - 1.12 \cdot 95.37 &&= 413.18 \\
 C'_{5,2} &= 300 - 1.6 \cdot 200 + 800 + 1.08 \cdot 413.18 &&= 1226.25.
 \end{aligned}$$

Y_2 слишком велико. Поэтому сделаем первую интерполяцию, тогда получаем

$$Y_3 = 100 + (1500 - 2147.13) \cdot \frac{200 - 100}{1226.25 - 2147.13} = 170.27.$$

Опять нужно рассчитать остаточное имущество. На этот раз мы получаем:

$$\begin{aligned} C_{0,3} &= 500 - 1.0 \cdot 170.27 - 1000 && = -670.27 \\ C_{1,3} &= 100 - 1.2 \cdot 170.27 + 200 - 1.11 \cdot 670.27 = -648.32 \\ C_{2,3} &= 100 - 1.0 \cdot 170.27 + 400 - 1.11 \cdot 648.32 = -389.91 \\ C_{3,3} &= 100 - 1.2 \cdot 170.27 + 600 - 1.12 \cdot 389.91 = 58.98 \\ C_{4,3} &= 100 - 1.4 \cdot 170.27 + 700 + 1.08 \cdot 58.98 = 625.32 \\ C_{5,3} &= 300 - 1.6 \cdot 170.27 + 800 + 1.08 \cdot 625.32 = 1502.91. \end{aligned}$$

Так как Y_3 еще мало, осуществим вторую интерполяцию. При этом получаем

$$Y_4 = 170.27 + (1500 - 1502.91) \cdot \frac{200 - 170.27}{1226.25 - 1502.91} = 170.58.$$

Соответствующее этому уровню изъятия остаточное имущество составляет

$$\begin{aligned} C_{0,4} &= 500 - 1.0 \cdot 170.58 - 1000 && = -670.58 \\ C_{1,4} &= 100 - 1.2 \cdot 170.58 + 200 - 1.11 \cdot 670.58 = -649.05 \\ C_{2,4} &= 100 - 1.0 \cdot 170.58 + 400 - 1.11 \cdot 649.05 = -391.02 \\ C_{3,4} &= 100 - 1.2 \cdot 170.58 + 600 - 1.12 \cdot 391.02 = 57.35 \\ C_{4,4} &= 100 - 1.4 \cdot 170.58 + 700 + 1.08 \cdot 57.35 = 623.13 \\ C_{5,4} &= 300 - 1.6 \cdot 170.58 + 800 + 1.08 \cdot 625.32 = 1500.04. \end{aligned}$$

Что касается точности, то она достаточна. Поэтому мы не делаем дальнейших расчетов.

Стремление к доходу и стремление к имуществу в сравнении. Теперь мы хотели бы пояснить с помощью числового примера, что решения, которые принимаются инвестором на основе своей цели стремления к доходу, могут приниматься другим образом при стремлении к имуществу.

На несовершенных рынках капитала цели максимизации имущества и максимизации дохода могут быть конкурирующими целями.

Пример. Инвестор планирует на промежуток времени, равный $T = 2$ года. Проценты по заимствованию постоянно составляют $s = 40$, а проценты по инвестированию — $h = 10$. Базовые платежи и платежи, связанные с осуществлением проектов, а также желаемая структура изъятия представлены в табл. 2.22. Нам нужно найти:

- проект, максимизирующий доходы при остаточном имуществе, равном $C_2 = 250$;
- проект, максимизирующий остаточное имущество при уровне изъятий, равном $Y = 40$.

Таблица 2.22. Исходная информация, располагаемая инвестором, который на несовершенном рынке капитала стремится к максимальному доходу и максимальному имуществу

Момент времени	0	1	2
Базовые платежи	500	0	200
Временная структура изъятий	1.00	1.10	1.21
Инвестиция А	-1000	1460	0
Инвестиция В	-1200	0	2280

Таблица 2.23. Уровни изъятий Y при остаточном имуществе $C_2 = 250$

Проект А	198.48
Проект В	182.17

Решение. Если применить общие правила решения, то мы придем к выводу, что и тот, и другой проект позволяют достичь уровня доходов Y , показанного в табл. 2.23. Оптимальным является проект А. То, что результат $Y = 198.48$ для проекта А действительно верен, можно быстро проверить. Если мы подставим этот результат и применим общие правила расчета для случая стремления к имуществу, то сможем выяснить, сможем ли мы получить желаемое остаточное имущество $C_2 = 250$. Эта проверка выглядит следующим образом:

$$C_{0,A} = 500 - 1.00 \cdot 198.48 - 1000 = -698.48$$

$$C_{1,A} = 0 - 1.10 \cdot 198.48 + 1460 - 1.1 \cdot 698.48 = 263.80$$

$$C_{2,A} = 200 - 1.21 \cdot 198.48 + 0 + 1.1 \cdot 263.80 = 250.00.$$

При изменении цели изменится и порядок инвестиций. Если мы применим общие правила расчета, то получим приведенные в табл. 2.24 числовые значения остаточного имущества C_2 .

Таблица 2.24. Остаточное имущество C_2 при уровне изъятий $Y = 40$

Проект А	877.60
Проект В	919.60

Теперь оптимальным является не проект А, а проект В. Отдельные стадии расчета остаточного имущества представлены нами на основе числовых значений инвестиции В.

$$C_{0,B} = 500 - 1.00 \cdot 40 - 1200 = -740.00$$

$$C_{1,B} = 0 - 1.1 \cdot 40 + 0 - 1.4 \cdot 740.00 = -1080.00$$

$$C_{2,B} = 200 - 1.21 \cdot 40 + 2280 - 1.4 \cdot 1080.00 = 919.60$$

Если мы рассчитаем остаточное имущество обоих проектов для разных уровней изъятий и построим график образующейся таким образом функции, то получим кривые, представленные на рис. 2.2.

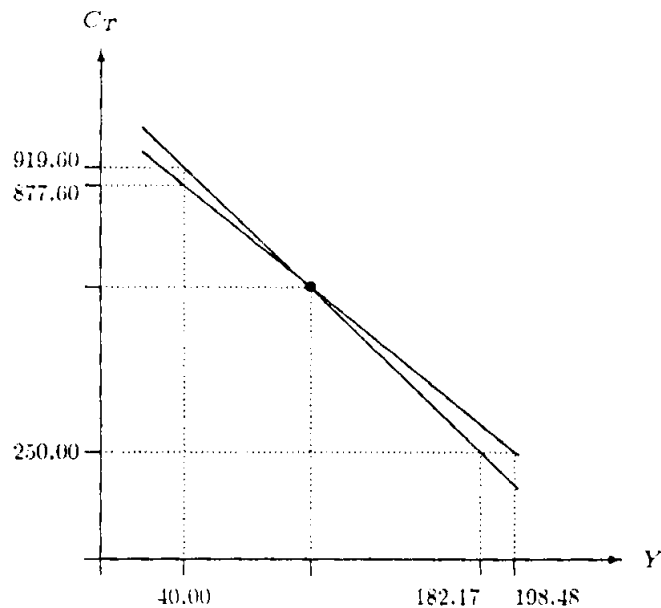


Рис. 2.2. Конфликт между стремлением к имуществу и стремлением к доходу

Характеризующая проект В кривая убывает быстрее соответствующей кривой для проекта А. Причина этого состоит в том, что процесс платежей по проекту В приводит к тому, что в каждый момент времени планового периода необходимо получать кредиты по ставке 40%, в то время как при осуществлении проекта А это необходимо только в момент времени $t = 0$. Так как кривые из-за их неодинакового наклона пересекают друг друга, то это означает, что наличие этих двух целей в нашем примере не приводит к одинаковым решениям. Обобщая, констатируем:

- достигаемый благодаря одной инвестиции уровень доходов Y можно — на основе общих правил расчета для случая стремления к имуществу — всегда однозначно рассчитать посредством обоснованного метода проб;
- в случае несовершенного рынка капитала может возникнуть ситуация, при которой инвестор, желающий максимизировать свой доход, может принять решение, отличное от решения инвестора, стремящегося к максимизации имущества.

Однако необходимо указать на то, что появление такого конфликта целей не является неизбежным.²⁵

2.4.3.3. Совершенный рынок капитала (метод аннуитета)

Теперь мы обращаемся к рассмотрению действий инвестора, который хочет максимизировать свой уровень доходов, и имеет дело с совершенным и неограниченным рынком капитала. Следовательно, инвестор может брать и предоставлять в долг финансовые средства на любую сумму. Для дополняющих инвестиций и займствований существует единая расчетная ставка процента. При этом в последующем мы будем исходить из особого случая пологой кривой процента, так что опять можно будет абстрагироваться от временных индексов

$$h = s = i.$$

Уровень доходов всегда можно рассчитать и при этих условиях с помощью общих правил расчета. Мы можем использовать тот же — по технике расчета довольно сложный — метод вычисления, как и в случае несовершенного рынка капитала. Но в условиях совершенного рынка капитала существует более удобный способ. Мы можем вывести простую математическую формулу для уровня доходов. Для этой цели мы должны лишь вспомнить²⁶ формулу (2.1)

$$C_T = (1 + i)^T \cdot \left(\sum_{t=0}^T (M_t - f_t Y)(1 + i)^{-t} + NPV \right)$$

и выразить из нее Y . После некоторых преобразований мы получаем выражение

$$Y = \underbrace{\frac{\sum_{t=0}^T M_t (1 + i)^{T-t} - C_T}{\sum_{t=0}^T f_t (1 + i)^{T-t}}}_{\text{изъятия в рамках альтернативы отказа}} + \underbrace{\frac{NPV}{\sum_{t=0}^T f_t (1 + i)^{-t}}}_{\text{дополнительные изъятия при осуществлении инвестиции}}. \quad (2.5)$$

С помощью этой формулы можно всегда однозначно рассчитать уровень доходов инвестора, находящегося на совершенном рынке капитала без необходимости использования системы общих правил расчета.

Если более внимательно рассмотреть формулу, определяющую Y , то можно констатировать, что применительно к каждому из конкурирующих друг с другом проектов

²⁵ Специальное исследование вопроса о том, в каких условиях конфликты между стремлением к доходу и стремлением к имуществу действительно возникают, какова вероятность и значимость таких конфликтов целей, представлено в работе [188].

²⁶ См. с. 61.

i — расчетная ставка процента;
 f_0, f_1, \dots, f_T — структура изъятий;
 M_0, M_1, \dots, M_T — базовые платежи;
 C_T — остаточное имущество;
 T — горизонт планирования

совершенно идентичны. Но это означает, что и показатели $(1+i)^T$, $\sum_{t=0}^T M_t(1+i)^{T-t}$ и $\sum_{t=0}^T f_t(1+i)^{T-t}$ применительно ко всем сравниваемым друг с другом проектам имеют одну и ту же величину. Поэтому для принятия решения инвестора имеет значение только чистая сегодняшняя стоимость.

Если инвестор в условиях совершенного рынка капитала хочет максимизировать уровень изъятий, то он действует разумно, если выбирает проект с самой большой положительной чистой сегодняшней стоимостью.

Так как выше в ходе анализа выборочных решений при цели стремления к имуществу мы пришли точно к такому же результату, можно отметить следующее:

на совершенных рынках капитала максимизация имущества и максимизация доходов всегда являются взаимодополняющими целями.

Это одновременно означает, что желаемая структура изъятий и заранее заданные базовые платежи не имеют никакого значения в ходе принятия решения по выбору инвестиционного проекта. Инвестор максимизирует свою долгосрочную прибыль, если он принимает решение в пользу проекта с самой большой положительной чистой сегодняшней стоимостью.

Для того чтобы еще раз пояснить взаимодополняемость стремлений к имуществу и стремлений к доходу в условиях совершенного рынка капитала, возвратимся к представленному в разделе 2.4.2.3 числовому примеру и изменим лишь цель инвестора.²⁷

Пример. Инвестор с плановым периодом $T = 3$ года намеревается максимизировать уровень своих доходов и при этом хочет на всякий случай достичь остаточного имущества в объеме $C_3 = 1300$. Расчетная ставка процента составляет $i = 8.5\%$. «Проблема выбора» распространяется на проекты А, В, С, а также на альтернативу отказа. Денежные потоки инвестиций, базовые платежи, а также желаемая временная структура изъятий приведены в табл. 2.25.

Решение. В рамках вышерассмотренной цели стремления к имуществу оптимальной оказалась инвестиция В. Чистая сегодняшняя стоимость этого

²⁷ Ср. с. 60 и сл.

Таблица 2.25. Исходная информация, располагаемая инвестором, который в условиях совершенного рынка капитала стремится к максимизации изъятий

Момент времени	t	0	1	2	3
Проект А	$z_{t,A}$	-500	-400	800	400
Проект В	$z_{t,B}$	-300	-800	1200	200
Проект С	$z_{t,C}$	-900	800	360	-10
Альтернатива отказа	$z_{t,0}$	0	0	0	0
Базовые платежи	M_t	600	100	-200	800
Изъятия	f_t	1.0	1.1	1.2	1.3

проекта была максимальной при 138.6.²⁸ В рамках цели стремления к доходам принятое решение не может быть другим.

Инвестор осуществляет расчет доходов или с помощью общих правил расчета, или с помощью (2.5).²⁹ В обоих случаях он получает приведенные в табл. 2.26 значения. Давайте начнем наш расчет с определения уровня изъятия Y_0 альтернативы отказа. Он образуется из:

$$Y_0 = \frac{\sum_{t=0}^T M_t(1+i)^{T-t} - C_T}{\sum_{t=0}^T f_t(1+i)^{T-t}}.$$

Числитель оказывается равным

$$600 \cdot 1.085^3 + 100 \cdot 1.085^2 - 200 \cdot 1.085^1 + 800 \cdot 1.085^0 - 1300 = 167.10,$$

а знаменатель

$$1.0 \cdot 1.085^3 + 1.1 \cdot 1.085^2 + 1.2 \cdot 1.085^1 + 1.3 \cdot 1.085^0 = 5.17,$$

так что уровень доходов в рамках альтернативы отказа составляет

$$Y_0 = \frac{167.10}{5.17} = 32.29.$$

Теперь мы рассчитаем дополнительные доходы по трем инвестициям А, В и С из

$$\Delta Y = \frac{\text{NPV}}{\sum_{t=0}^T f_t(1+i)^{-t}}.$$

Чистые сегодняшние стоимости трех проектов уже известны (с. 64), так что мы должны вычислить только лишь знаменатель. Получаем

$$1.00 \cdot 1.085^{-0} + 1.10 \cdot 1.085^{-1} + 1.20 \cdot 1.085^{-2} + 1.3 \cdot 1.085^{-3} = 4.05.$$

²⁸ Ср. с. 64.

²⁹ Ср. с. 77.

Таблица 2.26. Уровни изъятия Y при остаточном имуществе $C_2 = 1300$

Проект А	$62.92 = 32.29 + 30.63$
Проект В	$66.51 = 32.29 + 34.22$
Проект С	$65.69 = 32.29 + 33.40$
Проект 0	32.29

Таблица 2.27. Полные финансовые планы для трех инвестиционных проектов при максимизации доходов в условиях совершенного рынка капитала

Момент времени t	0	1	2	3
Базовые платежи	600.00	100.00	-200.00	800.00
Проект А	-500.00	-400.00	800.00	400.00
Дополняющая инвестиция (8.5%)	-37.08	40.23		
Дополняющее заимствование (8.5%)		328.98	-356.94	
Дополняющая инвестиция (8.5%)			-167.55	181.80
Изъятия	62.92	69.21	75.50	81.80
Остаточное имущество				1300.00
Базовые платежи	600.00	100.00	-200.00	800.00
Проект В	-300.00	-800.00	1200.00	200.00
Дополняющая инвестиция (8.5%)	-233.49	253.34		
Дополняющее заимствование (8.5%)		519.82	-564.01	
Дополняющая инвестиция (8.5%)			-356.18	386.46
Изъятия	66.51	73.16	79.81	86.46
Остаточное имущество				1300.00
Базовые платежи	600.00	100.00	-200.00	800.00
Проект С	-900.00	800.00	360.00	-10.00
Дополняющее заимствование (8.5%)	365.69	-396.78		
Дополняющая инвестиция (8.5%)		-430.96	467.59	
Дополняющая инвестиция (8.5%)			-548.76	595.40
Изъятия	65.69	72.26	78.83	85.40
Остаточное имущество				1300.00

Таким образом, дополнительные доходы по этим трем проектам оказываются равными

$$\Delta Y_A = \frac{124.06}{4.05} = 30.63$$

$$\Delta Y_B = \frac{138.60}{4.05} = 34.22$$

$$\Delta Y_C = \frac{135.30}{4.05} = 33.40.$$

Полные финансовые планы для проектов А, В и С приведены в табл. 2.27.

Если мы еще раз рассмотрим формулу для уровней изъятий Y в условиях совершенного рынка капитала, то можно констатировать, что уровень изъятий образуется из двух сумм, вторая из которых интерпретируется нами как дополнительное изъятие при осуществлении инвестиции. Это дополнительное изъятие составляет

$$\Delta Y = \frac{\text{NPV}}{\sum_{t=0}^T f_t(1+i)^{-t}}.$$

Аннуитет. А сейчас рассмотрим особый случай, при котором вектор структуры доходов инвестора имеет вид $(0, 1, 1, \dots, 1)$. Значит, инвестор в момент времени $t = 0$ не хочет осуществлять изъятия, а в следующие моменты планирует их делать в одном и том же объеме. Иными словами: он желает осуществления изъятий в форме ренты постнумерандо. В этом особом случае чистую сегодняшнюю стоимость нужно делить³⁰ на множитель сегодняшней стоимости ренты постнумерандо RBFN, так как

$$\sum_{t=1}^T (1+i)^{-t} = \text{RBFN} = \frac{(1+i)^T - 1}{i \cdot (1+i)^T}.$$

В финансовой математике обычно вводится показатель, обратный сегодняшней стоимости ренты постнумерандо, называемый обратным множителем (множителем аннуитета) w .³¹ Поэтому «дополнительное изъятие в форме ренты постнумерандо» можно записать

$$\begin{aligned} \Delta Y &= w \cdot \text{NPV} = \\ &= \frac{i \cdot (1+i)^T}{(1+i)^T - 1} \cdot \text{NPV}. \end{aligned}$$

Эта формула является традиционной формулой расчета аннуитета инвестиции. На основе того факта, что при одинаковой расчетной ставке i и

³⁰ Ср. с. 66 и сл.

³¹ Классические учебники по инвестиционным расчетам обычно содержат обширные таблицы таких множителей для разных ставок процента i и сроков продолжительности t . Первое впечатление можно получить, рассмотрев следующую таблицу.

t	5%	10%	15%
1	1.0500	1.1000	1.1500
2	0.5378	0.5762	0.6151
3	0.3672	0.4021	0.4380
4	0.2820	0.3155	0.3503
5	0.2310	0.2638	0.2983
6	0.1970	0.2296	0.2642
7	0.1728	0.2054	0.2404
8	0.1547	0.1874	0.2229
9	0.1407	0.1736	0.2096
10	0.1295	0.1627	0.1993

одинаковом плановом периоде T , обратные множители w для всех конкурирующих друг с другом инвестиционных проектов также идентичны, верен следующий тезис:

метод аннуитета совершенно эквивалентен методу чистой сегодняшней стоимости.

2.4.4. Интерпретация чистой сегодняшней стоимости

До сих пор мы трактовали чистую сегодняшнюю стоимость как показатель, который помогает нам принимать правильные инвестиционные решения в условиях совершенного рынка капитала. Выше мы видели³², что инвестор, максимизирующий чистую сегодняшнюю стоимость одновременно максимизирует и остаточное имущество; но позже мы также установили³³, что максимизация чистой сегодняшней стоимости в результате идентична максимизации уровня изъятий. На основе всего этого мы заключили, что стремление к имуществу и стремление к доходу на совершенных рынках капитала всегда являются взаимодополняющими целями.

При этом чистая сегодняшняя стоимость сама по себе, в конечном счете, не является экономически интерпретируемым показателем. Хотя она — индикатор, предоставляющий отличные услуги в качестве «компас» для принятия инвестиционных решений, но одновременно этот индикатор остается сам по себе без экономического содержания. В противоположность этому такие показатели, как остаточное имущество и уровень доходов, являются показателями, которые можно сразу содержательно проинтерпретировать.

А теперь мы хотим сделать попытку придать чистой сегодняшней стоимости большее экономическое содержание. Это, по нашему мнению, разумно по той причине, что готовность принятия этого критерия у пользователя тем больше, чем лучше ему удастся представить себе для чистой сегодняшней стоимости какую-нибудь иллюстрацию. Для достижения этой цели мы можем пойти двумя путями.

2.4.4.1. Разница цен

Представьте себе, что вы имеете дом, крышу которого нужно заново покрыть, и вам нужно принять решение о том, какому кровельщику вы доверите эту задачу. Что бы вы сделали как разумный человек? Вы устроили бы конкурс, при этом точно описали бы необходимые работы и приняли бы решение в пользу лица, которое дешевле всех предложило бы оказание данной услуги. Вашим критерием принятия решения (при идентичном качестве услуг) была бы только цена.

³² Ср. с. 60 и сл.

³³ См. с. 77 и сл.

Это сразу понятный и простой принцип мы можем перенести на суждения об инвестициях. Для этой цели нам нужно представить, что инвестиция является не чем иным, как «машиной, которая производит возвратные потоки в будущем». Платежи, связанные с осуществлением инвестиции до сих пор всегда записывались нами в виде z_0, z_1, \dots, z_T . Но для достижения прослеживаемой здесь цели нам лучше записать $-I_0, CF_1, CF_2, \dots, CF_T$. Тем самым мы показываем, что лицо, которое хочет получить в будущем возвратные потоки, т. е. денежные поступления (притоки), CF_1, CF_2, \dots, CF_T , должно заплатить цену I_0 .

Если имеет место (совершенный) рынок капитала, то всегда существует второй способ приобретения требований на возвратные потоки, величиной CF_1, CF_2, \dots, CF_T . Мы лишь должны вложить по ставкам процента i денежные средства в объеме

$$\frac{CF_1}{(1+i)^1} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{CF_T}{(1+i)^T}.$$

Сумма всех этих средств называется их сегодняшней стоимостью (по-английски: present value) и записывается следующим образом:

$$PV = \sum_{t=1}^T CF_t \cdot (1+i)^{-t}.$$

Основанное на сравнении стоимостных оценок правило принятия решения выглядит тогда следующим образом:

$$\begin{aligned} PV > I_0 &\implies \text{осуществить инвестицию,} \\ PV \leq I_0 &\implies \text{отказаться от инвестиции.} \end{aligned}$$

Мы можем легко выяснить, что чистая сегодняшняя стоимость инвестиции является не чем иным, как

$$\begin{aligned} NPV &= -I_0 + \sum_{t=1}^T CF_t \cdot (1+i)^{-t} = \\ &= -I_0 + PV. \end{aligned}$$

Таким образом, чистая сегодняшняя стоимость выступает как разность между суммой средств, расходуемой на инвестиции, и той ценой, которую мы должны были бы заплатить на рынке капитала, чтобы в будущем получить возвратные потоки от инвестиций.

В соответствии с вышеприведенной схемой, правило принятия решения выглядит так, как уже было описано:

$$\begin{aligned} NPV > 0 &\implies \text{осуществить инвестицию,} \\ NPV \leq 0 &\implies \text{отказаться от инвестиции.} \end{aligned}$$

Таблица 2.28. Множители дисконтирования

t	5%	10%	15%
1	0.9524	0.9091	0.8696
2	0.9070	0.8264	0.7561
3	0.8638	0.7513	0.6575
4	0.8227	0.6830	0.5718
5	0.7835	0.6209	0.4972
6	0.7462	0.5645	0.4323
7	0.7107	0.5132	0.3759
8	0.6768	0.4665	0.3269
9	0.6446	0.4241	0.2843
10	0.6139	0.3855	0.2472

Идея интерпретации чистой сегодняшней стоимости как разницы цен становится еще яснее, если мы вернемся к формуле сегодняшней стоимости

$$PV = \sum_{t=1}^T CF_t \cdot (1+i)^{-t}$$

и зададим себе вопрос: какое экономическое значение имеет множитель дисконтирования

$$\pi_t = (1+i)^{-t}.$$

Мы можем под ним понимать цену, которую должен сегодня заплатить инвестор, чтобы приобрести требование в точности на один рубль в момент времени t . Такая цена тем ниже, чем отдаленнее в будущем находится t и чем выше ставка процента. Табл. 2.28 показывает это для некоторых ставок процента и сроков продолжительности. Мы можем увидеть в этой таблице, что «один рубль через 6 лет» при ставке процента, равной 10%, сегодня стоит 56 коп., в то время как цена за «один рубль через 8 лет» при ставке процента, равной 15%, составляет лишь 33 коп. При использовании нового символа π_t мы записываем цену, которую нужно заплатить сегодня для того, чтобы приобрести в момент времени t требования на сумму CF_t , следующим образом:

$$CF_t \cdot \pi_t.$$

Это можно трактовать как множество поступающих в момент времени t денежных единиц, умноженных на конкретную специфическую цену. Совокупная очередность возвратных потоков, следовательно, оказывается равной:

$$PV = \sum_{t=1}^T CF_t \cdot \pi_t.$$

А это, лишь в другой форме записи, является в точности сегодняшней стоимостью инвестиции.

2.4.4.2. Увеличение сегодняшнего благосостояния

Для понимания этой второй интерпретации чистой сегодняшней стоимости лучше всего будет обратиться к вопросу о том, как велико должно быть финансовое возмещение для того, чтобы мы могли убедить кого-то отказаться от выгодной инвестиции.

Для этой цели рассмотрим схему расчета в табл. 2.29. Там вы видите в первой строке инвестиционный проект, характеризующийся денежным потоком $-140, 65, 80, 33$. Предполагается, что расчетная ставка процента составляет 10%.

Таблица 2.29. Схема для ретроспективного вычисления чистой сегодняшней стоимости

Момент времени	0	1	2	3
Первоначальный денежный поток	-140	65	80	33
Сегодняшнее осуществление поступающего в $t = 3$ платежа			+30	
Трансформированный денежный поток № 1	-140	65	110	0
Сегодняшнее осуществление поступающего в $t = 2$ платежа		+100		
Трансформированный денежный поток № 2	-140	165	0	0
Сегодняшнее осуществление поступающего в $t = 1$ платежа	+150			
Трансформированный денежный поток № 3	+10	0	0	0

Теперь мы сконцентрируем внимание на возвратном потоке, величиной 33 руб., который имеет место в момент времени $t = 3$, и задаем вопрос, какую стоимость имеет это денежное поступление в момент времени $t = 2$. Ответ очень прост: мы должны лишь разделить сумму на $1 + i$ и придем, таким образом, к $\frac{33}{1.1} = 30$, и совершенно ясно, что 30 руб. в конце второго года имеют ту же стоимость, что и 33 руб. в конце третьего года, так как мы получаем в точности эту же сумму, если мы 30 руб. вложим на один год под ставку процента 10%. Если добавим эти 30 руб. к 80 руб., которые обещает первоначальный проект в момент времени $t = 2$, то мы получаем очередность платежей, которую в схеме расчета назовем «трансформированным денежным потоком № 1». Нужно иметь немного фантазии для выяснения

того, что в экономическом смысле безразлично, осуществляем ли мы инвестицию с первоначальным денежным потоком или инвестицию с трансформированным денежным потоком; ведь если мы принимаем решение в пользу трансформированного варианта, то мы можем отделить от возвратного потока второго года 10 руб. и вложить их по ставке процента, равной 10%. Таким образом, мы самостоятельно создали бы точно такую же ситуацию, что и при осуществлении первоначальной инвестиции.

Теперь обратимся к возвратному потоку, который обещает «трансформированный денежный поток № 1» в момент времени $t = 2$, и зададим вопрос о том, какую стоимость имеют эти 110 руб. в момент времени $t = 1$. Таким образом, мы приходим к «трансформированному денежному потоку № 3», а отсюда повторное применение той же идеи приводят нас к «трансформированному денежному потоку № 3».

А он заслуживает особого внимания. Он состоит лишь из одного единственного платежа (в данном случае поступления) в момент времени $t = 0$. Но логика наших рассуждений такова: совершенно безразлично, осуществляем ли мы первоначальный денежный поток или любой трансформированный с помощью описанной схемы денежный поток. Следовательно, по соображениям финансовой теории также безразлично, осуществляем ли мы инвестицию или, грубо говоря, получаем ли 10 руб. в подарок. Благодаря этому, одновременно дан ответ на вопрос о том, какое возмещение должно требовать предприятие в случае желаемого отказа от инвестиции.

Нетрудно для себя выяснить, что поэтапное дисконтирование возвратных потоков первоначального инвестиционного проекта нас опять привело к чистой сегодняшней стоимости, так как при использовании обычного метода расчета мы получаем

$$NPV = -140 + \frac{65}{1.1} + \frac{80}{1.1^2} + \frac{33}{1.1^3} = 10.$$

Поэтому можно сказать, что чистая сегодняшняя стоимость инвестиционного проекта показывает, на какую сумму сегодняшнее благосостояние инвестора увеличится, если он осуществит проект.

2.4.5. Расчетная ставка процента при совершенном рынке капитала

Обычно при представлении метода чистой сегодняшней стоимости в условиях определенности указывается на то, что одним из условий его применения является существование совершенного рынка капитала. Важнейшим признаком совершенного рынка капитала является идентичность ставок процента по ссудно-заемным операциям, обстоятельство, отдаленность от действительности которого очевидна. Из-за предположенной определенности не существует разумной причины различать разные формы финансирования (например, заемный капитал или собственный капитал). Поэтому

в качестве расчетной ставки процента мы используем «главную» рыночную ставку процента. Если π_t обозначает множитель дисконтирования для одного платежа в момент времени $t > 0$, и i — «главную» рыночную ставку процента, то верно:

$$\pi_t = \frac{1}{(1+i)^t}.$$

Практическая польза от этого невелика, так как пока остается открытым вопрос о том, как нужно выбирать расчетную ставку процента в менее идеальных условиях.

Но эта тема не является тривиальной и здесь, кроме того, если мы предположим, что «главная» рыночная ставка процента не зависит от длительности финансовых вложений. Все эмпирические наблюдения указывают на то, что это, как правило, не так. При нормальных условиях краткосрочные ставки процента ниже, чем долгосрочные ставки. Но тогда количество рыночных ставок процента оказывается больше одной и возникает вопрос о том, какая из них должна играть роль расчетной ставки процента. На этот вопрос в литературе даются разные ответы.

Было предложено использовать ожидаемую в среднем в последующих годах ставку процента облигаций. Это предложение основывается на идее, согласно которой долгосрочные инвестиции нужно оценивать на базе ставок процента для долгосрочных капиталовложений.

Несмотря на то что нужно еще уяснить методику определения долгосрочной доходности облигаций, нужно констатировать следующее: эта идея в целом не является реалистичной, так как инвестиции обещают не только долгосрочные, но и кратко- и среднесрочные возвратные потоки. Поэтому следует отказаться от концепции единой расчетной ставки процента и вместо этого работать с несколькими зависящими от срока действий ставками процента. Тогда дисконтирование осуществляется в зависимости от срочности возвратных потоков с соответствующей ставкой.

Перед тем как мы станем разбираться с деталями, сначала выясним некоторые термины. Вначале мы должны научиться различать разные виды ставок процента и прийти к пониманию того, что такое кривые процентов и как они обычно выглядят.

2.4.5.1. Разные ставки процента

В основном различают три разных вида ставок процента, а именно спотовые, форвардные и эффективные.

Спотовая ставка процента. Для того чтобы понять, что такое спотовая ставка процента (по-английски: *spot rate*), вы должны знать типичные признаки облигаций с нулевым купоном (по-английски: *zero bonds*). Это — облигации, которые обязывают должников к одному-единственному платежу кредиторам. Если вы, например, как кредитор ссудите сумму величиной

$K_0 = 10\,000$ руб. на период времени 10 лет по определенной ставке процента, то вы от своего должника в первые девять лет ничего не получите, а истечение 10-го года вернет вам все проценты и основной долг в одной сумме. Вы можете, например, договориться с вашим должником, что он должен заплатить вам через 10 лет сумму $K_{10} = 21\,589.25$ руб.

Заклученный в таком случае договор характеризуется тем, что кредитор платит в момент времени $t = 0$ сумму K_0 должнику, а должник обязуется в момент времени $t = T$ возратить сумму K_T . На этой основе мы определяем

$$i_{0,T} = \sqrt[T]{\frac{K_T}{K_0}} - 1$$

как спотовую ставку процента. При использовании цифр из вышеописанного примера, это привело бы к

$$i_{0,10} = \sqrt[10]{\frac{21\,589.25}{10\,000.00}} - 1 = 8\%.$$

Если мы выразим уравнение определения спотовой ставки процента через величину платежа со стороны должника K_T , то получим

$$K_T = K_0 \cdot (1 + i_{0,T})^T.$$

Эта формула является уравнением определения остаточного капитала на основе расчета сложного процента.

Представим себе ситуацию, в которой речь идет об оценке инвестиции со сроком длительности 10 лет с помощью метода чистой сегодняшней стоимости. Такая инвестиция обещает возвратные потоки в десяти разных годах и для того, чтобы суметь их дисконтировать, нам необходимы спотовые ставки процента для десяти разных сроков действия. Мы должны были бы приобрести соответствующие данные по рынкам капитала (K_0 и K_t для десяти разных сроков действия $t = 1, 2, \dots, 10$).

Это по меньшей мере на немецком рынке капитала привело бы к неразрешимым трудностям, так как рынок облигаций с нулевым купоном относительно неразвит. В Германии стандартным видом облигации являются облигации с купоном. Они характеризуются тем, что должник регулярно (обычно ежегодно) выплачивает проценты кредитору.

Форвардная ставка процента. Для описания понятия форвардной ставки процента (по-английски: forward rate) самое лучшее обратиться заново к кредитному договору, который по характеристике платежей соответствует облигации с нулевым купоном. Единственное отличие от анализировавшейся до сих пор ситуации состоит в том, что и платеж кредитора осуществляется в будущем.

Итак, представьте себе, что сегодня (в момент времени $t = 0$) вы заключаете договор, который обязывает вас через два года (в момент времени $t_1 = 2$) предоставить кредит в объеме $K_2 = 10\,000$ руб., а вашего контрагента — вер-

нуть вам через 5 лет (в момент времени $t_2 = 5$) сумму $K_5 = 12\,950.29$. Тогда вы договорились бы друг с другом о форвардной ставке процента, которую мы могли бы рассчитать посредством формулы

$$i_{2,5} = \sqrt[5-2]{\frac{12\,950.29}{10\,000.00}} - 1 = 9\%$$

и которую в общем виде мы могли бы записать следующим образом:

$$i_{t_1, t_2} = \sqrt[t_2 - t_1]{\frac{K_{t_2}}{K_{t_1}}} - 1.$$

Не требует подробного объяснения тот факт, что вычислить форвардные ставки процента сложнее, чем спотовые ставки, так как хотя на мировых рынках капитала и заключаются такие форвардные сделки, но они не рассчитаны на ту длительность, которая понадобится нам для оценки инвестиций в материальные активы сроком на 10 лет.

Перед тем как обратиться к анализу третьей категории ставок процента, мы хотим сказать несколько слов о связи между спотовой и форвардной ставками процента. Для этого рассмотрим ситуацию, при которой даны спотовые ставки процента для двух разных сроков длительности, скажем $i_{0,1} = 8\%$ и $i_{0,2} = 9\%$. Тогда и форвардная ставка процента $i_{1,2}$ однозначно определена, так как на рынках, которые выполняют «определенные требования», всегда должно быть верно:

$$(1 + i_{0,1}) \cdot (1 + i_{1,2}) \stackrel{!}{=} (1 + i_{0,2})^2$$

и эту формулу можно всегда выразить через форвардную ставку процента

$$i_{1,2} = \frac{(1 + i_{0,2})^2}{1 + i_{0,1}} - 1.$$

причем мы получили бы

$$i_{1,2} = \frac{1.1881}{1.08} - 1 \approx 10\%.$$

«Определенные требования», о которых здесь шла речь, — это условия, при которых рынок капитала не предоставляет возможностей для арбитражных сделок. Практически это означает, что мы можем осуществить форвардную сделку по ставке процента, равной 10%, самостоятельно, если даны обе спотовые ставки процента.

Для этой цели исходите из идеи о том, что на спотовом рынке обращаются две облигации с нулевым купоном, цены и возвратные потоки которых содержатся в табл. 2.30. А теперь представьте себе, что вы одновременно покупаете одну облигацию и продаете другую. Тогда вы в момент времени $t = 0$ имели бы одинаковую сумму поступлений и выплат или сальдо пла-

Таблица 2.30. Цены и возвратные потоки двух облигаций с нулевым купоном на спотовом рынке

	K_0	K_1	K_2
Облигация с нулевым купоном № 1	100.00	108.00	
Облигация с нулевым купоном № 2	100.00		118.81

тежей, равное нулю. В момент времени $t = 1$ вы могли бы рассчитывать на поступления величиной 108.00 руб., тогда как в момент времени $t = 2$ вы осуществили бы выплаты величиной 118.81 руб. В результате такая сделка не отличалась бы от форвардного кредита, о котором договариваются сегодня по ставке процента, равной $\frac{118.81}{108.00} - 1 = 10\%$.

Эффективная ставка процента. Наконец, мы хотим еще познакомиться с понятием эффективной ставки процента (по-английски: yield). Это та ставка процента, с которой вы имеете дело при заключении сделки с купонной облигацией. Под ней понимается договор, который обязывает должника регулярно с течением времени осуществлять кредитору процентные платежи.

Например, мы могли бы себе представить, что вы сегодня предоставляете кредит величиной $K_0 = 10\,000$ руб. на срок три года и от своего должника требуете ежегодно по 8%. Тогда в конце каждого из этих трех лет он должен заплатить вам по 800 руб. В конце третьего года, кроме того, он обязан вернуть всю сумму кредита, т. е. всего 10 800 руб. Эффективная ставка процента в этом случае была бы равна $i_3 = 8\%$, и ее можно было бы найти без длительных расчетов.

Правило расчета, которое при данных платежах должника Z_1, Z_2, \dots, Z_t и данной сумме кредита K_0 всегда позволяло бы нам получить искомую ставку процента, выглядит следующим образом:

$$K_0 = \sum_{\tau=1}^t \frac{Z_{\tau}}{(1+i_t)^{\tau}}$$

или с цифрами из нашего примера

$$10\,000 = \frac{800}{(1+i_3)^1} + \frac{800}{(1+i_3)^2} + \frac{10\,800}{(1+i_3)^3},$$

для которого мы действительно получаем $i_3 = 8\%$. Это решение не так очевидно, если выдаваемая кредитором сумма K_0 отличается от номинальной стоимости и составляет например 9800 руб. или 10 100 руб. Дальнейшие осложнения возникают, если платежи осуществляются не ежегодно. Но мы здесь не хотели бы обсуждать особые детали, которые связаны с вычислением эффективной ставки процента. В принципе, эффективную доходность можно рассчитать посредством тех же методов, что и внутренние ставки процента по инвестициям в материальные активы.

Обратите внимание на то, что начисление эффективного процента в противоположность к внутренней ставке процента не имеет временного индекса, который соответствует сроку последнего платежа должника. Данное обстоятельство вызвано тем, что мы не можем исключить различий между эффективными ставками процента по кредитным договорам с различными сроками длительности.

2.4.5.2. Кривые процентов и доходности

Если бы ставки процента были бы одинаковы для всех сроков длительности, то мы имели бы картину, изображенную на рис. 2.3, и тогда мы говорили бы о пологой кривой процента.

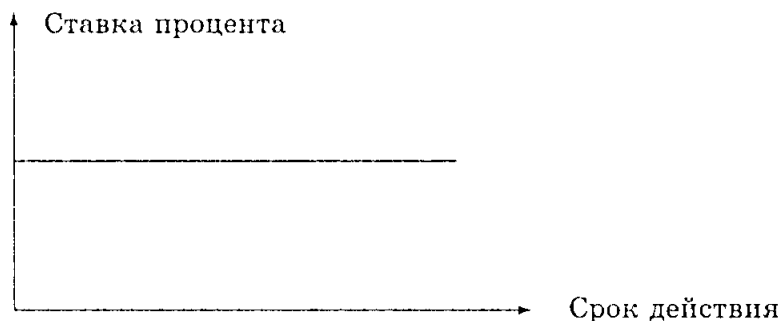


Рис. 2.3. Пологая кривая процента

Для пологой кривой процента характерно, что существует лишь одна единственная ставка процента. Вследствие этого различие между спотовой, форвардной и эффективной ставками процента здесь излишне. Существует только «главная» рыночная ставка процента. Но эта ситуация в реальности никогда не встречается.

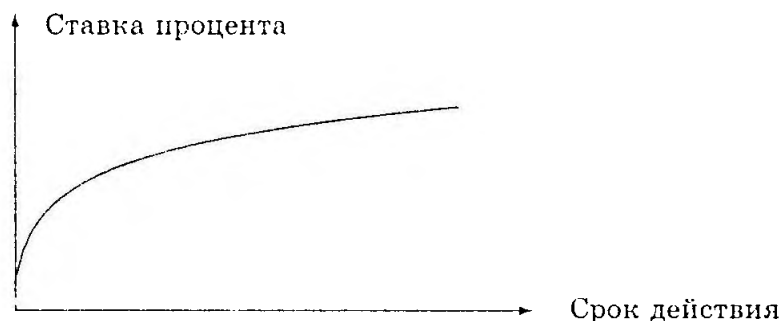


Рис. 2.4. Нормальная кривая процента

В действительности кривые процента выглядят скорее так, как показано на рис. 2.4. Спотовые ставки для долгосрочных вложений являются более

высокими, чем для краткосрочных, причем с увеличением срока длительности кривая процента становится значительно более пологой.

Иногда на рынках капитала возникают ситуации, при которых долгосрочные спотовые ставки процента меньше, чем краткосрочные. Однако обычно такие структуры ставок процента долго не наблюдаются. В нормальной ситуации, чем больше срок длительности, тем выше ставка процента.

Если мы отложим спотовые ставки процента на ординате, то получим кривую процента. А если мы используем эффективные ставки процента, то тогда мы говорим о кривой доходности. Эти кривые не идентичны. Между ними постоянно наблюдается различие, которым мы здесь не можем заниматься в деталях. Но рассматриваемые кривые имеют одно общее свойство: если кривая процента имеет положительный наклон, то аналогичный наклон имеет и кривая доходности, и если одна кривая имеет отрицательный наклон, то такой же наклон имеет и другая.

2.4.5.3. Расчетные ставки процента при непологой кривой процента

Вопрос, который возникает после всей этой подготовительной работы, формулируется следующим образом: какие ставки процента самым лучшим образом подходят для дисконтирования будущих инвестиционных возвратных потоков. Ответ с теоретической точки зрения однозначен. Самое лучшее — это использовать спотовые ставки процента, следовательно, в качестве множителя дисконтирования применяем:

$$\pi_t = (1 + i_{0,t})^{-t}.$$

Менее целесообразным является использование эффективных ставок процента. Разница между обоими подходами станет более ясной на числовом примере.

Пример. Инвестору необходимо оценить проект

$$-8000, 2000, 2000, 3000, 4000$$

при наличии непологой кривой процента. Она построена на основе характеристик четырех купонных облигаций, образующихся на рынках капитала, цены и возвратные потоки которых можно определить из табл. 2.31.

Спотовые и форвардные ставки процента при полном рынке капитала

В этом примере мы имеем дело с рынком капитала, который можно назвать полным. Первая предпосылка того, что рынок капитала называется полным, заключается в существовании в точности стольких финансовых титулов, сколько имеется платежей. Возвратный поток оцениваемой инве-

Таблица 2.31. Цены и возвратные потоки четырех купонных облигаций

	Цена в момент времени $t = 0$	Возвратный поток в момент времени			
		$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
Облигация № 1	98.18	4.00	104.00	0.00	0.00
Облигация № 2	101.91	6.00	106.00	0.00	0.00
Облигация № 3	103.80	7.00	7.00	7.00	107.00
Облигация № 4	107.31	8.00	8.00	8.00	108.00

стиции состоит из четырех поступлений и мы имеем данные в точности по четырем облигациям, которые обращаются на рынке капитала. Вторая предпосылка состоит в том, что возвратные потоки по финансовым титулам (облигациям) должны быть линейно независимы друг от друга. Этот случай имеет место тогда, когда определитель возвратных потоков финансовых титулов не равен нулю. В нашем примере мы имеем

$$\begin{vmatrix} 4.00 & 104.00 & 0.00 & 0.00 \\ 6.00 & 106.00 & 0.00 & 0.00 \\ 7.00 & 7.00 & 7.00 & 107.00 \\ 8.00 & 8.00 & 8.00 & 108.00 \end{vmatrix} = 20\,000,$$

и поэтому можем установить, что рынок капитала — полный. При условии такого рынка капитала можно однозначно рассчитать относящиеся к спотовым ставкам процентов множители дисконтирования посредством решения следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} 4.00 \pi_1 + 104.00 \pi_2 + 0.00 \pi_3 + 0.00 \pi_4 &= 98.18 \\ 6.00 \pi_1 + 106.00 \pi_2 + 0.00 \pi_3 + 0.00 \pi_4 &= 101.91 \\ 7.00 \pi_1 + 7.00 \pi_2 + 7.00 \pi_3 + 107.00 \pi_4 &= 103.80 \\ 8.00 \pi_1 + 8.00 \pi_2 + 8.00 \pi_3 + 108.00 \pi_4 &= 107.31. \end{aligned}$$

Экономическое обоснование, лежащее в основе этой системы уравнений, основывается на идее примитивной ценной бумаги. Данный термин означает финансовый титул, владелец которого в момент времени t получает в точности 1 рубль, а во всех других моментах времени ему не достается ничего. В противоположность к этому под рыночной ценной бумагой мы понимаем финансовый титул, который «обещает» возвратные потоки в разные моменты времени, т. е. владелец которого в определенный момент времени t получает больше 1 рубля. Все описанные в табл. 2.31 облигации являются такими рыночными ценными бумагами.

Если, например, мы рассмотрим ценную бумагу № 3 в табл. 2.31, то в результате совершенно безразлично — приобретем ли мы эту облигацию или купим пакет, имеющий следующую структуру:

- 7 примитивных ценных бумаг со сроком длительности $t = 1$;
- 7 примитивных ценных бумаг со сроком длительности $t = 2$;
- 7 примитивных ценных бумаг со сроком длительности $t = 3$;
- 107 примитивных ценных бумаг со сроком длительности $t = 4$.

Мы получим в обоих случаях возвратные потоки величиной $(7, 7, 7, 107)$. Если мы пойдем по первому пути, то за требования на эти поступления мы должны заплатить цену 103.80 руб. А если мы покупаем описанный пакет примитивных ценных бумаг и обозначим их ценой π_1, \dots, π_4 , то покупная цена составит

$$7.00 \pi_1 + 7.00 \pi_2 + 7.00 \pi_3 + 107.00 \pi_4.$$

Если рынок капитала не дает возможности осуществить арбитражные сделки, то тогда эти две цены покупки должны совпасть. И эту идентичность отражает в точности третья формула вышеприведенной системы уравнений. Аналогично можно проинтерпретировать три остальные уравнения.

На основе того факта, что определитель матрицы возвратных потоков отличен от нуля, мы можем однозначно решить релевантную в данном случае систему уравнений. Если мы это сделаем с помощью трансформации рассматриваемой матрицы в обратную, то получим

$$\begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.00 & 104.00 & 0.00 & 0.00 \\ 6.00 & 106.00 & 0.00 & 0.00 \\ 7.00 & 7.00 & 7.00 & 107.00 \\ 8.00 & 8.00 & 8.00 & 108.00 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 98.18 \\ 101.91 \\ 103.80 \\ 107.31 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9578 \\ 0.9072 \\ 0.8527 \\ 0.7923 \end{pmatrix}.$$

Если мы выразим спотовую ставку из уравнения, которое отражает связь между множителями дисконтирования и спотовыми ставками процента, то придем к формуле

$$i_{0,t} = \sqrt[t]{\frac{1}{\pi_t}} - 1,$$

и на этом круг замыкается, так как, используя данные из примера, мы рассчитаем

$$i_{0,1} = 4.41\%$$

$$i_{0,2} = 4.99\%$$

$$i_{0,3} = 5.46\%$$

$$i_{0,4} = 5.99\%.$$

Таким образом, мы быстро вычислим чистую сегодняшнюю стоимость инвестиции в примере, и результат выглядит следующим образом:

$$NPV = -8000 + 2000 \cdot 0.9578 + 2000 \cdot 0.9072 + 3000 \cdot 0.8527 + 4000 \cdot 0.7923 =$$

$$\begin{aligned}
 &= -8000 + \frac{2000}{1.0441^1} + \frac{2000}{1.0499^2} + \frac{3000}{1.0546^3} + \frac{4000}{1.0599^4} = \\
 &= 1457.30 \text{ руб.}
 \end{aligned}$$

Если цены примитивных ценных бумаг (т. е. множители дисконтирования) известны, то отсюда можно также вывести неявные форвардные ставки процента. Они оказываются равными

$$i_{t_1, t_2} = \sqrt[t_2 - t_1]{\frac{\pi_{t_1}}{\pi_{t_2}}} - 1,$$

откуда с данными из примера мы получаем

$$\begin{aligned}
 i_{1,2} &= 5.58\% \\
 i_{2,3} &= 6.39\% \\
 i_{3,4} &= 7.62\%.
 \end{aligned}$$

Так как можно показать, что верно

$$\pi_t = \prod_{\tau=1}^t (1 + i_{\tau-1, \tau})^{-1} = \frac{1}{(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}) \cdots (1 + i_{t-1,t})}$$

мы можем рассчитать чистую сегодняшнюю стоимость нашей инвестиции в примере и из формулы

$$\begin{aligned}
 NPV &= -8000 + \frac{2000}{1.0441} + \frac{20\,000}{1.0441 \cdot 1.0558} + \dots + \frac{40\,000}{1.0441 \cdot 1.0558 \cdot 1.0639 \cdot 1.0762} = \\
 &= 1457.30 \text{ руб.}
 \end{aligned}$$

К проблематике эффективных ставок процента

Вместо спотовых ставок процента разумно работать с эффективными ставками процента. Условием является лишь возможность их определения; и для их выведения из цен и возвратных потоков рыночных ценных бумаг недостаточно предпосылки полноты рынка капитала. Если, например, мы используем данные из табл. 2.31, то мы получим результаты, представленные в табл. 2.32. При этом выясняется, что нам не узнать эффектив-

Таблица 2.32. Эффективные ставки процента для полного рынка

Облигация № 1	2 года	$i_2 = 4.98\%$
Облигация № 2	2 года	$i_2 = 4.97\%$
Облигация № 3	4 года	$i_4 = 5.91\%$
Облигация № 4	4 года	$i_4 = 5.90\%$

ных ставок процента для сроков длительности один год и три года. Чтобы их рассчитать, нам необходима не только полнота рынка капитала, но и информация о финансовых титулах с несовпадающими сроками действия. Тогда матрица возвратных потоков финансовых титулов имела бы форму треугольника, и мы могли бы вычислить для каждого срока длительности одну эффективную доходность. Здесь мы можем обойтись без особого числового примера.

В случае табл. 2.32 мы должны, кроме того, констатировать то неприятное обстоятельство, что эффективные ставки процента являются неоднозначными, хотя рынок капитала — полный. Отклонения можно увидеть лишь в значениях сотых, и поэтому они, по-видимому, не очень значительны. Но все-таки эти отклонения существуют.

В конце нужно еще указать на одну погрешность методики расчета. Тот, кто хочет выяснить структуру доходности финансовых титулов, обращающихся на рынке капитала, и исходит из того, что эффективные ставки процента ведут себя «нормально» в том смысле, что они тем выше, чем больше сроки длительности, запутается в логическом противоречии. Он ищет ставки процента, которые описываются непологой кривой, а для их расчета использует метод вычисления, базирующийся на предпосылке пологой кривой процента.

Но мы можем предположить, что там, где структура рынка капитала позволяет однозначно определить и спотовые, и эффективные ставки процента, в сущности безразлично, какой из этих типов расчетной ставки используется нами.

2.4.6. Методы расчета внутренней ставки процента (раздел, который в принципе вы не должны были бы читать)

В главе о моделях остаточной стоимости и изъятий мы познакомились со всеми методами динамических инвестиционных расчетов, которые нам необходимы для определения оптимальной инвестиционной альтернативы, если вы стремитесь или к максимальному остаточному имуществу (при данном доходе) или к максимальному уровню изъятий (при данном остаточном имуществе).³⁴ Пока речь идет лишь об этих двух целях, мы не нуждаемся в тех методах определения выгодности инвестиций, которые существенно отличаются от проанализированных до сих пор методов. И все-таки мы не можем просто игнорировать рассмотрение метода внутренних ставок процентов.

Внутренняя ставка процента является критерием, который, по нашему убеждению, как правило, не годится для оценки альтернативных инвестиционных проектов. Уже в начале 1970-х гг. было предложено выбросить внутреннюю ставку процента из учебников по инвестиционным расчетам.³⁵

³⁴ Ср. с. 54 и сл. и 70 и сл.

³⁵ См. [101].

Это предложение обоснованно, и мы задали себе вопрос: а следует ли нам сделать то же самое?

Мы не сделали этого по следующей простой причине. Внутренняя ставка процента на практике достаточно популярна. Да, действительно, в рамках дисциплины «Экономика предприятий» или, по меньшей мере, большинством исследователей, занимающихся этой дисциплиной, постоянно указывалось на большую сомнительность внутренней ставки процента как инструмента инвестиционного расчета. Но это не препятствует тому, что на практике данному методу оказывают большое доверие, а некоторые даже проявляют уверенность в том, что метод внутренней ставки процента превосходит другие методы инвестиционного расчета. Поэтому мы вынуждены разобрать и этот метод с соответствующей детальностью и пояснить читателю, по каким причинам внутренняя ставка процента является не подходящим критерием для суждения об исключаящих друг друга инвестиционных проектах.

Что же, собственно говоря, понимается под внутренней ставкой процента одной инвестиции?

Внутренней ставкой процента является та ставка процента r , которая приводит чистую сегодняшнюю стоимость инвестиции в точности к нулю,

$$\sum_{t=0}^T z_t(1+r)^{-t} = 0. \quad (2.6)$$

Мы должны остановиться на этом чисто формальном определении, так как экономическая интерпретация числа r , к сожалению, в общем виде невозможна.

2.4.6.1. Случай одного периода

Рассмотрим сначала случай одного периода. При $T = 1$ из уравнения (2.6) сразу вытекает:

$$z_0 + z_1(1+r)^{-1} = 0.$$

Если выразить эту формулу через r , то мы получим:

$$r = -\frac{z_1}{z_0} - 1.$$

Это выражение без всяких трудностей можно воспринимать как доходность инвестиционного проекта, рассчитанную по отношению к необходимой инвестиционной сумме. Инвестиция с денежным потоком $-100, 110$ характеризуется внутренней ставкой процента, равной 10%. Естественно, эту инвестицию мы должны осуществить, если (при совершенном рынке капитала) расчетная ставка процента меньше 10%. Но эта внутренняя ставка процен-

та может не привести нас к обоснованному принятию решения даже в этом очень простом случае, а именно тогда, когда необходимо оценить исключаящие друг друга инвестиции. Для иллюстрации приведем характерный пример.

Пример. Инвестор имеет ликвидные средства в сумме $M_0 = 5$. Рынок капитала является совершенным, а расчетная ставка процента равна 10%. Необходимо осуществить выбор между проектами А и В, денежные потоки которых видны из следующей таблицы.

Момент времени	0	1
Инвестиция А	-1	10
Инвестиция В	-10	25

Решение. Если инвестор доверяет методу внутренних ставок процента, то он должен принять решение в пользу проекта А, так как расчет выглядит следующим образом:

$$r_A = \frac{10}{1} - 1 = 900\%,$$

$$r_B = \frac{25}{10} - 1 = 150\%.$$

Но инвестор сделает большую ошибку, если он действительно осуществит проект А. В этом случае он не мог бы максимизировать ни доход, ни имущество. В отношении обеих целей на совершенном рынке капитала важна только чистая сегодняшняя стоимость. Она в рамках проекта В существенно выше, чем в рамках проекта А,

$$\begin{aligned} NPV_A &= -1 + \frac{10}{1.1} = 8.09, \\ NPV_B &= -10 + \frac{25}{1.1} = 12.73. \end{aligned}$$

Предположим, что инвестор намеревается максимизировать свое остаточное имущество C_1 при остающихся постоянными изъятиях в объеме $Y = 2$, тогда он достигнет³⁶ при реализации проекта А лишь

$$C_{1,A} = 1.1 \cdot \left((5 - 2 - 1) \cdot 1.1^0 + (0 - 2 + 10) \cdot 1.1^{-1} \right) = 10.2,$$

а при реализации проекта В

$$C_{1,B} = 1.1 \cdot \left((5 - 2 - 10) \cdot 1.1^0 + (0 - 2 + 25) \cdot 1.1^{-1} \right) = 15.3.$$

А если мы предполагаем, что инвестор намеревается максимизировать³⁷ свой уровень доходов Y при остаточном имуществе $C_1 = 5$, то тогда он при

³⁶ Мы используем формулу остаточной стоимости со с. 61.

³⁷ Мы вычисляем по формуле уровня изъятий со с. 77.

реализации проекта А получил бы лишь

$$Y_A = \frac{(5 - 1) \cdot 1.1^1 + (0 + 10) \cdot 1.1^0 - 5}{1.1^1 + 1.1^0} = 4.48,$$

а при реализации проекта В

$$Y_B = \frac{(5 - 10) \cdot 1.1^1 + (0 + 25) \cdot 1.1^0 - 5}{1.1^1 + 1.1^0} = 6.9.$$

Отсюда мы видим: чистая сегодняшняя стоимость указывает нам правильное направление. В противоположность этому внутренняя ставка процента в ходе принятия решений по выбору инвестиционных проектов вводит нас в заблуждение.

2.4.6.2. Случай двух периодов

Перейдем к случаю двух периодов. При $T = 2$ мы можем представить (2.6) для определения внутренней ставки процента в форме

$$z_0 + z_1(1+r)^{-1} + z_2(1+r)^{-2} = 0.$$

Найти r уже не так просто, как в случае одного периода. Мы осуществляем следующую замену:

$$v = \frac{1}{1+r}.$$

Благодаря этому наше уравнение сводится к

$$z_0 + z_1v^1 + z_2v^2 = 0.$$

и мы сразу видим, что имеем дело с полиномом второй степени (т. е. с квадратным уравнением). Такое уравнение имеет (как мы знаем из программы средней школы) два решения. Их можно получить из формулы

$$v_{1,2} = -\frac{z_1}{2z_2} \pm \sqrt{\frac{z_1^2 - 4z_0z_2}{4z_2^2}}$$

и после обратной замены и нового преобразования получаем:

$$r_{1,2} = \frac{\pm \sqrt{z_1^2 - 4z_0z_2} - z_1}{2z_0} - 1.$$

Пример № 1. Проанализируем посредством этой формулы инвестицию с денежным потоком

о которой каждый предприниматель — без длительных расчетов — сказал бы, что ее доходность составляет 10%. Но если мы рассчитаем внутренние ставки процента, то получим следующее:

$$r_{1,2} = \frac{\pm \sqrt{100 + 44\,000} - 10}{-200} - 1$$

$$r_1 = -200\%$$

$$r_2 = 10\%.$$

Значит, проект имеет одновременно две доходности. На вложенный капитал начисляются проценты и из расчета 10%, и из расчета минус 200% — очевидно, это экономическая бессмыслица.

Но этот результат ни в коем случае не обескураживает сторонников метода внутренних ставок процента, так как они утверждают (и правильно!), что, осуществив инвестицию, нельзя потерять более чем 100% всего вложенного капитала, и делают из этого напрашивающийся вывод, согласно которому внутренние ставки процента ниже минус 100% являются «экономически незначимыми».

Пример №2. Рассмотрим другой проект — денежный поток

$$-100 \quad 150 \quad -20.$$

Здесь мы тоже получаем две внутренние ставки процента, а именно

$$r_{1,2} = \frac{\pm \sqrt{22\,500 - 8\,000} - 150}{-200} - 1$$

$$r_1 = -85.2\%$$

$$r_2 = 35.2\%.$$

А какая сейчас из двух внутренних ставок процента является «экономически незначимой»?

Пример № 3. Впечатляющим примером является и денежный поток

$$-1000 \quad 2090 \quad -1092,$$

для которого мы получаем две находящиеся очень близко друг к другу внутренние ставки процента, а именно $r_1 = 4\%$ и $r_2 = 5\%$. А еще более запутанным является не очень отличающийся от этого денежный поток

$$-1000 \quad 2090 \quad -1093,$$

так как здесь мы получаем отрицательные цифры, находящиеся под знаком корня

$$r_{1,2} = \frac{\pm \sqrt{4368\,100 - 4\,372\,000} - 2\,090}{-2000} - 1$$

$$r_{1,2} = \frac{\pm \sqrt{-39} + 9}{200}.$$

Такие комплексные решения не поддаются никакой разумной «экономической интерпретации».

2.4.6.3. Более чем два периода

До сих пор мы обсуждали проблематику внутренних ставок процента лишь в отношении денежных потоков максимум с тремя платежами (в случае двух периодов). При этом мы уже установили следующее: с одной стороны, существуют инвестиции, которые вообще не имеют внутренней ставки процента («несуществование»), а с другой стороны, существуют инвестиции, которые имеют более, чем одну внутреннюю ставку процента (многозначность). Как это можно объяснить?

По математическим соображениям определение внутренних ставок процента является не чем иным, как решением алгебраического уравнения или полинома уравнения T -й степени.

Такой полином, согласно одной из фундаментальных теорем алгебры, имеет до T разных решений, которые являются либо действительными, либо комплексными. В целом мы должны различать три случая.

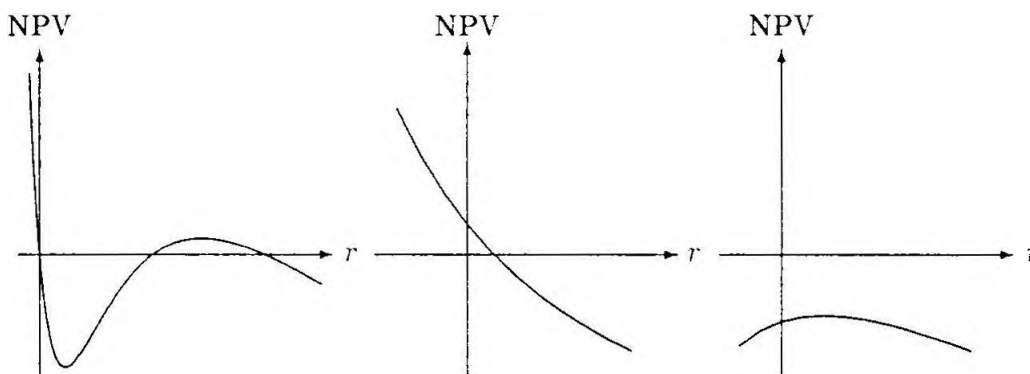


Рис. 2.5. Функции чистой сегодняшней стоимости трех инвестиций

Многозначность. Инвестиция имеет несколько фактических внутренних ставок процента (в виде действительных чисел), например, проект с денежным потоком

$$-1 \quad 6 \quad -11 \quad 6$$

при $r_1 = 200\%$, $r_2 = 100\%$ и $r_3 = 0$ (см. рис. 2.5, левую диаграмму). Как мы должны оценить проект, который имеет одновременно три значения доходности?

Однозначность. Инвестиция имеет одну-единственную фактическую внутреннюю ставку процента (в виде действительного числа). К ней относятся все однопериодные проекты, а также, например, инвестиция с денежным потоком

$$-100 \quad 80 \quad -20 \quad 50$$

при $r = 5.78\%$ (см. рис. 2.5, среднюю диаграмму).

Несуществование. Инвестиция не имеет ни одной фактической внутренней ставки процента (в виде действительного числа); в качестве примера можно привести проект с денежным потоком

$$-100 \quad 200 \quad -110$$

(см. рис. 2.5, правую диаграмму). Здесь мы должны совсем растеряться. Что нам следует думать об инвестиции, которая вообще не имеет — даже отрицательной — фактической внутренней ставки процента (в виде действительного числа)?

В конце мы должны коснуться еще чисто технической стороны практического расчета внутренних ставок процента. Эти расчеты являются не совсем простыми тогда, когда мы решаем алгебраические уравнения третьей и более высоких степеней, иными словами, если срок длительности инвестиций составляет три или более периодов. Как правило, мы здесь вынуждены обратиться к итерационным методам.

Инвестиции с изменением знака. Расчет внутренних ставок процента относительно прост еще в том случае, если мы имеем дело с так называемыми нормальными инвестициями. Это проекты, в денежных потоках которых имеется лишь одно изменение знака, например, $(- + ++)$ или $(- - + + +)$. Для таких инвестиций мы можем доказать, что они всегда имеют лишь одну внутреннюю ставку в виде действительного числа, которая превышает минус 100%. Доказательство можно осуществить с помощью декартова правила знака.³⁵ Мы здесь не приводим этого доказательства и обращаемся к вопросам, касающимся чистой техники расчета. Особенно быстро мы можем найти единственную (интерпретируемую экономически) внутреннюю ставку процента нормальной инвестиции с помощью метода *Ньютона*. Речь идет об итеративном методе, который шаг за шагом улучшает исходное значение r_k («пробная ставка процента») с помощью правила расчета

$$r_{k+1} = r_k - \frac{NPV(r_k)}{NPV'(r_k)}. \quad (2.7)$$

При этом $NPV(r)$ является значением функции чистой сегодняшней стоимости

$$NPV(r) = \sum_{t=0}^T z_t (1+r)^{-t},$$

³⁵ По этому поводу см., например, [121. S. 16 и сл.].

а $NPV'(r)$ — значением первой производной по r . Значит,

$$NPV'(r) = \sum_{t=0}^T -t z_t (1+r)^{-t-1}.$$

Пример. Мы хотим проиллюстрировать способ функционирования метода на примере инвестиции с денежным потоком

$$-100 \quad 30 \quad 50 \quad 40$$

Решение. Необходимо выбрать первое исходное значение r_0 . Метод *Ньютона* обеспечивает сходимость тем быстрее, чем ближе находится это исходное значение к искомой ставке процента. По соображениям удобства мы выбираем $r_0 = 0$. С цифрами из нашего примера функция чистой сегодняшней стоимости выглядит следующим образом:

$$NPV(r) = -100 + 30(1+r)^{-1} + 50(1+r)^{-2} + 40(1+r)^{-3},$$

а первая производная оказывается равной

$$NPV'(r) = -30(1+r)^{-2} - 100(1+r)^{-3} - 120(1+r)^{-4}.$$

Если теперь осуществить итерационные шаги метода *Ньютона*, то первое улучшение дает

$$r_1 = r_0 - \frac{NPV(r_0)}{NPV'(r_0)} = 0 + \frac{20}{250} = 0.08,$$

второе улучшение

$$r_2 = r_1 - \frac{NPV(r_1)}{NPV'(r_1)} = 0.08 + \frac{2.40}{193.31} = 0.0924,$$

а третье улучшение

$$r_3 = r_2 - \frac{NPV(r_2)}{NPV'(r_2)} = 0.0924 + \frac{0.04}{186.11} = 0.0926.$$

Если мы считаем до одной десятитысячной, то уже не можем достичь дальнейшего улучшения. Поэтому мы здесь прерываем расчет. Наглядное обобщение результатов представлено в табл. 2.33.

Тот, кто может пользоваться компьютерной программой EXCEL, может вычислить внутреннюю ставку процента. Он может использовать или стандартную команду ВДОХ(\cdot),³⁹ или работать с меню ПОДБОР ПАРАМЕТРА.⁴⁰

³⁹ Эта команда основана на том, что платежи происходят ежегодно. В качестве аргументов мы должны задать те клетки, в которых находятся платежи по проекту.

⁴⁰ При этом необходимы следующие шаги:

Таблица 2.33. Расчет внутренней ставки процента методом Ньютона

k	r_k	$NPV(r_k)$	$NPV'(r_k)$
0	0.0000	20.00	-250.00
1	0.0800	2.40	-193.31
2	0.0924	0.04	-186.11
3	0.0926	0.00	-185.98

Инвестиции с несколькими изменениями знака. Но описанный метод Ньютона является спорным, если анализируются проекты, денежные потоки которых имеют больше одного изменения знака.

Данное обстоятельство является следствием того, что такие инвестиции могут иметь несколько внутренних ставок процента. Но в эпоху компьютеров и при сегодняшнем уровне развития арифметики расчет внутренних ставок процента и в таких случаях не представляет серьезной проблемы.⁴¹

2.4.6.4. Эффективная ставка процента и внутренняя ставка процента

Тот, кто должен сравнивать друг с другом кредиты, предложенные банками, склоняется к тому, чтобы принимать решения на основе эффективных ставок процентов. Если сначала просто исходить из идеи, согласно которой эффективный процент является не чем иным, как внутренней ставкой процента, и далее уяснить для себя, что кредит с точки зрения кредитора является инвестицией, то тогда сразу становится ясно: вопреки нашим рекомендациям мы приходим к выводу, что принятие решений должно произойти на основе спорной концепции внутренней ставки процента.

Но вообще говоря, этот метод при сравнении предлагаемых кредитов не является таким сомнительным, как при определении выгоды инвести-

- занесение в таблицу моментов осуществления платежей и объемов платежей по проекту;
- занесение в таблицу пробной ставки процента;
- расчет чистой сегодняшней стоимости на основе пробной ставки процента;
- после задания команды меню ПОДБОР ПАРАМЕТРА откроется окно, которое нужно заполнить следующим образом:
 - в строке УСТАНОВИТЬ В ЯЧЕЙКЕ нужно завести ту ячейку, в которой находится чистая сегодняшняя стоимость проекта;
 - в строке ЗНАЧЕНИЕ нужно выбрать нуль;
 - в строке ИЗМЕНЯЯ ЗНАЧЕНИЕ ЯЧЕЙКИ нужно выбрать ячейку, в которой находится пробная ставка процента.

⁴¹ Программу для расчета внутренних ставок процента, которая приведет к результату и в обсуждаемых здесь случаях, можно найти в шестом (немецком) издании этой книги на с. 97 и сл. Описанный в сноске 40 подход в случае множественности внутренних ставок процента является непригодным.

ций. Почему? Денежные потоки конкурирующих друг с другом кредитов, с нескольких точек зрения, очень похожи друг на друга.

- Суммы выдаваемых кредитов (инвестиционные вложения кредитора) сравниваемых друг с другом альтернатив являются примерно одинаковыми по величине.
- Процентные платежи и основная сумма долга (денежные потоки кредитора) одинаковы по величине и временной структуре.
- И даже сроки действия конкурирующих друг с другом кредитов примерно совпадают.

При этих особых условиях мы имеем большую вероятность того, что на основе чистых сегодняшних стоимостей не удастся получить другой результат по сравнению со случаем использования внутренних ставок процента.

Практика определения выгодности кредитов на основе эффективных ставок процента в Германии немножко запутана. Помимо методов *Моосмюллера* существует метод *Бреса* и *Фангмаера*, а также метод 360 дней правила указания цены. Мы не хотели бы представлять эти методы в деталях,⁴² а ограничимся рассмотрением принятого в международной практике метода ISMA.⁴³ Он очень близок методу внутренних ставок процента.

Пример. Давайте рассмотрим кредит в объеме 100 000 руб., который должен быть выдан 15.02.2000 г. С получателем кредита есть договоренность о процентах величиной 6% за год, которые нужно выплачивать одинаковыми долями ежеквартально. Кредит должен быть возвращен к 31.12.2001 г. В первый год должник свободен от возврата общей суммы. На протяжении второго года возврат происходит четыре раза одинаковыми долями. Кроме процентов и возврата основной суммы, должник должен выплатить 28.02.2000 г. и сбор за работы, связанные с предоставлением кредита в объеме 1000 руб.

Решение. Для расчета эффективной ставки процента согласно ISMA нам нужно сначала записать, в какие дни и для кого осуществляются эти платежи. Это, так сказать, «дневник кредита», как это приведено во втором и третьем столбце табл. 2.34. После этого мы рассчитаем применительно к каждой дате, в которую предусмотрено осуществить платеж, время, прошедшее с момента выдачи кредита (в годах). Так, третий платеж состоится 31.03.2000 г., и время, прошедшее с момента выдачи кредита, составит $13 + 31 = 44$ дней или $d_3 = \frac{44}{365} = 0.1205$ лет.

Если мы обозначим t -й платеж z_t , время, прошедшее со дня выдачи кредита до осуществления этого платежа, d_t , и число платежей T , то эффектив-

⁴² В связи с этим указываем на книгу [187].

⁴³ International Securities Market Association (ISMA, Международная ассоциация рынка ценных бумаг) называлась раньше Association of International Bond Dealers (AIBD, Международная ассоциация дилеров облигаций).

Таблица 2.34. Расчет эффективной ставки процента согласно ISMA

№ п/п t	Дата	Платеж z_t	Время, прошедшее с момента выдачи кредита (по годам) d_t	Множитель дисконтирования $(1+r)^{-d_t}$	Сегодняшняя стоимость платежа $z_t(1+r)^{-d_t}$
1	15.02.00	100 000.00	0.0000	1.0000	100 000.00
2	28.02.00	-1 000.00	0.0356	0.9976	-997.63
3	31.03.00	-750.00	0.1205	0.9920	-744.00
4	30.06.00	-1 500.00	0.3699	0.9756	-1 463.46
5	30.09.00	-1 500.00	0.6219	0.9594	-1 439.06
6	31.12.00	-1 500.00	0.8740	0.9434	-1 415.08
7	31.03.01	-26 500.00	1.1205	0.9280	-24 592.02
8	30.06.01	-26 125.00	1.3699	0.9127	-23 844.29
9	30.09.01	-25 750.00	1.6219	0.8975	-23 110.30
10	31.12.01	-25 375.00	1.8740	0.8825	-22 394.16
NPV					0.00

ная ставка процента, определенная по методу ISMA, может быть найдена из уравнения:

$$\sum_{t=1}^T z_t (1+r)^{-d_t} = 0. \quad (2.8)$$

Эта формула отличается от уравнения (2.6) только лишь тем, что временные интервалы между моментами осуществления платежей не обязательно составляют один год. При использовании конкретных цифр нашей задачи эффективная ставка процента составляет 6.90%. Этот результат удается получить или с помощью вышеописанного метода *Ньютона* или при использовании методики, вкратце изложенной на с. 103 в сноске 40. Табл. 2.34 показывает, что при использовании этой ставки процента мы действительно приходим к чистой сегодняшней стоимости, равной нулю.

2.5. Учет налогов

До сих пор мы «по умолчанию» исходили из того, что инвестор не должен платить налоги. К сожалению, это очень нереалистичное допущение. Поэтому сейчас нам нужно обсудить, можно ли, и если можно, то как, учесть налоги в инвестиционных расчетах. Мы начнем с некоторых основополагающих аспектов.

В связи с оценкой инвестиций особо важны все налоги, которые зависят от прибыли. Такими сегодня являются, например, налог на прибыль с юридических лиц, налог на доход, оплачиваемый предприятиями, а также

подходный налог с физических лиц. Если бы делалась попытка реалистично учитывать в расчете как налог на прибыль, так и подходный налог, тогда нужно было бы использовать модель, которая была бы неудобной по двум причинам.

1. Нужно было бы одновременно учитывать два вида налога. Каждый из обоих налогов имеет свою собственную налоговую базу. Поэтому при плановом периоде в T лет для каждого вида налога T должны быть спрогнозированы налоговые базы. Это довольно кропотливая работа.
2. Нужно было бы работать с фактически действующими налоговыми ставками. Так как ни одна из таких ставок математически однозначно не пропорциональна, создаются существенные проблемы. Ведь если мы хотим точно рассчитать дополнительное увеличение или уменьшение налогового бремени, нам нужно сперва знать исходную ситуацию и знать, каким была бы налогооблагаемая прибыль без оцениваемой инвестиции. После этого мы должны были бы исследовать, как изменяются налогооблагаемые базы в отдельные годы планового периода, если нами осуществляется инвестиция. Значит, недостаточно знания о том, что определенная инвестиция увеличивает или уменьшает налогооблагаемую базу налога с доходов на определенную сумму. Ни в коем случае нельзя недооценивать расходы на прогнозирование, связанные с приобретением этой информации.

По этим причинам разумно менее точно учитывать налоги в инвестиционных расчетах и соответственно упростить саму модель. Для этого принят метод, который в литературе называется стандартной моделью или чистым методом.

2.5.1. Допущения стандартной модели

Стандартная модель основывается на допущении совершенного рынка капитала и использует чистую сегодняшнюю стоимость как критерий принятия решения. В рамках данной модели исходят из следующих девяти упрощающих предпосылок.

Общий налог на прибыль. Существует один общий налог на прибыль. Он называется общим потому, что охватывает всю прибыль независимо от того, возникает она внутри или вне предприятия (у частного предпринимателя). Юридическая форма предприятия не имеет значения при взимании этого налога. Кроме общего налога на прибыль $S_{\text{приб}}$, другие налоги не взимаются.

Налогооблагаемая база. Налогооблагаемой базой является прибыль за определенный период. При этом налогооблагаемая база общего налога на прибыль $BG_{\text{приб}}$ состоит из трех компонентов, а именно, из возвратных потоков всех инвестиций данного периода, амортизации всех инвестиционных

проектов и процентов. Процентные доходы повышают прибыль, расходы на проценты снижают ее. Поэтому

$$\text{BG}_{\text{приб}} = \text{возвратные потоки} - \\ - \text{сумма амортизационных отчислений} \pm \text{проценты.}$$

Пропорциональное налогообложение. Предполагается, что существует ставка налога на прибыль $s_{\text{приб}}$, которая совсем не зависит от величины налогооблагаемой базы. Здесь также существует свободная сумма, не облагаемая налогом. Таким образом, налоговые обязательства в момент времени t образуются из

$$S_{\text{приб},t} = s_{\text{приб}} \cdot \text{BG}_{\text{приб},t}.$$

Немедленный перенос убытка. Если получится отрицательная налогооблагаемая сумма, то тогда налогооблагаемый субъект в момент времени t получает возмещение, равное величине отрицательного налогового обязательства.

Немедленное налогообложение. Налог оплачивается в момент времени возникновения налогового обязательства.

Независимость денежных потоков инвестиций от налогообложения. Предполагается, что инвестор не предпринимает попытки переложить налоговое бремя на своих клиентов посредством повышения цен.

Основная налогооблагаемая база и налогооблагаемая база. Предполагается, что инвестор должен платить налоги и тогда, когда он отказывается от осуществления оцениваемой инвестиции. Поэтому налогооблагаемую базу общего налога на прибыль в момент времени t можно разделить на шесть компонентов:

- 1) возвратные потоки инвестиций, которые осуществлялись уже раньше;
- 2) амортизационные отчисления для инвестиционных объектов, приобретение которых произошло раньше;
- 3) процентные доходы и расходы, которые возникают независимо от осуществления оцениваемой инвестиции;
- 4) возвратные потоки оцениваемой инвестиции (CF_t);
- 5) амортизационные отчисления для оцениваемого проекта (AfA_t);
- 6) процентные доходы и расходы, которые возникают из-за дополняющих мероприятий (iC_{t-1}).

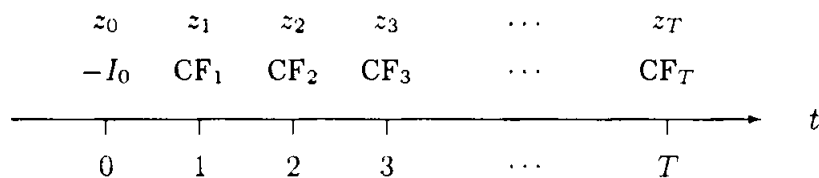
Если мы назовем сальдо из первых трех компонентов основной налогооблагаемой базой налога на прибыль $\text{BVG}_{\text{приб},t}$, тогда в каждом моменте времени $t > 0$ для налогооблагаемой базы верно

$$\text{BG}_{\text{приб},t} = \text{BVG}_{\text{приб},t} + \text{CF}_t - \text{AfA}_t + iC_{t-1}.$$

Переименование элементов денежного потока инвестиции. До сих пор мы записывали денежный поток инвестиций в форме z_0, z_1, \dots, z_T . Это делать уже нецелесообразно, если в инвестиционный расчет включены налоги, так как связанные с инвестицией платежи в зависимости от их характера в налоговом законодательстве трактуются по-разному. Мы объясним это сразу.

Мы исходим из того случая, что при осуществлении инвестиции речь идет о приобретении производственного блага. Тогда инвестиционный платеж (I_0) сперва не имеет никакого влияния на налогооблагаемую базу налога на прибыль, так как в момент времени приобретения речь идет о нейтральном по результату обмене (производственное благо за деньги). Лишь в течение времени пользования этим благом налогооблагаемая база сокращается на величину соответственно рассчитанных амортизационных отчислений (AfA_t). Если же имеет место производство и продажа продуктов, то связанные с этим денежные потоки (CF_t) повышают в момент времени t налогооблагаемую базу налога на прибыль.

Значит, необходимо разделить связанные с инвестицией платежи (z_t) на два компонента, а именно — на нейтральную по результату величину инвестиции (I_0) и на влияющие на результат возвратные потоки (CF_t). В целях упрощения предполагается, что инвестирование происходит в момент времени $t = 0$, и что все последующие платежи являются влияющими на результат возвратными потоками, как это проиллюстрировано на изображении следующего периода времени.



Инвестиция, выражающаяся в приобретении производственных благ, отражается в балансе и постепенно списывается. Налоговое законодательство предусматривает, помимо линейной амортизации, несколько видов дегрессивной амортизации, из которой инвестор может выбрать наиболее выгодный для него.

Налоговая трактовка дополнительных мероприятий. Проценты дополнительных мероприятий (iC_{t-1}) безгранично влияют на налогооблагаемую базу. Проценты к выплате (iC_{t-1} , если $C_{t-1} < 0$) снижают полную сумму налогооблагаемой базы, процентные доходы (iC_{t-1} , если $C_{t-1} > 0$) соответственно повышают ее.

Так как речь здесь идет лишь о расчете процентов дополнительных мероприятий, и прочие процентные платежи «скрыты» в основной налогооблагаемой базе $BVG_{\text{приб.}t}$, в целом остается неясным, какую структуру капитала имеет предприятие инвестора.

2.5.2. Выведение формулы чистой сегодняшней стоимости

Выше мы вывели из общих правил расчета на случай стремления к имуществу замкнутую формулу для остаточной стоимости инвестиции.⁴¹ При этом мы исходили из двух условий. Сперва мы предположили, что рынок капитала является совершенным, а затем, что налоги не учитываются. При выведении формулы остаточной стоимости мы начали с исходных уравнений

$$C_0 = M_0 - f_0Y + z_0$$

и

$$C_t = M_t - f_tY + z_t + (1 + i)C_{t-1} \quad \forall t = 1, \dots, T.$$

По мере поступательного изменения C_t с $t = 1$ до $t = T$ мы могли вывести формулу остаточной стоимости, а из нее — формулу чистой сегодняшней стоимости инвестиции.

Этот же путь будет пройден нами теперь еще раз. Однако сейчас мы включим в расчет остаточной стоимости общий налог на прибыль. При этом в начале мы должны переформулировать исходные уравнения в четыре этапа, учитывая новые условия.

1. Переименование элементов денежного потока. Из-за измененного способа записи денежного потока инвестиции он будет выглядеть следующим образом:

$$C_0 = M_0 - f_0Y - I_0$$

и

$$C_t = M_t - f_tY + CF_t + (1 + i)C_{t-1} \quad \forall t = 1, \dots, T.$$

2. Учет общего налога на прибыль. Необходимо учитывать налог на прибыль в качестве дополнительного платежа. По допущению он осуществляется первый раз в момент времени $t = 1$. Поэтому расширенные исходные уравнения имеют вид

$$C_0 = M_0 - f_0Y - I_0$$

и

$$C_t = M_t - f_tY + CF_t + (1 + i)C_{t-1} - S_{\text{приб.}t} \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2.9)$$

3. Подстановка и преобразование. На основе принятых в предыдущем разделе допущений общий налог на прибыль составляет

$$\begin{aligned} S_{\text{приб.}t} &= s_{\text{приб}} \cdot \text{ВГ}_{\text{приб.}t} = \\ &= s_{\text{приб}} \cdot (\text{ВВГ}_{\text{приб.}t} + CF_t - AfA_t + iC_{t-1}). \end{aligned}$$

⁴¹ См. с. 60.

Подстановка в уравнение (2.9) и преобразование дают

$$C_t = M_t - f_t Y - s_{\text{приб}} \text{BBG}_{\text{приб},t} + \text{CF}_t (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_t + \\ + (1 + i(1 - s_{\text{приб}})) C_{t-1}.$$

Если мы, наконец, введем еще i_s для обозначения налогооблагаемой расчетной ставки процента

$$i_s = i(1 - s_{\text{приб}}), \quad (2.10)$$

тогда мы опишем исходные уравнения следующим образом:

$$C_0 = M_0 - f_0 Y - I_0; \\ C_t = M_t - f_t Y - s_{\text{приб}} \text{BBG}_{\text{приб},t} + \text{CF}_t (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_t + (1 + i_s) C_{t-1}.$$

4. Изолирование независимых от проекта платежей. Для того чтобы суметь вывести формулу остаточной стоимости в наиболее удобном виде, мы объединим все платежи, которые возникают при максимизации остаточной стоимости, независимо от того, осуществляется ли инвестиция или нет. Эти независимые от проекта платежи составляют

$$U_0 = M_0 - f_0 Y \\ U_t = M_t - f_t Y - s_{\text{приб}} \text{BBG}_{\text{приб},t} \quad \forall t = 1, \dots, T.$$

Подстановка приводит к упрощенному виду исходных уравнений:

$$C_0 = U_0 - I_0 \\ C_t = U_t + \text{CF}_t (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_t + (1 + i_s) C_{t-1} \quad \forall t = 1, \dots, T.$$

5. Использование рекурсивного соотношения. Для выведения компактного уравнения остаточной стоимости мы по аналогии с нашим подходом на с. 61 используем следующие компоненты:

$$C_T = U_T + \text{CF}_T (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_T + (1 + i_s) C_{T-1} \\ C_{T-1} = U_{T-1} + \text{CF}_{T-1} (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_{T-1} + (1 + i_s) C_{T-2} \\ C_{T-2} = U_{T-2} + \text{CF}_{T-2} (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_{T-2} + (1 + i_s) C_{T-3} \\ \dots = \dots \\ C_2 = U_2 + \text{CF}_2 (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_2 + (1 + i_s) C_1 \\ C_1 = U_1 + \text{CF}_1 (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_1 + (1 + i_s) C_0 \\ C_0 = U_0 - I_0.$$

Последовательная подстановка в первое уравнение приводит к

$$C_T = (U_T + \text{CF}_T (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_T) + \\ + (1 + i_s)^1 \cdot (U_{T-1} + \text{CF}_{T-1} (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} \text{AfA}_{T-1}) +$$

$$\begin{aligned}
& + (1 + i_s)^2 \cdot (U_{T-2} + CF_{T-2} (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} AfA_{T-2}) + \\
& + \dots + \\
& + (1 + i_s)^{T-2} \cdot (U_2 + CF_2 (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} AfA_2) + \\
& + (1 + i_s)^{T-1} \cdot (U_1 + CF_1 (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} AfA_1) + \\
& + (1 + i_s)^T \cdot (U_0 - I_0).
\end{aligned}$$

для чего мы при использовании знака суммирования после незначительного преобразования получим

$$\begin{aligned}
C_T = (1 + i_s)^T \cdot & \left(\underbrace{\sum_{t=0}^T U_t (1 + i_s)^{-t}}_{\text{сегодняшняя стоимость независимых от проекта платежей}} + \right. \\
& \left. + \underbrace{\sum_{t=1}^T (CF_t (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} AfA_t) (1 + i_s)^{-t} - I_0}_{\text{сегодняшняя стоимость зависимых от проекта платежей}} \right).
\end{aligned}$$

Из этого уравнения легко вывести искомую формулу чистой сегодняшней стоимости после уплаты налогов. Она имеет вид⁴⁵

$$\boxed{NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^T (CF_t (1 - s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}} AfA_t) (1 + i_s)^{-t}}.$$

Проиллюстрируем, как нужно осуществлять расчет при использовании этой формулы.

Пример. Величины исходной инвестиции по проекту составляет $I_0 = 5000$. Его срок действия запланирован на четыре года, а амортизация пусть будет линейной. По оценкам, возвратные потоки за первые два года составят $CF_1 = CF_2 = 2500$, а за остальные два года — $CF_3 = CF_4 = 1500$. Мы хотим рассчитать чистую сегодняшнюю стоимость после уплаты налогов, если неналогооблагаемая расчетная ставка процента составляет $i = 12$, а ставка налога на прибыль — $s_{\text{приб}} = 60\%$.

⁴⁵ В литературе мы встречаем и следующую эквивалентную запись:

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^T (CF_t - \underbrace{s_{\text{приб}}(CF_t - AfA_t)}_{\text{«налог»}}) (1 + i_s)^{-t}.$$

Элемент, который мы здесь назвали «налог», в точности не соответствует оплачиваемому инвестором налогу на прибыль, так как налогооблагаемая база не содержит процентные доходы и расходы. Однако происходит соответствующая корректировка этой ошибки, так как имеет место дисконтирование с помощью налогооблагаемой расчетной ставки.

Решение. Налогооблагаемая расчетная ставка процента будет равна

$$i_s = 0.12 \cdot (1 - 0.6) = 4.8\% .$$

Валовые платежи, чистые платежи и дисконтированные чистые платежи можно увидеть в табл. 2.35. Мы получаем чистую сегодняшнюю стоимость, равную $NPV = 555.24$. Поэтому следует рекомендовать осуществление инвестиции.

Таблица 2.35. Расчет чистой сегодняшней стоимости (стандартная модель)

t	Денежный поток	Чистые платежи			$(1 + i_s)^{-t}$	Дисконтированные чистые платежи
		$CF_t(1 - s_{\text{приб}})$	$s_{\text{приб}} AfA_t$	Сумма		
0	-5000			-5000	1.0000	-5000.00
1	2500	1000	750	1750	0.9542	1669.85
2	2500	1000	750	1750	0.9105	1593.37
3	1500	600	750	1350	0.8688	1172.87
4	1500	600	750	1350	0.8290	1119.15
						555.24

2.5.3. Лизинг или покупка

Стандартная модель инвестиционного расчета подходит и для того, чтобы подготовить принятие решения о том, нужно ли покупать инвестиционные блага или оформлять на них лизинговый договор. Перед тем как это разъяснить на числовом примере, необходимо провести определенную «подготовительную работу».

Понятие и формы лизинга. Лизингом называется сдача в аренду инвестиционных благ специализированными для этого предприятиями (лизинговыми компаниями) или производителями. Существуют разные виды лизинга, на которые здесь в отдельности не указывается.⁴⁶ Мы здесь сконцентрируем внимание на так называемом финансовом лизинге. Он отличается фиксированным сроком основной аренды, в течение которого ни одна из сторон не может расторгнуть договор. Инвестиционный риск, риск потери и риск порчи арендованного объекта, как правило, несет лизингополучатель (арендатор). Поэтому он и должен заключить страхование лизингового объекта за свой счет. Смету, касающуюся контрактов, можно составлять таким образом, что объекты лизинга окупаются за время основной аренды или лишь после ее истечения. В первом случае говорится о контрактах полной окупаемости, во втором — о контрактах частичной окупаемости. Если смета,

⁴⁶ О подробностях см. [357. S. 217–232].

касающаяся лизинговых платежей, составлена таким образом, что объект во время основной аренды не полностью оплачивается, то лизингодатель должен позаботиться о рентабельном дальнейшем использовании. Для этой цели подходят вторичные лизинговые соглашения (вторичный лизинг), а также лизинговые контракты с опционом.

Пример. Мы покажем на числовом примере, как можно сравнить выгоды между лизингом и покупкой в рамках стандартной модели.

В случае покупки необходимо произвести сегодня выплаты за приобретение актива величиной в 1000 руб. Обычный срок эксплуатации на предприятиях составляет 5 лет. Годовые денежные потоки, связанные с эксплуатацией оборудования, предполагаются постоянными и равными 600 руб. Объект списывается линейно. Если оборудование использовалось бы до конца обычного срока эксплуатации, выручка от его ликвидации составила бы ноль. Но если бы объект был выведен из эксплуатации на один год раньше, то можно было бы считаться с выручкой от продажи в объеме 220 руб. При лизинге инвестиционного объекта во время основной аренды в течение 4 лет необходимо в конце каждого года осуществить лизинговый платеж величиной в 250 руб. Другие платежи лизингодателю не осуществляются. Расчетная ставка процента составляет 10%, а налоговая ставка равна 65%. Определите на основе критерия чистой сегодняшней стоимости, что выгоднее: покупка или лизинг.

Решение. В начале мы должны обратиться к вопросу о том, какой плановый период мы должны выбрать для анализа. Мы делаем выбор между обычным сроком действия предприятия в течение 5 лет и сроком основной аренды в течение 4 лет. Если мы принимаем решение в пользу 5 лет, то в случае заключения лизингового договора мы должны приобрести информацию о платежах по истечении срока основной аренды.⁴⁷ Если мы, наоборот, принимаем решение в пользу 4 лет, то в случае заключения договора на покупку мы должны предположить, что объект по истечении 4 лет ликвидируется. На основе имеющейся информации мы принимаем решение в пользу планового периода в 4 года.

Чистая сегодняшняя стоимость покупки. Обратимся сперва к случаю покупки актива в кредит. Здесь, в отличие от случая, обсуждаемого на с. 110, мы должны учесть, что выручка от ликвидации величиной в 220 руб. отличается от остаточной бухгалтерской стоимости величиной в 200 руб. Значит в момент времени $t = 4$ необходимо считаться с чрезвычайной прибылью величиной 20 руб., которая подлежит налогообложению. Если мы обозначим выручку от ликвидации символом V_T и остаточную бухгалтерскую стоимость символом RW_T , то мы можем модифицировать приведенную на с. 112

⁴⁷ Однако такая информация в этом примере не дается.

формулу чистой сегодняшней стоимости следующим образом:

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^T \left(CF_t - s_{\text{приб}} \cdot (CF_t - AfA_t) \right) (1 + i_s)^{-t} + \\ + \left(V_T - s_{\text{приб}} \cdot (V_T - RW_T) \right) \cdot (1 + i_s)^{-T} .$$

В рамках этого уравнения мы исходим из того, что выручка от ликвидации V_T не содержится в денежном потоке последнего года CF_T . Табл. 2.36 показывает детально расчет чистой сегодняшней стоимости в случае покупки. Мы получаем чистую сегодняшнюю стоимость в объеме $NPV = 429.24$ руб.

Таблица 2.36. Расчет чистой сегодняшней стоимости в случае покупки в кредит

	Валовые платежи	Налог	Чистые платежи	Множитель дисконтирования	Дисконтированные чистые платежи
t	$-I_0$ CF_t, V_T	$-s_{\text{приб}}(CF_t - AfA_t)$ $-s_{\text{приб}}(V_T - RW_T)$		$(1 + i_s)^{-t}$	
0	-1000.00		-1000.00	1.0000	-1000.00
1	600.00	-260.00	340.00	0.9662	328.50
2	600.00	-260.00	340.00	0.9335	317.39
3	600.00	-260.00	340.00	0.9019	306.66
4	600.00	-260.00	340.00	0.8714	296.29
4	220.00	-13.00	207.00	0.8714	180.39
					429.24

Чистая сегодняшняя стоимость лизинга. Сейчас давайте рассмотрим чистую сегодняшнюю стоимость при условии, что инвестор берет объект в аренду. В этом случае отпадает платеж по приобретению актива, но объект нельзя и списывать, так как лизингодатель остается собственником в экономическом смысле. Однако ежегодные лизинговые платежи приводят не только к утечке ликвидности, они действуют в налоговом смысле как расходы бизнеса. Поэтому мы рассчитываем чистую сегодняшнюю стоимость поступлений с учетом лизинговых платежей в момент времени t с помощью

$$NPV = \sum_{t=1}^T \left(CF_t - L_t - \underbrace{s_{\text{приб}}(CF_t - L_t)}_{\text{«налог»}} \right) (1 + i_s)^{-t} .$$

Как и выше в сноске 45, в налогооблагаемой базе, названной здесь «налогом», не учитываются выплаченные и полученные проценты инвестора. Соответствующая корректировка происходит через налогооблагаемую расчетную ставку процента. Табл. 2.37 показывает расчет чистой сегодняшней стоимости в случае лизинга с данными из примера. Чистая сегодняшняя стоимость оказывается равной 449.95 руб., из чего следует, что в нашем примере лизинг более выгоден, чем покупка.

Таблица 2.37. Расчет чистой сегодняшней стоимости в случае лизинга

	Валовые платежи	Налог	Чистые платежи	Множитель дисконтирования	Дисконтированные чистые платежи
t	$CF_t - L_t$	$-s_{\text{приб}}(CF_t - L_t)$		$(1 + i_s)^{-t}$	
1	350.00	-227.50	122.50	0.9662	118.36
2	350.00	-227.50	122.50	0.9335	114.36
3	350.00	-227.50	122.50	0.9019	110.49
4	350.00	-227.50	122.50	0.8714	106.75
					449.95

2.6. Вопросы и проблемы

1. По каким причинам проблема вменения в рамках выбора инвестиционных проектов (и решений о сроке действия проекта) является кажущейся?
2. Какие методы статических инвестиционных расчетов вы знаете?
3. Какие условия должны быть выполнены, чтобы
 - а) расчет и сравнение прибыли,
 - б) расчет и сравнение доходности
 привели бы к принятию обоснованных инвестиционных решений?
4. Что означает принцип релевантных издержек?
5. Какие недостатки имеют однопериодные статические инвестиционные расчеты?
6. В чем состоит разница между кумулятивным методом и методом усреднения параметров при проведении расчетов по оценке срока окупаемости?
7. Обоснуйте следующий тезис: «расчеты по оценке срока окупаемости являются особым видом анализа чувствительности».
8. В чем состоит существенная разница между статическими и динамическими инвестиционными расчетами?
9. Какую функцию выполняет полный финансовый план в ходе принятия решения по выбору инвестиционного проекта?
10. Почему решения по выбору проекта могут быть, как правило, приняты лишь при учете дополняющих инвестиций и заимствований?
11. Какие специальные допущения о дополняющих инвестициях и заимствованиях принимаются, если мы исходим из предпосылки
 - а) совершенного рынка капитала;
 - б) несовершенного рынка капитала?
12. Почему необходимо введение упрощающих допущений о дополняющих инвестициях и заимствованиях? Какие проблемы возникли бы, если бы мы исходили из предпосылки реальных дополняющих инвестиций и заимствований, и какие последствия это имело бы для инвестиционных расчетов?
13. Какие последствия имело бы допущение о том, что дополняющие меры всегда имеют срок длительности, составляющий два периода?

14. Как можно экономически проинтерпретировать проценты по инвестированию при осуществлении дополняющих инвестиций?
15. Какие уравнения описывают систему общих правил расчета в случае стремления к имуществу при несовершенном и неограниченном рынке капитала?
16. Как выглядит формула чистой сегодняшней стоимости?
17. Почему необходимо отказаться от инвестиции с отрицательной чистой сегодняшней стоимостью?
18. Почему инвестор, который стремится к максимизации остаточного имущества в условиях совершенного рынка капитала, не должен ни знать о своих базовых платежах, ни иметь представления о временной структуре своих изъятий для потребления?
19. По каким причинам на совершенном рынке капитала никогда не может возникнуть конфликта между стремлением к имуществу и стремлением к доходу?
20. Что мы понимаем под рентами постнумерандо и пренумерандо?
21. В каком отношении находится множитель сегодняшней стоимости ренты постнумерандо к обратному множителю?
22. Какова связь между множителем дисконтирования и расчетной ставкой процента?
23. Определите следующие термины: спотовая, форвардная и эффективная ставки процента.
24. При каких условиях рынок капитала называется полным?
25. Что вы понимаете под примитивной ценной бумагой, а что — под рыночной?
26. В чем состоит различие между кривой процента и кривой доходности?
27. Как формулируется определение внутренней ставки процента по инвестиции?
28. Инвестиции могут иметь несколько внутренних ставок процента. От чего зависит максимально возможное их число, которое может иметь инвестиция?
29. Что такое нормальная инвестиция, и что можно сказать о количестве ее внутренних ставок процента в интервале $r > -100\%$?
30. Опишите, как можно рассчитать внутреннюю ставку процента нормальной инвестиции с помощью метода *Ньютона*?

2.7. Задачи

1. Единовременная инвестиция по проекту составляет 70 000 руб. В течение следующих пяти лет эксплуатации объекта будут иметь место выплаты (текущие издержки) в объеме 25 000 руб. в год. Дополнительная выручка от эксплуатации объекта составляет в первые два года по 40 000 руб., а потом ежегодно по 50 000 руб. Выручка от ликвидации активов после пятилетнего срока эксплуатации сегодня предполагается равной 6000 руб. Ставка процента составляет 7%. Рассчитайте:
 - а) (статическую) среднюю прибыль за год;
 - б) (статическую) среднюю доходность;
 - в) срок окупаемости.

2. Каков срок окупаемости инвестиционного объекта, если расходы по его приобретению составляют 30 000 руб., срок эксплуатации равен шести годам, а ежегодные возвратные потоки равны 15 000? Чему равен срок окупаемости, если те же самые возвратные потоки удается получать лишь на протяжении 3 лет?
3. Рассмотрите денежные потоки двух описываемых инвестиций.

Проект	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$	$t = 6$	$t = 7$
A	-100	80	30	4	6	14	8	14
B	-100	14	6	40	36	8	30	80

Какая из инвестиций более выгодна, если бы мы принимали решение на основе

- а) (статических) средних доходностей;
 б) сроков окупаемости?

В своем расчете исходите из предположения о том, что амортизация исходной инвестиции является линейной, а выручка от ликвидации активов в момент времени $t = 7$ равна нулю.

4. Инвестор имеет плановый период, равный $T = 4$ года. Он хочет максимизировать свое остаточное имущество и желает изъятия на уровне $Y = 60$. Рынок капитала является несовершенным и ограниченным, лимит по заимствованию составляет $G = 400$. Необходимо оценить три инвестиции А, В и С, а также альтернативу отказа. Денежные потоки проекта и остальные данные, учитываемые в ходе принятия решения, приведены в табл. 2.38. Рассчитайте остаточные стоимости всех альтернатив, которые можно профинансировать, и составьте полные финансовые планы.

Таблица 2.38. Исходные данные, учитываемые в ходе принятия решения при несовершенном и ограниченном рынке капитала

t	0	1	2	3	4
Базовые платежи	500	-200	20	150	300
Структура изъятий	1.0	1.1	1.2	1.4	1.6
Проценты по инвестированию		0.06	0.06	0.05	0.05
Проценты по заимствованию		0.10	0.10	0.10	0.09
Инвестиция А	-800	600	200	150	-80
Инвестиция В	-700	300	400	30	100
Инвестиция С	-400	-200	700	0	0

5. Рассмотрите пример, приведенный в задании 4, со следующей разницей: пусть инвестор теперь хочет максимизировать уровень изъятия и при этом достичь остаточного имущества в объеме 400. Рассчитайте уровни изъятия по всем альтернативам инвестора. При этом исходите из того, что не существует лимита по заимствованию.
6. Условия те же, что и в предыдущем задании. За тем исключением, что предполагается максимизация остаточной стоимости. Далее, пусть один конкурент заинтересован в том, чтобы инвестор отказался от осуществления проекта В. Чтобы убедить его, он готов в случае отказа заплатить инвестору в момент времени $t = 0$ соответствующее возмещение.

- а) Какова минимальная цена, которую потребует инвестор?
- б) Как выглядел бы ваш ответ, если бы конкурент был готов вместо одноразового возмещения заплатить возмещение двумя одинаковыми суммами в моменты времени $t = 0$ и $t = 1$?
- в) К какому результату вы пришли бы при одновременном возмещении, если постановкой цели была бы максимизация изъятия (как в задании 5)?
7. Инвестор имеет плановый период, равный трем годам. Он исходит из базовых платежей величиной $(M_0, \dots, M_3) = (40, -10, 250, 130)$. Проценты по заимствованию неизменно составляют 15%, проценты по инвестированию — 5%. Целью является максимизация остаточного имущества при постоянных изъятиях на уровне $Y = 25$.
- а) Какое остаточное имущество должна обещать инвестиция, чтобы ее осуществление было выгодным?
- б) Целью является максимизация дохода при желаемом остаточном имуществе в объеме $C_3 = 250$. Чему тогда должен быть равен уровень изъятия, чтобы не нужно было бы отказываться от инвестиции?
8. Придумайте числовой пример, в котором инвестор, максимизирующий свой доход, должен прийти к принятию решения, отличающегося от решения инвестора, который стремится к максимизации имущества.
9. Инвестор планирует в условиях совершенного рынка капитала при $i = 8\%$. Его плановый период охватывает $T = 6$ лет. Инвестор желает, чтобы его изъятия каждый год увеличивались на 6% по сравнению с предыдущим годом. Он может выбирать между инвестициями А и В. Связанные с ними денежные потоки и базовые платежи приведены в следующей таблице.

t	0	1	2	3	4	5	6
Базовые платежи	700	10	180	-110	-60	0	400
Инвестиция А	-800	400	-300	200	600	150	500
Инвестиция В	-400	-600	600	800	200	0	0

- а) Рассчитайте чистую сегодняшнюю стоимость обеих инвестиций. В пользу какого проекта инвестор должен принять решение?
- б) Рассчитайте уровень изъятий, которого достигнет лицо, принимающее решение при альтернативе отказа, если остаточное имущество фиксировано и равно $C_6 = 900$.
- в) Какое остаточное имущество удастся получить при реализации проекта А, если уровень изъятий равен $Y = 40$?
10. Рассмотрим две следующие инвестиции.

t	0	1	2	3	4
Инвестиция А	-100	20	30	40	50
Инвестиция В	-120	30	40	40	50

- а) Какой из двух проектов нужно предпочесть, если спотовые ставки процента имеют вид: $i_{0,1} = 5\%$, $i_{0,2} = 7\%$, $i_{0,3} = 8\%$, и $i_{0,4} = 9\%$?
- б) Чему равна при этих условиях форвардная ставка процента $i_{1,2}$?
11. Плановый период составляет $T = 4$ года, а расчетная ставка процента равна $i = 6\%$. Нужно выбрать между двумя инвестициями А и В.

t	0	1	2	3	4	NPV
Инвестиция А	-500	300	200	200	100	208.15
Инвестиция В	-400	100	400	150	0	176.28

На основе критериев чистой сегодняшней стоимости мы должны были бы принять решение в пользу проекта А. Но инвестор предпочитает метод аннуитета и рассчитывает

$$ANN_A = 208.15 \cdot \frac{0.06 \cdot 1.06^4}{1.06^4 - 1} = 60.07$$

$$ANN_B = 176.28 \cdot \frac{0.06 \cdot 1.06^3}{1.06^3 - 1} = 65.95.$$

Теперь он хочет предпочесть проект В. Каково ваше мнение по поводу его выбора?

12. Индивидуум вносит на счет в начале каждого года по 1 200 руб., на который начисляется 7.5%. Чему будет равно имущество в конце 16-го года?
13. Вам нужно через 10 лет 80 000 руб. и вы нашли банк, с которым вы можете заключить договор о сберегательных вкладах. Банк обещает вам ставку процента, равную 5%, если вы вносите вклады по схеме пренумерандо. Какой взнос вам придется ежегодно вносить в банк, чтобы накопить желаемую сумму?
14. Чему равна сегодняшняя стоимость вечной ренты в объеме 15 000 руб. при ставке процента, равной 5.5%, если она выплачивается по схеме:
 - а) пренумерандо;
 - б) постнумерандо.

Объясните разницу, получающуюся в итоге.

15. По какой ставке процента мы должны вложить 100 руб., чтобы через 10 лет у нас имелась удвоенная сумма?
16. Индивидуум помещает к 01.01.2001 г. 10 000 руб. на сберегательный счет, на который начисляются проценты из расчета $i = 4\%$. Начиная с 01.01.2002 г. до 01.01.2016 г. включительно он ежегодно кладет на счет по 4000 руб. Чему будет равен его капитал к 01.01.2020 г.?
17. Отец хочет подарить своим трем детям по 25 000 руб., но в разные моменты времени: первому ребенку — 01.01.2016 г., второму — 01.01.2019 г. и третьему — 01.01.2021 г. Для этого он готов начиная с 01.01.2000 г. и заканчивая 01.01.2012 г. делать взнос в банк в сумме R по схеме пренумерандо. Рассчитайте величину взноса при ставке процента $i = 6.5\%$.
18. На какое время мы должны вложить 10 000 руб. по ставке $i = 6\%$, чтобы мы могли в течение четырех лет выплачивать рентные платежи в сумме 4339.35 руб. по схеме постнумерандо?
19. Индивидуум имеет долг в сумме 100 000 руб. Ставка процента по договору составляет 7%. Долг должен быть возвращен в форме 5 годовых рентных платежей (возврат по схеме аннуитета постнумерандо). Рассчитайте ежегодно выплачиваемую сумму.
20. Условия — те же, что и в предыдущем задании, но со следующим различием: платеж в первом году должен быть равен половине годового платежа всех остальных лет. Как теперь выглядит план погашения долга?

21. При какой ставке процента мы можем себе позволить следующее заявление: «в течение 10 лет платите нам каждый год по 1000 руб. После этого мы вам будем вечно платить каждый год по 1000 руб.»?
22. Вы выиграли в лотерее и можете выбирать: вы получаете или 1000 руб. наличными, или беспроцентный кредит в объеме 7000 руб., который должен погашаться вами в течение 7 лет по 1000 руб.
- Какую альтернативу вы предпочтете?
 - При каких условиях вы измените свое решение?
23. Какие доводы можно привести против использования ставки процента по долгосрочным облигациям на рынке капитала в качестве расчетной ставки для определения выгодности долгосрочных инвестиций?
24. Облигация с нулевым купоном, владелец которой ожидает в течение 4 лет поступления величиной 1000 руб., котируется сегодня за 777 руб. Другая облигация с нулевым купоном, которая обещает ту же самую сумму через 3 года, обращается по цене 840 руб.
- Рассчитайте спотовые ставки процента для сроков действия, равных трем и четырем годам.
 - Рассчитайте неявную форвардную ставку процента $i_{3,4}$.
25. На рынке капитала обращаются две купонные облигации. В первом случае речь идет об облигации 8.75% с трехлетним сроком до погашения, которая, при номинале 100 руб. котируется за 106.00 руб. Во втором случае имеется в виду 6.125% облигация с двухлетним сроком до погашения. Ее курс составляет 99.70 руб. Кроме того, по цене 9434.00 руб. котируется облигация с нулевым купоном, которая через год принесет возвратные потоки величиной 10000 руб.
- Рассчитайте эффективные доходности обеих купонных облигаций и бескупонной облигации.
 - Определите спотовые ставки процента для одно- двух- и трехлетних финансовых вложений.
 - Нужно оценить реальную инвестицию с денежным потоком $(z_0, \dots, z_3) = (-100, 40, 60, 70)$. Определите чистую сегодняшнюю стоимость этой инвестиции на основе:
 - эффективных ставок процента;
 - спотовых ставок процента или цен примитивных ценных бумаг.
 Назовите причины того, почему в обоих случаях вы пришли к разным результатам.
 - Исходя из данных по рынку капитала в этом примере, рассчитайте неявную форвардную ставку процента $i_{1,3}$.

26. Рассчитайте внутренние ставки процента следующих проектов:

t	0	1	2	3	4	5
Инвестиция А	-100	116				
Инвестиция В	-100	0	132			
Инвестиция С	-100	0	0	144		
Инвестиция D	-100	0	0	0	175	
Инвестиция E	-100	0	0	0	0	229

Обратите внимание на следующий аспект: так как денежные потоки этих инвестиций характеризуются только одной выплатой и одним поступлением, то внутренние ставки процента можно рассчитать без использования итерационного метода.

27. Рассчитайте внутренние ставки процента следующих проектов с помощью метода *Ньютона*.

t	0	1	2	3	4	5	6
Инвестиция А	-100	50	30	30			
Инвестиция В	-100	20	80	10	40		
Инвестиция С	-100	20	20	20	20	20	20
Инвестиция D	-100	110	-10	20			

28. Даны два проекта А и В при расчетной ставке процента, равной $i = 8\%$.

t	0	1	2	3	4
Инвестиция А	-35	20	15	10	5
Инвестиция В	-35	5	10	15	26

- Какой из этих двух проектов более выгоден, если мы опираемся на метод чистой сегодняшней стоимости?
 - Какую инвестицию нужно предпочесть, если мы используем метод внутренних ставок процента?
 - Какую минимальную расчетную ставку процента нам нужно применить, чтобы оба метода привели к одинаковому результату?
29. Денежный поток

-5000 19 500 - 26 950 15 405 - 2 970

имеет четыре значения внутренней ставки процента. Начертите график функции чистой сегодняшней стоимости этой инвестиции и покажите, как с помощью этого графика находятся эти четыре ставки процента.

30. Посмотрите на следующие проекты А и В.

	$-I_0$	CF_1	CF_2	CF_3	CF_4
Инвестиция А	-4000	500	1000	3000	750
Инвестиция В	-4000	3000	0	1000	1300

Рынок капитала является совершенным. Вследствие этого решение будет принято на основе сравнения чистых сегодняшних стоимостей. Расчетная ставка процента без налогообложения составляет $i = 8\%$.

- В пользу какой инвестиции вы примете решение, если используется схема линейной амортизации, а налогообложение состоит лишь из общего налога на прибыль, ставка которого равна $s_{\text{приб}} = 65\%$?
- Изменится ли ваше решение, если вы учтете, что инвестиционный объект А амортизируется методом суммы порядковых номеров лет*?

* Данный метод входит в группу методов ускоренной амортизации и описан в российском бухгалтерском законодательстве (ПБУ 6/97 «Учет основных средств») и учебно-методической литературе (см., например, Ковалев В. В., Патров В. В. Как читать баланс. 3-е изд., перераб. и доп. М., 1998. С. 46-47). — *Прим. ред.*

в) К какому результату вы придете, если была бы разрешена немедленная амортизация инвестиционного объекта А?

31. С помощью стандартной модели покажите в общем виде, что для инвестора немедленная амортизация всегда выгоднее линейной амортизации.
32. Инвестор должен оценить проект с денежным потоком

$-I_0$	CF_1	CF_2	CF_3
-1500	200	800	850

Рынок капитала является совершенным при расчетной ставке процента, равной $i = 10\%$. Налогообложение включает в себя только налог на прибыль. Инвестор намерен максимизировать свое остаточное имущество при одинаковых изъятиях на уровне $Y = 20$. Базовые платежи составляют $(M_0, \dots, M_3) = (800, -200, 0, 2000)$. В каждый момент времени планового периода ($t \geq 1$) налогооблагаемая база составляет постоянно $BVG_{\text{приб},t} = 490$. Амортизация проекта должна осуществляться по линейной схеме.

- а) Составьте таблицу, на основе которой можно вычислить, каких остаточных стоимостей и чистых сегодняшних стоимостей достигает инвестор, если ставка налога на прибыль составляет $s_{\text{приб}} = 20\%$, 10% или 60% .
- б) Проинтерпретируйте парадоксальный результат, согласно которому чистая сегодняшняя стоимость при возрастании ставки налога движется в направлении, противоположном направлению остаточной стоимости.
33. Рассмотрите пример на с. 114, в котором речь шла о выборе между лизингом и покупкой. При учете данных из этого задания лизинг оказался привлекательнее, чем покупка. А теперь рассчитайте аналитически величину ежегодных выплат за лизинг при условии, что обе альтернативы решения равноценны.

2.8. Рекомендуемая литература

Вопросы вменения поступлений и выплат к альтернативным инвестиционным проектам особенно детально обсуждались в [170], [279], [1] и [137]. Точка зрения по поводу вменения при разовых решениях, которой мы придерживаемся в этой книге, совпадает с представлениями [295. S. 95–101] и [329. P. 68–70].

Методы статического инвестиционного расчета очень хорошо и подробно описываются в [34. S. 157–175] и [88. S. 52–69].

В [85. S. 25–28] и [295. S. 67–74] весьма наглядно описывают концепцию полных финансовых планов.

Первый вариант представленных в этой книге общих правил расчета был представлен в [183]. Дополнения и модификации можно найти в [67], [318], [144], [301], [91] и [281].

Классические динамические методы инвестиционных расчетов анализируются в любом хорошем учебнике. Особенно рекомендуются [101], [166. S. 160–202], [121. S. 11–24, 33–44], [295. S. 77–95], [31. S. 54–64, 75–77, 82–101] и [88. S. 69–122].

Кто хочет получить сначала лишь обзорное представление о функциях, которые должна выполнять расчетная ставка процента при инвестиционных расчетах, должен изучить [252. S. 86–89]. Вопрос о том, как нужно устанавливать расчетные ставки процента при непологих кривых ставки процента, обсуждается *Рольфессом* под

заголовком «Инвестиционный расчет, ориентированный на рыночную ставку процента». Его статья [260] вызвала обширную дискуссию, в которой, между прочим, было установлено, что под этим названием скрывается не что иное, как расчет с ценами примитивных ценных бумаг. Эта концепция была предложена *Эрроу и Дебре*, и в учебной литературе весьма ясно обсуждается в [52. P. 109–132] для случая неопределенности, а в [317. S. 558–565] — также для случая определенности.

Пригодность метода внутренней ставки процента для оценки инвестиционных проектов обсуждалась очень часто и эмоционально. Историческое значение имеет спор между *Боулдингом* и *Райтом*, ср. [40], [41] и [358]. Полезно и сегодня ознакомиться с дискуссией между *Хостербахом* и *Хаберштоком*, ср. [145], [146], [147], [97] а также [99].

Тот, кто хочет познакомиться с основами налогообложения, должен прочитать [100] и [356]. В случае необходимости серьезного ознакомления с немецким налогообложением, особенно рекомендуются [336], [264], [265], [266] и [286]. Если у вас уже есть знания о налогообложении, и речь идет о том, чтобы соответственно учесть налоги в расчетах при решении вопросов на предприятиях, вы должны приобрести литературу о планировании налогов на предприятиях. Здесь большую известность получила, прежде всего, книга [344]. В ней широко обсуждается также стандартная модель инвестиционных расчетов. Кроме этого источника, для изучения стандартной модели, особенно рекомендуется работа [295. S. 218–251].

Влияние налогов на расчетную ставку процента хорошо описывается в [344. S. 30–33, 62–63], [316] и [229. S. 26–44]. Ознакомление с этими тремя публикациями поможет также при освоении методики. К сожалению, ввиду изменений некоторых деталей налогообложения, сегодня они уже устарели. По состоянию на сегодняшний день подлинная и актуальная информация по налогообложению в Германии содержится в [285. S. 8–38, 47–67].

Методы принятия решений о сроке действия инвестиций

3.1. Учебные цели

Материал этой главы должен способствовать тому, чтобы:

- распознать разницу между решениями о сроках эксплуатации объектов и решениями о моменте их замены;
- принять решения о сроке эксплуатации с учетом и без учета необходимых очередных инвестиций;
- оценить экономическое значение идентичных и неидентичных цепей инвестиций;
- рассчитать чистую сегодняшнюю стоимость цепей инвестиций;
- принять решения об оптимальном моменте замены с учетом и без учета цепей инвестиций.

В предыдущей главе мы всегда предполагали, что сроки действия сравниваемых друг с другом инвестиционных проектов даны. В целях упрощения мы, например, предполагали, что руководство таксопарка может выбирать лишь между типами машин А, В и С. Но в действительности промежуток времени, в течение которого эксплуатация объектов инвестирования является выгодной, сам по себе представляет собой проблему решения. Руководство таксопарка может и должно задать вопрос о том, до каких пор выгодно эксплуатировать автомобиль. Постановка вопроса в ходе принятия решений о сроке действия инвестиций всегда выглядит следующим образом:

следует ли эксплуатировать инвестиционный объект 1, 2, 3... или T лет?

В последующем нужно различать два вида принятия решений о сроке действия инвестиции.

Проблемы срока эксплуатации. Вопрос об оптимальном сроке эксплуатации инвестиционного объекта можно задать перед осуществлением инвестиции. На примере таксопарка мы имеем дело с принятием решения о том, должны ли мы купить автомобиль типа А, В и С вообще, и (предварительно) о том, на протяжении какого времени следует эксплуатировать этот инвестиционный объект. Значит, предприниматель мог бы купить, например, машину А и эксплуатировать ее в течение трех лет или купить машину В и использовать ее на протяжении четырех лет. Постановка проблемы выглядит следующим образом:

следует ли пока еще не осуществленную инвестицию эксплуатировать в течение 1, 2, 3... или T лет или лучше совсем от нее отказаться?

Решения этого типа обсуждаются, начиная со с. 127.

Проблемы замены. Мы можем задать вопрос об оптимальном сроке эксплуатации и после того, как инвестиция уже осуществлена. Здесь имеется в виду принятие решений о том, должны ли мы проект приостановить сейчас или позже. Постановка проблемы выглядит следующим образом:

должен ли уже приобретенный инвестиционный объект эксплуатироваться еще в течение 1, 2, 3... или T лет или его сразу нужно приостановить?

Методы для принятия таких решений описываются, начиная со с. 141.

Например, хотя мы при приобретении инвестиционного объекта планировали эксплуатировать его на протяжении n лет, но позже может оказаться более выгодным пересмотреть старые планы. Каждый может ошибаться, и никого нельзя заставить придерживаться возможных ошибочных решений.

Вопрос об оптимальном сроке эксплуатации инвестиционных объектов имеет практическое значение потому, что связанные с ним сальдо поступлений и выплат в течение данного промежутка времени постоянно меняются. Самым ясным образом это видно при анализе инвестиций в производственной сфере. Здесь, например, нужно подумать о том, что оборудование или станки по мере своего устаревания всегда требуют все больше и больше ремонта. Далее, возможная выручка от продажи при ликвидации снижается с течением времени. Наконец, необходимо учесть, что с течением времени возникают новые инвестиционные возможности, которые раньше не были известны. Из совокупности всех этих факторов следует то, что наступает день, когда может стать невыгодно эксплуатировать определенный инвестиционный объект дольше этого момента времени.

3.2. Предварительные замечания

Здесь перед последующими рассуждениями необходимо обсудить две идеи, которые ограничивают возможность использования описанного метода. С одной стороны, речь идет о количестве возможностей принятия решений, а с другой — о виде рынка капитала, с которым инвестор имеет дело.

Количество возможностей принятия решения. Если мы представляли бы время как непрерывную переменную, то тогда число вариантов срока использования было бы бесконечно велико. Мы можем измерять срок дей-

ствия инвестиции в годах, в месяцах, в неделях или даже в секундах. Но если мы выбираем очень детальное разграничение времени, то и совокупный плановый период содержит очень большое (в предельном случае бесконечно большое) число таких единиц времени, и каждая сумма этих единиц времени представляет возможную альтернативу действия инвестора.

На практике мы довольствуемся весьма грубым разграничением времени. При осуществлении долгосрочных прогнозов мы вообще не в состоянии даже приблизительно предсказать, как в течение временного периода, охватывающего, например 4 года, будут изменяться потоки поступлений и выплат, если мы при этом требовали бы очень детального разграничения времени. Следовательно, общие трудности прогноза подразумевают относительно грубое разделение времени. Таким образом, они приводят к тому, что время воспринимается не как непрерывная, а как дискретная переменная. Ввиду этого количество возможностей существенно уменьшается.

Время как объект принятия решений о сроке действия инвестиций не трактуется как непрерывная переменная. Вместо этого всегда предполагается, что срок использования активов инвестиционного объекта составляет один год или множество целых лет.

Вид рынка капитала. Мы только тогда называем срок эксплуатации инвестиционного объекта оптимальным, когда он наилучшим образом соответствует финансовым целям инвестора. При этом в предыдущих главах мы учитывали прежде всего максимизацию остаточного имущества и доходов. Далее, мы установили, что стремление к имуществу и стремление к доходу в условиях несовершенного рынка капитала могут быть конкурирующими друг с другом целями. Но в противоположность этому на совершенных рынках капитала никогда не могут возникнуть конфликты между целями стремления к остаточному имуществу и доходам. В условиях совершенного рынка капитала инвестор всегда достигает своего максимального финансового благосостояния тогда, когда он реализует альтернативы с наибольшей неотрицательной чистой сегодняшней стоимостью.

В последующих разделах этой главы нами всегда предполагается совершенный рынок капитала.

3.3. Проблемы срока эксплуатации

Постановка проблемы в ходе принятия решения такого типа всегда выглядит следующим образом: должен ли еще не приобретенный инвестиционный объект в случае его покупки эксплуатироваться в течение 1, 2, 3... или T лет. Очевидно, что при анализе обсуждаемой здесь возможности выбора речь идет о подлинных альтернативах, так как мы не можем реализовывать ни один проект в течение как n_1 лет, так и n_2 лет, если $n_1 \neq n_2$.

Мы используем n как символ для обозначения срока эксплуатации инвестиционного объекта. Очевиден и тот факт, что оптимальный срок реализации одного проекта зависит от того, какие шансы и возможности капиталовложений имеются у инвестора после момента времени $t = n$. Поэтому мы будем различать два случая: однократные инвестиции и многократные инвестиции («цепи инвестиций»).

3.3.1. Однократная инвестиция

Здесь инвестор стоит перед следующей проблемой: дан конечный плановый горизонт с T периодами. В пределах этого промежутка времени, сколько лет следует эксплуатировать инвестиционный объект: 1, 2, 3 или T лет? При этом инвестор имеет цель максимизации своего финансового благосостояния и — напомним — он действует на совершенном рынке капитала. Следовательно, свойство определения длительности однократной инвестиции состоит в том, что по окончании оптимального срока эксплуатации инвестиционного объекта существуют лишь дополняющие инвестиции и заимствования. Эту идею можно выразить и по-другому: инвестор реализует проект до тех пор, пока это выгодно. После этого он вкладывает свои деньги до конца планового периода под расчетный процент.

Проблема принятия решения сама по себе легко разрешима. Оптимальный срок эксплуатации будет достигнут тогда, когда зависящая от срока эксплуатации чистая сегодняшняя стоимость является максимальной. Инвестор максимизирует свою прибыль тогда, когда он выбирает возможность с наибольшей чистой сегодняшней стоимостью. Следовательно, критерий принятия решения выглядит следующим образом:

выбирай тот срок эксплуатации n , при котором достигается самая большая положительная чистая сегодняшняя стоимость!

Методика осуществления расчета зависящих от срока эксплуатации чистых сегодняшних стоимостей можно показать на числовом примере.

Пример. Инвестор имеет плановый период, равный $T = 6$ лет. Расчетная ставка процента составляет 10%. Лицо, принимающее решение, может осуществить инвестицию, которая порождает платежи согласно табл. 3.1 в том случае, если мы хотели бы эксплуатировать этот инвестиционный объект до конца планового периода. В этих платежах не учтена выручка от ликвидации, и они обозначены символом \bar{z}_t . Кроме того, предполагается, что достижимая выручка от ликвидации объекта L_t с течением времени постоянно сокращается, как показано в табл. 3.1.

Решение. Далее мы покажем три способа решения, которые приводят к одинаковому результату. Первый способ решения в принципе соответствует той же концепции, которую мы описали во второй главе при обсуждении

Таблица 3.1. Проблема срока эксплуатации

t	0	1	2	3	4	5	6
\bar{z}_t	-1000	600	500	100	200	100	100
L_t	1000	600	400	300	200	100	0

решений по выбору проектов. Второй способ решения формально является более изящным и позволяет получить более полезные знания. Третий способ решения по методике расчета еще более прост и при его применении используется принцип динамического программирования.

Первый способ решения. Этот способ решения состоит из следующих трех стадий.

Определение возможностей сроков эксплуатации. Включая возможность вообще не инвестировать, инвестор имеет $T + 1 = 7$ возможностей срока эксплуатации ($n = 0, 1, \dots, T$).

Расчет денежных потоков для всех альтернатив. Для всех возможностей срока пользования можно из вышеприведенной информации однозначно вывести денежные потоки. При этом действуют следующие правила:

$$\begin{aligned} z_t &= \bar{z}_t, & \text{если } t < n \\ z_t &= \bar{z}_t + L_t, & \text{если } t = n \\ z_t &= 0, & \text{если } t > n. \end{aligned}$$

Если мы соблюдаем эти правила, то для разных возможностей срока эксплуатации получаем приведенные в табл. 3.2 денежные потоки.

Таблица 3.2. Денежные потоки альтернатив срока эксплуатации

n	Моменты времени осуществления платежей						
	0	1	2	3	4	5	6
0	0						
1	-1000	1200					
2	-1000	600	900				
3	-1000	600	500	400			
4	-1000	600	500	100	400		
5	-1000	600	500	100	200	200	
6	-1000	600	500	100	200	100	100

Расчет чистых сегодняшних стоимостей и принятие решения. Чистые сегодняшние стоимости возможностей срока эксплуатации $T + 1 = 7$ можно рассчитать по принятой и выведенной в главе 2 формуле

$$\begin{aligned} \text{NPV} &= \sum_{t=0}^T z_t (1+i)^{-t} = \\ &= \sum_{t=0}^n \bar{z}_t (1+i)^{-t} + L_n (1+i)^{-n}. \end{aligned}$$

При расчетной ставке процента, равной 10%, мы получаем приводимые ниже в таблице результаты.

Срок эксплуатации	Чистая сегодняшняя стоимость
0	0.00
1	90.91
2	289.26
3	259.20
4	307.01
5	294.60
6	288.95

Отсюда следует, что для инвестора оптимальной возможностью является начало реализации инвестиционного проекта в момент времени $t = 0$ и ее окончание в момент времени $n = 4$, так как в этом случае при 307.01 ему удается достичь максимально возможной чистой сегодняшней стоимости.

Второй способ решения. Этот подход учитывает тот факт, что денежные потоки двух соседних альтернатив срока эксплуатации отличаются друг от друга своими предпоследним и последним элементами, см. табл. 3.2.

Если мы задаем вопрос о том, выгодно ли продление срока эксплуатации на дополнительный год, то тогда важным является лишь изменение зависящей от срока эксплуатации чистой сегодняшней стоимости (ΔNPV). Это изменение чистой сегодняшней стоимости, происходящее при переходе от одной возможности срока эксплуатации к другой, ближайшей по отношению к первой, называется временным предельным выигрышем.

Временным предельным выигрышем при переходе от срока эксплуатации, равного n лет, к сроку эксплуатации, равному $n - 1$ год, является

$$\begin{aligned} \Delta\text{NPV} &= \text{NPV}_n - \text{NPV}_{n-1} = \\ &= \sum_{t=0}^n \bar{z}_t (1+i)^{-t} + L_n (1+i)^{-n} - \sum_{t=0}^{n-1} \bar{z}_t (1+i)^{-t} - L_{n-1} (1+i)^{-(n-1)} = \\ &= \underbrace{(\bar{z}_n + L_n) (1+i)^{-n}}_{\text{чистый платеж периода } n} - \underbrace{L_{n-1} (1+i)^{-(n-1)}}_{\text{выручка от ликвидации периода } n-1}, \end{aligned}$$

или, вербально, разность между дисконтированным общим поступлением текущего года и выручкой от ликвидации предыдущего года, дисконтированной на срок, меньший на один год.

Продление срока эксплуатации инвестиционного объекта следует осуществлять до тех пор, пока временный предельный выигрыш положителен.

Это же утверждение можно упростить, если мы умножим предельный выигрыш на множитель начисления сложных процентов $(1+i)^n$. Тогда формула выглядит следующим образом:

$$\underbrace{(1+i)^n \cdot \Delta NPV}_{\substack{\text{временный предельный выигрыш} \\ \text{с начисленными сложными процентами}}} = \bar{\varepsilon}_n + L_n - L_{n-1}(1+i). \quad (3.1)$$

На основе этого уравнения оптимальное решение можно определить более быстро, чем при использовании описанного выше первого способа. Ведь мы можем сейчас также отметить следующее:

продление срока эксплуатации инвестиционного объекта следует осуществлять до тех пор, пока выручка от ликвидации с начислением (на один год) сложных процентов предыдущего года меньше чистого поступления этого года.

Тогда этот способ решения можно подразделить на следующие стадии.

Расчет временного предельного выигрыша. Эти расчеты весьма просты, если мы работаем с предельными выигрышами, включающими начисленные сложные проценты в соответствии с формулой (3.1). Метод расчета изображен в табл. 3.3, которую нужно трактовать следующим образом: столбец (1)

Таблица 3.3. Временные предельные выигрыши при различных вариантах срока эксплуатации

Срок эксплуатации	Чистое поступление последнего года	Выручка от ликвидации предыдущего года	Выручка от ликвидации предыдущего года (с начислением процента за один год)	Временный предельный выигрыш (с начислением сложных процентов)	Множитель дисконтирования	Временный предельный выигрыш
n	$\bar{\varepsilon}_n + L_n$	L_{n-1}	$L_{n-1}(1+i)$	$(1+i)^n \Delta NPV$	$(1+i)^{-n}$	ΔNPV
(1)	(2)	(3)	(4)	(5) = (2) - (4)	(6)	(7) = (5) · (6)
1	1200	1000	1100	100	0.9091	90.91
2	900	600	660	240	0.8264	198.35
3	400	400	440	-40	0.7513	-30.05
4	400	300	330	70	0.6830	47.81
5	200	200	220	-20	0.6209	-12.42
6	100	100	110	-10	0.5645	-5.64

описывает варианты срока эксплуатации, столбец (2) — общие поступления последнего года, а столбец (3) — значения выручки от ликвидации предыдущего года. Информацию для этих трех столбцов можно почерпнуть прямо из условий задачи. Столбец (4) образуется из столбца (3) посредством начисления процентов за один год в размере 10%.

Принятие решений на основе предельных выигрышей. Столбец (5) показывает временные предельные выигрыши с начислением сложных процентов. Он образуется просто из разности между столбцами (2) и (4). Из столбца (5) видно, что предельный выигрыш впервые становится отрицательным в третьем году. Если бы и предельные выигрыши всех последующих годов были отрицательными, мы могли бы приостановить расчет уже в этом месте и сказать, что срок эксплуатации, равный 2 годам ($n = 2$), является оптимальным. Такие условия (сначала только положительные, а затем только отрицательные предельные выигрыши) в большинстве практических случаев верны, так что принятие отдельных решений может произойти без расчета чистых сегодняшних стоимостей всех возможностей сроков эксплуатации.

Но в нашем случае в столбце (5) после отрицательного временного предельного выигрыша в объеме -40 в $n = 3$ следует положительный предельный выигрыш в объеме $+70$ в $n = 4$. Поэтому необходимо исследовать, компенсирует ли положительный предельный выигрыш отрицательный. Для этой цели значения столбца (5) необходимо с помощью множителя дисконтирования в столбце 6 привести к одному и тому же моменту времени, сравни столбец (7). Тогда сразу можно увидеть, что выгодной является эксплуатация инвестиционного объекта в течение четырех лет, так как отрицательный предельный выигрыш в объеме -30.05 более чем компенсируется положительным выигрышем 47.81 .

Третий способ решения. Описываемый последним способ решения основан на использовании динамического программирования и по технике расчета является самым простым. В ходе применения этого способа проблему начинают решать с конца.

1. Поставьте себя в момент времени $t = 5$. Вы имеете возможность немедленно продать инвестиционный объект и получить сумму $L_5 = 100$ или эксплуатировать объект еще один дополнительный год, что принесло бы вам в момент времени $t = 6$ поступления величиной $z_6 + L_6 = 100 + 0 = 100$. Следовательно, на момент времени $t = 5$ вы при немедленной продаже объекта получаете $L_5 = 100.00$, а при его дальнейшей эксплуатации — $\frac{z_6 + L_6}{1+i} = \frac{100+0}{1.1} = 90.91$. Очевидно, лучше сразу продать этот объект. Введем вспомогательную переменную

$$H_5 = \max \left(L_5, \frac{z_6 + L_6}{1+i} \right),$$

тогда мы получим $H_5 = \max(100.00, 90.91) = 100.00$.

2. Теперь рассмотрим момент времени $t = 4$. Немедленная продажа принесла бы $L_4 = 200$, в то время как дальнейшая эксплуатация — $\frac{z_5 + H_5}{1+i} = \frac{100+100}{1.1} = 181.82$. Лучше сразу продать объект — тогда вспомогательная переменная

$$H_4 = \max \left(L_4, \frac{z_5 + H_5}{1+i} \right)$$

принимает значение $H_4 = \max(200.00, 181.82) = 200.00$.

3. Теперь вернитесь к моменту времени $t = 3$. Вспомогательная переменная принимает значение

$$\begin{aligned} H_3 &= \max \left(L_3, \frac{z_4 + H_4}{1+i} \right) = \\ &= \max \left(300.00, \frac{200 + 200}{1.1} \right) = 363.64. \end{aligned}$$

Следовательно, нужно порекомендовать не осуществлять немедленную продажу.

4. Продолжайте расчет с поэтапным уменьшением индекса времени по той же схеме, пока не достигнете момента времени $t = 0$.

Таблица 3.4. Решение проблемы срока эксплуатации посредством осуществления обратного расчета

t	\bar{z}_t	L_t	Немедленная продажа	Дальнейшая эксплуатация
0	-1000.00	1000.00	1000.00	<u>1307.01</u>
1	600.00	600.00	600.00	<u>837.72</u>
2	500.00	400.00	400.00	<u>421.49</u>
3	100.00	300.00	300.00	<u>363.64</u>
4	200.00	200.00	<u>200.00</u>	181.82
5	100.00	100.00	<u>100.00</u>	90.91
6	100.00	0.00		

Соответствующие расчеты обобщены в табл. 3.4. И здесь получается, что самое лучшее — это эксплуатировать объект еще на протяжении четырех лет. Значения вспомогательных переменных вы можете увидеть в вышеприведенной таблице, если посмотрите на подчеркнутые цифры. Некоторые из вас могут предпочесть расчет в рамках графического изображения, приведенного на рис. 3.1 на с. 134.

3.3.2. Многократные инвестиции

В случае однократной инвестиции мы предполагали, что инвестор на протяжении своего планового периода после истечения оптимального срока

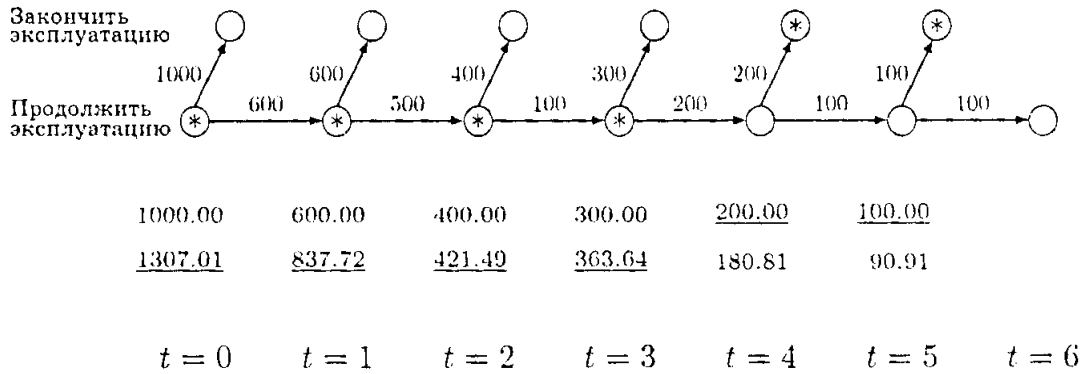


Рис. 3.1. Графическое решение проблемы срока эксплуатации

эксплуатации как бы «уходит на заслуженный отдых» и если осуществляет какие-либо инвестиции, то лишь дополняющие, исходя из расчетной ставки процента. Этот случай, естественно, далек от реальности. Как правило, инвестор после истечения экономического срока эксплуатации первого проекта начинает второй (третий, четвертый...) проект. Давайте рассмотрим сейчас этот реалистичный случай.

3.3.2.1. Цепи инвестиций и периоды планирования

Мы должны здесь в противоположность к предыдущему разделу заниматься очередностью осуществления инвестиций или, как еще говорят, целью инвестиций. В связи с этим надо различать между идентичными и неидентичными цепями инвестиций.

1. Цепь инвестиций называется идентичной, когда все отдельные проекты, включаемые в цепь, имеют одну и ту же чистую сегодняшнюю стоимость. Это не обязательно означает предпосылку о том, что все проекты имеют идентичные денежные потоки. Если, например, расчетная ставка процента составляет 10%, то в примере

	0	1	2	3	4	...
	-100	0	121			
			-100	10	110	...

речь идет об идентичной цепи, так как чистая сегодняшняя стоимость как первого, так и второго проектов равняется нулю. Но в целях упрощения далее мы обсуждаем всегда особый случай, при котором все проекты порождают цепь идентичных денежных потоков. Например,

	0	1	2	3	4	5	6	...
	-120	60	90	20				
				-120	60	90	20	...

Такие идентичные цепи имеют то свойство, что чистые сегодняшние стоимости отдельных проектов совпадают при любых расчетных ставках процента.

2. О неидентичных цепях инвестиций говорят тогда, когда чистые сегодняшние стоимости цепных проектов отличаются друг от друга. В том случае, если денежные потоки отдельных проектов не совпадают друг с другом, вероятность различия чистых сегодняшних стоимостей весьма велика. Но она вовсе не стопроцентная. А именно, если расчетная ставка процента составляет 6%, тогда в примере

0	1	2	3	4	...
-100	80	70			
		-100	60	90	...

имеет место неидентичная цепь. Чистая сегодняшняя стоимость первого проекта составляет 37.77, в то время как второго — 36.70. А если расчетная ставка процента составляет 0%, то тогда чистая сегодняшняя стоимость обоих проектов составляет 50, так что мы можем говорить об идентичной цепи.

Помимо этих двух видов цепей инвестиций далее мы хотели бы провести различия между конечным плановым периодом времени (временное предприятие) и бесконечным плановым периодом (постоянное предприятие). Если мы скомбинируем срок планового периода (конечный или бесконечный) и типы цепей инвестиций (идентичная или неидентичная) друг с другом, то получим четыре возможные ситуации планирования, см. табл. 3.5. Но из этих ситуаций в последующем будут исследоваться нами лишь две.

Таблица 3.5. Плановые ситуации при многократных инвестициях

		Цепь инвестиции	
		идентичная	неидентичная
Период планирования	конечный	цепной эффект	раздел 3.3.2.2
	бесконечный	раздел 3.3.2.3	неразумное предположение

Этот подход нуждается в пояснении. Во временном предприятии использование идентичных цепей инвестиций приводит к так называемому «цепному эффекту» или к «закону замещающих инвестиций» (general law of replacement). Ведь в конечной цепи оптимальный срок эксплуатации данного проекта всегда длиннее его «предшественника» (и короче, чем срок его «преемника»). Этот — вовсе не сразу ясный — феномен интенсивно и с страстием обсуждался в публикациях по теории инвестиций без выяснения практического значения этого обстоятельства.¹ Идентичные цепи инвестиций, по-видимому, действительно встречаются редко. Поэтому как раз в

¹ См., прежде всего, [255], [296], [256], [44], [360], [45] и [361].

случае с временным предприятием, которое может «спрогнозировать» свой горизонт планирования, было бы лучше ограничиться анализом неидентичных цепей инвестиций.

По-другому обстоят дела в случае постоянного предприятия, т. е. в случае инвестора с бесконечным горизонтом планирования. Здесь кажется совсем неразумным вера в то, что инвестор может каким-то образом надежно прогнозировать денежные потоки десятого, двадцатого... и тем более тысячного проекта. В этой ситуации более разумно предположить идентичные денежные потоки (идентичные цепи инвестиций).²

3.3.2.2. Конечный плановый период

Если мы рассмотрим случай инвестора с конечным плановым периодом и неидентичными цепями инвестиций, то тогда постановка проблемы выглядит следующим образом. Лицо, принимающее решение, может сегодня осуществить инвестиционный проект (проект А), оптимальный срок реализации которого ему хочется установить сегодня. Непосредственно после окончания срока действия проекта А инвестору предлагается шанс реализации дальнейших проектов (В, С, D, ...). Естественно, и сроки действия этих «преемников» варьируют, так что необходимо одновременно установить сроки реализации всех проектов, если мы хотим определить срок действия объекта А. Следовательно, мы ищем оптимальную длительность цепи инвестиций.

Наиболее подходящую для цели инвестора стратегию, т. е. оптимальную очередность инвестиционных проектов во времени, при конечности планового периода всегда можно найти путем перебора всех вариантов. Это — учет всех обозримых возможностей. При этом действует критерий принятия решения:

реализуй ту очередность проектов и сроков их действия, благодаря которым достигается наибольшая положительная чистая сегодняшняя стоимость!

Пример. Инвестор имеет плановый период, равный $T = 3$ года. Расчетная ставка процента составляет 10%.

- Он может в момент времени $t = 0$ начать реализацию проекта А и закончить ее в $t = 1$, $t = 2$ или $t = 3$.
- Он может в момент времени $t = 1$ начать реализацию проекта В и закончить ее в $t = 2$ или $t = 3$.
- Наконец, он мог бы в момент времени $t = 2$ начать реализацию проекта С и закончить ее в $t = 3$.

² Такой анализ будет проведен ниже, начиная со с. 139.

Денежные потоки (без учета выручки от ликвидации) и зависящие от срока эксплуатации значения выручки от ликвидации предполагаются такими, как показано в табл. 3.6.

Таблица 3.6. Денежные потоки и значения выручки от ликвидации

Планируемые платежи без учета выручки от ликвидации				
t	0	1	2	3
Проект А	-1000	600	500	400
Проект В		-800	600	500
Проект С			-1200	1400
Значения выручки от ликвидации				
Проект А	1000	700	200	0
Проект В		800	250	0
Проект С			1200	100

Какова продолжительность оптимальных сроков эксплуатации этих трех проектов? Или: какова оптимальная инвестиционная стратегия?

Решение. Сначала мы хотим начать с ознакомления со всеми возможными инвестиционными стратегиями. Нам удастся лучше всего сделать это с помощью изображенной на рис. 3.2 «дерева альтернатив».

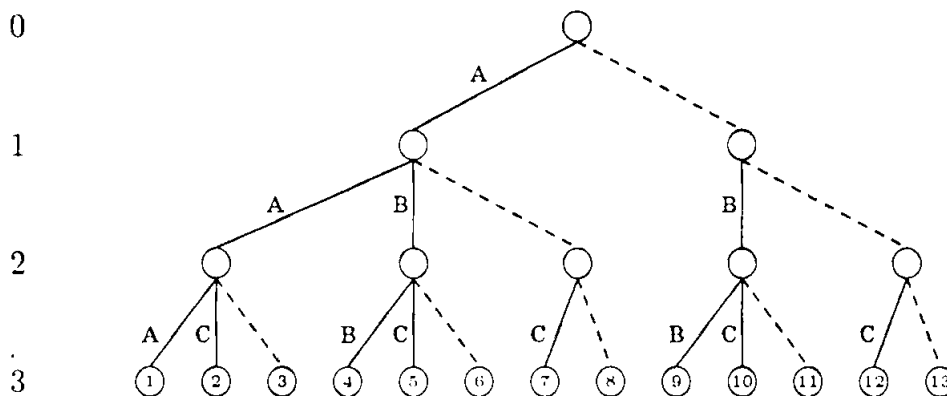


Рис. 3.2. «Дерево альтернатив» для описания неидентичных цепей инвестиций

Это дерево состоит из узлов и дуг. Все узлы одной горизонтальной плоскости принадлежат к одному и тому же моменту планового периода. Непрерывные дуги обозначают осуществление одного проекта (А, В или С), пунктирные дуги обозначают отказ от инвестиции (проект 0). Каждый путь от узла с момента времени $t = 0$ к узлу момента времени $t = 3$ обозначает определенную инвестиционную стратегию. Мы можем непосредственно вычислить, что существуют совокупности 13-ти разных инвестиционных стратегий. Чистые денежные потоки всех стратегий можно легко вывести из

Таблица 3.7. Денежные потоки и чистые сегодняшние стоимости альтернативных стратегий

Момент времени t	0	1	2	3	NPV
Стратегия 1 (А-А-А)	-1000	600	500	400	301,76
	-1000	600	500		
			200		
			-1200	1400	
				100	
Стратегия 2 (А-А-С)	-1000	600	-500	1500	317,63
	-1000	600	500		
			200		
				0	
Стратегия 3 (А-А-0)	-1000	600	700	0	155,69
	-1000	600			
		700			
		-800	600	500	
Стратегия 4 (А-В-В)	-1000	500	600	500	374,28
	-1000	600			
		700			
		-800	600		
			250		
			-1200	1400	
				100	
Стратегия 5 (А-В-С)	-1000	500	-350	1500	353,61
	-1000	600			
		700			
		-800	600		
			250	0	
Стратегия 6 (А-В-0)	-1000	500	850	0	191,70
	-1000	600			
		700			
			-1200	1400	
				100	
Стратегия 7 (А-0-С)	-1000	1300	-1200	1500	365,65
	-1000	600			
		700	0	0	
Стратегия 8 (А-0-0)	-1000	1300	0	0	203,70
Стратегия 9 (0-В-В)	0	-800	600	500	170,58
		-800	600		
			250		
			-1200	1400	
				100	
Стратегия 10 (0-В-С)	0	-800	-350	1500	149,94
		-800	600		
			250	0	
Стратегия 11 (0-В-0)	0	-800	850	0	-12,00
			-1200	1400	
				100	
Стратегия 12 (0-0-С)	0	0	-1200	1500	161,94
Стратегия 13 (0-0-0)	0	0	0	0	0,00

приведенных выше данных. Для этой цели обозначим инвестиционные стратегии порядковыми номерами, которые отражаются в принадлежащих моменту времени $t = 3$ узлах, см. табл. 3.7.

После того как мы определили чистые денежные потоки отдельных стратегий, можно легко вычислить их чистую сегодняшнюю стоимость. Такое

вычисление осуществляется на основе известной формулы

$$NPV = \sum_{t=0}^T z_t (1+i)^{-t}.$$

При этом мы получаем приведенные в последнем столбце табл. 3.7 результаты. Стратегия 4 оказывается при чистой сегодняшней стоимости, равной 374.28, оптимальной. Следовательно, инвестор максимизирует свою долгосрочную прибыль, если он принимает решение в пользу этой стратегии. Это означает следующее: (как можно определить из ветви возможностей) начни проект А в момент времени $t = 0$ и закончи его в момент времени $t = 1$. Начни в этот же момент времени проект В и реализуй его до конца планового периода $t = 3$.

Пример иллюстрирует основной принцип решения проблемы определения конечных сроков эксплуатации при конечном плановом периоде и неидентичных цепях инвестиций с помощью полного перебора. Так как количество возможных альтернатив с ростом числа плановых периодов скачкообразно растет (при $T = 10$ лет было бы уже необходимо учитывать 10946 альтернатив), при широкой постановке проблемы нам нельзя использовать полный перебор, а мы должны обратиться к подходящему методу операционных исчислений. Особенно здесь нужно подумать о методах определения самых длительных путей в сетевых планах.³

3.3.2.3. Бесконечный плановый период

В противоположность нашим вышеприведенным рассуждениям (конечный плановый период, неидентичные цепи инвестиций) теперь мы хотим рассмотреть идентичные очередности инвестиций при бесконечном плановом периоде. Следовательно, постановка проблемы выглядит следующим образом: инвестор имеет дело с предприятием на продолжительное время и предполагает (так как не имеет лучшей информации), что все денежные потоки следующих друг за другом инвестиционных проектов идентичны друг другу. Сейчас нам нужно определить оптимальную во времени инвестиционную стратегию. Речь идет об оптимальном сроке эксплуатации всех реализуемых сегодня и в будущем инвестиционных объектов. Критерий принятия решения выглядит следующим образом:

реализуй бесконечную идентичную цепь инвестиций с теми (отдельными) сроками эксплуатации, которые «обещают» самую большую положительную чистую сегодняшнюю стоимость!

И здесь мы должны задать следующий вопрос:

каким образом можно рассчитать чистую сегодняшнюю стоимость бесконечной идентичной цепи инвестиций K-NPV?

³ Заинтересованного читателя отсылаем к работе [59], который демонстрирует способ функционирования с помощью нашего вышеприведенного числового примера.

Денежный поток идентичной цепи инвестиций, проекты которой имеют срок реализации, равный n лет, выглядит следующим образом:

0	1	2	...	n	$n+1$	$n+2$...	$2n$...	
z_0	z_1	z_2	...	z_n	z_0	z_1	z_2	...	z_n	...

Если мы обозначим чистую сегодняшнюю стоимость первого проекта NPV_n , тогда чистая сегодняшняя стоимость второго проекта, приведенная к $t = 0$, очевидно, равна $NPV_n(1+i)^{-n}$, третьего проекта — $NPV_n(1+i)^{-2n}$ и т. д. Таким образом, чистая сегодняшняя стоимость цепи, состоящих из m частей, оказывается равной:

$$\begin{aligned} & NPV_n + NPV_n(1+i)^{-1n} + \dots + NPV_n(1+i)^{-(m-1)n} = \\ & = NPV_n \cdot \left(1 + (1+i)^{-1n} + \dots + (1+i)^{-(m-1)n} \right) = \\ & = NPV_n \cdot \sum_{k=0}^{m-1} (1+i)^{-kn}. \end{aligned}$$

Предельное значение этого выражения для $m \rightarrow \infty$ составляет

$$\begin{aligned} \text{K-NPV} &= NPV_n \cdot \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{m-1} (1+i)^{-kn} = \\ &= NPV_n \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}. \end{aligned}$$

Если мы в это уравнение введем множитель аннуитета

$$w_{i,n} = \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1},$$

то тогда после преобразований получим

$$\boxed{\text{K-NPV} = \frac{w_{i,n} \cdot NPV_n}{i}}.$$

С помощью этой формулы можно легко рассчитать чистую сегодняшнюю стоимость бесконечно длинной идентичной цепи инвестиций.

Мы сначала рассчитаем чистую сегодняшнюю стоимость первого проекта при сроке действия, равном n лет (NPV_n), и умножим эту величину на соответствующий каждому сроку эксплуатации множитель аннуитета ($w_{i,n}$). Таким образом, мы получаем зависящий от срока эксплуатации аннуитет. Деление на расчетную ставку процента i дает чистую сегодняшнюю стоимость бесконечной идентичной цепи инвестиций.

Для уяснения использования этого метода расчета на практике обратимся к числовому примеру, который нами использовался выше при расчете оптимальных сроков эксплуатации однократных инвестиций.

Пример. Инвестор имеет плановый период, равный $T \rightarrow \infty$ лет. Он может реализовать идентичные инвестиции в шести разных вариантах по срокам эксплуатации ($n = 1, \dots, 6$) и ищет оптимальный срок эксплуатации. Денежные потоки при разных сроках эксплуатации выглядят так, как показано в табл. 3.8.⁴ Расчетная ставка процента составляет 10%.

Таблица 3.8. Денежные потоки при разных сроках эксплуатации

n	Моменты времени платежей						
	0	1	2	3	4	5	6
0	0						
1	-1000	1200					
2	-1000	600	900				
3	-1000	600	500	400			
4	-1000	600	500	100	400		
5	-1000	600	500	100	200	200	
6	-1000	600	500	100	200	100	100

Решение. Решение проблемы рассматривается в табл. 3.9. В столбце (2) приведены зависящие от срока реализации чистые сегодняшние стоимости первого проекта цепи NPV_n . Речь идет о тех же самых цифрах, что и в вышеприведенном примере с однократными инвестициями. В том примере срок эксплуатации, равный четырем годам ($NPV_4 = 307.01$), оказался оптимальным.⁵ В столбце (3) таблицы показаны зависящие от времени множители аннуитета $w_{i,n}$. Цифры столбца (4) образуются посредством умножения зависящих от времени чистых сегодняшних стоимостей на эти множители и, таким образом, они являются зависящими от срока эксплуатации аннуитетами. Если мы разделим их на расчетную процентную ставку, то тогда получим искомые зависящие от срока эксплуатации чистые сегодняшние стоимости бесконечно длительных идентичных цепей инвестиций; они приведены в столбце (5). При этом выясняется, что в случае бесконечного идентичного повторения проект следует реализовывать на протяжении не четырех, а лишь двух лет ($K-NPV_2 = 1666.67$).⁶

3.4. Проблема замены

Если бы инвестор никогда не ошибался в своих планах, т. е. если бы все платежи имели место в те моменты времени, на которые они были перво-

⁴ Это идентично табл. 3.2 на с. 129.

⁵ См. с. 130.

⁶ Кроме того, мы можем констатировать следующее: оптимальный срок эксплуатации всех содержащихся в бесконечно длительной идентичной цепи инвестиций, является одинаковым; в нашем примере он составляет более двух лет.

Таблица 3.9. Чистые сегодняшние стоимости бесконечных идентичных цепей инвестиций

Срок эксплуатации n	Зависящая от времени чистая сегодняшняя стоимость NPV_n	Зависящий от времени множитель аннуитета $w_{i,n}$	Зависящий от времени аннуитет $w_{i,n}NPV_n$	Зависящая от времени чистая сегодняшняя стоимость цепи K-NPV
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	90.91	1.1000	100.00	1000.00
2	289.26	0.5762	166.67	1666.67
3	259.20	0.4021	104.23	1042.30
4	307.01	0.3155	96.85	968.54
5	294.60	0.2638	77.71	777.14
6	288.95	0.2296	66.35	663.45

начально запланированы, то тогда проблема оптимального времени замены существующих инвестиционных объектов была бы уже решена посредством выбора срока эксплуатации. Не было бы необходимости после реализации инвестиционного проекта снова заниматься этой проблемой. Но в действительности такие ошибки планирования постоянно возникают. Поэтому разумно регулярно задавать вопрос об оптимальном времени замены уже существующих объектов.

Но проблема замены в чистом виде в обсуждаемом здесь смысле возникает лишь тогда, когда новый проект конкурирует со старым проектом (т. е. инвестор стоит перед дилеммой: либо старый объект, либо новый объект). Но, если новый объект может сосуществовать наряду со старым (т. е. такая дилемма отсутствует), то тогда речь идет о проблеме инвестиционного программного планирования, которое будет исследоваться нами лишь в следующей главе этой книги.

В случае чистой проблемы замены задается вопрос о том, нужно ли сегодня заканчивать эксплуатацию старого инвестиционного объекта или нет.

Отсюда можно было бы сделать заключение, что инвестор должен учитывать лишь две возможности. В действительности мы должны поставить вопрос о том, нужно ли заменять старый объект сегодня ($t = 0$) или позже ($t = 1, 2, \dots, T$). Из этого следует, что инвестор имеет $T + 1$ возможностей замены и должен выбирать между ними. Ведь если замена в $t = 1$ (в следующем году) менее выгодна, чем в $t = 0$ (сегодня), то тогда из этого еще далеко не вытекает то, что замена старого объекта сегодня действительно оптимальна. Ведь замена в $t = 2$ могла бы быть еще выгоднее. Следовательно, анализ не должен быть ограничен лишь двумя годами, если мы хотим избежать ошибочных решений.

При решении о сроке эксплуатации мы исследовали однократные и многократные инвестиции. В случае с многократными инвестициями мы, кроме того, различали между случаем конечного планового периода с неидентичными цепями инвестиций и случаем бесконечного планового периода с идентичной очередностью инвестиций. В принципе, в ходе принятия решений о замене мы должны проделать то же самое. Но в действительности мы хотели бы ограничиться случаем бесконечного планового периода с идентичными цепями инвестиций. Этот выбор необходимо вкратце обосновать.

Однократные инвестиции. При осуществлении однократных инвестиций речь идет о том, что для уже существующих объектов не удастся найти «преемников». Нам не нужно исследовать эту ситуацию, так как здесь нет «подлинной проблемы замены». И без дальнейших объяснений видно, что эксплуатация старого объекта без «преемника» должна быть закончена тогда, когда временные предельные выигрыши от такой эксплуатации достаточно долго меньше нуля.⁷

Многократные инвестиции при конечном плановом горизонте. Здесь речь идет о временном предприятии, которое ликвидируется в момент времени T . Эту ситуацию мы можем анализировать с помощью точно такого же инструментария, который мы описали выше при изучении решений о сроках эксплуатации.⁸ Там мы показали, как можно вычислить денежные потоки различных инвестиционных стратегий и после этого определить самую выгодную возможность с помощью «дерева решений» или метода полного перебора. Сейчас проблема состоит лишь в том, чтобы вычислить денежные потоки соответствующих стратегий замены. При этом мы будем, естественно, оперировать данными, которые соответствуют новым оценкам. Но формальный метод расчета оптимальных возможностей из-за этого никак не изменится.

Многократные инвестиции при бесконечном плановом горизонте. Проблема инвестора здесь выглядит следующим образом: почему надо бесконечно часто заменять уже существующие объекты на его «преемников»? Критерий принятия решения формулируется так:

выбирай для замены тот момент времени, в который удастся получить самую большую положительную чистую сегодняшнюю стоимость за счет эксплуатации старых и бесконечно повторяющихся новых объектов!

Для выведения формулы для замены старого инвестиционного объекта в момент времени $t = n$ рекомендуется использовать следующие символы:

$E-NPV_n$ — чистая сегодняшняя стоимость при замене в момент времени $t = n$;

⁷ См. по этому поводу с. 128 и сл.

⁸ См. с. 136 и сл.

- $NPV_n^{\text{стар}}$ — чистая сегодняшняя стоимость старых проектов при замене в момент времени $t = n$;
- $K-NPV_n^{\text{нов}}$ — чистая сегодняшняя стоимость бесконечно длительной цепи идентичных инвестиций последующих проектов при замене в момент времени $t = n$;
- L_t — выручка от ликвидации старого объекта при продаже в момент времени t ;
- m — оптимальный срок действия последующего инвестиционного проекта;
- $\bar{z}_t^{\text{стар}}$ — платеж за счет использования старого объекта (без выручки от ликвидации) в момент времени t ;
- $z_t^{\text{нов}}$ — платеж за счет использования нового проекта (без выручки от ликвидации) в момент времени t .

Оптимальным для замены моментом времени является тот момент времени n , в который зависящая от момента времени замены общая чистая сегодняшняя стоимость

$$E-NPV_n = NPV_n^{\text{стар}} + K-NPV_n^{\text{нов}}$$

является максимально возможной. Как мы можем рассчитать эту общую чистую сегодняшнюю стоимость? Для этого рассмотрим сначала чистую сегодняшнюю стоимость старого объекта ($NPV_n^{\text{стар}}$) и затем чистую сегодняшнюю стоимость последующих проектов ($K-NPV_n^{\text{нов}}$).

Чистая сегодняшняя стоимость старого проекта. Если мы заменим старый объект в момент времени $t = 0$, то его чистая сегодняшняя стоимость составляет

$$NPV_0^{\text{стар}} = \bar{z}_0^{\text{стар}} + L_0.$$

Если мы замедлим осуществление замены на один год, т. е. рассмотрим замену в $t = 1$, то тогда верно

$$NPV_1^{\text{стар}} = \sum_{t=0}^1 \bar{z}_t^{\text{стар}} (1+i)^{-t} + L_1 (1+i)^{-1}.$$

Если же мы подождем с заменой до момента времени $t = n$, то чистая сегодняшняя стоимость старого объекта окажется равной

$$NPV_n^{\text{стар}} = \sum_{t=0}^n \bar{z}_t^{\text{стар}} (1+i)^{-t} + L_n (1+i)^{-n}.$$

Эту формулу можно применить ко всем моментам времени, от $t = 0$ до $t = n$.

Чистая сегодняшняя стоимость последующих проектов. Если мы заменим старый объект сразу, тогда в момент времени $t = 0$ начнется бесконечная идентичная цепь осуществления новых проектов. Если оптимальный срок эксплуатации инвестиционных последующих проектов составляет m лет, то чистая сегодняшняя стоимость цепи в соответствии с нашими рассуждениями окажется равной

$$\text{К-NPV}_0^{\text{нов}} = \frac{w_{i,m} \text{NPV}_m^{\text{нов}}}{i}.$$

При этом чистая сегодняшняя стоимость нового проекта составляет

$$\text{NPV}_m^{\text{нов}} = \sum_{t=0}^m z_t^{\text{нов}} (1+i)^{-t}.$$

Если мы подождем с заменой старого проекта 1 год, т. е. если мы «переместим» ее к моменту времени $t = 1$, то общую чистую сегодняшнюю стоимость цепи следует дисконтировать на один год. Следовательно,

$$\text{К-NPV}_1^{\text{нов}} = \frac{w_{i,m} \text{NPV}_m^{\text{нов}}}{i(1+i)^1}.$$

Если задержать замену до момента времени $t = n$, то чистую сегодняшнюю стоимость цепи новых объектов необходимо дисконтировать на n лет. Значит,

$$\text{К-NPV}_n^{\text{нов}} = \frac{w_{i,m} \text{NPV}_m^{\text{нов}}}{i(1+i)^n}.$$

Чистая сегодняшняя стоимость совокупной альтернативы замены. Таким образом, общая чистая сегодняшняя стоимость зависящей от момента времени замены описывается формулой

$$\begin{aligned} \text{E-NPV}_n &= \text{NPV}_n^{\text{стар}} + \text{К-NPV}_n^{\text{нов}} = \\ &= \sum_{t=0}^n \bar{z}_t^{\text{стар}} (1+i)^{-t} + L_n (1+i)^{-n} + \frac{w_{i,m} \text{NPV}_m^{\text{нов}}}{i(1+i)^n}. \end{aligned}$$

Посредством этой формулы мы можем определить оптимальный момент времени замены. Мы должны принимать решения в пользу того момента времени замены n , в который E-NPV_n максимальна. Если оптимальным окажется другой момент времени, то сегодня не надо делать замену. Вместо этого мы должны осуществить оценку при очередном исследовании.

Временный предельный выигрыш одной альтернативы замены. Для практической работы эта выведенная формула не очень пригодна. Ее использование связано с затруднениями. По этой причине мы должны искать упрощения техники расчета. Для этой цели мы рассматриваем разницу в чистой

сегодняшней стоимости $\Delta E-NPV_n$ аналогично тому, что мы это уже один раз осуществили в ходе принятия решения о сроке эксплуатации объектов, приобретенных при осуществлении однократных инвестиций.⁹ А какова величина этой зависящей от момента времени замены предельной чистой сегодняшней стоимости $\Delta E-NPV_n$, если мы определим ее как разность выгодностей между чистыми сегодняшними стоимостями в моменты времени n и $n - 1$? Она составляет

$$\begin{aligned} \Delta E-NPV_n &= E-NPV_n - E-NPV_{n-1} = \\ &= \sum_{t=0}^n \bar{z}_t^{\text{стар}} (1+i)^{-t} + L_n (1+i)^{-n} + \frac{w_{i,m} NPV_m^{\text{нов}}}{i(1+i)^n} - \\ &\quad - \sum_{t=0}^{n-1} \bar{z}_t^{\text{стар}} (1+i)^{-t} - L_{n-1} (1+i)^{-n+1} - \frac{w_{i,m} NPV_m^{\text{нов}}}{i(1+i)^{n-1}}. \end{aligned}$$

Отсюда после преобразований можно получить:

$$\Delta E-NPV_n = (1+i)^{-n} \left(\underbrace{[\bar{z}_n^{\text{стар}} + L_n - L_{n-1}(1+i)]}_{\text{временный предельный выигрыш от эксплуатации старого объекта}} - \underbrace{\frac{w_{i,m} NPV_m^{\text{нов}}}{i}}_{\text{новый аннуитет от эксплуатации нового объекта}} \right).$$

В квадратной скобке представлено не что иное, как (начисленный методом сложного процента) временный предельный выигрыш от эксплуатации старого объекта¹⁰, а после квадратных скобок — аннуитет от эксплуатации нового объекта:¹¹

$$\Delta E-NPV_n = (1+i)^{-n} \left((1+i)^n \Delta NPV_n^{\text{стар}} - w_{i,m} NPV_m^{\text{нов}} \right).$$

Ввиду того, что выгодно задержать замену старого сооружения до тех пор, пока разность в чистой сегодняшней стоимости $\Delta E-NPV_n$ является положительной, можно сделать следующий вывод:

замену уже существующего инвестиционного объекта не надо осуществлять до тех пор, пока временный предельный выигрыш от его эксплуатации больше среднего выигрыша (аннуитета) от эксплуатации нового объекта.

Давайте уясним, как использовать на практике это правило принятия решения и выведенную формулу для разности чистой сегодняшней стоимости, на следующем числовом примере.

⁹ Ср. с. 130.

¹⁰ Ср. с. 131.

¹¹ Ср. по этому поводу с. 81.

Таблица 3.10. Данные для решения проблемы замены

Старый объект						
Момент времени t	0	1	2	3	4	
$\bar{z}_t^{\text{стар}}$	1200	1050	1050	900	800	
L_t	1000	750	650	500	300	
Новый объект						
Момент времени t	0	1	2	3	4	5
$\bar{z}_t^{\text{нов}}$	-2000	1500	1200	1500	1000	900

Пример. Инвестор с бесконечным плановым горизонтом предполагает, что выгодно заменить существующий объект сразу или не позже следующих четырех лет. Согласно его расчетам, эксплуатация старого объекта связана с платежами и выручкой от ликвидации, представленными в табл. 3.10. Новый объект имеет оптимальный срок эксплуатации, равный 5 годам, и инвестор при этом ориентируется на платежи, показанные в табл. 3.10. Определите, когда следует заменить старый объект, если расчетная ставка процента составляет 7%.

Решение. Способ решения состоит из следующих трех стадий.

Временные предельные выигрыши от эксплуатации старого объекта. Сначала рекомендуется рассчитать временные предельные выигрыши от эксплуатации старого объекта $((1+i)^n \Delta NPV_n^{\text{стар}})$. Этот расчет соответствует тому, который был представлен на с. 131 в табл. 3.3. Используя цифры нашего примера, мы получаем теперь числа, приведенные в табл. 3.11.

Таблица 3.11. Временные предельные выигрыши от эксплуатации старого объекта

n	$\bar{z}_n^{\text{стар}} + L_n$	L_{n-1}	$L_{n-1}(1+i)$	$(1+i)^n \Delta NPV_n^{\text{стар}}$
1	1800.00	1000.00	1070.00	730.00
2	1700.00	750.00	802.50	897.50
3	1400.00	650.00	695.50	704.50
4	1100.00	500.00	535.00	565.00

Аннуитет от эксплуатации нового объекта. Аннуитет от эксплуатации нового объекта образуется из $w_{0,07,5} \cdot NPV_5^{\text{нов}}$. Чистая сегодняшняя стоимость нового объекта составляет

$$\begin{aligned}
 NPV_5^{\text{нов}} &= -2000 + \frac{1500}{1.07^1} + \frac{1200}{1.07^2} + \frac{1500}{1.07^3} + \frac{1000}{1.07^4} + \frac{900}{1.07^5} = \\
 &= 3079.03.
 \end{aligned}$$

Так как при расчетной ставке процента, равной 7%, множитель повторного извлечения составляет

$$w_{0.07,5} = \frac{0.07 \cdot (1 + 0.07)^5}{(1 + 0.07)^5 - 1} = 0.24389,$$

аннуитет оказывается равным

$$w_{0.07,5} \cdot NPV_5^{\text{нов}} = 0.24389 \cdot 3079.03 = 750.95.$$

Расчет и анализ разности в чистой сегодняшней стоимости. А теперь можно с легкостью рассчитать с помощью табл. 3.12 разности в чистой сегодняшней стоимости $\Delta E-NPV_n$. Столбец (1) содержит возможности от $n = 1$ до $n = 4$. В столбце (2) даны временные предельные выигрыши от эксплуатации старого объекта, полученные на первой стадии решения, а в столбце (3) — аннуитеты от эксплуатации нового объекта, полученные на второй стадии решения. В столбце (4) приведены разности в чистой сегодняшней стоимости для различных альтернатив момента времени замены, начисленные методом сложного процента из простой разности между столбцами (2) и (3).

Если все величины этого столбца были бы отрицательными, то мы могли бы немедленно принять решение: «Замени старый инвестиционный объект сразу (в $n = 0$)!» В нашем примере мы имеем в момент времени $n = 2$ положительную величину, так что возникает вопрос: является ли замена в момент времени $n = 2$ более выгодной, чем немедленная замена? На этот вопрос мы можем ответить лишь после того, как сделаем сравнимыми разности в чистых сегодняшних стоимостях столбца (4), начисленных сложными процентами и приведенными к разным моментам времени замены посредством множителя дисконтирования, что отражено в виде данных в столбце (5). Таким образом, в столбце (6) мы получаем сведенные к $t = 0$ разности в чистых сегодняшних стоимостях $\Delta E-NPV_n$ и можем сразу рассчитать, что отрицательная разность чистой сегодняшней стоимости для $n = 1$ более, чем компенсируется положительной разностью в чистой сегодняшней стоимости для $n = 2$. Следовательно, самое лучшее, что можно порекомендовать инвестору — дальнейшую эксплуатацию старого объекта и — самое позднее, через два года — новый поиск оптимального решения.

3.5. Вопросы и проблемы

1. Что вы понимаете под идентичными цепями инвестиции, а что — под неидентичными?
2. Опишите, что нужно учитывать для вычисления оптимального срока действия конечной цепи неидентичных инвестиций?
3. Что вы понимаете под временным предельным выигрышем от эксплуатации инвестиционного объекта?

Таблица 3.12. Зависящие от момента времени t замены разности в чистых сегодняшних стоимостях

Момент времени замены n	Временный предельный выигрыш от эксплуатации старого объекта $(1+i)^n \Delta NPV_n^{\text{стар}}$	Аннуитет от эксплуатации нового объекта $w_{0.07,5} NPV_5^{\text{нов}}$	Разность в чистой сегодняшней стоимости (начисленная методом сложного процента) $(1+i)^n \Delta E-NPV$	Множитель дисконтирования $(1+i)^{-n}$	Разность в чистой сегодняшней стоимости $\Delta E-NPV_n$
1	730.00	750.95	-20.95	0.9346	-19.58
2	897.50	750.95	146.55	0.8734	128.01
3	704.50	750.95	-46.45	0.8163	-37.91
4	565.00	750.95	-185.95	0.7629	-141.86

4. Как можно рассчитать чистую сегодняшнюю стоимость бесконечной цепи идентичных инвестиций?
5. Прокомментируйте утверждение: «Замена старого объекта выгодна в тот момент, когда предельный выигрыш от его эксплуатации станет меньше среднего выигрыша от эксплуатации нового объекта».

3.6. Задачи

1. Плановый период инвестора составляет 7 лет. Он владеет сегодня ликвидными средствами величиной 1200 и намерен максимизировать свое остаточное имущество при постоянных изъятиях, равных 40. Он хочет выбрать инвестиционный проект, оптимальный срок действия которого нужно определять.

Инвестиция приводит к единовременному оттоку средств в сумме 2000. Далее в последующих годах ожидаются постоянные поступления ежегодно по 700. В момент времени $t = 2$ впервые возникает необходимость выплат за ремонт, величиной 100. Они увеличиваются каждый год на 100. Наконец, предполагается, что выручка от ликвидации в случае продажи активов инвестиционного проекта ежегодно снижается на 20%.

- а) Чему равны денежные потоки альтернатив решения?
 - б) Рынок капитала является несовершенным, причем проценты по заимствованию постоянно составляют 12%, а проценты по инвестированию — 7%. Какой срок эксплуатации самый лучший?
 - в) Рынок капитала является совершенным, а расчетная ставка составляет 10%. Какой срок эксплуатации теперь оптимален?
 - г) Какова величина временного предельного выигрыша в момент времени $n = 3$, и что означает эта цифра?
 - д) Плановый период инвестора бесконечен. Рынок капитала является совершенным (расчетная ставка равна 10%), и инвестор планирует бесконечно повторять этот проект. Какой срок эксплуатации в этом случае оптимален?
2. Пусть рассчитаны применительно к однократной инвестиции для моментов времени от $n = 1$ до $n = 6$ следующие, относящиеся к $t = 0$ временные предельные выигрыши: 100, -50, -30, 90, -20, и -100.

- а) Какой срок эксплуатации является оптимальным?
- б) В момент времени $t = 3$ поступления по проекту, включая выручку от ликвидации, составляют 960. При расчетной ставке процента, равной 8%, чему равна расчетная выручка в момент времени $t = 2$?
- в) Какова величина чистой сегодняшней стоимости при трехгодичном сроке эксплуатации?
3. Денежный поток инвестиций без учета выручки от ликвидации равен $(z_0, \dots, z_5) = (-100, 30, 30, 40, 40, 50)$. Расчетная ставка процента составляет 11%. Какое влияние на оптимальный срок эксплуатации окажет изменение ежегодного снижения выручки от ликвидации (исходя из 100) с 25% до 10%?
4. Чистая сегодняшняя стоимость инвестиции при шестилетнем сроке действия составляет при расчетной ставке процента, равной 9%, 1000 руб. Какова величина чистой сегодняшней стоимости бесконечно длительной цепи идентичных инвестиций с одной и той же чистой сегодняшней стоимостью?
5. Инвестор намерен заменить существующий объект в следующем году ($n = 1$). Благодаря эксплуатации этого объекта он получает сегодня поступления величиной 500, а в следующем году — поступления величиной 600. К этому следует добавить предполагаемую выручку от ликвидации величиной 2500. Чистая сегодняшняя стоимость (первой) инвестиции-«преемницы» составляет при расчетной ставке процента, равной 6%, и четырехгодичном сроке эксплуатации 1200. Такая последующая инвестиция повторяется бесконечно часто. Если бы мы вывели объект из эксплуатации сегодня, то мы получили бы выручку от ликвидации в объеме 2650.
- а) Какова величина чистой сегодняшней стоимости намеченного инвестором действия?
- б) Правильно ли поступит инвестор, если он подождет с заменой старого объекта еще один год?
- в) Чему должна быть равна выручка от ликвидации в следующем году, чтобы было безразлично, заменим ли мы инвестиционный объект сразу или лишь через год?

3.7. Рекомендуемая литература

Проблемы принятия решений об оптимальном сроке действия инвестиций в литературе чаще всего обсуждаются в моделях, в которых время трактуется как непрерывная переменная. В противоположность этому в данной книге мы представляли исключительно дискретные модели, т. е. в качестве допустимых единиц измерения длительности инвестиций учитывались лишь годы или их множества в виде целых чисел, см. по этому поводу с. 126 и сл.

Хорошее представление методов решения проблем, касающихся срока эксплуатации, можно найти в [242. S. 75–105], [166. S. 203–220], [329. S. 93–116], [295. S. 103–108] и [88. S. 204–216].

Высококачественное описание работы с проблемами однократных решений дано в [242. S. 75–106], [166. S. 203–220, 228–242], [121. S. 44–58], [329. S. 117–131], [295. S. 108–110] и [88].

Концепция идентичных инвестиционных цепей развита, прежде всего, в [255], [256], а также в [296] и [298. S. 59–63, 78–110]. Не представленный в этой книге метод MAPI является особым вариантом динамических инвестиционных расчетов, предназначенных для работы с проблемами однократных решений. Этот метод основывается на очень специфических предпосылках, и он был предложен в [334]. Но последняя книга рекомендуется не только в том случае, если вы хотите узнать метод MAPI. Краткое, но наглядное описание метода MAPI можно найти в [34. S. 101–111].

Методы принятия программных решений

4.1. Учебные цели

Материал этой главы должен способствовать тому, чтобы:

- уяснить, что количество возможных действий в случае программных решений так велико, что принятие решений этого типа на основе описанных в главе 2 методов невозможно;
- понять, что проблема вменения в ходе осуществления инвестиционного расчета при принятии программных решений является подлинной проблемой, с которой мы можем справиться лишь с помощью одновременного планирования;
- понять различие между независимыми и зависимыми друг от друга инвестиционными проектами;
- приобрести общее представление о важнейших моделях инвестиционного программного планирования;
- понять, по какой причине мы можем решить проблему одновременного инвестиционного и финансового планирования в случае одного периода с помощью метода внутренней ставки процента;
- понять, почему в случае множества периодов мы не можем решить ту же самую проблему с помощью метода внутренней ставки процента;
- суметь сформулировать на базе линейного программирования простые модели, с помощью которых можно решать проблему одновременного инвестиционного и финансового планирования в случае множества периодов как для лица, максимизирующего имущество, так и для лица, максимизирующего доход;
- суметь определить, что такое эндогенная расчетная ставка процента;
- понять, при каких условиях мы можем решить проблему одновременного инвестиционного и финансового планирования с помощью метода чистой сегодняшней стоимости;
- уяснить, что проблема вменения денежных поступлений независимых друг от друга инвестиций при одновременном инвестиционном и производственном планировании уже не является проблемой;
- суметь сформулировать простые модели на основе линейного программирования, с помощью которых можно решить проблему инвестиционного и производственного планирования как для лица, максимизирующего имущество, так и для лица, максимизирующего доход.

Во второй главе мы сконцентрировали внимание на решениях, в рамках которых нужно было выбрать в точности одну единственную инвестицию из конечного множества инвестиционных возможностей, а именно ту, которая оптимально соответствует целям инвестора. При этом мы трактовали длительность действия инвестиции, т. е. ее временную протяженность не как проблему принятия решения, а как данное. Оптимальная длительность действия инвестиции была объектом исследования в третьей главе. Мы рассматривали ее как *ex ante* переменную (перед реализацией инвестиции), так и *ex post* переменную (после реализации инвестиции), но при этом предполагали, что к определенному моменту времени можно было бы осуществить лишь один проект. Поэтому и в третьей главе мы все еще имели дело с отдельными (рядовыми) решениями.

Сейчас мы будем обсуждать возможность одновременного осуществления нескольких проектов. В этой главе мы анализируем только программные решения. Постановка проблемы выглядит следующим образом:

какая комбинация инвестиционных проектов из множества не включающих друг друга планов позволяет наилучшим образом достичь цели инвестора?

Следовательно, нам задано количество «параллельно» реализуемых инвестиций (например, № 1, 2, 3, ...), а мы должны найти оптимальную комбинацию из этого множества (например, № 4, 17, 19 и §2).

4.2. Основополагающие проблемы и понятия

Сначала рекомендуется сделать обзор некоторых основополагающих трудностей, связанных с определением оптимальных инвестиционных программ.

4.2.1. О числе программных альтернатив

Собственно говоря, мы можем принимать решения об оптимальной инвестиционной программе посредством точно такого же инструментария, который был нами представлен во второй главе этой книги. В принципе проблема состоит лишь в том, чтобы узнать денежные потоки программы А, В, С... и т. д. Если бы мы знали денежные потоки всех программных альтернатив, то мы сумели бы рассчитать остаточное имущество или уровень дохода инвестора с помощью описанного выше метода. Но на практике это намерение обречено на неудачу, так как расчет требует таких затрат времени и труда, с которым нельзя смириться. Как это объяснить?

Количество программных альтернатив, как правило, выходит за рамки границ восприятия.

Для уяснения этого мы (в целях упрощения) предположим, что инвестор имеет m не исключających друг друга проектов, и каждый из этих проектов может быть включен в программу. В этом случае инвестор имеет при $m = 3$ проектах $2^3 = 8$ возможностей, а именно:

Программа	Проект 1	Проект 2	Проект 3
1	Да	Да	Да
2	Да	Да	Нет
3	Да	Нет	Да
4	Да	Нет	Нет
5	Нет	Да	Да
6	Нет	Да	Нет
7	Нет	Нет	Да
8	Нет	Нет	Нет

При 10 проектах существуют $2^{10} = 1024$ возможностей, а при 40 проектах — уже $2^{40} = 1\,099\,511\,627\,776$ возможных программ. Последняя цифра уже существенно выходит за рамки границ нормального восприятия. Если компьютер был бы в состоянии рассчитать остаточное имущество или уровень дохода для тысячи таких программных альтернатив в течение одной секунды, то он справился бы полностью со всей задачей лишь после 35 лет (!) непрерывного расчета. Расчет денежных потоков для всех этих инвестиционных возможностей продолжился бы еще существенно дольше, и 40 заявок о не исключających друг друга инвестиционных проектах теоретически не являются экстремальным случаем.

4.2.2. Проблема вменения и решения об инвестиционных программах

В разделе 2.2 мы доказали, что при отдельных инвестиционных решениях без всяких условий возможно, на основе анализа предельных случаев, вменение одному инвестиционному проекту возникших за счет его реализации выплат и поступлений даже тогда, когда возникновение этих платежей связано с другими (уже существующими) проектами.¹

Теперь мы имеем другую ситуацию принятия решения. Мы обсуждаем проблемы программного планирования. Здесь речь идет о выборе из множества проектов, которые не исключают друг друга, а наоборот, их можно осуществлять по отдельности или совместно друг с другом, значит, воздействия их платежей дополняют и усиливают друг друга или же «накладываются» друг на друга. Было бы совсем неправильно утверждать, что в таких ситуациях всегда можно вменить поступления и выплаты отдельным инвестиционным проектам. Нужно различать два случая:

Независимые друг от друга инвестиции. Такие проекты имеют место, если с учетом поступлений и выплат проекта А для предприятия безразлично, осуществляется ли параллельно проект В или нет.

¹ См. с. 25 и сл.

Денежные потоки программных альтернатив можно рассчитать при независимых друг от друга проектах всегда посредством суммирования по моментам времени денежных потоков, содержащихся в программе проектов.

Примерами таких независимых друг от друга проектов являются финансовые инвестиции (облигации, акции), жилой фонд для аренды квартир или отдельные автомобили таксопарка.

Зависящие друг от друга инвестиции. Такие проекты имеют место, если с учетом поступлений и платежей проекта А для предприятия не безразлично, осуществляется ли параллельно проект В или нет.

Здесь вменение денежных потоков отдельным проектам в принципе немыслимо, так как эти ряды действительны лишь в том случае, если проекты фактически реализуются, а дополнительные проекты не осуществляются. Проиллюстрируем это на примере: предположим, что на промышленном предприятии находится конвейер, состоящий из элементов А и В (см. рис. 4.1), настройка его сегодняшней мощности отображается шириной прямоугольников A_1 и B_1 . Шансы сбыта произведенной с его помощью продукции пусть будут весьма обнадеживающими, так что руководство предприятия планирует осуществить расширяющие инвестиции. Так как теперь B_1 является узким местом, возможно производство или продажа лишь x_1 штук.

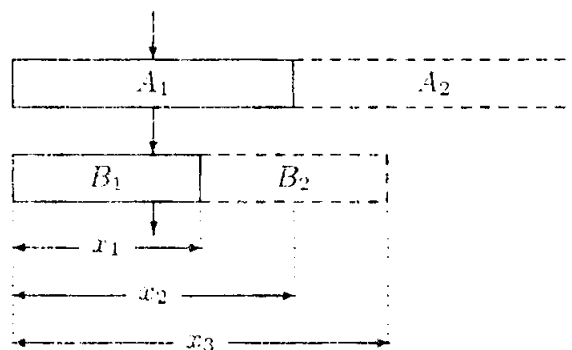


Рис. 4.1. Настройка мощности конвейера промышленного предприятия

Рис. 4.1 делает совершенно ясным следующий аспект: если бы мы реализовали лишь проект A_2 , то тогда оборот предприятия не увеличился бы ни на копейку, так как B_1 являлось бы, как и прежде, узким местом, и мы должны были бы далее довольствоваться производством x_1 штук. Если, наоборот, мы осуществили бы лишь проект B_2 , то производство можно было бы увеличить до x_2 , и теперь новым узким местом было бы A_1 . Но если бы мы осуществили проекты A_2 и B_2 совместно, то это означало бы дополнительное

увеличение оборота, так как теперь мы могли бы произвести продукцию в объеме x_3 и новым узким местом явилось бы $(B_1 + B_2)$.

Описанные здесь зависимости между инвестиционными проектами часто возникают тогда, когда речь идет об агрегатах в производственной сфере, которые применяются в многоступенчатых производственных процессах и/или тогда, когда мы имеем дело с сооружениями, которые можно использовать для разных целей (случай многоцелевых машин).

Денежные потоки программных альтернатив при зависящих друг от друга проектах нельзя рассчитать с помощью суммирования по моментам времени денежных потоков, содержащихся в программе проектов.

Здесь необходимо интегрирование производственного планирования и планирования сбыта в рамках инвестиционного планирования. Мы позже еще ближе познакомимся с основами такой методики.²

4.2.3. Классификация подходов к решению

Количество предложений по оптимизации инвестиционных программ с трудом можно учесть. Поэтому рекомендуется перед следующими разделами дать классификацию важнейших концепций. Разработка инвестиционного программного планирования в основном осуществлялась американскими, французскими и немецкими экономистами. Табл. 4.1 представляет обзор особо важных моделей, которые были созданы для решения проблем программного планирования. Но перед разъяснением таблицы следует описать различие между последовательным и одновременным инвестиционным программным планированием.

Последовательное инвестиционное планирование. В самом простом случае проблема инвестиционного программного планирования состоит в оптимальном размещении определенного запаса финансовых средств среди конкурирующих взаимно не исключающих друг друга инвестиционных проектов. Представьте себе, например, следующую ситуацию: инвестор обладает в момент времени $t = 0$ ликвидными средствами величиной x руб. и множеством инвестиционных возможностей, общая сумма которых составляет больше, чем x руб. Теперь задается вопрос: какие проекты следует реализовывать, а от каких нужно отказаться.

Эта постановка проблемы называется последовательным инвестиционным планированием по той причине, что на первом этапе планирования устанавливается количество финансовых средств, а на втором этапе происходит выбор инвестиционных проектов, причем на этом этапе результаты финансового планирования нельзя изменить. Финансовое планирование в

² См. по этому поводу с. 196 и сл.

этом случае является исходным элементом для инвестиционного планирования. Но учтите, что:

последовательное инвестиционное планирование часто приводит к худшим результатам принятия решения по сравнению с одновременным планированием.

Обоснование заключается в следующем: при некоторых условиях инвестор имеет такие выгодные возможности осуществления инвестиций, что было бы выгодно на первом этапе планирования (финансовое планирование) предоставить большую сумму по сравнению с действительностью. В противоположном случае возможна ситуация, при которой инвестор имеет так мало выгодных инвестиционных проектов, что может быть на первом этапе (финансовое планирование) было бы лучше предоставить меньшую сумму.

Одновременное инвестиционное планирование. При этой методике планирования делается попытка избежать возможных недостатков последовательного планирования: отдельные частные планы инвестора (финансовый план, инвестиционный план, производственный план, план сбыта и т. д.) гармонически согласовываются друг с другом и учитываются взаимозависимости между ними.

После этих предварительных рассуждений мы можем обратиться к табл. 4.1, которая описывает три самые важные сферы планирования предприятия, а именно, финансирование, инвестиции и производство.

Одновременное инвестиционное и финансовое планирование. Проблема планирования здесь выглядит следующим образом.

Дано множество (взаимно не исключających друг друга) инвестиционных проектов и множество возможностей финансирования. Мы ищем ту комбинацию инвестиционных проектов и проектов финансирования, которая самым лучшим образом позволяет достичь цели инвестора. При этом производственные планы для каждой возможной инвестиционной программы заранее определены, так как они уже заранее (последовательно) были построены.

Для решения проблемы было использовано два способа. Более старый и по практическому применению более простой способ выглядит следующим образом: мы рассчитываем как для инвестиционных проектов, так и для проектов финансирования изолированные критерии преимущества. После этого на основе данного расчета составляются порядковые очередности для инвестиционных проектов с одной стороны, и для проектов финансирования с другой. На заключительном третьем этапе делается попытка вывести из списка приоритетов оптимальные инвестиционную и финансовую программы. Самым известным вариантом этой формы одновременной программной

Таблица 4.1. Обзор исторически важных моделей принятия решений инвестиционного программного планирования

	Финансирование	Инвестирование	Производство
Без налогов	Массе, Гибра [225] Массе [224] Альбах [7] Вейнгартнер [347] Хакс [112]		
		Фёрстнер, Хенн [76] Чанз, Купер, Миллер [48] Якоб [154] Свобода [325]	
	Блюментрат [35] Швайм [306]		
С налогами	Яскелайнен [152] Хабершток [98] Хегерт [103] Грюндманн [93] Розенберг [267]		

оптимизации является разработанное Дж. Дином «бюджетирование капитала» («Capital budgeting»), с которым мы будем знакомиться, начиная со с. 170. Второй способ состоит в использовании метода математического программирования (исследование операций). Здесь особым методом является линейное программирование (ЛП), которое мы можем успешно применять для решения проблемы одновременного инвестиционного и финансового планирования. Этот метод пригоден для того, чтобы соответственно изобразить взаимные связи между отдельными плановыми сферами. Он применялся прежде всего Массе, Альбахом, Вейнгартнером и Хаксом, которые старались показать, что проблемы одновременного инвестиционного и финансового планирования можно решить с помощью моделей ЛП. Табл. 4.1 дает соответствующие источники в списке литературы. Соответствующие модели описываются ниже, начиная со с. 174.

Одновременное инвестиционное и производственное планирование. Инвестиции в материально-техническую базу промышленных предприятий часто позволяют изменять их производственные программы. То, какая производственная программа должна реализоваться после осуществления инвестиции, выражается в производственных планах. Эти производственные планы при одновременном инвестиционном и финансовом планировании с самого начала определены, а значит, они были заранее (последовательно) установлены. В противоположность этому постановка проблемы при одновременном инвестиционном и производственном планировании выглядит следующим образом:

дано множество (взаимно не исключających друг друга) инвестиционных проектов и множество производственных программ, которые с их помощью можно реализовать. Мы ищем ту комбинацию инвестиционных проектов и подходящий для нее производственный план, который наилучшим образом позволяет достичь цели инвестора. При этом все финансовые планы для каждой возможной инвестиционной программы с самого начала фиксированы, так как они были составлены уже заранее (последовательно).

Плановые модели этого вида, как правило, тоже используют логику линейного программирования. Табл. 4.1 указывает на то, что заслуги при разработке таких моделей принятия решения принадлежат *Фёрстнеру* и *Хенну*, *Якобу* и *Свободе*. В этой книге основные черты моделей принятия решений об одновременном инвестиционном и производственном планировании описываются, начиная со с. 196.

Одновременное инвестиционное, финансовое и производственное планирование. Для возможно полного использования концепции одновременного планирования — или для того, чтобы как можно больше избежать недостатков последовательного планирования, — естественно, были и попытки связывать друг с другом модели инвестиционного программного планирования, ориентированные на финансирование и производство. Здесь речь идет о предложении в пользу одновременного инвестиционного, финансового и производственного планирования, причем здесь нужно напомнить названные в табл. 4.1 работы *Блюментрата* и *Швайма*. Мы здесь не будем представлять такие подходы, так как соответствующие модели, как правило, довольно сложны, поэтому их описание потребовало бы много места. Но все читатели, которые достаточно тщательно проработают разделы, касающиеся одновременного инвестиционного и финансового планирования с одной стороны, и одновременного инвестиционного и производственного планирования с другой, должны быть в состоянии суметь самостоятельно сформулировать соответственные комбинированные модели принятия решения.

Инвестиционное программное планирование с учетом налогов. Все до сих пор названные модели инвестиционного планирования исходили из того, что инвестор не принимает на себя бремя максимизировать свою прибыль после налогов. В действительности, естественно, существует большое число мероприятий, предназначенных для оказания влияния на налоговые платежи.

Поэтому было бы уместно перейти от одновременного инвестиционного, финансового и производственного планирования без учета налогов к моделям принятия решения, которые явно учитывают возможности действий инвестора. Пионерную работу в этой сфере сделал *Яскелайнен*. Другие авторы, которые следовали его подходу и смогли сформулировать более зрелые модели, также названы в табл. 4.1.

4.3. Одновременное инвестиционное и финансовое планирование

В рамках инвестиционного и финансового планирования мы стараемся достичь оптимума одновременно в сфере инвестиций и финансирования. Инвестор знает конечное число не исключających друг друга инвестиционных проектов и проектов финансирования и ищет самую выгодную комбинацию из обоих множеств проектов.

Изолированное инвестиционное планирование при заданном объеме финансовых средств приведет при некоторых условиях к вынужденному отказу с нашей стороны от выгодных инвестиций потому, что мы не учитываем возможные дополнительные источники капитала. Наоборот, изолированное финансовое планирование для данной инвестиционной программы приведет к тому, что мы откажемся от источников капитала, так как перед этим нами не учитывались привлекательные возможности использования источников финансирования. Опасности того, что мы при (изолированном или) последовательном планировании в конце концов примем лишь субоптимальные решения, можно избежать только с помощью перехода к (интегрированному или) одновременному планированию.

Однако гармоническое согласование инвестиционных действий и действий в отношении источников финансирования важно для предприятия не только с точки зрения прибыли. Точно такое же значение имеет сохранение платежеспособности. Лишь предприятие, которое всегда поддерживает свою ликвидность, может выжить. Закон о банкротстве наказывает каждое серьезное нарушение этого правила путем вынужденной ликвидации предприятия.

В следующих разделах мы вовсе не собираемся описывать все подходы, связанные с одновременным принятием решений, которые были разработаны по инвестиционным программам и программам финансирования несмотря на то, что мы таким образом «утаим» некоторые концепции, которые в историческом развитии теории инвестиций занимают значительное место.³ Мы сконцентрируем внимание на подходах, связанных с работами [54], [347] и [112], поскольку придерживаемся мнения, что с позиции сегодняшнего дня они наиболее интересны и гармонично вписываются в наши рассуждения.

4.3.1. Допущения и полный финансовый план

Основополагающие допущения

Приводимая ниже модель характеризуется системой из пяти допущений.

1. Цель инвестора состоит в следующем: или он максимизирует имущество на основе данного потока доходов, исходя из своего горизонта пла-

³ Например, [225], [224] и [7].

нирования, или им максимизируется уровень ежегодных изъятий при заданном остаточном имуществе. Значит, мы исходим из тех же самых целей, с которыми мы работали во второй и третьей главах при описании динамических методов.

2. Каждый проект лица, принимающего решения, может быть однозначно описан посредством индивидуального денежного потока. Инвестиционные денежные потоки начинаются с выплаты, за которой следуют поступления и выплаты. При осуществлении проектов финансирования виды платежей следуют друг за другом с точностью до наоборот.

Денежный поток программы инвестиций и финансирования можно всегда рассчитать путем суммирования по моментам времени, находящимся в программе проектов. Следовательно, проекты между собой совершенно независимы.⁴

Независимость проектов означает следующее: денежный поток одного инвестиционного проекта не изменяется, если мы совместно с ним осуществляем какой-то другой инвестиционный проект. Денежные потоки проектов финансирования тоже не изменяются, если мы помимо них осуществляем какое-нибудь другое финансирование. Наконец, не изменяются и денежные потоки инвестиции из-за того, что мы для их финансирования используем какие-нибудь кредиты. Значит, в приводимой ниже модели не существует, например, относящихся к определенным проектам обещаний выдачи кредитов.

3. Инвестор знает инвестиционные проекты $j = 1, \dots, J$ и проекты финансирования $k = 1, \dots, K$, длительность и время начала которых могут быть разными. Следовательно, он знает и о проектах, которые он может начать лишь в будущих годах.
4. Все проекты бесконечно делимы. Значит, мы можем купить половину оборудования и эмитировать часть облигации. Поскольку такая формулировка не реалистична, мы можем представить себе, что доля отдельных проектов в общем объеме программы относительно мала. Это практически означает то же самое.
5. Инвестор желает быть в каждый момент времени своего планового периода ($t = 0, \dots, T$) платежеспособным. Следовательно, поступления никогда не должны отставать от выплат.

Перечисленные допущения действуют для всех описываемых далее моделей одновременного инвестиционного и финансового планирования. Иногда мы будем использовать менее радикальные допущения, а иногда будем вводить дополнительные предпосылки. Но на это мы всегда будем конкретно указывать.

⁴ Это всегда верно. Если мы перейдем к учету зависящих друг от друга проектов, то на это мы конкретно укажем в соответствующем месте.

Перечень символов

В следующих разделах мы опять не сможем обойтись без математических формул. Поэтому разумно сейчас определить ряд символов. При этом мы как можно больше хотели бы придерживаться символики, применявшейся в главе 2. Итак, используются следующие обозначения:

- C_t — избыток или недостаток финансовых средств в момент времени t ;
- f_t — элементы вектора структуры доходов для момента времени t ;
- j — индекс для j -го типа инвестиции ($j = 1, \dots, J$);
- k — индекс для k -го типа финансирования ($k = 1, \dots, K$);
- M_t — элемент ряда базовых выплат для момента времени t ;
- t — индекс времени ($t = 0, \dots, T$);
- T — горизонт планирования;
- x_j^I — число инвестиционных проектов типа j ;
- x_k^F — число проектов финансирования типа k ;
- Y — уровень доходов;
- z_{jt}^I — платеж, связанный с j -й инвестицией в момент времени t ;
- z_{kt}^F — платеж, связанный с k -м финансированием в момент времени t .

В дальнейших символах мы пока не нуждаемся.

Полный финансовый план

Для того чтобы инвестор в действительности мог принимать рациональные решения, программы, которые он сравнивает друг с другом, должны быть по-настоящему исключаящими друг друга альтернативами. Поэтому мы должны суметь составить для каждой рассматриваемой программы инвестиции и финансирования полный финансовый план.⁵

Такой финансовый план в случае программного планирования выглядит всегда так, как дано в табл. 4.2. Единственная разница между таким финансовым планом и финансовым планом второй главы состоит в том, что в нем нет фиктивных дополняющих инвестиций и кредитов. Вместо этого мы здесь работаем только с фактическими проектами инвестиций и финансирования.

⁵ Ср. по этому поводу с. 11 и сл.

Таблица 4.2. Основополагающая формальная структура полного финансового плана при одновременном инвестиционном и финансовом планировании

Момент времени t	0	1	...	T
Базовые платежи	M_0	M_1	...	M_T
Инвестиционный проект 1	$z_{10}^I x_1^I$	$z_{11}^I x_1^I$...	$z_{1T}^I x_1^I$
Инвестиционный проект 2	$z_{20}^I x_2^I$	$z_{21}^I x_2^I$...	$z_{2T}^I x_2^I$
.....
Инвестиционный проект J	$z_{J0}^I x_J^I$	$z_{J1}^I x_J^I$...	$z_{JT}^I x_J^I$
Проект финансирования 1	$z_{10}^F x_1^F$	$z_{11}^F x_1^F$...	$z_{1T}^F x_1^F$
Проект финансирования 2	$z_{20}^F x_2^F$	$z_{21}^F x_2^F$...	$z_{2T}^F x_2^F$
.....
Проект финансирования K	$z_{K0}^F x_K^F$	$z_{K1}^F x_K^F$...	$z_{KT}^F x_K^F$
Изъятия	$f_0 Y$	$f_1 Y$...	$f_T Y$
Остаточное имущество				C_T

4.3.2. Случай одного периода

Мы начнем с весьма простого случая. Эту модель понять легко. В ней инвестор имеет плановый период, в точности равный одному году ($T = 1$), и располагает только проектами, которые порождают платежи лишь в двух моментах времени ($t = 0$ и $t = 1$).

На обоснованный вопрос о том, почему мы вообще хотим заниматься такой отдаленной от действительности моделью, существует разумный ответ: как раз из-за высокой степени абстракции модель содержит ряд весьма интересных, а также и практически используемых понятий, которые не так просто извлечь из более близкой к реальности модели.

4.3.2.1. Специальные допущения

Помимо перечисленных в разделе 4.3.1 пяти основных предпосылок, модель имеет следующие допущения.

- Плановый период составляет в точности один год ($T = 1$). После этого предприятие ликвидируется.
- Каждый проект может быть включен в программу максимум один раз ($0 \leq x_j^I, x_k^F \leq 1$).
- Инвестиционный проект порождает в $t = 0$ выплаты ($z_{j0}^I < 0$) и в $t = 1$ поступления ($z_{j1}^I > 0$). При осуществлении проектов финансирования виды платежей следуют друг за другом с точностью до наоборот ($z_{k0}^F > 0$ и $z_{k1}^F < 0$).

9. Инвестор намерен максимизировать свое имущество в момент времени $t = 1$, причем он не хочет осуществлять промежуточные изъятия ($Y = 0$).

Теперь допущения модели полностью описаны. Мы ищем оптимальную при этих допущениях программу инвестиций и финансирования.

4.3.2.2. Подход к принятию решения

Оптимальное решение проблемы возможно при помощи технически весьма «нетребовательного» метода ранжирования. В качестве критерия ранжирования мы можем использовать внутренние ставки процента проектов. При этом нужно пройти пять этапов.

1. Для каждого инвестиционного проекта нужно рассчитать его внутреннюю ставку процента (r_j^I). Напоминаем, что внутренняя ставка процента в случае одного периода рассчитывается по формуле

$$r_j^I = -\frac{z_{j1}^I}{z_{j0}^I} - 1$$

и что в этом специальном случае невозможна ситуация отсутствия внутренней ставки процента или наличия более чем одной такой ставки.⁶ Внутренняя ставка процента при сделанных здесь допущениях всегда существует, всегда однозначна и больше -1 .

2. После того как для всех инвестиционных проектов рассчитаны r_j^I , мы упорядочим эти проекты по принятому критерию, причем проект с самой большой внутренней ставкой процента мы ставим на первое место и т. д. Результатом является перечень инвестиционных проектов, составленный в порядке убывания их приоритета. Этот перечень можно изобразить графически как функцию спроса на капитал.
3. После этого для каждого проекта финансирования нужно рассчитать его внутреннюю ставку процента (r_k^F) по формуле

$$r_k^F = -\frac{z_{k1}^F}{z_{k0}^F} - 1,$$

причем с формальной точки зрения для r_k^F верно то же самое, как для r_j^I , а именно наличие, однозначность и $r_k^F > -1$.

4. После этого мы ранжируем проекты финансирования по их внутренним ставкам процента, причем на первое место ставим проект с наименьшей стоимостью капитала. Таким образом, мы получаем перечень проектов финансирования, составленный в порядке убывания их приоритета, что графически можно изобразить как функцию предложения капитала.

⁶ См. с. 97 и сл.

5. На пятом и окончательном этапе мы выводим из двух перечней оптимальные программы инвестиций и финансирования. При этом мы поэтапно включаем проекты в программу до тех пор, пока не окажется, что внутренняя ставка процента инвестиционного проекта меньше стоимости капитала проекта финансирования. Непосредственно перед этим мы приостановим формирование программы.

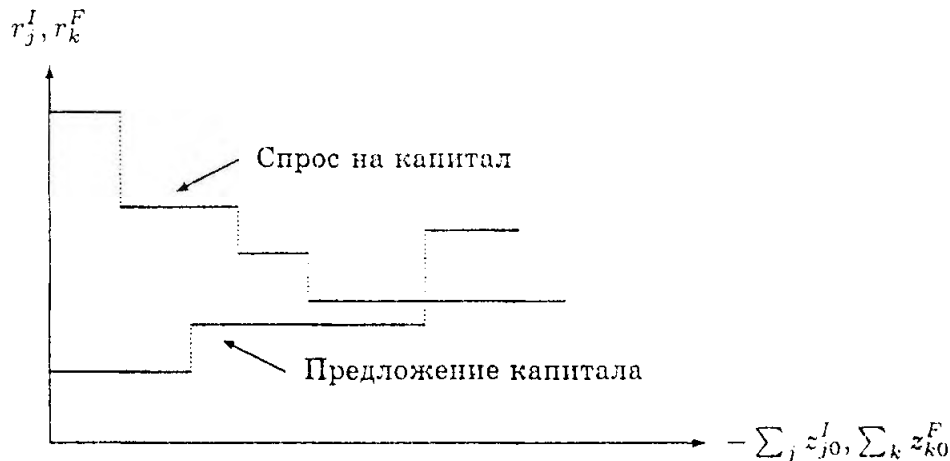


Рис. 4.2. Кривая спроса и предложения капитала для определения оптимальной программы инвестиций и финансирования

В графическом изображении оптимальная программа инвестиций и финансирования образуется в точке пересечения кривой спроса на капитал с кривой предложения капитала. Значит, при изображенных на рис. 4.2 условиях мы включили бы в программу первые три инвестиционных проекта полностью, четвертый инвестиционный проект частично и первые два проекта финансирования полностью.

Если мы действуем согласно описанной методике, то с определенностью найдем ту программу инвестиций и финансирования, которая принесет инвестору максимальное финансовое благосостояние в момент времени $T = 1$.

Но как мы можем быть так уверены в правильности этого утверждения? Ведь выше было доказано: внутренняя ставка процента при отдельных инвестиционных решениях — и в случае одного периода — может привести к весьма бессмысленным решениям.⁷ Некоторые читатели будут придерживаться мнения, что это «экономически очевидно». Им мы рекомендуем пропустить следующие строки и продолжить чтение с ближайшего числового примера. Для тех же читателей, которые по натуре скептичны и сомнева-

⁷ См. с. 96 и сл.

ются в правильности нашего утверждения, мы хотим дать короткое доказательство, которое состоит из трех частей.

- Сначала надо показать, что имущество инвестора (C_1) через исключение одного инвестиционного проекта с внутренней ставкой процента r_1^I и его замены на проект с внутренней ставкой процента r_2^I всегда ухудшается, если $r_2^I < r_1^I$. Мы утверждаем, что верно:

$$\begin{aligned} C_1 &> C_1 - z_{11}^I + z_{21}^I > \\ &> C_1 - \left(-z_{10}^I \cdot (1 + r_1^I) \right) + \left(-z_{20}^I \cdot (1 + r_2^I) \right). \end{aligned}$$

Условие ликвидности $\left(-\sum_{j=1}^J z_{j0}^I = \sum_{k=1}^K z_{k0}^F \right)$ при замене проектов соблюдается лишь тогда, когда $z_{10}^I = z_{20}^I = z_0^I$, так что

$$C_1 > C_1 + z_0^I \cdot (r_1^I - r_2^I).$$

Так как $(r_1^I - r_2^I)$ согласно предпосылке является положительным, а z_0^I согласно допущению является отрицательным, наше утверждение оказывается верным.

- И в том случае, если содержащийся в программе проект финансирования при r_1^F будет заменен проектом при r_2^F , остаточное имущество инвестора уменьшится, если $r_2^F > r_1^F$. Тогда мы утверждаем, что верно

$$\begin{aligned} C_1 &> C_1 - z_{11}^F + z_{21}^F > \\ &> C_1 - \left(-z_{10}^F \cdot (1 + r_1^F) \right) + \left(-z_{20}^F \cdot (1 + r_2^F) \right). \end{aligned}$$

Так как благодаря условию ликвидности опять должно быть верным $z_{10}^F = z_{20}^F = z_0^F$, мы можем записать также

$$C_1 > C_1 + z_0^F \cdot (r_1^F - r_2^F).$$

Но так как $(r_1^F - r_2^F)$ в соответствии с предпосылками отрицательно, а z_0^F из-за допущений модели всегда положительно, и второе утверждение оказывается верным.

- Наконец, нужно показать, что имущество инвестора уменьшится тогда, когда мы увеличим объем инвестиций, включив в программу проекты финансирования, стоимость капитала которых выше внутренней ставки процента одновременно включенных инвестиционных проектов, т. е. $r^F > r^I$. Следовательно, мы утверждаем, что

$$\begin{aligned} C_1 &> C_1 + z_1^I + z_1^F > \\ &> C_1 + \left(-z_0^I \cdot (1 + r^I) \right) + \left(z_0^F \cdot (1 + r^F) \right). \end{aligned}$$

Так как по соображениям поддержания ликвидности должно быть верным $-z_0^I = z_0^F$, мы можем написать и

$$C_1 > C_1 + z_0^F \cdot (r^I - r^F).$$

Так как теперь $(r^I - r^F)$, согласно предпосылкам, отрицательно, а z_0^F , по определению, положительно, то и наше третье утверждение оказывается верным.

Благодаря всему этому доказано, что не может существовать более хорошей программы, чем та, которую мы нашли бы с помощью выше описанного метода. В заключение мы хотим проиллюстрировать способ решения на основе числового примера.

Пример. Инвестор имеет горизонт планирования, равный $T = 1$, и хочет максимизировать свое имущество в этот момент времени. Он имеет пять инвестиционных проектов, а также шесть проектов финансирования, которые совершенно независимы друг от друга и бесконечно делимы. Денежные потоки проектов выглядят так, как представлено в табл. 4.3.

Таблица 4.3. Денежные потоки инвестиционных проектов и проектов финансирования

t	Инвестиция j					Финансирование k					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6
0	-40	-10	-89	-60	-28	11	20	40	30	34	50
1	49	13	100	75	33	-14	-22	-46	-32	-42	-60

Решение. Сначала рассчитываются внутренние ставки процента проектов. При применении вышеназванных формул мы получаем значения внутренней ставки и места при ранжировании, приведенные в табл. 4.4. Тогда оптимальную программу инвестиций и финансирования можно вывести на этой основе или в форме таблицы (см. табл. 4.5) или графически (см. рис. 4.3).

Таблица 4.4. Внутренние ставки процента и ранги проектов

Инвестиционный проект j	1	2	3	3	4	
Внутренняя ставка процента r_j^I	0.225	0.300	0.124	0.250	0.179	
Ранг	3	1	5	2	4	
Проект финансирования k	1	2	3	4	5	6
Внутренняя ставка процента r_k^F	0.273	0.100	0.150	0.067	0.235	0.200
Ранг	6	2	3	1	5	4

Пересечение между функцией спроса на капитал и функцией предложения капитала осуществляется в точности при 110 денежных единицах. Отсюда следует, что если инвестор хочет максимизировать свое остаточное имущество, то должны быть реализованы инвестиционные проекты 2, 4 и 1 (полностью) и проекты финансирования 4, 2, 3 (полностью) и 6 (частично).

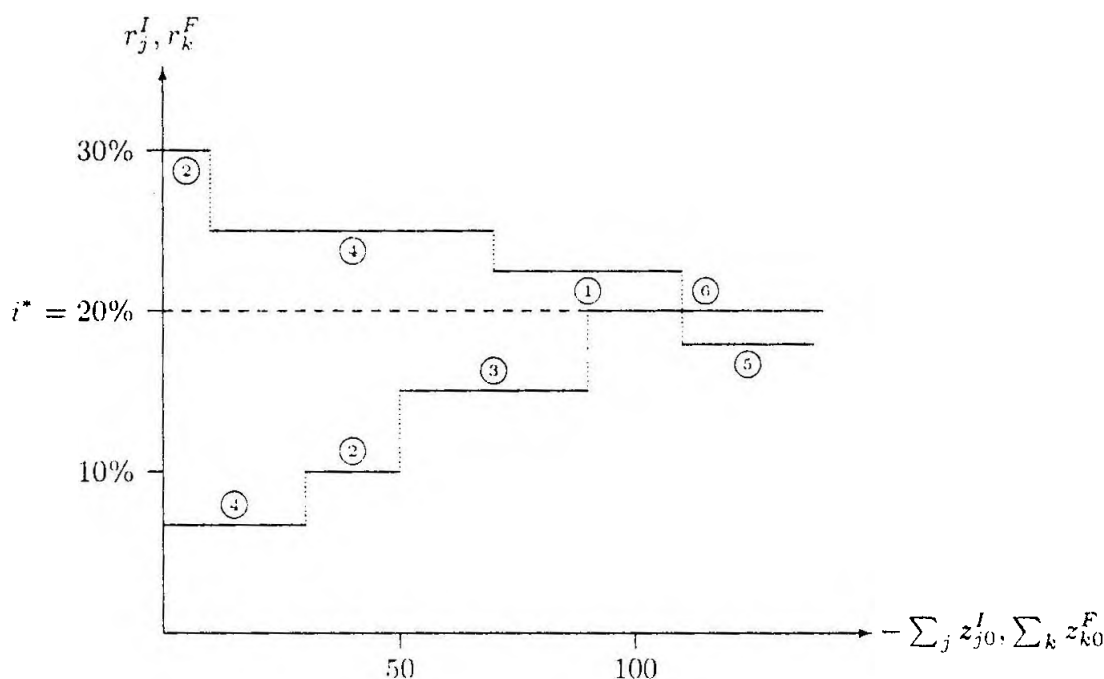


Рис. 4.3. Графическое определение оптимальной программы инвестиций и финансирования в случае одного периода

Имуществом является сумма платежей, осуществляемых в момент времени $t = 1$ по всем содержащимся в программе проектам, значит

$$\underbrace{13 + 75 + 49}_{\text{инвестиции}} - \underbrace{32 - 22 - 46 - 0.4 \cdot 60}_{\text{финансирование}} = 13 \text{ денежных единиц.}$$

Полный финансовый план оптимальной программы инвестиций и финансирования представлен в табл. 4.6.

4.3.2.3. Эндогенная расчетная ставка процента

Точка пересечения кривой предложения капитала и кривой спроса на капитал отражает чрезвычайно интересную ставку процента, которую мы назовем i^* или эндогенной расчетной ставкой процента (cut-off rate). Эта ставка процента в нашем числовом примере составляет $i^* = 20\%$ и имеет следующее замечательное свойство.

Если мы вычислим чистые сегодняшние стоимости всех возможных проектов инвестиций и финансирования на базе эндогенной расчетной ставки процента, то тогда выясняется, что все принадлежащие оптимальной программе проекты имеют неотрицательную чистую сегодняшнюю стоимость ($NPV \geq 0$), а все проекты, от которых нужно отказаться, имеют отрицательную чистую сегодняшнюю стоимость ($NPV < 0$).

Таблица 4.5. Определение оптимальной программы инвестиций и финансирования в случае одного периода в форме таблицы

Спрос на капитал				Предложение капитала			
Инвестиционный проект	Внутренняя ставка процента	Потребность в капитале	Накопленная потребность в капитале	Накопленный объем кредита	Объем кредита	Внутренняя ставка процента	Проект финансирования
2	0.300	10	10	10	10	0.067	4
4	0.250	20	30	30	20	0.067	4
4	0.250	20	50	50	20	0.100	2
4	0.250	20	70	70	20	0.150	3
1	0.225	20	90	90	20	0.150	3
1	0.225	20	110	110	20	0.200	6
5	0.179	28	138	138	28	0.200	6
3	0.124	2	140	140	2	0.200	6
3	0.124	34	174	174	34	0.235	5
3	0.124	11	185	185	11	0.273	1
3	0.124	42	227				

Таблица 4.6. Полный финансовый план для программы инвестиций и финансирования в случае одного периода

Момент времени t	0	1
Инвестиция 2	-10	13
Инвестиция 4	-60	75
Инвестиция 1	-40	49
Финансирование 4	30	-32
Финансирование 2	20	-22
Финансирование 3	40	-46
Финансирование 6 (0.4 раз)	20	-24
Остаточное имущество	0	13

Для проектов из нашего числового примера мы получаем при $i^* = 20\%$ приведенные в табл. 4.7 величины.

Если бы эндогенная расчетная ставка процента была известна уже перед принятием решения, то мы могли бы определить оптимальную программу инвестиций и финансирования также с помощью метода чистой сегодняшней стоимости.

Это обстоятельство позволяет нам сделать важное обоснование анализа весьма отдаленного от реальности случая одного периода. Мы должны уяснить, что метод чистой сегодняшней стоимости, очевидно, можно применить разумным образом даже в этих условиях, при которых он казался непригодным для нас, поскольку в нашей модели одного периода мы однозначно имеем дело с несовершенным рынком капитала, а метод чистой сего-

Таблица 4.7. Чистые сегодняшние стоимости проектов инвестиций и финансирования в случае одного периода, вычисленные на основе эндогенной расчетной ставки процента

	Инвестиционные проекты					
	1	2	3	4	5	
Чистая сегодняшняя стоимость ($i^* = 20\%$)	0.83	0.83	-5.67	2.50	-0.50	
	Проекты финансирования					
	1	2	3	4	5	6
Чистая сегодняшняя стоимость ($i^* = 20\%$)	-0.67	1.67	1.67	3.33	-1.00	0.00

днейшей стоимости, как известно, был создан для ситуации совершенного рынка капитала.⁸ Однако, согласно предпосылке, мы работаем с правильной — т. е. эндогенной — расчетной ставкой процента. Это мы узнаем лишь после принятия решения, что отличается от применения метода чистой сегодняшней стоимости. Но если нам удастся оценить эндогенную расчетную ставку хотя бы приблизительно, то мы могли бы превратить описанную здесь формальную связь в подлинные практические преимущества.⁹

4.3.3. Случай множества периодов

Далее мы будем допускать, что плановый период инвестора всегда превышает 1 год ($T > 1$). Этот случай является более близким к действительности.

4.3.3.1. «Решение» Дина

Вначале рассмотрим простой вариант этой проблемы. Помимо названных в разделе 4.3.1 основополагающих предпосылок, модель основывается на следующих допущениях.

6. Плановый период превышает 1 период ($T > 1$). По окончании периода предприятие ликвидируется.
7. Каждый проект можно включить в программу максимум 1 раз.
8. Инвестиции породят в $t = 0$ выплаты ($z_{j0}^I < 0$), а во всех следующих моментах времени или поступления или выплаты. По меньшей мере один платеж является поступлением ($z_{jt}^I > 0$ по меньшей мере для одного $t > 0$), при осуществлении проектов финансирования это — в точности наоборот ($z_{k0}^F > 0$ и $z_{kt}^F < 0$ по меньшей мере для одного $t > 0$).

Мы ищем оптимальную при этих условиях программу инвестиций и финансирования. Джоэль Дин впервые в 1951 г. предложил решить проблему спо-

⁸ Ср. с. 60 и сл.

⁹ Ср. по этому поводу с. 188 и сл.

собом, описанным нами выше для случая одного периода. Иными словами, *Дин* предложил ранжировать инвестиционные проекты по их внутренней ставке процента в порядке убывания очередности, а проекты финансирования — также по их внутренней ставке процента, но в порядке ее возрастания. Точка пересечения образующихся таким образом кривых спроса на капитал и предложение капитала определяет — по *Дину* — оптимальную программу инвестиций и финансирования.

Идею *Дина* нужно оценить положительно по той причине, что она — кроме вычисления внутренних ставок процента — не представляет трудностей, связанных с техникой расчета. Но этому преимуществу противостоят следующие три серьезных недостатка.

- Внутренняя ставка процента как критерий ранжирования имеет существенные недостатки, если мы рассчитываем ее для проектов, срок эксплуатации которых больше одного периода. Мы знаем о внутренней ставке процента, что она в случае множества периодов может быть неоднозначной или вообще не существовать.¹⁰ Это означает, что существуют проекты, которые не имеют ни одной или имеют больше одной внутренней ставки процента. Если возникают такие проекты, остается открытым вопрос о том, какое место они должны занимать при ранжировании.
- Что касается ликвидности, то метод *Дина* лишь обеспечивает, что платежеспособность в момент времени $t = 0$ поддерживается. Однако остается открытым, обеспечено ли это условие и для момента времени $t = 1, \dots, T$. Значит, при некоторых условиях мы можем найти более выгодную программу инвестиций и финансирования, прибыль которой мы не можем присвоить лишь из-за того, что перед этим необходимо заявить о банкротстве.
- Но решающим является третий пункт критики: предложенный *Дином* метод не будет всегда приводить нас к принятию оптимальных решений, он будет «работать» только тогда, когда мы анализируем проекты с однозначными внутренними ставками процента, и ликвидность полностью поддерживается. Для иллюстрации приведем простой пример.

Пример. Инвестор имеет плановый период, равный $T = 2$, и хочет максимизировать свое имущество, исходя из указанного горизонта планирования. Он не желает осуществлять изъятия из предприятия до истечения планового периода. Этот инвестор имеет два инвестиционных проекта (А и В), характеризующихся представленными в табл. 4.8 денежными потоками. Кроме того, он имеет два источника финансирования (С и D). Источник капитала С стоит 5% при сумме кредита, не превышающей 200, а источник капитала D стоит 12% при сумме кредита, не превышающей 300. Условия возврата в обоих случаях могут быть любыми. Кроме того, оба проекта со-

¹⁰ Ср. с. 99 и сл.

вершенно независимы друг от друга. Как выглядит оптимальная программа инвестиций и финансирования?

Таблица 4.8. Два инвестиционных проекта

Момент времени t	0	1	2
Инвестиция А	-200	190	75
Инвестиция В	-120	12	132

Решение. Внутренние ставки процента инвестиционных проектов получаются равными $r_A^I = 25\%$ и $r_B^I = 10\%$. Внутренние ставки процента финансирования соответствуют их стоимости капитала, следовательно, составляют $r_C^F = 5\%$ и $r_D^F = 12\%$. Отсюда следует, что оптимальным выглядит осуществление инвестиции А и ее финансирование посредством кредита С. Включение проектов В и D в программу оказывается, напротив, невыгодным, так как внутренняя ставка процента В (10%) меньше необходимой для ее финансирования стоимости капитала от D (12%). Графическое определение этого решения показано на рис. 4.4.

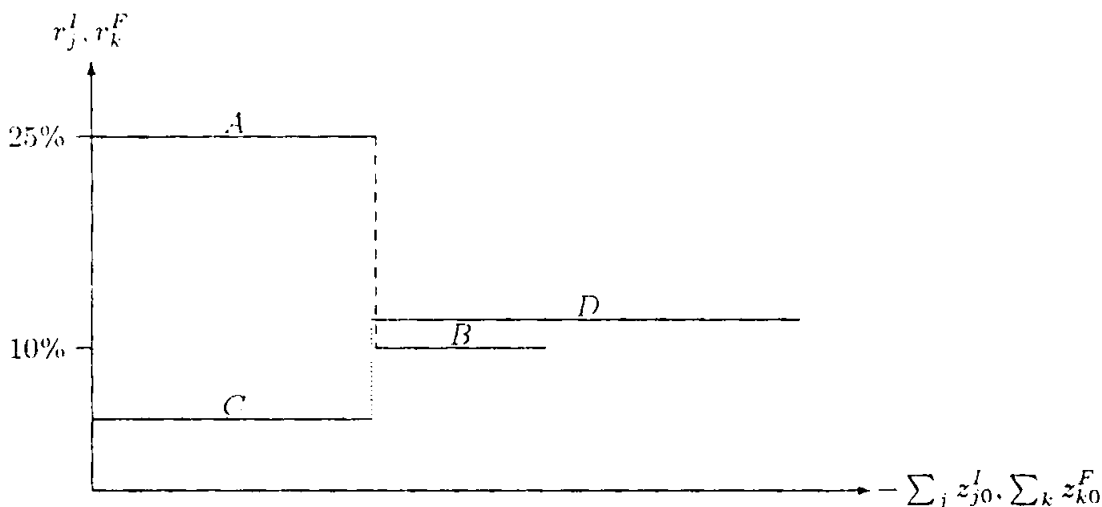


Рис. 4.4. Графическое изображение (выглядыщей) оптимальной программы инвестиций и финансирования в случае множества периодов

Если бы инвестор реализовал программу (А, С), то он получил бы остаточное имущество в объеме $C_2 = 54$. Выведение этого результата можно проследить на цифрах табл. 4.9. Денежный поток в проекте финансирования С образуется за счет получения кредита в момент времени $t = 0$ в сумме 200. К моменту времени $t = 1$ этот кредит при процентах, равных 5%, возрастает на 210, из которых инвестор, не желающий изъятий, возвращает 190, так что остается остаточный долг в объеме 20. Эта сумма при процентах, рав-

Таблица 4.9. Полный финансовый план при осуществлении выглядящей оптимальной программы (А, С)

Момент времени t	0	1	2
Инвестиция А (25 %)	-200.00	190.00	75.00
Финансирование С (5 %)	200.00	-190.00	-21.00
Изъятия	0.00	0.00	0.00
Остаточное имущество			54.00

Таблица 4.10. Полный финансовый план при осуществлении программы (А, В, С, D)

Момент времени t	0	1	2
Инвестиция А (25 %)	-200.00	190.00	75.00
Инвестиция В (10 %)	-120.00	12.00	132.00
Финансирование С (5 %)	200.00	-67.60	-149.52
Финансирование D (12 %)	120.00	-134.40	
Изъятия	0.00	0.00	0.00
Остаточное имущество			57.48

ных 5%, в момент времени $t = 2$ возрастает до 21. Следовательно, инвестор достигает остаточного имущества в объеме $C_2 = z_{A2}^I + z_{C2}^F = 75 - 21 = 54$.

Но если инвестор решается принять решение в пользу осуществления выглядящей на рис. 4.4 невыгодной программы (А, В, С, D), то этот выбор окажется для него лучше, так как в этом случае он достигает остаточного имущества в объеме $C_2 = 57.48$. В этом случае полный финансовый план выглядит, как показывает табл. 4.10. Инвестиционные возвратные потоки в $t = 1$ по величине $190 + 12 = 202$ используются инвестором для полного возврата кредита D. При сумме кредита 120 и при процентах, равных 12%, ему понадобится для этого 134.40. Остающиеся средства величиной в $202 - 134.40 = 67.60$ используются им для частичного возврата кредита С. Вследствие этого здесь остается кредитная сумма $210 - 67.60 = 142.40$, которая при процентах, равных 5%, в момент времени $t = 2$ возрастает до 149.52. Следовательно, в совокупности остаточное имущество составляет $C_2 = z_{A2}^I + z_{B2}^I + z_{C2}^F + z_{D2}^F = 75 + 132 - 149.52 = 57.48$. Следовательно, использование внутренней ставки процента в случае множества периодов может привести к принятию субоптимальных решений. В этом случае это можно объяснить тем, что стоимость капитала проекта D в размере 12% имеет место лишь в первом периоде, так как кредит в момент времени $t = 1$ оказывается уже полностью возвращенным. Значит нам нельзя доверять качеству предложенного *Дином* способа решения. Во всяком случае, при нахождении оптимума можно ошибиться.¹¹

¹¹ Ответ на вопрос о том, на сколько в среднем вы отдаляетесь от оптимального решения, если вы, несмотря на это, работаете с методом *Дина*, можно найти в работах

4.3.3.2. Решение с помощью линейного программирования

Оптимальные решения в рамках одновременного инвестиционного и финансового планирования можно всегда определить с помощью моделей линейного программирования (моделей ЛП).

Общие сведения о линейном программировании

К сожалению, мы не можем предполагать, что все читатели в достаточной степени знакомы с линейным программированием. С другой стороны, этот метод нельзя объяснить несколькими фразами. Поэтому мы можем лишь поверхностно пояснить, что такое линейное программирование, и указать на дополнительную литературу по этой теме.¹²

Формулировка проблемы. Мы начнем с определения.

Под линейным программированием понимается ряд математических алгоритмов, с помощью которых для линейной целевой функции при учете конечного множества линейных дополнительных ограничений может быть найден максимум (или минимум).

Если мы используем символику, применяемую в книгах по ЛП, то тогда целевая функция выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \max Z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = \\ &= \sum_{j=1}^n c_jx_j. \end{aligned}$$

А дополнительные ограничения имеют вид:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m. \end{aligned}$$

Далее, нам всегда нужно учитывать условия неотрицательности

$$x_j \geq 0.$$

При этом используемые здесь символы означают следующее:

x_j — определяемые, а значит, неизвестные значения переменных решений j (например, количество продукции, число инвестиционных проектов и т. д.);

[190] и [73].

¹² Ср., например, [244].

- c_j — прибыльность (например, прибыль на единицу продукции, потери на единицу продукции различных видов продуктов, чистая сегодняшняя стоимость отдельных инвестиционных проектов и т. д.). Значит, речь здесь идет об одной единице каждой переменной решения в отношении ее вклада в достижение цели;
- b_i — существующее множество мощностей i (например, мощность одной машины, имеющегося числа персонала, имеющихся финансовых средств и т. д.);
- a_{ij} — коэффициент загрузки i -й мощности одной единицы j -й переменной решения (например, время изготовления одной единицы, одного продукта на одной машине);
- Z — целевое значение решений, которое нужно максимизировать или минимизировать (например, издержки в течение периода, время изготовления, остаточное имущество, уровень дохода и т. д.).

Алгоритм симплекс-метода. Мы определили линейное программирование как алгоритм, с помощью которого линейные целевые функции при учете линейных дополнительных ограничений могут быть максимизированы. Но что такое алгоритм?

Алгоритм — это математический метод расчета, например, суммирование, вычитание, возведение в степень или дифференциальное исчисление. Для решения проблем ЛП были разработаны разные алгоритмы. Самый известный из них называется алгоритмом симплекс-метода.¹³

Алгоритм симплекс-метода направлен на то, чтобы мы после конечного числа стадий расчетов (итераций) нашли в точности те значения переменных решения x_j , которые максимизируют целевую функцию Z при учете заранее заданных дополнительных ограничений.

Способ функционирования алгоритма симплекс-метода не следует объяснять, исходя из целей этой книги. Алгоритм сам по себе требует таких затрат, что кроме самых мелких задач не можем обойтись без компьютера. Для этой задачи разработаны компьютерные программы, которые выполняют алгоритм симплекс-метода и другие алгоритмы подходящих решений ЛП «автоматически». Нам, в принципе, необходимо лишь знать, как ввести в компьютер соответствующие данные и задать нужную команду.

Особые проблемы возникают тогда, когда все или некоторые переменные решения должны принять лишь значения целых цифр. В этом случае мы

¹³ Для решения практических проблем он, в общем, не очень рекомендуется. Существуют значительно лучшие методики решения. Но мы здесь не хотим вдаваться в детали.

должны работать с линейным программированием, предназначенным для работы (полностью или частично) с целыми числами и простого симплекс-метода нам уже недостаточно.¹⁴

Стандартный пример. Если задача имеет лишь две переменные, то способ функционирования моделей ЛП можно особенно хорошо проиллюстрировать графически. Для представления примера обычно рассматривается проблема, касающаяся сферы производственного планирования.

Пример. Предприниматель намерен максимизировать свой оборот и для этого он может произвести два продукта (№ 1 и № 2) в разных количествах. Цены продажи за штуку этих продуктов составляют соответственно 12 руб. и 15 руб. Производство осуществляется в двух цехах с разными техническими мощностями. Цех А имеет мощность, равную 12 часам, а мощность цеха В составляет лишь 10 часов. Производство одной единицы продукта № 1 требует в цехе А 4 часа, а в цехе В — 2 часа. В противоположность этому для производства продукта № 2 в цехе А необходимы 3 часа, а в цехе В — 5 часов, см. табл. 4.11. Итак, мы ищем оптимальную производственную программу.

Таблица 4.11. Исходные данные, предназначенные для простой задачи ЛП

Цех	№ продукта		Мощность
	1	2	
А	4 часа	3 часа	12 часов
В	2 часа	5 часов	10 часов
Цена продажи	12 руб.	15 руб.	

Решение. Графическое решение задачи (ср. рис. 4.5) можно получить следующим образом.

- Каждая точка в первом квадранте системы координат x_1, x_2 описывает определенную производственную программу.
- Изображение границы мощности цеха А: если цех А производил бы лишь продукт № 1, то тогда мы могли бы произвести 3 штуки ($x_1 = 3, x_2 = 0$). Если бы наоборот, производился лишь продукт № 2, то тогда мы могли бы произвести 4 единицы ($x_1 = 0, x_2 = 4$). Поэтому линия, соединяющая эти две точки, описывает комбинацию объемов производства, которые можно максимально произвести при данной мощности в цехе А.

¹⁴ Весьма мощной программой является *Mathematical OPTimization System* (MOPS), предложенная профессором *Уве К. Зулом* из Свободного Университета Берлина. Версию MOPS для EXCEL можно найти на странице Интернета <http://www.mops.fu-berlin.de/d/index.htm> (студенческая версия).

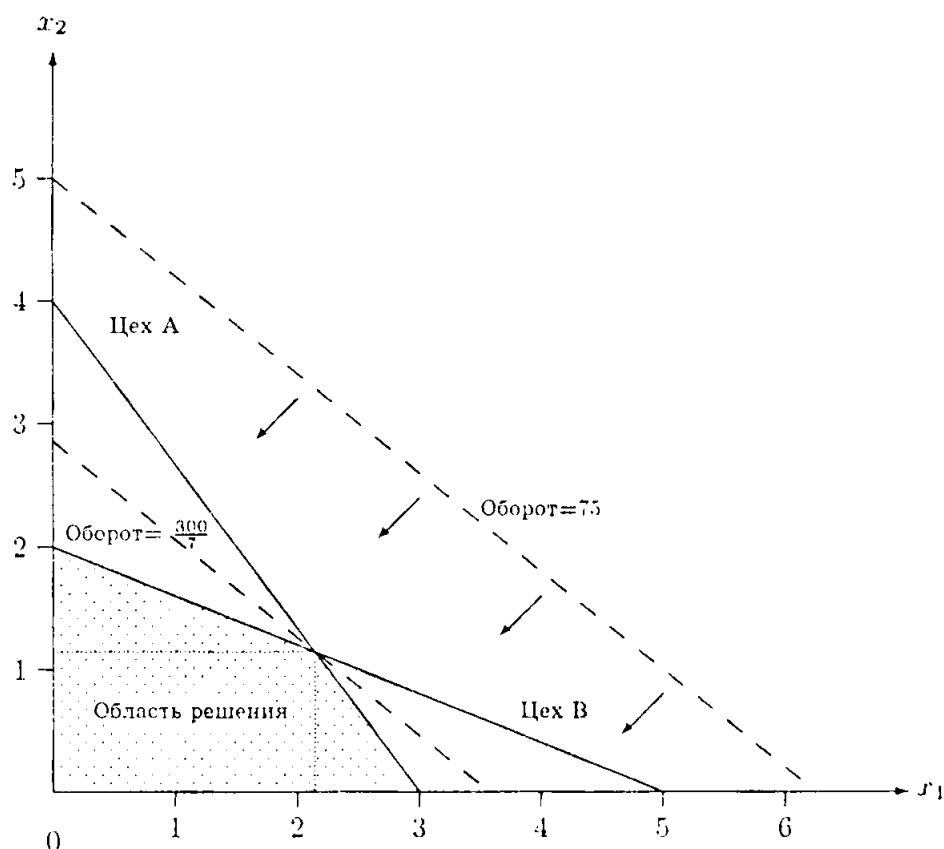


Рис. 4.5. Графическое определение оптимального решения задачи ЛП

- Изображение границы мощности в цехе В: если бы цех производил лишь продукт № 1, тогда мы могли бы произвести 5 единиц ($x_1 = 5, x_2 = 0$). Если, наоборот, производился бы лишь продукт № 2, тогда мы могли бы максимально производить 2 единицы ($x_1 = 0, x_2 = 2$).
- Построение области решения: область решения описывается прямыми линиями мощностей обоих цехов и осями системы координат (пунктирная плоскость на рис. 4.5). Каждая точка вне этой области решения является недостижимой производственной программой. Наоборот, все точки внутри области решения (включая ее край) являются достижимыми производственными программами.
- Определение оптимального решения: предположим, что предприниматель хочет достичь оборота в объеме 75 руб. Если бы он должен был произвести продукт № 1, то ему нужно было бы при цене по 12 руб. за штуку продать 6.25 единиц ($x_1 = 6.25, x_2 = 0$). А если бы он производил лишь продукт № 2, то ему нужно было бы из-за цены, равной 15 руб. за штуку, продать лишь 5 единиц, чтобы достичь оборота в объеме 75 руб. ($x_1 = 0, x_2 = 5$). Линия, соединяющая обе эти точки, представляет все возможные производственные программы, которые приведут к обороту в объеме 75 руб. К сожалению, она находится очень далеко от области

решения, так что предпринимателю приходится довольствоваться гораздо более скромным оборотом. Мы получаем оптимальное решение путем параллельного смещения прямой линии оборота в направлении области решения. Параллельным должно быть смещение из-за того, что наклон линии оборота определен соотношением цен обоих продуктов; при этом принято допущение, согласно которому цены независимы от объема сбыта. В этом примере мы должны вернуться к обороту в объеме $\frac{300}{7} = 42.86$ руб. Такого оборота удастся достичь тогда, когда мы произведем $\frac{15}{7} = 2.14$ единиц продукта № 1 и $\frac{8}{7} = 1.14$ единиц продукта № 2.

Если мы хотим решить проблему, используя алгоритм симплекс-метода, нам сначала нужно создать базовую таблицу (табл. 4.12).

Таблица 4.12. Базовая таблица, описывающая задачу ЛП

	x_1	x_2	
b_1	4	3	12
b_2	2	5	10
Z	12	15	0

После нескольких стадий расчета (итераций), которые мы не будем здесь объяснять, из нее образуется таблица решения (табл. 4.13).

Таблица 4.13. Таблица решения задачи ЛП

	b_1	b_2	
x_1	$\frac{5}{14}$	$-\frac{3}{14}$	$\frac{15}{7}$
x_2	$-\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{8}{7}$
Z	$\frac{15}{7}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{300}{7}$

Следовательно, оптимальные значения решения получаются равными $x_1 = \frac{15}{7}$, $x_2 = \frac{8}{7}$, $Z = \frac{300}{7}$. Таким образом, определена производственная программа с максимальным оборотом.

Двойственные оценки. Для каждого условия, ограничивающего область решения, в целевой функции таблицы решения существует величина, а именно

$$b_1 \rightarrow \frac{15}{7} = d_1$$

$$b_2 \rightarrow \frac{12}{7} = d_2.$$

Это так называемые двойственные оценки дополнительных ограничений.

Двойственная оценка показывает, каков был бы рост значения целевой функции, если бы мы увеличили соответствующее правой части дополнительное условие на одну единицу.

Если бы мы, например, повысили мощность в цехе А на 1 до 13, то базовая таблица выглядела бы как табл. 4.14.

Таблица 4.14. Базовая таблица измененной задачи ЛП

	x_1	x_2	
b_1	4	3	13
b_2	2	5	10
Z	12	15	0

Из нее образуется таблица решения с величинами как в табл. 4.15.

Таблица 4.15. Таблица решения измененной задачи ЛП

	b_1	b_2	
x_1	$\frac{5}{14}$	$-\frac{3}{14}$	$\frac{5}{2}$
x_2	$-\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	1
Z	$\frac{15}{7}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{315}{7}$

Значение целевой функции действительно повысилось на $d_1 = \frac{15}{7}$. Новые значения переменных решения равны $x_1 = \frac{5}{2}$ и $x_2 = 1$.

Модель для случая стремления к имуществу

Далее мы покажем, как можно использовать инструментарий линейного программирования для решения задачи одновременного инвестиционного и финансового планирования. При этом сначала мы используем «нормальный» (или непрерывный) вариант линейного программирования, при котором получаемые значения переменных решений не должны быть целыми числами. Мы обратимся к варианту с частично целыми числами позже.¹⁵

Представляемая теперь модель оптимизации соответствует в своих существенных свойствах концепции *Хакса* ([112]) и *Вайнгартнера* ([347]). Помимо названных в разделе 4.3.1 пяти условий, модель основывается на следующих допущениях:

6. Инвестор ожидает базовый денежный поток (M_0, \dots, M_T) .

¹⁵ См. с. 193 и сл.

7. Горизонт планирования инвестора охватывает один период или больше ($T \geq 1$). В момент времени T предприятие ликвидируется.
8. Каждый проект бесконечно делим, и его можно включать в программу один раз или чаще ($X_j^I \geq x_j^I \geq 0, X_k^F \geq x_k^F \geq 0$).
9. Инвестор преследует цель — на основе данного потока изъятий $((f_0Y, \dots, f_TY))$ — максимизировать свое остаточное имущество (C_T).

Перед началом формулировки решения этой ситуации на основе линейного программирования разумно установить схему полного финансового плана для всех достижимых программных альтернатив. Это один раз уже было сделано в табл. 4.2 на с. 163. Чтобы читатель не терял время на перелистывание страниц, а также исходя из того, что мы в последующем будем постоянно возвращаться к этой таблице, она приводится нами еще раз.

Таблица 4.16. (ср. с табл. 4.2) Основополагающая формальная структура полного финансового плана при одновременном инвестиционном и финансовом планировании

Момент времени t	0	1	...	T
Базовые платежи	M_0	M_1	...	M_T
Инвестиционный проект 1	$z_{10}^I x_1^I$	$z_{11}^I x_1^I$...	$z_{1T}^I x_1^I$
Инвестиционный проект 2	$z_{20}^I x_2^I$	$z_{21}^I x_2^I$...	$z_{2T}^I x_2^I$
.....
Инвестиционный проект J	$z_{J0}^I x_J^I$	$z_{J1}^I x_J^I$...	$z_{JT}^I x_J^I$
Проект финансирования 1	$z_{10}^F x_1^F$	$z_{11}^F x_1^F$...	$z_{1T}^F x_1^F$
Проект финансирования 2	$z_{20}^F x_2^F$	$z_{21}^F x_2^F$...	$z_{2T}^F x_2^F$
.....
Проект финансирования K	$z_{K0}^F x_K^F$	$z_{K1}^F x_K^F$...	$z_{KT}^F x_K^F$
Изъятия	f_0Y	f_1Y	...	f_TY
Остаточное имущество				C_T

Целевая функция. Из табл. 4.16 без всяких затруднений можно увидеть, что остаточное имущество инвестора C_T образуется как остаток после учета всех платежей по инвестиционным проектам (z_{jT}^I), проектов финансирования (z_{kT}^F), базового платежа (M_T) и изъятия (f_TY) в рамках горизонта планирования, а значит,

$$\begin{aligned} \max C_T = & \underbrace{z_{1T}^I x_1^I + z_{2T}^I x_2^I + \dots + z_{JT}^I x_J^I}_{\text{платежи, связанные с инвестициями}} + \\ & + \underbrace{z_{1T}^F x_1^F + z_{2T}^F x_2^F + \dots + z_{KT}^F x_K^F}_{\text{платежи, связанные с финансированием}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \underbrace{M_T - f_T Y}_{\text{базовый платеж минус остаточное изъятие}} = \\
 & = \sum_{j=1}^J z_{jT}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kT}^F x_k^F + M_T - f_T Y.
 \end{aligned}$$

Необходимо максимизировать это выражение. Но в качестве целевой функции при линейном программировании можно также использовать вспомогательную величину

$$\max C_T^* = C_T - M_T + f_T Y = \sum_{j=1}^J z_{jT}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kT}^F x_k^F. \quad (4.1)$$

поскольку окончательное изъятие инвестора и базовые платежи являются константами. Таким образом, мы уже вывели целевую функцию.

Дополнительные ограничения. Нам необходимо два вида дополнительных ограничений. С одной стороны, мы должны обеспечить, чтобы инвестор ни в одном из моментов своего планового периода не стал бы неплатежеспособным (условия ликвидности), с другой — мы должны позаботиться о том, чтобы задаваемые количества проектов равнялись разумным, с точки зрения инвестора, величинам или же определялись ими (условия количества проектов).

Условия ликвидности. Ликвидность инвестора сохраняется, если сумма его выплат ни в один из моментов времени не превышает сумму его поступлений и/или финансовых запасов. Нам необходимы разные виды этих условий, а именно для момента времени $0 \leq t < T$, с одной стороны, и для момента времени $t = T$ — с другой. Между прочим, ограничение ликвидности можно очень легко вывести из схемы полного финансового плана (табл. 4.16).

Для всех моментов времени перед окончанием планового периода, очевидно, должно быть верно

$$M_t + \sum_{j=1}^J z_{jt}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kt}^F x_k^F = f_t Y.$$

Если мы прибавим константу M_t к правой части этого уравнения, то условия ликвидности для момента времени $0 \leq t < T$ выглядят следующим образом:

$$\sum_{j=1}^J z_{jt}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kt}^F x_k^F = -M_t + f_t Y. \quad (4.2)$$

Наконец, мы обратимся к последнему столбцу таблицы полного финансового плана (т. е. табл. 4.16). Здесь, очевидно, верно

$$M_T + \sum_{j=1}^J z_{jT}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kT}^F x_k^F = f_T Y + C_T.$$

Если мы трактуем инвестора ликвидным лишь тогда, когда он достигает остаточного имущества, которое не меньше нуля, то условие ликвидности для момента времени $t = T$ выглядит следующим образом:

$$\sum_{j=1}^J z_{jT}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kT}^F x_k^F \geq -M_T + f_T Y. \quad (4.3)$$

Теперь все условия ликвидности инвестора сформулированы.

Дополнительные условия количества проектов. Разумно полагать, что переменные решения не должны быть отрицательными, так как мы не можем реализовывать отрицательное число проектов. С другой стороны, количество проектов не должно превышать верхней границы, которую также устанавливает инвестор. Поэтому условия количества для инвестиций формулируется в виде

$$0 \leq x_j^I \leq X_j^I \quad j = 1, \dots, J \quad (4.4)$$

и для финансирования

$$0 \leq x_k^F \leq X_k^F \quad k = 1, \dots, K. \quad (4.5)$$

Теперь мы описали все необходимые дополнительные ограничения проблемы принятия решения. Если для этой проблемы нам удастся составить описывавшуюся до сих пор лишь с помощью символов систему уравнений (неравенств) с конкретными цифрами, то мы сможем также найти оптимальное решение. Определение этого решения происходит с помощью подходящих для линейного программирования правил расчета, например с помощью алгоритма симплекс-метода. Составление соответствующей системы уравнений и неравенств, а также решение проблемы далее иллюстрируется нами на примере.

Пример. Инвестор имеет плановый период, равный $T = 4$ субпериода, и намеревается максимизировать свое имущество на горизонт планирования. Кроме того, он хочет осуществлять постоянные изъятия из предприятий на уровне $Y = 20$, которые начинаются в момент времени $t = 1$ и ежегодно растут на пять процентных пунктов, значит, на $(f_0, \dots, f_4) = (0.00, 1.00, 1.05, 1.10, 1.15)$. Лицу, принимающему решения, известны четыре реальных инвестиционных проекта, порождающих денежные потоки, приведенные в табл. 4.17.

Кроме того, на протяжении всего планового периода он может осуществлять финансовые инвестиции по (остающейся постоянной) ставке процента, равной 6%. Инвестиционные проекты 1, 2 и 3 включаются в программу лишь по одному разу. Но проект 4 можно было бы осуществить и два раза. Инвестор в момент времени $t = 0$ имеет ликвидные средства величиной в 500. Дальнейшие базовые выплаты учитывать не нужно. Кроме того, он может

Таблица 4.17. Проекты, связанные с осуществлением реальных инвестиций

Момент времени t	0	1	2	3	4
Инвестиция 1		-500	-900	1250	350
Инвестиция 2	-800	80	160	320	520
Инвестиция 3	-700	500	300	-200	220
Инвестиция 4	-300	700	350	170	-1090

осуществить два проекта финансирования 1 и 2. Первый кредит позволяет получить финансирование по ставке 8%, при этом в первый год не выплачивается основная сумма, а после этого в течение трех лет возвращается равными годовыми платежами. Предлагаемая кредитором сумма кредита равна 1000. При втором кредите речь идет о сумме, не превышающей 600, которая должна быть возвращена вместе с начисленными по сложной ставке процентами (8.5%) по истечении четырех лет. Значит денежные потоки обоих кредитов при их полном использовании выглядят так, как показано в табл. 4.18. Кроме того, инвестор может получить любую сумму по ставке 10%. Между прочим, все проекты бесконечно делимы и совершенно независимы между собой. Итак, мы ищем оптимальную программу инвестиций и финансирования.

Таблица 4.18. Кредиты

Момент времени t	0	1	2	3	4
Финансирование 1	1000	-80	-388	-388	-388
Финансирование 2	600	0	0	0	-832

Решение. Сначала мы должны определить все те проекты инвестиций и финансирования, которые можно реализовывать. Ими являются, кроме инвестиционных проектов 1 и 4, также и финансовые инвестиции (вложение под постоянный процент, равный 6%). Так как совокупный плановый период состоит из четырех субпериодов, эти инвестиционные возможности можно описать, определив еще четыре проекта (с 5 по 8) с помощью изображенных в табл. 4.19 денежных потоков. Аналогично и при проектах финансирования должно быть учтено, что инвестор может получить любые средства по ставке процента, равной 10%. Значит денежные потоки необходимых по этой причине дополнительных кредитов 1 и 2 в рамках проектов финансирования (с 3 по 6) выглядят так, как они изображены в нижней части табл. 4.19. А теперь мы можем сразу записать целевую функцию, а также дополнительные ограничения проблемы, и обобщить их в табл. 4.20. Строка 1 описывает целевую функцию. Строки с 2 по 6 отражают условия ликвидности для моментов времени $t = 0$ до $t = 4$. В строках 7–11 учитываются

Таблица 4.19. Дополняющие инвестиции и кредиты

Момент времени t	0	1	2	3	4
Инвестиция 5	-100	106			
Инвестиция 6		-100	106		
Инвестиция 7			-100	106	
Инвестиция 8				-100	106
Финансирование 3	100	-110			
Финансирование 4		100	-110		
Финансирование 5			100	-110	
Финансирование 6				100	-110

Таблица 4.20. Базовая таблица линейного программирования при одновременном инвестиционном и финансовом планировании в случае стремления к имуществу

	Инвестиционные проекты								Проекты финансирования								
	x_1^I	x_2^I	x_3^I	x_4^I	x_5^I	x_6^I	x_7^I	x_8^I	x_1^F	x_2^F	x_3^F	x_4^F	x_5^F	x_6^F			
1	350	520	220	-1090				106	-388	-832					-110	=	Max!
2		-800	-700	-300	-100				1000	600	100					=	-500
3	-500	80	500	700	106	-100			-80		-110	100				=	20
4	-900	160	300	350		106	-100		-388			-110	100			=	21
5	1250	320	-200	170			106	-100	-388				-110	100		=	22
6	350	520	220	-1090				106	-388	-832					-110	≥	23
7	1															≤	1
8		1														≤	1
9			1													≤	1
10				1												≤	2
11										1						≤	1

верхние границы для инвестиционных проектов с 1 по 4 и кредита 2 (условия количества проектов).

Но пока что проблема еще не решена, а лишь сформулирована математически в соответствии с методом линейного программирования. Решение удастся найти лишь после того, когда мы применим алгоритм симплекс-метода применительно к представленной в табл. 4.20 проблеме. В нашем примере мы сделали это, используя компьютер, и пришли к следующим результатам:

$$\begin{aligned}
 x_1^I &= 0.960 & x_2^I &= 1.000 & x_3^I &= 1.000 & x_4^I &= 0.000 \\
 x_5^I &= 0.000 & x_6^I &= 0.000 & x_7^I &= 0.000 & x_8^I &= 0.157 \\
 x_1^F &= 1.000 & x_2^F &= 0.000 & & & & \\
 x_3^F &= 0.000 & x_4^F &= 0.000 & x_5^F &= 8.130 & x_6^F &= 0.000
 \end{aligned}$$

Согласно этому, оптимум достигается, если осуществляются инвестиционные проекты 1 (0.960 раз), 2 и 3 (по одному разу) и финансовая инвести-

ция 8 (0.157 раз). Финансирование этой инвестиционной программы осуществляется ликвидными средствами, а также кредитами 1 (1 раз) и 5 (8.130 раз). Таким образом, инвестор в сумме достигает остаточное имущество — с учетом конечного изъятия — в объеме $C_1^* = 704.64$. Лучшего решения при необходимости соблюдения ограничений не существует. Полный финансовый план инвестора при реализации оптимальной программы выглядит так, как показывает табл. 4.21.

Таблица 4.21. Полный финансовый план для оптимальной программы инвестиций и финансирования в случае стремления к имуществу

Момент времени t	0	1	2	3	4
<i>Базовые платежи</i>	500.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<i>Инвестиции</i>					
0.960 раз проект 1		-480.00	-864.00	1200.00	336.00
1.000 раз проект 2	-800.00	80.00	160.00	320.00	520.00
1.000 раз проект 3	-700.00	500.00	300.00	-200.00	220.00
0.157 раз проект 8				-15.70	16.64
<i>Финансирование</i>					
1.000 раз проект 1	1000.00	-80.00	-388.00	-388.00	-388.00
8.130 раз проект 5			813.00	-894.30	
Изъятия	0.00	20.00	21.00	22.00	23.00
Остаточное имущество					681.64

Модель для случая стремления к доходу

Эта модель отличается от предыдущей в сущности лишь целью инвестора. Помимо названных в разделе 4.3.1 пяти условий, она основывается на следующих допущениях.

- Инвестор ожидает базовый денежный поток (M_0, \dots, M_T) .
- Горизонт планирования инвестора охватывает один период или больше ($T \geq 1$). В момент времени T предприятие ликвидируется.
- Каждый проект бесконечно делим, и его можно включать в программу один раз или чаще ($X_j^I \geq x_j^I \geq 0$, $X_k^F \geq x_k^F \geq 0$).
- Инвестор преследует цель — на основе заданного вектора структуры дохода и заданного остаточного имущества — максимизировать свои регулярные изъятия.

Для получения оптимального решения с помощью линейного программирования мы снова должны сформулировать линейную целевую функцию и линейные дополнительные ограничения. При этом, как и в случае максимизации имущества, разумно ориентироваться на схематический полный финансовый план в соответствии с табл. 4.16.¹⁶

¹⁶ См. с. 180.

Целевая функция. Для формулировки целевой функции не нужно детальных рассуждений. Она выглядит просто:

$$\max Y. \quad (4.6)$$

Объяснения излишни.

Дополнительные ограничения. При выведении дополнительных ограничений нам необходимо, как и в случае максимизации остаточного имущества, определить условия ликвидности и условия количества проектов.

Условия ликвидности. Для всех моментов времени $0 \leq t < T$ верно, в соответствии с полным финансовым планом табл. 4.16

$$M_t + \sum_{j=1}^J z_{jt}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kt}^F x_k^F = f_t Y,$$

отсюда посредством вычисления константы M_t и зависящей от решения величины $f_t Y$ мы можем вывести условие ликвидности

$$\sum_{j=1}^J z_{jt}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kt}^F x_k^F - f_t Y = -M_t. \quad (4.7)$$

В последнем моменте времени планового периода платежеспособность инвестора сохранена, если верно

$$M_T + \sum_{j=1}^J z_{jT}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kT}^F x_k^F = f_T Y + C_T.$$

Если мы перенесем зависящую от решения величину $f_T Y$ в левую часть и базовый платеж — в правую часть, то тогда возникнет условие ликвидности

$$\sum_{j=1}^J z_{jT}^I x_j^I + \sum_{k=1}^K z_{kT}^F x_k^F - f_T Y = C_T - M_T. \quad (4.8)$$

Теперь все условия ликвидности инвестора сформулированы.

Условия количества проектов. Условия количества проектов те же самые, что и в случае максимизации имущества. Значит

$$0 \leq x_j^I \leq X_j^I \quad j = 1, \dots, J \quad (4.9)$$

и

$$0 \leq x_k^F \leq X_k^F \quad k = 1, \dots, K. \quad (4.10)$$

После этого все необходимые дополнительные ограничения описаны. Модель полностью сформулирована.

Пример. В приводимой ниже иллюстрации используются цифры из того же примера, который был приведен в случае модели максимизации остаточного имущества. Но цель инвестора сейчас состоит в том, чтобы максимизировать свой уровень доходов и при этом одновременно достичь остаточного имущества в объеме 500 (т. е. добиться того, чтобы оно было идентично начальному запасу ликвидных средств).

Таблица 4.22. Базовая таблица линейного программирования при одновременном инвестиционном и финансовом планировании в случае стремления к доходу

	Инвестиционные проекты								Проекты финансирования						Доход Y		
	x_1^I	x_2^I	x_3^I	x_4^I	x_5^I	x_6^I	x_7^I	x_8^I	x_1^F	x_2^F	x_3^F	x_4^F	x_5^F	x_6^F			
1															1.00	=	Max!
2		-800	-700	-300	-100				1000	600	100					=	-500
3	-590	80	500	700	100	-100			-80		-110	100			-1.00	=	0
4	-900	160	300	350		100	-100		-388			-110	100		-1.05	=	0
5	1250	320	-200	170			100	-100	-388				-110	100	-1.10	=	0
6	350	520	220	-1000				100	-388	-832				-110	-1.15	≥	500
7	1															≤	1
8		1														≤	1
9			1													≤	1
10				1												≤	2
11										1						≤	1

Решение. Инвестор может осуществлять те же проекты, что и в случае максимизации остаточного имущества. Поэтому можно сразу же вывести целевую функцию и дополнительные ограничения и представить их в табл. 4.22. Строка 1 содержит целевую функцию. Строки с 2 по 6 обозначают ограничения ликвидности. Строки с 7 по 11 описывают верхние границы для количества проектов с 1 по 4, а также кредит 2. Если мы будем решать проблему по правилам линейного программирования, то мы получим следующие значения переменных решения:

$$\begin{aligned}
 x_1^I &= 0.6117 & x_2^I &= 1.0000 & x_3^I &= 1.0000 & x_4^I &= 0.0000 \\
 x_5^I &= 0.0000 & x_6^I &= 1.3667 & x_7^I &= 0.0000 & x_8^I &= 0.0000 \\
 x_1^F &= 1.0000 & x_2^F &= 0.0000 & & & & \\
 x_3^F &= 0.0000 & x_4^F &= 0.0000 & x_5^F &= 3.9400 & x_6^F &= 0.0000
 \end{aligned}$$

Согласно этой формуле для цели максимизации доходов оптимум достигается, если мы осуществим инвестиции 1 (0.6117 раз), 2 и 3 (по одному разу) и финансовую инвестицию 6 (1.3667 раз). Для финансирования мы должны использовать, помимо ликвидных средств, кредиты 1 (1 раз) и 5 (3.94 раз). Таким образом, инвестор достигает уровня дохода, равного $Y = 57.47$. Невозможно найти более хорошее решение, чем это, при ограничениях, которые нужно соблюдать. Соответствующий этому решению полный финансовый план приводится в табл. 4.23.

Таблица 4.23. Полный финансовый план для оптимальной программы инвестиций и финансирования в случае стремления к доходу

Момент времени t	0	1	2	3	4
<i>Базовые платежи</i>	500.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<i>Инвестиции</i>					
0.6117 раз проект 1		-305.86	-550.52	764.62	214.10
1.0000 раз проект 2	-800.00	80.00	160.00	320.00	520.00
1.0000 раз проект 3	-700.00	500.00	300.00	-200.00	220.00
1.3667 раз проект 6		-136.67	144.87		
<i>Финансирование</i>					
1.000 раз проект 1	1000.00	-80.00	-388.00	-388.00	-388.00
3.9400 раз проект 5			394.00	-433.40	
<i>Изъятия</i>	0.00	57.47	60.35	63.22	66.10
<i>Остаточное имущество</i>					500.00

Эндогенные расчетные ставки процента

В случае одного периода в рамках модели одновременного инвестиционного и финансового планирования расчетная эндогенная ставка процента i^* образовывалась в точке пересечения кривой спроса на капитал с кривой предложения капитала.¹⁷ В случае множества периодов также существуют такие эндогенные расчетные ставки процента. Этот тезис верен хотя бы тогда, когда мы работаем с непрерывными моделями ЛП, а следовательно, допускаем, что переменные решения не принимают значения целых чисел.

Эндогенные расчетные ставки процента как «побочные продукты» линейного программирования

При решении на основе линейного программирования посредством симплекс-метода всегда образуются так называемые двойственные оценки. Они возникают в рамках дополнительных ограничений каждой линейной модели и показывают, на какую сумму увеличилось бы значение целевой функции, если бы мы увеличили правую часть дополнительных условий на одну единицу. С экономической точки зрения мы имеем здесь дело с предельной прибылью.¹⁸ В моделях одновременного инвестиционного и финансового планирования, которые были представлены нами, существует два вида дополнительных ограничений: условие ликвидности и условия количества проектов. Особый интерес для следующих рассуждений имеют двойственные оценки условий ликвидности.

Двойственная оценка условия ликвидности t -го периода (d_t) показывает, на какую сумму увеличилось бы значение целевой функ-

¹⁷ Ср. с. 168 и сл.

¹⁸ Ср. с. 178 и сл.

ции (остаточное имущество, уровень дохода), если бы в этом периоде у инвестора имелось на одну денежную единицу больше,

или:

двойственная оценка условия ликвидности t -го периода (d_t) показывает, какую дополнительную полезность (остаточное имущество, уровень дохода) предоставляет последняя включенная в программу единица одного проекта инвестиций или финансирования.

Теперь для применения метода чистой сегодняшней стоимости в случае многопериодного одновременного инвестиционного и финансового планирования рекомендуются следующие рассуждения. Все проекты, которые содержатся в оптимальной программе, дают положительную предельную выгоду, в то время как проекты, от которых нужно отказаться, имеют отрицательную предельную выгоду. Под предельной выгодой при этом понимается относительное изменение остаточного имущества или уровня дохода, которое можно ожидать при включении (только одной единицы) проекта в программу. Отсюда следует, что двойственные оценки d_t больше предельной выгоды всех несодержащихся в оптимальной программе проектов, и что они одновременно меньше или равны предельным выгодам всех включенных в программу проектов.

На основе теоремы двойственности линейного программирования¹⁹ можно доказать, что относительные двойственные оценки

$$\pi_t = \frac{d_t}{d_0} = \frac{\text{двойственная оценка условия ликвидности } t\text{-го периода}}{\text{двойственная оценка условия ликвидности } 0\text{-го периода}}$$

можно интерпретировать в качестве обоснованных множителей дисконтирования для выплат по всем проектам, конкурирующим за их включение в программу, так как:

если мы используем относительные двойственные оценки π_t в качестве множителей дисконтирования, то тогда все не относящиеся к оптимальной программе проекты имеют неотрицательную чистую сегодняшнюю стоимость, а этот же показатель всех проектов, от которых необходимо отказаться, является отрицательным.

Тогда чистая сегодняшняя стоимость рассчитывается по формуле:

$$\begin{aligned} NPV &= z_0 \pi_0 + z_1 \pi_1 + \dots + z_T \pi_T = \\ &= \sum_{t=1}^T z_t \pi_t \end{aligned} \quad (4.11)$$

¹⁹ Ср. по этому поводу [244. S. 133 и сл.].

Уравнение (4.11) можно записать и по-другому. Для этого мы определяем

$$\pi_t = (1 + i_{0,t})^{-t}$$

и выражаем через спотовую ставку процента. Это дает

$$i_{0,t} = \sqrt[t]{\frac{1}{\pi_t}} - 1 = \sqrt[t]{\frac{d_0}{d_t}} - 1,$$

и мы можем записать уравнение чистой сегодняшней стоимости в виде:

$$NPV = \sum_{t=0}^T z_t \cdot (1 + i_{0,t})^{-t}.$$

Эта формула, которую мы уже знаем со с. 65. Но теперь мы можем сказать:

в случае множества периодов существуют эндогенные расчетные ставки процента, которые не обязательно должны быть идентичны для всех моментов времени.

Применительно к приведенному выше числовому примеру в случае максимизации дохода²⁰ мы получаем в качестве дополнительных результатов расчета оптимизации следующие двойственные оценки:

$$d_0 = -0.2825 \quad d_1 = -0.2601 \quad d_2 = -0.2454 \quad d_3 = -0.2231 \quad d_4 = -0.2059.$$

Отсюда по приведенной выше формуле можно вывести следующие расчетные ставки процента:

$$i_{0,1} = \frac{-0.2825}{-0.2601} - 1 = 0.0861$$

$$i_{0,2} = \sqrt[2]{\frac{-0.2825}{-0.2454}} - 1 = 0.0729$$

$$i_{0,3} = \sqrt[3]{\frac{-0.2825}{-0.2231}} - 1 = 0.0919$$

$$i_{0,4} = \sqrt[4]{\frac{-0.2825}{-0.2059}} - 1 = 0.0823.$$

Тогда чистую сегодняшнюю стоимость для инвестиционного проекта 2 с денежным потоком $-800, 80, 160, 320, 520$ можно рассчитать следующим образом:

$$NPV = -800 + \frac{80}{1.0861} + \frac{160}{1.0729^2} + \frac{320}{1.0919^3} + \frac{520}{1.0823^4} = 44.36.$$

²⁰ Ср. с. 187.

Если мы вычислим чистые сегодняшние стоимости других проектов похожим образом, то тогда получим приведенные в табл. 4.24 цифры. Таблица ясно показывает, что все проекты, которые не принадлежат оптимальной программе,²¹ имеют отрицательную чистую сегодняшнюю стоимость. Значит, мы могли бы — точно так же, как и в случае одного периода, — принять оптимальные решения и с помощью (более простого по расчету линейного программирования) метода чистой сегодняшней стоимости, если бы нам только были известны эндогенные расчетные ставки процента. К сожалению, точные значения эндогенных расчетных ставок мы узнаем лишь после решения проблемы с помощью симплекс-метода, а значит тогда, когда у нас уже есть сведения об оптимальном решении.

Таблица 4.24. Чистые сегодняшние стоимости проектов инвестиций и финансирования в случае максимизации изъятий

Инвестиционные проекты							
1	2	3	4	5	6	7	8
0.11	44.36	23.26	-11.66	-2.40	0.00	-3.16	-1.72
Проекты финансирования							
1	2	3	4	5	6		
0.09	-6.40	-1.28	-3.48	0.00	-1.20		

К практическому значению эндогенных расчетных ставок процента

Существуют предприятия, которые должны решать проблему многопериодного одновременного инвестиционного и финансового планирования на практике при отсутствии желания или возможности использовать методы линейного программирования. Причины этого связаны с тем, что для реалистичного учета множества чисел, связанных с самими проектами и с их ограничениями, необходимы мощные компьютеры и эффективные компьютерные программы.

Поэтому возникает вопрос: оправдываются ли затраты на построение и решение моделей ЛП, т. е. удастся ли обеспечить соответствующее соотношение между необходимыми издержками и ожидаемой полезностью. Если бы мы знали эндогенные расчетные ставки перед нахождением оптимальных решений с помощью линейного программирования, то тогда мы могли бы определить оптимальную программу инвестиций и финансирования посредством несравненно более простого метода (метода чистой сегодняшней стоимости). Здесь следует порассуждать о том, можем ли мы найти или хотя бы приблизительно оценить эндогенные расчетные ставки процента без одновременного решения задачи оптимизации.

Метода для точного расчета эндогенных расчетных ставок процента без одновременного определения оптимального решения с помощью модели ЛП

²¹ Это инвестиции 4, 5, 7 и 8, а также финансирование 2, 3, 4 и 6.

не существует. И все-таки понятие эндогенных расчетных ставок процента можно использовать на практике.

Если инвестор помимо возможностей осуществления конкретных проектов инвестиций и финансирования может заимствовать и инвестировать любые (т. е. неограниченные по объему) суммы на рынке капитала, и если ставка процента s_t по заимствованию ни в каком моменте времени не меньше ставки процента h_t по инвестированию, то тогда эндогенные расчетные ставки процента всегда находятся в интервале между этими двумя ставками процента ($s_t \geq i_t^* \geq h_t$).

То, что это утверждение при названных условиях всегда верно, можно доказать, но мы не хотели бы здесь приводить это доказательство.²² Мы принимаем это утверждение как верное и обращаемся к вопросу о том, в чем состоит практическое преимущество этого обстоятельства?

В нормальной ситуации денежные потоки инвестиционных проектов выглядят так, что после выплат имеют место лишь поступления (— — + + +). В случае с проектами финансирования обычно все наоборот (+ — —). Денежные потоки с частыми изменениями знака (например, — + — или — — + + —) относительно редки. Если инвестор имеет дело с такими нормальными проектами, то всегда верно следующее.

- Чистая сегодняшняя стоимость инвестиций тем меньше, чем выше расчетная ставка процента.
- Чистая сегодняшняя стоимость финансирования тем больше, чем выше расчетная ставка процента.

По этой причине и из-за того, что неизвестные эндогенные расчетные ставки процента никогда не бывают выше ставок процента по заимствованию и ниже ставок процента по инвестированию, на практике рекомендуется действовать следующим образом.

- Рассчитайте чистые сегодняшние стоимости всех инвестиционных проектов на основе ставок процента по заимствованию по формуле

$$NPV = \sum_{t=0}^T z_t^I \prod_{\tau=0}^t (1 + s_\tau)^{-1}$$

и всех проектов финансирования на основе ставок процента по инвестированию по формуле

$$NPV = \sum_{t=0}^T z_t^F \prod_{\tau=0}^t (1 + h_\tau)^{-1}.$$

Все проекты, чистая сегодняшняя стоимость которых при этом не меньше нуля, должны обязательно включаться в программу, так как

²² См., например [121. S. 101–105].

их чистая сегодняшняя стоимость была бы при любой мыслимой эндогенной расчетной ставке процента неотрицательной.

- Рассчитайте чистые сегодняшние стоимости всех остальных инвестиционных проектов на основе ставок процента по инвестированию по формуле

$$NPV = \sum_{t=0}^T z_t^I \prod_{\tau=0}^t (1 + h_{\tau})^{-1}$$

и всех остальных проектов финансирования на основе ставок процента по заимствованию по формуле

$$NPV = \sum_{t=0}^T z_t^F \prod_{\tau=0}^t (1 + s_{\tau})^{-1}.$$

Все проекты, которые при этом приобретают отрицательную чистую сегодняшнюю стоимость, нельзя ни в коем случае включать в проект, так как их чистая сегодняшняя стоимость при любых возможных эндогенных расчетных ставках процента была бы отрицательной.

- Если на двух первых стадиях были вычислены проекты, которые обязательно нужно включить в оптимальную программу или же обязательно исключить из нее, то теперь остаются лишь те проекты, которые можно было бы включить в нее. Это означает существенное упрощение проблемы принятия решения, так как расчет оптимизации сейчас ограничивается, возможно существенно, уменьшенным диапазоном проектов. Степень возможной редукции проблемы решения зависит от величины рассмотренного интервала ставок процента. Чем уже этот интервал, тем, естественно, выше количество проектов, которые можно отфильтровать с помощью первых двух стадий.

Решения с помощью частично целочисленного программирования

Недостаточная делимость проектов. К основополагающим допущениям для всех до сих пор рассмотренных моделей одновременного инвестиционного и финансового планирования принадлежало и допущение, согласно которому проекты инвестиций и финансирования бесконечно делимы. Это допущение весьма далеко от реальности, так как мы просто не можем покупать $\frac{3}{16}$ части станка или $\frac{54}{127}$ части алюминиевого пресса. Поэтому особенно для инвестиционных проектов, связанных с производством реальных благ, мы должны требовать, чтобы разумная модель инвестиционного планирования давала результаты лишь в виде целых чисел. То же самое верно и для многих проектов финансирования.

Так как результаты в виде целых чисел нельзя получить, если мы определяем оптимальную программу инвестиций и финансирования с помощью симплекс-метода, то мы должны перейти к частично целочисленному про-

граммированию. Используя его, можно сделать так, чтобы некоторые переменные принимали значения лишь целых чисел, а другие переменные — непрерывных величин. Чисто технически это выглядит следующим образом: мы сначала определяем непрерывный оптимум, а после этого ищем результат, частично связанный с целыми числами.²³

Логические связи. Несмотря на то что частично целочисленное программирование в отношении инвестиционного планирования является абсолютной необходимостью, так как части инвестиционных проектов невозможно осуществить, такой подход позволяет учесть ряд логических связей, которые представляют большой интерес для инвестиционного планирования. А именно, подставляя так называемые бинарные переменные (это переменные решения в виде целых чисел, которые могут принимать лишь значения 0 или 1) и формулируя подходящие дополнительные ограничения, мы можем изобразить любое логическое соотношение. Для одновременного инвестиционного и финансового планирования это конкретно означает, что мы в значительной мере можем отказаться от основополагающего допущения абсолютной независимости всех проектов друг от друга. Здесь для примера мы ограничимся логическим «и» и логическим «или».

С помощью частично целочисленного программирования мы сначала можем обеспечить, чтобы переменные решения принимали значение лишь целых чисел, а потом можем изобразить связи между переменными решениями.

Логическое «и» выражается на языке инвестиционного планирования через «связывание» двух проектов 1 и 2 при следующих условиях: ни один из двух проектов не может быть реализован без другого. Это можно обеспечить при условиях

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 = 0 & \quad x_1, x_2 \text{ целые числа} \\x_1, x_2 \leq 1.\end{aligned}$$

Если проект № 1 уже реализуется ($x_1 = 1$), то тогда должен и № 2 реализовываться ($x_2 = 1$). Если № 1 не осуществляется ($x_1 = 0$), тогда нужно отказаться и от № 2 ($x_2 = 0$). Иначе ограничение нарушено.

Логическое «или» означает, что лишь один из двух проектов можно осуществлять. Но одновременно один из обоих проектов должен быть реализован. Эту связь можно описать посредством условий

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 = 1 & \quad x_1, x_2 \text{ целые числа} \\x_1, x_2 \leq 1.\end{aligned}$$

Если $x_1 = 1$, тогда должно быть $x_2 = 0$ и если x_1 принимает значение 0, тогда должно быть $x_2 = 1$. Иначе условия нарушены. Если мы хотим сделать так,

²³ См. в деталях [244. S. 366–414].

чтобы при некоторых условиях ни один из двух проектов не реализовывался, то тогда условия должны выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\leq 1 && x_1, x_2 \text{ целые числа} \\x_1, x_2 &\leq 1.\end{aligned}$$

Здесь ограничение не нарушено и тогда, когда и $x_1 = 0$, и $x_2 = 0$. Условие лишь предотвращает совместную реализацию обоих проектов ($x_1 = 1$ и $x_2 = 1$).

В заключение мы приведем числовой пример, в котором применение метода частично целочисленного программирования является необходимым.

Пример. Мы используем тот же числовой пример, что и в случае множества периодов при цели максимизации имущества.²⁴ Но сейчас инвестиционные проекты с 1 до 4 и проект финансирования № 1 неделимы. Пусть инвестиции 1 и 2 взаимно исключают друг друга. Далее, кредит № 1 можно получить лишь тогда, когда осуществляется инвестиционный проект № 2. Мы ищем оптимальную программу инвестиций и финансирования.

Решение. Формализованная модель в отношении целевой функции, а также условий ликвидности и количества проектов соответствует представленному выше непрерывному подходу. К этому добавляются следующие ограничения.

1. Условия целочисленности

$$x_1^I, x_2^I, x_3^I, x_4^I, x_1^F \text{ целые числа.}$$

2. Логические условия. Из-за условий несовместимости между инвестиционными проектами № 1 и № 2 необходимо учитывать ограничение

$$x_1^I + x_2^I \leq 1.$$

Так как, наконец, финансирование № 1 можно получить лишь тогда, если осуществляется инвестиция № 2, вводится еще условие

$$x_2^I - x_1^F \geq 0.$$

Посредством этого условия предотвращается ситуация, при которой мы берем кредит № 1 ($x_1^F = 1$) и одновременно отказываемся от инвестиции № 2 ($x_2^I = 0$). С другой стороны это условие позволяет осуществление инвестиции ($x_2^I = 1$) и одновременный отказ от кредита ($x_1^F = 0$). Теперь проблема полностью сформулирована.

²⁴ Ср. с. 182.

Таблица 4.25. Полный финансовый план для оптимальной программы инвестиций и финансирования в случае стремления к имуществу, при необходимости частичного представления результатов в виде целых чисел

Момент времени t	0	1	2	3	4
<i>Базовые платежи</i>	500.00	0.00	0.00	0.00	0.00
<i>Инвестиции</i>					
1.0000 раз проект 2	-800.00	80.00	160.00	320.00	520.00
1.0000 раз проект 3	-700.00	500.00	300.00	-200.00	220.00
4.8000 раз проект 6		-480.00	508.80		
5.5980 раз проект 7			-559.80	593.39	
3.0339 раз проект 8				-303.39	321.59
<i>Финансирование</i>					
1.0000 раз проект 1	1000.00	-80.00	-388.00	-388.00	-388.00
Изъятия	0.00	20.00	21.00	22.00	23.00
Остаточное имущество					650.59

Если мы будем решать задачу с помощью подходящего метода расчетов, то получим следующие значения оптимального решения:

$$\begin{array}{cccc}
 x_1^I = 0.0000 & x_2^I = 1.0000 & x_3^I = 1.0000 & x_4^I = 0.0000 \\
 x_5^I = 0.0000 & x_6^I = 4.8000 & x_7^I = 5.5980 & x_8^I = 3.0339 \\
 x_1^F = 1.0000 & x_2^F = 0.0000 & & \\
 x_3^F = 0.0000 & x_4^F = 0.0000 & x_5^F = 0.0000 & x_6^F = 0.0000
 \end{array}$$

Итак, оптимальным является осуществление реальных инвестиций 2 и 3, а также финансовых инвестиций 6, 7 и 8 при финансировании этих проектов посредством кредита № 1. Полный финансовый план для этого решения представлен в табл. 4.25. В конце указываем еще на то, что при решении проблемы на основе программирования, частично связанного с целыми числами, не существует эндогенных расчетных ставок процента.

4.4. Одновременное инвестиционное и производственное планирование

В этом разделе речь пойдет о том, как одновременно оптимизируется программа инвестиции и производства. Сфера финансирования исключается как переменная решения и вместо этого принимается как фиксировано заданная. Получение и возврат кредитов теперь больше не являются объектом принятия решения. Об этой сфере планирования решение — возможно, неразумным образом — было принято уже заранее.

4.4.1. Основополагающие аспекты

В моделях одновременного инвестиционного и финансового планирования мы принимали производственную сферу предприятий как фиксированно заданную. Там мы исходили из известных денежных потоков для отдельных инвестиционных проектов и предполагали, что инвестиционные проекты не зависят друг от друга. Но денежные потоки инвестиций мы могли знать лишь после того, когда нам уже было известно, какие продукты должны были производиться и продаваться с помощью реализуемых инвестиционных объектов.

Теперь мы откажемся от допущения независимости инвестиционных проектов друг от друга. Это означает, что их денежные потоки уже невозможно принимать как заранее заданные, а нужно искать как результаты процесса принятия решения.

Всегда, когда имеют место инвестиции в сфере производства (промышленного предприятия) и особенно тогда, когда речь идет о многопродуктовых машинах и/или многоступенчатых процессах производства, мы можем говорить о независимых друг от друга инвестиционных проектах. Такие инвестиции требуют — так как им нельзя изолированно приписать денежные потоки²⁵ — одновременного определения программы инвестиций и производства. Итак, основной вопрос формулируется следующим образом.

Какие виды инвестиций и на какую сумму должно осуществить предприятие, которое имеет определенные финансовые средства и какие виды продуктов и в каком объеме оно должно произвести, пользуясь своими существующими или новыми мощностями?

Проблемы такого типа также можно решать на базе линейного программирования. Самые знаменитые модели планирования инвестиционных и производственных программ были разработаны в следующих работах: [76], [48], [154] и [325]. Все эти модели с исторической точки зрения имеют большое значение, так как они существенно повлияли на развитие инвестиционной теории в обсуждаемой здесь области. И все-таки далее мы не представим ни одну из этих моделей, а разработаем собственную. Это решение обосновывается прежде всего двумя причинами.

1. С одной стороны, все представленные в этой книге инвестиционные расчеты — за исключением обсужденных в начале второй главы статических методов — основываются на концепции полного финансового плана. Такую ориентацию нам хотелось бы сохранить из соображений обеспечения согласованности анализа. Это было бы невозможно, если бы мы представили названные «классические» модели одновременного инвестиционного и продуктового планирования.
2. С другой стороны, некоторые из этих моделей — мы имеем здесь в виду особенно модели *Якоба* — имеют уже настолько высокую степень

²⁵ Ср. с. 154 и сл.

сложности, что человеку, неосведомленному в области инвестиционного планирования, было бы трудно понять их в деталях.

Следовательно, представляемая далее модель отклоняется от концепции полного финансового плана и учитывает большее число аспектов. То обстоятельство, что она из-за названных причин исходит из относительно большого количества отдаленных от реальности допущений, оказывается оправданным из-за достигаемых дидактических преимуществ.

4.4.2. Простая многопериодная модель

В соответствии с нашим подходом в других разделах этой книги мы сначала полностью опишем допущения и определим символы, которые будут использоваться при формулировке модели. После этого мы поэтапно разработаем модель на основе структуры полного финансового плана и при этом, как обычно, учтем как случай стремления к имуществу, так и случай стремления к доходу. Наконец, мы представим иллюстрацию, приведя числовой пример.

4.4.2.1. Допущения и полный финансовый план

Основополагающие допущения

Наша модель основывается на десяти допущениях, описываемых ниже.

1. Инвестор преследует цель долгосрочной максимизации прибыли. Он не намеревается максимизировать ни свое остаточное имущество на основе данного потока изъятий, ни уровень изъятий при данном остаточном имуществе.
2. Инвестор знает конечное множество неальтернативных, зависимых друг от друга и неделимых инвестиционных проектов, которым можно однозначно приписать лишь выплаты за их реализацию.
3. Инвестор осуществляет однофазовое многопродуктовое производство. Он знает конечное множество производимых с помощью уже существующего и/или вновь приобретаемого оборудования продуктов, которым он однозначно может приписать порождаемые ими поступления (чистые цены продажи) и переменные производственные выплаты. Маржинальные доходы при каждом типе оборудования совершенно не зависят от произведенного количества.
4. В каждый момент времени планового периода существуют верхние границы сбыта для каждого вида продукции, на которые инвестор не может повлиять. Складирование продуктов исключено.
5. Объекты, которые приобретены в момент времени t , можно моментально внедрять и полностью использовать.
6. Производство продуктов длится в точности в течение одного периода.

7. Ни один объект не дезинвестируется до конца планового периода. В конце горизонта планирования все объекты демонтируются. Предприятие полностью ликвидируется.
8. Инвестор желает остаться платежеспособным в каждый момент времени планового периода.
9. Все поступления и выплаты происходят в начале каждого периода.
10. Инвестор ожидает в каждый момент времени своего планового периода фиксированные заранее заданные базовые платежи. Его единственная меняющаяся величина в области финансирования — остатки средств в кассе.

Теперь все допущения модели описаны. Многие из этих допущений можно было бы сформулировать менее ограничительно. Но тогда сразу стало бы сложнее представить модель. Решающее значение для моделей одновременного инвестиционного и производственного планирования имеют допущения 2 и 3. Но и эти допущения можно было бы сформулировать менее отдаленно от реальности. Центральную роль играет предпосылка, согласно которой инвестициям можно приписать выплаты за их осуществление, а продуктам — поступления от их продажи (оборота).

Перечень символов

Теперь необходимо определить символы, которые мы хотели бы использовать, формулируя модель. При этом из-за особой постановки проблемы невозможно использовать те же или хотя бы очень похожие символы, что применялись в предыдущих главах и разделах. По сравнению с ранними моделями нам необходимо относительно много символов, так что рекомендуется различать между переменными решений, константами и индексами. Для переменных решений и индексов будем использовать маленькие буквы, а для констант — большие буквы.

Переменные решений

- c_t — денежные средства в кассе (свободные) в момент времени t ;
- m_{jkt} — число продуктов типа k , которые в момент времени t производятся на оборудовании типа j ;
- x_{jt} — число инвестиционных объектов типа j , которые приобретаются в момент времени t .

Константы

- A_{jt} — платеж за приобретение одного комплекта оборудования типа j , в момент времени t ;
- B_j — начальная мощность всех видов оборудования типа j ;

- C_t — избыток или недостаток финансовых средств инвестора в момент времени t ;
 D_{jk} — среднее время производства продукта k на оборудовании типа j ;
 F_t — относительная величина изъятий инвестора в момент времени t (элемент вектора структуры дохода);
 H_{kt} — максимальный объем сбыта продукта типа k в момент времени t ;
 L_j — выручка от ликвидации одного комплекта оборудования типа j , которую получает инвестор в момент времени T , если он продает это оборудование в момент времени t ;
 M_t — базовый платеж в момент времени t ;
 P_{kt} — чистая цена продажи продукта типа k , который продается в момент времени t ;
 V_{jk} — средние переменные производственные издержки продукта типа k , который производится на оборудовании типа j ;
 Y — уровень дохода инвестора;
 Z_j — мощность одного оборудования типа j в один период.

Индексы

- j — индекс типа оборудования ($j = 1, \dots, J$);
 k — индекс продуктов ($k = 1, \dots, K$);
 t — временной индекс ($t = 0, \dots, T$).

Теперь определены все используемые нами символы.

Полный финансовый план

Перед выведением целевой функции и дополнительных ограничений модели рекомендуется исследовать структуру полного финансового плана, которая характерна для одновременного инвестиционного и производственного планирования при названных допущениях. Полный финансовый план выглядит в рамках нашей простой многопериодной модели всегда так, как описано в табл. 4.26. Эта таблица облегчит нам формулировку целевой функции и условий ликвидности инвестора. При использовании определенных выше символов и при сделанных допущениях для отдельных элементов полного финансового плана верно следующее:

базовые платежи в момент времени t	$M_t,$
поступления от продаж в момент времени t	$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{kt} m_{jkt-1},$
поступления из кассы в момент времени t	$C_{t-1},$

Таблица 4.26. Структура поступлений и выплат в полном финансовом плане при одновременном инвестиционном и производственном планировании

$t = 0$	$0 < t < T$	$t = T$
Базовые платежи	Базовые платежи	Базовые платежи
	Поступления от продаж	Поступления от продаж
	Поступления из кассы	Поступления из кассы
		Поступления от ликвидации
Выплаты за приобретение инвестиционных объектов	Выплаты за приобретение инвестиционных объектов	
Переменные производственные выплаты	Переменные производственные выплаты	
Выплаты в кассу	Выплаты в кассу	
Изъятия	Изъятия	Изъятия
		Остаточное имущество

поступления от ликвидации приобретенного в плановом периоде оборудования в момент времени T

$$\sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{T-1} L_{jt} x_{jt},$$

выплаты за приобретение инвестиционных объектов в момент времени t

$$\sum_{j=1}^J A_{jt} x_{jt},$$

переменные производственные выплаты в момент времени t

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K V_{jk} m_{jkt},$$

выплаты в кассу в момент времени t

$$c_t,$$

изъятия в момент времени t

$$F_t Y,$$

остаточное имущество

$$C_T.$$

4.4.2.2. Формулировка моделей

Модель для случая стремления к имуществу

При выведении целевой функции и ограничений этой модели мы придерживаемся того же подхода, что и при построении многопериодных моделей одновременного инвестиционного и финансового планирования. На первой стадии мы анализируем, какая целевая функция и какие виды ограничения будут необходимы. После этого на второй стадии применительно к целевой функции и к каждому типу ограничений мы вербально изложим, какие связи нужно учитывать между переменными решений и константами

и опишем эти связи с помощью обозначенных символов.

Целевая функция. Инвестор намерен максимизировать свое остаточное имущество и одновременно осуществить фиксированные, заранее заданные изъятия из предприятия. Поэтому из структуры нового полного финансового плана (табл. 4.26) можно непосредственно узнать, что остаточное имущество составляет

$$C_T = M_T + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{kT} m_{jkT-1} + c_{T-1} + \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{T-1} L_{jt} x_{jt} - F_T Y.$$

Так как в этом выражении величины M_T и $F_T Y$ являются константами, остаточное имущество инвестора будет максимальным, если вспомогательная величина $C_T^* = C_T - M_T + F_T Y$ станет максимально возможной:

$$\max C_T^* = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{kT} m_{jkT-1} + c_{T-1} + \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{T-1} L_{jt} x_{jt}. \quad (4.12)$$

Дополнительные условия. При максимизации этой целевой функции необходимо принять во внимание следующие три вида дополнительных условий, которые мы назовем условиями ликвидности, производства и сбыта.

Условия ликвидности. Инвестор является ликвидным, если его поступления ни в каком из моментов времени планового периода не меньше его выплат. Поэтому из полного финансового плана табл. 4.26 для момента времени $t = 0$ следует:

$$M_0 - \sum_{j=1}^J A_{j0} x_{j0} - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K V_{jk} m_{jk0} - c_0 = F_0 Y.$$

Если мы подставим константу M_0 в правую часть, то это будет означать:

$$- \sum_{j=1}^J A_{j0} x_{j0} - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K V_{jk} m_{jk0} - c_0 = F_0 Y - M_0. \quad (4.13)$$

А для всех моментов времени t при $0 < t < T$ — наоборот — верно:

$$M_t + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{kt} m_{jkt-1} + c_{t-1} - \sum_{j=1}^J A_{jt} x_{jt} - c_t = F_t Y.$$

Если мы перенесем опять константы в правую часть, мы получим

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{kt} m_{jkt-1} + c_{t-1} - \sum_{j=1}^J A_{jt} x_{jt} - c_t = F_t Y - M_t \quad \forall 0 < t < T. \quad (4.14)$$

В конце планового периода, наконец, согласно табл. 4.26 верно:

$$M_T + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{kT} m_{jkT-1} + c_{T-1} + \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{T-1} L_{jt} x_{jt} = F_T Y + C_T.$$

При этом C_T символизирует неизвестное перед началом решения проблемы (максимизируемое) остаточное имущество. Если мы перенесем константы в правую часть и, кроме того, потребуем, чтобы остаточное имущество не могло стать меньше 0, то тогда последняя формулировка условия ликвидности будет выглядеть следующим образом:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{kT} m_{jkT-1} + c_{T-1} + \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{T-1} L_{jt} x_{jt} \geq F_T Y - M_T. \quad (4.15)$$

Условия производства. Условия производства являются ядром каждой модели одновременного инвестиционного и производственного планирования. Поэтому пусть читатель обратит на них особое внимание. Ни в каком из моментов времени планового периода нельзя произвести больше продуктов, чем это позволяют мощности, которыми распоряжается предприятие в это время. Но в противоположность (классической) модели производственного планирования, мощность оборудования не является неизменной: ее можно увеличить с помощью инвестиций. Имеющиеся в распоряжении в момент времени t при $0 \leq t < T$ мощности оборудования типа j составляют

$$B_j + \sum_{\tau=0}^t Z_j x_{j\tau}.$$

Загрузка оборудования типа j в момент времени t — так называемая потребность в мощностях — наоборот, зависит от произведенного объема продуктов и времени обработки единицы продукта, следовательно,

$$\sum_{k=1}^K D_{jk} m_{jkt}.$$

Так как объем использования оборудования никогда не может превышать мощности, имеющиеся в распоряжении, должно быть всегда верно:

$$\sum_{k=1}^K D_{jk} m_{jkt} \leq B_j + \sum_{\tau=0}^t Z_j x_{j\tau}.$$

Если мы после этого еще переместим переменные решения $\sum Z_j x_{j\tau}$ в левую часть, то тогда условия производства будут выглядеть следующим образом:

$$\sum_{k=1}^K D_{jk} m_{jkt} - \sum_{\tau=0}^t Z_j x_{j\tau} \leq B_j \quad \forall j, t < T. \quad (4.16)$$

Эти ограничения необходимо учитывать для всех типов оборудования и для всех моментов времени планового периода. Момент времени $t = T$ можно не учитывать, так как в нем, в соответствии с допущениями, уже ничего не производится.

Наконец, укажем еще на то, что мощности, имеющиеся в распоряжении, можно увеличить посредством инвестиций и уменьшить посредством дезинвестиций. В нашей простой модели не допускается возможность дезинвестиций в течение текущего планового периода, и поэтому их можно не учитывать. Следовательно, с помощью представленной здесь модели нельзя одновременно принять решения об оптимальном сроке эксплуатации или сроке замены оборудования. Чисто технически такое расширение нашей модели не представляло бы больших трудностей. Но с другой стороны, опять пострадала бы наглядность описываемой модели.

Условия сбыта. В соответствии с допущениями модели длительность производства продуктов в точности равна одному периоду. Продукты не складываются, и существуют верхние границы сбыта. Поэтому необходимо соблюдать дополнительные ограничения типа

$$\sum_{j=1}^J m_{jkt} \leq I_{kt+1} \quad \forall k, t < T. \quad (4.17)$$

Этих дополнительных условий необходимо придерживаться для всех видов продуктов и для всех моментов времени планового периода.

Условия целочисленности. Так как невозможно приобрести части оборудования, мы также должны требовать, чтобы имело место следующее:

$$x_{jt} \text{ целое число} \quad \forall j, t < T. \quad (4.18)$$

Теперь модель полностью описана. Числовой пример, который должен проиллюстрировать способ ее функционирования, будет приведен позже.²⁶ Речь пойдет о частично целочисленной линейной модели планирования.

Модель для случая стремления к доходу

Эта модель основывается на тех же допущениях, что были описаны выше. Единственной фактической разницей является изменение цели инвестора. Теперь он намерен максимизировать уровень своих периодических изъятий по отношению к фиксированному, заранее заданному, остаточному имуществу.

Целевая функция. Поэтому целевая функция выглядит просто:

$$\max Y. \quad (4.19)$$

и мы можем сразу перейти к дополнительным условиям.

²⁶ См. с. 206 и сл.

Условия ликвидности. Условия ликвидности полностью совпадают с аналогичными условиями в моделях максимизации имущества, и их можно без всяких трудностей вывести из структуры полного финансового плана в соответствии с табл. 4.26. Но в противоположность случаю максимизации имущества выражение $F_t Y$ теперь является не константой, а переменной. Поэтому в соответствии с нашей обычной записью модели линейного программирования мы должны перенести выражение в левую часть уравнения (неравенства). Тогда мы для момента времени $t = 0$ получаем

$$-\sum_{j=1}^J A_{j0} x_{j0} - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K V_{jk} m_{jk0} - c_0 - F_0 Y = -M_0, \quad (4.20)$$

для моментов времени t при $0 < t < T$ —

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{kt} m_{jkt-1} + c_{t-1} - \sum_{j=1}^J A_{jt} x_{jt} - \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K V_{jk} m_{jkt} - c_t - F_t Y = -M_t \quad (4.21)$$

и для конца планового периода —

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K P_{kT} m_{jkt-1} + c_{T-1} + \sum_{j=1}^J \sum_{t=0}^{T-1} L_{jt} x_{jt} - F_T Y \geq -M_T + C_T. \quad (4.22)$$

Условия производства. Они выглядят точно так же, как в случае максимизации остаточной стоимости

$$\sum_{k=1}^K D_{jk} m_{jkt} - \sum_{\tau=0}^t Z_j x_{j\tau} \leq B_j \quad \forall j, t < T, \quad (4.23)$$

и их необходимо установить для всех типов оборудования и (исключая последний) для всех моментов времени планового периода.

Условия сбыта. И в условиях сбыта

$$\sum_{j=1}^J m_{jkt} \leq H_{kt+1} \quad \forall k, t < T, \quad (4.24)$$

которые нужно соблюдать для всех видов продуктов и для всех моментов времени (исключая конец планового периода), не возникает изменений. Наконец, необходимо еще учесть

Условия целочисленности.

$$x_{jt} \text{ целое число} \quad \forall j, t < T. \quad (4.25)$$

Теперь модель полностью сформулирована.

Таблица 4.27. Выплаты за приобретение оборудования двух типов

Момент времени приобретения	0	1	2
Тип оборудования 1	900	850	820
Тип оборудования 2	750	800	850

4.4.2.3. Конкретизация модели

Сейчас мы можем представить числовой пример, который иллюстрирует построение модели и делает более понятным способ функционирования компонентов модели, до сих пор сформулированных лишь в общем виде.

Инвестор имеет плановый период, равный $T = 3$ субпериодам, и намеревается максимизировать свое остаточное имущество к этому моменту времени. Кроме того, он хочет, чтобы начиная с момента времени $t = 1$, его изъятия, равные 6000, ежегодно увеличивались на 10 процентных пунктов, значит, составляли в первом году 6000, во втором — 6600, и в третьем — 7200. В конце третьего года предприятие продается.

В настоящее время (в $t = 0$) инвестор имеет три функционирующих комплекта оборудования типа 1 с мощностью в объеме 720 единиц времени, а также два функционирующих комплекта оборудования типа 2 с мощностью в объеме 840 единиц времени в каждом из периодов.

В каждом последующем моменте времени ($t = 0, 1, 2$) существует возможность расширения мощности посредством покупки оборудования типа 1 или типа 2. При этом необходимо учитывать выплаты за приобретение объектов в соответствии с табл. 4.27. С помощью названных типов объектов (однофазовое многопродуктовое оборудование) инвестор может производить два разных вида продукта (А или В). Производственное время и переменные производственные выплаты на единицу продукции различаются в зависимости от вида продукта и используемого типа оборудования. Конкретно их можно увидеть из табл. 4.28. Инвестор предполагает, что чистые цены про-

Таблица 4.28. Время обработки и производственные выплаты

	Продукт А		Продукт В	
	Произведен на		Произведен на	
	оборудовании 1	оборудовании 2	оборудовании 1	оборудовании 2
Время обработки одной единицы	10	12	8	7
Переменные производственные выплаты за единицу	18.00	16.00	10.00	13.00

дажи и верхняя граница объема сбыта для видов продуктов А и В с течением времени изменяются. Конкретно он учитывает цифры, приведенные в табл. 4.29.

Таблица 4.29. Цены и ограничения сбыта

Момент времени t	0	1	2
<i>Продукт А</i>			
Чистая цена продажи	40.00	37.50	35.00
Верхняя граница сбыта	200	300	400
<i>Продукт В</i>			
Чистая цена продажи	25.00	26.00	28.00
Верхняя граница сбыта	400	420	450

Так как инвестор намерен продать все свое предприятие в момент времени $t = 3$, он учитывает приведенные в табл. 4.30 значения чистой выручки от ликвидации приобретенных в течение планового периода комплекта оборудования.

Таблица 4.30. Выручка от ликвидации

Момент времени приобретения t	0	1	2
Тип оборудования 1	450.00	480.00	580.00
Тип оборудования 2	350.00	450.00	600.00

Финансовые решения (ликвидные средства, получение кредитов, возврат кредитов) были приняты инвестором заранее. В соответствии с этими решениями ему нужно учитывать базовые платежи, приведенные в табл. 4.31. В эти платежи, относящиеся к моменту времени $t = 0$, включаются поступления от продажи продукции в момент времени $t = -1$. Базовые же платежи в момент времени $t = 3$ рассчитаны с учетом выручки от ликвидации уже существовавших комплектов оборудования предприятия. Итак, мы ищем оптимальную при описанных условиях инвестиционную и производственную программу.

Таблица 4.31. Базовые платежи

Момент времени t	0	1	2	3
Базовые платежи	9000	-1000	0	-1000

Решение. Для решения этой проблемы можно построить представленную в табл. 4.32 базовую таблицу. Она содержит 21 переменную, 1 целевую функцию и 16 дополнительных ограничений. Таблицу нужно читать следующим образом.

Таблица 4.32. Базовая таблица для линейного программирования при одновременном инвестиционном и производственном планировании в случае стремления к имуществу

	1. Период ($t = 0$)				2. Период ($t = 1$)				3. Период ($t = 2$)														
	Продукт				Продукт				Продукт														
	A1	B1	A2	B2	инв.	К	A1	B1	A2	B2	инв.	К			A1	B1	A2	B2	инв.	К			
1					450	350							35	28	35	28	580	600	1	=	Max!		
2	-18	-10	-16	-13	-900	-750	-1														=	-9000	
3	40	25	40	25			1	-18	-10	-16	-13	-850	-800	-1							=	7000	
4								37.5	26	37.5	26			1	-18	-10	-16	-13	-820	-850	-1	=	6600
5					450	350									35	28	35	28	580	600	1	≥	11200
6	10	8			-720																≤	2160	
7			12	7		-840															≤	1680	
8					-720			10	8			-720									≤	2160	
9						-840				12	7		-840								≤	1680	
10					-720							-720		10	8			-720			≤	2160	
11						-840							-840			12	7		-840		≤	1680	
12	1		1																		≤	200	
13		1		1																	≤	400	
14								1		1											≤	300	
15									1		1										≤	420	
16														1		1					≤	400	
17															1		1				≤	450	

Инвестиционные переменные являются целыми числами!

Целевая функция. Инвестор намерен максимизировать свое остаточное имущество на основе данного потока изъятий. Без учета остаточного изъятия в объеме $F_T Y = 7200$ и базового платежа $M_T = -4000$, которые для инвестора в этом случае являются константами при отсутствии возможностей влияния на них, остаточное имущество составляет:

$$C_3^* = \underbrace{450x_{10} + 350x_{20} + 480x_{11} + 450x_{21} + 580x_{12} + 600x_{22}}_{\text{поступления от ликвидации}} + \underbrace{35m_{1A2} + 28m_{1B2} + 35m_{2A2} + 28m_{2B2}}_{\text{поступления от продажи}} + \underbrace{1c_2}_{\text{поступления из кассы}}$$

Это выражение нужно максимизировать.

Условия ликвидности. Строки с 2 по 5 представляют условия ликвидности для всех моментов времени планового периода, значит, для всех t при $0 \leq t \leq 3$. При этом строка 3 отражает условия ликвидности для момента времени $t = 1$. В этом моменте времени инвестор имеет потребность в капитале объемом, который определяется следующим образом:

Изъятия для потребительских целей	$F_1 Y$	6000
+ Базовая выплата	M_1	1000
= Потребность в капитале в момент времени $t = 1$		7000

Эта потребность в капитале в интересах сохранения ликвидности должна быть точно такой же большой, как и покрытие капитала в момент времени $t = 1$, а именно:

Выручка от продажи	$40m_{1A0} + 25m_{1B0} + 40m_{2A0} + 25m_{2B0}$
+ Поступления из кассы	$1c_0$
- Производственные выплаты	$-18m_{1A1} - 10m_{1B1} - 16m_{2A1} - 13m_{2B1}$
- Выплаты за приобретение	$-850x_{11} - 800x_{21}$
- Выплаты в кассу	$-1c_1$
= Покрытие капитала в момент времени $t = 1$	

Переменные решения (x_{jt} , m_{jkt} и c_t) могут принять лишь такие значения, при которых действительно обеспечено соответствие покрытия капитала потребности в нем.

Условия производства. В строках с 6 по 11 мы найдем условия производства, причем строка 9, например, изображает условие для производства на оборудовании типа 2 в момент времени $t = 1$. Общая потребность в мощностях в этот момент времени за вычетом приобретенных до этого момента времени новых мощностей ни в коем случае не может быть больше начальной мощности, следовательно:

Потребность в мощностях	$12m_{2A1} + 7m_{2B1}$
- Дополнительно купленные мощности	$-840x_{20} - 840x_{21}$
≤ Начальные мощности	$2 \cdot 840 = 1680$

Условия сбыта. Наконец, условия сбыта содержатся в строках с 12 по 17. Они должны обеспечить, чтобы объем производства одного вида продукта на оборудовании типа 1 и 2 в момент времени t не превышал максимальное количество этого вида продукта, которое удастся продать в следующий момент времени. Так, строка 15 отражает условия сбыта для продуктов В в момент времени $t = 2$ и выглядит следующим образом:

$$\underbrace{1m_{1B1} + 1m_{2B1}}_{\text{объем производства в момент времени } t = 1} \leq \underbrace{420}_{\text{объем сбыта в момент времени } t = 2}$$

Если мы решим поставленную в табл. 4.32 задачу с помощью подходящих алгоритмов, то тогда мы получим следующие значения для переменных решения:

1. Период ($t = 0$)

$$\begin{aligned} m_{1A0} &= 0.00 & m_{1B0} &= 360.00 & m_{2A0} &= 200.00 & m_{2B0} &= 17.14 \\ x_{10} &= 1 & x_{20} &= 1 \\ c_0 &= 327.14 \end{aligned}$$

2. Период ($t = 1$)

$$\begin{aligned} m_{1A1} &= 20.00 & m_{1B1} &= 420.00 & m_{2A1} &= 280.00 & m_{2B1} &= 0.00 \\ x_{11} &= 1 & x_{21} &= 1 \\ c_1 &= 65.71 \end{aligned}$$

Таблица 4.33. Динамика мощностей при реализации оптимальной инвестиционной программы

	Мощности оборудования	
	Типа 1	Типа 2
Начальные мощности	2160	1680
1. Период ($t = 0$)	2880	2520
2. Период ($t = 1$)	3600	3360
3. Период ($t = 2$)	3600	5040

3. Период ($t = 2$)

$$\begin{aligned}
 m_{1A2} &= 0.00 & m_{1B2} &= 450.00 & m_{2A2} &= 400.00 & m_{2B2} &= 0.00 \\
 x_{12} &= 0 & x_{22} &= 2 \\
 c_2 &= 3035.71
 \end{aligned}$$

Оптимальное значение целевой функции составляет $C_3^* = 32565.71$. Значит, самая лучшая инвестиционная политика в нашем примере состоит в том, чтобы приобрести в моменты времени $t = 0$ и $t = 1$ по одному комплекту оборудования каждого типа, а также продать в момент времени $t = 2$ два комплекта оборудования типа 2. При этом мощности предприятия изменяются таким образом, как показано в табл. 4.33. С помощью имеющихся в распоряжении в отдельных периодах производственных мощностей можно осуществить описанную в табл. 4.34 производственную программу.

В рамках этой программы полностью загружено оборудование типа 1 в первом и третьем периодах и оборудование типа 2 в первом и втором периодах. Но ни в одном из периодов не имеется существенно незагруженных мощностей. Описанная в предыдущих двух таблицах инвестиционная и производственная политика отражается в финансовом плане предприятия таким образом, как показано в табл. 4.35. Инвестор достигает остаточного имущества величиной в $C_3 = 21365.71$. Это соответствует значению целевой функции $C_3^* = 32565.71$, если вычесть базовый платеж величиной в 4000.00 и конечное изъятие, равное 7200.00. Больше остаточное имущество при условиях нашего числового примера не достижимо.

4.4.2.4. Критика модели

Описанные здесь модели одновременного инвестиционного и производственного планирования основываются, как уже было один раз отмечено, на ряде очень отдаленных от действительности допущениях, которые ниже будут нами критиковаться. Эта критика необходима прежде всего из-за того, что другие авторы представили модели с менее отдаленными от действительности допущениями. То обстоятельство, что мы работали с особо радикальными допущениями, можно объяснить следующими двумя причинами: во-первых, мы снова обратились к знакомому со второй главы инстру-

Таблица 4.34. Производственная программа при реализации оптимальной инвестиционной программы

	Продукт А	Продукт В
<i>1. Период</i>		
Производство на оборудовании типа 1	0.00	360.00
Производство на оборудовании типа 2	200.00	17.14
Общее производство	200.00	377.14
<i>2. Период</i>		
Производство на оборудовании типа 1	20.00	420.00
Производство на оборудовании типа 2	280.00	0.00
Общее производство	300.00	420.00
<i>3. Период</i>		
Производство на оборудовании типа 1	0.00	450.00
Производство на оборудовании типа 2	400.00	0.00
Общее производство	400.00	450.00

Таблица 4.35. Полный финансовый план при одновременном инвестиционном и производственном планировании в случае стремления к имуществу

Момент времени t	0	1	2	3
Базовые платежи	9000.00	-1000.00	0.00	-4000.00
<u>Переменные выплаты</u>				
Инвестиции типа 1	-900.00	-850.00		
Инвестиции типа 2	-750.00	-800.00	-1700.00	
Производство продукта А на оборудовании типа 1		-360.00		
Производство продукта А на оборудовании типа 2	-3200.00	-4480.00	-6400.00	
Производство продукта В на оборудовании типа 1	-3600.00	-4200.00	-4500.00	
Производство продукта В на оборудовании типа 2	-222.86			
Держание кассы	-327.14	-65.71	-3035.71	
<u>Переменные поступления</u>				
Продажи продукта А		8000.00	11250.00	14000.00
Продажи продукта В		9428.58	10920.00	12600.00
Дезинвестиции				2930.00
Держание кассы		327.14	65.71	3035.71
Изъятия	0.00	6000.00	6600.00	7200.00
Остаточное имущество				21365.71

ментарию полного финансового плана с альтернативами постановок цели стремления к имуществу и стремления к доходу; во-вторых, нам показалось разумным ограничиться ядром проблемы одновременного инвестиционного и производственного планирования. Мы видим это ядро в том, чтобы суметь справиться с центральной для одновременного инвестиционного и производственного планирования проблемой вменения платежей посредством формулировки подходящих целевых функций и дополнительных ограничений (в данном случае такими ограничениями являются условия производства).

После этого критику представленной модели можно сфокусировать на двух пунктах, а именно, на допущениях и на проблемах приобретения информации и владения техникой расчета.

Критика допущений

Для разумного упорядочения критики допущений мы используем отдельные функциональные сферы предприятия (снабжение, производство, сбыт, финансирование) как элементы структурирования.

Сфера снабжения и производства. На практике, по меньшей мере, в механизированных отраслях (например, в машиностроении) преобладает вид многоступенчатого многопродуктового производства. Что касается метода производства, то мы концентрировали внимание на преобладающем в механизированных отраслях типе «параллельного» производства. В химической промышленности, наоборот, мы часто встречаем методы «связанного» производства (при котором одна единица использованных материалов обязательно трансформируется в несколько единиц выпускаемой продукции). Кроме того, мы не принимали во внимание удельный вес брака между фазами производства и возможность складирования полуфабрикатов и конечной продукции. К этому следует добавить, что в нашей модели хотя и существует возможность вариации времени эксплуатации разных видов оборудования (селективное приспособление), но невозможно изменение скорости работы отдельных объектов (приспособление по интенсивности). Наконец, модель также не учитывает возможность перехода от собственного производства к закупкам «на стороне».

Сфера сбыта. В сфере сбыта описанного выше смоделированного предприятия мы исходили из фиксированных, заранее заданных цен продажи и верхних границ сбыта для каждого периода. В действительности предприятие, естественно, имеет возможности проведения ценовой политики и, таким образом (а также через применение прочих маркетинговых инструментов, прежде всего рекламы и продуктовой политики), может повлиять на сбыт своей продукции.

Сфера инвестиций и финансирования. В узкой сфере инвестиций и финансирования является весьма отдаленным от действительности допущение о том, что оборудование в случае его приобретения сразу готово к эксплуа-

тации. Часто установка оборудования требует много времени и даже ограничивает из-за необходимых строительных мероприятий мощность уже существующего оборудования. Даже если установка уже закончена, оборудование нельзя сразу использовать на полную мощность. Далее, недостатком разработанной модели является то, что нельзя принимать решения о сроке эксплуатации оборудования. В этой связи, помимо аспектов, которые были уже упомянуты в третьей главе этой книги, необходимо было бы учитывать влияние профилактики и ремонтных работ. Наконец, в качестве критики можно привести еще такой довод, что в модели нет никакой политики финансирования.

Без всякого ограничения можно было бы сформулировать модели одновременного инвестиционного и производственного планирования, которые учитывают всю эту критику, базируясь на допущениях, более близких к реальности и предоставляющих меньше возможностей для нападков. Но такие расширенные и одновременно более сложные модели обязательно будут иметь более сложные целевые функции (с дополнительными переменными решения). Кроме того, для них потребуются ввести больше дополнительных ограничений. По существу, каждый способен на такие расширения моделей, если он выполнит два следующих условия: будет иметь солидные знания об основных моделях инвестиционной теории и о методах исследования операций (особенно о математическом программировании). Однако мы не должны забывать, что при формальном построении таких моделей оптимизации важен другой аспект, а именно практическая работа с ними. Здесь мы пришли ко второму аспекту необходимой критики моделей одновременного инвестиционного и производственного планирования.

Критика потребности в информации

По сравнению с моделями одновременного инвестиционного и финансового планирования для построения моделей одновременного инвестиционного и производственного планирования необходим очень большой объем информации. При этом — в отношении выше описанной простой модели — имеются в виду сведения о чистых ценах продажи продуктов, средних переменных издержках при производстве на разном (отчасти на еще неизвестном) производственном оборудовании, времени производства продуктов на этом оборудовании, финансовых «рамочных» условиях, производственных мощностях как существующего, так и нового оборудования, и возможностях сбыта при данном применяемом маркетинговом инструментарии. Значит, речь идет о данных, которые нельзя извлечь из отчетной информации предприятия (например, из бухгалтерского учета), а они должны быть составлены с большими затратами по отдельности в разных отделах предприятия. К этому следует добавить то, что речь здесь идет не просто о цифрах «прошлого и настоящего», которые можно вывести из статистических отчетов предприятий, а скорее, почти исключительно о цифрах, для получения которых необходимы прогнозы и оценки. А эти цифры, чем больше они

касаются будущего, тем в большей степени характеризуются неопределенностью.

Затраты на получение данных. Но основное значение для проблематики приобретения информации имеет количество данных, которые нам нужно приобрести для осуществления одновременного инвестиционного и производственного планирования. В нашем стандартном примере, представленном выше,²⁷ мы работали с плановым периодом, равным $T = 3$ года, двумя типами оборудования и двумя видами продукции. В этом очень простом случае базовая таблица состояла из 22 столбцов и 17 строк. Это составляет в совокупности $17 \cdot 22 = 374$ матричных клеток, из которых 118 клеток было занято (т. е. не характеризовалось нулями). Это — занятая плотность, равная 32%. Если же мы будем исходить из планового периода, равного $T = 10$ лет, 10 типов оборудования и 50 видов продуктов, то при том же типе (очень простом и поэтому отдаленном от действительности) модели будет создана базовая таблица следующей размерности:

90	Переменные инвестиции (в виде целых чисел)
4500	Переменные продукта
9	Переменные держания кассы
1	Правая часть (=вектор ограничений)
4600	Столбцы
1	Целевая функция
10	Условия ликвидности
90	Условия производства
90	Условия сбыта
191	Строки

Это в совокупности составляет 878 600 матричных клеток, из которых, однако, заполнены не 32%, а лишь(!) примерно 2%. Но в абсолютных цифрах это все-таки еще 20 000 данных, которые нужно приобрести. Не надо много фантазии для того, чтобы представить, какие затраты на приобретение информации придется в таком случае осуществить. Но еще более пугающими будут цифры тогда, когда мы решимся на работу с более сложными (более близкими к реальности!) моделями.²⁸

Агрегирование моделей. Для того чтобы справиться с затратами на получение информации, мы видим лишь один путь, а именно, агрегирование моделей. Возможны две формы.

- **Временное агрегирование:** под ним понимается сведение нескольких субпериодов планового периода к одному модельному периоду. Так, например, вместо того чтобы разделять плановый период, равный 10 годам на 10 моделируемых периодов, мы могли бы разделить его на 3

²⁷ Ср. табл. 4.32 на с. 208.

²⁸ См. по этому поводу соответствующие примерные расчеты в [34. S. 319 и сл.] и [166. S. 321 и сл.].

моделируемых периода (период 1 — представить как первый год, период 2 — как интервал, охватывающий со второго года до четвертого, период 3 — как интервал, охватывающий с пятого года до десятого). В результате, мы могли бы работать с существенно более агрегированными и таким образом, в основном легче прогнозируемыми данными.

- Содержательное агрегирование. Под ним понимается соединение нескольких переменных (или констант) в одну единственную переменную (константу).

Примером содержательного агрегирования переменных является следующий: автомобили состоят из несколько тысяч отдельных частей. Инвестиционная модель для предприятия автомобильной отрасли, которая должна была бы учитывать явным образом все эти части, подверглась бы опасности сразу «взорваться». Поэтому предпочитают работать с более агрегированными составными частями, например с двигателем, коробкой передач, шасси и кузовом.

Трудности техники расчета

Наряду с проблемой приобретения информации в моделях описанной размерности возникает вопрос о квалификации в сфере техники расчета. В то время когда появилось первое издание этой книги, мощность компьютеров и компьютерных программ была весьма ограничена. Тогда предлагалось обращаться к так называемым эвристическим методам.²⁹ Но они имеют тот недостаток, что мы лишь в очень редких случаях можем надежно оценить, насколько отдалены определенные с их помощью решения от оптимума.

Сегодня мы продвинулись существенно дальше как в сфере компьютеров, так и в сфере программного обеспечения.³⁰ Поэтому мы не довольствуемся эвристической техникой, а можем претендовать на большее. С компьютерами класса Pentium-Pro и с высокоэффективным программным обеспечением, предназначенным для решения оптимизационных задач, сегодня мы можем за несколько минут точно оптимизировать непрерывные линейные модели существенной размерности (например, с 30 000 переменными и с 15 000 ограничениями). Правда при решении больших частично целочисленных задач могут возникнуть проблемы. Однако, как правило, за короткое время мы получаем решение гарантированного качества (например, отдаленное на 2–10% от оптимума).

²⁹ См. [190].

³⁰ См., например, по этому поводу [33] и [321].

4.5. Вопросы и проблемы

1. В чем состоит различие между зависящими друг от друга и независимыми друг от друга инвестициями? Приведите примеры.
2. Обсудите следующий тезис: «при инвестиционном планировании не существует проблемы вменения».
3. В каком смысле существуют различия между последовательным и одновременным инвестиционным планированием? В чем вы видите преимущества и недостатки обоих методов?
4. Набросайте формальную структуру полного финансового плана при одновременном инвестиционном и финансовом планировании.
5. Что вы понимаете под эндогенными расчетными ставками процента, и как их можно определить?
6. Выскажите свое мнение о следующем утверждении: «эндогенные расчетные ставки процента не пригодны для практического планирования программы инвестиций и финансирования. Во-первых, они существуют лишь тогда, когда мы отказываемся от условия обязательного наличия целых чисел, во-вторых, мы узнаем их точную величину лишь после того, когда уже решили проблему».
7. По каким причинам является спорным определение оптимальной программы инвестиций и финансирования в случае множества периодов с помощью метода, предложенного *Дином*?
8. Что мы понимаем под линейным программированием?
9. Опишите, как можно графически решить проблему ЛП, если она содержит лишь две переменные решения.
10. Что такое двойственные оценки, и какое информационное значение они имеют?
11. Сравните преимущества и недостатки модели одновременного инвестиционного и производственного планирования и модели одновременного инвестиционного, производственного и финансового планирования.
12. Почему из решения модели ЛП, касающейся одновременного инвестиционного и производственного планирования нельзя вывести расчетные ставки процента?

4.6. Задачи

1. Инвестор ищет оптимальную инвестиционную программу из множества 20 не исключających друг друга проектов. Каждый проект может быть включен в программу только один раз или вообще в нее не включен.
 - а) Сколько существует программных альтернатив по правилам комбинаторики?
 - б) Сколько времени необходимо нам для вычисления денежных потоков всех этих возможностей, если мы планируем затратить одну минуту для расчета денежного потока одной программы?

2. Лицо имеет плановый период, равный одному году и намерено максимизировать свое остаточное имущество. Пусть даны 4 инвестиции (1 до 4) со следующими денежными потоками.

Момент времени t	0	1
Инвестиция 1	-30	34
Инвестиция 2	-11	14
Инвестиция 3	-18	21
Инвестиция 4	-6	8

Для финансирования имеются в распоряжении три вида кредитов, величина каждого из которых не превышает 15 денежных единиц. Их процентные ставки составляют $r_1^F = 0.075$, $r_2^F = 0.14$ и $r_3^F = 0.10$.

- Определите как арифметически, так и графически, оптимальную программу инвестиций и финансирования.
 - Какова величина эндогенной расчетной ставки процента?
 - Рассчитайте чистые сегодняшние стоимости инвестиций, пользуясь эндогенной расчетной ставкой процента, и прокомментируйте полученный результат.
3. В числовом примере на с. 182 двойственные оценки условий ликвидности составляют $d_0 = -1.3518$, $d_1 = -1.2512$, $d_2 = -1.1660$, $d_3 = -1.06$ и $d_4 = -1$.
- Какое информационное значение имеют эти цифры?
 - Рассчитайте эндогенные расчетные ставки процента.
 - Покажите, как можно определить оптимальную программу инвестиций и финансирования с помощью метода чистой сегодняшней стоимости, если известны эндогенные расчетные ставки процента.
4. Инвестор может получить кредит на любую сумму за 12% и вложить любое количество денег под 8%. Он ищет оптимальную программу инвестиций и финансирования, пока для себя не определив, хочет ли он максимизировать остаточное имущество или же уровень изъятия. Он выбирает между следующими проектами.

Момент времени t	0	1	2	3
Инвестиция 1	-100	60	30	30
Инвестиция 2	-80	70	30	
Инвестиция 3	-70	35	40	
Инвестиция 4	-120	165	-30	

- Какие проекты должны быть обязательно включены в программу?
 - Какие проекты не должны быть реализованы ни в коем случае?
 - Какие проекты можно реализовать при некоторых условиях?
 - Составьте денежный поток одной инвестиции, которая как на основе ставки процента, равной 12%, так и на основе ставки процента 8% не выгодна, и несмотря на это, все-таки, при некоторых условиях, должна быть включена в программу.
5. Инвестор имеет плановый период, равный $T = 5$ лет, и желает при фиксированном на уровне 1000 остаточном имуществе максимизировать уровень своих ежегодных изъятий. Изъятия должны оставаться одинаковыми в течение времени. Инвестор может получить деньги под 16%

и вложить их под 5% без количественных ограничений. Он учитывает фиксированные базовые платежи в сумме $(M_0, \dots, M_5) = (300, -400, -500, -200, 800, 1700)$. Он выбирает между пятью бесконечно делимыми инвестиционными проектами со следующими денежными потоками.

Момент времени t	0	1	2	3	4	5
Инвестиция 1	-800	40	-200	700	300	300
Инвестиция 2	-400	-300	600	150	210	100
Инвестиция 3	-1200	1800	-200	60	-450	
Инвестиция 4	-750	-250	120	880	300	300
Инвестиция 5	-200	120	20	80	30	40

Инвестор имеет следующие три возможности финансирования при следующих условиях: первый кредит имеет срок погашения, равный 5 лет, и не может превышать 1000 денежных единиц. Ставка процента составляет 10%, причем промежуточные выплаты процентов кредитору осуществлять не нужно. Это означает, что весь долг, включая проценты (начисленные методом сложного процента), подлежит возврату по истечении пяти лет. Второй кредит имеет похожие условия. Ставка процента составляет 7%, срок погашения — три года, и кредит можно получить лишь к началу следующего года (в момент времени $t = 1$). При третьем кредите речь идет о ссуде, которую нужно возвращать методом аннуитета, ее объем не превышает 600 денежных единиц. Ставка процента составляет 8%, срок погашения — 3 года. По техническим причинам ни одна инвестиция не может быть осуществлена более чем один раз.

- а) Составьте денежные потоки этих трех предложений финансирования. Исходите при этом из максимальных сумм и округлите платежи должника до равных значений.
 - б) Сформулируйте проблему решения как задачу линейной оптимизации и составьте базовую таблицу.
 - в) Если вы имеете доступ к компьютеру, на котором можно осуществлять расчеты в рамках ЛП, то определите приносящую максимальные доходы программу инвестиций и финансирования. Составьте полный финансовый план для получения оптимального решения, а затем рассчитайте эндогенные расчетные ставки процента.
6. Какие дополнительные условия необходимы для обеспечения следующих связей между проектами?
- а) Если инвестиция 1 реализуется, то должна быть реализована и инвестиция 2.
 - б) Если мы отказываемся от проекта 1, то тогда проект 2 должен быть обязательно реализован.
 - в) Проект 1 допускается к реализации лишь в том случае, если будут реализованы также проекты 2 и 3.
 - г) Инвестицию 1 нельзя осуществить, если осуществляется либо инвестиция 2, либо инвестиция 3.
7. Сформулируйте модель одновременного инвестиционного и производственного планирования при стремлении к имуществу, которая отличается от представленной на с. 201 и сл. в следующем пункте: в каждый момент времени планового периода возможны дезинвестиции. Ориентир для решения:

- Набросайте основополагающую структуру полного финансового плана.
- Определите подходящие символы для переменных решений и для констант.
- Дополните целевую функцию и дополнительные ограничения основной модели.
- Включите новые дополнительные ограничения, которые не позволят осуществление дезинвестиций перед приобретением соответствующего оборудования.

4.7. Рекомендуемая литература

Тщательный анализ проблемы вменения платежей при программных решениях содержится в [35. S. 319–334].

Хороший способ классификации исторически значимых подходов решения проблем программного планирования с учетом соответствующей формулировки модели содержится в [308. S. 1–54]. Обширное описание можно найти в [166. S. 268–296], [34. S. 287–319] и [88. S. 241–298]. Но интересующийся читатель должен прочитать в оригинале источники, представленные в разделе 4.2.3 (с. 156 и сл.) нашей книги.

Применительно к случаю одного периода проблемы одновременного инвестиционного и финансового планирования можно порекомендовать модель двух моментов времени, предложенную в [121. S. 62–79].

Для оптимального инвестиционного и финансового планирования в случае множества периодов с помощью внутренних ставок процента мы рекомендуем [54] и [121. S. 79–85].

Представленные выше многопериодные модели для планирования программ инвестиции и финансирования основываются на рекомендациях [112] и [347. S. 139–178]. Кроме того, для всех, кто хочет заниматься одновременным инвестиционным и финансовым планированием более серьезно, рекомендуется [7].

Что касается эндогенных расчетных ставок процента в случае нескольких периодов, то здесь мы особенно указываем на работы [237], [112], [21], [83] и [121. S. 97–109].

В [34. S. 310–313] описана модель одновременного инвестиционного и производственного планирования, которая для начинающих должна быть понятна так же, как и наша концепция, описываемая начиная со с. 201. Кроме того, интересующийся читатель обязательно должен познакомиться с моделью, представленной в [154].

В [98], [103] и [93] особенно подходящим образом представлено для читателя, как можно планировать инвестиционные программы с учетом налога на прибыль. Соответствующая модель, однако с весьма сложной структурой, разработана в [267].

Целесообразность анализа одновременного инвестиционного планирования на основе модели ЛП все больше ставится под сомнение в соответствующей литературе. В связи с этим мы особенно рекомендуем публикации [351] и [284. S. 177–184].

Инвестиционные решения в условиях неопределенности

5.1. Учебные цели

Материал этой главы должен способствовать тому, чтобы:

- уяснить проблематику решений в условиях риска;
- понять основополагающую модель теории решений;
- принимать решения на основе математического ожидания и на основе математического ожидания и дисперсии;
- принимать решения на основе принципа *Бернулли*;
- оценивать ограниченную возможность использования методов корректировки и анализа чувствительности;
- применять и оценивать метод анализа риска;
- понять основную проблему последовательного инвестиционного планирования и оптимально решать простые последовательные проблемы планирования;
- понять разницу между жесткими и гибкими инвестиционными стратегиями и доказать, что гибкие стратегии лучше при отсутствии учета затрат на планирование;
- уяснить возможность снижения риска портфелей ценных бумаг через диверсификацию.

То обстоятельство, что в условиях неопределенности должны приниматься не только решения об инвестициях, уже давно побуждало ученых фундаментально решить эту проблему. Далее мы сделаем попытку представить как можно проще и доступнее основные элементы теории принятия решений в условиях риска.

5.2. Принятие решений в условиях риска

5.2.1. Основополагающая модель теории принятия решений

В ситуации, которая характеризуется неопределенностью, лицо, принимающее решения, не может точно определить, какие последствия будут иметь планируемые им действия. Результаты могут быть самыми разными. Для описания таких ситуаций принятия решений мы будем использовать следующую терминологию.

Таблица 5.1. Формальная структура матрицы результатов

		Ситуации окружающей среды					
		Z_1	Z_2	...	Z_s	...	Z_S
Альтернативы	A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1s}	...	x_{1S}
	A_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2s}	...	x_{2S}

	A_j	x_{j1}	x_{j2}	...	x_{js}	...	x_{jS}

	A_J	x_{J1}	x_{J2}	...	x_{Js}	...	x_{JS}

Альтернативы действия. Лицо, принимающее решение, должно выбирать из нескольких исключаящих друг друга альтернатив действий (синонимами этого термина являются возможности действий, альтернативы или действия) A_j ($j = 1, \dots, J$). Существуют как минимум две альтернативы. Одна из них — это возможность ничего не делать (альтернатива отказа).

Ситуации окружающей среды. То, какие последствия будет иметь одна альтернатива действий в будущем, зависит от факторов, определяющих события, которые могут принять разные исходы. Значит, существуют разные ситуации. Эти ситуации окружающей среды (будущие ситуации) обозначаются символом Z_s ($s = 1, \dots, S$). В ситуации решения в условиях неопределенности существуют как минимум две альтернативные будущие ситуации.

Результаты, зависящие от ситуации. Если принимается определенное действие (A_j) и наступает определенная ситуация окружающей среды (Z_s), то это приводит к определенным результатам x_{js} . Эти зависящие от действий и ситуации результаты мы далее, сильно упрощая анализ, будем называть прибылью.¹ Значит, символом x_{js} мы описываем прибыль, которую удастся получить, если мы описываем j -ю альтернативу и наступит s -я ситуация окружающей среды. Сведение результатов к прибыли является существенным упрощением реальности в том смысле, что каждое действие, как правило, может вызвать целый комплекс последствий. Для иллюстрации представьте себе, какие последствия имеет строительство электростанции или увольнение тысячи работников сталелитейного завода.

Если мы обобщим рассуждения, проделанные до сих пор, то неопределенную ситуацию принятия решения можно представить в виде матрицы результатов, изображенной в табл. 5.1. Для понимания дальнейших рассуждений необходимо отметить следующее:

неопределенность существует только в отношении будущих ситуаций окружающей среды.

¹ Здесь нам безразлично, измеряется ли прибыль в форме остаточного имущества, уровня дохода или как-либо иначе.

Значит, мы предполагаем следующее: лицо, принимающее решение, точно знает, какие ситуации окружающей среды могут наступить. Далее, предполагается, что ни одна из ситуаций окружающей среды не останется незамеченной лицом, принимающим решение. Таким образом, исключен случай, что позже наступит ситуация будущего, которую лицо, принимающее решение, ранее не приняло во внимание. Если одна из этих ситуаций наступит и реализуется определенное действие, то тогда гарантированно достигается прибыль определенной величины. Единственная неизвестная величина в момент принятия решений — это ответ на вопрос о том, какая ситуация окружающей среды наступит в будущем.

Виды неопределенности. В литературе обычно различаются разные формы неопределенности.

- *Ситуация игры.* Такой случай возникает, если рационально действующий партнер в игре или конкурент принимает решение о том, с какой ситуацией в будущем он заставит нас иметь дело. Если речь идет, например, о выборе между разными ходами в шахматах, то тогда последствия одного хода зависят от встречного хода нашего партнера. При этом мы можем предполагать, что он ведет себя разумно.²
- *Ситуация неопределенности.* Очень много ситуаций решений характеризуются тем, что последствия наших собственных действий зависят не столько от действий другой стороны, сколько от случайностей. Предположим, что речь идет о сдаче в аренду базы отдыха на Карельском перешейке. Существует ли спрос на дачные строения у Финского залива или людей тянет больше на юг? Ответ на этот вопрос зависит не от действий рационального партнера по игре, а от капризов природы или от случайностей. Поэтому такие ситуации неопределенности мы иногда называем также игрой против природы. В свою очередь, среди ситуаций неопределенности различают два подвида.
 - *Ситуации неизвестности.* Они имеют место, когда лицо, принимающее решение, не в состоянии назвать вероятности наступления ситуации окружающей среды.
 - *Рисковые ситуации.* О таких ситуациях мы говорим тогда, когда известны вероятности наступления q_s ($s = 1, \dots, S$) альтернативных ситуаций окружающей среды, причем на основе лишь имеющихся сведений сумма вероятностей должна быть равна $\sum_s q_s = 1$.

Представленная в табл. 5.2 ситуация является примером принятия решения в условиях риска. Проблема состоит в том, чтобы определить оптимальную

² Кроме того, при игре в шахматы мы находимся в счастливой ситуации знания того, что хочет достичь наш партнер. Благодаря этому мы знаем, по меньшей мере, его намерения. Также совершенно ясно, какие возможности действия имеет наш партнер по шахматам. В мире экономики планы и возможные стратегии конкурентов в общем не так легко рассчитываются.

Таблица 5.2. Матрица результатов принятия решения в ситуации риска

	Z_1 $q_1 = 0.3$	Z_2 $q_2 = 0.6$	Z_3 $q_3 = 0.1$
A_1	70	80	30
A_2	50	90	20

альтернативу. Очевидно, в случае, описанном в табл. 5.2, это «так просто» невозможно.

5.2.2. Принципы доминирования

Для того чтобы мы могли определить альтернативу, являющуюся оптимальной в ситуации риска, мы должны знать отношение к риску лица, принимающего решение. Мы должны знать, не расположен ли он к риску или расположен к нему, однако обычно этой информации общего характера недостаточно. Часто необходимо более точно знать степень нерасположенности или расположенности к риску.

Но существуют и ситуации, при которых мы можем работать совсем с малым объемом знаний, так как определенные принципы принятия решения в условиях риска являются общепринятыми.

Если даже редко с помощью этих принципов удастся определить наилучшую альтернативу, они все-таки пригодны для того, чтобы сократить множество альтернатив, которые необходимо учитывать, и таким образом упростить проблему принятия решений. Различают три таких принципа доминирования.

Абсолютное доминирование. Альтернатива A_j абсолютно доминирует над другой альтернативой A_k , если минимально возможная прибыль от A_j не меньше, чем максимально возможная прибыль от A_k .

Это означает в несколько формализованном виде³:

$$\min_s x_{js} \geq \max_s x_{ks} \implies A_j \succeq A_k.$$

В табл. 5.3 A_2 абсолютно доминирует над альтернативой A_3 . Для применения принципа абсолютного доминирования нет необходимости знать о вероятностях наступления ситуаций окружающей среды.

Доминирующая ситуация. Здесь альтернатива A_j доминирует над действием A_k , если при попарном сравнении прибыль от A_j ни в какой ситуации

³ С помощью символов \succ , \sim и \prec мы выражаем так называемые соотношения предпочтений. Если, например, для нас A_1 , по меньшей мере так же хорош, как A_2 , то тогда мы пишем $A_1 \succeq A_2$.

Таблица 5.3. Случай принятия решения с абсолютным доминированием

	Z_1	Z_2	Z_3
A_1	70	80	10
A_2	50	90	20
A_3	20	10	20

окружающей среды не является худшей, чем прибыль от A_k , и в отношении по меньшей мере одной ситуации A_j приводит к лучшему результату. Это означает следующее:

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_{js} \geq x_{ks} & \text{для } s = 1, \dots, S \text{ и} \\ x_{js} > x_{ks} & \text{для по меньшей мере одного } s. \end{array} \right\} \implies A_j \succeq A_k.$$

В примере табл. 5.4 существует доминирующая ситуация A_2 над A_3 . И для принципа доминирующей ситуации нет необходимости знать о вероятностях наступления ситуации окружающей среды.

Таблица 5.4. Случай принятия решения с доминирующей ситуацией

	Z_1	Z_2	Z_3
A_1	70	80	10
A_2	50	90	20
A_3	50	85	20

Доминирующая вероятность. Если для каждой прибыли x^* вероятность достичь эту прибыль при A_j не меньше, чем достичь ее при A_k , и если существует, по меньшей мере, одна прибыль x^* , которая достигается с помощью A_j с большей вероятностью, чем при A_k , то тогда A_j лучше, чем A_k . Это означает

$$\left\{ \begin{array}{ll} q(x_j \geq x^*) \geq q(x_k \geq x^*) & \text{для всех } x^* \text{ и} \\ q(x_j \geq x^*) > q(x_k \geq x^*) & \text{для по меньшей мере одного } x^* \end{array} \right\} \implies A_j \succeq A_k.$$

Для уяснения рассмотрим пример в табл. 5.5. Отсюда можно получить табл. 5.6, из рассмотрения которой можно сделать вывод, что A_1 — при сопоставлении вероятностей достичь прибыль в сумме 90 — доминирует над A_2 .

5.2.3. Классические принципы принятия решений

Применение описанных в разделе 5.2.2 принципов доминирования не всегда позволяет определить оптимальную альтернативу. Например, проблема

Таблица 5.5. Случай принятия решения с доминирующей вероятностью

	Z_1 $q_1 = 0.3$	Z_2 $q_2 = 0.5$	Z_3 $q_3 = 0.2$
A_1	50	90	20
A_2	50	85	20

Таблица 5.6. Преобразование приведенных в табл. 5.5 значений

x^*	20	50	85	90
$q(x_1 = x^*)$	0.2	0.3	–	0.5
$q(x_2 = x^*)$	0.2	0.3	0.5	–
$q(x_1 \geq x^*)$	1.0	0.8	0.5	0.5
$q(x_2 \geq x^*)$	1.0	0.8	0.5	0.0

принятия решения, описанная в табл. 5.2, сформулирована так, что ни одна альтернатива не доминирует над другой. В такой ситуации необходимо сделать попытку определить для каждой альтернативы значения, которые представляют предпочтение лица, принимающего решение по поводу этих альтернатив (значения предпочтений).

При использовании классических принципов принятия решений рассчитываются показатели, которые описывают распределение вероятностей доходов. Эти показатели, в свою очередь, применяются при расчете значений предпочтений или же непосредственно трактуются в качестве таких значений.

5.2.3.1. Математическое ожидание

Принцип. Весьма обоснованным является расчет математического ожидания распределения прибыли по формуле

$$E[\tilde{x}_j] = \sum_{s=1}^S x_{js} q_s$$

и его использование в качестве значения предпочтений, т. е. здесь выбирается альтернатива с самым большим математическим ожиданием. Для подчеркивания того факта, что переменная x является случайной переменной, мы обозначим ее тильдой, т. е. записываем ее \tilde{x} . В формализованном виде правило принятия решения⁴ выглядит следующим образом:

$$E[\tilde{x}_j] \geq E[\tilde{x}_k] \implies A_j \succeq A_k.$$

⁴ Оно часто называется и μ -принципом.

Пример. Из данных табл. 5.7 мы получаем

$$E[\tilde{x}_1] = 70 \cdot 0.3 + 80 \cdot 0.6 + 30 \cdot 0.1 = 72$$

$$E[\tilde{x}_2] = 50 \cdot 0.3 + 90 \cdot 0.6 + 20 \cdot 0.1 = 71.$$

Если мы применим правило математического ожидания в работе с проблемой принятия решения, то нужно выбрать альтернативу A_1 .

Таблица 5.7. Ситуация принятия решения, иллюстрирующая правило математического ожидания

	Z_1 $q_1 = 0.3$	Z_2 $q_2 = 0.6$	Z_3 $q_3 = 0.1$	$E[\tilde{x}_j]$
A_1	70	80	30	72
A_2	50	90	20	71

О лице, которое в этой ситуации принимает другое решение, мы не можем сказать, что оно действует нерационально. В противном случае мы должны были бы назвать неразумным любого, кто заключает договор о страховании или покупает лотерейный билет. Скорее, нужно сделать вывод о том, что правило математического ожидания не всегда дает обоснованную рекомендацию выбора лучшей альтернативы.

5.2.3.2. Математическое ожидание и дисперсия

Принцип. По правилу математического ожидания обе описанные в табл. 5.8 альтернативы действия эквивалентны.

Таблица 5.8. Безразличие при использовании правила математического ожидания

	Z_1 $q_1 = 0.5$	Z_2 $q_2 = 0.5$	$E[\tilde{x}_j]$
A_1	100	100	100
A_2	-1000	1200	100

Если мы внимательно рассмотрим таблицу, то можем утверждать, что лишь лицо, имеющее определенную расположенность к риску, может принять решение в пользу альтернативы 2. Существует 50% шанс получить существенно больше математического ожидания, равного 100. Этому шансу противостоит 50% риск существенной неудачи. Математическое ожидание не информирует нас о рисках и шансах альтернативы действия. Поэтому необходимо наряду с математическим ожиданием учитывать второй критерий, который измеряет риски и шансы.

Если мы станем применять этот критерий, то тогда значения предпочтений в рискованных ситуациях будут определяться на основе математического ожидания и разброса, точнее, дисперсии. При использовании приведенных здесь символов дисперсия рассчитывается следующим образом:

$$\text{Var}[\tilde{x}_j] = \sum_{s=1}^S (x_{js} - \text{E}[\tilde{x}_j])^2 q_s.$$

Для расчета стандартного отклонения (или среднего квадратичного отклонения) мы должны лишь извлечь квадратный корень

$$\sigma[\tilde{x}_j] = \sqrt{\text{Var}[\tilde{x}_j]}.$$

Если мы обозначим зависящее от математического ожидания и дисперсии значение предпочтения $\Phi(\text{E}[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}])$, то тогда окажется верным правило принятия решения⁵

$$\Phi(\text{E}[\tilde{x}_j], \text{Var}[\tilde{x}_j]) \geq \Phi(\text{E}[\tilde{x}_k], \text{Var}[\tilde{x}_k]) \implies A_j \succeq A_k.$$

Возможные варианты функции предпочтения будут еще рассмотрены нами более тщательно. Если мы сначала используем цифры табл. 5.7, то тогда получим

$$\text{Var}[\tilde{x}_1] = (70 - 72)^2 \cdot 0.3 + (80 - 72)^2 \cdot 0.6 + (30 - 72)^2 \cdot 0.1 = 216$$

$$\sigma[\tilde{x}_1] = \sqrt{216} = 14.697$$

$$\text{Var}[\tilde{x}_2] = (50 - 71)^2 \cdot 0.3 + (90 - 71)^2 \cdot 0.6 + (20 - 71)^2 \cdot 0.1 = 609$$

$$\sigma[\tilde{x}_2] = \sqrt{609} = 24.678.$$

Является ли сейчас более выгодным A_1 или A_2 , зависит от отношения к риску лица, принимающего решение.

Таблица 5.9. Ситуация принятия решения для иллюстрации принципа «математическое ожидание — разброс»

	Z_1 $q_1 = 0.3$	Z_2 $q_2 = 0.6$	Z_3 $q_3 = 0.1$	$\text{E}[\tilde{x}_j]$	$\text{Var}[\tilde{x}_j]$
A_1	70	80	30	72	216
A_2	50	90	20	71	609

⁵ Это правило часто называется также принципом $\mu - \sigma^2$. Естественно, однозначное правило принятия решения может иметь место лишь после уточнения функции предпочтения $\Phi(\text{E}[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}])$.

Возможные функции предпочтения. От лица, не расположенного к риску, мы должны ожидать, что он готов лишь тогда принять на себя больше риска ($\text{Var}[\tilde{x}]$), если мы сделаем это для него более привлекательным посредством более высокого математического ожидания прибыли ($\text{E}[\tilde{x}]$). Поэтому кривые изопределенностей не расположенного к риску индивидуума всегда имеют в системе координат $\text{E}[\tilde{x}] - \text{Var}[\tilde{x}]$ вид, изображенный на рис. 5.1 (слева).

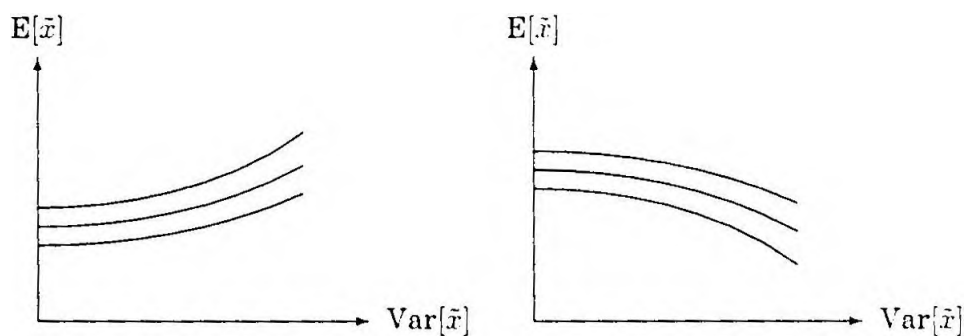


Рис. 5.1. Кривые изопределенностей инвестора, не расположенного к риску, и инвестора, расположенного к нему

Наоборот, расположенное к риску лицо готово к тому, чтобы заплатить за больший шанс ($\text{Var}[\tilde{x}]$) с определенным отказом от ожидаемой прибыли ($\text{E}[\tilde{x}]$). Поэтому кривые изопределенностей расположенного к риску лица, принимающего решения, в системе координат $\text{E}[\tilde{x}] - \text{Var}[\tilde{x}]$ имеют отрицательный наклон, как показано на рис. 5.1 (правая диаграмма).

Особенно простыми способами определения значений предпочтений являются следующие подходы:

$$\Phi(\text{E}[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}]) = \text{E}[\tilde{x}] + \alpha \cdot \text{Var}[\tilde{x}]$$

и

$$\Phi(\text{E}[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}]) = \text{E}[\tilde{x}] + \alpha \cdot \sigma[\tilde{x}].$$

При этом значение предпочтения одной альтернативы вычисляется как сумма математического ожидания и взвешенной по множителю α дисперсии или стандартного отклонения. α здесь является величиной, которая отражает степень нерасположенности или расположенности к риску. В случае нерасположенности к риску $\alpha < 0$, а в случае расположенности к риску — наоборот, $\alpha > 0$. Иногда используется и функция предпочтений

$$\Phi(\text{E}[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}]) = \text{E}[\tilde{x}] + \alpha \cdot (\text{E}[\tilde{x}]^2 + \text{Var}[\tilde{x}]).$$

Эта функция будет рассматриваться нами позднее, при изложении принципа *Бернулли*.

Пример. Если мы исходим из того, что функция предпочтения в случае, описанном в табл. 5.9, выглядит как

$$\Phi(\mathbb{E}[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}]) = \mathbb{E}[\tilde{x}] + 0.2 \cdot \sigma[\tilde{x}],$$

то тогда для альтернативы A_1 мы получаем

$$\Phi(\mathbb{E}[\tilde{x}_1], \sigma[\tilde{x}_1]) = 72 + 0.2 \cdot 14.697 = 74.94,$$

а для альтернативы A_2 —

$$\Phi(\mathbb{E}[\tilde{x}_2], \sigma[\tilde{x}_2]) = 71 + 0.2 \cdot 24.678 = 75.94.$$

Здесь нужно предпочесть альтернативу A_2 .

Возможные расхождения с принципом доминирования. Интересным является то обстоятельство, что решения, которые принимаются на основе принципа $\mu-\sigma^2$, могут нарушать принцип доминирования. Если в целях иллюстрации рассмотреть пример в табл. 5.5 на с. 225 и использовать функцию предпочтения

$$\Phi(\mathbb{E}[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}]) = \mathbb{E}[\tilde{x}] - 1.1 \cdot \sigma[\tilde{x}],$$

то тогда мы получим результат, представленный в табл. 5.10.

Таблица 5.10. Ситуация принятия решения, описывающая несовместимость принципа доминирования и принципа $\mu-\sigma^2$

	Z_1 $q_1 = 0.3$	Z_2 $q_2 = 0.5$	Z_3 $q_3 = 0.2$	$\mathbb{E}[\tilde{x}_j]$	$\sigma[\tilde{x}_j]$	$\Phi(\mathbb{E}[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}])$
A_1	50	90	20	61.0	28.0	33.20
A_2	50	85	20	61.5	25.7	33.24

Можно показать, что в приведенном примере возникает противоречие между принципом доминирования и принципом $\mu-\sigma^2$ лишь тогда, когда $\alpha < 1.087$. Отсюда можно вывести общее правило, что решение на основе математического ожидания и дисперсии совместимо с принципом доминирования только с ограничениями.

5.2.4. Принцип Бернулли

Принцип *Бернулли* был сформулирован более чем 250 лет тому назад швейцарским математиком *Даниилом Бернулли*.⁶ Его идея была в забвении до 1944 г., когда ее заново открыли *Джон фон Нейман* и *Оскар Morgenштерн*.

⁶ См. [23].

Таблица 5.11. Результаты и вероятности при Петербургской игре

s	1	2	3	...	S
x_s	2^1	2^2	2^3	...	2^S
q_s	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	...	2^{-S}

Во времена *Бернулли* правило математического ожидания было общепринятым. Но в случае с Петербургской игрой выяснилось, что нет никого, кто оценивал бы эту игру на основе правила математического ожидания. Игра проходит по следующим правилам: монета подбрасывается до тех пор, пока не выпадет орел. Если это случится при S -ом броске, то игроку выплачивается 2^S руб. Если же орел выпадет уже при первом броске, то выплачивается 2 руб. и игра заканчивается, а если монету 4 раза подбросят так, что выпадет решка, а орел выпадет лишь на пятый раз, то игрок получает $2^5 = 32$ руб., и игра объявляется законченной. Естественно, необходимо заплатить взнос за участие в этой игре. Проблема принятия решения состоит в том, чтобы установить величину этого взноса.

Наверное, не найдется никого, кто был бы готов заплатить за право участвовать в этой игре больше, чем 10 руб. Но если мы тщательнее проанализируем Петербургскую игру, то тогда выясняется, что математическое ожидание выигрыша бесконечно. Следовательно, тот кто следует правилу математического ожидания, должен быть готовым принимать участие в игре с взносом в сумме 1 млн руб. или больше. То, что математическое ожидание выигрыша Петербургской игры бесконечно велико, можно легко показать. Вероятность того, что при первом бросании («идеальной») монеты выпадет орел, равна $2^{-1} = 0.50$. Вероятность того, что это случится при втором бросании, составит $2^{-2} = 0.25$, и т. д. Теоретически существует возможность игры с любым количеством бросаний, при которых орел так и не выпадает. Правда, вероятность этого очень мала. В принципе, верна связь, изображенная в табл. 5.11. Математическое ожидание выигрыша при однократном участии в этой игре составляет

$$E[\tilde{x}] = \sum_{s=1}^S x_s q_s = \sum_{s=1}^S 2^s \cdot 2^{-s} = \sum_{s=1}^S 1 = S.$$

Поскольку, в принципе, возможно, что для выпадения орла и окончания игры необходимо осуществить бесконечное число бросков, следует рассмотреть предельную величину математического ожидания выигрыша для $S \rightarrow \infty$. Она, естественно, составляет

$$\lim_{S \rightarrow \infty} E[\tilde{x}] = \lim_{S \rightarrow \infty} S = \infty.$$

Таблица 5.12. Рисковые ситуации принятия решения

	Z_1 $q_1 = 0.4$	Z_2 $q_2 = 0.1$	Z_3 $q_3 = 0.2$	Z_4 $q_4 = 0.3$
A_1	80	70	100	90
A_2	60	90	150	80

Чтобы справиться с Петербургским парадоксом *Бернулли* предложил исходить не из математического ожидания выигрышей, а из их ожидаемой полезности.

5.2.4.1. Описание принципа

Согласно принципу *Бернулли*, проблема принятия решений в условиях риска решается в две стадии.

- С помощью функции полезности $U(\tilde{x})$ необходимо приписать зависящим от ситуации результатам x_{js} каждой альтернативы одно зависящее от ситуации значение полезности $U(x_{js})$.
- После этого следует рассчитать математические ожидания значений полезности

$$E[U(\tilde{x}_j)] = \sum_{s=1}^S U(x_{js}) q_s.$$

- Они являются важными для принятия решения значениями предпочтения. Следовательно, для двух альтернатив A_j и A_k верно

$$E[U(\tilde{x}_j)] \geq E[U(\tilde{x}_k)] \implies A_j \succeq A_k.$$

Для иллюстрации формального подхода мы используем приведенную в табл. 5.12 ситуацию принятия решения. Если имеется функция полезности⁷

$$U(\tilde{x}) = \ln \tilde{x},$$

то тогда мы можем составить матрицу полезности, исходя из табл. 5.13, и рассчитать математическое ожидание полезности. Таким образом, в примере A_1 имеет большее значение предпочтения, чем A_2 , и поэтому его нужно предпочесть. Значит, решающим различием между классическими правилами принятия решения и принципом *Бернулли* является использование функции полезности. Относящуюся к этой функции полезность мы называем *рисковой полезностью*.⁸

⁷ Мы займемся вычислением таких функций полезности чуть ниже.

⁸ В публикациях пишут также о полезности *Бернулли*, полезности *Неймана-Моргенштерна* или ожидаемой полезности.

Таблица 5.13. Матрица полезности

	Z_1 $q_1 = 0.4$	Z_2 $q_2 = 0.1$	Z_3 $q_3 = 0.2$	Z_4 $q_4 = 0.3$	$E[U(\tilde{x})]$
A_1	4.38	4.25	4.61	4.50	4.449
A_2	4.09	4.50	5.01	4.38	4.402

5.2.4.2. Определение функции полезности

Выше мы использовали функцию полезности $U(\tilde{x}) = \ln \tilde{x}$, не уделив внимания тому, как можно определить эту функцию полезности для конкретного лица, принимающего решение. Очевидно, что в функции полезности отражается индивидуальное отношение к риску данного лица, принимающего решение, так что на ее определение нужно сделать больший акцент. Перед тем как ответить на вопрос об установлении функции полезности одного индивидуума, мы должны сделать два технических предварительных замечания.

Нормирование шкалы. Первое предварительное замечание относится к нормированию шкалы, посредством которой должна измеряться полезность. Для этой цели мы задаем вопрос о том, как изменяются решения на основе принципа *Бернулли*, если мы заменим функцию полезности положительным линейным преобразованием. Мы обозначим преобразованную функцию полезности $U^*(\tilde{x})$, и тогда верно:

$$U^*(\tilde{x}) = \alpha + \beta U(\tilde{x}) \quad \text{при } \beta > 0.$$

Можно показать, что вследствие преобразования такого рода ничего не изменится при принятии решения. Предположим, что ожидаемая полезность альтернативы 1 больше, чем ожидаемая полезность альтернативы 2. Значит,

$$\begin{aligned} E[U(\tilde{x}_1)] &> E[U(\tilde{x}_2)] \\ \sum_{s=1}^S U(x_{1s}) q_s &> \sum_{s=1}^S U(x_{2s}) q_s. \end{aligned}$$

Если мы умножим обе части неравенства на положительное число β и далее прибавим к обеим частям выражение $\sum_{s=1}^S \alpha q_s$, то тогда получим

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^S \alpha q_s + \sum_{s=1}^S \beta U(x_{1s}) q_s &> \sum_{s=1}^S \alpha q_s + \sum_{s=1}^S \beta U(x_{2s}) q_s \\ \sum_{s=1}^S (\alpha + \beta U(x_{1s})) q_s &> \sum_{s=1}^S (\alpha + \beta U(x_{2s})) q_s \\ \sum_{s=1}^S U^*(x_{1s}) q_s &> \sum_{s=1}^S U^*(x_{2s}) q_s \end{aligned}$$

$$E[U^*(\tilde{x}_1)] > E[U^*(\tilde{x}_2)].$$

Видно, что при положительном линейном преобразовании функции полезности порядок предпочтения двух альтернатив сохраняется. Следовательно, в примере на с. 231 мы могли бы работать вместо функции $U(\tilde{x}) = \ln \tilde{x}$ с функцией полезности $U^*(\tilde{x}) = 123.456 + 0.789 \ln \tilde{x}$, и это не оказало бы никакого влияния на порядок предпочтения альтернатив.

Простая лотерея. Во втором предварительном замечании мы должны ввести понятие простого шанса (или простой лотереи). Под простым шансом

$$(x_1, x_2 : q, 1 - q)$$

мы имеем в виду альтернативу, при которой существуют в точности два разных результата x_1 и x_2 , из которых первый достигается с вероятностью q , а второй — с остаточной вероятностью $1 - q$. Лотерейный билет, который с 1% вероятностью приносит выигрыш в сумме 5000 руб. и с 99% вероятностью является невыигрышным, с использованием наших обозначений можно изобразить как $(5000, 0 : 0.01, 0.99)$. После этих предварительных значений обратимся к определению функции полезности лица, принимающего решение. Оно осуществляется с помощью метода, который можно назвать опросом по *Бернулли*. Метод включает четыре фазы, которые объясняются на примере табл. 5.12 на с. 231.

1. Нормирование функции полезности. Мы обозначим самый лучший результат символом \bar{x} , а самый худший результат — \underline{x} . В нашем примере это означает: $\bar{x} = x_{23} = 150$ и $\underline{x} = x_{21} = 60$. В целях упрощения мы припишем этим значениям результата значение полезности

$$U(\bar{x}) = 1$$

и

$$U(\underline{x}) = 0.$$

Следовательно, в примере табл. 5.12 верно $U(150) = 1$ и $U(60) = 0$.

2. Гипотетические акты выбора. Во второй фазе лицу, принимающему решение, предлагается выбор между

- простым шансом $(\bar{x}, \underline{x} : p, 1 - p)$ и
- альтернативой с гарантированным выигрышем x при $\bar{x} \succ x \succ \underline{x}$.

Предполагается, что лицо, принимающее решение, хочет сделать однозначный выбор. Значит, в примере табл. 5.12 нужно было бы задать вопрос о том, предпочитает ли индивидуум простой шанс $(150, 60 : 0.4, 0.6)$ гарантированному выигрышу в сумме 70. Возможны три ответа.

- $(150, 60 : 0.4, 0.6) \succ 70$.

Для лица, принимающего решение, простой шанс более привлекателен, чем гарантированный выигрыш.

- $(150, 60 : 0.4, 0.6) \sim 70$.

Для лица, принимающего решение, обе альтернативы эквивалентны.

- $(150, 60 : 0.4, 0.6) \prec 70$.

Лицо, принимающее решение, предпочитает гарантированный выигрыш простому шансу.

3. Определение вероятностей безразличия. Целью этой фазы является определение для альтернативных исходов x вероятностей p , причем такое, чтобы простой шанс и гарантированный выигрыш с точки зрения лица, принимающего решение, оказались эквивалентными, значит, в формализованном виде должно иметь место:

$$(\bar{x}, \underline{x} : p, 1 - p) \sim x.$$

Предположим, что лицо, принимающее решение, объявляет, что с его точки зрения

$$(\bar{x}, \underline{x} : 0.2, 0.8) \succ 70;$$

$$(\bar{x}, \underline{x} : 0.1, 0.9) \prec 70.$$

Тогда можно предположить, что существует вероятность между 10% и 20% (90% и 80%), с которой ему можно бы обещать самый лучший (самый худший) результат, чтобы индивидуум был готов отказаться от гарантированного выигрыша величиной в 70, такая вероятность равна примерно

$$(\bar{x}, \underline{x} : 0.15, 0.85) \sim 70.$$

Если это так при 15%, то тогда искомая вероятность безразличия составляет $p = 0.15$. Исходя из табл. 5.12, предположим, что лицо, принимающее решение, знает приведенные в табл. 5.14 вероятности безразличия.

Таблица 5.14. Гипотетические вероятности безразличия

x	60	70	80	90	100	150
p	0.00	0.15	0.30	0.45	0.60	1.00

4. Определение величины полезности. В конце необходимо определить для всех значений результата исходной матрицы соответствующие им значения полезности. На основе осуществленного в фазе 1 нормирования это сделать нетрудно. Поскольку

$$x \sim (\bar{x}, \underline{x} : p, 1 - p)$$

должно быть верным

$$U(\tilde{x}) = U(\bar{x}, \underline{x} : p, 1 - p),$$

и вследствие представленных ниже аксиом теории ожидаемой полезности⁹ можно вывести¹⁰

$$U(\tilde{x}) = U(\bar{x}, \underline{x} : p, 1 - p) = p \cdot U(\bar{x}) + (1 - p) \cdot U(\underline{x}).$$

Из-за осуществленного в первой фазе нормирования применительно к $U(\bar{x}) = 1$ и $U(\underline{x}) = 0$ это выражение сводится к

$$U(\tilde{x}) = p.$$

Иными словами, найденные в фазе 3 вероятности безразличия могут быть и непосредственно использованы как значения полезности. Если это применить к табл. 5.12, то тогда возникнет трансформированная матрица решений, представленная в табл. 5.15, и A_1 окажется опять самой лучшей альтернативой.

Таблица 5.15. Трансформированная матрица решений

	Z_1 $q_1 = 0.4$	Z_2 $q_2 = 0.1$	Z_3 $q_3 = 0.2$	Z_4 $q_4 = 0.3$	$E[U(\tilde{x})]$
A_1	0.30	0.15	0.60	0.45	0.390
A_2	0.00	0.45	1.00	0.30	0.335

Если мы изобразим графически зависимость значений полезности $U(\tilde{x})$ от выигрыша \tilde{x} , то тогда мы получим изображенные на рис. 5.2 точки, которые можно довольно просто аппроксимировать через график функции полезности $U(\tilde{x}) = 1.1133 \cdot \ln \tilde{x} - 4.5636$. Эта кривая предоставляет функцию полезности рассматриваемого в нашем примере лица, принимающего решение. На основе рассмотренного на с. 232 обстоятельства, что функцию полезности *Бернулли* можно линейно преобразовать любым образом без изменения порядка предпочтения альтернатив, можно сделать вывод, согласно которому $U^*(\tilde{x}) = \ln \tilde{x}$ является совершенно эквивалентной функцией полезности.

5.2.4.3. Виды отношений к риску

Мы различаем три разных вида отношения к риску: расположенность к риску, нейтральность к риску и нерасположенность к риску. Расположенность и нерасположенность к риску могут иметь разную интенсивность. О виде отношения к риску и о степени интенсивности «информирует» функция риска.

Расположенность к риску. О расположенности к риску в связи с принципом *Бернулли* мы говорим тогда, когда математическое ожидание простого шанса меньше, чем безрисковый эквивалент.

⁹ Ср. с. 237.

¹⁰ Доказательство можно найти в работе: [186. S. 94 и сл.].

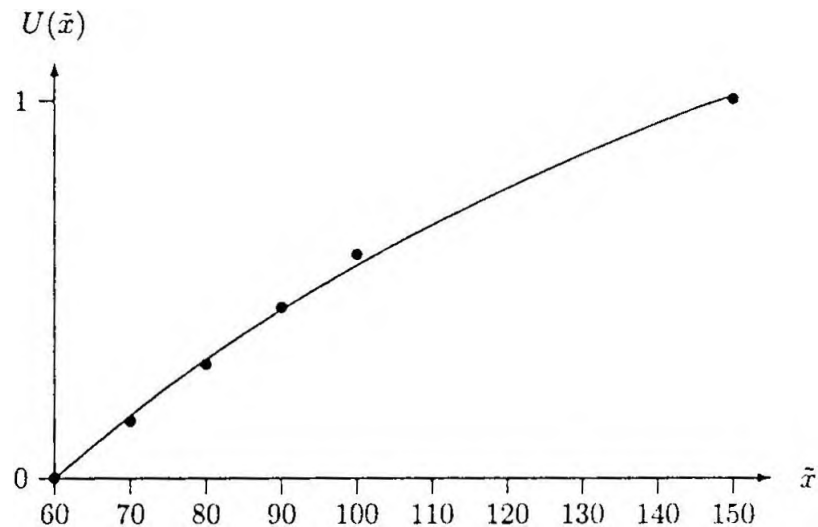


Рис. 5.2. Функция рисковой полезности

Для объяснения понятия безрискового эквивалента рассмотрим поведение лица, которое готово заплатить 5 руб. за один лотерейный билет, являющийся с 99% вероятностью проигрышным, а с 1% вероятностью обещающий выигрыш в сумме 100 руб. В формализованном виде это означает:

$$(100, 0 : 0.01, 0.99) \sim 5.$$

Безрисковый эквивалент S — это фактическая плата величиной в 5 руб., от которого отказывается покупатель лотерейного билета, чтобы купить себе шанс получить с вероятностью, равной 1%, 100 руб. Математическое ожидание лотерейного выигрыша составляет 1 руб. Значит, имеет место

$$\begin{aligned} E[\tilde{x}] &< S \\ q \cdot \bar{x} + (1 - q) \cdot \underline{x} &< S \\ 0.01 \cdot 100 + 0.99 \cdot 0 &< 5 \\ 1 &< 5. \end{aligned}$$

Следовательно, лицо расположено к риску. Непрерывная расположенность к риску будет иметь место, если функция полезности выпукла вниз.

Нейтральность к риску. Нейтральность к риску наблюдается тогда, когда математическое ожидание простого шанса соответствует безрисковому эквиваленту. Значит,

$$E[\tilde{x}] = S.$$

На примере покупки лотерейного билета такое соответствие существовало бы, если бы лицо, принимающее решение, было готово заплатить в точности 1 руб.

Нерасположенность к риску. Нерасположенность к риску имеет место тогда, когда безрисковый эквивалент меньше математического ожидания простого шанса, значит, если верно

$$E[\tilde{x}] > S.$$

Продолжим пример с лотерейным билетом: лицо, которое за билет (100, 0 : 0.01, 0.99) хочет заплатить лишь 50 коп., является не расположенным к риску. О непрерывной нерасположенности к риску говорят в том случае, если функция полезности выпукла вверх (как показано на рис. 5.2).

5.2.4.4. Аксиоматика принципа Бернулли

Принцип *Бернулли* можно обосновать на шести аксиомах. Тот, кто признает описываемые ниже шесть аксиом, должен признать и принцип *Бернулли*. Иначе он окажется непоследовательным. Вкратце изложим эти шесть аксиом.

- **Сравнимость:** для двух выигрышей x_1, x_2 верно или $x_1 \succeq x_2$, или $x_1 \sim x_2$, или $x_1 \preceq x_2$.

В этой главе мы главным образом будем рассуждать с помощью выигрышей. Мы можем представить себе под x_1, x_2, \dots и продукты питания, книги или прочие средства удовлетворения потребностей. Поэтому можно следующим образом проиллюстрировать аксиому сравнимости. Если вы, сидя в кафе, читаете меню и узнаете, что можете приобрести только два сорта мороженого, например, шоколадное и ванильное, то тогда вы должны быть в состоянии ранжировать оба эти сорта в порядке предпочтения. Вы можете предпочесть шоколадное или ванильное мороженое или же оценить оба сорта одинаково. Исключена лишь ваша неспособность сопоставить их.

- **Транзитивность:** если верно как $x_1 \succeq x_2$, так и $x_2 \succeq x_3$, то тогда верно и $x_1 \succeq x_3$.

Вернемся еще раз к примеру с выбором среди сортов мороженого: тот, кто предпочитает ванильное мороженое шоколадному и любит шоколадное мороженое больше, чем клубничное, тот должен предпочесть ванильное мороженое клубничному.

- **Непрерывность:** если верно $x_1 \succ x_2 \succ x_3$, то тогда существует вероятность q при $0 < q < 1$, такая, что верно $x_2 \sim (x_1, x_3 : q, 1 - q)$.

Если кто-либо, ранжируя в порядке предпочтения виды мороженого, поставит шоколадное мороженое между ванильным и клубничным, то он должен быть готов обменять шоколадное мороженое на лотерею, при которой он с достаточно большой вероятностью получит ванильное мороженое (и с остаточной вероятностью — клубничное).

- **Ограничение:** существует самый большой и самый маленький выигрыш (\bar{x} и \underline{x}).

Один вид мороженого предпочитается всем другим и существует вид мороженого, который нам нравится меньше всех.

- Доминирование: если $q_1 \geq q_2$, то тогда верно $(\bar{x}, \underline{x} : q_1, 1 - q_1) \succeq (\bar{x}, \underline{x} : q_2, 1 - q_2)$.

Предположим, что кто-нибудь больше всего предпочитает ванильное мороженое и меньше всего любит лимонное; тогда выбирая из двух лотерей, в которых имеются шансы «выиграть» эти виды мороженого, он должен предпочесть ту лотерею, которая «обещает» выигрыш ванильного мороженого с большей вероятностью.

- Независимость: если верно $x_1 \succeq x_2$, то тогда верно и $(x_1, x_3 : q, 1 - q) \succeq (x_2, x_3 : q, 1 - q)$.

Если ванильное мороженое нравится так же, как клубничное, то две лотереи, которые отличаются друг от друга лишь тем, что во второй место ванильного мороженого занимает клубничное, должны быть оценены вами одинаково.

5.2.4.5. Совместимость с классическими правилами принятия решения

Совместим ли принцип *Бернулли* с классическими правилами принятия решения? Ответ на вопрос зависит от формы функции полезности. Давайте рассмотрим два случая.

Линейная функция полезности. Если функция полезности линейная при

$$U(\tilde{x}) = \alpha + \beta \tilde{x} \quad (\beta > 0),$$

то принцип *Бернулли* идентичен принципу μ .¹¹ Тогда значение предпочтения одной альтернативы A_j образуется по принципу *Бернулли* как

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[U(\tilde{x}_j)] &= \sum_{s=1}^S (\alpha + \beta x_{js}) q_s = \\ &= \alpha \sum_{s=1}^S q_s + \beta \sum_{s=1}^S x_{js} q_s = \\ &= \alpha + \beta \mathbf{E}[\tilde{x}_j]. \end{aligned}$$

Поэтому всегда верно

$$\begin{array}{ll} \mathbf{E}[U(\tilde{x}_1)] > \mathbf{E}[U(\tilde{x}_2)] & \text{если} \quad \mathbf{E}[\tilde{x}_1] > \mathbf{E}[\tilde{x}_2] \\ \mathbf{E}[U(\tilde{x}_1)] = \mathbf{E}[U(\tilde{x}_2)] & \text{если} \quad \mathbf{E}[\tilde{x}_1] = \mathbf{E}[\tilde{x}_2]. \end{array}$$

Индивидуум, имеющий линейную функцию полезности, всегда нейтрален к риску. То же самое верно для индивидуума, который хочет вести себя рационально по принципу *Бернулли* и применяет принцип μ .

¹¹ Ср. к этому с. 225.

Квадратичная функция полезности. Если функция полезности квадратична

$$U(\tilde{x}) = \alpha + \beta\tilde{x} + \gamma\tilde{x}^2,$$

то имеет место совпадение принципа *Бернулли* с принципом $\mu-\sigma^2$.¹² По принципу *Бернулли* в этом случае значение предпочтения j -й альтернативы оказывается равным

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[U(\tilde{x}_j)] &= \sum_{s=1}^S (\alpha + \beta x_{js} + \gamma x_{js}^2) q_s = \\ &= \alpha + \beta \mathbf{E}[\tilde{x}_j] + \gamma \sum_{s=1}^S x_{js}^2 q_s. \end{aligned}$$

А теперь, так как дисперсия выигрыша распределена как

$$\begin{aligned} \text{Var}[\tilde{x}] &= \sum_{s=1}^S (x_{js} - \mathbf{E}[\tilde{x}])^2 q_s = \\ &= \sum_{s=1}^S (x_{js}^2 - 2x_{js} \mathbf{E}[\tilde{x}] + \mathbf{E}[\tilde{x}]^2) q_s = \\ &= \sum_{s=1}^S x_{js}^2 q_s - 2 \sum_{s=1}^S x_{js} \mathbf{E}[\tilde{x}] q_s + \mathbf{E}[\tilde{x}]^2 \sum_{s=1}^S q_s = \\ &= \sum_{s=1}^S x_{js}^2 q_s - 2\mathbf{E}[\tilde{x}] + \mathbf{E}[\tilde{x}]^2 = \\ &= \sum_{s=1}^S x_{js}^2 - \mathbf{E}[\tilde{x}]^2, \end{aligned}$$

мы можем записать следующую формулу ожидаемой полезности альтернативы

$$\mathbf{E}[U(\tilde{x}_j)] = \alpha + \beta \mathbf{E}[\tilde{x}_j] + \gamma (\mathbf{E}[\tilde{x}_j]^2 + \text{Var}[\tilde{x}_j]).$$

Похожая функция предпочтения была приведена на с. 228.

Квадратичная функция полезности имеет форму открытой вверх ($\gamma > 0$) или вниз ($\gamma < 0$) параболы, см. рис. 5.3. Неразумно предполагать, что обе ветви параболы совместно представляют функцию полезности одного лица, принимающего решения. Точнее было бы сказать, что можно всегда использовать лишь растущую ветвь, т. е. правую ветвь открытой вверх и левую ветвь открытой вниз параболы. Иначе полезность лица, принимающего решение, уменьшилась при увеличении выигрыша.

¹² Ср. к этому с. 227.

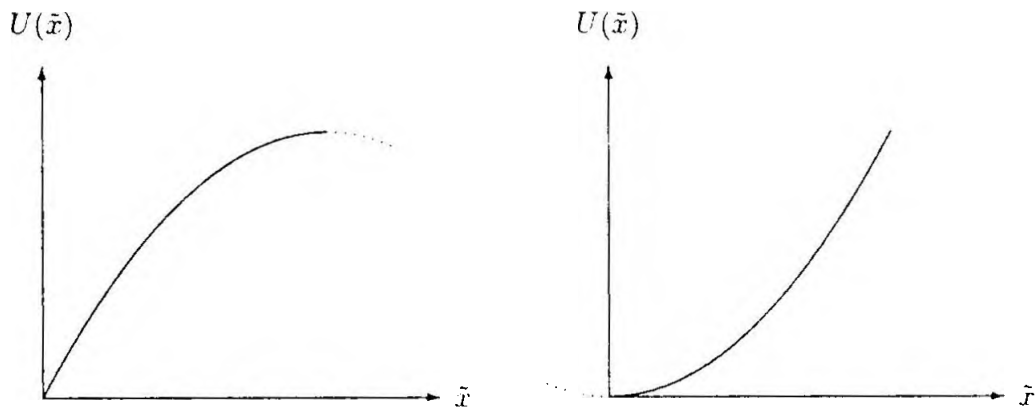


Рис. 5.3. Квадратичные функции полезности

Проиллюстрируем на примере проблематику квадратичных функций полезности. Пусть функция полезности выглядит следующим образом:

$$U(\bar{x}) = 200 - 3\bar{x} + 0.02\bar{x}^2,$$

и пусть требуется оценить альтернативу с распределением результатов

\bar{x}	190	110	80	60
q	0.2	0.3	0.1	0.4

При использовании приведенной функции полезности мы получаем следующее распределение полезности

$U(\bar{x})$	352	112	88	92
q	0.2	0.3	0.1	0.4

Полезность от $x = 60$ выше (!) полезности от $x = 80$. Это несовместимо с представлением о возрастающей по \bar{x} функции полезности и противоречит точке зрения, согласно которой большие выигрыши воспринимаются как более привлекательные, чем меньшие. Объяснение загадочного поведения функции полезности мы находим в том, что минимальное значение функции $U(\bar{x}) = 200 - 3\bar{x} + 0.02\bar{x}^2$ достигается при $x = 75$, и распределение результатов альтернативы содержит выигрышные суммы, которые как меньше, так и больше, чем это критическое значение. Поэтому использование квадратичных функций полезности и применение правила $\mu - \sigma^2 E[U(\bar{x})] = \alpha + \beta E[\bar{x}] + \gamma (E[\bar{x}]^2 + \text{Var}[\bar{x}])$ являются спорными.

5.3. Дальнейшие разработки

До сих пор мы обсуждали основополагающие принципы, с помощью которых могут приниматься решения в условиях риска. Если эти принципы были действительно основополагающими, возникает вопрос, почему мы не

должны заниматься специальными методами учета неопределенности при принятии решений об инвестициях. Вы могли бы подумать, что разработанные выше правила без ограничения можно перенести на решение этих проблем. Если же мы, несмотря на это, представим особые методы, то это связано со следующими основными причинами.

- Перенос описанного выше инструментария на решение об инвестициях приводит часто к существенным затратам труда. Связанные с ним издержки планирования оправдывают поиск более простых (может быть примитивных) методов. Здесь нужно подумать, прежде всего, о *методах корректировки*, обсуждение которых мы начнем со с. 243.
- Применение вышеописанного инструментария теории принятия решения в условиях риска выгодно в принципе лишь тогда, когда неопределенность инвестора вообще имеет значение для принятия решения. Так, например, пусть инвестор размышляет о том, выгоден ли ему проект, причем будущая цена продукта, который будет произведен на купленном при осуществлении этой инвестиции оборудовании может оказаться неизвестной. В связи с этим можно было бы порекомендовать сначала исследовать, какое вообще влияние имеет продажная цена как неопределенная величина на принятие решения. Возможно, что это влияние очень мало, так что мы можем им пренебречь. Это — постановка вопроса так называемого *анализа чувствительности*, к которому мы обратимся на с. 246.
- Во многих решениях об инвестициях необходимо учитывать существенное количество альтернативных будущих ситуаций. Если данное обстоятельство изложить на языке основной модели теории принятия решения, то оно будет сформулировано следующим образом: матрицы результатов состоят из очень большого числа столбцов, поэтому следует рассуждать о методах, с помощью которых можно обработать особенно большие матрицы результатов. В связи с этим мы, начиная со с. 251 займемся *анализом риска*.
- То, что мы не учитываем материал 3-й главы этой книги (о принятии решений, касающихся временной очередности инвестиционных мероприятий), означало пренебрежение с нашей стороны одним из аспектов инвестиционной деятельности, а именно, аспектом временной очередности инвестиционных действий. В принципе мы всегда имели перед глазами следующую картину: инвестор действует сегодня (в $t = 0$) и непосредственно после этого впадает в абсолютную пассивность. Вместо него затем действует окружающая среда и порождает (более или менее привлекательные и более или менее определенные) возвратные потоки. В действительности инвестор, естественно, и позже (в $t > 0$) остается активным.

Очередности инвестиционных мероприятий в потоке времени называются инвестиционными стратегиями. Принятие

решений о таких стратегиях мы называем последовательными инвестиционными решениями.

До тех пор пока мы работали с предположением, что не существует определенности, было не очень важно особо выделять обстоятельство последовательного инвестиционного решения.¹³ Но если мы откажемся от допущения, согласно которому принятие решения об инвестициях происходит в условиях определенности, то нам нужно обратить больше внимания на такие *последовательные решения*. Мы будем их рассматривать, начиная со с. 260.

- В рамках нашей основополагающей модели принятия решения в условиях риска мы исходили из исключających друг друга альтернатив. Представленные на основе этой предпосылки принципы нельзя без ограничения перенести на инвестиционные программные решения. Так, например, было бы неправильно придерживаться мнения, что, если мы одну половину нашего имущества вложим в рисковый проект А, а другую половину — в рисковый проект В, то такая инвестиция окажется рисковей. Ведь риски обоих проектов не обязательно должны иметь одинаковую направленность, как показывает следующий пример. Пусть проект А будет долевым участием в предприятии, которое импортирует зонтики, а проект В — долевым участием в предприятии, производящим купальники. Так как предстоящее лето может быть или жарким или дождливым, то в первом случае мы должны делать ставку на купальники, а во втором случае — на зонтики. Однако принятие решения должно произойти заранее и тот, кто высоко оценивает безопасность, «не вложит все яйца в одну корзину», а инвестирует одну часть своих денег в одно предприятие, а другую — в другое. Основные свойства проблемы принятия решения этого типа будут обсуждаться под заголовком «теории портфельного выбора» (Portfolio selection) в разделе, начиная со с. 270.
- Дальнейшие рассуждения о рисковых проектах делают акцент на концепции дисконтирования, которая нам знакома из динамических методов инвестиционных расчетов, но теперь при ее анализе явно учитывается риск. Основную идею можно описать следующим образом. При условии сбывающихся ожиданий будущего множитель дисконтирования

$$\pi_t = \frac{1}{(1 + r_f)^t}$$

можно интерпретировать как цену за один рубль, который мы получа-

¹³ В конечном счете речь всегда шла о выборе между исключающими друг друга денежными потоками независимо от того, были ли они связаны с отдельными инвестиционными действиями или с инвестиционными стратегиями.

ем в момент времени t .¹⁴ На основе логики расчета вышеприведенной формулы мы можем сказать, что это —

цена «за один рубль в будущем», которая должна быть тем меньше, чем дольше надо ждать.

А если мы сейчас учтем риск, то сразу и непосредственно станет ясно, что:

цена, которую будет платить рациональный инвестор за требование на «один рубль в году t », тем меньше, чем больше риск в году t получить меньше 1 руб. или остаться ни с чем.

Формализованно это в соответствующей формуле множителя дисконтирования отражается таким образом, что безрисковая ставка процента повышается на величину *премии за риск*, т. е.

$$\pi_t = \frac{1}{(1 + r_f + \text{премия за риск})^t}.$$

Важным вопросом является: каким образом устанавливается адекватная премия за риск?

Помимо возможности полностью предоставить определение премии за риск чутью инвестора, мы можем попытаться добыть сведения об адекватной премии риска из информации рынка капитала. В качестве фундамента для такой оценки рискованных инвестиций, ориентированных на рынок, мы нуждаемся в теории рынка капитала, которая будет представлена нами в варианте модели оценки финансовых активов (CAPM), начиная со с. 291.

А теперь мы начнем подробно излагать особые методы рассуждений об инвестициях в условиях неопределенности.

5.4. Метод корректировки

Этот метод будет рассмотрен нами лишь вкратце. На практике он весьма популярен, а теоретически довольно спорен. Выше мы видели, что тщательный анализ и решение проблемы неопределенности связаны с существенными затратами.¹⁵

Инвестор должен знать не только альтернативные будущие ситуации, которые могут стать для него фактическими, но и определить также, как

¹⁴ Ср. с. 84. Раньше мы всегда обозначали ставку процента символом i . Теперь мы используем r_f и понимаем под ним ставку процента по безрисковым активам, например, по государственной облигации.

¹⁵ Ср. с. 220 и сл.

велики вероятности наступления этих ситуаций. Он должен выяснить для себя и то, каково его собственное отношение к риску. Лишь тогда, когда все это известно, можно «вычислить», какая альтернатива оптимальна в условиях неопределенности. Некоторые придерживаются мнения, что от лица, принимающего решения, требуется слишком много, т. е. что вопрос об отношении к риску слишком обременителен для руководства предприятия. Данная проблема усложняется тем, что принятие далеко идущих решений об инвестициях принимаются не одним-единственным лицом, а обычно группой людей (руководством, комиссией по инвестициям), и что отношение к риску участвующих лиц вряд ли совпадает.¹⁶ Правда, каждое — и самое безумное — решение можно впоследствии оправдать, если мы против того, чтобы перед принятием решения объявить об отношении к риску, на основе которого мы хотим осуществить это решение.

Однако затраты, связанные с определением оптимального решения в условиях неопределенности, не всегда могут быть оправданы. При менее значительных решениях мы не всегда будем брать на себя соответствующие издержки планирования. В этих условиях понятно, что в практике предприятий популярны так называемые методы корректировки. Работать с ними легче.

5.4.1. Описание

Использование метода корректировки можно в основном описать следующим образом.

- Всем значениям оценок, которые учитываются в инвестиционном расчете, чисто интуитивно добавляются надбавки или скидки за риск. На всяком случай, поступают следующим образом:
 - первоначально оцененные поступления от продаж более или менее занижают;
 - первоначально оцененные издержки эксплуатации оборудования более или менее завышают;
 - первоначально оцененные сроки эксплуатации одного оборудования более или менее занижают;
 - первоначально установленную расчетную ставку процента более или менее завышают.
- После этого на второй стадии осуществляется один инвестиционный расчет с «полунадежными» данными «на входе».

¹⁶ Здесь мы оставим открытым вопрос о том, кем, собственно говоря, являются «участвующие лица». Если инвестор одновременно является лицом, вкладывающим капитал, то здесь важно его собственное отношение к риску. Но если менеджер действует в интересах собственников капитала, то тогда он должен был бы узнать расположенность к риску собственников, что в общем почти невозможно.

- Реализуются лишь те инвестиционные проекты, которые преодолевают это препятствие и при этом характеризуются удовлетворительными результатами, полученными в ходе расчета.

Пример. Проиллюстрируем этот метод на числовом примере. Пусть инвестор имеет плановый период, равный $T = 5$ лет, и действует на совершенном рынке капитала. Он рассуждает о том, осуществить ли инвестицию, денежный поток которой на основе первоначальных оценок составляет

$$-1000 \quad 600 \quad 500 \quad 400 \quad 300 \quad 200.$$

при этом он исходит из расчетной ставки процента, равной 15%. Чистая сегодняшняя стоимость составляет здесь

$$NPV = -1000 + \frac{600}{1.15} + \frac{500}{1.15^2} + \frac{400}{1.15^3} + \frac{300}{1.15^4} + \frac{200}{1.15^5} = 434.$$

Значит, по-видимому, мы имеем дело с довольно привлекательной инвестицией. А теперь инвестор «корректирует» значение своей оценки, так что новый денежный поток составляет

$$-1000 \quad 500 \quad 400 \quad 300 \quad 200$$

По соображениям надежности он осуществляет расчет с повышенной расчетной ставкой процента, составляющей $i = 20\%$. Чистая сегодняшняя стоимость теперь оказывается равной лишь

$$NPV = -1000 + \frac{500}{1.20^1} + \frac{400}{1.20^2} + \frac{300}{1.20^3} + \frac{200}{1.20^4} = -35.$$

Таким образом, из ранее привлекательного проекта получилась инвестиция, которая из-за ее отрицательной чистой сегодняшней стоимости не выгодна. Очевидно, что таким образом каждую инвестицию можно «досчитать до смерти».

5.4.2. Критика

Этот метод — при разумном и осторожном обращении с ним — может быть пригоден для того, чтобы в грубой форме «отделить плевелы от пшеницы», т. е. выделить особо рискованные инвестиции. Однако нужно отнестись критически к следующим аспектам.

- Метод корректировки ни в чем не ориентируется на основополагающую модель теории принятия решения: из всех будущих ситуаций, с которыми может столкнуться инвестор, в качестве фактически возможной рассматривается только самая худшая из них. Совсем не учитывается информация о положительном ходе развития событий в будущем.

- Этот метод характеризуется тем, что каждой учитываемой при расчете величине интуитивно начисляются надбавки и скидки за риск. Но при «правильном следовании интуиции» тот, кто принимает решение, остается в «одиночестве». Иными словами, ему не предоставляется ничего, на что он мог бы ориентироваться. Поэтому данный метод содержит существенную степень свободы в отрицательном смысле.
- Данные, которые входят в инвестиционный расчет, обычно приобретаются из разных отделов предприятия. Одни цифры (цены продажи, объем сбыта) предоставляются отделом сбыта, другие цифры предоставляются технической сферой, третьи цифры (например, цена за сырье) — отделом снабжения. А если все эти «поставщики данных» по своему усмотрению производят надбавки и скидки за риск, то «центральное звено» не сможет принять рационально обоснованные решения. Итак, тогда необходимо принимать решения о неопределенности в условиях неопределенности.

Нельзя справиться с неопределенностью так, что все платежи будут нами увеличены или уменьшены на $x\%$, а после этого мы будем думать, что имеем в распоряжении «надежные данные». Лучший путь состоит в том, чтобы сделать неопределенность прозрачной, т. е. определенной. Поэтому нельзя ожидать, что метод корректировки гарантирует особо результативную инвестиционную политику, соответствующую отношению инвестора к риску.

5.5. Анализ чувствительности

Результат инвестиционного расчета (= значение «на выходе») зависит от нескольких значений «на входе». Так, например, на такие

- значения «на выходе», как
 - остаточное имущество,
 - уровень изъятия или
 - чистая сегодняшняя стоимость;
- влияют следующие значения «на входе»
 - денежные потоки инвестиций,
 - ставки процента по заимствованиям и инвестированиям, расчетные ставки процента,
 - базовые платежи,
 - запланированные изъятия и запланированное остаточное имущество.

Названные здесь значения «на входе» зависят, в свою очередь, от других переменных, которые можно назвать производными значениями «на входе». Так, например, денежный поток инвестиций определяется ожидаемым

объемом сбыта, чистой ценой продажи, ставкой заработной платы, ценой на сырье и т. д. А если некоторые или все данные «на входе» ненадежны, то возникает вопрос о том, насколько чувствительно реагирует результат расчета на изменение значений «на входе». Это постановка основной проблемы анализа чувствительности.

При анализе чувствительности задают вопрос о том, насколько чувствительно (сильно) реагируют значения «на выходе» инвестиционного расчета на изменения одного или нескольких значений «на входе».

5.5.1. Описание

Анализ чувствительности можно осуществить либо в отношении одного, либо в отношении нескольких значений «на входе».

Анализ чувствительности в отношении одного значения «на входе». Если в целом n данных «на входе» значимы для расчета интересующей нас целевой величины, то при этой форме анализа чувствительности $n - 1$ таких значений принимаются как надежные, и только одно-единственное — как неопределенное. При этом необходимо пройти четыре стадии:

- 1) выбор предположенных в качестве неопределенных значений «на входе» (например, объема сбыта, цены продажи, длительности проекта, цен производственных факторов);
- 2) формулировка модели для расчета интересующих нас значений «на выходе» в зависимости от анализируемого значения «на входе»;
- 3) определение интервала колебания значения «на выходе» через установку границ, за которые целевая величина не должна перешагнуть или которые она не должна достичь;
- 4) аналитическое или числовое определение вытекающего из этого интервала колебания для анализируемого значения «на входе».

Пример. Пусть инвестор владеет ликвидными средствами величиной $M_0 = 800$, имеет плановый период, $T = 3$ года, и действует на несовершенном рынке капитала с постоянными ставками процента по инвестированию, величиной $h = 0.1$ и по заимствованию, величиной $s = 0.2$. Его целью является максимизация уровня своих изъятий Y при постоянстве временной структуры и при заранее заданном остаточном имуществе в объеме $C_T = 800$. Этот инвестор рассуждает об инвестиции, которая приведет сегодня с определенностью к выплатам, величиной в $z_0 = -1000$ (единовременные инвестиционные расходы). Далее, в следующие три года инвестор учитывает гарантированные объемы сбыта в сумме $x_1 = 120$, $x_2 = 100$ и $x_3 = 80$. Он предполагает, что текущие расходы предприятия за единицу продукции составят гарантированно $k = 5$ денежных единиц. Минимальный доход, в котором он

нуждается для удовлетворения своих потребительских запросов, составляет $\underline{Y} = 50$. Максимум ему нужно $\bar{Y} = 200$.

Вопрос формулируется следующим образом: внутри какого интервала должна колебаться цена продукта p , чтобы \underline{Y} не оказался бы превышен, а \bar{Y} не был бы не достигнут?

Решение. Чтобы ответить на этот вопрос, мы можем поступить следующим образом.

1. В качестве ненадежных данных «на входе» нам следует трактовать цену продукта p .
2. Денежный поток инвестиции в зависимости от цены продукта вытекает из формулы

$$z_0 = -1000$$

$$z_1 = x_1(p - k)$$

$$z_2 = x_2(p - k)$$

$$z_3 = x_3(p - k).$$

Все остальные данные для расчета уровня дохода, а именно базовые платежи, плановый период, проценты по заимствованию и по инвестированию, вектор структуры дохода, а также желаемое остаточное имущество заданы.

3. Интервал колебания значения «на выходе» Y дан при \underline{Y} и \bar{Y} . Теперь мы ищем допустимый интервал колебания для p , что гарантирует уровень изъятия между 50 и 200.
4. Так как невозможно разработать явную формулу для уровня изъятий одной инвестиции при условии несовершенного рынка капитала,¹⁷ анализ чувствительности нельзя осуществить алгебраически. Мы должны работать с цифрами. Искомый интервал колебания лежит между \bar{p} и \underline{p} , причем при \bar{p} достигается уровень доходов в сумме $\bar{Y} = 200$, а \underline{p} снизит уровень доходов до $\underline{Y} = 50$. Как \bar{p} , так и \underline{p} должны быть определены аналогично вышеописанным моделям дохода с помощью поиска вручную или с помощью разработанной именно для этого случая поисковой программы.

В данном примере мы получаем $\bar{p} = 11.09$ и $\underline{p} = 8.96$, что сразу можно проверить:

- При цене $\bar{p} = 11.09$ денежный поток выглядит как

$$z_0 = -1000, \quad z_1 = 731.32 \quad z_2 = 609.43 \quad z_3 = 487.54,$$

и инвестор достигает уровня изъятий в сумме $\bar{Y} = 200$, как это демонстрирует следующий расчет:

$$C_0 = 800 - 1000 - 200 = -400$$

¹⁷ Ср. с. 70 и сл.

$$C_1 = 731.32 - 200 - 1.2 \cdot 400 = 51.32$$

$$C_2 = 609.43 - 200 + 1.1 \cdot 51.32 = 465.88$$

$$C_3 = 487.54 - 200 + 1.1 \cdot 465.88 = 800.$$

- Если цена составляет $\underline{p} = 8.96$, то тогда отсюда будет получен денежный поток с суммами

$$z_0 = -1000 \quad z_1 = 475.60 \quad z_2 = 396.33 \quad z_3 = 317.06,$$

и доход инвестора, равный $\underline{Y} = 50$, как показывает следующий расчет:

$$C_0 = 800 - 1000 - 50 = -250$$

$$C_1 = 475.60 - 50 - 1.2 \cdot 250 = 125.60$$

$$C_2 = 396.33 - 50 + 1.1 \cdot 125.60 = 484.49$$

$$C_3 = 317.06 - 50 + 1.1 \cdot 484.49 = 800.$$

Следовательно, такое значение «на входе», как «цена продажи», в данном случае не должна быть меньше 8.96 и больше 11.09, если инвестор хочет, чтобы его доход находился между 200 и 50.

Другими важными значениями «на входе», которые могут значительно повлиять на результат расчета, помимо цены продажи, могут быть объемы сбыта и длительность инвестиций предприятий. В рамках вопроса о критическом значении длительности речь идет о том, чтобы выяснить, как минимально долго следует эксплуатировать инвестиционный объект, чтобы достичь определенного результата. Эта проблема уже обсуждалась выше при описании окупаемости проекта.¹⁸

Анализ чувствительности в отношении нескольких значений «на входе». Как правило, мы можем исходить из того, что «на входе» не определены не одно, а несколько значений. В этих случаях анализа чувствительности лишь в отношении одного-единственного фактора уже недостаточно. Но при формализованном подходе в анализе чувствительности из-за «перехода» к нескольким значениям «на входе» вообще ничего не изменяется. Опять необходимо пройти четыре стадии:

- 1) выбор предположенных в качестве неопределенных значений «на входе» (например, объема сбыта и цены продажи);
- 2) формулировка инвестиционной модели для расчета интересующих нас значений «на выходе» в зависимости от анализируемого значения «на входе»;
- 3) определение интервала колебания значения «на выходе» через установку его верхних или нижних границ;
- 4) аналитическое или числовое определение вытекающих отсюда интервалов колебания значений «на входе».

Теперь мы опять продемонстрируем метод на простом примере.

¹⁸ Ср. с. 33 и сл.

Пример. Инвестор с плановым периодом, равным $T = 2$ годам, действует на несовершенном рынке капитала, на котором господствует расчетная ставка процента, равная $i = 0.07$. Он анализирует чистую сегодняшнюю стоимость инвестиционного проекта, предполагающего единовременный отток средств в размере $z_0 = -800$ и определенные удельные текущие расходы (т. е. расходы в расчете на единицу продукции) в размере $k = 4$ руб. Цена продукта p и объем сбыта x не зависят друг от друга и являются негарантированными величинами.

Вопрос формулируется следующим образом: какая комбинация p и x гарантирует инвестору чистую сегодняшнюю стоимость, по меньшей мере равную нулю? (При этом мы исходим из постоянного во времени объема сбыта).

Решение. Формула чистой сегодняшней стоимости в общем виде выглядит как

$$NPV = \sum_{t=0}^T z_t (1+i)^{-t},$$

и в этом особом случае

$$NPV = z_0 + (p - k)x(1+i)^{-1} + (p - k)x(1+i)^{-2}.$$

Значения NPV , z_0 , k и i заданы. Отсюда получаем

$$0 = -800 + (p - 4)x1.07^{-1} + (p - 4)x1.07^{-2}.$$

Теперь мы ищем допустимые комбинации для p и x , которые возможны согласно вышеприведенному уравнению. Преобразование дает

$$\begin{aligned} 915.92 &= 1.07x(p - 4) + x(p - 4) = \\ &= 2.07xp - 8.28x \\ x &= \frac{442.47}{p - 4}. \end{aligned}$$

Если мы составим с помощью этой формулы таблицы значений и нанесем соответствующие цифры в систему координат p - x , то образуется кривая, начерченная на рис. 5.4.

В заштрихованной области рисунка находятся все комбинации «цена — объем», при которых инвестор в данном примере достиг бы положительной чистой сегодняшней стоимости. Если «на входе» необходимо исследовать больше двух значений, то результаты анализа чувствительности уже не удастся проиллюстрировать в двумерном пространстве. В этом случае рекомендуется обозначить интервалы колебания значений «на входе» и проследивать воздействия таких колебаний на значения «на выходе» в форме таблицы.

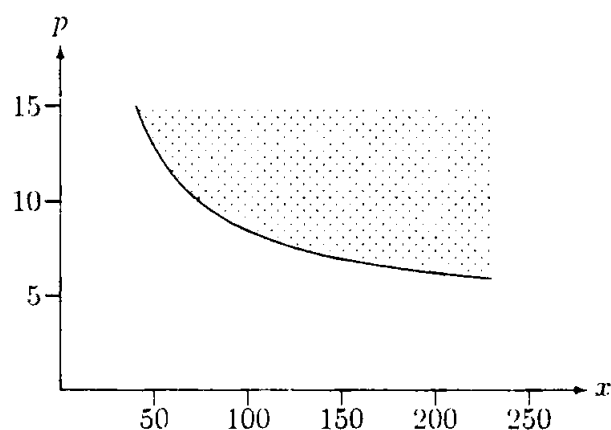


Рис. 5.4. Анализ чувствительности чистой сегодняшней стоимости одной инвестиции к цене продажи и объему сбыта

5.5.2. Критика

Анализ чувствительности непригоден для работы с проблемами принятия решений в условиях неопределенности. Несмотря на это мы можем назвать его полезным. Дело в том, что он обеспечивает информацию о том, является ли неопределенность значимой или нет для решения рассматриваемой проблемы.

Если мы выясним, что область колебания значений «на выходе» так мала, что не влияет на принятие решения в пользу той или иной инвестиционной альтернативы, то, очевидно, мы можем решить данную проблему посредством методов, основанных на идее, согласно которой ожидания гарантированно сбудутся. Если, наоборот, неопределенность окажется значимой, то анализ чувствительности не дает нам сведений о том, что нам следует делать дальше. Но тогда мы, очевидно, можем ограничиться при наших рассуждениях теми значениями «на входе», которые являются существенными для проблемы принятия решения.

5.6. Анализ риска

Цель анализа риска состоит в том, чтобы вывести распределение вероятностей значения «на выходе» инвестиционного расчета (например, остаточного имущества, уровня изъятия, чистой сегодняшней стоимости и т. д.) из надежных и ненадежных сведений посредством значимых данных «на входе».

5.6.1. Описание

Анализ риска может осуществляться или с помощью аналитических методов или с помощью имитационного компьютерного моделирования. Далее мы ограничимся изложением второго способа, так как применение аналитических методов¹⁹ привязано к особым и весьма ограничительным условиям.²⁰ Напротив, использование имитационного моделирования с помощью ЭВМ основывается на менее радикальных допущениях. Этот метод был предложен Герцем²¹ и с тех пор нашел много последователей. Метод состоит из следующих шести стадий.

1. Выбор данных «на входе», трактуемых как ненадежные (например, объем сбыта, цена продажи, выплаты персоналу, другие текущие эксплуатационные расходы, постоянные расходы, связанные с проектом, выручка от ликвидации и т. д.).
2. Оценка распределения вероятностей ненадежных данных «на входе». Это могло бы выглядеть при непрерывно распределенном значении «на входе» (например, цены продажи) таким образом, как изображено на рис. 5.5. Лицо, принимающее решение, считает, что цена продукта находится между 2.50 руб. и 4.50 руб. Оно может назвать для трех интервалов цены вероятности и при этом предполагает для всех цен внутри этих интервалов одинаковую вероятность.

Интервал	Вероятность
От 2.50 до менее чем 3.20	0.167
От 3.20 до менее чем 4.00	0.500
От 4.00 до менее чем 4.50	0.333

Графически это распределение изображено на рис. 5.5.

3. Генерирование данных «на вход». На этой стадии анализа риска из надежных и ненадежных данных «на входе» с помощью имитационного метода Монте-Карло осуществляется набор значений «на входе», зная которые, можно рассчитать интересующие инвестора целевые величины (например, чистую сегодняшнюю стоимость, остаточное имущество, уровень доходов).

При этом создание ненадежных данных «на входе» происходит следующим образом: на первой стадии мы производим равно распределенные псевдослучайные числа r между 0 и 1, т. е. $0 \leq r \leq 1$. На второй стадии эти случайные числа преобразуются в нужные значения «на входе» согласно распределению вероятностей каждой величины «на входе» с помощью подходящих формул. Значит, если нам нужны данные о, например, 100 ценах продажи, которые соответствуют представленному в рис. 5.5 распределению, то тогда мы выберем 100 случайных цифр и

¹⁹ Например, подход, разрабатываемый в работе [138].

²⁰ См. по этому, например [34. S. 70–193].

²¹ См. [132].

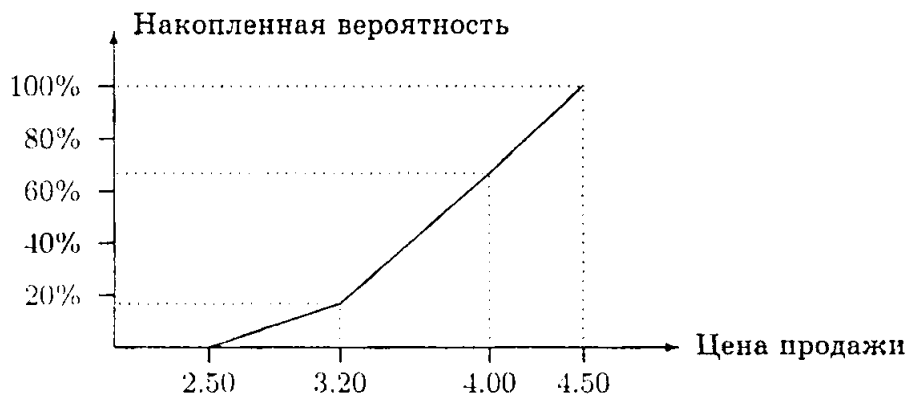


Рис. 5.5. Распределение вероятностей непрерывного значения «на входе» (цены продажи)

преобразуем из них

$$17 \text{ по формуле } p_i = 2.50 + 0.7r_i$$

$$50 \text{ по формуле } p_i = 3.20 + 0.8r_i$$

$$33 \text{ по формуле } p_i = 4.00 + 0.5r_i$$

в случайно распределенные цены продажи. Все ЭВМ сегодня оснащены генераторами случайных чисел, которые имеют подходящие статистические свойства (прежде всего, большой период и малую ранговую корреляцию).

4. Расчет целевого для инвестора значения «на выходе» (например, чистой сегодняшней стоимости и т. д.) на основе генерированных на третьей стадии данных «на входе».
5. Продолжение стадий 3 и 4, осуществляемое до тех пор, пока не стабилизируется распределение целевых величин. Таким образом, мы получим распределение частоты значения «на выходе» и приостановим имитацию тогда, когда среднее арифметическое целевой величины и ее относительная частота при дальнейших имитациях уже существенно не изменятся.
6. Определение относительной частоты значения «на выходе». Эти относительные частоты соответствующих целевых величин приблизительно совпадают с искомыми распределениями вероятностей.

5.6.2. Конкретизация метода

Далее мы проиллюстрируем метод анализа риска на числовом примере.

Рамочные условия, надежные данные «на входе». Инвестор имеет ликвидные средства в объеме $M_0 = 14000$. Других базовых платежей нет. Его пла-

новый период равен $T = 5$ лет, при этом инвестор намерен максимизировать уровень своих ежегодных изъятий при заданном остаточном имуществе в сумме 14 000. Изъятия каждый год должны повышаться на 5 процентных пунктов. В момент времени $t = 0$ изъятия не будут осуществляться. Рынок капитала не совершенен, причем проценты по инвестированию составляют 5%, а проценты по заимствованию 8%. Инвестор может выбирать между двумя альтернативами — проектом А и проектом В, которые предполагают единовременный отток средств в сумме соответственно 22 000 и 26 500.

Ненадежные данные «на входе». Возвратные потоки обеих инвестиций неизвестны с определенностью. Но денежный поток в момент времени t всегда зависит от следующих шести факторов:

- c_t — постоянные производственные расходы;
- l_t — расходы на зарплату на единицу продукции;
- m_t — расходы на производственный материал на единицу продукции;
- n — срок эксплуатации инвестиционных объектов;
- p_t — цена продажи продукта;
- x_t — объем сбыта продукта.

Обо всех этих величинах «на входе» существуют лишь ненадежные сведения, о деталях которых мы скажем ниже. Но всегда верна связь:

$$z_t = \begin{cases} (p_t - l_t - m_t)x_t - c_t, & \text{если } t \leq n \\ 0, & \text{если } t > n \end{cases} \quad (5.1)$$

или вербально: возвратный поток равен маржинальному доходу, умноженному на объем сбыта за вычетом постоянных производственных выплат, до тех пор, пока проект реализуется. Более конкретно, инвестор предполагает о ненадежных факторах следующее.

Постоянные производственные выплаты. Независимые от объема производства текущие расходы в ходе эксплуатации проекта будут на протяжении лет однозначно увеличиваться. Инвестор может задать диапазон, внутри которого будут находиться выплаты в отдельные годы (табл. 5.16). Но он не может уточнить вероятности отдельных областей этих диапазонов. Значит каждая величина внутри данных интервалов имеет одинаковую вероятность.

Расходы на зарплату и материалы на единицу продукции. В отношении текущих расходов на единицу продукции инвестор имеет различную информацию. Он может разделить значимый диапазон на три области и оценить их вероятности, см. табл. 5.17.

Таблица 5.16. Распределение постоянных производственных выплат

Момент времени t	Проект А	Проект В
1	от 2800 до 3200	от 1600 до 1900
2	от 2900 до 3200	от 1700 до 2000
3	от 3000 до 3400	от 1700 до 2000
4	от 3300 до 3700	от 1800 до 2200
5	от 3900 до 4600	от 2200 до 2500

Таблица 5.17. Распределение текущих расходов на единицу продукции

Расходы по заработной плате							
t	Проект А			Проект В			
1	руб.	от 20 до 25	от 25 до 28	от 28 до 32	от 25 до 28	от 28 до 30	от 30 до 34
	w	0.2	0.4	0.4	0.3	0.3	0.4
2	руб.	от 27 до 29	от 29 до 32	от 32 до 36	от 19 до 23	от 23 до 27	от 27 до 32
	w	0.3	0.4	0.3	0.3	0.4	0.3
3	руб.	от 20 до 25	от 25 до 28	от 28 до 32	от 25 до 28	от 28 до 30	от 30 до 34
	w	0.2	0.4	0.4	0.3	0.3	0.4
4	руб.	от 20 до 23	от 23 до 26	от 26 до 28	от 19 до 23	от 23 до 27	от 27 до 32
	w	0.5	0.4	0.1	0.3	0.4	0.3
5	руб.	от 20 до 25	от 25 до 28	от 28 до 32	от 20 до 25	от 25 до 28	от 28 до 32
	w	0.5	0.4	0.1	0.1	0.4	0.5
Расходы на материал							
1	руб.	от 15 до 18	от 18 до 22	от 22 до 26	от 22 до 24	от 24 до 26	от 26 до 27
	w	0.3	0.4	0.3	0.5	0.3	0.2
2	руб.	от 24 до 26	от 26 до 28	от 28 до 30	от 15 до 18	от 18 до 22	от 22 до 25
	w	0.3	0.4	0.3	0.3	0.4	0.3
3	руб.	от 17 до 18	от 18 до 22	от 22 до 26	от 22 до 24	от 24 до 26	от 26 до 27
	w	0.3	0.4	0.3	0.4	0.3	0.3
4	руб.	от 20 до 22	от 22 до 25	от 25 до 27	от 15 до 18	от 18 до 22	от 22 до 25
	w	0.4	0.4	0.2	0.3	0.4	0.3
5	руб.	от 15 до 18	от 18 до 22	от 22 до 26	от 15 до 18	от 18 до 22	от 22 до 26
	w	0.4	0.4	0.2	0.1	0.4	0.5

Срок эксплуатации инвестиционных объектов. Применительно к проекту А ожидается, что экономический срок эксплуатации может варьировать между тремя и пятью годами. А проект В, по мнению инвестора, будет реализовываться, по меньшей мере, 4 года. Более конкретно, предполагаются следующие значения вероятностей.

	Проект А	Проект В
$n = 3$	0.1	0.0
$n = 4$	0.3	0.3
$n = 5$	0.6	0.7

Цена продажи продукта. На обоих видах оборудования производится единый с точки зрения клиента продукт, вероятностные распределения цен продажи которого в отдельные моменты времени планового периода характеризуются данными, приведенными в табл. 5.18.

Таблица 5.18. Распределение цен продажи продукта

t				
1	руб. w	от 75 до 90 0.3	от 90 до 105 0.5	от 05 до 120 0.2
2	руб. w	от 75 до 85 0.2	от 85 до 95 0.4	от 95 до 110 0.4
3	руб. w	от 75 до 82 0.2	от 82 до 90 0.5	от 90 до 100 0.3
4	руб. w	от 70 до 75 0.2	от 75 до 85 0.5	от 85 до 100 0.3
5	руб. w	от 70 до 75 0.2	от 75 до 85 0.5	от 85 до 100 0.3

Объем сбыта продукта. Предполагается, что цены продукта и объем сбыта зависят друг от друга. Исследования рынка дают повод предположить, что можно увеличить сбыт, если снизить цены. Но функциональная зависимость между ценой и объемом сбыта точно неизвестна, см. рис. 5.6.

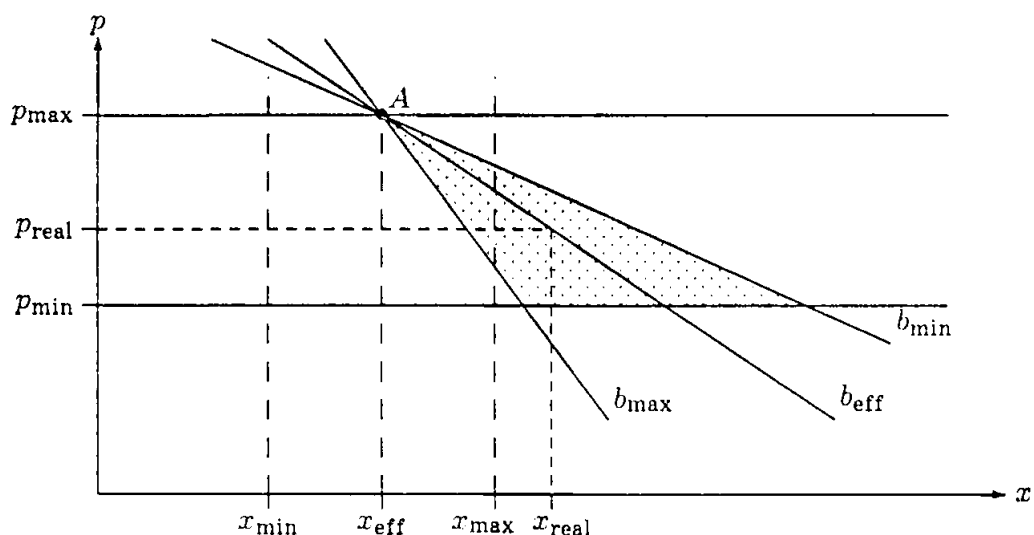


Рис. 5.6. Зависимость объема сбыта от цены продажи в рамках рискового анализа

В теории управления запасами функциональная зависимость между обеими величинами изображается с помощью функции «цена — объем сбыта».

Чем выше цена p , тем меньше объем сбыта x . Если мы исходим из того, что рассматриваемая функция линейна, то ее можно описать посредством формулы:

$$p = a - bx.$$

При этом a является отрезком оси, на которой функция «цена — объем сбыта» пересекает ось p , и b — это наклон функции. Параметры a и b для инвестора из нашего числового примера являются ненадежными данными. Однако лицо, принимающее решения, может предоставить следующие сведения: диапазоны объемов сбыта, которые можно ожидать в том случае, если инвестор в определенном моменте времени планового периода может установить максимальную цену (p_{\max}) в соответствии с табл. 5.18. Эти диапазоны находятся между x_{\max} и x_{\min} на рис. 5.6. Их конкретные значения приведены в табл. 5.19. Но о конкретных вероятностях значений инвестор ничего не может сказать. Значит, все значения одинаково вероятны. Кроме

Таблица 5.19. Распределение объема сбыта при использовании наивысшей цены

Момент времени t	Объем сбыта
1	от 180 до 250
2	от 180 до 250
3	от 200 до 250
4	от 200 до 250
5	от 200 до 250

того, инвестор может назвать приблизительный наклон функции «цена — объем сбыта». Но и здесь он может лишь описать диапазоны, см. табл. 5.20.

Таблица 5.20. Распределение наклонов функции «цена — объем сбыта»

Момент времени t	Наклоны
1	от -0.15 до -0.22
2	от -0.20 до -0.25
3	от -0.20 до -0.25
4	от -0.22 до -0.25
5	от -0.22 до -0.25

Из всей этой информации мы можем в случае данного примера, осуществив имитационное моделирование, вывести конкретное множество объемов сбыта. При этом необходимо пройти через следующие стадии.

- Генерирование случайной величины между x_{\min} и x_{\max} . Посредством этого мы получаем x_{eff} , эффективный (фактический) объем сбыта,

при использовании наивысшей цены p_{\max} этого периода (точка А на рис. 5.6).

- Генерирование случайной величины между b_{\min} и b_{\max} . Таким образом, мы получаем b_{eff} , эффективный (фактический) наклон функции «цена — объем сбыта» для данного периода.
- Создание эффективной функции «цена — объем сбыта» как линейной функции с наклоном b_{eff} , проходящей в точку А на рис. 5.6, с помощью формулы «точка — наклон».
- Генерирование случайной величины для цены, находящейся между p_{\min} и p_{\max} , в соответствии с приведенными в табл. 5.18 вероятностями (p_{real}).
- Выведение соответствующего объема сбыта (x_{real}) с помощью эффективной функции «цена — объем сбыта».

Этот метод показывает, что в рамках анализа риска можно предположить ненадежность не только независимых друг от друга факторов (как, например, l_t и m_t), но и зависимых друг от друга данных «на входе» (в данном случае — p_t и x_t).

Результаты. В качестве результатов имитационного моделирования были выведены представленные в табл. 5.21 распределения частоты уровней изъятия обоих проектов. В данном примере было достаточно 500 имитационных экспериментов, так как относительные частоты при увеличении этой цифры изменились лишь незначительно. Если мы проинтерпретируем относительные частоты как обоснованные значения оценки вероятностей, то из табл. 5.21 без труда можно вывести следующую информацию для каждого инвестиционного проекта.

Математическое ожидание уровня дохода. Если мы обозначим среднее значение данного класса Y_s и вероятности попадания дохода в данный класс q_s , то математическое ожидание определяется по формуле:

$$E[\tilde{Y}] = \sum_{s=1}^S Y_s q_s.$$

В данном случае при реализации проекта А мы получаем ожидаемый доход в сумме $E[\tilde{Y}_A] = 2005.10$ и для проекта В — доход $E[\tilde{Y}_B] = 2401.65$.

Разброс уровня доходов. Среднее квадратическое отклонение уровня доходов образуется по формуле:

$$\sigma[\tilde{Y}] = \sqrt{\sum_{s=1}^S (Y_s - E[\tilde{Y}])^2 q_s}.$$

В данном случае для проекта А мы получаем значение $\sigma[\tilde{Y}_A] = 772.16$, а для проекта В — значение $\sigma[\tilde{Y}_B] = 810.13$. Эта информация позволяет сде-

Таблица 5.21. Распределение частоты уровней доходов при 500 имитациях для каждого проекта

Уровень доходов Y		Середина класса	Проект А		Проект В	
нижняя граница классов	верхняя граница классов		абсолютная частота	относительная частота	абсолютная частота	относительная частота
от -1083.11	до -713.88	-898.50	0	0.000	1	0.002
от -713.88	до -344.65	-529.27	2	0.004	1	0.002
от -344.65	до 24.57	-160.04	2	0.004	1	0.002
от 24.57	до 393.80	209.18	9	0.018	5	0.010
от 393.80	до 763.02	578.41	17	0.034	6	0.012
от 763.02	до 1132.25	947.64	38	0.076	14	0.028
от 1132.25	до 1501.48	1316.86	55	0.110	41	0.082
от 1501.48	до 1870.70	1686.09	83	0.166	57	0.114
от 1870.70	до 2239.93	2055.32	91	0.182	61	0.122
от 2239.93	до 2609.16	2424.54	91	0.182	103	0.206
от 2609.16	до 2978.38	2793.77	63	0.126	85	0.170
от 2978.38	до 3347.61	3162.99	36	0.072	75	0.150
от 3347.61	до 3716.83	3532.22	12	0.024	34	0.068
от 3716.83	до 4086.06	3901.45	1	0.002	11	0.022
от 4086.06	до 4455.29	4270.67	0	0.000	4	0.008
от 4455.29	до 4824.51	4639.90	0	0.000	1	0.002
			500	1.000	500	1.000

лать выбор между этими двумя альтернативами, который соответствует вышеописанным основополагающим принципам теории принятия решений.²² Табл. 5.21 является не чем иным, как представленной в сжатом виде матрицей результатов.

Полезно суммировать найденные с помощью имитационного моделирования вероятности и изобразить их в системе координат, при этом уровень доходов откладывается по оси абсцисс, а накопленные вероятности — по оси ординат, ср. рис. 5.7. В итоге мы получим имитационные распределения вероятностей применительно к обоим проектам. В обсуждаемом здесь примере значения функции инвестиций В (почти) на всем протяжении интервала доходов являются меньше соответствующих значений функции инвестиций А. Следовательно, если при любой вероятности задать вопрос, какой уровень дохода в наилучшем случае обещает инвестиция, то проект А (почти) всегда окажется менее привлекательным. Поэтому мы можем констатировать, что по критерию стохастического доминирования (второго порядка) нужно предпочесть проект В.²³

²² Ср. с. 220 и сл.

²³ По поводу концепции стохастического доминирования см. [186. S. 123–135].

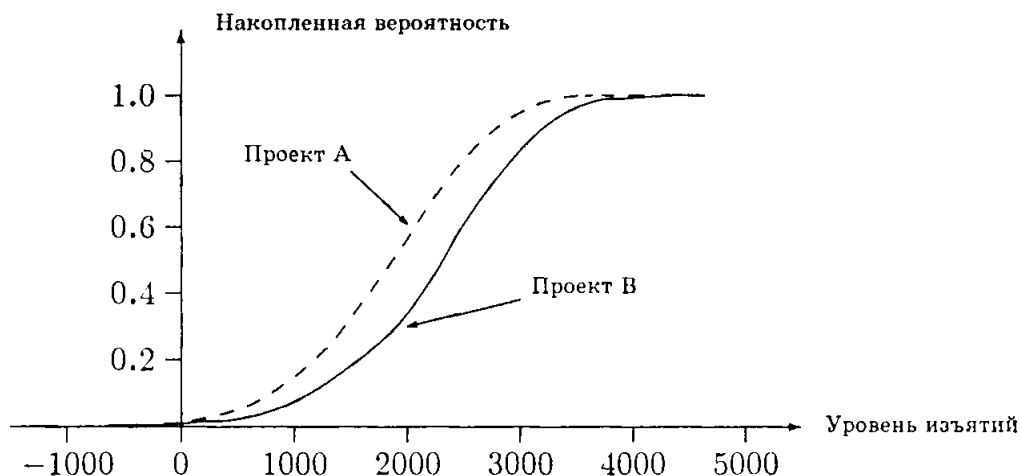


Рис. 5.7. Имитированное распределение вероятностей уровня изъятия при осуществлении двух инвестиций

5.6.3. Критика

Метод анализа риска имеет следующие преимущества и недостатки.

- Данный метод ориентируется на основополагающую модель принятия решения. Это позволяет учесть большое число альтернативных будущих ситуаций без необходимости явного отражения всех возможных вариантов будущего развития событий в рамках матрицы результатов, составление которой требует больших затрат.
- Из результатов анализа риска можно извлечь информацию, которая позволяет принять решения на основе классических принципов (принятия решения) или принципа *Бернулли*.
- Метод анализа риска позволяет обработать ненадежные данные как в отношении независимых друг от друга, так и в отношении зависящих друг от друга факторов.
- Метод анализа риска можно применить — если он осуществляется в виде имитационного моделирования — лишь с помощью компьютеров.

На основе преимущественно положительных свойств метода анализа риска на практике этот метод применяется все чаще, прежде всего при рассмотрении больших проектов.

5.7. Последовательные инвестиционные решения

В рамках последовательных инвестиционных решениях речь идет о том, чтобы выбрать оптимальную очередность инвестиций в потоке времени. Приведем классический пример: должен ли инвестор купить сегодня мощ-

ное оборудование или он должен сначала установить небольшие производственные мощности и позже, если это окажется необходимым, расширить их?

Для представления основных проблем последовательных инвестиционных решений в условиях риска и методов их решения целесообразно начать с простого примера.

5.7.1. Пример, иллюстрирующий основы аргументации

Давайте рассмотрим поведение инвестора с плановым периодом, равным $T = 2$ года, и с базовым денежным потоком, составляющим $(M_0, M_1, M_2) = (65, -10, 90)$. Инвестор стремится к максимальным постоянным изъятиям при остаточном имуществе в объеме 140. Рынок капитала является несовершенным при ставках процента по заимствованию, равным 12%, и ставках процента по инвестированию, равным 6%.

Возможности инвестиций и дезинвестиций. Инвестор может в момент времени $t = 0$ установить либо малый объект (K), либо большой (G). В момент времени $t = 1$ он может или расширить малый объект (KG), или уменьшить большой объект (GK), или вообще ничего не делать (NT). При осуществлении этих мероприятий в моменты времени $t = 0$ и $t = 1$ возникают платежи, приведенные в табл. 5.22.

Таблица 5.22. Инвестиционные платежи

		$t = 0$	$t = 1$
Малый объект	K	-50	
Большой объект	G	-90	
Расширить малый объект	KG		-25
Уменьшить большой объект	GK		20
Ничего не делать	NT		0

Негарантированные возвратные потоки. Значения будущих возвратных потоков не являются гарантированными. Они зависят, с одной стороны, от динамики спроса, а с другой — от решений инвестора о своей политике вложения капитала. Возвратные потоки, которые можно ожидать в моменты времени $t = 1$ и $t = 2$, можно увидеть в табл. 5.23. Вероятность того, что спрос в первом периоде будет низким, составляет $q(N) = 60\%$. Вероятность, что он будет в этом периоде высоким, равна $q(H) = 40\%$. Если мы зададим инвестору вопрос о том, как он оценивает вероятности благоприятной и неблагоприятной динамики спроса во втором периоде, то он вынесет свой вердикт в зависимости от того, какая динамика фактически имела место в первом периоде. Следовательно, он назовет условные вероятности (табл. 5.24). Для объяснения символики следует отметить, что $q(N, H)$ — это веро-

Таблица 5.23. Возвратные потоки

		Инвестиционный объект	
		малый	большой
Спрос	низкий	50	50
	высокий	50	100

ятность наступления низкого спроса во втором периоде в случае, если спрос в первом периоде был высоким, и так далее.

Таблица 5.24. Вероятности спроса

Спрос в первом периоде		Спрос во втором периоде	
низкий	$q(N) = 0.6$	низкий	$q(N, N) = 0.5$
		высокий	$q(H, N) = 0.5$
высокий	$q(H) = 0.4$	низкий	$q(N, H) = 0.2$
		высокий	$q(H, H) = 0.8$

Цифры табл. 5.24 можно иллюстративно изобразить с помощью дерева ситуаций в соответствии с рис. 5.8. Обведенные цифры в правом краю этого рисунка означают вероятности, с которыми ожидаются четыре конечные ситуации:

- S_1 — спрос всегда является низким;
- S_2 — спрос сначала является низким, а потом высоким;
- S_3 — спрос сначала является высоким, а потом низким;
- S_4 — спрос всегда является высоким.

Здесь мы имеем дело с обязательными вероятностями, которые мы получили из оценок вероятностей инвестора посредством перемножения данных «вдоль дуг». Обязательная вероятность того, что спрос является сначала высоким, а потом низким, составляет в соответствии с этим подходом $q(H) \cdot q(N, H) = 0.4 \cdot 0.2 = 0.08$. Теперь проблема принятия решения полностью описана.

5.7.2. Жесткое планирование

При жестком планировании мы ограничимся частью совместно реализуемых альтернатив действий. Значит, при этой форме планирования некоторыми инвестиционными стратегиями сознательно пренебрегают. Поэтому возможно, что мы не найдем в действительности самую выгодную альтернативу действий. Какие же альтернативы учитываются при жестком планировании в рассуждениях?

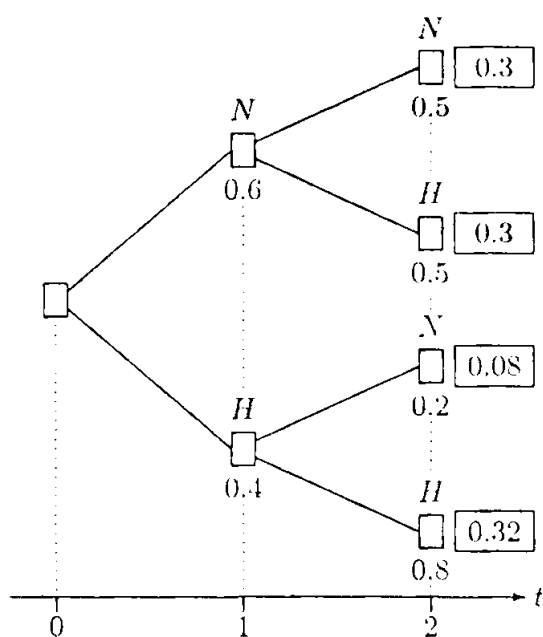


Рис. 5.8. Дерево ситуаций для последовательной проблемы принятия решений

Жесткое планирование означает следующее: в рамках последовательного принятия решения в условиях риска учитываются лишь те альтернативы, которые существуют и тогда, когда имеет место определенность.

Выясним для себя это на числовом примере. Если не существовало бы неопределенности в отношении спроса в моменты времени $t = 1$ и $t = 2$, то инвестор мог бы выбирать между следующими четырьмя альтернативами (инвестиционными стратегиями):

A_1	$K + NT$	постройка малого объекта в $t = 0$ без расширения мощности в $t = 1$
A_2	$K + KG$	постройка малого объекта в $t = 0$ с последовательным расширением мощности в $t = 1$
A_3	$G + NT$	создание большого объекта в $t = 0$ без уменьшения мощности в $t = 1$
A_4	$G + GK$	создание большого объекта в $t = 0$ с уменьшением мощности в $t = 1$

Эти альтернативы, естественно, существуют и тогда, когда в отношении динамики спроса имеет место неопределенность. Но тогда существуют еще и иные, до сих пор не представленные возможности действий.²⁴

²⁴ Ср. с. 265 и сл.

В нашем числовом примере найти оптимальную альтернативу удастся при менее сложной структуре с помощью матрицы решений. Она состоит при четырех альтернативах и четырех будущих ситуаций из 16 клеток. Сначала необходимо определить денежные потоки. Отсюда необходимо рассчитать при учете упомянутых еще в разделе 5.7.1 данных уровня изъятия Y .²⁵ Получаем следующие величины:

Альтернатива 1

$$S_1 : -50, 50, 50 \quad Y = 18.54$$

$$S_2 : -50, 50, 50 \quad Y = 18.54$$

$$S_3 : -50, 50, 50 \quad Y = 18.54$$

$$S_4 : -50, 50, 50 \quad Y = 18.54$$

Альтернатива 2

$$S_1 : -50, 50 - 25, 50 \quad Y = 10.29$$

$$S_2 : -50, 50 - 25, 100 \quad Y = 25.37$$

$$S_3 : -50, 50 - 25, 50 \quad Y = 10.29$$

$$S_4 : -50, 50 - 25, 100 \quad Y = 25.37$$

Альтернатива 3

$$S_1 : -90, 50, 50 \quad Y = 3.92$$

$$S_2 : -90, 50, 100 \quad Y = 18.80$$

$$S_3 : -90, 100, 50 \quad Y = 20.24$$

$$S_4 : -90, 100, 100 \quad Y = 35.40$$

Альтернатива 4

$$S_1 : -90, 50 + 20, 50 \quad Y = 10.45$$

$$S_2 : -90, 50 + 20, 50 \quad Y = 10.45$$

$$S_3 : -90, 100 + 20, 50 \quad Y = 26.77$$

$$S_4 : -90, 100 + 20, 50 \quad Y = 26.77$$

А теперь мы можем построить матрицу решений (табл. 5.25).

Таблица 5.25. Матрица решений при жестком планировании

	S_1 $q_1 = 0.30$	S_2 $q_2 = 0.30$	S_3 $q_3 = 0.08$	S_4 $q_4 = 0.32$
$A_1 (K + NT)$	18.54	18.54	18.54	18.54
$A_2 (K + KG)$	10.29	25.37	10.29	25.37
$A_3 (G + NT)$	3.92	18.80	20.24	35.40
$A_4 (G + GK)$	10.45	10.45	26.77	26.77

Какая из четырех альтернатив с точки зрения инвестора является оптимальной, зависит от его отношения к риску. Мы могли бы применить к анали-

²⁵ Для сравнения расчета сопоставьте по отдельности с. 71 и сл.

зу этой матрицы решений как классические правила (принятия решения), так и принцип *Бернулли*.²⁶ Если предполагается, что лицо, принимающее решение, ориентируется на математическое ожидание уровня изъятий, то решение будет принято в пользу альтернативы A_3 , см. табл. 5.26.

Таблица 5.26

	$\sum_{s=1}^5 Y_s q_s$
$A_1 (K + NT)$	18.54
$A_2 (K + KG)$	19.64
$A_3 (G + NT)$	19.76
$A_4 (G + GK)$	16.98

Поэтому инвестор при жестком планировании (и применении принципа математического ожидания) в нашем числовом примере принимает решение в пользу установки большого инвестиционного объекта.

5.7.3. Гибкое планирование

В противоположность к жесткому планированию при гибком планировании учитываются все альтернативы инвестора.

Гибкое планирование означает следующее: в рамках последовательного принятия решения в условиях риска анализируются все альтернативы действий, особенно те, при которых в случае различий в будущем развитии событий происходят разные реакции.

Из этих дополнительных возможностей действий в рамках нашего числового примера существуют следующие четыре:

A_5	$K + NT$	если спрос в первом периоде является высоким,
	$K + KG$	если спрос в первом периоде является низким
A_6	$K + KG$	если спрос в первом периоде является высоким,
	$K + NT$	если спрос в первом периоде является низким
A_7	$G + NT$	если спрос в первом периоде является высоким,
	$G + GK$	если спрос в первом периоде является низким
A_8	$G + GK$	если спрос в первом периоде является высоким,
	$G + NT$	если спрос в первом периоде является низким

Эти четыре альтернативы, при которых последовательные меры зависят от того, как изменится спрос в первом периоде, не были учтены при жестком планировании. При поиске самых выгодных из 8 альтернатив мы можем идти четырьмя путями. Мы можем делать то же самое, что было осуществлено выше при описании жесткого планирования, и разработать полную матрицу

²⁶ Детали можно найти в разделах 5.2.3, с. 224 и сл., и 5.2.4, с. 229 и сл.

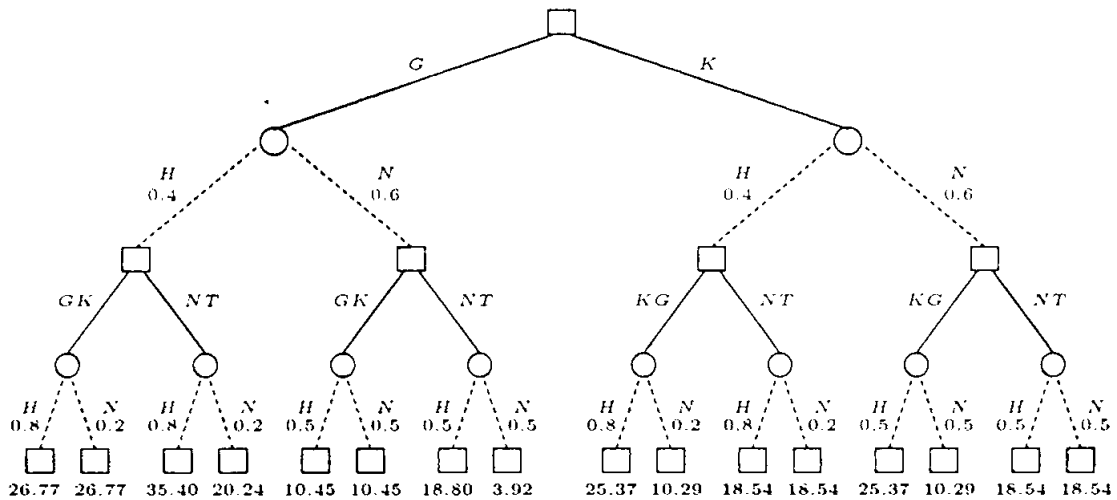


Рис. 5.9. Дерево решений для описания последовательного принятия решения в условиях риска

решений. Или же мы можем использовать методiku рекурсивной оптимизации, например, метод «обратного счета» (rollback), который далее будет нами описан.²⁷ В каждом случае мы приходим к выводу, согласно которому A_6 является самой лучшей альтернативой, см. табл. 5.27.

Таблица 5.27

		..., если спрос в первом периоде является		$\sum_{s=1}^S Y_s q_s$
		высоким	низким	
A_5	$K + \dots$	NT	KG	18.11
A_6	$K + \dots$	KG	NT	20.06
A_7	$G + \dots$	NT	GK	19.21
A_8	$G + \dots$	GK	NT	17.52

Отсюда, согласно табл. 5.26, следует, что инвестор должен принять решение в пользу альтернативы A_6 . Это означает следующее: он должен установить сегодня малый объект и расширить его, если спрос изменяется благоприятно, но отказаться от такого расширения, если спрос в первом периоде является низким. Следовательно, принятие решения в пользу установки большого объекта при жестком планировании является субоптимальным.

Рис. 5.9 описывает наш числовой пример в форме дерева решений. У корня дерева начинаются две дуги решения K и G . На концах обеих дуг решений находятся (начерченные в виде круга) узлы, которые символизируют

²⁷ Ср. [219] и [220].

возникновение случайных событий, в нашем случае — изменения спроса. В узлах начинаются (изображенные пунктиром) дуги случайностей H и N первого периода, которые показывают наступление высокого или низкого спроса с соответствующими вероятностями. На концах этих дуг находятся (начерченные в виде прямоугольников) узлы решений, в которых начинаются дуги решений NT , KG и GK следующего периода. После них снова действует случайность, при которой инвестор сталкивается с низким или высоким спросом во втором периоде.

Дерево решений имеет в совокупности 16 конечных узлов. Каждый путь от корня дерева до конечных узлов можно уподобить двум ходам при игре в шахматы, в которой один шахматный игрок является инвестором, а другой шахматный игрок — случайностью, и каждый из этих путей приводит к определенному денежному потоку. Например, путь « $K-H-KG-N$ » связан с денежным потоком $(-50, 50-25, 50)$, а путь « $K-H-KG-H$ » — с денежным потоком $(-50, 50-25, 100)$. Таким образом, каждый денежный поток одного из 16 путей дуг соответствует определенному уровню Y , который записан в виде результата соответствующей «очередности шахматного хода» в конечных узлах. Проблема принятия решения инвестором состоит в определении того, является ли K или G лучшим ходом, открывающим игру. Чтобы найти самую лучшую исходную инвестицию, мы применяем метод обратного счета, который основывается на тех же принципах, что и динамическое программирование.

Первый ход. Начинаем с самого последнего по времени решения и зададим вопрос о том, какие решения являются самыми выгодными в момент времени $t = 1$, если к этому моменту спрос оказывается равным определенной величине. Приводимые ниже расчеты начинаются в ветви решений рис. 5.10 в правой части снизу и перемещаются влево вверх.

- Ситуация: низкий спрос

$$E[\tilde{Y}_{NT}] = 0.5 \cdot 18.54 + 0.5 \cdot 18.54 = 18.54$$

$$E[\tilde{Y}_{KG}] = 0.5 \cdot 25.37 + 0.5 \cdot 10.29 = 17.83.$$

Значит, «не делать ничего» выгодно, а «расширение» малого объекта невыгодно. Поэтому мы вычеркиваем дугу решения KG .

- Ситуация: высокий спрос

$$E[\tilde{Y}_{NT}] = 0.8 \cdot 18.54 + 0.2 \cdot 18.54 = 18.54$$

$$E[\tilde{Y}_{KG}] = 0.8 \cdot 25.37 + 0.2 \cdot 10.29 = 22.35.$$

Значит, «расширение малого объекта» лучше, чем «не делать ничего». Поэтому вычеркивается дуга решения NT .

- Ситуация: низкий спрос

$$E[\tilde{Y}_{NT}] = 0.5 \cdot 18.80 + 0.5 \cdot 3.92 = 11.36$$

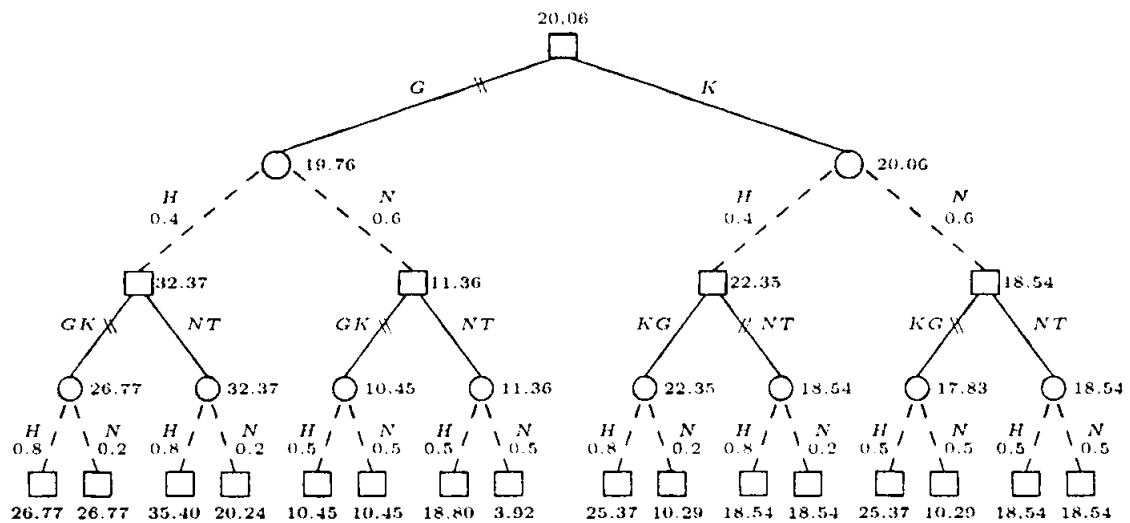


Рис. 5.10. Рекурсивный расчет оптимальной исходной инвестиции (метод обратного счета)

$$E[\tilde{Y}_{GK}] = 0.5 \cdot 10.45 + 0.5 \cdot 10.45 = 10.45.$$

Нужно вычеркнуть дугу решения GK .

- Ситуация: высокий спрос

$$E[\tilde{Y}_{NT}] = 0.8 \cdot 35.40 + 0.2 \cdot 20.24 = 32.37$$

$$E[\tilde{Y}_{GK}] = 0.8 \cdot 26.77 + 0.2 \cdot 26.77 = 26.77.$$

Опять нужно вычеркнуть дугу решения GK .

Второй ход. Теперь мы рассмотрим решения, которые нужно принять по времени на один период раньше. При этом в отношении последующих решений предполагается, что реализуются каждый раз самые лучшие планы. Обозначенные пунктиром дуги решения не учитываются. Поэтому

$$E[\tilde{Y}_K] = 0.4 \cdot 22.35 + 0.6 \cdot 18.54 = 20.06$$

$$E[\tilde{Y}_G] = 0.4 \cdot 32.37 + 0.6 \cdot 11.36 = 19.76.$$

Оптимальным является принятие решения в пользу малого объекта. Дуга решения G вычеркивается. Значит, инвестор должен принять решение установить малый объект и расширить его (дуга решения KG), если спрос в первом периоде является высоким, и ничего не делать (дуга решения NT), если спрос является низким.

5.7.4. Критика гибкого планирования

Затраты на планирование. Мы установили, что при жестком планировании альтернативы инвестора не учитываются исчерпывающим образом, так как оказывается не построена полная система возможных решений. В этом смысле гибкое планирование концептуально превосходит жесткое планирование. Но о таком превосходстве можно однозначно говорить только в том случае, если мы пренебрегаем затратами на планирование, а такие затраты при гибком планировании могут очень быстро принимать большие значения. Обоснование данного тезиса состоит в том, что в противоположность нашему простому числовому примеру, инвесторы в каждый момент времени имеют не только две, а существенно больше возможностей принятия решений. Далее, в противоположность нашему числовому примеру, такая стохастическая величина, как спрос, может принимать не только значения «высокие» и «низкие», но и различные промежуточные значения. К этому следует добавить, что в практике принятия решения неопределенным является не только спрос, но и бесчисленное множество других переменных, так что нужно было бы работать с чрезмерно разветвленным деревом ситуаций.

Метод решения. Какие методы решения в принципе существуют?

- Полный перебор всех альтернатив действий применяется лишь для достижения полноты. В ситуациях принятия решения, которые близки к действительности, такой подход непригоден.
- Метод обратного счета на основе дерева решения, естественно, более эффективен. Но его возможности не безграничны. По сравнению с тотальным перечислением этот метод имеет следующий недостаток. Оптимальность последовательных решений определяется на основе математических ожиданий. Это означает следующее:

или необходимо предполагать, что инвестор нейтрален к риску и придерживается принципа μ , или необходимо предполагать, что инвестор готов применять принцип *Бернулли*.

Существуют еще два метода, которые также предполагают, что инвестор действует согласно принципу μ и принципу *Бернулли*.

- Динамическое программирование (ДП) тоже работает рекурсивно и родственно методу обратного счета, при этом оно в отдельных случаях может быть более мощным.
- Превосходящим все эти методики решения считается частично целочисленное линейное программирование на базе дерева ситуаций (называемое также методом дерева ситуаций), хотя и этот метод имеет свои ограничения, если необходимо учитывать относительно большее число ситуаций окружающей среды за один субпериод.²⁸

²⁸ Ср. [121. S. 182] и [151. S. 75].

Если применение всех методов порождает трудности нахождения оптимального решения при удовлетворительных затратах, то придется снизить свои требования и искать подходящее упрощение проблем планирования. *Индерфурт* показал, что в качестве стратегий таких упрощений можно использовать жесткое планирование и эвристические методы решения.²⁹

5.8. Теория выбора портфеля

Теория выбора портфеля (Portfolio Selection) была разработана в 1950-е гг. *Марковицем*.³⁰ Он хотел разработать метод, посредством которого в условиях риска можно определить оптимальную структуру запаса ценных бумаг (портфеля ценных бумаг). Позже эта методика была улучшена, особенно *Шарпом* и *Тобином*.³¹ Сегодня мы можем сказать, что теория выбора портфеля является основополагающим принципом инвестиционного планирования в условиях риска. Далее, она является существенным элементом так называемой теории рынка капитала, особенно такой ее формы как модель оценки финансовых активов (САРМ). Эта модель будет рассматриваться нами ниже.³² Здесь же мы сначала ограничимся изучением основной версии теории выбора портфеля, версии, предложенной *Марковицем*.

5.8.1. Классическая постановка проблемы

Марковиц рассматривал следующую ситуацию принятия решения: инвестор имеет сегодня (в $t = 0$) ликвидные средства, величиной в M_0 , например, 60 000 руб. Его плановый период составляет $T = 1$ год. Начальное имущество расходуется полностью, а именно, на ценные бумаги («акции») типа j , цена покупки которых (z_{0j}) определена. Но возвратные потоки («дивиденды плюс будущая динамика курса») нельзя надежно спрогнозировать. Известны лишь распределения вероятностей — они приведены в табл. 5.28 для трех видов акций. Мы ищем оптимальный портфель акций для инвестора, не расположенного к риску, который принимает свои решения на основе математического ожидания и дисперсии, т. е. ориентируется на принцип $\mu-\sigma^2$.³³ Если инвестор мог бы принимать решения в условиях определенности, то определить оптимальную «комбинацию» было бы весьма легко. Нам нужно было бы лишь рассчитать доходности акций и инвестировать все денежные средства в самую доходную из них.

Но в условиях риска возникают существенные трудности, связанные с принятием оптимального решения.

²⁹ См. [151].

³⁰ См. [222].

³¹ Ср. [309] и [337].

³² См. с. 291 и сл.

³³ Ср. к этому с. 226 и сл.

Таблица 5.28. Исходные данные для проблемы выбора портфеля

	Цена в $t = 0$ $-z_{0j}$	Возвратный поток в $t = 1$			
		z_{1js}			
		Z_1 $q_1 = 0.3$	Z_2 $q_2 = 0.4$	Z_3 $q_3 = 0.1$	Z_4 $q_4 = 0.2$
Акция 1	200.0	206.0	230.0	238.0	224.0
Акция 2	150.0	165.0	165.0	169.5	150.0
Акция 3	100.0	108.0	112.0	102.0	111.0

Таблица 5.29. Зависящие от ситуации и ожидаемые доходы от трех ценных бумаг

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	$E[\tilde{r}_j]$
	$q_1 = 0.3$	$q_2 = 0.4$	$q_3 = 0.1$	$q_4 = 0.2$	
Акция 1	0.03	0.15	0.19	0.12	0.112
Акция 2	0.10	0.10	0.13	0.00	0.083
Акция 3	0.08	0.12	0.02	0.11	0.096

5.8.2. Доходность и риск ценной бумаги

Значения доходности и риска можно определять по-разному. В теории выбора портфеля это делается следующим образом.

Доходность. Зависящая от ситуации доходность j -й акции составляет

$$r_{js} = -\frac{z_{1js}}{z_{0j}} - 1,$$

отсюда мы находим ожидаемую доходность

$$E[\tilde{r}_j] = \sum_{s=1}^S r_{js} q_s.$$

Если с помощью этой формулы сделать расчеты по данным табл. 5.28, то мы получим цифры, приведенные в табл. 5.29. Табл. 5.29 нужно читать следующим образом: если наступает ситуация Z_1 , то, владея первой акцией, мы достигаем доходности, равной 3%, владея второй акцией — 10%, владея третьей акцией — 8%, и т. д.

Риск. Риск ценной бумаги измеряется средним квадратическим отклонением (квадратным корнем из дисперсии) ее доходности, значит

$$\sigma[\tilde{r}_j] = \sqrt{\sum_{s=1}^S (r_{js} - E[\tilde{r}_j])^2}.$$

Риск акции 1 оказывается равным:

$$\begin{aligned}\text{Var}[\tilde{r}_1] &= 0.3 \cdot (0.03 - 0.112)^2 + 0.4 \cdot (0.15 - 0.112)^2 + 0.1 \cdot (0.19 - 0.112)^2 + \\ &\quad + 0.2 \cdot (0.12 - 0.112)^2 = 0.003216 \\ \sigma[\tilde{r}_1] &= 0.056710.\end{aligned}$$

риск акции 2 —

$$\begin{aligned}\text{Var}[\tilde{r}_2] &= 0.3 \cdot (0.10 - 0.083)^2 + 0.4 \cdot (0.10 - 0.083)^2 + 0.1 \cdot (0.13 - 0.083)^2 + \\ &\quad + 0.2 \cdot (0.00 - 0.083)^2 = 0.001801 \\ \sigma[\tilde{r}_2] &= 0.042438,\end{aligned}$$

а риск акции 3 — соответственно

$$\begin{aligned}\text{Var}[\tilde{r}_3] &= 0.3 \cdot (0.08 - 0.096)^2 + 0.4 \cdot (0.12 - 0.096)^2 + 0.1 \cdot (0.02 - 0.096)^2 + \\ &\quad + 0.2 \cdot (0.11 - 0.096)^2 = 0.000924 \\ \sigma[\tilde{r}_3] &= 0.030397.\end{aligned}$$

Убедитесь, что среднее квадратическое отклонение показывает, как сильно отклоняются (зависящие от ситуации) доходности от своих математических ожиданий. Инвесторы, которым нравятся такие отклонения, наверное интерпретируют их как шансы, которые легко скрываются под термином «риск».

5.8.3. Портфель из двух ценных бумаг

Далее мы будем рассматривать портфель, состоящий максимум из двух ценных бумаг. Для этого мы используем данные из табл. 5.28 и 5.29 по первой и второй акциям и изобразим их в системе координат $E[\tilde{r}] - \sigma[\tilde{r}]$. Значения комбинации «доходность — риск», которые могут быть достигнуты тогда, когда мы инвестируем свои средства полностью в первую и вторую акции, отражены на рис. 5.11. Точка *A* описывает ситуацию, при которой все 60 000 руб. инвестированы в акцию типа № 1. А точка *B* отражает ситуацию вложения всех средств в акцию типа № 2.

Давайте теперь зададим вопрос: каких значений комбинации «доходность — риск» можно достичь, если мы инвестируем свое имущество не в одну единственную акцию, а одну его долю ω_1 — в акцию типа № 1, а другую долю $\omega_2 = 1 - \omega_1$ — в акцию типа № 2? Предположим, что мы расходуем $\omega_1 = 20\%$ ликвидных средств на первую акцию и $\omega_2 = 80\%$ — на вторую. Иными словами, мы покупаем 60 акций типа № 1 и 320 акций типа № 2. Тогда зависящие от ситуации возвратные потоки и доходности, которые следует учитывать инвестору, можно легко вывести из табл. 5.28. Они приведены в табл. 5.30. Тогда доходность и риск портфеля получаются равными

$$\begin{aligned}E[\tilde{r}_P] &= 0.3 \cdot 0.086 + 0.4 \cdot 0.110 + 0.1 \cdot 0.142 + 0.2 \cdot 0.024 = \\ &= 0.0888,\end{aligned}$$

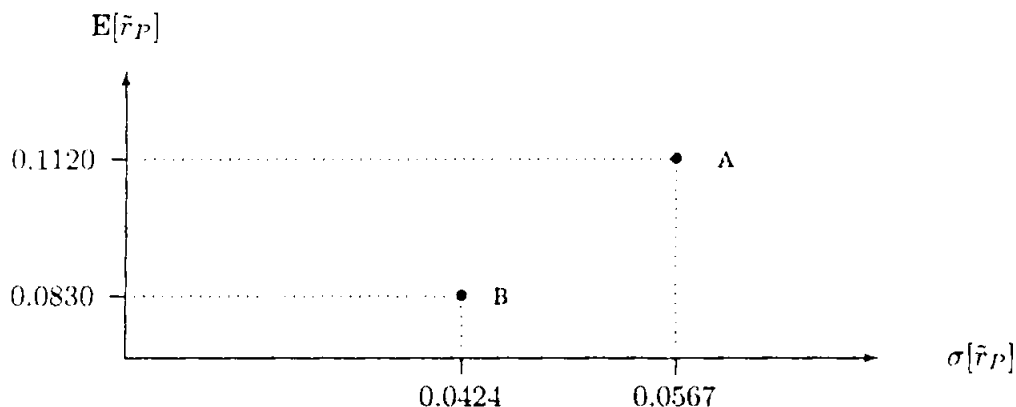


Рис. 5.11. Достижимые значения комбинации «доходность — риск» при отказе от комплектования портфеля ценных бумаг

$$\begin{aligned} \text{Var}[\tilde{r}_P] &= 0.3 \cdot (0.086 - 0.0888)^2 + 0.4 \cdot (0.110 - 0.0888)^2 + \\ &\quad + 0.1 \cdot (0.142 - 0.0888)^2 + 0.2 \cdot (0.024 - 0.0888)^2 = \\ &= 0.001305 \\ \sigma[\tilde{r}_P] &= 0.036124. \end{aligned}$$

Значит, с помощью портфеля $(\omega_1, \omega_2) = (0.2, 0.8)$ мы можем достичь комбинации «доходность — риск», которая на рис. 5.12 описывается точкой C. Этот портфель имеет одно свойство, достойное внимания: его риск меньше, чем риск содержащейся в нем бумаги с самым низким риском. Этот результат дает нам повод искать общую формулу, которая описывает риск портфеля в зависимости от его структуры и от распределения доходностей содержащихся в нем акций.

Ожидаемая доходность портфеля. Зависящие от ситуаций доходности портфеля (см. табл. 5.30, последняя строка) оказываются равными

$$r_{Ps} = \omega_1 r_{1s} + \omega_2 r_{2s}.$$

Таблица 5.30. Возвратные потоки и доходности портфеля, состоящего из двух видов акций $(\omega_1, \omega_2) = (0.2, 0.8)$

	Цена в $t = 0$	Возвратный поток в $t = 1$			
		Z_1 $q_1 = 0.3$	Z_2 $q_2 = 0.4$	Z_3 $q_3 = 0.1$	Z_4 $q_4 = 0.2$
60 акций типа 1	12000	12360	13800	14280	13440
320 акций типа 2	48000	52800	52800	54240	48000
Портфель	60000	65160	66600	68520	61440
Доходности		0.086	0.110	0.142	0.024

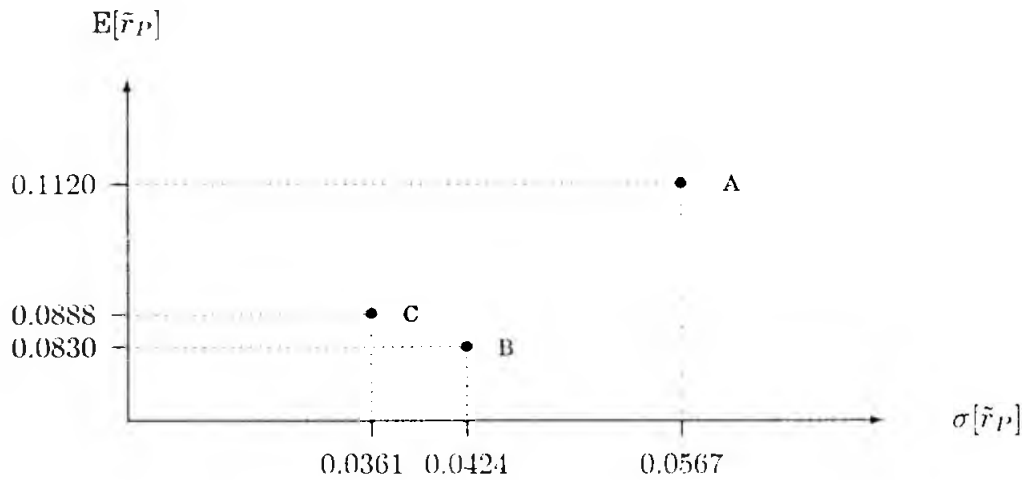


Рис. 5.12. Достигаемые значения комбинации «доходность — риск» при вложении всех средств в одну из двух акций и при сочетании акций в соотношении $\omega_1 = 0.2$ и $\omega_2 = 0.8$

Поэтому математическое ожидание доходности портфеля составляет

$$\begin{aligned}
 E[\tilde{r}_P] &= \sum_{s=1}^S r_{Ps} q_s = \\
 &= \sum_{s=1}^S (\omega_1 r_{1s} + \omega_2 r_{2s}) q_s = \\
 &= \sum_{s=1}^S \omega_1 r_{1s} q_s + \sum_{s=1}^S \omega_2 r_{2s} q_s = \\
 &= \omega_1 \sum_{s=1}^S r_{1s} q_s + \omega_2 \sum_{s=1}^S r_{2s} q_s = \\
 &= \omega_1 E[\tilde{r}_1] + \omega_2 E[\tilde{r}_2].
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Ожидаемая доходность портфеля соответствует взвешенной средней арифметической доходности содержащихся в портфеле акций.

Риск доходности портфеля. А теперь изучим расчет риска портфеля. Сначала рассмотрим дисперсию. Ее вычисление описывается формулой:

$$\text{Var}[\tilde{r}_P] = \sum_{s=1}^S (r_{Ps} - E[\tilde{r}_P])^2 q_s.$$

При использовании выведенной выше формулы математического ожидания доходности портфеля мы также можем записать

$$\begin{aligned}\text{Var}[\tilde{r}_P] &= \sum_{s=1}^S \left(\omega_1 r_{1s} + \omega_2 r_{2s} - (\omega_1 \mathbf{E}[\tilde{r}_1] + \omega_2 \mathbf{E}[\tilde{r}_2]) \right)^2 q_s = \\ &= \sum_{s=1}^S \left(\underbrace{\omega_1 (r_{1s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_1])}_a + \underbrace{\omega_2 (r_{2s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_2])}_b \right)^2 q_s.\end{aligned}$$

Умножение и подстановки дают

$$\begin{aligned}\text{Var}[\tilde{r}_P] &= \sum_{s=1}^S \left(\underbrace{\omega_1^2 (r_{1s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_1])^2}_{a^2} + \underbrace{2\omega_1\omega_2 (r_{1s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_1]) (r_{2s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_2])}_{2ab} + \underbrace{\omega_2^2 (r_{2s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_2])^2}_{b^2} \right) q_s = \\ &= \omega_1^2 \sum_{s=1}^S (r_{1s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_1]) q_s + 2\omega_1\omega_2 \sum_{s=1}^S (r_{1s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_1]) (r_{2s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_2]) q_s + \\ &\quad + \omega_2^2 \sum_{s=1}^S (r_{2s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_2]) q_s.\end{aligned}$$

Это выражение можно изобразить наглядно, если мы введем дисперсию доходностей акции

$$\text{Var}[\tilde{r}_1] = \sum_{s=1}^S (r_{1s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_1]) q_s$$

и

$$\text{Var}[\tilde{r}_2] = \sum_{s=1}^S (r_{2s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_2]) q_s,$$

а также ковариацию доходности бумаги 1 с доходностью акции 2

$$\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] = \sum_{s=1}^S (r_{1s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_1]) (r_{2s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_2]) q_s.$$

Если мы проведем соответствующие подстановки, тогда в конце концов формула дисперсии доходности портфеля будет выглядеть следующим образом:

$$\text{Var}[\tilde{r}_P] = \omega_1^2 \text{Var}[\tilde{r}_1] + 2\omega_1\omega_2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] + \omega_2^2 \text{Var}[\tilde{r}_2]. \quad (5.3)$$

Эквивалентный, но для определенных аспектов весьма полезный метод записи этого уравнения можно получить, если использовать коэффициент корреляции

$$\rho_{12} = \frac{\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}{\sigma[\tilde{r}_1] \sigma[\tilde{r}_2]}.$$

Мы рассчитываем его посредством деления ковариации доходности акций на произведение средних квадратических отклонений обеих доходностей. Коэффициент корреляции, равно как и ковариация, является показателем зависимости двух случайных переменных друг от друга. Но коэффициент корреляции более прозрачен, чем ковариация, так как его значения не могут выходить за рамки строго определенного интервала $-1 \leq \rho_{12} \leq +1$. Чем ближе ρ_{12} находится к $+1$ или -1 , тем больше зависимость доходностей обеих бумаг друг от друга. Если коэффициент корреляции положителен, то доходность акции 1 высока, если доходность акции 2 тоже высока; и она является низкой, если доходность бумаги 2 тоже низка. Значит, обе переменные изменяются в одном направлении. Напротив, при отрицательной корреляции имеет место противоположная динамика. Низкая доходность акции 1 сочетается с высокой доходностью акции 2, и наоборот. Коэффициент корреляции, равный нулю, показывает совершенную независимость.

В зависимости от того, предпочитаем ли мы вид записи с ковариацией или с коэффициентом корреляции, формула риска доходности портфеля в случае двух ценных бумаг может выглядеть следующим образом:

$$\sigma[\tilde{r}_P] = \sqrt{\omega_1^2 \text{Var}[\tilde{r}_1] + 2\omega_1\omega_2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] + \omega_2^2 \text{Var}[\tilde{r}_2]}$$

или

$$= \sqrt{\omega_1^2 \text{Var}[\tilde{r}_1] + 2\omega_1\omega_2 \rho_{12} \sigma[\tilde{r}_1] \sigma[\tilde{r}_2] + \omega_2^2 \text{Var}[\tilde{r}_2]}.$$

Последняя формула будет использоваться нами в дальнейшем.

Но сначала мы проконтролируем, приводит ли наша полученная формула в случае вышеприведенного примера портфеля с $(\omega_1, \omega_2) = (0.2, 0.8)$ к тому же итогу, что и первоначальная форма расчета, которую дал результат $\sigma[\tilde{r}_P] = 0.036124$. Для этой цели необходимо вычислить ковариацию. Мы получаем (см. табл. 5.29)

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] &= 0.3 \cdot (0.03 - 0.112) \cdot (0.10 - 0.083) + \\ &\quad + 0.4 \cdot (0.15 - 0.112) \cdot (0.10 - 0.083) + \\ &\quad + 0.1 \cdot (0.19 - 0.112) \cdot (0.13 - 0.083) + \\ &\quad + 0.2 \cdot (0.12 - 0.112) \cdot (0.00 - 0.083) = \\ &= 0.000074. \end{aligned}$$

Отсюда коэффициент корреляции получается равным

$$\rho_{12} = \frac{0.000074}{0.056710 \cdot 0.042438} = 0.030748.$$

Коэффициент корреляции такого типа указывает на то, что доходности обеих акций почти не зависят друг от друга. Если мы подставим все числа в формулу доходности портфеля, то получим уже знакомый нам результат

$$\begin{aligned} \sigma[\tilde{r}_P] &= \sqrt{0.2^2 \cdot 0.003216 + 2 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.000074 + 0.8^2 \cdot 0.001801} = \\ &= 0.036124. \end{aligned}$$

Систематическое изменение структуры портфеля. Теперь исследуем, какие значения комбинации «доходность — риск» можно достичь посредством акций 1 и акций 2, если мы будем систематически изменять процентные доли ω_1 и ω_2 . Результат показан в табл. 5.31. На рис. 5.13 те же результаты изображены графически.

Таблица 5.31. Значения комбинации «доходность — риск» для альтернативных структур портфеля в случае двух акций при $\rho_{12} = 0.030748$

Структура		Доходность	Риск
ω_1	ω_2	$E[\tilde{r}_P]$	$\sigma[\tilde{r}_P]$
0.0	1.0	0.0830	0.042438
0.1	0.9	0.0859	0.038785
0.2	0.8	0.0888	0.036124
0.3	0.7	0.0917	0.034684
0.4	0.6	0.0946	0.034618
0.5	0.5	0.0975	0.035934
0.6	0.4	0.1004	0.038489
0.7	0.3	0.1033	0.042060
0.8	0.2	0.1062	0.046411
0.9	0.1	0.1091	0.051345
1.0	0.0	0.1120	0.056710

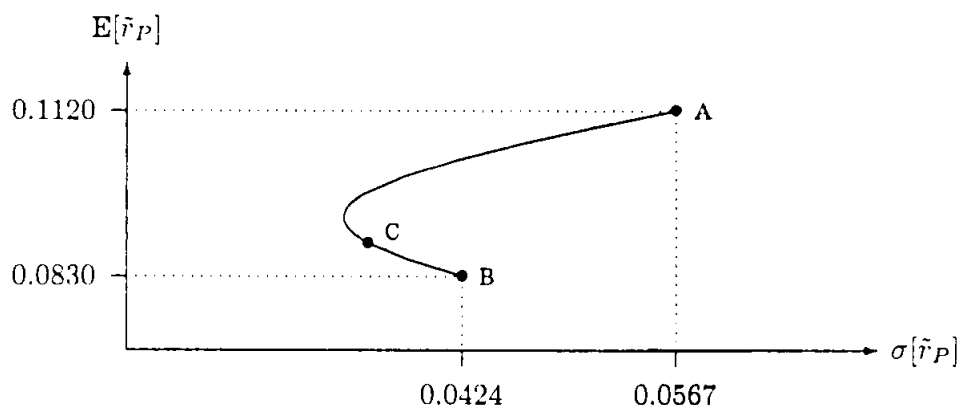


Рис. 5.13. Достигаемые значения комбинации «доходность — риск» при изменении структуры портфеля в случае двух акций при $\rho = 0.030748$

В нашем числовом примере мы имеем дело как раз с коэффициентом корреляции, который находится примерно посередине между возможными крайними значениями, $\rho_{12} = +1$ (прямая функциональная зависимость) и $\rho_{12} = -1$ (обратная функциональная зависимость). Табл. 5.32 показывает,

Таблица 5.32. Значения комбинации «доходность — риск» для альтернативных структур портфеля в случае двух акций при $\rho_{12} = +1$ и $\rho_{12} = -1$

Структура		Доходность $E[\tilde{r}_P]$	Риск	
ω_1	ω_2		$\sigma[\tilde{r}_P]$ при $\rho_{12} = +1$	$\sigma[\tilde{r}_P]$ при $\rho_{12} = -1$
0.0	1.0	0.0830	0.042438	0.042438
0.1	0.9	0.0859	0.043865	0.032523
0.2	0.8	0.0888	0.045293	0.022609
0.3	0.7	0.0917	0.046720	0.012694
0.4	0.6	0.0946	0.048147	0.002779
0.5	0.5	0.0975	0.049574	0.007136
0.6	0.4	0.1004	0.051001	0.017051
0.7	0.3	0.1033	0.052428	0.026965
0.8	0.2	0.1062	0.053855	0.036880
0.9	0.1	0.1091	0.055283	0.046795
1.0	0.0	0.1120	0.056710	0.056710

каких значений доходности и риска портфеля можно было бы достичь, если бы коэффициенты корреляции имели эти крайние значения. Рис. 5.14 снова поясняет это графически. При рассмотрении рисунка выясняется следующее:

если доходности двух акций находятся в прямой функциональной зависимости ($\rho_{12} = +1$), то риск портфеля соответствует средневзвешенному значению из отдельных рисков. В любом другом случае он обязательно меньше. А если, наоборот, доходности находятся в обратной функциональной зависимости ($\rho_{12} = -1$), то можно достичь полностью безрисковой комбинации обеих акций.

При вложении средств в фактические ценные бумаги мы не имеем дело ни с тем, ни с другим крайним случаем. Но рис. 5.14 и наши рассуждения явно указывают на следующее.

С помощью комбинации рисковых инвестиций, доходности которых не связаны друг с другом функциональной зависимостью, в значительной мере можно уничтожить риск («диверсифицировать» его).

Портфель с минимальным риском. Если коэффициент корреляции меньше +1, то, очевидно, существует портфель, который содержит самый низкий риск по сравнению со всеми прочими возможными портфелями. Здесь речь идет о портфеле, который на кривой *ACB* на рис. 5.13 находится в крайней левой области. Как можно определить структуру этого портфеля с наименьшим риском?

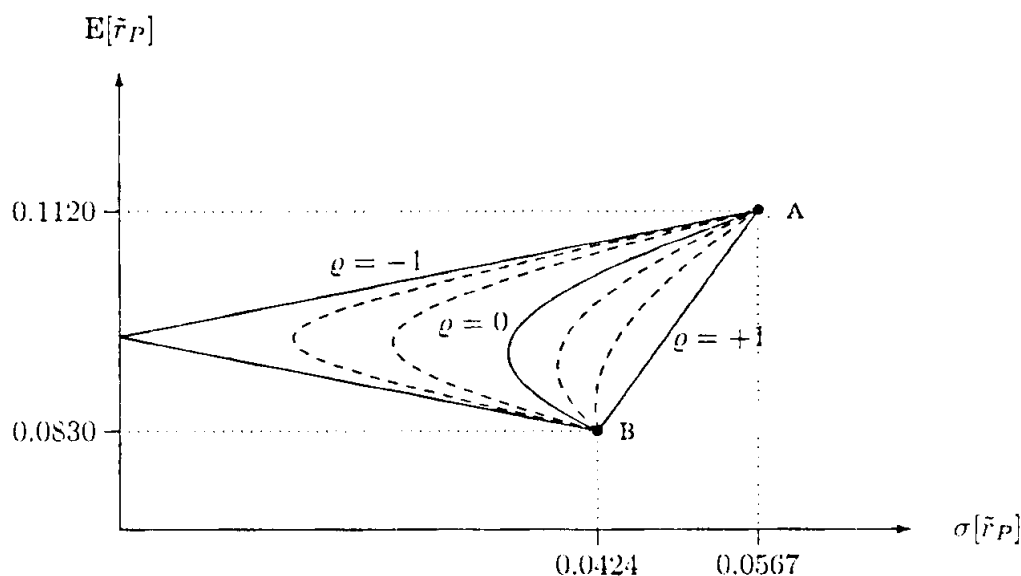


Рис. 5.14. Значения комбинации «доходность — риск» при систематическом изменении структуры портфеля и альтернативных коэффициентах корреляции

Для портфелей, состоящих лишь из двух видов акций, это можно легко определить с помощью дифференциального исчисления. Для этой цели мы будем трактовать дисперсию доходности портфеля как функцию доли ω_1 и приравняем $\omega_2 = 1 - \omega_1$. Тогда формулу дисперсии можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\tilde{r}_P] &= \omega_1^2 \text{Var}[\tilde{r}_1] + 2\omega_1\omega_2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] + \omega_2^2 \text{Var}[\tilde{r}_2] = \\ &= \omega_1^2 \text{Var}[\tilde{r}_1] + 2\omega_1(1 - \omega_1) \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] + (1 - \omega_1)^2 \text{Var}[\tilde{r}_2] = \\ &= \omega_1^2 \text{Var}[\tilde{r}_1] + 2\omega_1 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] - 2\omega_1^2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] + \text{Var}[\tilde{r}_2] - \\ &\quad - 2\omega_1 \text{Var}[\tilde{r}_2] + \omega_1^2 \text{Var}[\tilde{r}_2]. \end{aligned}$$

А теперь возьмем первую производную дисперсии доходности портфеля по ω_1 и получим

$$\frac{d \text{Var}[\tilde{r}_P]}{d \omega_1} = 2\omega_1 \text{Var}[\tilde{r}_1] + 2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] - 4\omega_1 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] - 2 \text{Var}[\tilde{r}_2] + 2\omega_1 \text{Var}[\tilde{r}_2].$$

Для расчета минимума функции приравняем первую производную к нулю. Решение полученного уравнения дает

$$\omega_1 = \frac{\text{Var}[\tilde{r}_2] - \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}{\text{Var}[\tilde{r}_1] + \text{Var}[\tilde{r}_2] - 2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}.$$

Используя числа нашего примера, получаем:

$$\omega_1 = \frac{0.001801 - 0.000074}{0.003216 + 0.001801 - 2 \cdot 0.000074} = 0.355.$$

Портфель со структурой $\omega_1 = 0.355$ и $\omega_2 = 0.645$ имеет (минимальный) риск, равный $\sigma[\tilde{r}_P] = 0.034474$, и ожидаемую доходность, равную $E[\tilde{r}_P] = 0.0933$, см. на рис. 5.15 точку E .

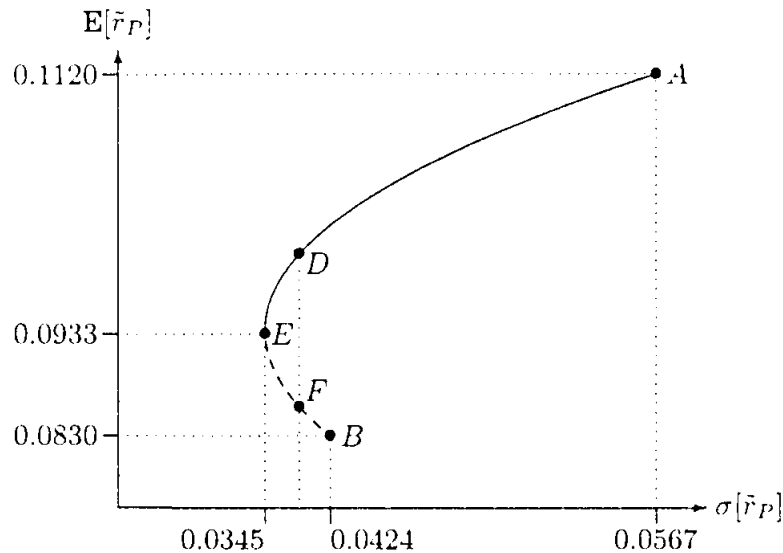


Рис. 5.15. Портфель с наименьшим риском, эффективные и неэффективные портфели

Эффективный и оптимальный портфель. Если при изучении рис. 5.15 рассмотреть оба портфеля, представленных точками D и F , то можно прийти к следующему выводу: они оба характеризуются одинаковым риском, но D имеет более высокую доходность, чем F . Значит D доминирует над портфелем F , и поэтому его предпочитает каждый инвестор независимо от отношения к риску. Очевидно, что все портфели, находящиеся на непрерывно начерченной части кривой EDA , превосходят те, которые расположены на пунктирно начерченной кривой BFE . Доминирующие портфели называются также эффективными.

Следовательно, при поиске оптимальных портфелей мы можем сразу выделить неэффективные портфели, даже не принимая во внимание отношение к риску инвестора. Кривые безразличия инвестора, не расположенного к риску, который принимает свои решения на основе математического ожидания и дисперсии, всегда имеют представленную на рис. 5.1 (левая диаграмма) форму.³⁴ Поэтому оптимальный портфель можно найти с помощью кривой безразличия, которая касается кривой эффективных портфелей. На рис. 5.16 такое касание происходит в точке G .

³⁴ Ср. к этому с. 228.

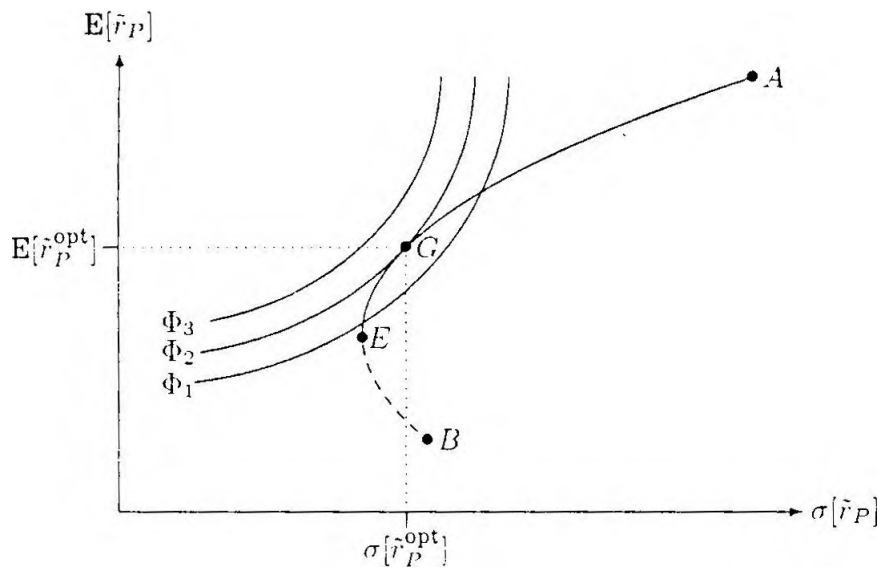


Рис. 5.16. Определение оптимального портфеля

5.8.4. Портфели, состоящие из более чем двух ценных бумаг

До сих пор мы изучали лишь портфели, в которых содержалось максимум две ценные бумаги. Теперь нам хотелось бы проанализировать более сложные портфели. Для примера мы сконцентрируем внимание на $J = 3$ бумагах и при этом обратимся к данным из исходной задачи (табл. 5.28). Таким образом, для нас оказываются заданными следующие значения.

1. Вектор доходностей ценных бумаг выглядит в общем виде:

$$\mathbf{R} = (E[\tilde{r}_1], E[\tilde{r}_2], \dots, E[\tilde{r}_J]),$$

и в нашем числовом примере

$$\mathbf{R} = (0.112, 0.083, 0.096).$$

2. Матрица дисперсий и ковариаций имеет общий вид:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \text{Var}[\tilde{r}_1] & \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] & \dots & \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_J] \\ \text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_1] & \text{Var}[\tilde{r}_2] & \dots & \text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_J] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{Cov}[\tilde{r}_J, \tilde{r}_1] & \text{Cov}[\tilde{r}_J, \tilde{r}_2] & \dots & \text{Var}[\tilde{r}_J] \end{pmatrix},$$

а в нашем примере

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0.003216 & 0.000074 & 0.000188 \\ 0.000074 & 0.001801 & -0.000508 \\ 0.000188 & -0.000508 & 0.000924 \end{pmatrix}.$$

Теперь, исходя из рис. 5.17, рассмотрим сначала, каких значений комбинации «доходность — риск» можно достичь, если мы включим акцию 3, но все-таки образуем лишь портфели, в которых могут содержаться максимум два вида акций. Если мы инвестируем средства только в акцию 1 и акцию 2, то переместимся вдоль уже знакомой нам траектории кривой BA . А если мы составим портфели, в которых находятся лишь акция 1 и акция 3, то тогда переместимся вдоль кривой CA . Наконец, если мы образуем комбинации, которые содержат только акцию 2 и акцию 3, то мы сможем достичь значений комбинации «доходность — риск», переместившись вдоль кривой CB .

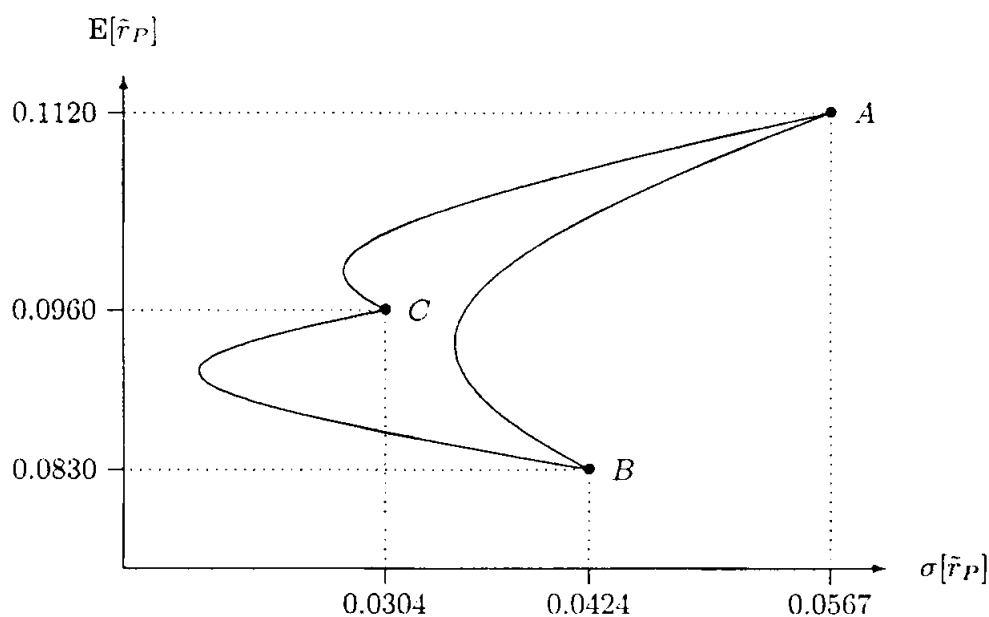


Рис. 5.17. Достижимые значения комбинации «доходность — риск» при образовании портфелей, содержащих максимум две из трех ценных бумаг

Но, таким образом, область действия инвестора оказывается описанной весьма несовершенно, так как случай, при котором в портфель включаются все три акции, пока что не анализировался вообще. Важным шагом для того, чтобы это сделать, является выведение формул ожидаемой доходности портфеля $E[\tilde{r}_P]$ и риска портфеля $\sigma[\tilde{r}_P]$ в случае J ценных бумаг. Это будет сейчас сделано.

Доходность портфеля при наступлении s -й будущей ситуации всегда характеризуется формулой

$$\begin{aligned} r_{Ps} &= \omega_1 r_{1s} + \omega_2 r_{2s} + \dots + \omega_n r_{Js} = \\ &= \sum_{j=1}^J \omega_j r_{js}. \end{aligned}$$

Отсюда выводится математическое ожидание доходности портфеля при

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\tilde{r}_P] &= \sum_{s=1}^S r_{Ps} q_s = \\ &= \sum_{s=1}^S q_s \sum_{j=1}^J \omega_j r_{js} = \\ &= \sum_{j=1}^J \omega_j \sum_{s=1}^S r_{js} q_s = \\ &= \sum_{j=1}^J \omega_j \mathbf{E}[\tilde{r}_j]. \end{aligned}$$

Ожидаемой доходностью портфеля, как и в случае двух ценных бумаг, является среднее арифметическое доходностей акций. А как велик риск портфеля, состоящего из J бумаг? Рассчитаем сначала дисперсию доходностей портфеля. Она определяется по формуле:

$$\text{Var}[\tilde{r}_P] = \sum_{s=1}^S (r_{Ps} - \mathbf{E}[\tilde{r}_P])^2 q_s.$$

Если подставить формулу зависящих от ситуаций портфельных доходностей и их математическое ожидание, то будет иметь место:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\tilde{r}_P] &= \sum_{s=1}^S \left(\sum_{j=1}^J \omega_j r_{js} - \sum_{j=1}^J \omega_j \mathbf{E}[\tilde{r}_j] \right)^2 q_s = \\ &= \sum_{s=1}^S \left(\sum_{j=1}^J \omega_j (r_{js} - \mathbf{E}[\tilde{r}_j]) \right)^2 q_s = \\ &= \sum_{s=1}^S q_s \sum_{j=1}^J \omega_j \sum_{k=1}^J \omega_k (r_{js} - \mathbf{E}[\tilde{r}_j]) (r_{ks} - \mathbf{E}[\tilde{r}_k]) = \\ &= \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \omega_j \omega_k \sum_{s=1}^S (r_{js} - \mathbf{E}[\tilde{r}_j]) (r_{ks} - \mathbf{E}[\tilde{r}_k]) q_s. \end{aligned}$$

При использовании ковариации

$$\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_k] = \sum_{s=1}^S (r_{js} - \mathbf{E}[\tilde{r}_j]) (r_{ks} - \mathbf{E}[\tilde{r}_k]) q_s$$

получаем сокращенную формулу дисперсии доходности портфеля:

$$\text{Var}[\tilde{r}_P] = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \omega_j \omega_k \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_k].$$

При этом ковариацией доходности j -й бумаги с доходностью той же бумаги является ее дисперсия

$$\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_j] = \text{Var}[\tilde{r}_j] = \sum_{s=1}^S (r_{js} - \text{E}[\tilde{r}_j])(r_{js} - \text{E}[\tilde{r}_j])q_s.$$

и, кроме того, верно

$$\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_k] = \text{Cov}[\tilde{r}_k, \tilde{r}_j].$$

Таким образом, наконец, мы получим общую формулу риска портфеля (дисперсия доходностей портфеля)

$$\sigma[\tilde{r}_P] = \sqrt{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \omega_j \omega_k \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_k]}.$$

Для иллюстрации способа расчета нами используется портфель со структурой $(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = (0.4345, 0.3810, 0.1845)$. Ожидаемая доходность портфеля оказывается равной

$$\text{E}[\tilde{r}_P] = 0.4345 \cdot 0.112 + 0.3810 \cdot 0.083 + 0.1845 \cdot 0.096 = 0.0980.$$

а риск портфеля, в соответствии с последней приведенной формулой,

$$\begin{aligned} \text{Var}[\tilde{r}_P] &= 0.4345 \cdot 0.4345 \cdot 0.003216 + 0.4345 \cdot 0.3810 \cdot 0.000074 + \\ &+ 0.4345 \cdot 0.1845 \cdot 0.000188 + 0.3810 \cdot 0.4345 \cdot 0.000074 + \\ &+ 0.3810 \cdot 0.3810 \cdot 0.001801 - 0.3810 \cdot 0.1845 \cdot 0.000508 + \\ &+ 0.1845 \cdot 0.4345 \cdot 0.000188 - 0.1845 \cdot 0.3810 \cdot 0.000508 + \\ &+ 0.1845 \cdot 0.1845 \cdot 0.000924 = \\ &= 0.000883379 \\ \sigma[\tilde{r}_P] &= 0.02972. \end{aligned}$$

Если мы нанесем достигаемые с помощью этого портфеля значения на диаграмму «доходность — риск», то получим точку E на рис. 5.18. Расположение этой точки дает нам повод предположить, что посредством создания подходящих портфелей можно достичь любой точки, расположенной внутри фигуры ABC . Но в действительности можно даже выйти за ее пределы, например, при формировании последнего портфеля, описанного в табл. 5.33, см. также рис. 5.18.

Если мы рассмотрим табл. 5.33 и рис. 5.18 более тщательно, то увидим следующее:

когда в портфель включено более чем две ценные бумаги, путем изменения структуры портфеля можно варьировать риском портфеля, сохраняя неизменной его доходность.

Не расположенный к риску инвестор всегда предпочитает при данной портфельной доходности портфель с меньшим риском, независимо от того,

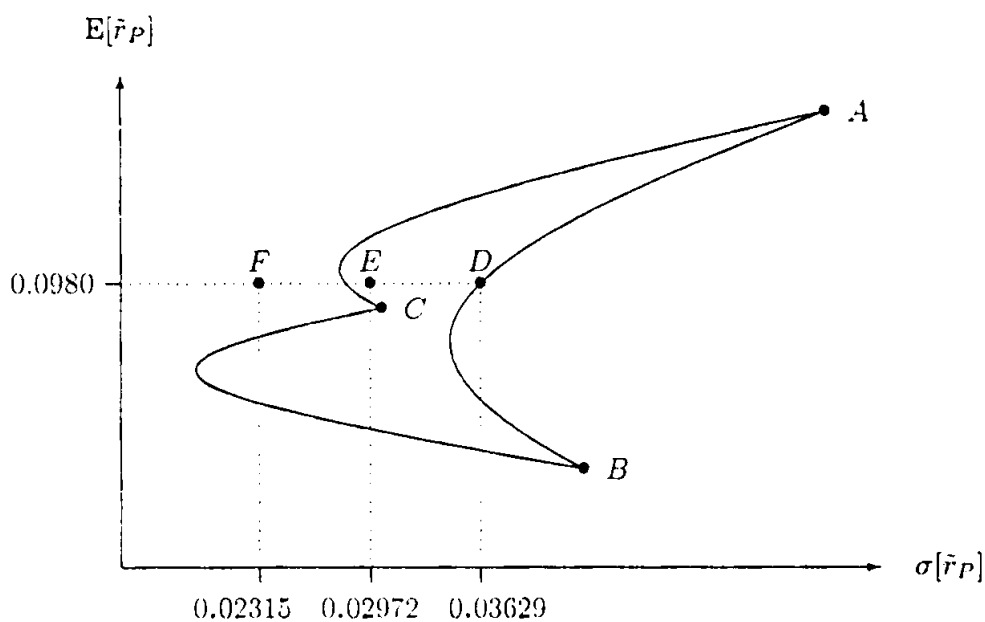


Рис. 5.18. Альтернативные портфели с одинаковой доходностью

Таблица 5.33. Альтернативные портфели с ожидаемой доходностью 0.0980

Расположение	Структура портфеля			Доходность $E[\bar{r}_P]$	Риск $\sigma[\bar{r}_P]$
	ω_1	ω_2	ω_3		
D	0.5172	0.4828	0.0000	0.0980	0.03629
E	0.4345	0.3810	0.1845	0.0980	0.02972
F	0.2690	0.1772	0.5538	0.0980	0.02315

как велика его нерасположенность к риску. Все не расположенные к риску инвесторы предпочитают портфель *F* портфелям *E* и *D* из-за соображений доминирования. А как мы можем определить структуру минимального по риску портфеля при определенной доходности? Нужно различать два случая.

Продажи без покрытия недопустимы. Что такое продажа без покрытия? Это случай, при котором кто-либо сегодня берет в кредит акцию и одновременно принимает на себя обязательство вернуть ее в момент времени $t = 1$. Затем он продает полученную в кредит акцию в момент времени $t = 0$. Но для того чтобы суметь вернуть бумаги по истечении указанного в обязательстве периода, он должен купить их по курсу, который будет господствовать по окончании этого периода. Значит, применительно к табл. 5.28 и акции 1 мы должны себе представить следующее: инвестор достигает сегодня дохода в сумме 200 и должен в конце периода, в зависимости от ситуации, выплатить или 206 или 230 или 224. При большом количестве частных инвесторов

мы должны исходить из того, что они не могут продать ценные бумаги без покрытия. В этом случае нужно минимизировать целевую функцию

$$\min \text{Var}[\tilde{r}_P] = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \omega_j \omega_k \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_k]$$

при дополнительных ограничениях

$$\sum_{j=1}^J \omega_j = 1$$

$$\sum_{j=1}^J \omega_j \mathbf{E}[\tilde{r}_j] = \mathbf{E}[\tilde{r}_P]$$

и

$$\omega_j \geq 0 \quad \forall j.$$

Формально здесь имеется квадратичная целевая функция, которую нужно решить для разных значений $\mathbf{E}[\tilde{r}_P]$ при линейных дополнительных ограничениях, а также при условиях неотрицательности. Имеются мощные компьютерные программы, с помощью которых можно решить такие квадратичные проблемы оптимизации. Но, при крупномасштабных проблемах, т. е. при большом количестве ценных бумагах для этого необходимы действительно мощные компьютеры.

Продажи без покрытия допустимы. Если продажи без покрытия допустимы, то при приведенной только что квадратичной формулировке задачи оптимизации отпадают условия неотрицательности. Если мы их игнорируем, то можем решить проблему минимизации, используя метод множителей *Лагранжа*. Для этой цели оставшиеся дополнительные ограничения путем преобразований надо приравнять к нулю, взвесить их, применяя множители *Лагранжа*, и подставить в целевую функцию. Тогда функция *Лагранжа* в общем виде будет выглядеть следующим образом:

$$\min \mathcal{L} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \omega_j \omega_k \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_k] + \lambda_1 \left(\mathbf{E}[\tilde{r}_P] - \sum_{j=1}^J \omega_j \mathbf{E}[\tilde{r}_j] \right) + \lambda_2 \left(1 - \sum_{j=1}^J \omega_j \right).$$

Для определения процентных долей, которые минимизируют риск, необходимо приравнять производные функции *Лагранжа* по ω_j ($j = 1, \dots, J$), по λ_1 и по λ_2 к нулю. Таким образом возникнет система $(J + 2)$ линейных уравнений с $(J + 2)$ неизвестными, которая, как правило, имеет однозначное решение. В матричной форме записи система уравнений имеет следующую структуру:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ E[\tilde{r}_1] & E[\tilde{r}_2] & \dots & E[\tilde{r}_J] & 0 & 0 \\ 2\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_1] & 2\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] & \dots & 2\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_J] & -E[\tilde{r}_1] & -1 \\ 2\text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_1] & 2\text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_2] & \dots & 2\text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_J] & -E[\tilde{r}_2] & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2\text{Cov}[\tilde{r}_J, \tilde{r}_1] & 2\text{Cov}[\tilde{r}_J, \tilde{r}_2] & \dots & 2\text{Cov}[\tilde{r}_J, \tilde{r}_J] & -E[\tilde{r}_J] & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_J \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ E[\tilde{r}_P] \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

После этого для трех ценных бумаг получаем:

$$\begin{aligned} 1\omega_1 + 1\omega_2 + 1\omega_3 + 0\lambda_1 + 0\lambda_2 &= 1 \\ E[\tilde{r}_1]\omega_1 + E[\tilde{r}_2]\omega_2 + E[\tilde{r}_3]\omega_3 + 0\lambda_1 + 0\lambda_2 &= E[\tilde{r}_P] \\ 2\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_1]\omega_1 + 2\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]\omega_2 + 2\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_3]\omega_3 - E[\tilde{r}_1]\lambda_1 - 1\lambda_2 &= 0 \\ 2\text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_1]\omega_1 + 2\text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_2]\omega_2 + 2\text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_3]\omega_3 - E[\tilde{r}_2]\lambda_1 - 1\lambda_2 &= 0 \\ 2\text{Cov}[\tilde{r}_3, \tilde{r}_1]\omega_1 + 2\text{Cov}[\tilde{r}_3, \tilde{r}_2]\omega_2 + 2\text{Cov}[\tilde{r}_3, \tilde{r}_3]\omega_3 - E[\tilde{r}_3]\lambda_1 - 1\lambda_2 &= 0, \end{aligned}$$

а с числами нашего примера

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 &= 1 \\ 0.1120\omega_1 + 0.0830\omega_2 + 0.0960\omega_3 &= E[\tilde{r}_P] \\ 0.006432\omega_1 + 0.000148\omega_2 + 0.000376\omega_3 - 0.1120\lambda_1 - \lambda_2 &= 0 \\ 0.000148\omega_1 + 0.003602\omega_2 - 0.001016\omega_3 - 0.0830\lambda_1 - \lambda_2 &= 0 \\ 0.000376\omega_1 - 0.001016\omega_2 + 0.001848\omega_3 - 0.0960\lambda_1 - \lambda_2 &= 0. \end{aligned}$$

Если мы решим эту систему уравнений для разных значений $E[\tilde{r}_P]$, то мы получим приведенную в табл. 5.34 структуру портфеля, минимизирующую риск, из которого можно рассчитать приведенные там же риски портфеля. Каждая строка в табл. 5.34 требует решения пяти уравнений с пятью неизвестными. Решение расширенных систем уравнений является делом несколько более затруднительным, так как ее нужно осуществлять вручную. Поэтому было бы целесообразно применить финансовый калькулятор.

При исследовании результатов из табл. 5.34 можно увидеть, что $E[\tilde{r}_P] = 0.0905$ и $E[\tilde{r}_P] = 0.1034$ являются критическими доходностями портфеля лишь тогда, когда анализируются доходности, которые находятся между этими двумя величинами, ведь в этом случае не осуществляется продажа без покрытия. Если мы покинем этот интервал, продвигаясь вверх или вниз, то либо ω_2 , либо ω_1 будут отрицательными. Если допустить продажи без покрытия, то мы можем с помощью описанного здесь метода вычислить все точки на кривой $B'DEA'$ на рис. 5.19. Расположение D описывает при $E[\tilde{r}_P] = 0.0920$ и $\sigma[\tilde{r}_P] = 0.01900$ портфель с абсолютно минимальным риском.

А если продажи без покрытия недопустимы, то, очевидно, нам удастся пойти дальше с помощью метода множителей Лагранжа. Но ниже $E[\tilde{r}_P] = 0.0905$ необходимо исключить из системы уравнений акцию 1, а выше $E[\tilde{r}_P] = 0.1034$ — акцию 2. Табл. 5.35 содержит структуры портфеля с минимальным риском, если мы будем действовать именно таким образом. Кривая $BDEA$ на рис. 5.19 показывает расположения «доходность — риск» с минимальным риском, которые можно достичь при предположении, соглас-

Таблица 5.34. Портфельные структуры с минимальным риском для портфельных доходностей, анализировавшиеся на основе предположения, что продажи без покрытия допустимы

Доходность $E[\bar{r}_P]$	Структура портфелей			Риск $\sigma[\bar{r}_P]$
	ω_1	ω_2	ω_3	
0.0800	-0.378	0.766	0.612	0.03543
0.0820	-0.306	0.700	0.606	0.03148
0.0840	-0.234	0.635	0.599	0.02780
0.0860	-0.162	0.569	0.593	0.02451
0.0880	-0.090	0.504	0.586	0.02179
0.0900	-0.019	0.439	0.580	0.01987
0.0905	0.000	0.422	0.578	0.01953
0.0910	0.017	0.406	0.577	0.01929
0.0920	0.053	0.373	0.573	0.01900
0.0930	0.089	0.341	0.570	0.01901
0.0940	0.125	0.308	0.567	0.01932
0.0960	0.197	0.243	0.560	0.02077
0.0980	0.269	0.177	0.554	0.02315
0.1000	0.341	0.112	0.547	0.02620
0.1020	0.413	0.046	0.541	0.02972
0.1034	0.464	0.000	0.536	0.03242
0.1040	0.485	-0.019	0.534	0.03356

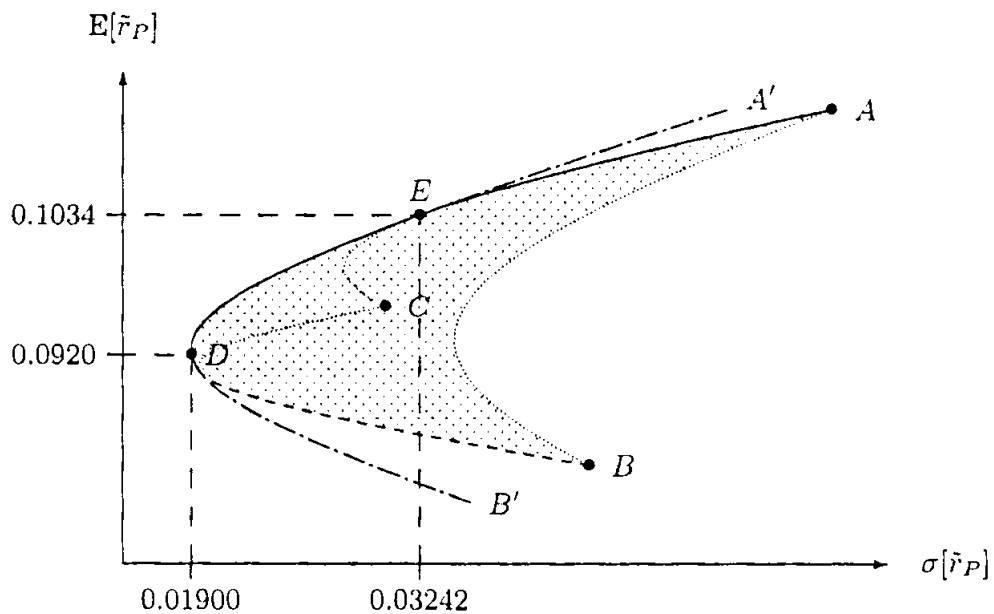


Рис. 5.19. Эффективный край области действия портфеля (с продажами без покрытия и без таких продаж)

но которому продажи без покрытия недопустимы. Эта кривая на участке выше абсолютного минимума риска (при $E[\tilde{r}_P] = 0.0920$ и $\sigma[\tilde{r}_P] = 0.01900$) обозначена непрерывной линией, а ниже этой точки пунктирной. Нижняя область BD неэффективна.³⁵ Верхняя непрерывная кривая DEA называется эффективным краем области действия портфеля. Оптимальный портфель должен лежать на эффективном крае. Поэтому эффективный край можно также назвать «кривой хороших возможностей действий». Место расположения оптимальной комбинации на этой кривой, зависит от степени нерасположенности к риску и, таким образом, от формы кривой безразличия инвестора. На способ графического определения оптимума мы указывали еще при рассмотрении рис. 5.16.³⁶

Таблица 5.35. Портфельные структуры с минимальным риском в нижней и верхней области доходности при предположении, что продажи без покрытия недопустимы

Доходность $E[\tilde{r}_P]$	Структура портфелей			Риск $\sigma[\tilde{r}_P]$
	ω_1	ω_2	ω_3	
0.0830	0.000	1.000	0.000	0.04244
0.0840	0.000	0.923	0.077	0.03831
0.0860	0.000	0.769	0.231	0.03057
0.0880	0.000	0.615	0.385	0.02405
0.0900	0.000	0.462	0.538	0.01998
0.1040	0.500	0.000	0.500	0.03360
0.1060	0.625	0.000	0.375	0.03840
0.1080	0.750	0.000	0.250	0.04401
0.1100	0.875	0.000	0.125	0.05018
0.1120	1.000	0.000	0.000	0.05671

5.8.5. Критика теории выбора портфеля

Теория выбора портфеля является частным случаем применения принципа $\mu-\sigma^2$. В основном ее выводы сводятся к следующим тезисам.

Доходность одного портфеля соответствует средневзвешенной доходности всех бумаг, содержащихся в нем. Но риск портфеля не может превышать средневзвешенных рисков всех содержащихся в нем титулов. Если доходности акции не связаны друг с другом полной положительной функциональной зависимостью, то посредством диверсификации можно снижать риски.

³⁵ Ср. с. 280.

³⁶ См. с. 281.

Эти выводы очень важны и очень полезны на практике. Однако прямое применение теории комбинирования ценных бумаг в представленной *Марковицем* форме имеет свои ограничения.

Получение данных. Весьма щекотливой проблемой является — помимо предварительной оценки ожидаемых доходностей для отдельных ценных бумаг $E[\tilde{r}_j]$ — вычисление дисперсии $\text{Var}[\tilde{r}_j]$ и ковариации $\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_k]$, а также коэффициента корреляции. При J ценных бумагах нам необходимы:

J	ожидаемых доходностей;
J	дисперсий;
$\frac{J(J-1)}{2}$	ковариаций (или коэффициентов корреляции).

Это при $J = 500$ акций — 125 750 значений. Для того чтобы не возникло недоразумений, отметим: речь идет исключительно об ориентированных на будущее величинах. Значит, что касается ковариации, речь идет об утверждении относительно степени зависимости доходности одной акции от доходности другой. Если в рамках анализа ценных бумаг при некоторых условиях еще можно оценить необходимые коэффициенты корреляции на основе статистических исследований временных рядов (в данном случае имеются в виду динамика биржевых котировок и информация о дивидендах), то их определение в рамках анализа инвестиций в материальные активы связано с почти неразрешимыми проблемами. Ведь применительно к таким инвестициям — подумайте, например, об инвестициях в земельные участки, в машины, в обучение учеников на предприятиях или о вложениях в исследования и разработки — нет соответствующих временных рядов. Так как прямая оценка коэффициента корреляции практически невозможна, кажется безуспешным перенос теории выбора портфеля прямо на анализ тех рискованных инвестиций, которые не являются ценными бумагами.

Определение оптимума. Упомянутые только что сведения об ожидаемых доходностях, дисперсиях и ковариациях достаточны лишь для того, чтобы определить множество эффективных инвестиционных программ. При этом дополнительно необходимо, если не учитывать продажи без покрытия, применение инструментария квадратического программирования, инструментария, который не всегда имеется в распоряжении.

Предположения относительно отношения к риску инвестора. Принятие решения на основе математического ожидания и дисперсии является спорной концепцией. При этом различаются два случая.

В первом случае мы исходим из того, что инвестор следует принципу *Бернулли*. Для такого индивидуума ориентация на математическое ожидание и дисперсию обоснована лишь тогда, когда его функция полезности является квадратичной.³⁷ Во втором случае мы исходим из того, что инвестор не ориентируется на принцип *Бернулли*, а использует принцип $\mu-\sigma^2$ в качестве

³⁷ Ср. с. 238 и сл.

классического правила принятия решения.³⁸ Не учитывая, что применение принципа $\mu-\sigma^2$ может привести к нарушению принципа доминирования, необходимо указать на следующий аспект: математическое ожидание и дисперсия лишь тогда полностью описывают распределение доходностей, когда речь идет о нормальном распределении.

Если принцип $\mu-\sigma^2$ используется независимо от вида распределения, то альтернативы решения тогда следует трактовать как одинаково выгодные, если они имеют одинаковое математическое ожидание и одинаковую дисперсию. Пример такой ситуации приведен в табл. 5.36. Неизвестно, оценит ли нерасположенный к риску инвестор обе альтернативы как одинаково выгодные. Например, возможно, что прожиточный минимум инвестора равен 100. Тогда для него было бы разумно отказаться от A_2 , так как эта альтернатива имеет 10% вероятность потери.

Таблица 5.36. Пример двух распределений дохода с одинаковым математическим ожиданием и дисперсией

	S_1 $q_1 = 0.1$	S_2 $q_2 = 0.1$	S_3 $q_3 = 0.3$	S_4 $q_4 = 0.2$	S_5 $q_5 = 0.2$	S_6 $q_6 = 0.1$	$E[Y]$	$\sigma[Y]$
A_1	150	150	210	270	150	330	210	60
A_2	90	150	210	270	270	150	210	60

5.9. Оценка рискованных инвестиций, ориентированная на рынок

5.9.1. Основополагающая идея

Основополагающую идею ориентированной на рынок оценки можно описать быстро. Мы интерпретируем инвестицию как инструмент достижения будущих возвратных потоков, которые по своей сути являются неопределенными. Сейчас для того чтобы выяснить цену, которую нам следует заплатить за требования на такие возвратные потоки, мы будем исходить из основополагающего принципа, согласно которому стоимость возвратных потоков является тем меньше,

- чем дольше мы должны их ждать («более ранний рубль дороже более позднего рубля») и
- чем они ненадежнее («гарантированный рубль дороже рискованного рубля»).

Тот факт, что сегодняшняя стоимость будущих возвратных потоков тем меньше, чем в более далеком будущем поступают потоки, нам уже хорошо известен из второй главы этой книги. В этом мы еще раз можем убедиться,

³⁸ См. по этому поводу с. 226.

бросив взгляд на таблицу множителей дисконтирования на с. 84. Из нее мы очень быстро узнаем и то, что эффект дисконтирования тем больше, чем выше ставка процента, с которой мы работаем. Значит содержащийся в одной инвестиции риск разумно отражается повышением ставки процента на величину «уместной премии за риск». В то время как сегодняшняя стоимость гарантированных денежных потоков определяется с помощью формулы

$$PV = \frac{CF_t}{(1 + r_f)^t}.$$

мы можем также попытаться определить сегодняшнюю стоимость негарантированных денежных потоков с помощью выражения:

$$PV = \frac{E[\widetilde{CF}_t]}{(1 + r_f + \text{Премия за риск})^t}.$$

При этом используемые здесь символы имеют следующее значение:

$E[\cdot]$ — математическое ожидание;

CF_t — возвратный поток в момент времени t ;

PV — сегодняшняя стоимость будущих возвратных потоков;

r_f — ставка процента по безрисковым активам.

Теперь центральным является вопрос обоснованного определения уместной премии за риск. Естественным способом является измерение содержащейся в одном проекте неопределенности посредством дисперсии ожидаемых в будущем денежных потоков. Если величина разброса возвратных потоков инвестиции трактуется как большая (малая), из таких рассуждений мы вывели бы высокую (низкую) премию за риск.

Хотя этот подход на первый взгляд не кажется ложным, все-таки мы не должны ему следовать, поскольку он полностью не учитывает следующее: инвестиции, как правило, осуществляются не изолированно, а всегда вместе с другими капиталовложениями. Инвесторы, которые ведут себя рационально, не ставят «все на одну карту», а комбинируют свои капиталовложения таким образом, что опасности, связанные с одним проектом, хотя бы частично компенсируются шансами, связанными с другими проектами, и наоборот. С основами концепций планирования такого типа мы познакомились при изучении теории выбора портфеля.³⁹ Если мы придерживаемся этой основной идеи, то тогда важным является не содержащийся в отдельном проекте риск, а вклад, который вносится им в общий риск инвестора.

В отдельности для определения уместной премии за риск можно использовать следующие альтернативы.

- Мы можем полностью опираться на наше «шестое чувство». Тогда эта тема сразу же становится закрытой.

³⁹ См. с. 270 и сл.

- Но мы можем и разработать теоретическую модель, которая содержит такие премии за риск как показатели рынка. Такой способ применяется при намерении условиях ориентации на такие показатели в ходе определения премии за риск.

Для того чтобы здесь избежать часто встречающегося недоразумения, следует отметить: речь идет не о том, чтобы точно рассчитать премии за риск. «Шестое чувство» все равно требуется. Модель рынка должна лишь предоставить полезный руководящий принцип и, таким образом, помочь в преодолении неопределенности при учете «шестого чувства».

5.9.2. Альтернативные модели рынка капитала

5.9.2.1. Модель оценки финансовых активов (САРМ)

Самой известной и наиболее общепринятой моделью рынка капитала является модель оценки финансовых активов (САРМ).^{*} Она была разработана на основе теории портфеля в 1960-х гг.⁴⁰ У нас здесь нет возможности представить тщательную разработку САРМ в ее деталях,⁴¹ и поэтому мы ограничимся описанием основных допущений и изложением главных результатов.

Допущения. Модель оценки финансовых активов является однопериодной микроэкономической моделью равновесия, которая основывается на следующих предположениях.

1. В экономике существует множество инвесторов, которые должны принимать решения о рискованных капиталовложениях. Все эти инвесторы действуют рационально и используют разработанную *Марковицем* теорию портфеля для принятия своих решений. Участники рынка не расположены к риску, однако не обязательно с одинаковой степенью интенсивности.
2. Все инвесторы имеют одинаковый объем информации в отношении распределения негарантированных возможных возвратных потоков по инвестициям.
3. Рисковые активы, о которых идет речь в модели, обращаются на совершенных рынках капитала, из-за чего они здесь называются «акциями». Различаются $j = 1, \dots, J$ таких рискованных активов (капиталовложений). Торговле не препятствуют ни транзакционные издержки, ни ограничения входа на рынок. Все участники рынка реагируют на изменение экономической конъюнктуры, корректируя количества, а не цены.

^{*} Ввиду неустоявшейся русскоязычной терминологии в отечественной литературе можно встретиться и с другими названиями модели. Одно из достаточно распространенных — модель ценообразования на рынке финансовых активов. — *Прим. ред.*

⁴⁰ Отцами-основателями модели являются *Шарп* [310], *Линтнер* [206] и *Моссин* [235].

⁴¹ Интересующихся читателей отсылаем к работе [186].

4. Наряду с возможностями осуществления рискованных инвестиций существуют также возможности кредитования и заимствования по безрисковой ставке процента.

Линия рынка капитала. Дальнейшая аргументация по разработке CAPM не будет приводиться в строгой форме. Вместо этого мы опишем ее интуитивно, ориентируясь на рис. 5.20.

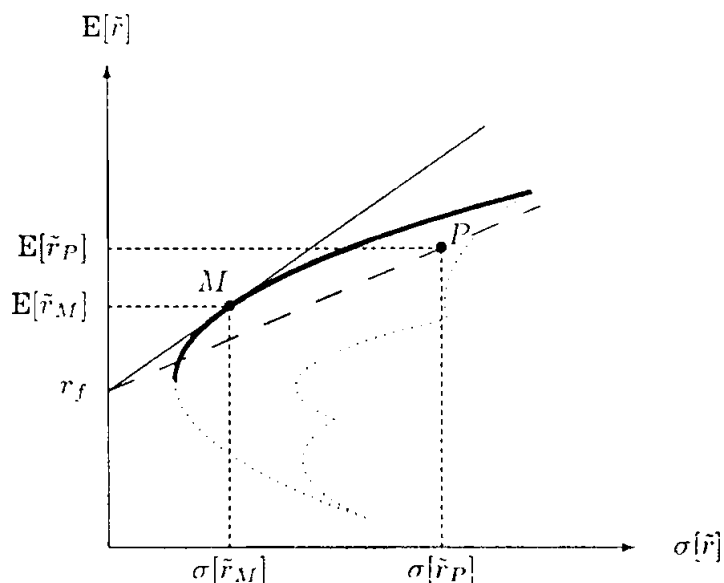


Рис. 5.20. Линия рынка капитала

- В середине этого графика находится плоская фигура в форме яичной скорлупы, нижняя область которой изображена пунктиром, в то время как верхний край выделен жирной линией.

Если вы сравните эту яичную скорлупу с рис. 5.19 на с. 288, тогда сразу станет ясно, что фигура была сконструирована тем, кто должен принимать решение о рискованных капиталовложениях, и хочет справиться с этой проблемой с помощью теории портфеля *Марковица*. Это соответствует допущению 1.

Через выбор соответствующей комбинации из J «акций» можно достичь любого расположения внутри фигуры, например, расположения P . Однако существуют более и менее привлекательные положения.

- Теперь мы предположим, что некто хочет вложить часть своего имущества в безрисковые активы, а остаток — в рискованные, а именно таким образом, что выбирает расположение P . Мы будем говорить о том, что он комбинирует расположение P с безрисковой формой вложения. Эта до сих пор не обсужденная возможность комбинирования следует из допущения 4. А каких расположений он может достичь в зависимости

от конкретного избранного соотношения между рискованными и безрисковыми активами?

Можно показать, что такой инвестор может двигаться по пунктирной линии, которая проходит через точку P . В целях уяснения того, что это действительно так, сконструируем портфель x таким образом, чтобы он содержал рискованное расположение P с долей α и надежное расположение с долей $1 - \alpha$. Если мы обозначим доходность в расположении P — $E[\tilde{r}_P]$, а безрисковую ставку процента r_f , то ожидаемая доходность портфеля x составит

$$\begin{aligned} E[\tilde{r}_x] &= \alpha E[\tilde{r}_P] + (1 - \alpha) r_f = \\ &= r_f + (E[\tilde{r}_P] - r_f) \alpha. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Соответственно, при использовании формулы (5.3) со с. 275 дисперсия доходности портфеля получится равной:

$$\text{Var}[\tilde{r}_x] = \alpha^2 \text{Var}[\tilde{r}_P] + 2\alpha(1 - \alpha) \text{Cov}[\tilde{r}_P, r_f] + (1 - \alpha)^2 \text{Var}[r_f].$$

Поскольку и дисперсия безрисковой ставки процента, и ковариация этой ставки с какой-либо иной ставкой процента равны нулю, остается:

$$\text{Var}[\tilde{r}_x] = \alpha^2 \text{Var}[\tilde{r}_P].$$

Отсюда можно выразить α :

$$\alpha = \frac{\sigma[\tilde{r}_x]}{\sigma[\tilde{r}_P]}.$$

Подстановка в (5.4) наконец приводит нас к выражению:

$$E[\tilde{r}_x] = r_f + \frac{E[\tilde{r}_P] - r_f}{\sigma[\tilde{r}_P]} \sigma[\tilde{r}_x], \quad (5.5)$$

которое является формулой линейной функции, изображенной на рис. 5.20 в виде пунктирной линии, проходящей через точку P . Значит, мы можем быть уверенными в том, что тот, кто комбинирует безрисковое вложение денег с рискованной инвестицией P , занимает расположение, которое на нашем рисунке должно находиться на пунктирной линии.

- Согласно допущению 1, все инвесторы не расположены к риску и действуют рационально. Если подобный инвестор обозначит риск величиной $\sigma[\tilde{r}^*]$, то он будет стремиться к тому, чтобы максимизировать ожидаемую доходность $E[\tilde{r}^*]$. Исходя из этого, он будет пытаться занять расположение на касательной к яичной скорлупе.

Точка касания на рис. 5.20 обозначена M . Значит, рациональный инвестор будет выбирать некоторое расположение на одной из касательных к яичной скорлупе. Выбор конкретного расположения зависит от

степени его нерасположенности к риску. Чем сильнее его нерасположенность к риску, тем левее будет находиться выбранное им расположение.

- На основе допущения 2 мы можем исходить из того, что все участники рынка капитала решают одну и ту же задачу оптимизации. Все будут конструировать ту же самую яичную скорлупу и пытаться максимизировать угол наклона обсужденной кривой таким образом, что в конце каждый из них будет занимать расположение на одной и той же касательной. Эта для всех инвесторов идентичная касательная называется линией рынка капитала.
- В принципе теперь мы должны лишь сконструировать эту касательную. Это связано с «несложной математикой», от ознакомления с которой нам хотелось бы избавить наших читателей.⁴² Во всяком случае можно показать, что точка касания достигается в точности тогда, когда для каждого J рискованного капиталовложения соблюдается равенство:

$$E[\tilde{r}_j] = r_f + \underbrace{\frac{E[\tilde{r}_M] - r_f}{\text{Var}[\tilde{r}_M]} \cdot \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M]}_{\text{премия за риск}}. \quad (5.6)$$

Формула (5.6) является основополагающим представлением CAPM в терминах доходности. Мы называем ее также линией рынка капитала. Мы были нацелены на ее выведение, так как она информирует нас о том, откуда можно определить искомую премию за риск в теоретической модели рыночного равновесия. Конкретно речь идет о следующих переменных.

$E[\tilde{r}_M]$ — ожидаемая доходность в среднем на рынке капитала: представьте себе под этим приблизительно ту доходность, которую может достичь тот, кто приобретает портфель акций с точно такой же структурой, какая используется при вычислении рыночного индекса курсов акций.

r_f — безрисковая ставка процента: под этим можно понимать доходность государственной облигации.

$\text{Var}[\tilde{r}_M]$ — дисперсия доходности рынка капитала: это показатель, который отражает, в какой степени разбросаны доходности всего рынка капитала вокруг ее математического ожидания.

⁴² Тот, кто интересуется этим, пусть исследует работу [186. S. 190 и сл.].

$\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M]$ — ковариация доходности акции с доходностью рынка: она информирует о том, каким образом изменяется доходность акции при изменении доходности рынка. При этом теоретически могут иметь место положительные или отрицательные корреляции с разной степенью силы. В предельном случае обе случайные величины могут изменяться независимо друг от друга. В этом случае ковариация имела бы нулевое значение. Но в целом мы можем наблюдать на рынках капитала положительную корреляцию. Следовательно, если доходность одной отдельной акции увеличивается, то увеличивается и доходность индекса рынка капитала.

Формулировки с помощью бета и лямбда. Применительно к модели оценки финансовых активов часто говорят о коэффициенте бета (β). Для того чтобы понимать, о чем идет речь, нам нужно записать формулу (5.6) несколько по-другому, а именно

$$E[\tilde{r}_j] = r_f + \underbrace{(E[\tilde{r}_M] - r_f)}_{\text{рыночная премия за риск}} \cdot \beta_j, \quad \text{где} \quad \beta_j = \frac{\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M]}{\text{Var}[\tilde{r}_M]}, \quad (5.7)$$

и тогда выяснится следующее:

бета акции отражает так называемый систематический риск. Этот коэффициент показывает, как реагирует доходность отдельной акции на изменение доходности всего рынка в целом.

Бета информирует о том, как изменяется доходность определенного рискованного актива — например, акции конкретного предприятия — в отношении к средней доходности всего рынка (индекса акций). Если, например, бета составляет 1.4, то при изменении индекса на 1% доходность соответствующей акции изменится на 1.4%. Как правило, речь здесь идет о числах, которые близки к единице. Случаи, при которых бета меньше 0.3 или больше 2.0, встречаются редко — см. ниже табл. 5.39 на с. 314. Индекс j , содержащийся в нашей модели, отражает объем рискованных инвестиций, которые могут осуществляться в анализируемой экономике; также инвестиции могут быть покупками финансовых титулов (например, акций или облигаций), физического капитала или же человеческого капитала (образования).

Реже встречается третий вид формулировки линии рынка ценных бумаг, а именно

$$E[\tilde{r}_j] = r_f + \lambda \cdot \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M], \quad \text{где} \quad \lambda = \frac{E[\tilde{r}_M] - r_f}{\text{Var}[\tilde{r}_M]}, \quad (5.8)$$

причем лямбда (λ) обозначает рыночную цену риска. Лямбда является компонентом, который в рамках представления CAPM в терминах доходности идентичен для всех рискованных капиталовложений, в то время как ковари-

ация $\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M]$ показывает лишь то, как велик вклад риска, связанного с конкретной инвестицией в ненадежный актив (в акцию). Тем самым, премия за риск состоит из общего ценового компонента и индивидуального количественного компонента.

Формулировка представления CAPM с помощью лямбда имеет ряд преимуществ, которые здесь не полностью освещаются. Помимо всего прочего, она ясно показывает, что при описании риска, за который мы можем требовать премию на совершенно функционирующем рынке капитала, речь идет о том, что можно изобразить в форме ковариации $\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M]$, а не, например, в форме дисперсии (например, $\text{Var}[\tilde{r}_j]$). Значит, важно не то, сколько риска связано с инвестицией, если мы рассматриваем его изолированно, скорее, важным является влияние оцениваемой инвестиции на ситуацию с риском лица, принимающего решения. Это должен пояснить нам характерный пример.

Представьте себе, что инвестор хочет построить фабрику по производству зонтов. Это, естественно, является рискованным мероприятием, так как он хорошо заработает, если в будущем будет дождливая погода и, наверное, понесет потери, если будет долго светить солнце. Тот, кто ориентируется на дисперсию, сделал бы попытку анализа величины разброса прибылей (или потерь) запланированной фабрики по производству зонтов и потребовал бы при большой величине этого разброса высокую премию за риск. Но важным является то, какие прочие расходы помимо строительства фабрики по производству зонтов осуществляются инвестором. Ведь возможно, что он до сих пор производил купальники и хочет продолжать этот бизнес.⁴³ Тогда, естественно, начало бизнеса с зонтами явно улучшит положение предпринимателя. Риски, которым наш инвестор до сих пор был подвергнут, посредством диверсификации на рынке для зонтов, возможно, существенно снизятся, и именно этот эффект нам удастся отразить через ковариацию.

5.9.2.2. Теория арбитражного ценообразования (ТАЦ)

CAPM была разработана в 1960-х гг. Хотя эта модель и является моделью рынка капитала, которую можно назвать общепризнанной, нельзя умолчать о том, что она также подвергалась сильной критике. Один из аспектов критики состоит в том, что данная модель является однофакторной и трактует премию за риск как часть доходности ненадежного, т. е. рискованного, актива, а именно индекса рынка, который мы, как правило, представляем себе как доходность хорошо скомбинированного портфеля — например, индекса курсов акции.

Росс ответил на эту критику теорией арбитражного ценообразования (ТАЦ). Его результат называется многофакторным вариантом CAPM, ко-

⁴³ Здесь наш пример ложен, так как эта предпосылка совсем не совпадает с тем, что имеет место в CAPM. Там инвесторы не осуществляют каких-либо «прочих» расходов. Они достигают совершенной диверсификации и, таким образом, уничтожают все несистемные риски.

торый можно записать в виде¹⁴

$$\begin{aligned} E[\tilde{r}_j] &= r_f + \underbrace{(E[\tilde{F}_1] - r_f) \beta_{j1} + (E[\tilde{F}_2] - r_f) \beta_{j2} + \dots + (E[\tilde{F}_K] - r_f) \beta_{jK}}_{\text{премия за риск}} = \\ &= r_f + \sum_{k=1}^K (E[\tilde{F}_k] - r_f) \beta_{jk}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Символ $E[\tilde{F}_k]$ — ожидаемая доходность портфеля, который зависит от k -го фактора и не зависит от всех остальных факторов. Бета-фактор β_{jk} — это измерение чувствительности доходности акции к k -му фактору. Уравнение цены, предложенное Россом, по-видимому, имеет то преимущество, что объясняет премию за риск не одним-единственным фактором, а несколькими экономическими детерминантами. Эмпирические исследования дают повод предположить, что, в основном, существуют пять таких факторов:¹⁵

- индекс промышленного производства;
- краткосрочная реальная ставка процента, измеренная как разность между доходностью краткосрочных государственных облигаций и индексом цен на потребительские блага;
- краткосрочная инфляция, измеренная через неожиданные изменения индекса потребительских цен;
- долгосрочная инфляция, измеренная как разность между доходностями долгосрочных и краткосрочных государственных облигаций;
- риск неуплаты, измеренный как разность между коэффициентами «доходность к погашению» облигаций первоклассных заемщиков и заемщиков второго сорта.

Эмпирические исследования показали, что премию за риск можно объяснить лучше на основе ТАЦ, чем на основе САРМ. Поэтому ТАЦ в практике предприятий приобретает все большую популярность. Несмотря на это, теоретически к ней нужно относиться с осторожностью.¹⁶

5.9.3. Оценка инвестиций с помощью САРМ

5.9.3.1. Случай одного периода

Первая формула чистой сегодняшней стоимости. Как мы можем от линии рынка ценных бумаг прийти к формуле чистой сегодняшней стоимости, со-

¹⁴ См. [269]. О многофакторной САРМ можно говорить и исходя из формальной схожести уравнения ТАЦ и уравнения (5.7). С точки зрения модельной структуры обе концепции имеют мало общего: САРМ является моделью равновесия, чего нельзя сказать о ТАЦ.

¹⁵ См. по этому поводу [51. Р. 266 и сл.].

¹⁶ Во всяком случае, теоретическое превосходство ТАЦ весьма спорно, см. [191]. В связи с этим нужно указать на то интересное обстоятельство, что ТАЦ обсуждается лишь в очень немногих учебниках, хотя ей уже больше 20 лет.

держатель соответствующую поправку на риск? Здесь мы сначала должны напомнить нашим читателям, что CAPM — однопериодная модель. При условии, что значимыми являются лишь моменты времени $t = 0$ и $t = 1$, ожидаемая доходность одного инвестиционного проекта № j , по определению, равна:

$$E[\tilde{r}_j] = \frac{E[\widetilde{CF}_{j1}]}{PV_j} - 1. \quad (5.10)$$

Описывая эту формулу вербально, можно сказать следующее: мы делим ожидаемые возвратные потоки, которые поступят в течение года, на цену, которая будет с готовностью выплачена нами за эти требования, и вычитаем единицу.

Но если мы исходим из того, что CAPM правильно описывает ситуацию, с которой сталкивается инвестор, то действует и линия рынка капитала. Воспользовавшись (5.8) и выражая PV_j из (5.10), получим

$$PV_j = \frac{E[\widetilde{CF}_{j1}]}{1 + r_f + \lambda \cdot \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M]}. \quad (5.11)$$

Если мы из этого выражения вычтем выплату за осуществление инвестиции, то придем к цели⁴⁷

$$\boxed{NPV_j = -I_{j0} + \frac{E[\widetilde{CF}_{j1}]}{1 + r_f + \lambda \cdot \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M]}} \quad (5.12)$$

Формула чистой сегодняшней стоимости имеет еще «ловушку», которую мы самым лучшим образом можем выяснить с помощью примера.

Пример. Некоторая инвестиция предполагает единовременную выплату в сумме $I_{j0} = 100$ и обещает через год зависящие от ситуации возвратные потоки в соответствии с табл. 5.37. Безрисковая ставка процента составляет 5%. Рынок капитала представлен индексом курса акций, который сегодня равен 2500. Предполагается, что через год он примет значения, приведенные в таблице. Нам нужно рассчитать чистую сегодняшнюю стоимость инвестиции при учете ее систематического риска.

Попытка решения. Для того чтобы воспользоваться формулой (5.12), начнем с расчета ожидаемых инвестиционных возвратных потоков. Они составляют

⁴⁷ При использовании представления CAPM с помощью бета мы пришли бы к результату

$$NPV_j = -I_{j0} + \frac{E[\widetilde{CF}_{j1}]}{1 + r_f + (E[\tilde{r}_M] - r_f) \cdot \beta_j}.$$

Таблица 5.37. Исходные данные для ориентированной на рынок оценки инвестиции с помощью CAPM

	$t = 0$	$t = 1$		
		Z_1	Z_2	Z_3
		$q_1 = 0.45$	$q_2 = 0.18$	$q_3 = 0.37$
Инвестиционный проект	-100	110	115	125
Индекс акций	-2500	2600	2500	2920

$$\begin{aligned} E[\widetilde{CF}_{j1}] &= \sum_{s=1}^S CF_{j1s} q_s = \\ &= 110 \cdot 0.45 + 115 \cdot 0.18 + 125 \cdot 0.37 = 116.45. \end{aligned}$$

После этого мы должны рассчитать рыночную цену риска λ . Для этой цели нам нужно найти ожидаемую доходность риска и ее дисперсию. Если наступит ситуация Z_1 , то рыночная доходность окажется равной $r_{M1} = \frac{2600}{2500} - 1 = 0.04$. Если мы рассчитаем доходности для обеих других ситуаций таким же образом, то ожидаемая рыночная доходность получится равной:

$$\begin{aligned} E[\tilde{r}_M] &= \sum_{s=1}^S r_{Ms} q_s = \\ &= 0.04 \cdot 0.45 + 0.00 \cdot 0.18 + 0.168 \cdot 0.37 = 0.0802. \end{aligned}$$

Сейчас вычислим дисперсию рыночной доходности. Она рассчитывается из данных нашего примера следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{Var}[\tilde{r}_M] &= \sum_{s=1}^S (r_{Ms} - E[\tilde{r}_M])^2 q_s = \\ &= (0.04 - 0.0802)^2 \cdot 0.45 + (0.00 - 0.0802)^2 \cdot 0.18 + (0.168 - 0.0802)^2 \cdot 0.37 = \\ &= 0.0047. \end{aligned}$$

Теперь мы в состоянии определить рыночную цену риска по формуле (5.8). Мы получаем

$$\lambda = \frac{E[\tilde{r}_M] - r_f}{\text{Var}[\tilde{r}_M]} = \frac{0.0802 - 0.05}{0.0047} = 6.3666.$$

После этого нам нужно рассчитать ковариацию доходностей проекта с доходностью рынка, и при этом как раз и возникает трудность, с которой мы просто так не справимся. Ковариация определяется следующим образом:

$$\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M] = \sum_{s=1}^S (r_{js} - E[\tilde{r}_j]) (r_{Ms} - E[\tilde{r}_M]) q_s.$$

Чтобы суметь ее рассчитать нам необходимы сведения о зависящих от ситуации доходности проекта (r_{js}) и их математическом ожидании ($E[\tilde{r}_j]$). Вы могли бы подумать, что их легко найти. Ведь все необходимые для этого данные содержатся в табл. 5.37. Но это не так. Да, у нас есть информация о зависящих от ситуации денежных потоках проекта, а также о выплате за осуществление инвестиции. Но используя только эту информацию, мы не сможем точно рассчитать доходности проекта. Ведь они в рамках CAPM определены не как

$$r_{js} = \frac{CF_{j1s}}{I_{j0}} - 1, \quad (5.13)$$

а через формулу:

$$r_{js} = \frac{CF_{j1s}}{PV_j} - 1 \quad (5.14)$$

и теперь становится ясно, в чем заключаются трудности.

Мы сможем аккуратно рассчитать необходимые для вычисления ковариации доходности лишь тогда, когда мы уже узнаем результаты всех наших стараний, а именно сегодняшнюю стоимость рисковых возвратных потоков. Чтобы продвинуться дальше, мы принимаем прагматическую позицию и ведем расчет при отсутствии лучшей информации, просто используя формулу (5.13). Тогда ковариация оказывается равной:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M] &= (0.10 - 0.1645)(0.04 - 0.0802) \cdot 0.45 + \\ &+ (0.15 - 0.1645)(0.00 - 0.0802) \cdot 0.18 + \\ &+ (0.25 - 0.1645)(0.168 - 0.0802) \cdot 0.37 = \\ &= 0.0042. \end{aligned}$$

Наконец, мы собрали все необходимые компоненты, и теперь можем вывести⁴⁸ из них чистую сегодняшнюю стоимость:

$$NPV_j = -100 + \frac{116.45}{1 + 0.05 + 6.3666 \cdot 0.0042} = -100 + \frac{116.45}{1.07645} = 8.18.$$

Расчет показывает, что проект выгоден.

Вторая формула чистой сегодняшней стоимости. А теперь мы можем устранить возникшие трудности с помощью следующего приема. Давайте сконцентрируем внимание на ковариации доходности проекта с доходностью рынка и немного преобразуем их. Таким образом, мы получаем:

$$\text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_M] = \sum_{s=1}^S (r_{js} - E[\tilde{r}_j])(r_{Ms} - E[\tilde{r}_M]) q_s =$$

⁴⁸ Тот, кто проверяет результат с калькулятором и при этом использует приведенные здесь числа, придет к несколько иным результатам из-за округлений.

$$\begin{aligned}
&= \sum_{s=1}^S \left(\frac{CF_{j1s}}{PV_j} - 1 - \frac{E[\widetilde{CF}_{j1}]}{PV_j} + 1 \right) (r_{Ms} - E[\tilde{r}_M]) q_s = \\
&= \frac{1}{PV_j} \sum_{s=1}^S (CF_{j1s} - E[\widetilde{CF}_{j1}]) (r_{Ms} - E[\tilde{r}_M]) q_s = \\
&= \frac{1}{PV_j} \text{Cov}[\widetilde{CF}_{j1}, \tilde{r}_M].
\end{aligned}$$

Если подставить этот промежуточный результат в (5.11) и выразить из него сегодняшнюю стоимость возвратных потоков, то это приведет к

$$PV_j = \frac{E[\widetilde{CF}_{j1}] - \lambda \cdot \text{Cov}[\widetilde{CF}_{j1}, \tilde{r}_M]}{1 + r_f}.$$

Числитель в правой части этого уравнения называется безрисковым эквивалентом рискованных возвратных потоков. Следовательно, наша новая формула направлена на то, чтобы дисконтировать безрисковый эквивалент на основе безрисковой ставки процента. Если мы еще вычтем выплату за осуществление инвестиций, то тогда получим

$$\boxed{NPV_j = -I_{j0} + \frac{E[\widetilde{CF}_{j1}] - \lambda \cdot \text{Cov}[\widetilde{CF}_{j1}, \tilde{r}_M]}{1 + r_f}} \quad (5.15)$$

менее спорную формулу чистой сегодняшней стоимости.

Повторная попытка решения. Давайте теперь вернемся к нашему примеру на с. 300 и снова попытаемся его решить. Единственным компонентом, который нам еще нужно вычислить, является ковариация возвратных потоков инвестиционного проекта с рыночной доходностью:

$$\begin{aligned}
\text{Cov}[\widetilde{CF}_{j1}, \tilde{r}_M] &= (110 - 116.45)(0.04 - 0.0802) \cdot 0.45 + \\
&\quad + (115 - 116.45)(0.00 - 0.0802) \cdot 0.18 + \\
&\quad + (125 - 116.45)(0.168 - 0.0802) \cdot 0.37 = \\
&= 0.4154.
\end{aligned}$$

Подстановка этого числа и других промежуточных результатов в (5.15) дает чистую сегодняшнюю стоимость величиной в

$$NPV_j = -100 + \frac{116.45 - 6.3666 \cdot 0.4154}{1 + 0.05} = -100 + \frac{113.81}{1.05} = 8.39.$$

И на этот раз проект оказывается выгодным. Отклонение от нашего результата на с. 302 является ничтожно малым, что можно объяснить тем, что сегодняшняя стоимость возвратных потоков при $PV_j = 108.39$ не сильно отличается по величине от выплат за осуществление инвестиции $I_{j0} = 100$. Но чем больше эта разница, тем большим окажется искажение.

5.9.3.2. Случай множества периодов

До сих пор наши рассуждения об ориентированной на рынок оценке рискованных инвестиций позволили нам делать выводы о проектах лишь со сроком действия один год. Этого недостаточно, так как на практике мы, как правило, имеем дело с проектами, длительность реализации которых превышает один год.

Появляется желание найти формулу чистой сегодняшней стоимости в случае множества периодов путем простого «прагматического» переписывания формулы (5.15) для того, чтобы она корректно могла описать такой случай. Используя представление CAPM с коэффициентами β , получим⁴⁹

$$\text{NPV}_j = -I_{j0} + \sum_{t=1}^T \frac{E[\widetilde{\text{CF}}_{jt}]}{(1 + r_f + (E[\widetilde{r}_M] - r_f) \cdot \beta_j)^t} \quad (5.16)$$

Если мы предположим, что в ближайшем будущем ожидаемые инвестиционные возвратные потоки будут постоянными, то тогда эта формула примет следующий вид:

$$\text{NPV}_j = -I_{j0} + \frac{E[\widetilde{\text{CF}}]}{r_f + (E[\widetilde{r}_M] - r_f) \cdot \beta_j} \quad (5.17)$$

т. е. аналогично сегодняшней стоимости вечной ренты в условиях определенности.⁵⁰ Но к возможности использования такой формулы чистой сегодняшней стоимости следует относиться с осторожностью.

- Чтобы прийти к (5.16), мы не сделали ничего, кроме формального расширения с учетом нескольких моментов времени. Но основой служит CAPM в ее основной форме, а эта модель имеет одноперIODную структуру. В ней учитываются лишь моменты времени $t = 0$ и $t = 1$.

Поэтому не являющийся спорным способ выведения многопериодной формулы чистой сегодняшней стоимости в принципе предполагает, что мы сперва конструируем многопериодную CAPM. Это может привести совсем к другим результатам по сравнению с результатами, полученными спонтанно в только что рассмотренном примере.

- Независимо от этого методического возражения возникает вопрос о том, в состоянии ли лицо, принимающее решение, обоснованно оценить содержащиеся в (5.16) показатели.

Применительно к β_j это не просто. Возвращаясь к (5.7), можно увидеть, что речь здесь идет о показателе, в который входят распределение доходностей проекта и рынка. А как в принципе определить эти доходности и их распределения в случае множества периодов?

⁴⁹ Ср. с. 300, сноска 47. Мы здесь предполагаем, что кривая безрисковой ставки процента является горизонтальной; это, безусловно, спорная предпосылка, но в обсуждаемом здесь контексте ее спорность не имеет большого значения.

⁵⁰ Ср. с. 69.

5.9.3.3. Средневзвешенная стоимость капитала при учете налога

Теорема Модильяни–Миллера. До сих пор мы исходили из того, что инвестор не облагается налогом. Кроме того, мы не обсуждали, имеет ли значимость структура источников финансирования оцениваемого инвестиционного проекта, в частности, соотношение между собственным и заемным капиталом. Теперь мы включим в анализ оба этих аспекта. Но прежде выдвинем следующий тезис.

До тех пор пока мы не учитываем налоги, в рамках ориентированной на рынок оценки рисков инвестиционной по основополагающим принципам CAPM совершенно безразлично, как финансируется проект.

Это можно объяснить тем, что теорема *Модильяни–Миллера* верна в условиях предпосылок CAPM.⁵¹ Данная теорема гласит, что стоимость предприятия, равно как и стоимость инвестиционного проекта, совершенно не зависит от того, каким образом это предприятие или проект финансируются.

Однако если необходимо учитывать налоги, структура капитала может влиять на стоимость проекта. Имеется ли такое влияние, и если да, то как велико это влияние, зависит от вида налогообложения. Существуют нейтральные и не нейтральные по финансированию системы налогообложения. Далее мы смоделируем налог, относящийся ко второй группе.

Модель. Ниже мы разработаем модель с участием трех групп хозяйствующих субъектов, а именно, государства, кредиторов (предоставляющих заемный капитал) и долевых участников (предоставляющих собственный капитал). Предполагается, что верна CAPM. Пусть оцениваемая инвестиция имеет не бесконечную, но большую длительность и обещает на протяжении времени постоянные ожидаемые возвратные потоки $E[\widetilde{CF}]$. Для детальной разработки модели используются следующие символы:

$E[\widetilde{CF}_j]$ — постоянные ожидаемые ежегодные возвратные потоки по проекту j ;

$k_{j,ЕК}^l$ — ожидаемая доходность собственного капитала при условии, что проект частично финансируется заемным капиталом (по-английски: levered);

$k_{j,ЕК}^u$ — ожидаемая доходность собственного капитала при условии, что проект финансируется полностью собственным капиталом (по-английски: unlevered);

$k_{j,FK}$ — ожидаемая доходность заемного капитала;

EK_j — рыночная (стоимостная) оценка собственного капитала при финансировании проекта j ;

⁵¹ См. [233]. Тому, кто захочет увидеть простое доказательство, рекомендуем работу [186. S. 221 и сл.].

FK_j — рыночная оценка заемного капитала при финансировании проекта j ;

PV_j^l — рыночная оценка проекта j при условии, что он частично финансируется заемным капиталом;

PV_j^e — рыночная оценка проекта j при условии, что он полностью финансируется собственным капиталом;

s — ставка налога на прибыль;

$WACC_j$ — средневзвешенная стоимость капитала (по-английски: weighted average cost of capital).

Об ожидаемой — теми, кто предлагает капитал — доходности, нужно еще дополнительно сказать, что для них, естественно, при условии CAPM, должна иметь место зависимость, описываемая линией рынка ценных бумаг. Это означает

$$k_{j,ЕК}^l = r_f + (E[\tilde{r}_M] - r_f) \cdot \beta_{j,ЕК}^l \quad (5.18)$$

и

$$k_{j,ЕК}^e = r_f + (E[\tilde{r}_M] - r_f) \cdot \beta_{j,ЕК}^e. \quad (5.19)$$

В ходе дальнейших рассуждений разумно сконцентрировать внимание на том, каким образом распределяются ожидаемые инвестиционные возвратные потоки среди трех групп хозяйствующих субъектов, имеющих отношение к модели.

- Государство получает налоги.

Мы здесь предполагаем, что существует лишь один вид налога. При этом речь идет о налоге на прибыль с юридических лиц. Налогооблагаемой суммой является та сумма, которая остается от возвратных потоков после вычета процентов за пользование заемным капиталом. Тогда ожидаемый ежегодный налог в рамках проекта j составляет

$$s \cdot (E[CF_j] - k_{j,ЕК} \cdot FK_j).$$

- Кредиторы получают проценты.

Так как лица, предлагающие заемный капитал, как физические лица в нашей модели не облагаются налогом, их ежегодные ожидаемые доходы по проекту j составляют

$$k_{j,ЕК} \cdot FK_j.$$

- Собственники получают то, что остается после всех этих вычетов.

Так как и собственники паев не облагаются налогом как физические лица, они получают от участия в проекте j ежегодно

$$k_{j,ЕК}^e \cdot EK_j.$$

Средневзвешенная стоимость капитала (WACC). Так как нельзя распределить среди всех участников больше того, что дает проект в совокупности в виде возвратных потоков, то должно быть верно

$$E[\widetilde{CF}_j] = s \cdot (E[\widetilde{CF}_j] - k_{j,FK} \cdot FK_j) + k_{j,FK} \cdot FK_j + k_{j,EK}^l \cdot EK_j. \quad (5.20)$$

что мы можем свести к

$$E[\widetilde{CF}_j] (1 - s) = k_{j,FK} (1 - s) \cdot FK_j + k_{j,EK}^l \cdot EK_j.$$

А сейчас мы введем (относящуюся к проекту) средневзвешенную стоимость капитала, определив

$$WACC_j = k_{j,FK} (1 - s) \cdot \frac{FK_j}{EK_j + FK_j} + k_{j,EK}^l \cdot \frac{EK_j}{EK_j + FK_j}. \quad (5.21)$$

Значит, для расчета WACC мы должны взвесить требуемую кредиторами после налогообложения доходность с запланированной долей заемного капитала и требуемую собственниками доходность с запланированной долей собственного капитала. Подстановка (5.21) в (5.20) дает:

$$E[\widetilde{CF}_j] (1 - s) = WACC_j \cdot (FK_j + EK_j). \quad (5.22)$$

Чтобы перейти от этого достаточно наглядного выражения к формуле чистой сегодняшней стоимости, нам нужно еще выяснить, что рыночная цена возвратных потоков инвестиций после налогообложения должна быть в точности так велика, как сумма рыночных стоимостных оценок собственного и заемного капитала, поскольку после вычета налога кроме лиц, предлагающих капитал, не существует никаких групп хозяйствующих субъектов с финансовыми требованиями. В формализованном виде это означает:

$$EK_j + FK_j = PV_j^l. \quad (5.23)$$

Подстановка в (5.22) после элементарных преобразований приведет к

$$PV_j^l = \frac{E[\widetilde{CF}_j] (1 - s)}{WACC_j}. \quad (5.24)$$

Из этого выражения после вычета выплат за осуществление инвестиций удастся получить искомую формулу чистой сегодняшней стоимости

$$\boxed{NPV_j = -I_{j0} + \frac{E[\widetilde{CF}_j] (1 - s)}{WACC_j}} \quad (5.25)$$

Для иллюстрации того, как работать с этой формулой, рассмотрим следующий пример.

Пример. Предприниматель планирует осуществить проект с единовременной выплатой в сумме 100 и ожидает вечного поступления ежегодных возвратных потоков величиной 25. Ставка налога на прибыль равна 60%. Желаемая доля собственного капитала составляет 50%. Остальные показатели рынка капитала приведены в табл. 5.38. Рассчитайте скорректированную с учетом риска средневзвешенную стоимость капитала и чистую сегодняшнюю стоимость инвестиции.

Таблица 5.38. Показатели рынка капитала для рискованной инвестиции при доле собственного капитала, равной 50%

Безрисковая ставка процента r_f	Ожидаемая рыночная доходность $E[\tilde{r}_M]$	Бета собственного капитала $\beta_{j,ЕК}$	Бета заемного капитала $\beta_{j,ЗК}$
0.05	0.12	1.10	0.05

Решение. Для расчета стоимости капитала начнем с доходности, которую нужно требовать собственникам. Она, по CAPM, при данных нашего примера, составляет

$$k_{j,ЕК}^I = 0.05 + (0.12 - 0.05) \cdot 1.10 = 12.70\%.$$

в то время как ожидаемая доходность кредиторов оказывается равной

$$k_{j,ЗК} = 0.05 + (0.12 - 0.05) \cdot 0.05 = 5.35\%.$$

Возвращаясь к (5.21), мы рассчитаем средневзвешенную стоимость капитала, которая равна:

$$WACC_j = 0.0535 \cdot (1 - 0.6) \cdot 0.5 + 0.1270 \cdot 0.5 = 7.42\%.$$

Теперь для получения чистой сегодняшней стоимости инвестиции нам нужно лишь подставить соответствующие данные в (5.25). Это, наконец, приводит к

$$NPV_j = -100 + \frac{25 \cdot (1 - 0.6)}{0.0742} = 34.77.$$

Значит, проект можно рекомендовать.

5.9.3.4. Общий денежный поток и скорректированная сегодняшняя стоимость как эквивалентные концепции

В рамках изложенного в предыдущем разделе метода существуют две совершенно эквивалентные концепции, если можно исходить из тех же показанных выше предпосылок. Но в англоязычной литературе уже описанный подход с использованием WACC занимает доминирующее положение.

Общий денежный поток (TCF — total cash flow). Рассмотрим формулу (5.20) на с. 307. Она описывала, как валовые денежные потоки одного проекта распределялись среди государства на лиц, предлагавших заемный капитал, и собственников. Если мы перенесем налоговые платежи в левую часть, то в правой части останутся платежи, которые должны быть получены лицами, предлагающими капитал

$$\begin{aligned} E[\widetilde{CF}_j] - s \cdot (E[\widetilde{CF}_j] - k_{j,FK} \cdot FK_j) &= k_{j,FK} \cdot FK_j + k_{j,EK}^l \cdot EK_j \\ E[\widetilde{CF}_j] (1 - s) + s k_{j,FK} FK_j &= k_{j,FK} \cdot FK_j + k_{j,EK}^l \cdot EK_j. \end{aligned} \quad (5.26)$$

А теперь мы определим относящуюся к проекту средневзвешенную стоимость капитала несколько по-другому, чем на с. 307: таким образом, что мы откажемся от уменьшения входящей в эту величину ставки по заемному капиталу на влияние налога

$$WACC_j^* = k_{j,FK} \cdot \frac{FK_j}{EK_j + FK_j} + k_{j,EK}^l \cdot \frac{EK_j}{EK_j + FK_j}.$$

При использовании (5.23) можно сделать перестановку и свести это выражение к

$$\begin{aligned} WACC_j^* &= k_{j,FK} \cdot \frac{FK_j}{PV_j^l} + k_{j,EK}^l \cdot \frac{EK_j}{PV_j^l} \\ WACC_j^* \cdot PV_j^l &= k_{j,FK} \cdot FK_j + k_{j,EK}^l \cdot EK_j. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Приравнивание (5.26) к (5.27) приведет после элементарных преобразований к

$$PV_j^l = \frac{E[\widetilde{CF}_j] (1 - s) + s k_{j,FK} FK_j}{WACC_j^*}.$$

откуда после вычета выплат за осуществление инвестиции мы получим формулу чистой сегодняшней стоимости

$$\boxed{NPV_j = -I_{j0} + \frac{E[\widetilde{CF}_j] (1 - s) + s k_{j,FK} FK_j}{WACC_j^*}}. \quad (5.28)$$

Пример и решение. Мы хотим проверить, удастся ли нам получить в рамках представленного на с. 308 примера тот же результат, что и на основе WACC, если используется концепция общего денежного потока. При стоимости собственного капитала, равной $k_{j,EK}^l = 12.7\%$, и стоимости заемного капитала, равной $k_{j,FK} = 5.35\%$, средневзвешенная стоимость капитала составляет:

$$WACC_j^* = 0.0535 \cdot 0.5 + 0.127 \cdot 0.5 = 9.025\%.$$

Для того чтобы суметь пойти дальше, мы должны определить рыночную стоимость заемного капитала. Выше на с. 308 она не была дана. Так как мы уже рассчитали выше рыночную стоимость общего запаса капитала при $PV_j^l = EK_j + FK_j = NPV_j + I_0 = 134.77$, а доля заемного капитала была дана равной 0.5, рыночная стоимость заемного капитала должна составлять $0.5 \cdot 134.77 = 67.39$. Подстановка в (5.28), наконец, приведет к уже привычному результату:

$$NPV_j = -100 + \frac{25 \cdot (1 - 0.6) + 0.6 \cdot 0.0535 \cdot 67.39}{0.09025} = 34.77.$$

Скорректированная сегодняшняя стоимость (APV — adjusted present value). Для уяснения этой концепции рекомендуется рассмотреть предприятие, не привлекающее заемного капитала. Валовые денежные потоки распределяются в таком случае лишь среди двух групп хозяйствующих субъектов, а именно, среди государства и лиц, предлагающих собственный капитал.

- Государство получает налоги.

Так как предприятие без заемного капитала не платит соответствующие проценты, ожидаемые валовые денежные потоки являются непосредственно налогооблагаемой суммой. Следовательно, государство получает ежегодно налоги величиной

$$s \cdot E[\widetilde{CF}_j].$$

- Собственники получают остальные платежи, составляющие

$$k_{j,ЕК}'' \cdot EK_j,$$

причем символ $k_{j,ЕК}''$ означает ожидаемую доходность собственного капитала в рамках полностью самофинансируемого (по-английски: unlevered) проекта.

Если мы рассмотрим использование валовых денежных потоков в совокупности, тогда при действующих сейчас допущениях должно быть верным уравнение

$$E[\widetilde{CF}_j] = s \cdot E[\widetilde{CF}_j] + k_{j,ЕК}'' \cdot EK_j. \quad (5.29)$$

Очевидно, лицам-собственникам, предлагающим капитал предприятию, можно выплачивать ежегодно сумму величиной в:

$$k_{j,ЕК}'' \cdot EK_j = \underbrace{E[\widetilde{CF}_j]}_{\text{платежи тем, кто предлагает капитал при полном самофинансировании}} (1 - s).$$

Это меньше той суммы, которую могут получить лица, финансирующие

предприятие с участием заемного капитала. А именно, если мы представим (5.20) подходящим способом, то получим:

$$k_{j,ЕК}^l \cdot EK_j + k_{j,FK} \cdot FK_j = \underbrace{E[\widetilde{CF}_j] (1 - s) + s k_{j,FK} FK_j}_{\text{платежи тем, кто предлагает капитал при финансировании с определенной долей заемного капитала}}$$

Следовательно, моделируемая здесь налоговая система позволяет в случае привлечения заемного капитала ежегодно делать дополнительные выплаты (по-английски: tax shield) величиной $s k_{j,FK} FK_j$. Если мы уясним, что для полностью самофинансируемого проекта должно быть верным

$$PV_j^u = EK_j,$$

то из (5.20) для полностью самофинансируемого проекта сразу следует:

$$PV_j^u = \frac{E[\widetilde{CF}_j] (1 - s)}{k_{j,ЕК}^u}. \quad (5.30)$$

Сегодняшняя стоимость проекта, который финансируется собственным и заемным капиталом, должна быть выше, а именно на сумму сегодняшней стоимости ежегодно экономящихся налогов $s k_{j,FK} FK_j$. Если мы дисконтируем эту текущую экономию налогов с помощью ставки за использование заемного капитала, то получим:

$$\begin{aligned} PV_j^l &= PV_j^u + \frac{s k_{j,FK} FK_j}{k_{j,FK}} = \\ &= \frac{E[\widetilde{CF}_j] (1 - s)}{k_{j,ЕК}^u} + s FK_j. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Отсюда выводится формула скорректированной сегодняшней стоимости путем вычета первоначальных выплат за осуществление инвестиции

$$\boxed{NPV_j = -I_{j0} + \frac{E[\widetilde{CF}_j] (1 - s)}{k_{j,ЕК}^u} + s FK_j}. \quad (5.32)$$

Формула из учебника. Для того чтобы мы смогли применить концепцию скорректированной сегодняшней стоимости, нам необходимо знать ожидаемую стоимость собственного капитала в случае самофинансирования $k_{j,ЕК}^u$. Для выведения ее из средневзвешенной стоимости капитала $WACC_j$, как правило, используется так называемая «формула из учебника» (по-английски: textbook formula). Мы получаем ее, выражая из формул (5.24) и (5.30) $E[\widetilde{CF}_j] (1 - s)$ и приравнивая результаты друг к другу. Благодаря этому получается

$$WACC_j \cdot PV_j^l = k_{j,ЕК}^u \cdot PV_j^u;$$

$$WACC_j = k_{j,ЕК}^u \cdot \frac{PV_j^u}{PV_j^l}$$

Если в формулу сегодняшней стоимости возвратных потоков при чистом самофинансировании подставить (5.31), а затем учесть (5.23), то получим

$$\begin{aligned} WACC_j &= k_{j,ЕК}^u \cdot \frac{PV_j^l - s FK_j}{PV_j^l} = \\ &= k_{j,ЕК}^u \cdot \left(1 - s \frac{FK_j}{ЕК_j + FK_j} \right). \end{aligned} \quad (5.33)$$

и это является формулой из учебника.

Пример и решение. Мы опять хотим на основе приведенного на с. 308 примера проверить, приведет ли нас метод APV к той же самой чистой сегодняшней стоимости, что и метод WACC.

Для этой цели нам необходимо знать требования к доходности собственников паев при чистом самофинансировании. Так как выше на с. 308 мы уже вычислили среднюю стоимость капитала $WACC_j = 7.42\%$, нам нужно лишь выразить из (5.33) $k_{j,ЕК}^u$. Отсюда мы получаем

$$k_{j,ЕК}^u = \frac{WACC_j}{1 - s \frac{FK_j}{ЕК_j + FK_j}} = \frac{0.0742}{1 - 0.6 \cdot 0.5} = 10.6 \%$$

В рамках метода общего денежного потока мы выяснили, что рыночная стоимость заемного капитала составляет $FK_j = 67.39$. Если мы сейчас все это подставим в формулу чистой сегодняшней стоимости (5.32), то получим

$$NPV_j = -100 + \frac{25 \cdot (1 - 0.6)}{0.106} + 0.6 \cdot 67.39 = 34.77.$$

и теперь наши расчеты закончены.

5.9.3.5. Примечания по поводу получения данных

Предыдущий пример заслуживает более детального рассмотрения. В частности, мы будем обсуждать вопрос о том, как, собственно говоря, можно получить на практике показатели рынка капитала, приведенные в табл. 5.38.

Безрисковая ставка процента. Безрисковая ставка процента является теоретическим показателем, отражающим отсутствие всякого риска. Мы подойдем ближе всего к этой величине, если остановимся на коэффициенте доходности к погашению государственных и ипотечных облигаций. Но, как правило, эти доходности зависят от срока обращения указанных бумаг, причем в Германии такие сроки могут составлять от одного до 25 лет. Рекомендуется ориентироваться на такие сроки обращения, которые близки к сроку эксплуатации оцениваемых инвестиционных проектов.

Сверхдоходность. Под сверхдоходностью мы понимаем разность между ожидаемой рыночной доходностью и безрисковой ставкой процента, т. е.:

$$\text{Сверхдоходность (по-английски: excess return)} = E[\tilde{r}_M] - r_f.$$

Ожидаемая рыночная доходность тоже является теоретическим показателем, а именно тем начислением процентов на капитал, которого достигает тот, кто приобрел хорошо диверсифицированную комбинацию всех обращающихся на рынке рисков активов. При практическом определении мы, как правило, концентрируем внимание на индексе курсов акции. Тогда под сверхдоходностью понимается долгосрочная разность между средней доходностью акций и начисленной ставкой процента по государственным облигациям.

Коуплэнд, Коллер и Муррин считают, что в США сверхдоходность составляет от 5 до 6%; *Рихтер* и *Симон-Койенхоф* дают похожую оценку для Германии, в то время как *Вебер* и *Ширек* определяют сверхдоходность лишь как равную 2.25%.⁵²

Бета-факторы. В нашем примере, в соответствии с табл. 5.38, мы назвали два бета-фактора, $\beta_{j,ЕК}$ и $\beta_{j,ЕК}$. По этому поводу следует добавить кое-что еще.

Бета фирмы и бета проекта. Для уяснения излагаемого далее материала рекомендуется сначала исходить из того, что оцениваемые инвестиции полностью самофинансируются. Мы могли бы подумать, что тогда бета-фактор означает величину, которая показывает, как чувствительно реагирует курс акции предприятия на изменения совокупного рынка (индекса курсов акций). Но эта интерпретация корректна лишь тогда, когда оцениваемая инвестиция трактуется как точная копия уже существующего предприятия. Мы ищем не бета фирмы, а бета, типичную для отдельного инвестиционного проекта.⁵³

Это означает следующее: этот способ нельзя было бы критиковать, если бы мы имели дело с предприятием, которое состоит из n обувных фабрик, и хочет принять решение о том, построить ли еще одну $(n + 1)$ -ю обувную фабрику. А если мы имеем дело с фабрикантом, который рассуждает о том, инвестировать ли ему в другую сферу экономики, т. е., например, войти ли ему на рынок кожаной одежды, то значимая для его предприятия «бета рынка обуви» не точно информирует о рисках, которым он подвергнется на рынке одежды. Поэтому он должен приобрести и переработать информацию о «бета рынка одежды».⁵⁴

Значит, самый простой случай определения бета-факторов имеет место тогда, когда речь идет об обыкновенном расширении уже существующего

⁵² См. [51. S. 260], [257. S. 701] и [345. S. 143].

⁵³ Формально это выражается через индекс j .

⁵⁴ Подробнее см. [193].

бизнеса. В этом случае бета фирмы совпадает с бета проекта. Для предприятий, котирующихся на бирже, оценка бета акции относительно проста, так как мы можем использовать статистические методы в работе с соответствующими данными прошлого. Фирмы, курсы акций которых содержатся в индексе акций DAX, могут совсем обойтись без самостоятельных расчетов, так как соответствующие цифры публикуются, например, в газете «Handelsblatt», см. табл. 5.39. Если же предприятие не котируется на бирже, то рекомендуется ориентация на похожих конкурентов или на подходящие бета отрасли.

Таблица 5.39. Коэффициенты бета и корреляции титулов DAX (база: 250 дней)

Титул	Корреляция	Бета	Титул	Корреляция	Бета
DAX	1.0000	1.0000			
Adidas-Salomon	0.4513	0.7000	Linde	0.4986	0.6900
Allianz	0.8122	1.1400	Lufthansa	0.6841	1.0400
BASF	0.6737	0.7500	MAN	0.5216	0.8000
Bayer	0.6256	0.7200	Mannesmann	0.6833	1.1800
BMW	0.6676	1.1200	Metro	0.5066	0.6400
Commerzbank	0.7669	0.9700	Münchener Rück	0.7543	1.1300
Daimler Chrysler	0.8027	1.0800	Preussag	0.5917	0.7000
Degussa	0.3118	0.4800	RWE	0.4762	0.7000
Deutsche Bank	0.7268	1.0600	SAP	0.6282	1.2500
Deutsche Telekom	0.6692	1.1300	Schering	0.5672	0.5900
Dresdener Bank	0.7077	1.1900	Siemens	0.6187	0.8900
Henkel	0.5441	0.8500	Thyssen	0.5845	0.7900
Hoechst	0.5994	0.9100	Veba	0.5617	0.7500
Hypo Vereinsbank	0.5738	1.0600	Viag	0.5740	0.7800
Karstadt	0.4622	0.6500	Volkswagen	0.7499	1.1700

Источник: Deutsche Börse AG am 31 Mai 1999 // Handelsblatt, 1999, 2 Juli

Риск бизнеса и финансирования. Независимо от только что обсужденных аспектов, нужно указать на то, что на реальных финансовых рынках нельзя наблюдать бета, которые в чистом виде отражают «риск бизнеса». Если мы, например, рассмотрим динамику курсов акций двух конкурентов на рынке обуви в отношении к динамике рыночного индекса курсов акций, то сможем установить, что курс одной из акций сильнее реагирует на изменение индекса, чем курс другой, несмотря на то что оба предприятия действуют на одном и том же рынке и поэтому подвергнуты одному и тому же риску бизнеса. Это можно объяснить тем, что оба предприятия финансируются не одинаково. Первое предприятие может иметь больше задолженности, чем второе.

В целях упрощения предположим, что оба предприятия финансируются акциями и облигациями, и что оба финансовых титула котируются на бирже. Тогда мы можем наблюдать «бета акции» ($= \beta_{ЕК}^I$) и «бета облига-

ций» ($= \beta_{\text{FK}}$).⁵⁵ Но что мы не можем непосредственно наблюдать — это бета, которая характеризовала бы акцию, если бы предприятие было полностью самофинансируемым. Как раз эта, к сожалению, ненаблюдаемая бета, которую мы будем обозначать символом β_{EK}^u , отражает чистый «риск бизнеса».⁵⁶

Пример. Мы снова хотим оценить инвестицию с бесконечной длительностью, выплаты за осуществление которой составляют 100, в то время как ожидаемые возвратные потоки составляют 25. Ставка налога равна 60%. До сих пор предприятие проводило политику финансирования, направленную на обеспечение доли собственного капитала в размере 50%. Но в будущем руководство фирмы намерено позволить предприятию иметь больше задолженности и нацелено на долю собственного капитала, в размере лишь 30%. Между прочим, предполагается разумным при существующих показателях рынка капитала ориентироваться на имевшиеся до сих пор условия, приведенные в табл. 5.38 на с. 308. Необходимо рассчитать бета акции при чистом самофинансировании, средневзвешенную стоимость капитала и чистую сегодняшнюю стоимость проекта.

Решение. В противоположность примеру на с. 308, сейчас мы должны отфильтровать из показателей рынка капитала чистый риск бизнеса для того, чтобы после этого скорректировать бета собственного капитала к измененной политике финансирования. Это относительно просто, если мы полагаемся на формулу из учебника (5.33) со с. 312.

- Исходя из того, что предприятие в прошлом имело долю собственного капитала в размере 50%, средневзвешенная стоимость капитала составляла

$$\text{WACC}_j = k_{j,\text{FK}}(1 - \tau) \cdot \frac{\text{FK}_j}{\text{EK}_j + \text{FK}_j} + k_{j,\text{EK}}^l \cdot \frac{\text{EK}_j}{\text{EK}_j + \text{FK}_j}$$

при

$$\begin{aligned} k_{j,\text{FK}} &= r_f + (E_j^l \tilde{r}_{m,j} - r_f) \cdot \beta_{j,\text{FK}} = \\ &= 0,05 + (0,12 - 0,05) \cdot 0,05 = 0,0535 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{j,\text{EK}}^l &= r_f + (E_j^u \tilde{r}_{m,j} - r_f) \cdot \beta_{j,\text{EK}}^u = \\ &= 0,05 + (0,12 - 0,05) \cdot 1,10 = 0,127. \end{aligned}$$

откуда мы можем вывести

$$\text{WACC}_j = 0,0535 \cdot (1 - 0,6) \cdot 0,5 + 0,127 \cdot 0,5 = 0,0742.$$

⁵⁵ Индекс l относится к предприятию с участием заемного капитала (по-английски: levered firm).

⁵⁶ Индекс u относится к предприятию без участия заемного капитала (по-английски: unlevered firm).

- Воспользуемся формулой из учебника

$$WACC_j = k_{j,ЕК}^u \cdot \left(1 - s \frac{FK_j}{ЕК_j + FK_j} \right)$$

и найдем стоимость собственного капитала в случае чистого самофинансирования:

$$\begin{aligned} k_{j,ЕК}^u &= \frac{WACC_j}{1 - s \frac{FK_j}{ЕК_j + FK_j}} = \\ &= \frac{0,0742}{1 - 0,6 \cdot 0,5} = \\ &= 0,106. \end{aligned}$$

Если линия ценной бумаги, согласно CAPM, верна также в случае чистого самофинансирования — из чего мы можем исходить — то значение ожидаемой доходности в случае чистого самофинансирования окажется равным:

$$k_{j,ЕК}^u = r_f + (E[\tilde{r}_m] - r_f) \cdot \beta_{j,ЕК}^u.$$

Если из этого уравнения выразить бета для чистого риска бизнеса и сделать соответствующую подстановку, то это приведет к

$$\beta_{j,ЕК}^u = \frac{k_{j,ЕК}^u - r_f}{E[\tilde{r}_m] - r_f} = \frac{0,106 - 0,05}{0,12 - 0,05} = 0,8.$$

- Теперь мы в принципе должны выяснить, какое значение примет бета акции в будущем, если инвестор снизит долю собственного капитала, как и было им запланировано.

Но знание этой величины для преследуемой здесь цели излишне, так как мы можем рассчитать средневзвешенную стоимость капитала с запланированной инвестором долей собственного капитала в размере 30% (долей заемного капитала в размере 70%), пользуясь формулой из учебника.

$$\begin{aligned} WACC_j &= k_{j,ЕК}^u \cdot \left(1 - s \frac{FK_j}{ЕК_j + FK_j} \right) = \\ &= 0,106 \cdot (1 - 0,6 \cdot 0,7) = \\ &= 6,148 \%. \end{aligned}$$

Отсюда можно найти также новую бета акции.⁵⁷ Но мы можем обойтись и без нее, так как в ходе дальнейших расчетов она нам не понадобится.

⁵⁷ С одной стороны верно

$$WACC_j = k_{j,FK} (1 - s) \cdot \frac{FK_j}{ЕК_j + FK_j} + k_{j,ЕК}^l \cdot \frac{ЕК_j}{ЕК_j + FK_j}$$

- Наконец, используя новую средневзвешенную стоимость капитала, мы получаем чистую сегодняшнюю стоимость, равную:

$$NPV_j = -100 + \frac{25 \cdot (1 - 0.6)}{0.06148} = 62.65.$$

При возросшей задолженности инвестиция еще более привлекательна, чем раньше. Этот результат можно объяснить тем, что мы моделировали налоговую систему, стимулирующую заемное финансирование. Государство дотирует инвестиции, финансируемые заемным капиталом, и этот эффект тем больше, чем выше задолженность предприятия.

5.10. Вопросы и проблемы

1. Опишите основополагающую модель теории принятия решений.
2. Опишите три принципа доминирования.
3. Как рассчитываются математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое дискретного распределения?
4. Опишите Петербургскую игру и покажите, что математическое ожидание выигрыша этой игры бесконечно велико.
5. Какое влияние имеет положительное линейное преобразование функции полезности инвестора на его решения?
6. Что является разностью между вероятностью события и вероятностью безразличия?
7. Как можно определить функцию полезности лица, принимающего решение в условиях риска?
8. Правда ли, что нерасположенное к риску лицо, принимающее решение, ведет себя по принципу *Бернулли* рационально, если критериями его выбора являются математическое ожидание и дисперсия?

$$\begin{aligned} k_{j, \text{EK}}^l &= \frac{\text{WACC}_j - k_{j, \text{FK}} (1 - s) \cdot \frac{\text{FK}_j}{\text{EK}_j + \text{FK}_j}}{\frac{\text{EK}_j}{\text{EK}_j + \text{FK}_j}} = \\ &= \frac{0.06148 - 0.0535 \cdot (1 - 0.6) \cdot 0.7}{0.3} = \\ &= 15.5\%. \end{aligned}$$

а с другой стороны, мы можем использовать линию рынка капитала CAPM, из чего следует

$$\begin{aligned} k_{j, \text{EK}}^l &= r_f + (E[\tilde{r}_m] - r_f) \cdot \beta_{j, \text{EK}}^l \\ \beta_{j, \text{EK}}^l &= \frac{k_{j, \text{EK}}^l - r_f}{E[\tilde{r}_m] - r_f} = \\ &= \frac{0.155 - 0.05}{0.12 - 0.05} = 1.5 \end{aligned}$$

как новая бета акции.

9. Что вы понимаете под ожидаемой полезностью и под безрисковым эквивалентом?
10. Опишите, какие шаги нужно предпринять для проведения анализа риска.
11. Опишите разницу между жестким и гибким планированием.
12. Как рассчитывается ковариация распределений доходности двух ценных бумаг?
13. Доходность портфеля из двух ценных бумаг соответствует взвешенному среднему арифметическому доходностей обеих содержащихся в них бумаг. При каких условиях можно сказать то же самое о риске портфеля?
14. Что такое продажа без покрытия?
15. Какие данные и в каком объеме нужно получить для определения эффективных портфелей, которые можно составить из 100 акций, если не используется методика теории выбора портфеля в форме, первоначально предложенной Марковицем?
16. По каким причинам мы не должны измерять риск инвестиционного проекта с помощью дисперсии его будущих возвратных потоков?
17. Что вы понимаете под «рыночной ценой риска»?

5.11. Задачи

1. Пусть дана следующая матрица решений.

	Z_1 $q_1 = 0.4$	Z_2 $q_2 = 0.3$	Z_3 $q_3 = 0.3$
A_1	60	90	20
A_2	70	70	30

- а) Рассчитайте математические ожидания распределения прибыли.
- б) Рассчитайте разбросы.
- в) Какая альтернатива является оптимальной, если лицо, принимающее решение, имеет функцию предпочтений $\Phi(E[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}]) = E[\tilde{x}] - 0.1 \cdot \sigma[\tilde{x}]^2$?
2. Покажите на самостоятельно выбранном примере, что между правилом $\mu - \sigma^2$ и принципом доминирования может возникнуть противоречие.
3. В ходе опроса индивидуума (этот опрос был предназначен для определения его функции полезности) были сделаны следующие выводы:

$$(200, 30 : 0.4, 0.6) \sim 110$$

$$(200, 30 : 0.6, 0.4) \sim 130$$

$$(200, 30 : 0.9, 0.1) \sim 160$$

- а) Что конкретно означают эти выводы?
- б) Является ли лицо, принимающее решение, не расположенным к риску или нет?
- в) Противоречат ли эти выводы какой-либо из пяти аксиом, на которых основывается принцип Вернулли?

- г) Какая альтернатива является оптимальной для лица, принимающего решение, если он имеет дело со следующей ситуацией?

	Z_1	Z_2	Z_3
	$q_1 = 0,4$	$q_2 = 0,3$	$q_3 = 0,3$
A_1	200	30	110
A_2	130	200	30
A_3	30	160	200

4. Лицо, принимающее решение, имеет функцию полезности $U(x) = \ln x$. Об этом индивидууме, мы знаем, что для него обе лотереи $(180, 20 : 0,6, 0,4)$ и $(150, 0 : p, 1 - p)$ равноценны. Каково значение p ?
5. Рассмотрите следующую ситуацию принятия решения.

	Z_1	Z_2	Z_3
	$q_1 = 0,2$	$q_2 = 0,5$	$q_3 = 0,3$
A_1	70	80	10
A_2	30	120	0

Какие альтернативы должно выбрать лицо, принимающее решение, если оно

- а) ориентируется исключительно на математическое ожидание;
 б) не расположено к риску и использует функцию предпочтения

$$U(x) = E[x] - 0,05 \cdot \sigma[x]^2$$

6. Функция полезности одного инвестора имеет вид

$$U(x) = 150 + 12,7x - 0,001x^2.$$

На основе анализа риска для двух проектов получены следующие данные, приведенные в таблице.

x			Относительные частоты	
			инвестиция А	инвестиция В
от 200	до	400	0,005	0,000
от 400	до	600	0,035	0,096
от 600	до	800	0,265	0,217
от 800	до	1000	0,343	0,352
от 1000	до	1200	0,287	0,243
от 1200	до	1400	0,065	0,022

- а) Какой проект оптимальнее?
 б) Имеем ли мы дело с нерасположенным к риску инвестором, или нет?
7. Инвестор имеет ликвидные средства величиной в 1300 руб. Базовые ставки учитывать не нужно. Плановый период охватывает $T = 3$ года. Целью инвестора является максимизация остаточного имущества при постоянных изъятиях величиной в 100 руб. Ставки процента по заимствованию составляет $r = 10\%$, ставки процента по инвестированию – 5% . Инвестор намерен достичь остаточного имущества, равного, по меньшей мере, 800 руб. Проект, который ему нужно оценить, требует инвестиции в сумме 1000 руб. Текущие операционные выплаты на единицу продукта, производство которого благодаря данной инвестиции налаживается, будут составлять 700 руб. Прогнозируемые денежные

тельность в отношении цены продажи и объема сбыта. При этом исходите из допущения, что объем сбыта каждый год расширяется на 4% по сравнению с предыдущим годом. Инвестор рассматривает в качестве реалистичных цены продажи, находящиеся в диапазоне между 8 и 9 руб.

8. Инвестор имеет плановый период $T = 10$ лет. Нужно оценить проект, который требует в момент времени $t = 0$ инвестиции в сумме 150 руб. В моментах времени от $t = 1$ до $t = 5$ ожидаются возвратные потоки, которые (равномерно распределены) могут составлять от 15 до 45 руб. Для моментов времени от $t = 6$ до $t = 10$ инвестор предполагает с 70% вероятностью ежегодные возвратные потоки от 10 до 30 руб. и с 30% вероятностью ежегодные возвратные потоки от 30 до 40 руб. Можно исходить из того, что возвратные потоки в отдельные годы не зависят друг от друга.
- а) Рассчитайте на базе 1000 имитаций и с помощью расчетной ставки процента, равной 10%, математическое ожидание чистой сегодняшней стоимости этой инвестиции.
 - б) Изобразите графически распределение полученных в рамках этого эксперимента чистых сегодняшних стоимостей.
 - в) Как велико среднее квадратическое отклонение чистой сегодняшней стоимости?
 - г) Рассчитайте вероятность, с которой эта инвестиция обещает положительную чистую сегодняшнюю стоимость.

Следует отметить, что в силу необходимости осуществления множества расчетов для решения этой задачи необходим компьютер. Между прочим, решение не однозначно, так как оно зависит от свойств используемого генератора случайных чисел.

9. Нефтяная компания владеет правами на бурение в регионе, геологические свойства которого инженеры не могут точно оценить. Нужно справиться со следующей проблемой принятия решения. Право на бурение можно продать за 36 млн рублей. Но компания могла бы за 42 млн рублей сама осуществить бурение и в случае обнаружения нефти достичь поступлений величиной в 150 млн рублей.

Наконец, компания может уполномочить бригаду геологов на проведение сейсмических проверок и отложить решение о бурении или о продаже права на бурение до появления заключения экспертов. Сейсмические исследования стоят 12 млн руб. Шансы, что геологический тест окажется положительным, равны 50:50. Но даже если имеется положительная экспертиза, не существует абсолютной уверенности в том, что действительно удастся найти нефть. Руководство фирмы может надеяться на это лишь с вероятностью 90%. И даже в противном случае (отрицательный тест) все еще имеются шансы обнаружения нефти, равные 20%.

Если нефтяная компания продает свои права на бурение лишь после осуществления сейсмического исследования, то цена будет зависеть от результата экспертизы. В лучшем случае цена окажется равной 60 млн руб. В противном случае компания получила бы лишь 18 млн руб.

Исходите при ваших рассуждениях из того, что все названные цены, выплаты и поступления являются дисконтированными к моменту времени $t = 0$ сегодняшними стоимостями.

- а) Предположим, что компания принимает решение бурить, не желая ждать результата сейсмической проверки. С какой вероятностью тогда можно ожидать обнаружение нефти?
- б) Опишите данную проблему принятия решения с помощью дерева решений.
- в) Определите, какая стратегия является для нефтяной компании оптимальной, если она нейтральна к риску.
- г) Какая стратегия была бы самой лучшей, если бы применялась концепция жесткого планирования?

10. Даны распределения доходностей двух ценных бумаг 1 и 2.

s	q_s	r_{1s}	r_{2s}
1	0.5	0.07	0.22
2	0.4	0.11	0.11
3	0.1	0.21	0.06

Рассчитайте ковариацию и коэффициент корреляции обеих доходностей.

11. Существует две ценные бумаги 1 и 2 со следующими характеристиками доходности и риска.

j	1	2
$E[\bar{r}_j]$	0.12	0.08
$\sigma[\bar{r}_j]$	0.05	0.03

Коэффициент корреляции обеих доходностей составляет $\rho_{12} = 0.2$.

а) Рассчитайте доходность и риск следующих портфелей:

	ω_1	ω_2
Портфель 1	1.00	0.00
Портфель 2	0.75	0.25
Портфель 3	0.50	0.50
Портфель 4	0.25	0.75
Портфель 5	0.00	1.00

б) Индивидуум имеет 70 000 руб. и намерен тратить свои деньги на бумаги 1 и 2 таким образом, чтобы связанный с ними риск оказался минимальным. Какую сумму денег он должен был бы инвестировать в бумагу 1?

12. Пусть даны три ценные бумаги 1, 2 и 3 со следующими свойствами.

j	1	2	3
$E[\bar{r}_j]$	0.15	0.20	0.25
$\sigma[\bar{r}_j]$	0.20	0.30	0.40

Коэффициенты корреляции всех пар ценных бумаг равны нулю.

а) Рассчитайте ожидаемые доходности и риски (разброс) следующих трех портфелей.

	ω_1	ω_2	ω_3
Портфель 1	0.0	0.5	0.5
Портфель 2	0.4	0.0	0.6
Портфель 3	0.7	0.3	0.0

- б) Вычислите портфели, которые имеют те же доходности, что и в задаче 12а, но характеризуются минимальным риском.
13. Пусть кто-то предлагает вам начислить проценты за ваше имущество в размере 10% без всякого риска. Является ли это справедливым предложением, если вы можете также купить рискованные ценные бумаги 1 и 2 при

j	1	2
$E[\tilde{r}_j]$	0.15	0.09
$\sigma[\tilde{r}_j]$	0.40	0.20

и ковариация равна $\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] = -0.08$?

14. Пусть даны распределения доходности двух акций в соответствии со следующей таблицей.

	Z_1 $q_1 = 0.4$	Z_2 $q_2 = 0.2$	Z_3 $q_3 = 0.4$
1	0.14	0.02	0.09
2	0.10	0.12	0.06

Рассчитайте

- математическое ожидание и доходность обеих ценных бумаг;
 - риск обеих ценных бумаг;
 - ковариации и коэффициенты корреляции между обоими распределениями;
 - математическое ожидание доходности портфеля, который наполовину состоит из одной бумаги, а наполовину — из другой;
 - разброс доходности этого портфеля.
15. Покажите, что при условиях задачи 14 портфель не может быть оптимальным, если он состоит на 20% из акции 1 и на 80% из акции 2.
16. Проект требует инвестиции в сумме в 100 руб. и обещает через год ожидаемые возвратные потоки величиной в 114 руб. Бета проекта оценивается равной 1.2. Кроме того, мы исходим из того, что ожидаемую рыночную доходность нужно рассчитывать при 9%, в то время как безрисковая ставка процента составляет 5%. Рассчитайте чистую сегодняшнюю стоимость проекта в условиях действия CAPM.
17. Инвестиционный проект, связанный с закупкой неизнашиваемого оборудования, обещает постоянные негарантированные возвратные потоки, математическое ожидание которых с учетом налогов равно 25 000 руб. Предполагается, что налоговая ставка составляет 35%, а безрисковая ставка процента составляет 4%. Ожидаемая рыночная доходность равна 10%. При доле заемного капитала в размере 60% бета собственного капитала принимается равной 1.2, а бета облигации — 0.1.
- Определите средневзвешенную стоимость капитала в условиях действия CAPM, если инвестор хочет сохранить имеющую до сих пор структуру капитала. Как велика может быть при этих условиях максимальная выплата за приобретение?
 - Что изменится в вашем результате, если инвестор намерен снизить долю заемного капитала до 50%? Объясните свой результат.

18. Предприятие хочет оценить рисковый проект, требующий инвестиции в сумму 1000, и обещает постоянные ожидаемые поступления величиной в 130. Начисление процентов на надежные титулы заемного капитала составляет 7%. Разность между долгосрочной ожидаемой рыночной доходностью и этой ставкой процента (так называемая сверхдоходность) предполагается равной 3%. Предприятие до сих пор работало с уровнем финансового левериджа, равным 2. Оно функционирует в высокотехнологичной отрасли, для которой при этом уровне финансового левериджа типичным является бета собственного капитала в размере 1.4.

На основе этих данных сделайте следующие задания и ответьте на следующие вопросы.

- а) Выведите общую формулу чистого риска бизнеса β_{EK}^u в зависимости от следующих показателей:
 - бета акции β_{EK}^l ;
 - бета облигации β_{FK} ;
 - ставка налога на прибыль s ;
 - финансовый леверидж $\frac{FK}{EK}$.
 - б) Как велик чистый риск бизнеса, если вы исходите из того, что заемный капитал совершенно надежен и нет необходимости учитывать налоги?
 - в) Чему была бы равна расчетная ставка процента, если бы проект был полностью самофинансируемым?
 - г) Определите стоимость собственного капитала, при допущении, что предприятие стремится к уровню финансового левериджа, равному 1.5.
 - д) Рассчитайте средневзвешенную стоимость капитала при тех же условиях. Сравните свой результат со случаем чистого самофинансирования.
 - е) Выгодна ли запланированная инвестиция при этих условиях?
19. Необходимо оценить инвестицию с денежным потоком $(z_0, \dots, z_n) = (-100, 30, 60, 40)$, осуществляемую предприятием, которое финансируется собственным и заемным капиталом. При заданных возвратных потоках речь идет о математических ожиданиях. Если предприятие было бы полностью самофинансируемым, то тогда собственники паев требовали бы доходность величиной в 15%. В противоположность этому, лица, предлагающие заемный капитал, требуют лишь 10%. Инвестор не облагается налогом.
- а) Чему были бы равны в этом случае средневзвешенная стоимость капитала и расчетная ставка процента?
 - б) Исходите из того, что тезисы *Модильяни* и *Миллера* верны. Какую доходность должны были бы требовать собственники паев в том случае, если бы руководство предприятия в долгосрочном плане хотело бы иметь уровень финансового левериджа в размере $\frac{FK}{EK} = 2$?
 - в) Чему была бы равна при этих условиях чистая сегодняшняя стоимость инвестиции?
20. Предприятие финансируется собственным и заемным капиталом. Кредиторы требуют 8%. Предприятие работает с долей собственного капитала в размере 25% и хочет оценить инвестиции со средневзвешенной стоимостью капитала величиной в 10%.

- а) Исходите из того, что тезисы *Модильяни* и *Миллера* верны, и инвестор не облагается налогом. Какую доходность должны были бы тогда требовать при названном уровне финансового левериджа лица, предлагающие собственный капитал?
- б) Работали ли бы вы при этих условиях со средневзвешенной стоимостью капитала, равной 10%?

5.12. Рекомендуемая литература

Очень хорошее введение в теорию принятия решения в условиях неопределенности предоставляют [68], [20] и [200].

В отношении анализа чувствительности мы рекомендуем основополагающую книгу [56]. Кроме того, с точки зрения детального анализа применения таких методов для инвестиционного планирования рекомендуется [168] и [121. S. 122–133].

При анализе риска различаются два варианта. Аналитическая версия содержится в [138], [139] и [161]. Анализ риска с помощью имитационных экспериментов был предложен в [132]. В [134] и [135] даются очень детальные рекомендации для практического применения. Критику анализа риска с теоретической точки зрения можно найти в [184].

Тем, кто интересуется проблемами последовательных инвестиционных решений и хочет больше узнать о методах работы с этими проблемами, особо рекомендуются публикации [199], [121. S. 165–195] и [151]. Гибкое планирование подверглось критике прежде всего в работах [292] и [293].

Для анализа портфелей основополагающей является книга [223]. Кроме того, настоятельно рекомендуется публикация [311. S. 1–73]. Тот, кто ищет понятное описание на немецком языке, должен взяться за рассмотрение публикаций [29. S. 105–151], [284. S. 311–332] и [82. S. 306–320].

Если вы хотите ознакомиться с основой теории рынка капитала, то вам следует порекомендовать [42. S. 173–203] или [186. S. 155–207]. Тот, кто хочет кроме этого узнать, как результаты теории рынка капитала можно использовать для оценки рискованных инвестиций, должен изучить [42. S. 204–235], [270. S. 314–330, 455–480], [186. S. 243–262] и [193. S. 1115–1133].

Идея использования средневзвешенной стоимости капитала в качестве расчетной ставки процента часто встречается в англоязычных учебниках. Мы особенно рекомендуем [42. P. 517–525] и [270. P. 455–480]. Также полезно прочитать описание, содержащееся в [51. P. 239–273]. И концепция учета стоимости капитала предприятия с помощью теории рынка капитала (прежде всего CAPM) обычно обсуждается в англоязычных учебниках, так что мы здесь тоже указываем на [42] или [270], как на два самых известных учебника. Удачное описание можно найти и в [345. S. 131–150]. Тот, кто интересуется кратким выводом основной формулы CAPM из теории портфеля, пусть читает [195. S. 67–71].

Решение задач

6.1. Решения по выбору инвестиционного проекта

№ 1

- а) Необходимо рассчитать в среднем за год разницу между дополнительной средней выручкой и дополнительными средними издержками. Средняя выручка составляет

$$\frac{2 \cdot 40\,000 + 3 \cdot 50\,000}{5} = 46\,000 \text{ руб.}$$

Из этой суммы нужно вычесть, кроме текущих издержек величиной 25 000 руб., годовые амортизационные отчисления и проценты к уплате. Величину амортизации можно найти из следующих расчетов:

Первоначальная выплата	70 000 руб.
– Выручка от ликвидации активов	–6 000 руб.
= Подлежит амортизации	64 000 руб.
делится на 5	
= (линейные) годовые амортизационные отчисления	12 800 руб.

Затраты капитала

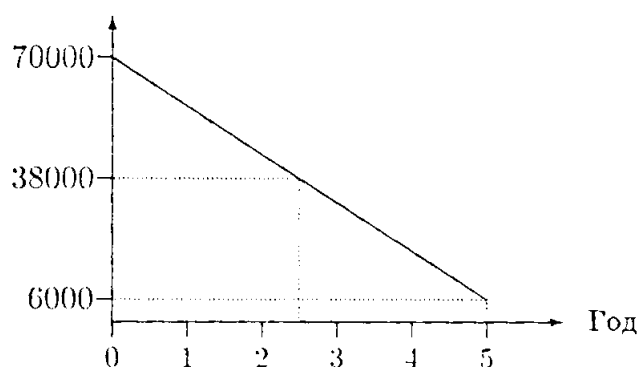


Рис. 6.1. Вычисление средней величины инвестированного капитала при линейной амортизации

Средняя величина инвестированного капитала (см. рис. 6.1) составляет 38 000 руб. 7% от этой суммы составляют 2660 руб. — сред-

ние процентные издержки за год. Таким образом, среднегодовая прибыль запланированной инвестиции оказывается равной:

Выручка	46 000 руб.
– Текущие издержки	–25 000 руб.
– Амортизация	–12 800 руб.
= Прибыль до уплаты процентов	8 200 руб.
– Проценты к уплате	–2 660 руб.
= Прибыль после уплаты процентов	5 540 руб.

- б) Среднюю доходность можно рассчитать, если разделить прибыль до уплаты процентов на среднюю величину инвестированного капитала

$$\text{Доходность} = \frac{8200}{38\,000} = 21.6\%.$$

- в) Для расчета срока окупаемости проекта необходимо составить денежный поток инвестиции

$$-70\,000 \quad 15\,000 \quad 15\,000 \quad 25\,000 \quad 25\,000 \quad 25\,000$$

После этого можно применить кумулятивный метод. Проект полностью окупится в течение четвертого года эксплуатации. Если мы предположим, что возвратные потоки четвертого года распределены равномерно во времени, то получим срок окупаемости, равный:

$$3 + \frac{15}{15 + 10} = 3.6 \text{ лет.}$$

№ 2

Обе инвестиции окупятся в точности через два года. Однако доходность первой существенно выше второй. Отсюда можно лишь делать заключение, что было бы весьма необоснованно принимать решения об инвестициях лишь на основе рассуждений о сроке окупаемости.

№ 3

- а) А: средняя доходность 16%

В: средняя доходность 32.6%

В соответствии с этими расчетами, проект В является более привлекательным.

- б) А: срок окупаемости: 1.67 года

В: срок окупаемости: 4.5 года

Но инвестиция А окупается существенно быстрее, чем В, и с этой точки зрения кажется более привлекательной, чем В.

№ 4

Инвестицию С невозможно профинансировать, так как она приведет в момент времени $t = 1$ к дефициту финансовых средств величиной в 423.60 и, таким образом, превысит заданный лимит в объеме 400.

Для остальных трех альтернатив достижимое остаточное имущество составляет

инвестиция А:	$C_1 = 438.78.$
инвестиция В:	$C_1 = 482.86,$
альтернатива отказа:	$C_1 = 450.17.$

Поэтому мы должны принять решение в пользу проекта В. Отказ от инвестиции более привлекателен, чем проект А. Полные финансовые планы выглядят так, как показано в табл. 6.1.

Таблица 6.1. Полные финансовые планы (стремление к имуществу)

Момент времени	0	1	2	3	4
Базовые платежи	500.00	-200.00	20.00	150.00	300.00
Инвестиция А	-800.00	600.00	200.00	150.00	-80.00
	360.00	-396.00			
		62.00	-68.20		
			-79.80	83.79	
				-299.79	314.78
Изъятия	60.00	66.00	72.00	84.00	96.00
Остаточное имущество					438.78
Базовые платежи	500.00	-200.00	20.00	150.00	300.00
Инвестиция В	-700.00	300.00	400.00	30.00	100.00
	260.00	-286.00			
		252.00	-277.20		
			-70.80	74.34	
				-170.34	178.86
Изъятия	60.00	66.00	72.00	84.00	96.00
Остаточное имущество					482.86
Базовые платежи	500.00	-200.00	20.00	150.00	300.00
Альтернатива отказа	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	-140.00	466.40			
		-200.40	212.42		
			-160.42	168.45	
				-234.45	246.17
Изъятия	60.00	66.00	72.00	84.00	96.00
Остаточное имущество					450.17

№ 5

Для уровня изъятия четырех альтернатив мы получаем

инвестиция А:	$Y = 65.49,$
инвестиция В:	$Y = 71.73,$
инвестиция С:	$Y = 70.55,$
альтернатива отказа:	$Y = 67.25.$

Проект В опять является самым выгодным. Далее описывается подходящий способ расчета уровня изъятия для инвестиции А.

а) Попытка 1: $Y_1 = 60$.

При этой попытке получаем остаточное имущество в объеме 438.78 (ср. решение задачи 4). Но целевое остаточное имущество равно $C_4 = 400$. Значит, уровень изъятия выбран слишком низким.

б) Попытка 2: $Y_2 = 70$.

Расчет остаточной стоимости дает

$$C_{0,2} = 500 - 1.0 \cdot 70 - 800 = -370$$

$$C_{1,2} = -200 - 1.1 \cdot 70 + 600 - 1.1 \cdot 370 = -84$$

$$C_{2,2} = 20 - 1.2 \cdot 70 + 200 - 1.1 \cdot 84 = 43.6$$

$$C_{3,2} = 150 - 1.4 \cdot 70 + 150 + 1.05 \cdot 43.6 = 247.78$$

$$C_{4,2} = 300 - 1.6 \cdot 70 - 80 + 1.05 \cdot 247.78 = 368.17.$$

Остаточное имущество является слишком малым, а Y_2 — слишком большим. Линейная интерполяция с помощью приведенной на с. 72 формулы (2.4) дает

$$Y_3 = 60 + \frac{400 - 438.78}{368.17 - 438.78} \cdot (70 - 60) = 65.49.$$

в) Попытка 3: $Y_3 = 65.49$.

$$C_{0,3} = 500 - 1.0 \cdot 65.49 - 800 = -365.49$$

$$C_{1,3} = -200 - 1.1 \cdot 65.49 + 600 - 1.1 \cdot 365.49 = -74.08$$

$$C_{2,3} = 20 - 1.2 \cdot 65.49 + 200 - 1.1 \cdot 74.08 = 59.93$$

$$C_{3,3} = 150 - 1.4 \cdot 65.49 + 150 + 1.05 \cdot 59.93 = 271.24$$

$$C_{4,3} = 300 - 1.6 \cdot 65.49 - 80 + 1.05 \cdot 271.24 = 400.00.$$

Y_3 является искомым решением для инвестиции А.

№ 6

а) Если инвестор за отказ от инвестиции В получит от своих конкурентов возмещение ущерба, то это для него имеет следующие финансовые последствия: вместо денежного потока

$$-700 \quad 300 \quad 400 \quad 30 \quad 100$$

он реализует денежный поток

$$x \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0,$$

причем x — это цена за отказ от осуществления инвестиции. Инвестору следует лишь тогда согласиться на предложение возмещения ущерба, когда приведенный вторым денежный поток приводит к тому же остаточному имуществу $C_4 = 482.86$, как и денежный поток инвестиции В.

Для расчета x мы можем использовать или «метод разумной пробы», или общее правило расчета для определения уровня изъятий. Если мы хотим идти по этому второму пути, тогда рекомендуются следующие шаги:

- Включение нулевого денежного потока инвестиции $(z_0, \dots, z_4) = (0, 0, 0, 0, 0)$.
- Интерпретация возмещения ущерба как отрицательного изъятия Y^* с временной структурой

$$f_0^* = 1$$

$$f_1^* = f_2^* = f_3^* = f_4^* = 0.$$

- Наконец, необходимо заново определить базовые платежи, у которых из первоначальных базовых платежей вычтены изъятия инвестора

$$M_0^* = M_0 - f_0 Y = 500 - 60 = 440$$

$$M_1^* = M_1 - f_1 Y = -200 - 66 = -266$$

$$M_2^* = M_2 - f_2 Y = 20 - 72 = -52$$

$$M_3^* = M_3 - f_3 Y = 150 - 84 = 66$$

$$M_4^* = M_4 - f_4 Y = 300 - 96 = 204.$$

Теперь сделана «подготовительная работа» по расчету необходимых платежей возмещения ущерба (с помощью правила расчета для определения уровня изъятий). Мы получаем $x = -Y^* = 26.39$. Детально метод расчета выглядит следующим образом:

- Попытка 1: $Y_1^* = -20$.

$$C_{0,1} = M_0^* - f_0^* Y_1^* =$$

$$= 440 + 20 = 460$$

$$C_{1,1} = M_1^* - f_1^* Y_1^* + (1 + h_1) C_{0,1} =$$

$$= 266 - 0 + 1.06 \cdot 460 = 221.60$$

$$C_{2,1} = M_2^* - f_2^* Y_1^* + (1 + h_2) C_{1,1} =$$

$$= -52 - 0 + 1.06 \cdot 221.60 = 182.90$$

$$C_{3,1} = M_3^* - f_3^* Y_1^* + (1 + h_3) C_{2,1} =$$

$$= 66 - 0 + 1.05 \cdot 182.90 = 258.04$$

$$C_{4,1} = M_4^* - f_4^* Y_1^* + (1 + h_4) C_{3,1} =$$

$$= 204 - 0 + 1.05 \cdot 258.04 = 474.94.$$

- Попытка 2: $Y_2^* = -30$.

$$C_{0,1} = 440 + 30 = 470$$

$$C_{1,1} = 266 - 0 + 1.06 \cdot 470 = 232.20$$

$$C_{2,1} = -52 - 0 + 1.06 \cdot 232.20 = 194.13$$

$$C_{3,1} = 66 - 0 + 1.05 \cdot 194.13 = 269.84$$

$$C_{4,1} = 204 - 0 + 1.05 \cdot 269.84 = 487.33.$$

Интерполяция дает

$$Y_3^* = -20 + \frac{482.86 - 174.94}{487.33 - 174.94} \cdot (-30 + 20) = -26.39.$$

Читатель пусть сам покажет, что при этом возмещении ущерба (отрицательном изъятии) достигается порождаемое инвестицией типа В остаточное имущество величиной в 482,86.

- б) Единственным отличием от предыдущей задачи является временная структура отрицательных изъятий. Сейчас верно

$$\begin{aligned} f_0^* &= f_1^* = 1 \\ f_2^* &= f_3^* = f_4^* = 0, \end{aligned}$$

и мы получаем для обоих возмещений ущерба:

$$x_0 = x_1 = -Y^* = 13.58.$$

- в) Для временной структуры выплат возмещения ущерба верно решение задачи ба

$$\begin{aligned} f_0^* &= 1 \\ f_1^* &= f_2^* = f_3^* = f_4^* = 0. \end{aligned}$$

Модифицированными базовыми платежами при максимизации изъятий по отношению к фиксированному остаточному имуществу, равному $C_T = 400$, являются

$$M_0^* = M_0 - f_0 Y = 500 - 71.73 = 428.27$$

$$M_1^* = M_1 - f_1 Y = -200 - 78.91 = -278.91$$

$$M_2^* = M_2 - f_2 Y = 20 - 86.08 = -66.08$$

$$M_3^* = M_3 - f_3 Y = 150 - 100.43 = 49.57$$

$$M_4^* = M_4 - f_4 Y = 300 - 114.78 = 185.22.$$

Цена для отказа от инвестиции В в этих условиях получается равной

$$x = -Y^* = 25.03.$$

№ 7

- а) На первый вопрос можно легко ответить с помощью общего правила расчета для случая стремления к имуществу. Мы получаем следующий результат:

$$C_0 = 40 - 25 + 0 = 15.00$$

$$C_1 = -10 - 25 + 0 + 1.05 \cdot 15.00 = -19.25$$

$$C_2 = 250 - 25 + 0 - 1.15 \cdot 19.25 = 202.86$$

$$C_3 = 130 - 25 + 0 + 1.05 \cdot 202.86 = 318.01.$$

Значит, при альтернативе отказа мы получаем остаточное имущество в объеме 318.01. Следовательно, необходимо отказаться от любой инвестиции, которая не позволит получить остаточное имущество, меньшее, чем это значение.

- б) При изменении цели инвестора — максимизация дохода при фиксированном остаточном имуществе, равном $C_3 = 250$ — необходимо отказаться от любой инвестиции, которая по меньшей мере не обеспечит уровень дохода в размере $Y = 40.03$, так как мы при альтернативе отказа получаем

$$C_0 = 40 - 40.03 + 0 = -0.03$$

$$C_1 = -10 - 40.03 + 0 - 1.15 \cdot 0.03 = -50.06$$

$$C_2 = 250 - 40.03 + 0 - 1.15 \cdot 50.06 = 152.41$$

$$C_3 = 130 - 40.03 + 0 + 1.05 \cdot 152.41 = 250.00.$$

№ 8

Создание таких «конфликтных» примеров не совсем просто, см. [188]. Чем меньше разность между процентами по заимствованию и по инвестированию, тем менее вероятны конфликты. Пример с плановым периодом, равным 1 год, приведен в табл. 6.2.

Таблица 6.2. Конфликт между стремлением к имуществу и стремлением к доходу

Момент времени	0	1
Базовые платежи	140	0
Структура изъятий	1	1
Инвестиция А	-100	118
Инвестиция В	-120	140
Проценты по заимствованию	14%	
Проценты по инвестированию	6%	

- Если инвестор намерен максимизировать свое имущество с фиксированным уровнем изъятия, равным $Y = 10$, то проект В более

привлекателен, чем проект А, так как

$$C_{1,A} = 139.8 < C_{1,B} = 140.6.$$

- Но если инвестор нацелен на максимальные изъятия при фиксированном остаточном имуществе, равном $C_1 = 70$, то необходимо предпочесть инвестицию А, так как

$$Y_A = 43.74 > Y_B = 43.66.$$

№ 9

а) Проект В из-за

$$NPV_A = 330.13 \quad \text{и} \quad NPV_B = 340.92$$

более выгоден.

б) Изъятия при отказе от инвестиций образуются из

$$Y = \frac{\sum_{t=0}^T M_t (1+i)^{T-t} - C_T}{\sum_{t=0}^T f_t (1+i)^{T-t}}$$

и с данными предыдущего примера

$$Y = \frac{1561.84 - 900}{10.5097} = 62.97.$$

в) Остаточное имущество можно рассчитать с помощью

$$C_T = (1+i)^T \cdot \left(\sum_{t=0}^T (M_t - f_t Y) (1+i)^{-t} + NPV \right).$$

С данными по инвестиции А здесь получится

$$C_T = 1.5869 \cdot (719.31 + 330.13) = 1665.32.$$

№ 10

а) При использовании спотовых ставок процента мы рассчитаем чистую сегодняшнюю стоимость с помощью

$$NPV = z_0 + \sum_{t=1}^T z_t \cdot (1+i_{0,t})^{-t}.$$

Подстановка соответственных значений приводит к

$$NPV_A = -100 + \frac{20}{1.050} + \frac{30}{1.145} + \frac{40}{1.260} + \frac{50}{1.412} = 12.43 \quad \text{и}$$

$$NPV_B = 10.68.$$

Проект А более выгоден.

б) На рынке, свободном от арбитража, должно быть верным, что

- индивидуум, который поместит свои деньги на два года по спотовым ставкам процента $i_{0,2}$, достигнет того же остаточного капитала, как и
- индивидуум, который поместит свои деньги на год по спотовой ставке процента $i_{0,1}$ и еще на год по форвардной ставке процента $i_{1,2}$.

Отсюда следует:

$$\begin{aligned}(1 + i_{0,1}) \cdot (1 + i_{1,2}) &= (1 + i_{0,2})^2 \\ i_{1,2} &= \frac{(1 + i_{0,2})^2}{1 + i_{0,1}} - 1 = \\ &= \frac{1.07^2}{1.05} - 1 = 9.04\%.\end{aligned}$$

№ 11

Кроме риска, денежные потоки двух конкурирующих друг с другом инвестиций могут отличаться друг от друга в отношении их

- величины;
- длительности;
- временной структуры.

Это верно также для денежных потоков, описывающих изъятия для цели потребления, которые станут возможными благодаря инвестициям. Два денежных потока изъятий лишь тогда можно неограниченно сравнивать друг с другом, когда они различаются не более чем по одному из трех названных выше признаков.

Тот, кто использует метод аннуитета, вычисляет, чему равна рента постнумерандо, которую инвестор может изымать, если он реализует инвестицию. Рентами являются постоянные денежные потоки, которые отличаются друг от друга лишь по величине и длительности.

Для того чтобы мы могли сравнить конкурирующие проекты друг с другом, необходимо рассчитать рентные потоки одинаковой длительности и после этого сравнить их по величине (более высокая рента более привлекательна), или необходимо рассчитать рентные потоки одинаковой величины и после этого сравнить их по длительности (более длительный рентный поток более выгоден).

Если мы используем метод аннуитета, то происходит нарушение этих принципов из-за того, что мы умножаем чистые сегодняшние стоимости конкурирующих друг с другом двух проектов на неидентичные множители аннуитета.

№ 12

Остаточная стоимость ренты пренумерандо составляет

$$C'_{10} = 1,075 \cdot \frac{1,075^{10} - 1}{0,075} \cdot 1200 = 37\,509,64 \text{ руб.}$$

№ 13

Необходимо рассчитать ренту, которая позволит получить заданную остаточную стоимость. При вносе по схеме пренумерандо имеем:

$$80\,000 = 1,05 \cdot \frac{1,05^{10} - 1}{0,05} \cdot R$$

или

$$R = \frac{80\,000 \cdot 0,05}{1,05 \cdot (1,05^{10} - 1)} = 6057,49 \text{ руб.}$$

№ 14

а) Если мы рассчитаем сегодняшнюю стоимость вечной ренты пренумерандо, то получим

$$\begin{aligned} PV &= (1 - i) \cdot \frac{R}{i} = \\ &= 1,055 \cdot \frac{15\,000}{0,055} = 287\,727,27 \text{ руб.} \end{aligned}$$

б) Для ренты постнумерандо мы получим

$$\begin{aligned} PV &= \frac{R}{i} = \\ &= \frac{15\,000}{0,055} = 272\,727,27 \text{ руб.} \end{aligned}$$

В обоих случаях ежегодные рентные платежи постоянно составляют 150000 руб. Но при выплате ренты по схеме пренумерандо процесс начинается в точности на один год раньше. Поэтому сегодняшняя стоимость такой ренты должна быть на множитель $(1 + i)$ выше, чем сегодняшняя стоимость ренты постнумерандо.

№ 15

Нужно начать с уравнения

$$100 \cdot (1 + i)^{10} = 200$$

и выразить отсюда i . Результатом является

$$i = \sqrt[10]{2} - 1 = 7,18\%$$

№ 16

В качестве единого момента времени, к которому относятся все поступления, выбирается 01.01.2001 г. Поступления в сумме 10 000 руб., приведенные к этому моменту времени, имеют стоимость, равную 10 000 руб. Ежегодные платежи в объеме 4000 руб., которые будут иметь место с 01.01.2002 г. по 01.01.2016 г., являются, если рассматривать их с позиций момента времени 01.01.2001 г., рентой постнумерандо, выплачиваемой пятнадцать раз, с сегодняшней стоимостью

$$\begin{aligned} PV &= \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \cdot R = \\ &= \frac{1.04^{15} - 1}{0.04 \cdot 1.04^{15}} \cdot 4000 = 44\,473.55 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Поэтому сегодняшняя стоимость всех поступлений, приведенных к 01.01.2001 г., составляет 54 473.55 руб. Теперь задается вопрос о стоимости этого капитала, если его поместить сроком на 19 лет (до 01.01.2020 г.) под 4%. Ответ выглядит следующим образом:

$$54\,473.55 \cdot 1.04^{19} = 114\,767.55 \text{ руб.}$$

№ 17

В качестве единого момента времени, к которому приведены все платежи, выбирается 01.01.2001 г. Если суммы, которые отец хочет подарить своим детям, дисконтировать на этот момент времени, то они будут иметь стоимость в размере

$$25\,000 \cdot 1.065^{-16} + 25\,000 \cdot 1.065^{-19} + 25\,000 \cdot 1.065^{-21} = 23\,345.38 \text{ руб.}$$

Отец готов платить 13 раз по схеме пренумерандо ренту R , которая должна иметь ту же самую сегодняшнюю стоимость. Поэтому

$$\begin{aligned} (1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \cdot R &= 23\,345.38 \\ 1.065 \cdot \frac{1.065^{13} - 1}{0.065 \cdot 1.065^{13}} \cdot R &= 23\,345.38. \end{aligned}$$

Решение дает

$$R = 2548.98 \text{ руб.}$$

Именно столько должен отец регулярно вносить в банк, если он хочет подарить своим детям желаемые суммы.

№ 18

Если мы поместим 10 000 руб. под $i = 6\%$, то через n лет мы будем иметь средства в объеме

$$1.06^n \cdot 10\,000.$$

Если мы за счет этих средств хотим выплачивать рентные платежи в сумме 4339.35 руб. по схеме постнумерандо, то это должно соответствовать сегодняшней стоимости ренты постнумерандо, значит

$$\frac{1.06^4 - 1}{0.06 \cdot 1.06^4} \cdot 4339.35 = 1.06^n \cdot 10\,000.$$

Если из этого уравнения выразить 1.06^n , то мы получим:

$$1.06^n = 1.503631.$$

Логарифмирование приведет к

$$\begin{aligned} n \cdot \ln 1.06 &= \ln 1.503631 \quad \text{и} \\ n &= \frac{\ln 1.503631}{\ln 1.06} = 7. \end{aligned}$$

Значит, эти 10 000 руб. необходимо разместить в банке на 7 лет, чтобы рента в сумме 4339.35 могла быть выплачиваемой в течение 4 лет.

№ 19

Необходимо рассчитать ренту постнумерандо, которая соответствует сегодняшней стоимости долга, равного 100 000 руб. Поэтому

$$\begin{aligned} PV &= \frac{(1+i)^T - 1}{i \cdot (1+i)^T} \cdot R \\ 100\,000 &= \frac{1.07^5 - 1}{0.07 \cdot 1.07^5} \cdot R \quad \text{или} \\ R &= \frac{100\,000 \cdot 0.07 \cdot 1.07^5}{1.07^5 - 1} = 24\,389.07 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Соответствующий план погашения долга приведен в табл. 6.3.

Таблица 6.3. План погашения долга по аннуитетным платежам

Год	Долг к началу года	Проценты	Погашение долга	Аннуитетный платеж
1	100 000.00	7000.00	17 389.07	24 389.07
2	82 610.93	5782.77	18 606.30	24 389.07
3	64 004.63	4480.32	19 908.75	24 389.07
4	44 095.88	3086.71	21 302.36	24 389.07
5	22 793.52	1595.55	22 793.52	24 389.07

№ 20

Необходимо рассчитать ряд выплат основной суммы долга, причем временная структура имеет следующий вид:

$$f_0 = 0$$

$$f_1 = 0.5$$

$$f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = 1.$$

Для расчета уровня выплат R можно воспользоваться формулой

$$R = \frac{PV}{\sum_{t=0}^T f_t (1+i)^{-t}}.$$

По данным примера мы получаем

$$R = \frac{100\,000}{3.63291} = 27\,526.16 \text{ руб.}$$

Соответствующий план погашения приведен в табл. 6.4

Таблица 6.4. Модифицированный план погашения долга по аннуитетным платежам

Год	Долг к началу года	Проценты	Погашение долга	Аннуитетный платеж
1	100 000.00	7000.00	6763.08	13 763.08
2	93 236.92	6526.58	20 999.58	27 526.16
3	72 237.34	5056.61	22 469.55	27 526.16
4	49 767.80	3483.75	24 042.41	27 526.16
5	25 725.38	1800.78	25 725.38	27 526.16

№ 21

Остаточная стоимость ренты постнумерандо составит через 10 лет

$$R \cdot \frac{(1+i)^{10} - 1}{i}.$$

В тот же момент времени сегодняшняя стоимость вечной ренты постнумерандо, платежи которой начинаются в этот момент, составляет:

$$R \cdot \frac{1}{i}.$$

Чтобы кто-нибудь мог выдвинуть это предложение, ставка процента i должна иметь соответствующую величину. Для определения ставки процента нужно приравнять друг к другу остаточную стоимость 10-кратной ренты поступлений и сегодняшнюю стоимость вечной ренты выплат:

$$R \cdot \frac{(1+i)^{10} - 1}{i} = \frac{R}{i}.$$

Если из этого уравнения выразить i , то мы получим:

$$i = \sqrt[10]{2} - 1 = 7.18\%.$$

Эта ставка процента приведет через 10 лет к остаточной стоимости, равной

$$1000 \cdot \frac{1.0718^{10} - 1}{0.0718} = 13\,932.73 \text{ руб.}$$

За счет этого капитала можно выплачивать вечную ренту в объеме

$$0.0718 \cdot 13\,932.73 = 1000 \text{ руб.},$$

если владелец капитала постоянно получает 7.18%.

№ 22

- а) Являются ли 1000 руб. наличными более выгодными по сравнению с беспроцентным кредитом, зависит от рыночной ставки процента, о величине которого в задаче ничего не сказано. Поэтому мы должны сделать допущение о величине процента. Если мы предполагаем, что $i = 6\%$, то сегодняшняя стоимость беспроцентного кредита составляет

$$NPV = 7000 - \sum_{t=1}^7 1000 \cdot 1.06^{-t} = 1417.62.$$

Это больше чем 1000 руб. Поэтому мы должны принять решение в пользу беспроцентного кредита.

- б) Если рыночная ставка процента меньше, чем 6%, то преимущество беспроцентного кредита постепенно снижается. Для определения ставки процента, при которой принятое решение меняется на противоположное, необходимо решить уравнение:

$$7000 - \sum_{t=1}^7 1000 \cdot (1+i)^{-t} = 1000,$$

или

$$6000 - \sum_{t=1}^7 1000 \cdot (1+i)^{-t} = 0.$$

Формализованно в рамках этой проблемы речь идет не о чем ином, как о внутренней ставке процента. Критической ставкой процента является $i = 4.01\%$.

№ 23

Долгосрочные инвестиции в материальные активы, очевидно, не имеют коротких сроков реализации. Но они порождают поступления и выплаты не только в далеком будущем, но и в краткосрочном и среднесрочном планах. Поэтому дисконтирование на основе долгосрочных ставок процента кратко- и среднесрочных платежей выглядит не очень убедительным.

№ 24

а) Спотовая ставка процента находится по формуле

$$i_{0,t} = \sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}} - 1.$$

Отсюда мы вычисляем для четырехгодичных облигаций

$$i_{0,4} = \sqrt[4]{\frac{1000}{777}} - 1 = 6.511\%$$

и для бескупонных облигаций с трехлетним сроком обращения:

$$i_{0,3} = \sqrt[3]{\frac{1000}{840}} - 1 = 5.984\%.$$

б) Для неявной форвардной ставки процента $i_{3,4}$ верно

$$(1 + i_{0,3})^3 \cdot (1 + i_{3,4})^1 = (1 + i_{0,4})^4.$$

Если выразить это уравнение через искомую ставку процента, то это приведет к

$$i_{3,4} = \frac{(1 + i_{0,4})^4}{(1 + i_{0,3})^3} - 1 = 8.108\%.$$

№ 25

а) Фактической доходностью купонной облигации i_3 является та ставка процента, при которой соблюдается равенство

$$106 = \frac{8.75}{(1 + i_3)^1} + \frac{8.75}{(1 + i_3)^2} + \frac{108.75}{(1 + i_3)^3}.$$

Если мы из обеих частей вычтем сегодняшнюю цену облигации, то получим:

$$f(i_3) = -106 + \frac{8.75}{(1 + i_3)^1} + \frac{8.75}{(1 + i_3)^2} + \frac{108.75}{(1 + i_3)^3} = 0.$$

Для определения нулевого значения этой функции разумно использовать итерационный метод *Ньютона*, посредством которого, используя

$$i_{3,k+1} = i_{3,k} - \frac{f(i_{3,k})}{f'(i_{3,k})},$$

можно приблизиться к ставке процента с любой точностью. Для того чтобы мы могли это использовать, нам необходима первая производная функции, которая равна

$$f'(i_3) = -\frac{1 \cdot 8.75}{(1 + i_3)^2} - \frac{2 \cdot 8.75}{(1 + i_3)^3} - \frac{3 \cdot 108.75}{(1 + i_3)^4}.$$

Если мы начнем процесс аппроксимации с номинальной ставкой процента, то мы получим представленные в следующей таблице результаты.

k	$i_{3,k}$	$f(i_{3,k})$	$f'(i_{3,k})$
0	0.08750	-6.00	-254.26
1	0.06390	0.26	-276.91
2	0.06485	0.00	-275.95
3	0.06485	0.00	-275.95

Если мы осуществим с ней и с двумя облигациями то же самое, и при определении фактической ставки процента округлим результат до сотых значений, то получим:

$$\begin{aligned}i_1 &= 6.00\% \\i_2 &= 6.29\% \\i_3 &= 6.49\%.\end{aligned}$$

- б) Для определения цены примитивных ценных бумаг (множителей дисконтирования) образуем систему линейно-неоднородных уравнений:

$$\begin{aligned}8.750 \pi_1 + 8.750 \pi_2 + 108.750 \pi_3 &= 106.00 \\6.125 \pi_1 + 106.125 \pi_2 + 0.000 \pi_3 &= 99.70 \\10\,000.000 \pi_1 + 0.000 \pi_2 + 0.000 \pi_3 &= 9434.00,\end{aligned}$$

которую можно легко решить, поскольку система имеет треугольную матрицу коэффициентов. Мы получаем:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= 0.9434 \\ \pi_2 &= 0.8850 \\ \pi_3 &= 0.8276.\end{aligned}$$

Из этих данных мы находим по формуле

$$i_{0,t} = \sqrt[t]{\frac{1}{\pi_t}} - 1$$

спотовые ставки процента:

$$\begin{aligned}i_{0,1} &= 6.00\% \\i_{0,2} &= 6.30\% \\i_{0,3} &= 6.51\%.\end{aligned}$$

- в) Если мы для расчета чистой сегодняшней стоимости используем фактические ставки процента в виде расчетных ставок, то получаем:

$$NPV = -100 + \frac{40}{1.0600} + \frac{60}{1.0629^2} + \frac{70}{1.0649^3} = 48.82.$$

Если мы выберем методически лучший путь, используя цены примитивных ценных бумаг или спотовые ставки процента, то результат выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} NPV &= -100 + 40 \cdot 0.9434 + 60 \cdot 0.8850 + 70 \cdot 0.8276 = \\ &= -100 + \frac{40}{1.0600} + \frac{60}{1.0631^2} + \frac{70}{1.0651^3} = 48.77. \end{aligned}$$

Разница почти незначительна. Она объясняется тем, что в этом примере мы имеем дело с возрастающей кривой ставки процента (зависимостью спотовых ставок процента от срока действия активов), которая некорректно отражена с помощью кривой доходности (т. е. доходности к погашению в зависимости от срока действия). При определении фактических ставок процента мы используем модель расчета, которая предполагает пологие кривые ставок процента или доходностей. Отсюда вытекает систематическая ошибка, которая в финансовой теории называется купонным эффектом.

г) Для неявной форвардной ставки процента $i_{1,3}$ должно быть верно

$$(1 + i_{0,1})^1 \cdot (1 + i_{1,3})^2 = (1 + i_{0,3})^3.$$

Если выразить из этого уравнения искомую форвардную ставку процента, то получим

$$i_{1,3} = \sqrt[2]{\frac{(1 + i_{0,3})^3}{(1 + i_{0,1})^1}} - 1 = 6.77\%.$$

Проще этот результат можно было бы получить по формуле

$$i_{1,3} = {}^{3-1}\sqrt{\frac{\pi_1}{\pi_3}} - 1.$$

№ 26

Расчет внутренних ставок процента весьма прост. Если денежный поток инвестиции содержит лишь одну выплату ($z_0 < 0$) и одно поступление ($z_n > 0$), то чистую сегодняшнюю стоимость в этом упрощенном случае можно записать в виде:

$$NPV = z_0 + z_n \cdot (1 + r)^{-n}.$$

Для расчета внутренней ставки процента нужно приравнять эту чистую сегодняшнюю стоимость к нулю:

$$z_0 + z_n \cdot (1 + r)^{-n} = 0.$$

Если умножить это выражение на $(1 + r)^n$, то получится

$$z_0 \cdot (1 + r)^n = -z_n.$$

Теперь разделим уравнение на z_0 , извлечем квадратный корень и выразим r , это даст:

$$r = \sqrt[n]{-\frac{z_n}{z_0}} - 1.$$

Поэтому для отдельных проектов мы получаем:

$$\begin{aligned} r_A &= \sqrt[1]{\frac{116}{100}} - 1 = 0.1600 \\ r_B &= \sqrt[2]{\frac{132}{100}} - 1 = 0.1489 \\ r_C &= \sqrt[3]{\frac{144}{100}} - 1 = 0.1292 \\ r_D &= \sqrt[4]{\frac{175}{100}} - 1 = 0.1502 \\ r_E &= \sqrt[5]{\frac{229}{100}} - 1 = 0.1802. \end{aligned}$$

№ 27

Если мы применительно к внутренней ставке процента r_k хотим улучшить произвольно выбранное значение результата при помощи метода *Ньютона*, то необходимо использовать правило расчета

$$r_{k+1} = r_k - \frac{\text{NPV}(r_k)}{\text{NPV}'(r_k)}$$

до тех пор, пока не будет достигнута желаемая степень точности. В данном случае мы получаем искомые величины, если округлим результат до десятитысячных значений

$$r_A = 0.0544 \quad r_B = 0.1857 \quad r_C = 0.0547 \quad r_D = 0.1621.$$

Проследим этот путь на примере инвестиции В в отдельности. Ее функция с чистой сегодняшней стоимостью выглядит следующим образом:

$$\text{NPV}(r) = -100 + 20(1+r)^{-1} + 80(1+r)^{-2} + 10(1+r)^{-3} + 40(1+r)^{-4},$$

а первой производной этой функции является

$$\text{NPV}'(r) = -20(1+r)^{-2} - 160(1+r)^{-3} - 30(1+r)^{-4} - 160(1+r)^{-5}.$$

Если мы начнем с первой экспериментальной величины, то тогда при повторном использовании итерационного метода *Ньютона* получим значения, приведенные в табл. 6.5.

№ 28

а) По критерию чистой сегодняшней стоимости нужно предпочесть проект В, так как

$$\text{NPV}_A = 7.99 \quad \text{и} \quad \text{NPV}_B = 9.22.$$

Таблица 6.5. Внутренняя ставка процента и метод *Ньютона*

k	r_k	$NPV(r_k)$	$NPV'(r_k)$
0	0.1000	19.13	-256.58
1	0.1746	2.20	-200.57
2	0.1855	0.04	-193.75
3	0.1857	0.00	-193.64
4	0.1857		

- б) Если мы ориентируемся на внутреннюю ставку процента, то проект А окажется более выгодным, так как

$$r_A = 0.205 \quad \text{и} \quad r_B = 0.168.$$

- в) Критическую ставку процента i , выше которой чистая сегодняшняя стоимость и внутренняя ставка процента приводят к принятию одних и тех же решений, можно определить через приравнение обеих функций чистой сегодняшних стоимостей

$$NPV_A(i) = NPV_B(i),$$

см. рис. 6.2. Значит, при использовании обычной формулы с чистой сегодняшней стоимостью имеет место

$$\sum_{t=0}^T z_{t,A} \cdot (1+i)^{-t} = \sum_{t=0}^T z_{t,B} \cdot (1+i)^{-t}$$

или

$$\sum_{t=0}^T (z_{t,A} - z_{t,B}) \cdot (1+i)^{-t} = 0.$$

Если мы рассмотрим последнюю формулу, то выяснится, что при поиске критической расчетной ставки процента речь идет об определении внутренней ставки процента разности инвестиций. В данном примере мы получим для нее

$$0 + 15(1+i)^{-1} + 5(1+i)^{-2} - 5(1+i)^{-3} - 21(1+i)^{-4} = 0$$

с результатом $i = 0.108$.

№ 29

Для расчета значений внутренней ставки процента инвестиции с денежным потоком

$$-5000 \quad 19\,500 \quad -26\,950 \quad 15\,405 \quad -2970$$

рекомендуется составить таблицу значений с альтернативными ставками процента. Если начнем при $i = 100\%$ и будем снижать ставку

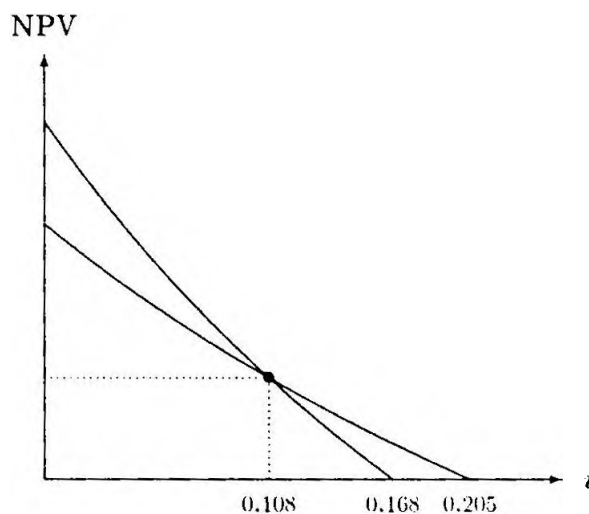


Рис. 6.2. Функции чистой современной стоимости двух инвестиций

процента каждый раз на 10 процентных пунктов, то получим следующие чистые современные стоимости:

i	NPV	i	NPV	i	NPV
1.0	-248	0.4	20	-0.2	103
0.9	-184	0.3	25	-0.3	400
0.8	-126	0.2	17	-0.4	1042
0.7	-75	0.1	0	-0.5	1920
0.6	-32	0.0	-15	-0.6	0
0.5	0	-0.1	0	-0.7	-35 556

Графическое изображение функции приведено на рис. 6.3.

№ 30

а) Расчетная ставка процента с учетом налогообложения равна

$$i_s = i \cdot (1 - s_{\text{приб}}) = 0.08 \cdot (1 - 0.65) = 0.028.$$

Чистые современные стоимости обеих инвестиций таковы:

$$NPV_A = 130.71 \quad \text{и} \quad NPV_B = 178.71.$$

Вследствие этого необходимо предпочесть проект В. Расчет чистой современной стоимости инвестиции А иллюстрируется в табл. 6.6.

б) При амортизации инвестиционного объекта А по методу суммы порядковых номеров лет мы получим чистую современную стоимость

$$NPV_A = 164.22.$$

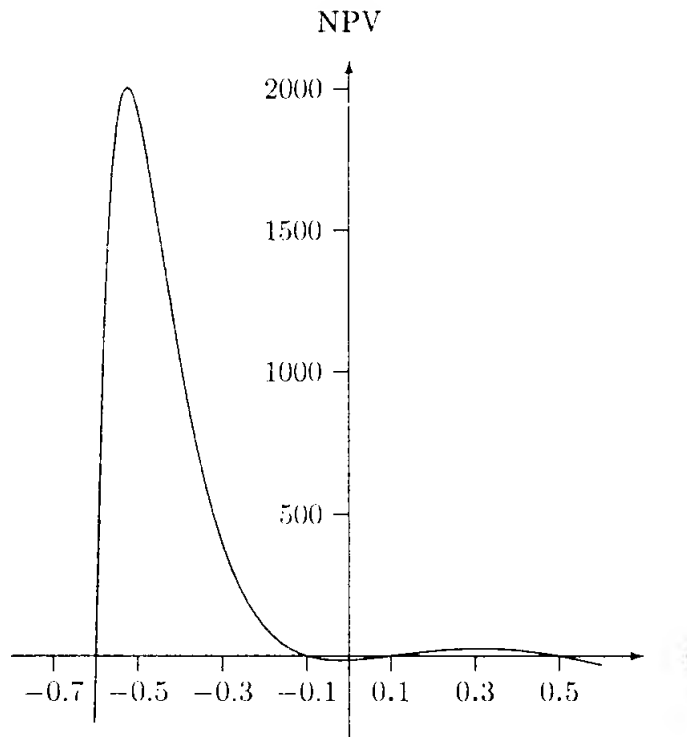


Рис. 6.3. Функция чистой сегодняшней стоимости инвестиции с четырьмя нулевыми значениями

Таблица 6.6. Чистая сегодняшняя стоимость в стандартной модели (при линейной амортизации)

t	Денежный поток	Чистые выплаты			$(1 + i_s)^{-t}$	Дисконтированный чистый платеж
		$CF_t(1 - s_{\text{приб}})$	$s_{\text{приб}}AfA_t$	Сумма		
0	-4000.00			-4000.00	1.0000	-4000.00
1	500.00	175.00	650.00	825.00	0.9728	802.53
2	1000.00	350.00	650.00	1000.00	0.9463	946.27
3	3000.00	1050.00	650.00	1700.00	0.9205	1564.84
4	750.00	262.50	650.00	912.50	0.8954	817.07
						130.71

В этом случае инвестиция А все еще менее выгодна, чем инвестиция В (с линейной амортизацией). Для расчета ускоренной амортизации необходимо сначала определить сумму последовательности натуральных чисел от 1 до n (до конца срока эксплуатации). При суммировании арифметического ряда мы получим:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n \cdot (n + 1)}{2} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10.$$

Тогда амортизационные отчисления в момент времени t при $1 \leq t \leq n$ находятся по формуле

$$AfA_t = \frac{n+1-t}{\frac{n \cdot (n+1)}{2}} \cdot I_0 = \frac{2(n+1-t)}{n \cdot (n+1)} \cdot I_0,$$

или с конкретными данными задачи

$$AfA_1 = \frac{2 \cdot (4+1-1)}{20} \cdot 4000 = 1600$$

$$AfA_2 = \frac{2 \cdot (4+1-2)}{20} \cdot 4000 = 1200$$

$$AfA_3 = \frac{2 \cdot (4+1-3)}{20} \cdot 4000 = 800$$

$$AfA_4 = \frac{2 \cdot (4+1-4)}{20} \cdot 4000 = 400.$$

Расчет чистых сегодняшних стоимостей можно в деталях увидеть в табл. 6.7.

Таблица 6.7. Чистая сегодняшняя стоимость в стандартной модели (при ускоренной амортизации)

t	Денежный поток	Чистые выплаты			$(1+i_s)^{-t}$	Дисконтированный чистый платеж
		$CF_t(1-s_{\text{приб}})$	$s_{\text{приб}}AfA_t$	Сумма		
0	-4000.00			-4000.00	1.0000	-4000.00
1	500.00	175.00	1040.00	1215.00	0.9728	1181.91
2	1000.00	350.00	780.00	1130.00	0.9463	1069.28
3	3000.00	1050.00	520.00	1570.00	0.9205	1445.17
4	750.00	262.50	260.00	522.50	0.8954	467.86
						164.22

в) При моментальной полной амортизации чистая сегодняшняя стоимость проекта А составляет

$$NPV_A = 232.18.$$

В этом случае инвестиция А станет более выгодной, чем инвестиция В (с линейной амортизацией).

№ 31

Основная формула для расчета чистой сегодняшней стоимости инвестиции в рамках стандартной модели выглядит следующим образом:

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^T \left(CF_t(1-s_{\text{приб}}) + s_{\text{приб}}AfA_t \right) \cdot (1+i_s)^{-t}.$$

Для особого случая линейной амортизации следует:

$$\begin{aligned} NPV_{\text{линейная}} &= -I_0 + \sum_{t=1}^T \left(CF_t(1 - s_{\text{приб}}) + \frac{s_{\text{приб}}I_0}{T} \right) \cdot (1 + i_s)^{-t} = \\ &= -I_0 + \sum_{t=1}^T CF_t(1 - s_{\text{приб}})(1 + i_s)^{-t} + \frac{s_{\text{приб}}I_0}{T} \sum_{t=1}^T (1 + i_s)^{-t}, \end{aligned}$$

в то время как при моментальной полной амортизации мы приходим к

$$NPV_{\text{моментальная}} = -I_0 + \sum_{t=1}^T CF_t(1 - s_{\text{приб}}) \cdot (1 + i_s)^{-t} + \frac{s_{\text{приб}}I_0}{1} \cdot (1 + i_s)^{-1}.$$

Из утверждения $NPV_{\text{моментальная}} > NPV_{\text{линейная}}$ при положительной ставке налога, положительной выплате за приобретение и положительной налогооблагаемой расчетной ставке процента следует, что

$$\begin{aligned} \frac{s_{\text{приб}}I_0}{1} \cdot (1 + i_s)^{-1} &> \frac{s_{\text{приб}}I_0}{T} \sum_{t=1}^T (1 + i_s)^{-t} \\ (1 + i_s)^{-1} &> \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (1 + i_s)^{-t} \\ T &> \sum_{t=1}^T (1 + i_s)^{-t+1} > \\ &> \sum_{t=0}^{T-1} (1 + i_s)^{-t} > \\ &> \underbrace{(1 + i_s)^{-0}}_{=1} + \underbrace{(1 + i_s)^{-1}}_{<1} + \dots + \underbrace{(1 + i_s)^{-T+1}}_{<1} \\ T - 1 &> \underbrace{(1 + i_s)^{-1}}_{<1} + \dots + \underbrace{(1 + i_s)^{-T+1}}_{<1} \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{(T-1) \text{ раз}} \end{aligned}$$

Если сложить $T - 1$ сумм, каждая из которых меньше чем единица, то тогда итоговая сумма окажется меньше $T - 1$, и это как раз и нужно было показать.

№ 32

- Чистые сегодняшние стоимости и остаточные стоимости инвестиций приведены в табл. 6.8.
- Результаты табл. 6.8 кажутся странными. Наблюдаемый здесь эффект, а именно увеличение чистой сегодняшней стоимости инвестиции при росте ставки налога в литературе называется налоговым парадоксом.

Таблица 6.8. Чистая сегодняшняя стоимость и остаточная стоимость инвестиции при варьирующей ставке налога на прибыль

Ставка налога на прибыль	Чистая сегодняшняя стоимость	Остаточная стоимость
20%	-5.64	2359.12
40%	3.21	2020.44
60%	7.57	1689.40

Если мы рассмотрим влияние растущей ставки налога на прибыль на «выгодность» инвестиции, и если мы измерим эту «выгодность» с помощью чистой сегодняшней стоимости, то можем констатировать: инвестиция, которая при низкой ставке налога имеет отрицательную чистую сегодняшнюю стоимость и поэтому абсолютно невыгодна, при растущем бремени налога может стать прибыльным проектом с положительной чистой сегодняшней стоимостью.

Если мы измеряем «выгодность» инвестиции с помощью ее остаточной стоимости, то кажется, что она ведет себя при растущих ставках налога «нормально», так как она снижается. Перед тем как сделать вывод из этих результатов, рассчитаем еще чистую сегодняшнюю и остаточную стоимости инвестиций на тот случай, если она не осуществляется, см. табл. 6.9. И в случае отказа от инвестиции при растущей ставке налога снижается остаточная стоимость.

Таблица 6.9. Чистая сегодняшняя стоимость и остаточная стоимость альтернативы отказа при варьирующей ставке налога на прибыль

Ставка налога на прибыль	Чистая сегодняшняя стоимость	Остаточная стоимость
20%	0.00	2366.22
40%	0.00	2016.61
60%	0.00	1680.89

Но если мы сравним остаточные стоимости в табл. 6.8 и в табл. 6.9 друг с другом, то выяснится, что при более высоких ставках налога осуществление инвестиции действительно более выгодно, чем отказ от нее. Значит, чистая сегодняшняя стоимость, несмотря на ее (кажущееся) парадоксальное поведение, является надежным компасом, если цель состоит в том, чтобы рассчитать самую лучшую инвестицию при данных ставках налога.

Но если мы захотим исследовать влияние изменений налоговых ставок на «выгодность» инвестиций, то тогда нужно исследовать зависимость целевой величины (остаточной стоимости, уровня изъятия) от налогового бремени.

№ 33

Чистая сегодняшняя стоимость для случая покупки в кредит в примере на с. 114 составляет

$$\begin{aligned} NPV = & -I_0 + \sum_{t=1}^T \left(CF_t - s_{\text{приб}}(CF_t - AfA_t) \right) (1 + i_s)^{-t} \\ & + \left(V_T - s_{\text{приб}} \cdot (V_T - RW_T) \right) \cdot (1 + i_s)^{-T}, \end{aligned} \quad (6.1)$$

в то время как чистая сегодняшняя стоимость для альтернативы лизинга (при постоянстве ежегодных лизинговых платежей) образуется из

$$NPV = \sum_{t=1}^T \left(CF_t - L - s_{\text{приб}}(CF_t - L) \right) (1 + i_s)^{-t} \quad (6.2)$$

Если приравнять (6.1) и (6.2) и выразить L , то это приведет к

$$L = \frac{I_0 - s \sum_{t=1}^T AfA_t (1 + i_s)^{-t} - (V_T - s_{\text{приб}}(V_T - RW_T)) (1 + i_s)^{-T}}{(1 - s_{\text{приб}}) \sum_{t=1}^T (1 + i_s)^{-t}}.$$

Подстановка данных примера дает критическую величину лизингового платежа:

$$L = \frac{1000 - 477.50 - 180.39}{0.35 \cdot 3.67} = \frac{342.11}{1.2856} = 266.11 \text{ руб.}$$

Если требуемая величина ежегодной аренды меньше этого значения, то лизинг лучше покупки. В противоположном случае — наоборот.

6.2. Принятие решений о сроке эксплуатации и замены

№ 1

- а) Сначала нам необходимо определить платежи без учета значений выручки от ликвидации, см. табл. 6.10. Выручка от ликвидации в момент времени t в рамках примера этой задачи равна $L_t = 2000 \times 0.8^t$. В совокупности существует 8 альтернатив решения с приведенными в табл. 6.11 денежными потоками.
- б) Остаточные стоимости восьми альтернатив срока эксплуатации представляют собой приведенные в табл. 6.12 значения. Поэтому срок эксплуатации, равный 6 лет, оптимален, если рынок капитала является несовершенным.

Таблица 6.10. Выплаты без учета значений выручки от ликвидации

Момент времени t	0	1	2	3	4	5	6	7
Выплата за приобретение	-2000							
Чистые поступления		700	700	700	700	700	700	700
Затраты на ремонт			-100	-200	-300	-400	-500	-600
Сумма \bar{z}_t	-2000	700	600	500	400	300	200	100

Таблица 6.11. Денежные потоки альтернатив срока эксплуатации

n	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0							
1	-2000	2300						
2	-2000	700	1880					
3	-2000	700	600	1524				
4	-2000	700	600	500	1219			
5	-2000	700	600	500	400	955		
6	-2000	700	600	500	400	300	724	
7	-2000	700	600	500	400	300	200	519

Таблица 6.12. Остаточные стоимости при разных сроках эксплуатации

Срок эксплуатации	Остаточная стоимость
n	C_T
0	1516.55
1	1693.63
2	1909.57
3	2111.96
4	2263.27
5	2353.51
6	2378.18
7	2336.62

- в) В условиях совершенного рынка капитала решающую роль играют чистые сегодняшние стоимости альтернатив сроков эксплуатации. Если мы при этом используем идею временных предельных чистых сегодняшних стоимостей, то расчеты соответствуют приведенным в табл. 6.13. Опять срок эксплуатации, равный 6 лет, является оптимальным.
- г) Начисленная на основе метода сложных процентов временная предельная прибыль в момент времени $n = 3$ (см. табл. 6.13) образуется из

$$\bar{z}_3 + L_3 - L_2(1+i) = 500 + 1024 - 1408 = 116,$$

Таблица 6.13. Оптимальный срок эксплуатации и предельные чистые сегодняшние стоимости

n	$\bar{x}_n + L_n$	L_{n-1}	$L_{n-1}(1+i)$	$(1+i)^n \Delta NPV_n$	ΔNPV_n	NPV_n
1	2300.0	2000.0	2200.0	100.00	90.91	90.91
2	1880.0	1600.0	1760.0	120.00	99.17	190.08
3	1524.0	1280.0	1408.0	116.00	87.15	277.24
4	1219.2	1024.0	1126.4	92.80	63.38	340.62
5	955.4	819.2	901.1	54.24	33.68	374.30
6	724.3	655.4	720.9	3.39	1.91	376.21
7	519.4	524.3	576.7	-57.29	-29.40	346.82

или с учетом дисконтирования:

$$(1+i)^{-n} \cdot (\bar{x}_3 + L_3 - L_2(1+i)) = 0.7513 \cdot 116 = 87.15.$$

В дисконтированной форме она содержит информацию о том, на какую сумму увеличится чистая сегодняшняя стоимость, если мы будем эксплуатировать инвестиционный объект на протяжении трех лет, вместо того чтобы использовать его два года.

- д) Если нужно исходить из бесконечной очередности идентичных инвестиций, то в условиях совершенного рынка капитала решающую роль играют зависящие от срока эксплуатации чистые сегодняшние стоимости идентичных инвестиционных целей. Они определяются в табл. 6.14. Оптимальный срок эксплуатации теперь составляет лишь 3 года.

Таблица 6.14. Срок эксплуатации при бесконечно идентичном повторе

n	NPV_n	$w_{i,n}$	ANN	K-NPV
1	90.91	1.1000	100.00	1000.00
2	190.08	0.5762	109.52	1095.24
3	277.24	0.4021	111.48	1114.80
4	340.62	0.3155	107.46	1074.55
5	374.30	0.2638	98.74	987.39
6	376.21	0.2296	86.38	863.81
7	346.82	0.2054	71.24	712.38

№ 2

- а) Эксплуатацию инвестиционного объекта необходимо закончить, если их временные предельные прибыли станут устойчиво отрицательными. Некоторые признаки указывают на то, что это случится уже через один год, так как для момента времени $n = 2$ и $n = 3$ были рассчитаны отрицательные предельные прибыли.

Однако они компенсируются высокой положительной предельной прибылью в момент времени $n = 4$. Правда после этого следуют лишь потери. Вследствие этого лучше всего эксплуатировать инвестиционный объект в течение четырех лет.

- б) Дисконтированная временная предельная прибыль для $n = 3$ составляет согласно постановке задачи

$$(1+i)^{-3} \cdot (\bar{z}_3 + L_3 - L_2(1+i)) = -30.$$

Если ставка процента составляет $i = 8\%$, а инвестиционные поступления, включая выручку от ликвидации в момент времени $n = 3$, равны 960, то мы через подстановку получаем:

$$1.08^{-3} \cdot (960 - L_2 \cdot 1.08) = -30.$$

Если выразить эту формулу через L_2 , то это даст искомую выручку от ликвидации в момент времени $n = 2$:

$$L_2 = \frac{960 + 30 \cdot 1.08^3}{1.08} = 923.88.$$

- в) $NPV_3 = 100 - 50 - 30 = 20$.

№ 3

Независимо от того, снижается ли ежегодно стоимость объекта на 10% или на 25%, оптимальный срок эксплуатации составляет пять лет. Чистые сегодняшние стоимости для шести альтернатив срока эксплуатации приведены в табл. 6.15. Интересно, что при быстром снижении

Таблица 6.15. Чистые сегодняшние стоимости при разных сроках эксплуатации

Срок эксплуатации n	Снижение стоимости	
	10 %	25 %
0	0.00	0.00
1	8.11	-5.41
2	17.12	-2.97
3	33.93	11.47
4	50.19	27.82
5	71.69	50.73

значений выручки от ликвидации объект должен эксплуатироваться по меньшей мере три года, чтобы быть вообще рентабельным. Здесь более короткие сроки эксплуатации менее выгодны из-за отрицательных чистых сегодняшних стоимостей, чем полный отказ от проекта.

№ 4

Цепная чистая сегодняшняя стоимость находится по формуле:

$$\text{К-NPV}_n = \frac{w_{i,n} \cdot \text{NPV}_n}{i},$$

и по данным этой задачи

$$\text{К-NPV} = \frac{0.22292 \cdot 1000}{0.09} = 2476.89.$$

№ 5

- а) Чистая сегодняшняя стоимость стратегии замены E-NPV_n состоит из двух компонентов, из чистой сегодняшней стоимости старого объекта $\text{NPV}_n^{\text{стар}}$ и цепной чистой сегодняшней стоимости «преемника» $\text{К-NPV}_n^{\text{нов}}$. Если мы осуществим замену в момент времени $n = 1$, то получим:

$$\begin{aligned} \text{NPV}_1^{\text{стар}} &= \bar{z}_0^{\text{стар}} + (1+i)^{-1} \cdot (\bar{z}_1^{\text{стар}} + L_1) = \\ &= 500 + 1.06^{-1} \cdot (600 + 2500) = 3424.53 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \text{К-NPV}_1^{\text{нов}} &= \frac{w_{i,m} \text{NPV}_m^{\text{нов}}}{i(1+i)} = \\ &= \frac{0.288592 \cdot 1200}{0.06 \cdot 1.06} = 5445.13. \end{aligned}$$

Таким образом, чистая сегодняшняя стоимость совокупной стратегии замены составляет:

$$\text{E-NPV}_1 = \text{NPV}_1^{\text{стар}} + \text{К-NPV}_1^{\text{нов}} = 8869.66.$$

- б) Теперь нужно рассчитать чистую сегодняшнюю стоимость для случая немедленной замены. Мы получаем

$$\begin{aligned} \text{NPV}_0^{\text{стар}} &= \bar{z}_0^{\text{стар}} + L_0 = \\ &= 500 + 2650 = 3150 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \text{К-NPV}_0^{\text{нов}} &= \frac{w_{i,m} \text{NPV}_m^{\text{нов}}}{i} = \\ &= \frac{0.288592 \cdot 1200}{0.06} = 5771.84 \end{aligned}$$

и совместно

$$\text{E-NPV}_0 = \text{NPV}_0^{\text{стар}} + \text{К-NPV}_0^{\text{нов}} = 8921.84.$$

Поэтому лучше списать старый объект сразу, чем ждать еще один год.

- в) Теперь мы ищем критическое значение выручки от ликвидации L_1 , при котором обе стратегии замены дают одинаковую чистую сегодняшнюю стоимость

$$E\text{-NPV}_1 = E\text{-NPV}_0.$$

Подстановка вышеприведенных формул после соответствующих преобразований приведет к

$$L_1 = (1 + i) L_0 - \bar{\varepsilon}_i^{\text{стар}} + w_{i,m} \text{NPV}_m^{\text{нов}}.$$

Или с данными этой задачи:

$$L_1 = 1.06 \cdot 2650 - 600 + 0.288592 \cdot 1200 = 2555.31.$$

6.3. Программные решения

№ 1

- а) По правилам комбинаторики при 20 инвестиционных проектах имеются $2^{20} = 1\,048\,576$, т. е. примерно 1 млн программных альтернатив.
- б) Если мы для определения денежного потока одной единственной альтернативы тратим одну минуту, тогда для всех альтернатив в совокупности нам необходимо 2 года.

№ 2

- а) Вначале нам нужно рассчитать доходности инвестиций, которые оказываются равными

$$r_1^I = 13.3\% \quad r_2^I = 27.3\% \quad r_3^I = 16.7\% \quad r_4^I = 33.3\%.$$

Таким образом, инвестиции ранжируются следующим образом: 4 – 2 – 3 – 1. Ранжирование же возможностей финансирования осуществляется в соответствии со стоимостью капитала 1 – 3 – 2.

Инвестиции 4, 2 и 3 порождают выплаты на общую сумму 35 денежных единиц. Чтобы суметь их профинансировать, необходимо получить все три кредита; из них 1 и 3 составляют по 15 денежных единиц каждый. Кредит 2 со стоимостью капитала в объеме 14% покрывает остальную потребность в капитале, величиной в 5 денежных единиц. Инвестиция № 1 не осуществляется, так как ее доходность на 13.3% меньше, чем необходимые для финансирования издержки капитала, см. рис. 6.4.

- б) Эндогенная расчетная ставка процента составляет $i^* = 14\%$.
- в) Если мы рассчитаем чистые сегодняшние стоимости этих четырех инвестиций с помощью эндогенной расчетной ставки процента, то получим:

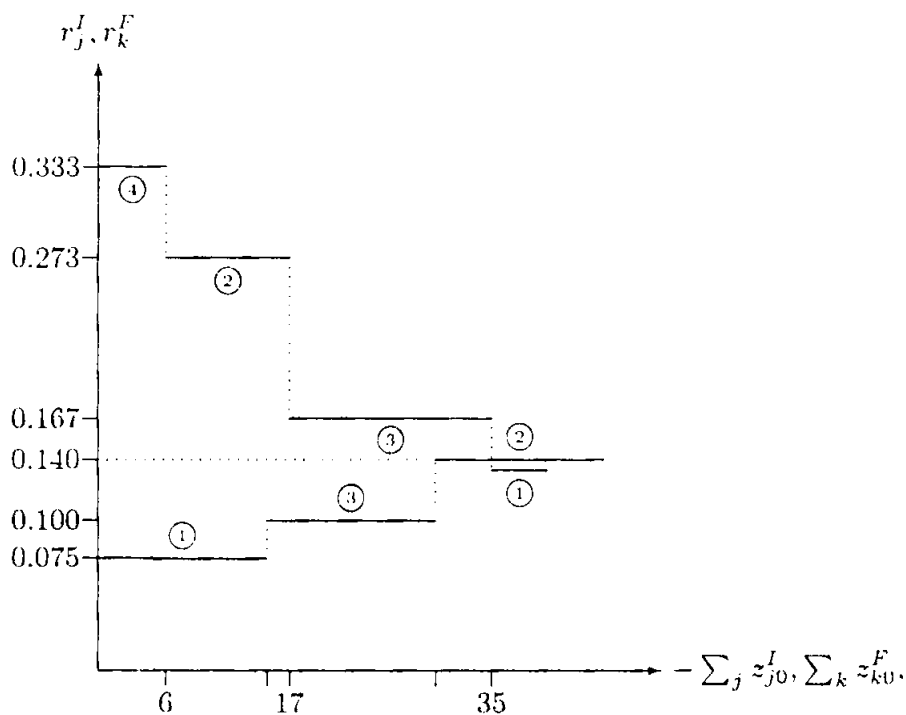


Рис. 6.4. Графическое определение программы оптимальных инвестиций и финансирования

$$NPV_1 = -0.18 \quad NPV_2 = 1.28 \quad NPV_3 = 0.42 \quad NPV_4 = 1.02.$$

Инвестиционный проект № 1, от которого нужно отказаться, имеет отрицательную чистую сегодняшнюю стоимость. Все остальные чистые сегодняшние стоимости положительны. Это означает, что метод чистой сегодняшней стоимости пригоден для определения оптимальной программы инвестиций и финансирования, несмотря на то, что здесь не выполнено допущение совершенного рынка капитала. Однако предпосылкой является использование правильных (эндогенных) расчетных ставок процента.

№ 3

- а) Двойственные оценки информируют о том, на какую величину повысилось (снизилось) бы значение целевой функции, если бы мы повысили (снизили) правую часть соответствующего дополнительного ограничения на одну единицу. Следовательно, если бы инвестор в данном примере владел ликвидными средствами величиной в 501 (вместо 500), то можно было бы осуществить программу инвестиций и финансирования, которая имела бы значение целевой функции, равное $C_4 = 704.64 + 1.13518 = 705.99$.
- б) Для эндогенных расчетных ставок процента мы получаем следующие значения:

$$i_{0,1} = \frac{-1.3518}{-1.2512} - 1 = 0.0804$$

$$i_{0,2} = \sqrt[2]{\frac{-1.3518}{-1.1660}} - 1 = 0.0767$$

$$i_{0,3} = \sqrt[3]{\frac{-1.3518}{-1.0600}} - 1 = 0.0844$$

$$i_{0,4} = \sqrt[4]{\frac{-1.3518}{-1.0000}} - 1 = 0.0783.$$

- в) Если мы рассчитаем чистые сегодняшние стоимости возможных видов инвестиций и финансирования на основе эндогенных расчетных ставок процента, то получим следующие значения:

Инвестиция	1	2	3	4	5	6	7	8
Чистая сегодняшняя стоимость	0,00	47,65	27,47	-23,23	-1,89	-1,13	-3,14	0,00
Финансирование	1	2	3	4	5	6		
Чистая сегодняшняя стоимость	0,01	-15,48	-1,81	-2,32	0,00	-2,96		

Те проекты, которые нужно реализовывать, имеют неотрицательные чистые сегодняшние стоимости, в то время как сегодняшние стоимости проектов, от которых нужно отказаться, меньше нуля.

№ 4

- а) Обязательно нужно осуществлять инвестиции 2 и 4, так как они при любой расчетной ставке процента, находящейся в интервале между 8% и 12%, имеют положительные чистые сегодняшние стоимости.
- б) От инвестиции 3 необходимо обязательно отказаться, так как она при каждой ставке процента, находящейся в интервале между 8% и 12%, имеет отрицательную чистую сегодняшнюю стоимость.
- в) Нужно ли начинать проект 1 или нет нельзя решить с определенностью, так как он при ставке процента, равной 8%, имеет положительную, а при 12% — отрицательную чистую сегодняшнюю стоимость.
- г) Примером для инвестиции, которую при некоторых условиях нужно осуществлять, хотя ее чистая сегодняшняя стоимость отрицательна и при 8%, и при 12%, является денежный поток — 1384,3050. — 1680. Чистые сегодняшние стоимости для трех характерных ставок процента составляют

$$NPV(0.08) = -0.26 \quad NPV(0.10) = 0.30 \quad NPV(0.12) = -0.07.$$

№ 5

- а) Общий долг в рамках первого кредита при 10% и сроке действия, равном 5 лет, составляет

$$1000 \cdot 1.1^5 = 1610.51.$$

Для второго кредита со сроком действия, равным 3 года и ставкой процента, равной 7%, соответственно верно:

$$1000 \cdot 1.07^3 = 1225.04.$$

Множитель аннуитета третьего кредита при ставке процента, равной 8%, и сроке действия, равном 3 года, составляет

$$w_{0.08,3} = \frac{0.08 \cdot 1.08^3}{1.08^3 - 1} = 0.38803.$$

Поэтому при полном использовании кредита ежегодные платежи составляют

$$600 \cdot 0.38803 = 232.82.$$

Тогда денежные потоки этих трех видов финансирования имеют вид, который (округленно) представлен в табл. 6.16.

Таблица 6.16. Денежные потоки нескольких видов финансирования

Момент времени t	0	1	2	3	4	5
Финансирование 1	1000	0	0	0	0	-1611
Финансирование 2	0	1000	0	0	-1225	0
Финансирование 3	600	-233	-233	-233	0	0

- б) Базовая таблица ЛП выглядит так, как показано в табл. 6.17.
 в) Табл. 6.18 показывает решение. Целевая функция в оптимуме принимает значение $Y = 160.38$. Отсюда можно разработать приведенный в табл. 6.19 финансовый план.

Двойственные оценки при условиях ликвидности составляют $d_0 = -0.215253$, $d_1 = -0.192651$, $d_2 = -0.170879$, $d_3 = -0.147309$, $d_4 = -0.140294$ и $d_5 = -0.133614$. Поэтому для эндогенных расчетных ставок процента мы получаем

$$i_{0,1} = \frac{-0.215253}{-0.192651} - 1 = 0.1173$$

$$i_{0,2} = \sqrt[2]{\frac{-0.215253}{-0.170879}} - 1 = 0.1224$$

$$i_{0,3} = \sqrt[3]{\frac{-0.215253}{-0.147309}} - 1 = 0.1348$$

Таблица 6.17. Базовая таблица для линейного программирования (одновременное инвестиционное и финансовое планирование, максимизация изъятий)

	Виды инвестиций										Виды финансирования								Доход	
	x_1^I	x_2^I	x_3^I	x_4^I	x_5^I	x_6^I	x_7^I	x_8^I	x_9^I	x_{10}^I	x_1^F	x_2^F	x_3^F	x_4^F	x_5^F	x_6^F	x_7^F	x_8^F	Y	
1																			1	Max!
2	-800	-400	-1200	-750	-200	-100					1000		600	100					-1	= -300
3	40	-300	1800	-250	120	105	-100					1000	-243	-116	100				-1	= 400
4	-200	600	-200	120	20		105	-100					-233	-116	100				-1	= 500
5	700	150	60	880	80			105	-100				-233		-116	100			-1	= 200
6	300	210	-450	300	30			105	-100			-1225				-116	100		-1	= -800
7	300	100		300	10			105	-1611								116		-1	= -700
8	1																		\leq	1
9		1																	\leq	1
10			1																\leq	1
11				1															\leq	1
12					1														\leq	1
13										1									\leq	1
14											1								\leq	1
15													1						\leq	1

Таблица 6.18. Значения переменных в оптimume

Деятельность	Уровень деятельности
Инвестиция 2	1.0000
Инвестиция 3	0.1241
Инвестиция 4	1.0000
Инвестиция 5	1.0000
Вложение денег под 5% в $t = 3$	3.1736
Вложение денег под 5% в $t = 4$	2.3201
Финансирование 1	0.7593
Финансирование 2	1.0000
Финансирование 3	1.0000
Кредит под 16% в $t = 2$	1.7820

$$i_{0,4} = \sqrt[4]{\frac{-0.215253}{-0.140294}} - 1 = 0.1130$$

$$i_{0,5} = \sqrt[5]{\frac{-0.215253}{-0.133614}} - 1 = 0.1001.$$

№ 6

- а) Для решения задачи рекомендуется сначала составить так называемую «таблицу истинности» — см. табл. 6.20.

В этой таблице истинности можно легко выяснить, что дополни-

Таблица 6.19. Полный финансовый план при одновременной программе инвестиций и финансирования

Момент времени t	0	1	2	3	4	5
Базовые платежи	300.00	-400.00	-500.00	-200.00	800.00	1700.00
Инвестиция 2	-400.00	-300.00	600.00	150.00	210.00	100.00
Инвестиция 3	-148.91	223.38	-24.82	7.45	-55.48	0.00
Инвестиция 4	-750.00	-250.00	120.00	880.00	300.00	300.00
Инвестиция 5	-200.00	120.00	20.00	80.00	30.00	40.00
Вложение денег под 5%				-317.36	333.23	
Вложение денег под 5%					-232.01	243.60
Финансирование 1	759.29	0.00	0.00	0.00	0.00	-1223.22
Финансирование 2	0.00	1000.00	0.00	0.00	-1225.00	0.00
Финансирование 3	600.00	-233.00	-233.00	-233.00	0.00	0.00
Кредит под 16%			178.20	-206.71		
Изъятия	160.38	160.38	160.38	160.38	160.38	160.38
Остаточное имущество						1000.00

Таблица 6.20. Таблица истинности 1

Проект 1	Проект 2	
0	0	Истина
0	1	Истина
1	0	Ложь
1	1	Истина

тельные ограничения (6.3) — (6.5) являются подходящими.

$$x_1 - x_2 \geq 0 \quad (6.3)$$

$$x_1, x_2 \text{ целые числа} \quad (6.4)$$

$$0 \leq x_1, x_2 \leq 1 \quad (6.5)$$

б) Опять начнем с подходящей таблицы истинности (табл. 6.21) и выведем из нее дополнительные ограничения (6.6)–(6.8).

Таблица 6.21. Таблица истинности 2

Проект 1	Проект 2	
0	0	Ложь
0	1	Истина
1	0	Истина
1	1	Истина

$$x_1 + x_2 \geq 1 \quad (6.6)$$

$$x_1, x_2 \text{ целые числа} \quad (6.7)$$

$$0 \leq x_1, x_2 \leq 1 \quad (6.8)$$

в) Таблица истинности, которая отражает обсуждаемый сейчас случай, соответствует табл. 6.22. Мы получаем из нее дополнительные ограничения (6.9)–(6.11).

Таблица 6.22. Таблица истинности 3

Проект 1	Проект 2	Проект 3	
0	0	0	Истина
0	0	1	Истина
0	1	0	Истина
0	1	1	Истина
1	0	0	Ложь
1	0	1	Ложь
1	1	0	Ложь
1	1	1	Истина

$$(0.5 x_2 + 0.5 x_3) - x_1 \geq 0 \quad (6.9)$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ целые числа} \quad (6.10)$$

$$0 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1 \quad (6.11)$$

г) В последнем случае мы используем табл. 6.23

Таблица 6.23. Таблица истинности 4

Проект 1	Проект 2	Проект 3	
0	0	0	Истина
0	0	1	Истина
0	1	0	Истина
0	1	1	Истина
1	0	0	Истина
1	0	1	Ложь
1	1	0	Ложь
1	1	1	Ложь

$$x_1 + x_2 \leq 1 \quad (6.12)$$

$$x_1 + x_3 \leq 1 \quad (6.13)$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ целые числа} \quad (6.14)$$

$$0 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1 \quad (6.15)$$

№ 7

Если в каждый момент времени планового периода возможны дезинвестиции, то во все моменты времени могут возникнуть поступления от ликвидации, и полный финансовый план будет иметь по сравнению с основной моделью (ср. выше табл. 4.26) изображенную в табл. 6.24 картину. Поступления от ликвидации в определенный момент времени зависят:

- а) от количества проданного оборудования (переменной решения) и
- б) от продажной цены оборудования определенного типа с соответствующим возрастом (являются константой).

Таблица 6.24. Структура поступлений и выплат в полном финансовом плане при одновременном инвестиционном и производственном планировании

$t = 0$	$0 < t < T$	$t = T$
Базовые платежи	Базовые платежи	Базовые платежи
	Поступления от продаж	Поступления от продаж
	Поступления из кассы	Поступления из кассы
Поступления от ликвидации	Поступления от ликвидации	Поступления от ликвидации
Выплаты за приобретение инвестиционных объектов	Выплаты за приобретение инвестиционных объектов	
Переменные производственные выплаты	Переменные производственные выплаты	
Выплаты в кассу	Выплаты в кассу	
Изъятия	Изъятия	Изъятия
		Остаточное имущество

По сравнению с основной моделью мы используем следующие дополнительные символы:

$w_{jt'}$ — количество объектов типа j , которые были приобретены в момент времени t' и будут проданы в момент времени t ;

$L_{jt'}$ — выручка от ликвидации одного объекта типа j , если он покупается в момент времени t' и продается в момент времени t ;

\underline{t}' — самый отдаленный в прошлое момент приобретения оборудования;

$U_{jt'}$ — количество уже существующих к началу планового периода агрегатов типа j , которые были приобретены в момент времени t' .

Изменения, которые нужно произвести в основной модели после этой «подготовительной работы», касаются целевой функции, условий ликвидности и условий производства.

Целевая функция

Поступления от ликвидации в целевой функции нужно лишь выразить в новых символах. Поступления от дезинвестиций в момент времени $t = T$ сейчас выглядят как

$$\sum_{j=1}^J \sum_{t'=t}^{T-1} w_{jTt'} L_{jTt'}.$$

Условия ликвидности

В основной модели поступления от ликвидации возникли лишь в соответствующих условиях момента времени $t = T$. Сейчас их нужно учесть в форме

$$\sum_{j=1}^J \sum_{t'=t}^{t-1} w_{jt'v} L_{jt'v}$$

в каждый момент времени.

Условия производства

Эти ограничения означают, что ни в какой момент времени ни на одном типе оборудования не производится больше, чем позволяют имеющиеся мощности. При учете дезинвестиций существующая в момент времени t мощность оборудования j составляет

$$B_j + \sum_{\tau=0}^t Z_j x_{j\tau}^I - \sum_{\tau=0}^t \sum_{t'=\tau}^t Z_j w_{j\tau t'}.$$

Поэтому производственные условия теперь должны быть записаны в форме

$$\sum_{k=1}^K D_k m_{jkt} - \sum_{\tau=0}^t Z_j x_{j\tau}^I + \sum_{\tau=0}^t \sum_{t'=\tau}^t Z_j w_{j\tau t'} \leq B_j.$$

Условия агрегирования

Пока модель описана еще не полностью. Мы должны еще вывести условие, что продается лишь такое оборудование, которое или имелось с самого начала, или было приобретено в «промежуточный период». Оно выводится с помощью дополнительного учета условий агрегирования. Непосредственно перед тем, как приобретенные в момент времени t' машины типа j будут проданы, их запас составляет

$$U_{jt'} + x_{jt'}^I - \sum_{\tau=t'}^{t-1} w_{j\tau t'}.$$

Это сальдо начального запаса, закупок и уже осуществленных продаж. В момент времени t дезинvestированное количество объектов этого типа ни в коем случае не должно превышать этот запас. Поэтому должно быть верно:

$$w_{jt^t} \leq U_{jt^t} + x_{jt^t}^I - \sum_{\tau=t^t}^{t-1} w_{j\tau^t},$$

или после соответствующего преобразования:

$$\sum_{\tau=t^t}^t w_{j\tau^t} - x_{jt^t}^I \leq U_{jt^t}.$$

Такие условия объекта предусмотрены для всех типов объектов и всех моментов времени их приобретения.

6.4. Принятие инвестиционных решений в условиях неопределенности

№ 1

а) Мы рассчитываем математическое ожидание прибыли из

$$E[\tilde{x}_j] = \sum_{s=1}^S x_{js} q_s$$

и получаем для альтернативы 1:

$$E[\tilde{x}_1] = 0.4 \cdot 60 + 0.3 \cdot 90 + 0.3 \cdot 20 = 57$$

и для альтернативы 2:

$$E[\tilde{x}_2] = 58.$$

б) Для расчета разброса нужно использовать

$$\sigma[\tilde{x}_j] = \sqrt{(x_{js} - E[\tilde{x}_j])^2 q_s}.$$

С данными задачи это даст

$$\begin{aligned} \sigma[\tilde{x}_1] &= \sqrt{0.4 \cdot (60 - 57)^2 + 0.3 \cdot (90 - 57)^2 + 0.3 \cdot (20 - 57)^2} = \\ &= \sqrt{0.4 \cdot 9 + 0.3 \cdot 1089 + 0.3 \cdot 1369} = \\ &= 27.2 \\ \sigma[\tilde{x}_2] &= 18.3. \end{aligned}$$

в) Значения предпочтений обеих альтернатив составляют:

$$\Phi(E[\tilde{x}_1], \text{Var}[\tilde{x}_1]) = 57 - 0.4 \cdot 27.2 = 46.12$$

и

$$\Phi(E[\tilde{x}_2], \text{Var}[\tilde{x}_2]) = 58 - 0.4 \cdot 18.3 = 50.68.$$

A_2 является оптимальной альтернативой, так как она обещает более высокое значение предпочтений.

№ 2

Для составления примера, в котором применение правила μ - σ^2 вступает в противоречие с принципом доминирования, мы выбираем ситуации принятия решения с двумя альтернативами и двумя (или большим количеством) ситуациями окружающей среды, причем одна альтернатива явно доминирует над другой, например, мы выбираем изображенную в табл. 6.25 ситуацию. После этого мы рассчитаем значения мате-

Таблица 6.25. A_1 доминирует над A_2

	Z_1 $q_1 = 0.2$	Z_2 $q_2 = 0.7$	Z_3 $q_3 = 0.1$
A_1	100	60	40
A_2	95	60	40

матического ожидания и среднего квадратического отклонения, причем в данном примере мы получаем

$$E[\tilde{x}_1] = 66 \quad \sigma[\tilde{x}_1] = 18$$

и

$$E[\tilde{x}_2] = 65 \quad \sigma[\tilde{x}_2] = 16.1245.$$

Далее мы используем правило μ - σ^2 типа $\Phi(E[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}]) = E[\tilde{x}] - \alpha \cdot \sigma[\tilde{x}]$ и определяем критическую α^* , для которой значения предпочтений обеих альтернатив совпадают, значит

$$E[\tilde{x}_1] - \alpha^* \cdot \sigma[\tilde{x}_1] = E[\tilde{x}_2] - \alpha^* \cdot \sigma[\tilde{x}_2].$$

Если отсюда выразить α^* , то это даст:

$$\alpha^* = \frac{E[\tilde{x}_1] - E[\tilde{x}_2]}{\sigma[\tilde{x}_1] - \sigma[\tilde{x}_2]} = \frac{66 - 65}{18 - 16.1245} = 0.5332.$$

Выберем правило μ - σ^2 с одной α , которая превысит эту величину, и тогда наш пример окажется противоречивым. Значит, мы могли бы, например, использовать функцию предпочтения $\Phi(E[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}]) = E[\tilde{x}] - 0.6 \cdot \sigma[\tilde{x}]$. В этом случае

$$\Phi(E[\tilde{x}_1], \text{Var}[\tilde{x}_1]) = 66 - 0.6 \cdot 18 = 55.2$$

и

$$\Phi(E[\tilde{x}_2], \text{Var}[\tilde{x}_2]) = 65 - 0.6 \cdot 16.1245 = 55.3,$$

и доминирующая альтернатива A_1 имеет более низкое значение предпочтения, чем менее предпочтительная альтернатива A_2 .

№ 3

- а) Если лицо, принимающее решение, утверждает, что

$$(200, 30 : 0.4, 0.6) \sim 110,$$

то тогда оно этим объявляет, что ему безразлично, имеет ли оно 110 руб. или лотерейный билет, с которым он с 40% вероятностью выиграет 200 руб. или с 60% вероятностью — 30 руб. Иными словами, он был бы готов заплатить за такую лотерею цену, равную 110 руб.

Если вероятность крупного выигрыша (200 руб.) поднимется до 60%, а вероятность маленького выигрыша (30 руб.) снизится до 40%, то лицо, принимающее решение, обоснованно согласится заплатить более высокую цену в примере этой задачи — 130 руб. Если вероятность выигрыша 200 руб. станет равной 90%, а вероятность выигрыша 30 руб. — только 10%, то лицо, принимающее решение, будет готово заплатить за лотерейный билет даже 160 руб.

- б) Расположенность к риску имеет место тогда, когда математическое ожидание лотерейного выигрыша меньше безрискового эквивалента. Такое отношение к риску будет существовать при первом утверждении лица, принимающего решение, так как

$$0.4 \cdot 200 + 0.6 \cdot 30 < 110.$$

Нерасположенность к риску имеет место тогда, когда математическое ожидание лотерейного выигрыша больше, чем безрисковый эквивалент. Такое отношение к риску будет существовать при втором и третьем высказывании лица, принимающего решения, так как

$$0.6 \cdot 200 + 0.4 \cdot 30 > 130$$

и

$$0.9 \cdot 200 + 0.1 \cdot 30 > 160.$$

Значит лицо, принимающее решения, нельзя назвать однозначно ни расположенным к риску, ни нерасположенным к риску. Скорее всего, при относительно низких доходах он расположен к риску, а при относительно высоких доходах он не расположен к нему.

- в) Нет. Несмотря на то что лицо, принимающее решение, нельзя назвать однозначно ни расположенным к риску, ни нерасположенным к риску. Ни одна из аксиом, на которых основывается принцип *Бернулли*, не нарушается.

г) Уже известные утверждения лица, принимающего решения, можно дополнить следующим образом:

$$(200, 30 : 1.00, 0.00) \sim 200$$

и

$$(200, 30 : 0.00, 1.00) \sim 30.$$

так как можно без всяких ограничений исходить из того, что лицо, принимающее решение, за гарантированное получение 200 руб. заплатит цену, равную 200 руб., а за гарантированное получение 30 руб. — цену, равную 30 руб. С учетом дополнительной информации об отношении к риску можно составить трансформированную матрицу решений в табл. 6.26. Тогда математическое ожидание

Таблица 6.26

	Z_1 $q_1 = 0.4$	Z_2 $q_2 = 0.3$	Z_3 $q_3 = 0.3$
A_1	1.0	0.0	0.4
A_2	0.6	1.0	0.0
A_3	0.0	0.9	1.0

значений полезности составляет

$$E[U(\tilde{x}_1)] = 0.4 \cdot 1 + 0.3 \cdot 0 + 0.3 \cdot 0.4 = 0.52.$$

$$E[U(\tilde{x}_2)] = 0.54.$$

$$E[U(\tilde{x}_3)] = 0.57.$$

Поэтому альтернатива 3 для лица, принимающего решение, является наилучшей возможностью действия.

№ 4

Эквивалент между обеими лотереями означает

$$(180, 20 : 0.6, 0.4) \sim (150, 60 : p, 1 - p)$$

или

$$0.6 \cdot U(180) + 0.4 \cdot U(20) = p \cdot U(150) + (1 - p) \cdot U(60).$$

Если отсюда выразить p и подставить функцию полезности $U(\tilde{x}) = \ln \tilde{x}$, то это

$$\begin{aligned} p &= \frac{0.6 \cdot \ln 180 + 0.4 \cdot \ln 20 - \ln 60}{\ln 150 - \ln 60} \\ &= \frac{0.6 \cdot 5.19 + 0.4 \cdot 3.00 - 4.09}{5.01 - 4.09} = 0.2435. \end{aligned}$$

№ 5

- а) Значения математического ожидания прибыли обеих альтернатив получаются равными

$$E[\tilde{x}_1] = 0.2 \cdot 70 + 0.5 \cdot 80 + 0.3 \cdot 40 = 66$$

и

$$E[\tilde{x}_2] = 0.2 \cdot 30 + 0.5 \cdot 120 + 0.3 \cdot 0 = 66,$$

что означает равностоимость обеих альтернатив в смысле принципа математического ожидания.

- б) Разброс оказывается равным

$$\begin{aligned} \sigma[\tilde{x}_1] &= \sqrt{0.2 \cdot (70 - 66)^2 + 0.5 \cdot (80 - 66)^2 + 0.3 \cdot (40 - 66)^2} \\ &= 17.4 \end{aligned}$$

и

$$\sigma[\tilde{x}_2] = 55.0.$$

Значения предпочтения при использовании правила $\Phi(E[\tilde{x}], \text{Var}[\tilde{x}]) = E[\tilde{x}] - 0.05 \cdot \sigma[\tilde{x}]$ составляют

$$\Phi(E[\tilde{x}_1], \text{Var}[\tilde{x}_1]) = 66 - 0.05 \cdot 17.4 = 65.13$$

и

$$\Phi(E[\tilde{x}_2], \text{Var}[\tilde{x}_2]) = 66 - 0.05 \cdot 55.0 = 63.25,$$

отсюда следует, что A_1 является лучшей альтернативой.

№ 6

- а) Оптимальной по принципу *Бернулли* является та инвестиция, ожидаемая полезность которой максимальна. Ожидаемое значение полезности образуется из

$$E[U(\tilde{x}_j)] = \sum_{s=1}^S U(x_{js})q_s.$$

При использовании числовых данных по инвестиции А из примера получаем:

$$\begin{aligned} E[U(\tilde{x}_A)] &= 0.005 \cdot U(300) + 0.035 \cdot U(500) + 0.265 \cdot U(700) + \\ &\quad + 0.343 \cdot U(900) + 0.287 \cdot U(1100) + 0.065 \cdot U(1300) = \\ &= 0.005 \cdot 3600 + 0.035 \cdot 5500 + 0.265 \cdot 7080 + \\ &\quad + 0.343 \cdot 8340 + 0.287 \cdot 9280 + 0.065 \cdot 9900 = \\ &= 8254.18. \end{aligned}$$

При соответствующем расчете для проекта В мы получаем:

$$E[U(\tilde{x}_B)] = 8018.88.$$

Итак, нужно предпочесть инвестицию А.

- б) Лицо, принимающее решение, использует квадратичную функцию полезности. Так как разумно исходить из того, что полезность с ростом дохода повышается или что, иными словами, предельная полезность дохода положительна, можно всегда использовать лишь растущую ветвь функции полезности, имеющую форму параболы. Если она растет все в меньшей и меньшей степени до какого-то максимума, то лицо, принимающее решение, является не расположенным к риску. А если функция растет все в большей и большей степени, начиная от минимума, то мы должны называть лицо, принимающее решение, расположенным к риску. Для исследования функции полезности из примера на экстремум мы дважды берем производную по x :

$$U = 150 + 12.7x - 0.004x^2$$

$$\frac{dU}{dx} = 12.7 - 0.008x$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -0.008.$$

Вторая производная отрицательна. Поэтому экстремальное значение ($x = 1587.5$) является максимумом. Функция полезности возрастает до этой величины. Из всего этого следует, что лицо, принимающее решение, является нерасположенным к риску.

№ 7

В качестве негарантированных переменных трактуются объем сбыта x и цена продажи p . Если текущие расходы для производства одной единицы продукта составляют $k = 5$, и если далее можно исходить из того, что объем сбыта каждый год увеличивается на 4%, то мы можем записать денежный поток инвестиции в форме

$$z_0 = -1000$$

$$z_1 = (p - k) \cdot x = (p - 5) \cdot x$$

$$z_2 = (p - 5) \cdot x \cdot 1.04$$

$$z_3 = (p - 5) \cdot x \cdot 1.04^2.$$

Итак, мы ищем такие комбинации p и x , которые позволят инвестору при ограничивающих его условиях (ликвидные средства в сумме 800 руб., проценты по заимствованию 10%, проценты по инвестированию 5%) получить остаточное имущество, равное по меньшей мере 800 руб. При этом, согласно постановке задачи, p может варьировать лишь в интервале между 8 руб. и 9 руб.

Фиксация p в виде ее приравнивания к одному из значений внутри этого интервала (например, $p = 8.50$ руб.) и систематическое апробирование для значения x порождает альтернативные денежные потоки. Этот метод апробирования нужно продолжать до тех пор, пока не будет

найден x (здесь $x = 90.9$), который из получающегося денежного потока приведет к остаточному имуществу, равному 800 руб. В этом случае денежный поток выглядит как $(z_0, \dots, z_3) = (-1000, 318.23, 330.96, 344.20)$, и расчет остаточного имущества дает:

$$\begin{aligned} C_0 &= 1300 - 100 - 1000.00 &= 200.00 \\ C_1 &= 0 - 100 + 318.23 - 1.10 \cdot 200.00 &= 98.23 \\ C_2 &= 0 - 100 + 330.96 + 1.05 \cdot 98.23 &= 434.10 \\ C_3 &= 0 - 100 + 344.20 + 1.05 \cdot 434.10 &= 800.00. \end{aligned}$$

Другие допустимые комбинации p и x , которые порождают остаточное имущество, равное 800 руб., приведены в табл. 6.27.

Таблица 6.27. Критические комбинации «цена — объем сбыта»

Цена	Объем сбыта
8.00	106.1
8.25	97.9
8.50	90.9
8.75	84.9
9.00	79.6

№ 8

Значения результатов в этой задаче зависят от свойств использованного генератора случайных чисел, а также от количества процессов имитации. Для получения одного единственного денежного потока нам необходимо 15 равномерно распределенных в интервале $(0,1)$ случайных чисел r_i . Из этих 15 случайных чисел в каждом процессе имитации нужно произвести элементы денежного потока по следующему образцу:

$$\begin{aligned} z_0 &= -150 \\ z_1 &= 15 + 30r_1 \\ z_2 &= 15 + 30r_2 \\ z_3 &= 15 + 30r_3 \\ z_4 &= 15 + 30r_4 \\ z_5 &= 15 + 30r_5 \\ z_6 &= \begin{cases} 10 + 20r_7 & \text{если } r_6 \leq 0.7 \\ 30 + 10r_7 & \text{если } r_6 > 0.7 \end{cases} \\ z_7 &= \begin{cases} 10 + 20r_9 & \text{если } r_8 \leq 0.7 \\ 30 + 10r_9 & \text{если } r_8 > 0.7 \end{cases} \\ z_8 &= \begin{cases} 10 + 20r_{11} & \text{если } r_{10} \leq 0.7 \\ 30 + 10r_{11} & \text{если } r_{10} > 0.7 \end{cases} \end{aligned}$$

$$z_9 = \begin{cases} 10 + 20r_{13} & \text{если } r_{12} \leq 0.7 \\ 30 + 10r_{13} & \text{если } r_{12} > 0.7 \end{cases}$$

$$z_{10} = \begin{cases} 10 + 20r_{15} & \text{если } r_{14} \leq 0.7 \\ 30 + 10r_{15} & \text{если } r_{14} > 0.7 \end{cases}$$

Если мы, например, используем серию случайных чисел

0.50242 0.41088 0.17351 0.67797 0.86408
 0.11021 0.59323 0.00576 0.53228 0.94818
 0.62231 0.52225 0.29013 0.13826 0.05825,

то мы получим денежный поток

$$z_0 = -150$$

$$z_1 = 30.0726 \quad z_2 = 27.3264 \quad z_3 = 20.2053 \quad z_4 = 35.3391 \quad z_5 = 40.9224$$

$$z_6 = 21.8646 \quad z_7 = 20.6456 \quad z_8 = 36.2231 \quad z_9 = 15.8026 \quad z_{10} = 11.165.$$

который при расчетной ставке процента, равной 10%, приведет к чистой сегодняшней стоимости $NPV = 15.49$. Если вы осуществите 1000 процессов имитации по описанному образцу, то получите следующие результаты.

а) Математическое ожидание чистой сегодняшней стоимости:

$$E[\widetilde{NPV}] = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S NPV_s \approx 21.1.$$

б) Распределение вероятности чистой сегодняшней стоимости отражено на рис. 6.5.



Рис. 6.5. Распределение значений чистой сегодняшней стоимости в рамках имитационного моделирования

в) Разброс чистой сегодняшней стоимости:

$$\sigma[\widetilde{\text{NPV}}] = \sqrt{\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (\text{NPV}_s - E[\widetilde{\text{NPV}}])^2} \approx 17.4.$$

г) Количество случаев, в которых наблюдается отрицательная чистая сегодняшняя стоимость, деленное на количество процессов имитации, соответствует при достаточно частом повторе искомой вероятности. Она составляет примерно 11.4%.

№ 9

а) Какова вероятность найти нефть, мы можем выяснить для себя на дереве ситуаций рис. 6.6. Вероятность положительного исхода бурения независимо от того, осуществлялась ли перед этим проверка или нет, составляет

$$0.5 \cdot 0.9 + 0.5 \cdot 0.2 = 0.55.$$

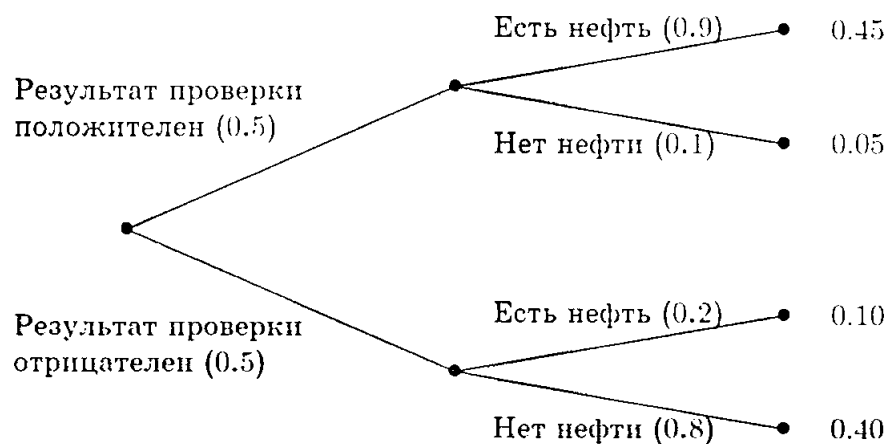


Рис. 6.6. Дерево ситуаций

- б) Проблема принятия решения полностью описывается деревом решений на рис. 6.7. Цифры в правом краю рисунка указывают на сегодняшнюю стоимость платежей, которые должны учитываться нефтяной компанией, если ее собственные действия и случайность приведут ее к соответствующей ситуации.
- в) Компания нейтральна к риску, и поэтому она должна максимизировать математическое ожидание сегодняшней стоимости. Стратегию с наивысшим математическим ожиданием полезности можно выяснить в данном случае методом обратного счета (ср. рис. 6.8). Если нефтяная компания немедленно продаст свои права на бурение, то она получит гарантированные поступления величиной в

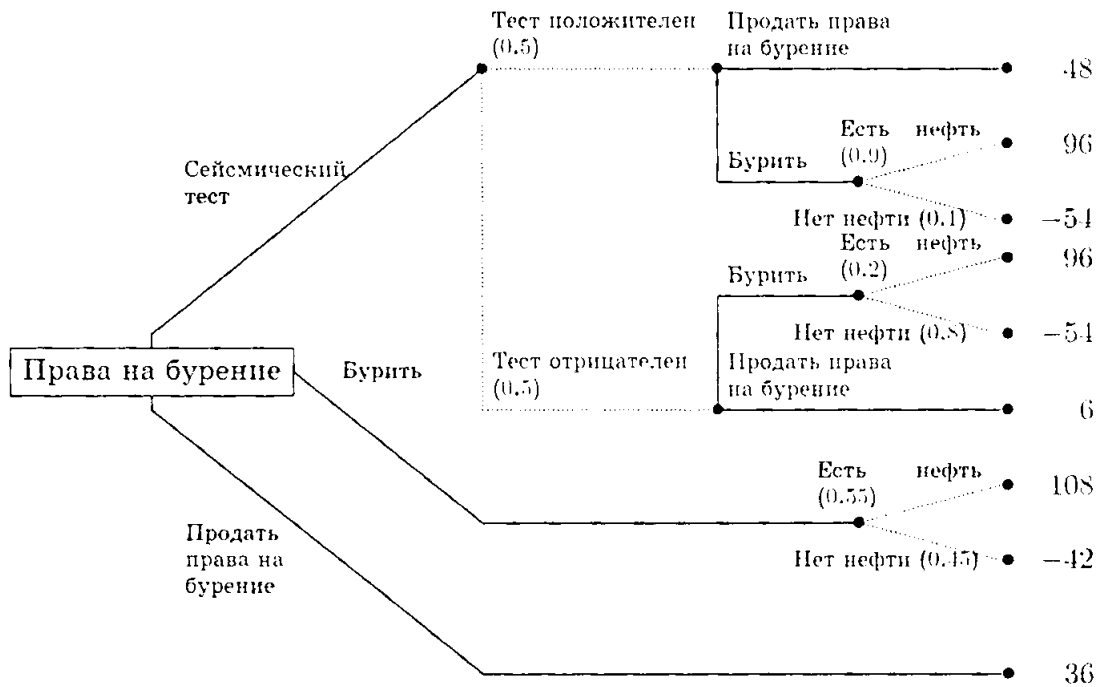


Рис. 6.7. Дерево решений

36 млн руб. Лучше без предварительного сейсмического теста произвести бурение, так как математическое ожидание сегодняшней стоимости этого действия составляет

$$0.55 \cdot 108 + 0.45 \cdot (-42) = 40.5 \text{ млн руб.}$$

Остается оценить еще получение геологической экспертизы. Если мы исходим из того, что экспертиза будет положительной, то бурение лучше, чем продажа прав, так как оно приведет к

$$0.9 \cdot 96 + 0.8 \cdot (-54) = 81 \text{ млн руб.}$$

в то время как продажа прав обещает лишь (гарантированные) 48 млн руб. Но если экспертиза будет отрицательной, то мы в случае бурения получаем

$$0.2 \cdot 96 + 0.8 \cdot (-54) = -24 \text{ млн руб.}$$

в то время как права на бурение можно все еще продать за гарантированные 6 млн руб. Вследствие этого озадачивание бригады геологов при гибкой реакции нефтяной компании в зависимости от сейсмического теста имеет полезность в объеме

$$0.5 \cdot 81 + 0.5 \cdot 6 = 43.5 \text{ млн руб.}$$

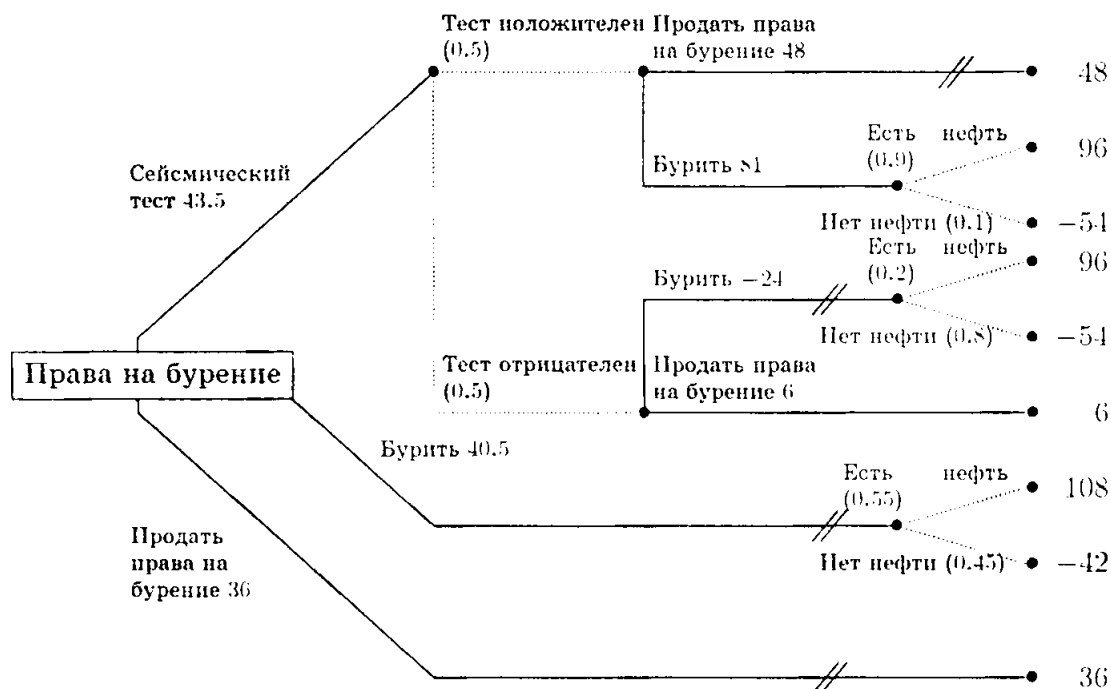


Рис. 6.8. Определение оптимальной стратегии методом обратного счета

Эта стратегия является наилучшей из всех возможных, и поэтому нужно было бы сделать заявку на экспертизу.

г) При жестком планировании имеются четыре альтернативы.

- Немедленная продажа права на бурение, сегодняшняя стоимость 36 млн руб.
- Осуществление бурения без предварительного сейсмического теста, математическое ожидание сегодняшней стоимости 40.5 млн руб.
- Осуществление геологических предварительных исследований и осуществление бурения независимо от результатов этого исследования. Это действие всегда оказывается доминирующей предыдущей альтернативой, так как оно отличается от нее лишь бессмысленным принятием на себя дополнительных издержек величиной в 12 млн руб. Ожидаемая сегодняшняя стоимость составляет

$$0.55 \cdot 96 + 0.45 \cdot (-54) = 28.5 \text{ млн руб.}$$

- Осуществление геологических тестов и в последующем продажа прав на бурение независимо от результата теста. Здесь мы

достигаем математического ожидания, равного

$$0.5 \cdot 48 + 0.5 \cdot 6 = 27 \text{ млн руб.}$$

Поэтому при жестком планировании наилучшей стратегией оказывается осуществление бурения без предварительных геологических исследований.

№ 10

Ковариация обеих ценных бумаг определяется как

$$\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] = \sum_{s=1}^S (r_{1s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_1]) (r_{2s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_2]) q_s.$$

Математические ожидания доходностей можно рассчитать следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\tilde{r}_1] &= \sum_{s=1}^S r_{1s} q_s = \\ &= 0.5 \cdot 0.07 + 0.4 \cdot 0.11 + 0.1 \cdot 0.21 = 0.10 \\ \mathbf{E}[\tilde{r}_2] &= 0.16. \end{aligned}$$

Поэтому для ковариации мы получим

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] &= (0.07 - 0.10)(0.22 - 0.16) \cdot 0.5 + \\ &+ (0.11 - 0.10)(0.11 - 0.16) \cdot 0.4 + \\ &+ (0.21 - 0.10)(0.06 - 0.16) \cdot 0.1 = \\ &= -0.0022. \end{aligned}$$

Коэффициент корреляции определяется как

$$\rho_{12} = \frac{\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}{\sigma[\tilde{r}_1] \sigma[\tilde{r}_2]}.$$

Значит, нам нужно еще рассчитать разброс при обоих распределениях. Искомые значения равны

$$\begin{aligned} \sigma[\tilde{r}_1] &= \sqrt{\sum_{s=1}^S (r_{1s} - \mathbf{E}[\tilde{r}_1])^2 q_s} = \\ &= \sqrt{(0.07 - 0.1)^2 \cdot 0.5 + (0.11 - 0.1)^2 \cdot 0.4 + (0.21 - 0.1)^2 \cdot 0.1} = \\ &= 0.0412 \\ \sigma[\tilde{r}_2] &= 0.0616. \end{aligned}$$

Подстановка в формулу коэффициента корреляции приведет к результату:

$$\rho_{12} = \frac{-0.0022}{0.0412 \cdot 0.0616} = -0.8656.$$

№ 11

- а) Формулы для расчета математического ожидания доходности портфеля и для расчета риска (на случай двух ценных бумаг 1 и 2) выглядят следующим образом:

$$E[\tilde{r}_P] = \omega_1 E[\tilde{r}_1] + \omega_2 E[\tilde{r}_2] \quad \text{и}$$

$$\sigma[\tilde{r}_P] = \sqrt{\omega_1^2 \text{Var}[\tilde{r}_1] + \omega_2^2 \text{Var}[\tilde{r}_2] + 2\omega_1\omega_2\sigma[\tilde{r}_1]\sigma[\tilde{r}_2]\rho_{12}}.$$

Если мы подставим данные из задачи, то мы получим для случая $\omega_1 = 0.75$ и $\omega_2 = 0.25$ следующее значение:

$$E[\tilde{r}_P] = 0.75 \cdot 0.12 + 0.25 \cdot 0.08 = 0.11$$

$$\sigma[\tilde{r}_P] = \left(0.75^2 \cdot 0.0025 + 0.25^2 \cdot 0.0009 + \right. \\ \left. + 2 \cdot 0.75 \cdot 0.25 \cdot 0.05 \cdot 0.03 \cdot 0.2 \right)^{0.5} = 0.0397.$$

Аналогичным образом для других структур портфеля образуются приведенные в табл. 6.28 значения доходности и риска.

Таблица 6.28

Структура		E[\tilde{r}_P]	$\sigma[\tilde{r}_P]$
ω_1	ω_2		
1.00	0.00	0.12	0.0500
0.75	0.25	0.11	0.0397
0.50	0.50	0.10	0.0316
0.25	0.75	0.09	0.0278
0.00	1.00	0.08	0.0300

- б) Для уяснения структуры портфеля с наименьшим риском мы используем формулу

$$\omega_1 = \frac{\text{Var}[\tilde{r}_2] - \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}{\text{Var}[\tilde{r}_1] + \text{Var}[\tilde{r}_2] - 2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}.$$

Ковариация рассчитывается из

$$\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] = \sigma[\tilde{r}_1]\sigma[\tilde{r}_2]\rho_{12} = \\ = 0.05 \cdot 0.03 \cdot 0.2 = 0.0003.$$

Тогда подстановка дает

$$\omega_1 = \frac{0.0009 - 0.0003}{0.0025 + 0.0009 - 0.0006} = \frac{3}{14}.$$

Тот, кто хочет поместить 70 000 руб. с минимальным риском, должен расходовать

$$\frac{3}{14} \cdot 70\,000 = 15\,000 \text{ руб.}$$

на ценную бумагу 1 и остальное — величиной в 55 000 руб. — на ценную бумагу 2.

№ 12

- а) При более чем двух ценных бумагах математическое ожидание доходности портфеля рассчитывается по формуле:

$$E[\tilde{r}_P] = \sum_{j=1}^J \omega_j E[\tilde{r}_j],$$

значит в отдельности

$$E[\tilde{r}_{P1}] = 0 \cdot 0.15 + 0.5 \cdot 0.2 + 0.5 \cdot 0.25 = 0.225$$

$$E[\tilde{r}_{P2}] = 0.21$$

$$E[\tilde{r}_{P3}] = 0.165.$$

Для разброса доходностей портфеля в общем верно:

$$\sigma[\tilde{r}_P] = \sqrt{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^J \omega_j \omega_k \text{Cov}[\tilde{r}_j, \tilde{r}_k]}$$

или в несколько ином виде:

$$\sigma[\tilde{r}_P] = \sqrt{\sum_{j=1}^J \omega_j^2 \text{Var}[\tilde{r}_j] + 2 \sum_{j=1}^J \sum_{k>j}^J \omega_j \omega_k \sigma[\tilde{r}_j] \sigma[\tilde{r}_k] \rho_{jk}}.$$

Так как в рамках данной задачи все коэффициенты корреляции равны нулю, мы можем упростить это уравнение:

$$\sigma[\tilde{r}_P] = \sqrt{\sum_{j=1}^J \omega_j^2 \text{Var}[\tilde{r}_j]}.$$

Таким образом, для трех портфелей получаем

$$\sigma[\tilde{r}_{P1}] = \sqrt{0 \cdot 0.04 + 0.25 \cdot 0.09 + 0.25 \cdot 0.16} = 0.25$$

$$\sigma[\tilde{r}_{P2}] = 0.253$$

$$\sigma[\tilde{r}_{P3}] = 0.166.$$

- б) Если допущены продажи без покрытия, то можно определить структуру портфеля с наименьшим риском в зависимости от заранее данной доходности портфеля в случае трех ценных бумаг с помощью решения системы уравнений

$$\begin{aligned} 1\omega_1 + & 1\omega_2 + & 1\omega_3 + & 0\lambda_1 + 0\lambda_2 = & 1 \\ E[\tilde{r}_1]\omega_1 + & E[\tilde{r}_2]\omega_2 + & E[\tilde{r}_3]\omega_3 + & 0\lambda_1 + 0\lambda_2 = & E[\tilde{r}_P] \\ 2\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_1]\omega_1 + & 2\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]\omega_2 + & 2\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_3]\omega_3 - & E[\tilde{r}_1]\lambda_1 - 1\lambda_2 = & 0 \\ 2\text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_1]\omega_1 + & 2\text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_2]\omega_2 + & 2\text{Cov}[\tilde{r}_2, \tilde{r}_3]\omega_3 - & E[\tilde{r}_2]\lambda_1 - 1\lambda_2 = & 0 \\ 2\text{Cov}[\tilde{r}_3, \tilde{r}_1]\omega_1 + & 2\text{Cov}[\tilde{r}_3, \tilde{r}_2]\omega_2 + & 2\text{Cov}[\tilde{r}_3, \tilde{r}_3]\omega_3 - & E[\tilde{r}_3]\lambda_1 - 1\lambda_2 = & 0. \end{aligned}$$

Если мы ищем комбинацию ценных бумаг, которые обещают так же, как и портфель № 2, ожидаемую доходность $E[\tilde{r}_P] = 0.21$, то при учете обстоятельства, что все коэффициенты корреляции равны нулю, нужно решить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 &= 1 \\ 0.15\omega_1 + 0.20\omega_2 + 0.25\omega_3 &= 0.21 \\ 0.08\omega_1 + 0.00\omega_2 + 0.00\omega_3 - 0.15\lambda_1 - \lambda_2 &= 0 \\ 0.00\omega_1 + 0.18\omega_2 + 0.00\omega_3 - 0.20\lambda_1 - \lambda_2 &= 0 \\ 0.00\omega_1 + 0.00\omega_2 + 0.32\omega_3 - 0.25\lambda_1 - \lambda_2 &= 0. \end{aligned}$$

Мы получаем результаты

$$\begin{aligned} \omega_1 = 0.2 \quad \omega_2 = 0.4 \quad \omega_3 = 0.4 \\ \lambda_1 = 1.12 \quad \lambda_2 = -0.152. \end{aligned}$$

Искомые структуры портфеля, а также их ожидаемые значения доходности и риска приведены в табл. 6.29.

Таблица 6.29

Структура			$E[\tilde{r}_P]$	$\sigma[\tilde{r}_P]$
ω_1	ω_2	ω_3		
0.018	0.464	0.518	0.225	0.2496
0.200	0.400	0.400	0.210	0.2040
0.746	0.207	0.046	0.165	0.1628

№ 13

Коэффициент корреляции между доходностями ценной бумаги 1 и 2 составляет

$$\rho_{12} = \frac{\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}{\sigma[\tilde{r}_1] \sigma[\tilde{r}_2]} = \frac{-0.08}{0.4 \cdot 0.2} = -1.$$

В случае полной обратной функциональной зависимости мы можем через образование подходящей комбинации достичь безрискового положения. Для выяснения комбинации с наименьшим риском (а здесь и одновременно безрисковой) можно обратиться к формуле

$$\omega_1 = \frac{\text{Var}[\tilde{r}_2] - \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}{\text{Var}[\tilde{r}_1] + \text{Var}[\tilde{r}_2] - 2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}.$$

Подстановка значений для дисперсии и ковариации дает

$$\omega_1 = \frac{0.04 + 0.08}{0.16 + 0.04 + 0.16} = \frac{1}{3}.$$

Ожидаемая доходность портфеля, который состоит на $1/3$ из ценной бумаги 1 и $2/3$ из бумаги 2 составляет

$$E[\tilde{r}_P] = \frac{1 \cdot 0.15}{3} + \frac{2 \cdot 0.09}{3} = 0.11$$

при риске величиной в

$$\sigma[\tilde{r}_P] = \sqrt{\frac{1 \cdot 0.16}{9} + \frac{4 \cdot 0.04}{9} + \frac{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0.4 \cdot 0.2 \cdot (-1)}{3 \cdot 3}} = 0.$$

Предложение 10% безрискового начисления процента не привлекательно, так как также без риска можно достичь 11%.

№ 14

а) Ожидаемые значения доходностей ценных бумаг образуются из

$$E[\tilde{r}_j] = \sum_{s=1}^S r_{js} q_s.$$

и с данными этой задачи

$$E[\tilde{r}_1] = 0.4 \cdot 0.14 + 0.2 \cdot 0.02 + 0.4 \cdot 0.09 = 0.096$$

$$E[\tilde{r}_2] = 0.088.$$

б) Риск измеряется средним квадратическим отклонением, для которого верно

$$\sigma[\tilde{r}_j] = \sqrt{\sum_{s=1}^S (r_{js} - E[\tilde{r}_j])^2 q_s.}$$

и мы, используя численные данные для бумаги 1 и 2, получаем

$$\begin{aligned} \sigma[\tilde{r}_1] &= \left((0.14 - 0.096)^2 \cdot 0.4 + (0.02 - 0.096)^2 \cdot 0.2 + \right. \\ &\quad \left. + (0.09 - 0.096)^2 \cdot 0.4 \right)^{0.5} = \\ &= 0.0441 \end{aligned}$$

$$\sigma[\tilde{r}_2] = 0.0240.$$

в) Ковариация рассчитывается нами из:

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2] &= (0.14 - 0.096)(0.10 - 0.088) \cdot 0.4 + \\ &\quad + (0.02 - 0.096)(0.12 - 0.088) \cdot 0.2 + \\ &\quad + (0.09 - 0.096)(0.06 - 0.088) \cdot 0.2 = \\ &= -0.000208. \end{aligned}$$

Отсюда получаем коэффициент корреляции

$$\rho_{12} = \frac{\text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}{\sigma[\tilde{r}_1] \sigma[\tilde{r}_2]} = \frac{-0.000208}{0.0441 \cdot 0.0240} = -0.1966.$$

- г) Если мы составим портфель, который состоит наполовину из бумаг 1 и 2, то ожидаемое значение доходности портфелей получится равной

$$\begin{aligned} E[\tilde{r}_P] &= \omega_1 E[\tilde{r}_1] + \omega_2 E[\tilde{r}_2] = \\ &= 0.5 \cdot 0.096 + 0.5 \cdot 0.088 = 0.092. \end{aligned}$$

- д) Разброс доходности портфеля вычисляется из

$$\begin{aligned} \sigma[\tilde{r}_P] &= \sqrt{\omega_1^2 \text{Var}[\tilde{r}_1] + \omega_2^2 \text{Var}[\tilde{r}_2] + 2\omega_1\omega_2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]} = \\ &= \left(0.5^2 \cdot 0.001944 + 0.5^2 \cdot 0.000576 + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot (-0.000208) \right)^{0.5} = \\ &= 0.0229. \end{aligned}$$

№ 15

Является ли портфель оптимальным или нет, нельзя окончательно установить без знания функции полезности лица, принимающего решения. Однако мы знаем, что оптимальными могут быть лишь эффективные портфели. Значит, необходимо выяснить, является ли портфель со структурой $\omega_1 = 0.2$ и $\omega_2 = 0.8$ эффективным. Для этой цели мы выясняем структуру портфелей с минимальным риском, так как эта комбинация является случаем двух ценных бумаг того портфеля, который находится в точности на границе между эффективным и неэффективным портфелем. Используя значимые данные, мы получаем для структуры портфеля с минимальным риском следующие значения:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{\text{Var}[\tilde{r}_2] - \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]}{\text{Var}[\tilde{r}_1] + \text{Var}[\tilde{r}_2] - 2 \text{Cov}[\tilde{r}_1, \tilde{r}_2]} = \\ &= \frac{0.000576 + 0.000208}{0.001944 + 0.000576 + 0.000416} = \\ &= 0.267 \\ \omega_2 &= 1 - \omega_1 = 0.733. \end{aligned}$$

Портфель с минимальным риском имеет доходность

$$E[\tilde{r}_P] = 0.267 \cdot 0.096 + 0.733 \cdot 0.088 = 0.0901$$

при риске величиной в

$$\begin{aligned} \text{Var}[\tilde{r}_P] &= \left(0.267^2 \cdot 0.001944 + 0.733^2 \cdot 0.000576 + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cdot 0.267 \cdot 0.733 \cdot (-0.000208) \right)^{0.5} = \\ &= 0.0191. \end{aligned}$$

В противоположность этому портфель, в котором с долей 20% участвует бумага 1, имеет лишь доходность

$$E[\tilde{r}_P] = 0.2 \cdot 0.096 + 0.8 \cdot 0.088 = 0.0896$$

при риске величиной в

$$\begin{aligned} \text{Var}[\tilde{r}_P] &= \left(0.2^2 \cdot 0.001944 + 0.8^2 \cdot 0.000576 + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cdot 0.2 \cdot 0.8 \cdot (-0.000208) \right)^{0.5} = \\ &= 0.0195. \end{aligned}$$

Значит, этот портфель доминируется портфелем с минимальным риском, так как первый из них менее привлекателен как по своей ожидаемой доходности, так и по своему риску. Он неэффективен и поэтому не может быть и оптимальным.

№ 16

В условиях действия CAPM для чистой сегодняшней стоимости инвестиции верно:

$$\text{NPV} = -I_0 + \frac{E[\widetilde{\text{CF}}_1]}{1 + r_f + (E[\tilde{r}_M] - r_f) \cdot \beta},$$

и с данными нашего примера

$$\text{NPV} = -100 + \frac{1.44}{1 + 0.05 + (0.09 - 0.05) \cdot 1.2} = 31.15.$$

№ 17

а) В случае налогов средневзвешенная стоимость капитала всегда определяется по формуле

$$\text{WACC} = k_{\text{FK}} \cdot (1 - s) \cdot \frac{\text{FK}}{\text{EK} + \text{FK}} + k_{\text{ЕК}} \cdot \frac{\text{ЕК}}{\text{ЕК} + \text{FK}}.$$

Если предполагается, что верна модель оценки финансовых активов, то стоимость капитала составляет

$$\begin{aligned} k_{\text{FK}} &= r_f + (E[\tilde{r}_M] - r_f) \cdot \beta_{\text{FK}} = \\ &= 0.04 + (0.10 - 0.04) \cdot 0.1 = 4.6\% \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} k_{\text{ЕК}} &= r_f + (E[\tilde{r}_M] - r_f) \cdot \beta_{\text{ЕК}} = \\ &= 0.04 + (0.10 - 0.04) \cdot 1.2 = 11.2\%, \end{aligned}$$

из чего для средневзвешенной стоимости капитала следует

$$\text{WACC} = 0.046 \cdot (1 - 0.35) \cdot 0.6 + 0.112 \cdot 0.4 = 6.274\%.$$

Дисконтирование ожидаемых возвратных потоков при этой расчетной ставке процента приведет к

$$PV = \frac{E[\widetilde{CF}] \cdot (1 - s)}{WACC} = \frac{25\,000 \cdot (1 - 0.35)}{0.06274} = 259\,005 \text{ руб.}$$

Выплата за приобретение этого инвестиционного объекта не должна быть выше.

б) Мы используем формулу из учебника

$$WACC = k_{EK}^u \cdot \left(1 - s \frac{FK}{EK + FK} \right),$$

для того чтобы выяснить требование к доходности собственников паев в случае чистого самофинансирования. При этом мы получаем

$$\begin{aligned} k_{EK}^u &= \frac{WACC}{1 - s \frac{FK}{EK + FK}} = \\ &= \frac{0.06274}{1 - 0.35 \cdot 0.6} = \\ &= 7.94\%. \end{aligned}$$

Повторное использование формулы из учебника с запланированной долей заемного капитала, равной 50%, дает искомую средневзвешенную стоимость капитала

$$\begin{aligned} WACC &= k_{EK}^u \cdot \left(1 - s \frac{FK}{EK + FK} \right) = \\ &= 0.0794 \cdot (1 - 0.35 \cdot 0.5) = \\ &= 6.552\%. \end{aligned}$$

Поэтому максимальная цена, которую можно заплатить за проект, при повышении доли самофинансирования составляет

$$PV = \frac{25\,000 \cdot (1 - 0.35)}{0.06552} = 248\,017 \text{ руб.}$$

Значит заемное финансирование оказывает положительное влияние на принятие решения об инвестиции. Причина этого состоит в том, что используемая здесь модель оценки предполагает, что государство дотировало бы заемное финансирование.

№ 18

а) Для нахождения формулы, из которой при данной ставке налога, уровня финансового левериджа, а также бета акции и облигации можно вывести чистый риск бизнеса, мы начнем со средневзвешенной стоимости капитала

$$WACC = k_{FK} (1 - s) \cdot \frac{FK}{EK + FK} + k_{EK}^l \cdot \frac{EK}{EK + FK}. \quad (6.16)$$

Вследствие использования формулы из учебника верно:

$$\begin{aligned} \text{WACC} &= k_{\text{ЕК}}^u \cdot \left(1 - s \frac{\text{FK}}{\text{ЕК} + \text{FK}} \right) = \\ &= k_{\text{ЕК}}^u \cdot \frac{\text{ЕК} + \text{FK}(1-s)}{\text{ЕК} + \text{FK}}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Приравнивание (6.16) и (6.17) дает:

$$k_{\text{ЕК}}^u \cdot (\text{ЕК} + \text{FK}(1-s)) = k_{\text{FK}}(1-s)\text{FK} + k_{\text{ЕК}}^l \text{ЕК},$$

или

$$\begin{aligned} k_{\text{ЕК}}^u &= k_{\text{FK}}(1-s) \cdot \frac{\text{FK}}{\text{ЕК} + \text{FK}(1-s)} + k_{\text{ЕК}}^l \cdot \frac{\text{ЕК}}{\text{ЕК} + \text{FK}(1-s)} = \\ &= \frac{k_{\text{FK}}(1-s) \cdot \frac{\text{FK} \cdot (\text{ЕК} + \text{FK}(1-s))}{(\text{ЕК} + \text{FK}(1-s)) \cdot \text{ЕК}} + k_{\text{ЕК}}^l \cdot \frac{\text{ЕК} \cdot (\text{ЕК} + \text{FK}(1-s))}{(\text{ЕК} + \text{FK}(1-s)) \cdot \text{ЕК}}}{\frac{\text{ЕК} + \text{FK}(1-s)}{\text{ЕК}}} = \\ &= \frac{k_{\text{FK}}(1-s) \frac{\text{FK}}{\text{ЕК}} + k_{\text{ЕК}}^l}{1 + (1-s) \frac{\text{FK}}{\text{ЕК}}}. \end{aligned} \quad (6.18)$$

В условиях модели оценки финансовых активов должны быть верными соотношения:

$$\begin{aligned} k_{\text{ЕК}}^u &= r_f + (\mathbf{E}[\tilde{r}_m] - r_f) \cdot \beta_{\text{ЕК}}^u \\ k_{\text{ЕК}}^l &= r_f + (\mathbf{E}[\tilde{r}_m] - r_f) \cdot \beta_{\text{ЕК}}^l \\ k_{\text{FK}} &= r_f + (\mathbf{E}[\tilde{r}_m] - r_f) \cdot \beta_{\text{FK}}. \end{aligned}$$

Если мы подставим это в уравнение (6.18), то найдем искомую формулу

$$\beta_{\text{ЕК}}^u = \frac{\beta_{\text{FK}}(1-s) \frac{\text{FK}}{\text{ЕК}} + \beta_{\text{ЕК}}^l}{1 + (1-s) \frac{\text{FK}}{\text{ЕК}}} \quad (6.19)$$

после нескольких преобразований.

- б) Если можно предположить, что в рамках планирования инвестиции речь идет о проекте, риск которого соответствует среднему риску предприятия, то разумно обратиться к уже имеющейся бета акции, величиной в $\beta_{\text{ЕК}}^l = 1.4$. Однако мы должны иметь ясное представление относительно того, что на бета акции влияет политика задолженности инвестора.

Если мы предположим, что ситуация с заемным капиталом совершенно надежна ($\beta_{\text{FK}} = 0$) и далее не будем учитывать влияние налогообложения ($s = 0$), то формула (6.19), которая описывает эту связь, сводится к

$$\beta_{\text{ЕК}}^u = \frac{\beta_{\text{ЕК}}^l}{1 + \frac{\text{FK}}{\text{ЕК}}} =$$

$$= \beta_{\text{ЕК}}^l \cdot \frac{\text{ЕК}}{\text{ЕК} + \text{ФК}}. \quad (6.20)$$

Мы одновременно узнаем, что между собственным капиталом и заемным капиталом имеет место соотношение:

$$\frac{\text{ЕК}}{\text{ЕК} + \text{ФК}} = \frac{1}{1 + \frac{\text{ФК}}{\text{ЕК}}}. \quad (6.21)$$

Для расчета чистого риска бизнеса, которому подвергается инвестор, мы должны лишь подставить соответствующие значения в (6.20). Это даст:

$$\beta_{\text{ЕК}}^u = 1.1 \cdot \frac{1}{1 + 2} = 0.4667.$$

- в) Если бы инвестиция осуществлялась на основе полного самофинансирования, то мы должны были бы считаться согласно САРМ с расчетной ставкой процента, равной

$$\begin{aligned} k &= k_{\text{ЕК}}^u = r_f + (E[\tilde{r}_m] - r_f) \cdot \beta_{\text{ЕК}}^u = \\ &= 0.07 + 0.03 \cdot 0.4667 = 8.1\%. \end{aligned}$$

- г) А теперь мы будем исходить из уровня финансового левериджа, равного 1.5. Если выразить (6.20) через новую бета акции, то это даст

$$\begin{aligned} \beta_{\text{ЕК}}^l &= \beta_{\text{ЕК}}^u \cdot \left(1 + \frac{\text{ФК}}{\text{ЕК}}\right) = \\ &= 0.4667 \cdot (1 + 1.5) = 1.1667. \end{aligned}$$

Используя это значение, мы на основе САРМ получим стоимость собственного капитала, равную

$$\begin{aligned} k_{\text{ЕК}}^l &= r_f + (E[\tilde{r}_m] - r_f) \cdot \beta_{\text{ЕК}}^l = \\ &= 0.07 + 0.03 \cdot 1.1667 = 10.5\%. \end{aligned}$$

- д) Для выяснения средневзвешенной стоимости капитала мы должны пересчитать целевое соотношение долей собственного и заемного капитала. Мы получаем:

$$\frac{\text{ЕК}}{\text{ЕК} + \text{ФК}} = \frac{1}{1 + 1.5} = 0.4 \quad \text{и} \quad \frac{\text{ФК}}{\text{ЕК} + \text{ФК}} = 0.6.$$

Подстановка в формулу средневзвешенной стоимости капитала, наконец, приводит к

$$k = \text{WACC} = k_{\text{ФК}} \cdot \frac{\text{ФК}}{\text{ЕК} + \text{ФК}} + k_{\text{ЕК}}^l \cdot \frac{\text{ЕК}}{\text{ЕК} + \text{ФК}} =$$

$$= 0.07 \cdot 0.6 + 0.105 \cdot 0.4 = 8.4\%.$$

Этот же результат был бы получен, если бы мы работали на основе допущения полного самофинансирования проекта.¹

- е) Инвестиция при этих условиях выгодна, так как ее чистая сегодняшняя стоимость положительна. При использовании стоимости капитала величиной 8.4% она составляет

$$NPV = -1000 + \frac{130}{0.084} = 547.62.$$

№ 19

- а) Для определения средневзвешенной стоимости капитала можно прямо использовать формулу из учебника (5.33) со с. 312:

$$WACC = k_{EK}^u \cdot \left(1 - s \cdot \frac{FK}{EK + FK} \right).$$

При ставке налога, равной $s = 0$, из этого прямо следует:

$$WACC = k_{EK}^u. \quad (6.22)$$

и наши расчеты уже закончены. Значит, если инвестор не облагается налогом, то без дальнейших ограничений из модели *Модильяни* и *Миллера* следует, что в случае полного самофинансирования средневзвешенная стоимость капитала совпадают с требованиями собственников к доходности. Точно такое же утверждение вы найдете в сноске 1.

- б) Если мы хотим выяснить стоимость собственного капитала в случае привлечения заемного капитала, мы должны обратиться к определению средневзвешенной стоимости капитала:

$$WACC = k_{FK} \cdot (1 - s) \cdot \frac{FK}{EK + FK} + k_{EK}^l \cdot \frac{EK}{EK + FK}.$$

При отсутствии налогообложения и при учете (6.22) отсюда следует:

$$k_{EK}^u = k_{FK} \cdot \frac{FK}{EK + FK} + k_{EK}^l \cdot \frac{EK}{EK + FK}.$$

Если эту формулу выразить через k_{EK}^l , то после соответствующих преобразований это приведет к

$$k_{EK}^l = k_{EK}^u + (k_{EK}^u - k_{FK}) \cdot \frac{FK}{EK}.$$

¹ Для тех, кто разбирается в основных связях теории финансирования, этот результат мало удивителен. А именно, если мы предположим, что верно CAPM, то верны и тезисы *Модильяни* и *Миллера*. Согласно этим тезисам стоимость капитала не зависит от структуры капитала, если нет воздействия налогов.

Подстановка значимых данных дает

$$k_{\text{ЕК}}^l = 0.15 + (0.15 - 0.10) \cdot 2 = 20\%.$$

- в) Чистая сегодняшняя стоимость запланированного инвестиционного проекта будет получена, если мы продисконтируем ожидаемые денежные потоки со средневзвешенной стоимостью капитала, равной $WACC = 0.15$. Она в предполагаемой ситуации отрицательна, из-за чего нужно отказаться от проекта. Расчет выглядит следующим образом:

$$NPV = -100 + \frac{30}{1.15^1} + \frac{60}{1.15^2} + \frac{40}{1.15^3} = -2.24.$$

№ 20

- а) Мы исходим из формулы средневзвешенной стоимости капитала (без учета налогов)

$$WACC = k_{\text{FK}} \cdot \frac{\text{FK}}{\text{ЕК} + \text{FK}} + k_{\text{ЕК}}^l \cdot \frac{\text{ЕК}}{\text{ЕК} + \text{FK}}$$

и выразим ее через стоимость собственного капитала. Это приведет нас к

$$k_{\text{ЕК}}^l = WACC \cdot \frac{\text{ЕК} + \text{FK}}{\text{ЕК}} - k_{\text{FK}} \cdot \frac{\text{FK}}{\text{ЕК} + \text{FK}} \cdot \frac{\text{ЕК} + \text{FK}}{\text{ЕК}}.$$

Если мы теперь подставим эти значения, то получим

$$k_{\text{ЕК}}^l = 0.10 \cdot \frac{1}{0.25} - 0.08 \cdot \frac{0.75}{1} \cdot \frac{1}{0.25} = 16.00\%.$$

- б) Естественно, что средневзвешенная стоимость капитала составляет 10%, если верны тезисы *Модильяни-Миллера*. Этот результат достигается следующим образом:

$$\begin{aligned} WACC &= k_{\text{FK}} \cdot \frac{\text{FK}}{\text{ЕК} + \text{FK}} + k_{\text{ЕК}}^l \cdot \frac{\text{ЕК}}{\text{ЕК} + \text{FK}} = \\ &= 0.08 \cdot 0.75 + 0.16 \cdot 0.25 = 10.00\%. \end{aligned}$$

1. *Adam D.* Das Interdependenzproblem in der Investitionsrechnung und die Möglichkeiten einer Zurechnung von Erträgen auf einzelne Investitionsprojekte // *Der Betrieb*. 1966. Bd. 19. S. 989–993.
2. *Adam D.* Investitionscontrolling. 2 Aufl., München; Wien, 1997.
3. *Adam D., Hering T., Schlüchtermann J.* Marktzinsmethode, Lenkpreistheorie und klassische Investitionsrechnung // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1993. Bd. 45. S. 786–790.
4. *Adam D., Schlüchtermann J., Utzel C.* Zur Eignung der Marktzinsmethode für Investitionsentscheidungen // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1993. Bd. 45. S. 3–18.
5. *Albach H.* Wirtschaftlichkeitsrechnung bei unsicheren Erwartungen. Köln; Opladen, 1959.
6. *Albach H.* Lineare Programmierung als Hilfsmittel betrieblicher Investitionsplanung. // *Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung*. 1960. Bd. 12. S. 526–549.
7. *Albach H.* Investition und Liquidität. Die Planung des optimalen Investitionsbudgets. Wiesbaden, 1962.
8. *Albach H.* Das optimale Investitionsbudget. Eine Erwiderung // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1964. Bd. 16. S. 456–470.
9. *Albach H.* Das optimale Investitionsbudget bei Unsicherheit // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1967. Bd. 37. S. 503–518.
10. *Albach H.* Steuersystem und unternehmerische Investitionspolitik. Wiesbaden, 1970.
11. *Albach H.* (Hrsg.) Investitionstheorie. Köln., 1975.
12. *Altrogge G.* Zur Beurteilung einzelner Investitionen durch Rentabilitätskennziffern und Volumenangaben // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1973. Bd. 43. S. 663–680.
13. *Altrogge G.* Rentabilitätsmaße als investitionsrechnerische Vorteilskriterien // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1992. Bd. 62. S. 101–105.
14. *Altrogge G.* Investition. 4 Aufl. München; Wien, 1996.
15. *Arrow K. J., Levhari D.* Uniqueness of the internal rate of return with variable life of investment // *The Economic Journal*. 1969. Vol. 79. P. 560–566.
16. *Ashton D. J., Atkins D. R.* Rules of thumb and the impact of debt in capital budgeting models // *Journal of the Operational Research Society*. 1979. Vol 30. P. 55–61.
17. *Baetge J.* Bilanzen. 4 Aufl. Düsseldorf, 1996.
18. *Baldwin R. H.* How to assess investment proposals // *Harvard Business Review*. 1959. Vol. 37. P. 98–104.

19. *Ballwieser W.* Die Wahl des Kalkulationszinsfußes bei der Unternehmensbewertung unter Berücksichtigung von Risiko und Geldentwertung // Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis. 1981. Bd. 33. S. 97–114.
20. *Bamberg G., Coenenberg A. G.* Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre. 9 Aufl. München, 1996.
21. *Baumol W. J., Quandt R. E.* Investment and discount rates under capital rationing. A programming approach // The Economic Journal. 1965. Vol. 75. P. 317–329.
22. *Bellmann R. E.* Dynamic Programming. Princeton (N. J.), 1975. (Русский перевод: *Беллман Р.* Динамическое программирование. М., 1960.)
23. *Bernoulli D.* Specimen theoriae novae de mensura sortis // Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae. 1738. Т. 5. P. 175–192. (Русский перевод: *Бернулли Д.* Опыт новой теории измерения жребия // Теория потребительского поведения и спроса. (Вехи экономической мысли. Т. 1.) СПб., 1999. С. 28–66.)
24. *Betge P.* Investitionsplanung. Methoden, Modelle, Anwendungen. 3 Aufl. Wiesbaden, 1998.
25. *Bierman H., jr., Smidt S.* The Capital Budgeting Decision. Economic Analysis and Financing. 5th ed. New York, 1993. (Русский перевод: *Бирман Г., Шмидт С.* Экономический анализ инвестиционных проектов. / Пер. с англ. Под ред. Л. П. Белых. М., 1997.)
26. *Bimberg L. H.* Langfristige Renditenberechnung zur Ermittlung von Risikoprämien. 2 Aufl. Frankfurt am Main, 1993.
27. *Bitz M.* Äquivalente Zielkonzepte für Modelle der simultanen Investitions- und Finanzplanung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1976. Bd. 28. S. 485–501.
28. *Bitz M.* Der interne Zinsfuß in Modellen zur simultanen Investitions- und Finanzplanung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1977. Bd. 29. S. 146–162.
29. *Bitz M.* Entscheidungstheorie. München, 1981.
30. *Bitz M.* Investition // Vahlens Kompendium der Betriebswirtschaftslehre / Hrsg. M. Bitz e. a. Bd. 1. 3 Aufl. München, 1993. S. 457–519.
31. *Bitz M.* Investitionsplanung bei unsicheren Erwartungen // Handwörterbuch der Betriebswirtschaft / Hrsg. W. Wittmann e. a. 5 Aufl. Stuttgart, 1993. S. 1965–1982.
32. *Bitz M., Schneeloch D., Wittstock W.* Der Jahresabschluß. Rechtsvorschriften, Analyse, Politik. 2 Aufl. München, 1995.
33. *Bixby R. E.* Progress in Linear Programming // ORSA Journal on Computing. 1994. Vol. 6. P. 15–22.
34. *Blohm H., Lüder K.* Investition. Schwachstellen im Investitionsbereich des Industriebetriebes und Wege zu ihrer Beseitigung. 8 Aufl. München, 1995.
35. *Blumentrath U.* Investitions- und Finanzplanung mit dem Ziel der Endwertmaximierung. Wiesbaden, 1969.
36. *Böhm-Bawerk E. von.* Kapital und Kapitalzins. 2 Abt. Positive Theorie des Kapitals. 4 Aufl. Jena, 1921.
37. *Borch K. H.* Wirtschaftliches Verhalten bei Unsicherheit. Wien; München, 1969.
38. *Born A.* Entscheidungsmodelle zur Investitionsplanung. Ein Beitrag zur Konzeption der «flexiblen» Planung. Wiesbaden, 1976.

39. *Boulding K. E.* The theory of a single investment // *The Quarterly Journal of Economics*. 1935. Vol. 49. P. 475–495.
40. *Boulding K. E.* Time and investment // *Economica*. 1936. Vol. 3. P. 196–220.
41. *Boulding K. E.* Time and investment. A reply // *Economica*. 1936. Vol. 3. P. 440–442.
42. *Brealey R. A., Myers S. C.* Principles of Corporate Finance. 5th ed. New York, 1996. (Русский перевод: *Брейли Р., Майерс С.* Принципы корпоративных финансов. М., 1997.)
43. *Brown E. C.* Business-income taxation and investment incentives // *Income, Employment, and Public Policy. Essays in Honour of A. H. Hansen*. New York, 1948. P. 300–316.
44. *Buchner R.* Anmerkungen zur Darstellung des sogenannten «Ketteneffektes» im Rahmen der betriebswirtschaftlichen Investitionstheorie // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1980. Bd. 50. S. 33–46.
45. *Buchner R.* Der Ketteneffekt bei Investitionsentscheidungen in wachsenden und schrumpfenden Unternehmungen - Eine Erwiderung // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1982. Bd. 52. S. 501–502.
46. *Bühner R.* Shareholder Value // *Die Betriebswirtschaft*. 1993. Bd. 53. S. 749–769.
47. *Busse von Colbe W., Laßmann G.* Betriebswirtschaftstheorie. Bd. 3. Investitionstheorie. 3 Aufl. Berlin; Heidelberg; New York, 1990.
48. *Charnes A., Cooper W. W., Miller H. M.* Application of linear programming to financial budgeting and the costing of funds // *The Journal of Business*. 1959. Vol. 32. P. 20–46.
49. *Coenenberg A. G., Federspieler C., Gröner S., Haller A., Klein G.* Jahresabschluß und Jahresabschlußanalyse. Grundlagen der Bilanzierung nach betriebswirtschaftlichen, handelsrechtlichen, steuerrechtlichen und internationalen Grundsätzen. 16 Aufl. Landsberg am Lech, 1997.
50. *Cooley Ph. L., Roenfeldt R. L., It-Keong Chew* Capital budgeting procedures under inflation // *Financial Management*. 1975. P. 18–27.
51. *Copeland T. E., Koller T., Murrin J.* Valuation. Measuring and Managing the Value of Companies. 2nd ed. New York, 1995. (Немецкий перевод: *Copeland T. E., Koller T., Murrin J.* Unternehmenswert. Methoden und Strategien für eine wertorientierte Unternehmensführung. 2 Aufl. Frankfurt am Main; New York, 1998.)
52. *Copeland T. E., Weston J. F.* Financial Theory and Corporate Policy. 3rd ed. Reading (Mass.), 1988.
53. *Dantzig G. B.* Lineare Programmierung und Erweiterungen. Berlin; Heidelberg; New York, 1966. (Русский перевод: *Данциг Дж.* Линейное программирование, его применения и обобщения. М., 1966.)
54. *Dean J.* Capital Budgeting. Top-Management Policy on Plant Equipment and Product Development. 4th printing. New York, 1959.
55. *Dellmann K., Haberstock L.* Nutzungsdauer und Ersetzungszeitpunkt von Anlagen. Ihre praktische Berechnung unter Berücksichtigung von Umlaufvermögen und gewinnabhängigen Steuern // *Der Betrieb*. 1971. Bd. 24. S. 1729–1733.
56. *Dinkelbach W.* Sensitivitätsanalysen und parametrische Programmierung. Berlin; Heidelberg; New York, 1969.

57. *Dinkelbach W.* Entscheidungstheoretische Aspekte zur Beurteilung voneinander unabhängiger Investitionsobjekte // *Neuere Entwicklungen in der Unternehmens-
theorie* / Hrsg. H. Koch. Wiesbaden, 1982. S. 23-48.
58. *Dinkelbach W.* Zum internen Zinssatz bei Risiko // *Zeitschrift für Betriebswirt-
schaft.* 1987. Bd. 57. S. 384-394.
59. *Drexel A.* Nutzungsdauerentscheidungen bei Sicherheit und Risiko // *Zeitschrift
für betriebswirtschaftliche Forschung.* 1990. Bd. 42. S. 50-66.
60. *Drukarczyk J.* Investitionstheorie und Konsumpräferenz. Ein Beitrag zur explizi-
ten Berücksichtigung der Entnahmen (Konsumausgaben) im optimalen mehrperi-
odigen Investitionsprogramm des Unternehmers. Berlin, 1970.
61. *Drukarczyk J.* Probleme individueller Entscheidungsrechnung. Kritik ausgewähl-
ter normativer Aussagen über individuelle Entscheidungen in der Investitions-
und Finanzierungstheorie. Wiesbaden, 1975.
62. *Drukarczyk J.* Maßgrößen (Kriterien) zur Beurteilung von mehrperiodigen
Handlungsmöglichkeiten // *Betriebswirtschaftslehre. Eine Einführung in die
Theorie der Unternehmung.* Bd. 1 / Hrsg. J. Drukarczyk, L. Müller-Hagedorn.
Wiesbaden, 1978. S. 45-105.
63. *Drukarczyk J.* Theorie und Politik der Finanzierung. 2 Aufl. München, 1973.
64. *Drukarczyk J.* Unternehmensbewertung. 2 Aufl. München, 1998.
65. *Dyckhoff H.* Kompensation bei Entscheidungskriterien. Risiko-, Ziel-, Egalitäts-,
Zeit- und andere Präferenzen // *OR Spektrum.* 1985. Bd. 7. S. 195-207.
66. *Dyckhoff H.* Zeitpräferenz // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung.*
1988. Bd. 40. S. 990-1008.
67. *Eisenführ F.* Beurteilung einzelner Investitionsprojekte bei unterschiedlichem
Soll- und Habenzins // *OR Spektrum.* 1979. Bd. 1. S. 89-102.
68. *Eisenführ F., Weber M.* Rationales Entscheiden. 2 Aufl. Berlin; Heidelberg; New
York, 1994.
69. *Elton E. J., Gruber M. J.* Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. 5th
ed. New York, 1995.
70. *Engels W.* Betriebswirtschaftliche Bewertungslehre im Licht der Entscheidungs-
theorie. Köln; Opladen, 1962.
71. *Fama E. F.* Risk-adjusted discount rates and capital budgeting under uncertain-
ty // *Journal of Financial Economics.* 1977. Bd. 5. S. 3-24.
72. *Findlay M. C., Frankle A. W., Cooley Ph. L., Roenfeldt R. L., It-Keong Chew* Capital
budgeting procedures under inflation: Cooley, Roenfeldt, and Chew vs. Findlay
and Frankle // *Financial Management.* 1976. P. 83-90.
73. *Fischer J.* Heuristische Investitionsplanung. Entscheidungshilfen für die Praxis.
Berlin, 1981.
74. *Fischer L.* Besteuerung und optimaler Ersatzzeitpunkt // *Der Betrieb.* 1975. Bd.
28. S. 1572-1575.
75. *Fisher I.* The Theory of Interest. As Determined by Impatience to Spend Income
and Opportunity to Invest it. New York, 1930.
76. *Förstner K., Henn R.* Dynamische Produktionstheorie und lineare Programmie-
rung. Meisenheim am Glan, 1957.

77. *Fogler R. H.* Overkill in capital budgeting technique // *Financial Management*. 1972. P. 92–96.
78. *Fogler R. H.* Ranking techniques and capital budgeting // *Accounting Review*. 1972. Vol. 47. P. 134–143.
79. *Franke G.* Ganzzahligkeitseigenschaften linearer Investitionsprogramme // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1974. Bd. 26. S. 409–422.
80. *Franke G.* Mittelbarer Parametervergleich als Entscheidungskalkül. Illusionen durch konventionsbedingte Rangordnungen // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1978. Bd. 30. S. 431–452.
81. *Franke G.* Betriebliche Investitionstheorie bei Risiko // *OR Spektrum*. 1989. Bd. 11. S. 67–82.
82. *Franke G., Hax H.* Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt. 4 Aufl. Berlin, Heidelberg, New York, 1999.
83. *Franke G., Laux H.* Die Ermittlung der Kalkulationszinsfüße für investitionstheoretische Partialmodelle // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1968. Bd. 20. S. 740–759.
84. *Frischmuth G.* Daten als Grundlage für Investitionsentscheidungen. Theoretische Anforderungen und praktische Möglichkeiten der Datenermittlung im Rahmen des investitionstheoretischen Entscheidungsprozesses. Berlin, 1969.
85. *Gans B., Looss W., Zickler D.* Investitions- und Finanzierungstheorie. Lehr- und Übungsbuch für das Grundstudium. 3 Aufl., München, 1977.
86. *Georgi A. A.* Steuern in der Investitionsplanung. Eine Analyse der Entscheidungsrelevanz von Ertrag- und Substanzsteuern. Hamburg, 1986.
87. *Göppl H., Hellwig K.* Vermögensrentabilität – ein einfaches dynamisches Investitionskalkül. Kritische Anmerkungen zu einem gleichnamigen Aufsatz von M. Henke // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1973. Bd. 43. S. 747–752.
88. *Götze U., Bloech J.* Investitionsrechnung. Modelle und Analysen zur Beurteilung von Investitionsvorhaben. 2 Aufl. Berlin, 1995. (Русский перевод: *Блех Ю., Гемце У.* Инвестиционные расчеты. Модели и методы оценки инвестиционных проектов. Калининград, 1997.)
89. *Gordon M. J.* The payoff period and the rate of profit // *The Journal of Business*. 1955. Vol. 28. P. 258–260.
90. *Gordon M. J.* Optimal investment and financing policy // *The Journal of Finance*. 1963. Vol. 18. P. 264–272.
91. *Grob H. L.* Investitionsrechnung mit vollständigen Finanzplänen. Wiesbaden, 1989.
92. *Grob H. L.* Das System der VOFI-Rentabilitätskennzahlen bei Investitionsentscheidungen // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1990. Bd. 60. S. 179–192.
93. *Grundmann H.-R.* Optimale Investitions- und Finanzplanung unter Berücksichtigung der Steuern. Diss. Hamburg, 1973.
94. *Gutenberg E.* Zur neueren Entwicklung in der Wirtschaftlichkeitsrechnung // *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*. 1952. Bd. 108. S. 630–645.
95. *Gutenberg E.* Der Stand der wissenschaftlichen Forschung auf dem Gebiet der Investitionsplanung // *Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung*. 1954. Bd. 6. S. 557–574.

96. *Haberstock L.* Zum Ansatz des Kalkulationszinsfußes vor und nach Steuern in investitionstheoretischen Partialmodellen // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1970. Bd. 22. S. 510–516.
97. *Haberstock L.* Einige kritische Bemerkungen zur Kapitalwert-Methode. Stellungnahme zu dem gleichnamigen Aufsatz von E. Hosterbach // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1971. Bd. 41. S. 285–288.
98. *Haberstock L.* Zur Integrierung der Ertragsbesteuerung in die simultane Produktions-, Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe der linearen Programmierung. Köln, Berlin, Bonn, München, 1971.
99. *Haberstock L.* Kapitalwert oder Interner Zinsfuß? Stellungnahme zu dem Aufsatz von E. Hosterbach // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1972. Bd. 42. S. 216–218.
100. *Haberstock L.* Einführung in die Betriebswirtschaftliche Steuerlehre. 8 Aufl. Hamburg, 1992.
101. *Haberstock L., Dellmann K.* Kapitalwert und Interner Zinsfuß als Kriterien zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit von Investitionsprojekten // Kostenrechnungs-Praxis. 1971. S. 195–206.
102. *Hachmeister D.* Der Discounted Cash Flow als Maß der Unternehmenswertsteigerung. 2 Aufl. Frankfurt am Main, 1998.
103. *Haegert L.* Der Einfluß der Steuern auf das optimale Investitions- und Finanzierungsprogramm. Wiesbaden, 1971.
104. *Haegert L., Kramm R.* Der Einfluß von Ertragsteuern auf die Vorteilhaftigkeit von Investitionen mit unterschiedlichem Risiko // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1975. Bd. 27. S. 69–83.
105. *Haegert L., Wittmann F.* Zur Eignung der Amortisationsdauer als Kriterium für Investitionsentscheidungen bei unsicheren Erwartungen // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1977. Bd. 29. S. 475–489.
106. *Haley C. W., Schall L. D.* The Theory of Financial Decisions. 2nd ed. New York, 1979.
107. *Hallsten B.* Investment and Financing Decisions. On Goal Formulation and Model Building. Stockholm, 1966.
108. *Hansmann K.-W.* Kurzlehrbuch Prognoseverfahren. Wiesbaden, 1983.
109. *Hartner G.* Die Determinanten der Investitionsentscheidung und ihre Wertigkeit im Entscheidungsprozeß. Wien, 1968.
110. *Haugen R. A.* Modern Investment Theory. 4th ed. Englewood Cliffs (N. J.), 1997.
111. *Hax H.* Rentabilitätsmaximierung als unternehmerische Zielsetzung // Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung. 1963. Bd. 15. S. 337–344.
112. *Hax H.* Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe der linearen Programmierung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1964. Bd. 16. S. 430–446.
113. *Hax H.* Bewertungsprobleme bei der Formulierung von Zielfunktionen // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1967. Bd. 19. S. 749–761.
114. *Hax H.* Investitionsentscheidungen bei unsicheren Erwartungen // Entscheidungen bei unsicheren Erwartungen. Beiträge zur Theorie der Unternehmung / Hrsg. H. Hax. Köln; Opladen, 1970. S. 129–140.
115. *Hax H.* Investitionstheorie. 3 Aufl. Würzburg, Wien, 1976.

116. *Hax H.* Zur Verbindung von Entscheidungsbaumverfahren und Chance-Constraint-Programming in Entscheidungsmodellen der Kapitalbudgetierung // Investitionstheorie und Investitionspolitik privater und öffentlicher Unternehmen / Hrsg. H. Albach, S. Hermann. Wiesbaden, 1976. S. 123-144.
117. *Hax H.* Kapitalmarkttheorie und Investitionsentscheidungen // Neuere Entwicklungen in der Investitionstheorie und -politik / Hrsg. G. Bombach e. a. Tübingen, 1980. S. 421-449.
118. *Hax H.* Offene Probleme der Investitions- und Finanzplanung // Investitions- und Finanzplanung im Wechsel der Konjunktur. 2 Saarbrücker Arbeitstagung / Hrsg. W. Kilger, A.-W. Scheer. Würzburg; Wien, 1981. S. 9-22.
119. *Hax H.* Unternehmenspolitik und betriebliche Finanzpolitik // Unternehmensführung aus finanz- und bankwirtschaftlicher Sicht / Hrsg. E. Rühli, J.-P. Thommen. Stuttgart, 1981. S. 7-22.
120. *Hax H.* Finanzierungs- und Investitionstheorie // Neuere Entwicklungen in der Unternehmenstheorie / Hrsg. H. Koch. Wiesbaden, 1982. S. 49-68.
121. *Hax H.* Investitionstheorie. 5 Aufl. Würzburg, Wien, 1985.
122. *Hax H., Laux H.* Investitionstheorie // Beiträge zur Unternehmensforschung. Gegenwärtiger Stand und Entwicklungstendenzen / Hrsg. G. Menges. Würzburg, Wien, 1969. S. 227-284.
123. *Hax H., Laux H.* Flexible Planung. Verfahrensregeln und Entscheidungsmodelle für die Planung bei Ungewißheit // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1972. S. 318-340.
124. *Hax H., Laux H.* Zur Diskussion um die flexible Planung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1972. Bd. 24. S. 477-479.
125. *Heinhold M.* Simultane Unternehmensplanungsmodelle – Ein Irrweg? // Die Betriebswirtschaft. 1989. Bd. 49. S. 689-708.
126. *Heinhold M.* Investitionsrechnung. Studienbuch. 7 Aufl. München; Wien, 1996.
127. *Heister M.* Rentabilitätsanalyse von Investitionen. Ein Beitrag zur Wirtschaftlichkeitsrechnung. Köln; Opladen, 1962.
128. *Hellwig K.* Die Lösung ganzzahliger investitionstheoretischer Totalmodelle durch Partialmodelle. Meisenheim am Glan, 1973.
129. *Hellwig K.* Die approximative Bestimmung optimaler Investitionsprogramme // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1976. Bd. 28. S. 166-171.
130. *Henke M.* Vermögensrentabilität – ein einfaches dynamisches Investitionskalkül // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1973. Bd. 43. S. 177-198.
131. *Henke M.* Vermögensrentabilität – ein einfaches dynamisches Investitionskalkül. Zugleich Erwiderung auf einen Beitrag von H. Göppl und K. Hellwig in der Zeitschrift für Betriebswirtschaft // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1974. Bd. 44. S. 593-602.
132. *Hertz D. B.* Risk analysis in capital investment // Harvard Business Review. 1964. P. 95-106. (Немецкiй перевод: *Hertz D. B.* Die Analyse des Risikos bei Investitionsvorhaben // Investitionstheorie / Hrsg. H. Albach. Köln, 1975. S. 211-228.)
133. *Hertz D. B.* Investment policies that pay off // Harvard Business Review. 1968. Vol. 46. P. 96-108.
134. *Hertz D. B., Thomas H.* Risk Analysis and its Applications. Chichester; New York, 1983.

135. *Hertz D. B., Thomas H.* Practical Risk Analysis. Chichester; New York, 1984.
136. *Hicks J. R.* Value and Capital. 2nd ed. London, 1946. (Русский перевод: Хикс Дж. Стоимость и капитал. М., 1993.)
137. *Hilgert S.* Zur Berücksichtigung von Erträgen in Investitionsrechnungen // Der Betrieb. 1966. Bd. 19. S. 81–84.
138. *Hillier F. S.* The derivation of probabilistic information for the evaluation of risky investments // Management Science. 1963. Vol. 9. P. 443–457. (Немецкий перевод: *Hillier F. S.* Die Ermittlung von Informationen über die Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beurteilung riskanter Investitionen // Investitionstheorie / Hrsg. H. Albach. Köln, 1975. S. 195–210.)
139. *Hillier F. S., Heebink D. V.* Evaluating risky capital investments // California Management Review. 1965. Vol. 8. P. 71–80.
140. *Hirshleifer J.* On the theory of optimal investment decision // The Journal of Political Economy. 1958. Vol. 66. P. 329–352. (Русский перевод: Хиршлейфер Дж. К теории оптимальных инвестиционных решений // Рынки факторов производства. (Вехи экономической мысли. Т. 3.) СПб., 1999. С. 178–224.)
141. *Hirshleifer J.* Investment decision under uncertainty: choice-theoretic approaches // The Quarterly Journal of Economics. 1965. Vol. 79. P. 509–536. (Русский перевод: Хиршлейфер Дж. Инвестиционные решения при неопределенности: подходы с точки зрения теории выбора // Рынки факторов производства. (Вехи экономической мысли. Т. 3.) СПб., 1999. С. 225–261.)
142. *Hirshleifer J.* Investment decision under uncertainty: applications of the state-preference approach // The Quarterly Journal of Economics. 1966. Vol. 80. P. 252–277.
143. *Hirshleifer J.* Investment, Interest, and Capital. Englewood Cliffs, N.J., 1970.
144. *Hoberg P.* Entwicklung eines allgemein gültigen Ansatzes für partielle Investitionsentscheidungen // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1981. Bd. 54. S. 1048–1064.
145. *Hosterbach E.* Einige kritische Bemerkungen zur Kapitalwert-Methode // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1970. Bd. 40. S. 613–620.
146. *Hosterbach E.* Kapitalwert oder Interner Zinsfuß? Gleichzeitig eine Entgegnung an L. Haberstock // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1972. Bd. 42. S. 201–216.
147. *Hosterbach E.* Noch einmal: «Kapitalwert oder Interner Zinsfuß?» Ein Schlußwort // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1972. Bd. 42. S. 376–377.
148. *Hosterbach E., Seifert O.* Zur Mehrdeutigkeit des Internen Zinsfußes // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1971. Bd. 41. S. 867–880.
149. *Hotelling H. A.* A general mathematical theory of depreciation // The Journal of the American Statistical Association. 1925. Vol. 20. P. 340–353.
150. *Inderfurth K.* Starre und flexible Investitionsplanung bei laufender Planrevision // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1979. Bd. 31. S. 440–467.
151. *Inderfurth K.* Starre und flexible Investitionsplanung. Eine Untersuchung starrer und flexibler Planungsverfahren bei sequentieller Investitionsprogrammplanung bei Unsicherheit. Wiesbaden, 1982.
152. *Jääskeläinen V.* Optimal Financing and Tax Policy of the Corporation. Helsinki, 1966.

153. *Jacob H.* Investitionsplanung auf der Grundlage linearer Optimierung // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1962. Bd. 32. S. 651–655.
154. *Jacob H.* Neuere Entwicklungen in der Investitionsrechnung // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1964. Bd. 34. S. 487–507, 551–591.
155. *Jacob H.* Flexibilitätsüberlegungen in der Investitionsrechnung // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1967. Bd. 37. S. 1–34.
156. *Jacob H.* Zum Problem der Unsicherheit bei Investitionsentscheidungen // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1967. Bd. 37. S. 153–187.
157. *Jacob H.* Investitionsplanung mit Hilfe der Optimierungsrechnung // Optimale Investitionspolitik. Schriften zur Unternehmensführung. Bd. 4. / Hrsg. H. Jacob. Wiesbaden, 1968. S. 93–115.
158. *Jacob H.* Unsicherheit und Flexibilität // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1974. Bd. 44. S. 299–326, 403–448, 505–526.
159. *Jacob H., Voigt K.-I.* Investitionsrechnung. Mit Aufgaben und Lösungen. 6 Aufl. Wiesbaden, 1997.
160. *Jochum H.* Flexible Planung als Grundlage unternehmerischer Investitionsentscheidungen. Diss. Saarbrücken, 1969.
161. *Jöckel K.-H., Pflaumer P.* Stochastische Investitionsrechnung. Ein analytisches Verfahren zur Risikoanalyse // Zeitschrift für Operations Research. 1981. Bd. 25. B-39–47.
162. *Johansson S. E.* Income taxes and investment decisions // Swedish Journal of Economics. 1969. Vol. 71. P. 103–110.
163. *Jonas H. H.* Investitionsrechnung. Berlin, 1964.
164. *Kelpe R.* Steuerorientierte Investitionsrechnung. Ein Beitrag zur Integration der Steuerplanung in die Investitionsplanung. München, 1980.
165. *Keppe H.-J., Weber M.* Risikoanalyse bei partieller Wahrscheinlichkeitsinformation // Die Betriebswirtschaft. 1993. Bd. 53. S. 49–57.
166. *Kern W.* Investitionsrechnung. Stuttgart, 1974.
167. *Kern W.* Analyse von Steuerwirkungen in investitionstheoretischen Kalkülen // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1985. Bd. 37. S. 867–881.
168. *Kilger W.* Kritische Werte in der Investitions- und Wirtschaftlichkeitsrechnung // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1965. Bd. 35. S. 338–353.
169. *Kilger W.* Zur Kritik am internen Zinsfuß // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1965. Bd. 35. S. 765–798.
170. *Klinger K.* Das Schwächebild der Investitionsrechnungen // Der Betrieb. 1964. Bd. 17. S. 1821–1824.
171. *Knight F. H.* Risk, Uncertainty, and Profit. Boston; New York, 1921.
172. *Knight F. H.* Capital, time, and the interest rate // *Economica*. 1934. Vol. 1. P. 257–286.
173. *Koch H.* Betriebliche Planung. Grundlagen und Grundfragen der Unternehmenspolitik. Wiesbaden, 1961.
174. *Koch H.* Der Begriff des ökonomischen Gewinns. Zur Frage des Optimalitätskriteriums in der Wirtschaftlichkeitsrechnung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1968. Bd. 20. S. 389–411.

175. Koch H. Probleme der Investitionsplanung // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1969. Bd. 39. S. 761–778.
176. Koch H. Grundlagen der Wirtschaftlichkeitsrechnung. Probleme der betriebswirtschaftlichen Entscheidungslehre. Wiesbaden, 1970.
177. Krahn J. P. Investitionsmodelle. integrierte // Handwörterbuch der Betriebswirtschaft / Hrsg. W. Wittmann e. a. 5 Aufl. Stuttgart, 1993. S. 1952–1965.
178. Krause W. Investitionsrechnungen und unternehmerische Entscheidungen. Berlin, 1973.
179. Kruschwitz L. Kapitalwert und Annuität // Die Unternehmung. 1974. Bd. 28. S. 241–260.
180. Kruschwitz L. Vermögensstreben und Einkommensstreben bei sich gegenseitig ausschließenden Investitionsalternativen. Diskussionspapier 19, hrsg. vom Institut für Wirtschaftswissenschaften der Technischen Universität Berlin. 1976.
181. Kruschwitz L. Finanzmathematische Endwert- und Zinsfußmodelle // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1976. Bd. 46. S. 245–262.
182. Kruschwitz L. Zur heuristischen Planung des Investitionsprogramms // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1977. Bd. 47. S. 209–224.
183. Kruschwitz L. Endwert- und Entnahmemaximierung bei alternativen Investitionsprojekten // Der Betrieb. 1978. Bd. 31. S. 549–554, 597–600.
184. Kruschwitz L. Bemerkungen zur Risikoanalyse aus theoretischer Sicht // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1980. Bd. 50. S. 800–808.
185. Kruschwitz L. Statische Investitionsrechnung // Handwörterbuch des Rechnungswesens / Hrsg. K. Chmielewicz, M. Schweitzer. 3 Aufl. Stuttgart, 1993. S. 1859–1869.
186. Kruschwitz L. Finanzierung und Investition. 2 Aufl. München; Wien, 1999. (Русский перевод: Крушвиц Л. Финансирование и инвестиции. СПб., 2000.)
187. Kruschwitz L., Decker R. O. A. Effektivrenditen bei beliebigen Zahlungsstrukturen // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1994. Bd. 64. S. 619–628.
188. Kruschwitz L., Fischer J. Konflikte zwischen Endwert- und Entnahmemaximierung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1978. Bd. 30. S. 752–782.
189. Kruschwitz L., Fischer J. Entscheidungen über Investitionsalternativen bei detaillierter Berücksichtigung von Gewinnsteuern // Die Betriebswirtschaft. 1979. Bd. 39. S. 443–457.
190. Kruschwitz L., Fischer J. Die Planung des Kapitalbudgets mit Hilfe von Kapitalnachfrage- und Kapitalangebotskurven // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1980. Bd. 32. S. 393–418.
191. Kruschwitz L., Löffler A. Ross' APT ist gescheitert. Was nun? // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1997. Bd. 49. S. 644–651.
192. Kruschwitz L., Löffler A. Die Amortisationsrechnung ist besser als ihr Ruf! // OR Spektrum. 1999. Bd. 21. S. 287–303.
193. Kruschwitz L., Milde H. Geschäftsrisiko, Finanzierungsrisiko und Kapitalkosten // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1996. Bd. 48. S. 1115–1133.
194. Kruschwitz L., Röhrs M. Debreu, Arrow und die marktzinsorientierte Investitionsrechnung. Anmerkungen zum Beitrag «Marktzinsorientierte Investitionsrech-

- nung» von B. Rolfes // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1994. Bd. 64. S. 655–665.
195. *Kruschwitz L., Schöbel R.* Die Beurteilung riskanter Investitionen und das Capital Asset Pricing Model (CAPM) // Wirtschaftswissenschaftliches Studium. 1987. Bd. 16. S. 67–71.
196. *Kryzanowski L., Lusztyg P., Schwab B.* Monte Carlo simulation and capital expenditure decisions. A case study // The Engineering Economist. 1972. Vol. 18. P. 31–48.
197. *Laux H.* Kapitalkosten und Ertragsteuern. Köln, Berlin, Bonn, München, 1969.
198. *Laux H.* Flexible Planung des Kapitalbudgets mit Hilfe der linearen Programmierung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1969. Bd. 21. S. 728–742.
199. *Laux H.* Flexible Investitionsplanung. Einführung in die Theorie der sequentiellen Entscheidungen bei Unsicherheit. Opladen, 1971.
200. *Laux H.* Entscheidungstheorie. 4 Aufl. Berlin; Heidelberg; New York, 1998.
201. *Laux H., Franke G.* Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe von Kapitalwerten // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1969. Bd. 21. S. 43–56.
202. *Laux H., Franke G.* Das Versagen der Kapitalwertmethode bei Ganzzahligkeitsbedingungen // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1970. Bd. 22. S. 517–527.
203. *Lehmann M.* Zur Theorie der Zeitpräferenz. Berlin, 1975.
204. *Levy H.* A note on the payback method // Journal of Financial and Quantitative Analysis. 1969. Vol. 3. P. 433–443.
205. *Levy H., Sarnat M.* Capital Investment and Financial Decisions. 5th ed. Englewood Cliffs (N. J.), 1994.
206. *Lintner J.* The valuation of risky assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets // Review of Economics and Statistics. 1965. P. 13–37.
207. *Lohmann K.* Finanzmathematische Wertpapieranalyse. 2 Aufl. Göttingen, 1989.
208. *Loitlsberger E.* Steuern in der Investitionsrechnung / H. Albach, H. Simon (Hrsg.). Investitionstheorie und Investitionspolitik. Wiesbaden, 1976. S. 303–333.
209. *Lorie J. H., Savage L. J.* Three problems in rationing capital // The Journal of Business. 1955. Vol. 28. P. 229–239.
210. *Lücke W.* Investitionsrechnungen auf der Grundlage von Ausgaben oder Kosten? // Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung. 1955. Bd. 7. S. 310–324.
211. *Lüder K.* Zur dynamischen Amortisationsrechnung // Der Betrieb. 1966. Bd. 19. S. 117–119.
212. *Lüder K.* Investitionskontrolle. Zur Kontrolle des wirtschaftlichen Ergebnisses von Investitionen. Wiesbaden, 1969.
213. *Lüder K.* Die Beurteilung von Einzelinvestitionen unter Berücksichtigung von Ertragsteuern // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1976. Bd. 46. S. 539–570.
214. *Lüder K.* Zur Investitionsplanung und Investitionsrechnung in der betrieblichen Praxis // Wirtschaftswissenschaftliches Studium. 1976. Bd. 5. S. 509–514.

215. Lüder K. Investitionskontrolle // Handwörterbuch der Finanzwirtschaft / Hrsg. H. E. Büschgen. Stuttgart, 1976. S. 867–872.
216. Lüder K. (Hrsg.) Investitionsplanung. München, 1977.
217. Lüder K. Investitionsplanung und Kontrolle // Handwörterbuch der Betriebswirtschaft / Hrsg. W. Wittmann e. a. 5 Aufl. Stuttgart, 1993. S. 1982–1999.
218. Lutz F., Lutz V. The Theory of Investment of the Firm. Princeton, 1951.
219. Magee J. F. Decision trees for decision making // Harvard Business Review. 1964. Vol. 42. P. 126–138.
220. Magee J. F. How to use decision trees in capital investment // Harvard Business Review. 1964. Vol. 42. P. 79–96.
221. Mao J. C. T. Survey of capital budgeting. Theory and practice // The Journal of Finance. 1970. Vol. 25. P. 349–360.
222. Markowitz H. M. Portfolio selection // The Journal of Finance. 1952. Vol. 7. S. 77–91.
223. Markowitz H. M. Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments. 2nd printing. New Haven; London, 1970.
224. Massé P. Le choix des investissements. Critères et méthodes. Paris, 1959. (Русский перевод: Массе П. Критерии и методы оптимального определения капиталовложений. М., 1971.)
225. Massé P., Gibrat R. Application of linear programming to investments in the electric power industry // Management Science. 1957. Vol. 3. P. 149–166. (Немецкий перевод: Massé P., Gibrat R. Die Anwendung der linearen Programmierung auf Investitionsentscheidungen in der Elektrizitätswirtschaft // Investitionstheorie / Hrsg. H. Albach. Köln, 1975. S. 290–305).
226. Mellwig W. Sensitivitätsanalyse des Steuereinflusses in der Investitionsplanung. Überlegungen zur praktischen Relevanz einer Berücksichtigung der Steuern bei der Investitionsentscheidung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1980. Bd. 32. S. 16–39.
227. Mellwig W. Die Berücksichtigung der Steuern in der Investitionsplanung. Modellprämissen und Ausmaß des Steuereinflusses // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1981. Bd. 33. S. 53–55.
228. Mellwig W. Wirken Substanzsteuern investitions-hemmend? // Der Betrieb. 1982. Bd. 35. S. 501–507, 553–556.
229. Mellwig W. Investition und Besteuerung. Ein Lehrbuch zum Einfluß der Steuern auf die Investitionsentscheidung. Wiesbaden, 1985.
230. Mertens P. (Hrsg.) Prognoserechnung. 5 Aufl. Würzburg, Wien, 1994.
231. Meyer H. Zur allgemeinen Theorie der Investitionsrechnung. Düsseldorf, 1977.
232. Meyer H. Zur Fragwürdigkeit der Einwände gegen die interne Verzinsung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1978. Bd. 30. S. 39–62.
233. Modigliani F., Miller M. H. The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment // American Economic Review. 1958. Vol. 48. P. 261–297. (Русский перевод: Модильяни Ф., Миллер М. Стоимость капитала, финансы корпорации и теория инвестиций // Модильяни Ф., Миллер М. Сколько стоит фирма? Теорема MM. М., 1999. С. 36–85.)
234. Moog H. Investitionsplanung bei Mehrfachzielsetzung. Ludwigsburg, Berlin, 1993.

235. *Mossin J.* Equilibrium in a capital asset market // *Econometrica*. 1966. S. 768–783.
236. *Moxter A.* Der Einfluß der Amortisationsgeschwindigkeit auf die unternehmerische Investitionsentscheidung // *Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung*. 1959. Bd. 11. S. 541–562.
237. *Moxter A.* Die Bestimmung des Kalkulationszinsfußes bei Investitionsentscheidungen // *Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung*. 1961. Bd. 13. S. 186–200.
238. *Moxter A.* Lineares Programmieren und betriebswirtschaftliche Kapitaltheorie // *Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung*. 1963. Bd. 15. S. 285–309.
239. *Moxter A.* Präferenzstruktur und Aktivitätsfunktion des Unternehmers // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1964. Bd. 16. S. 6–35.
240. *Moxter A.* Das optimale Investitionsbudget. Stellungnahme // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1964. Bd. 16. S. 470–473.
241. *Moxter A.* Offene Probleme der Investitions- und Finanzierungstheorie // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1965. Bd. 17. S. 1–10.
242. *Moxter A.* Zur Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer von Anlagegegenständen // *Produktionstheorie und Produktionsplanung* / Hrsg. A. Moxter e. a. Festschrift für K. Hax zum 65. Geburtstag. Köln; Opladen, 1966. S. 75–105.
243. *Mözer K.* Der Kalkulationszinsfuß unter Berücksichtigung der Erfolgsteuern bei Publikumskapitalgesellschaften, insbesondere im deutschen und amerikanischen Steuersystem. Diss. Technische Universität Berlin, 1972.
244. *Müller-Merbach H.* Operations Research. Methoden und Modelle der Optimalplanung. 3 Aufl. München, 1973.
245. *Mus G.* Das Prinzip der Zeitdominanz // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1988. Bd. 40. S. 504–516.
246. *Näslund B.* A model of capital budgeting under risk // *The Journal of Business*. 1966. Bd. 39. S. 257–271.
247. *Näslund B., Whinston A.* A model of multi-period investment under uncertainty // *Management Science*. 1962. Vol. 8. P. 184–200.
248. *Neumann J. von, Morgenstern O.* Theory of Games and Economic Behavior. Princeton (N. J.), 1947. (Русский перевод: *Нейман Дж., Morgenstern O.* Теория игр и экономическое поведение. М., 1970.)
249. *Nitzsch, R. von* Investitionsbewertung und Risikofinanzierung. Stuttgart, 1997.
250. *Norström C. J.* Kritische Würdigung des internen Zinsfußes // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1990. Bd. 42. S. 107–118.
251. *Ossadnik W.* Investitionsrechnungsverfahren für öffentliche Betriebe. Berlin, 1992.
252. *Perridon L., Steiner M.* Finanzwirtschaft der Unternehmung. 9 Aufl. München, 1997.
253. *Philipp F.* Unterschiedliche Rechnungselemente in der Investitionsrechnung // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1960. Bd. 30. S. 26–36.
254. *Poensgen O. H., Straub H.* Inflation und Investitionsentscheidung // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1974. Bd. 44. S. 785–810.
255. *Preinreich G. A. D.* The economic life of industrial equipment // *Econometrica*. 1940. Vol. 8. P. 12–44.

256. *Preinreich G. A. D.* Replacement in the theory of the firm // *Metroeconomica*. 1953. Vol. 5. P. 68-86.
257. *Richter F., Simon-Keuenhof K.* Bestimmung durchschnittlicher Kapitalkostensätze. – Eine empirische Untersuchung // *Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis*. 1996. Bd. 48. S. 698-708.
258. *Robichek A. A., Van Horne J. C.* Abandonment value and capital budgeting // *The Journal of Finance*. 1967. Vol. 22. P. 577-589.
259. *Robichek A. A., Van Horne J. C.* Abandonment value and capital budgeting. A reply // *The Journal of Finance*. 1969. Vol. 24. P. 96-97.
260. *Rolfes B.* Marktzinsorientierte Investitionsrechnung // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1993. Bd. 63. S. 691-713.
261. *Rolfes B.* Marktzinsorientierte Investitionsrechnung. Replik zur Stellungnahme von D. Adam, J. Schlüchtermann und T. Hering // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1994. Bd. 64. S. 121-125.
262. *Rolfes B.* Die Marktzinsmethode in der Investitionsrechnung. Stellungnahme zu den Anmerkungen von L. Kruschwitz und M. Röhrs // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1994. Bd. 64. S. 667-671.
263. *Rolfes B.* Moderne Investitionsrechnung. Einführung in die klassische Investitionstheorie und Grundlagen marktorientierter Investitionsentscheidungen. 2. Aufl. München; Wien, 1998.
264. *Rose G.* Betrieb und Steuer. Bd. 1. Die Ertragsteuern. 15. Aufl. Wiesbaden, 1997.
265. *Rose G.* Betrieb und Steuer. Bd. 2. Die Verkehrsteuern. 13. Aufl. Wiesbaden, 1997.
266. *Rose G.* Betrieb und Steuer. Bd. 3. Die Substanzsteuern. 10. Aufl. Wiesbaden, 1997.
267. *Rosenberg O.* Investitionsplanung im Rahmen einer simultanen Gesamtplanung. Köln; Berlin; Bonn; München, 1975.
268. *Rosenberg O.* Der Einfluß der Finanzierung auf die optimale Nutzungsdauer von Investitionsobjekten // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1977. Bd. 47. S. 167-182.
269. *Ross S. A.* The arbitrage theory of capital asset pricing // *Journal of Economic Theory*. 1976. Vol. 13. P. 341-360.
270. *Ross S. A., Westerfield R. W., Jaffe J. F.* Corporate Finance. 4th ed. Chicago, 1996.
271. *Rudolph B.* Kapitalkosten bei unsicheren Erwartungen. Berlin, 1979.
272. *Rudolph B.* Klassische Kapitalkostenkonzepte zur Bestimmung des Kalkulationszinsfußes für die Investitionsrechnung // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1986. Bd. 38. S. 608-617.
273. *Rudolph B.* Neuere Kapitalkostenkonzepte auf der Grundlage der Kapitalmarkttheorie // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1986. Bd. 38. S. 892-898.
274. *Rückle D.* Zielfunktion und Rechengrößen der Investitionsrechnung // *Der österreichische Betriebswirt*. 1970. Bd. 20. S. 39-76.
275. *Rückle D.* Investition // *Handwörterbuch der Betriebswirtschaft* / Hrsg. W. Wittmann e. a. 5. Aufl. Stuttgart, 1993. S. 1924-1936.
276. *Saelzle R.* Investitionsentscheidungen und Kapitalmarkttheorie. Wiesbaden, 1971.

277. *Salazar R. C., Sen S. K.* A simulation model of capital budgeting under uncertainty // *Management Science*. 1968. Vol. 15. B-61-179.
278. *Sarnat M., Levy H.* The relationship of rules of thumb to the internal rate of return // *The Journal of Finance*. 1969. Vol. 24. P. 479-490.
279. *Scheffler H. E.* Zur Investitionsrechnung in der Praxis. Eine Erwiderung // *Der Betrieb*. 1965. Bd. 18. S. 228-230.
280. *Schindel V.* Risikoanalyse. Darstellung und Bewertung von Risikorechnungen am Beispiel von Investitionsentscheidungen. 2 Aufl. München, 1978.
281. *Schirmeister R.* Theorie finanzmathematischer Investitionsrechnungen bei unvollkommenem Kapitalmarkt. München, 1990.
282. *Schirmeister R.* Dynamische Rentabilitätsmaße als investitionsrechnerische Vorteilskriterien // *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*. 1991. Bd. 61. S. 803-811.
283. *Schmidt R.-B.* Unternehmungsinvestitionen. Strukturen, Entscheidungen, Kalküle. 4 Aufl. Opladen, 1984.
284. *Schmidt R. H., Terberger E.* Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie. 4 Aufl. Wiesbaden, 1997.
285. *Schneeloch D. W.* Besteuerung und betriebliche Steuerpolitik. Bd. 2. Betriebliche Steuerpolitik. München, 1994.
286. *Schneeloch D. W.* Besteuerung und betriebliche Steuerpolitik. Bd. 1. Besteuerung. 3 Aufl. München, 1998.
287. *Schneeweiß H.* Entscheidungskriterien bei Risiko. Berlin; Heidelberg; New York, 1967.
288. *Schneider D.* Die wirtschaftliche Nutzungsdauer von Anlagegütern. Köln; Opladen, 1961.
289. *Schneider D.* Der Einfluß von Ertragsteuern auf die Vorteilhaftigkeit von Investitionen // *Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung*. 1962. Bd. 14. S. 539-570.
290. *Schneider D.* Der Einfluß der Besteuerung auf die Investitionspolitik der Unternehmungen // *Optimale Investitionspolitik. Schriften zur Unternehmensführung / Hrsg. H. Jacob*. Bd. 4. Wiesbaden, 1968. S. 33-62.
291. *Schneider D.* Korrektur zum Einfluß der Besteuerung auf die Investitionen // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1969. Bd. 21. S. 297-325.
292. *Schneider D.* Flexible Planung als Lösung der Entscheidungsprobleme unter Ungewißheit // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1971. Bd. 23. S. 831-851.
293. *Schneider D.* «Flexible Planung als Lösung der Entscheidungsprobleme unter Ungewißheit?» in der Diskussion // *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*. 1972. Bd. 24. S. 456-476.
294. *Schneider D.* Investition und Finanzierung. Lehrbuch der Investitions-, Finanzierungs- und Ungewißheitstheorie. 4 Aufl. Wiesbaden, 1975.
295. *Schneider D.* Investition, Finanzierung und Besteuerung. 7 Aufl. Wiesbaden, 1992.
296. *Schneider E.* Die wirtschaftliche Lebensdauer industrieller Anlagen. (Grundlagen einer wirtschaftlichen Theorie der Investition) // *Weltwirtschaftliches Archiv*. 1942. Bd. 55. S. 90-128.

297. *Schneider E.* Kritisches und Positives zur Theorie der Investition // Weltwirtschaftliches Archiv. 1967. Bd. 98. S. 314–348.
298. *Schneider E.* Wirtschaftlichkeitsrechnung. Theorie der Investition. 8 Aufl. Tübingen, Zürich, 1973.
299. *Schröder A.* Fünfstufiges Wirtschaftlichkeitsmodell zur Bewertung von Umweltschutzinvestitionen // Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis. 1998. Bd. 50. S. 322–343.
300. *Schulte K.-W.* Optimale Nutzungsdauer und optimaler Ersatzzeitpunkt bei Entnahmemaximierung. Meisenheim am Glan, 1975.
301. *Schulte K.-W.* Wirtschaftlichkeitsrechnung. 4 Aufl. Würzburg, Wien, 1986.
302. *Schultz R., Wienke R.* Interner Zinsfuß und Annuität als subsidiäre Zielgrößen des Kapitalwerts // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1990. Bd. 60. S. 1065–1090.
303. *Schwarz H.* Zur Bedeutung und Berücksichtigung nicht oder schwer quantifizierbarer Faktoren im Rahmen des investitionspolitischen Entscheidungsprozesses // Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis. 1960. Bd. 12. S. 686–698.
304. *Schwarz H.* Zur Berücksichtigung erfolgssteuerlicher Gesichtspunkte bei Investitionsentscheidungen // Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis. 1962. Bd. 14. S. 135–153, 199–211.
305. *Schwarz H.* Optimale Investitionsentscheidungen. München, 1967.
306. *Schweim J.* Integrierte Unternehmungsplanung. Bielefeld, 1969.
307. *Seelbach H.* Entscheidungskriterien der Wirtschaftlichkeitsrechnung // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1965. Bd. 35. S. 302–315.
308. *Seelbach H.* Planungsmodelle in der Investitionsrechnung. Würzburg; Wien, 1967.
309. *Sharpe W. F.* A simplified model for portfolio analyses // Management Science. 1963. Vol. 9. P. 277–293.
310. *Sharpe W. F.* Capital asset prices. A theory of market equilibrium under conditions of risk // The Journal of Finance. 1964. Vol. 19. P. 425–442.
311. *Sharpe W. F.* Portfolio Theory and Capital Markets. New York, 1970.
312. *Sharpe W. F., Alexander G. J., Bailey J. V.* Investments. 6th ed. Englewood Cliffs (N. J.), 1998. (Русский перевод: Шарп У. Ф., Александер Г. Дж., Бэйли Дж. В. Инвестиции. М., 1998.)
313. *Sieben G.* Bewertungs- und Investitionsmodelle mit und ohne Kapitalisierungszinsfuß. Ein Beitrag zur Theorie der Bewertung von Erfolgseinheiten // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1967. Bd. 37. S. 126–147.
314. *Siegel T.* Der kontroverse Kalkulationszinsfuß. Zur Klärung seiner Funktion und seiner Quantifizierung // Diskussionspapier 17. Hrsg. vom Institut für Wirtschaftswissenschaften der Technischen Universität Berlin. 1974.
315. *Siegel T.* Zur Anwendbarkeit von Rangfolgekriterien bei der Aufstellung von Investitionsprogrammen // Diskussionspapier 24. Hrsg. vom Institut für Wirtschaftswissenschaften der Technischen Universität Berlin. 1976.
316. *Siegel T.* Steuerwirkungen und Steuerpolitik in der Unternehmung. Würzburg; Wien, 1982.
317. *Spremann K.* Wirtschaft, Investition und Finanzierung. 5 Aufl. München; Wien, 1996.

318. *Steiner J.* Gewinnsteuern in Partialmodellen für Investitionsentscheidungen. Barwert und Endwert als Instrumente der Steuerwirkungsanalyse. Berlin, 1980.
319. *Steiner J.* Ertragsteuern in der Investitionsplanung. Zur Frage der Entscheidungsstabilität bei der Vorteilhaftigkeitsanalyse von Einzelobjekten // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1983. Bd. 35. S. 280-291.
320. *Streim H.* Die Bedeutung der Simulation für die Investitionsplanung. Diss. München. 1971.
321. *Suhl U. H.* MOPS – Mathematical OPTimization System // European Journal of Operational Research. 1994. Vol. 72. P. 312-322.
322. *Sundem G. L.* Evaluating capital budgeting models in simulated environments // The Journal of Finance. 1975. Vol. 30. P. 977-992.
323. *Swoboda P.* Die Ermittlung optimaler Investitionsentscheidungen durch Methoden des Operations Research. Eine Stellungnahme zum Aufsatz von Horst Albach «Rentabilität und Sicherheit als Kriterien betrieblicher Investitionsentscheidungen» // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1961. Bd. 31. S. 96-103.
324. *Swoboda P.* Der Einfluß der steuerlichen Abschreibungspolitik auf betriebliche Investitionsentscheidungen // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1964. Bd. 16. S. 414-429.
325. *Swoboda P.* Die simultane Planung von Rationalisierungs- und Erweiterungsinvestitionen und von Produktionsprogrammen // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1965. Bd. 35. S. 148-163.
326. *Swoboda P.* Einflüsse der Besteuerung auf die Ausschüttungs- und Investitionspolitik von Kapitalgesellschaften // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1967. Bd. 19. S. 1-16.
327. *Swoboda P.* Die Wirkungen von steuerlichen Abschreibungen auf den Kapitalwert von Investitionsprojekten bei unterschiedlichen Finanzierungsformen // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1970. Bd. 22. S. 77-86.
328. *Swoboda P.* Betriebliche Finanzierung. 3 Aufl. Würzburg; Wien, 1991.
329. *Swoboda P.* Investition und Finanzierung. 5 Aufl. Göttingen, 1996.
330. *Teichrow D., Robichek A. A., Montalbano M.* Mathematical analysis of rates of return under certainty // Management Science. 1965. Vol. 11. P. 395-403.
331. *Teichrow D., Robichek A. A., Montalbano M.* An analysis of criteria for investment and financing decisions under certainty // Management Science. 1966. Vol. 12. P. 151-179.
332. *Terborgh G.* Dynamic Equipment Policy. New York; Toronto; London, 1949.
333. *Terborgh G.* Business Investment Policy. Washington (D. C.), 1958.
334. *Terborgh G.* Leitfaden der betrieblichen Investitionspolitik. Deutsche Übersetzung und Bearbeitung v. Horst Albach (Titel der Originalausgabe: Business Investment Policy. Washington (D. C.), 1958). Wiesbaden, 1962.
335. *Terborgh G.* Business Investment Management. Washington (D. C.), 1967.
336. *Tipke K., Lang J.* Steuerrecht. Ein systematischer Grundriß. 15 Aufl. Köln, 1996.
337. *Tobin J.* The theory of portfolio selection // The Theory of Interest Rates. Ed. by F.H. Hahn and F.P.R. Brechling. London, 1965. P. 3-51.
338. *Uhlir H., Steiner P.* Wertpapieranalyse. 3 Aufl. Heidelberg, 1994.

339. *Van Horne J. C.* Financial Management and Policy. 9th ed. Englewood Cliffs (N. J.), 1991.
340. *Voigt K.-I.* Berücksichtigung und Wirkung des technischen Fortschritts in der Investitionsplanung // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1993. Bd. 63. S. 1017–1046.
341. *Volpert V.* Kapitalwert und Ertragsteuern. Die Bedeutung der Finanzierungsprämisse für die Investitionsrechnung. Wiesbaden, 1989.
342. *Wagner F. W.* Zum Maßgutproblem in Investitionskalkülen bei Preis- und Geldwertänderung // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1977. Bd. 29. S. 190–202.
343. *Wagner F. W.* Der Steuereinfluß in der Investitionsplanung. Eine Quantité négligeable? // Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. 1981. Bd. 33. S. 17–52.
344. *Wagner F. W., Dirrigl H.* Die Steuerplanung der Unternehmung. Stuttgart; New York, 1980.
345. *Weber M., Schiereck D.* Marktbezogene Bestimmung der Kapitalkosten // Handbuch des Finanzmanagements / Hrsg. G. Gebhardt e. a. München, 1993. S. 131–150.
346. *Weingartner H. M.* The excess present value index. A theoretical basis and critique // Journal of Accounting Research. 1963. Vol. 1. P. 213–224.
347. *Weingartner H. M.* Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems. 2nd printing. Englewood Cliffs (N. J.), 1964.
348. *Weingartner H. M.* The generalized rate of return // Journal of Financial and Quantitative Analysis. 1966. Vol. 1. P. 1–29.
349. *Weingartner H. M.* Capital budgeting of interrelated projects: survey and synthesis // Management Science. 1966. Vol. 12. P. 485–516 (Немецкий перевод: Investitionsrechnung für voneinander abhängige Projekte // Investitionstheorie / Hrsg. H. Albach. Köln, 1975. S. 326–357.)
350. *Weingartner H. M.* Some new views on the payback period and capital budgeting decisions // Management Science. 1969. Vol. 15. P. 594–607.
351. *Weingartner H. M.* Capital rationing: n authors in search of a plot // The Journal of Finance. 1977. Vol. 32. P. 1403–1431.
352. *Wilkes F. M.* Capital Budgeting Techniques. 2nd ed. Chichester; New York; Brisbane; Toronto, 1983.
353. *Wilkes F. M.* Dominance criteria for the ranking of projects with an imperfect capital market // Journal of Business Finance and Accounting. 1983. Vol. 10. P. 105–126.
354. *Wittmann F.* Investitionsplanung und Steuern // Handwörterbuch der Betriebswirtschaft / Hrsg. W. Wittmann e. a. 5 Aufl. Stuttgart, 1993. S. 2000–2011.
355. *Wöhe G.* Die Steuern des Unternehmens. 5 Aufl. München, 1983.
356. *Wöhe G., Bieg H.* Grundzüge der betriebswirtschaftlichen Steuerlehre. 4 Aufl. München, 1995.
357. *Wöhe G., Bilstein J.* Grundzüge der Unternehmensfinanzierung. 8 Aufl. München, 1998.
358. *Wright C. A.* A note on «Time and investment» // Economica. 1936. Vol. 3. P. 436–440.

359. *Zangemeister C.* Nutzwertanalyse in der Systemtechnik. Eine Methodik zur multidimensionalen Bewertung und Auswahl von Projekialternativen. 3 Aufl. München, 1973.
360. *Zechner J.* Der Ketteneffekt bei Investitionsentscheidungen in wachsenden und schrumpfenden Unternehmungen // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1981. Bd. 51. S. 559–572.
361. *Zechner J.* Der Ketteneffekt bei Investitionsentscheidungen in wachsenden und schrumpfenden Unternehmungen – Eine Stellungnahme zur Erwiderung // Zeitschrift für Betriebswirtschaft. 1982. Bd. 52. S. 503–504.
362. *Zwehl W. von, Schmidt-Ewig W.* Wirtschaftlichkeitsrechnung bei öffentlichen Investitionen. Wiesbaden, 1981.

Дополнительная рекомендуемая литература на русском языке

1. *Бриггем Ю., Гапенски Л.* Финансовый менеджмент: Полный курс. В 2-х т. СПб., 1997.
2. *Ван Хорн Дж.* Основы управления финансами. М., 1996.
3. *Воронцовский А. В.* Инвестиции и финансирование. Методы оценки и обоснования. СПб., 1998.
4. *Ковалев В. В.* Введение в финансовый менеджмент. М., 1999.
5. *Ковалев В. В., Уланов В. А.* Курс финансовых вычислений. М., 1999.
6. *Ли Ч. Ф., Финнерти Дж. И.* Финансы корпораций: Теория, методы и практика. М., 2000.

- Агрегирование моделей, 214
Аксиома
–, доминирования, 238
–, независимости, 238
–, непрерывности, 237
–, ограничения, 237
–, сравнимости, 237
–, транзитивности, 237
Алгоритм, 20, 175
–, симплекс-метода, 175
Альтернатива отказа, 52, 221
Амортизация, 109
–, расчетная, 29
Анализ риска, 251–260
Анализ чувствительности, 37, 246–251
Аннуитет, 81, 146
–, зависимый от срока эксплуатации, 141
Арбитражная сделка, 94

Безрисковый эквивалент, 235, 303
Бета, 297, 313
Бинарные переменные, 194
Бюджетирование капитала (capital budgeting), 158

Вероятность безразличия, 234
Взаимодополняемость целей, 78
Возмещение при отказе от инвестиции, 85
Временная структура результата, 28, 37, 41
Выбор портфеля, 270–292
Выплаты за приобретение, различные, 30, 33

Двойственная оценка, 178, 188
Дезинвестиция, 204
Делимость, 48, 193
Денежные цели, 10
Денежный поток, 3, 26, 35
–, общий (ТСФ), 309
–, трансформированный, 85
Дерево
–, решений, 266
–, ситуаций, 262
Дескриптивная модель, 19
Диверсификация, 278, 289
Дисконтирование, 41
Дисперсия, 227, 239, 274
Дневник кредита, 105
Доля капитала
–, заемного, 307
–, собственного, 307
Доминирование, 285
–, стохастическое, 259
Дополнительные ограничения, 174
–, логические, 195
Дополнительный доход, 79
Допущение
–, о дополнительных мероприятиях, 47
–, о расчете сравнения доходности, 32
–, о расчете сравнения прибыли, 30
Доход, 29
–, маржинальный, 254
–, минимальный процентный, 32
Доходность, 13, 31
–, дополняющих инвестиций, 49
–, зависящая от ситуации, 271, 273
–, ожидаемая, 271, 274
–, портфеля, 274, 282
–, рыночная, 296
–, собственного капитала, 13

Зависимость между инвестициями, 154, 197
Затраты
–, на планирование, 269
–, на получение данных, 214, 290
Значения результата, 40
–, периодизированные, 29

Избыток финансовых средств, 51
Издержки
–, дополняющих заимствований, 49
–, постоянные, 29
–, средние, 31
Изменение знака, 102, 104
Износ, *с.м.* Амортизация

- Изоморфность, 19
 Изъятие для потребления, 11
 Имитация, 252
 Импондерабили, 20–22
 –, подлинные, 22
 Инвестиционное действие, 3, 26, 28
 Инвестиционное производственное благо, 109
 Инвестиционный объект, 2, 26, 28
 Инвестиционный расчет
 –, задача, 1, 8
 –, ориентированный на рыночный процент, 124
 –, с учетом налогов, 106–115, 159
 Инвестиция, 2
 –, в материальные активы, 14, 26, 41
 –, дополняющая, 44, 46, 162
 –, заменяющая, 15, 31
 –, –, закон, 135
 –, нормальная, 102, 192
 –, ориентированная на платежи, 3
 –, понятие, 2
 –, последующая, 145
 –, расширяющая, 15, 155
 –, рационализирующая, 15, 31
 –, сравнение, 52
 –, финансовая, 14, 155
 Интерполяция, 72
 Интуиция, 244
 Исследование операций, 158
- Капитал, применяемый в среднем, 30
 Квадратное уравнение, 99, 102
 Ковариация, 275, 283
 Комбинация
 –, «доходность — риск», 273
 –, –, с минимальным риском, 278
 –, основных средств предприятия, 26
 Компьютерная программа EXCEL, 72, 103
 Конфликт целей, 74
 Коэффициент корреляции, 275
 Кредит
 –, спотовый, 64
 –, форвардный, 54, 65
 Кривая
 –, безразличия, 11, 280
 –, доходности, 92
 –, процента, 91
 –, –, неполая, 63–66, 92
 –, –, полая, 60–63, 77, 91
 Критика
 –, допущений, 212
 –, модели, 210
 Кумулятивный метод, 34
- Лизинг, 113–115
 –, или покупка, 114
 –, финансовый, 113
 Лимит финансирования, 57
 Лимитирование, 48
 Линейное преобразование,
 положительное, 232
 Линия рынка капитала, 294, 296
 Логические связи, 194
 Лотерея простая, 233
 Лямбда, 297
- Максимизация изъятия, *см.*
 Стремление к доходу
 Максимизация остаточной стоимости,
см. Стремление к имуществу
 (капитализации)
 Математическое ожидание, 226, 258
 –, принцип, 225
 Матрица результатов, 221, 259
 Международная ассоциация дилеров
 облигаций (AIBD), 105
 Международная ассоциация рынка
 ценных бумаг (ISMA), 105
 Метод
 –, ISMA, 105
 –, *Бокса-Дженкинса*, 18
 –, *Бресса-Фангмаера*, 105
 –, *Дельфи*, 17
 –, *дерева ситуаций*, 269
 –, *касательных Ньютона*, 102, 103
 –, *корректировки*, 243–246
 –, *Моосмюллера*, 105
 –, *множителей Лагранжа*, 286
 –, *обратного счета (ролл-бэк)*, 266, 269
 –, *прогноза*, 15
 –, *ранжирования*, 164
 –, *рыночного процента*, 124
 –, *усреднения параметров*, 35
 Множитель
 –, *аннуитета*, 81, 140
 –, *дисконтирования*, 63, 84, 92, 189,
 292
 –, *обратный*, 81

- , ренты, 67–70
- Модель, 19
 - , объяснительная, 19
 - , оценки финансовых активов, 270, 293–298
 - , принятия решения, 19
- Мозговая атака, 17
- Морфологическая коробка, 17

- Налог, общий на прибыль, 107
- Нейтральность к риску, 235, 236
- Немецкий индекс акций DAX, 314
- Неопределенность, 222
- Нерасположенность к риску, 228, 237
- Нулевой купон, 53, 88

- Оборудование многоцелевого назначения, 156
- Общие правила расчета, 55, 71–72
- Окупаемость
 - , полная, 113
 - , частичная, 113
- Операциональность, 8
- Определитель, 93
- Опрос, 16
- Оптимальность, 8
- Отношение к риску, 223, 232
- Отсутствие риска, 24
- Оценка
 - , кредита, 105
 - , ориентированная на рынок, 291–317
 - , остаточного имущества, 12

- Парабола, 239
- Параллельное производство, 212
- Перенос убытка, 108
- Петербургская игра, 230
- Планирование
 - , гибкое, 265
 - , жесткое, 262
 - , одновременное, 157
 - , последовательное, 156
- Платежеспособность, 171
- Платежи, 29, 40
 - , базовые, 52
- Подлинные альтернативы, 41
- Поиск целевого значения, 72, 103
- Полезность
 - , *Неймана–Моргенштерна*, 231
 - , ожидаемая, 231
 - , рисковая, 231
- Полный перебор, 136, 269
- Поправка на риск, 300
- Портфель
 - , оптимальный, 280
 - , эффективный, 280
- Потребность в информации, 213
- Правила указания цены, 105
- Правило знака (декартово), 102
- Предельный выигрыш, временной, 130, 145
- Предложение капитала, 164
- Предпосылки, *с.м.* Допущение
- Предприятие
 - , временное, 12, 47, 53, 135
 - , постоянное, 12, 47, 136
- Преимущество, 9
- Премия за риск, 292, 298
- Прибыль, 29, 32
 - , от продажи, 114
 - , понятие, 10
 - , средняя, 29
- Принцип
 - , μ , 225, 269
 - , μ - σ , 226, 239, 289, 291
 - , *Бернулли*, 229, 269, 290
 - , -, аксиоматика, 237
 - , доминирования, 223, 229
 - , релевантных издержек, 29
- Принятие решения
 - , о сроке действия инвестиций, 6, 125–148
 - , об инвестициях
 - , -, последовательное, 260–270
- Приобретение информации, 24
- Приспособление, 212
- Проблема
 - , вменения, 25–27, 154–156, 199, 212
 - , замены, 126, 141–148
 - , срока эксплуатации, 125, 127–141
- Программирование
 - , динамическое, 267, 269
 - , квадратическое, 290
 - , линейное, 158, 174–179, 191, 197
 - , математическое, *с.м.* Исследование операций
 - , частично-целочисленное, 193
- Программное решение, 5, 27, 46, 152–215

- Продажа без покрытия, 285
 Продуктовая политика, 212
 Прожиточный минимум, 291
 Профилактика, 213
 Проценты, расчетные, 29

 Разброс, 227, 258
 Разовое решение, 5, 27
 Расположенность к риску, 228, 235
 Распределение
 –, вероятностей, 251, 253
 –, частоты, 253
 Расход, 29
 Расчет, 20
 –, доходности, см. Инвестиционный расчет
 –, сложного процента, 41
 –, срока окупаемости, 33–38
 –, –, полной, 114
 –, –, частичной, 114
 Расчетная ставка процента, см. Ставка процента
 Регрессионный анализ, 18
 Реклама, 212
 Рента, 66
 –, вечная, 69
 Рентабельность, см. Доходность
 Решение по выбору инвестиционного проекта, 6, 24–124
 Риск, 37, 222
 –, бизнеса, 314, 315
 –, несистематический, 298
 –, систематический, 297
 Рынок капитала
 –, неограниченный, 50
 –, несовершенный, 50, 55, 57–59, 72–77, 169
 –, ограниченный, 50
 –, полный, 92
 –, совершенный, 50, 55, 60–70, 77–82, 86–96, 127
 Рыночная цена риска, 297

 Сверхдоходность, 313
 Связанное производство, 212
 Синектика, 17
 Система целей, 9
 Ситуация
 –, будущая, 221
 –, игры, 222
 –, окружающей среды, 221
 –, риска, 221, 222
 Случайное число, 252
 Собственное производство и закупка «на стороне», 212
 Спрос на капитал, 164
 Сравнение цены, 82, 83
 Сравнимость, 28, 38, 39, 42
 Среднее квадратическое отклонение (стандартное отклонение), 227, 258, 271
 Срок исполнительных мероприятий, 47
 Срок эксплуатации, 213
 –, критический, 37
 –, разный, 31, 33
 Ставка процента
 –, безрисковая, 296, 312
 –, внутренняя, 90, 96–106, 171
 –, –, неоднозначная, 99–102
 –, –, при выборе программ, 164–168
 –, –, при выборочных решениях, 99
 –, зависящая от срока действия, 87
 –, по заимствованию, 49
 –, по инвестированию, 49
 –, расчетная, 60, 86–96
 –, –, налогооблагаемая, 111
 –, –, эндогенная, 168–170, 188–193, 196
 –, рыночная, 87
 –, спотовая, 53, 65, 87, 190
 –, форвардная, 53, 65, 88
 –, –, неявная, 95
 –, эффективная (yield), 90, 95, 104–106
 Стандартная модель, 106–115
 Степень задолженности (структура капитала), 305
 Стоимость
 –, капитала, средневзвешенная (WACC), 305, 307, 309
 –, сегодняшняя, 83
 –, чистая сегодняшняя, 62, 78, 169, 189
 –, –, в рамках подхода APV, 311
 –, –, в рамках подхода TCF, 309
 –, –, вывод из полного финансового плана, 60–62, 110–113
 –, –, при данной эндогенной расчетной ставке процента, 190
 –, –, при данных спотовых ставках процента, 65

- , - , при данных форвардных ставках процента, 66
- , - , при пологой кривой процента, 62
- , - , при пропорциональном налоге на прибыль, 112, 115
- , - , при расчетных ставках процента, приспособленных к риску, 300, 303, 304
- , - , скорректированная (APV), 310
- , - , цепи инвестиций, 139, 140
- , - , экономическая интерпретация, 82-86
- Стремление
 - , к благосостоянию, 11, 40
 - , к доходу, 11, 24, 40, 44, 70-82, 185-187, 204-205
 - , к имуществу (капитализации), 12, 24, 39, 40, 42, 54-70, 82, 179-185, 201-204, 206-210
 - , к прибыли, 10
- Структура дохода, 51
- Сумма недостатка финансовых средств, 51
- Схема фаз, 6, 15
- Сценарий, 17

- Теорема
 - , двойственности, 189
 - , *Модильяни-Миллера*, 305
- Теория
 - , арбитражной цены, 298
 - , рынка капитала, 270
- Удельный вес брака, 212
- Узкое место, 155
- Упрощения, 47
- Уровень дохода, 51
- Условия
 - , агрегирования, 362
 - , количества проектов, 182, 186
 - , ликвидности, 181, 186, 202, 205, 208, 362
 - , производства, 203, 205, 209, 362
 - , сбыта, 204, 205, 209
 - , целочисленности, 195, 204, 205
- Фаза
 - , контроля, 7
 - , оценки, 7
- , поиска, 6
- , постановки проблемы, 6
- , принятия решения, 7
- , реализации, 7
- Фильтрация, адаптивная, 18
- Финансирование (заимствование)
 - , дополняющее, 44, 46, 162
 - , ориентированное на платежи, 3
- Финансовый план
 - , неполный, 42
 - , оптимальный, полный, 45
 - , полный, 41-47, 160, 180, 198, 200, 210
- Формула из учебника, 311, 315, 316
- Фундаментальная теорема алгебры, 101
- Функция
 - , полезности, 231
 - , - , выпуклая вверх, 237
 - , - , квадратичная, 239
 - , - , линейная, 238
 - , предпочтения, 228
 - , «цена — объем сбыта», 257
 - , чистой сегодняшней стоимости, 102
- Целевая функция, 174, 180, 186, 202, 204, 208
- Ценная бумага
 - , примитивная, 93
 - , рыночная, 93
- Ценовая политика, 212
- Цепной эффект, 135
- Цепь инвестиций, 134-141, 145
- Чистые денежные поступления, 35
- Чистый метод, *см.* Стандартная модель

- Шанс, 272

- Эвристика, 215, 270
- Экономия налога (tax shield), 311
- Экспоненциальное сглаживание, 17
- Экстраполяция тренда, 17
- Элементы, не подлежащие подсчету, *см.* Импондерабили
- Эффективный край, 289

- Яичная скорлупа, 294

КНИГА-ПОЧТОЙ



**ЗАКАЗАТЬ КНИГИ ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА «ПИТЕР»
МОЖНО ЛЮБЫМ УДОБНЫМ ДЛЯ ВАС СПОСОБОМ:**

- по телефону: (812) 294-01-04;
- по электронному адресу: postbook@piter-press.ru;
- на нашем сервере: www.piter-press.ru;
- по почте: 197198, Санкт-Петербург, а/я 619
ЗАО «Питер Пост».

**ВЫ МОЖЕТЕ ВЫБРАТЬ ОДИН ИЗ ДВУХ СПОСОБОВ ДОСТАВКИ
И ОПЛАТЫ ИЗДАНИЙ:**

- ☞ Наложенным платежом с оплатой заказа при получении посылки на ближайшем почтовом отделении. Цены на издания приведены ориентировочно и включают в себя стоимость пересылки по почте (но без учета авиатарифа). Книги будут высланы нашей службой «Книга — почтой» в течение двух недель после получения заказа или выхода книги из печати.
- ☞ Оплата наличными при курьерской доставке (только для Санкт-Петербурга). Курьер бесплатно доставит заказ по указанному адресу в удобное для вас время в течение трех дней. Такой заказ лучше оформлять по телефону.

ПРИ ОФОРМЛЕНИИ ЗАКАЗА УКАЖИТЕ:

- фамилию, имя, отчество, телефон, факс, e-mail;
- почтовый индекс, регион, район, населенный пункт, улицу, дом, корпус, квартиру;
- название книги, автора, код, количество заказываемых экземпляров.

Вы можете заказать бесплатный альманах профессиональной литературы Издательского дома «Питер».

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ
 ПИТЕР®
WWW.PITER.COM

КНИГА-ПОЧТОЙ

СЕРИЯ «БАЗОВЫЙ КУРС»

Крушвиц Л.

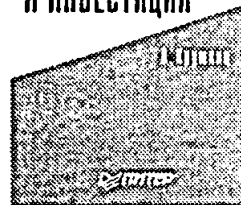
ФИНАНСИРОВАНИЕ И ИНВЕСТИЦИИ

Перед вами – замечательный учебник немецкого ученого Л. Крушвица, профессора Свободного университета Берлина, посвященный проблемам неоклассических основ теории финансов. Необычайно актуальный и сложный материал изложен с немецкой педантичностью, книга хорошо структурирована и методически продумана. Автор умело формулирует и доносит до читателя сущность самых сложных теорий. Все это вместе уже принесло автору международную известность и признание.

Книга предназначена для студентов экономических специальностей и практиков, занимающихся осуществлением финансовых и инвестиционных расчетов.



ФИНАНСИРОВАНИЕ И ИНВЕСТИЦИИ



400 с., 17×24,
переплет
Код 3034

Цена наложенным
платежом 111 р.

СЕРИЯ «БАЗОВЫЙ КУРС»

Базелер У., Сабов З., Хайнрих Й., Кох В.

ОСНОВЫ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

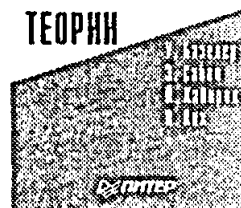
Представленный учебник создавался на основе многолетней преподавательской работы авторов в университетах и в учреждениях повышения квалификации. Он содержит материал вводного уровня по экономической теории и предназначен для обучения экономической теории учащихся средних и высших учебных заведений и слушателей курсов повышения квалификации в области экономики. Его можно также использовать для самообразования.

Учебник дает читателю обширный и основательный обзор как экономической теории, так и экономической практики. После введения в основные экономические термины и анализа различных экономических систем, исследуются основные микро- и макроэкономические взаимосвязи. Детально рассматриваются финансовые аспекты, денежная сфера и внешнеэкономическая проблематика.

Завершается изложение анализом проблем экономической политики.



ОСНОВЫ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ



800 с., 17×24, перепл.
Код 1296

Цена наложенным
платежом 170 р.

СЕРИЯ «БАЗОВЫЙ КУРС»

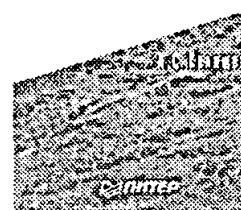
Селищев А. С.

МАКРОЭКОНОМИКА

В учебнике представлен полный курс макроэкономики для студентов экономических специальностей. Автор с большой любовью к студентам и предмету излагает сложный материал в доступной форме. Данная книга предназначена для того, кто действительно хочет постигнуть современную теорию, а постигнув, полюбить ее по-настоящему.



МАКРОЭКОНОМИКА



448 с., 17×24,
перепл.
Код 1206

Цена наложенным
платежом 119 р.

НОВИНКА



**ФИНАНСОВЫЕ
ИНСТИТУТЫ,
РЫНКИ И ДЕНЬГИ**



752 с., 20,5×26,
перепл.

Код 3051

Цена наложенным
платежом 340 р.

КНИГА-ПОЧТОЙ

СЕРИЯ «БАЗОВЫЙ КУРС»

Кидуэлл Д. С., Петерсон Р. Л., Блэкуэлл Д. У.

ФИНАНСОВЫЕ ИНСТИТУТЫ, РЫНКИ И ДЕНЬГИ

Перед вами – фундаментальный труд, посвященный ключевым вопросам функционирования кредитно-денежной системы. Книга вводит читателя в мир финансовых институтов и рынков, раскрывает сущность банковской и страховой деятельности, анализирует проблемы, связанные с регулирующей ролью государства. Приводимые в каждой главе примеры значительно облегчают восприятие конкретных ситуаций, возникающих на практике.

Сочетание теоретического и прагматического подходов делает эту работу полезной и интересной не только для преподавателей, студентов и аспирантов, но и для специалистов в данной области, а также для всех тех, кто хочет ближе познакомиться с кредитной и банковской системой.

НОВИНКА



528 с., 17×24, перепл.

Код 5300

Цена наложенным
платежом 213 р.

СЕРИЯ «УЧЕБНИКИ ДЛЯ ВУЗОВ»

НАЛОГИ И НАЛОГООБЛОЖЕНИЕ

Под ред. Романовского М. В., Врублевской О. В.

Вы держите в руках один из самых подробных отечественных учебников по налогам и налогообложению, написанных с учетом последних изменений в российском законодательстве. В книге даются основы теории налогообложения и налогового права, раскрывается структура и принципы построения налоговой системы Российской Федерации, изложен порядок уплаты основных налогов РФ, описываются налоги развитых стран и стран СНГ.

Учебник предназначен для студентов экономических вузов всех форм обучения, аспирантов, преподавателей. Он будет также полезен широкому кругу читателей, интересующихся проблемами государственных финансов и налогообложения.

БЕСТСЕЛЛЕР



560 с., 17×24, перепл.

Код 1176

Цена наложенным
платежом 153 р.

СЕРИЯ «ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА МЕНЕДЖМЕНТА»

Дойль П.

МЕНЕДЖМЕНТ: СТРАТЕГИЯ И ТАКТИКА

Перед вами – удобный, полный и необыкновенно практичный учебник по менеджменту. Несмотря на то, что он рассчитан прежде всего на студентов MBA, чтение его окажется полезным и практикам – от руководителей до линейных менеджеров.

Основное его отличие от большинства подобных учебников – в его практической направленности. Автор камня на камне не оставляет от множества мифов и теорий, муссирующихся в специальной литературе по менеджменту. Питер Дойль выдвигает тезис, приводит по нему все «за» и «против» и оставляет читателю выбирать в каждой ситуации – что для него важнее: масса прибыли или норма прибыли, кратковременный или долгосрочный успех, высокая текучесть кадров или «пожизненный найм».

Первое издание его книги удостоилось награды «Лучший учебник по менеджменту в Европе». Мы предлагаем дополненное и усовершенствованное издание.

ПИТЕР®

УВАЖАЕМЫЕ ГОСПОДА!

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ «ПИТЕР» ПРИГЛАШАЕТ ВАС К ВЗАИМОВЫГОДНОМУ СОТРУДНИЧЕСТВУ. МЫ ПРЕДЛАГАЕМ ЭКСКЛЮЗИВНЫЙ АССОРТИМЕНТ КОМПЬЮТЕРНОЙ, МЕДИЦИНСКОЙ, ПСИХОЛОГИЧЕСКОЙ, ЭКОНОМИЧЕСКОЙ И ПОПУЛЯРНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ. МЫ ГОТОВЫ РАБОТАТЬ ДЛЯ ВАС НЕ ТОЛЬКО В САНКТ-ПЕТЕРБУРГЕ. НАШИ ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВА НАХОДЯТСЯ В МОСКВЕ, МИНСКЕ, КИЕВЕ, ХАРЬКОВЕ. ЗА ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ ОБРАЩАЙТЕСЬ ПО СЛЕДУЮЩИМ АДРЕСАМ:

Россия, г. Москва

Представительство издательства «Питер»,
м. «Калужская», ул. Бутлерова, д. 17-Б, оф.
207
и 240, тел./факс (095) 234-38-15, 333-15-73.
E-mail: sales@piter.msk.ru

Россия, г. С.-Петербург

Представительство издательства «Питер»,
м. «Электросила», ул. Благодатная, д. 67,
тел. (812) 327-93-37, 294-54-65.
E-mail: sales@piter-press.ru

Украина, г. Харьков

Представительство издательства «Питер»,
тел. (0572) 23-75-63, факс (0572) 14-96-09.
Почтовый адрес: 310093,
г. Харьков, а/я 9130.
E-mail: piter@tender.kharkov.com

Украина, г. Киев

Филиал Харьковского представительства
издательства «Питер», тел./факс (044)
211-85-27, тел. 211-83-77. Почтовый адрес:
г. Киев 116, а/я 2.
E-mail: office@piter-press.kiev.ua

Беларусь, г. Минск

Представительство издательства «Питер»,
тел./факс (0172) 16-00-06. Почтовый адрес:
220012, г. Минск, ул. Кедышко, д. 19,
а/я 104.
E-mail: piterbel@carry.nsys.by

КАЖДОЕ ИЗ ЭТИХ ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВ РАБОТАЕТ С КЛИЕНТАМИ ПО ЕДИНОМУ СТАНДАРТУ ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА «ПИТЕР».



Предлагаем принять участие в совместных проектах по электронным продажам. Дополнительную информацию можно получить по телефону в Санкт-Петербурге: (812) 327-93-37.

E-mail: siti@piter-press.ru



Ищем зарубежных партнеров или посредников, имеющих выход на зарубежный рынок. Телефон для связи: (812) 327-93-37.

E-mail: sea@piter-press.ru



Редакции компьютерной, психологической, экономической, юридической, медицинской, учебной и популярной (оздоровительной и психологической) литературы Издательского дома «Питер» приглашают к сотрудничеству авторов. Обращайтесь по телефону: (812) 327-13-11.



УВАЖАЕМЫЕ ГОСПОДА!
КНИГИ ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА
«ПИТЕР» ВЫ МОЖЕТЕ ПРИОБРЕСТИ
ОПТОМ И В РОЗНИЦУ У НАШИХ
РЕГИОНАЛЬНЫХ ПАРТНЕРОВ.

Башкортостан

Уфа, «Азия», ул. Зенцова, д. 70
(оптовая продажа), маг. «Оазис», ул. Чернышевского, д. 88, тел./факс (3472) 50-39-00.
E-mail: asiaufa@ufanet.ru

Дальний Восток

Владивосток, «Приморский Торговый Дом Книги», тел./факс (4232) 23-82-12.
Почтовый адрес: 690091, Владивосток, ул. Светланская, д. 43.
E-mail: bookbase@mail.primorye.ru

Хабаровск, «Мирс», тел. (4212) 22-74-58, факс 22-73-30. Почтовый адрес: 680000, Хабаровск, ул. Ким-Ю-Чена, д. 21.
E-mail: postmaster@bookmirs.khv.ru

Хабаровск, «Книжный мир», тел. (4212) 32-85-51, факс 32-82-50. Почтовый адрес: 680000, Хабаровск, ул. Карла Маркса, д. 37.

Европейские регионы России

Архангельск, «Дом Книги», тел. (8182) 64-00-56, факс 65-41-34. Почтовый адрес: 163061, Архангельск, пл. Ленина, д. 3.
E-mail: book@atnet.ru

Калининград, «Пресса», тел. (0112) 53-66-97, факс 53-63-87. Почтовый адрес: 236040, Калининград, ул. Подполковника Иванникова, д. 3-А.
E-mail: book@pressa.gazinter.net

Краснодар, «Когорта», тел./факс (8612) 62-54-97. Почтовый адрес: 350033, Краснодар, ул. Ленина, д. 101.

Северный Кавказ

Ессентуки, «Россы», ул. Октябрьская, 424, тел./факс (86534) 6-93-09. Почтовый адрес: 357600, Ессентуки, а/я 80.
E-mail: rossy@kmv.ru

Сибирь

Братск, «Прометей», тел./факс (3953) 43-18-76. Почтовый адрес: 665708, Братск, ул. Кирова, д. 35.

Иркутск, «Продавить», тел. (3952) 59-13-70, факс 51-23-31. Почтовый адрес: 664031, Иркутск,

ул. Байкальская, д. 172, а/я 1397.
E-mail: prodalit@irk.ru; http://www.prodalit.irk.ru

Иркутск, «Антей-книга», тел./факс (3952) 34-69-38. Почтовый адрес: 664003, Иркутск, ул. Карла Маркса, д. 20.
E-mail: antey@irk.ru

Красноярск, «Книжный Мир», тел./факс (3912) 27-39-71. Почтовый адрес: 660049, Красноярск, пр. Мира, д. 86.
E-mail: book-world@public.krasnet.ru

Нижневартовск, «Дом книги», тел. (3466) 23-59-50 факс 23-27-14. Почтовый адрес: 626440, Нижневартовск, пр. Победы, д. 12.

Новосибирск, «Топ-книга», тел. (3832) 36-10-26, факс 36-10-27. Почтовый адрес: 630117, Новосибирск, а/я 560.
E-mail: office@top-kniga.ru;
http://www.top-kniga.ru

Тюмень, «Друг», ул. Республики, д. 211, тел./факс (3452) 21-02-20.
E-mail: drug@tyumen.ru

Тюмень, «Фолиант», тел. (3452) 27-36-06, факс 27-36-11. Почтовый адрес: 625039, Тюмень, ул. Харьковская, д. 83-А.
E-mail: foliant@tyumen.ru

Татарстан

Казань, «Таис», ул. Гвардейская, д. 9-А, тел. (8432) 76-34-55, факс 38-24-32.
E-mail: tais@bancorp.ru

Урал

Екатеринбург, магазин № 14, ул. Челюскинцев, д. 23, тел. (3432) 53-24-90.
E-mail: gvardia@mail.ur.ru

Екатеринбург, «Валео Плюс», тел. (3432) 42-07-75, 42-56-00.
E-mail: valeo@emts.ru

Пермь, «Азбука», тел. (3422) 41-01-41, факс 64-12-26. Почтовый адрес: 614010, Пермь, ул. Героев Хасана, д. 10.
E-mail: azb_plus@perm.raid.ru

