

Государственный комитет Российской Федерации
по высшему образованию

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ:
РЕГИОНАЛЬНЫЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР (ЕВРОПА)
ВСЕМИРНОЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ОРГАНИЗАЦИИ

И. Н. РУСИН, Г. Г. ТАРАКАНОВ

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЕ ПРОГНОЗЫ ПОГОДЫ

Рекомендовано
Государственным комитетом Российской Федерации
по высшему образованию
в качестве учебного пособия
для студентов вузов, обучающихся
по направлению «Гидрометеорология»,
специальности «Метеорология»

Санкт-Петербург 1996

1911

Russian Federation State Committee
for Higher Education

STATE HYDROMETEOROLOGICAL INSTITUTE
OF THE RUSSIAN FEDERATION:
REGIONAL METEOROLOGICAL TRAINING CENTRE (EUROPE)
OF THE WORLD METEOROLOGICAL ORGANIZATION

I. N. RUSIN, G. G. TARAKANOV

VERY SHORTRANGE
FORECASTS

Saint-Petersburg 1996

Русин И. Н., Тараканов Г. Г. Сверхкраткосрочные прогнозы погоды. — СПб, изд. РГГМИ, 1996. — 308 с.

Книга представляет собой учебное пособие по курсу «Сверхкраткосрочные прогнозы погоды». В ней изложены вопросы организации сверхкраткосрочного прогнозирования, описаны принципиальные процессы формирования локальной погоды и методы ее прогноза. Приведен математический аппарат, используемый в методах сверхкраткосрочного прогнозирования.

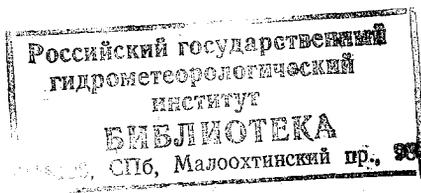
Книга предназначена для студентов высших учебных заведений, специализирующихся в области прогнозов погоды.

The book is a training aid for the course «Very shortrange forecasts». In this book, the matter of very shortrange forecasting organization is given, the processes of principle of local weather formation and the forecasting of this weather are described. Mathematical means used in the very shortrange forecasting methods are reviewed.

The book is intended for university students specialized in weather prediction.

ISBN 5—86813—103—7

© И. Н. Русин, Г. Г. Тараканов, 1996



ПРЕДИСЛОВИЕ

Потребителей метеорологической информации часто интересуют изменения погоды в ближайшие часы непосредственно над объектом их деятельности: стадионом, аэропортом, фруктовым садом, опытным полем и т. д. Метеорологу-прогнозисту приходится отвечать на два вопроса: 1) Какая погода будет над объектом обслуживания в заданное время? 2) Наступят ли над указанным объектом в ближайшие часы нежелательные изменения или явления погоды и если наступят, то когда они начнутся и когда кончатся? По сути дела от прогнозиста требуется дать прогноз погоды очень маленькой заблаговременности и очень большой точности, в том числе по месту и времени. Такие прогнозы получили название сверхкраткосрочных. Их иногда называют еще локальными прогнозами, а погоду над определенным объектом или местом — локальной погодой. Она формируется под влиянием мезомасштабных процессов (возмущений) или мезомасштабных особенностей объектов синоптического масштаба. Слежение за мезомасштабными особенностями метеорологических полей, их проявлениями в виде возмущений, за перемещением и эволюцией мезомасштабных объектов атмосферы и связанной с ними погоды представляет собой предмет данного учебного пособия по курсу одноименного названия, читаемому в РГГМИ.

Книга не претендует на охват всех аспектов мезометеорологии. Она лишь дает представление об организации и методах сверхкраткосрочного прогнозирования в пределах программы данного курса. Предполагается, что изучающий этот курс знаком с общей, динамической и синоптической метеорологией.

Книга состоит из трех частей. В первой части (главы 1 и 2) рассматриваются вопросы организации сверхкраткосрочного прогнозирования и общие принципы формирования локальной погоды. Вторая часть (главы 3—6) посвящена рассмотрению методов прогноза локальной погоды в разных исходных состояниях атмосферы. Ограниченный объем пособия не позволил изложить все частные методики прогноза мезомасштабных явлений, поэтому здесь излагаются лишь общие принципы составления таких прогнозов и в качестве примеров приводятся некоторые частные методики. В третьей части (главы 7 и 8) представлено математическое обеспечение самого сверхкраткосрочного прогнозирования, а также разработки частных методик прогноза.

Поскольку в институте обучается много иностранных учащихся, книга написана на двух языках: русском и английском.

Методика прогноза высоты нижней границы облаков на 10—20 минут (глава 4) разработана и любезно предоставлена для опубликования В. В. Клеминым и Г. П. Луценко.

Авторы выражают признательность проф. Дональду Моргану (США), взявшему на себя труд по рецензированию книги, а также О. Г. Гарбузову и Н. И. Резвой за техническую работу по подготовке рукописи к изданию.

Глава 1

ОРГАНИЗАЦИЯ И СРЕДСТВА СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫХ ПРОГНОЗОВ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Согласно терминологии ВМО, прогнозы, заблаговременность которых не превышает 12 ч, называются сверхкраткосрочными (СКП). В ряде случаев (например, при развитии особо опасных явлений типа смерч, шквал, град, а также при обслуживании авиации) прогнозы составляются на еще более короткие сроки: от 3 ч до нескольких минут. Такие прогнозы составляют с «перекрытием», т. е. идет как бы непрерывное прогнозирование на короткие сроки (по мере поступления «свежей» информации). Например, прогноз с 9 до 12 ч, затем с 10 до 13 ч и т. д. Составленные перекрывающиеся прогнозы получили название текущее прогнозирование (ТП). В ВМО ТП обозначается термином «Nowcasting» (N). Кроме того, термин «Nowcasting» включает в себя также оповещение о текущей погоде и ее детальное распределение в пространстве, о движении синоптических объектов и мезомасштабных возмущений.

Текущее прогнозирование, или Nowcasting, осуществляется преимущественно методами экстраполяции, адвекции, трансляции. Сверхкраткосрочный прогноз — более широкое понятие. Прогнозирование на сроки до 12 ч требует применения различных прогностических моделей: синоптических (эмпирических), статистических, гидродинамических. Последние в свою очередь требуют много точной информации и совершенной вычислительной техники.

Все метеорологические процессы по их пространственному и временному масштабам можно разделить на четыре группы: макропроцессы (их иногда называют планетарными), процессы синоптического масштаба, мезопроцессы, микропроцессы. В табл. 1.1 представлены масштабные характеристики этих процессов.

Расстояние между станциями стандартной сети синоптических станций имеет масштаб $\delta L = 10^5$, а временной масштаб наблюдений (дискретность наблюдений) $\tau = 10^4$. Из табл. 1.1 видно, что стандартная сеть метеонаблюдений может обеспечить информацию, пригодную для прослеживания процессов синоптического и планетарного масштаба.

Масштабы метеорологических процессов

Характеристика	Масштаб			
	макро (планетарный)	синоптический	мезо	микро
L м	10^7	10^6	10^5-10^4	$<10^3$
U м/с	10^1	10^1	10^1	10^1
τ с	10^6	10^5	10^4-10^3	$<10^2$

Примечание. Здесь L — горизонтальный масштаб, τ — временной масштаб, U — масштаб скорости ветра.

Между тем локальная погода и особенно опасные явления определяются мезо- и микровозмущениями. В дальнейшем, для краткости, будем называть их малыми возмущениями и обозначать МВ.

Для успешного обнаружения и прослеживания МВ необходима определенная система получения информации (СПИ), отличная от ныне существующей. Развитие технических средств позволило приступить к конструированию и созданию таких СПИ, которые в принципе могли бы поставлять информацию непрерывно с большим пространственным разрешением. Такие СПИ включают:

- а) сеть радиолокационных (р/л) станций;
- б) метеорологические спутники;
- в) автоматизированную сеть наземных станций, расположенных на сравнительно небольшом расстоянии друг от друга;
- г) станции зондирования атмосферы с поверхности Земли (радиозондирование, акустическое зондирование, лазерное зондирование).

Такие СПИ будут давать огромный объем информации, переработка которой обычными, имеющимися в распоряжении синоптика, средствами просто невозможна. Заметим, что даже те р/л и спутниковые данные, которые есть сейчас, используются недостаточно эффективно: велик интервал от момента наблюдения до момента использования; нет возможности эти сведения быстро и качественно обработать.

Следовательно, требуется система сбора, усвоения и переработки больших объемов информации в короткие сроки, а также представления информации в удобном для потребителя виде (ССУПИ). Такая система должна базироваться на комплексах ЭВМ и отображающих устройств, позволяющих быстро перерабатывать большой объем информации и представлять диагностическую и прогностическую продукцию на дисплее в форме графиков, карт, схем или в цифровой форме на дисплее или на бумаге.

ТРЕБОВАНИЯ К СПИ И ССУПИ

В зависимости от того, какие возмущения мы хотим обнаруживать и прогнозировать, будут определяться требования к системе наблюдений, сбора, обработки и распространения информации.

Допустим, мы решили обнаруживать такие МВ, как *нисходящие порывы ветра* в кучево-дождевых облаках (Сб). Тогда нам потребуется сеть с точками наблюдения, отстоящими друг от друга на сотни метров. Экономически мы вряд ли это можем себе позволить. Вероятно, мы ограничимся задачей обнаруживать и прогнозировать МВ, минимальные горизонтальные размеры которых 10^1 км, а характерное время жизни 10^2 — 10^3 с (десятки минут): *взрывной циклогенез, атмосферные фронты, линии шквалов, скопления Сб*; тогда требования к пространственному разрешению будут существенно ниже. В этом случае достаточно иметь пункты наблюдений, располагающиеся на расстоянии порядка 10^0 — 10^1 км в пределах территории сбора информации с центром в пункте прогноза, а интервал между наблюдениями должен быть 10 мин. Такое временное и пространственное разрешение для всех параметров *невозможно*. Экономически оправдано проводить с таким высоким разрешением наблюдения только тех метеовеличин, которые обладают наибольшей изменчивостью (высота облаков, интенсивность осадков). Другие величины могут измеряться с меньшим разрешением. *В случае необходимости тонкая структура этих величин может быть восстановлена с помощью уравнений гидротермодинамики.*

Системы получения, сбора и обработки данных (СПИ, ССУПИ) составляют информационную основу для текущих и сверхкраткосрочных прогнозов. Для составления последних также необходима определенная система. Будем называть ее системой сверхкраткосрочного прогнозирования (ССП). Особенностью сверхкраткосрочных прогнозов является то, что они должны составляться для определенного места: аэропорта, морского порта, стадиона, пастбища, строительной площадки и т. д. Желательно указать интенсивность ожидаемого явления и время его начала. Потребителя интересует, будет ли то или иное явление непосредственно над его объектом и, если будет, когда оно начнется. Если предсказанное явление было, но наблюдалось вне пределов объекта или началось не в указанное в прогнозе время, то сверхкраткосрочный прогноз считается неоправдавшимся. Таким образом, требования к сверхкраткосрочному прогнозу существенно выше, чем к обычному краткосрочному прогнозу. С учетом повышенных требований к прогнозу систему сверхкраткосрочного прогнозирования можно представить в виде двух компонентов, отражающих определенную последовательность прогнозирования. *Первый компонент* включает в себя средства прогноза возникновения малых возмущений или погодных явлений, которые в исходный момент времени еще не наблюдаются в районе обслуживания. *Второй*

компонент включает в себя средства прогноза перемещения и эволюции МВ или погодного явления после того, как оно (или его «зародыш») обнаружено СПИ и/или ССУПИ, с целью указать интенсивность и время начала явления в точке прогноза. Функции этих двух компонентов могут быть проиллюстрированы на следующем примере. Представим себе, что по данным утренних наблюдений за состоянием атмосферы с помощью средств первого компонента предсказана гроза в послеполуденные часы. Однако время и место возникновения грозового облака остаются неизвестными. Ничего нельзя сказать, естественно, и о том, будет ли гроза в интересующем потребителя пункте. На основании этого прогноза СПИ и ССУПИ получают команду следить за возникающими возмущениями. Как только ими обнаруживается «подозрительный» объект, все данные о нем передаются в прогностический центр, где средства второго компонента распознают, является ли этот объект «зародышем» грозы. Если объект признан как «зародыш» грозы, за ним, во-первых, продолжается слежение, и, во-вторых, прогнозируется его перемещение и эволюция. На основе этого устанавливается, придет ли гроза в интересующий потребителя пункт и, если придет, когда она начнется.

Первый компонент ССП включает в себя:

- а) методы интерпретации численных прогнозов для предсказания возникновения МВ, не прогнозируемых непосредственно в численных схемах;
- б) динамические (термодинамические) модели мезомасштабных прогнозов;
- в) статистические модели мезомасштабных прогнозов;
- г) синоптические модели прогноза элементов погоды;
- д) средства объективного (автоматизированного) распознавания текущей синоптической ситуации.

Второй компонент ССП включает в себя:

- а) средства распознавания типа возникающих МВ;
- б) экстраполяционные процедуры прогноза движения и эволюции МВ на ближайшие сроки, от нескольких минут до 3 ч;
- в) процедуры расчета адвекции и трансляции метеорологических полей;
- г) прогностические процедуры, основанные на средствах дискриминантного анализа.

Разумеется, все операции производятся на ЭВМ, результаты выводятся на дисплей в удобной для прогнозиста форме.

Роль синоптика-прогнозиста: синтезирование различных видов диагностической и прогностической продукции, логический анализ поступающей информации, выбор прогностической модели, корректировка модельного прогноза на основе текущего хода погоды в пределах наблюдательной сети данной системы, принятие решений относительно формулировки прогнозов.

На рис. 1.1 представлена принципиальная схема организации сверхкраткосрочного прогнозирования.

При выборе прогностической модели синоптик-прогнозист должен не только руководствоваться решением определенной прогностической задачи, но и учитывать некоторые особенности моделей, а также принимать во внимание качество исходной информации.

Имеющиеся в настоящее время мезомасштабные прогностические модели можно разделить на два класса.

I класс. Динамические модели МВ или явлений, возникновение которых обусловлено соответствующим распределением метеорологических величин. Естественно, что реализация этих моделей предусматривает введение в них исходных данных с более плотной сетью станций, производящих наблюдения чаще, чем обычные станции регулярной сети. В данном случае действует правило: *чем меньше масштаб явления, тем плотнее сеть наблюдений и тем чаще они должны проводиться.* В идеале наблюдения должны быть непрерывны в пространстве и во времени. В идеале же необходимо, чтобы измеренные величины и координаты пунктов измерений не содержали бы ошибок. В настоящее время мы далеки от идеала, а потому при реализации динамических моделей возникает проблема соотношения «сигнал — шум». Поясним эту проблему на примере.

Пусть в процессе реализации какой-то модели возникает необходимость вычислить составляющую градиента скорости ветра, определяемую производной $\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_1 - U_2}{x_1 - x_2}$. Как скорость ветра, так и координаты точек 1 и 2 определяются с некоторой ошибкой. Тогда

$$\begin{aligned} U_1 &= \bar{U}_1 + \delta U_1; & U_2 &= \bar{U}_2 + \delta U_2; \\ x_1 &= \bar{x}_1 + \delta x_1; & x_2 &= \bar{x}_2 + \delta x_2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} U_1 &= \bar{U}_1 + \delta U_1; \\ x_1 &= \bar{x}_1 + \delta x_1; \end{aligned}} \right\} \text{ЗЗ}$$

(здесь черта сверху означает истинное значение);

$$\frac{\partial U}{\partial x} \approx \frac{(\bar{U}_1 - \bar{U}_2) + (\delta U_1 - \delta U_2)}{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + (\delta x_1 - \delta x_2)}. \quad (1.1)$$

В выражении (1.1) $(\bar{U}_1 - \bar{U}_2)$ и $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ представляют собой истинные значения разностей, или «сигнал», а $(\delta U_1 - \delta U_2)$ и $(\delta x_1 - \delta x_2)$ — ошибки, или «шум». При неблагоприятных обстоятельствах, когда ошибки имеют разные знаки, значение «шума» может быть достаточно большим. В то же время чем меньше расстояние между точками 1 и 2, тем меньше значение «сигнала». Может случиться так, что при некотором значении $\delta x = (x_1 - x_2)$ «сигнал» станет равен «шуму». Дальнейшее уменьшение значения δx приведет к тому, что «шум» будет больше «сигнала». Если в этом случае применить фильтрующую процедуру, то будет от-

фильтрован «сигнал» и модель будет работать с «шумом», давая заведомо неверный результат. Следовательно, даже самые совершенные динамические модели требуют применения исключительно точной и детальной исходной информации и могут использоваться только для прогноза достаточно крупных возмущений.

II класс. Модели явлений и процессов, на развитие которых преобладающее воздействие оказывают особенности орографии: граница суша—море, горные хребты, холмы, крупные города и т. д. Эти модели учитывают влияние неоднородной поверхности на мезопроцессы и таким образом позволяют предсказывать орографические осадки, бурю, бризы и другие явления. Разумеется, и здесь приходится опираться на какую-то исходную информацию. Однако требования к ее точности и детальности не столь строгие, как в моделях класса I.

Значительную роль играют статистические методы прогнозирования. Прогностические связи получаются в виде уравнений регрессии. Широко используются также дискриминантные функции. При разработке статистических методик прогноза наиболее существенной частью работы является отбор предикторов. Обычно требуется большой объем архивного материала: в противном случае как отбор предикторов, так и статистические связи оказываются ненадежными. Однако какой бы ни был исходный материал, следует иметь в виду, что статистические связи не остаются постоянными. С течением времени они устаревают. Поясним это утверждение на примере. Пусть на основе 10-летнего ряда наблюдений (скажем, с 1971 по 1980 г.) для прогноза некоторой величины S получены статистические связи в виде линейного уравнения регрессии

$$S_{t_0+\delta t} = \sum_{i=1}^n a_i P_i,$$

где a_i — коэффициенты регрессии, P_i — предикторы. Если аналогичную связь с использованием тех же предикторов получить для другого 10-летнего ряда (скажем, с 1981 по 1990 г.),

$$S_{t_0+\delta t} = \sum_{j=1}^n a_j P_j,$$

то совсем не обязательно

$$a_i = a_j;$$

скорее всего, $a_i \neq a_j$. Иными словами, существующие статистические связи, а также полученные на их основе эмпирические формулы постоянно должны уточняться на «свежем» материале. Следует также добавить, что многие статистические связи локальны, т. е. применимы только для определенного места. Поэтому прежде чем использовать какую-либо статистическую методику, необ-

ходимо убедиться в ее пригодности для данного конкретного случая.

Все упомянутые выше особенности моделей и статистических методов прогнозов следует учитывать при выборе способа прогнозирования.

Глава 2

ФОРМИРОВАНИЕ ЛОКАЛЬНОЙ ПОГОДЫ

Погода, наблюдаемая в каком-либо конкретном месте (аэропорт, морской порт, участок сельхозугодий, район города и т. п.), называется *локальной погодой* (ЛП). В одних случаях она может не отличаться от погоды в окружающих районах, а в других — иметь особый характер. В последних воздействие на ЛП оказывают, с одной стороны, малые возмущения (МВ), а с другой — местные, чаще всего орографические, особенности. Однако в любом случае решающую роль играет так называемый синоптический фон. Малые возмущения развиваются под влиянием процессов более крупного масштаба и в значительной мере зависят от свойств воздушной массы (масс), в которой они формируются, и от орографических особенностей района. Схема процесса формирования какого-либо локального явления погоды (рис. 2.1) выглядит следующим образом: макрометеорологический процесс (ММП) обуславливает возникновение процессов синоптического масштаба (ПСМ) и формирует воздушные массы (массу). На фоне последних возникают МВ, движение и развитие которых управляется как ПСМ, так и местными особенностями (МО), как то: орография, «тепловые острова» городов, деятельность человека, состояние подстилающей поверхности. В ряде случаев МВ возникают под влиянием МО и бывают свойственны только данному конкретному месту. Например, бризы и связанные с ними явления (см. главу 6, с. 96—98).

Рассмотрим пример формирования МВ. Пусть в теплый сезон года имеется планетарная высотная фронтальная зона (ПВФЗ), разделяющая холодную и теплую воздушные массы. Возникающие в ней волны Россби, во-первых, способствуют возникновению циклонов (антициклонов), а во-вторых, формируют неустойчивый воздух в северных потоках (холодный воздух приходит на теплую подстилающую поверхность) и устойчивый воздух в южных потоках (теплый воздух приходит на холодную поверхность). Циклоническая циркуляция создает условия для возникновения конвергенции, а последняя способствует реализации неустойчивости, что проявляется в формировании вторичных холодных фронтов, линий шквалов и других мезомасштабных конвективных комплексов (МКК). Конвективные комплексы перемещаются в соответствии с потоками в нижней и средней тропосфере, формируемыми синоптическими объектами. В зонах конвергенции (береговая линия,

навстречный склон, граница город — поле и т. п.) МКК усиливаются, а в зонах дивергенции размываются (см. с. 43, 44). Формирование конвекции зависит также от влажности воздушной массы: чем выше влажность воздуха, тем легче и быстрее формируется конвекция. Существенную роль в формировании МВ играет фон давления, барические тенденции. Низкое давление и отрицательные тенденции благоприятны для возникновения и развития МКК и явлений, с ними связанных; они также увеличивают интенсивность обложных осадков, свидетельствуют о возможности усиления ветра. Наоборот, высокое давление и положительные тенденции неблагоприятны для МКК и для обложных осадков, однако ночью при значительной влажности воздуха эта ситуация чревата возникновением туманов.

Приведенные выше рассуждения позволяют указать некоторые факторы, сочетания которых могут способствовать возникновению одних малых возмущений и препятствовать возникновению других, и наоборот.

1. Циркуляционные условия. Достаточно различать два типа циркуляционных условий: циклоническая циркуляция и антициклоническая циркуляция в рамках процесса синоптического масштаба. Простейший способ определения типа циркуляции — вычисление значения геострофического вихря

$$\Omega_r = \frac{1}{\rho l} \nabla^2 P. \quad (2.1)$$

Если $\Omega_r > 0$, имеет место циклоническая циркуляция. Если $\Omega_r < 0$, антициклоническая. Чем больше абсолютное значение $|\Omega_r|$, тем интенсивнее циркуляция. Удобно представлять показатель циркуляции в безразмерном виде

$$\Omega = \frac{\Omega_r}{|\bar{\Omega}_r|}. \quad (2.2)$$

Здесь $|\bar{\Omega}_r|$ — некоторое среднее абсолютное значение геострофического вихря, при котором существует вероятность возникновения возмущения. Так, например, для Северо-Запада России $|\bar{\Omega}_r| = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ при вероятности возникновения возмущения $P \geq 0,2$ (при антициклонических условиях циркуляции в качестве «возмущений» принималось формирование инверсий).

2. Статическая устойчивость. Наиважнейшим условием формирования возмущений является статическая устойчивость (неустойчивость). Опасны как значительная неустойчивость, так и сверхустойчивость атмосферы. В первом случае формируются МКК, во-втором — низкие облака (зимой), туманы, создаются условия для аккумуляции различных примесей в атмосфере.

При оценке устойчивости в целях сверхкраткосрочного прог-

ноза традиционные приемы, основанные на сравнении фактического и адиабатического (влажноадиабатического) вертикальных градиентов температуры, крайне неудобны. Обычно применяют различные показатели неустойчивости. Наиболее часто применяется показатель эквивалентно-статической устойчивости

$$\Gamma_e = \frac{\Theta}{\Theta_e} \frac{\Theta_{en} - \Theta_{en}}{\Delta z}, \quad \text{смысл} \quad (2.3)$$

где $\Theta = T(1000/p)^{0.288}$ — потенциальная температура, К; T — температура, К; p — давление, гПа; $\Theta_e \approx \Theta_e \exp(Lq_s/C_p T_k)$ — эквивалентно-потенциальная температура; $L \approx 2,5 \cdot 10^6$ Дж/кг — скрытая теплота; q_s — массовая доля влаги при насыщении, кг/кг; T_k — температура частицы, К, если ее адиабатически привести к состоянию насыщения; $C_p \approx 10^3$ Дж/(кг·К) — теплоемкость при постоянном давлении. Индексы «в» и «н» соответственно относятся к верхней и нижней границе рассматриваемого слоя толщиной Δz в сотнях метров. Более подробные сведения о показателе можно получить в книге О. Г. Богаткина и Г. Г. Тараканова «Учебный авиационный метеорологический атлас. Методические указания и приложения» (Л.: Гидрометеиздат, 1990, с. 39—45).

Если $\Gamma_e > 0$ атмосфера устойчива,

$\Gamma_e = 0$ атмосфера в состоянии равновесия,

$\Gamma_e < 0$ атмосфера неустойчива.

Значение Γ_e вычисляют послойно между стандартными изобарическими поверхностями. Заметим, что при наличии приземных инверсий за нижнюю границу самого нижнего слоя принимают верхнюю границу приземной инверсии. Если инверсии нет, то самый нижний уровень — поверхность Земли.

Этот показатель также удобно представить в безразмерном виде:

$$\Gamma = \frac{\Gamma_e}{\bar{\gamma}} \cdot \sqrt{\quad} \quad (2.4)$$

Здесь $\bar{\gamma}$ — среднее многолетнее значение вертикального градиента температуры в соответствующем слое. Значение $\bar{\gamma}$ легко найти в климатическом справочнике.

3. Динамическая неустойчивость. Динамическая неустойчивость атмосферы является одним из необходимых условий возникновения возмущений синоптического масштаба. Однако и прямо, и косвенно она участвует в генерации МВ. Так, при возникновении мезоциклонов наличие динамической неустойчивости непосредственно влияет на формирование этих возмущений. Иницируя процесс крупномасштабного циклогенеза, динамическая неустойчивость тем самым косвенно влияет на формирование МВ, так как возникающая циклоническая циркуляция способствует разрешению статической неустойчивости (см. с. 20). Для количе-

ственной оценки динамической неустойчивости существует множество различных показателей. Наиболее общим из них является показатель

$$DI = \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial n} + \frac{\partial^2 V}{\partial n^2} + \frac{l^2}{\sigma} \frac{\partial^2 V}{\partial P^2}, \quad (2.5)$$

который включает в себя как баротропную (два первых члена в правой части), так и бароклинную неустойчивость (третий член в правой части). В умеренных и высоких широтах баротропными членами можно пренебречь, так как они по крайней мере на порядок меньше третьего, бароклинного, члена.

В (2.5) R — радиус кривизны линий тока, V — вектор скорости ветра, n — нормаль к линии тока, направленная вправо от направления течений; $l = 2\omega \sin \varphi$ — параметр Кориолиса;

$$\sigma = \frac{\partial \Phi}{\partial P} \frac{1}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial P}, \quad \checkmark$$

где Φ — геопотенциал ($\text{м}^2/\text{с}^2$), P — давление (Па), Θ — потенциальная температура.

Так как $\Phi = gz$, то $\frac{\partial \Phi}{\partial P} \approx (z_H - z_B) / \Delta P$, где ΔP — толщина слоя (в Па), а индексы «в» и «н» обозначают верхнюю и нижнюю границы слоя соответственно. Аналогично

$$\frac{\partial \Theta}{\partial P} = \frac{\Theta_H - \Theta_B}{\Delta P}.$$

Если рассматривать какой-либо конкретный слой, например 500—850 гПа, то

$$\sigma_{850}^{500} = \frac{g}{\Theta} \frac{(z_{500} - z_{850})(\Theta_{500} - \Theta_{850})}{12,25 \cdot 10^8}$$

или, принимая $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ и $\Theta \approx 3 \cdot 10^2 \text{ К}$,

$$\sigma_{850}^{500} \approx 2,7 \cdot 10^{-11} (z_{500} - z_{850})(\Theta_{500} - \Theta_{850}). \quad (2.6)$$

Для того же слоя

$$\frac{\partial^2 V}{\partial P^2} \Big|_{850}^{500} \approx \frac{1}{1,75 \cdot 10^8} \left[\frac{V_{850} - V_{500}}{1,5} - \frac{V_{700} - V_{500}}{2} \right]$$

или, обозначая $V_{850} - V_{700} = V_1$ и $V_{700} - V_{500} = V_2$,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial P^2} \Big|_{850}^{500} = \frac{2}{5,25 \cdot 10^8} [V_1 - 0,75V_2]. \quad (2.7)$$

Здесь V_1 — вектор вертикального сдвига ветра в слое 700—850 гПа, V_2 — то же в слое 500—700 гПа.

Модули векторов V_1 и V_2 могут быть вычислены как

$$V_1 = \sqrt{V_{700}^2 + V_{850}^2 - 2V_{700}V_{850} \cos \alpha_1},$$

где α_1 — угол между направлениями ветра на уровнях 850 и 700 гПа;

$$V_2 = \sqrt{V_{500}^2 + V_{700}^2 - 2V_{500}V_{700} \cos \alpha_2},$$

где α_2 — угол между направлениями ветра на уровнях 700 и 500 гПа.

Направления этих векторов вычисляются как

$$d_1 = d_{850} \pm \arccos \frac{V_{850} - V_{700} \cos \alpha_1}{V_1},$$

$$d_2 = d_{700} \pm \arccos \frac{V_{700} - V_{500} \cos \alpha_2}{V_2}.$$

При левом повороте ветра с высотой используется верхний знак перед вторым членом, при правом — нижний.

Выражение (2.7) можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 V}{\partial P^2} \Big|_{850}^{500} = \frac{2 \sqrt{V_1^2 + (0,75V_2)^2 - 1,5V_1V_2 \cos |d_1 - d_2|}}{5,25 \cdot 10^8}. \quad (2.8)$$

Подставляя (2.8) и (2.6) в (2.5), получаем

$$DI_{850}^{500} = \frac{3 \cdot 10^{-6} (\sin \varphi)^2 \sqrt{V_1^2 + (0,75V_2)^2 - 1,5V_1V_2 \cos |a_1 - a_2|}}{(z_{500} - z_{850}) (\Theta_{500} - \Theta_{850})}. \quad (2.9)$$

Здесь φ — широта места, где было произведено зондирование (место, для которого вычисляется значение DI).

Формула (2.9) предназначена для расчета значения DI в слое 500—850 гПа. Если возникает необходимость произвести расчет значений DI в других слоях, то, сохраняя вид формулы, следует пересчитать числовые коэффициенты. Так, для слоя 300—700 гПа

$$DI_{700}^{300} = \frac{2,6 \cdot 10^{-6} (\sin \varphi)^2 \sqrt{V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3 \cos |a_2 - a_3|}}{(z_{300} - z_{700}) (\Theta_{300} - \Theta_{700})}. \quad (2.10)$$

Здесь $V_3 = \sqrt{V_{300}^2 + V_{500}^2 - 2V_{300}V_{500} \cos \alpha_3}$ — модуль вектора сдвига ветра в слое 300—700 гПа, α_3 — угол между направлениями ветра на уровнях 300 и 500 гПа

$$d_3 = d_{500} \pm \arccos \frac{V_{300} - V_{500} \cos \alpha_3}{V_3}.$$

направление вектора сдвига ветра в слое 500—300 гПа; d_{500} — направление ветра на уровне 500 гПа.

Для вычисления DI в качестве исходной информации используют данные температурно-ветрового зондирования. Алгоритм

расчета рассмотрим на примере по исходным данным, приведенным в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Данные температурно-ветрового зондирования
30 июля 1984 г. Архангельск ($\varphi=65^\circ$ с. ш.)

z	P	T	d	V
1470	850	7,2	160	11
3040	700	-4,1	180	10
5650	500	-18,3	170	15

1. Вычисляются значения Θ_{850} и Θ_{500}

$$\Theta_{850} = (273,2 + 7,2) \left(\frac{1000}{850} \right)^{0,288} = 293,8 \text{ К};$$

$$\Theta_{500} = (273,2 - 18,3) \left(\frac{1000}{500} \right)^{0,288} = 311,1 \text{ К}.$$

2. $(\Theta_{500} - \Theta_{850}) = 17,3 \text{ К}$.

3. Вычисляются значения a_1 и a_2 ; $a_1 = |180 - 160| = 20^\circ$; $a_2 = |170 - 180| = 10^\circ$.

4. Вычисляются модули и направления векторов сдвигов ветра в слоях 700—850 и 500—700 гПа:

$$V_1 = \sqrt{11^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 11 \cdot \cos 20^\circ} = 3,8 \text{ м/с};$$

$$d_1 = 160 - \arccos \frac{11 - 10 \cdot \cos 20^\circ}{3,8} = 95^\circ.$$

Здесь перед вторым членом взят знак «-», так как имеет место правый поворот ветра с высотой.

$$V_2 = \sqrt{15^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 10^\circ} = 5,4 \text{ м/с};$$

$$d_2 = 180 + \arccos \frac{10 - 15 \cdot \cos 20^\circ}{5,4} = 331^\circ.$$

Здесь перед вторым членом взят знак «+», так как имеет место левый поворот ветра с высотой.

5. Теперь все необходимые данные есть. Воспользовавшись формулой (2.9), можно рассчитать значение DI_{850}^{500} :

$$DI_{850}^{500} = \frac{3 \cdot 10^{-6} (\sin 65^\circ)^2 \sqrt{3,8^2 + (0,75 \cdot 5,4)^2 - 1,5 \cdot 3,8 \cdot 5,4 \cdot \cos |331 - 95|}}{(5650 - 1470) \cdot 17,3} = 2,36 \cdot 10^{-10} \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Второй пример попробуйте сделать сами (необходимые данные приведены в табл. 2.2).

Таблица 2.2

Данные температурно-ветрового зондирования
30 июля 1984 г. Москва ($\varphi=56^\circ$ с.ш.)

z	P	T	d	V
1410	850	5,0	300	2
2970	700	-2,3	160	2
5580	500	-15,9	150	1,3

Если вы сделали все правильно, Ваш ответ должен быть

$$DI \approx 0,9 \cdot 10^{-10} \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Из выражения (2.5) нетрудно видеть, что величина DI имеет размерность $\text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Следуя принятому выше правилу, приведем показатель динамической неустойчивости к безразмерному виду, для чего разделим величину DI на критическое значение этой же величины

$$D = \frac{DI}{|DI|_k}. \quad (2.11)$$

Здесь D — безразмерный показатель динамической неустойчивости. $|DI|_k$ — минимальное значение DI , при котором возможен циклогенез. Опыт показывает, что $|DI|_k \approx 10^{-10} \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$. Тогда

$$D = \frac{DI}{10^{-10}} = 10^{10} DI. \quad (2.12)$$

Атмосфера считается динамически неустойчивой при $D \geq 1,0$.

В выражении (2.5) третий член, по существу, указывает на контраст температур. При рассмотрении мезомасштабных процессов полезно делать оценки динамической неустойчивости в зонах возникновения локальных горизонтальных градиентов температуры: на границах снежного покрова, суша — водоем, облачного поля, города.

Характер циркуляции, статическая и динамическая неустойчивость атмосферы определяют всю гамму возможных мезомасштабных возмущений и локальных условий погоды. Разумеется, сама возможность и ее реализация не одно и то же. Для суждения о реализации существующей возможности возникновения и развития МВ необходимо учитывать влажность воздуха, фон давления и местные особенности.

Рассмотрим условия разрешения статической неустойчивости воздуха. Как известно из курсов динамической и синоптической метеорологии, условная неустойчивость может быть реализована,

если воздух достигнет состояния насыщения. Для этого в него либо нужно ввести каким-то образом водяной пар, либо охладить его адиабатически до точки росы. Иными словами, нужна конвергенция влаги и восходящие движения. Последние возникают как следствие опять-таки конвергенции или под влиянием орографии. Таким образом, разрешение условной неустойчивости возможно при наличии $\text{div } \mathbf{V} > 0$ и/или восходящих орографических движений. Вместе с тем известно, что вычисление дивергенции сопровождается большими ошибками вплоть до знака. Поэтому полезно оценивать дивергенцию косвенно.

Так, при циклонической циркуляции на пониженном фоне давления в нижней половине тропосферы будет наблюдаться конвергенция. Однако на повышенном фоне давления даже при $\Omega > 0$ конвергенция наблюдается не всегда. В этом случае можно рекомендовать использование знака барической тенденции. Если $P_t < 0$, то можно предполагать $\text{div } \mathbf{V} < 0$, в противном случае, скорее всего, будет $\text{div } \mathbf{V} \geq 0$. Схема на рис. 2.2 поможет в определении знака дивергенции. Кроме того, конвергенция возникает на границе двух поверхностей с разной шероховатостью, например на границе суша — море, когда ветер дует в направлении поверхности с большей шероховатостью (с моря на сушу) или вдоль этой границы так, что более шероховатая поверхность остается справа от направления потока. На наветренных склонах условная неустойчивость разрешается независимо от других факторов.

Наиболее часто ошибки в определении возможности образования возмущений конвективного характера связаны с тем, что состояние атмосферы непрерывно меняется. Если в некоторый момент времени t_0 атмосфера устойчива (неустойчива), то в момент $t_0 + \Delta t$ она может стать неустойчивой (устойчивой) под влиянием циркуляционных условий или дневного прогрева (ночного охлаждения) приземного слоя. Учет прогрева (охлаждения) производится путем прогноза максимальной (минимальной) температуры (см. с. 78—80) и точки росы и введения их значения в схему расчета показателя Γ . Значительно сложнее учесть циркуляционные условия. Обобщенный показатель возможности (невозможности) образования возмущений конвективного характера C рекомендуется определять по следующей формуле:

$$C = [(\Gamma - \Omega) \sqrt{\Gamma^2 + \Omega^2}] e^{-\sigma \Gamma} \quad \sqrt{\quad} \quad (2.13)$$

При $C \leq 0$ возмущения возможны, при $C > 0$ возмущения невозможны. Чем больше отрицательное значение C , тем вероятнее возникновение возмущения. Чем больше положительное значение C , тем больше вероятность невозможности возникновения возмущения. Следует, однако, помнить, что формула (2.13) не предназначена для прогноза конкретных возмущений. Она лишь служит для оценки складывающихся в атмосфере условий. Поясним это на примерах.

Пример 1. Пусть по данным утреннего зондирования $\Gamma = -1,0$ и, согласно утренней карте погоды, $\Omega = 0,66$. Тогда

$$C = [(-1 - 0,66) \sqrt{1 + 0,44}] e^{-0,66} \approx -1,03.$$

Здесь, без сомнения, возможно развитие конвекции, поскольку $\Gamma < 0$ и циркуляционные условия будут способствовать разрешению неустойчивости ($C < 0$).

Пример 2. Пусть $\Gamma = -0,6$, а $\Omega = -1,0$. Атмосфера условно неустойчива, а характер циркуляции антициклонический. Нисходящие движения будут уменьшать статическую неустойчивость. В результате

$$C = [(-0,6 + 1,0) \sqrt{1 + 0,36}] e^{-0,6} \approx 0,26.$$

Так как $C > 0$, то развитие конвективных явлений маловероятно.

Окончательное суждение о развитии конвективных возмущений можно делать только с учетом влажности и фона давления.

В качестве показателя влажности можно рекомендовать следующую безразмерную величину:

$$R = \frac{r_{\Phi} - r_{\kappa}}{\bar{r}} \quad (2.14)$$

Здесь r_{Φ} — фактическое значение относительной влажности по данным измерений в исходный срок; r_{κ} — наименьшее значение относительной влажности, при котором возможно развитие возмущения в данном районе. Для Петербурга $r_{\kappa} = 60\%$; \bar{r} — среднее многолетнее значение относительной влажности в данном пункте в дневные часы.

В качестве показателя фона давления можно рекомендовать безразмерную величину

$$PP = A \sqrt[3]{\frac{P - P_N}{P_N}} \quad (2.15)$$

Здесь A — коэффициент, подбираемый эмпирически для каждого района. Так, для Северо-Запада России он оказался равным 2,4. P — атмосферное давление в исходный срок; P_N — среднее многолетнее значение давления для данного пункта.

Один из возможных вариантов учета всех факторов может быть, например, основан на значении регионального показателя развития конвекции:

$$I_c = \frac{aC}{\ln(3 + R)} + PP \quad \text{при } C > 0; \quad (2.16)$$

$$I_c = bC \sqrt[3]{R} + PP \quad \text{при } C < 0. \quad (2.17)$$

Здесь a и b — региональные коэффициенты, подбираемые эмпирически. Так, для Северо-Запада России они оказались равными 1,1 и 1,4 соответственно.

При $I_c \rightarrow 0$ явления возможны, но маловероятны.

При $I_c > 0$ явлений не будет.

Вернемся ко второму примеру на с. 21. Там мы получили значение $C \approx 0,26$. Поскольку исходное значение $\Gamma = -0,6$, желательно удостовериться, что явление действительно не будет. Пусть в исходный момент времени в данном пункте $r_{\phi} = 70\%$; $P = 1015$ гПа. Примем для данного пункта $r_{\kappa} = 60\%$; $\bar{r} = 50\%$, $P_N = 1012$ гПа и воспользуемся значениями коэффициентов для Северо-Запада России. Тогда

$$R = \frac{70 - 60}{50} = 0,2;$$

$$PP = \left(\frac{\sqrt[3]{1015 - 1012}}{1012} \right) \cdot 2,4 = 0,345.$$

Так как в нашем примере $C > 0$, то воспользуемся формулой (2.16)

$$I_c = \frac{1,1 \cdot 0,85}{\ln 3,2} + 0,345 \approx 0,58.$$

Отсюда следует, что конвективных явлений не будет, несмотря на значительную влажность и наличие условной неустойчивости в исходный срок.

Теперь сделайте самостоятельно следующий пример: значения r_{κ} , \bar{r} и P_N те же. Пусть $\Gamma = 0,4$; $\Omega = 0,2$; $r_{\phi} = 75\%$; $P = 1000$ гПа.

Да, в этом случае конвективные явления будут, несмотря на то, что в исходный срок $\Gamma > 0$.

Вместе с тем при *устойчивой атмосфере* могут возникать и другие (неконвективные) возмущения. Например, «взрывной» циклогенез, мезоциклоны, мезофронты, низкая облачность и т. п. В этом случае необходимо принимать во внимание показатель D .

При возникновении конвективных возмущений фон давления также играет определенную роль, поэтому следует различать возмущения при пониженном фоне давления и возмущения при повышенном фоне давления.

Показатель возможности возникновения возмущений на фоне пониженного давления может быть вычислен по формуле

$$I_{DH} = -D(D + \Omega) + PP. \quad (2.18)$$

Если $I_{DH} \leq -1,0$, возмущения возможны;
если $I_{DH} > -1,0$, возмущения маловероятны.

Показатель возможности возникновения возмущения на фоне повышенного давления

$$I_{DV} = D(D - \Omega) + PP. \quad (2.19)$$

Если $I_{DV} \geq 1$, возмущения возможны;
если $I_{DV} < 1$, возмущения маловероятны.

Формулы (2.18) и (2.19) указывают лишь на возможность развития возмущений, но не являются средством прогноза самих возмущений. Для прогноза возмущений используются соответствующие методики. Наиболее распространенные из них приводятся в главах 3—6.

Необходимо указать еще на одну сторону формирования локальной погоды в условиях устойчивой атмосферы, а именно на влияние местных орографических особенностей и хозяйственной деятельности человека. Чаще всего эти факторы играют определяющую роль, хотя, разумеется, погода в значительной степени будет зависеть и от фона давления, и от направления и скорости основного потока в атмосфере, и от влажности и других параметров.

Таким образом, в итоге можно сказать, какие явления и возмущения формируются теми или иными метеорологическими процессами. Последние для удобства дальнейшего рассмотрения можно условно разделить на четыре группы.

I. Процессы в статически неустойчивой атмосфере.

II. Процессы в статически устойчивой атмосфере на фоне пониженного давления.

III. Процессы в статически устойчивой атмосфере на фоне повышенного давления.

IV. Процессы и явления, обусловленные влиянием местных орографических особенностей и хозяйственной деятельности человека.

На возникновение и развитие процессов независимо от их группы существенное влияние оказывают сезон года, широта места и характер подстилающей поверхности. Последняя может быть гладкой или шероховатой, влажной или сухой, заснеженной или бесснежной, темной или светлой и т. д.

При развитии процессов группы I могут, в частности, возникать следующие мезомасштабные возмущения:

- а) вторичные холодные фронты;
- б) линии шквалов (неустойчивости);
- в) скопление кучевых облаков;
- г) смерчи, шквалы и грозы, связанные мезомасштабными конвективными комплексами (МКК);
- д) вторичные облачные вихри или мезоциклоны, обусловленные МКК;
- е) отдельные кучево-дождевые облака.

При развитии процессов группы II могут возникать:

- а) мезоциклоны или вторичные циклоны;
- б) устойчивые волны на атмосферных фронтах;
- в) мезомасштабные поля низкой облачности;
- г) мезофронты (линии конвергенции ветра);

- д) мезомасштабные полосы осадков (внутри зон обложных осадков);
- е) «взрывной» циклогенез.

При развитии процессов группы III образуются:

- а) мезомасштабные зоны туманов;
- б) ночные низкоуровневые мезоструи;
- в) условия для скоплений загрязнений воздуха, существенно уменьшающие дальность видимости;
- г) мезомасштабные поля низкой подынверсионной облачности (особенно, в холодный сезон года).

Процессы и явления группы IV включают:

- а) бризы и явления, с ними связанные;
- б) горно-долинные циркуляции;
- в) береговые атмосферные фронты;
- г) орографический фронт и циклогенез;
- д) смоги, городские туманы, морозные туманы;
- е) различные местные ветры (бора, сарма и т. д.), в том числе местные циркуляции, обусловленные влиянием мегаполисов.

Мезомасштабные явления и процессы различают еще по их горизонтальным размерам и времени, в течение которого они существуют (время «жизни» возмущений).

Наиболее крупные мезомасштабные процессы и явления могут иметь горизонтальные размеры до 2000 км и длиться более суток, а наиболее мелкие — не более 1—2 км и продолжаться несколько минут. По существу, имеется целый спектр размеров мезомасштабных процессов, которые непрерывно эволюционируют. Мелкие процессы могут «перерастать» в более крупные, и наоборот. Однако для удобства изучения принято все мезомасштабные процессы по их горизонтальной протяженности делить на три типа.

Тип I. Процессы и явления, горизонтальная протяженность которых 200—2000 км. Их называют процессами масштаба МЕЗО-а. Время «жизни» этих процессов десятки часов.

Тип II. Процессы и явления, горизонтальные размеры которых 20—200 км. Их называют процессами масштаба МЕЗО-б. Время «жизни» этих процессов от получаса до нескольких часов.

Тип III. Процессы и явления, горизонтальные размеры которых 2—20 км. Их называют процессами масштаба МЕЗО-в. Время «жизни» этих процессов от нескольких минут до получаса.

Такое деление процессов известно как классификация Орландского.

Глава 3

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЕ ПРОГНОЗЫ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ В УСЛОВИЯХ СТАТИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВОЙ АТМОСФЕРЫ

В предыдущей главе были рассмотрены некоторые приемы оценки статической неустойчивости атмосферы. Приступая к составлению сверхкраткосрочного прогноза, прогнозист уже знает, что атмосфера неустойчива. Вместе с тем ему неизвестно, возможна ли реализация существующей неустойчивости и если возможна, то какие явления могут возникнуть в результате разрешения неустойчивости. Все это он должен предсказать. Технология составления прогноза сводится к следующим операциям:

- 1) оценка возможности разрешения статической неустойчивости атмосферы;
- 2) определение параметров конвекции;
- 3) определение возможного типа конвективного процесса и/или явления;
- 4) расчет времени начала ожидаемого явления в заданном пункте (пунктах).

Выше кратко было дано общее представление о разрешении статической неустойчивости. Теперь рассмотрим процедуру оценки возможности разрешения неустойчивости более подробно.

Атмосфера редко бывает абсолютно неустойчивой. Ей больше свойственна условная неустойчивость. При абсолютной неустойчивости ее разрешение начинается спонтанно и при наличии достаточной влажности обязательно приводит к различного рода конвективным явлениям. Если же атмосфера влажно-неустойчива, то для разрешения неустойчивости необходимы некоторые дополнительные условия. Поэтому часто влажнонеустойчивость называют условной неустойчивостью. Влажнонеустойчивость может разрешиться при условии достижения воздухом состояния насыщения водяным паром.

Запишем уравнение переноса влаги в виде

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\mathbf{V}\nabla q - \nabla(\rho q\mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial q}{\partial z}\right). \quad (3.1)$$

Локальное изменение массовой доли влаги $\partial q/\partial t$ зависит от адвекции влаги ($\mathbf{V}\nabla q$), дивергенции влаги $\nabla(\rho q\mathbf{V})$ и турбулентного переноса влаги $\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial q}{\partial z}\right)$. В однородных воздушных массах значение $\nabla q \rightarrow 0$, следовательно, крупномасштабные адвективные процессы вряд ли могут сколько-нибудь заметно изменить локальное содержание влаги в воздухе за короткие сроки. Однако если рассматривать мезомасштабные процессы, то с учетом воз-

можных неоднородностей подстилающей поверхности (например, наличие небольших водоемов, болот, лесных массивов и др.) в отдельных местах значения ∇q могут быть существенными и их следует учитывать при анализе локальных процессов. Во фронтальных зонах адвекция влаги $V \nabla q$ может достигать нескольких граммов на 1 кг воздуха за сутки.

Примем характерные масштабы входящих в формулу (3.1) величин применительно к мезопроцессам, как они указаны в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Характерные масштабы мезопроцессов

Величина	Масштаб
Горизонтальный размер процесса L	10^4 м
Скорость ветра U	10^0 м/с
Время τ	10^4 с
Высота H	10^3 м
Плотность ρ	10^0 кг/м
Вертикальная скорость (не конвективная) W	10^{-2} м/с
Массовая доля влаги q	10^{-3} кг/кг

Проинтегрируем уравнение (3.1) в пределах пограничного слоя:

$$\int_0^H q_t dz = - \int_0^H \nabla \nabla q dz - \int_0^H \rho q \operatorname{div} \mathbf{V} dz + \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial q}{\partial z} \right) dz$$

или

$$\bar{q}_t H = - (\overline{\mathbf{V} \nabla q}) H + \overline{\rho q} W_H + \left[k \frac{\partial q}{\partial z} \right]_H - \left[k \frac{\partial q}{\partial z} \right]_0.$$

Так как

$$\left[k \frac{\partial q}{\partial z} \right]_H \ll \left[k \frac{\partial q}{\partial z} \right]_0,$$

то

$$\bar{q}_t = - \mathbf{V} \nabla \bar{q} + \overline{\rho q} \frac{W_H}{H} - \frac{k}{H} \frac{\partial q}{\partial z} \Big|_0. \quad (3.2)$$

Очевидно, что в однородных воздушных массах первый член в правой части формулы (3.2)

$$\mathbf{V} \nabla \bar{q} = \frac{U}{L} \Delta q \rightarrow 0.$$

Однако во фронтальных зонах и с учетом возможных мезомасштабных неоднородностей

$$\Delta q = 10^{-4} \quad \text{и} \quad \frac{\Delta q}{L} = \frac{10^{-4}}{10^4} = 10^{-8} \text{ с}^{-1},$$

т. е. $V \nabla q = 10^{-8} \text{ с}^{-1}$.

Масштаб второго члена в правой части выражения (3.2) равен

$$\overline{e q} \frac{W_H}{H} = 10^6 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{10^{-2}}{10^3} = 10^{-8} \text{ с}^{-1}.$$

Третий член в правой части (3.2)

$$\frac{k}{H} \frac{\partial q}{\partial z} = \frac{k \Delta q_z}{H^2}.$$

Здесь следует обратить внимание на изменение массовой доли влаги по вертикали. В случае увлажненной подстилающей поверхности летом значение q у поверхности Земли может достигать 20 г/кг, а на высоте 1 км может быть на порядок меньше. Следовательно, в данном случае можно принять $\Delta q_z = 10^{-2}$ и с учетом $[k] = 10^0$ записать

$$\frac{k \Delta q_z}{H^2} \leq \frac{10^0 \cdot 10^{-2}}{10^6} \leq 10^{-8} \text{ с}^{-1}.$$

Для приведения воздуха в состояние насыщения при обычных условиях требуется добавка влаги в несколько г/кг, т. е. порядок члена в левой части уравнения (3.2) должен быть $10^{-3}/10^4 = 10^{-7} \text{ с}^{-1}$. Очевидно, что ни один из процессов не может обеспечить требуемого притока влаги. Однако если все три процесса будут действовать в одном направлении, то воздух может существенно приблизиться к состоянию насыщения или удалиться от него.

Проведенные рассуждения справедливы в условиях равнинной местности. При наличии орографических препятствий вертикальная скорость может быть по крайней мере на порядок больше, т. е. $W = 10^{-1} \text{ м/с}$, и окажет решающее влияние на приведение воздуха к состоянию насыщения.

Обратимся к уравнению притока тепла:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -V \nabla T - W \frac{T}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{Q}{c_p} \quad (3.3)$$

Первый член в правой части уравнения (3.3) $V \nabla T = U \Delta T / L$ представляет собой адвекцию тепла (холода). В однородных воздушных массах $\Delta T / L = 10^{-6} \dots 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C/м}$, во фронтальных зонах с учетом мезонеоднородностей эта величина на порядок больше, т. е. $\Delta T / L = 10^{-5} \dots 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C/м}$.

Второй член правой части уравнения (3.3) $W \frac{T}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial z}$ представ-

ляет собой адиабатическое изменение температуры, равное 1°C на 100 м подъема (опускания), или $10^{-2}^\circ\text{C}/\text{м}$. Следовательно, масштаб этого члена при $W=10^{-2}$ м/с равен $10^{-4}^\circ\text{C}/\text{с}$, а с учетом орографии $10^{-3}^\circ\text{C}/\text{с}$.

Порядок величины третьего члена, описывающего неадиабатические притоки тепла, равен $10^{-4}^\circ\text{C}/\text{с}$.

Для приведения воздуха в состояние насыщения обычно необходимо понизить его температуру на несколько градусов за 3—6 ч, т. е. член в левой части уравнения должен иметь порядок $10^{-4}^\circ\text{C}/\text{с}$. Так как в дневные часы неадиабатические процессы по крайней мере не понижают температуру воздуха, то наиболее вероятным механизмом понижения температуры воздуха остается его адиабатическое охлаждение.

Таким образом, наиболее вероятным условием приближения воздуха к состоянию насыщения и, следовательно, к условию разрешений влажной неустойчивости является наличие конвергенции ветра, обуславливающей вертикальные восходящие движения и/или влияние орографии.

В барических полях циклонического типа, как правило, имеет место конвергенция воздушных потоков и, следовательно, восходящие движения; в полях антициклонического типа — дивергенция и нисходящие движения. Следовательно, наличие восходящих движений, обусловленных конвергенцией и/или орографией, есть необходимое условие для разрешения статической неустойчивости.

Опыт показывает, что даже при наличии указанного условия, конвекция развивается не всегда. Дело в том, что восходящие движения могут не успеть до своего изменения привести воздух к состоянию насыщения или по причине их небольшого значения и/или из-за невысокой влажности воздуха. Для более уверенного суждения о развитии конвекции используют показатель конвективной неустойчивости (определяется только в случае условно неустойчивой атмосферы)

$$\kappa = \frac{\Delta z_{\text{кнс}} - \Delta z_3}{\Delta z_3} \quad (3.4)$$

где $\Delta z_{\text{кнс}}$ — толщина конвективно-неустойчивого слоя, Δz_3 — толщина запирающего слоя. Запирающий слой — высота, на которую нужно подняться частице воздуха от исходного уровня, чтобы стать положительно плавучей (подробнее см. учебное пособие Г. Г. Тараканова «Конвекция и системы движения в тропиках». Л., 1986). Если $\kappa \geq 0$, атмосфера конвективно неустойчива и конвекция определенно будет развиваться; если $\kappa < 0$, то могут развиваться лишь системы мелкой конвекции.

Исходной информацией для вычисления κ служат данные зондирования атмосферы. Заметим, что при использовании данных ночного или утреннего зондирования необходимо дать прогноз

максимальной температуры T_m и влажности (точки росы) T_{dm} в приземном слое. При вычислении κ предсказанные значения T_m и T_{dm} используются как температура и точка росы самого нижнего уровня.

Запишем выражение влажно-статической энергии

$$h = c_p T + gz + Lq.$$

Здесь L — скрытая теплота, остальные обозначения стандартные. Это же выражение для насыщенной атмосферы будет

$$h^* = c_p T + gz + Lq^*.$$

Обычно атмосфера ненасыщена. Если же предположить, что она каким-то образом достигает насыщения при той же температуре, то такую атмосферу называют *гипотетически насыщенной*. Символ «*» будет означать гипотетическое насыщение. А. И. Фалькович¹ показал, что пространственное изменение влажно-статической энергии идентично изменению эквивалентно-потенциальной температуры. Поэтому, во-первых,

$$\frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial \Theta_e}{\partial z} \quad \text{и} \quad \frac{\partial h^*}{\partial z} = \frac{\partial \Theta_e^*}{\partial z}$$

и, во-вторых, вместо влажно-статической энергии можно вычислять эквивалентно-потенциальную температуру (ЭПТ), т. е. использовать ту же информацию, которую применяли для вычисления показателя Γ_e . Остается только вычислить ЭПТ гипотетически насыщенной атмосферы

$$\Theta_e^* = \Theta \exp(2,5q^*/T);$$

$$q^* = \frac{3794,2}{p} \cdot 10^{\frac{7,45T}{T+235}}.$$

На рис. 3.1 представлено типичное для условно неустойчивой атмосферы распределение Θ_e и Θ_e^* с высотой. Если от минимального значения Θ_e^* опуститься до пересечения с кривой хода Θ_e , то получим точку, соответствующую высоте верхней границы конвективно-неустойчивого слоя (КНС). Его нижняя граница — исходный уровень. Теперь нам известна толщина КНС. Если подняться от точки, обозначающей Θ_e на исходном уровне, до пересечения с кривой хода Θ_e^* , то получим высоту верхней границы запирающего слоя. Таким образом определяется толщина этого слоя. Теперь легко вычислить значение κ . Однако на практике не всегда удобно прибегать к графическому способу расчета $\Delta z_{\text{КНС}}$, Δz_s и κ . Если пользоваться персональным компьютером, то по рис. 3.1 можно предложить аналитическую схему расчета.

¹ См. монографию А. И. Фальковича «Динамика и энергетика внутритропической зоны конвергенции». — Л.: Гидрометеоздат, 1979.

Атмосфера статически неустойчива, если $\partial\theta_e/\partial z < 0$. Однако в реальной атмосфере не бывает так, чтобы во всей тропосфере $\partial\theta_e/\partial z = \text{const} < 0$. Возможны самые разные распределения θ_e с высотой (рис. 3.2). Обычно есть несколько слоев с различным распределением температуры.

Во-первых, слой, где $\partial\theta_e/\partial z < 0$ (т. е. неустойчивый слой), может начинаться как у поверхности Земли (кривая I), так и на любом другом уровне (кривая II).

Во-вторых, может быть несколько неустойчивых слоев, следующих один за другим (кривая I), но имеющих разные вертикальные градиенты ЭПТ.

В-третьих, может быть несколько неустойчивых слоев, разделенных устойчивыми слоями (кривая III).

Поскольку точность данных зондирования атмосферы невелика, при небольших различиях $\partial\theta_e/\partial z$ в соседних слоях можно свести несколько неустойчивых слоев к одному слою (взять среднее значение $\partial\theta_e/\partial z$ в этих слоях) или к двум слоям, если значения $\partial\theta_e/\partial z$ существенно различаются (см., например, рис. 3.1). В первом случае говорят об *однослойной неустойчивости*, во втором — о *многослойной*. Если же неустойчивые слои разделены устойчивыми промежутками, то говорят о *разделенной неустойчивости*. Последняя часто сопровождается фронтами окклюзии в летнее время. В этом случае χ вычисляется отдельно для каждого слоя.

При однослойной неустойчивости рассматривают два уровня: верхний (будем обозначать его индексом «в») и нижний (будем обозначать его индексом «н»). Тогда

$$\chi = \frac{(\theta_{ев}^* - \theta_{ен}^*)(\theta_{ев}^* - \theta_{ен})}{(\theta_{ев} - \theta_{ен})(\theta_{ен} - \theta_{ен}^*)} - 1. \quad (3.5)$$

При двухслойной неустойчивости используются три уровня (см. рис. 3.1): верхний (в), нижний (н) и средний (будем обозначать его индексом «с») и возможны четыре комбинации.

I. $\theta_{сc}^* \leq \theta_{ен}$ и $\theta_{ec} \leq \theta_{ев}^*$

$$\chi = \frac{(\theta_{ев}^* - \theta_{ен})(\theta_{сc}^* - \theta_{ен}^*)}{(\theta_{ен} - \theta_{ен}^*)(\theta_{ec} - \theta_{ен})} - 1; \quad (3.5^I)$$

II. $\theta_{сc}^* \leq \theta_{ен}$ и $\theta_{ec} > \theta_{ев}^*$

$$\chi = \frac{\theta_{сc}^* - \theta_{ен}^*}{\theta_{ен} - \theta_{ен}^*} \left[1 + \frac{z_b - z_c}{z_c} \frac{(\theta_{ев}^* - \theta_{ec})}{(\theta_{ев} - \theta_{ec})} \right] - 1; \quad (3.5^{II})$$

III. $\theta_{сc}^* > \theta_{ен}$ и $\theta_{ec} > \theta_{ев}^*$

$$\chi = \frac{[(z_b - z_c)(\theta_{ев}^* - \theta_{ec}) + z_c(\theta_{ев} - \theta_{ec})](\theta_{ев}^* - \theta_{сc}^*)}{[(z_b - z_c)(\theta_{ен} - \theta_{сc}^*) + z_c(\theta_{ен}^* - \theta_{сc}^*)](\theta_{ев} - \theta_{сc})} - 1; \quad (3.5^{III})$$

IV. $\theta_{сc}^* > \theta_{ен}$ и $\theta_{ec} \leq \theta_{ев}^*$

$$\kappa = \frac{z_c (\theta_{zv}^* - \theta_{en}^*) (\theta_{zv}^* - \theta_{ec}^*)}{(\theta_{ec} - \theta_{en}) [(z_v - z_c) (\theta_{en} - \theta_{ec}^*) + z_c (\theta_{zv}^* - \theta_{ec}^*)]} - 1. \quad (3.5^{IV})$$

Рассмотрим примеры вычисления значений κ .

Пример I.

z м	0	1500	3000
θ_e К	330	319	326
θ_e^* К	350	322	328

Нетрудно видеть, что здесь в первом слое (0—1500 м) $\partial\theta_e/\partial z \approx -7,3 \cdot 10^{-3}$ К/м; $\partial\theta_e^*/\partial z \approx -18 \cdot 10^{-3}$ К/м. Во втором слое: $\partial\theta_e/\partial z \approx 4,7 \cdot 10^{-3}$ К/м; $\partial\theta_e^*/\partial z \approx 4 \cdot 10^{-3}$ К/м, т. е. имеет место однослойная неустойчивость. Для расчета воспользуемся формулой (3.5)

$$\kappa = \frac{(322 - 350)(322 - 330)}{(319 - 330)(330 - 350)} - 1 \approx 0,02$$

$\kappa > 0$, и поэтому следует ожидать развития конвекции.

Пример II

z м	0	1500	3000	5500
θ_e К	330	319	318	321
θ_e^* К	350	322	320	322

В этом случае в первом снизу слое $\partial\theta_e/\partial z \approx -7,3 \cdot 10^{-3}$ К/м; $\partial\theta_e^*/\partial z \approx -19 \cdot 10^{-3}$ К/м; во втором слое $\partial\theta_e/\partial z \approx -0,7 \cdot 10^{-3}$ К/м; $\partial\theta_e^*/\partial z \approx -1,3 \times 10^{-3}$ К/м; в третьем слое $\partial\theta_e/\partial z \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$ К/м; $\partial\theta_e^*/\partial z \approx 0,8 \cdot 10^{-3}$ К/м. Здесь имеет место двуслойная неустойчивость, комбинация I, т. е. $\theta_{ec}^* < \theta_{en}$; $\theta_{ec} < \theta_{ev}^*$. Для вычисления κ следует воспользоваться формулой (3.5^I):

$$\kappa = \frac{(320 - 330)(322 - 350)}{(330 - 350)(310 - 330)} - 1 \approx 0,27.$$

Поскольку имеет место значительная конвективная неустойчивость, следует ожидать развития глубокой конвекции.

Пример III

z м	0	1500	3000	5000	8000
θ_e К	330	319	316	312	318
θ_e^* К	350	326	320	313	318

Здесь в первом снизу слое $\partial\theta_e/\partial z \approx -4 \cdot 10^{-3}$ К/м, $\partial\theta_e^*/\partial z \approx -16 \cdot 10^{-3}$ К/м; во втором слое $\partial\theta_e/\partial z \approx -2 \cdot 10^{-3}$ К/м, $\partial\theta_e^*/\partial z \approx -4 \cdot 10^{-3}$ К/м; в третьем слое $\partial\theta_e/\partial z \approx -2 \cdot 10^{-3}$ К/м, $\partial\theta_e^*/\partial z \approx -3,5 \cdot 10^{-3}$ К/м. В четвертом слое $\partial\theta_e/\partial z \approx 0,75 \cdot 10^{-3}$ К/м и $\partial\theta_e^*/\partial z \approx 0,62 \cdot 10^{-3}$ К/м.

В этом случае наблюдается многослойная неустойчивость, которую можно свести к двум слоям, поскольку вертикальные градиенты ЭПТ и ЭПТ* во втором и третьем слоях почти одинаковы. После чего за нижний уровень принять $z=0$; средний — $z=1500$, верхний — $z=5000$. Здесь $\theta_e^* > \theta_{en}$ и $\theta_{ec} > \theta_{ev}^*$, т. е. имеет место комбинация III. Воспользуемся формулой (3.5^{III}):

$$\kappa = \frac{[(5000 - 1500)(313 - 319) + 1500(312 - 319)](313 - 326)}{[(5000 - 1500)(325 - 326) + 1500(313 - 326)](312 - 319)} - 1 \approx 1,54.$$

Наблюдается значительная конвективная неустойчивость, следует ожидать развития глубокой конвекции с интенсивными конвективными явлениями.

Рассмотренные выше условия разрешения влажной неустойчивости приводят к так называемой вынужденной конвекции. Следует, однако, добавить, что неадиабатические притоки тепла из-за различия свойств подстилающей поверхности создают «острова» перегрева. Над такими островами температура воздуха оказывается выше по сравнению с окружением и может случиться так, что, по крайней мере в самом нижнем слое, вертикальный градиент температуры окажется больше сухоадиабатического. Таким образом, создаются условия для развития свободной конвекции. Здесь воздух сразу приобретает положительную плавучесть и скорость его подъема достигает значений несколько метров в секунду. Величины вторых и третьих членов в правой части уравнений (3.2) и (3.3) становятся на порядок больше. Таким образом, как бы срабатывает триггерный механизм запуска свободной конвекции. Это обстоятельство еще раз говорит о полезности прогноза максимальной температуры воздуха.

После того как убедятся в возможности развития конвекции, переходят к вычислению ее параметров. Последние традиционно вычисляются с помощью аэрологической диаграммы. Методика их определения известна из курсов общей и синоптической метеорологии.

Теперь рассмотрим сами конвективные явления и некоторые частные методики их прогноза.

В настоящее время существует множество методик прогноза конвективных явлений, каждая из которых разработана для определенного места или типа ландшафта. Причем созданная для данного места методика хорошо оправдывается, а в другом месте та же методика может работать хуже или вообще не работать. Изложить здесь все существующие методики не представляется возможным. Поэтому приведем лишь некоторые из них. Другими словами, дадим примеры возможных способов прогноза наиболее часто встречающихся, а также наиболее опасных конвективных явлений.

Для удобства изучения конвекцию подразделяют на мелкую и глубокую. Разумеется, существует целый спектр конвективных явлений, но для понимания предельных условий формирования конвективных явлений такое деление весьма полезно.



СИСТЕМЫ МЕЛКОЙ КОНВЕКЦИИ

Системы мелкой конвекции (СМК) развиваются в слоях атмосферы толщиной до 2—3 км. Они представлены облаками Sc, Cu hum, Cu med, Cu cong и состоят из мелкомасштабных конвективных ячеек круглой или квазигексогональной формы (в плане) и/или облачных гряд. Последние иногда называют облачными улицами, или валами. Ячейки бывают *открытые* и *закрытые*.

Открытая ячейка — облачное скопление в виде кольца, состоящее из отдельных или слипшихся облаков конвективного происхождения. В центре такой ячейки наблюдаются нисходящие движения воздуха, а на периферии — восходящие. Поэтому внутри ячейки безоблачно. Открытые ячейки образуются в холодном воздухе, приходящем на теплую подстилающую поверхность. Если на спутниковом изображении обнаруживаются открытые ячейки, это означает, что в данном месте находится холодная воздушная масса.

Закрытая ячейка — облачное скопление гексогональной формы, окруженное узким безоблачным пространством. Внутри такой ячейки наблюдаются восходящие движения, а на периферии — нисходящие. Закрытые ячейки образуются в теплом воздухе, приходящем на холодную подстилающую поверхность. Если на спутниковом изображении обнаруживаются закрытые ячейки, это означает, что в данном месте находится теплая воздушная масса.

Облачная гряда (улица) — облачное скопление в виде выстроившихся в линию облаков. Часть из них может быть в виде слипшихся друг с другом, часть наблюдается в виде отдельных облаков. Как правило, одновременно существует несколько гряд, отделенных одна от другой безоблачными пространствами шириной от единиц до десятков километров.

Если обозначить расстояние между отдельными облаками в гряде L , а расстояние между грядами M , то $L \ll M$.

Развитие конвекции не обязательно приводит к появлению облаков. В сухой атмосфере могут существовать закрытые или открытые конвективные ячейки, в которых нет облаков, но есть соответствующая циркуляция.

Обобщенные сведения о системах мелкой конвекции представлены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Некоторые характеристики систем мелкой конвекции

Характеристика	Ячейки		Гряды
	открытые	закрытые	
Горизонтальный размер ячеек, км	10—100	10—100	—
Толщина неустойчиво-стратифицированного слоя, $\Gamma_e < 0$, км	1—3	1—2.5	1—3
$\bar{\gamma}$ °C/1000 м в неустойчиво-стратифицированном слое $\Gamma_e < 0$	0,83	0,80	0,90
Толщина инверсионного надоблачного слоя (средняя), км	0,5	0,8	0,9
$\bar{\gamma}$ °C/100 м в инверсионном надоблачном слое	—0,15	—1,16	—0,36
Расстояние между осями гряд, км	—	—	max 50 6—15

Явления погоды, связанные с системами мелкой конвекции, не бывают опасными для жизни и деятельности человека и поэтому не представляют интереса для населения. Вместе с тем СМК являются индикаторами текущих атмосферных процессов; они помогают определять тип действующей в указанном районе воздушной массы по крайней мере при отсутствии другой информации. *Открытые конвективные ячейки* свидетельствуют о поступлении холодной воздушной массы, т. е. об *адвекции холода*. *Закрытые конвективные ячейки* свидетельствуют о поступлении теплой воздушной массы на холодную поверхность, т. е. об *адвекции тепла*. В последнем случае может возникнуть вопрос: может ли развиться конвекция, если имеет место адвекция теплого воздуха на холодную поверхность. Ведь в этом случае воздушная масса должна становиться более устойчивой. Дело в том, что конвекция в атмосфере почти всегда развивается на фоне крупномасштабного нестационарного процесса, сильно влияющего на перераспределение энергии в различных слоях атмосферы: одни слои нагреваются, другие — охлаждаются. В данном случае неустойчивость генерируется охлаждением сверху: излучение и испарение облачных элементов с верхней границы слоистых облаков. Гряды облаков и открытые конвективные ячейки характерны для холодных вторжений в тылу циклона или высотной ложбины.

СИСТЕМЫ ГЛУБОКОЙ КОНВЕКЦИИ

Системы глубокой конвекции (СГК) развиваются в слоях большой вертикальной протяженности. Есть две важные особенности развития этих систем.

Первая особенность состоит в том, что важную роль в развитии СГК играют процессы фазовых переходов воды в атмосфере.

Вторая особенность состоит в том, что из-за значительных вертикальных и горизонтальных размеров СГК на них оказывают влияние:

- а) неоднородность метеорологических полей синоптического масштаба;
- б) неоднородность подстилающей поверхности;
- в) вращение Земли.

Выше уже упоминалась классификация Орландского (см. с. 24); она вполне применима и к СГК. Есть и ряд других классификаций; с точки зрения удобства изучения этих систем наиболее удачной является классификация Мэддокса (1980 г.). Она представлена на рис. 3.3. Рассмотрим СГК каждого типа.

Линии шквалов (неустойчивости)

Линии шквалов (неустойчивости) (ЛШ(Н)) представляют собой сплошной вал кучево-дождевых облаков либо гряду кучево-дождевых облаков, разделенных безоблачными промежутками.

С линиями шквалов связаны грозы и шквалы, иногда град. Иногда наблюдаются ливни или ливни и грозы (без шквалов). Тогда говорят о линиях неустойчивости (ЛН). Чаще всего ЛШ(Н) появляются в послеполуденные часы.

Для суждения о развитии ЛШ(Н) необходимы следующие исходные материалы:

- а) карты барической топографии всех уровней;
- б) данные утреннего зондирования атмосферы в нескольких пунктах в обслуживаемом районе;
- в) карта вертикальных движений;
- г) крупномасштабная карта показателя эквивалентно-статической устойчивости Γ_e ;
- д) крупномасштабная карта высот уровня конденсации $h_{\text{конд}}$ (значения $h_{\text{конд}}$ указывают в сотнях метров).

Карты, указанные в пунктах «г» и «д», составляются по данным утреннего зондирования на одном бланке. По тем же данным желательно вычислить значения κ в каждом пункте зондирования и нанести их на ту же карту. Кроме того, в каждом пункте зондирования вычисляется параметр $I = \frac{\Gamma_e}{h_{\text{конд}}} \cdot 10$, если ожидаются явления, не связанные с влиянием атмосферных фронтов.

Для развития ЛШ(Н) благоприятны следующие условия.

- А. Адвекция холода на средних и верхних уровнях тропосферы, увеличивающаяся с высотой. На нижних уровнях предпочтительна слабая адвекция любого знака или ее отсутствие.
- Б. Упорядоченные восходящие вертикальные движения.
- В. Рост температуры воздуха у поверхности вследствие инсоляции.
- Г. Конвергенция ветра в пограничном слое или орографический подъем воздуха.

Несоблюдение хотя бы одного из этих условий уменьшает вероятность образования ЛШ(Н), хотя и не исключает их появления. Наличие всех четырех условий тоже не дает полной гарантии возникновения ЛШ(Н). Обязательное появление ЛШ(Н) обусловлено действием так называемого механизма автоконвекции (МА). Если есть МА, то ЛШ(Н) должны появляться обязательно. Если его нет, есть лишь некоторая вероятность их возникновения.

Механизм автоконвекции проявляет себя в зоне отрицательных значений Γ_e (положительных значений κ). Он включает влажный гребень и источник сухого воздуха.

Влажный гребень (зона повышенной влажности) в слое от поверхности Земли до уровня 2—2,5 км, ориентированный под большим углом к ветровому потоку над ним, обнаруживается по кар-

те АТ-850, а ветровой поток над ним — по карте АТ-700; в пограничном слое предпочтителен слабый ветер.

Источник сухого воздуха, из которого ветер на среднем уровне (700 гПа) переносит его в положение, где он может быть охлажден либо осадками сверху (испарение капель дождя), либо облачными каплями снизу (испарение облачных капель). При этом важно, чтобы температура смоченного термометра, который должен достигнуть этот воздух вследствие испарения в нем облачных (дождевых) капель, оказалась бы ниже температуры окружающего влажного воздуха. Тогда охлажденный более тяжелый воздух опустится и тем самым вынудит теплый влажный воздух подниматься в конвективном потоке. Такой подъем в свою очередь приведет к появлению большего числа капель в сухом слое: последний будет еще больше охлаждаться, в результате чего конвекция будет усиливаться и распространяться на соседние участки. Устанавливается некая цепная реакция.

Различают появление первичных и вторичных линий шквалов (неустойчивости). Появление первичных ЛШ(Н) происходит обычно в одной из следующих синоптических ситуаций:

- перед холодным фронтом;
- в неустойчивой холодной воздушной массе;
- перед теплым фронтом;
- в широком теплом секторе циклона.

Можно рекомендовать следующий порядок составления прогноза ЛШ(Н).

1. Составляется прогноз максимальной температуры и точки росы в тех пунктах, из которых получены данные зондирования атмосферы (см. с. 78—80, 83—84).

2. Для всех указанных пунктов вычисляются значения Γ_e , $h_{\text{конд}}$, I и κ , соответствующие максимальным значениям T и T_d , и наносятся на крупномасштабную карту (п. «г» и «д» перечня исходного материала, с. 35).

3. По исходному материалу определяется наличие (или отсутствие) указанных в п. А, Б, В и Г благоприятных для развития ЛШ(Н) условий.

4. Определяется возможность развития автоконвекции. С этой целью необходимо установить:

- по карте АТ-850 наличие влажного гребня (зоны);
- по карте АТ-700 наличие переноса из зоны «сухой» атмосферы над зоной повышенной влажности, причем линии тока должны пересекать ось влажного гребня под большим углом (50—140°);
- возможность появления капель в сухом слое, для чего необходимо соблюдение условия $h_{\text{конд}} < h_{\text{сух. сл.}}$ (для первичных ЛШ(Н)) или выпадение осадков из ранее развившихся облаков в сухой слой (для вторичных ЛШ(Н)).

Таблица 3.3

Линии шквалов (неустойчивости) в различных синоптических ситуациях

Синоптическая ситуация	Соблюдение условий А, Б, В, Г	Дополнительные условия	Местоположение ЛШ(Н)
Перед холодным фронтом	А, Б, В, Г	Нет	Вдоль оси ложбины изолиний T_0 перед холодным фронтом
Неустойчивая холодная воздушная масса	А, Б, В, Г	Барическая ложбина у земли и/или на уровне 850 гПа	Вдоль оси ложбины изолиний параметра I
Перед теплым фронтом	Б, В, Г	Нет	Вдоль оси ложбины изолиний $h_{\text{конд}}$
Широкий теплый сектор циклона	Б, В, Г	Нет	Вдоль узкой зоны повышенной влажности в нижнем слое, если зона влажности широкая, то образуется серия ЛШ(Н)

5. Определяется место появления ЛШ(Н) в зависимости от синоптической ситуации. Для этого рекомендуется воспользоваться данными табл. 3.3.

Линии шквалов (неустойчивости) перемещаются вдоль линий тока среднего вектора ветра (методика определения среднего вектора ветра и коэффициенты переноса приведены на с. 41—42) в слое 700/500 гПа со скоростью

$$c = k |V|_{700}^5,$$

где k — коэффициент переноса, $|V|_{700}^5$ — средний модуль скорости ветра в слое 700/500 гПа.

Линии неустойчивости перед теплыми фронтами и в широком теплом секторе циклона часто образуются не в виде сплошного вала облаков Сб, а в виде гряды облаков Сб со значительными безоблачными пространствами между соседними Сб. В результате может случиться так, что при прохождении ЛШ(Н) через обслуживаемый объект там не будет наблюдаться ухудшения погоды. В этом случае приходится следить за каждым облаком в отдельности. Линии шквалов (неустойчивости), образующиеся перед холодным фронтом, смещаются со скоростью движения холодного фронта.

Прогноз перемещения ЛШ(Н) можно составлять также методом линейной экстраполяции.

Следует иметь в виду, что продолжительность жизни ЛШ(Н) очень короткая: от нескольких десятков минут до нескольких ча-

сов. После исчезновения первичной ЛШ(Н) может появиться вторичная ЛШ(Н). Поэтому создается впечатление о некоторой хаотичности их перемещения.

Возникшие ЛШ(Н) обнаруживаются с помощью спутниковых и радиолокационных наблюдений. Последние дают возможность следить за перемещением и эволюцией как всей линии в целом, так и отдельных облаков; такое детальное прослеживание позволяет предсказать время начала явления, связанного с ЛШ(Н), в заданном пункте (подробнее см. с. 42—43).

См. рис.

Гряды кучево-дождевых облаков масштаба мезо-β

Эти гряды называют еще мезомасштабными грядами (МГ). Они существенно меньше линий шквалов, их длина колеблется от 10 до 100 км, а ширина от 1 до 30 км. Поэтому обычные средства синоптического анализа мало пригодны для их обнаружения и прослеживания. Приходится прибегать к помощи радиолокации.

Мезомасштабные гряды, так же как и ЛШ(Н), состоят из отдельных кучево-дождевых облаков, развивающихся вдоль некоторой линии. Они также обуславливают грозы и шквалы, хотя чаще всего с ними связаны лишь ливневые осадки продолжительностью 10^2 — 10^3 с.

Исследования, основанные на данных систем наблюдений СКП, показали, что МГ возникают вдоль линий конвергенции воздушных потоков в пограничном слое атмосферы. Длина линий конвергенции от 10 до 200 км, а ширина от 0,5 до 5 км. Эти линии конвергенции обнаруживаются доплеровскими радиолокаторами. Некоторую помощь может оказать тщательный анализ поля ветра (линии тока и изотак) на крупномасштабных картах.

Мезомасштабные гряды возникают внутри неустойчивой воздушной массы при циклоническом поле течений. Мезомасштабные барические ложбины — наиболее благоприятная синоптическая основа для появления этих гряд. Соблюдение условий А, Б, В, Г (см. с. 35) также благоприятно для МГ. Вероятно, механизм автоконвекции тоже способствует развитию МГ, хотя по своей сути он свойствен более крупным процессам.

Можно рекомендовать следующий порядок составления прогноза МГ.

1. Производится оценка синоптической ситуации. Важным моментом является обнаружение мезомасштабных ложбин на крупномасштабных картах.

2. В зоне циклонической циркуляции и, в частности, там, где обнаружены мезомасштабные ложбины, любым доступным путем находят линии конвергенции. Именно они являются потенциальными зародышами МГ.

3. С помощью радиолокационных средств организуется слежение за появляющимися облаками кучевых форм, особенно в области линий конвергенции. Признаком начала формирования

МГ является цепочка кучевых облаков вдоль линии конвергенции. Следует заметить, что может существовать одновременно несколько линий конвергенции и каждая из них может «родить» мезомасштабную грядку Сб.

Прогноз перемещения МГ дается методом линейной экстраполяции (см. с. 62, 100—101).

Мезомасштабные конвективные комплексы (МКК)

Они обнаруживаются обычно с помощью изображений, получаемых с метеорологических спутников Земли. МКК называют такую облачную систему, площадь которой на инфракрасном изображении с температурой верхней границы $T_R \leq -32^\circ\text{C}$ составляет не менее 10^5 км^2 , а площадь внутреннего района с температурой $T_R \leq -52^\circ\text{C}$ не менее $5 \cdot 10^4 \text{ км}^2$ (T_R — радиационная температура).

На рис. 3.4 схематически изображен вид сверху на МКК. Для МКК характерно

$$1 \geq b/a \geq 0,7.$$

Аналогичное соотношение характерно и для внутренней области,

$$1 \geq b'/a' \geq 0,7,$$

где a' — ее длина и b' — ее ширина.

Известно, что площадь МКК и отношение b/a сохраняются несколько часов. Заметные изменения размеров и формы комплекса можно обнаружить примерно через 6 ч. Общая продолжительность жизни МКК около 16 ч ($5 \cdot 10^4 \text{ с}$), хотя могут быть и значительные отклонения от этого среднего значения.

С МКК могут быть связаны смерчи, град, шквалы, интенсивные ливни, грозы, порывы ветра $\geq 30 \text{ м/с}$.

Конвективные комплексы весьма «коварны». Хотя МКК существуют около 16 ч, они могут давать начало развитию новых кучево-дождевых облаков и их скоплений. В ряде случаев МКК инициируют развитие мезоциклона, создавая около себя и в себе циклоническую циркуляцию (см. с. 44—49, 69—73). Диссипация облачности МКК не означает исчезновения мезомасштабной циклонической циркуляции. Эта циркуляция существует по инерции еще почти сутки после разрушения облаков (иногда даже больше) и сама может способствовать зарождению новых кучево-дождевых облаков, т. е. она регенерирует конвекцию. Кроме того, она способствует образованию мезомасштабных восходящих движений (не конвективных), обусловленных мезомасштабной конвергенцией в условиях циклонической циркуляции. Порядок величины скорости этих движений 10^{-2} — 10^{-1} м/с . Это в свою очередь ведет к возникновению слоисто-дождевых облаков и обложных осадков. Последние сохраняются даже на стадии диссипации МКК.

Интересно, что нередко МКК достигает максимального разви-

тия к полуночи. В этом случае события развиваются следующим образом. В послеполуденные часы наблюдаются грозы. Они могут быть обусловлены не обязательно МКК. В вечерние часы идет формирование МКК, с которыми, в частности, могут быть связаны мезоциклоны. Мезоциклоны действуют как положительный механизм обратной связи. Они обуславливают конвергенцию воздушных потоков, чем способствуют, во-первых, дальнейшему развитию МКК и, во-вторых, появлению N_s и обложных осадков. К полуночи МКК достигают максимального развития и дают ливневые и обложные осадки. После этого система S_b диссипирует, ливневые осадки прекращаются, однако обложной дождь идет до утра.

Условия возникновения МКК те же, что и при возникновении линий шквалов (см. с. 34—36). МКК могут быть как внутримассовые, так и фронтального происхождения.

Появлению МКК обычно предшествуют скопления кучево-дождевых облаков масштаба мезо- β , или мезоскоплений (МС). Часто мезомасштабный конвективный комплекс представляет собой мезоскопление.

Форма МС близка к круговой. По размеру МС меньше МКК. Радиус такого скопления квазикруговой формы составляет десятки километров. Продолжительность существования МС до 3 ч. Следует, однако, иметь в виду, что одно скопление, исчезая, может «родить» другое, увеличивая тем самым продолжительность своей жизни.

Мезоскопления часто имеют ячеювую структуру. Обычно это открытая ячейка, состоящая из отдельных кучево-дождевых облаков. Следует заметить, что ячейковая структура МС не всегда обнаруживается радиолокатором из-за того, что в пределах ячейки S_b развиваются не одновременно, а последовательно по периметру открытой ячейки (рис. 3.5).

Пусть в момент времени t_1 в некоторой открытой ячейке наблюдается пять неодинаково развитых облаков. Облако 1 только зарождается, облако 2 уже достаточно хорошо развито, облако 3 достигло максимального развития, облако 4 начинает разрушаться, а от облака 5 остались лишь следы. В момент времени t_2 облако 1 стало достаточно развитым, а облако 2 достигло максимального развития, зато облака 3 и 4 разрушаются, а облако 5 исчезло. Однако появилось новое облако 6 и т. д. В последующие моменты времени одни облака продолжают развиваться, другие — деградируют или вовсе исчезают. Кроме того, все облака еще участвуют в двух движениях: по периметру ячейки (как правило, против часовой стрелки) и по потоку вместе со всей ячейкой. Создается впечатление некоторого хаоса. На самом деле и развитие, и движение подчиняются строгому порядку.

Исходные материалы для прогноза МКК и МС те же, что и для прогноза ЛШ(Н). Предполагается, что они дают возможность предсказать возникновение систем глубокой конвекции (см.

с. 35). Если появление СГК ожидается, то следующая задача прогнозиста — обнаружить их зарождение и проследить за их развитием и перемещением с помощью космических и радиолокационных средств наблюдения. Наконец, прогнозист должен определить, окажут ли возникшие СГК воздействие на обслуживаемые объекты (аэропорт, поле, стройка и т. д.) и если окажут, то когда это произойдет. Иногда даже несколько десятков минут упреждения имеет большое значение и могут предотвратить жертвы и значительно уменьшить материальные потери.

Как было упомянуто выше, *средствами обнаружения СГК и слежения за ними* являются спутниковые и радиолокационные средства наблюдения. Обычные средства синоптического анализа носят вспомогательный характер. Они главным образом используются на *первом этапе*, когда прогнозируется возможность возникновения и развития СГК (о нем речь шла на с. 9—10, 25—30). На *втором этапе* анализа важно уделить максимум внимания взаимосвязи облачных образований с мезомасштабной структурой полей давления и ветра, т. е. провести «увязку» данных МСЗ и радиолокатора с данными крупномасштабной карты погоды. На последних полезно провести дополнительный, тщательный анализ полей ветра и давления, выделив зоны (линии) конвергенции и мезомасштабные ложбины и депрессии, а затем «наложить» на них очаги развивающейся облачности. Облачность в зоне конвергенции обычно развивается в симметричные СГК, а облачность на линиях конвергенции — в линейные системы. Далее процесс эволюции и перемещения этих систем составляет методом экстраполяции (см. с. 62, 100—101). Дополнительно можно рекомендовать некоторые правила.

1. Системы глубокой конвергенции смещаются вдоль среднего вектора ветра в слое 700—500 гПа со скоростью

$$c = k |V|_7^5,$$

где

$$|V|_7^5 = \frac{\sqrt{V_5^2 + V_7^2 - 2V_5V_7 \cos(180 - \alpha)}}{2}, \quad (3.6)$$

α — угол между векторами ветра на уровнях 500 и 700 гПа.

Коэффициент переноса k зависит от скорости ветра. Приближенное значение k можно определить по эмпирической формуле

$$k = \frac{9.2 + 0.29 |V|_7^5}{|V|_7^5 + 3.5}. \quad (3.7)$$

Значение k можно определить также по архивному материалу, сравнивая фактическую скорость перемещения СГК со значениями $|V|_7^5$ м/с в разных ситуациях.

Направление среднего ветра в слое 500—700 гПа

$$\bar{d}|_7^5 = d_7 \mp \arccos \frac{V_7 - V_5 \cos(180 - \alpha)}{2|V|_7^5}, \quad (3.8)$$

d_7 — направление ветра на уровне 700 гПа. При левом повороте ветра с высотой знак «—», при правом — «+».

Зная значения $|V|_7^5$ и $\bar{d}|_7^5$, определить время начала явления в пункте прогноза можно с помощью данных радиолокационных наблюдений. Для этого вблизи передней кромки радиоэха (рис. 3.6) выбираются две точки: 1 и 2. Выбор точек производится простым геометрическим построением. Проводят три касательные прямые. Две из них, параллельные вектору среднего ветра $V|_7^5$ по краям засветки (на рис. 3.6 линии AB и CD), а третья, перпендикулярная им, по передней кромке засветки (на рис. 3.6 линия EF). Точки пересечения прямой EF с линиями AB и CD и будут искомыми точками 1 и 2. Их координаты соответственно будут x_1, y_1 и x_2, y_2 . Используя предположение о том, что система движется в направлении вектора среднего ветра в слое 500—700 гПа, нетрудно видеть, что в пункте прогноза явление начнется, когда к нему подойдет точка O . Следовательно, необходимо определить расстояние R между точкой O и ПП, для чего необходимо вычислить координаты точки $O(x_0, y_0)$:

$$x_0 = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{(x_1 - x_2) \operatorname{tg} \varepsilon - y_1 + y_2}, \quad (3.9)$$

где

$$\varepsilon = 270 - \bar{d}|_7^5, \quad y_0 = x_0 \operatorname{tg} \varepsilon. \quad (3.10)$$

Отсюда следует, что

$$R = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}, \quad (3.11)$$

а время начала явления

$$\tau = t_{\text{исх}} + \frac{R}{k|V|_7^5}, \quad (3.12)$$

где $t_{\text{исх}}$ — время исходного радиолокационного наблюдения.

Если x_0 находится вне интервала между x_1 и x_2 и/или y_0 — вне интервала между y_1 и y_2 , то система пройдет мимо пункта прогноза.

Существуют два особых случая:

- 1) если $\bar{d}|_7^5 = 360^\circ$ или $\bar{d}|_7^5 = 180^\circ$, то $x_0 = 0$, а

$$y_0 = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{x_1 - x_2};$$

- 2) если $\bar{d}|_7^5 = 90^\circ$ или $\bar{d}|_7^5 = 270^\circ$ и $x_1 = x_2$, то $y = 0$, а $x_0 = x_1 = x_2 = R$.

Рассмотренный способ дает удовлетворительные результаты, если размеры радиоэха СГК с течением времени мало меняются. При значительном изменении размеров СГК необходимо сделать несколько дополнительных операций. Во-первых, на один бланк радиолокационной карты наносят два последовательных положения радиоэха СГК в моменты времени t_1 и t_2 (рис. 3.7); во-вторых, по движению «центра тяжести» системы определяют вектор смещения СГК; на рис. 3.7 он обозначен как $C_{СГК}$; в-третьих, проводят касательные прямые AB и CD так, чтобы они прошли через крайние боковые точки радиоэха в положении I и II , касательные прямые EF и GH проводят так, чтобы они были перпендикулярны направлению вектора $C_{СГК}$ (см. рис. 3.7); в-четвертых, снимают координаты в точках пересечения касательных 1, 2, 3, 4, т. е. $x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3; x_4, y_4$.

Предполагается, что изменение размеров СГК на период прогноза будет идти так же, как оно шло в промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, т. е. интервалы $x_1 - x_2$ и $y_1 - y_2$ ($x_3 - x_4$ и $y_3 - y_4$) будут увеличиваться или уменьшаться с той же скоростью, что и в исходный промежуток времени Δt . Тогда к моменту подхода системы к пункту прогноза τ она займет некоторое положение, показанное на рис. 3.7 пунктиром. Пересечение касательной к прогностическому положению радиоэха системы с линиями AB и CD даст точки 5 и 6 (см. рис. 3.7) с координатами x_5, y_5 и x_6, y_6 :

$$x_5 = x_3 + \frac{x_3 - x_1}{\Delta t} (\tau - t_2); \quad x_6 = x_4 + \frac{x_4 - x_2}{\Delta t} (\tau - t_2);$$

$$y_5 = y_3 + \frac{y_3 - y_1}{\Delta t} (\tau - t_2); \quad y_6 = y_4 + \frac{y_4 - y_2}{\Delta t} (\tau - t_2).$$

Если координаты x_5, x_6 и/или y_5, y_6 имеют одинаковые знаки, то система пройдет мимо пункта прогноза.

Определение времени прихода СГК в пункт прогноза τ производится так же, как и в случае с системой, не меняющей размера, только здесь

$$x_0 = \frac{x_3 y_4 - x_4 y_3}{(x_3 - x_4) \operatorname{tg} \varepsilon - y_3 + y_4},$$

где $\varepsilon = 270 - d_{СГК}$, а далее по формулам (3.10), (3.11), (3.12).

Заметим, что расширяющаяся система, движущаяся вдоль одной из осей, в любом случае не пройдет мимо пункта прогноза. Поэтому дополнительные операции излишни.

2. Хорошим показателем эволюции МКК является радиационная температура верхней границы облаков T_R . Осадки, достигающие поверхности Земли, начинаются при $T_R \approx -32^\circ\text{C}$. Если обнаруживается тенденция к понижению T_R ($\partial T_R / \partial t < 0$) и увеличивается эхо на дисплее радиолокатора, то в ближайшие 2—4 ч ин-

тенсивность осадков увеличится и зона осадков станет больше по площади.

Если же $\partial T_R / \partial t > 0$ или появится термическая неоднородность верхней границы облаков («теплые острова» на верхней границе облаков), то в ближайшее время осадки прекратятся.

3. Сближение и слияние очагов радиоэха свидетельствует об усилении интенсивности МКК; дробление очагов радиоэха — ослабление МКК.

4. «Столкновение» двух мезомасштабных зон конвергенции ведет к быстрому росту S_b в мезоскопении (МС); через 20—25 мин после «столкновения» радиоэхо достигает 30 дБ.

Зоны и линии конвергенции обнаруживаются путем слежения за структурой поля ветра с помощью доплеровского радиолокатора. Если такого радиолокатора нет, то о наличии зон конвергенции судят по началу развития СГК. В этом случае заблаговременность прогноза уменьшается от 60—90 до 30—40 мин.

Если есть возможность так или иначе следить за образованием и перемещением зон (линий) конвергенции, то необходимо:

— по радиолокационным измерениям оценить скорость и направление смещения зон (линий) конвергенции;

— экстраполируя смещение этих зон (см. с. 62), определить возможность, место и время их столкновения; считается, что через 20—30 мин в «зоне столкновения» радиоотражаемость достигнет 30 дБ и значительно увеличится интенсивность конвекции. Следует иметь в виду, что «зона столкновения» смещается в направлении ведущего потока и через 20—30 мин может быть далеко от места столкновения.

5. Смещение зон (линий) конвергенции в район с большей влажностью и большей неустойчивостью ведет к быстрому развитию конвекции в зонах или вдоль линий конвергенции. О распределении значений неустойчивости можно судить по крупномасштабным картам Γ_e (см. с. 35).

ПРОГНОЗ ВОЗНИКНОВЕНИЯ МЕЗОВИХРЯ В КОНВЕКТИВНОЙ ЯЧЕЙКЕ

Мезовихрем называют вихрь $\Omega \geq 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ диаметром 10^0 — 10^1 км, возникающий в восходящем (нисходящем) потоке конвективной ячейки.

При прогнозе конвекции и конвективных явлений обычно оценивается термодинамическое состояние воздушной массы или, проще говоря, степень ее статической устойчивости (неустойчивости). Наряду с этим следует оценивать вертикальный сдвиг ветра в районе ожидаемого развития конвекции:

$$|\Delta V| = \frac{\sqrt{V_B^2 + V_H^2 - 2V_B V_H \cos \alpha}}{\Delta z} \quad (3.13)$$

Здесь $|\Delta V|$ — модуль сдвига ветра в некотором слое толщиной Δz , вовлеченном в конвекцию; V_v и V_n — скорость ветра на верхней и нижней границе этого слоя соответственно; α — угол между направлениями ветра на верхней и нижней границе слоя;

$$d_c = d_n \mp 180 \pm \arccos \frac{V_n - V_v \cos \alpha}{\Delta z |\Delta V|}, \quad (3.14)$$

где d_c — направление сдвига ветра; d_n — направление ветра на нижней границе слоя; при левом повороте ветра с высотой используется верхний знак перед вторым и третьим членами в правой части формулы (3.14), при правом — нижний знак.

Вертикальный сдвиг ветра связан с горизонтальной завихренностью. Последняя по величине равна модулю сдвига ветра, т. е.

$$\Omega_r = |\Delta V|.$$

Здесь Ω_r — горизонтальная завихренность, или вихрь с горизонтальной осью.

Так как вихрь — вектор, он должен иметь направление. Вектор вихря Ω_r направлен на 90° влево от направления сдвига ветра:

$$d\Omega_r = d_c - 90^\circ;$$

$d\Omega_r$ показывает, откуда направлен Ω_r .

Введем некоторые понятия.

Относительный ветер — ветер относительно конвективной ячейки, которая сама движется со скоростью $C_{к.я}$:

$$V_{отн} = V - C_{к.я}, \quad (3.15)$$

или

$$|V_{отн}| = \sqrt{V^2 + C_{к.я}^2 - 2VC_{к.я} \cos \gamma}; \quad (3.16)$$

$$d_{отн} = d_{к.я} \mp 180 \pm \arccos \frac{C_{к.я} - V \cos \gamma}{|V_{отн}|}, \quad (3.17)$$

γ — угол между векторами V и $C_{к.я}$.

Если конвективная ячейка движется с отклонением вправо от направления ветра, в формуле (3.17) перед вторым и третьим членами используется верхний знак. Если влево — нижний знак. Относительный ветер существенно отличается от реального ветра как по скорости, так и по направлению. На рис. 3.8 приведен пример графического определения относительного ветра. В этом примере направление реального ветра 250° , а его скорость 6 м/с, конвективная ячейка движется со скоростью 5 м/с, и направление 270° . Скорость относительного ветра чуть больше 2 м/с, а его направление 197° .

Продольная завихренность — составляющая горизонтальной завихренности, направленная параллельно относительному ветру в окружающем пространстве на том же уровне; будем обозначать

ее как $\Omega_{r\parallel}$. Продольная завихренность определяется изменением направления относительного ветра с высотой. Если $V_{отн}$ и $\Omega_{r\parallel}$ направлены в противоположные стороны, то говорят об антипродольной завихренности.

Поперечная завихренность — составляющая горизонтальной завихренности, направленная перпендикулярно (влево) вектору относительного ветра; будем обозначать ее как $\Omega_{r\perp}$. Поперечная завихренность определяется изменением скорости относительного ветра с высотой.

На рис. 3.9 представлен пример возможного расположения всех упомянутых выше векторов, а также продольной и поперечной завихренности. Нетрудно видеть, что

$$\left. \begin{aligned} \Omega_{r\parallel} &= |\Delta V| \cos \beta \\ \Omega_{r\perp} &= |\Delta V| \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

где

$$\beta = (d_{отн} - d_c + 90^\circ).$$

Когда имеет место значительная продольная завихренность, восходящие или нисходящие потоки в конвективной ячейке вращаются против часовой стрелки, т. е. циклонически. Когда имеет место значительная антипродольная завихренность, восходящие или нисходящие потоки в конвективной ячейке вращаются по часовой стрелке, т. е. антициклонически.

Когда имеет место только поперечная завихренность, вращения восходящего (нисходящего) потока не происходит.

Замечено, что мезовихри в конвективных ячейках возникают, если вертикальный сдвиг ветра $|\Delta V| \geq 10^{-3} \text{ с}^{-1}$. Обычно сердцевина мезовихря располагается между 3 и 9 км (между уровнями 700 и 300 гПа). Именно для этого слоя прежде всего вычисляется значение вертикального сдвига ветра.

Исходной информацией для прогноза мезовихря служат следующие данные:

- а) распределение скорости и направления ветра с высотой в районе прогноза — данные ветрового зондирования;
- б) значения вертикальной скорости ветра на разных уровнях;
- в) данные о направлении и скорости перемещения конвективной ячейки $S_{к.я.}$;
- г) распределение T и T_d по высоте — данные температурного зондирования в районе прогноза.

В основе методики прогноза лежит предположение о том, что вихрь с горизонтальной осью под влиянием градиента сил плавуучести принимает наклонное или вертикальное положение. Предполагается также, что рассматриваемые конвективные ячейки развиваются в полном соответствии с линейной теорией конвекции.

Согласно этой теории, вероятность возникновения вращения в конвективном потоке

$$P_r = \sin \psi (V \overline{R_t^2 + 1})^{-1}, \quad (3.19)$$

где $\psi = (d_{отн} - d_{к.и})$ — угол между направлением относительного ветра и направлением перемещения конвективной ячейки на заданном уровне.

Строго говоря, конвекция, как правило, не очень хорошо согласуется с линейной теорией. Уже через несколько минут после начала конвекции появляются нелинейные члены. Однако они практически не влияют на процесс возбуждения вращения в конвективном потоке.

При изучении рис. 3.9 даже из простых геометрических соображений ясно, что

$$\sin \psi = \frac{\Omega_{гн}}{|\Delta V|}. \quad (3.20)$$

В формуле (3.19) $R_t = \sigma / (k |V_{отн}|)$ — отношение времени «существования» частицы в области, где имеет место сильный градиент плавучести, к времени роста термически неустойчивого возмущения; σ — показатель роста возмущения; k — масштаб длины для горизонтального градиента плавучести в пределах конвективной ячейки.

Замечено, что значительные градиенты плавучести наблюдаются в хорошо «вентилируемых» конвективных ячейках, т. е. там, где воздух «хорошо продувает» возмущение (там, где большие значения $V_{отн}$). Отсюда следует, что при больших значениях R_t сдвиг ветра слабо влияет на конвекцию и величина P_r оказывается небольшой.

Показатель роста возмущения может быть выражен как

$$\sigma = \sqrt{\frac{Sk^2}{n^2 + m^2}}, \quad (3.21)$$

где n и m — горизонтальные и вертикальные волновые числа данного возмущения. Для глубокой влажной конвекции

$$S = \frac{2}{H^2} \int_0^H g \frac{\Theta_v(z) - \bar{\Theta}_v(z)}{\bar{\Theta}_v(z)} dz. \quad (3.22)$$

Здесь H — уровень конвекции; g — ускорение свободного падения; $\Theta_v(z)$ — виртуальная потенциальная температура поднимающейся частицы (влажный адиабатический подъем) на высоте z ; $\bar{\Theta}_v(z)$ — виртуальная потенциальная температура в окружающей среде на том же уровне. Иногда вместо виртуальной потенциальной температуры используют эквивалентно-потенциальную температуру. Тогда

$$S = \frac{2}{H^2} \int_0^H g \frac{\theta_e - \bar{\theta}_e}{\bar{\theta}_e} dz. \quad (3.22')$$

Интеграл в (3.22) — конвективная доступная потенциальная энергия, E_a . Тогда

$$S = \frac{2}{H^2} E_a. \quad (3.23)$$

или

$$\sigma = \left[\frac{2E_a k^2}{H^2 (n^2 + m^2)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.24)$$

Используя (3.23) и (3.24), получаем выражение для R_t .

$$R_t = \frac{\sqrt{\frac{2E_a}{H^2 (n^2 + m^2)}}}{|V_{отн}|}. \quad (3.25)$$

Введем безразмерные горизонтальные и вертикальные волновые числа $n_* = nH$ и $m_* = mH$. Тогда $n_*^2 + m_*^2 = H^2 (n^2 + m^2)$. Обозначим

$$\sqrt{\frac{2}{H^2 (n^2 + m^2)}} = \sqrt{\frac{2}{n_*^2 + m_*^2}} = B.$$

В соответствии с этим выражением (3.25) примет следующий вид:

$$R_t = \frac{B \sqrt{E_a}}{|V_{отн}|}. \quad (3.25')$$

В прогностической практике США величину B принято считать константой, так как она очень мало меняется от возмущения к возмущению. В качестве такой константы выбрано ее среднее значение $B = 0,173$. Тогда

$$R_t = \frac{0,173 \sqrt{E_a}}{|V_{отн}|}. \quad (3.25'')$$

Замечено, что наиболее жестокие конвективные явления возникают при $R_t \approx 1$; при $R_t \gg 1$ влияние ветров на возмущение пренебрежимо мало, а при $R_t < 1$ ветры хорошо «вентируют» конвективную ячейку.

С помощью (3.25'') значение вероятности возникновения мезо-вихря можно выразить как

$$P_r = \frac{\sin \phi |V_{отн}|}{\sqrt{0,03E_a + |V_{отн}|^2}}. \quad (3.26)$$

Так как $\sin \phi = \Omega_{r \parallel} / \Omega_r$, то

$$P_r = \frac{\Omega_{r \parallel} |V_{отн}|}{\Omega_r \sqrt{0,03E_a + |V_{отн}|^2}}. \quad (3.26')$$

Нетрудно видеть, что с увеличением скорости относительного ветра растет вероятность возникновения мезовихря. Если $|\mathbf{V}_{отн}|=2$, то $P_r=0$ и мезовихрь не возникает. Не возникнет мезовихрь и в том случае, если отсутствует продольная завихренность $\Omega_{r\parallel}=0$. Наиболее благоприятные условия для генерации мезовихря создаются при $\Omega_{r\perp}=0$ ($\sin\psi=1$), если $|\mathbf{V}_{отн}|\neq 0$. Разумеется, что при наличии конвективной ячейки $E_a\neq 0$, хотя, согласно (3.26), $P_r=1$ только при $E_a=0$ и $\sin\psi=1$ (-1).

Совершенно очевидно, что на разных уровнях в пределах конвективной ячейки значения P_r будут отличаться друг от друга. Поэтому для практических целей значения P_r вычисляют для каждого стандартного уровня внутри слоя, занятого конвекцией. Полученные для всех уровней значения P_r осредняют:

$$\bar{P}_r = \frac{\sum_{i=1}^n P_{ri}}{n},$$

где n — число стандартных уровней внутри слоя от уровня конденсации до уровня конвекции.

Значение P_r указывает лишь вероятность возникновения вращения восходящего (нисходящего) потока в конвективной ячейке. Мезовихрь же должен обладать определенной интенсивностью вращения $\hat{\Omega}$.

Линейная теория конвекции поможет вычислить ожидаемое значение $\hat{\Omega}$ как

$$\hat{\Omega} = - \frac{d\varphi/dz}{R_i^2 + 1} W. \quad (3.27)$$

Здесь $d\varphi/dz$ — изменение направления действительного ветра с высотой в районе конвективной ячейки; W — максимальная скорость конвективного подъема (опускания) в данной конвективной ячейке.

Ветровые зондирования вблизи торнадо показали, что здесь типично $d\varphi/dz = -0,5$ рад/км в нижнем 3-километровом слое.

ПОРЯДОК СОСТАВЛЕНИЯ ПРОГНОЗА МЕЗОВИХРЯ В КОНВЕКТИВНОЙ ЯЧЕЙКЕ

1. Определяют горизонтальные и вертикальные размеры конвективной ячейки по данным радиолокатора или по любой конвективной модели.

2. Определяют скорость $C_{к.я}$ и направление $d_{к.я}$ перемещения конвективной ячейки по данным радиолокационных наблюдений. Если к моменту составления прогноза конвективная ячейка еще не сформировалась, то используют предположение о том, что она

движется со скоростью и направлением среднего ветра в слое 500—700 гПа (см. с. 41).

3. По формулам (3.16) и (3.17) вычисляют скорость и направление относительного ветра на всех стандартных уровнях.

4. По формулам (3.13), (3.14) вычисляют модуль и направление горизонтального вихря.

5. По формулам (3.18) вычисляют значения продольной и поперечной завихренности. Если наблюдается только поперечная завихренность, то дальнейшие операции не производят, так как в этом случае мезовихрь не возникнет. Если имеет место антипродольная завихренность ($\Omega_{r\parallel} < 0$), то следует ожидать антициклоническое вращение.

6. Вычисляют конвективную доступную потенциальную энергию по одной из формул

$$E_a = \int_0^H g \frac{\theta_v(z) - \bar{\theta}_v(z)}{\bar{\theta}_v(z)} dz$$

или

$$E_a = \int_0^H g \frac{\theta_e - \bar{\theta}_e}{\bar{\theta}_e} dz.$$

7. По формуле (3.26) или (3.26') вычисляют значения P_r на всех стандартных уровнях в пределах слоя, занятого конвекцией. Полученные значения P_r осредняют. Если среднее значение

$$\bar{P}_r = \sum_1^n P_{ri}/n \neq 0,$$

то вращение внутри конвективной ячейки возможно.

8. На стандартном уровне, лежащем вблизи уровня максимальной скорости конвективного подъема, вычисляют значение $d\phi/dz$ в рад/м и значение R_t по формуле (3.25'').

9. По формуле (3.27) вычисляют интенсивность вращения $\hat{\Omega}$. Если $\hat{\Omega} \geq 10^{-3}$ с, то ожидается появление мезовихря. Слежение и прогноз его перемещения осуществляется с помощью методики, приведенной выше (см. с. 41—43).

Прогноз смерчей

По своей природе смерч есть мезовихрь значительной интенсивности, связанный с кучево-дождевым облаком. Диаметр вихря до 1500 м. Продолжительность его существования 10^2 — 10^4 с, скорость движения 10—90 км/ч.

В центральной части смерча имеется ядро шириной до 150 м, в котором наблюдаются нисходящие токи со скоростью 60—

80 м/с, конвергирующие у поверхности Земли (воды), где они образуют так называемое подножье смерча. Вокруг ядра — восходящие спиралевидные движения со скоростью до 90 м/с. Они обуславливают конденсацию водяного пара в поднимающемся воздухе и поднимают пыль, песок, воду и даже крупные предметы.

Анализ возможностей развития смерча приводится по тем же исходным материалам, которые необходимы для оценки развития систем глубокой конвекции и возникновения мезовихрей.

Смерчи образуются в зонах активной конвекции в углубляющихся циклонах, на обостряющихся холодных фронтах, впереди них и под обширными тропосферными депрессиями. Пример наиболее типичной синоптической ситуации, при которой образуется смерч, показан на рис. 3.10. Узкие зоны хорошо выраженной конвергенции ветра в пограничном слое и значительная продольная завихренность в сильно неустойчивой атмосфере свидетельствуют о возможности возникновения смерча.

Известны три типа вертикальной структуры воздушных масс, благоприятных для образования смерчей.

Тип I. Теплая воздушная масса, состоящая из трех слоев в нижней части тропосферы (до 400 гПа). Толщина слоев может быть любой при условии, что средний слой будет самым тонким. Нижний слой — влажный ($R \geq 65\%$, $T_d \geq 13^\circ\text{C}$), условно неустойчивый ($\Gamma_e < 0$). Средний слой — сухой ($R < 50\%$), устойчивый ($\Gamma_e > 0$). Верхний слой — условно неустойчивый ($\Gamma_e < 0$); в нем относительная влажность сначала растет медленно, а затем отмечается ее резкое увеличение.

Ветер усиливается с высотой, причем непосредственно над нижним слоем наблюдается сильное узкое течение с компонентом около 15 м/с, который направлен перпендикулярно потоку в нижнем слое.

Смерчам, возникающим в такой воздушной массе, сопутствуют следующие предсмерчевые погодные условия. Утром небо покрыто облаками слоистых форм, затем на короткий промежуток времени небо проясняется, после чего появляются облака типа *As matatus*. За 1—4 ч до смерча резко повышается температура точки росы («парит в воздухе»).

Указанные условия погоды не являются прогностическими признаками смерча, они лишь сопутствуют процессам его образования. Однако при этих условиях сильные грозы со шквалами наблюдаются всегда.

В течение нескольких часов перед началом грозы, с которой может быть связан смерч, давление медленно падает (не более чем на 3 гПа/3 ч), за несколько минут до начала явления (гроза, шквал, смерч) падение давления прекращается, отмечается даже некоторый рост, а с началом явления давление резко падает; затем оно быстро растет и после прохождения конвективной ячейки возвращается к исходному.

Тип II. Теплая, влажная, неустойчивая воздушная масса (обычно морской тропический воздух) без инверсий и задерживающих слоев ($\Gamma_e < 0$). За несколько часов до явления температура воздуха у поверхности Земли $T \geq 27^\circ\text{C}$, относительная влажность до высоты 7 км $R \geq 65\%$.

Ветер с высотой обычно меняется мало, но для формирования смерча необходим значительный вертикальный сдвиг ветра хотя бы в тонком слое. Процессам образования смерча в воздушных массах этого типа сопутствуют такие же погодные условия, как и в воздушных массах типа I.

Тип III. Относительно холодная ($T \approx 20^\circ\text{C}$ у поверхности Земли), неустойчивая ($\Gamma_e < 0$) и влажная ($R \geq 70\%$ до высоты 7 км) воздушная масса. Ветер усиливается с высотой и быстро меняет направление. Вертикальный сдвиг ветра в слое 500—800 гПа $5 \cdot 10^{-3} \text{c}^{-1}$.

Смерчам, возникающим в такой воздушной массе, сопутствуют следующие предсмерчевые погодные условия. Утром небо обычно ясное. Затем появляются перисто-кучевые облака, а через несколько часов — отдельные высоко-кучевые облака. Еще через некоторое время почти внезапно развиваются (период развития составляет десятки минут) кучево-дождевые облака и может образоваться смерч.

В любой из рассмотренных воздушных масс возможно образование смерча, однако он формируется не всегда. Чаще всего смерч следует ожидать, если есть пересечения линий неустойчивости или когда мезомасштабная зона (линия) значительной конвергенции совпадает с ячейкой конвекции (рис. 3.11). Если конвективных облаков еще нет, то о наличии ячейки судят по области больших значений показателя конвективной неустойчивости.

Можно рекомендовать следующий порядок составления прогноза смерчей.

1. По исходным материалам устанавливается тип воздушной массы и оценивается синоптическая ситуация.

2. Вычисляются критерии неустойчивости и составляются крупномасштабные карты распределения Γ_e и κ в районе прогноза. Если они указывают на предстоящее развитие конвекции, то вычисляются параметры конвекции и определяется возможность развития конвективных явлений, включая формирование мезовихрей.

3. В процессе слежения за текущей погодой определяется наличие (отсутствие) сопутствующих смерчам (грозам) погодных условий.

4. С помощью МРЛ производится обнаружение конвективных ячеек наибольшей мощности и линий неустойчивости и слежение за их развитием и перемещением. Заметим, что зарождение мезовихря и его развитие, а следовательно, и формирование смерча можно обнаружить только радиолокатором с доплеровской при-

ставкой. Однако если вихрь (смерч) каким-либо образом обнаружен (скажем, визуально), то обычный МРЛ может следить за облаком, с которым этот вихрь связан. Тогда можно заблаговременно предупредить о появлении смерча.

5. Всеми доступными средствами желательнее обнаружить линии (зоны) конвергенции. Совмещение полей неустойчивости (крупномасштабные карты G_e и κ) и зон конвергенции позволит предсказать место возможного появления смерча.

6. По данным слежения за перемещением облака, с которым связан мезовихрь или смерч, средствами прямой линейной экстраполяции составляется прогноз траектории смерча.

Заблаговременность предупреждения о смерче не превышает нескольких десятков минут.

Глава 4 *сумм* (13)

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЕ ПРОГНОЗЫ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ В УСТОЙЧИВОЙ АТМОСФЕРЕ НА ФОНЕ ПОНИЖЕННОГО ДАВЛЕНИЯ

Формирование погоды в целом и отдельных мезомасштабных явлений в устойчивой атмосфере зависит от ряда условий. В первую очередь следует назвать фон давления. Интересно, что одни и те же явления могут возникать как при повышенном, так и при пониженном фоне давления. Например, низкая облачность. Однако процессы, приводящие к образованию этих явлений, не одинаковы. В данной главе будут рассмотрены процессы, протекающие на фоне пониженного давления.

Вторым важным фактором формирования локальной погоды являются крупномасштабные и мезомасштабные (не конвективные) вертикальные движения. Последние могут появляться как во фронтальных зонах, т. е. в областях с большими контрастами температур в атмосфере, так и внутри воздушных масс в мезомасштабных циклонических возмущениях, возникающих вне атмосферных фронтов. Вероятно, сами мезоциклоны генерируются локальной динамической неустойчивостью или образуются под влиянием орографии.

Крупномасштабные процессы во фронтальных зонах формируют так называемую макропогоду; рассмотрение этих процессов не входит в задачу данного курса. Однако обнаруженные недавно вторичные течения во фронтальных зонах создают мезомасштабные неоднородности полей облачности и осадков, которые должны учитываться при составлении сверхкраткосрочных прогнозов. Вторичные течения есть не что иное, как мезомасштабные возмущения, возникающие, как полагают, также под влиянием ди-

намической неустойчивости. Вторичные течения есть третий важный фактор формирования локальной погоды в устойчивой атмосфере.

Таким образом, три основных параметра — давление, характер циркуляции и динамическая неустойчивость (устойчивость) — определяют возникновение и характер мезо процессов статически устойчивого воздуха. Следует, однако, обратить внимание еще на два обстоятельства. Первое, внутри массы устойчивого воздуха могут формироваться «острова» статической неустойчивости. Второе, возникновение конкретных явлений погоды зависит от влажности воздуха. Какими бы не были вертикальные движения, давление и циркуляция, если отсутствует влага (очень сухой воздух), ни облачность, ни осадки возникать не будут. Именно из-за отсутствия достаточного количества влаги в засушливых районах мезоциклоны вызывают лишь пыльные бури.

Возможность возникновения мезомасштабных возмущений в устойчивом воздухе на фоне низкого давления может быть оценена количественно по формуле (2.18) (см. с. 22).

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ НИЗКОЙ ОБЛАЧНОСТИ

Низкими будем называть облака, нижняя граница которых располагается на высоте не выше 300 м. Обычно при составлении прогноза низкой облачности приходится отвечать на два следующих вопроса.

1. Если над пунктом прогноза в исходный момент наблюдается низкая облачность, то сохранится ли она в течение срока прогноза и как будет меняться высота ее нижней границы?

2. Если в исходный срок облачность не наблюдалась, то появится ли она в течение срока прогноза и какая будет высота ее нижней границы?

Заблаговременность прогноза факта появления, сохранения или исчезновения низкой облачности может быть несколько часов. Что же касается высоты нижней границы облаков, то в зависимости от требуемой точности (учитывая значительную изменчивость высоты нижней границы облаков) срок прогноза может быть 2—3 ч, но может быть и всего несколько минут.

Как известно из курсов общей и синоптической метеорологии, формирование (рассеяние) низкой облачности происходит главным образом под влиянием адвекции и вертикальных движений. Большое значение имеют изменения влажности, обусловленные в значительной степени адвекцией и вертикальными движениями, а также скоростью и направлением ветра, наличие или отсутствие инверсий.

На рис. 4.1 приведена схема сверхкраткосрочного (на 3—6 ч) прогноза низких облаков с учетом указанных выше факторов при наличии низких облаков над пунктом прогноза в исходный срок.

Используя эту схему, составьте прогноз на ближайшие три часа при следующих исходных условиях: низкие облака над пунктом прогноза имеются, высота нижней границы облаков 150 м, ветер южный 3 м/с, дефицит точки росы $D=3^{\circ}\text{C}$, $S\neq 0$, имеет место адвекция тепла, $W>0$; предполагается, что в течение 3 ч знаки адвекции и вертикальных движений не изменятся.

На рис. 4.2 приведена схема сверхкраткосрочного прогноза низких облаков при условии их отсутствия над пунктом прогноза в исходный срок. Схема составлена таким образом, что при отсутствии данных об инверсии можно считать, что инверсии нет. Правда, при этом надежность прогноза становится меньше.

Используя эту схему, составьте прогноз на ближайшие три часа при тех же исходных условиях, но при отсутствии низких облаков как над пунктом прогноза, так и на расстоянии $L<Vt$ от него.

Согласно схеме, в ближайшие три часа следует ожидать появления адвективного тумана или низкой облачности.

Выше рассматривался прогноз появления, сохранения или рассеяния низких облаков. Вместе с тем в прогнозе следует давать информацию о сохранении или изменении высоты нижней границы. Снижению низких облаков сопутствуют следующие факторы:

- восходящие движения воздуха,
- адвекция теплого воздуха на холодную подстилающую поверхность,
- увеличение влажности воздуха,
- падение давления,
- приближение атмосферного фронта.

Нижняя граница будет повышаться при следующих условиях:

- нисходящие движения воздуха,
- сильный ветер,
- адвекция холода (кроме адвекции холодного воздуха на относительно теплую водную поверхность; в этом случае возникают туманы парения),
- рост давления,
- удаление или размывание атмосферных фронтов.

Перечисленные факторы могут действовать одновременно все или только некоторые из них.

Наиболее сложная для прогнозиста ситуация создается, когда одна часть факторов действует в одном направлении, а другая — в другом. В этом случае рекомендуется наблюдать фактическое «поведение» нижней границы, по нему определять главные влияющие в данный момент факторы и в прогнозе ориентироваться на них.

В тех случаях, когда низкая облачность сохраняется и лишь меняется высота ее нижней границы, для сверхкраткосрочного прогноза можно рекомендовать формальную экстраполяцию. В большинстве случаев последняя даст удовлетворительные ре-

зультаты при заблаговременности прогноза не более чем на два часа. Возможны три случая.

А. Имеется два последовательных наблюдения за высотой нижней границы h низких облаков через интервал времени Δt . Тогда высота нижней границы облаков через интервал времени от исходного срока будет

$$h_{0+\Delta t} = 2h_0 - h_{0-\Delta t}, \quad (4.1)$$

где h_0 — высота нижней границы облаков в исходный срок; $h_{0-\Delta t}$ — высота нижней границы облаков в предыдущий срок наблюдений.

Б. Имеются данные наблюдений за высотой нижней границы облаков h за несколько последовательных сроков: $h_0, h_{0-\Delta t}, h_{0-2\Delta t}$ и т. д.; причем в течение всего периода наблюдений изменение высоты нижней границы облаков идет в одном направлении. Тогда

$$h_{0+\Delta t} = h_0 + \Delta \bar{h} \quad \text{или} \quad h_{0+2\Delta t} = h_0 + 2\Delta \bar{h}. \quad (4.2)$$

Здесь $\Delta \bar{h}$ — средняя изменчивость высоты нижней границы облаков за несколько (m) сроков наблюдений;

$$\Delta \bar{h} = \frac{h_0 - h_{0-(m-1)\Delta t}}{m-1}.$$

В. Имеется ряд последовательных наблюдений за высотой нижней границы облаков: $h_0, h_{0-\Delta t}, h_{0-2\Delta t}, h_{0-3\Delta t}$ и т. д.; причем величины $\Delta h_1 = h_0 - h_{0-\Delta t}$, $\Delta h_2 = h_{0-\Delta t} - h_{0-2\Delta t}$, $\Delta h_3 = h_{0-2\Delta t} - h_{0-3\Delta t}$ и т. д. имеют разные знаки. Например, Δh_1 может быть больше 0 (нижняя граница повышается), а Δh_2 — меньше 0, или наоборот. Может быть так, что два срока подряд нижняя граница повышается, а затем понижается, т. е. возможны различные варианты. В этом случае экстраполируется не только изменение значений h , но и ход колебаний этих изменений.

По имеющемуся ряду (иногда достаточно 4—5 наблюдений) устанавливается интервал времени между максимальным и минимальным значениями h и считается, что с этими полупериодами колебания будут продолжаться в течение срока прогноза. Тогда прогностические значения высоты нижней границы облаков вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} h_{0+\Delta t} &= h_0 \pm |\Delta \bar{h}|; \\ h_{0+2\Delta t} &= h_{0+\Delta t} \mp |\Delta \bar{h}|, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где

$$|\Delta \bar{h}| = \frac{|\Delta h_1| + |\Delta h_2| + \dots + |\Delta h_{m-1}|}{m-1}.$$

Пример. Пусть имеется пять последовательных наблюдений за нижней границей облаков: 200, 230, 220, 190 и 200 м в моменты времени $0-4\Delta t$, $0-3\Delta t$, $0-2\Delta t$, $0-\Delta t$ и 0 соответственно. Легко видеть, что в период от $0-3\Delta t$ до $0-\Delta t$ нижняя граница облаков опускалась. В соответствии с нашим предположением с момента времени $0-\Delta t$ до момента $0+\Delta t$ нижняя граница облаков будет повышаться, а затем от $0+\Delta t$ до $0+3\Delta t$ — снова снижаться. Следовательно, при прогнозе значения $h_{0+\Delta t}$ перед вторым членом в формуле (4.3) нужно выбирать знак «+», а при прогнозе $h_{0+2\Delta t}$ и $h_{0+3\Delta t}$ — знак «-». Итак,

$$|\Delta \bar{h}| = \frac{10 + 30 + 10 + 30}{4} = 20 \text{ м};$$

$$h_{0+\Delta t} = 200 + 20 \approx 220 \text{ м};$$

$$h_{0+2\Delta t} = 220 - 20 = 200 \text{ м}.$$

При составлении прогноза рекомендуется следить за изменяющимися метеорологическими условиями и вносить поправки в соответствии с этими изменениями. Например, при увеличении восходящих движений и/или падении давления, слабом ветре и сохранении исходной влажности следует ожидать, что общая тенденция изменения высоты нижней границы облаков будет отрицательной. Усиление ветра и рост давления вызывают обратный процесс.

Если такие или подобные качественные рассуждения совпадают с результатами экстраполяции, прогноз становится более надежным. Если совпадения нет, желательно увеличить частоту наблюдений, чтобы обеспечить тем самым более точную экстраполяцию.

Иногда возникает необходимость предвидеть изменения нижней границы облаков в ближайшие 10—20 мин (например, для обеспечения посадки самолета). В этом случае необходим подход, позволяющий в максимальной степени автоматизировать прогнозирование высоты нижней границы (ВНГ) облаков. Разумеется, необходима и более детальная информация о ВНГ и ее временном ходе. В некоторых автоматизированных системах метеорологического обеспечения взлета и посадки воздушных судов реализована схема инерционного прогноза. Суть ее заключается в том, что измерения ВНГ производят в нескольких фиксированных точках аэродрома, среднее значение этих измерений используют как синоптическую (или климатическую) информацию, а на борт самолета передают минимальное из измеренных значений ВНГ, полагая, что это значение будет сохраняться в течение нескольких десятков минут. Это вынужденное предположение связано с тем, что между моментом измерения ВНГ и использованием данных измерений при заходе на посадку проходит какое-то время, называемое *задержкой относительно измерения*. Величина этой задержки зависит от методики сбора первичной информации, ее первичной обработки, документирования и доведения до экипажа, т. е. имеет место *инерционный прогноз результатов измерения ВНГ*. Однако ВНГ очень изменчива, и по сути

дела следовало бы давать не инерционный, а экстраполяционный прогноз ВНГ.

Пространственно-временная изменчивость ВНГ зависит от многих факторов, главным из которых является тип облачности. Так, структура временного хода ВНГ для фронтальной и внутримассовой облачности существенно различна. На рис. 4.3 представлены временные автокорреляционные функции ВНГ внутримассовой (2) и фронтальной (1) облачности. Переход кривой для фронтальной облачности через нуль наблюдается при временном сдвиге $\tau \approx 40-42$ мин, а для внутримассовой — при $\tau \approx 10-15$ мин.

При таких временных автокорреляционных функциях экстраполяционный прогноз ВНГ на основе, например, уравнения регрессии вида

$$h^*(t) = \bar{h} + r(\tau) [h(0) - \bar{h}] \quad (4.4)$$

(где $h^*(t)$ — наиболее вероятное значение ВНГ в исходный момент t , \bar{h} — климатическая норма ВНГ, $h(0)$ — мгновенное значение ВНГ) будет иметь погрешность

$$\sigma^* = \sigma \sqrt{1 - r^2(\tau)}. \quad (4.5)$$

Эта погрешность будет сравнима с дисперсией ВНГО σ при заблаговременности прогноза $t \rightarrow \tau |_{r(\tau)=0}$.

Для уменьшения ошибок прогноза на малые интервалы времени применяют сглаживание или фильтрацию высокочастотных (короткопериодных) флуктуаций метеорологической величины. Простейшей фильтрующей функцией является так называемая скользящая средняя. Однако следует иметь в виду, что применение скользящих средних требует особого обоснования выбора периода осреднения. Оптимальный период осреднения может быть определен на основе исследования спектра ВНГ. С этой целью рассчитывают амплитуды гармоник спектра и определяют энергетику пульсаций. Полученные распределения энергетики в спектре пульсаций ВНГ позволяют предложить сглаживающие фильтры, подавляющие высокочастотную составляющую и значительно искажающие амплитуду колебаний. Так, для внутримассовой облачности линейное трехточечное осреднение по формуле

$$\bar{h}_i = \frac{h_{i-1} + h_i + h_{i+1}}{3} \quad (4.6)$$

обуславливает «подавление» энергетики высокочастотной области спектра до 75—80 %, не искажая практически низкочастотную часть. При прогнозировании высоты нижней границы внутримассовой облачности на срок до 10 мин не искажается амплитуда колебаний с периодом $T=9$ мин, а колебания с периодом $T \leq \leq 4$ мин отфильтровываются.

Для сглаживания мгновенных значений высоты нижней границы фронтальной облачности целесообразно использовать фильтр вида

$$\overline{h}_i = \frac{h_{i-3} + h_{i-2} + h_{i-1} + h_i + h_{i+1} + h_{i+2}}{12}. \quad (4.7)$$

При сглаживании по (4.7) не искажаются колебания с периодом $T=7$ мин. Сглаживание существенно увеличивает значение $r(\tau)$, уменьшая тем самым погрешность прогноза.

Можно рекомендовать следующий порядок составления сверхкраткосрочного (на десятки минут) прогноза ВНГ.

1. Производятся ежеминутные измерения значений ВНГ.

2. Производится фильтрация (осреднение) значений h_i по формулам (4.6) или (4.7); полученные значения ВНГ относят к сроку i -го измерения.

3. Определяется скорость среднего переноса \bar{V} на уровне ВНГО.

4. Определяется параметр t_f , представляющий время переноса прогнозируемого значения высоты облаков h_f от начала ВПП до точки пересечения h_f глиссадой снижения самолета. Значение t_f определяют на основе решения уравнения

$$\bar{V} t_f \operatorname{tg} \gamma = \bar{h}_{cl} + r(\tau, R) (\bar{h}_i - \bar{h}_{cl}), \quad (4.8)$$

где γ — угол глиссады снижения; h_{cl} — климатическая норма ВНГО для данного района;

$$r(\tau, R) = \exp \left[\alpha \left(t_f + \frac{L}{\bar{V}} \right) + \beta (L + \bar{V} t_f) \right],$$

— пространственно-временная автокорреляционная функция ВНГ; L — расстояние от прибора, измеряющего ВНГ, до начала ВПП.

Уравнение (4.8) является трансцендентным и решается любым из известных методов (например, методом хорд и касательных). Параметры, входящие в уравнение (4.8), приведены на рис. 4.4.

5. Определяется прогностическое значение ВНГ

$$h_f = \bar{V} t_f \operatorname{tg} \gamma. \quad (4.9)$$

Реализация приведенной схемы прогноза ВНГ производится на ЭВМ. При этом на дисплее отображаются два параметра: время (в минутах от исходного срока) и соответствующие прогностические значения ВНГ. Такой прогноз позволяет выбрать тот оптимальный момент выхода самолета под облака, когда прогностическое значение ВНГ будет максимальным в данной ситуации.

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ОБЛОЖНЫХ ОСАДКОВ

Задача сверхкраткосрочного прогноза обложных осадков заключается в том, чтобы предсказать факт, интенсивность, время начала и, по возможности, окончания осадков. Если в исходный момент осадки уже наблюдались, то желательно предсказать изменение (сохранение) их интенсивности и время окончания. Ниже приводится один из возможных подходов к сверхкраткосрочному прогнозу обложных осадков.

Предсказать факт и количество осадков с заблаговременностью до 12 ч можно на основе легко определяемых предикторов, которые представляются в виде следующих пар:

- 1 $\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 H_{850} \text{ — аналог относительного геострофического вихря на} \\ \text{уровне 850 гПа;} \\ \nabla H_{1000}^{500} \text{ — значение градиента относительного геопотенциала} \\ \text{500/1000;} \end{array} \right.$
- 2 $\left\{ \begin{array}{l} \nabla H_{500} \text{ — значение градиента геопотенциала 500 гПа;} \\ \nabla^2 H_{500} \text{ — аналог относительного геострофического вихря на} \\ \text{уровне 500 гПа;} \end{array} \right.$
- 3 $\left\{ \begin{array}{l} H_{500} \text{ — высота поверхности 500 гПа в геопотенциальных де-} \\ \text{каметрах;} \\ k = T_{850} + (T_d)_{850} - T_{500} - (T - T_d)_{700}; \end{array} \right.$
- 4 $\left\{ \begin{array}{l} (H_t)_{500} \text{ — ожидаемое в соответствии с численным прогнозом} \\ \text{изменение геопотенциала 500 гПа за 12 ч;} \\ MI \text{ — некоторая величина, определяемая по данным МСЗ} \\ \text{в пространстве радиусом 300 км от пункта прогноза.} \end{array} \right.$

Для вычисления лапласианов и градиентов используется прямоугольная сетка точек с шагом 300 км (рис. 4.5). Расчет производится по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \nabla^2 H_{850} &= 0,03 (H_5 + H_6 + H_7 + H_8 - 4H_0) \text{ дам}/(100 \text{ км})^2; \\ \nabla^2 H_{500} &= 0,1 (H_1 + H_2 + H_3 + H_4 - 4H_0) \text{ дам}/(100 \text{ км})^2; \\ \nabla H_{1000}^{500} &= \\ &= 0,17 \sqrt{[(H_{1000}^{500})_1 - (H_{1000}^{500})_3]^2 + [(H_{1000}^{500})_2 - (H_{1000}^{500})_4]^2} \text{ дам}/100 \text{ км}; \\ \nabla H_{500} &= 0,17 \sqrt{[(H_{500})_1 - (H_{500})_3]^2 + [(H_{500})_2 - (H_{500})_4]^2} \text{ дам}/100 \text{ км}. \end{aligned}$$

Значения H_{850} , H_{500} , H_{1000}^{500} снимаются с исходных карт АТ₈₅₀, АТ₅₀₀, ОТ₁₀₀₀⁵⁰⁰. Значение k вычисляется по данным последнего зондирования;

$$MI = 2,5n_0 + n_1 + 0,5n_2 + 0n_3.$$

Здесь

$$n_0 + n_1 + n_2 + n_3 = 1,$$

n_0 — часть рассматриваемого пространства, которая свободна от облаков, в долях единицы; n_1 — часть пространства, занятая облаками St и Sc; n_2 — часть пространства, занятая облаками среднего яруса; n_3 — часть пространства, занятая облаками Ns.

Заранее по архивному материалу строятся предикторные поля для каждой пары предикторов. Примерный вид этих полей представлен на рис. 4.6. Знак «+» соответствует случаям, когда при данной паре предикторов были осадки, а «-» — когда осадки не наблюдались. Полученные таким образом предикторные поля разделяются линией на две части, которые условно можно назвать «дождливая» и «сухая».

Для составления прогноза осадков по этим полям необходимо по исходному синоптическому материалу и данным зондирования и МСЗ вычислить все четыре пары предикторов. Если хотя бы одна из пар указывает на осадки (в предикторном поле пара значений предикторов попала в дождливую область), следует ожидать осадки в ближайшие 12 ч.

Количество ожидаемых осадков (мм) можно вычислить по формуле

$$\overline{RR}_{12} = an_+^2 [(pq)_{850} + (pq)_{700} + (pq)_{600} + (pq)_{500}]. \quad (4.10)$$

Здесь a — величина, зависящая от выбора единиц и местных условий. Если массовая доля влаги q измерена в г/кг, а плотность воздуха ρ — в кг/м³, то среднее значение $a = 0,01$ мм; n_+ — число предикторных полей, указывающих на возможность выпадения осадков (n_+ меняется от 0 до 4).

Предсказать время начала осадков можно путем слежения за перемещением зоны осадков. Предполагается, что перемещение зоны осадков происходит под действием ветра и вместе с тем она как бы «привязана» к синоптическому объекту, ее породившему, и перемещается вместе с ним, а синоптический объект сам влияет на структуру ветра. Имеет место некоторое взаимодействие между зоной осадков, синоптическим объектом и ветром. Схематически это взаимодействие показано на рис. 4.7. Сложный характер взаимовлияния этих трех объектов друг на друга объясняет тот факт, что зона осадков чаще всего перемещается со скоростью $c \neq V$ или $c = kV$, где k — коэффициент переноса, уже упоминавшийся выше.

Прежде всего необходимо определить, что такое скорость перемещения зоны осадков. Зона осадков эволюционирует, меняет форму, а потому не очень ясно, что принимать за точки отсчета для вычисления скорости. Оказалось целесообразным в каждой зоне осадков находить «центр тяжести» (ЦТЗ) и особые точки (ОТЗ). Любую зону осадков можно представить в виде геометри-

ческой фигуры. Так, представленная на рис. 4.8 зона осадков (а) легко аппроксимируется треугольником (б) с «центром тяжести» в точке с. Центр тяжести легко находится по правилам геометрии.

Большие зоны осадков (синоптического масштаба или масштаба мезо-а) перемещаются не как единое тело. Области зоны в разных ее сторонах часто смещаются с неодинаковой скоростью. Тому может быть множество причин. Главная из них — неоднородность структуры поля ветра. Именно разные скорости движения отдельных областей зоны придают ей порой причудливые формы. Прогнозисту же при составлении прогноза смещения зоны осадков приходится отыскивать так называемые особые точки на линии, огибающей зону осадков, и давать прогноз перемещения каждой особой точки в отдельности. Определив положение центра тяжести и особой точки в два последовательных момента времени t_1 и t_2 , мы можем вычислить путь L перемещения ЦТЗ (ОТЗ) и их скорость

$$c = \frac{L}{t_2 - t_1}. \quad (4.11)$$

Из опыта известно, что значение c наиболее близко к величине (модулю) среднего вектора ветра в слое 500—700 гПа, т. е.

$$c = k |\mathbf{V}|_{\bar{p}},$$

где k — коэффициент переноса (см. с. 63—64); его значение варьирует в широких пределах от 0,3 до 1,9. Вместе с тем четко выделяются три группы значений k :

- 1) $k < 0,6$;
- 2) $0,6 \leq k \leq 1,0$;
- 3) $k > 1,0$.

Каждой группе соответствует свой синоптический фон.

Зоны осадков *первой группы* ($k < 0,6$) связаны с волнами на фронтах и молодыми циклонами. В этом случае зоны осадков перемещаются вместе с синоптическим объектом, который обуславливает осадки. Тогда логично предположить, что значение k для всей зоны (т. е. для ЦТЗ и всех ОТЗ) будет почти одинаковым. Разумеется, эволюционируя, зона может расширяться, сужаться и/или менять форму, а потому, строго говоря, значения k для разных точек зоны будут не совсем одинаковыми, однако их различия не должны превышать точности определения k .

Процедура прогноза и перемещения зоны осадков первой группы сводится к следующим операциям.

1. Определяются ЦТЗ и ОТЗ в исходный срок и ЦТЗ в предшествующий срок.

2. В каждой из этих точек вычисляется модуль и направление среднего вектора ветра в слое 500—700 гПа (см. с. 63—64), при этом используются данные последнего ветрового зондирования.

3. По двум последовательным положениям ЦТЗ определяется L , а затем C (формула (4.11)), что дает возможность определить

$$k = \frac{c}{|V|_7^5} \cdot \checkmark \quad (4.12)$$

В том случае, когда зона осадков наблюдается только в исходный срок, а в предыдущий срок ее не было, значение k может быть вычислено по эмпирической формуле

$$k = \frac{1,74 + 0,13V_5}{V_5 - 14,5} \quad (4.13)$$

Здесь V_5 — скорость ветра, м/с на уровне 500 гПа. Формула (4.13) справедлива для скоростей ветра $V_5 \geq 20$ м/с. Однако следует заметить, что значение k , вычисленное по формуле (4.13), менее точное по сравнению с его значением, вычисленным по смещению ЦТЗ.

4. В каждой ОТЗ строят векторы перемещения точки. Модуль вектора $L_i = (|V|_7^5)_i k \delta t$ (i — номер ОТЗ), направление $d_i = (d|_7^5)_i$; δt — срок прогноза.

5. Концы векторов соединяют линиями (рис. 4.9), получая таким образом прогностическое положение зоны. Следует помнить, что ветры в разных ОТЗ могут быть различными как по скорости, так и по направлению. Поэтому форма зоны может меняться со временем.

Пример. Пусть в исходный момент имеется некая зона осадков, в которой можно выделить четыре ОТЗ: 1, 2, 3, 4 (см. рис. 4.9 а). В каждой из этих точек вычислены скорость и направление среднего ветра в исходный момент в слое 500—700 гПа. В точках 1 и 2 $|V|_7^5 = 22$ м/с; $d|_7^5 = 260$; в точке 3 $|V|_7^5 = 20$ м/с, $d|_7^5 = 250$; в точке 4 $|V|_7^5 = 20$ м/с, $d|_7^5 = 270$. Над ЦТЗ на уровне 500 гПа $|V|_7^5 = 25$ м/с. Необходимо составить прогноз перемещения зоны осадков на 6 ч.

Согласно формуле (4.13),

$$k = \frac{1,74 + 0,13 \cdot 25}{25 - 14,5} = 0,48.$$

Тогда

$$L_1 = L_2 = 22 \cdot 3,6 \cdot 0,48 \cdot 6 \approx 228 \text{ км,}$$

$$L_3 = L_4 = 20 \cdot 3,6 \cdot 0,48 \cdot 6 \approx 207 \text{ км.}$$

Отрезки L_i откладывают в масштабе по направлениям $d|_7^5$ в каждой точке и на концах отрезков получают соответственно точки 1', 2', 3', 4' (см. рис. 4.9). Соединив эти точки линией, получают прогностическое положение зоны осадков через 6 ч после исходного срока (см. рис. 4.9 б).

Время подхода зоны осадков к заданному пункту определяется по скорости перемещения передней кромки зоны осадков. Для этой цели можно использовать методику, изложенную в главе 3 (с. 42—43).

Зоны осадков *второй группы* ($0,6 \leq k \leq 1,0$) связаны с развитыми, но еще подвижными циклонами. Однако пути перемещения ЦТЗ и циклонов в этом случае не всегда совпадают. Более того, по-разному перемещаются различные части зоны осадков, а потому значения k для ЦТЗ и каждой ОТЗ отличаются друг от друга. Поэтому для каждой ОТЗ приходится определять свое значение k . Эмпирически удалось установить, что в данном случае

$$k = \frac{33,1 + 1,04 |V|_7^5}{3,6 |V|_7^5 + 12,5}. \quad (4.14)$$

Здесь $|V|_7^5$ — модуль среднего вектора ветра в слое 500—700 гПа, м/с.

Процедура составления прогноза перемещения зоны осадков аналогична вышеизложенной с той лишь разницей, что пути перемещения ОТЗ определяются как

$$L_i = \frac{33,1 + 1,04 (|V|_7^5)_i}{3,6 (|V|_7^5)_i + 12,5} (|V|_7^5)_i \delta t. \quad (4.15)$$

Формулы (4.14) и (4.15) справедливы при $7 \text{ м/с} \leq |V|_7^5 \leq 23 \text{ м/с}$.

Зоны осадков *третьей группы* ($k > 1,0$) связаны с заполняющимися циклонами и тыловыми частями антициклонов. В таких ситуациях ветры на высотах слабые и практически не оказывают заметного влияния на перемещение зон осадков. Облако проливается осадками там, где оно находится. Разумеется, небольшое перемещение облака все же имеет место и его перемещение можно прогнозировать на срок около 1 ч методом формальной экстраполяции. Между тем в другом месте заполняющегося циклона может возникнуть другая мезомасштабная зона осадков, независимая от первой. Поскольку прогнозист пользуется дискретными наблюдениями, у него создается впечатление, что он видит не другую зону осадков, а все ту же, которая быстро переместилась на новое место. Разумеется, что скорость этого ложного перемещения кажется ему значительно больше скорости ветра. Отсюда и значение $k > 1$.

Неоднородность поля осадков. Обработка пювиограмм указала на неоднородность поля осадков, проявляющуюся в виде мезомасштабных флуктуаций во временном ходе осадков. На фоне некоторой интенсивности осадков I осадки усиливаются на некоторое время, достигая интенсивности $I_i > \bar{I}$. Будем называть \bar{I} фоновой интенсивностью, а I_i — флуктуационной интенсивностью. Продолжительность флуктуаций варьирует в широких пределах от 2—3 ч до нескольких минут. Эти колебания интенсивности связаны с неоднородностью горизонтального распределения интенсивности осадков, которая и проявляется в их временном ходе на какой-либо станции в процессе перемещения зоны осадков. При

обработке полей осадков путем проведения изогьет удалось выделить два основных морфологических элемента неоднородности поля осадков: *очаги* и *полосы* осадков.

Введем в рассмотрение некоторые параметры, позволяющие количественно описать мезомасштабные неоднородности поля осадков:

S — поперечный размер,

L — продольный размер,

λ — расстояние между максимумами интенсивности осадков («длина волны»),

d — удаленность от фронта,

\bar{I} — интенсивность фоновая,

I_a — интенсивность средняя,

I_m — интенсивность максимальная.

Участок поля интенсивности осадков, ограниченный замкнутыми (незамкнутыми) изогьетами $I > 2\bar{I}$ при $S/L \leq 1/3$ принято называть *полосой осадков*.

Такой же участок поля при $S/L > 1/3$ принято называть *очагом осадков*.

В поле изогьет можно иногда найти бесформенные области, которые рассматривают как части полос.

Несколько очагов могут образовать *скопление* или *гряду*.

Кроме деления по форме мезонеоднородности классифицируются по масштабам:

большой масштаб (LS) при S порядка 10^5 м (но не менее 120 км);

средний масштаб (MS) при S порядка 10^4 м (десятки км, но не менее 30 км);

малый масштаб (SS) при $S < 30$ км.

Для LS максимум повторяемости величины λ приходится на интервал 200—300 км, а величины S — на 150—250 км.

Для MS характерны два максимума повторяемости обеих величин. Поэтому неоднородности этого масштаба разделены на два подмасштаба:

MS_1 с максимумом повторяемости λ в интервале 100—150 км и S в интервале 80—150 км;

MS_2 с максимумом повторяемости λ в интервале 50—70 км и S в интервале 30—70 км.

Для SS максимум повторяемости λ приходится на интервал 120—160 км, а S — на интервал 10—20 км.

Любая зона фронтальных осадков включает мезонеоднородности в форме полос и гряд очагов, вытянутых вдоль приземной линии фронта. Каждая группа неоднородностей осадков большего масштаба включает в себя неоднородности меньшего масштаба, но большей интенсивности. Так, большие мезомасштабные полосы (LS) включают в себя средние (MS), а те в свою очередь малые (SS). Взаимоположение по отношению к линии фронта описы-

вается параметрами d и λ . Значение этих параметров зависит прежде всего от типа фронта и его мезомасштабной структуры.

Для теплого фронта (ТФ) характерные полосы масштабов MS_1 и MS_2 , чаще последние. Обычно в зоне осадков теплового фронта наблюдаются 1—3 полосы, ориентированные параллельно приземному положению фронта. На рис. 4.10 полосы осадков ТФ обозначены цифрой 1. Одна из полос обычно располагается непосредственно перед фронтом. Эта полоса чаще всего представляет собой ряд очагов. Иногда в облаках теплового фронта возникает так называемая затопленная конвекция. Тогда в этих местах идут ливневые осадки, интенсивность которых летом достигает 6 мм/ч, а зимой 1 мм/ч. Интенсивность осадков между очагами (полосами) в 5—10 раз меньше указанной.

Полагают, что полосы осадков теплового фронта обусловлены валиковой мезомасштабной циркуляцией под фронтом (рис. 4.11). Интенсификация осадков (образование полос) происходит в восходящих ветвях этой циркуляции. Обращает на себя внимание тот факт, что зоны интенсивных осадков находятся несколько впереди областей максимальных восходящих движений. Наиболее интенсивные осадки вблизи фронта у поверхности Земли (полоса 1б) объясняются тем, что здесь располагается зона наибольшей конвергенции потоков в погранслое. В наиболее удаленных от фронта полосах осадки могут и не достигать поверхности Земли, так как зона их генерации приподнята вместе с фронтом и капли дождя, выпадающая в более сухой предфронтальный воздух, испаряются, не достигнув поверхности Земли. Полосы осадков в теплом секторе (рис. 4.10, полоса 2), как правило, связаны с линиями неустойчивости (см. с. 34—35).

Полосы осадков холодного фронта (рис. 4.10, полосы 3) схематически представлены на разрезе через холодный фронт на рис. 4.12. Различают два типа полос осадков на холодном фронте. Полосы первого типа по своим размерам могут быть отнесены к масштабу MS_2 . Они образуются за холодным фронтом на расстоянии 80—130 км от приземного положения фронта (рис. 4.12, полоса 3а). Этим полосе соответствует более крутой наклон фронтальной поверхности, что обуславливает восходящие движения порядка 10^{-1} м/с. Последнее в свою очередь является некоторым стимулом для возникновения затопленной конвекции и, следовательно, для более интенсивных осадков.

Полосы второго типа представляют собой ряды очагов осадков масштаба SS . Они располагаются непосредственно у линии фронта (рис. 4.12, полоса 3б). Здесь вследствие конвергенции потоков наблюдаются значительные мезомасштабные восходящие вертикальные движения, скорость которых может достигать 1 м/с. По сути процесса здесь должна возникать динамическая конвекция, хотя воздушные массы по обе стороны фронта могут быть статически устойчивыми. Чем быстрее перемещается холодный фронт, тем больше вероятность развития конвекции и образова-

ния кучево-дождевых облаков. Каждый очаг осадков в этой гряде обусловлен скоплением Сб эллиптической формы. Большие оси скоплений ориентированы под углом $45-55^\circ$ к линии фронта (рис. 4.13). Площадь одного скопления около $50-100 \text{ км}^2$, длина $L \approx 10-20 \text{ км}$, ширина $S \approx 5-8 \text{ км}$, расстояние между большими осями очагов $D \approx 8-12 \text{ км}$.

Каждое скопление перемещается в направлении и со скоростью

$$c_c = c_\phi + c_e, \quad (4.16)$$

где c_ϕ — вектор скорости перемещения фронта, c_e — тангенциальная скорость ветра у фронта. Направление вектора c совпадает с положением большой оси скопления. Однако замечено, что большая ось скопления ориентируется обычно вдоль направления суммарного вектора

$$V_\Sigma = V_0 + V_5$$

с точностью $\pm 6^\circ$. Здесь V_0 — вектор ветра у поверхности Земли; V_5 — вектор ветра на уровне 500 гПа. Таким образом, направления смещения облачного скопления с точностью до $\pm 6^\circ$

$$d_c = d_0 \pm \arccos \frac{V_0 - V_5 \cos \alpha}{\sqrt{V_0^2 + V_5^2 - 2V_0 V_5 \cos \alpha}} \quad (4.17)$$

Здесь d_0 — направление ветра у поверхности Земли, $\alpha = 180 - (|d_5 - d_0|)$; d_5 — направление ветра на уровне 500 гПа. Знак $\leftarrow + \rightarrow$ используется при правом повороте ветра с высотой.

Так как скорость и направления перемещения фронта (c_ϕ , d_ϕ) определяются достаточно точно, то с учетом (4.16)

$$c_e = \frac{c_\phi}{\cos \beta}, \quad (4.18)$$

где

$$\beta = |d_\phi - d_c|.$$

С достаточной для практических целей точностью можно считать, что за 5—7 ч скорость перемещения облачного скопления сохраняется.

Полосы осадков у фронта окклюзии (рис. 4.10, полосы 4) в большинстве случаев имеют ячейковый характер, т. е. представляют собой ряды очагов осадков. Гряды, располагающиеся в языке влажного теплого воздуха, можно отнести к типу MS₁; обычно это скопления Сб. Время существования одного скопления около 12 ч. Полосы перемещаются вместе с фронтом окклюзии.

За холодным фронтом окклюзии наблюдаются более мелкие полосы осадков типа SS. Они возникают в неустойчивом воздухе в виде гряд Сб масштаба мезо-β (см. главу 3, с. 38).

Кроме того, в тылу циклона наблюдаются полосы осадков, возникающие на ЛН (рис. 4.10, полосы 5). Их возникновение и прогноз обсуждался в главе 3 (с. 34—35).

Полосы осадков у стационарных фронтов относятся к типу LS. Чаще всего их происхождение связано с затопленной конвекцией. Полосы смещаются в сторону от стационарного фронта. Время жизни полосы в целом около 10 ч, а отдельные облака в полосе «живут» существенно меньше.

Полосы осадков обнаруживаются с помощью радиолокационных наблюдений. Хорошим дополнением являются наблюдения густой сети наземных станций и МСЗ. Информацию с МСЗ следует поставить на последнее место, ибо полосы осадков в большинстве случаев «спрятаны» внутри фронтальных облачных систем и потому их не видно ни на телевизионных, ни на инфракрасных изображениях. Однако те полосы, которые образуются в сравнительно «чистом» от облаков воздухе, легко обнаруживаются на изображениях с МСЗ. Например, в теплом секторе и в тылу циклона.

Наземные наблюдения могут быть полезными лишь в тех случаях, когда полосы осадков формируются такими процессами, которые начинаются в приземном слое (узкие полосы осадков у холодного фронта, в теплом секторе и в тылу циклона). Те полосы осадков, которые формируются над фронтами, никак не связаны с процессами в приземном слое. Полагают, что на их формирование оказывают влияние воздушные течения в слое 500—700 гПа.

Синоптические материалы в сочетании с информацией МСЗ позволяют определить положение зоны осадков в системе синоптического объекта (циклона, фронта), а также понять, какие циркуляционные процессы формируют полосы осадков. В сочетании с радиолокационной информацией это дает возможность установить тип полос осадков. Так, полосы осадков 1, 3а и 4 (см. рис. 4.10) не имеют прямой связи с циркуляцией у поверхности Земли. Для их прогноза лучше использовать информацию о циркуляционных условиях в слое 500—700 гПа.

Полосы 2, 3б, 5 (см. рис. 4.10) и у стационарных фронтов в значительной мере зависят от процессов в приземном слое. При их прогнозе необходимы данные о циркуляции и состоянии атмосферы в самых нижних слоях как дополнение к информации о состоянии свободной атмосферы.

Характерное время жизни мезомасштабных полос осадков 8—12 ч, поэтому прогноз их перемещения и эволюции методом формальной экстраполяции возможен не более чем на 3—4 ч. Техника прогноза такова.

После обнаружения полосы осадков по нескольким радиолокационным измерениям в течение 2—3 ч определяется скорость и направление перемещения полосы (очага) осадков, которые экстраполируются на следующие 2—3 ч. Аналогично поступают

при прогнозе эволюции (усиление, сохранение, ослабление осадков), выявляя тенденцию по предшествующим наблюдениям и распространяя ее на последующие сроки. Время предшествующих наблюдений и заблаговременность прогноза зависят от размеров и структуры полосы осадков. Чем шире полоса, тем больше заблаговременность прогноза. Чем больше кучево-дождевых облаков в полосе осадков, тем меньше заблаговременность прогноза. Соответственно и время предшествующих наблюдений в первом случае больше, а во втором — меньше.

При определении момента времени прихода полосы осадков в заданный пункт следует иметь в виду, что параметры S , λ и d достаточно устойчивы. Раз установленные, они сохраняются в течение нескольких часов, и для целей сверхкраткосрочного прогноза их можно считать постоянными для данной ситуации.

МЕЗОЦИКЛОНЫ

Мезоциклонами называют нефронтальные мезомасштабные циклонические вихри, возникающие в умеренных и высоких широтах с горизонтальными размерами 100—500 км. Впервые эти вихри были обнаружены в 60-х годах, когда появились метеорологические спутники Земли. Они имеют много названий (запятая-образный вихрь, «полярный циклон», вторичный циклон, завихренность и др.), но ни одно из них не имеет официального статуса. По своей природе эти мезомасштабные циркуляции могут быть разделены на два типа: 1) циркуляции, возникающие в статически неустойчивом воздухе в конвективных ячейках, и 2) циркуляции, возникающие под влиянием динамической (бароклинной) неустойчивости. Первые мы будем называть «мезовихрями», их прогноз обсуждался в главе 3 (с. 49—50), вторые — мезоциклонами, о них речь пойдет ниже.

Хотя мезоциклоны — нефронтальные образования, они чаще всего возникают в пределах фронтальных циклонических циркуляций синоптического масштаба на фоне относительно низкого давления. Воздушная масса, внутри которой образуются мезоциклоны, может быть статически устойчивой, однако в процессе циклогенеза по крайней мере та ее часть, которая участвует в циклогенезе, становится условно-неустойчивой. Вероятно, это обстоятельство есть причина того, что в мезоциклонах наблюдаются облака конвективного происхождения.

Если в случае мезовихря сначала возникает конвективная облачность, а потом появляется мезовихрь, то в случае мезоциклона сначала появляется циклоническая мезоциркуляция, а потом возникает конвективная облачность.

По данным отдельных наблюдений удалось установить, что мезоциклонам в средней тропосфере соответствует значительная циклоническая завихренность ($\Omega \sim 10^{-5} \text{ с}^{-1}$). Что же касается статической неустойчивости, то она обнаруживается только в са-

мом нижнем слое тропосферы (практически, в пределах пограничного слоя). Тем не менее, этой неустойчивости достаточно для формирования кучево-дождевых облаков, что всегда обуславливает ливни в мезоциклонах.

Для возникновения мезоциклона необходимо, чтобы в какой-либо крупномасштабной циркуляционной системе существовало бы (или вновь образовалось) некое мезомасштабное возмущение или неоднородность масштаба мезо- α . Например, завихренность в свободной атмосфере (следствие существующего или существовавшего фронтального циклона), мезомасштабная фронтальная или ветровая волна, мезофронт (на границе суша — море, на границе снежного покрова и т. п.). Любое подобное возмущение (неоднородность) может дать начало мезовихрю конвективного происхождения (см. главу 3, с. 44—49) либо мезоциклону. Последний разовьется, если мезовозмущение попадет в условие горизонтальной неоднородности полей температуры и влажности синоптического масштаба, т. е. если возмущение окажется в условиях бароклинической неустойчивости. В процессе развития мезоциклона бароклиничность возрастает, так как происходит, с одной стороны, приток влажного и теплого воздуха, а с другой — сухого и холодного.

Для возникновения мезоциклона необходимо выполнение еще одного динамического условия. Таким условием является спиральность движения

$$S_p = \mathbf{V} \operatorname{rot} \mathbf{V} \approx v \frac{\partial u}{\partial z} - u \frac{\partial v}{\partial z}$$

Там, где совпадают наибольшие значения DI и S_p , можно ожидать развития мезоциклона из первоначального возмущения (неоднородности). Однако даже при наличии благоприятных динамических условий мезоциклон не возникнет, если поле движений кинематически не подготовлено соответствующим образом. Он возникнет только в том случае, если в области совпадения наибольших значений DI и S_p пересекаются изолинии кинематических характеристик:

$$c = \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) = 0$$

и $\partial P / \partial x = 0$ (и/или $\partial P / \partial y = 0$), а величина $\nabla^2 P > 0$ (см. с. 14—16).

В возникшем мезоциклоне быстро развиваются облака, в том числе кучево-дождевые, и формируется зона сильных (обычно ливневых) осадков. Наиболее интенсивными осадки становятся в зрелом мезоциклоне. Сильный дождь (ливень) — предвестник начала заполнения мезоциклона. Осадки уносят с собой влагу, они же охлаждают подоблачный слой. Вытекающая из-под вихря, холодный воздух блокирует поступление тепла и влаги в мезоциклон (мезовихрь), лишая его тем самым энергии, необходимой

для поддержания его «жизни». В результате мезоциклон разрушается. Продолжительность существования мезоциклона зависит от его горизонтальных размеров. Чем больше размер, тем продолжительнее «жизнь» мезоциклона. Обычно мезоциклоны существуют не более двух суток. Замечено, что интенсивность зрелых мезоциклонов также зависит от их размеров. Чем меньше размер мезоциклона, тем он интенсивней. Отсюда следует, что малоинтенсивные циклоны «живут» дольше.

Облачный покров в мезоциклоне, как он виден с МСЗ, чаще всего выглядит в виде запятой, в отличие от мезовихря в МКК, где с МСЗ видна серия облачных спиралей.

Надежной методики прогноза возникновения мезоциклонов пока еще не существует. Обычно их обнаруживают после того, как они уже возникли, на спутниковых изображениях или/и на крупномасштабных картах погоды. Полезную информацию можно получить с сети метеорологических радиолокаторов, когда данные с нескольких радиолокаторов объединяют в единую композицию.

Для прогноза возникновения мезоциклона в качестве исходной может служить следующая информация:

- данные температурно-ветрового зондирования в нескольких пунктах в районе прогноза,
- крупномасштабные карты погоды,
- карты барической топографии,
- изображение облачных полей, полученные с МСЗ,
- композиции радиолокационных измерений.

Можно рекомендовать примерно такой порядок составления прогноза возникновения мезоциклонов.

1. С помощью крупномасштабных карт погоды и спутниковых изображений (радиолокационных композиций) устанавливают наличие возмущения (неоднородности) масштаба мезо- α . Наиболее типичным признаком возникающего мезоциклона является наличие изолированного массива слоистообразных облаков размером порядка 10^5 м с затопленными в нем облаками кучевых форм. Следует иметь в виду, что чаще всего подобные облачные массивы обнаруживаются в тыловых частях циклонов и именно там прежде всего нужно их искать. Заметим, что наличие вихревой структуры такого облачного массива свидетельствует о том, что мезоциклон уже возник (или его возникновение вот-вот должно завершиться). В этом случае все дальнейшие действия по составлению прогноза его возникновения излишни.

2. Вычисляют значения динамических (DI , S_p) и кинематических (c , P_x , P_y , $\nabla^2 P$) характеристик по данным температурно-ветрового зондирования и крупномасштабной карты погоды. Результаты вычислений динамических и кинематических характеристик наносят на крупномасштабную карту, с помощью которой определяют зону наибольших значений DI и S_p и совпадение ее

с обнаруженным возмущением (неоднородностью) (п. 1) и благоприятными кинематическими условиями ($c=0$, $P_x(P_y)=0$, $\nabla^2 P > 0$).

По результатам п. 2 судят о возможности возникновения мезоциклона. Может возникнуть пять ситуаций.

а) Все благоприятные для возникновения мезоциклона условия обнаружены примерно в одном месте, т. е. начальное возмущение, большие значения DI и S_p , точка пересечения изолиний $c=0$; $P_x(P_y)=0$ там, где $\nabla^2 P > 0$ — все находится в пределах зоны обнаруженного возмущения. В этом случае в ближайшие 2—3 ч следует ожидать оформления мезоциклона в данном районе. Нельзя забывать, что при наличии сильного ветра в свободной атмосфере происходит перемещение зародыша мезоциклона (см. ниже).

б) Все благоприятные для возникновения мезоциклона условия существуют, но их положения не совпадают друг с другом. В этом случае мезоциклон может возникнуть, но времени на его оформление потребуется больше. Необходимо следить за возмущением и через несколько часов повторить операции п. 2.

в) При наличии начального возмущения (неоднородности) все другие благоприятные условия отсутствуют в пределах данного района. В этом случае в ближайшие 12 ч возникновение мезоциклона маловероятно.

г) При наличии начального возмущения (неоднородности) и благоприятных динамических условий, совпадающих с местоположением возмущения, кинематические условия неблагоприятны для развития мезоциклона. В этом случае необходимо следить за меняющимся полем приземного давления. Иногда даже небольшие изменения в поле давления могут сделать кинематические условия благоприятными для возникновения мезоциклона, и тогда через 2—3 ч можно ожидать появления мезоциклона.

д) При наличии начального возмущения (неоднородности) и благоприятных кинематических условий динамические условия для циклогенеза отсутствуют или очень слабо выражены (или нет данных для их вычисления). В этом случае необходимо действовать в соответствии с рекомендациями в п. 4 (см. ниже).

4. Дополнительно, а в ситуациях (б) и (д) обязательно, следует обратиться к картам АТ-500 и ОТ 500/1000. По карте АТ-500 определяют степень завихренности в средней тропосфере, а по карте ОТ 500/1000 — расположение очагов тепла и холода. Районы с повышенной завихренностью, совпадающие с областью холода, потенциально опасны в смысле зарождения мезовихря или мезоциклона. Если же в таком районе обнаружено начальное возмущение, то имеется большая вероятность его превращения в мезоциклон в течение нескольких часов. Отсутствие циклонической завихренности свидетельствует о невозможности развития начального возмущения в мезоциклон.

Совпадение очага теплого воздуха с циклонической завихрен-

ностью и начальным возмущением хотя и не исключает развития мезоциклона, значительно уменьшает вероятность его возникновения.

Зародыш мезоциклона так же, как и возникший мезоциклон, перемещается. Скорость его перемещения определяется по серии снимков облачности с геостационарных спутников за последние 3—6 ч. Эта скорость затем экстраполируется на последующие 3—6 ч. Процедуры экстраполяции изложены на с. 62, 100—101.

Если требуется составление прогноза перемещения мезоциклона на более длительные сроки, то используется правило ведущего потока. В качестве ведущего принимается поток на уровне 700 гПа.

Прогноз эволюции мезоциклона составляют по снимкам облачного покрова с МСЗ. Признак развития мезоциклона — понижение температуры (ИК-изображения) верхней границы облаков и формирование их спиралевидной структуры. Признак ослабления мезоциклона — повышение температуры верхней границы облаков и деградация облачности (распад облачных спиралей на отдельные облака или их небольшие скопления).

При смещении облачный мезовихрь (мезоциклон) может сблизиться с системой фронтальных облаков и оказаться в зоне действия основного фронта. В этом случае возникает процесс «взрывного» циклогенеза. Если же «облачная запятая» подходит к вершине фронтальной волны, то «взрывной» циклогенез приводит к столь быстро развивающемуся процессу, что за несколько часов фронтальная волна превращается в окклюдирующий циклон. Это явление получило название *внезапной окклюзии*.

Мезоциклон (мезовихрь) приносит с собой кучево-дождевую облачность, ливни (зимой ливневой снег) и значительное усиление ветра (иногда до 20 м/с и более). С мезоциклоном также может быть связана и слоистообразная облачность, и обложные осадки. При наличии затопленной конвекции в Ns внутри зоны обложных осадков могут быть запертаны «острова» сильных ливней.

«ВЗРЫВНОЙ» ЦИКЛОГЕНЕЗ

Из курса «Синоптическая метеорология» известно, что внутропический циклогенез происходит на атмосферных фронтах. Начинается он с образования фронтальной волны под высотной фронтальной зоной (волной Россби). Фронтальные волны делятся на устойчивые, которые не превращаются в циклоны, и неустойчивые, которые дают начало образованию циклонов. Промежутком времени Δt , необходимый для превращения фронтальной волны в циклон, меняется в широких пределах от 2—3 до 50—60 ч. Если циклон оформляется в течение $\Delta t < 12$ ч, то процесс его образования называют «взрывным» циклогенезом. Хотя результатом этого процесса является образование нормального циклона си-

ноптического масштаба, сам процесс относят к разряду мезомасштабных из-за весьма короткого времени, в течение которого он протекает ($\Delta t = 10^{-4}$ с).

Известны четыре разновидности «взрывного» циклогенеза (ВЦ):

- 1) вхождение мезоциклона (облачного вихря) в зону холодного фронта (см. с. 73);
- 2) переворачивание горизонтальных вихревых трубок;
- 3) ускорение фронтального циклогенеза;
- 4) циклогенез у точки окклюзии.

1. Мезоциклон или мезовихрь, возникший в тылу циклона, по ведущему потоку смещается к холодному фронту. Если скорость мезоциклона (мезовихря) $V_{мв}$ больше скорости холодного фронта $V_{х.ф.}$, то мезоциклон (мезовихрь) подойдет к фронту через промежуток времени

$$\Delta t = \frac{L}{V_{мв} - V_{х.ф.}}, \quad \checkmark$$

где L — расстояние между мезоциклоном (мезовихрем) и холодным фронтом.

Вхождение мезоциклона (мезовихря) в систему холодного фронта создает ситуацию «взрывного» циклогенеза, ибо объединяет два важнейших фактора внетропического циклогенеза: наличие значительной циклонической завихренности (мезоциклон) и бароклинности (холодный фронт). Чем значительнее бароклинность, тем быстрее идет процесс циклогенеза. Время, необходимое для оформления фронтального циклона после вхождения мезоциклона в систему фронта $\Delta \tau$, можно приблизительно определить по эмпирической формуле

время между

$$\Delta \tau = \frac{\beta}{0,32\beta - 0,28}, \quad (4.19)$$

где

$$\beta = \frac{\sqrt{V_5^2 + V_7^2 - 2V_5V_7 \cos \alpha}}{H_5 - H_7},$$

H_5 и H_7 — высота поверхностей 500 и 700 гПа соответственно, км; α — угол между векторами ветра V_5 и V_7 .

Таким образом, промежуток времени между исходным сроком, когда был обнаружен мезоциклон (мезовихрь) за холодным фронтом, и оформлением развитого фронтального циклона равен

$$\tau = \Delta t + \Delta \tau = \frac{L}{V_{мв} - V_{х.ф.}} + \frac{\beta}{0,32\beta - 0,28}. \quad (4.20)$$

Формулы (4.19) и (4.20) справедливы, если $0,9 \text{ м/(с·км)} \leq \beta \leq$

$\leq 8 \text{ м/(с·км)}$. Кроме того, все рассуждения справедливы, если $V_{\text{мв}} > V_{\text{х.ф}}$ и $\Delta t < 12 \text{ ч}$.

2. Известно, что вихри с горизонтальной осью возникают под воздействием вертикальных сдвигов ветра, а горизонтальные градиенты вертикальной скорости обуславливают их переворачивание. Этот процесс описывается одним из членов уравнения вихря скорости

$$\left(\frac{\partial \Omega}{\partial t}\right)_w = \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (4.21)$$

В обычных условиях этот член мал и им пренебрегают, используя уравнение вихря скорости для тех или иных целей. Однако иногда, особенно под влиянием орографии, возникают благоприятные условия для его значительного роста.

В обычных условиях порядок величины каждого из двух членов в правой части 10^{-11} с^{-2} ; кроме того, если оба члена имеют одинаковые знаки, то в итоге получается их разность, а она может быть еще на порядок меньше каждого из этих членов, т. е. 10^{-12} с^{-1} . В таких условиях для формирования циклона ($\Omega \approx 10^{-5} \text{ с}^{-1}$) потребовалось бы $10^6 - 10^7 \text{ с}$, т. е. недели и даже месяцы. Естественно, что ожидать формирования циклона в этих условиях дело безнадежное.

Однако на подветренной стороне гор иногда возникает такая ситуация, когда, во-первых, $\frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} > 0$, а $\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} < 0$, т. е. имеет место не разность, а сумма членов; во-вторых, имеют место значительные вертикальные сдвиги ветра, обуславливающие значения производных $\partial u/\partial z$ и $\partial v/\partial z$ порядка 10^{-2} с^{-1} ; в-третьих, на расстоянии десятков км (влияние гор) существенно меняются вертикальные скорости так, что $\partial w/\partial x$ и/или $\partial w/\partial y$ имеют порядок 10^{-7} с^{-1} . Тогда правая часть уравнения (4.21) достигает величины порядка 10^{-9} с^{-2} . В этих условиях циклон может сформироваться за время порядка 10^4 с , т. е. за несколько часов.

3. В отдельных, хотя и редких, случаях «взрывное» развитие циклона может быть при ускорении обычного фронтального циклогенеза. Ускоренный процесс циклогенеза происходит в том случае, когда все составляющие циклогенеза действуют в одном направлении, а численные значения параметров этих компонентов оказываются наиболее высокими. Обычно в качестве начального возмущения рассматривается волна на фронте. Именно такая волна при определенных условиях (составляющих циклогенеза, которые могут быть представлены в виде безразмерных параметров) развивается в циклон. Основными условиями, влияющими на скорость циклогенеза, являются:

- а) динамическая (бароклинная) неустойчивость,
- б) спиралевидность атмосферных движений,
- в) длина волны Россби, под восходящей ветвью которой (передняя часть высотной фронтальной зоны) развивается циклон,

г) кинетическая энергия движений в средней тропосфере в районе циклогенеза.

Представим каждое из них в виде безразмерного параметра.

Динамическая (бароклинная) неустойчивость. Циклогенез является процессом, охватывающим практически всю тропосферу. Поэтому желательнее принять во внимание бароклинность наиболее активной части тропосферы, т. е. в слое от 850 до 300 гПа. Тогда безразмерный параметр динамической (бароклинной) неустойчивости можно представить в виде (см. также с. 15—19)

$$D = \frac{DI + DS}{2 \cdot 10^{-10}}, \quad \checkmark \quad (4.22)$$

где DI — показатель неустойчивости в слое 500—850 гПа, DS — то же в слое 300—700 гПа.

Спиралевидность движений. По тем же причинам спиралевидность следует вычислять в виде ее суммарного значения для слоев: 700—850, 500—700 и 300—500 гПа

$$S_{p\Sigma} = S_p \Big|_{850}^{700} + S_p \Big|_{700}^{500} + S_p \Big|_{500}^{300} \quad \checkmark \times 10$$

и относить ее к среднему значению спиралевидности при циклогенезе. Так, для циклогенеза, имевшего место в европейской части России, $\bar{S}_p \approx 1,13 \cdot 10^{-2}$ м/с. Тогда безразмерный параметр спиралевидности

$$S = \frac{S_{p\Sigma}}{\bar{S}_p} \quad \checkmark$$

Заметим, что условие циклогенеза $S_p \neq 0$. Реальные значения могут быть как положительные, так и отрицательные, а также равными нулю. Интенсивный процесс циклогенеза идет при $S_p > 0$. Процесс не идет, если во всех слоях $S_p = 0$. При $S_{p\Sigma} \leq 0$ и $S_{pi} \neq 0$ идет замедленный процесс циклогенеза, что равносильно невозможности «взрывного» циклогенеза, если $S \leq 0$.

Длина волны Россби. Подавляющее большинство циклонов возникает в диапазоне длин волн 1800—3500 км. Условимся принимать за безразмерный параметр длины волны

$$P\lambda = 2 \exp[-1,4(\lambda - 2,5)^2]. \quad \checkmark$$

Здесь λ в тысячах километров.

Известно, что наиболее интенсивно процесс циклогенеза идет при длине волны $\lambda = 2500$ км; при уменьшении и увеличении длины волны интенсивность ослабевает. Соответственно изменяется параметр $P\lambda$.

Кинетическая энергия в средней тропосфере во многом определяет циклогенез. Ее показателем может служить скорость ветра на уровне 500 гПа. Скорость $V_5=20$ м/с является тем порогом, начиная с которого активизируются процессы циклогенеза. Параметр кинетической энергии можно представить как

$$k = \frac{V_5 - 20}{V_5} < 1$$

Если все эти четыре параметра больше единицы и хотя бы один из них значительно больше единицы, есть большая вероятность «взрывного» циклогенеза.

Циклогенез у точки окклюзии представляет собой регенерацию заполняющегося циклона. Скорость регенерации в первую очередь зависит от бароклинности. Если над точкой окклюзии восстанавливается бароклинность, потерянная в процессе эволюции старого циклона, то регенерация происходит обязательно. Вновь возникающий циклон обычно достигает зрелой стадии через 12—18 ч. Показателем начинающейся регенерации может служить величина D (формула 4.22). Если $D \geq 1$, регенерация началась или вскоре начнется. Будет ли этот процесс носить «взрывной» характер? Ответить на этот вопрос помогают барические тенденции у точки окклюзии. Увеличение отрицательных значений барических тенденций у точки окклюзии со временем является признаком циклогенеза «взрывного» характера. В этом случае развитие циклона обычно заканчивается за 12 ч и менее.

Глава 5

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЕ ПРОГНОЗЫ ПОГОДЫ В УСЛОВИЯХ УСТОЙЧИВОЙ АТМОСФЕРЫ НА ФОНЕ ПОВЫШЕННОГО ДАВЛЕНИЯ

В устойчивой атмосфере при повышенном фоне давления в большинстве случаев наблюдается метеорологическая обстановка, которую обычно характеризуют как «хорошая погода». Вместе с тем даже в условиях хорошей погоды может сильно меняться температура и влажность, а также возникать дымки и туманы. Погода в устойчивых воздушных массах на фоне повышенного давления главным образом обуславливается:

- основными свойствами действующей в данном районе воздушной массы,
- скоростью и направлением ветра,
- турбулентным обменом теплом, влагой и количеством движения между нижними и верхними слоями воздуха,
- крупномасштабными вертикальными движениями.

Сведения об этих характеристиках представляют собой основную исходную информацию для составления прогнозов.

В рассматриваемых условиях, как правило, имеют место значительные колебания температуры. Они могут определять возникновение дымки и тумана, если в воздухе имеется достаточное количество водяного пара. Поэтому обратимся прежде всего к прогнозу температуры.

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА

Общие принципы прогноза температуры воздуха хорошо известны из курса синоптической метеорологии. Обычно принимаются во внимание два фактора: адвекция и трансформация. При прогнозе температуры в свободной атмосфере учитываются еще вертикальные движения. Существующие методы краткосрочного прогноза температуры воздуха достаточно надежны, однако обеспечиваемая ими точность ($\pm 2^\circ\text{C}$) не удовлетворяет требованиям сверхкраткосрочного прогноза. Межчасовая изменчивость температуры имеет порядок 10^{-1} — 10^0 °C/ч. Следовательно, точность текущего прогнозирования температуры должна быть такой, чтобы ошибка не превышала нескольких десятых долей градуса Цельсия. Поэтому традиционный способ прогноза температуры не всегда приемлем. Лучшие результаты дает прямолинейная формальная экстраполяция, хотя и она имеет серьезные недостатки. Вместе с тем метод формальной экстраполяции имеет ряд достоинств, а именно:

- простота применения,
- небольшой объем исходной информации,
- возможность интегрального учета всех причин, обуславливающих изменение прогнозируемой величины.

Последнее из них весьма полезно при текущем прогнозировании температуры воздуха, так как, во-первых, все действующие причины изменения температуры нам заранее неизвестны; во-вторых, даже те из них, которые известны, учесть трудно из-за недостатка информации; в-третьих, полный учет требует больших усилий и затрат времени и не гарантирует от ошибок.

Задача состоит в том, чтобы по имеющимся данным измерений температуры воздуха дать ее прогноз с учетом суточного хода на несколько часов вперед. На рис. 5.1 представлен пример суточного хода температуры (ее отклонений от среднего значения). Легко видеть, что применение линейной экстраполяции возможно только на очень короткий срок (1,0—0,5 ч). Кроме того, заметно, что вид кривой в дневные часы (от восхода до захода Солнца) отличается от ее вида в ночные часы. Следовательно, криволинейная экстраполяция днем будет не идентична таковой в ночные

часы. Для дневного времени будем искать решение поставленной задачи в следующем виде:

$$T_t = T_{\text{исх}} + \frac{T_{\text{исх}} - T_{-3} - \hat{T}_{\text{дн}} \left[\sin \frac{\pi}{n_1} (t_{\text{исх}} - t_0) - \sin \frac{\pi}{n_1} (t - 3 - t_0) \right]}{3} \delta t + \hat{T}_{\text{дн}} \left[\sin \frac{\pi}{n_1} (t - t_0) - \sin \frac{\pi}{n_1} (t_{\text{исх}} - t_0) \right], \quad (5.1)$$

а для ночного времени (от захода до восхода Солнца)

$$T_t = T_{\text{исх}} + \frac{T_{\text{исх}} - T_{-3} - \hat{T}_{\text{н}} \left[\sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зак}} - t_{\text{исх}}) - \sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зак}} - t_{\text{исх}} + 3) \right]}{3} \delta t + \hat{T}_{\text{н}} \left[\sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зак}} - t) - \sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зак}} - t_{\text{исх}}) \right]. \quad (5.2)$$

В формулах (5.1) и (5.2) T_t — искомое значение температуры воздуха в момент времени $t = t_{\text{исх}} + \delta t$, где δt — заблаговременность прогноза, а $t_{\text{исх}}$ — исходное время; $T_{\text{исх}}$ — значение температуры в исходный срок ($t_{\text{исх}}$); $\hat{T}_{\text{дн}}$ — половина дневного повышения температуры в условиях малооблачной тихой погоды; $\hat{T}_{\text{н}}$ — ночное понижение температуры в тех же условиях; n_1 — число часов (с точностью до 0,5 ч) от восхода Солнца до момента, когда температура воздуха обычно принимает максимальное значение; $n_2 = 2(t_{\text{восх}} - t_{\text{зак}})$ — удвоенное число часов от захода до восхода Солнца (с точностью до 0,5 ч); $t_0 = t_{\text{восх}} + n_1/2$; T_{-3} — температура воздуха за 3 ч до исходного срока.

Очевидно, что значения $\hat{T}_{\text{дн}}$ и $\hat{T}_{\text{н}}$ не одинаковы для разных месяцев и разных широт. Для каждого района эти величины лучше всего определять эмпирически по архивным данным для дней, когда наблюдалась малооблачная тихая погода. Средние значения $\hat{T}_{\text{дн}}$ и $\hat{T}_{\text{н}}$ для Северо-Запада России приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Средние значения $\hat{T}_{\text{дн}}$ и $\hat{T}_{\text{н}}$ (°С) для Северо-Запада России

Месяц . . .	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
$\hat{T}_{\text{дн}}$	2,0	3,8	5,2	5,2	5,0	6,2	6,2	5,4	5,2	4,2	2,1
$\hat{T}_{\text{н}}$	7,8	8,0	6,8	6,0	5,8	4,6	4,8	5,0	6,0	6,4	7,8

Обозначим:

$$\frac{T_{\text{исх}} - T_{-3} - \hat{T}_{\text{дн}} \left[\sin \frac{\pi}{n_1} (t_{\text{исх}} - t_0) - \sin \frac{\pi}{n_1} (t - 3 - t_0) \right]}{3} = x_{\text{дн}}$$

и

$$\frac{T_{\text{исх}} - T_{-3} - \hat{T}_{\text{н}} \left[\sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зах}} - t_{\text{исх}}) - \sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зах}} - t_{\text{исх}} + 3) \right]}{3} = x_{\text{н}}$$

Величины $x_{\text{дн}}$ и $x_{\text{н}}$ интегрально учитывают все искажающие реальный суточный ход температуры факторы, которые действуют в исходный период времени ($t_{\text{исх}} - 3$). Главными среди них являются облачность и адвекция температуры. Заметим, что при сильном ветре и сплошной облачности учет суточного хода температуры нецелесообразен. Это как раз тот случай, когда лучшие результаты дает прямолинейная экстраполяция.

При малой скорости ветра облачный покров обычно устойчив и оказывает наиболее значительное влияние на ход температуры. Облачность ночью ослабляет поток длинноволновой радиации от Земли и уменьшает ночное выхолаживание. Температура понижается медленнее, чем при безоблачной атмосфере. Днем облачность препятствует прохождению солнечной радиации, уменьшая дневное прогревание. Следовательно, при облачной погоде величины $x_{\text{дн}}$ и $x_{\text{н}}$ имеют разные знаки. Если значение $x_{\text{н}} > 0$ определено по данным наблюдений перед восходом Солнца и затем используется для прогноза температуры после восхода, то знак этой величины будет обратным, т. е. $x_{\text{дн}} < 0$. Покажем это на примере.

Пример. Ленинград, 9 сентября 1987 г. Исходные данные:

$$\begin{aligned} t_{\text{исх}} &= 7 \text{ ч}, & T_{\text{исх}} &= 11,8^\circ\text{C}, & \hat{T}_{\text{дн}} &= 5,2^\circ\text{C}, \\ t_{\text{восх}} &= 7 \text{ ч}, & T_{-3} &= 11,9^\circ\text{C}, & \hat{T}_{\text{н}} &= 6,0^\circ\text{C}, \\ t_{\text{зах}} &= 20 \text{ ч}, \\ t_{\text{T max}} &= 16 \text{ ч}, & \text{обл. } &86, \text{ Sc} \end{aligned}$$

Согласно исходным данным, $n_1 = 9$ ч, $n_2 = 22$ ч, $t_0 = 7 + 9/2 = 11,5$ ч. Так как исходный промежуток времени приходится на ночные часы (3 ч до восхода Солнца), то значение x следует вычислять как

$$x_{\text{н}} = \frac{11,8 - 11,9 - 6,0 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-11) - \sin \frac{\pi}{22} (-8) \right]}{3} \approx 0,15^\circ\text{C/ч.}$$

Так как в исходный срок были облака, то полученная поправка, очевидно, связана с влиянием облачности, и после восхода Солнца облака будут препятствовать нагреванию. Поэтому для прогноза температуры после восхода Солнца эту поправку следует брать со знаком минус.

Тогда

$$T_8 = 11,8 - 0,15 + 5,2 \left[\sin \frac{\pi}{9} (8 - 11,5) - \sin \frac{\pi}{9} (7 - 11,5) \right] = 11,7 \quad (11,8);$$

$$T_9 = 11,8 - 0,15 \cdot 2 + 5,2 \left[\sin \frac{\pi}{9} (9 - 11,5) - \sin \frac{\pi}{9} (7 - 11,5) \right] = 12,7 \quad (12,1);$$

$$T_{10} = 11,8 - 0,15 \cdot 3 + 5,2 \left[\sin \frac{\pi}{9} (10 - 11,5) - \sin \frac{\pi}{9} (7 - 11,5) \right] = 13,7 \quad (12,8).$$

В скобках указана измеренная температура воздуха.

Наиболее существенные ошибки возникают в тех случаях, когда имеют место значительные изменения количества облаков. К сожалению, каких-либо надежных методик точного количественного учета меняющейся облачности при сверхкраткосрочном прогнозе температуры воздуха пока не существует. Приближенно* это можно сделать следующим образом.

Предполагается, что облака меняют величину \hat{T} по закону

$$\hat{T}_{обл} = \hat{T}e^{-aB}. \quad (5.3)$$

Здесь $\hat{T}_{обл}$ — значение $\hat{T}_{дн}$ или $\hat{T}_{н}$ при наличии облаков; $B = n + 0,75c + 0,25в$ (n — количество баллов нижней, средней и верхней облачности соответственно); a — некий эмпирический коэффициент, зависящий от времени года, свойств воздушной массы и местоположения пункта прогноза. Значения a можно заранее вычислить для разных ситуаций по архивному материалу как

$$a = \ln \frac{\hat{T}}{\hat{T}_{обл}} / B. \quad (5.4)$$

Среднее значение a для Петербурга составляет 0,23, в июле $a = 0,13$, а в январе $a = 0,33$.

Покажем на примере, как можно учесть меняющуюся облачность.

Пример. Ленинград, 11 сентября 1987 г. Исходные данные:

$$t_{-3} = 1 \text{ ч}, \quad 36 \text{ Сс}, \quad T_{-3} = T_{01} = 10,6^\circ \text{С},$$

$$t_{исх} = 4 \text{ ч}, \quad 86 \text{ Сс}, \quad T_{исх} = T_{04} = 10,3^\circ \text{С}.$$

К 7 ч ожидается увеличение количества облаков до 106 Сс. Дать прогноз температуры воздуха на 5, 6 и 7 ч.

Шаг 1. Вычисление величин B_{-3} , $B_{исх}$ и B_t , т. е. B_{01} , B_{04} , B_{07} .

$$B_{01} = 0,25 \cdot 3 = 0,75; \quad B_{04} = 8; \quad B_{07} = 10.$$

Шаг 2. Вычисление среднего значения B в промежутках времени с 01 до 04 ч:

$$\bar{B} = \frac{0,75 + 8}{2} = 4,375 \approx 4,4.$$

* Дело в том, что для точного учета влияния облаков необходим точный прогноз количества облаков на заданный срок.

Шаг 3. Вычисление значения $\hat{T}_{обл}$ для промежутка времени с 01 до 04 ч:

$$\hat{T}_{обл} = 6e^{-0,23 \cdot 4,4} \approx 2,2.$$

Здесь мы приняли $a=0,23$, т. е. его среднее значение.

Шаг 4. Вычисление значения x_n . Заметим, что в данном случае x_n учитывает все факторы, кроме облачности:

$$x_n = \frac{10,3 - 10,6 - 2,2 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-8) - \sin \frac{\pi}{22} (-5) \right]}{3} \approx 0,09.$$

Шаг 5. Вычисление прогностического значения B для промежутка времени от 04 до 07 ч:

$$\bar{B} = \frac{8 + 10}{2} = 9.$$

Шаг 6. Вычисление значения $\hat{T}_{обл}$ для промежутка времени от 04 до 07 ч:

$$\hat{T}_{обл} = 6e^{-0,23 \cdot 9} = 0,8.$$

Шаг 7. Расчет значений температуры в 5, 6 и 7 ч

$$T_5 = 10,3 + 0,8 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-9) - \sin \frac{\pi}{22} (-8) \right] + 0,09 = 10,4 (10,1);$$

$$T_6 = 10,3 + 0,8 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-10) - \sin \frac{\pi}{22} (-8) \right] + 0,09 \cdot 2 = 10,4 (10,0);$$

$$T_7 = 10,3 + 0,8 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-11) - \sin \frac{\pi}{22} (-8) \right] + 0,09 \cdot 3 = 10,5 (10,1).$$

Попробуйте решить еще один пример самостоятельно.

Пример. Ленинград, 10 мая 1986 г. Исходные данные:

$t = 6$ ч.	обл. %, $T_6 = 6,2^\circ\text{C}$,
$t_{исх} = 9$ ч.	обл. 36 Ас, $T_9 = 9,5^\circ\text{C}$,
$t_{восх} = 5$ ч.	$t_{T_{max}} = 17$ ч, к 12 ч ожидается 66 Ас.

Дать прогноз температуры воздуха в 10, 11 и 12 ч. Для проверки полученных результатов приведем данные наблюдений температуры в указанные часы:

$$T_{10} = 10,6^\circ\text{C}; \quad T_{11} = 12,2^\circ\text{C}; \quad T_{12} = 12,9^\circ\text{C}.$$

При прохождении хорошо выраженных атмосферных фронтов с перепадом температуры $\Delta T > |2^\circ\text{C}|$ также необходимо вводить поправки к предвычисленным значениям температуры. Из синоптической метеорологии известно, что фронтальная зона проходит какой-либо пункт в среднем около 2 ч. Исходя из этого, если в период срока прогноза ожидается прохождение фронта, то в *первый час* вводится поправка, равная $0,5\Delta T$, а во *все последующие часы* — поправка, равная ΔT .

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА

Известные из синоптической метеорологии способы прогноза влажности основаны главным образом на учете адвекции. Иногда при малой заблаговременности прогноза используется еще принцип инерционности, т. е. сохранение существующей влажности. И тот и другой подход не обеспечивают достаточную для сверхкраткосрочного прогноза точность. Так, при адвективном прогнозе температуры точки росы на срок 6—12 ч оправдываемость не превышает 60 % при не очень жестком критерии ($\pm 2^\circ\text{C}$).

Значительные ошибки прогноза связаны с невозможностью более или менее точно учесть трансформационные изменения влажности при перемещении воздуха над подстилающей поверхностью разной увлажненности. Во-первых, нет полной информации о состоянии подстилающей поверхности. Во-вторых, если бы даже она была, есть еще одна трудность — построение траектории движения воздуха на очень короткие сроки. Если в «чисто» адвективном прогнозе при построении траектории важно правильно найти начальную точку траектории, то для учета трансформации необходимо знать форму траектории, чтобы отчетливо представлять, по какой подстилающей поверхности проходит траектория.

На точность прогноза влияет также точность исходной информации, которая во многих случаях недостаточна. Поэтому при составлении прогноза желательно учитывать ошибки в исходной информации. Вероятно, имеет значение также, какую из гигрометрических характеристик (характеристик влажности) необходимо прогнозировать.

В разных методиках прогноза погоды используются различные гигрометрические характеристики. Например, прогнозисты часто используют относительную влажность и дефицит точки росы. Относительная влажность воздуха ($R = e/E$) изменяется при адиабатических и неадиабатических процессах (меняется E), при испарении и конденсации (меняется e), т. е. является довольно изменчивой характеристикой. Зная относительную влажность, можно вычислить дефицит точки росы. Для этого можно рекомендовать формулу

$$D = \frac{236 + T}{\left[\frac{1762}{(2 - \lg R)(236 + T)} + 1 \right]} \quad (5.5)$$

где T — температура воздуха, $^\circ\text{C}$; R — относительная влажность, %; имеются и более простые соотношения

$$D = \frac{100 - R}{5,8} \quad (5.6)$$

или

$$D = 28,1(2 - \lg R) + 0,133(2 - \lg R)T. \quad (5.7)$$

При составлении сверхкраткосрочных прогнозов характеристик влажности важно учитывать их суточный ход, для чего можно использовать климатические кривые суточного хода влажности.

При прогнозе на 12 ч какой-либо гигрометрической характеристики, например дефицита точки росы, можно воспользоваться уравнением

$$D_{12} = (D_a)_{12} + k(\Delta D)_{12} \pm a_N(A_D). \quad (5.8)$$

Здесь D_{12} — дефицит точки росы через 12 ч от исходного срока; D_a — адвективное значение дефицита точки росы, т. е. его значение в начальной точке траектории D_H ; ΔD — разность дефицитов точки росы в конечной и начальной точках траектории; $\Delta D = D_K - D_H$; A_D — трансформационное изменение дефицита точки росы, снимаемое с карты климатических амплитуд D в средней точке 12-часовой траектории; $a_N = 1$, если среднее за 3 и 15 ч количество облачности \bar{N}_ϕ в точке, для которой снимается значение, равно среднему месячному количеству облаков в этой точке \bar{N} , т. е. $\bar{N}_\phi = \bar{N}$; $a_N = 0,2$ (0,3) при $N_\phi > \bar{N}$ и $a_N = 1,1$ (1,5) при $\bar{N}_\phi < \bar{N}$; $k = 0,1$.

Знак плюс перед третьим членом берется при расчетах по исходным данным в 3 ч, а знак минус — при расчетах по исходным данным в 15 ч.

При прогнозе на более короткие сроки (до 6 ч) приходится учитывать суточный ход коэффициента турбулентности, испарения (конденсации) влаги, меняющееся изменение характеристик влажности с высотой, изменение направления и скорости ветра, температуры воздуха, облачности и принимать в расчет влияние местных условий. Из этого краткого перечня факторов (а есть еще и такие, о которых мы, может быть, и не догадываемся) нетрудно видеть, что даже при отсутствии адвекции влаги суточный ход характеристик влажности достаточно сложен. Поэтому при прогнозах на очень короткие сроки наилучшие результаты можно получить, используя формальную прямолинейную экстраполяцию (см. с. 84).

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ РАДИАЦИОННЫХ И МОРОЗНЫХ ТУМАНОВ

Задача прогноза тумана заключается в том, чтобы не только предсказать факт появления тумана, но и предусмотреть в прогнозе время его начала. Если же в исходный срок туман уже существовал, то прогноз должен предусматривать время его рассеяния.

Хотя устойчивая атмосфера и повышенное давление весьма благоприятны для возникновения радиационного тумана (а зимой и морозного тумана), все же для надежного его предсказания

требуется более детальная информация о состоянии атмосферы. Прогноз *радиационного тумана* целесообразно составлять, если есть следующие благоприятные для его возникновения условия:

- 1) малооблачная или ясная погода в вечерние и ночные часы;
- 2) наличие или возможность возникновения приземной инверсии;
- 3) слабый ветер (2—4 м/с); как безветрие, так и более сильный ветер не способствуют образованию тумана;
- 4) значительная относительная влажность ($R \geq 60\%$) в вечерние часы;
- 5) увлажненная подстилающая поверхность.

Отметим, что наличие всех этих пяти условий еще не гарантирует возникновение тумана. Для его возникновения необходимо, чтобы минимальная температура воздуха T_{\min} оказалась равной или ниже *температуры туманообразования*, т. е. $T_{\min} \leq \hat{T}_T$. Если $0^\circ\text{C} \leq (T_T - T_{\min}) \leq 2^\circ\text{C}$, то образуется дымка. Температуру туманообразования вычисляется по формуле

$$T_T = (T_d)_{\text{зах}} - \delta T_d, \quad (5.9)$$

где $(T_d)_{\text{зах}}$ — значение температуры точки росы в вечерний срок, близкий к моменту захода Солнца. Однако следует иметь в виду, что летом после захода Солнца температура точки росы может повыситься на 1—2°C, так как теплая почва способствует испарению влаги; δT_d — понижение температуры точки росы от ее начального значения до момента образования тумана. Успешность прогноза во многом зависит от точности определения значения δT_d . Эмпирически установлено, что δT_d зависит от начальных значений температуры, точки росы, распределения дефицита точки росы с высотой, состояния подстилающей поверхности, скорости ветра и ряда местных условий. Трудность учета всех этих факторов диктует необходимость установления частных зависимостей δT_d от конкретных исходных условий. Так, например, для равнинной местности, удаленной от крупных водоемов, для расчета понижения температуры точки росы в зависимости от ее значения в момент захода Солнца можно рекомендовать следующую эмпирическую формулу:

$$\delta T_d = 2 \exp \left[\frac{6}{(T_d)_{\text{зах}} + 35} \right]. \quad (5.10)$$

Вблизи крупных водоемов, откуда в пункт прогноза может поступать воздух в ночные часы, аналогичная зависимость имеет вид

$$\delta T_d = 1,6 \exp \left[\frac{7,8}{(T_d)_{\text{зах}} + 35} \right]. \quad (5.11)$$

Нетрудно видеть, что в обобщенном виде указанную зависимость можно представить как

$$\delta T_d + a \exp \left[\frac{b}{(T_d)_{\text{зах}} + 35} \right], \quad (5.12)$$

где a и b — коэффициенты, определяемые эмпирически для каждого пункта по архивным данным.

Прогноз минимальной температуры составляется по методике, указанной на с. 78—80. Туман (дымку) следует ожидать, если

$$T_{\min} \leq [(T_d)_{\text{зах}} - \delta T_d].$$

Время образования тумана с точностью ± 1 ч можно определить по графику на рис. 5.2, на котором на горизонтальной оси отложена величина $(T_{\text{зах}} - T_{\tau}) / (T_{\text{зах}} - T_{\min}) = \tau$, а на вертикальной оси — время (в долях от продолжительности ночи, т. е. от момента захода до восхода Солнца).

При определении значения δT_d по сути дела требуется составить прогноз хода температуры точки росы с заблаговременностью в несколько часов. Наиболее простым средством для этого является формальная экстраполяция.

$$(T_d)_t = [(T_d)_0 - (T_d)_{\text{зах}}] \frac{t - t_0}{t_0 - t_{\text{зах}}}. \quad (5.13)$$

Здесь индексом «0» обозначен срок наблюдений через 2—3 ч после захода Солнца.

Нетрудно видеть, что формула (5.13) описывает ход температуры точки росы прямой линией. Эту линию можно воспроизвести в виде графика на миллиметровой бумаге. По горизонтальной оси откладывается время, а по вертикальной — значения T_d . На этом же графике можно воспроизвести ход температуры воздуха, предвычисленный по методике, изложенной выше. Если прогностическая кривая хода температуры воздуха пересечется с линией точек росы, туман следует ожидать; причем точка пересечения укажет приблизительно время его образования. Такой график представлен на рис. 5.3. В данном примере туман должен образоваться около полуночи.

Время рассеяния тумана зависит от сезона и от конкретной метеорологической обстановки. Если синоптическая ситуация сохраняется, то летом туман рассеивается не позднее, чем через 2 ч после восхода Солнца, осенью — через 3—5 ч, а зимой радиационный туман может сохраняться в течение всего дня.

Можно рекомендовать также определять время рассеяния тумана по ходу температуры, предвычисленному по методике, изложенной на с. 78—80. Однако следует учитывать, что при густых туманах рост температуры после восхода Солнца, полученный по расчетам, следует уменьшать, умножая рассчитанное значение приращения на коэффициент, равный 0,25, а при обычном тумане —

на 0,35. По мере увеличения высоты Солнца этот коэффициент следует увеличивать. Обычно считают, что туман рассеется, как только температура воздуха повысится до значения, при котором началось образование тумана. Следует также принимать во внимание туманорассеивающие факторы, а именно:

- 1) усиление ветра (на 2 м/с и более);
- 2) адвекцию более сухого и холодного воздуха с меньшими значениями T_d ;
- 3) нисходящие движения воздуха, сопровождающиеся увеличением дефицита точки росы на 3°C и более;
- 4) выпадение дождя, температура капель которого ниже температуры воздуха в приземном слое, или выпадение снега;
- 5) сублимацию водяного пара на снежном покрове при безветрии.

Морозные туманы возникают в населенных пунктах в антициклонах или отрогах при сильно выхоленном воздухе. Для прогноза морозного тумана прежде всего необходимо определить, достигнет ли температура воздуха некоторого критического значения $T_{кр}$.

Если реальная температура воздуха $T > T_{кр}$, тумана не будет. Критическая температура зависит от относительной влажности и атмосферного давления (рис. 5.4).

При сгорании топлива выделяется водяной пар, при этом содержание влаги в воздухе увеличивается, что приводит к повышению относительной влажности. Ниже приведены данные о количестве водяного пара W , поступающего в атмосферу при сгорании 1 кг топлива:

Топливо	W г	Топливо	W г
Природный газ	2160	Дрова	632
Бензин	1305	Бурый уголь	458
Торф	637	Кокс	60

Если известно (хотя бы приблизительно) количество сжигаемого топлива, то добавку (г/м^3) водяного пара в атмосферу можно вычислить по формуле

$$\delta a = \frac{WQ}{8,64 \cdot 10^7 dVh},$$

где Q — масса топлива, сжигаемая за сутки, кг; h — толщина слоя распространения водяного пара (или высота нижней границы инверсии), м; d — ширина населенного пункта (км) в направлении нормали к вектору скорости ветра V , м/с.

Полученные значения δa используют для определения приращения температуры точки росы δT_d по графику, приведенному на

рис. 5.5. По вертикальной оси этого графика отложены исходные значения T_d , наклонные кривые — значения δa . На горизонтальной оси отложены искомые значения приращения точки росы δT_d . После определения значения можно вычислить ожидаемое значение точки росы как

$$(T_d)_{\text{пр}} = T_d + \delta T_d.$$

Для оценки возможности возникновения морозного тумана рекомендуется график, приведенный на рис. 5.6.

Ночное струйное течение. Часто над радиационными инверсиями образуется поток, образно называемый ночным струйным течением. Скорость этого течения достигает 20 м/с; ее максимум наблюдается на высоте 200—300 м, а у поверхности Земли скорость ветра не превышает 2 м/с; часто отмечается безветрие.

Ночное струйное течение обычно наблюдается в очень тонком слое. Четкий профиль этого течения появляется ночью и исчезает через 2—2,5 ч после восхода Солнца. Однако зимой, когда радиационная инверсия сохраняется в течение суток, это течение наблюдается и днем.

Ночное струйное течение принято рассматривать как локальное мезомасштабное явление, однако в некоторых континентальных районах такое течение имеет протяженность несколько сотен километров, хотя ширина остается небольшой — 10^0 — 10^1 км.

Природа ночных струйных течений не совсем ясна. Наиболее правдоподобная гипотеза его возникновения такова.

Известно, что ночное струйное течение возникает над центральными частями низких антициклонов или тех антициклонов, пространственная ось которых сильно наклонена. В таком случае высотная фронтальная зона (ВФЗ) захватывает нижнюю тропосферу и часто определяет здесь значительную адвекцию холода, усиливающуюся с высотой.

В условиях инверсионного распределения температуры обмен количеством движения между ВФЗ и приземным слоем практически ликвидируется. Однако выше инверсии, в верхней части пограничного слоя, обмен количеством движения сохраняется и даже усиливается. Адвекция холода обуславливает создание и сохранение статической неустойчивости. Диффузия захватывает слой от ВФЗ до верхней границы инверсии. Ниже этой границы ветер слабый, а выше вследствие обмена количеством движения и практически отсутствия трения ветер резко усиливается и устанавливается профиль ветра, характерный для неустойчивой атмосферы (рис. 5.7, кривая 1). С восходом Солнца инверсия разрушается и профиль ветра приобретает обычный вид (кривая 2). Струя исчезает.

Если эта гипотеза верна, ночное струйное течение следует ожидать при наличии низкого антициклона и ВФЗ над ним, которая обеспечивает усиливающуюся с высотой адвекцию холода.

Глава 6

СВЕРХКРАТКОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПОД ВЛИЯНИЕМ МЕСТНЫХ ОРОГРАФИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЕЙ (НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ)

Различают два типа неоднородностей подстилающей поверхности: *механические* и *термические*. Однако это различие весьма условно, ибо оба типа неоднородностей тесно связаны между собой, хотя есть основания считать, что механические неоднородности первичны, а термические вторичны. Более того, механические неоднородности постоянны, а термические изменчивы во времени и зависят как от первых, так и от характера циркуляции. Последняя же (по крайней мере, мезомасштабная) в свою очередь в значительной мере определяется неоднородностями подстилающей поверхности в их совокупности. В то же время локальная погода зависит от характера циркуляции. Схематически эти рассуждения показаны на рис. 6.1.

Механические неоднородности определяются рельефом местности, и их воздействие на атмосферные процессы в зависимости от состояния атмосферы, типа текущего атмосферного процесса, времени года и широты места будет в каждом конкретном случае проявляться по-своему. Термические неоднородности будут также проявляться по-разному в зависимости от рельефа. Так, бризы Ладожского озера отличаются от своих «собратьев» на Байкале, а горно-долинная циркуляция в Альпах не такая, как в горах Средней Азии. Поэтому ниже будут рассмотрены только те аспекты формирования локальных процессов и погоды, которые являются общими для всех районов. Рельеф и температурные неоднородности подстилающей поверхности воздействуют на атмосферные процессы всех масштабов, но для целей СКП важны лишь мезомасштабные процессы. Именно этим процессам будет уделено основное внимание.

Прежде всего горные хребты, горы, возвышенности и холмы оказывают влияние на формирование и распределение облачности и осадков. С наветренной стороны линии тока конвергируют, создавая тем самым условия для крупномасштабного подъема воздуха. Кроме того, воздух просто скользит вверх по склону. Такой подъем называют орографическим. Если натекающий на препятствие воздух статически устойчив, то с наветренной стороны формируется зона осадков, а если она уже существовала, то осадки усиливаются. Если воздух условно неустойчив, то орографический подъем создает условия для разрешения неустойчивости и тем самым обуславливает конвекцию. Тогда с наветренной стороны

идут как обложные, так и ливневые осадки, причем и те и другие оказываются более интенсивными, чем на равнине. На подветренной стороне препятствия воздух опускается, способствуя рассеянию облаков и прекращению осадков. Если же зона осадков неорографического происхождения по каким-либо причинам оказывается на подветренной стороне горного препятствия, осадки ослабевают, а иногда и совсем прекращаются (рис. 6.2).

Вертикальная скорость, обусловленная орографией, может быть оценена как

$$W_0 = V_n \operatorname{tg} \alpha, \quad (6.1)$$

где V_n — нормальная к хребту (горе) составляющая скорости воздушного потока; α — угол наклона к горизонту поверхности горного препятствия. Кроме того, в атмосфере могут быть вертикальные движения, обусловленные крупномасштабными динамическими процессами

$W_D = - \int_{z_2}^{z_1} \operatorname{div} \mathbf{V} dz$. Тогда суммарная вертикальная скорость

$$W = W_0 + W_D. \quad (6.2)$$

Следовательно, погодные условия, определяемые восходящими крупномасштабными движениями, будут обостряться с наветренной стороны горного препятствия и ослабляться с подветренной.

Аналогичные, но более слабые эффекты имеют место при переходе воздушного потока с гладкой подстилающей поверхности на шероховатую, и наоборот. Например, с моря (гладкая поверхность) на сушу (шероховатая поверхность), с поля (гладкая) на город (шероховатая) и т. д.

Наиболее совершенный способ прогноза локальных условий погоды вблизи горных (или подобных) препятствий заключается в использовании гидростатических (негидростатических) мезомасштабных моделей, учитывающих влияние горного хребта (горы, холма). Разумеется, что такие модели должны приспособляться к конкретным орографическим особенностям местности, т. е. должны быть индивидуальными.

Вместе с тем во многих случаях оказывается достаточным только качественный прогноз распределения облачности и интенсивности осадков вблизи препятствия. Тогда можно рекомендовать следующий порядок составления прогноза.

1. Дается оценка общей синоптической ситуации с точки зрения ее способности генерировать облачность и осадки. Оценивается также статическая устойчивость (неустойчивость) воздушной массы, действующей в районе прогноза.

2. По данным ветрового зондирования определяется ориентация воздушного потока относительно препятствия. Тем самым определяются наветренная и подветренная стороны препятствия (хребта, холма, города и т. д.).

3. Предполагается, что прогнозисту известен средний угол склона хребта (горы, холма). Если же этот угол не известен, то он определяется как

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{h}{0,5S},$$

где h — высота хребта (горы, холма), а S — его ширина у подножия.

4. По картам барической топографии определяется скорость невозмущенного потока V_i на нескольких уровнях ниже вершины хребта (горы) на расстоянии около 200 км с наветренной стороны и угол λ_i , на который этот поток отклоняется от нормали к горному хребту. Затем на каждом уровне определяется значение нормальной к хребту составляющей скорости ветра

$$V_{ni} = V_i \cos \lambda_i$$

и среднее значение этой величины

$$\bar{V}_n = \frac{\sum_{i=1}^m V_{ni}}{m},$$

где m — число уровней.

5. Производится оценка скорости вынужденного подъема воздуха на наветренной стороне хребта (горы)

$$W_0 = \bar{V}_n \operatorname{tg} \alpha = \bar{V}_n \frac{h}{0,5S}. \quad (6.3)$$

Следует помнить, что значение W_0 , вычисленное по формуле (6.3), может рассматриваться лишь как мера орографического влияния на набегающий поток. Его ни в коем случае нельзя использовать для расчета количества облачности и осадков.

6. По данным МСЗ оценивается состояние облачного покрова с наветренной стороны хребта (горы). Качественно могут быть выявлены три состояния: I — наблюдается массив плотной облачности, II — наблюдаются отдельные облака, III — наблюдается некое промежуточное состояние плотности покрытия облаками.

7. По картам барической топографии (или по данным зондирования) определяется влагозапас воздуха с наветренной стороны хребта в слое от Земли до уровня 500 гПа. Влагозапас считается большим (Б), если дефицит точки росы не превышает 2 на уровнях до 850 гПа включительно и 3 выше этого уровня. Если дефицит точки росы больше указанных значений, то влагозапас считается малым (М).

8. Значительные осадки на наветренных склонах следует ожидать, если имеет место сочетание IB. Осадки не следует ожидать при сочетании IIM (табл. 6.1).

**Возможность образования (прекращения) осадков
с наветренной стороны хребта (горы)
в зависимости от состояния облачного покрова и влагозапасов воздуха**

Сочетание состояния облачного покрова и влагозапасов воздуха с наветренной стороны	Наличие (отсутствие) осадков в исходный срок	Возможность образования (ослабления, прекращения) осадков через 3—6 ч
I Б	Осадки есть Осадков нет	Усиление осадков Осадки начнутся и будут значительными
II Б	Осадков нет	Осадки возможны
III Б	Осадков нет	Начнутся слабые осадки
I М	Осадки есть	Ослабление (прекращение) осадков
II М	Осадков нет	Осадки маловероятны
III М	Осадков нет	Осадков не будет

В районах со сложным рельефом рекомендуется детально анализировать направленность воздушных потоков по отношению к каждому ответвлению хребта, к каждой горе, рассчитывая значения V_n и W_0 для каждого участка. Это особенно важно делать в тропиках, где атмосфера всегда условно неустойчива и, следовательно, в процессе подъема можно ожидать разрешения неустойчивости и образования кучево-дождевых облаков, ливней, гроз и шквалов.

При составлении прогноза облачности и осадков в долинах рекомендуется принимать во внимание влияние горно-долинной циркуляции. Конвективные облака, развивающиеся в первую половину дня и после полудня, долинным ветром поднимаются вверх по склонам. Поэтому максимальное развитие облачности, ливневые осадки и грозы в послеполуденные часы следует ожидать в верхней части гор. Вечером, когда дует горный ветер, облачность под его влиянием «спускается» в долины (предгорья). Поэтому в долинах максимум облачности и осадков наблюдается вечером.

КАТАБАТИЧЕСКИЕ ВЕТРЫ

Воздушные потоки, скользящие вниз по склону хребта (горы), получили название *катабатических ветров*. Образование этих ветров чаще всего происходит при переваливании воздушной массой горного хребта. В правой части рис. 6.2 показаны линии тока нисходящего (катабатического) потока на подветренной стороне хребта. Суть процесса такова: с наветренной стороны воздух, под-

нимаясь вверх по склону, охлаждается, содержащийся в нем водяной пар конденсируется, образуются облака и осадки (см. выше); достигнув вершины, воздух устремляется вниз, приобретая значительную, иногда ураганную скорость.

Есть иной процесс образования кatabатических ветров. На обширных горных плато формируется холодная воздушная масса. Если при этом в районе формирования растет давление, то холодный воздух постепенно отодвигается к краю плато и оттуда «сваливается» вниз, образуя сильные кatabатические ветры. Такие процессы свойственны, например, Антарктиде.

В одних случаях кatabатические ветры повышают температуру воздуха в подветренной части хребта; тогда их называют фёнами. В других случаях, наоборот, они способствуют понижению температуры воздуха; такой ветер называют *борой*.

Кatabатические ветры — явление местное. Как правило, они имеют местное название. Однако суть явления от названия не меняется. Здесь мы будем различать лишь фён (ветер, повышающий температуру) и бору (ветер, понижающий температуру).

Продолжительность и фёна, и боры меняется в широких пределах: от нескольких часов до нескольких недель. Их возникновение связано с крупномасштабными процессами. Вместе с тем увеличение скорости ветра и изменение температуры воздуха при возникновении фёна или боры порой бывают столь стремительными, что в течение десятков секунд скорость ветра растет от 5—7 до 35—40 м/с, а температура меняется на десятки градусов. В этом смысле процессы возникновения фёна и боры можно отнести к разряду мезомасштабных, а их прогноз — к разряду сверхкраткосрочных.

Кatabатические ветры, обусловленные скатыванием холодного воздуха с горных плато, всегда приводят к понижению температуры воздуха у подножия, т. е. они представляют собой бору. Кatabатические ветры, обусловленные переваливанием воздушной массы через горный хребет, могут как повышать температуру воздуха у подножия подветренного склона, так и понижать ее, т. е. могут быть и фёном, и борой; механизм их образования одинаков. Все дело в том, какая масса переваливает через хребет. Холодная воздушная масса становится борой, а относительно теплая — фёном. Эффект динамического (адиабатического) нагревания опускающегося воздуха, конечно, имеет место, однако его действие перекрывается разностью температур переваливающей воздушной массы и той, что располагается на подветренной стороне. Так, при Новороссийской боре температура воздуха на верхней части Мархотского перевала (1300 м) обычно составляет —25...—30 °С, а в Новороссийске до начала боры она положительна. Воздух, опустившись с перевала, нагревается на 12—13 °С, но все равно его температура оказывается намного ниже той, что была в городе до начала боры.

В настоящее время нет общепринятого взгляда на механизм

образования кататических ветров (фёна и боры), связанных с переваливанием воздушной массы через горные препятствия. Чаще всего возникновение этих ветров объясняют так называемым гидравлическим эффектом. Суть этого эффекта состоит в том, что в сужающемся канале течение достигает очень больших скоростей. Полагают, что в атмосфере такой сужающийся канал создается инверсией температуры, располагающейся выше горного хребта (горы). Представленное на рис. 6.3 положение инверсии считается наиболее благоприятным для образования фёна (боры). Если к тому же переваливающий воздух холодный, то наряду с гидравлическим эффектом действует сила тяжести, которая дает значительную добавку к скорости скатывающегося по склону воздуха.

Исходными материалами для прогноза фёна (боры) могут служить приземные и высотные карты погоды, данные радиозондирования, а также спутниковые изображения облаков. Можно рекомендовать следующий порядок составления прогноза.

1. Производится тщательный анализ синоптической ситуации с целью обнаружения признаков зарождающегося фёна (боры). К числу таких признаков относятся:

а) приближение развивающегося циклона к горному хребту и связанное с этим падение давления с наветренной стороны хребта и еще большее падение давления на подветренной стороне хребта;

б) переваливание через хребет холодного воздуха в тылу циклона и связанный с этим рост давления с подветренной стороны хребта и еще больший рост давления на наветренной стороне; в такой ситуации иногда удается обнаружить «фёновый нос» — узкую полосу повышенного давления с наветренной стороны хребта, которая является верным признаком формирующегося фёна (боры). «Фёновый нос» можно обнаружить только при достаточно густой сети станций, данные наблюдений которых нанесены на крупномасштабную карту погоды; в горных районах анализ такой карты затруднен тем, что данные о давлении могут быть искажены приведением давления к уровню моря;

в) наличие малоподвижной области высокого давления над горным хребтом.

2. По данным радиозондирования на наветренной стороне хребта устанавливается наличие (отсутствие) инверсии, нижняя граница которой выше вершины горного хребта. Если такая инверсия есть, то фён (бора) следует ожидать.

3. По спутниковым изображениям облачности определяется распределение облаков у горного хребта. Сплошной облачный покров с наветренной стороны и размывающийся покров с подветренной — признак начинающегося фёна (боры). Если фён (бора) уже начался, то на спутниковом изображении обнаруживается фёновая «стена» — четкая граница облачности, практически совпадающая с линией гребня. При этом на подветренной

стороне обычно наблюдаются волнистые облака среднего и верхнего яруса. Они образуются под влиянием подветренных волн, возникающих при переваливании горного хребта воздушной массой.

4. Производится количественная оценка фёновой ситуации. Фён (бору) следует ожидать, если

$$V_n > h \left(g \frac{1}{\Theta_0} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right)^{1/2}$$

Здесь V_n — скорость нормальной к горному хребту (высотой h) составляющей ветра на уровне выше h ; $\partial \Theta / \partial z$ — вертикальный градиент потенциальной температуры в слое от подножия хребта до высоты h ; Θ_0 — потенциальная температура на нижней границе данного слоя.

ГОРНО-ДОЛИННАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ

Хотя учащемуся уже известно явление горно-долинной циркуляции из курса общей метеорологии, все же напомним, что циркуляцию, при которой в дневные часы в приземном слое ветер дует вверх по долине (долинный ветер), а в ночные часы — вниз по долине (горный ветер), называется *горно-долинной*.

Горно-долинная циркуляция относится к разряду местных циркуляций. Она оказывает влияние на работу легких самолетов и вертолетов, может инициировать развитие конвекции и конвективных явлений; ее важно учитывать при оценках возможности загрязнения воздуха в горных долинах, а также принимать во внимание при сверхкраткосрочном прогнозе температуры. Дело в том, что ГДЦ довольно значительно искажает суточный ход температуры воздуха на склонах долины. Так, летом между 7 и 10 ч по местному времени резко возрастает температура, т. е. этот рост наблюдается в то время, когда долинный ветер еще не установился. Как только долинный ветер обретает полную силу, температура растет очень медленно. Как только долинный ветер сменяется горным, температура резко падает (обычно между 18 и 20 ч по местному времени), создается эффект, подобный прохождению холодного фронта.

Горно-долинная циркуляция обнаруживается в тех случаях, когда над горной страной устанавливается антициклонический режим погоды и не наблюдаются крупномасштабные возмущения.

Горно-долинная циркуляция возбуждается нагреванием (охлаждением) склонов долины. В дневные часы склон нагревается, и под действием сил плавучести воздух движется вверх. В ночные часы поверхность склона охлаждается, охлаждая прилегающий воздух. Последний под действием силы тяжести движется вниз. В дневные часы на одной и той же высоте температура воздуха на склоне (T_c) выше температуры воздуха над долиной

(T_d), а в ночные часы, наоборот, на склоне температура ниже, чем над долиной. Чем больше эта разность температур, тем интенсивнее горно-долинная циркуляция. В различного рода прогностических методиках разность температур «долина — склон» используется в качестве предиктора горно-долинной циркуляции.

Известно также, что крупномасштабные потоки оказывают заметное искажающее влияние на формирование горно-долинной циркуляции. Если скорость крупномасштабного атмосферного течения $V \geq 7$ м/с, то мезомасштабные течения на склонах обнаружить не удастся. Наоборот, при слабых ветрах горно-долинная циркуляция проявляется наиболее четко. Поэтому скорость крупномасштабного потока воздуха V принимается в качестве второго предиктора.

Обычно эти два предиктора — разность температур $\Delta T = T_c - T_d$ и крупномасштабная скорость потока V — используются в локальных схемах прогноза горно-долинной циркуляции. Разработка локальных схем (методик) ведется на основе статистики. Используя архивный материал, получают либо графические связи указанных предикторов с интенсивностью горно-долинной циркуляции, либо аналогичные связи в виде уравнений регрессии

$$c = C(\Delta T, V),$$

где C — скорость долинного (горного) ветра. Конкретный вид такого уравнения зависит от той местности, для которой он составляется. Что касается графических связей, то они могут быть, например, такими, как показано на рис. 6.4. Однако следует отметить, что часто прогноз значений ΔT оказывается несколько не легче прогноза циркуляции. Поэтому в последнее время пользуются известной зависимостью между количеством облаков и значениями ΔT : чем больше облаков над районом прогноза (над горной страной), тем меньше ожидаемое значение ΔT . Тогда на рис. 6.4 по оси абсцисс вместо ΔT можно откладывать степень покрытия облаками. Информация об облачном покрове может быть получена из спутниковых изображений облачного покрова.

Если по каким-либо причинам воспользоваться прогностическими связями невозможно или они отсутствуют для данного места, то следует применить простое правило: *горно-долинные ветры возникают при ясной (малооблачной) погоде и слабом крупномасштабном потоке, причем долинный ветер появляется в первой половине дня, а горный — в первой половине ночи.*

БРИЗЫ

Бризы — явление широко известное в метеорологии. Вместе с тем оно сугубо локально, в каждом месте проявляется по-разному. Поэтому единой методики анализа и прогноза бриза, которую можно было бы применять во всех случаях и во всех местах, не существует. В каждом конкретном районе, где могут быть

бризы, должна быть разработана своя, локальная, методика прогноза бриза.

Бриз обычно характеризуется следующими параметрами:

- а) скоростью ветра на береговой станции;
- б) глубиной распространения;
- в) количеством облаков на бризовом фронте (шириной облачной полосы);
- г) вероятностью выпадения осадков (или высотой верхней границы облаков на бризовом фронте).

Значения этих параметров зависят от той синоптической ситуации, при которой данный бриз возникает. В тех районах, где бриз может возникать, все синоптические ситуации делят на два типа:

- 1) бризовые ситуации,
- 2) небризовые ситуации.

Бризовых ситуаций может быть несколько, и каждой из них соответствует бриз с определенными характеристиками. Отсюда следует, что для анализа и прогноза бриза прежде всего необходимы синоптические материалы. Однако по синоптическим картам, даже крупного масштаба, невозможно в деталях определить глубину проникновения бризового фронта, характер и количество облаков, а также выпадение осадков на нем. Поэтому обязательными средствами анализа и прогноза бриза являются спутниковые изображения облачности и данные радиолокационных наблюдений.

При разработке локальной методики прогноза бриза прежде всего по архивному синоптическому материалу определяется набор бризовых ситуаций для данного района.

В дальнейшем набор этих ситуаций используется в качестве основы для принятия решения о возможности или невозможности развития бриза. Если текущая синоптическая ситуация сходна с одной из ситуаций бризового набора, то принимается решение о возможности появления бриза. В противном случае бриз не прогнозируется. Вместе с тем наличие той или иной бризовой ситуации еще не означает возникновения бриза. Поэтому вычисляется так называемый *индекс бриза*

$$I_b = 0,03 \frac{V_g^2}{\Delta T},$$

где V_g — скорость геострофического ветра, рассчитываемая по приземному полю давления; ΔT — максимальная разность между приземной температурой воздуха над сушей и температурой поверхности воды; 0,03 — размерный коэффициент, $^{\circ}\text{C} \cdot \text{с}^2/\text{м}^2$.

Значения I_b вычисляются заранее по архивному материалу для каждой бризовой ситуации отдельно как для случаев, когда

бриз был, так и для случаев, когда его не было. Таким образом, для каждой ситуации устанавливается пороговое (критическое) значение индекса I_b . Очевидно, что в каждом конкретном районе пороговое значение индекса для данной бризовой синоптической ситуации будет своим. Кроме того, каждому значению индекса $I_b < (I_b)_к$ будут соответствовать определенные значения характеристик бриза (см. п. а, б, в, г на с. 97). Полезно по архивному материалу построить эмпирические графики связи значения I_b с характеристиками бриза. На рис. 6.5 представлен примерный вид графической связи между скоростью ветра на береговой станции при бризе и значением I_b . Аналогичные графики можно построить для всех параметров, характеризующих бриз. Разумеется, что для каждой бризовой синоптической ситуации должен быть свой набор таких графиков.

Если такая предварительная работа по архивному материалу проделана, то схема прогноза бриза сводится к следующим операциям.

1. По прогностической и фактической синоптическим картам устанавливается тип синоптической ситуации:

а) если ситуация оказывается небризовой, то возникновения бриза не ожидается;

б) если ситуация оказывается бризовой, то вычисляется значение I_b . Это значение затем сравнивается с $(I_b)_к$ для данной ситуации. Если $I_b < (I_b)_к$, прогнозируется факт бриза.

2. По значению I_b и прогностическим графикам определяются параметры ожидаемого бриза.

Глава 7

ПРОГНОЗ ОДНОМЕРНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

СПЕЦИФИКА МЕТОДОВ СВЕРХКРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ПОГОДЫ

Можно без преувеличения сказать, что в предсказании погоды применяются все известные методы и подходы к прогнозированию. По степени формализации их принято делить на два класса: интуитивные и формализованные. К *интуитивным* относятся индивидуальные и групповые методы экспертных оценок. Например, синоптический метод прогноза погоды представляет собой интуитивный индивидуальный метод разработки сценария развития погоды в интересующем регионе. Групповая экспертная оценка, известная как «мозговая атака», часто применяется при разработке окончательного варианта формулировки прогноза погоды различной заблаговременности.

Класс *формализованных* методов прогноза в зависимости от

общих принципов действия принято делить на группы системно-структурных методов, ассоциативных методов, методов опережающей информации и экстраполяционных методов. Системно-структурные методы метеорологи используют путем построения различных классификаций, карт метеорологических полей и отнесения текущего процесса к аналогичным. Они широко распространены в практике составления долгосрочных прогнозов погоды.

В качестве примера ассоциативных методов приведем численное моделирование атмосферных процессов на основе уравнений гидродинамики и термодинамики атмосферы. В настоящее время этот метод является основным при разработке краткосрочных прогнозов полей давления, геопотенциала, температуры и влажности. Для прогноза явлений погоды в конкретной точке применяются методы модельной статистики, которые относятся к группе методов опережающей информации.

В сверхкраткосрочном прогнозировании чаще всего используются методы из группы экстраполяционных. К ним относится метод наименьших квадратов, который в дальнейшем изложении будет часто употребляться.

Выбор класса методов зависит еще и от сложности объекта прогнозирования и заблаговременности прогноза. Во всех случаях, когда выполняются базовые гипотезы какого-либо из формализованных методов, применение этого метода делает прогноз более обоснованным. Однако во многих случаях прогнозируемая погода зависит от такого большого числа факторов, что выбор и применение формализованных методов становятся невозможными.

В выборе класса методов прогнозирования роль заблаговременности прогноза очень велика. Исследователю необходимо сравнить заблаговременность прогноза L и продолжительность эволюционного цикла объекта прогнозирования P . Отношение этих величин τ , определяемое по формуле

$$\tau = \frac{L}{P}, \quad (7.1)$$

позволяет сделать вывод о возможном классе методов прогноза.

Если справедливо неравенство $\tau \ll 1$, то рекомендуется использовать формализованные методы. Ситуации, когда $\tau \approx 1$, имеют место, если заблаговременность прогноза близка ко времени окончания плавной эволюции объекта прогнозирования и возникновения нового цикла или резких изменений структуры. В этом случае полезнее использовать интуитивные методы для оценки времени смены структуры и выбора нового формализованного метода.

Оценим, например, значение τ для сверхкраткосрочного прогноза с заблаговременностью 2 ч. Если за это время не будут проходить фронты, то эволюция погоды определяется суточным ходом, а значит, $\tau = 2/24$ и для прогноза пригодны формальные методы. Однако если через три часа ожидается прохождение фрон-

та, то оценивать τ следует по равенству $\tau=2/3$ и для прогноза не рекомендуется опираться на формальные методы.

Приведенные выше соображения демонстрируют существование серьезных ограничений при применении формальных методов и важность их умелого сочетания с интуитивными. Это следует иметь в виду при дальнейшем изучении формальных методов СКП.

ЭТАПЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ЭКСТРАПОЛЯЦИОННОГО ПРОГНОЗА

Для понимания сущности задачи прогностической экстраполяции рассмотрим модельный пример. Пусть имеется неоднородная сетка точек по времени, на которой наблюдались значения функций $f(t)$. Моменты обозначим через t_i (где i — порядковый номер), а значение функции — через f_i . Предположим, что измеренные значения содержат детерминированный фон \bar{f} и случайную флуктуацию f' . Будем считать, что справедливо равенство

$$f = \bar{f} + f'. \quad (7.2)$$

Пусть число произведенных наблюдений обозначено через n . Задача прогноза состоит в том, чтобы получить значение функции f_{n+p} в момент t_{n+p} , расположенный за последним моментом t_n , когда известны значения f_n .

При решении этой задачи исследователь должен пройти следующие этапы:

- 1) выбрать математическую модель фона;
- 2) определить на основе выбранной модели фильтр, с помощью которого можно разделить фон \bar{f} и шум f' ;
- 3) выделить детерминированный фон \bar{f} путем фильтрации исходных данных и оценить значение шума f' ;
- 4) получить необходимые для прогноза характеристики структуры фона, дать его прогноз и оценку ожидаемой погрешности этого прогноза;
- 5) произвести изучение свойств шума и дать прогноз возможного вклада шума в прогнозируемую величину.

На самом деле методика прогноза этим не исчерпывается. Обычно погрешность прогностического метода велика, поэтому путем комплексирования различных методов необходимо уточнить прогноз, введя погрешность общего результата в допустимые пределы. Но эти вопросы в настоящее время изучены недостаточно.

Каждый из указанных выше этапов прогнозной экстраполяции в свою очередь состоит из целого ряда задач, которые мы здесь последовательно обсудим. Но начать следует с выявления свойств фоновых процессов, определяющих погоду в любом пункте, для того чтобы правильно выбрать математическую модель фона.

В метеорологической литературе принято рассматривать изменения параметров состояния воздуха как совокупность нескольких циклических процессов с различными характерными временами. Перечислим наиболее известные из этих процессов в порядке уменьшения характерных времен. Это годовой цикл, естественный синоптический период с характерным временем около недели и суточный цикл.

Каждый из этих циклов представляет собой колебательный процесс сложной формы и состоит из нескольких гармоник, но для иллюстрации основной идеи представим процесс в виде суммы двух синусоидальных гармоник

$$\bar{f}(t) = a_1 \sin(2\pi t/T_1) + a_2 \sin(2\pi t/T_2). \quad (7.3)$$

Здесь a_1 и a_2 — амплитуды, значения которых не принципиальны; T_1 — период синоптического процесса, равный, скажем, 72 ч; T_2 — период суточного хода; t — заблаговременность прогноза.

Для интервала изменения t , характерного для СКП (от 1 до 9 ч), аргумент первой гармоники изменяется от $\pi/36$ до $\pi/4$. Это значит, что при сверхкраткосрочном прогнозировании можно первую гармонику с большой точностью заменить кубическим полиномом вида

$$\sin(x) = k_0 x - k_1 x^3 \quad (7.4)$$

(при коэффициентах k_0 и k_1 , равных 0,7846 и 0,0777, погрешность не выходит за пределы 1 %).

Для второй гармоники ($T=24$ ч) аргумент при тех же значениях t меняется от $\pi/12$ до $3\pi/4$. Представление любой гармоники формулой типа (7.4) приемлемо при $|x| \leq \pi/4$, т. е. при $t \leq 3$ ч. Это означает, что математическая модель фонового метеорологического процесса должна быть различна для интервалов заблаговременностей t от 0 до 3 ч и от 3 до 9 ч.

В интервале заблаговременностей от 0 до 3 ч фон или, как его часто называют, тренд \bar{f}_1 может быть представлен кубическим полиномом вида

$$\bar{f}_1(t) = \sum_{i=0}^3 k_i t^i. \quad (7.5)$$

В интервале заблаговременностей от 3 до 9 ч тренд должен включать в себя описание суточного хода прогнозируемой метеорологической величины. Следует отметить, что при описании суточного хода нельзя ограничиваться использованием одной синусоидальной гармоники и одного только периода $T=24$ ч. Для достижения хорошего представления суточных колебаний следует учитывать косинусоидальные гармоники и полусуточный период и использовать формулу

$$\bar{f}_2(t) = \sum_{i=1}^2 a_i \sin(2\pi t_i/T) + \sum_{i=1}^2 b_i \cos(2\pi t_i/T). \quad (7.6)$$

Можно сделать вывод, что для диапазона заблаговременностей от 3 до 9 ч представление тренда метеорологических процессов имеет вид суммы

$$\bar{f}(t) = \bar{f}_1(t) + \bar{f}_2(t). \quad (7.7)$$

Выбор математической модели фона метеорологических процессов в зависимости от заблаговременности сверхкраткосрочного прогноза в форме (7.5) или (7.7) позволяет решить задачу выделения тренда для любого конкретного случая прогноза.

ВЫДЕЛЕНИЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОГО ТРЕНДА И ПРОГНОЗ НА 3 ч

Получив представление о возможных математических формах описания фоновых метеорологических процессов, можно перейти к нахождению параметров математической модели фона по имеющимся данным наблюдений.

Задачу построения непрерывной функции $y_i(t)$, которая в узловых точках t_i ближе всего подходит к наблюдавшимся значениям \tilde{y} , будем называть *задачей аппроксимации*. Отметим, что после решения этой задачи мы и для узловых точек получим новые значения y_i , которые будем называть *фильтрованными*.

Разность $(\tilde{y}_i - y_i)$ является ошибкой описания процесса. Она состоит из двух частей. Первая — это систематическая ошибка, которая возникает за счет неправильно выбранной модели тренда. Вторая — это случайная ошибка, которая имеет место и в случае идеально точной модели процесса за счет множества неучтенных маловажных факторов.

Наиболее часто используют аппроксимирующее выражение вида

$$y(t) = \sum_{j=1}^m C_j \varphi_j(t), \quad (7.8)$$

где $\varphi(t)$ — базисные функции модели фона; C_j — коэффициенты модели, значения которых подбирают по данным наблюдений. Именно вид базисных функций и определяет физическое содержание сглаживания. Обычно употребляют три вида базисных функций:

$$\varphi_j(t) = t^{j-1}; \quad (7.9)$$

$$\varphi_j(t) = \sin(jt); \quad (7.10)$$

$$\varphi_j(t) = \exp(\lambda_j t). \quad (7.11)$$

Базисные функции (7.9) порождают полиномиальную аппроксимацию, которая имеет тенденцию к неограниченному росту ошибки за пределами интервала наблюдений $t_0 \leq t \leq t_n$. Базисные

функции (7.10) наиболее пригодны для описания периодических процессов. Базисные функции (7.11) выбирают для описания процессов перехода из одного состояния в другое, затухающих на бесконечности. В модели СКП с заблаговременностью до 3 ч (7.5) использовано представление (7.9).

Если базис выбран из m функций $\varphi_j(t)$, то задача определения коэффициентов C_j решается различными методами. Применяется метод наименьших квадратов, метод экспоненциального сглаживания, метод адаптивного сглаживания. Математический аппарат вывода формул коэффициентов совсем не прост и требует специального изучения. Для метеоролога наиболее важно знать не метод вывода, а основные допущения, при которых справедлив принятый метод, правила использования итоговых формул и погрешности результата. Поэтому ограничимся анализом свойств метода наименьших квадратов.

В этом методе условием, налагаемым на аппроксимационную функцию (7.8), является требование минимизации невязки R вида

$$R = \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - y_i)^2. \quad (7.12)$$

Независимо от выбора базисных функций при реализации метода наименьших квадратов квадрат невязки, определенный равенством (7.12), является функцией только коэффициентов C_j

$$R = R(C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, C_m). \quad (7.13)$$

Для того чтобы эта функция имела минимум, достаточно выполнения равенств

$$\frac{\partial R}{\partial C_k} = 0, \quad k = 1, \dots, m. \quad (7.14)$$

Взяв нужные производные от R , определенной равенствами (7.12) и (7.8), и изменив порядок суммирования, получим систему m уравнений

$$\sum_{j=1}^m \left[\sum_{i=1}^n \varphi_j(t_i) \varphi_k(t_i) \right] C_j = \sum_{i=1}^n \varphi_k(t_i) \tilde{y}_i, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (7.15)$$

Эта система может быть переписана в матричной форме:

$$Pc = q. \quad (7.16)$$

где P — матрица с элементами P_{kj} , а c и q — вектора с компонентами c_k и q_k . Компоненты определены равенствами

$$P_{kj} = \sum_{i=1}^n \varphi_j(t_i) \varphi_k(t_i); \quad (7.17)$$

$$q_k = \sum_{i=1}^n \varphi_k(t_i) \tilde{y}_i. \quad (7.18)$$

Таким образом, с точки зрения практики задача исследователя состоит в том, чтобы выбрать n пар чисел (t_i, y_i) , выбрать m базисных функций $\varphi_j(t)$, вычислить коэффициенты матрицы (7.17) и (7.18), а затем решить систему (7.16).

Вычислительную сторону дела мы оставляем для самостоятельного изучения. Отметим, что основные трудности для численного решения систем типа (7.16), порождаемых методом наименьших квадратов, возникают потому, что исследователь может неожиданно для себя столкнуться с матрицей P неполного ранга (неопределенная задача). Этот случай требует специальных способов обращения матриц.

Даже эти отрывочные сведения о вычислительной стороне дела дают нам основание предостеречь исследователя от слабо продуманного использования базисных функций. Если есть возможность, следует пользоваться ортогональными базисными функциями. В этом случае вычисленные значения будут надежными, а часто и само решение системы может быть получено в явном виде.

Рассмотрим технические детали вопроса выделения фона, заданного моделью (7.5), на примере построения семиточечного фильтра исходных данных, полученных на сетке из равноотстоящих точек. Отвлечемся от задачи прогноза и будем рассматривать случай диагностического анализа данных, когда справа и слева от точки $t_i=0$, в которой мы хотим получить значение фона, имеется не менее трех наблюдений. Будем также считать, что наблюдения приводились через равные промежутки времени с шагом по времени, равным единице. В этом простом с точки зрения математических выкладок случае можно получить важные для практики выводы.

Примем, что рассматриваются моменты времени $t_i = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$. Выберем в качестве базиса функции (7.9): $\varphi_0(t) = 1$, $\varphi_1(t) = t$, $\varphi_2(t) = t^2$, $\varphi_3(t) = t^3$. В этом случае равенство (7.8) в интервале $-3 \leq t_i \leq 3$ примет вид

$$y(t_i) = \sum_{j=0}^3 C_j t_i^j. \quad (7.19)$$

Система уравнений (7.15) принимает вид

$$\begin{aligned} C_0 \sum_{i=-3}^3 t_i^j + C_1 \sum_{i=-3}^3 t_i^{j+1} + C_2 \sum_{i=-3}^3 t_i^{j+2} + C_3 \sum_{i=-3}^3 t_i^{j+3} = \\ = \sum_{i=-3}^3 \tilde{y}_i t_i^j, \quad j = 0, 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (7.20)$$

Решение системы (7.20) облегчается тем, что сумма нечетных степеней t_i^j на равномерной симметричной сетке $t_i = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ превращается в нуль. С учетом этих условий система (7.20) приводится к виду

$$\begin{aligned}
7C_0 + 28C_2 &= \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i; \\
28C_1 &= \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i; \\
28C_0 + 196C_2 &= \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^2; \\
196C_1 + 158C_3 &= \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^3.
\end{aligned} \tag{7.21}$$

Решение этой системы имеет вид

$$\begin{aligned}
C_0 &= \frac{1}{21} \left(7 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i - \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^2 \right); \\
C_1 &= \frac{1}{1512} \left(397 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i - 49 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^3 \right); \\
C_2 &= \frac{1}{84} \left(-4 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i + \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^3 \right); \\
C_3 &= \frac{1}{216} \left(-7 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i + \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^3 \right).
\end{aligned} \tag{7.22}$$

Эти коэффициенты в сочетании с равенством (7.19) могут быть использованы для выделения фона y_i из исходных данных \widetilde{y}_i при диагностическом анализе данных. Например, в любой точке t_i , которая находится не ближе чем на три шага к концам ряда ($i \leq n-3$ или $i \geq 3$), фоновое значение вычисляется по формуле

$$y_i = C_0 = \frac{1}{21} (\widetilde{y}_{i-3} + 3\widetilde{y}_{i-2} + 6\widetilde{y}_{i-1} + 7\widetilde{y}_i + 6\widetilde{y}_{i+1} + 3\widetilde{y}_{i+2} - 2\widetilde{y}_{i+3}). \tag{7.23}$$

Для того чтобы получить значения на краях сетки, следует использовать формулу (7.19) с коэффициентами, полученными без упрощений системы (7.20). Приведем наиболее важные для прогнозиста формулы фильтрации исходных данных для выявления фоновых значений на правом краю ряда, состоящего из n членов:

$$y_{n-2} = \frac{1}{42} (\widetilde{y}_{n-6} - 4\widetilde{y}_{n-5} + 2\widetilde{y}_{n-4} + 12\widetilde{y}_{n-3} + 19\widetilde{y}_{n-2} + 16\widetilde{y}_{n-1} - 4\widetilde{y}_n);$$

$$y_{n-1} = \frac{1}{42} (4\widetilde{y}_{n-6} - 7\widetilde{y}_{n-5} - 4\widetilde{y}_{n-4} + 6\widetilde{y}_{n-3} + 16\widetilde{y}_{n-2} + 19\widetilde{y}_{n-1} + 8\widetilde{y}_n);$$

$$y_n = \frac{1}{42} (-2\tilde{y}_{n-6} + 4\tilde{y}_{n-5} + \tilde{y}_{n-4} - 4\tilde{y}_{n-3} - 4\tilde{y}_{n-2} + 8\tilde{y}_{n-1} + 39\tilde{y}_n). \quad (7.24)$$

Прогнозирование фона с помощью метода наименьших квадратов можно осуществить, сделав допущение, что коэффициенты, полученные по формулам (7.20), останутся неизменными в течение того числа шагов по времени, на которое делается прогноз. Например, формула для прогноза на один шаг по времени может быть получена из (7.19), если подставить в нее значение $t_i=4$ и воспользоваться коэффициентами, рассчитанными по формулам (7.20) на основе последних семи наблюдений. Эта формула имеет вид

$$y_{n+1} = \frac{1}{7} (-4\tilde{y}_{n-6} + 6\tilde{y}_{n-5} + 4\tilde{y}_{n-4} - 3\tilde{y}_{n-3} - 8\tilde{y}_{n-2} - 4\tilde{y}_{n-1} + 16\tilde{y}_n). \quad (7.25)$$

Аналогичные формулы могут быть получены и для прогноза фоновых значений на два или три шага за пределы конечных значений ряда. При их использовании следует помнить, что ошибка экстраполяции фона по формуле (7.19) быстро возрастает. Для того чтобы проверить это и обнаружить другие свойства статистических прогнозов, рассмотрим пример.

Сконструируем квазиметеорологический процесс, состоящий из полиномиального тренда, суточного хода и случайного шума. Для расчета тренда воспользуемся формулой (7.5), в которой коэффициенты выберем равными $k_0=15^\circ\text{C}$, $k_1=k_2=0$, $k_3=1/(72)^3$. Значение последнего коэффициента выбрано таким, чтобы за 24 ч тренд составил 3°C . Суточный ход рассчитаем по формуле (7.6), в которой значения коэффициентов выбраны равными $a_1=10^\circ\text{C}$, $a_2=3^\circ\text{C}$, $b_1=b_2=0$, $T=24$ ч. Моделью суточного хода является сумма этих составляющих и случайного шума, полученного путем статистического моделирования на основе нормального закона распределения. Шум имел среднее значение, равное нулю, и стандартное отклонение 1°C . Начальным временем считаем 9 ч местного времени.

Все три составляющие модельного процесса приведены на рис. 7.1. На рис. 7.2 показаны результаты расчетов двух вариантов прогноза на один шаг по времени, равный в этом случае 1 ч, по экстраполяционной формуле (7.25). Первый вариант прогноза был получен для случая полного отсутствия шума в данных (кривые 1 и 4). Видно, что в этом случае экстраполяционный прогноз очень близок к модельному процессу.

Более реален второй случай, когда прогноз производился по исходным данным, содержащим шум (кривые 2 и 3). Рассматривая эти кривые, легко убедиться в важнейшем недостатке статистических прогнозов — все они в большей или меньшей степени

увеличивают амплитуду шумов, содержащихся в исходных данных.

Таким образом, целесообразно применять традиционный для метеорологического прогнозирования подход: сглаживать исходные данные, чтобы, по возможности, подавлять шумы, а затем делать экстраполяцию фонового процесса.

ПРОГНОЗ НА 3—9 ч

Использование полиномиального тренда позволяет построить большое число простых моделей экстраполяции. С помощью этого подхода удается получить наглядное представление о многих свойствах статистического прогноза. Однако выбор полиномиальной формы тренда приводит к тому, что ошибка экстраполяции стремительно нарастает с ростом заблаговременности прогноза.

Для учета в прогнозе других более реальных форм тренда применяется метод адаптивного сглаживания. Этот метод также использует представление модели процесса в форме (7.8) и идею поиска наименьшего квадрата невязки, но коэффициенты модели становятся зависимыми от времени и можно учесть эффект старения информации.

При выводе формул метода адаптивного сглаживания принято использовать представление модели процесса, которое более наглядно, чем (7.8), выделяет расположение наблюдений по времени. Пусть дана последовательность не обязательно равноотстоящих друг от друга по времени наблюдений $x(t)$. Время t является дискретным и изменяется от начального момента $t=t_0$ до момента последнего отсчета $t=T$.

Предположим, что наблюдения могут быть представлены как сумма фонового процесса $\xi(t)$ и случайной величины $\varepsilon(t)$. Случайная величина должна иметь нулевое среднее значение и быть некоррелированной. Фоновый процесс в методе адаптивного сглаживания представляется в форме, аналогичной (7.8):

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) \varphi_i(t). \quad (7.26)$$

Определение коэффициентов $a_i(t)$, меняющихся по мере поступления новых данных наблюдений, производится путем минимизации невязок данных последних наблюдений в моменты от $t=1$ до $t=T$ и фоновых значений $\xi(t)$. Функции $\varphi_i(t)$ считаются известными прогнозисту. В формуле для вычисления невязки учитывается возможность придать данным более поздних наблюдений больший вес β ($0 < \beta \leq 1$):

$$R = \sum_{j=1}^T \beta^j (\tilde{y}_j - \xi(t_j))^2. \quad (7.27)$$

Найдем производные от $R(a_1, \dots, a_k, \dots, a_n)$ по каждому из

коэффициентов a_k и приравняем их к нулю. Получим систему уравнений

$$\frac{\partial R}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^T \beta^j (\tilde{y}_j - \xi(t_j)) \varphi_k(t_j) = 0, \quad k = 1, \dots, n, \quad (7.28)$$

или в развернутом виде

$$\sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^T \beta^j \varphi_i(t_j) \varphi_k(t_j) \right] a_i = \sum_{j=1}^T \beta^j \varphi_k(t_j) \tilde{y}_j, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (7.29)$$

В методе адаптивного сглаживания рассматривается ряд приемов, позволяющих упростить вычисления сумм, входящих в формулу (7.29) и изменяющихся во времени. Не будем отвлекаться на эти детали техники, а рассмотрим пример применения этого подхода для прогноза максимальной температуры с заблаговременностью более 3 ч. Предположим, что известны значения температуры воздуха в 03, 06 и 09 ч местного времени. Учтем, что в суточном ходе максимальные значения температуры приходятся на 14 ч местного времени. Для описания такого суточного хода недостаточно пользоваться одной гармоникой с периодом 24 ч. Следует привлечь две гармоники, причем зафиксировать отношение амплитуды второй гармоники к первой. Чтобы не возникало необходимости привлекать косинусоидальные гармоники, будем считать, что началом отсчета времени служит 09 ч местного времени. Этот момент можно считать в большинстве случаев совпадающим со временем совпадения фактической температуры воздуха с ее среднесуточным значением.

Учитывая все сказанное выше, представим ход температурного фона в виде

$$\xi(t) = a_1 + a_2 [\sin(\omega(t-9)) + 0,15 \sin(2\omega(t-9))]. \quad (7.30)$$

Это означает, что в качестве функций $\varphi_k(t)$ выбраны две такие:

$$\varphi_1(t) = 1, \quad \varphi_2(t) = \sin(\omega(t-9)) + 0,15 \sin(2\omega(t-9)). \quad (7.31)$$

Частота ω в гармонических функциях равна $2\pi/24$. Время измеряется в часах.

Все необходимые исходные данные сведем в табл. 7.1. Зна-

Таблица 7.1

Исходные данные для построения метода адаптивного прогноза максимальной температуры

$t-9$	-6	-3	0
$\varphi_1(t)$	1	1	1
$\varphi_2(t)$	-1	-0,857	0
$\tilde{y}(t)$	y_{-2}	y_{-1}	y_0

чения функций в ней вычислены по формулам (7.31). По этим значениям можно вычислить суммы, входящие в уравнения (7.29), если учесть, что в этом примере $T=3$ и для простоты не учитывать старение информации, приняв $\beta=1$. Получим значения коэффициентов

$$\begin{aligned} m_{11} &= \sum_{j=1}^3 \varphi_1(t_j) \varphi_1(t_j) = 3, & m_{12} &= \sum_{j=1}^3 \varphi_1(t_j) \varphi_2(t_j) = -1,857, \\ m_{21} &= \sum_{j=1}^3 \varphi_2(t_j) \varphi_1(t_j) = -1,857, \\ m_{22} &= \sum_{j=1}^3 \varphi_2(t_j) \varphi_2(t_j) = 1,734. \end{aligned} \quad (7.32)$$

Система уравнений (7.29) примет вид

$$\begin{aligned} m_{11}a_1 + m_{12}a_2 &= g_1, \\ m_{21}a_1 + m_{22}a_2 &= g_2, \end{aligned} \quad (7.33)$$

причем значения правых частей следует вычислять по формулам

$$\begin{aligned} g_1 &= \sum_{j=1}^3 \varphi_1(t_j) \tilde{y}_j = y_{-2} + y_{-1} + y_0; \\ g_2 &= \sum_{j=1}^3 \varphi_2(t_j) \tilde{y}_j = -y_{-1} + 0,857y_{-2}. \end{aligned} \quad (7.34)$$

Для получения прогностических зависимостей на τ часов от последнего момента наблюдений T в данном случае следует воспользоваться формулой

$$y(T + \tau) = a_1 + a_2 (\sin(\omega\tau) + 0,15 \sin(2\omega\tau)), \quad (7.35)$$

в которой коэффициенты получаются путем решения системы уравнений (7.33) равными

$$a_1 = \frac{m_{22}g_1 - m_{12}g_2}{m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}}, \quad a_2 = \frac{m_{11}g_2 - m_{21}g_1}{m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}}. \quad (7.36)$$

Для рассматриваемого примера построения прогностической формулы максимальных температур получим

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,9886y_0 - 0,0813y_{-1} - 0,0701y_{-2}; \\ a_2 &= 1,0587y_0 - 0,4070y_{-1} - 0,6576y_{-2}; \\ t_{\max} &= 2,091t_{09} - 0,505t_{06} - 0,748t_{03}. \end{aligned} \quad (7.37)$$

Проверим качество формул типа (7.35) для прогноза суточного хода температуры от 09 ч с заблаговременностью от 0 до 9 ч по исходным данным, заданным с ошибкой. Для этого построим модельный пример, задав фоновый процесс по формуле (7.30) при $a_1=23^\circ\text{C}$ и $a_2=11^\circ\text{C}$ и добавив к этому фону шум в виде гауссо-

вой случайной величины с нулевым средним и стандартным отклонением 1°C .

Из этой последовательности выберем значения для моментов $t=03, 06$ и 09 ч и будем считать их начальными данными. Расчеты проведем по формуле (7.35) с коэффициентами, рассчитанными для заглаговременностей $\tau=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ и 9 ч по формулам (7.36). Для заглаговременности 5 ч при этом получаются формулы прогноза максимальной температуры (7.37). На рис. 7.3 показаны результаты расчетов модельного суточного хода от 09 до 18 ч и прогностические результаты по методу адаптивного сглаживания. Можно убедиться, что при правильно подобранной форме тренда и случайном гауссовском шуме результат прогноза очень хорош и устойчив к погрешностям округления. Последнее свойство демонстрируется кривой 4 рис. 7.3, построенной по округленным до целых значениям коэффициентов, если сравнить ее с кривой 3, построенной по формулам (7.35) без округления коэффициентов.

СГЛАЖИВАНИЕ ДАННЫХ И ПРОГНОЗ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Метод адаптивного сглаживания может дать отличные результаты, если хорошо подобрана модель тренда. Однако в практической деятельности синоптика трудно рассчитывать на это. Кроме того, часто возникает потребность сгладить данные метеорологических наблюдений и получить представление о текущем фоновом процессе и его производных. Обе эти задачи можно эффективно решить с помощью *метода регуляризации*.

Этот метод возник как обобщение широко распространенного в настоящее время метода аппроксимации экспериментальных данных с использованием сплайнов. Рассмотрим его применение для ранее описанного модельного процесса (рис. 7.4). Идея метода регуляризации состоит в том, чтобы при выделении тренда учесть все известные исследователю свойства фона. Дополнительно стараются добиться, чтобы кривая, описывающая тренд, была максимально гладкая и, конечно, как можно ближе проходила ко всем наблюдавшимся значениям.

Предположим, что нам известны из наблюдений значения функции f_k в моменты t_k . Все моменты принадлежат промежутку времени от $t_0=x_0$ до $t_n=x_2$. Пусть нам известны следующие сведения о структуре фонового процесса в этом промежутке времени:

- 1) в моменты $t=x_1$ через пункт наблюдения проходит фронт, т. е. после этого момента свойства фона меняются;
- 2) смена свойств фона происходит плавно, т. е. значения наблюдаемой функции, ее тенденции и скорости изменения тенденций не прерываются;
- 3) на интервалах $x_0 \leq t \leq x_1$ и $x_1 \leq t \leq x_2$ функции очень гладкие, т. е. имеют минимальную кривизну;

4) известно, что на каждом из интервалов фон имеет по одному экстремальному значению; на интервале $x_0 \leq t \leq x_1$ экстремум достигается в момент $t = x_0 + e_0$, а на интервале $x_1 \leq t \leq x_2$ — в момент $t = x_1 + e_1$;

5) начальный момент наблюдений выберем так, чтобы наблюдаемая функция в этот момент как можно лучше могла быть описана линейной зависимостью.

Все эти свойства отлично выполняются, например, для суточного хода температуры в те сутки, когда через пункт наблюдений проходит фронт и начальным моментом наблюдений выбран срок, ближайший к 09 ч местного времени.

Сконструируем модель тренда, опираясь на эти свойства. Во-первых, учтем требование свойства 3: на каждом из интервалов в качестве модели тренда выберем кубический полином

$$g_i(t) = a_i + b_i(t - x_{i-1}) + c_i(t - x_{i-1})^2 + d_i(t - x_{i-1})^3, \quad (7.38)$$

$$i = 1, 2.$$

Теперь наложим на коэффициенты этого полинома требования гладкости в момент смены структуры $t = x_1$, вытекающее из свойства 2:

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 h_0 + d_1 h_0^3 &= a_2; \\ b_1 + 3d_1 h_0^2 &= b_2; \\ 6d_1 h_0 &= c_2. \end{aligned} \quad (7.39)$$

Первое равенство отражает требование гладкости функции, второе — первой производной, а третье — второй производной. При выводе этих равенств использовано одно из обозначений

$$h_0 = x_1 - x_0, \quad h_1 = x_2 - x_1, \quad (7.40)$$

а также учтено свойство 5, которое приводит к ограничению

$$c_1 = 0. \quad (7.41)$$

Свойство 4 позволяет получить еще два ограничения на коэффициенты полинома (7.38). Для этого учтем, что в точках экстремума первая производная должна обратиться в нуль. Таким образом, можно записать еще два уравнения:

$$\begin{aligned} b_1 + 3d_1 e_0^2 &= 0; \\ b_2 + 2c_2 e_1 + 3d_1 e_1^2 &= 0. \end{aligned} \quad (7.42)$$

Поскольку описание фонового процесса на двух последовательных интервалах двумя полиномами (7.38) содержит восемь коэффициентов, которые связаны шестью ограничениями в виде равенств (7.39) и (7.42), тренд можно представить функцией с двумя параметрами. Для этого с помощью равенств (7.39) и (7.42) все коэффициенты полиномов (7.38) выразим через a_1 и b_1 :

$$\begin{aligned}
c_1 &= 0, \quad d_1 = -b_1/(3e_0^2); \\
c_2 &= -b_1 h_0/(3e_0^2); \\
b_2 &= b_1(1 - h_0^2/e_0^2); \\
a_2 &= a_1 + b_1(1 - h_0^2/(3e_0^2)) h_0; \\
d_2 &= b_1(1 - h_0^2/e_0^2) - (2e_1 h_1)/(3e_0 h_0).
\end{aligned} \tag{7.43}$$

Используя эти выражения, (7.39) можно преобразовать в двухпараметрическую модель тренда, учитывающую все свойства 1—5:

$$g(t, a_1, b_1) = a_1 + b_1 \varphi(t, x_1). \tag{7.44}$$

В этой модели изменение фона по времени описывается непрерывной и дважды непрерывно дифференцируемой функцией $\varphi(t, x_1)$, которая в момент $t=x_1$ имеет разрыв третьей производной и задается формулой

$$\varphi(t, x_1) = \begin{cases} \left[(t - x_0) - \frac{(t - x_0)^3}{3e_0^2} \right], & x_0 \leq t \leq x_1; \\ \left[\left(1 - \frac{h_0^2}{3e_0^2}\right) h_0 + \left(1 - \frac{h_0^2}{e_0^2}\right) (t - x_1) - \frac{h_0(t - x_0)^2}{3e_0^2} \right] - \\ - \left[\left(1 - \frac{h_0^2}{e_0^2} - \frac{2e_1 h_1}{3e_0 h_0}\right) \frac{(t - x_1)^3}{3e_1^2} \right], & x_0 \leq t \leq x_1. \end{cases} \tag{7.45}$$

Теперь осталось использовать результаты измерений f_k для того, чтобы выбрать оптимальные значения параметров a_1 и b_1 . Можно, конечно, и с помощью метода наименьших квадратов находить величины a_1 и b_1 , минимизирующие невязку между наблюдавшимися величинами и значениями тренда:

$$R(a_1, b_1) = \sum_{k=1}^n r_k (f_k - g(t_k))^2. \tag{7.46}$$

Напомним, что r_k — весовой коэффициент для учета важности вклада отдельных наблюдений. Отметим, что момент изменения структуры тренда $t=x_1$ (прохождение фронта) может не совпадать ни с одним моментом наблюдений t_k .

Однако метод наименьших квадратов не учитывает в явном виде свойство 3 (требование максимальной гладкости тренда). Для того чтобы учесть это свойство тренда, необходимо, чтобы выполнялось условие минимума для интеграла, который представляет собой среднюю кривизну:

$$S(a_1, b_1) = \int_{x_0}^{x_2} [g''(a_1, b_1, t)]^2 dt. \tag{7.47}$$

В методе регуляризации предлагается учитывать одновременно равенства (7.46), (7.47) и, если есть необходимость, другие дополнительные условия путем минимизации компромиссного условия. В нашем случае двух ограничений оно принимает следующий вид:

$$F(a_1, b_1) = R(a_1, b_1) + S(a_1, b_1)\omega. \quad (7.48)$$

В этом выражении введен весовой коэффициент ω , который исследователь может менять для регулировки степени влияния на тренд одного из условий (7.46) и (7.47).

Подберем параметры для нашего случая. Для этого нужно подставить правую часть равенства (7.44) в выражения (7.46), (7.47) и получить в явном виде зависимость $F(a_1, b_1)$:

$$F(a_1, b_1) = \lambda b_1^2 + \sum_{k=1}^n r_k (f_k - a_1 - b_1 \varphi_k)^2. \quad (7.49)$$

В этом равенстве используются обозначения

$$\lambda = \omega \int_{x_0}^{x_2} [\varphi''(t, x_1)]^2 dt; \\ \varphi_k = \varphi(t_k, x_1). \quad (7.50)$$

Найдем условия минимума функционала (7.49). Для этого, как и ранее в методе наименьших квадратов, приравняем к нулю производные от функции $F(a_1, b_1)$ по ее аргументам a_1 и b_1 . В результате этих преобразований получим систему двух уравнений

$$a_1 \sum_{k=1}^n r_k + b_1 \sum_{k=1}^n r_k \varphi_k = \sum_{k=1}^n r_k f_k; \\ a_1 \sum_{k=1}^n r_k \varphi_k + b_1 \left(\sum_{k=1}^n r_k \varphi_k^2 + \lambda \right) = \sum_{k=1}^n r_k \varphi_k f_k. \quad (7.51)$$

Решив эту систему относительно a_1 и b_1 , получим возможность полностью определить тренд метеорологического процесса с помощью формул (7.44) и (7.45). Исходные данные для расчета приведены в табл. 7.2.

Данные табл. 7.2 позволяют найти все необходимые параметры задачи, если дополнить их, указав моменты экстремумов и изменения структуры. Будем считать, что $x_0=0$, $x_1=7$, $x_2=24$ ч ($h_0=x_1=7$, $h_1=x_2-x_1=17$), $e_0=5$, $e_1=12$ ч (максимум температуры приходится на 14 ч, а минимум — на 5 ч следующего дня). Значения функции φ_k можно вычислить по формуле (7.45) для любого часа.

Значения весовых коэффициентов учета важности информации r_k рассчитаны на основе следующих соображений. Предположим, что наблюдения на станции велись ежечасно во время дневного

Информация для расчета по формуле (7.44)

Местное время, ч	Аргумент	Наблюдения	Вес, баллы	Вес, %	Расчет (7.44)	Погрешность
9	0	10,68	10	5,9	9,98	-0,703
10	1	9,73	10	5,9	10,98	1,249
11	2	11,67	10	5,9	11,9	0,225
12	3	11,89	10	5,9	12,65	0,757
13	4	12,64	10	5,9	13,16	0,517
14	5	13,00	10	5,9	13,35	-0,45
15	6	13,89	10	5,9	13,13	-0,769
16	7	11,30	10	5,9	12,43	1,05
17	8	10,78	10	5,9	11,38	0,591
18	9	11,53	10	5,9	10,18	-1,356
19	10	9,63	10	5,9	8,88	-0,751
20	11	9,87	10	5,9	7,53	-2,349
21	12	4,53	10	5,9	6,17	1,631
22	13	5,62	0	0	4,84	-0,783
23	14	3,88	0	0	3,6	-0,282
0	15	3,21	10	5,9	2,48	-0,739
1	16	1,67	0	0	1,53	-0,142
2	17	0,95	0	0	0,8	-0,157
3	18	-0,67	10	5,9	0,32	0,994
4	19	-1,66	0	0	0,16	1,827
5	20	-0,40	0	0	0,34	0,749
6	21	0,86	20	11,8	0,92	0,052
7	22	2,19	0	0	1,93	-0,262
8	23	4,23	0	0	3,44	-0,797
9	24	6,66	0	0	5,47	-1,194
Сумма:			170	100,3		
Среднее арифметическое:					6,70	-0,044

дежурства синоптика, т. е. с 09 ч и до 21 ч. Далее производились наблюдения только в стандартные сроки 00, 03 и 06 ч. Со срока 06 ч новый дежурный синоптик начинает готовить прогноз и ему очень нужно сделать расчет ожидаемой температуры в 09 ч.

В соответствии с этими соображениями и на основе 20-балльной системы экспертных оценок роли каждого отдельного наблюдения синоптик присвоил имеющимся данным оценки в баллах (см. табл. 7.2). Определим относительный вес наблюдений в долях от общей суммы баллов и используем его в качестве r_k .

Интеграл, входящий в формулу (7.50), вычисляется с использованием формулы (7.45). Выражение для определения λ будет иметь вид:

$$\lambda = \frac{4\omega}{3} \left[\frac{h_0^3}{e_0^4} + \frac{h_0^2 h_1}{3e_0^4} + \frac{h_0 h_1^2}{e_0^2 e_1^2} \left(1 - \frac{h_0^2}{e_0^2} - \frac{2h_1 e_1}{3e_0^2} \right) + \frac{h_1^3}{e_1^4} \left(1 - \frac{h_0^2}{e_0^2} - \frac{2h_1 e_1}{3e_0^2} \right)^2 \right]. \quad (7.52)$$

В этом случае значение λ при $\omega=1$ равно приблизительно 9,5. Но для сравнения роли вкладов невязки $R(a_1, b_1)$ и кривизны $S(a_1, b_1)$ в описание тренда можно проварьировать значение ω от 0 (нет влияния кривизны) до 100 (нет влияния невязки). Можно выбирать и отрицательные значения ω . В этом случае будет выполняться условие, противоположное свойству 3, т. е. кривизна тренда будет максимальной.

Проведение расчетов начинаем с вычисления функции f_k для всех моментов t_k . Далее следует определить суммы, входящие в (7.51), и решить эту систему уравнений для нахождения a_1 и b_1 . С помощью этих коэффициентов можно восстановить тренд по формуле (7.44).

Результаты этих расчетов приведены в табл. 7.2 и на рис. 7.4. Можно убедиться, что использование метода регуляризации позволяет в полной мере учесть все свойства 1—5 и, манипулируя параметром ω , регулировать гладкость искомого тренда.

На рис. 7.5 для сравнения приведены результаты восстановления тренда с помощью интерполяционного полинома Ньютона по данным, взятым из табл. 7.2, за стандартные синоптические сроки (09, 12, 15, 18, 21, 00, 03 и 06 ч). Результат интерполяции, несомненно, менее приемлем, чем тренд, полученный по формуле (7.44), особенно на краях рассматриваемого интервала и в целях экстраполяции.

Дополнительную информацию о свойствах тренда, полученного методом регуляризации, можно получить с помощью рис. 7.6 и 7.7. На этих рисунках изображены три случая расчетов тренда при различных значениях λ . В одном случае выполнялось равенство $\omega=0$, которое, как следует из формулы (7.48), приводит к методу наименьших квадратов. В другом — выбрано $\omega=-0,3$, что соответствует небольшому усилению кривизны тренда путем регуляризации. В третьем случае выбрано $\omega=0,3$, что соответствует случаю минимизации кривизны.

Рисунок 7.6 показывает, что требование минимизации кривизны приводит к дополнительному эффекту сглаживания данных по сравнению со случаем применения метода наименьших квадратов. Поэтому для компенсации сглаживания следует пользоваться отрицательными значениями ω .

Рисунок 7.7 демонстрирует некоторое усиление дисперсии у трендов, рассчитанных при $\omega \neq 0$, по сравнению со случаем расчета тренда по методу наименьших квадратов. Такой эффект метода регуляризации можно понять, так как при его применении минимизируется не дисперсия $R(a_1, b_1)$, а комбинация дисперсии и кривизны $S(a_1, b_1)$.

Представляется разумным рекомендовать использовать метод регуляризации для выделения тренда в исходных данных не только потому, что он позволяет полностью учесть известные прогнозисту свойства метеорологического фона, но еще и потому, что

с его помощью можно оценить значения интегралов и производных тренда. Для этого нужно выполнить необходимую операцию (например, дифференцирование) выражения для тренда. В нашем случае это приводит к необходимости дифференцировать или интегрировать равенство (7.44), что выполняется без затруднений.

Глава 8

ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Несмотря на мощное развитие методов гидродинамического прогноза погоды, из синоптической практики никогда не исчезал метод кинематической экстраполяции особенностей барического поля. Он прост и нагляден и поэтому позволяет синоптику ясно представить временное развитие важных для прогноза процессов. Как и всякий экстраполяционный метод, он имеет тенденцию к неограниченному росту ошибки во времени. Но для интересующей нас задачи — сверхкраткосрочного прогноза погоды — этот метод представляет несомненный интерес. Именно поэтому следует остановиться на практических алгоритмах расчета на компьютере положения особенностей метеорологических полей и скоростей их перемещения. Основные теоретические разработки по этому вопросу были сделаны в 30-е — 40-е годы. В дальнейшем развитие гидродинамических методов отодвинуло в тень методы кинематики. Напомним основы этой теории.

Распределение какой-либо метеорологической характеристики $f(x, y, t)$, зависящее от координат на плоскости (x, y) и времени, зададим уравнением

$$f = f(x, y, t). \quad (8.1)$$

Сечение этой поверхности плоскостью $f = a$, где a — постоянная, определяющая конкретное значение метеорологической характеристики, дает семейство кривых на плоскости (x, y) :

$$f(x, y, t) = a. \quad (8.2)$$

С изменением времени t кривые (8.2) перемещаются и деформируются. Для дальнейшего существенно считать, что функции непрерывны и имеют в окрестности исследуемых точек частные производные не ниже третьего порядка.

Проиллюстрируем связь математических понятий с синоптическими, взяв в качестве функции f приземное давление. Тогда уравнение (8.2) определяет положение изобары со значением a . Анализируя изобары, синоптик интересуется направлением касательных к ним и их кривизной. Направление касательных в точке

(x_0, y_0) при $f=a$ вычисляется через составляющие градиента f_x и f_y по уравнению

$$f_x(x - x_0) + f_y(y - y_0) = 0. \quad (8.3)$$

Кривизна K кривой семейства (8.2) в любой точке, где существуют необходимые производные, определяется равенством

$$K = \frac{f_{xx}f_y^2 - 2f_{xy}f_xf_y + f_{yy}f_x^2}{(f_x^2 + f_y^2)^{3/2}}. \quad (8.4)$$

В каждой точке поля, где могут быть определены как значение, так и кривизна изолиний поля, можно, составив сумму

$$z = K + \lambda(f - a), \quad (8.5)$$

решить методом множителей Лагранжа задачу на условный экстремум этой функции и получить выражение для определения положения оси ложбины или гребня как множества точек максимальной кривизны изолинии $f=a$. Для этого запишем систему условий экстремума функции z :

$$\begin{aligned} z_x &= K_x + \lambda f_x = 0; \\ z_y &= K_y + \lambda f_y = 0, \end{aligned} \quad (8.6)$$

которая имеет решение, не зависящее от значения λ при условии обращения в нуль определителя

$$F(x, y) = K_x f_y - K_y f_x = 0. \quad (8.7)$$

Это уравнение и определяет положение оси ложбины или гребня.

До сих пор речь шла только об обыкновенных точках кривых, заданных уравнением (8.2). Определение кривизны кривой (8.4) выявляет возможные особые точки, в которых выполняется условие

$$\begin{aligned} f_x &= 0, \\ f_y &= 0. \end{aligned} \quad (8.8)$$

В этом случае кривизна кривой формально бесконечно велика и конфигурация изолинии определяется производными второго порядка. Приведем без доказательства классификацию особых точек на основе дискриминанта $D(x, y)$, вычисляемого по формуле:

$$D(x, y) = (f_{xy})^2 - f_{xx}f_{yy}. \quad (8.9)$$

В работах Е. С. Кузнецова показано, что одновременное выполнение условий (8.8) и равенства

$$D(x, y) = 0 \quad (8.10)$$

является условием возникновения или исчезновения особой точки. Если условие (8.10) не выполняется, то возможны три случая.

1. Условия (8.8) выполняются одновременно с неравенствами
- $$D(x, y) < 0, \quad f_{xx} < 0, \quad f_{yy} < 0. \quad (8.11)$$

Этот случай соответствует изолированной особой точке типа максимум (антициклон).

2. Условия (8.8) выполняются одновременно с неравенствами
- $$D(x, y) < 0, \quad f_{xx} > 0, \quad f_{yy} > 0. \quad (8.12)$$

Этот случай соответствует особой точке типа минимум (циклон).

3. Условия (8.8) выполняются одновременно с неравенством
- $$D(x, y) > 0. \quad (8.13)$$

Этот случай соответствует нейтральной (гиперболической) особой точке.

Сказанное выше позволяет сделать вывод о возможности синоптического анализа метеорологических полей, заданных в форме таблиц. Однако трудность такого анализа состоит в правильной оценке значений производных в любой точке плоскости (x, y) . Как это сделать, мы рассмотрим позже.

Выведем формулы, полезные для расчета характеристик перемещения точек произвольного метеорологического поля (скорости и ускорения). Для вывода формул кинематики рассмотрим два семейства кривых на плоскости

$$\begin{aligned} f(x, y, t) &= a, \\ g(x, y, t) &= b. \end{aligned} \quad (8.14)$$

Значения координат (x, y) являются решениями системы уравнений (8.14), а также и координатами точек пересечения изолиний. Если функциональный определитель d , рассчитанный по равенству

$$d(x, y) = f_x g_y - f_y g_x, \quad (8.15)$$

отличен от нуля, то существует единственная система функций

$$\begin{aligned} x &= x(t, a, b), \\ y &= y(t, a, b), \end{aligned} \quad (8.16)$$

являющаяся решением системы (8.14) в окрестности рассматриваемой точки.

Компоненты скорости этой точки $u = dx/dt$ и $v = dy/dt$ и компоненты ускорения $a_x = d^2x/dt^2$ и $a_y = d^2y/dt^2$ можно найти, решая системы уравнений относительно этих величин:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} &= 0, & \frac{dg}{dt} &= 0, \\ \frac{d^2f}{dt^2} &= 0, & \frac{d^2g}{dt^2} &= 0. \end{aligned} \quad (8.17)$$

Приведем готовые формулы:

$$u = \frac{dx}{dt} = (f_x g_t - f_t g_x) / d(x, y),$$

$$v = \frac{dy}{dt} = (f_t g_x - f_x g_t) / d(x, y); \quad (8.18)$$

$$a_x = \frac{du}{dt} = [(g_{xx}u^2 + g_{yy}v^2 + 2g_{xy}uv + 2g_{xt}u + 2g_{yt}v + g_{tt})f_y - (f_{xx}u^2 + f_{yy}v^2 + 2f_{xy}uv + 2f_{xt}u + 2f_{yt}v + f_{tt})g_y] / d(x, y),$$

$$a_y = \frac{dv}{dt} = [(f_{xx}u^2 + f_{yy}v^2 + 2f_{xy}uv + 2f_{xt}u + 2f_{yt}v + f_{tt})g_x - (g_{xx}u^2 + g_{yy}v^2 + 2g_{xy}uv + 2g_{xt}u + 2g_{yt}v + g_{tt})f_x] / d(x, y). \quad (8.19)$$

Эти формулы можно использовать, чтобы предсказать положение выделенных каким-либо образом точек изолиний полей различных характеристик атмосферы. В частности, на основе этих формул можно объяснить широко употребляемое в практической работе синоптика правило «ведущего потока». Этот и другие вопросы мы рассмотрим на примере. Здесь только поясним методику получения формул типа (8.18) — (8.19), исследовав важный частный случай перемещения центра барического образования.

Для сохранения общего характера формул предположим, что атмосферное давление будет обозначаться в этом примере не буквой p , а буквой f . Уравнения характеристических линий (8.14) в этом случае будут совпадать с системой (8.8), поскольку барический центр является точкой максимума или минимума давления. Определитель (8.15) совпадет с (8.9) и будет отличен от нуля и отрицателен.

Из формул (8.18) получаем выражения для компонент скорости перемещения барического центра (C_x и C_y):

$$C_x = -D_x(x, y) / D(x, y), \quad D_x = (f_{ty}f_{xy} - f_{tx}f_{yy});$$

$$C_y = -D_y(x, y) / D(x, y), \quad D_y = (f_{tx}f_{xy} - f_{ty}f_{xx}). \quad (8.20)$$

Отметим, что если определитель $D(x, y)$ равен нулю, то получаем истолкование условий возникновения центра по Кузнецову (8.8) — (8.10): возникновение центра представляется как перемещение его с бесконечно большой скоростью из бесконечно удаленной точки.

Поясним способ получения формул (8.20). Так как в движущемся центре в силу (8.16) координаты зависят от времени, то систему (8.8) можно переписать в виде

$$f_x(t, x(t), y(t)) = 0;$$

$$f_y(t, x(t), y(t)) = 0. \quad (8.21)$$

Первая пара уравнений (8.17) означает, что вид уравнений,

определяющих точку, не меняется при ее перемещении. Найдя индивидуальную производную от каждого уравнения системы (8.21), получим систему

$$\begin{aligned} f_{xt} + \frac{dx}{dt} f_{xx} + \frac{dy}{dt} f_{xy} &= 0; \\ f_{yt} + \frac{dx}{dt} f_{xy} + \frac{dy}{dt} f_{yy} &= 0. \end{aligned} \quad (8.22)$$

Если ввести обозначения

$$C_x = \frac{dx}{dt}, \quad C_y = \frac{dy}{dt}, \quad (8.23)$$

то решение системы (8.22) совпадает с системой равенств (8.20).

Аналогично выводятся и формулы для ускорений перемещения характерных точек изолиний. Например, ускорение перемещения барического центра можно получить путем двукратного нахождения индивидуальной производной от каждого уравнения системы (8.21). Ясно, что это эквивалентно повторному дифференцированию уравнений системы (8.22) и приводит к новой системе уравнений вида:

$$\begin{aligned} \frac{df_{xt}}{dt} + \frac{dx}{dt} \frac{df_{xx}}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{df_{xy}}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2} f_{xx} + \frac{d^2y}{dt^2} f_{xy} &= 0; \\ \frac{df_{yt}}{dt} + \frac{dx}{dt} \frac{df_{xy}}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{df_{yy}}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2} f_{xy} + \frac{d^2y}{dt^2} f_{yy} &= 0. \end{aligned} \quad (8.24)$$

Если эту систему решать относительно ускорений, обозначаемых

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad (8.25)$$

заменить полные производные от f_{xt} , f_{yt} , f_{xx} , f_{xy} и f_{yy} их явными выражениями и произвести необходимые группировки, то придем к системе (8.19).

Формулы для расчета перемещения центров барических образований давно известны метеорологам. Кроме них были выведены формулы для перемещения осей ложбин и гребней, линий фронтов. Ранее все эти формулы не находили широкого практического применения по двум причинам. Во-первых, их применение связано с большой вычислительной работой. Во-вторых, при использовании формул конечно-разностного дифференцирования возникают ошибки, которые могут обесценить прогноз, если окажутся значительными. В настоящее время обе эти трудности могут быть преодолены.

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ФОРМУЛ КИНЕМАТИКИ

Основные формулы кинематики метеорологических полей, рассмотренные выше, имеют целый ряд полезных приложений, но их следует применять с ясным пониманием причин возможных ошибок. Для получения необходимого опыта рассмотрим пример. Задать модельное поле перемещающегося циклона по формуле

$$\begin{aligned} p(x, y, t) &= p_M + (p_m - p_M) \varphi(x, x_0) \varphi(y, y_0); \\ \varphi(s, s_0) &= \exp[-(s - s_0)^2 / r^2]; \\ s &= x, y, \quad s_0 = x_0, y_0; \\ r &= \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}. \end{aligned} \quad (8.26)$$

В этой формуле через $p(x, y, t)$ обозначено приземное давление с максимальным значением p_M , равным 1020 гПа, и минимальным значением в центре циклона p_m , равным 980 гПа. Изобара с конкретным значением p имеет в этом модельном поле форму круга с радиусом r . Центр циклона задается меняющимися со временем координатами $x_0(t)$ и $y_0(t)$. Закон перемещения центра циклона принят следующим:

$$\begin{aligned} y_0(t) &= y_{00} + Ct + At^2, \\ x_0(t) &= x_{00} + (y_0(t) - y_{00})^2. \end{aligned} \quad (8.27)$$

Таким образом, модельное поле представляет собой циклон с круговыми изобарами, движущийся по параболической траектории. Области изменения аргументов таковы: $0 \leq x_0 \leq 90$, $0 \leq y_0 \leq 90$, $-3 \leq t \leq +3$. Параметры закона движения центра циклона имеют следующие значения: $x_{00} = 10$, $y_{00} = 50$, $C = 6$, $A = 1/6$. Значение радиуса контрольной изобары циклона r равно 6,66. Все величины условны и их размерности не имеют значения, хотя порядки близки к естественным значениям.

Использование модельного поля позволяет получить последовательность по времени таблиц квазиметеорологических наблюдений за значениями давления в районе влияния перемещающегося циклона. Эти данные с одинаковым шагом h по x и по y , равным 5, и шагом по времени τ , равным 1, приведены в табл. 8.1.

Эта таблица содержит только часть данных, необходимую для расчета скоростей перемещения центра циклона по формулам кинематической экстраполяции (8.20) и (8.9). Для проведения такого расчета следует поместить начало декартовой системы координат в центр циклона. Это легко сделать по данным из таблицы, так как центр циклона связан с точкой наименьшего давления.

В этой системе координат нужно снять данные за два последовательных срока (последний и предпоследний). Точки снятия данных должны располагаться так, как нужно для выполнения численного дифференцирования. В этом примере мы восполь-

Отклонения значений, рассчитанных по формуле (8.26), от минимального значения ρ_{\min} за три последовательных срока

$t = 1$	$t = 0$	$t = -1$
39 39 38 38 38 39 39	39 39 39 39 39 39 39	39 39 39 39 39 39 39
39 38 34 28 30 36 39	39 39 38 39 39 39 39	39 39 39 39 39 39 39
39 36 23 09 13 29 38	38 34 31 34 38 39 39	39 39 39 39 39 39 39
39 35 19 02 07 27 37	34 21 12 21 34 39 39	39 38 35 33 34 38 39
39 37 28 18 21 32 38	31 12 00 12 31 38 39	39 35 24 15 22 34 39
39 39 37 34 35 38 39	34 21 12 21 34 39 39	39 32 14 00 11 30 38
39 39 39 39 39 39 39	38 34 31 34 38 39 39	39 34 21 10 18 33 38
39 39 39 39 39 39 39	39 39 38 39 39 39 39	39 38 33 30 32 37 39
39 39 39 39 39 39 39	39 39 39 39 39 39 39	39 39 39 38 38 39 39

зуются общепринятыми в синоптической метеорологии и самыми простыми формулами для оценки частных производных по данным на регулярной сетке. Для расположения точек, приведенного на рис. 8.1, эти формулы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 f_{xx} &= (f_{1,0} - 2f_{0,0} + f_{-1,0})/h^2; \\
 f_{yy} &= (f_{0,1} - 2f_{0,0} + f_{0,-1})/h^2; \\
 f_{xy} &= [(f_{1,1} - f_{-1,1}) + (f_{1,-1} - f_{-1,-1})]/4h^2; \\
 f_x &= (f_{1,0} - f_{-1,0})/2h; \\
 f_y &= (f_{0,1} - f_{0,-1})/2h; \\
 f_t &= (f_{0,0}^t - f_{0,0}^{t-1})/\tau.
 \end{aligned} \tag{8.28}$$

Используя эти данные, рассчитаем все величины, входящие в формулы (8.20), и сравним их с их точными значениями, которые в этом случае можно получить путем дифференцирования модели (8.26). Результаты таких параллельных расчетов помещены в табл. 8.2.

При анализе табл. 8.2 важно обратить внимание на то, что этот численный эксперимент поставлен в условиях, идеальных для возможной работы по прогнозу с применением формул кинематической экстраполяции: все данные сняты в нужном количестве в необходимых местах и без ошибок. Несмотря на это, результат расчета оказывается далеким от истины. Причина этого хорошо выявляется по данным табл. 8.2 — это погрешности конечно-разностного дифференцирования по формулам (8.28). Исследуем их, используя модель (8.26) и ограничиваясь только первой производной.

Найдем приращение функции $p(x, y, t)$, заданной формулой (8.26), при изменении аргумента x от значения $x - h$ до значения $x + h$. Оно может быть выражено формулой

Таблица 8.2

Сопоставление результатов расчетов скорости перемещения центра циклона по формулам (8.20) для $t=0$ по точным и приближенным (8.28) значениям производных

Производные	По (8.28)	Точные
f_{xx}	0,96	1,8
f_{yy}	0,96	1,8
f_{xy}	0,0	0
D	0,92	3,2
f_x	0,0	0
f_{xt}	2,0	0
f_y	0,0	0
f_{yt}	-2,0	10,5
D_x	-1,92	0
D_y	2,02	18,9
C_x	-2,08	0
C_y	2,19	5,8

$$\begin{aligned} \Delta p(x, y, t) &= p(x+h, y, t) - p(x-h, y, t) = \\ &= -2 \operatorname{sh}(2(x-x_0)h/r^2) \exp(-h^2/r^2) \times \\ &\quad \times (p_m - p_M) \varphi(x, x_0) \varphi(y, y_0). \end{aligned} \quad (8.29)$$

Эта формула позволяет определить значение конечно-разностного аналога производной по x от поля, заданного моделью (8.26). Найдем отношение конечно-разностной и точной производных по x , называемое в вычислительной математике *амплитудной ошибкой аппроксимации*:

$$\mu(x, h) = \frac{\operatorname{sh}(2(x-x_0)h/r^2)}{2(x-x_0)h/r^2} \exp(-h^2/r^2). \quad (8.30)$$

Как видно из приведенной формулы, для кругового циклона ошибка численного дифференцирования зависит от шага сетки h и положения точки относительно центра циклона. В исследуемом примере и на практике всегда присутствуют оба вида ошибки. Шаг сетки определяется прежде всего расстояниями между станциями, а положение центра циклона даже в нашем идеальном примере можно определить только с точностью до одного шага сетки. Это видно, например, из табл. 8.1. Из модели следует, что в центре циклона отклонение давления от минимума должно быть равно нулю. В момент $t=1$ центр циклона не совпадает с узлом и возникает погрешность его определения по данным наблюдений.

Проанализируем изменение амплитудной ошибки в зависимости от шага и расположения точки дифференцирования. Для этого введем безразмерные величины m и n :

$$m = h/r, \quad n = (x-x_0)/h. \quad (8.31)$$

Величина m показывает, какую часть радиуса изобары со значением давления, равным $(p_M + p_m)/2$, составляет шаг сетки. Она характеризует густоту сети наблюдений. Величина n показывает, на сколько шагов точка дифференцирования отстоит от центра циклона. Она характеризует погрешность в определении положения центра.

На рис. 8.2 приведены графики функции $\mu(m, n)$. Они позволяют определить значения m и n , при которых $0,9 \leq \mu \leq 1$ и амплитудная ошибка приемлема. Такие значения должны удовлетворять неравенствам $1 \leq n \leq 2$ и $0 \leq m \leq 0,4$. Отсюда следует, что для численного дифференцирования следует выбирать шаг и место, руководствуясь, например, соотношениями

$$x = x_0 + 2h, \quad h = r/4 \quad (8.32)$$

или соотношениями

$$x = x_0 + 2h, \quad h = r/3. \quad (8.33)$$

В нашем примере $h=5$, а $r=6$ и численное дифференцирование сильно искажает значения производных. Это приводит нас к заключению о необходимости специальных методов дифференцирования с повышенной точностью при пользовании формулами кинематической экстраполяции центров (8.20).

Однако многих вычислительных затруднений можно избежать, если принять во внимание вышеприведенный анализ погрешностей численного дифференцирования и воспользоваться формулами кинематической экстраполяции (8.18) не для центров, а для изолиний.

При использовании формул (8.18) для расчета скоростей перемещения интересующего нас семейства изолиний в качестве направляющих линий можно взять изолинии какого-либо другого семейства, выбранного из дополнительных соображений, в частности так называемый ведущий поток.

При выборе направляющего семейства следует учесть не только физические, но и вычислительные требования. Во-первых, направляющая изолиния должна обязательно пересекать изобары (далее мы будем говорить только об экстраполяции поля давления, хотя теория имеет общий характер). Желательно, чтобы пересечение происходило под углом, максимально близким к прямому, так как в этом случае будет наиболее точно вычислен определитель по формуле (8.15).

Во-вторых, в качестве направляющей следует выбирать изолинию такого поля, которое позволяет как можно точнее вычислить производные по координатам. При этом удобно использовать самые медленно меняющиеся поля, например стационарные направляющие поля.

В-третьих, следует иметь в виду, что не всякое направляющее поле позволяет вычислить обе составляющие скорости перемеще-

ния изобары. Это не является очевидным и будет продемонстрировано на следующем примере.

Поставим перед собой цель использовать формулы (8.18) для прогноза перемещения моделируемого нами циклона от момента $t=0$ на один шаг по времени. Самым простым направляющим полем являются координатные оси. Например, если в качестве направляющей изолинии взять прямую, параллельную оси ординат, то будут выполнены по крайней мере первое и второе из вышеуказанных требований. Запишем для этого случая систему (8.14) в виде

$$\begin{aligned} f(x, y, t) &= p(x, y, t) = a; \\ g(x, y, t) &= x - x_0 = b. \end{aligned} \quad (8.34)$$

Постоянная a идентифицирует конкретную изобару. Постоянная b определяет расстояние, на котором направляющая изолиния находится от центра циклона. При выборе b следует принять во внимание первое требование — направляющая должна пересекать изобару. Однако не следует полагать b равной нулю (направляющая не должна проходить через центр), так как в силу свойств конечно-разностного дифференцирования точность вычисления производных будет ниже, чем можно добиться.

Лучше использовать в качестве b значение $r/2$. К такому выводу приводят формулы (8.32) и (8.33). Определив постоянные, можно воспользоваться соотношениями (8.18) и получить выражения для расчета скорости перемещения циклона вдоль выбранной направляющей:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= (f_x g_t - f_t g_x) / d(x, y) = 0; \\ \frac{dy}{dt} &= (f_t g_x - f_x g_t) / d(x, y) = -\frac{p_t}{p_y}; \\ d(x, y) &= f_x g_y - f_y g_x = -p_y. \end{aligned} \quad (8.35)$$

Обратим внимание на то, что составляющая скорости перемещения циклона в направлении оси x оказалась равной нулю не по физическим причинам, а в силу выбора направляющей, которая не зависит ни от t , ни от x . Именно от этого предостерегает третье из приведенных выше требований.

Однако для получения составляющей скорости перемещения циклона вдоль оси x можно просто выбрать еще одно семейство направляющих изолиний. Если взять в качестве направляющей прямую, параллельную оси абсцисс, то получим систему уравнений

$$\begin{aligned} f(x, y, t) &= p(x, y, t) = a; \\ g(x, y, t) &= y - y_0 = b. \end{aligned} \quad (8.36)$$

С помощью рассуждений, аналогичных использованным при вы-

воде формулы (8.35), получим соотношения для расчета составляющей перемещения выбранной точки на изобаре в следующем виде:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= (f_x g_t - f_t g_x) / d(x, y) = -\frac{p_t}{p_x}; \\ \frac{dy}{dt} &= (f_t g_x - f_x g_t) / d(x, y) = 0; \\ d(x, y) &= f_x g_y - f_y g_x = p_x.\end{aligned}\quad (8.37)$$

На основе полученных результатов можно сделать вывод, что для расчета скорости перемещения циклона следует выбрать несколько характерных точек. Это точки пересечения круговой изобары и прямых, параллельных осям координат, отстоящих на расстоянии h по оси x и по оси y от центра циклона в момент расчета. Ввиду трудности нахождения этих точек мы ограничимся узлами сетки с индексами (1, 1), (-1, 1) и (1, -1), показанными на рис. 8.1, хотя это и внесет дополнительную погрешность.

Затем в этих точках следует вычислить составляющие градиента давления и найти тенденции. Для прогноза перемещения каждой из точек воспользуемся формулами

$$C_x = -\frac{p_t}{p_x}, \quad C_y = -\frac{p_t}{p_y}. \quad (8.38)$$

Порядок и результаты расчетов иллюстрирует табл. 8.3.

Для удобства сравнения двух приведенных методов кинематической экстраполяции центра циклона все результаты расчетов для двух последовательных моментов приведены в табл. 8.4. Моменты выбраны сложные для прогноза, когда циклон совершает поворот. Для оценки точности в таблице приведены значения верных составляющих скоростей, которые получены четырьмя способами.

Во-первых, путем точного дифференцирования заданных по формулам (8.27) законов движения центра («верные»). Во-вторых, приведены снятые из таблиц значений рассчитанного давле-

Таблица 8.3

Порядок расчета скорости перемещения циклона по формулам (8.38)

Точка	$p, t=1$	$p, t=0$	p_t	p_x	p_y	C_x	C_y
1, 1	13	38	-25	2,0	2,3	12,5	10,9
-1, 1	23	31	-8	-2,7	1,5	-3,0	5,3
1, -1	21	31	-10	1,4	-2,8	9,2	-3,6
Среднее значение скорости перемещения центра						6,2	4,2

Сравнение скоростей перемещения циклона C_x, C_y , полученных разными методами для модельной задачи

Скорость перемещения циклона	Верные	С карты	По (8.38)	По (8.20)
$t = 1$				
C_x	13,4	5,0	6,2	3,9
C_y	7,0	5,0	4,2	3,9
$t = -1$				
C_x	0,0	-5,0	-3,0	-2,1
C_y	5,8	5,0	5,3	2,3

ния приращения координат центров за последний перед сроком прогноза шаг по времени («с карты»). В-третьих, рассчитанные по формулам экстраполяции положения центров (8.20). В-четвертых, по методу экстраполяции значений давления в выделенных точках (8.38). Советуем внимательно ознакомиться с ними.

Приведенные в таблице результаты показывают, что формулы кинематической экстраполяции дают значения скорости, вполне сравнимые с теми, которые могут быть получены при работе с дискретными наборами метеорологических данных. На практике уточнение значений скорости может быть достигнуто путем использования при расчетах наблюдаемых тенденций барического поля.

С помощью аналитической теории метеорологических полей, основы которой приведены выше, можно получить еще много полезных выводов. Ограничимся рассмотрением примера возникновения циклона, который мы сконструируем, пользуясь этой теорией.

Для моделирования барического поля, тип которого может измениться, бесполезно пользоваться моделью (8.26), предназначенной для изучения перемещающегося циклона. Если ограничиться только областью, близкой к точке изменения типа поля, то можно воспользоваться моделью вида

$$p(x, y, t) = p_0 + a(t)x^2/2 + b(t)y^2/2 + c(t)xy + d(t)x;$$

$$a(t) = 2 + t, \quad b(t) = t, \quad c(t) = t, \quad d(t) = -3. \quad (8.39)$$

Область определения аргументов такова: $-5 \leq x \leq 5$, $-5 \leq y \leq 5$, $-5 \leq t \leq 5$. В каждый момент изолинии поля представляют собой кривые второго порядка. Наличие членов, содержащих коэффициенты $c(t)$ и $d(t)$, не принципиально. Эти члены описывают вращение осей изолиний и небольшое поступательное движение центра.

Определитель $D(x, y, t)$, вычисляемый по формуле (8.9), показывает, что возможно двукратное изменение типа особой точки поля: в момент $t_1 = -2$ и в момент $t_2 = 0$. До наступления первого момента лапласиан поля отрицателен и поле антициклонично, после наступления второго лапласиан становится положительным и формируется циклон.

Метеорологи редко имеют возможность рассмотреть, как видоизменяется поле давления при возникновении циклона. Поэтому на рис. 8.3 и 8.4 показаны результаты расчетов для последовательных моментов времени $t = -2,5; -2,0; -1,0; -0,5; -0,3; -0,1; 0,0; 0,1; 0,3; 0,5; 1,0$. Мы не комментируем эти рисунки, поскольку они носят чисто иллюстративный характер, но советуем внимательно с ними ознакомиться.

РАСЧЕТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ

Дифференциальные характеристики метеорологического поля $f(x, y, t)$ необходимо получать, опираясь не на аналитическое задание вида функции, а на табличное. В связи с произвольным расположением метеорологических станций таблицы значений функции в исходной форме имеют произвольные шаги по координатам. В главе 7 было показано, что исходные данные, содержащиеся в таблицах, необходимо предварительно сгладить для устранения ошибок и выделения фонового процесса.

Конечно, для решения только задачи численного дифференцирования можно построить фильтр для данных, который не только выделит фон, но и продифференцирует. Однако такие фильтры, как правило, хуже сглаживают ошибки, а значит, и производная оказывается найденной с большой погрешностью. Поэтому сосредоточимся на решении одной задачи: нахождение производных на нерегулярной сетке. Выделение же пространственного фона рассмотрим ниже (см. с. 133—138).

Допустим, что точка, для которой оценивается значение производной или производится интерполяция, помещена в начало локальной декартовой системы координат на плоскости (x, y) . Координаты n окружающих точек x_i, y_i , в которых известны значения функции f_i , будем определять относительно этого начала. Обозначим через i индекс, указывающий на порядковый номер данной станции.

Будем считать, что значения метеорологических величин в любой точке определяются по значениям в начале координат формулой

$$f_i = f_0 + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} x_i^{l-k} y_i^k, \quad (8.40)$$

где f_0 — значение функции в начале координат, а $f_0^{l-k, k}$ — значение частной производной $\partial^l f / (\partial x^{l-k} \partial y^k)$ в начале координат.

Формулы для расчета функции $f_0^{0,0} = f_0$ и производных $f_0^{l-k, k}$ можно получить методом неопределенных коэффициентов по значениям f_i . Для этого приближенное значение производной определим как линейную комбинацию наблюдений в соседних точках

$$f_0^{l-k, k} = \sum_{i=1}^n a_i f_i, \quad (8.41)$$

где a_i — весовые коэффициенты. Изменяя значение этого коэффициента, можно получить нужную производную или проинтерполировать функцию в начале координат.

Условия для определения коэффициентов находим так: домножим обе части равенства (8.40) на a_i и произведем суммирование по всем точкам ($i=1, \dots, n$). В результате придем к равенству

$$\sum_{i=1}^n a_i f_i = f_0 \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^n a_i x_i^{l-k} y_i^k. \quad (8.42)$$

Процесс получения весовых коэффициентов проиллюстрируем двумя простыми примерами. В первом примере получим коэффициенты, с помощью которых можно проинтерполировать функцию, если известны значения f_i в трех точках. Перепишем равенство (8.42) для этого случая в виде

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 a_i f_i = & f_0 \sum_{i=1}^3 a_i + f_0^{0,1} \sum_{i=1}^3 a_i y_i + f_0^{1,0} \sum_{i=1}^3 a_i x_i + \\ & + \sum_{i=2}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^3 a_i x_i^{l-k} y_i^k. \end{aligned} \quad (8.43)$$

Выберем коэффициенты a_i такими, чтобы удовлетворить условия

$$\sum_{i=1}^3 a_i = 1, \quad \sum_{i=1}^3 a_i x_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 a_i y_i = 0. \quad (8.44)$$

В этом случае мы получим равенства

$$\begin{aligned} f_0 = & \sum_{i=1}^3 a_i f_i \mp |R_2|; \\ R_2 = & \sum_{i=2}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^n a_i x_i^{l-k} y_i^k. \end{aligned} \quad (8.45)$$

Из рассмотренного выше можно видеть, что линейная комбинация, стоящая в правой части (8.41), с коэффициентами, удов-

летворяющими условиям (8.44), позволяет проинтерполировать функцию в начало координат по ее значениям в трех точках с погрешностью $|R_2|$. Поскольку мы сделали предположение, что ряд Тейлора (8.40) сходится в окрестностях точки, в которой разбивается f_0 , то выражение для оценки погрешности можем дать в виде

$$|R_2| \leq \sum_{k=0}^2 \frac{|f_s^{2-k, k}|}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^n a_i x_i^{l-k} y_i^k, \quad (8.46)$$

где $f_s^{2-k, k}$ — максимальные значения частных производных порядка $l=2$ в некоторой точке s в окрестностях начала координат.

Система уравнений (8.44) для весовых коэффициентов легко решается аналитически, однако мы перепишем ее в матричной форме:

$$Ma = b, \quad (8.47)$$

введя обозначения

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8.48)$$

Решение системы (8.47) в матричной форме имеет вид

$$a = M^{-1}b, \quad (8.49)$$

где M^{-1} — матрица обратная к M . Для данного случая матрица, обратная к той, которая определена равенством (8.48), имеет вид

$$M^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}, \quad (8.50)$$

где D — определитель матрицы M , а D_{ij} — определители вида:

$$\begin{aligned} D_{11} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & x_2 & x_3 \\ 0 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{12} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & 0 & x_3 \\ y_1 & 0 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{13} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & 0 \\ y_1 & y_2 & 0 \end{vmatrix}, \\ D_{21} &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & x_2 & x_3 \\ 0 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{22} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ x_1 & 1 & x_3 \\ y_1 & 0 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{23} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ x_1 & x_2 & 1 \\ y_1 & y_2 & 0 \end{vmatrix}, \\ D_{31} &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & x_2 & x_3 \\ 1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{32} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ x_1 & 0 & x_3 \\ y_1 & 1 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{33} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ x_1 & x_2 & 0 \\ y_1 & y_2 & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (8.51)$$

Первый столбец матрицы (8.50) содержит весовые коэффициенты a_i для задачи интерполяции. В этом легко убедиться, вычислив правую часть равенства (8.49) и получив известные выражения для коэффициентов интерполяции по трем точкам:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{D_{11}}{D} = \frac{x_2 y_3 - x_3 y_2}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}; \\ a_2 &= \frac{D_{12}}{D} = \frac{x_3 y_1 - x_1 y_3}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}, \\ a_3 &= \frac{D_{13}}{D} = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}. \end{aligned} \quad (8.52)$$

Рассмотрим второй пример. Найдем значения весовых коэффициентов формулы (8.41) для получения первой производной $f_0^{0,1} = \partial f / \partial x$ по трем точкам. Снова воспользуемся равенством (8.44) для получения условий, определяющих коэффициенты a_i . Эти условия примут следующий вид:

$$\sum_{i=1}^n a_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n a_i x_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n a_i y_i = 0. \quad (8.53)$$

Обратим внимание, что и в этом случае мы должны решать систему вида (8.47), но теперь ее правая часть имеет вид

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8.54)$$

Зная обратную матрицу M^{-1} , определяемую равенствами (8.50), (8.51), легко вычислить коэффициенты численного дифференцирования по трем точкам для определения $\partial f / \partial x$. Вычисляя правую часть равенства (8.49) с вектором \mathbf{b} , определяемым равенством (8.54), видим, что нужные коэффициенты располагаются во втором столбце матрицы M^{-1} и имеют вид

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{D_{21}}{D} = \frac{y_2 - y_3}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}; \\ a_2 &= \frac{D_{22}}{D} = \frac{y_3 - y_1}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}; \\ a_3 &= \frac{D_{23}}{D} = \frac{y_1 - y_2}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}. \end{aligned} \quad (8.55)$$

Отметим важное отличие формулы интерполяции от формулы численного дифференцирования. Внешне эти случаи охватываются формулами (8.45) с различными коэффициентами. Но относительный вклад ошибки R_2 в обоих случаях будет разным. В случае

интерполяции при сближении точек ошибка уменьшается гораздо быстрее, чем при численном дифференцировании.

В теории численного прогноза погоды, где подробно исследуются вопросы точности численного дифференцирования на регулярных сетках, ошибки, выражающиеся через остаточный член формулы Тейлора, называют *ошибками аппроксимации*. Так вот, формула интерполяции по трем точкам имеет второй порядок малости ошибок аппроксимации, а формулы численного дифференцирования — только первый.

Для получения формул численного дифференцирования со вторым порядком аппроксимации на нерегулярной сетке нужно, чтобы дополнительно к условиям (8.53) выполнялись условия равенства нулю коэффициентов при всех одночленах второй степени в правой части равенства (8.43). Таких одночленов три: x^2 , xy , y^2 . Значит, линейная комбинация (8.41) для $f_0^{1,0}$ должна содержать шесть членов.

Попытайтесь доказать самостоятельно, что система уравнений для весовых коэффициентов формулы численного дифференцирования по x на нерегулярной сетке имеет вид

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n a_i &= 0, & \sum_{i=1}^n a_i x_i &= 1, & \sum_{i=1}^n a_i y_i &= 0, \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i^2 &= 0, & \sum_{i=1}^n a_i x_i y_i &= 0, & \sum_{i=1}^n a_i y_i^2 &= 0. \end{aligned} \quad (8.56)$$

Ошибка аппроксимации оценивается по формуле

$$|R_s| \leq \sum_{k=0}^3 \frac{|f_s^{3-k, k}|}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^6 a_i x_i^{3-k} y_i^k. \quad (8.57)$$

Для нахождения конкретных значений производных нужно решить систему (8.56) и воспользоваться формулой (8.41). Система (8.56) может быть решена в явном виде для некоторого класса регулярных сеток, но в общем случае рекомендуется обратить матрицу этой системы M вида

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 & x_5^2 & x_6^2 \\ x_1 y_1 & x_2 y_2 & x_3 y_3 & x_4 y_4 & x_5 y_5 & x_6 y_6 \\ y_1^2 & y_2^2 & y_3^2 & y_4^2 & y_5^2 & y_6^2 \end{pmatrix}. \quad (8.58)$$

Зная обратную матрицу M^{-1} для данного набора точек, легко получить весовые коэффициенты для нахождения формул интер-

поляции, численного дифференцирования первого порядка по x и y . Но последние формулы будут уже иметь лишь первый порядок аппроксимации.

Рассмотрим теперь вопрос, сколько же станций должен иметь на своей карте синоптик, чтобы оценить все нужные ему компоненты структуры метеорологического поля. При условии, что данные содержат много ошибок и мы ограничимся барическим полем, для нахождения кривизны изолиний нужны вторые частные производные, а для анализа изменения кривизны и оценки адвекции геострофического вихря нужны третьи частные производные по x и y .

Оценки могут быть приемлемыми, если формулы численного дифференцирования имеют порядок аппроксимации не ниже второго. Это означает, что нам потребуется наложить ограничения на все коэффициенты правой части равенства (8.43) от первых и до тех, которые стоят при одночленах четвертой степени. Рекомендуем убедиться, что таких условий будет 15. Таким и должно быть число станций, окружающих пункт, интересующий синоптика.

Даже в этом случае нетрудно построить матрицу M , если известны координаты всех точек. После численного обращения матрицы M в столбцах обратной матрицы мы получим все коэффициенты, необходимые для интерполяции и численного дифференцирования. При этом порядок аппроксимации для интерполяции будет пятым, для нахождения первых производных порядок аппроксимации будет четвертым, для вторых производных — третьим, для третьих — вторым. Это гарантирует надежность оценок при отсутствии ошибок в данных, полученных со станций.

СГЛАЖИВАНИЕ И ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Выше мы рассмотрели задачу выделения фона по исходным данным, содержащим ошибки, для одномерного случая. В метеорологической практике задача фильтрации чаще всего возникает для двумерных полей, которые необходимо нанести на карту. Техника решения этой задачи несложная, но выкладки очень громоздки и в явном виде получить готовые формулы для фильтрации на плоскости можно только для простых частных случаев или для регулярных сеток. Системы уравнений для нерегулярных сеток решаются с помощью компьютера.

Пусть, как и в предыдущем параграфе, в N точках с координатами (x_i, y_i) заданы значения функции f_i . Все координаты (x_i, y_i) заданы относительно произвольного начала. Предположим, что значение фона можно определить по полиномиальной формуле

$$\hat{f}_i = f_0 + \sum_{l=1}^L \sum_{k=0}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} x_i^{l-k} y_i^k, \quad (8.59)$$

где L — наиболее высокая степень одночленов вида $x_i^{l-k} y_i^k$. Определим отклонение заданного значения от фона d_i формулой

$$d_i = f_i - \hat{f}_i, \quad (8.60)$$

а квадрат невязки R , зависящий от коэффициентов полинома $f_0^{l-k, k}$ и f_0 , формулой

$$R(f_0, f_0^{l-k, k}) = \sum_{i=1}^n d_i^2. \quad (8.61)$$

Обычное для метода наименьших квадратов требование обратить невязку в минимально возможную дает следующие уравнения для коэффициентов:

$$\frac{\partial R}{\partial f_0} = 0, \quad \frac{\partial R}{\partial f_0^{l-k, k}} = 0 \quad (8.62)$$

или

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i - n f_0 - \sum_{\lambda=1}^L \sum_{x=0}^{\lambda} \frac{f_0^{\lambda-x, x}}{(\lambda-x)! x!} \sum_{i=1}^n x_i^{\lambda-x} y_i^x &= 0; \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i^{l-k} y_i^k - f_0 \sum_{i=1}^n x_i^{l-k} y_i^k - \\ - \sum_{\lambda=1}^L \sum_{x=0}^{\lambda} \frac{f_0^{\lambda-x, x}}{(\lambda-x)! x!} \sum_{i=1}^n x_i^{\lambda+l-x-k} y_i^{x+k} &= 0. \end{aligned} \quad (8.63)$$

После решения этой системы и получения коэффициентов полинома восстанавливается фон по формуле (8.59).

Решим пример. Наиболее простым является случай линейной аппроксимации ($L=1$), когда фон задается формулой

$$f_i = f_0 + f_0^{1,0} x_i + f_0^{0,1} y_i. \quad (8.64)$$

Этот случай может быть рассмотрен аналитически до конца, но не представляет интереса, так как является слишком грубым приближением.

Более распространено бикубическое представление метеорологических полей ($L=3$). В этом случае фон представлен в виде

$$\begin{aligned} f_i = f_0 + f_0^{1,0} x_i + f_0^{0,1} y_i + \frac{1}{2} f_0^{2,0} x_i^2 + f_0^{1,1} x_i y_i + \frac{1}{2} f_0^{0,2} y_i^2 + \\ + \frac{1}{6} f_0^{3,0} x_i^3 + \frac{1}{2} f_0^{2,1} x_i^2 y_i + \frac{1}{2} f_0^{1,2} x_i y_i^2 + \frac{1}{6} f_0^{0,3} y_i^3. \end{aligned} \quad (8.65)$$

Систему уравнений (8.63) можно расщепить на две простые независимые подсистемы и решить без затруднений в важном для практики частном случае симметричной сетки с квадратными ячейками (рис. 8.5). Такая сетка давно применяется в синоптической практике, например для расчета дифференциальных характеристик рельефа.

Все симметричные сетки обладают важным свойством: при r или s нечетном справедливы равенства

$$\sum_{i=1}^n x_i^r y_i^s = 0. \quad (8.66)$$

Используя свойство (8.66), приведем систему уравнений для определения f_0 , $f_0^{2,0}$, $f_0^{0,2}$, вытекающую из (8.63) и (8.65), при $L=3$, $l=2$, $k=0$; $l=1$, $k=1$, $l=0$, $k=2$:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i &= n f_0 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2\right) f_0^{2,0} + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2\right) f_0^{0,2}; \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 &= \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) f_0 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4\right) f_0^{2,0} + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2\right) f_0^{0,2}; \\ \sum_{i=1}^n f_i y_i^2 &= \left(\sum_{i=1}^n y_i^2\right) f_0 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2\right) f_0^{2,0} + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^4\right) f_0^{0,2}; \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i y_i &= f_0^{1,1} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2. \end{aligned} \quad (8.67)$$

Решив эту систему, получим выражение для вычисления фонового значения в начале координат (см. рис. 8.5) и вторых производных вида

$$f_0 = \frac{D_0}{D}, \quad f_0^{2,0} = \frac{D_1}{D}, \quad f_0^{0,2} = \frac{D_2}{D}, \quad f_0^{1,1} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2}. \quad (8.68)$$

Нетрудно получить важные выражения для лапласиана

$$\nabla^2 f = f_0^{2,0} + f_0^{0,2} = (D_1 + D_2)/D \quad (8.69)$$

и определителя

$$D(x, y) = f_{xy}^2 - f_{xx} f_{yy} = (f_0^{1,1})^2 - f_0^{2,0} f_0^{0,2}. \quad (8.70)$$

В этих формулах для определителей были использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 D &= \begin{vmatrix} n & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^4 \end{vmatrix}; \\
 D_0 &= \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n f_i & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n f_i y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^4 \end{vmatrix}; \\
 D_1 &= \begin{vmatrix} n & \sum_{i=1}^n f_i & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i^2 & \sum_{i=1}^n f_i y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^4 \end{vmatrix}; \\
 D_2 &= \begin{vmatrix} n & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n f_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 & \sum_{i=1}^n f_i y_i^2 \end{vmatrix}. \tag{8.71}
 \end{aligned}$$

С помощью этих выражений можно произвести выделение фона во внутренней области сетки. Для выделения фона вблизи границ требуется найти выражения для первых и третьих производных. Эти несложные, но громоздкие выкладки мы рассматривать не будем. Отметим, что в одномерном случае можно выделить фон в центральной точке сетки по формулам (7.23), а на границе области — по формулам (7.24).

Если сетка не регулярна, то для выделения фона систему (8.63) следует решать численно, с последующей подстановкой результатов в (8.65). Рассмотренную технику можно применить и для экстраполяции выделенного фона, если необходимо получить формулы типа (7.25), но в этом случае для полиномов степени выше первой выкладки становятся совершенно необозримыми. Все же рассмотрим эту технику хотя бы в самом простом случае.

Пусть решается задача экстраполяции данных, собранных на одном и том же уровне. В этом случае следует аппроксимировать фон трехкратным рядом Тейлора. Отрезок этого ряда, в котором максимальная степень одночленов будет M , имеет вид

$$f_i = f_0 + \sum_{n=1}^N \sum_{k+l+m=n} \frac{x_i^k y_i^l t_i^m}{k! l! m!} \frac{\partial^n f}{\partial x^k \partial y^l \partial t^m}. \quad (8.72)$$

Внутреннее суммирование в равенстве (8.72) ведется по всем значениям k, l, m , которые в сумме составляют данное значение n , т. е. по всем одночленам одинаковой степени. Запись трехмерного ряда Тейлора в форме (8.72) наиболее проста для проведения преобразований ряда, но даже для невысоких степеней одночленов является весьма громоздкой.

Для того чтобы яснее представить себе каждый из членов этого ряда, приведем в раскрытом виде некоторые самые необходимые для получения конечно-разностных аналогов формул дифференцирования степени трехчленов:

$$\begin{aligned} (x + y + t)^2 &= x^2 + y^2 + t^2 + 2(xy + xt + yt); \\ (x + y + t)^3 &= x^3 + y^3 + t^3 + \\ &+ 3(x^2y + x^2t + y^2x + y^2t + t^2x + t^2y) + 6xyt; \\ (x + y + t)^4 &= x^4 + y^4 + t^4 + 4(x^3y + x^3t + y^3x + y^3t + t^3x + t^3y) + \\ &+ 6(x^2y^2 + x^2t^2 + y^2t^2) + 12(x^2yt + y^2xt + t^2xy). \end{aligned} \quad (8.73)$$

Для того чтобы проверить, правильно ли вы поняли общий вид трехмерного полинома (8.72), предлагаем вам с помощью формул (8.73) убедиться, что при $N=3$ (полиномы третьей степени) число членов в формуле (8.72) равно 20, а для $N=4$ (полиномы четвертой степени) оно равно 35.

Становится ясно, что решать задачу экстраполяции двумерного фона по данным, заданным даже на регулярной сетке, со вторым порядком аппроксимации аналитически очень долго. Поэтому для иллюстрации техники обратимся к простому примеру. Поняв суть подхода, можно сформировать нужные системы уравнений и решить поставленные задачи численно.

В основе техники экстраполяции многомерных процессов, как и в случае одномерных задач, лежит предположение о форме фонового процесса. Предположим, что в простейшем случае тенден-

ции f_t процесса и градиент $\{f_x, f_y\}$ постоянны. Тогда фон и его эволюцию можно описать линейной формулой

$$\hat{f}(x, y, t) = f_0 + f_x x + f_y y + f_t t. \quad (8.74)$$

Предположим, что имеется n наблюдений значений функции f_i , причём каждое характеризуется тремя значениями координат и времени (x_i, y_i, t_i) . Потребовав, чтобы квадрат невязки описания был минимальным, получим систему уравнений для определения параметров f_0, f_x, f_y, f_t в виде:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i &= f_0 n + f_x \sum_{i=1}^n x_i + f_y \sum_{i=1}^n y_i + f_t \sum_{i=1}^n t_i; \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i &= f_0 \sum_{i=1}^n x_i + f_x \sum_{i=1}^n x_i^2 + f_y \sum_{i=1}^n x_i y_i + f_t \sum_{i=1}^n t_i x_i; \\ \sum_{i=1}^n f_i y_i &= f_0 \sum_{i=1}^n y_i + f_x \sum_{i=1}^n x_i y_i + f_y \sum_{i=1}^n y_i^2 + f_t \sum_{i=1}^n t_i y_i; \\ \sum_{i=1}^n f_i t_i &= f_0 \sum_{i=1}^n t_i + f_x \sum_{i=1}^n x_i t_i + f_y \sum_{i=1}^n y_i t_i + f_t \sum_{i=1}^n t_i^2. \end{aligned} \quad (8.75)$$

Суммирование ведется по всем наблюдениям, т. е. $i=1, \dots, n$.

Решение этой системы рассмотрим для частного случая расположения станций в три последовательных момента $t=-\tau, 0, \tau$ (рис. 8.6). Подставляя значения сумм, взятых из таблицы координат на этом рисунке, в систему (8.75), получим

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i &= 6f_0, & \sum_{i=1}^n f_i t_i &= 2\tau^2 f_t, \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i &= 2r^2 f_x, & \sum_{i=1}^n f_i y_i &= 5r^2 f_y. \end{aligned} \quad (8.76)$$

Решив эту систему, получим конкретные значения коэффициентов формулы (8.74), описывающей фон. Погрешность определения фона можно получить, подставив полученную формулу фона в общую формулу погрешности (8.61). Погрешность будет минимальной для точек, использованных для выделения тренда, и будет расти вне этих точек.

Существуют многочисленные модификации техники метода наименьших квадратов. Можно отыскивать фон, накладывая на его вид ограничения, которые должны выполняться вне точек, избранных для подбора. Такие задачи решаются с помощью метода регуляризации, описываемого в учебниках по вычислительной математике. Можно ставить вопрос об оптимальном выборе станции для выделения фона. Таким задачи решаются в теории планирования экспериментов. Можно ставить и вопрос о выделении областей на карте, где характер фона резко меняется. Такие

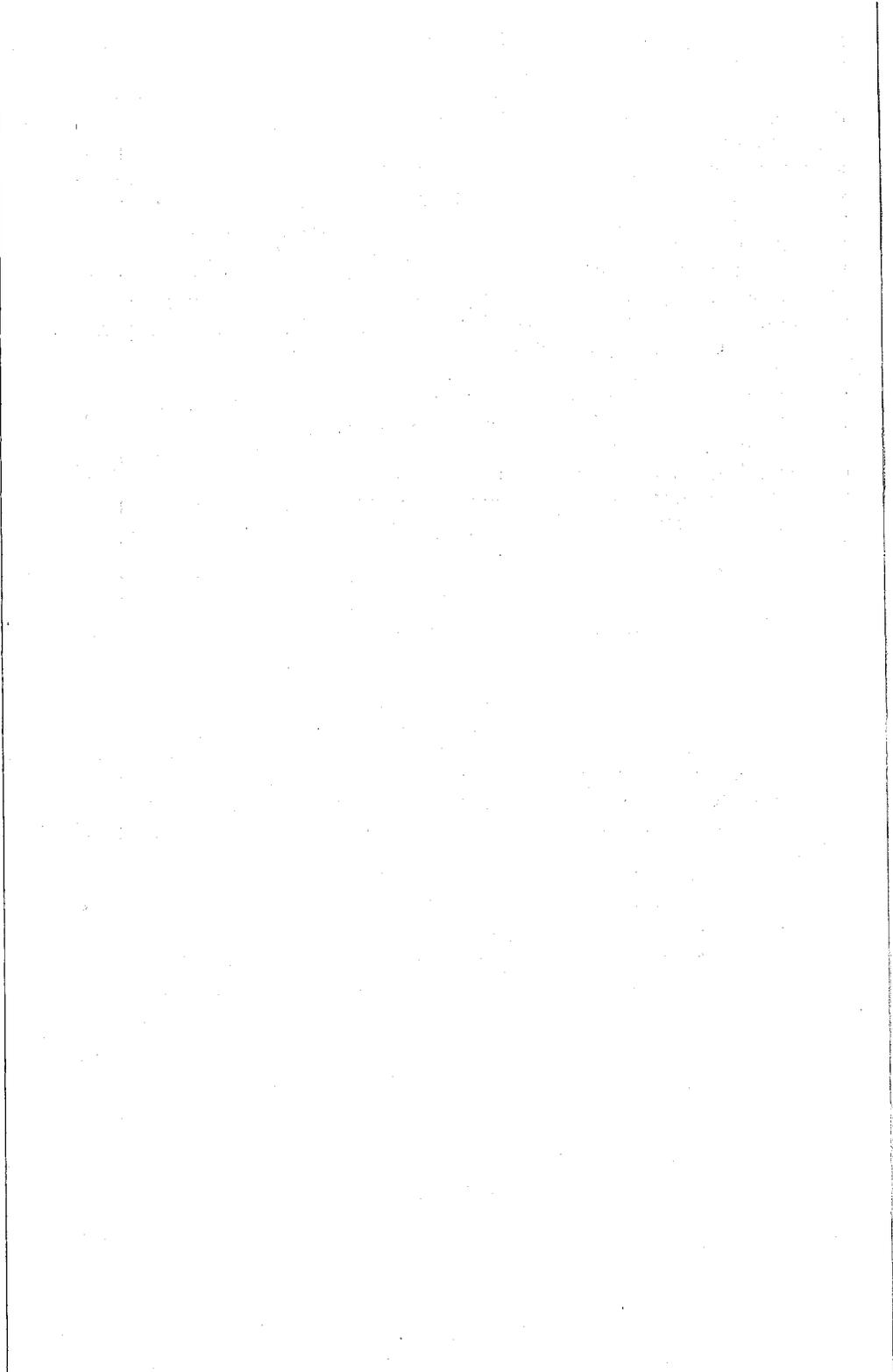
задачи решаются в математической экономике. Мы оставим эти вопросы и многие другие вне поля нашего зрения.

Однако необходимо ответить на вопрос, что же следует экстраполировать. В начальный период развития экстраполяционных методов прогноза метеорологических полей ответ на этот вопрос казался однозначным — следует экстраполировать положение особых точек и линий барического поля. Постепенно, по мере развития техники статистической экстраполяции, этот вопрос все более заменялся вопросом, как экстраполировать. Широко распространилось мнение, что объектом экстраполяции должны быть сами значения метеорологических величин. Эта точка зрения является основой гидродинамического прогноза, в котором поля метеорологических величин прогнозируются поточечно.

Однако анализ качества гидродинамических прогнозов показывает, что в определении положения особых точек и линий метеорологических полей и особенно в определении момента их возникновения и исчезновения все еще имеется значительное число ошибок. Таким образом, на наш взгляд, экстраполяционные методы целесообразнее использовать в качестве дополнительного контроля и корректирующей информации по определению будущего положения особых точек и линий.

Здесь наибольшую трудность представляет формализация процесса выделения особенностей. Уместно напомнить, что дифференциальные характеристики, критические значения которых определяют наличие особенностей поля, рассмотрены в начале настоящей главы.

Если известны поля метеорологических элементов в исходный момент и ранее, то на базе описанных выше методов нетрудно рассчитать поля этих характеристик и проэкстраполировать их. Затем можно найти характерные линии осей ложбин или гребней, положение центров и критические точки возникновения новых особенностей. Полученные значения следует сравнить с теми, которые могут быть рассчитаны на основе результатов гидродинамического прогноза, и скорректировать прогностические поля. Эта процедура моделирует технологию, которую обычно реализует практик-синоптик на базе техники ручной обработки карты и своего эвристического анализа и прогноза.



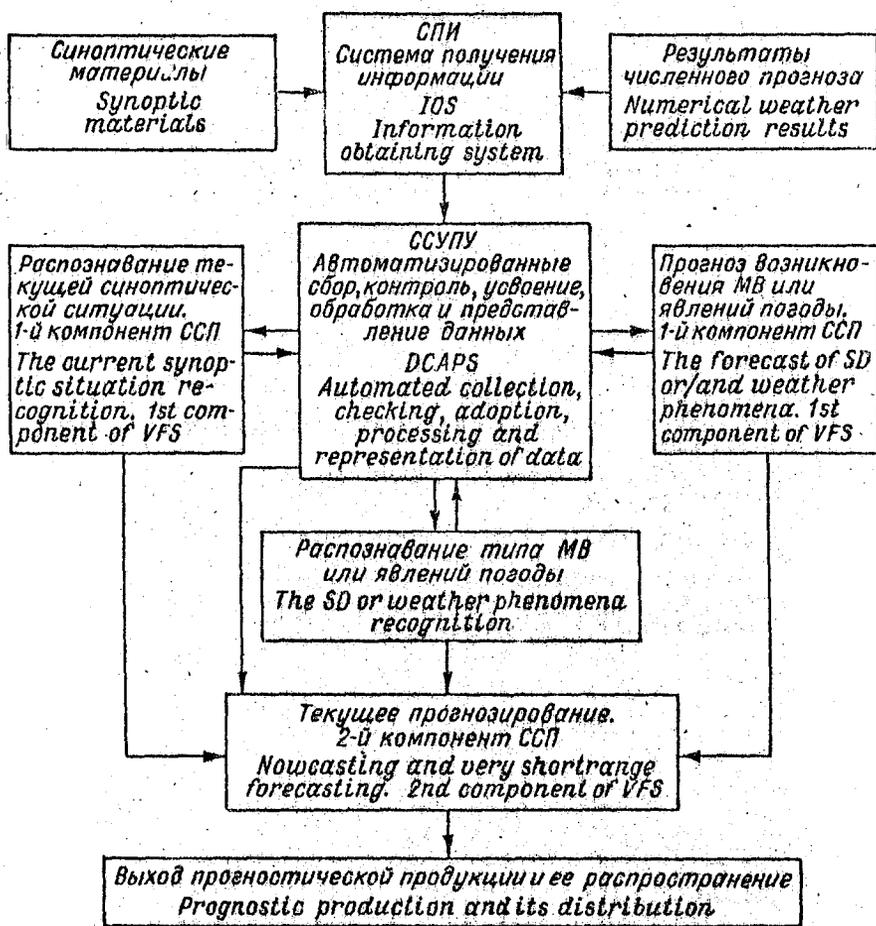


Рис. 1.1. Схема организации сверхкраткосрочного прогнозирования.

Fig. 1.1. The scheme for the very shortrange forecasting organization.

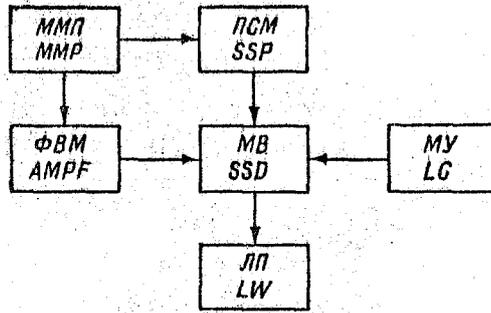


Рис. 2.1. Схема формирования локального явления погоды.

ММП - макрометеорологические прогнозы, *PCM SSP* - процессы синоптического масштаба, *ФВМ АМФФ* - формирование воздушной массы, *МВ SSD* - малые возмущения, *МУ LG* - местные условия, *ЛП LW* - локальная погода.

Fig. 2.1. The scheme of the local weather forming.

MMP - macro-meteorological process, *SSP* - synoptic scale process, *AMPF* - air mass properties forming, *SSD* - small scale disturbances, *LC* - local conditions, *LW* - local weather.

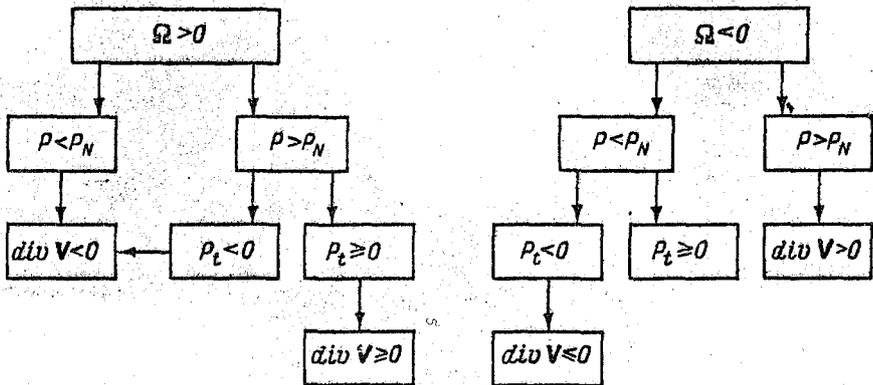


Рис. 2.2. Оценка знака дивергенции.

Fig. 2.2. Determination of divergence sign.

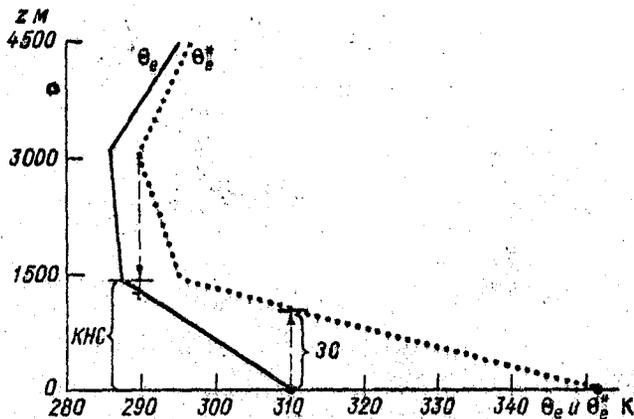


Рис. 3.1. Типичное для условно-неустойчивой атмосферы распределение Θ_e и Θ_e^* с высотой.

КНС - конвективно-неустойчивый слой, *ЗС* - запирающий слой.

Fig. 3.1. Θ_e and Θ_e^* distribution with height typical for conditionally unstable atmosphere.

KHC - convectively unstable layer, *ЗС* - locking layer.

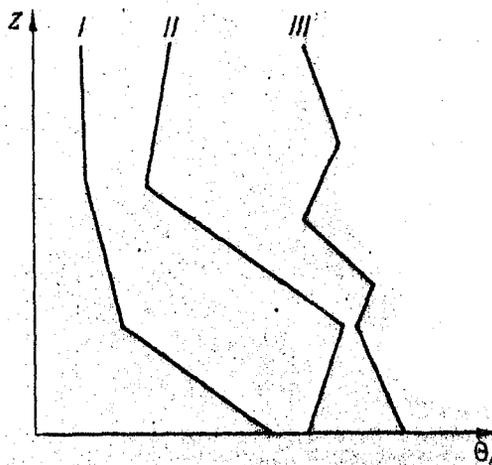


Рис. 3.2. Возможные распределения Θ_e с высотой.

Fig. 3.2. Possible distribution of Θ_e with height.

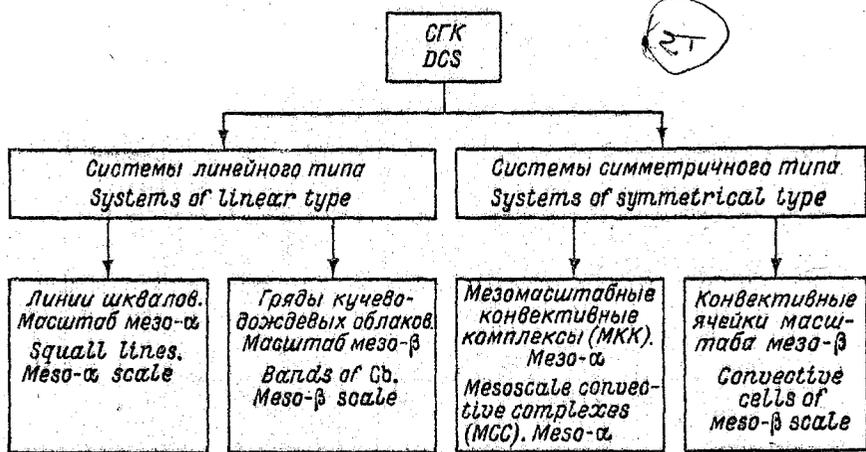


Рис. 3.3. Классификация Мэддокса в виде диаграммы.

Fig. 3.3. Maddox classification in form of a diagram.

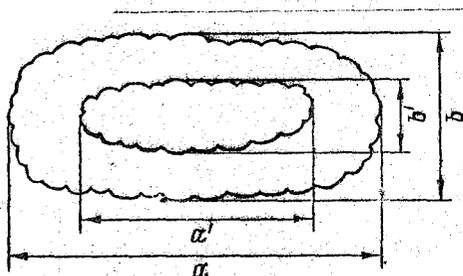


Рис. 3.4. Схема МКК (вид сверху)

Fig. 3.4. MCC scheme (view from above).

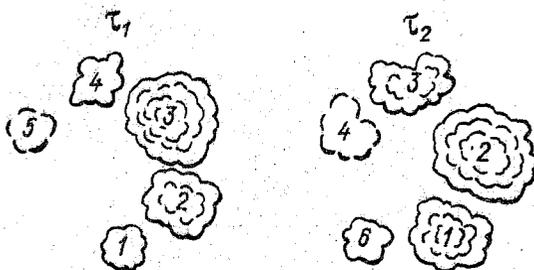


Рис.3.5. Схема мезокопления Cb в последовательные моменты времени τ_1 и τ_2 .

Fig. 3.5. A scheme of Cb mesocluster at successive moments of time τ_1 and τ_2 .

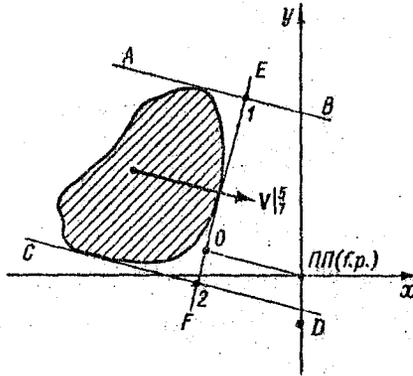


Рис. 3.6. К определению времени начала явления в пункте прогноза (ПП).

Fig. 3.6. On the determination of the phenomenon commencement time at the forecasting point (f. p.)

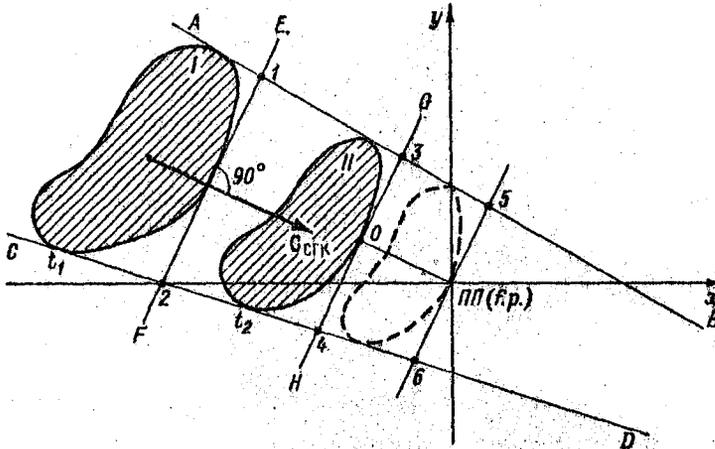


Рис. 3.7. 1. определению времени подхода изменяющейся СГК к пункту прогноза (ПП).

Fig. 3.7. On the determination of the time for a varying DCS to approach the forecast point (f. p.)

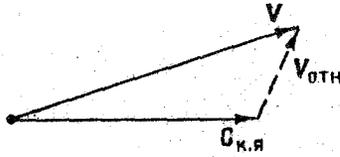


Рис. 3.8. Пример графического определения ветра.

Fig. 3.8. An example of graphic determination of the relative wind.

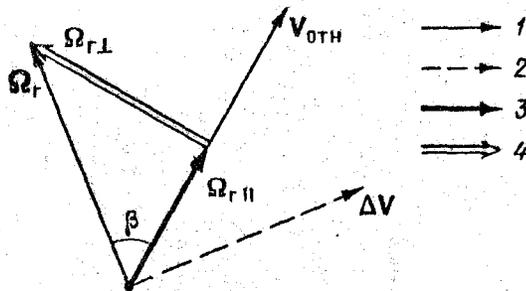


Рис. 3.9. К определению продольной и поперечной завихренности.

1 - векторы относительного ветра и горизонтальной завихренности,
 2 - вектор вертикального сдвига ветра, 3 - продольная завихренность,
 4 - поперечная завихренность.

Fig. 3.9. Determination of streamwise and transverse vorticities.

1 - vector of relative and horizontal vorticity, 2 - vector of vertical wind shear,
 3 - streamwise vorticity, 4 - transverse vorticity.

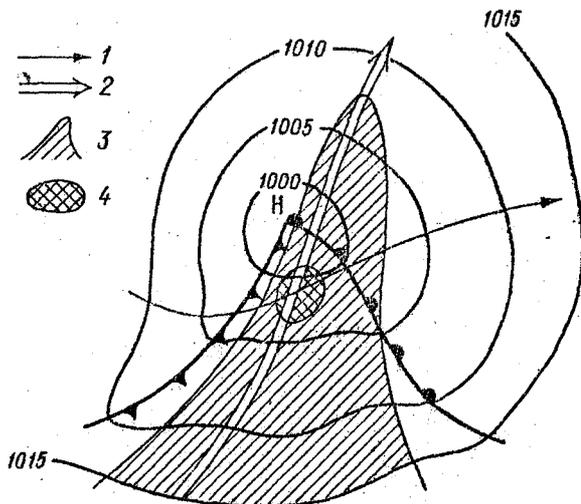


Рис. 3.10. Синоптическая ситуация, благоприятная для образования смерча.

1 - струйное течение в свободной атмосфере (7-9 км), 2 - то же на уровне 1,5 - 2 км; 3 - "язык" влажного воздуха, 4 - район наиболее вероятного образования смерча.

Fig. 3.10. The most favourable synoptic situation for tornado development.

1 - jet stream in the free atmosphere (7-9 km), 2 - the same at 1.5 - 2 km level, 3 - "tongue" of moist air, 4 - the region of the most probable tornado formation.

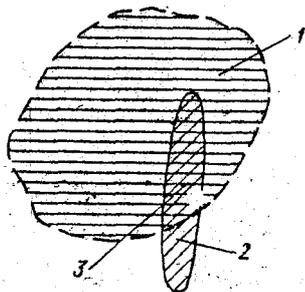


Рис. 3.11. К определению места возможного появления смерча.

1 - зона значительной неустойчивости ($\alpha > 0$, $\Gamma_c < 0$), 2 - зона сильной конвергенции ветра, 3 - область возможного появления смерча.

Fig. 3.11. Determination of the possible tornado appearance place.

1 - a zone of a significant instability ($\alpha > 0$, $\Gamma_c < 0$), 2 - a zone of an appreciable wind convergence, 3 - the area of possible appearance of a tornado.

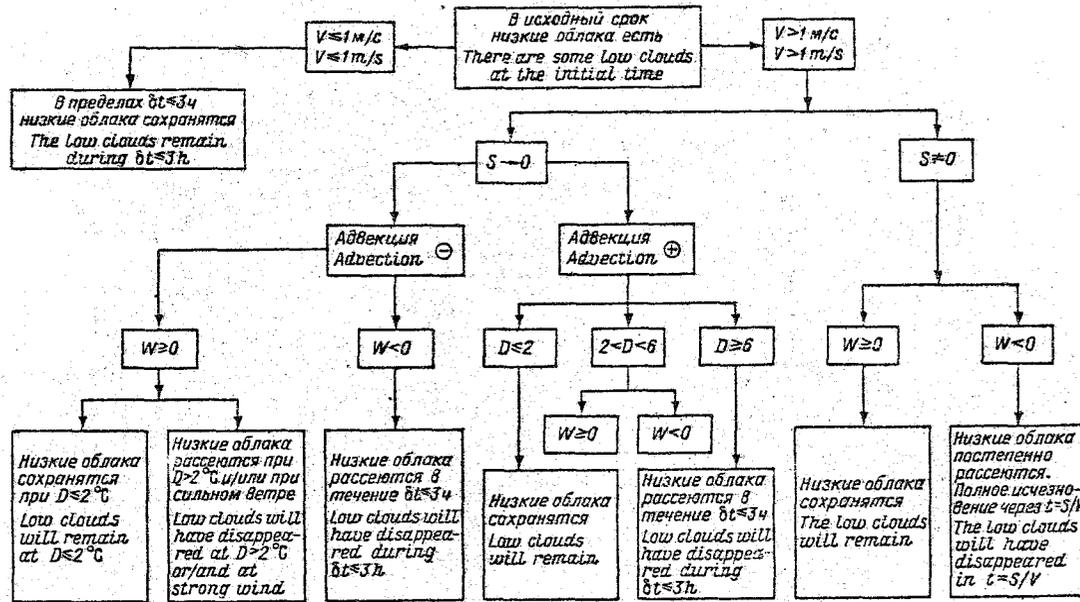


Рис. 4.1. Схема сверхкраткосрочного прогноза низких облаков при их наличии над пунктом прогноза в исходный срок.

Здесь и на рис. 4.2: W - динамические и/или орографические восходящие ($W > 0$) или нисходящие ($W < 0$) движения; Φ - дефицит точки росы притекающего воздуха, °C; L - расстояние от пункта прогноза до передней кромки облачного поля, t - время; S - протяженность облачности от пункта прогноза до тыловой границы облачного поля против ветра; δt - заблаговременность прогноза.

Fig. 4.1. The low clouds very shortrange forecasting scheme for the cases when there are some clouds over forecast point at the initial time.

Here and on fig. 4.2 W is dynamical and/or orographic ascending ($W > 0$) or descending ($W < 0$) motion; D is dew point deficit of the inflowing air, °C; L is the distance from the forecast point till the front margin of a cloud cover; t is time; S is length of cloud cover from the forecast point till the rear margin of a cloud field (against the wind); δt is the range of forecast.

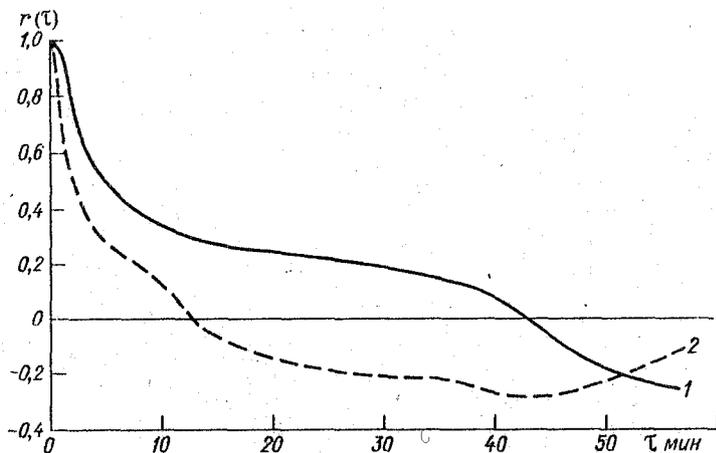


Рис. 4.3. Временные автокорреляционные функции для ВНГ фронтальной (1) и внутримассовой (2) облачности.

Fig. 4.3. Time autocorrelation functions for the base heights of the frontal (1) and air mass (2) cloudiness.

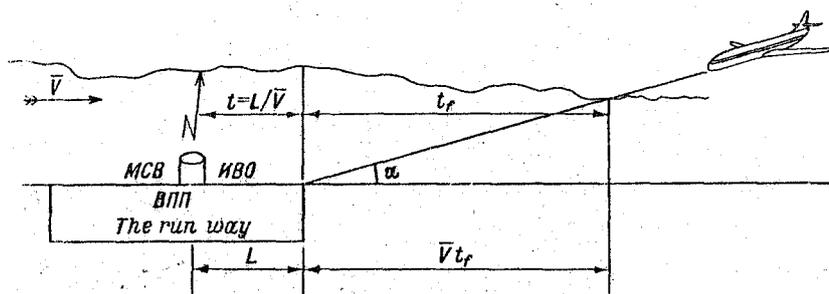


Рис. 4.4. Схема параметров, входящих в уравнение (4.8)

Fig. 4.4. The scheme of the parameters in the equation.

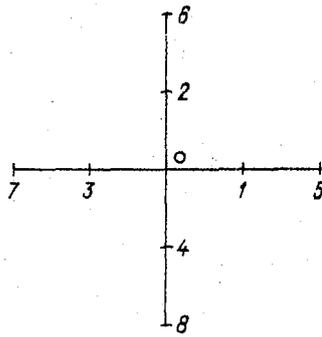


Рис. 4.5. Сетка точек для расчета предикторов осадков.

Fig. 4.5. The grid for the precipitation predictors calculation.

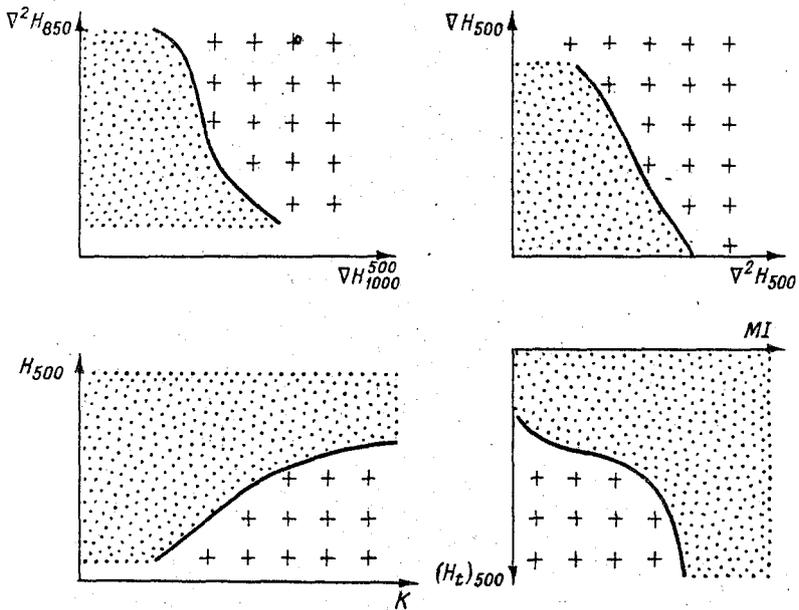


Рис. 4.6. Предикторы поля для составления сверхкраткосрочного прогноза осадков.

Fig. 4.6. The predictor field for the precipitation very shortrange forecasting.

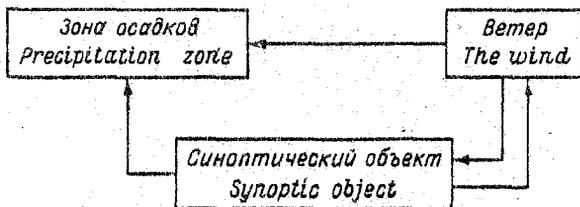


Рис. 4.7. Схема взаимодействия синоптический объект - зона осадков - ветер.

Fig. 4.7. An interaction scheme "Synoptic object - precipitation zone - wind".

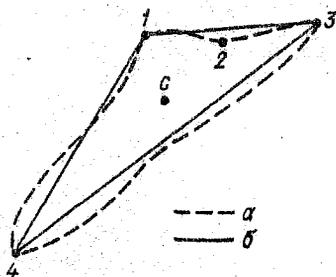


Рис. 4.8. Зона осадков (а), представленная в виде треугольника (1 - 3 - 4).

Fig. 4.8. A precipitation zone (a) represented in form of a triangle (1 - 3 - 4).

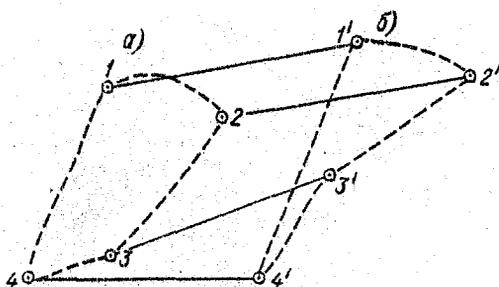


Рис. 4.9. Пример прогноза перемещения зоны осадков.

Fig. 4.9. An example of a precipitation zone displacement forecast.

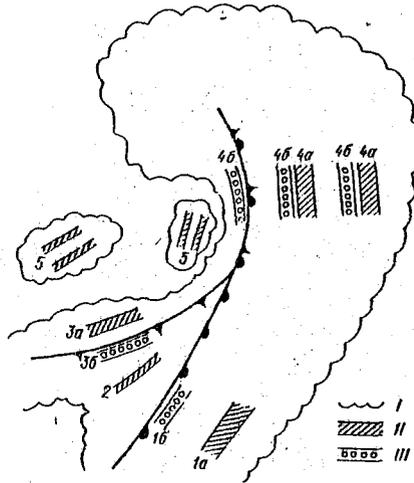


Рис. 4.10. Схема расположения мезомасштабных полос осадков в системе внетропического циклона (по Хоббсу).

I - граница зоны осадков, II - полоса осадков, III - гряды очагов осадков.

Fig. 4.10. A position scheme of the mesoscale rainbands in an extratropical cyclone system (after Hobbs).

I - boundary of a precipitation zone, II - rainband, III - raincore band.

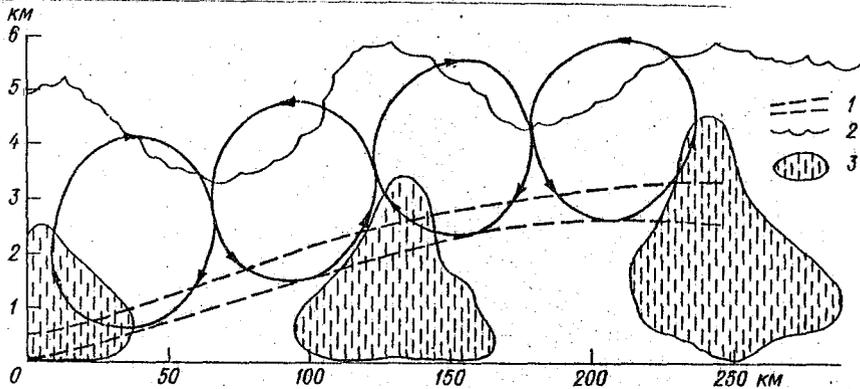


Рис. 4.11. Схема расположения мезомасштабных полос осадков на теплом фронте (по Хеймсфилду).

1 - фронтальный слой, 2 - верхняя граница облаков, 3 - зона осадков.

Fig. 4.11. The scheme of mesoscale rainbands location on a warm front (after G. Heymsfield).

1 - frontal layer, 2 - clouds top, 3 - precipitation zones.

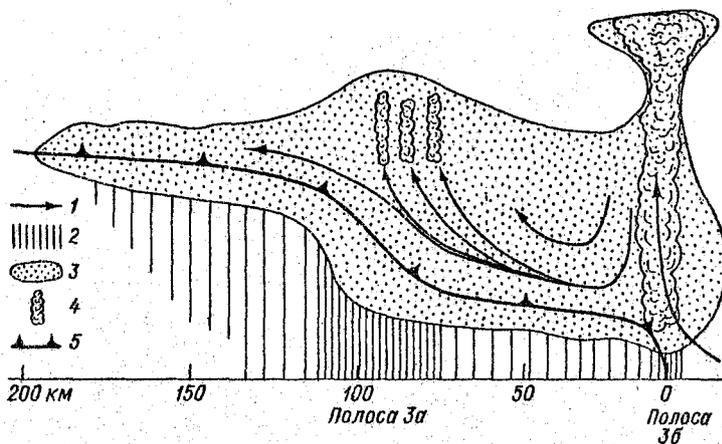


Рис. 4.12. Схема полос осадков на холодном фронте (по Хоббсу).

1 - мезомасштабные течения воздуха, 2 - осадки, 3 - облачный массив, 4 - облака затопленной конвекции, 5 - поверхность холодного фронта.

Fig. 4.12. The cold front rainbands scheme (after Hobbs).

1 - mesoscale air currents, 2 - precipitation, 3 - cloud massif, 4 - inbedded convection clouds, 5 - the cold front surface.

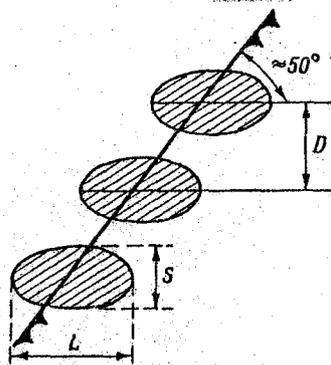


Рис. 4.13. Схема расположения очагов осадков вдоль холодного фронта (вид сверху).

Fig. 4.13. The scheme of raincores location along a cloud front (view from above).

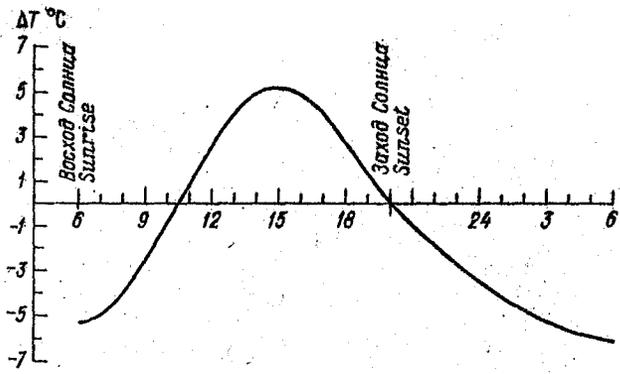


Рис. 5.1. Суточный ход отклонения температуры от среднего суточного значения. Март.

Fig. 5.1. The diurnal variation of the air temperature deviation from the 24 hours average temperature. March.

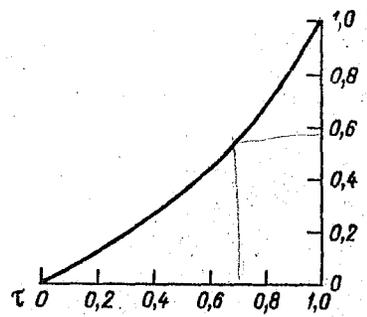


Рис. 5.2. График для определения начала образования радиационного тумана.

Fig. 5.2. The graph to determine the beginning of the radiation fog formation.

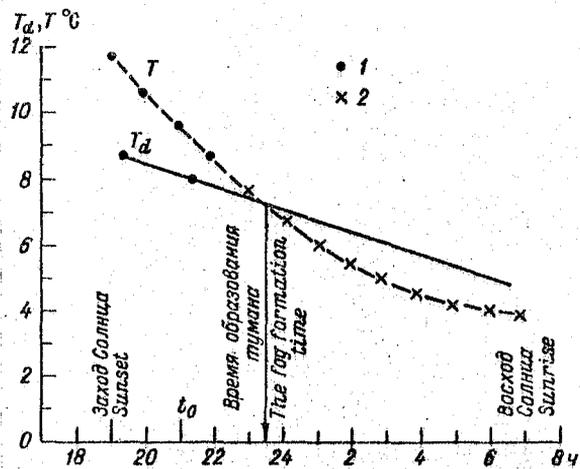


Рис. 5.3. К способу графического прогноза радиационного тумана.

Fig. 5.3. The graph technique of the radiation fog forecasting.

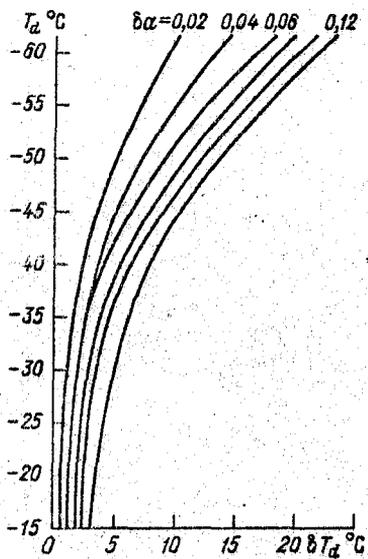


Рис. 5.5. График для определения приращения температуры точки росы δT_d по значениям T_d и a .

Fig. 5.5. The graph to determine the dew point temperature increment δT_d by values T_d and a .

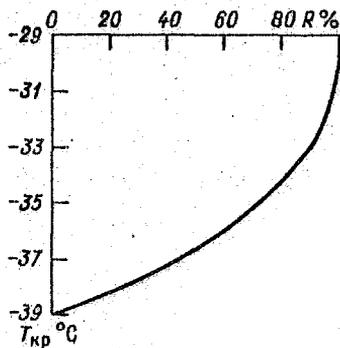


Рис. 5.4. График для определения критической температуры $T_{кр}$ по относительной влажности воздуха R при $p = 1000$ гПа.

Fig. 5.4. The graph to determine critical temperature $T_{кр}$ by relative humidity of the air R at $p = 1000$ hPa.

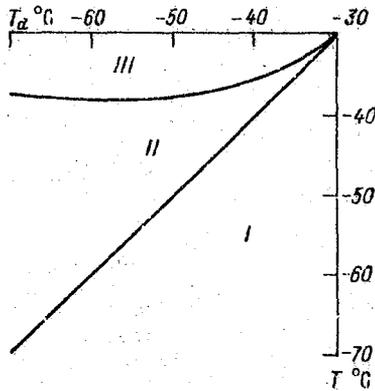


Рис. 5.6. График для прогноза морозного тумана по ожидаемым значениям температур точки росы T_d и воздуха T .

I - устойчивый туман, *II* - неустойчивый туман, *III* - туман не ожидается.

Fig. 5.6. The graph to forecast frost fog by values of the dew point T_d and air T temperature.

I - stable fog, *II* - unstable fog, *III* - no fog.

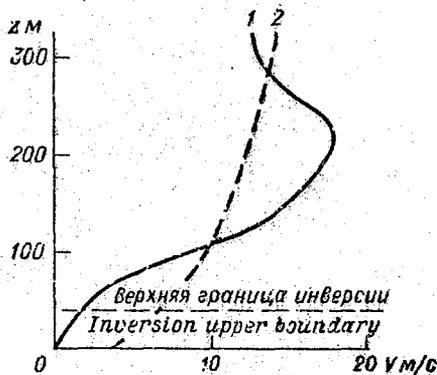


Рис. 5.7. Профили ветра при образовании (1) ночного струйного течения и после его разрушения (2).

Fig. 5.7. The wind profiles when night jet stream existing (1) and after its disappearance (2).

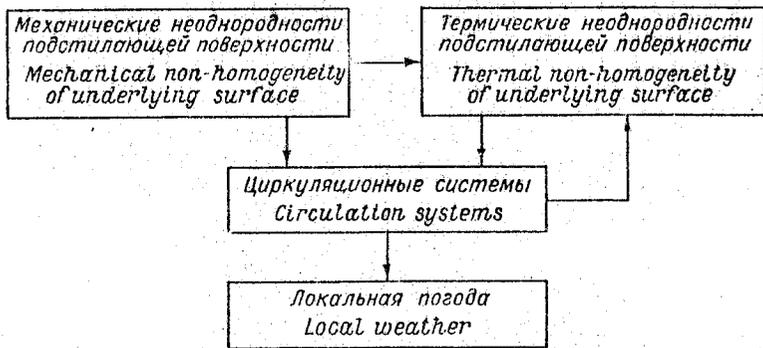


Рис. 6.1. Схема механических и термических неоднородностей подстилающей поверхности и циркуляционных систем, влияющих друг на друга и на локальную погоду.

Fig. 6.1. A scheme of underlying surface mechanical and thermal nonhomogeneities and circulation systems influence each other and the local weather formation.

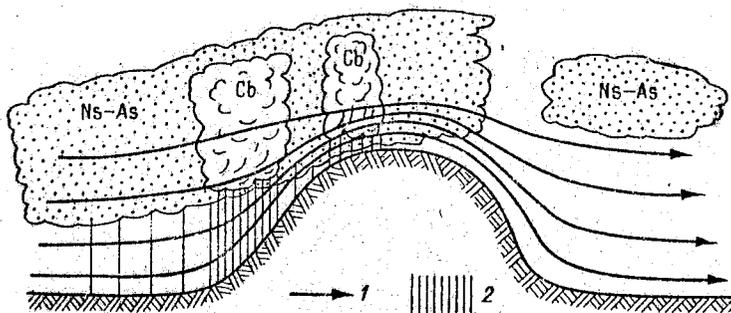


Рис. 6.2. Схема распределения облачности и осадков при переваливании воздушного потока через горное препятствие.

1 - линии тока, 2 - осадки.

Fig. 6.2. A scheme of cloudiness and precipitation distribution when an air flow overcoming a mountain obstacle.

1 - streamlines, 2 - precipitation.

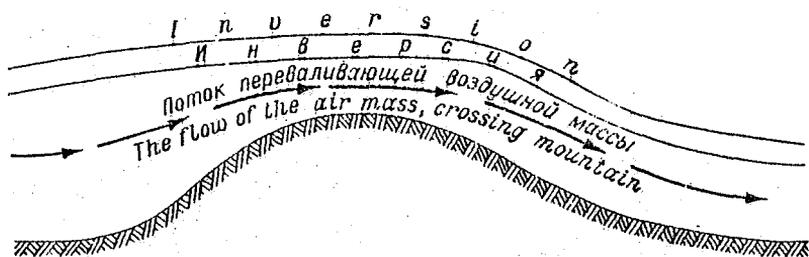


Рис. 6.3. Схема положения инверсии относительно горного хребта, создающего гидравлический эффект.

Fig. 6.3. The scheme of the inversion position relating to a mountain ridge to create a hydraulic effect.

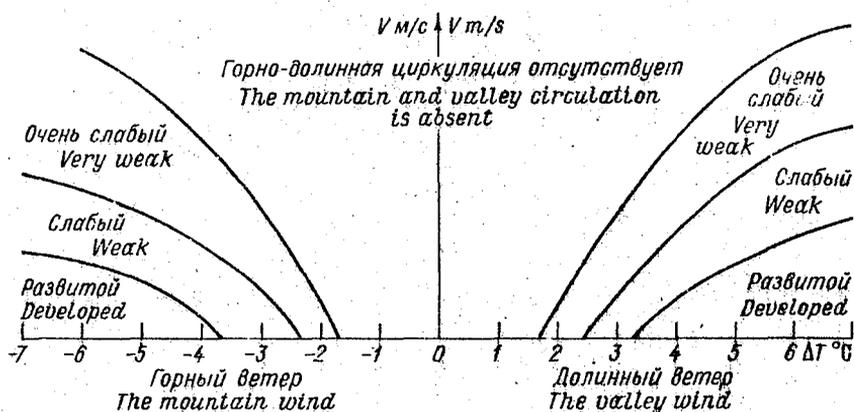


Рис. 6.4. Пример графика для прогноза горно-долинной циркуляции.

Fig. 6.4. An example of the graph to forecast mountain and valley circulation.

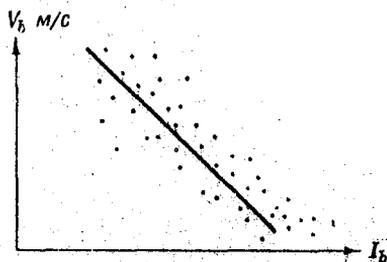


Рис. 6.5. Вид графика связи скорости ветра на береговой станции V_b с индексом бриза I_b .

Fig. 6.5. A form of the graphical relationship between the wind velocity at the shore station V_b and the breeze index I_b .

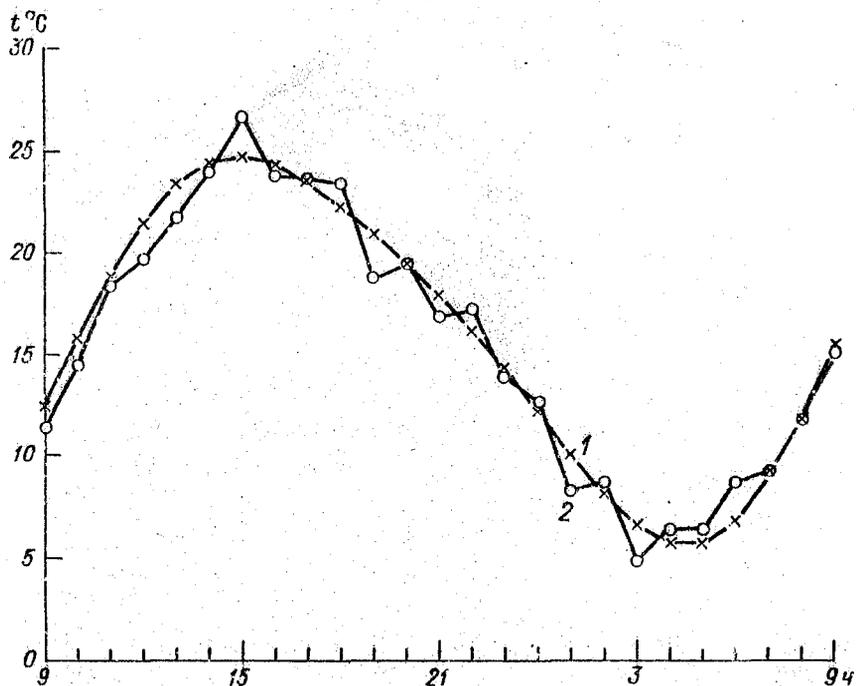


Рис. 7.1. Модельный квазиметеорологический временной ряд (2), содержащий смесь тренда и суточного хода (1), на которую наложен гауссовский случайный шум.

Fig. 7.1. Model quasi-meteorological time series (2) containing the mixture of trend and diurnal variation (1) with Gaussian random noise superimposed on it.

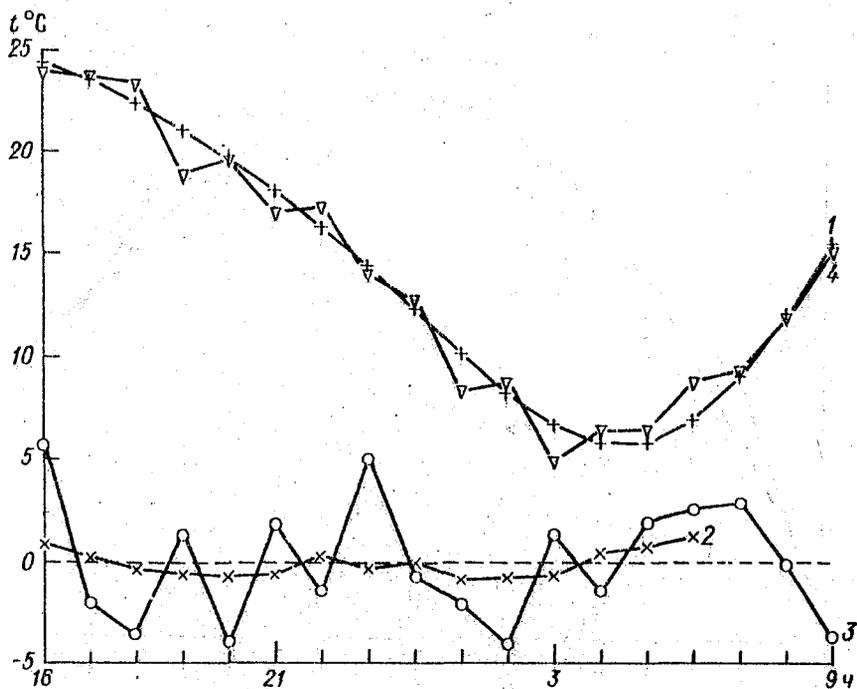


Рис. 7.2. Результаты обработки модельного случайного ряда сглаживающим фильтром (1) и экстраполирующим фильтром (4).
 2 - дисперсии ошибок сглаживания, 3 - экстраполяции.

Fig. 7.2. The results of model random series processing with the smoothing filter (1), and with the extrapolating filter (4).

2 is the dispersion of the smoothing errors, 3 is extrapolation errors.

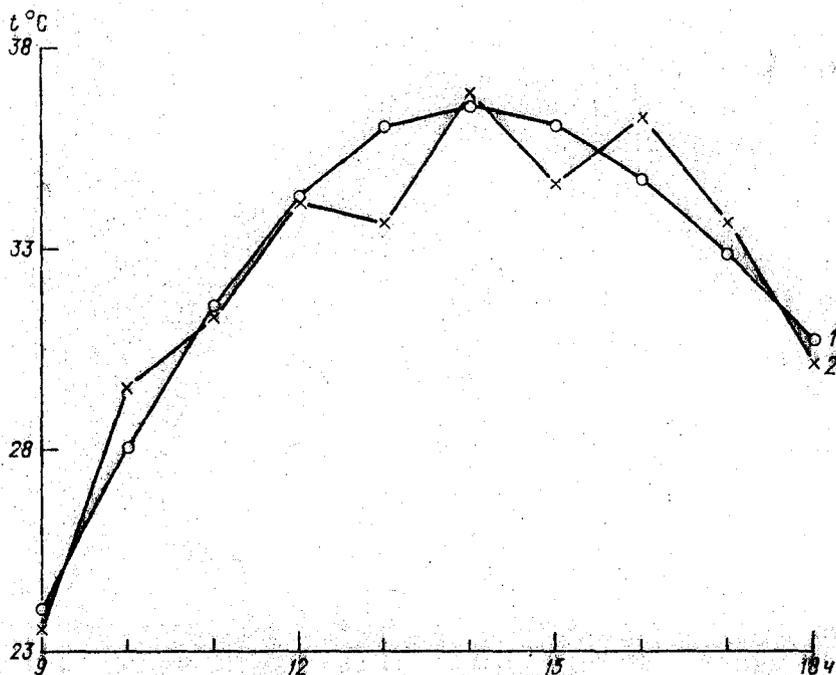


Рис. 7.3. Прогноз модельного суточного хода (1) по моделям адаптивного сглаживания, полученным по данным через каждый час за прошлые 24 ч на один час вперед, по данным через каждый час от 06 до 21 ч и через 3 ч от 21 до 06 ч следующих суток на один час вперед (кривые слились) и, наконец, по данным за утренние сроки 03, 06, 09 ч на весь оставшийся период до 18 ч (2).

Fig. 7.3. Prediction of the model diurnal variation (1) with the adaptive smoothing models obtained from the hourly data for the passed 24 hours, one hour ahead of the terms, from the hourly data from 6 a.m. to 9 p.m. (2), and from the every 3 hours data from 9 p.m. to 6 a.m. of the following day one hour ahead of the terms (3), and, finally, from the data at terms 3 a.m., 6 a.m., 9 a.m. for the rest of the period up to 6 p.m. (4).

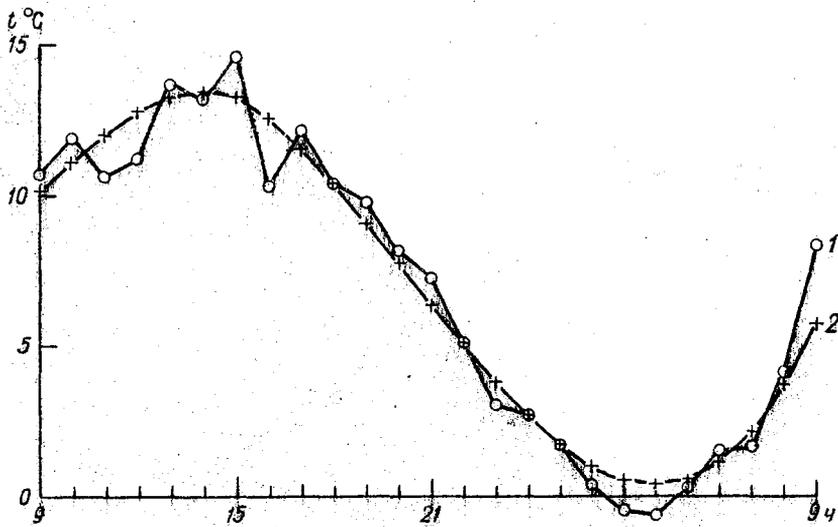


Рис. 7.4. Модельный квазиметеорологический процесс (1) и результат выделения и прогноза тренда температуры на 09 ч методом регуляризации с учетом расположения моментов экстремумов температуры и веса информации (2).

Fig. 7.4. Model quasi-meteorological process (1) and the result of the temperature trend isolation and prediction for 9 a.m. with the regularization method accounting for the positions of the temperature extremum times and availability and weight of the information needed (2).

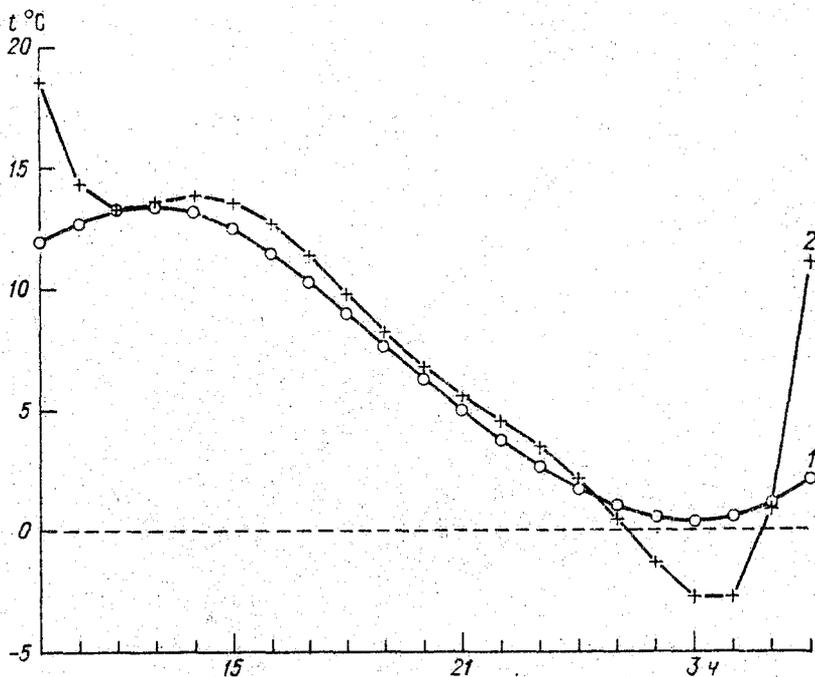


Рис. 7.5. Сравнение результатов выделения и прогноза тренда методом регуляризации (1) и методом построения интерполяционного полинома Ньютона (2).

Fig. 7.5. Comparison of the results of the trend isolation and prediction with the regularization method (1) and with the method of constructing Newton's interpolation polynomial (2).

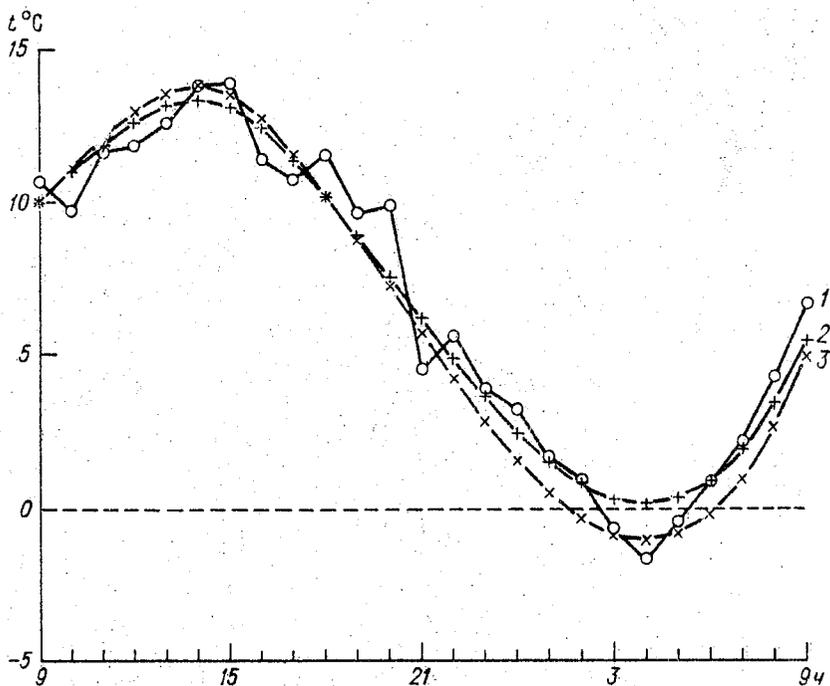


Рис. 7.6. Сравнение результатов восстановления тренда модельного процесса (1) по методу наименьших квадратов (2) и по методу регуляризации с учетом особенностей расположения максимумов (3).

Fig. 7.6. Comparison of the results of the model process trend reconstruction (1) from the method of least squares (2) and from the regularization method accounting for the maxima positions.

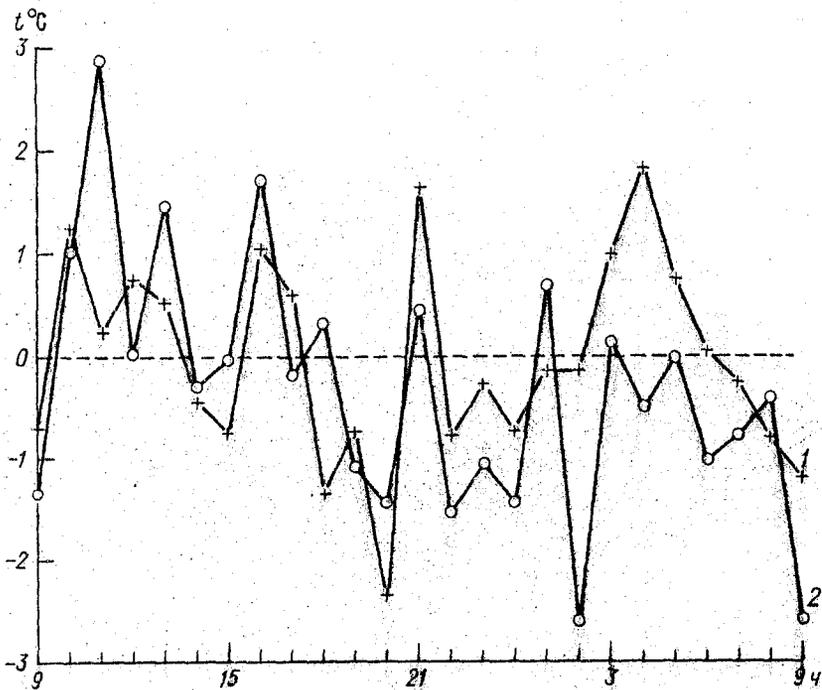


Рис. 7.7. Дисперсии ошибок восстановления тренда модельного процесса методом наименьших квадратов (1) и методом регуляризации (2).

Fig. 7.7. Error dispersion of the model process trend reconstruction with the method of least squares (1) and with the regularization method (2).

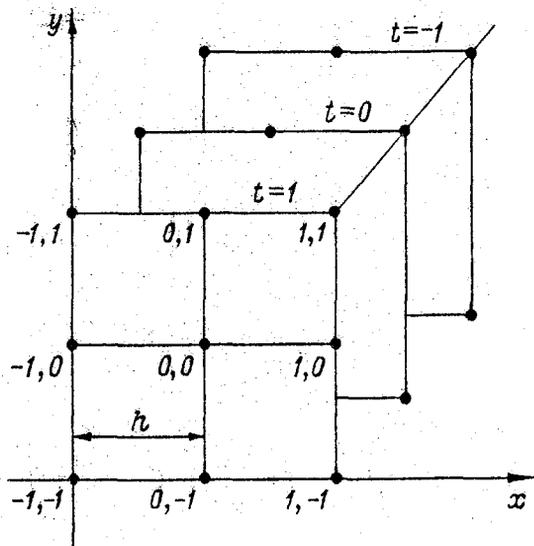


Рис. 8.1. Расположение точек локальной сетки во времени и на плоскости при численном дифференцировании в целях определения перемещения центра циклона по формулам кинематической экстраполяции.

Fig. 8.1. Local grid point positions in time and on plane on numerical differentiation aiming to determine displacement of a cyclonic centre from the formulas of kinematic extrapolation.

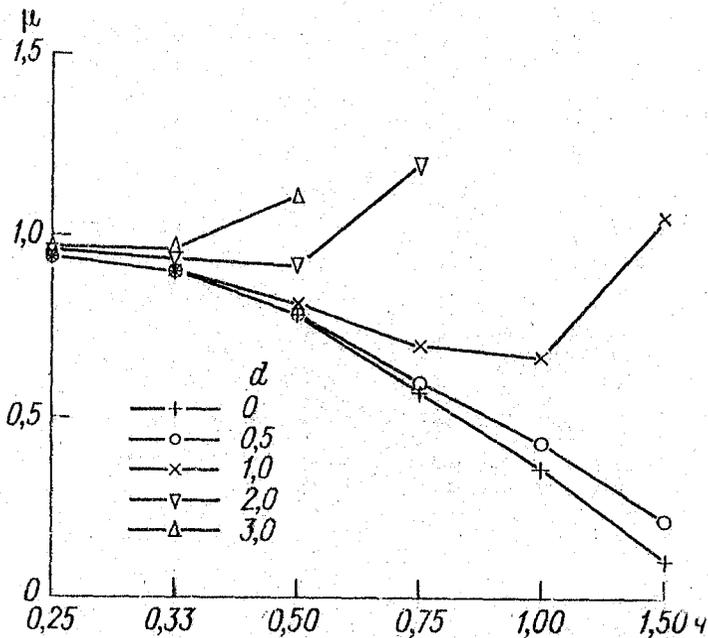


Рис. 8.2. Зависимость амплитудной ошибки $\mu(m, n)$ численного дифференцирования поля кругового циклона от шага сетки r и смещения g относительно истинного пункта, где нужна производная.

Fig. 8.2. Dependence of the amplitude error $\mu(m, n)$ of the circular cyclone field numerical differentiation on mesh width and displacement relative to the point where the derivative is needed.

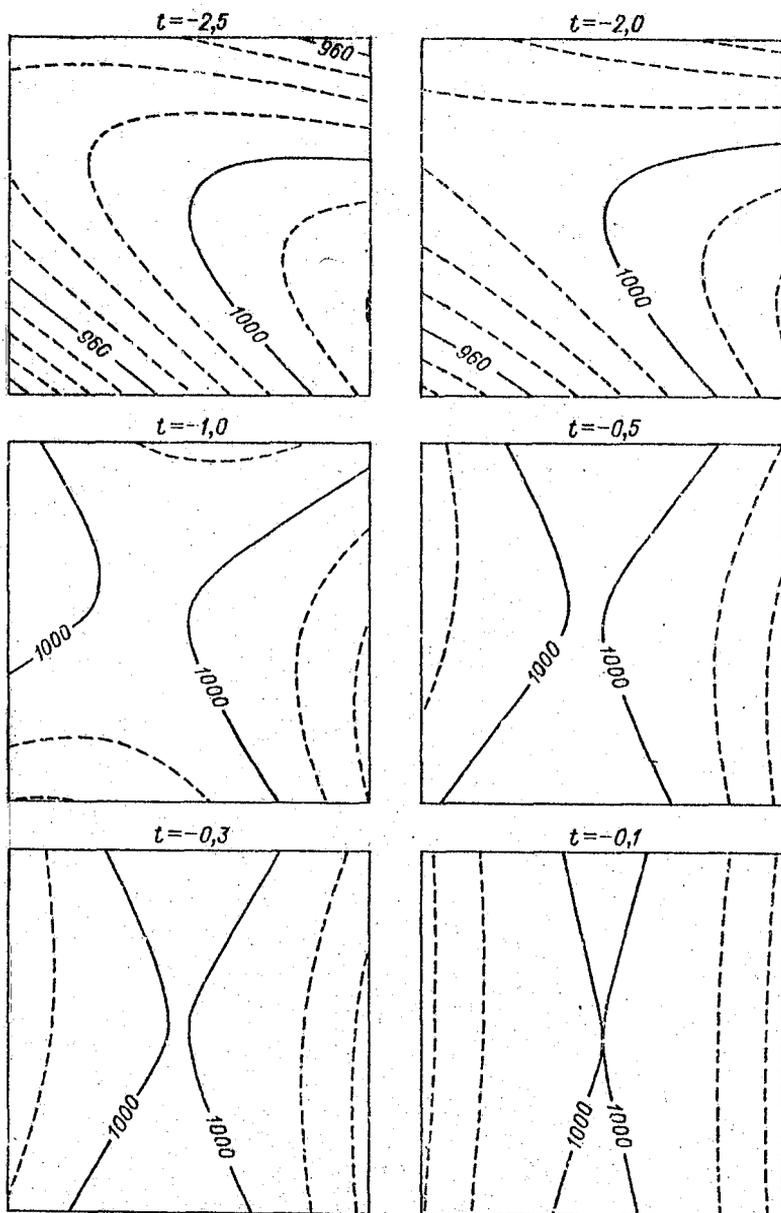


Рис. 8.3. Стадии преобразования типа особой точки барического поля. Разрушение антициклона.

Fig. 8.3. Stages of the baric field singular point type transformation. Anticyclone decay.

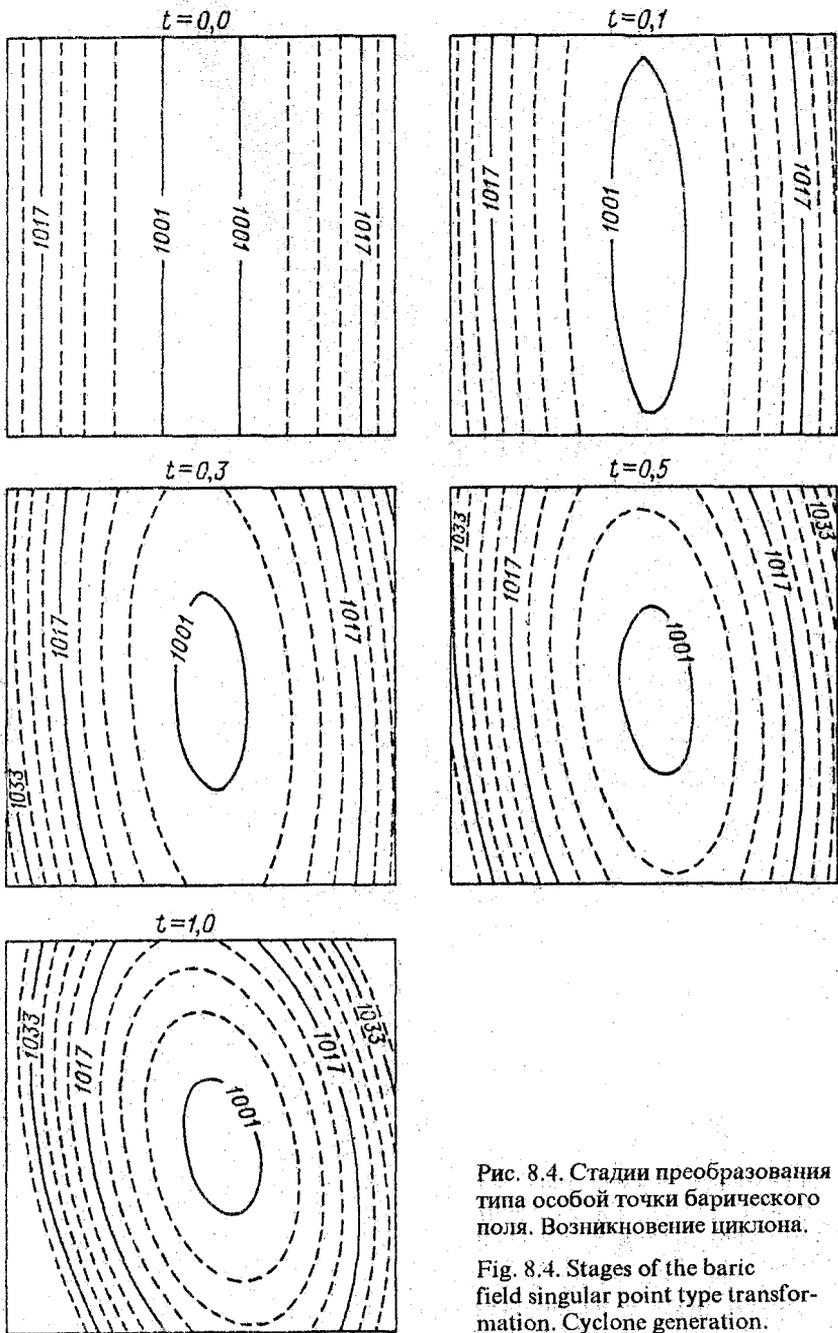


Рис. 8.4. Стадии преобразования типа особой точки барического поля. Возникновение циклона.

Fig. 8.4. Stages of the baric field singular point type transformation. Cyclone generation.

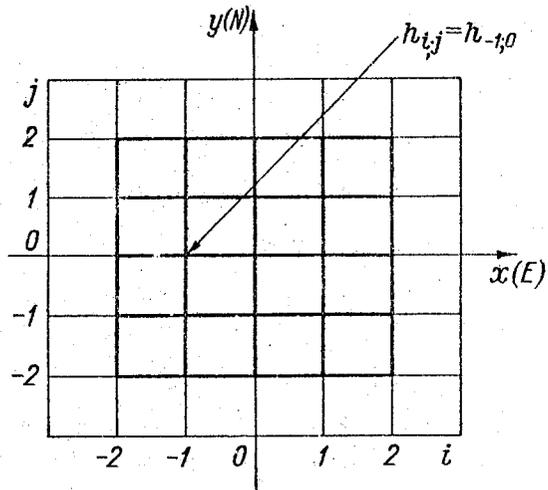
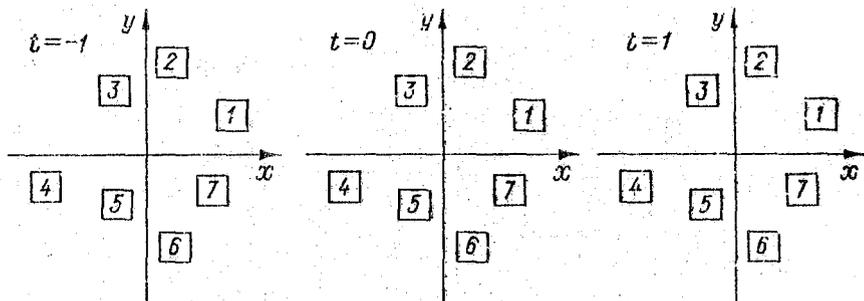


Рис. 8.5. Регулярная сетка с квадратными ячейками, рекомендуемая для численного дифференцирования высоты рельефа "Руководством по краткосрочным прогнозам погоды".

Fig. 8.5. Regular grid with the square cells recommended by the "Guide on Short-Range Weather Forecasts" for numerical differentiation of the relief heights.



n	01	02	03	04	05	06	07
x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
y	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
$f(-1)$	$f_{1,-1}$	$f_{2,-1}$	$f_{3,-1}$	$f_{4,-1}$	$f_{5,-1}$	$f_{6,-1}$	$f_{7,-1}$
$f(0)$	$f_{1,0}$	$f_{2,0}$	$f_{3,0}$	$f_{4,0}$	$f_{5,0}$	$f_{6,0}$	$f_{7,0}$
$f(1)$	$f_{1,1}$	$f_{2,1}$	$f_{3,1}$	$f_{4,1}$	$f_{5,1}$	$f_{6,1}$	$f_{7,1}$

Рис. 8.6. Расположение нерегулярной сети станций и макет набора данных для примера экстраполяции данных, расположенных на одном уровне, по времени.

Fig. 8.6. Disposition of irregular network of stations and a model of the data set for example of the time extrapolation of the data situated at the same level.

This work is an interesting and complete text on mesoscale meteorological processes and contains thoroughly quantitative approaches of very shortrange forecasting of mesoscale phenomena.

It should be of great value to many future students enabling them to apply the forecast methods contained here in to localities around the world and is certainly worthy of publication.

*Donald L. Morgan, PbO
Professor Emeritos,
Hydrometeorologist
Department of Geography
California State University, Fresno
Fresno, California 93740 — 0069 U. S. A.*

FOREWARD

The users of meteorological information are often interested in weather change at the nearest time just over objects they act at: stadium, airport, orchard, plantation, etc. The forecaster is requested to answer two questions: 1. What will weather be like over the object at a given time? 2. Would undesirable weather phenomena appear at the nearest hours over the object, and if they would, when would the phenomena commence and be over? Conceptually the forecaster is to make very accurate weather forecast for a very short time, indicating precisely the place and the time the expecting weather phenomena occur. Such kind forecasts are known as very shortrange forecasts. They are also called local forecasts, and the weather over a definite object or place is formed under influence of mesoscale processes (disturbances) or mesoscale features of the synoptic scale objects. Keeping up with the mesoscale features of the meteorological fields, their appearance in form of disturbances, with their displacement and evolution and related weather phenomena is the subject of this text-book.

The book does not pretend to scope all aspects of mesometeorology. It gives just some knowledge on organization and methods of shortrange forecasting in frame of the course delivering in the SHMI of RF. It is assume that those studying this course are familiar with general, dynamic and synoptic meteorology.

The book consists of three parts. The first part (chapters 1 and 2) is devoted to organization of the very shortrange forecasting and general principles of the local weather formation. In the second part (chapters 3—6) methods of the local weather prediction at various initial atmospheric condition are considered. The limited capacity of the book did not allow for exposing all techniques for mesoscale phenomena forecasting; therefore, only general principles of the forecasting were set forth here, and as examples, some particular forecasting techniques are expounded. The third part (chapters 7 and 8) presents the mathematical aspects of the very shortrange forecasting in general and some particular forecasting techniques.

Since the book is intended both for Russian and foreign students, it has been written in Russian and in English. Chapters 1—6 both versions (Russian and English) have written by G. Tarakanov, chapters 7 and 8 Russian version have been written by I. Rusin, and English version have been prepared by both authors jointly. The technique for cloud base height 10—20 minutes ahead had been developed by V. V. Klemin and G. P. Lutsenko. They kindly agreed it to be published in this book.

The authors express their gratitude to prof. Donald Morgan (USA) who took over the task of reviewing the book. They also acknowledge O. G. Garbusov and N. I. Resvova for the work done to make the manuscript ready for publication.

Chapter 1

ORGANIZATION AND MEANS FOR VERY SHORTRANGE FORECASTING. THE BASIC NOTIONS AND DEFINITIONS

According to the WMO standards, forecasts for a period of time equal to or less than 12 hours are called *very shortrange forecasts*. In some cases forecasts are made for even shorter periods of time. For example when very dangerous weather phenomena such as a tornado, hailstorm, or strong squalls are developing when servicing the aviation flights. In these cases the forecasts are prepared from three hours to a few minutes in advance. These forecasts are usually prepared with so called «overlapping», that is the forecasting for such a short time period is going on continuously involving at each time step some «fresh» information. For instance, a forecast is prepared for the period of time from 09 00 to 12 00, then updated for the period from 10 00 to 13 00 etc. Preparation of these overlapping and super shortrange forecasts is denoted by the term «*nowcasting*». This term also includes the present weather and it's environmental distribution, the synoptic condition and mesoscale disturbances and their movements. *Extrapolation, advection and meteorological field translation* methods are commonly used for nowcasting purposes.

Very shortrange forecasting includes a wider set of methods and techniques. To predict weather for periods of time up to 12 hours, one needs to use a variety forecasting tools, e. g.: synoptical (empirical), statistical and hydrodynamical models. These latter, in turn, require a great deal of precise data and can be implemented only with the aid of modern computational means.

All meteorological processes can be divided into four groups according to their space and time scales. There are macroprocesses (or planetary processes), synoptic scale processes, mesoprocesses and microprocesses. The scale characteristics of these four groups are given in the table 1.1.

The distance between stations within the standard meteorological network has the scale $\delta L=10^6$, and the observational time-scale (descreteness of observations) $\tau=10^4$. It is clear that the standard meteorological network can provide the information needed to trace and predict the movement and evolution of synoptic and planetary objects. Meanwhile, however, the local weather and

The atmosphere processes scales

Characteristic	Scale			
	macro-processes (planetary)	synoptic	mesoprocesses	microprocesses
L m	10^7	10^6	10^5-10^4	$<10^3$
U m/s	10^1	10^1	10^1	10^1
τ s	10^6	10^5	10^4-10^3	$<10^2$

Note. In the table L is the horizontal scale, T is the time scale, U is the wind speed scale.

particularly dangerous phenomena are caused by meso and/or micro disturbances. For the sake of brevity, we will call them small disturbances and denote them by letters SD.

To detect and trace SD with some success, a special *Information Obtaining System* (IOS) is necessary. This system should be somewhat different from the traditional one for collecting synoptic meteorological data. Recently available technical means have made it possible to design and create the IOS which, in principal, could supply the necessary data with rather good space and time resolution. Actually, if required, the information could be obtained uninterrupted. An IOS can include:

- a) A network of Radar stations.
- b) Satellite observations.
- c) A network of surface automated meteorological stations situated a short distance apart from each other.
- d) A network of sounding stations (Radiosondes, acoustic soundings, lazer soundings).

Such an IOS gives a huge amount of information. One can not expect the forecaster to be able to process all of this information in a short time in the traditional manner. Note that available new radar and satellite data are not used very effectively, since the time interval between observation and availability can be rather long. The forecaster does not have time to process the data properly. Therefore, a system is needed for *data collecting, adopting and processing in a short time period*. This system, which we will call DCAPS, should also include a feature allowing for the presentation of the processed information in a form suitable for users. The system must be based on a set of computers, which allows the forecaster to collect and process the data in seconds and to display the results of this processing in the form of graphs, maps, schemes or in digital format.

THE REQUIREMENTS OF IOS AND DCAPS

The requirements of IOS and DCAPS depend upon the type of SD we want to detect, to trace and predict. Suppose, we have decided to detect *downward wind gusts* beneath cumulonimbus cloud (Cb). Ideally, we would need to have a network with grid points of observation the order of hundreds of meters apart from each other. Economically, it is hardly possible at present to have such a closely spaced network. Probably it would suffice to detect and forecast the SD with minimal horizontal sizes of 10^1 km and a typical life time of not less than 10^2 — 10^3 seconds, such as «*explosive*» *cyclogenesis, atmospheric fronts, squall lines, and Cb cloud clusters*. Then, the requirements for the space resolution would be much lower. In this case, the distance between points of observation can have the order of magnitude 10^0 — 10^1 km within the area of the denser network, where the forecast point is in the center. A time resolution of 10^1 min seems to be sufficient. However, such frequent observations are not economically justified for all meteorological elements. Perhaps cloudiness and precipitation, which are subject to high variability, can be observed, every 10 minutes. The other elements can be measured with somewhat lower time resolution: for example one observation per hour. *If necessary, the detailed structure of these values can be restored with the aid of hydrodynamic equations.*

The IOS and DCAPS constitute the informational bases for nowcasting and very shortrange forecasting. To make these forecasts, another system is needed. Let us call it the very shortrange forecasting system (VFS).

The important feature of the very shortrange forecasts is that forecasts must be intended for a definite site such as an airport, a sea port, a stadium, a pasture or a building-square and must contain an indication of the time when the expected phenomenon will begin at the site. It is also desirable to indicate the phenomenon intensity. Any user would like to know whether the phenomenon will take place over his site and, if so, when it will start. If the predicted phenomenon has occurred, but not at the very site and/or the time expected, the forecast is considered to be unsuccessful. This means that the requirements for the very shortrange forecasts are much higher than those of regular shortrange forecasts. Taking into account the higher degree of requirements, the very shortrange forecasting system can be composed of two components, reflecting a definite order in the forecasting process. *The first component* includes the methods and techniques used to predict the formation of small disturbances or weather phenomena which do not exist within the region of interest at the initial moment in time. *The second component* includes the methods and techniques used to forecast the SD or weather phenomenon movement and evolution as soon as it was detected and recognized

as the expected object (or its «germ») by the IOS and DCAPS. If it is the «germ», the trace for it is to be continued. The ultimate aim is to indicate the intensity of the phenomenon and the time of its beginning at the given site.

The function of these two components can be illustrated by an example. Imagine that an afternoon thunderstorm is predicted by the first component of forecasting using the morning observed data. However, the place and time of the storm cloud's formation remains unknown. Naturally, nothing can be said as to whether the storm will be at the spot of interest. Therefore, the IOS and DCAPS must be set to monitor all forming disturbances. As soon as these systems detect a «suspicious» object, all the information on that object is immediately transmitted to the forecasting center. At the center, using the second forecasting component, we can expect to recognize whether or not the «suspicious» object is the thunderstorm «germ». If it is the «germ», first the tracking of it is to be continued and second its movement and evolution are predicted with the aim of determining whether the thunderstorm will come over the point of interest and, if so, when it may begin.

The first VFS component includes:

- a) Methods of numerical forecast interpretation used to predict SD formation, if this procedure does not fit directly into the numerical forecasting scheme.
- b) Mesoscale dynamical weather forecasting models.
- c) Mesoscale statistical forecasting models.
- d) Synoptic models for weather element forecasting.
- e) Objective (automated) techniques for the current synoptic situation recognition.

The second VFS component includes:

- a) The means for the forming SD type recognition.
- b) Extrapolation procedures to predict the SD movement and evolution in the super short time periods from a few minutes up to 3 hours.
- c) The procedure for calculating advection and translation of the meteorological fields.
- d) The forecasting procedures based on the discriminant analyses techniques.

Of course, all of these operations are made with the aid of a computer and the results displayed in a suitable form for the forecaster.

The role of the forecaster can be described as follows:

He is to synthesize the various types of diagnostic and prognostic outputs, to make logical analyses of incoming information, to choose the forecasting model, to correct the model forecast on the bases of the current weather observation, and to make a final decision on the forecast formulation.

The scheme for the very shortrange forecasting organization is represented on the figure 1.1.

When choosing a forecasting model, the forecaster should be directed not only by a definite prognostic task, but he must take into account some specific features of the models used together with the quality of the initial data.

The mesoscale forecasting models currently available can be divided into two classes.

Class I are the dynamic models for SD or phenomena which are formed under the influence of the respective space distribution of meteorological values. It is natural that the proper operation of the models requires that the initial data be from a more dense network of stations and that the observations be made more frequently than those for regular observation. In this case the following rule is applicable: *the smaller the scale of a phenomenon, the more dense the observational network must be and the more often the observations must be made.* In the ideal case, the observations should be continuous in space and time. They should also be made without errors, and the coordinates of the observational points should be determined with absolute accuracy as well.

This ideal is impossible to reach at the present time. This is why the realization of dynamic models brings about a problem known as the «signal» to «noise» relation. Let us clarify this problem using an example.

Suppose, in course of a model realization there is a need to calculate a wind speed gradient component determined by the derivative $\frac{\partial U}{\partial x} \approx \frac{U_1 - U_2}{x_1 - x_2}$. The wind speeds as well as the point 1 and 2 coordinates are determined with some degree of error. Then

$$U_1 = \bar{U}_1 + \delta U_1; \quad U_2 = \bar{U}_2 + \delta U_2;$$

$$x_1 = \bar{x}_1 + \delta x_1; \quad x_2 = \bar{x}_2 + \delta x_2.$$

(the bar above letters denotes the true value) and

$$\frac{\partial U}{\partial x} \approx \frac{(\bar{U}_1 - \bar{U}_2) + (\delta U_1 - \delta U_2)}{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + (\delta x_1 - \delta x_2)}. \quad (1.1)$$

In the expression (1.1) $(\bar{U}_1 - \bar{U}_2)$ and $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$ are the true values of the difference or «signal», and $(\delta U_1 - \delta U_2)$ and $(\delta x_1 - \delta x_2)$ are the incorrectnesses or «noise». In an unfortunate case when the errors have different signs, the «noise» value can become rather large. On the other hand, the smaller distance between the points 1 and 2, the smaller the «signal» value. It may occur that the «signal» would become equal to the «noise» at some small value of $\delta x = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$. Further decreasing the value of δx will lead to a situation when the «signal» is less than «noise». In such cases a filtering procedure used in the model may filter out the

«signal» and leave the model using the «noise», thus giving erroneous results. Therefore, even the most sophisticated dynamic models require the use of the most accurate and detailed initial information and can be implemented only for forecasting rather large disturbances.

Class II are the models of phenomena and processes, the development of which depend mostly upon orographic features: the sea—land boundary, mountain ridges, hills, large cities etc. These models take into account the impact of surface nonhomogeneities (nonhomogeneous features) on the mesoprocesses and thus allow for the prediction of orographic precipitation, bora, breezes and other similar phenomena. Of course, the same type of initial information is also needed for running the models. However, the requirements for the accuracy of the information are much less than those of the class I models.

Statistical forecasting methods also play an important role. The prognostic relations are received in the form of regression equations. Discriminant functions are also widely used. When developing statistical forecasting techniques, the selection of predictors seems to be the most important action. Usually, this method requires a large volume of archive data. Somewhat limited collections of initial data makes the selection of predictors as well as statistical relations nonreliable. It should be noted, however, that no matter what the initial material that is used, one must keep in mind that statistical relations do not remain constant. They usually become invalid with the passing of time. This statement can be explained using an example.

Suppose, that on the bases of a ten-year series of observations (let say from 1971 to 1980) a statistical relation in the form of a regression equation for a value S prediction was derived

$$S_{t_0+\delta t} = \sum_{i=1}^n a_i P_i,$$

where a_i are the regression coefficients, P_i are the predictors.

If we derive a similar relation with the same predictors for another ten-year series of observation (let say from 1981 to 1990)

$$S_{t_0+\delta t} = \sum_{j=1}^n a_j P_j,$$

then it is not necessarily

$$a_i = a_j.$$

It is rather probable to get $a_i \neq a_j$.

In other words, any existing statistical relationship, as well as empirical formula based on them, must be constantly improved by introducing some «fresh» data. It is worthwhile to add that many statistical relations are of a local nature, that is they are

applicable only at the definite site. Therefore, before using a statistical technique one must check it to be sure the technique is valid for the appropriate place and time case.

All features of the forecasting models mentioned above, including statistical techniques must not be forgotten when choosing the forecasting means scheme.

Chapter 2

LOCAL WEATHER FORMATION

The weather observed at a definite location, for example an airport, a sea port, a part of agricultural field, a town or a part of city, is called *the local weather* (LW). In some cases it may not differ from the weather in adjoining areas while in other cases it will have its own character. In the latter cases the LW is influenced both by a small disturbance (SD) and some local conditions. The local conditions can be of different kinds, but as rule they are all of an orographical nature. The most important role is played by the synoptic background. The small disturbances are formed under the impact of the larger scale processes. The SD formation depends to a significant degree, upon the properties of the air mass (masses) that are formed in and upon the orographic features of the region. The scheme of a local weather phenomenon formation process (see Fig. 2.1) can be presented as follows: a macrometeorological process causes the generation of the synoptic scale processes and air mass properties characteristics. Within the acting air mass one or several small disturbances may appear. The movement and evolution of the disturbances are controlled both by the synoptic scale processes and by local conditions. The latter may include orography, town «warm islands», human activity or underlying surface features. In a number of cases, small disturbances are generated by local conditions only, and these disturbances are typical for the given particular place. An example of such a disturbance is a breeze circulation and associated phenomena (see Chapter 6, page 231).

Let us consider an example of a SD forming. Suppose, there is a long band (zone) with large temperature gradients which go almost around the globe. Let us call it the Planetary Frontal Zone (PFZ). The zone separates cold and warm air masses. The Rossby waves, developing within this PFZ, promote the generation of lows or anticyclones and create some instability within the northerly air flow where cold air flows over the warm underlying surface and reinforces the stability within the southerly air flow where warm air flows over the cold underlying surface. These lows create, in turn, the conditions for the occurrence of convergence and thus promote static instability that leads to developing secondary cold fronts, squall lines and other mesoscale convective complexes

(MCC). The convective complexes move along in the air flow formed by the synoptic scale objects within the lower and middle troposphere. MCC are intensified by convergence and weakened by divergence (see page 178—179). The development of convection depends also on the air mass humidity. The more humid the air mass, the more intense will be the convection forming process.

The air pressure background and atmospheric pressure tendencies play an important role in SD generation. Low pressure and negative pressure tendencies are favourable for MCC formation and strengthening. They also intensify widespread precipitation and serve as an indicator of the wind speed increase. On the other hand, high pressure and positive pressure tendencies are not favourable for MCC development or for widespread precipitation. However, under high humidity condition this situation may lead to some fog formation during the night time.

The above considerations allow us to derive the parameters or their combinations indicating favourable conditions for the development of various SD and non-favourable conditions for others.

1. The parameters of the circulation conditions. It is helpful to differentiate the two types of circulation conditions: cyclonic circulation and anticyclonic circulation with the framework of a synoptic scale process. The simplest way to determine the circulation type is to calculate the geostrophic vorticity value

$$\Omega_g = \frac{1}{\rho l} \nabla^2 P, \quad (2.1)$$

where ρ is the air density, $l=2\omega \sin \varphi$ is the Coriolis parameter, $\nabla^2 P$ is the pressure Laplasian. When $\Omega_g > 0$ cyclonic circulation is taking place; when $\Omega_g < 0$ anticyclonic circulation is taking place. It is convenient to compute the non-dimensional circulation factor as

$$\Omega = \frac{\Omega_g}{|\bar{\Omega}_g|}, \quad (2.2)$$

where $|\bar{\Omega}_g|$ is the average absolute value of the geostrophic vorticity that provides a probability of disturbance occurrence. When an anticyclonic condition is taking place, the inversions forming have been considered as the disturbance occurrence. For example, $|\bar{\Omega}_g| = 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ for the North—West of Russia at the probability $P \geq 0.2$.

2. The parameter of static stability. The value of the static stability parameter is the most important indicator allowing us to judge whether disturbances will be formed. Both the instability case and the considerable stability case of the atmosphere are considered dangerous in the sense of the potential for disturbance

occurrence. In the case of an unstable atmosphere, the MCC may be generated, and in the case of the stable atmosphere, low cloudiness (in winter), fogs and atmospheric pollution may occur.

When estimating the atmospheric stability for the supershort-range forecasting, the traditional method, that is comparison of the actual and adiabatic (saturated adiabatic) vertical temperature gradients, is not convenient. Usually, it is recommended that various indexes of stability be used. The index of equivalent static stability, Γ_e , is frequently used

$$\Gamma_e = \frac{\Theta(\Theta_{eu} - \Theta_{el})}{\Theta_e \Delta z}, \quad (2.3)$$

where $\Theta = T(1000/p)^{0.286}$ is the potential temperature in K; p is the atmospheric pressure in hPa, $\Theta_e \approx \Theta_{exp}(Lq_s/C_p T_h)$ is the equivalent-potential temperature; $L \approx 2.5 \cdot 10^6$ J/kg is the latent heat of condensation; q_s is the specific humidity, kg/kg; $C_p \approx 10^3$ J/(kg·K); T_h is the air particle temperature adiabatically brought to its saturation; indexes « u » and « l » denotes upper and lower boundary of the layer respectively.

- If $\Gamma_e > 0$ the atmosphere is stable;
- if $\Gamma_e = 0$ the atmosphere is neutral;
- if $\Gamma_e < 0$ the atmosphere is unstable.

The index Γ_e is calculated for every layer between standard isobaric surfaces, the lowest level being the ground surface. However, in case of a ground inversion, the upper level of the inversion is taken as the lowest level. It is also convenient to represent this index as non-dimensional

$$\Gamma = \frac{\Gamma_e}{\bar{\gamma}}. \quad (2.4)$$

Here $\bar{\gamma}$ is the value of long-standing average vertical temperature gradient for the particular layer. This value can be easily found in a climatic reference book.

3. The parameter of dynamic instability. The dynamic instability of the atmosphere is one of the necessary conditions for the synoptic scale disturbance formation. However, directly or indirectly, it participates in the SD generation. For example, when mesocyclones develop the dynamic instability directly influences the degree of their development. Arising with large scale cyclogenesis process, the dynamic instability indirectly influences, by this action, a SD appearance, since the developing cyclonic circulation promotes the necessary static instability (see page 187—188).

There are many different indexes to estimate quantitatively the dynamic instability. The most general index is

$$DI = \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial n} + \frac{\partial^2 V}{\partial n^2} + \frac{l^2}{\sigma} \frac{\partial^2 V}{\partial p^2}, \quad (2.5)$$

This index includes both the barotropic instability (the first and the second terms in the righthand part of the equation (2.5)) and the baroclinic instability (the third term). The barotropic terms can be neglected in areas situated in extratropical latitudes because they are at least an order of magnitude less than the third term.

In the (2.5), R is radius of streamline curvature; V is wind vector; n is a normal to streamlines, it directed to the right from the flow; $l=2\omega \sin \varphi$ is the Coriolis parameter;

$$\sigma = \frac{\partial \Phi}{\partial P} \frac{1}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial P},$$

where φ is geopotential, P is atmospheric pressure, Θ is potential temperature.

Since $\Phi = gz$, then $\partial \Phi / \partial P \approx (z_l - z_u) / \Delta P$, where ΔP is the thickness of a layer (in Pa), and indexes « l » and « u » denote the lower and upper boundary of the layer respectively. Similarly

$$\frac{\partial \Theta}{\partial P} \approx \frac{\Theta_l - \Theta_u}{\Delta P}.$$

Considering a definite layer, for example, 500—850 hPa

$$\sigma \Big|_{850}^{500} = \frac{g}{\Theta} \frac{(z_{500} - z_{850})(\Theta_{500} - \Theta_{850})}{12.25 \cdot 10^8}$$

or, adopting $g=9.8$ m/s² and $\Theta \approx 3 \cdot 10^2$ K

$$\sigma \Big|_{850}^{500} \approx 2.7 \cdot 10^{-11} (z_{500} - z_{850})(\Theta_{500} - \Theta_{850}). \quad (2.6)$$

For the same layer

$$\frac{\partial^2 V}{\partial P^2} \Big|_{850}^{500} \approx \frac{1}{1.75 \cdot 10^8} \left[\frac{V_{850} - V_{700}}{1.5} - \frac{V_{700} - V_{500}}{2} \right]$$

or, denoting $V_{850} - V_{700} = V_1$ and $V_{700} - V_{500} = V_2$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial P^2} \Big|_{850}^{500} = \frac{2}{5.25 \cdot 10^8} [V_1 - 0.75V_2]. \quad (2.7)$$

Here, V_1 is the vertical wind shear in the 700—850 hPa layer, and V_2 is the vertical wind shear in the 500—700 hPa layer. The vectors' V_1 and V_2 magnitudes can be calculated as

$$V_1 = \sqrt{V_{700}^2 + V_{850}^2 - 2V_{700}V_{850} \cos \alpha_1},$$

where α_1 is the angle between wind directions at levels 850 and 700 hPa;

$$V_2 = \sqrt{V_{500}^2 + V_{700}^2 - 2V_{500}V_{700} \cos \alpha_2};$$

where α_2 is the angle between wind directions at levels 700 and 500 hPa.

These vectors' directions can be determined as

$$d_1 = d_{850} \pm \arccos \frac{V_{850} - V_{700} \cos \alpha_1}{V_1};$$

$$d_2 = d_{700} \pm \arccos \frac{V_{700} - V_{500} \cos \alpha_2}{V_2}.$$

The upper sign is used as wind turns to the left with height and lower one — as wind turns to the right. The expression (2.7) can be represented as

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} \right|_{850}^{500} = \frac{2 \sqrt{V_1^2 + (0.75 V_2)^2 - 1.5 V_1 V_2 \cos |d_1 - d_2|}}{5.25 \cdot 10^8}. \quad (2.8)$$

Substituting (2.8) and (2.6) to (2.5), we receive

$$DI_{850}^{500} = \frac{3 \cdot 10^{-6} (\sin \varphi)^2 \sqrt{V_1^2 + (0.75 V_2)^2 - 1.5 V_1 V_2 \cos |a_1 - a_2|}}{(z_{500} - z_{850}) (\Theta_{500} - \Theta_{850})}. \quad (2.9)$$

Here, φ is the latitude of the site where sounding was made (the site the DI value is calculated for).

The formula (2.9) is intended for the DI calculation in the layer 500—850 hPa. If there is a need to calculate this value for some other layer, then, while keeping the same form of the formula, one should recalculate the numerical values of the coefficients. For instance, for the layer 300—700 hPa

$$DI_{700}^{300} = \frac{2.6 \cdot 10^{-6} (\sin \varphi)^2 \sqrt{V_2^2 + V_3^2 - 2 V_2 V_3 \cos |a_2 - a_3|}}{(z_{300} - z_{700}) (\Theta_{300} - \Theta_{700})}. \quad (2.10)$$

Here, $V_3 = \sqrt{V_{300}^2 + V_{500}^2 - 2 V_{300} V_{500} \cos a_3}$ is the wind shear vector magnitude in the 300—700 hPa layer, a_3 is the angle between wind directions at levels 300 and 500 hPa;

$$d_3 = d_{500} \pm \arccos \frac{V_{500} - V_{300} \cos a_3}{V_3}$$

is the wind shear vector direction; d_{500} is the wind direction at 500 hPa level.

The upper air sounding data is used as the initial information to calculate the DI value. Let us follow the algorithm of the DI calculation using the initial data which are given in the Table 2.1 as an example.

1. The values of Θ_{850} and Θ_{500} are calculated

$$\Theta_{850} = (273.2 + 7.2) \left(\frac{1000}{850} \right)^{0.286} = 293.8 \text{ K};$$

Table 2.1

The upper air sounding data 30.07.84, Archangel ($\varphi=65^\circ\text{N}$)

z	P	T	d	V
1470	850	7.2	160	11
3040	700	-4.1	180	10
5650	500	-18.3	170	15

$$\Theta_{500} = (273.2 - 18.3) \left(\frac{1000}{500} \right)^{0.286} = 311.1 \text{ K.}$$

2. $(\Theta_{500} - \Theta_{850}) = 17.3 \text{ K.}$

3. The a_1 and a_2 values are calculated; $a_1 = |180 - 160| = 20^\circ$;
 $a_2 = |170 - 180| = 10^\circ$.

4. The magnitudes and directions of the wind shear vectors in 700–850 and 500–700 hPa layers are calculated.

$$V_1 = \sqrt{11^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 11 \cdot \cos 20^\circ} = 3.8 \text{ m/s;}$$

$$d_1 = 160 - \arccos \frac{11 - 10 \cdot \cos 20^\circ}{3.8} = 95^\circ.$$

Here, the sign minus is taken since the right turn of the wind occurs:

$$V_2 = \sqrt{15^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 10^\circ} = 5.4 \text{ m/s;}$$

$$d_2 = 180 + \arccos \frac{10 - 15 \cdot \cos 10^\circ}{5.4} = 331^\circ.$$

Here, the sign plus is taken since the left turn of the wind occurs.

5. Now, all the necessary data are in hand, and the value DI_{850}^{500} can be determined by the formula (2.9):

$$\begin{aligned} DI_{850}^{500} &= \\ &= \frac{3 \cdot 10^{-6} (\sin 65^\circ)^2 \sqrt{3.8^2 + (0.75 \cdot 5.4)^2 - 1.5 \cdot 3.8 \cdot 5.4 \cdot \cos |331 - 95|}}{(5650 - 1470) \cdot 17.3} \\ &= 2.36 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}. \end{aligned}$$

The second example (Table 2.2) you should try to do yourself.

If there are no mistakes in your calculations, the result will be $DI_{850}^{500} = 0.9 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

The expression (2.5) suggests the DI value has dimension $\text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Following the above adopted rule, let us bring the dynamic instability index to a non-dimensional form. For this purpose, the DI should be divided by its critical value, i. e.

Table 2.2

The upper air sounding data 30.07.84. Moscow ($\varphi=56^\circ\text{N}$)

z	P	T	d	V
1410	850	5.0	300	2
2970	700	-2.3	160	2
5580	500	-15.9	150	13

$$D = \frac{DI}{|DI|_{\text{kr}}} \quad (2.11)$$

Here D is the non-dimensional dynamic instability index; $|DI|_{\text{kr}}$ is that minimum DI value which allows for a cyclogenesis development. Experience suggests $DI \approx 10^{-10} \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Therefore,

$$D = \frac{DI}{10^{-10}} = 10^{10} DI. \quad (2.12)$$

The atmosphere may be considered as dynamically unstable when $D \geq 1$.

The third term of the (2.5) by its nature indicates a temperature contrast. When considering the mesoscale process it is worth estimating the dynamic instability in the zones where the local horizontal temperature gradient is rising: for example at snow cover boundaries, at land—sea boundary bands, and at cloud cover margins.

The type of circulation and the static and dynamic instability determine the whole range of possible mesoscale disturbances and local weather conditions. Of course, the possibility and its realization are not quite the same. In order to judge the existing possibility for the SD development it is necessary to take into account air humidity, pressure background and local conditions.

Let us now discuss the conditions for the air to obtain static instability. As it is known from Dynamic and Synoptic meteorology, conditional instability can be caused when the air reaches the saturation state. To bring the air into this state a certain amount of water vapour must somehow be injected into the air or the air must be adiabatically cooled to the dew point temperature. In other words, moisture convergence and/or ascending motions are needed. The latter appears as a consequence of the convergence process or under the influence of orographic lifting. Hence, the occurrence of conditional instability requires $\text{div } \mathbf{V} < 0$ and/or orographically induced ascending motions.

Unfortunately, it is known that divergence (convergence) computations are far from the accuracy needed. Sometimes the signs of divergence even appear to be wrong. Therefore, it may be worthwhile to estimate the divergence (convergence) indirectly.

Convergence in the lower part of the troposphere occurs if cyclonic circulation in a low pressure field is observed. However, convergence does not necessarily occur in cyclonic circulations associated with higher pressure fields. In this case, the use of the sign of the pressure tendency (P_t) is recommended. If $P_t < 0$ one may assume $\text{div } \mathbf{V} < 0$; in the opposite case, most likely $\text{div } \mathbf{V} > 0$. The scheme shown in the figure 2.2 will be of some assistance in determining the sign of the divergence.

In addition, convergence may arise in the air flow above the boundary of two surfaces with different roughnesses. For example, it may arise along the boundary of «sea—land» when wind flows toward the surface with the greater roughness, i. e. from sea to land, or when it blows parallel to the boundary so that the rougher surface is on the right side of the direction of the air flow.

Conditional instability may exist independently of any other factors on upwind slopes.

Miscalculations concerning the possibility of the formation of convective disturbances are usually related to the fact that the state of the atmosphere is continuously changing. Suppose at a time t_0 , the atmosphere is stable or unstable. At a short time later $t_0 + \Delta t$, it can become unstable or stable because of air circulation conditions or day heating or night cooling of the surface layer. To take into account heating or cooling, one should predict the maximum or minimum temperature (see page 244—249) and dew point temperature, and introduce their values into the index Γ calculation scheme. Accounting for the circulation condition is much more difficult. A generalized index, indicating the possibility or impossibility of convective disturbance formation, can be determined by the following formula

$$C = [(\Gamma - \Omega) \sqrt{\Gamma^2 + \Omega^2}] e^{-2\Gamma}. \quad (2.13)$$

If $C \leq 0$, convective disturbances are possible; if $C > 0$, convective disturbances are impossible.

The more negative the value of C , the more probable that a disturbance will occur; the more positive the value of C , the less probable that a disturbance will occur. One should keep in mind, however, that the formula (2.13) is not intended to forecast a specific phenomenon. It simply estimates the degree of readiness of the atmosphere to generate disturbances. This will be more clear with the use of some examples.

Example 1. Suppose, using the data of a morning sounding, $\Gamma = -1.0$, and from the morning weather map $\Omega = 0.66$. Then

$$C = [(-1.0 - 0.66) \cdot \sqrt{1 + 0.44}] e^{-0.66} \approx -1.03.$$

Here, convection development is possible without any doubt, as $\Gamma < 0$ and the circulation will allow for the realization of the instability ($C < 0$).

Example 2. Suppose, $\Gamma = -0.6$, and $\Omega = -1.0$. The atmosphere is conditionally unstable, but the circulation is of anticyclonic character. Descending motion would decrease the static instability. As a result

$$C = [(-0.6 + 1.0) \cdot \sqrt{1 + 0.36}] e^{-0.6} \approx 0.26.$$

Since $C > 0$, the development of convective phenomena is hardly possible.

The final judgment on convective disturbance development can only be made by taking into account the humidity and pressure background.

The following dimensionless value can be used as a humidity index

$$R = \frac{r_a - r_h}{\bar{r}} \quad (2.14)$$

Here, r_a is an actual value of the relative humidity at the initial time; r_h is that minimum value of the relative humidity which allows for a disturbance to be developed within the given region.

(For St. Petersburg $r_h = 60\%$); \bar{r} is the multi-year mean value during the day time at the given point.

The dimensionless value

$$PP = A \sqrt[3]{\frac{P - P_N}{P_N}} \quad (2.15)$$

can be used as a pressure background index. Here, A is a coefficient which is to be selected for each region. For the northwestern (NW) region of Russia it turns out to be 2.4; P is the atmospheric pressure at the initial time; P_N is the climatic norm of the pressure value for the given point.

One of the possible ways of accounting for all factors can be based on the computation of convection development regional indexes:

$$I_c = \frac{aC}{\ln(3 + R)} + PP \quad \text{at } C > 0; \quad (2.16)$$

$$I_c = bC \sqrt[3]{R} + PP \quad \text{at } C \leq 0. \quad (2.17)$$

Here a and b are the empirically selected regional coefficients. For NW Russia, they turn out to be 1.1 and 1.4 respectively.

At $I_c < 0$, convective phenomena are to be expected.

At $I_c \approx 0$, convective phenomena are possible, but their probability is not high.

At $I_c > 0$, convective phenomena are not to be expected.

Let us return to the second example given above. Here, we have the value $C \approx 0.26$. Remembering the initial value of $\Gamma = -0.6$ it is worth making sure that no convective phenomenon will develop. Suppose, that at the initial time at the given point $r_a = 70\%$; $P = 1015$ hPa. Let us assume for the point $r_h = 60\%$,

$\bar{r}=50\%$ and $P_N=1012$ hPa, and by using the values of the coefficients which are true for NW Russia we have:

$$R = \frac{70 - 60}{50} = 0.2;$$

$$PP = \left(\sqrt[3]{\frac{1015 - 1012}{1012}} \right) \cdot 2.4 = 0.345$$

Since in our example $C > 0$, equation (2.16) should be used. Then,

$$I_c = \frac{1.1 \cdot 0.85}{\ln 3.2} + 0.345 \approx 1.15.$$

From this, it follows that convective phenomena will not develop in spite of the rather high humidity and conditional instability at the initial time.

Now the reader is supposed to independently do the following example assuming the same values for r_b , \bar{r} and P_N and adopting $\Gamma=0.4$; $\Omega=0.2$; $r_a=75\%$, and $P=1000$ hPa.

Yes, in this case, convective phenomena are to be expected although $\Gamma > 0$ at the initial time.

At the same time, some non-convective disturbances may appear in a *stable atmosphere*, such as, «explosive» cyclogenesis, mesocyclones, mesofronts, or low level cloudiness. In this case the D index should be taken into account.

When non-convective disturbances are occurring, the pressure background is also playing a definite role and one should differentiate between the disturbances in the lower pressure background from the disturbances in the higher pressure background.

The index of disturbance formation possibility in the lower pressure background can be calculated by the formula

$$I_{DH} = -D(D + \Omega) + PP. \quad (2.18)$$

If $I_{DH} \leq -1$, disturbances are possible, if $I_{DH} > -1$, disturbance formation probability is rather low.

The index of disturbances formation possibility in the higher pressure background can be calculated by the formula

$$I_{DB} = D(D - \Omega) + PP. \quad (2.19)$$

If $I_{DB} \geq 1$, disturbances are possible, if $I_{DB} < 1$, disturbances formation probability is rather low.

The formulas (2.18) and (2.19) indicate only the possibility of the disturbances development, but they are not the means for forecasting the development of a disturbance. For disturbance forecasting purposes there are some specific techniques. The most common of these techniques are described in the chapters 3–6.

It is worth indicating two additional important details of local

weather disturbance formation in the stable atmosphere. These are the influence of local orographic features and artifacts of human activities. Most often these factors play a decisive role in local weather formation. It is obvious, however, that to a significant degree the local weather depends upon the pressure background, the basic air current speed and direction, the air humidity and other parameters.

Hence, one may summarize by saying that local weather is formed by the meteorological processes which can be divided, for the convenience of the further study into the following four groups:

I. The processes in a statically unstable atmosphere.

II. The processes in a statically stable atmosphere with lower pressure background.

III. The processes in a statically stable atmosphere with higher pressure background.

IV. The processes and phenomena caused by local orographic features and artifacts of human activities.

Independent of the processes grouping, their appearance and development are substantially influenced by the season of the year, the latitude and both the type and state of the underlying surface. The latter can be smooth or rough, wet or dry, snowcovered or snowless, dark or light, etc.

The processes operating in the group I can, in particular, provoke the following mesoscale disturbances:

- a) secondary cold fronts;
- b) squall (instability) lines;
- c) cumuli type cloud clusters;
- d) tornadoes, squalls and thunderstorms, associated with mesoscale convective complexes (MCC);
- e) secondary cloud vortexes or mesocyclones caused by MCC;
- f) separate Cb clouds.

The development of the group II processes cause:

- a) mesocyclones or secondary cyclones;
- b) stable waves on atmospheric fronts;
- c) mesoscale fields of low clouds;
- d) mesofronts (wind convergence lines);
- e) mesoscale precipitation bands (inside the precipitation zones);
- f) «explosive» cyclogenesis.

The development of the group III processes can cause:

- a) mesoscale zones of fogs;
- b) night low level meso jets;
- c) conditions for air pollution concentration causing a considerable reduction of the visibility;
- d) mesoscale fields of low level underinversion cloudiness (particularly in the cold season).

The processes and phenomena of the group IV include:

- a) breezes and associated phenomena;
- b) mountain and valley winds;
- c) sea shore atmospheric fronts;
- d) orographic frontogenesis and cyclogenesis;
- e) smogs; city fogs, frost fogs;
- f) local winds, including local circulations caused by megapolices.

The mesoscale processes and phenomena are also classified by their horizontal dimensions and their duration of existence, i. e. their lifetime.

The largest mesoscale processes and phenomena may have horizontal extensions up to 2000 km and a lifetime of more than 24 hours, while the smallest are of one—two km and exist for only a few minutes. Actually, there is a whole spectrum of mesoscale processes and they are continuously changing in their sizes and intensities. Small processes can «overgrow» into bigger ones and vice versa. However, for the sake of convenience in studying these processes, all of them are divided into three types depending on their horizontal extensions.

Type I. The processes and phenomena having horizontal extensions of 200—2000 km. They are called the processes of the meso- α scale. The lifetime of these processes is dozens of hours.

Type II. The processes and phenomena having horizontal extensions of 20—200 km. They are called the processes of the meso- β scale. The lifetime of these processes is a few hours.

Type III. The processes and phenomena having horizontal extensions of 2—20 km. They are called the processes of the meso- γ scale. The lifetime of these processes is from a few minutes up to half an hour.

This subdivision of the processes is known as Orlandsky's classification.

Chapter 3

VERY SHORTRANGE FORECASTING: THE PROCESSES AND PHENOMENA IN A STATICALLY UNSTABLE ATMOSPHERE

In the foregoing chapter some techniques for estimating the static stability of the atmosphere were discussed. When starting to make a very shortrange forecast, the forecaster is expected to know of the unstable state of the atmosphere. However, he knows nothing about the possibility for the development of actual phenomena in this unstable atmosphere. He also does not know what kind of phenomena can be expected. All of these has to be predicted.

The order of the prediction sequence consists of the following activities:

- 1) estimation of occurrence and magnitude of the atmosphere static instability;
- 2) determination of the convection parameter values;
- 3) forecasting the type of the expected phenomenon;
- 4) prediction of the starting time of the expected phenomenon at a given point (points).

A general notion on estimating the static instability realization was briefly presented in the previous chapter. Now we will consider this matter in detail.

It is very rare that the atmosphere is in the absolutely unstable state. It is more often in so called conditional (saturated) instability. In the case of the absolute instability, the realization of the instability starts spontaneously, and leads to the occurrence of various convective phenomena, provided that the atmosphere is humid enough. If the atmosphere has a saturated instability, some additional conditions are necessary for the development of instability. This is why the saturated instability state is often called conditional instability. This instability can be realized only under the condition that the air reaches the saturated state.

Let us write the moisture transfer equation in the form of

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\mathbf{V} \nabla q - \mathbf{V} (\rho q \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial q}{\partial z} \right). \quad (3.1)$$

The local variation of specific humidity $\partial q / \partial t$ depends upon moisture advection ($\mathbf{V} \nabla q$), moisture divergence $\nabla (\rho q \mathbf{V})$ and the moisture eddy transfer $\frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial q}{\partial z} \right)$. The value ∇q tends to zero within homogeneous air masses. Therefore, the large scale advective processes can hardly change local air moisture content to appreciable degree within a short period of time. However, in case of mesoscale processes, taking into account all non-homogeneities of the underlying surface (small water basins, swamps, forests, etc.), the local ∇q value can be significant and must not be ignored when local processes are being analysed. The moisture advection can reach a few g/kg per 24 hours within a frontal zone.

The most appropriate values of the magnitudes of the variables in the equation (3.1) are given in the table 3.1.

Let us integrate the equation (3.1) within the atmospheric boundary layer:

$$\int_0^H q_t dz = - \int_0^H \mathbf{V} \nabla q dz - \int_0^H \rho q \operatorname{div} \mathbf{V} dz + \int_0^H \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial q}{\partial z} \right) dz;$$

$$\bar{q}_t H = - [\overline{\mathbf{V} \nabla q}] H + \bar{\rho} q W_H + \left[k \frac{\partial q}{\partial z} \right]_H - \left[k \frac{\partial q}{\partial z} \right]_0.$$

Since

$$\left[k \frac{\partial q}{\partial z} \right]_H \ll \left[k \frac{\partial q}{\partial z} \right]_0,$$

The orders of magnitudes of the variables in the equation (3.1)

Variable	Order of magnitude
Horizontal length of the process L	10^4 m
Wind speed U	10^0 m/s
Time τ	10^4 s
Height H	10^3 m
Density ρ	10^0 kg/m
Vertical velocity W	10^{-2} m/s
Specific humidity q	10^{-3} kg/kg

$$\bar{q}_t = -\mathbf{V} \nabla q + \bar{\rho} q \frac{W_n}{H} - \frac{k}{H} \frac{\partial q}{\partial z} \Big|_0. \quad (3.2)$$

It is obvious that in homogeneous air masses the first term in the right part of the equation (3.2) is

$$\overline{\mathbf{V} \nabla q} = \frac{U}{L} \Delta q \rightarrow 0.$$

However, within a frontal zone, and also accounting for some possible mesoscale non-homogeneity

$$\Delta q = 10^{-4}, \text{ and } \frac{\nabla q}{L} = \frac{10^{-4}}{10^4} = 10^{-8} \text{ s}^{-1} \text{ or } \mathbf{V} \nabla q = 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$

The second term magnitude is equal

$$\bar{\rho} q \frac{W_n}{H} = 10^0 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{10^{-2}}{10^3} = 10^{-8} \text{ s}^{-1}.$$

The third term magnitude is

$$\frac{k}{H} \frac{\partial q}{\partial z} = \frac{k \Delta q_z}{H^2}.$$

Here, one must pay attention to vertical variation in the specific humidity. In case of a wet underlying surface in the summer time, the value q at the surface can reach 20 g/kg, and it can be an order of magnitude less at the height of 1 km. Consequently, in this case one can adopt $\Delta q_z = 10^{-2}$ and, taking $[k] = 10^0$, write:

$$\frac{k \Delta q_z}{H^2} \leq \frac{10^0 \cdot 10^{-2}}{10^6} \leq 10^{-8} \text{ s}^{-1}.$$

To bring* the air into a saturated state under normal conditions, an additional amount of moisture (a few g/kg) is required.

This moisture should be brought into the lower atmosphere within a period of about 3 hours. This means that the order of magnitude of the term in the left part of equation (3.2) should be $10^{-3}/10^4 = 10^{-7} \text{ s}^{-1}$. It is obvious that none of the processes indicated above can supply the required amount of moisture. However, if all three processes act in one direction, the air can significantly approach the saturated state or may retreat far from it.

The considerations above are true for a flat featureless plane landscape. In case of topography with orographical obstacles, the vertical motion can be an order of magnitude higher, e. g. $W = 10^{-1} \text{ m/s}$ and can be a considerable influence in bringing the air to the saturated state.

Now, let us look at the equation for energy

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -V \nabla T - W \frac{T}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{Q}{c_p} \quad (3.3)$$

The first term of the right hand part of the equation $V \nabla T = U \Delta T/L$ describes the thermal advection. Within homogeneous air masses the value $\Delta T/L = 10^{-6} \dots 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C/m}$. However, in frontal zones it is larger by an order of magnitude, i. e. $\Delta T/L = 10^{-5} \dots 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C/m}$. The second term is the adiabatic temperature variation equal 1°C per 100 m for updraft (downdraft) movement ($10^{-2} \text{ }^\circ\text{C/m}$). Therefore, the scale of the term is equal $10^{-2} \text{ }^\circ\text{C/s}$ if $W = 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C/m}$, and it is $10^{-3} \text{ }^\circ\text{C/s}$ when there is an orographic updraft. The third term describes the diabatic heat income or outgo and its order of magnitude is $10^{-4} \text{ }^\circ\text{C/s}$.

To bring the air to the saturation state it is usually necessary to decrease its temperature by a few degrees during a 3–6 hours period. This means that the term on the lefthand side of the equation (3.3) must have the order of magnitude equal $10^{-4} \text{ }^\circ\text{C/s}$. Since the daytime diabatic processes do not decrease the air temperature, the adiabatic cooling remains the most probable process for decreasing the air temperature.

Consequently, the most favourable condition to bring the air to the saturation state and by this to create the development of instability is the convergence influenced updraft motion or/and the orographical updrafts. Cyclonic type pressure fields, as rule, cause the convergent flows near the surface and consequently cause updraft vertical motion. The anticyclonic type pressure fields cause divergent flows and downdraft vertical motion.

Summing up the above consideration, one may conclude that the updraft vertical motion caused by convergence and/or by orographic obstacles is the necessary condition for realization of the static instability.

At the same time, experience shows that convection does not necessarily develop even with the conditions indicated above. The problem is that updraft motion may not have enough time

to bring the air to the saturated state before the situation changes. The reason for this is a small vertical updraft speed and/or a low air humidity. To judge with a degree of confidence the convection development, an index of the convective instability is used, that is

$$\kappa = \frac{\Delta z_{\text{KHC}} - \Delta z_3}{\Delta z_3}, \quad (3.4)$$

where Δz_{KHC} is the thickness of the convectively unstable layer, Δz_3 is the thickness of the locking layer. The top of the locking layer is the altitude which air has to reach as it is lifted up from the initial level in order to receive a positive buoyancy. If $\kappa \geq 0$, convection will develop, since the atmosphere is convectively unstable. If $\kappa < 0$, only a shallow layer of convection is possible. The index κ is to be calculated when the atmosphere is conditionally unstable.

Atmospheric sounding data are used as initial information to calculate value of κ . It is worth to remember that when using the data of a nighttime or a morning sounding before calculating the κ value, one should forecast the maximum temperature T_m and dew point T_{dm} for the day, and use the predicted values of T_m and T_{dm} as the temperature and dew point for the lowest level.

Let us write the expression for the static energy of the moist non-saturated air

$$h = c_p T + gz + Lq.$$

Here, L is latent energy of condensation and the other notations are standard. The same expression for the moist saturated air will be

$$h^* = c_p T + gz + Lq^*.$$

Usually, the atmosphere is not saturated. However, one may suppose the atmosphere to be somehow saturated at a given temperature. Such an atmosphere is usually called a *hypotetically saturated atmosphere* (hSA). The symbol «*» will be used to denote values corresponding to the hSA. A. I. Falkovich has shown that these energy space variations are identical to the space variations of the air equivalent potential temperature (EPT). Therefore,

$$\frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\partial \theta_e}{\partial z} \quad \text{and} \quad \frac{\partial h^*}{\partial z} = \frac{\partial \theta_e^*}{\partial z}.$$

This is why instead of hSA, the EPT can be used. One can utilize the data already used once for the Γ_e value calculation. Only the EPT of the hSA has to be calculated

$$\theta_e^* = \theta \exp(2.5q^*/T);$$

$$q^* = \frac{3794.2}{p} \cdot 10^{\frac{7.45 T}{T+235}}.$$

Figure 3.1 shows a typical case for the conditionally unstable atmosphere distribution of Θ_e and Θ_e^* with height. If one draws a straight line down from the point where $\Theta_e^* = \min$, until it crosses the curve line of Θ_e , the crossing point will indicate the upper level of the convectively unstable layer (CUL). Its lower boundary is the initial level. So, the thickness of the CUL (Δz_{KHC}), is now known. If one goes up from the point denoting the initial level straight to the crossing of the Θ_e^* line, the crossing point will indicate the height of the upper boundary of the locking layer. By this method the thickness of the locking layer is determined. Now, it is easy to determine the κ value. Actually, it is not always convenient to apply the graphical method to determine Δz_{KHC} , Δz_{B} and κ values. An analytical calculation scheme seems to be more appropriate especially when a personal computer is available.

The atmosphere is considered to be statically unstable if $\partial\Theta_e/\partial z < 0$. However, in the real atmosphere one can not expect homogeneity of the EPT vertical gradient distribution, that is $\partial\Theta_e/\partial z = \text{const} < 0$. Various types of distribution are possible (Fig. 3.2). Usually, there are several layers with a particular temperature distribution in each one.

First, the layer where $\partial\Theta_e/\partial z < 0$ (the unstable layer) may begin either at the surface (see curve I) or at any other level (see curve II).

Second, there may be a few unstable layers, above each other, and having different values of $\partial\Theta_e/\partial z$ (see curve I).

Third, there may be a few unstable layers, divided by stable layers (see curve III).

Taking into account the low resolution of soundings, a few unstable layers can be combined into one single layer provided that combining layers are neighbouring each other and the $\partial\Theta_e/\partial z$ values of the layers do not differ significantly. If the difference is big enough, two unstable layers can be made out of a few layers. In the first case we speak of *one layer instability*, and in the second case *multilayer instability*. Sometimes, the third situation may occur, i. e. a few unstable layers separated by stable layers. This situation is called *separated instability*. This often occurs in occluded fronts in the summer time. In this third case, the κ values are calculated for each layer separately.

When one layer instability is observed at the two levels being considered, the upper layer is denoted by the index «B» and the lower layer is denoted by the index «H»). Then,

$$\kappa = \frac{(\Theta_{eB}^* - \Theta_{eH}^*)(\Theta_{eB} - \Theta_{eH})}{(\Theta_{eB} - \Theta_{eH})(\Theta_{eH} - \Theta_{eH}^*)} - 1. \quad (3.5)$$

When two layer instability is taking place, three levels are considered: the upper level (B), the lower level (H) and the middle level (C), and four combinations are possible.

I. $\Theta_{ec}^* \leq \Theta_{eH}$, and $\Theta_{ec} \leq \Theta_{eB}^*$

$$\alpha = \frac{(\Theta_{eB}^* - \Theta_{eH})(\Theta_{ec}^* - \Theta_{eH}^*)}{(\Theta_{eH} - \Theta_{eH}^*)(\Theta_{ec} - \Theta_{eH})} - 1; \quad (3.5^I)$$

II. $\Theta_{ec}^* \leq \Theta_{eH}$, and $\Theta_{ec} > \Theta_{eB}^*$

$$\alpha = \frac{\Theta_{ec}^* - \Theta_{eH}^*}{\Theta_{eH} - \Theta_{eH}^*} \left[1 + \frac{z_B - z_c}{z_c} \frac{\Theta_{eB}^* - \Theta_{ec}}{\Theta_{eB} - \Theta_{ec}} \right] - 1; \quad (3.5^{II})$$

III. $\Theta_{ec}^* > \Theta_{eH}$, and $\Theta_{ec} > \Theta_{eB}^*$

$$\alpha = \frac{[(z_B - z_c)(\Theta_{eB}^* - \Theta_{ec}) + z_c(\Theta_{eB} - \Theta_{ec})](\Theta_{eB}^* - \Theta_{ec}^*)}{[(z_B - z_c)(\Theta_{eH} - \Theta_{ec}^*) + z_c(\Theta_{eB}^* - \Theta_{ec}^*)](\Theta_{eB} - \Theta_{ec})} - 1; \quad (3.5^{III})$$

IV. $\Theta_{ec}^* > \Theta_{eH}$, and $\Theta_{ec} \leq \Theta_{eB}^*$

$$\alpha = \frac{z_c(\Theta_{eB}^* - \Theta_{eH})(\Theta_{eB}^* - \Theta_{ec}^*)}{(\Theta_{ec} - \Theta_{eH})[(z_B - z_c)(\Theta_{eH} - \Theta_{ec}^*) + z_c(\Theta_{eB}^* - \Theta_{ec}^*)]} - 1. \quad (3.5^{IV})$$

Let us take a few examples.

The example I

z m	0	1500	3000
Θ_e K	330	319	326
Θ_e^* K	350	322	328

It is easy to see that in the first layer (0—1500 m) $\partial\Theta_e/\partial z \approx -7.3 \cdot 10^{-3}$ K/m, and $\partial\Theta_e^*/\partial z \approx -18 \cdot 10^{-3}$ K/m; in the second layer $\partial\Theta_e/\partial z \approx 4.7 \cdot 10^{-3}$ K/m, and $\partial\Theta_e^*/\partial z \approx 4 \cdot 10^{-3}$ K/m. This means that the one layer instability is taking place. To calculate the value, the formula (3.5) is to be used.

$$\alpha = \frac{(322 - 350)(322 - 330)}{(319 - 330)(330 - 350)} - 1 \approx 0.02,$$

$\alpha > 0$ and, therefore, convection development is to be expected.

The example II

z m	0	1500	3000	5500
Θ_e K	330	319	318	321
Θ_e^* K	350	322	320	322

Here, in the first layer (0—1500 m) $\partial\Theta_e/\partial z \approx -7.3 \cdot 10^{-3}$ K/m, and $\partial\Theta_e^*/\partial z \approx -19 \cdot 10^{-3}$ K/m; in the second layer (1500—3000 m) $\partial\Theta_e/\partial z \approx -0.7 \cdot 10^{-3}$ K/m; $\partial\Theta_e^*/\partial z \approx -1.3 \cdot 10^{-3}$ K/m; in the third layer (3000—5500 m) $\partial\Theta_e/\partial z \approx 1.2 \cdot 10^{-3}$ K/m; $\partial\Theta_e^*/\partial z \approx 0.8 \cdot 10^{-3}$ K/m. One can see that the two layer instability with combination I is taking place, i. e. $\Theta_{ec}^* < \Theta_{eH}$ and $\Theta_{ec} < \Theta_{eB}^*$. To calculate the α value the formula (3.5^I) is to be used

$$\alpha = \frac{(320 - 330)(322 - 350)}{(330 - 350)(319 - 330)} - 1 \approx 0.27.$$

This indicates significant convective instability, and a deep convection development is to be forecasted.

The example III

z m	0	1500	3000	5000	8000
Θ_e K	330	319	316	312	318
Θ_e^* K	350	326	320	313	318

Here, in the first layer (0—1500 m) $\partial\Theta_e/\partial z \approx -4 \cdot 10^{-3}$ K/m, and $\partial\Theta_e^*/\partial z \approx -16 \cdot 10^{-3}$ K/m; in the second layer (1500—3000 m) $\partial\Theta_e/\partial z \approx -2 \cdot 10^{-3}$ K/m, $\partial\Theta_e^*/\partial z \approx -4 \cdot 0 \cdot 10^{-3}$ K/m; in the third layer (3000—5000 m) $\partial\Theta_e/\partial z \approx -2 \cdot 10^{-3}$ K/m, $\partial\Theta_e^*/\partial z \approx -3.5 \cdot 10^{-3}$ K/m; in the fourth layer (5000—8000 m) $\partial\Theta_e/\partial z \approx 0.75 \times 10^{-3}$ K/m, $\partial\Theta_e^*/\partial z \approx 0.62 \cdot 10^{-3}$ K/m.

In this case multilayer instability is taking place. This can be reduced to two layers since the FPT (FPT*) vertical gradients values within the second and the third layer are close in value to each other. One may adopt as the lower level $z=0$, the middle level $z=1500$ m, and the upper level $z=1500$ m. Since $\Theta_e^* > \Theta_{eH}$ and $\Theta_{ec} > \Theta_{eB}^*$, the third combination is observed and the formula (3.5^{III}) should be used.

$$x = \frac{[(5000 - 1500)(313 - 319) + 1500(312 - 319)](313 - 326)}{[(5000 - 1500)(325 - 326) + 1500(313 - 326)](312 - 319)} - 1 \approx 1.54.$$

This indicates significant instability with the development of deep convection accompanied by convective phenomena which should be forecasted.

The occurrence of the saturated instability conditions discussed above bring so called the forced convection. It is necessary, however, to note that diabatic heating creates «hot islands» due to non-homogeneity of the underlying surface. Over such islands, the air temperature proves to be higher than that of the surrounding environment and this may cause, at least in the lowest layer, the temperature lapse rate to exceed the dry adiabatic gradient. In this way conditions are created for free convection development, that is the air gets a positive buoyancy at once and its upward motion reaches the speed of a few m/s. The values of the second and the third terms in (3.2) and (3.3) become an order of magnitude bigger. In this way, the convection develops rapidly, as if some sort of «trigger» switches on the free convection. This situation shows once again the usefulness of maximum temperature forecasting.

As soon as the forecaster becomes aware of the possibility of convective development he may turn his attention to the estimation of the convection parameters. These parameters are traditionally determined with the aid of an aerological diagram. The technique for their determination is well known from the courses of General and Synoptic Meteorology.

Now, let us consider convective phenomena and techniques for forecasting them.

At present there are many convective phenomena forecasting techniques. Each of them has been developed for a specific site or landscape. One technique can be satisfactory for a given place, but it may not necessarily work well for other places. It is not

possible to describe all existing techniques. This is why just a few of the techniques for the most frequent phenomena are given here as examples.

To make the study more convenient, convection is divided into two types, i. e. shallow and deep. Of course, there is a spectrum of convective phenomena. However, for better understanding of the extreme conditions for the phenomena formation, this division seems to be useful.

SHALLOW CONVECTION SYSTEMS

Shallow convective systems (ShCS) develop within an atmospheric layer of up to 2—3 km of thickness. The ShCS are represented by the Sc, Cu hum, Cu med, Cu cong cloudiness. They consist of small scale convective cells of ring or hexagonal form or as cloud bands. The latter are also called cloud streets or billows. The cell configuration can be *open* or *closed*.

The open cell is a ring form cloud cluster, consisting of separate or conglomerated clouds of convective origin. Downcurrents are observed in the center of ring of the cells, and upcurrents—in the periphery. This is why there is no clouds inside the ring of cells. Open cells are formed within the cold air flowing over a warm underlaying surface. If one detects open cells on a satellite image, it means that a cold air mass is found over the given region.

The closed cell is a hexagonal form of cloud cluster surrounded by cloudless space. Upcurrents are observed inside of the cell and downcurrents—on periphery. The closed cell is formed within warm air flowing over a cold underlaying surface. If one detects closed cells on a satellite image, it means that a warm air mass is located over the given region.

The cloud band (street) is a cloud cluster consisting of clouds formed in a line. A part of them can be connected together and while another part may consist of separate clouds. As rule, several bands exist simultaneously separated from each other by cloudless space of a few kilometers or a few dozen kilometers.

If one denotes the distance between neighbouring clouds in a single band by letter L and the distance between two separate bands— M , then $L \ll M$.

Convection development does not necessarily lead to cloud formation. In a dry atmosphere, the open or closed cells may exist without clouds, but the corresponding cell circulation may occur.

Generalized information on ShCS is given in the table 3.2.

Weather phenomena associated with ShCS are not dangerous to the lives or activity of people and are therefore, not of an interest to most people. At the same time, however the ShCS are indicators of current atmospheric processes and help to determine the type of the air mass acting in the given region. They can be

Table 3.2

Some ShCS characteristics

Characteristics	Cells		Cloud bands
	open	closed	
Cell's horizontal dimension, km	10-100	10-100	—
Unstable layer depth, $\Gamma_e < 0$, km	1-3	1-2.5	1-3
$\bar{\gamma}^{\circ}\text{C}/100\text{ m}$ in unstable layer $\Gamma_e < 0$	0.83	0.8	0.9
Average overcloudy inversion layer depth, km	0.5	0.8	0.9
$\bar{\gamma}^{\circ}\text{C}/100\text{ m}$ in overcloudy inversion layer	-0.15	-0.16	-0.36
Distance between cloud band axis, km	—	—	max 50 6-15

used in the absence of any other information. *Open cells* testify to a cold mass entering a region, i. e. *cold air advection*. *Closed cells* testify to a warm air mass entering a region i. e. *warm air advection*. The last case may cause a question: how is it possible for convective development if warm air is flowing over a cold underlying surface? The air must become more stable. The fact of the matter is that convection developing in the atmosphere almost always occurs on the background of a large scale non-stationary processes that greatly influence the energy redistribution in various atmospheric layers. Some layers are warming, while others are cooling. In the above case the instability is generated by the cooling of the cloud tops by radiation with evaporation of some cloud elements from the upper boundary of the stratus.

Cloud bands and open cells are the features of cold air invasions in the rear parts of cyclones and behind troughs.

DEEP CONVECTION SYSTEMS (DCS)

Deep convection systems (DCS) develop in layers of large vertical extension. There are two important elements in the development of these systems.

The first one is the important role played in the DCS development by the water phase transition in the atmosphere.

The second one is that of the significance of the vertical and horizontal dimensions of the DCS as they are influenced by:

- a) the synoptic scale meteorological fields of non-homogeneity;
- b) underlying surface non-homogeneity;
- c) the Earth's rotation.

The Orlandsky classification already mentioned above (see page 192) is fully applicable to the DCS. However, there are some other classifications. For the convenience of study the Maddox classification (1980) seems to be the most appropriate. It is represented in the figure 3.3.

Let us discuss each DCS type.

Squall (instability) lines (S(I)L)

A squall line is indicated by a band of Cb clouds separated by cloudless breaks or a continuous band of clouds. The S(I)L may bring thunderstorms and squalls, hailstorms or thundershower with squalls. Sometimes, they bring thundershowers without squalls and just heavy showers. In the last case, such lines are called instability lines. The S(I)L mostly occur in the afternoon.

The following initial information is needed to consider the possibility of the S(I)L development:

- a) constant pressure charts for all standard levels;
- b) wind-temperature soundings of the atmosphere at all stations within the region;
- c) vertical motion charts;
- d) large scale charts of the equivalent static stability index Γ_e , condensation level $h_{\text{конд}}$, I and κ . The values of $h_{\text{конд}}$ are plotted in hundred meters.

For the S(I)L development, the following conditions are favourable.

- A. Cold air advection, increasing with height, in the middle and upper levels of the troposphere.
- B. Steady ascending motion.
- C. Temperature increase at the surface due to insolation.
- D. Boundary layer horizontal wind velocity convergence or upslope motion.

Non-observance of at least one of these conditions decreases the S(I)L formation probability, although it does not exclude its occurrence. At the same time, the observance of all four conditions does not always lead to the S(I)L formation. The S(I)L occurrence is caused by the action of a so called autoconvection mechanism. When the autoconvection mechanism is acting the S(I)L must appear without any doubt. If this mechanism is absent there is only a possibility of the S(I)L occurrence.

The autoconvection mechanism usually shows itself in a zone of the Γ_e negative values (or the κ positive values). The mechanism includes:

- a) A humid ridge (high humidity) in the layer from the surface up to 2—2,5 km, situated at a large angle to the wind current over it. The humid ridge can be detected with the help of the

850 hPa constant pressure chart, and the wind current above it— with the use of the 700 hPa constant pressure chart. A weak wind is preferable in the boundary layer.

b) A dry air source, from which the middle level (700 hPa) wind transfers it to a place where it can be cooled either by precipitation falling from above (evaporation of rain drops) or by cloud droplets rising from below (evaporation of cloud droplets). It is very important for the wet-bulb temperature of this air to decrease due to the evaporation of the droplets and to be less in value than the environmental air temperature. Then, the cooled heavier air would sink down forcing the humid warm air to rise in a convective stream. This updraught would lead, in turn, to appearance a larger amount of droplets in the dry layer; the latter would experience further cooling and, as result of this, the convection would increase and spread into neighbouring areas; thus a chain reaction sets in.

There are two types of squall (instability) lines: the primary S(I)L and the secondary S(I)L. The primary S(I)L appearance usually takes place in one of the following synoptic situations:

- in front of a cold front;
- within an unstable cold air mass;
- in front of a warm front;
- in a wide warm sector of a cyclone.

The following order of the S(I)L forecasting can be recommended.

1. Maximum temperature and dew point temperature are forecasted for those places from which sounding data are received (see pages 244—250).

2. The values Γ_e , $h_{\text{конд}}$, I and κ^* corresponding to T and T_d are calculated for all places mentioned in number one above. The calculated values are plotted on a largescale chart (see p. d. of the initial material list, page 202).

3. Determination of the indicators above (p. A, B, C, D page 202), shows condition favourable for the S(I)L.

4. The autoconvection development possibility is determined. To do this:

- the presence of a humid ridge (zone) is ascertained using 850 hPa chart;
- using 700 hPa chart, the observance of a possible transfer from a «dry» air zone above the humid ridge (zone) is ascertained, and exists when the stream lines are found crossing the humid ridge axis at a large angle (50—140°);
- the possibility of the appearance of droplets in the dry layer is determined. The appearance is possible when $h_{\text{конд}} < h_{dl}$ (dl means dry layer), for the primary S(I)L or when some

* It is assumed that all of these values, calculated from the morning sounding data, were already plotted on the chart.

precipitation has taken place from previously developed cloudiness for secondary S(I)L.

5. The place of the first S(I)L appearance is determined by examining the synoptic situation. Information from the table 3.3 should be used for this purpose.

S(I)L before warm fronts and in wide warm sectors of cyclones are often formed with Cb cloud bands where clouds are separated from each other with rather wide cloudless spaces, and very seldom in a continuous cloud line. As result, it may happen that a S(I)L may pass the given location without any trace of bad weather. In this case one should keep track of each cloud separately. The squall (instability) lines move along stream lines of the average wind vector * in the layer 700—500 hPa with the speed

$$c = k |V|_7^5,$$

where k is a transfer coefficient, $|V|_7^5$ is the layer 700—500 hPa average wind speed.

An exception is the squall (instability) line associated with a cold front. It will move with the speed of the cold front.

The S(I)L movement forecasting may be done by means of the linear extrapolation method.

It should be taken into account that the life of the S(I)L is rather short, i. e. from dozens of minutes to a few hours. As soon

Table 3.3

Squall (instability) lines in different synoptic situations

Synoptic situation	Observance of the conditions A, B, C, D	Some additional conditions	S(I)L whereabouts
Before a cold front	A, B, C, D	No	Along the Γ_e isoline trough axis
Unstable cold air mass	A, B, C, D	A trough at the surface or at the 850 hPa level	Along the parameter I isoline trough
Before a warm front	B, C, D	No	Along the $h_{\text{конт}}$ isoline trough
Wide warm sector of a cyclone	B, C, D	No	Along the parameter I isoline trough; a series of S(I)L will form if the zone of negative values is wide.

* The technique for determining the average wind vector in the layer 700—500 hPa is given on page 208.

as the primary S(I)L disappears there is a chance for the secondary lines to be formed. This is why, one can get an impression of a somewhat chaotic character of their movement.

Existing squall lines can be detected with the aid of radar or satellite observations. These make it possible to keep an eye on the movement and evolution of both the line as a whole and of separate clouds of the S(I)L. Such detail tracking allows one to predict the beginning time of the phenomenon, associated with the S(I)L, at a given place (see pages 209—210).

Cb cloud bands of meso- β scale

These disturbances are also called mesoscale bands (MB). They are much smaller when compared with squall lines. Their length varies from 10 to 100 km, and width—from 1 to 30 km. Therefore, conventional synoptic means of analyses are not valid for band detecting and tracing. The aid of a radar is necessary.

MB, as well as S(I)L, consist of individual Cb clouds developing along a line. They can cause thunderstorms and squalls although more often just showers accompany them. The duration of the showers are 10^2 — 10^3 s.

Studies, based on the data from nowcasting observation systems, have shown that MB arise along air current convergence (Fig. 3.4): lines within the boundary layer of the atmosphere. The length of the convergence line can be from 10 to 200 km, and the width of 0,5—5 km. These convergence lines can be detected by Doppler Radar. A detail analysis of wind fields on largescale charts can also be applied to detect convergence lines.

Mesoscale bands arise within an unstable air mass with a cyclonic character of the currents. Mesoscale baric troughs are the most favourable places for these bands to appear. The observance of the conditions A, B, C, D (see page 202) is also favourable for MB. It is quite possible for the autoconvection mechanism to facilitate mesoband development although autoconvection is more likely with slightly larger processes.

The following order for MB forecasting is recommended.

1. A scrutiny of the current synoptic situation is made. An important action is to detect the presence of mesoscale baric troughs on the largescale charts.

2. Within a zone of cyclonic circulation and particularly where mesoscale troughs have been detected, convergence lines are to be located. These lines are the potential «embryo» locations of the mesoscale bands.

3. With the aid of a radar, the tracing of cumulus form cloud appearance is to be done. Some special attention is to be given to the area where convergence lines are supposed to be. The sign for MB formation beginning is a chain of Cu clouds. It must be kept

in mind that several convergence lines can exist simultaneously and each of them can produce a mesoscale Cb cloud band.

The forecast of MB movement is prepared by the linear extrapolation method (see pages 228, 266).

Mesoscale convective complexes (MCC)

They are usually detected with the aid of meteorological satellite images. The MCC is a cloud system with an area not less than 10^5 km^2 on the infrared image and with the cloud top temperature $T_R \leq -32^\circ\text{C}$. The area of the inner region ($T_R \leq -52^\circ\text{C}$) should not be less than $5 \cdot 10^4 \text{ km}^2$. Here, T_R is the radiation temperature.

Figure 3.4 schematically shows the MCC as it can be seen from above. Here, a is the length of the complex, and b is its width. For a MCC, the expression is typical

$$1 \geq b/a \geq 0.7.$$

A similar expression is also typical for the inner area

$$1 \geq b'/a' \geq 0.7,$$

where a' is the length of the inner area, and b' is its width.

It is known that the dimensions of the MCC area and the relation of b/a will remain almost constant for a few hours. Some appreciable changes of the dimensions can be observed after about 6 hours. The general duration of the MCC life is about 16 hours, although some deviation from this duration is quite possible. The MCC can produce tornadoes, hailstorms, squalls, heavy showers, thunderstorms and wind gusts $\geq 30 \text{ m/s}$.

The convective complexes are very «perfidious». Although such a complex can exist for about 16 hours, it may generate some new Cb cloud development or Cb clusters. In a number of cases, the MCC initiates a mesocyclone development, creating a cyclonic circulation around itself or inside itself (see page 211). This circulation can continue by inertia for about 24 hours after cloudiness has dissipated and can facilitate the formation of new Cb cloudiness, i. e. *it can regenerate convection*. In addition, it can facilitate the origin of upward vertical motion (non-convective), caused by mesoscale convergence in the cyclonic circulation field. The motion may reach the value 10^{-2} — 10^{-1} m/s . This in turn can lead to Ns cloudiness and widespread precipitation formation. The latter may persist even with MCC in the dissipation stage.

It is worth-while to note that the MCC often reaches its maximum development at midnight. In this case, the events will go in the following way. In the afternoon, one can observe thunderstorms. The latter may not necessarily be caused by the MCC. The formation of the mesoscale convective complex goes on during evening hours. The complex may produce a mesocyclone. The mesocyclone acts as a positive feedback mechanism. It causes air current

convergence facilitating first further development of the MCC and second the development of Ns cloudiness and the occurrence widespread precipitation. By midnight, the MCC reaches its maximum development and produces both showers and widespread precipitation. After a while, the Cb cloud system dissipates and the showers cease, but the widespread precipitation continues until the morning.

The conditions for the MCC to develop are the same as for squall (instability) lines (see pages 201—204). The MCC can be either frontal or air mass in origin.

The formation of a MCC usually takes place after appearance of Cb cloud clusters of meso- β scale or mesoclusters (MC). The mesoscale convective complex is often just a cluster of mesoclusters.

The MC shape is close to circular. It is smaller than MCC. The radius of the quasi-circular shaped cluster is a few dozen km. The MC life duration is about 3 hours. One, however, must take into account that as one cluster disappears it can «give birth» to another one increasing the overall time of its duration.

Mesoscale clusters often have a cell structure. Usually this is open cell consisting of individual Cb clouds. It must be noted that the MC cell structure is not always observable by Radar. The reason for this is that Cb clouds within the cell develop not simultaneously but in succession along the perimeter of the open cell (Fig. 3.5).

Suppose at the moment τ_1 , five differently developed clouds had been observed in an open cell. Cloud 1 had been just formed, cloud 2 had been already well developed, cloud 3 had reached its maximum development, cloud 4 had begin to decay, and just a few traces had remained from cloud 5. At the time moment τ_2 , cloud 1 became well developed, and cloud 2 reached the mature state, clouds 3 and 4 were decaying and cloud 5 had disappeared. At the same time, a new cloud (marked by number 6) begins to develop. In the following moments of time, some clouds will continue to develop while others will decay and disappear. Beside, all of the clouds take part in two movements, first along the cell perimeter (as rule counterclockwise) and second along the steering current, both together with the whole cell. One may get the impression of some chaos. However, both the development and the movement actually have a strong order.

The initial information needed to forecast MCC and MC are the same as that for S(I)L forecasting. It is assumed the data indicate the development of a deep convection systems (see page 202). As soon as these systems are predicted the next step is to discover their point of origin and to trace their development and movement with the aid of radar or meteorological satellite observations. Finally, the forecaster needs to determine whether DCS will influence the area of interest such as airports, agricultural fields, etc. and, if so, when it will commence. Sometimes

the warning, even a few dozen minutes before a dangerous phenomenon is forecasted to start, is of great importance. It allows for the prevention of the loss of human lives and diminishes damage.

As it was mentioned above, satellite and radar observations are the means for *discovering and tracing DCS*. The conventional synoptic analyses are of an auxiliary character. They are mostly used in the *first stage*, when the possibility of DCS development is to be forecasted (see pages 177—178, 192—197). In the *second stage*, it is important to pay maximum attention to the interrelation between pressure and wind fields in mesoscale structures and cloud clusters, i. e. to coordinate the radar and satellite data with the mesoscale pressure and wind pattern. On the largescale chart, detailed analysis of the wind and pressure fields should be made with the aim of picking out convergence zones or lines and mesoscale troughs and ridges. Then, the developing cloud sources must be superimposed on this largescale chart. The cloudiness coinciding with a convergence zone will develop into a symmetric type DCS, and the cloudiness coinciding with a convergence lines into linear convective systems. Further, the forecast of the evolution and movement of these systems is prepared by the extrapolation method (see pages 228, 266).

In addition, some rules can be recommended.

1. Deep convection systems move with the 700—500 hPa layer average wind vector with the speed given by

$$c = k |\mathbf{V}|_7^5,$$

where

$$|\mathbf{V}|_7^5 = \frac{\sqrt{V_5^2 + V_7^2 - 2V_5V_7 \cos(180 - \alpha)}}{2}, \quad (3.6)$$

α is the angle between wind vectors at the levels 500 and 700 hPa.

The transfer coefficient k depends upon the wind velocity. It can be roughly estimated with the aid of the following empirical formula:

$$k = \frac{9.2 + 0.29 |\mathbf{V}|_7^5}{|\mathbf{V}|_7^5 + 3.5}. \quad (3.7)$$

The k value can be also determined using archival materials by comparing actual system movement velocities with the $|\mathbf{V}|_7^5$ values. The direction of the 700—500 hPa layer average wind

$$\bar{d}_7^5 = d_7 \mp \arccos \frac{V_7 - V_5 \cos(180 - \alpha)}{2|\mathbf{V}|_7^5}. \quad (3.8)$$

One should use the sign « $-$ » in case of the wind turns left with height, and the sign « $+$ » in case of the wind turns right with height; d_7 is the wind direction at 700 hPa level.

Knowing the $|V|_7^5$ and $\bar{d}|_7^5$ values, one can determine the beginning time of the phenomenon at the forecast point with the aid of radar observations. To do this two points (1 and 2 in the figure 3.6) are chosen near the front margin of the radioecho. The choice of these points can be made by a simple geometrical drawing. Three tangent lines are drawn. Two of them, parallel to the vector $V|_7^5$ are on the left and right sides of the echo (see Fig. 3.6, lines AB and CD), and the third line is perpendicular to the first two lines on the front side of the echo (Fig. 3.6, the line EF). The intersecting points of the line EF with the lines AB and CD are the points of interest that is 1 and 2. Their coordinates will be x_1, y_1 and x_2, y_2 respectively.

According to our assumption, the system moves in the direction of 700—500 hPa average wind vector. At the forecast point (f. p.) the phenomenon will start acting, that is when the point O reaches it. Hence, it is necessary to determine the distance R between the point O and the f. p. To do this, the point O coordinates should be calculated:

$$x_0 = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{(x_1 - x_2) \operatorname{tg} \varepsilon - y_1 + y_2}, \quad (3.9)$$

where

$$\varepsilon = 270 - \bar{d}|_7^5, \quad y_0 = x_0 \operatorname{tg} \varepsilon. \quad (3.10)$$

Consequently

$$R = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \quad (3.11)$$

and the time of the phenomenon commencing

$$\tau = t_{\text{rcx}} + \frac{R}{k|V|_7^5}, \quad (3.12)$$

where t_{rcx} is the time of the initial radar observation. If x_0 is outside the interval between x_1 and x_2 and/or y_0 is outside the interval between y_1 and y_2 the system will pass by the forecast point.

There are two special cases:

1) if $\bar{d}|_7^5 = 360^\circ$ or $\bar{d}|_7^5 = 180^\circ$, then $x_0 = 0$,

$$y_0 = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{x_1 - x_2};$$

2) if $\bar{d}|_7^5 = 90^\circ$ or $\bar{d}|_7^5 = 270^\circ$, and $x_1 = x_2$, then $y_0 = 0$, and $x_0 = x_1 = x_2 = R$.

This technique gives satisfactory results if the DCS dimentions are not markedly changed with time. If this is not so and the DCS dimentions are significantly changed with time, one should do some additional operations.

First, two subsequent positions of the DCS radioecho at t_1 and t_2 moments of time are plotted on the same radar chart (Fig. 3.7).

Second, the vector of system displacement is determined by the system «center of gravity» movement; on the figure 3.7 this vector is denoted as C_{CRK} .

Third, tangent lines AB and CD are drawn in such a way as to allow them to pass through the farthest side points of the radar echo in positions I and II . Tangent lines EF and GH are drawn in such a way to make them perpendicular to the vector C_{CRK} direction (see Fig. 3.7).

Fourth, the tangent lines crossing points 1, 2, 3, 4 coordinate $(x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3; x_4, y_4)$ are determined from the chart. It is assumed that the rate of the system dimension change would be the same as it was during period of time $\Delta t = t_2 - t_1$, i. e. the intervals $x_1 - x_2$ and $y_1 - y_2$ ($x_3 - x_4$ and $y_3 - y_4$) would increase or decrease with the same rate as at the initial time interval Δt . Then, at the moment the system reaches the f. p., τ , it would take a position shown on the figure 3.7 by the dotted line. The crossing of the tangent to the forecasted radar echo position line with the lines AB and CD gives the points 5 and 6 with coordinates x_5, y_5 and x_6, y_6 (see Fig. 3.7):

$$x_5 = x_3 + \frac{x_3 - x_1}{\Delta t} (\tau - t_2); \quad x_6 = x_4 + \frac{x_4 - x_2}{\Delta t} (\tau - t_2);$$

$$y_5 = y_3 + \frac{y_3 - y_1}{\Delta t} (\tau - t_2); \quad y_6 = y_4 + \frac{y_4 - y_2}{\Delta t} (\tau - t_2).$$

If the coordinates x_5, x_6 and/or y_5, y_6 have the same sign then the systems will pass by the forecast point.

The time that the system will reach the f. p. is determined in the same manner as for the previous case; the only difference is that

$$x_0 = \frac{x_3 y_4 - x_4 y_3}{(x_3 - x_4) \operatorname{tg} \varepsilon - y_3 + y_4},$$

where $\varepsilon = 270 - d_{C_{CRK}}$. Further, one may use formulae (3.10), (3.11), (3.12). It should be noted that the expanding system moving along one of the axes will pass through the f. p. in any case. Therefore, the additional operations are not needed.

2. A rather good indication of a DCS evolution is the cloud top radiation temperature, T_R . Precipitation reaching the ground surface usually starts at $T_R = -32^\circ\text{C}$. If the tendency is for T_R decreasing ($\partial T_R / \partial t < 0$), and the echo on radar display increasing then, in the nearest 2—4 hours, the intensity and zone of precipitation will tend to grow.

If the radiation temperature goes up ($\partial T_R / \partial t > 0$) everywhere within the echo or the upper boundary of cloudiness becomes

thermally non-homogeneous (one can see «islets of heat»), then the precipitation will cease in a short time.

3. Enlargement and merging the radar echo cores indicates the DCS is intensifying while dividing of the radar echo area into parts indicates the DCS weakening.

4. «Collision» of two mesoscale zones of convergence leads to rapid Cb cloud development in MC. A radar echo may reach 30 dB in 20–25 min after the «collision».

Zones and lines of convergence are detected by the wind field structure observations with Doppler Radar. If such a radar is not available, convergence zones (lines) are revealed by the appearance of cumulus zones (lines) which may indicate the development of a convection system. In the latter case, the lead time of the forecast decreases from 60–90 min to 30–40 min.

If a forecaster is able to keep an eye on the formation and movement of convergence zones (lines), he must do the following:

— Estimate the zones (lines) velocity and directional movements, by radar measurement.

— Determine the possibility, place and time of the zones (lines) of collision by their movement extrapolation. It is believed that in 20–30 min at the place of the collision the radiorefectivity will reach a value as big as 30 dB. One should take into account that the «zone of collision» itself moves along the steering current and in 20–30 min it can be far from the place of the collision.

5. The displacement of convergence zones (lines) into an area where air humidity and instability are increasing will lead to a rapid development of Cb clouds within these zones (lines).

The distribution of the air instability can be seen on the value Γ_e largescale charts (see page 202).

FORECASTING MESOVORTEX FORMATION IN A CONVECTIVE CELL

A *mesovortex* is a vortex of 10^0 – 10^4 km diameter with the vorticity value $\Omega \geq 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ appearing within the upcurrent or downcurrent of air feeding into a convective cell.

When forecasting convection and associated phenomena, the thermodynamic state of the acting air mass or the degree of its instability is estimated. Besides this it is worth-while to estimate the vertical wind shear within the region of expected convection:

$$|\Delta V| = \frac{\sqrt{V_B^2 + V_H^2 - 2V_B V_H \cos \alpha}}{\Delta z} \quad (3.13)$$

Here, $|\Delta V|$ is the modulus of the wind shear in the Δz depth involved in convection; V_B and V_H are the wind velocities of the upper and lower boundaries of the layer respectively; α is the angle

between wind directions at the upper and lower boundaries of the layer;

$$d_c = d_H \mp 180 \pm \arccos \frac{V_H - V_B \cos \alpha}{\Delta z |\Delta V|}, \quad (3.14)$$

where d_c is the wind shear direction, d_H is the wind direction at the lower boundary. If the wind turns to left with height, the upper signs in the equation (3.14) are to be used. If the wind turns to the right, use the lower signs.

The vertical wind shear is related to horizontal vorticity. The latter is equal to the wind shear modulus, i. e.

$$\Omega_r = |\mathbf{V}|.$$

Here, Ω_r is the horizontal vorticity or the vortex with a horizontal axis.

Since any vortex must be represented by a vector, it has to have a direction. The vortex Ω_r vector is directed 90° to the left of the wind shear direction:

$$d_{\Omega_r} = d_c - 90^\circ.$$

Let us introduce some notions.

Relative wind is the wind relative to the motion of convection cell, that moves with the velocity $C_{к.я}$

$$\mathbf{V}_{OTH} = \mathbf{V} - C_{к.я}. \quad (3.15)$$

Here \mathbf{V}_{OTH} is relative wind vector, \mathbf{V} is actual wind vector.

$$|\mathbf{V}_{OTH}| = \sqrt{V^2 + C_{к.я}^2 - 2VC_{к.я} \cos \gamma}; \quad (3.16)$$

$$d_{OTH} = d_{к.я} \mp 180 \pm \arccos \frac{C_{к.я} - V \cos \gamma}{|\mathbf{V}_{OTH}|}. \quad (3.17)$$

Here γ is the angle between the directions of vectors \mathbf{V} and $C_{к.я}$ is the relative wind direction.

If the convective cell deviates to the right from the actual wind direction, the upper signs are used before the second and third terms of the right hand part of the formula (3.17). If it deviates to the left, use the lower signs. The relative wind is quite different when compared with the actual and both by its speed and direction. An example of the graphical determination of the relative wind is shown in the figure 3.8. In this example, the actual wind direction is 250° , and its speed is 6 m/s; the convective cell speed is 5 m/s and direction is 270° . The relative wind speed is 2 m/s and direction is 197° .

Streamwise vorticity is the horizontal vorticity component parallel to the relative wind at the same level, denoted as $\Omega_{r\parallel}$. The streamwise vorticity is determined by the relative wind va-

riation with height. If \mathbf{V}_{OTH} and $\Omega_{r\parallel}$ are directed to opposite sides, then this vorticity component is called antisteamwise vorticity.

Transverse vorticity is the horizontal vorticity component perpendicular to the relative wind vector and directed to the left of it, denoted as $\Omega_{r\perp}$. The transverse vorticity is determined by the relative wind velocity change with height.

An example of possible positions of all of the vectors mentioned above including streamwise and transverse vorticities are shown in the figure 3.9. It is easy to see that

$$\left. \begin{aligned} \Omega_{r\parallel} &= |\Delta\mathbf{V}| \cos\beta \\ \Omega_{r\perp} &= |\Delta\mathbf{V}| \sin\beta \end{aligned} \right\}, \quad (3.18)$$

where

$$\beta = (d_{\text{OTH}} - d_c + 90^\circ).$$

When significant streamwise vorticity is taking place, upcurrents or downcurrents within the convective cell rotate counterclockwise, i. e. cyclonic rotation occurs. When a significant antisteamwise vorticity is taking place, the upcurrents and downcurrents within the convective cell rotate clockwise, i. e. anticyclonic rotation occurs. When only transverse vorticity takes place no rotation of upcurrents or downcurrent occurs.

It was observed that the convective cell mesovorticities appear if vertical wind shear $|\Delta\mathbf{V}| \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Usually, the core of the mesovortex is situated between 3 and 9 km above the surface, that is between the levels of 700 and 300 hPa. It is the layer for which the vertical wind shear is calculated.

The initial information used to forecast the mesovortex consists of the following data:

- a) the wind velocity and direction distribution with height in the forecast region from wind sounding data;
- b) vertical motion distribution with height;
- c) information on convective cell movement both direction and velocity, $C_{\text{K. Я}}$;
- d) T and T_d distribution with height in the forecast region from temperature and moisture sounding data.

The basis of the forecasting technique is the assumption that the vortex with the horizontal axis will take an inclined or vertical position. It is also assumed that the convective cells develop in full agreement with the linear convection theory.

Strictly speaking, convection, generally, does not well agree with the linear theory. Some non-linear terms already appear only a few minutes after the convection begins. However, as Rutino and Klemm have shown, they do not practically influence the process of rotation generation in a convective cell.

According to the theory, the probability of the appearance of rotation in a convective cell is

$$P_r = \sin \psi \left(\sqrt{R_t^2 + 1} \right)^{-1}, \quad (3.19)$$

where $\psi = (d_{OTH} - d_{K.N})$ is the angle between the relative wind direction and the convective cell direction of movement at a given level. A simple geometrical consideration allows one to deduce from figure 3.9 that

$$\sin \psi = \frac{\Omega_{r\parallel}}{|\Delta \mathbf{V}|} = \frac{\Omega_{r\parallel}}{\Omega_r}, \quad (3.20)$$

$R_t = \sigma / (k |V_{OTH}|)$ is the relation of a particles time of existence in the area where there is a strong buoyance gradient with respect to the time of a thermally unstable disturbance growth; σ is the disturbance growth index; k is the length scale for the horizontal buoyance gradient within the convective cell.

It has been observed that significant buoyance gradients existed within well «ventilating» convective cells, i. e. where the air flushes out the disturbance. Here the value of V_{OTH} is rather high. This suggests that the wind shear influence on convection is very weak at large values of R_t , and the value of P_r turns out to be small.

The disturbance growth index can be expressed as

$$\sigma = \sqrt{\frac{Sk^2}{n^2 + m^2}}, \quad (3.21)$$

where n and m are horizontal and vertical wave numbers of a given disturbance. For deep moist convection

$$S = \frac{2}{H^2} \int_0^H g \frac{\Theta_v(z) - \bar{\Theta}_v(z)}{\bar{\Theta}_v(z)} dz. \quad (3.22)$$

Here H is the convection level, g is gravity acceleration, $\Theta_v(z)$ is the virtual potential temperature of the ascending particles at the altitude z , $\bar{\Theta}_v(z)$ is the virtual potential temperature for environmental air. Sometimes, instead of the virtual potential temperature the equivalent potential temperature is used. Then,

$$S = \frac{2}{H^2} \int_0^H g \frac{\Theta_e - \bar{\Theta}_e}{\bar{\Theta}_e} dz. \quad (3.22')$$

The integral in (3.22) is the convective available potential energy, E_a . Then,

$$S = \frac{2}{H^2} E_a; \quad (3.23)$$

or

$$\sigma = \left[\frac{2E_a k^2}{H^2(n^2 + m^2)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.24)$$

From (3.23) and (3.24) one can get an expression for R_t

$$R_t = \frac{\sqrt{\frac{2E_a}{H^2(n^2 + m^2)}}}{|V_{OTH}|}. \quad (3.25)$$

Let us introduce dimensionless horizontal and vertical wave numbers $n_* = nH$ and $m_* = mH$. It suggests that $n_*^2 + m_*^2 = H^2(n^2 + m^2)$. Let us denote:

$$\sqrt{\frac{2}{H^2(n^2 + m^2)}} = \sqrt{\frac{2}{n_*^2 + m_*^2}} = B.$$

Then, the expression (3.25) can be written as

$$R_t = \frac{B\sqrt{E_a}}{|V_{OTH}|}. \quad (3.25')$$

Forecasting experience in the USA has shown that the quantity B can be adopted as constant, since it varies little from one disturbance to another. It was adopted as $B=0.173$. Then

$$R_t = \frac{0.173\sqrt{E_a}}{|V_{OTH}|}. \quad (3.25'')$$

It was observed that the most severe convective phenomena appear when $R_t \approx 1$. When $R_t \gg 1$, any convective disturbance does not depend upon winds; and when $R_t < 1$, the winds flush out convective cells.

Using (3.25''), the value of the mesovortex appearance probability

$$P_r = \frac{\sin \psi |V_{OTH}|}{\sqrt{0.03E_a + |V_{OTH}|^2}}. \quad (3.26)$$

Since $\sin \psi = \Omega_{r\parallel} / \Omega_r$ then

$$P_r = \frac{\Omega_{r\parallel} |V_{OTH}|}{\Omega_r \sqrt{0.03E_a + |V_{OTH}|^2}}. \quad (3.26')$$

It is easy to see that as the relative wind velocity increases, it causes the probability of mesovortex appearance to increase. If $|V_{OTH}|=0$, then $P_r=0$, and the mesovortex does not appear. It will not appear also in the case when the streamwise vorticity is absent, that is $\Omega_{r\parallel}=0$. The most favourable conditions for the mesovortex generation are created at $\Omega_{r\perp}=0$ ($\sin \psi=1$), if $|V_{OTH}| \neq 0$. It must be born in mind that $E_a \neq 0$ in the area where

a convective cell exists, although according to (3.26), $P_r=1$ only when $E_a=0$ and $\sin\psi=1$ (-1).

It is quite clear that the P_r values will be different at different levels within a convective cell. Therefore, for practical purposes, the P_r values are calculated for each standard level within the layer occupied by convection. The P_r values received are averaged

$$P_r = \frac{\sum_{i=1}^n P_{r,i}}{n},$$

where n , is the number of the standard levels within the layer from the condensation level to the convection level.

The P_r value indicates the probability of appearance upcurrent or downcurrent rotation only. This rotation may be called mesovortex if it possesses a significant intensity of rotation, $\hat{\Omega}$. According to linear convection theory the expected value can be calculated as

$$\hat{\Omega} = -\frac{d\varphi/dz}{R_i^2 + 1} W. \quad (3.27)$$

Here, $d\varphi/dz$ is the variation of the actual wind direction with height in the region where the convective cell is situated and W is the maximum convective upcurrent or downcurrent in the convective cell.

A wind sounding near a tornado showed that here $d\varphi/dz = -0.5$ radian/km is typical in lower 3 km layer.

THE ORDER OF A CONVECTIVE CELL MESOVORTEX FORECASTING

1. The convective cell horizontal and vertical dimensions are determined by radar data or by any convective model.

2. The convective cell movement velocity $C_{\kappa, \pi}$ and direction $d_{\kappa, \pi}$ are determined by radar tracing of the cell displacement. If the convective cell is not detectible (it has not appeared yet) at the time that the forecast is being prepared, then the assumption of its movement with the average wind speed and direction in the 500—700 hPa layer is to be used (see page 208).

3. The relative wind speed and direction at all standard levels are calculated by formulae (3.16) and (3.17).

4. The magnitude and direction of horizontal vorticity are calculated by formulae (3.13), (3.14).

The values of streamwise and transverse vorticities are calculated by formula (3.18). If only transverse vorticity is observed, no further operations are made as in this case no mesovortex will

appear. If antistreamwise vorticity ($\Omega_{r\parallel} < 0$) takes place, anticyclonic rotation is to be expected.

6. The available convective potential energy is estimated by one of the following formula

$$E_a = \int_0^H g \frac{\Theta_v(z) - \overline{\Theta}_v(z)}{\overline{\Theta}_v(z)} dz$$

or

$$E_a = \int_0^H g \frac{\Theta_e - \overline{\Theta}_e}{\overline{\Theta}_e} dz.$$

7. The P_r values at all standard levels within the layer occupied by convection are calculated by formulas (3.26) or (3.26'). The P_r values thus derived are averaged. If the average value is

$P_r = \sum_i^n P_{r,i} / n \neq 0$, then rotation inside the convection cell is possible.

8. The $d\varphi/dt$ Rad/m value at the standard level, situated near the altitude of maximum convective upcurrent, is calculated, and after that the value of R_t is estimated by formula (3.25'').

9. The intensity of rotation, $\hat{\Omega}$, is determined by the formula (3.26). If $\hat{\Omega} \geq 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, then the appearance mesovortex is forecasted.

Tracing and movement forecasting are made using the technique described above (see pages 209—210).

TORNADO FORECASTING

By its very nature a tornado is a mesovortex of a large intensity. It is associated with a Cb cloud. The vortex diameter is usually up to 1500 m. Its life duration is 10^2 — 10^4 s and the speed of its movement is 10—90 km/h.

In the central part of the tornado, there is a core. The horizontal dimension of the core is up to 150 m. Downcurrents of 60—80 m/s are observed in the core. They converge near the ground surface forming so called the tornado foot. Around the core, there are spiralltype upcurrents with speeds up to 90 m/s. They cause the water vapour condensation in the ascending air and lift dust, sand, water and even some larger articles.

Analysis of tornado development conditions is made using the same initial information used for estimation of the development of deep convection systems and mesovortex occurrence.

Tornadoes are formed in active convection zones of deepening lows, along cold fronts, ahead of cold fronts and within extensive tropospheric depressions. An example of the most typical synoptic situation tornado formation is shown in the figure 3.10. Narrow zones of appreciable wind convergence in the boundary layer and

significant streamwise vorticity in the very unstable atmosphere indicate the possibility of tornado formation.

There are three types of air masses favourable for tornado development.

Type I. The warm air mass consisting of three layers in the lower part of the troposphere (up to 400 hPa). The layers may be of any thickness with the condition that the middle layer be the thinnest. The lower layer is humid ($R \geq 65\%$, $T_d \geq 13^\circ\text{C}$) and conditionally unstable ($\Gamma_e < 0$). The middle layer is dry ($R < 50\%$) and stable ($\Gamma_e > 0$). The upper layer is again conditionally unstable ($\Gamma_e < 0$). The humidity in this topmost layer first increases slowly with height and they increase rapidly to a rather high value.

The wind increases with height, a very strong, narrow current being observed immediately above the lower layer. The component of the current perpendicular to the air flow in the lower layer should be not less than 15 m/s.

Some remarkable weather conditions occurring before the tornado appearance are typical for this air mass. In the morning, the sky is covered with stratiform cloudiness, then, for a short period of time, the sky becomes clear. After a while, mammatus clouds appear. At one to four hours before the tornado, the dew point temperature raises dramatically becoming like the «steamed air in a Russian bath».

The weather conditions indicated above are not to be used for tornado forecasting, rather they just accompany the processes of its formation. However, they may be used as signs for the other convective phenomena. At least, thunderstorms and squalls are always observed with these conditions.

During a few hours before a thunderstorm, which can be a source of a tornado, the air pressure slowly drops at not more than 3 hPa/3 hours. This pressure drop ceases a few minutes before the phenomenon (thunderstorm, squall etc.), occurs and even a slight rise of the pressure may be noticed. However, the pressure again drops rapidly as soon as the phenomenon has begun. After this the pressure starts rapidly increasing and, after passage of the convective cell, it returns to its initial value.

Type II. The warm, humid, unstable air mass, is usually maritime tropical air without any inversions or barrier layers ($\Gamma_e < 0$). The air temperature near ground is $T \geq 27^\circ\text{C}$ (a few hours before the phenomenon), and relative humidity is $R \geq 65\%$ up to 7 km height.

There is no appreciable wind change with height, although to form a tornado a more or less significant wind shear is needed at least in a thin layer. The processes of tornado formation are accompanied by the same weather conditions as were mentioned for the Type I air mass.

Type III. The relatively cold ($T \approx 20^\circ\text{C}$ at the surface), unstable ($\Gamma_e < 0$) and humid ($R \geq 70\%$ up to 7 km) type air mass. The wind becomes stronger and rapidly changes its direction with height. The vertical wind shear is $\geq 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ in the layer 500—850 hPa.

Tornadoes appearing in such air masses are accompanied by the following pre-tornado weather conditions: in the morning, the sky is usually clear followed by the appearance of cirrocumulus clouds and after a few hours, one can observe separate Ac. During the next few hours, some Cb clouds develop suddenly, the time interval of cloud development is a few dozen minutes, and tornadoes may be formed.

Tornado formation is possible in any of the air masses discussed above, however they may not always be formed. Most often tornadoes are to be expected if there is an intersection of two instability lines or when a mesoscale zone (line) of appreciable convergence coincides with a convective cell (Fig. 3.11). If convective clouds have not appeared yet, the existence and position of convective cells are determined by the area of large values of the convective instability index.

The following order for tornado forecasting can be recommended.

1. The air mass type and synoptic situation are determined from the initial information.

2. The instability criteria are calculated and largescale charts of Γ_e and κ are made for the forecast region. If these criteria indicate coming convection development, the convection parameters are calculated and the possibility of the development of convection phenomena including mesovortexes is determined.

3. In the process of current weather tracking, existence or absence of the weather conditions accompanying tornadoes (thunderstorms) is determined.

4. With the aid of meteorological radar, the most intense convective cells and instability lines are detected and their movement and development are traced. It should be noted that the origin and development of a mesovortex and hence a tornado formation can be observed with Doppler Radar only. However, if the vortex (tornado) somehow has been disclosed and located, let us say visually, then a conventional radar can be used to track the cloud and vortex associated with it. In this case, the warning for tornado formation can be given in a shorter time.

5. Convergence lines (zones) must be found using any means available. Combining the instability fields, largescale charts of Γ_e and κ with the convergence zones (lines), allows one to forecast the place of the first appearance of a tornado.

6. A forecast of the tornado trajectory is made by an extrapolation method using the data for tracking the cloud the mesovortex (tornado) associated with it.

The lead time for the tornado warning does not exceed a few dozen minutes.

**VERY SHORTRANGE FORECASTING:
THE PROCESSES AND PHENOMENA IN STATICALLY STABLE
ATMOSPHERE WITH THE LOW PRESSURE CONDITIONS**

The weather formation as a whole and some separate mesoscale phenomena within a stable atmosphere depend on a number of conditions. The first factor is the pressure condition. It is interesting that similar phenomena can occur both with high and with low pressure conditions. An example is that of low cloudiness. However, the processes leading to the formation of these phenomena are different. In this chapter processes occurring with the low pressure condition will be discussed.

The second important factor for local weather formation is the largescale and the mesoscale (non-convective) *vertical motions*. The latter can arise both within frontal zones, that is within large temperature contrast areas and in an air mass where mesoscale lows may appear outside the area of atmospheric fronts. It is quite probable that the mesolows are generated by the local dynamic instability or that they arise under the influence of the local orography.

The largescale processes within frontal zones form so called macroweather; the discussion of this matter is beyond the scope of this course. However, recently discovered *secondary motions* in frontal zones create mesoscale non-homogeneities in both the cloudiness and precipitation fields. These non-homogeneities should be taken into account when very shortrange forecasts are being prepared.

Secondary motions are nothing else but mesoscale disturbances which are believed to arise under the influence of dynamic instability. Secondary motions are thus the third important factor for local weather formation in a stable atmosphere.

Hence, the three basic parameters—the air pressure, the circulation pattern and the dynamic instability or stability—control the formation and type of mesoscale processes in statically stable air. It is worth paying attention to two additional circumstances. First, within stable air, some «islands» of statically unstable air may be formed. Second, the appearance of a particular phenomenon greatly depends upon the air humidity. Whatever the vertical motion, pressure and circulation might be, neither cloudiness nor precipitation would arise if the air moisture content is insufficient, that is the air is too dry. In dry areas, mesolows cause dust storms only because of the insufficiency of moisture in the air.

The possibility of mesoscale disturbances arising in stable air with low pressure condition can be estimated by the formula (2.18) (see page 190).

LOW CLOUDINESS: VERY SHORTRANGE FORECASTING

Low clouds are those having their base at a height below 300 m. Usually, when preparing the forecast, the two following questions have to be answered.

1. If there is low cloudiness over the forecast point at the initial time, will it remain during the forecast period and how will the cloudiness change in the height of its base?

2. If there is no cloudiness over the forecast point at the initial time, will it appear during the forecast period and what is the expected height of its base?

The period of the forecast for the appearance, persistence and disappearance of low cloudiness can be a few hours. As for the base height, depending on the accuracy required and taking into account a rather significant variability of the heights, the forecast period may vary from a few dozen minutes to 2—3 hours.

As it is well known from the courses in general and synoptic meteorology, the formation and dispersion of low cloudiness mainly occurs under the influence of advection and vertical motion. Significant importance should be attributed to moisture variations caused mostly by advection and vertical motion. Wind velocity and direction and the presence of an inversion should be also mentioned as important factors for low cloud formation.

A scheme for the very shortrange forecasting of low clouds is shown in the figure 4.1. It takes into account all the factors mentioned above. The scheme is applicable for those cases when low clouds are observed at the initial time.

Using the scheme, gives the forecast for the 3 hours following the initial conditions with the low clouds observed at the initial time having a cloudbase height of 150 m, a southerly wind at 3 m/s, a dew point deficit $D=3^{\circ}\text{C}$, $S\neq 0$, $W>0$ and with warm advection taking place. The advection and the vertical motion are assumed to remain without change.

It is easy to see that, according to the scheme, the low cloudiness will persist.

The scheme for low cloud forecasting, when at the initial time low clouds are absent, is shown in the figure 4.2. This scheme is prepared in such a way that one can assume no inversion is present if the appropriate information is not available. Of course, this reduces the accuracy of the forecast a bit.

Using this scheme, give the forecast for the nearest 3 hours with the same initial conditions, except that the low cloudiness is absent both over the forecast point and at a distance of $L<Vt$ from it.

According to this scheme, one should expect during the next 3 hours the appearance of advective fog or low clouds.

In addition, the forecast should include information on cloud base behaviour, that is whether it will persist at the same height

or change the altitude of its lower boundary. The following factors are favourable for the decreasing of the base height:

- air in ascending motion,
- advection of warm air over the cold underlying surface,
- air humidity increasing,
- pressure dropping,
- an atmospheric front approaching.

The base height will increase under the following conditions:

- air in descending motion,
- a strong wind blowing,
- a cold air advection (except cold air advection over a relatively warm water surface, which will cause case, an evaporation or steam fog to appear),
- pressure rising,
- retreating or dissipating front.

The factors and conditions mentioned above can all act together simultaneously or may occur individually.

A most difficult situation is created for a forecaster when some of the factors or conditions act in one direction while the others act in the opposite direction. In this case it is recommended that one monitor the actual «behaviour» of the cloud base and accordingly determine the main influencing factor acting at the moment and then to use these factors when forecasting.

For those cases when the low cloudiness remains but the height of the base varies, formal extrapolation is recommended to make the forecast. It gives quite satisfactory results for the forecasting period up to 2 hours.

Three cases are possible.

A. There are two consecutive observations of the low cloud base heights h in time interval Δt . Then, the expected height of the cloud base in Δt hours from the initial time will be

$$h_{0+\Delta t} = 2h_0 - h_{0-\Delta t}, \quad (4.1)$$

where h_0 is the cloud base height at the initial time; $h_{0-\Delta t}$ is the height at the previous time of observation.

B. There are values of a few consecutive observation of the low cloud base height: h_0 , $h_{0-\Delta t}$, $h_{0-2\Delta t}$ etc.; the change of the cloud base height is going on in one direction during whole period of observation. Then,

$$h_{0+\Delta t} = h_0 + \Delta\bar{h} \quad \text{or} \quad h_{0+2\Delta t} = h_0 + 2\Delta\bar{h}. \quad (4.2)$$

Here $\Delta\bar{h}$ is the mean variability of the cloud base height for a number (m) of observation at times;

$$\bar{\Delta h} = \frac{h_0 - h_{0-(m-1)\Delta t}}{m-1}.$$

C. There are a number of consecutive observations of the low cloud base height: $h_0, h_{0-\Delta t}, h_{0-2\Delta t}, h_{0-3\Delta t}$ etc., the values $\Delta h_1 = h_0 - h_{0-\Delta t}$; $\Delta h_2 = h_{0-\Delta t} - h_{0-2\Delta t}$; $\Delta h_3 = h_{0-2\Delta t} - h_{0-3\Delta t}$ etc. having different signs. For example, Δh_1 can be positive, taken the cloud base has risen, and can Δh_2 be negative when the cloud base has lowered. It can also happen that during the two intervals between observations the cloud base was lifting and then during the third it was lowering. Many different variants are possible. In such a case, not only the cloud base height change, but also the rate of the height change fluctuation is to be extrapolated.

A number of observations (sometimes four or five observations are sufficient) are required to determine the time interval between maximum and minimum values h . This interval is considered as a semiperiod of cloud base oscillation. If the semiperiod is adopted to be constant for the forecast range, then the forecasted values of the cloud base height are calculated by formula

$$\begin{aligned} h_{0+\Delta t} &= h_0 \pm |\Delta \bar{h}|; \\ h_{0+2\Delta t} &= h_{0+\Delta t} \pm |\Delta \bar{h}|, \end{aligned} \quad (4.3)$$

where

$$|\Delta \bar{h}| = \frac{|\Delta h_1| + |\Delta h_2| + \dots + |\Delta h_{m-1}|}{m-1}.$$

An example. Suppose, there are five consecutive observations of the low cloud base height: 200, 230, 220, 190 and 200 m at times $0-4\Delta t, 0-3\Delta t, 0-2\Delta t, 0-\Delta t$ and 0 respectively. It is easy to see that during the time interval from $0-3\Delta t$ until $0-\Delta t$ the cloud base was lowering. According to the assumption above from the moment $0-\Delta t$ until $0+\Delta t$ it will be lifting and then it will be lowering again from $0+\Delta t$ until $0+3\Delta t$. Hence, when forecasting the value $h_{0+\Delta t}$, the sign «+» in the formula (4.3) is used, and, when forecasting the values $h_{0+2\Delta t}$ and $h_{0+3\Delta t}$, the sign «-» is to be chosen. So,

$$\begin{aligned} |\Delta \bar{h}| &= \frac{10 + 30 + 10 + 30}{4} = 20 \text{ m}; \\ h_{0+\Delta t} &= 200 + 20 = 220 \text{ m}; \\ h_{0+2\Delta t} &= 220 - 20 = 200 \text{ m}. \end{aligned}$$

And so on.

In preparing the forecast one has to keep an eye on the changing meteorological conditions and to make some corrections according to the changing conditions. For example, an increase of ascending motion and/or pressure falling, while weak winds and the initial humidity remain without any change, will suggest the general tendency for the low cloud base to be lowering. An increase of the wind velocity with a pressure rise will cause just the opposite process, that is lifting of the cloud base.

If this or similar qualitative reasoning coincides with the extrapolation results, the forecast becomes more reliable. If it does not coincide, then the observation frequency must be increased to promote more accurate extrapolation.

Sometimes an urgency arises to foresee cloud base height (CBH) changes in the nearest dozen minutes, for instance, to secure aircraft landing. In this case, a technique allowing the maximum automatization of the CBH forecasting is required. Of course detailed information on CBH and its time rate of change are also needed. In some automated systems for meteorological security of aircraft take-offs and landings the «inertial» forecasting scheme is used. The essence of this scheme is that the CBH are measured at several points within an airfield area. These measurements give an averaged value which is used for synoptic or climatic information, but the minimum value of the CBH that measured is transmitted to the aircraft board, assuming this value will remain unchanged for a few dozen minutes. This forced assumption is related to the fact that there is a time interval between the CBH measurement and the time that the measurement results are used to secure the aircraft landing or take-off. This time interval is called *the delay in relation to the observational time*. The length of this delay depends upon the initial information collecting technique, its recording and the transmission to the aircraft crew. So, this is nothing else but *inertial CBH forecasting*. However, the CBH is known to be highly variable. Therefore, instead of inertial forecasting the extrapolation method should be used.

The CBH space and time variation depends upon many factors the main one of them being the type of the cloudiness. The time rate CBH structure of frontal type cloudiness is quite different from that structure of air mass type cloudiness. The figure 4.3 illustrates the CBH time autocorrelation functions for the frontal (1) and air mass (2) cloudiness. The frontal cloudiness curve crosses 0 point in the time shear $\tau \approx 40-42$ min, while the air mass cloudiness curve crosses 0 point in $\tau \approx 10-15$ min. The extrapolation of the CBH could be done for instance on the basis of a regression equation in a form of

$$h^*(t) = \bar{h} + r(\tau) [h(0) - \bar{h}], \quad (4.4)$$

where $h^*(t)$ is the most probable value of the CBH at the moment of time t ; \bar{h} is the climatic norm of the CBH; $h(0)$ is the instantaneous CBH value.

The forecast made on this bases will be inaccurate and the error will be as

$$\sigma^* = \sigma \sqrt{1 - r^2(\tau)}. \quad (4.5)$$

It is easy to see that the inaccuracy will be close to dispersion of the CBH values for the forecasting range $t \rightarrow \tau |_{r(\tau)=0}$.

To decrease the errors of the very shortrange forecasting, the procedure of smoothing or filtering the high frequency (short period) fluctuations of a meteorological parameter should be employed. The simplest filtering function is the so called running mean. One should keep in mind, however, that the special base is required to choose the averaging period, when the running mean method to be employed.

An optimal averaging period can be determined on the basis of the CBH spectrum investigation. For this purpose, the spectrum of harmonic amplitudes are calculated and the pulsation energetics are determined. The distributions of the energetics in the pulsation spectrum of the CBH thus derived allows the suggestion of smoothing filters which suppress the high frequency component and at the same time do not significantly distort the fluctuation amplitude. So, for air mass cloudiness, the linear three points averaging by formula

$$\bar{h}_i = \frac{h_{i-1} + h_i + h_{i+1}}{3} \quad (4.6)$$

causes the «suppression» of the high frequency part of the energetics spectrum up to 75—80 % practically without distortion of the low frequency part. When forecasting air mass cloud base height for 10 min or so ahead, the amplitude of the oscillation of the period $T=9$ min is not distorted, while the oscillations of the period $T \leq 4$ min are filtered out.

To smooth the instantaneous values of the frontal cloudiness base height, a filter of a following form is recommended:

$$\bar{h}_i = \frac{h_{i-3} + h_{i-2} + h_{i-1} + h_i + h_{i+1} + h_{i+2}}{12} \quad (4.7)$$

When smoothing by (4.7), oscillations of the period $T=7$ min are not distorted. The smoothing helps to increase significantly the $r(\tau)$ value, decreasing the forecast error.

The CBH very shortrange forecast can be made in the following order.

1. Minute by minute measurements of the CBH values are made.
2. Filtering (averaging) of the measured h_i values is done by formulas (4.6) and (4.7). The values h_i derived are referred to as they are calculated for the time corresponding to i .
3. The speed of the mean transfer \bar{V} at the CBH level is determined.
4. The parameter t_f representing the time of the forecasted value of the cloud height h_f is to be transferred from the airport runway edge to the crossing point of the h_f with the aircraft landing glide path. The value t_f is determined by the solution of the equation

$$\bar{V}t_f \operatorname{tg} \gamma = \bar{h}_{cl} + r(\tau, R)(\bar{h}_i - \bar{h}_{cl}), \quad (4.8)$$

where γ is the landing glide path angle; h_{cl} is the CBH climatic norm for the given region;

$$r(\tau, R) = \exp \left[\alpha \left(t_f + \frac{L}{\bar{V}} \right) + \beta (L + \bar{V}t_f) \right]$$

is the space-time autocorrelation function of the CBH; L is the distance between the instrument measuring the CBH and the runway edge.

Equation (4.8) is transcendent. It can be solved by any of the known methods, for example by the chord and tangent method. The parameters in the equation (4.8) are schematically shown in the figure 4.4.

5. Forecasting the CBH value is determined by the formula

$$\bar{h}_f = Vt_f \operatorname{tg} \gamma. \quad (4.9)$$

Realization of the above CBH forecasting scheme is done with the aid of a personal computer. Two parameters are displayed: the time in minutes from the initial time and the corresponding CBH forecasted value. These allow the forecaster to suggest the optimal time for the landing of aircraft, i. e. when the CBH forecasted value will be maximal at the location.

VERY SHORTRANGE FORECASTING OF WIDESPREAD PRECIPITATION

The task of very shortrange forecasting of widespread precipitation is to predict the occurrence, intensity and times of the beginning and the ending of the precipitation. If at the initial time precipitation is already observed, it is desirable to predict any change in its intensity and the time of its end. One of the possible techniques for very shortrange forecasting of widespread precipitation is given below.

One can predict the occurrence and the rainfall total in the coming 12 hours on the basis of some very easily defined predictors. The predictors are represented in the form of the following pairs:

- | | | |
|---|---|---|
| 1 | { | $\nabla^2 H_{850}$ is the analogy of the relative geostrophic vorticity at the 850 hPa level; |
| | { | $\nabla^2 H_{1000}^{500}$ is the value of the 500/1000 geopotential thickness gradient; |
| 2 | { | ∇H_{850} is the value of the 500 hPa geopotential gradient; |
| | { | $\nabla^2 H_{500}$ is the analogy of the relative geostrophical vorticity at the 500 hPa level; |

- 3 $\left\{ \begin{array}{l} H_{500} \text{ is the height of the 500 hPa surface in geopotential} \\ \text{decameters;} \\ k = T_{850} + (T_d)_{850} - T_{500} - (T - T_d)_{700}; \end{array} \right.$
- 4 $\left\{ \begin{array}{l} (H_t)_{500} \text{ is the expected change of the 500 hPa geopotential} \\ \text{height for 12 hours in accordance with numerical} \\ \text{prediction;} \\ \text{MI is a value determined from the satellite data within} \\ \text{the area of 300 km radius from the forecast point.} \end{array} \right.$

A rectangular grid with 300 km spacing (Fig. 4.5) is used to calculate Laplacians and gradients. The following formulas are to be applied:

$$\nabla^2 H_{850} = 0.03 (H_5 + H_6 + H_7 + H_8 - 4H_0)_{850} \text{ gpdm}/(100 \text{ km})^2;$$

$$\nabla^2 H_{500} = 0.1 (H_1 + H_2 + H_3 + H_4 - 4H_0)_{500} \text{ gpdm}/(100 \text{ km})^2;$$

$$\nabla H_{1000}^{500} =$$

$$= 0.17 \sqrt{[(H_{1000}^{500})_1 - (H_{1000}^{500})_3]^2 + [(H_{1000}^{500})_2 - (H_{1000}^{500})_4]^2} \text{ gpdm}/(100 \text{ km})^2;$$

$$\nabla H_{500} =$$

$$= 0.17 \sqrt{[(H_{500})_1 - (H_{500})_3]^2 + [(H_{500})_2 - (H_{500})_4]^2} \text{ gpdm}/(100 \text{ km})^2.$$

The values of H_{850} , H_{500} , H_{1000}^{500} are taken from the corresponding charts for the initial time. The value of k is calculated from the data of the most recent sounding;

$$\text{MI} = 2.5n_0 + n_1 + 0.5n_2 + 0n_3.$$

Here,

$$n_0 + n_1 + n_2 + n_3 = 1;$$

n_0 is the part of the considering space which is cloudfree; n_1 is the part of the space occupied by St and Sc; n_2 is the part of the space occupied by the middle clouds; n_3 is the part of the space occupied by Ns.

Predictor fields are made for each pair of predictors using archive data. Approximate forms of these fields are shown in the figure 4.6. The sign «+» corresponds to the cases with precipitation with the given pair of predictor values, and the point «.» without precipitation. The fields derived in this way are to be divided into two parts conditionally called the «rainy part» and «dry part».

In order to predict the precipitation by these fields, it is necessary to calculate all four pairs of predictors using initial synoptic materials and sounding and satellite data. If at least one of the pairs indicates precipitation, that is the pair of predictors has hit the «rainy part», then precipitation is to be predicted for the next 12 hours.

The expected rainfall in mm can be calculated by the formula

$$\overline{RR}_{12} = an_+^2 + [(\rho q)_{850} + (\rho q)_{700} + (\rho q)_{600} + (\rho q)_{500}]. \quad (4.10)$$

Here, a is a value depending on the choice of units and local conditions; if specific humidity q is in g/kg, and the air density ρ is in kg/m³, then the mean value $a=0.01$ mm; n_+ is the number of the predictor fields indicating to the possibility of the precipitation occurrence (n_+ varies from 0 to 4).

The time of precipitation beginning can be predicted by following the precipitation zone movement. The zone is assumed to be moving under the action of wind and at the same time it moves as if it is «tied» to the synoptic object creating this precipitation zone. Moreover, the synoptic object itself forms a wind pattern influencing the zone movement. Thus, there is some kind of interaction between the precipitation zone, the synoptic object and the wind. The figure 4.7 schematically shows the interaction. The complex character of these interinfluences explains the fact the precipitation zone more often moves with a speed $c \neq V$, or $c = kV$, where k is the transfer coefficient already mentioned above.

First of all, we must determine what the precipitation zone movement speed is. The zone is continually evolving, changing its form and therefore, it is not quite clear which points are to be taken to calculate the zone speed. Taking into account this consideration, it appears to be worthwhile to define a «center of gravity» (CG) in each zone and some special points of the zone (SPZ). Any precipitation zone can be represented as an geometric figure. The precipitation zone shown in the figure 4.8 (a) can be easily approximated as a triangle (δ) with the «center of gravity» at the point c . Any CG can be easily found by using the geometric rules.

Large precipitation zones, i. e. synoptic scales or meso- α scale do not move as a solid body. Often, each part of the zone moves with its particular speed. There are many reasons for this, the main reason being non-homogeneous wind fields. There are just enough different speeds involved to make somewhat whimsical forms of the precipitation zones. To predict the zone movement a forecaster has to find and to mark some special points on the line surrounding the precipitation zone and to forecast separately the movement of each point (SPZ).

After determining the positions of CG and SPZ's at two consecutive moments of time t_1 and t_2 , one can calculate the distances L the points got through and the speed with which they have moved with:

$$c = \frac{L}{t_2 - t_1}. \quad (4.11)$$

Experience has shown that the c value was the closest to the magnitude of the mean wind vector in the 500—700 hPa layer, i. e.

$$c = k |V|_7^5,$$

where k is the transfer coefficient (see this page below). The k value varies in a wide range from $k=0,3$ to $k=1.9$. At the same time, all the k values can be clearly divided into three groups:

- 1) $k < 0.6$;
- 2) $0.6 \leq k \leq 1.0$;
- 3) $k > 1$.

Each of these groups is related to its own synoptic background.

The precipitation zones of the *first group* are related to frontal waves and young cyclones (lows). In this case, the precipitation zones move along with the synoptic objects causing the precipitation. It is quite logical to assume that the precipitation zone has almost the same values of k at whatever point the CG and all SPZ's it refers to. Of course being in an evolutionary process the zone can be widening, narrowing or changing its form. Hence, strictly speaking, the k values will not be quite the same. However, the differences must not exceed the accuracy of determination k .

The precipitation zone movement forecasting procedure includes the following operations:

1. The CG and SPZ are determined at the initial and at previous times of observation.
2. The magnitude and direction of the mean wind vector for the 500—700 hPa layer are computed for each of the points (see below) using the data of the most recent sounding.
3. The values of L and C (see page 228 and formula (4.11)) are estimated by two consecutive CG positions. This gives the possibility of finding

$$k = \frac{c}{|V|_7^5}. \quad (4.12)$$

When the precipitation zone has been found at the initial time only, and at the previous time it was absent, the k value can be estimated by an empirical formula, like

$$k = \frac{1.74 - 0.13V_5}{V_5 - 14.5}. \quad (4.13)$$

Here, V_5 (m/s) is the wind velocity at the 500 hPa level. The formula (4.13) is valid for the wind $V_5 \geq 22$ m/s. It is worth noting that the k values estimated by (4.13) are less accurate when compared with those determined by the CG displacement.

4. At each CPZ the point displacement vector is constructed. The vector magnitude is

$$L_i = (|V|_7^5)_i k \delta t$$

(i is the point number), and the vector direction $d_i = (d|_7^5)_i$, δt is the lead time.

5. The vector arrows are connected by lines (Fig. 4.9) to determine the forecasted position of the zone. It must be kept in mind, that winds at different points of the zone may be different both in speed and in direction. Therefore, the zone form may be changed with time.

An example. Suppose, at the initial time, there is a precipitation zone where four CPZ can be defined: 1, 2, 3, 4 (see Fig. 4.9, a). For each of the points the velocity and direction of the mean 500–700 wind are calculated. For the points 1 and 2, $|V|_7^5 = 22$ m/s and $d|_7^5 = 260$; for the point 3, $|V|_7^5 = 20$ m/s and $d|_7^5 = 250$; for the point 4, $|V|_7^5 = 20$ m/s, $d|_7^5 = 270$. $|V|_7^5 = 25$ m/s above the zone CG at 500 hPa level. The task is to forecast the precipitation zone movement for 6 hours ahead.

According to (4.13)

$$k = \frac{1.74 + 0.13 \cdot 25}{25 - 14.5} = 0.48.$$

Then

$$L_1 = L_2 = 22 \cdot 3.6 \cdot 0.48 \cdot 6 \approx 228 \text{ km},$$

$$L_3 = L_4 = 20 \cdot 3.6 \cdot 0.48 \cdot 6 \approx 207 \text{ km}.$$

The segments L_i are drawn in the scale along $d|_7^5$ at every point, and the points 1', 2', 3', 4' are received at the ends of the segments (see Fig. 4.9). Connecting these points by a line one receives the forecasted position of the precipitation zone in 6 hours after the initial time (see Fig. 4.9, b).

The time of the precipitation zone approaching a given point is determined by the frontal zone margin movement velocity. The technique given in chapter 3 (pages 209–210) is valid for this purpose.

The precipitation zones of the second group ($0.6 \leq k \leq 1.0$) are related to mature but still actively moving lows (cyclones). However, the paths of the movement of the zone CG and of the low do not always coincide. Moreover, the movements of different parts of the zone are not uniform. This is why the k values for the CG and each CPZ differ from each other. Hence, one has to determine the k value separately for each point. It has been shown by experience that in the given case

$$k = \frac{33.1 + 1.04 |V|_7^5}{3.6 |V|_7^5 + 12.5}. \quad (4.14)$$

Here $|V|_7^5$ is the magnitude of the mean wind vector for the 500–700 hPa layer.

The forecasting procedure is similar to that for the first group of zones. The only difference is that the CPZ movement distances are estimated as

$$L_i = \frac{33.1 + 1.04 (|\mathbf{V}|_7^5)_i}{3.6 (|\mathbf{V}|_7^5) + 12.5 (|\mathbf{V}|_7^5)_i} \delta t. \quad (4.15)$$

The formulas (4.14), (4.15) are valid for $7 \text{ m/s} \leq |\mathbf{V}|_7^5 \leq 23 \text{ m/s}$.

The precipitation zones of the *third group* ($k > 1.0$) are related to occluded extratropical cyclones (lows) and to the rear part of an anticyclone. In these situations, the upper winds are weak and practically do not render any marked influence on the zone movement. Clouds have «precipitated out» where they are. Of course, a small movement of the cloudiness takes place anyway, and this movement can be predicted for one hour or so by the extrapolation method. Meanwhile, in some other part of the occluded cyclone a new mesoscale precipitation zone can arise and this zone is independent of the first one. Since forecasters use discrete information, they may get an impression that they see the same precipitation zone, when actually the new one has moved rapidly to the new position. Of course, the velocity of this «false» movement may seem to them to be considerably more than the wind velocity. Hence, they estimate $k > 1$.

Precipitation field non-homogeneity. Pluviogramme processing indicated in the precipitation fields a non-homogeneity that has revealed itself as mesoscale fluctuation in the rate of precipitation.

Suppose that during a rainy period there is a background of rain intensity \bar{I} ; then the rain intensity increases for a while and gives an intensity of $T_i > \bar{I}$. Let us call \bar{I} the background intensity and I_i the fluctuation intensity. The duration of the fluctuation can vary in a wide range from 2–3 hours to a few minutes. These intensity fluctuations are related to the non-homogeneity of the horizontal distribution of rain intensity which is revealed in the precipitation rate at a station while in the rain zone movement. Non-homogeneity was found by analyzing the precipitation field by drawing isohyets of the two basic morphological elements of the precipitation fields. These are: *rain cores* (r. c.) and *rain bands* (r. b.).

Let us introduce some parameters allowing us to describe quantitatively the mesoscale non-homogeneity of precipitation fields:

S is the diametric size;

L is the longitudinal size;

λ is the distance between rain intensity maxima («wave length»);

d is the distance from a front;

I is the background intensity;

I_a is the average intensity;

I_m is the maximum intensity.

A part of a rain intensity field confined by the closed isohyet $I > 2\bar{I}$ at $S/L \leq 1/3$ is usually called the *rain band*. The same at

$S/L > 1/3$ is usually called *the rain core*. Sometimes in an isohyet field, some formless areas of precipitation can be found. They are usually considered as parts of the r. b.

A few rain cores can be arranged in *a cluster* of rain cores or *a band* of rain cores.

Apart from dividing by forms, the mesoscale non-homogeneity can be classified by **scales**:

large scale (LS) is **with S being** of order 10^5 m (hundreds km, but not smaller than **120 km**);

medium scale (MS) is **with S being** of order 10^4 m (tens of km, but not smaller than **30 km**);

small scale (SS) is at S being < 30 km.

For the LS, the λ value frequency maximum occurs at the interval 200—300 km, and the S value—150—250 km.

For the MS, two maxima are observed for the both values. Therefore, this scale of non-homogeneities was divided in two subscales:

MS_1 that has the maximum frequency of λ in the interval 100—150 km and of S in the interval 80—120 km;

MS_2 that has the maximum frequency of λ in the interval 50—70 km and of S in the interval 30—50 km.

For the SS, the λ value frequency maximum occurs at the interval 120—160 km and the S value—10—20 km.

Any frontal precipitation zone includes meso-non-homogeneity in form of rain bands and bands of rain cores, the bands being stretched out along the frontal line at the surface. Each group of rain non-homogeneities of the larger scale includes the non-homogeneities of a smaller scale, but with more intensive precipitation. So, the large mesoscale bands (LS) include the medium bands (MS), and the latter, in turn, include the small bands (SS). Their positions relating to the front are described by parameters d and λ . The values of these parameters depend upon the type of the front and on the front mesoscale structure.

For *the warm front*, the r. b. of MS_1 and MS_2 are typical although the MS bands occur more often. Usually, 1—3 bands are found within the warm front precipitation zone. These bands are stretched out parallel to the ground surface frontal position. In the figure 4.10 the warm front r. b. is denoted by number 1. One of the bands is usually situated just at the front. This is a band of rain cores.

Sometimes, so called embedded convection arises within the warm front cloud mass. Then, heavy and showery rain or snow may fall at these places. Rain or snow intensity can be about 6 mm/h in summer and 1 mm/h in winter. The intensity is 5—10 times less between the bands.

Warm front rain bands are believed to be caused by so called mesoscale «roller circulation» over the frontal surface (Fig. 4.11). Rain intensification (appearance of bands) occurs in the ascending

branches of this circulation. Attention is drawn by the fact that the most intense precipitation zones can be seen a bit ahead of these maximum ascending motion areas. The most intensive precipitation near the surface frontal position (the band 1b) can be explained by the fact that the zone of the strongest convergence in the boundary layer is situated here. Precipitation most distant from the frontal surface position rain bands does not necessarily reach the ground surface, since the rain generation zone and the frontal surface are raised rather high above the ground surface and the rain drops precipitating into the drier prefrontal air are evaporated before they may reach the surface.

Warm sector rain bands (number 2 on Fig. 4.10) are related, as a rule, to instability lines.

Cold front rain band (number 3 on Fig. 4.10) are schematically represented on the figure 4.12 by a cross-section through a cold front. There are two types of rain bands associated with cold fronts. The first type of bands can be regarded according to their sizes as MS₂ bands. They appear behind a cold front at the distance 80—130 km from the frontal surface position. See the band 3a on the figure 4.12. The steeper slope of the frontal surface corresponds with this rainband. This causes ascending motion of the order of magnitude of 10⁻¹ m/s. The ascending motion, on the other hand, is a kind of stimulus for the appearance of embeded convection and hence for more intensive precipitation.

The second type rain bands are, by their nature, SS rain core bands. They are situated just at the frontal line at the surface as indicated by the band 3b on the figure 4.12. Mesoscale ascending motion up to 1 m/s are observed here. The convergent flows are the reason for the vertical motion. According to the essence of the process, dynamic convection should develop here, although the air masses on both sides of the front may be statically stable. The faster the cold front moves, the more probable is the development of convection and Cb cloud formation.

Each rain core in this band is caused by a Cb cloud cluster of an elliptical form. The long axes of the clusters are oriented with angles of 45—55° with respect to frontal line (Fig. 4.13). The area of a cluster is about 50—100 km², the length L is 10—20 km and width S is 5—8 km, the distance between the cluster's long axes $D \approx 8—12$ km.

Each cluster moves along the vector

$$c_c = c_\phi + c_\tau, \quad (4.16)$$

where c_ϕ is the frontal movement speed vector, c_τ is tangential to the frontal wind speed. The vector c_c direction coincides with the position of the long axis of the cluster. On the other hand, it was noticed that the long axis of the cluster was usually oriented along the summary vector

$$V^2 = V_0 + V_5$$

with the accuracy of $\pm 6^\circ$. Here, V_0 is the ground surface wind vector, V_5 is the 500 hPa level wind vector.

Thus, the cloud cluster movement direction with the accuracy $\pm 6^\circ$

$$d_c = d_0 \pm \arccos \frac{V_0 - V_5 \cos \alpha}{\sqrt{V_0^2 + V_5^2 - 2V_0V_5 \cos \alpha}}. \quad (4.17)$$

Here, d_0 is wind direction at the ground surface, $\alpha = 180 - (|d_5 - d_0|)$; d_5 is the 500 hPa level wind direction. The sign «+» is to be used in case of right turn of the wind with height.

Since movement speed and direction of the front can be determined sufficiently accurate then, taking into account (4.16),

$$c_c = -\frac{c_\phi}{\cos \beta}, \quad (4.18)$$

where

$$\beta = |d_\phi - d_c|.$$

One may assume with sufficient accuracy for practical purposes that the cloud cluster movement speed being unchanged during 5–7 hours.

Rainbands of a frontal occlusion (number 4 on Fig. 4.10) are mostly of a cellular character, i. e. they consist of a number of raincores in the form of bands. The bands situated in the «tongue» of the moist, warm air can be regarded as being of the type MS₁. Usually, these are the Cb cloud clusters. The lifetime of a cluster is about 12 hours. The rain bands move along with the front.

Behind a cold type occluded front, some smaller SS type rain bands are observed. They arise within unstable air in form of the Cb bands of the meso- β scale (see Chapter 3, page 205).

Besides these, rain bands are observed in cyclonic rear, where they arise on lines of instability (number 5 on Fig. 4.10). The formation process of the lines and forecasting were discussed in the chapter 3 (pages 202–204).

Rain bands associated with stationary fronts are of LS type. Most often their origin is related to embedded convection. These rain bands move in the direction away from the front. The lifetime of these bands are as a whole about 10 hours, but a cloud separate from the band lasts much shorter time.

These rain bands are disclosed with radar observations. Observations from a very dense network and satellite images are a good supplement to the radar information. Satellite data should be considered last since the rain bands in the majority of instances are hidden inside the frontal cloud systems, and, therefore, they are seen neither in TV nor in IR images. However, those bands

appearing within areas clear from cloudiness can be easily found on the satellite images, for example in the warm sector or in the rear area of cyclones.

Surface observations can be of some use only in those cases when the rainbands are formed by the processes which are initiated in the surface layer, that is in narrow rain bands at a cold front, in a warm sector, or in a cyclonic rear. Rain bands forming above frontal surfaces have no connection with the surface layer processes. It is believed that their formation is influenced by air flows in the 500—700 hPa layer.

Synoptic means together with satellite information allows one to determine the position of the precipitation zone in a synoptic object system (cyclone, front), and also to understand what circulation processes are forming the rain bands. In combination with radar data, this gives the possibility of ascertaining the rain band type. Therefore, the rain bands 1, 3a and 4 in the figure 4.10 have no direct connection with the surface circulation. Information on the circulation pattern at the 500—700 hPa layer is preferable to forecast these rainbands.

Rain bands 2, 3b, 5 and those at stationary fronts depend to a large extent upon the processes in the surface layer. When forecasting these bands, the data on the state of the atmosphere and the circulation in the surface layer is needed in addition to information on the state of the free atmosphere.

The lifetime of the mesoscale rain bands is 8—12 hours. Hence, their travel and evolution forecasted by extrapolation is possible for 6 or less hours only. The forecasting procedure can be as follows. After detecting a rain band, the direction and speed of its travel over land are determined by a few radar measurements during the past 2—3 hours. The direction and speed are extrapolated for the next 2—3 hours. A similar procedure is applicable when forecasting the evolution of the rain band (rain core). To forecast the evolution, one has to anticipate strengthening, persisting or weakening of the precipitation. This can be done by determining the tendency from previous observations and projecting the tendency ahead in time. The time range for previous observations and the range of the forecast depend upon the size and the structure of the rain band. The more Cb clouds within the rain band, the shorter the forecasting period is. The wider the rain band, the longer the forecasting period is. Accordingly, the observational time period is shorter in the first case and longer in the second.

When determining the timing of the rain band approach a given point one should keep in mind that the parameters S , λ and d should be sufficiently stable. Once determined, they can remain unchanged during a few hours. Hence, for very shortrange forecasting, these parameters can be considered to be constant for the given situation.

MESOLOWS (MESOCYCLONES)

Non-frontal mesoscale cyclonic vortices arising at high and middle latitudes are called *mesocyclones*. Their horizontal sizes are of 100—500 km. They were discovered for the first time in the 1960 as meteorological satellites were launched into orbit. They possess various names such as comma vortex, polar cyclone, vorticity, but there is no name having an official status. According to their nature, these cyclonic circulations can be divided into two types: 1) circulations arising within unstable air in convective cells, and 2) circulations arising under the influence of the dynamic instability. The first type we will call «mesovortices». The forecasting technique for these has been discussed in the chapter 3 (see pages 216—217). The second type we will call «mesolows». The latter will be discussed now.

Although mesolows are non-frontal formations, they most often arise within synoptic scale frontal cyclonic circulations with relatively low pressure conditions. These air mass mesolows are formed in statically stable air. However, during the cyclogenesis process the air mass becomes conditionally unstable in that portion of the air mass taking part in the process. Perhaps this is the reason for the convective cloudiness observed with mesolows. In the case of a mesovortex, the convective cloudiness appears first, and then the mesovortex arises. In case of a mesolow, the reverse occurs, that is the mesolow forms and then the convective cloudiness arises.

Using a limited number of observations, it has been ascertained that significant cyclonic vorticity ($\Omega \sim 10^{-5} \text{ s}^{-1}$) occurs in the middle troposphere corresponding to the mesolow. As for the static instability, it has been found to occur in the lowest layer of the troposphere, practically within the boundary layer. This instability is quite sufficient for Cb clouds to be formed. As result showers are always observed in mesolows.

For a mesolow to arise it is necessary that a mesoscale disturbance or non-homogeneity of meso- α scale exists or forms within a largescale circulation system. For instance, it might be vorticity in the free atmosphere as a consequence of a synoptic scale low that currently exists or had recently existed. It might be associated with a mesoscale frontal or wind wave. It might be related to a mesofront at a boundary like land and sea or at a boundary of snow cover and bare land. Any such kind of non-homogeneities in the surface can give a starting point for either a convective origin mesovortex (see Chapter 3, pages 211—217) or a mesolow to develop. The development of the latter will occur as the mesoscale disturbance finds itself over the surface condition of horizontal non-homogeneity and the associated synoptic scale temperature and humidity fields, i. e. the disturbance finds itself in the condition of baroclinic instability *DI*. During the mesolow development

process the baroclinicity increases since the humid and warm air are in juxta position with the dry and cold air

For a mesolow to develop an additional dynamical condition must be observed. This is that of a spiralling motion

$$S_p = \mathbf{V} \operatorname{rot} \mathbf{V} \approx v \frac{\partial u}{\partial z} - u \frac{\partial v}{\partial z}.$$

At the very place where the largest values S_p and DI coincide with each other one may expect the mesolow to develop from the initial disturbance or non-homogeneity. However, even with the most favourable dynamic conditions, the mesolow will not arise if the field of motion is not kinematically prepared. The mesolow will have arisen only in the case where the isolines have the kinematic characteristics

$$c = \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) = 0$$

and $\partial P / \partial x = 0$ (and/or $\partial P / \partial y = 0$) and intersect with each other in the area of the largest values of DI and S_p and the value $\nabla^2 P$ is positive (see pages 182—183).

As soon as the mesolow has arisen, cloudiness, including Cb clouds, develops very rapidly and a zone of intense precipitation (showers) is formed. The precipitation becomes the most intense in a mesolow in the mature stage. The most intense rain showers are an indicator that the mesolow filling process has started. The precipitation removes moisture from and cools the undercloud air layer. The cooled air flowing out blocks the inflow of heat and moisture to the mesolow (mesovortex) depriving it of the energy necessary to maintain its «life». As a result, the mesolow starts to decay. The duration of a mesolow existence depends upon its horizontal size. The larger the size, the longer is the mesolow's life. Normally, a mesolow exists no longer than two days (48 hours). It has been noticed that the mature mesolow's intensity also depends upon its size. The smaller the size, the more intense is the mesolow. Hence, it follows that less intense lows exist longer.

The mesolow cloud cover, as it is seen from a satellite, most often appears in the shape of a comma. In contrast the shape of mesovortex cloudiness which the satellite «sees» is in the form of cloudy spirals.

So far, there is no reliable technique for forecasting the development of mesolows. Usually, mesolows are detected on satellite images or on largescale weather maps well after their first appearance. Some useful information can be obtained from a meteorological radar network, as the data from several radars are combined in a mosaic map.

To forecast mesolow formation the following information can serve as a starting point:

- temperature and wind sounding data for a few points within the forecast region;
- largescale weather maps;
- constant pressure and thickness charts;
- satellite images;
- mosaic radar data compositions.

The following order of action needed to forecast mesolow formation is recommended.

1. The existence of a disturbance (non-homogeneity) of the meso- α scale size is ascertained with the aid of largescale charts and satellite images (radar data compositions). The most typical indicator of mesolow formation is an isolated massive amount of stratiform cloudiness with the horizontal size of the order 10^5 m and with some embedded cumuliform clouds. It should be kept in mind that most often such cloud masses are found in the rear parts of extratropical cyclones, and one must look for them there. It should be mentioned that the presence of the vortices type structure of such cloudy masses shows that the mesolow has already arisen or is forming. In this case no further forecasting actions are needed.

2. The values of the dynamic (DI and S_p) and kinematic (c , P_x , P_y , $\nabla^2 P$) characteristics are determined from the sounding data and from the largescale weather map. The results are plotted on a largescale map. With the aid of this map a zone of the largest values of DI and S_p is identified as well as the coincidence of the disturbance (non-homogeneity) with this zone and with the favourable kinematic conditions ($c=0$; $P_x(P_y)=0$, $\nabla^2 P > 0$).

3. The results of step 2 above give the basis to judge the possibility of mesolow formation. There may be as many as five situations.

a) All favourable conditions for the mesolow to arise are found approximately at the same place, i. e. the initial disturbance, the large values of DI and S_p , the crossing point of isolines $c=0$ and $P_x(P_y)=0$, where $\nabla^2 P > 0$ — all these coincide with each other. In this case, the mesolow will arise at the region in the next 2—3 hours, but the forecaster should not forget that in the presence of a strong wind in the free atmosphere the disturbance developing into the mesolow will be moving along the steering current (see below).

b) All favourable conditions for the mesolow to arise are present, but their space positions do not coincide with each other. In this case the mesolow can arise, but the period of time necessary for the mesolow to be formed is a bit longer. The forecaster should keep an eye on the disturbance, and in a few hours repeat the actions indicated in step 2 above.

c) The initial disturbance is present, however all other favourable conditions are absent within the given region. In this

case the mesolow formation probability will be very small during the next 12 hours.

d) The initial disturbance and the favourable dynamic conditions are present, and their space positions coincide with each other. However, the kinematic conditions are not favourable for the mesolow to develop. In this case the forecaster should keep an eye on all changes in the surface pressure field. Sometimes, even small changes of the pressure field can make the kinematic conditions become quite favourable for the development of a mesolow. Then, one may expect the mesolow to appear in the next 2—3 hours.

e) The initial disturbance and the favourable kinematic conditions are present; however, the dynamic conditions are absent or very weak or there are no data to determine them. In this case one should act according to the recommendations in step 4 below.

4. In addition, and especially in the situation of (b) and (e), without fail the forecaster must pay attention to the 500 hPa and 500/1000 hPa charts. The 500 hPa chart serves to determine vorticity in the middle troposphere; the 500/1000 hPa chart indicates the positions of warm and cold cores (centers). The regions with a significant vorticity coinciding with a cold core are potentially dangerous in the sense of mesolow or mesovortex origination. If an initial disturbance is found within such a region there is a significant probability that disturbance will develop into a mesolow in a few hours. The absence of cyclonic vorticity suggests the impossibility for a mesolow to develop from the initial disturbance.

Coincidence of the warm air core with the cyclonic vorticity and with the initial disturbance significantly decreases the probability for a mesolow to arise although it does not exclude its formation.

Both the embryo of the mesolow and the developed mesolow move. The speed of their movement is determined by a series of geostationary satellite images for the last 3—6 hours. Then, their movement is extrapolated for the following 3—6 hours using the procedure described on the pages 228, 266.

If it is required to forecast the mesolow movement for a somewhat longer period, the steering current rule is to be implemented. The air flow at 700 hPa level is adopted as the steering current.

To forecast the mesolow evolution and the associated cloud cover, satellite images are to be used. A sign of a mesolow development is decreasing cloud top temperature given by IR images and the formation of the spiral structure in the cloud cover. The sign of a mesolow weakening is increasing cloud top temperature and cloudiness degradation with the disintegration of cloud spirals into separate clouds or small clusters.

A cloud mesovortex or mesolow can approach a system of a frontal cloudiness and be found incorporated within the main frontal action zone. In this case an «explosive» cyclogenesis pro-

cess may occur. If the «cloudy comma» approaches the frontal wave, explosive cyclogenesis can accelerate the cyclone developing process so that the frontal wave is transformed into an occluded cyclone within a few hours. This phenomenon is called *the sudden occlusion*.

«EXPLOSIVE» CYCLOGENESES

Extratropical cyclogenesis is known to occur along atmospheric fronts as discussed in the course of Synoptic meteorology. It begins at the moment when a frontal wave has been formed under a Rossby wave. Frontal waves are divided into stable waves, those not transforming into extratropical cyclones, and unstable waves which initiate extratropical cyclone development. The time interval Δt needed to convert a frontal wave into a cyclone varies in a wide range from 2 or 3 hours up to 50 or 60 hours. If a cyclone has developed from the wave stage to the mature stage with $\Delta t < 12$ h, then the process of the cyclone formation for this short period of time is called «*explosive*» cyclogenesis. Although the result of this process is the formation of a normal extratropical cyclone of synoptic scale, the process itself is referred to as being a meso-scale one because of the very short time interval for the process of the order of magnitude $\Delta t = 10^{-4}$ s.

Four varieties of «explosive» cyclogenesis (EC) are known:

- 1) a mesolow (cloudy vortex) entering into a cold frontal zone (see page 239);
- 2) horizontal axis vorticities that turn to the vertical;
- 3) acceleration of frontal cyclogenesis;
- 4) cyclogenesis at the occlusion point.

1. A mesolow or mesovortex occurring behind a cyclone that moves along the steering current can enter the cold frontal portion of the cyclone. If the mesolow (mesovortex) velocity V_{MB} is larger than the cold front velocity $V_{x, \phi}$, then the mesolow (mesovortex) will have reached the cold front in time interval

$$\Delta t = \frac{L}{V_{MB} - V_{x, \phi}},$$

where L is the distance between the mesolow (mesovortex) and the cold front.

The entering of the mesolow (mesovortex) into the cold frontal system creates an «explosive» cyclogenesis situation since it combines the two most important components of extratropical cyclogenesis that is a significant cyclonic vorticity (mesolow) and baroclinicity (cold front). The more significant the baroclinicity is, the faster the cyclogenesis process develops. The time interval Δt needed for the frontal cyclone to be formed may be approximately determined by an empirical formula:

$$\Delta\tau = \frac{\beta}{0.32\beta - 0.28}, \quad (4.19)$$

where

$$\beta = \frac{\sqrt{V_5^2 + V_7^2 - 2V_5V_7 \cos \alpha}}{H_5 - H_7},$$

H_5 and H_7 are the heights in km of the 500 and 700 hPa surfaces respectively; α is the angle between wind vectors V_5 and V_7 .

Therefore, the time interval between the initial time when mesoslow (mesovortex) was detected to the rear of the cyclone and the time when the new cyclone has been fully developed is given by

$$\tau = \Delta t + \Delta\tau = \frac{L}{V_{MB} - V_{x,\phi}} + \frac{\beta}{0.32\beta - 0.28}. \quad (4.20)$$

The formulas (4.19) and (4.20) are valid if $0.9 \text{ m}/(\text{s}\cdot\text{km}) \leq \beta \leq 8 \text{ m}/(\text{s}\cdot\text{km})$; and also, all reasoning are just if $V_{MB} > V_{x,\phi}$ and $\Delta t < 12 \text{ h}$.

2. Horizontal axis vorticies are known to arise under the influence of vertical wind shear. The horizontal gradients of the vertical wind velocity may cause the vorticies to overturn. This process is described by the following term of the vorticity equation:

$$\left(\frac{\partial\Omega}{\partial t}\right)_w = \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (4.21)$$

Under normal conditions the magnitude of this term is rather small, and it is neglected when using the vorticity equation for general purposes. Sometimes, however, particularly under orographic influence, favourable conditions arise for this term to grow in magnitude significantly.

Under normal conditions the order of magnitude of the terms in the righthand part of (4.21) is 10^{-11} s^{-2} . Moreover, if both terms have the same sign, taking into account the minus sign between them, the result can be one order of magnitude less when compared with each individual term, i. e. 10^{-12} s^{-1} . If this is so, cyclone formation would require 10^6 — 10^7 s , i. e. a few weeks or even months. Naturally, to expect a cyclone to be formed under these circumstances is a hopeless matter.

However, sometimes on the lee side of a mountain or mountain ridge the following situation arises. First, $\frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} > 0$ and $\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} < 0$, i. e. a sum of the terms values takes place not the normal difference. Second, there are significant vertical wind shears, causing the derivatives $\partial u/\partial z$ and $\partial v/\partial z$ to be the values of order 10^{-2} s^{-1} ; and third, at a distance of a few dozens of km (mountain influence) the vertical velocity changes its value significantly so that $\partial w/\partial x$ and/or $\partial w/\partial y$ become the order of 10^{-7} s^{-1} . When these events occur

the righthand part of (4.21) reaches a magnitude of the order of 10^{-9} s^{-2} . Under these conditions a cyclone can develop in a time of the order of 10^4 s , i. e. in a few hours.

3. In some rare cases the «explosive» development of a cyclone can occur as an accelerated frontal cyclogenesis. Cyclogenesis acceleration occurs when all of the components of cyclogenesis act in the same direction and the numerical values of these component parameters appear to be the largest possible magnitude. Usually frontal wave is considered as an initial disturbance. Under certain conditions the components of the cyclogenesis can be presented as dimensionless parameters, especially when a wave develops into a cyclone. The basic conditions for determining the rate of cyclogenesis are:

- a) the dynamic (baroclinic) instability;
- b) a spiraling motion of the air;
- c) the Rossby wave length, above the frontal part where the cyclone is developing;
- d) the kinetic energy of motion in the middle troposphere in the cyclogenesis region.

Let us now represent each of these conditions in the form of dimensionless parameters.

Dynamical (baroclinical) instability. Cyclogenesis is known to be a process embracing almost the whole troposphere. Therefore, it is worth-while to take into consideration the baroclinicity of the most active part of the troposphere, i. e. of the 850—300 hPa layer. The dimensionless parameter of the dynamical (baroclinical) instability can be represented as (see also pages 183—187)

$$D = \frac{DI + DS}{2 \cdot 10^{-10}}, \quad (4.22)$$

where DI is the instability index for the 500—850 hPa layer, DS is the same for the 300—700 hPa layer.

Spiralling motion. For the same reasons, the spiralling S_p should be calculated in form of the sum of the values for 700—850, 500—700 and 300—500 hPa layers:

$$S_{p\Sigma} = S_p \Big|_{850}^{700} + S_p \Big|_{700}^{500} + S_p \Big|_{500}^{300}.$$

The value then, should be divided by the averaged value observed during at the cyclogenesis processes. For instance, in NW of Russia this average value is $\bar{S}_p \approx 1.13 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$.

The spiral motion dimensionless parameter will be

$$S = \frac{S_{p\Sigma}}{\bar{S}_p}.$$

Note, the condition for cyclogenesis is $S_p \neq 0$. The actual S_p

values can be positive, negative or equal zero. Intensive cyclogenesis is possible if $S_p > 0$. The process does not occur if $S_p = 0$, i. e. spiral motion in each layer is equal or tends to 0. In all other cases the process is very slow. Thus, «explosive» cyclogenesis is impossible when $S \leq 0$.

The Rossby wave length. The overwhelming majority of cyclones appear within a wave length range of 1800—3500 km. Let us call the dimensionless parameter of the wave length

$$P\lambda = 2 \exp[-1.4(\lambda - 2.5)^2].$$

Here, the λ value is in thousands kilometers.

It is known that the cyclogenesis process is the most intensive at a wave length $\lambda = 2500$ km, and that the intensity of the process decreases with increasing or decreasing wave length.

The middle troposphere kinetic energy determines cyclogenesis in many respects. The wind speed at 500 hPa level can serve as an indicator of the kinetic energy value. The wind speed $V_5 = 20$ m/s is the threshold value above which the cyclogenesis processes become very active. The kinetic energy parameter can be represented as

$$k = \frac{V_5 - 20}{V_5}.$$

If all of these four parameters are > 1 , and at least one of them is $\gg 1$, there is a large probability of «explosive» cyclogenesis.

Cyclogenesis at the occlusion point is the well known regeneration of a filling low. First of all, the rate of the regeneration depends upon the baroclinicity. If the baroclinicity over the occlusion point, lost in course the lows evolution, has been restored, regeneration will occur without any doubt. A new generating cyclone usually reaches its mature stage in 12 to 18 hours. A good indicator of regeneration is the value of D (see formula (4.22)). If $D \geq 1$ regeneration has started or will begin very soon. Will this process have an «explosive» character? The pressure tendencies may help to answer this question. An increase with time of the negative values or pressure tendencies at the occlusion point is a sign of «explosive» cyclogenesis. In this case, the development of the cyclone may occur in 12 hours or less.

Chapter 5

VERY SHORTRANGE WEATHER FORECASTING WITH STABLE ATMOSPHERE AND HIGH ATMOSPHERIC PRESSURE CONDITIONS

In the stable atmosphere with high atmospheric pressure conditions, the meteorological situation is usually characterized by «fine weather». However, even with the fine weather conditions, some significant changes can occur. Temperature and humidity are known to vary profoundly, fogs and haze may arise. Stable air weather with high pressure conditions is determined by the following meteorological factors:

- the basic properties of the air mass acting in the region;
- wind direction and speed;
- large scale vertical motion.

Information on these factors is most important to make forecasts.

The conditions in question are usually favourable for significant variations of the air temperature. They may cause fog or haze formation if the air mass is humid enough. Therefore, let us turn to very shortrange forecasting of air temperature.

VERY SHORTRANGE FORECASTING OF THE AIR TEMPERATURE

The general principals of air temperature forecasting are well known and are covered by the synoptic meteorology course. Usually, two factors are taken into account, i. e. advection and air mass transformation. When forecasting the temperature in the free atmosphere one should take into account also vertical motion. Existing techniques to forecast air temperature for a lead time up to 24 hours are reliable enough, but the accuracy of the forecasts within $\pm 2^{\circ}\text{C}$ does not meet the requirements of very shortrange forecasting. The interhour temperature variability has an order of 10^{-1} to 10^0 $^{\circ}\text{C}$ per hour. Hence, the accuracy of very shortrange temperature forecasting should be less than or equal to a few tenths of a degree. This means the traditional technique is not always acceptable. Better results can be achieved using straightline formal extrapolation, although this also has some shortcomings. In spite of these shortcomings the formal extrapolation method has a number of positive qualities, namely:

- simplisity;
- the requirement of a small volume of initial information;
- the possibility of taking into account with integrately all of the causes for the changing values to be forecasted.

The latter is very useful for current temperature forecasting for these reasons. First, all of the acting causes for the temperature to vary are not known. Second, even those causes we know can not be fully taken into account, since the initial information may not be accurate and/or may not always be available in detail. Third, to account for all known causes, provided the information is available, would require a great deal of effort and time. However, all of this is not necessary to give satisfactory results.

The task is to forecast the air temperature a few hours ahead based on its current measurement, taking into account the diurnal temperature variation. An example of the diurnal temperature variation in the form of the temperature deviation from its 24-hour average is represented in the figure 5.1. It is easy to see that the implementation of the straightline extrapolation method is possible for a very short period of time, i. e. one half to one hour ahead. One can note that the form of the curve from sunrise until sunset is quite different than that of the nighttime curve. Hence, the curveline extrapolation in the daytime would not be identical to that for the nighttime. For the day time, the solution is to be found in the following form:

$$T_t = T_{\text{исx}} + \frac{T_{\text{исx}} - T_{-3} - \hat{T}_{\text{дн}} \left[\sin \frac{\pi}{n_1} (t_{\text{исx}} - t_0) - \sin \frac{\pi}{n_1} (t - 3 - t_0) \right]}{3} \delta t + \hat{T}_{\text{дн}} \left[\sin \frac{\pi}{n_1} (t - t_0) - \sin \frac{\pi}{n_1} (t_{\text{исx}} - t_0) \right], \quad (5.1)$$

and for the nighttime:

$$T_t = T_{\text{исx}} + \frac{T_{\text{исx}} - T_{-3} - \hat{T}_{\text{н}} \left[\sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зax}} - t_{\text{исx}}) - \sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зax}} - t_{\text{исx}} + 3) \right]}{3} \delta t + \hat{T}_{\text{н}} \left[\sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зax}} - t) - \sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{зax}} - t_{\text{исx}}) \right]. \quad (5.2)$$

In these formulas (5.1) and (5.2), T_t is the air temperature value for the time $t = t_{\text{исx}} + \delta t$, where δt is the lead time of the forecast, $t_{\text{исx}}$ is the initial time; $T_{\text{исx}}$ is the temperature value measured at $t_{\text{исx}}$; $\hat{T}_{\text{дн}}$ is the half of the day temperature increase under cloudless, calm weather conditions; $\hat{T}_{\text{н}}$ is the temperature decrease during the nighttime; n_1 is the number of hours with an accuracy of 0.5 hour from the sunrise until the moment when the air temperature reaches its maximum value; $n_2 = 2(t_{\text{ноcx}} - t_{\text{зax}})$ is the doubled number of hours from sunset to sunrise (with an

accuracy of 0.5 hour); $t_0 = t_{\text{BOCX}} + n_1/2$; t_{BOCX} is the sunrise time; T_{-3} is the temperature value measured 3 hours before the initial time.

It is obvious the \hat{T}_{DH} and \hat{T}_{H} values are different for different months and latitudes. These values are to be empirically determined for each region separately from archive data for those periods when fine weather has been observed. The average values of \hat{T}_{DH} and \hat{T}_{H} are given in the table 5.1 for the North-West of Russia.

Table 5.1

Average values of \hat{T}_{DH} and \hat{T}_{H} (°C) for the North-West of Russia

Months	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
\hat{T}_{DH}	2.0	3.8	5.2	5.2	6.0	6.2	6.2	5.4	5.2	4.2	3.0	2.1
\hat{T}_{H}	7.8	8.0	6.8	6.0	5.8	4.6	4.8	5.0	6.0	6.4	6.8	7.8

Let us denote

$$\frac{T_{\text{HCX}} - T_{-3} - \hat{T}_{\text{DH}} \left[\sin \frac{\pi}{n_1} (t_{\text{HCX}} - t_0) - \sin \frac{\pi}{n_1} (t_{\text{HCX}} - 3 - t_0) \right]}{3} = x_{\text{DH}},$$

$$\frac{T_{\text{HCX}} - T_{-3} - \hat{T}_{\text{H}} \left[\sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{3AX}} - t_{\text{HCX}}) - \sin \frac{\pi}{n_2} (t_{\text{3AX}} - t_{\text{HCX}} + 3) \right]}{3} = x_{\text{H}}.$$

The values of x_{DH} and x_{H} implicitly take into account all factors acting during the initial period which distort the real diurnal temperature variation. The initial period is at $t_{\text{HCX}} - 3$. The main two factors among these are the temperature advection and cloudiness. It should be noted that, with a strong wind and/or overcast skies, one should take into account that the diurnal variation is not valid. In this case one should use the straightline extrapolation to give the best results.

With weak wind velocity conditions, the cloud cover is usually stable and significantly influences the temperature variation. During the night, cloudiness absorbs and reradiates longwave (outgoing) radiation from the ground and thus decreases nighttime cooling. Temperature decreases move slowly than with cloudless conditions. During the daytime the cloudiness reflects the sunlight weakening the sun's radiation reaching the surface thus decreasing daytime heating. This means that cloudy weather makes the values of x_{DH} and x_{H} have different signs. If the value of $x_{\text{H}} > 0$ as determined from the data observed before sunrise, then it is used to forecast temperature after the sunrise, and the sign of the value would be opposite, i. e. $x_{\text{DH}} < 0$. Let us show this by an example.

The example. Leningrad, 9.09.87, initial data.

$$\begin{array}{lll}
 t_{\text{HCX}} = 7 \text{ h}, & T_{\text{HCX}} = 11.8^\circ\text{C}, & \hat{T}_{\text{HH}} = 5.2^\circ\text{C}, \\
 t_{\text{BOCX}} = 7 \text{ h}, & T_{-3} = 11.9^\circ\text{C}, & \hat{T}_{\text{H}} = 6.0^\circ\text{C}, \\
 t_{3\text{ax}} = 20 \text{ h}, & & \\
 t_{\text{max}} = 16 \text{ h}, & \text{Cloudiness: 8b, Sc} &
 \end{array}$$

According to the initial data $n_1=9$ h, $n_2=22$ h, $t_0=7+9/2=11.5$ h. Since the initial period of time occurs at night 3 hours before the sunrise, the x value is to be calculated as

$$x_{\text{H}} = \frac{11.8 - 11.9 - 6.0 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-11) - \sin \frac{\pi}{22} (-8) \right]}{3} \approx 0.15^\circ\text{C/h}.$$

Since at the initial time clouds were presented, the correction x_{H} received was obviously related to the cloudiness influence and, after sunrise, the clouds would prevent heating. Therefore, to forecast the temperature after sunrise this correction must be made with the sign «minus».

Then

$$T_8 = 11.8 - 0.15 + 5.2 \left[\sin \frac{\pi}{9} (8 - 11.5) - \sin \frac{\pi}{9} (7 - 11.5) \right] = 11.7 \text{ (11.8)};$$

$$T_9 = 11.8 - 0.15 \cdot 2 + 5.2 \left[\sin \frac{\pi}{9} (9 - 11.5) - \sin \frac{\pi}{9} (7 - 11.5) \right] = 12.7 \text{ (12.1)};$$

$$T_{10} = 11.8 - 0.15 \cdot 3 + 5.2 \left[\sin \frac{\pi}{9} (10 - 11.5) - \sin \frac{\pi}{9} (7 - 11.5) \right] = 13.7 \text{ (12.8)}.$$

The air temperature measured is put into the parenthesis.

The most considerable inaccuracies arise in those cases when there are significant changes in cloud amount. Unfortunately, so far there is no reliable technique to take into account the changing cloud amount when making the very shortrange forecast of temperature. This can be done in the following way*. It is assumed that the clouds change the value of \hat{T} to form

$$\hat{T}_{06\pi} = \hat{T} e^{-aB}. \tag{5.3}$$

Here, $\hat{T}_{06\pi}$ is the value of \hat{T}_{HH} or \hat{T}_{H} during the cloudy day or night; $V=L+0.75M+0.25H$ (L , M , H are the lengths of sky cover of low, medium and high clouds respectively); a is an empirical coefficient depending upon the season, air mass properties, and the site of the forecast. The a value can be calculated beforehand for different situations using archive materials (data) as

$$a = \ln \frac{\hat{T}}{\hat{T}_{06\pi}} \Big| B. \tag{5.4}$$

The average a value for St. Petersburg is 0.23 being $a=0.13$

* In order to take into account in an accurate way the influence of cloudiness, there is a need for a precise forecast of the cloud amount during the forecast period.

in July and $a=0.33$ in January. How can one take into account the cloudiness?

Let us show it using an example.

The example. Leningrad, 11.09.87, initial data:

$$\begin{array}{lll} t_{-3} = 1 \text{ h,} & 3\text{b Cs,} & T_{-3} = T_{01} = 10.6^\circ\text{C,} \\ t_{\text{ncx}} = 4 \text{ ч,} & 8\text{b Sc.} & T_{\text{ncx}} = T_{04} = 10.3^\circ\text{C.} \end{array}$$

At 7 o'clock, it is expected the cloud amount will increase up to 10b Sc. The temperature forecasts for 5, 6 and 7 a. m. are to be prepared.

Step 1. Calculation of the B_{-3} , B_{ncx} and B_t values, i. e. B_{01} , B_{04} , B_{07} :

$$B_{01} = 0.25 \cdot 3 = 0.75; \quad B_{04} = 8; \quad B_{07} = 10.$$

Step 2. Calculation of the average B value for the time interval from 1 a. m. to 4 a. m.

$$B = \frac{0.75 + 8}{2} = 4.375 \approx 4.4.$$

Step 3. Calculating of the $\hat{T}_{06\pi}$ value for the same period of time

$$\hat{T}_{06\pi} = 6 \exp(-0.23 \cdot 4.4) \approx 2.2.$$

Here, we adopted the average a value as equal to 0.23.

Step 4. Calculation of the x_H value. Note, in this case, x_H takes into account all factors but cloudiness:

$$x_H = \frac{10.3 - 10.6 - 2.2 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-8) - \sin \frac{\pi}{22} (-5) \right]}{3} \approx 0.09.$$

Step 5. Calculation of the predicted B value average for the time interval between 4 a. m. and 7 a. m.:

$$\bar{B} = \frac{8 + 10}{2} = 9.$$

Step 6. Calculation of the $\hat{T}_{06\pi}$ value for the same period of time

$$\hat{T}_{06\pi} = 6e^{-0.23 \cdot 9} = 0.8.$$

Step 7. Prediction of the temperature values for 5, 6, and 7 a. m.

$$T_5 = 10.3 + 0.8 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-9) - \sin \frac{\pi}{22} (-8) \right] + 0.09 = 10.4 \quad (10.1);$$

$$T_6 = 10.3 + 0.8 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-10) - \sin \frac{\pi}{22} (-8) \right] + 0.09 \cdot 2 = 10.4 \quad (10.0);$$

$$T_7 = 10.3 + 0.8 \left[\sin \frac{\pi}{22} (-11) - \sin \frac{\pi}{22} (-8) \right] + 0.09 \cdot 3 = 10.5 \quad (10.1).$$

Try to solve one more problem yourself.

The example. Leningrad, 10.05.86, initial data:

$$\begin{array}{lll} t = 6 \text{ h,} & \text{cloudiness \%}, & T_6 = 6.2^\circ\text{C,} \\ t = 9 \text{ h,} & \text{cloudiness 3b Sc,} & T_9 = 9.5^\circ\text{C,} \end{array}$$

At noon, it is expected 6b Ac

$$t_{\text{boex}} = 5 \text{ a. m.} \quad t_{T_{\text{max}}} = 5 \text{ p. m.}$$

Predict the temperature at 10, 11 a. m., and 12 noon.

To verify the result you got, use the data for the measured temperatures at the same hours: $T_{10}=10.6^{\circ}\text{C}$; $T_{11}=12.2^{\circ}\text{C}$; $T_{12}=12.9^{\circ}\text{C}$.

When intense fronts with the temperature contrast $\Delta T > 2^{\circ}\text{C}$ are passing the site of interest, it is necessary to introduce corrections into the precalculated values of the temperature. As it is known from the synoptic meteorology course a frontal zone passes a point taking about 2 hours. Therefore, if the passage of a front is expected within the lead time period, then in the *first hour* the forecaster must introduce a correction equal to $0.5\Delta T$ and for *all following hours*, the correction is equal to ΔT .

THE AIR HUMIDITY VERY SHORTRANGE FORECASTING

Humidity forecasting techniques known from synoptic meteorology are mostly based on accounting for advection. Sometimes with short lead time, the time lag principle is used, i. e. the existing humidity is assumed to remain constant. Neither of these approaches provides the accuracy required for very shortrange forecasts. For instance, when one is preparing dew point forecasts for a lead time of 6—12 hours, the justification is less than 60 % with a not very strict criterion of ($\pm 2^{\circ}\text{C}$).

Significant mistakes in the forecast are related to the impossibility of more or less precisely taking into account humidity variations caused by transformation of air passing over underlying surfaces of different wetness. First, complete information on the state of the underlying surface is not available. Second, even if this information were available, there is one more problem, that is how to determine air motion trajectories for very short time intervals. For the «pure» advective forecast it is important just to find the initial point of the trajectory when calculating the trajectory. Then to take into account the transformation, it is necessary to know the shape of the trajectory curve and what kind of underlying surface the trajectory will pass over.

The precision of the forecast is also influenced by the accuracy of the initial information which is not adequate in many cases. Therefore, when making a forecast it is desirable to take into account mistakes in the initial information. It is also important to know which of the hygrometrical parameters (humidity characteristics) is to be predicted.

Different weather forecasting methods include different hygrometrical parameters. For instance, forecasters often use relative humidity and dew point deficit. The relative humidity ($R=e/E$) varies with adiabatic and non-adiabatic processes because of the change of the value E as the temperature changes. Also R varies with evaporation and condensation because of the change of the value e as moisture is added or withdrawn from the air. Thus it

has rather changeable characteristics. Knowing the relative humidity value, the dew point deficit can be calculated. To do this one may use the following formulas

$$D = \frac{236 + T}{\left[\frac{1762}{(2 - \lg R)(236 + T)} + 1 \right]}, \quad (5.5)$$

where T is the air temperature, °C; R is the relative humidity, %; there are also more simple relations:

$$D = \frac{100 - R}{5.8} \quad (5.6)$$

or

$$D = 28.1(2 - \lg R) + 0.133(2 - \lg R)T. \quad (5.7)$$

When humidity characteristics are being forecasted it is important to take into account their diurnal variations. For this purpose climatic curves of the humidity diurnal variation can be used.

Making a 12-hour period forecast of a hygrometric characteristic, for instance the dew point deficit, one may apply the equation

$$D_{12} = (\bar{D}_a)_{12} + k(\Delta D)_{12} \pm a_N(A_D). \quad (5.8)$$

Here, D_{12} is the dew point deficit 12 hours after the initial time; \bar{D}_a is the advective value of the dew point deficit, i. e. its value at the initial point of the trajectory, D_H ; ΔD is the difference of the dew point deficits at the ultimate and initial points of the trajectory, i. e. $\Delta D = D_H - D_H$; A_D is the transformational change of the dew point deficit, which is to be taken from the map of climatic amplitudes D at the midpoint of the 12-hour trajectory; $a_N = 1$, if the average at 3 a. m. or at 3 p. m. of the amount of cloudiness N_ϕ at the point where the A_D value being taken, is equal to the monthly mean amount of clouds at this point; \bar{N} , i. e. $\bar{N}_\phi = \bar{N}$; $a_N = 0.2(0.3)$ when $\bar{N}_\phi > \bar{N}$, and $a_N = 1.1(1.5)$ when $N_\phi < \bar{N}$; $k = 0.1$.

A plus sign is to be used before the third term if the initial time is 3 a. m., and a minus sign, if the initial time is 3 p. m. When the forecast being prepared is for a period of six hours or less, many parameters have to be taken into account. Among them are diurnal variations of the eddy coefficient, evaporation or condensation processes, change in the humidity, characteristic distribution with height, variations of wind speed and direction, the air temperature and the amount and type of cloudiness. Besides, these one should not forget to include the influence of local conditions. In addition there may be some influencing factors unknown to us at the present time. All these suggest that, even with no advection condition, diurnal variation of the humidity is a rather complicated

process. Therefore, the best results seem to be achieved in humidity nowcasting when the formal extrapolation technique is used (see page 266).

RADIATION AND FROST FOGS VERY SHORTRANGE FORECASTING

The task of a fog prediction is not only to have forecasted the appearance of fog, but also to foresee the time of its occurrence. If the fog has already been observed at the initial time, then the forecast is to foresee the time of its disappearing.

Although a stable atmosphere and high atmospheric pressure are very favourable conditions for the occurrence of radiation fog and in winter of frost fog, more detailed information on the state of the atmosphere is needed to forecast fog occurrence with some degree of reliability.

Radiation fog is likely to be formed if there are the following favourable conditions:

- 1) fair weather with a small cloud amount in a clear sky during the evening and nighttime;
- 2) existence or possibility of the occurrence of a surface inversion;
- 3) fog formation generally does not occur if there is no wind or if winds are stronger than 4 m/s.
- 4) significant relative humidity ($R \geq 60\%$) in the evening hours;
- 5) wet underlying surface.

It should be noted the existence of all of these five conditions does not guarantee that fog will appear. Fog will occur only if the minimal air temperature, T_{\min} , appears to be equal to or less than the so called *the fog formation temperature*, T_{τ} , i. e. $T_{\min} \leq \hat{T}_{\tau}$. If $0^{\circ}\text{C} \leq (T_{\tau} - T_{\min}) \leq 2^{\circ}\text{C}$, then a haze may appear. The fog formation temperature can be determined as

$$T_{\tau} = (T_d)_{\text{ax}} - \delta T_d, \quad (5.9)$$

where $(T_d)_{\text{ax}}$ is the dew point temperature value during an evening time close to the time of sunset. It is worth keeping in mind that, in summer after sunset the dew point temperature can increase by $1-2^{\circ}\text{C}$ due to evaporation from the warm soil; δT_d is the dew point temperature change from its value at sunset until the time of fog formation. The success of the forecast depends upon the accuracy of the determination of the value of δT_d . It has been empirically found that δT_d depends upon the initial dew point temperature, the dew point deficit distribution with height, the state of the underlying surface, the wind speed and a number of other local conditions. The difficulty of accounting for all of these factors

suggests the necessity for the ascertainment of some partial relations from the real initial conditions. For instance, an empirical relation to calculate the dew point temperature decrease based on the dew point temperature at sunset can be recommended as

$$\delta T_d = 2 \exp \left[\frac{6}{(T_d)_{3ax} + 35} \right]. \quad (5.10)$$

This formula is valid for sites situated on a plane far from any large open water areas.

Near large water bodies where the air which has been over the water can arrive at the forecast point during night hours a similar relation can be used

$$\delta T_d = 1.6 \exp \left[\frac{7.8}{(T_d)_{3ax} + 35} \right]. \quad (5.11)$$

It is easy to see that the generalized relation can be presented as

$$\delta T_d = a \exp \left[\frac{b}{(T_d)_{3ax} + 35} \right], \quad (5.12)$$

where a and b are the coefficients empirically determined for any particular site from archive data.

The minimum temperature forecast is made by the technique indicated above in this chapter (see page 244). Fog (haze) is to be expected if

$$T_{\min} \leq [(T_d)_{3ax} - \delta T_d].$$

The fog formation time can be determined from the graph shown in the figure 5.2, where the value of $\tau = (T_{3ax} - T_f)/(T_{3ax} - T_{\min})$ is indicated along the horizontal axis, and the time in parts of the night duration, i. e. from sunset to sunrise is indicated along the vertical axis. The graph permits one to determine the time of fog formation with an accuracy of 1 hour.

When determining the δT_d value, the forecast of the dew point temperature change has to be made for the period of a few hours. The most simple technique to do this is the formal extrapolation:

$$(T_d)_t = [(T_d)_0 - (T_d)_{3ax}] \frac{t - t_0}{t_0 - t_{3ax}}. \quad (5.13)$$

Here, the index «0» denotes the observation time which is 2 or 3 hours after sunset.

It is easy to see that the formula (5.13) describes the dew point temperature change by a straight line. This line can be drawn in the form of graph on a piece of the graph paper. The time is indicated along the abscissa, and the T_d value is indicated along the ordinate. On the same graph the air temperature change predicted by the technique above can be drawn. If this predicted temperature change curve intersects with the line of the dew point,

fog is to be expected. The intersection point indicates the approximate time of its formation. An example of such a graph is shown on the figure 5.3. In the given example, fog must begin to form about midnight.

The disappearance time of fog depends upon the season and the meteorological situation. If the situation is stable, i. e. not changing, then in summer the fog will disappear not later than two hours after sunrise. In autumn it will disappear in 3—5 hours and in winter it can continue during the whole day.

It can also be recommended that to determine the time of fog disappearance one could use the predicted temperature change. However, it should be kept in mind that, in the case of a dense fog, the calculated temperature increase has to be diminished by multiplying the calculated value by a coefficient equal to 0.25, and, in the case of a normal fog,—by 0.35. As the sun becomes higher this coefficient has to be increased. Usually fog is believed to disappear as soon as the air temperature reaches the value of the temperature of fog formation.

The following fog disappearance factors must be taken into account, namely:

- 1) wind speed increase (by 2 m/s and more);
- 2) advection of dryer and colder air possessing lower values of T_d ;
- 3) descending vertical motion causing a dew point deficit increase by 3°C and more;
- 4) rain or snow, the temperature of the rain droplets or snowflakes being lower than the surface layer air temperature;
- 5) water vapour sublimation on snowcover, the wind being calm.

Frost fogs arise in towns and villages under anticyclonic situations, the air being very cold. To forecast a frost fog, first of all, one needs to determine whether the air temperature will reach its critical value, T_{kp} .

If the real air temperature $T > T_{kp}$, frost fog will not appear. The critical temperature value depends on the relative humidity and the atmospheric pressure (Fig. 5.4).

When burning any fuel, water vapour is induced into the atmosphere. This means the content of the moisture in the air will increase, and the relative humidity will also rise. The data on the water vapour amount, W , coming into the atmosphere after burning 1 kg fuel are given below:

Fuel	W g	Fuel	W g
Natural gas	2160	Fire wood	632
Gasoline	1305	Brown coal	458
Peat	637	Coke	60

If the amount of fuel burned is known at least approximately, the amount of water vapour introduced into atmosphere (in g/m^3) can be calculated by the formula

$$\delta a = \frac{WQ}{8.64 \cdot 10^6 dVh},$$

where Q is the fuel mass burned during 24 hours, kg; h is the layer thickness into which the water vapour has spread or the height of the inversion capping lower boundary layer, m; d is the width of the populated region, km, along the normal to the wind vector observed, V m/s.

The δa values calculated are used to determine the dew point temperature change from the graph in the figure 5.5. The initial values T_d are entered into the ordinate of the graph of sloping curves for values of δa . The expected value of the dew point change δT_d , is read off of the abscissa. As soon as the δT_d value has been determined, the expected dew point value can be calculated as

$$(T_d)_{np} = T_d + \delta T_d.$$

To estimate the possibility of a frost fog formation, use of the graph shown in the figure 5.6 is recommended.

Night jet stream. Often, air flow is formed above a surface inversion at night. This flow is figuratively called the night jet stream (NJS). The speed of the air stream can be as high as 20 m/s; the maximum speed is usually observed at an altitude of 200—300 m, while, at the surface the wind speed usually does not exceed 2 m/s. Often, no wind at the surface is recorded.

The night jet stream is usually observed in a very thin layer. A clear profile of the night jet stream appears during the nighttime and disappears 2—2.5 hours after sunrise. However, in winter when a surface inversion persists throughout all 24 hours, this jet stream can remain during daytime also.

The NJS is considered to be a local, mesoscale phenomenon. However, in some continental regions this kind of jet stream has a length of a few hundred km, although its width remains to be very small, the order of 10^0 — 10^1 km.

The nature of the NJS is not fully understood. The most likely hypothesis for its origin appears to be as follows.

The NJS is known to appear over the central parts of low level anticyclones or those anticyclones with space axes which have rather strong slopes. In these cases, the upper frontal zone (UFZ) spreads down into the lower troposphere and often causes significant cold air advection increasing with height.

Any exchange of momentum between the surface level and UFZ is practically abolished because of the inversion. However, above this inversion, in the upper part of the boundary layer, the momentum exchange remains active and even becomes stronger.

The cold advection causes the creation and maintenance of static instability. Diffusion spreads through the layer from the UFZ to the inversion upper boundary. Below this boundary, wind is weak, but above it the wind sharply increases because of the momentum exchange and absence of friction. The wind profile becomes typical for an unstable atmosphere (Fig. 5.7, curve 1). After sunrise the inversion is destroyed and the wind profile takes its normal shape (curve 2) and the jet disappears (see Fig. 5.7).

If this hypothesis is correct, the NJS can be expected in the case of the existence of a low level anticyclone with the UFZ above it, which in turn provides the cold air advection which strengthens with height.

Chapter 6

VERY SHORTRANGE FORECASTING: THE PROCESSES AND PHENOMENA ARISING DUE TO LOCAL OROGRAPHIC INFLUENCES (UNDERLYNG SURFACE NON-HOMOGENEITIES)

There are two types of underlying surface non-homogeneities: *mechanical* and *thermal*. However, this subdivision is somewhat artificial since both types are linked to each other, although there is a good reason to consider mechanical non-homogeneities as primary and thermal non-homogeneities as secondary. Moreover, mechanical non-homogeneities are constant while the thermal ones are changeable with time and depend upon both the mechanical non-homogeneities and the air circulation pattern. The circulation patterns at least mesoscale circulations, in turn are defined to a significant degree by all types of underlying surface non-homogeneities. At the same time the local weather depends upon these circulation patterns. These connections are shown schematically in the figure 6.1.

Mechanical non-homogeneities are defined by the local relief and its effect on the atmospheric processes and will be different depending upon the state of the atmosphere, the type of the current atmospheric process, the season and the latitude. For instance Ladoga lake breezes would differ from their «fellows» at Baykal lake, and mountain and valley circulation in the Alps is different from that in the Middle Asia mountains. Therefore, only those aspects of the local processes and weather formation which are common for all regions will be discussed below. Relief and thermal non-homogeneity of the underlying surface influence all scales atmospheric processes. However, for very short range forecasting the mesoscale processes are of primary interest. That is why these processes will receive priority in our discussion below.

First of all, mountain ridges, mountains, heights and hills exert

some influence on the formation and distribution of cloudiness and precipitation. As air approaches the windward side of a ridge or mountain the stream lines converge creating conditions for largescale uplift of the air. Under these conditions the air simply slides upslope. This uplift is called orographic ascent. If the approaching air is stable, then a widespread precipitation zone is formed along the exposed windward side, and if precipitation is already occurring, it will increase. If the air is conditionally unstable, then the orographic ascent creates conditions for the instability to be realized causing convection. In this case along the exposed windward side both widespread precipitation and showers can be observed both being more intense than they would be over the upwind plain. On the lee side of the obstacle the air descends causing the cloudiness to dissipate and the precipitation cease. If the precipitation zone is not of an orographic nature and somehow occurs on the lee side of a mountain obstacle, then the precipitation is weakened and sometime can cease completely (Fig 6.2).

The vertical velocity caused by orography can be estimated by

$$W_0 = V_n \operatorname{tg} \alpha,$$

where V_n is the normal wind component to the ridge or mountain slope; α is the angle of the slope of the mountain ridge with respect to the horizon. In addition there can be largescale vertical motion in the atmosphere caused by some dynamical processes:

$$W_D = - \int_{z_1}^{z_2} \operatorname{div} \mathbf{V} dz. \quad (6.1)$$

Then, the summarized vertical velocity would be

$$W = W_0 + W_D. \quad (6.2)$$

Hence, the weather conditions defined by the largescale vertical motion would be more severe on the exposed windward side and less severe on the leeward side.

Similar but generally weaker effects take place when an air flow moves from a smooth underlying surface to a rough one or vice versa. For example air moving from the sea (smooth surface) to over land (rough surface) or from a field (smooth) to a town (rough).

The most sophisticated technique used to forecast local weather conditions near mountains or similar obstacles is based on hydrostatic or non-hydrostatic mesoscale models, which take into account mountain ridge (hill) influences. Of course, such models should be adjusted to the real orographic features of the locality. This means they are strictly individually tailored to a specific location.

However, in many cases it suffices to give just a qualitative forecast of cloudiness and precipitation intensity distribution near

the obstacle. Then, the following forecasting procedure can be recommended.

1. An estimation of the current synoptic situation is made to see whether the situation is capable of generating cloudiness and precipitation. The static stability or instability of the air mass acting in the region is also estimated.

2. The air flow orientation related to the mountain ridge position is determined from the wind sounding data. This indicates where the windward side and where the leeward side of the obstacle, that is a mountain ridge, hill or town, are located.

3. It is assumed that the forecaster knows the average slope angle of the mountain ridge or hill. If the angle is unknown, it can be determined as

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{h}{0.5S},$$

where h is the height of the ridge (mountain, hill), and S is its width at the foot.

4. From constant pressure charts the non-disturbed air flow velocities V_i are determined at several levels below the mountain or hill ridge height at a distance of about 200 km upstream of the exposed windward side. Simultaneously, the angles λ_i that the air flow deviates from the normal to the ridge are estimated. Next, the component of the wind normal to the ridge and its average value is determined at every level i :

$$V_{ni} = V_i \cos \lambda_i$$

and

$$\bar{V}_n = \frac{\sum_{i=1}^m V_{ni}}{m},$$

where m is the number of levels.

5. The uplift air speed on the windward mountain side is calculated

$$W_0 = \bar{V}_n \operatorname{tg} \alpha = \bar{V}_n \frac{h}{0.5S}. \quad (6.3)$$

One must keep in mind the value W_0 calculated by (6.3) can be regarded as a measure of the orographic influence on the upwind flow only. It cannot be used to calculate any quantitative characteristics of cloudiness and precipitation.

6. Using meteorological satellite data, the state of the cloud cover on the windward side of the ridge of the mountain or hill is determined. It is possible to find three conditions:

- I. there is a mass of dense cloudiness;
- II. there are just a few small clouds;

III. there is an intermediate state.

7. From constant pressure charts or from radiosound data the water content of the air on the windward side of the ridge of a mountain or hill is determined in the layer from the ground up to the 500 hPa surface. The water content is regarded to be large (L) if the dew point deficit does not exceed 2°C up to the 850 hPa and 3°C above this level. If the deficit exceeds these indicated values, the water content is regarded as small (S).

8. A significant amount of precipitation can be expected, if the IL combination takes place. Precipitation is not expected with the combination IIS. (Table 6.1).

In regions with complex relief it is recommended to analyze the directions of air flows toward every branch of the ridge complex on the windward side of every mountain or hill, calculating \bar{V}_n and W_0 for every locality separately. This is most important for tropical areas, where the atmosphere is always conditionally unstable and hence, when the air is lifted the realization of instability is to be expected and Cb clouds, showers, thunderstorms and squall formation is predicted as well.

When forecasting cloudiness and precipitation in a valley, it is recommended to take into account the mountain and valley wind circulation influence. Convective cloudiness developing in the morning and in the afternoon will be brought up along the slopes by the valley wind. Therefore, the maximum cloudiness development, showers and thunderstorms that occur in the afternoon are to be expected in the upper regions of the mountains. At night, when the

Table 6.1.

The possibility of precipitation formation or cessation along the windward side of the ridge of the mountain or hill depending on the cloud cover condition and the air water vapour content

Combination of the cloud cover state and the air water vapour content on the windward side	Existence or absence of precipitation at the initial time	Possibility of precipitation formation or cessation in the next 3 to 6 hours
IL	Precipitation exists No precipitation	Precipitation will increase Precipitation will occur and will be significant
IIL	No precipitation	Precipitation is possible
IIIL	No precipitation	Weak precipitation will occur
IS	Precipitation exists	Precipitation will cease or weaken
IIS	No precipitation	The probability of precipitation is very small
IIIS	No precipitation	There will be no precipitation

mountain winds slow downslope, the cloudiness under the influence of these winds, will move down to the valley or premountain area. Therefore, maximum cloudiness and precipitation will be observed here during nights.

KATABATIC WINDS

Air flows «sliding» down the ridge or mountain slope are called *katabatic winds*. Formation of these winds most often occurs when an air mass crosses a mountain ridge. In the right part of the figure 6.2, the downslope flow streamlines on the lee side of the ridge are shown. The essence of this process can be described in the following way. Air on the windward side is lifted and is cooled with the water vapour in it is being condensed resulting in clouds and precipitation (see above). As soon as the air has reached the mountain top it begins to stream down the leeward side gaining significant velocity, sometimes of hurricane force. There is another process of katabatic winds development. Sometimes a cold air mass is formed on a vast mountain plateau. If this region experiences an atmospheric pressure increase, the cold air gradually «creeps» to the plateau margins and from there it «falls down», developing strong katabatic (gravity) winds. This kind processes in known for instance to occur in the Antarctic.

In a number of cases the katabatic winds increase the air temperature on the leeward side of the ridge and then these winds are called *foehns*. In other cases, the opposite occurs, that is they decrease the air temperature and this wind is called *a bora*.

Katabatic winds are a local phenomenon and often they have local names. Certainly the essence of the phenomenon does not change due to the name. Here we will call them by just the names foehn, when the wind increases the local air temperature, and, bora when the wind decreases the local air temperature.

The duration of either foehn or bora can vary in a wide range, i. e. from a few hours to a few weeks. Their appearance is associated with largescale processes. In addition the wind increase and the temperature change can occur rapidly, that is within a few dozen minutes. The wind speed can increase from 5—7 to 35—40 m/s with temperature changes in the dozens of degrees. In this sense the processes of the foehn and bora development can be referred to as being mesoscale processes, and their forecasting to be in the very shortrange.

Katabatic winds caused by cold air sliding down from a plateau always leads to an air temperature decrease at the foot of the plateau and they can be referred as to bora. Katabatic winds caused by an air mass crossing a mountain ridge can either increase or decrease the air temperature, i. e. they can be either the foehn or the bora. The point is what kind of air mass crosses the ridge.

Is it cold or warm? A cold air mass becomes the bore and a relatively warm air mass becomes the foehn.

A dynamic (adiabatic) warming effect of descending air certainly takes place. However, this effect is exceeded by the difference between the temperature of the crossing air mass and the temperature of the air mass situated on the lee side of the ridge. For example, when a Novorossiysk bora occurs, the air at upper part of the Markhotsky pass has a temperature of -25 to -30°C , while and in Novorossiysk itself, before the bora starts, the temperature is above zero. As air from the pass descends it is warmed by 12 to 13°C . In spite of this warming its temperature remains well below the temperature that existed in the town before the beginning of the bora.

At present there is no common view on the formation process of katabatic winds (foehn and bora) associated with an air mass crossing a mountain obstacle. Most often the appearance of these winds is explained by the so called hydraulic effect. The essence of this effect is that a stream of water gains very large velocities in a narrowing channel. Such a kind of channel is believed to be created in the atmosphere by a temperature inversion situated at the altitude higher than the mountain top. The inversion position indicated in the figure 6.3 is considered to be the most appropriate for a foehn or bora formation. In addition, if the crossing air mass is a cold one, then along with the hydraulic effect gravity gives a significant input into increasing the speed of downsliding air.

The initial information needed to forecast the foehn or bora includes the following: weather maps, constant pressure charts, radiosounding data and satellite images. The following order of forecasting can be recommended.

1. The synoptic situation is scrutinized to find some signs of a foehn or bora origin. Among these signs one may find:

a) a developing low (cyclone) approaching the mountain ridge and associated with this a pressure drop on the windward side and an even more significant pressure drop on the leeward side;

b) cold air in the rear of the cyclone crossing a mountain ridge and associated pressure rise on the leeward side and the even more significant pressure rise on the windward side. Sometimes, this situation reveals a so called «foehn nose», i. e. a narrow band of high pressure on the windward side of the mountain ridge. This band is a reliable sign of a developing foehn or bora*;

c) existence of a stable high pressure system over the mountain ridge area.

2. From the radiosound data on to the windward side of the ridge, the presence of an inversion or its absence must be deter-

* The «foehn nose» can be revealed only if the observational network is rather dense and the network data are plotted on a largescale map. The analyses of this map is not an easy task in a mountain region since the pressure data can be distorted by the reduction of pressure to sea level.

mined. The base of the inversion should be higher than the mountain ridge top. If an inversion exists, a foehn or bora is to be expected.

3. From satellite images the cloud distribution around the mountain ridge is determined. Overcast on the windward side and a dispersed cloud cover at the leeward side indicates the beginning of a foehn or bora development. If the phenomenon (foehn, bora) has begun, a foehn «wall» can be seen on the satellite image. This «wall» is seen as a distinct cloud boundary coincident with the ridge line. At that time, usually, wave type middle and upper clouds can be observe downwind of the leeward side of the ridge. These clouds are formed under the influence of the lee waves arising as the air mass crosses the ridge.

4. A quantitative estimation of a foehn situation is made as follows. A foehn or bora is to be expected if

$$V_n > h \left(g \frac{1}{\Theta_0} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right)^{1/2}.$$

Here V_n is the wind component normal to the ridge (h is the ridge-top height) at the altitude above h ; $\partial \Theta / \partial z$ is the vertical gradient of the potential temperature in the layer from the base of the ridge to the ridge top h , Θ_0 is the potential temperature at the lower boundary of this layer.

MOUNTAIN AND VALLEY CIRCULATION (MVC)

Although students are already familiar with the MVC from the General Meteorology course, it is worth remembering that the circulation, comprising the daytime wind blows up the valley and the nighttime wind blows down from the mountains, and is called *mountain and valley circulation*.

The mountain and valley circulation is referred to as a local circulation. The MVC influences light aircraft and helicopter operation. It can also initiate convection and convective phenomena development. It should be taken into account when estimating the possibility of air pollution in mountain regions. The MVC distorts the diurnal temperature variation on valley slopes significantly, so that during the summertime between 7 a.m. and 10 a.m. local time the temperature rises sharply. This rise occurs when the valley wind has not yet set started. As soon as the valley wind has gained full force the temperature rise becomes much slower. As the valley wind is replaced by the mountain wind the temperature sharply drops, usually between 6 p.m and 8 p.m. local time, creating an effect similar to a cold front passage.

The MVC is revealed when an anticyclonic weather regime is in place over a mountain area and largescale disturbances are not observed.

The MVC is generated by heating and cooling of the valley slopes. During daytime hours the slopes are heated and under buoyancy forces the air moves up slope. During the night hours the slope surface is cooling and cools the air adjacent to the slope. The chilled air under gravity forces moves down slope. During the daytime the air temperature at a point on the slope (T_s) is higher than over valley (T_v) at the same altitude. Just the opposite situation occurs during the nighttime. The larger the temperature difference ($T_v - T_s$), the more intense the MVC is. The temperature difference «valley to slope» is used as predictor of the MVC in some forecasting techniques to predict the intensity of the circulation.

Largescale air currents are also known to give some distorting influence on the mountain valley circulation forming process. If the velocity of a largescale air current $V \geq 7$ m/s, the mesoscale flows on the valley slopes are not detectable. On the contrary, the mountain valley circulation appears quite evident with a weak largescale currents background. Therefore, the largescale air current velocity V is also adopted as a MVC predictor.

Usually, these two predictors ($\Delta T = (T_v - T_s)$ and V) are used in local forecasting schemes to predict the MVC.

In the majority of cases, the local MVC forecasting techniques are based on statistics. Using archive data, a relation between the predictors indicated above and the MVC intensity is expressed in the form of a graph or in form of a regression equation:

$$c = C(\Delta T, V),$$

where C is the valley or mountain wind speed. The real form of the relation depends upon the locality to which the relation applies. As for the graphic form of the relations, they may be like those shown in the figure 6.4. However, it is worth noting that often the determination of the ΔT value is no easier than forecasting the circulation itself. Therefore, at present a well known relation between the cloud amount and the ΔT value is used, that is the more clouds observed over the forecast area the less the ΔT value will be. In this case in the graph (see Fig. 6.4), the degree of cloud cover instead of the ΔT value can be substituted. The information on the cloud cover can be obtained from satellite images.

If for some reason there is no possibility of using these forecasting schemes or they simply do not exist, then a simple rule can be implemented: *the valley mountain winds arise in fine, clear weather and with a weak largescale air current, the valley wind appears during first half of the day and the mountain wind during the first half of the night.*

THE BREEZES

Breezes are phenomena well known in meteorology. At the same time they are local and display themselves differently at each location. Therefore, there is no general technique applicable for any particular place which allows one to analyse and forecast breezes. For every region where breezes are possible a local breeze forecasting technique should be developed.

A breeze usually can be characterized by the following parameters:

- a) wind speed at an inshore station;
- b) spreading depth;
- c) cloud amount at the breeze front, i. e. cloud band width;
- d) precipitation probability or the height of the cloud tops at the breeze front.

The values of these parameters depend upon that synoptic situation which facilitates the given breeze to develop. In the areas where breezes can arise all synoptic situations are divided into two types:

- 1) breeze situations,
- 2) non-breeze situations:

There can be several breeze situations and each situation is associated with definite parameter values. It follows then that to analyse and to forecast a breeze, one needs first of all synoptic data. However, using synoptic maps even largescale maps, it is impossible to determine in detail the depth of the breeze spreading front, the type and amount of clouds or precipitation associated with the front.

When developing a local technique to forecast a breeze, the primary task is to determine the type of synoptic «breeze causing» situation using archive material. In the future this set of typical synoptic situations can be used as a basis to make decisions on possibility or impossibility of breeze development in a given region. If the current synoptic situation is similar to one of the «breeze situations», then a breeze is possible. If these conditions are not met, then the breeze is not forecasted. Even with positive synoptic conditions indicated, it does not necessarily mean that the breeze will appear. It indicates just a possibility of the breeze appearance. To be sure, one needs to calculate a so called *breeze index*

$$I_b = 0.03 \frac{V_g^2}{\Delta T},$$

where V_g is the geostrophic wind velocity, calculated from the surface pressure field; ΔT is the maximum difference between the on shore air temperature and the surface water temperature; 0.03 is the dimensional coefficient, $^{\circ}\text{C} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$.

The I_b values are calculated beforehand from archive data for every breeze situation both for the cases with breezes and for the cases without breezes. Thus, the threshold or critical value of the breeze index $(I_b)_K$ can be defined for every breeze situation. It is clear that each region will have its own threshold value of the breeze index for a given breeze synoptic situation. Besides, every index $I_b < (I_b)_K$ value will correspond to definite breeze characteristics (see the above a, b, c, d, page 263). It is worth drawing an empirical graph relating I_b values to the breeze characteristics, the figure 6.5 represents the approximate graphic relation between breeze wind velocity at an inshore station and the I_b value. Similar graphs can be prepared for all parameters characterizing breezes. It is clear that there will be a set of such graphs for each breeze synoptic situation. If such preliminary work is done, a scheme of breeze forecasting may consist of following operations.

1. For predicted and actual synoptic maps the type of the current synoptic situation is defined:

a) if the situation is not favourable for a breeze, then no further action is required, since a breeze, is not expected;

b) if the situation indicates a breeze type, the value of the index I_b is calculated. Then, this I_b value is compared with the $(I_b)_K$ for the given situation. If $I_b < (I_b)_K$, then a breeze is forecasted.

2. From the I_b value and the graphs mentioned above the parameters for the expected breeze are determined.

Chapter 7

ONE-DIMENSIONAL METEOROLOGICAL PROCESS FORECASTING

THE SPECIFIC CHARACTER OF THE VERY SHORTRANGE WEATHER FORECASTING METHODS

It would not be overestimation to say that all known methods and approaches are used to predict the weather. With respect to degree of formalization, they can be divided into two classes: intuitional and formalized. *The intuitional ones* are individual and group methods of expert estimations. For instance, the synoptic weather forecasting method is intuitional individual method to work out a scenario of weather formation in the region of interest. A group expert estimation, known as «brain attack», is often used to make the final version of the different range weather forecasts.

Depending on general concepts of action, it is common practice to divide the class of *the formalized forecasting methods* into groups of system-structure methods, of ahead information, asso-

ciative methods and extrapolation methods. The system-structure methods are used by meteorologists by making various classifications, constructing meteorological fields charts and identifying the current process with a similar one (analogs technique). These are widely used to prepare longrange weather forecasts.

The numerical modelling of atmospheric processes on the basis of hydrodynamics and thermodynamics of the atmosphere equations is the example of the associative methods. At present time, it is the fundamental method for shortrange prediction of the pressure, geopotential, temperature and humidity fields. To predict weather phenomena at a given point the methods of model statistics are used. They represent the group of ahead information methods.

In very shortrange forecasting, the methods of extrapolation group are mostly used. One of the methods we will often refer below is the least square technique.

The choice of the methods class depends also on the complexity of the object to be predicted and on the lead time of the forecast. At any case, where the fundamental hypotheses of a formalized method are met, the usage of the method makes the forecast to be more justified. However, in many cases, the weather to be forecasted depends on such a big number of factors that the choice and usage of formalized methods becomes impossible.

The lead time of the forecast plays an important role in choosing the class of the methods. A forecaster is to compare the lead time L and the duration of the evolutionary cycle of the object to be predicted P . The ratio of these quantities determined as

$$\tau = \frac{L}{P} \quad (7.1)$$

allows us to make a conclusion on a possible class of the forecasting methods. If the inequality $\tau \ll 1$ is true, the formalized methods are to be recommended for usage. Situations with $\tau \approx 1$ take place as the lead time of the forecast is close to the time smooth evolution of the object approaches its end, a new cycle or sharp structure change is about to commence. In this case the intuitional methods are more useful to apply for estimation of the time of the structure change and for the choice of a new formalized method.

For instance, let us estimate the τ value for very shortrange forecast with the lead time equal to 2 hours. If fronts are not to pass within this time interval, the weather evolution will be determined by diurnal variation, hence $\tau = 2/24$ and the formalized methods can be used to make forecasting. However, if a front passage is expected, say, in three hours, the τ value is to be estimated as $\tau = 2/3$. This means the formalized methods are not recommended to make forecasting.

The consideration above demonstrate the existence of limitations

of a great concern when formalized methods are used and importance of their skilful combination with the intuitional ones. It should be kept in mind when further studying of the VSRF formalized methods.

THE STEPS OF DATA PROCESSING FOR EXTRAPOLATIONAL FORECASTING

For an understanding of the essence of the forecasting extrapolation problem let us discuss a model example. Suppose, there is an non-homogeneous with respect to time grid with the function $f(t)$ values on it.

The moments of time we'll denote at t_i (i is an ordinal number), and the function values as f_i . Suppose the measured values contain a determined background \bar{f} and a random fluctuation f' . Let us take for granted that the equation

$$f = \bar{f} + f' \quad (7.2)$$

is true.

Let us denote the number of observations made as n . The forecasting problem is to obtain the value of the function f_{n+p} at the moment of time t_{n+p} . This moment is beyond the last moment t_n for which the f_n value is known.

To solve this problem the forecaster is to go through the following steps:

- 1) to choose the mathematical model of the background;
- 2) on the basis of the model chosen to assess the filter — which allows for separation of the background \bar{f} and noise f' ;
- 3) to distinguish determined background \bar{f} by filtering the initial data and estimate values of noise f'_i ;
- 4) to obtain the background structure characteristics necessary for the forecast, to have prepare the background forecast, and to estimate the expected inaccuracy of the forecast;
- 5) to study the noise properties, and to predict possible input of the noise into the quantity to be forecasted.

In fact, the forecasting technique is not exhausted by these steps. Since the technique usually gives rather big inaccuracies, the forecast has to be refined by the complex of different techniques, in a way allowing for introduction of the final result inaccuracy into permitted limits. However it is not an easy task, and at present there is much to be done to investigate the problem. Every step of the forecasting extrapolation mentioned above, in turn, consists of a number of problems we'll sequentially discuss here. We'll begin with revealing the properties of background processes determining the weather at any point. This will help us to choose the right mathematical model of the background.

It was commonly agreed, in meteorological publications, to consider variations of the air state parameters as an aggregate of several cyclic processes with different typical times. Let us outline the most known of these processes in the order of the typical times decreasing. These are the annual cycle, natural synoptic period with the typical time of about one week, and the diurnal cycle.

Every of these cycles is a fluctuating process of an intricate form. It is comprised of a few harmonics. However, just to demonstrate the basic idea let us represent the process as a sum of two sinusoidal harmonics

$$\bar{f}(t) = a_1 \sin(2\pi t/T_1) + a_2 \sin(2\pi t/T_2). \quad (7.3)$$

Here, a_1 and a_2 are amplitudes not having a principal value, T_1 is the period of time for a synoptic process, let it be of 72 hours; T_2 is the period of time for diurnal variation, t is the lead time of the forecast.

For very shortrange forecasting the lead time varies from 1 to 9 hours. Therefore the argument of the first harmonic changes from $\pi/36$ to $\pi/4$. This means that the first harmonic can be replaced by cubic polinomial without losing accuracy

$$\sin(x) = k_0 x - k_1 x^3 \quad (7.4)$$

at $k_0=0.7846$ and $k_1=0.0777$, the error does not exceed 1 %.

The argument of the second harmonic ($T=24$ h) changes from $\pi/12$ to $3\pi/4$ at the same t values. The representation of any harmonic by a formula of (7.4) type is workable at $x \leq \pi/4$, i. e. at $t \leq 3$ h. This means that the mathematical model of a background meteorological process must be different for the lead time intervals from 0 to 3 h and from 3 to 9 h.

In the interval from 0 to 3 h the background, or sometimes it is called trend, can be represented as a cubic polinomial

$$\bar{f}_1(t) = \sum_{i=0}^3 k_i t^i. \quad (7.5)$$

In the interval from 3 to 9 h the background (or trend) must include a description of the diurnal variation of the quantity to be forecasted. It should be noted that describing diurnal variation we cannot be restricted by usage of one sinusoidal harmonic and one period of $T=24$ h only. To achieve better representation of the diurnal variations one should take into account cosine harmonics and 12 hours period. The following formula appears to be useful:

$$\bar{f}_2(t) = \sum_{i=1}^2 a_i \sin(2\pi t_i/T) + \sum_{i=1}^2 b_i \cos(2\pi t_i/T). \quad (7.6)$$

We may conclude that, for the lead time from 3 to 9 h, the

representation of the meteorological processes trend has the following form

$$f(t) = \bar{f}_1(t) + \bar{f}_2(t). \quad (7.7)$$

The choice of a mathematical model of the meteorological processes background depending on the lead time of the very short-range forecast in forms (7.5) or (7.7) allows for solving problem of the trend distinguishing for any real case of prediction.

POLINOMIAL TREND DISTINGUISHING AND FORECASTING 3 h AHEAD

As soon as we got an idea on possible mathematical form to describe the meteorological processes, we may turn to search the parameters of the mathematical model using observational data available.

The problem of a continuous function $y_i(t)$ construction the values of which at grid points t_i are the most close to the values \tilde{y} observed will be called *the approximation problem*. Note that after the problem will have been solved, we'll obtain new values y_i at the grid points also. We'll name them *filtered values*.

The difference $(\tilde{y}_i - y_i)$ is an error of the process description. It consists of two parts. The first one is the systematic error which may arise due to improper trend model chosen. The second is a random error which may appear at any case, even at the case of the ideal precise model of the process, due to many unknown factors.

An approximating expression of the following form is mostly used

$$y(t) = \sum_{j=1}^m C_j \varphi_j(t), \quad (7.8)$$

where $\varphi_j(t)$ are base functions, C_j are the model coefficients the values of which are assorted according to observational data. It is the form of the base functions that determines the physical content of the smoothing.

Three types of the base functions are usually used:

$$\varphi_j(t) = t^{j-1}; \quad (7.9)$$

$$\varphi_j(t) = \sin(jt); \quad (7.10)$$

$$\varphi_j(t) = \exp(\lambda_j t). \quad (7.11)$$

The base functions (7.9) pose the polinomial approximation which has a tendency to a non-restricted rise of error function beyond the observational interval $t_0 \leq t \leq t_n$. The base functions (7.10) are mostly suitable to describe periodic processes. The base functions (7.11) are to be chosen if transition from one state

to another processes damping at infinity are to be described. In a model for VSRF with the lead time up to 3 hours (7.5), the expression (7.9) have been used.

If the base has been chosen from m functions $\varphi_j(t)$, the problem of the coefficients C_j determination can be solved by different methods. Among them are: the least squares method, the method of exponential smoothing, the method of adaptive smoothing. To derive formulas for the coefficients calculation is not an easy task, some special mathematical studies should be made. For a forecaster, it is not important to know how to derive the formulas. He should be aware of what are the basic assumptions for the method chosen to be valid, of what are the rules to use the ready formulas, and of possible inaccuracies of results obtained. Therefore here we'll deal with the least squares method only.

For this method, the condition imposed on the approximation function (7.8) is the requirement of minimization of the residual function R in form of

$$R = \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - y_i)^2. \quad (7.12)$$

Independently of the base function choice, using the least squares method, the square of the residual determined by (7.12) is a function of the coefficients C_j only

$$R = R(C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, C_m). \quad (7.13)$$

For the function to attain its minimum, the fulfilment of the equality

$$\frac{\partial R}{\partial C_k} = 0, \quad k = 1, \dots, m, \quad (7.14)$$

is sufficient.

Have taken necessary derivatives from R , determined by (7.12) and (7.8), and changed the summing order, we obtain the set of equation

$$\sum_{j=1}^m \left[\sum_{i=1}^n \varphi_j(t_i) \varphi_k(t_i) \right] C_j = \sum_{i=1}^n \varphi_k(t_i) \tilde{y}_i, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (7.15)$$

This set may be rewritten in a matrix form

$$Pc = q, \quad (7.16)$$

where P is the matrix with elements P_{kj} , and c and q are vectors with components c_k and q_k . The components are determined by equations

$$P_{kj} = \sum_{i=1}^n \varphi_j(t_i) \varphi_k(t_i), \quad (7.17)$$

$$q_k = \sum_{i=1}^n \varphi_k(t_i) \tilde{y}_i. \quad (7.18)$$

Thus from the practical point of view, the task of a forecaster is to have chosen n pairs of numbers (t_i, \tilde{y}_i) and m base functions $\varphi_j(t)$, to have computed matrix (7.17) coefficients, and, finally, to have solved the set (7.16).

We'll not discuss the computation technique here, leaving it for readers to study themselves. It should be noted, however, that basic difficulties of the numerical solution the sets of the (7.16) type avoked by the least squares method arise due to the fact that the forecaster may unexpectly face the degenerate matrix P (undifined task). This case requires some special techniques of matrix reversion.

Even this fragmentary information on computational matter gives us a reason to warn a forecaster about badly thought out usage of the base functions. If he has a possibility to use orthogonal base functions, he should do it. In this case the values computed will be reliable, and often the set solution itself can be obtained in an explicit form.

Let us discuss some technique details of the background distinguishing matter in case the background is assigned by the model (7.5). To do this we'll take an example to construct a seven point range filter of the initial data received on the grid of equidistant points. We'll discuss the case of a diagnosis analysis of data (not considering the forecasting matter), when to the right and to the left from the point $t_i=0$, where we wish to obtain the background value, there are three or more observations. Also we'll assume the observations were made at equal intervals with the time step equal one unit. This simple from the calculation point of view case allows us to obtain important practical conclusions.

Let us assume that the moments of time $t=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ are considered. Let us choose as a basis of the function (7.9): $\varphi_0(t)=1$; $\varphi_1(t)=t$; $\varphi_2(t)=t^2$; $\varphi_3(t)=t^3$. In this case, the equation (7.8) within the interval $-3 \leq t_i \leq 3$ will take a form

$$y(t_i) = \sum_{j=0}^3 C_j t_i^j, \quad (7.19)$$

and the set of equations (7.15) will be as

$$C_0 \sum_{i=-3}^3 t_i^j + C_1 \sum_{i=-3}^3 t_i^{j+1} + C_2 \sum_{i=-3}^3 t_i^{j+2} + C_3 \sum_{i=-3}^3 t_i^{j+3} = \sum_{i=-3}^3 \tilde{y}_i t_i^j, \quad (7.20)$$

$$j=0, 1, 2, 3.$$

The solution of the equation set (7.20) is facilitated by the fact that the sum of the odd powers t_i for the uniform grid $t=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ turns into zero. Accounting for these conditions the set (7.20) can be brought to the form:

$$\begin{aligned}
7C_0 + 28C_2 &= \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i; \\
28C_1 &= \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i; \\
28C_0 + 196C_2 &= \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^2; \\
196C_1 + 158C_3 &= \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^3.
\end{aligned} \tag{7.21}$$

The solution of this set has the form:

$$\begin{aligned}
C_0 &= \frac{1}{21} \left(7 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i - \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i \right); \\
C_1 &= \frac{1}{1512} \left(397 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i - 49 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^3 \right); \\
C_2 &= \frac{1}{84} \left(-4 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i + \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^3 \right); \\
C_3 &= \frac{1}{216} \left(-7 \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i + \sum_{i=-3}^3 \widetilde{y}_i t_i^3 \right);
\end{aligned} \tag{7.22}$$

These coefficients in combination with the equality (7.19) can be used to distinguish the background y_i from the initial data \widetilde{y}_i making diagnostic analysis of the data. For example, the background value at any point t_i which is situated not closer than three steps to the ends of the series ($i \leq n-3$ or $i \geq 3$) is calculated from the formula:

$$y_i = C_0 = \frac{1}{21} (\widetilde{y}_{i-3} + 3\widetilde{y}_{i-2} + 6\widetilde{y}_{i-1} + 7\widetilde{y}_i + 6\widetilde{y}_{i+1} + 3\widetilde{y}_{i+2} - 2\widetilde{y}_{i+3}). \tag{7.23}$$

To obtain the values at the edges of the grid one should use the complete formula (7.19) with the coefficients resulting in from general form of set (7.20). The most important for forecasters formulas to filter the initial data with the aim to distinguish background values at the right edge of the series of n members are given below:

$$y_{n-2} = \frac{1}{42} (\widetilde{y}_{n-6} - 4\widetilde{y}_{n-5} + 2\widetilde{y}_{n-4} + 12\widetilde{y}_{n-3} + 19\widetilde{y}_{n-2} + 16\widetilde{y}_{n-1} - 4\widetilde{y}_n);$$

$$y_{n-1} = \frac{1}{42} (4\widetilde{y}_{n-6} - 7\widetilde{y}_{n-5} - 4\widetilde{y}_{n-4} + 6\widetilde{y}_{n-3} + 16\widetilde{y}_{n-2} + 19\widetilde{y}_{n-1} + 8\widetilde{y}_n);$$

$$y_n = \frac{1}{42} (-2\tilde{y}_{n-6} + 4\tilde{y}_{n-5} + \tilde{y}_{n-4} - 4\tilde{y}_{n-3} - 4\tilde{y}_{n-2} + 8\tilde{y}_{n-1} + 39\tilde{y}_n). \quad (7.24)$$

The background forecasting with the aid of the least squares technique can be done with assumption that the coefficients obtained from the formulas (7.20) remain unchanged during those number of time steps which are equal to the lead time of the forecast. For instance, the formula to predict for one time step can be obtained from (7.19) if the value $t_i=4$ is substituted in it, and coefficients computed from the formula (7.20) on the basis of the recent seven observations are used. This formula has the form:

$$y_{n+1} = \frac{1}{7} (-4\tilde{y}_{n-6} + 6\tilde{y}_{n-5} + 4\tilde{y}_{n-4} - 3\tilde{y}_{n-3} - 8\tilde{y}_{n-2} - 4\tilde{y}_{n-1} + 16\tilde{y}_n). \quad (7.25)$$

The similar formulas can be obtained to predict the background values for two or three steps beyond the edge of the series. When using this values it should be kept in mind that the errors of the background extrapolation from the formula (7.19) are quick to rise. To verify this statement and to find some other properties of the statistical forecasting let us take an example.

Let us construct a quasi-meteorological process consisting of a polynomial trend, a diurnal variation, and a random noise. To calculate the trend we'll use the formula (7.5) choosing the coefficient to be as $k_0=15^\circ\text{C}$; $k_1=k_2=0$; $k_3=1/(72)^3$; the value of the last coefficient is chosen in such a way that the 24 hours — trend would be 3°C . The diurnal variation will be calculated — from the formula (7.6). The coefficients in this formula are chosen to be: $a_1=10^\circ\text{C}$; $a_2=3^\circ\text{C}$; $b_1=b_2=0$; $T=24$ h. The model of the diurnal variation is the sum of these components and the random noise obtained by statistical modelling on the basis of the normal distribution law. The noise had the mean value equal to zero and the standard deviation 1°C . The initial time is 9 a. m. of local time.

All three components are shown on the figure 7.1. The figure 7.2 illustrates the computed results of two alternate versions of the forecast in one lead time step equal 1 h (in this case) from the extrapolation formula (7.25). The first version of the forecast was obtained for the case of the total absence of the noise in the data (curves 1 and 4). It is easy to see that, in this case, the extrapolational forecast is very close to the model process.

The second version is more realistic. Here, the forecast was made from the initial data containing some noise (curves 2 and 3). Examining these curves, it easy to verify that the statistical forecasts have an important shortcoming; they enlarge in some degree the amplitudes of the noises containing in the initial data.

Thus, it seems to be reasonable to use the traditional for me-

teorological forecasting approach: the initial data are to be smoothed in order to suppress noises as far as possible, and offered that to extrapolate the background process.

FORECASTING 3—9 HOURS AHEAD

The usage of the polinomial trend allows for a large number of simple extrapolation models to be constructed. With the aid of this approach we are able to receive an apt illustration of many features of statistical forecasting. However the choice of polinomial trend form leads to the extrapolation error to be quick to increase with the grow of the forecast lead time.

To account for some other more realistic trend forms in the forecasting the adaptive smoothing method is to be applied. This method uses the model representation of the process in form (7.8) also, and the idea of the discrepancy least square searching for. However the model coefficients become dependent on time, and the information aging effect can be taken into account.

When deriving formulas for the adaptive smoothing method, it is common to use the process model representation which more, compared with (7.8), visually distinguishes the observations succession with respect to time. Suppose there is a sequence of observations which is not necessarily equidistant of each other with respect to time $x(t)$. The time t is discrete and changes from the initial moment $t=t_0$ to the moment of the last measurement $t=T$.

Suppose that the observations can be presented as a sum of the background process $\xi(t)$ and a random quantity $\varepsilon(t)$. The random quantity must have zero mean value and be uncorrelated. The background process in the method of the adaptive smoothing is presented in a form similar to (7.8)

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^n a_i(t) \varphi_i(t). \quad (7.26)$$

Determination of the coefficients $a_i(t)$ changing as new observational data arrive is done by minimization of discrepancies of the recent data of observation at the moments of time from $t=1$ to $t=T$ and the background values $\xi(t)$. The functions $\varphi_i(t)$ are assumed to be the forecaster knowledge. A possibility to endow the data of the most recent observations a larger weight β ($0 < \beta \leq 1$) is accounted for in the formula intended for the discrepancy computation:

$$R = \sum_{j=1}^T \beta^j (\tilde{y}_j - \xi(t_j))^2. \quad (7.27)$$

Let us find derivatives of $R(a_1, \dots, a_k, \dots, a_n)$ with respect to every coefficients a_k and set them equal to zero. As result we'll obtain a set of equations

$$\frac{\partial R}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^T \beta^j (\tilde{y}_i - \xi(t)) \varphi_k(t_j) = 0, \quad k = 1, \dots, n, \quad (7.28)$$

or in explicit form

$$\sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^T \beta^j \varphi_i(t_j) \varphi_k(t_j) \right] a_i = \sum_{j=1}^T \beta^j \varphi_k(t_j) \tilde{y}_j, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (7.29)$$

The method of adaptive smoothing includes a number of techniques allowing for the computations of the sums in the equation (7.29) which are not constant with respect to time to be simplified. Not going into details of this technique, let us take an example of this approach for the maximal temperature forecasting with the lead time more than 3 hours. Suppose, we know the air temperature values at 3, 6 and 9 a.m. of the local time. The temperature is known to get its maximum at 2 p.m. of the local time. To describe diurnal variation one harmonic with the period of 24 hours is not sufficient. Two harmonics have to be taken, the ratio of the second harmonic amplitude to that of the first one being settled. To avoid a need to use a cosine harmonic, let us regard 9 a.m. of the local time as a starting point for counting time. This moment of time can be considered as coinciding (for majority of cases) of the actual air temperature with its 24 hours average.

Taking into account above reasoning, the rate of the temperature background can be presented in the form:

$$\xi(t) = a_1 + a_2 [\sin(\omega(t-9)) + 0.15 \sin(2\omega(t-9))]. \quad (7.30)$$

This means that the two following functions are chosen as functions of $\varphi_k(t)$:

$$\varphi_1(t) = 1, \quad \varphi_2(t) = \sin(\omega(t-9)) + 0.15 \sin(2\omega(t-9)). \quad (7.31)$$

The frequency ω in the harmonic functions is equal to $2\pi/24$. The units of time are hours. All the necessary data are given in the table 7.1.

The function values in the table are computed from the formulas (7.31). From these values the sums in the equation (7.29) can be

Table 7.1

The initial data to construct the adaptive method of the maximal temperature

$t-9$	-6	-3	0
$\varphi_1(t)$	1	1	1
$\varphi_2(t)$	-1	-0.857	0
$\tilde{y}(t)$	y_{-2}	y_{-1}	y_0

calculated if one takes into account that in this case $T=3$ and, for the sake of simplicity, the data aging is neglected, adopted $\beta=1$. The coefficients obtained values will be

$$m_{11} = \sum_{j=1}^3 \varphi_1(t_j) \varphi_1(t_j) = 3, \quad m_{12} = \sum_{j=1}^3 \varphi_1(t_j) \varphi_2(t_j) = -1.857,$$

$$m_{21} = \sum_{j=1}^3 \varphi_2(t_j) \varphi_1(t_j) = -1.857.$$

$$m_{22} = \sum_{j=1}^3 \varphi_2(t_j) \varphi_2(t_j) = 1.734 \quad (7.32)$$

To set of equations (7.29) will take the form

$$m_{11}a_1 + m_{12}a_2 = g_1,$$

$$m_{21}a_1 + m_{22}a_2 = g_2. \quad (7.33)$$

The values of the right hand parts should be calculated from the formulas

$$g_1 = \sum_{j=1}^3 \varphi_1(t_j) \tilde{y}_j = y_{-2} + y_{-1} + y_0;$$

$$g_2 = \sum_{j=1}^3 \varphi_2(t_j) \tilde{y}_j = -y_{-1} + 0.857y_{-2}. \quad (7.34)$$

To obtain the forecasting relations in τ hours ahead from the recent time of observation T , at present case, one should use the following formula:

$$y(T + \tau) = a_1 + a_2(\sin(\omega\tau) + 0.15 \sin(2\omega\tau)); \quad (7.35)$$

the coefficients in this formula are obtained through the solution of the equations set (7.33). They are:

$$a_1 = \frac{m_{22}g_1 - m_{12}g_2}{m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}}, \quad a_2 = \frac{m_{11}g_2 - m_{21}g_1}{m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}}. \quad (7.36)$$

For the example we are discussing we'll receive:

$$a_1 = 0.9886y_0 - 0.0813y_{-1} - 0.0701y_{-2};$$

$$a_2 = 1.0587y_0 - 0.4070y_{-1} - 0.6576y_{-2};$$

$$t_{\max} = 2.091t_{09} - 0.505t_{06} - 0.748t_{03}. \quad (7.37)$$

Let us verify the type (7.35) formulas validity to forecast diurnal temperature variation with the start point at 9 a. m. up to 9h ahead in case of the initial data containing some errors. To do this let us take a model example with a background process given from the formula (7.30) at $a_1=23^\circ\text{C}$ and $a_2=11^\circ\text{C}$. Let us add to this background a noise in form of Gauss' random quantity with zero mean value and the standard deviation equal to 1°C .

From the sequence given let us take the values for moments $t=3, 6$ and 9 a. m. We'll regard these values to be the initial data. All calculation will be done from the formula (7.35) with the coefficients computed for the lead times $\tau=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,$ and 9 h from the formulas (7.36). In doing so, for the lead time 5 h, the formulas received are for the maximal temperature forecasting (7.37). The figure 7.3 shows the results of the model diurnal variation from 9 a. m. to 6 p. m. and forecasting results from the method of the adaptive smoothing. One can ensure that at a correctly chosen form of the trend and a random Gauss' noise the result of the forecast is excellent and stable with respect to round off errors. The last feature is demonstrated by the curve 4 on the figure 7.3. The curve was constructed from the formulas (7.35) without rounding-off coefficients.

SMOOTHING THE DATA AND FORECASTING WITH REGULARIZATION METHOD

The method of adaptive smoothing can give excellent results if the trend model selected well enough. However, in forecasting practice it is difficult to bargain for this. Besides, a need often arises to smooth the data of meteorological observation, and to get an idea of a current background process and its derivatives. The both problems can be effectively solved with *the regularization method*.

This method has appeared as generalization of the widely used, at present method of experimental data approximation with the spline usage. Let us discuss its application to the model process described above (Fig. 7.4).

The essence of the regularization method is that to take into account all background features known to forecaster when the trend being distinguished. In addition, he must make some effort to attain for the curve, describing the trend, would be as smooth as possible and, of course, would pass as close as possible to all values observed.

Suppose from the observations we know all values of the function f_k at the moments of time t_k . All the moments are found within the time interval from $t_0=x_0$ to $t_n=x_2$. We also have the following information on the background process structure within this time interval:

- 1) at the moment of time $t=x_1$, an atmospheric front passes through the point of observation, i. e. after this moment the background features will change;
- 2) the change of the background features takes place smoothly, i. e. the values of the function observed, its tendency and rate of the tendency change do not interrupt;
- 3) in the intervals $x_0 \leq t \leq x_1$ and $x_1 \leq t \leq x_2$, the functions are very smooth, i. e. they have minimal curvature;

4) it is known that within every interval the background has one extreme value; in the interval $x_0 \leq t \leq x_1$ the extremum is attained at the moment $t = x_0 + e_0$, and in the interval $x_1 \leq t \leq x_2$ — at the moment $t = x_1 + e_1$;

5) the initial moment should be selected in such a way to allow the function observed at this moment to be described as well as possible with a linear dependency.

All these features are actually present, for instance in the case of the temperature diurnal variation at the day a front passes through the point of observation and 9 a. m. of the local time moment is chosen to be as the initial moment of observation.

Let us construct a model of trend resting on these features. First of all we'll take into account the feature 3 selecting a cubic polinomial as a trend model at every time interval.

$$g_i(t) = a_i + b_i(t - x_{i-1}) + c_i(t - x_{i-1})^2 + d_i(t - x_{i-1})^3, \quad (7.38)$$

$$i = 1, 2.$$

Now, let us superimpose the requirement of smoothness over this polinomial coefficients at the moment of the structure change $t = x_1$ arising from the feature 2:

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 h_0 + d_1 h_0^3 &= a_2; \\ b_1 + 3d_1 h_0^2 &= b_2, \\ 6d_1 h_0 &= c_2. \end{aligned} \quad (7.39)$$

The first equality reflects the requirements of the function smoothness, the second does the same of its first derivative, and the third — the second derivative. When deriving these equations, one of the notations has been used

$$h_0 = x_1 - x_0, \quad h_1 = x_2 - x_1, \quad (7.40)$$

and also the feature 5 that lead to limitation

$$c_1 = 0 \quad (7.41)$$

has been taken into account.

The feature 4 allows us to obtain two more limitations on the polinomial coefficients (7.38). To do this, let us take into account that the first derivative has to turn into zero at the extremum points. Thus, we may write two more equations:

$$\begin{aligned} b_1 + 3d_1 e_0^2 &= 0; \\ b_2 + 2c_2 e_1 + 3d_1 e_1^2 &= 0. \end{aligned} \quad (7.42)$$

Since discription of the background process for two successive intervals by two polinomial (7.38) contains eight coefficients bonded by six limitations in form of equalities (7.41) and (7.42), the trend can be represented by a function with two parameters. To do this

using equalities (7.39) and (7.42), let all the coefficients of the polynomials (7.38) be expressed by a_1 and b_1 :

$$\begin{aligned} c_1 &= 0, & d_1 &= -b_1/(3e_0^2); \\ c_2 &= -b_1 h_0/(3e_0^2); \\ b_2 &= b_1(1 - h_0^2/e_0^2); \\ a_2 &= a_1 + b_1(1 - h_0^2/(3e_0^2)) h_0; \\ d_2 &= b_1(1 - h_0^2/e_0^2) - (2e_1 h_1)/(3e_0 h_0). \end{aligned} \quad (7.43)$$

With the aid of these expressions, the equation (7.39) can be converted into the trend two-parametrical model which takes into account all the features 1—5:

$$g(t, a_1, b_1) = a_1 + b_1 \varphi(t, x_1). \quad (7.44)$$

In this model the background variation with respect to time is described by continuous and twice continuously differentiable function $\varphi(t, x_1)$ which has an interruption of the third derivative at the moment $t=x_1$ and is preassigned by the formula

$$\varphi(t, x) = \begin{cases} \left[(t - x_0) - \frac{(t - x_0)^3}{3e_0^2} \right], & x_0 \leq t \leq x_1; \\ \left[\left(1 - \frac{h_0^2}{3e_0^2}\right) h_0 + \left(1 - \frac{h_0^2}{e_0^2}\right) (t - x_1) - \frac{h_0(t - x_0)^2}{3e_0^2} \right. \\ \left. - \left(1 - \frac{h_0^2}{e_0^2} - \frac{2e_1 h_1}{3e_0 h_0}\right) \frac{(t - x_1)^3}{3e_1^2} \right], & x_0 \leq t \leq x_1. \end{cases} \quad (7.45)$$

Now it only remains from us to apply the measurement results f_k for selection of optimal values of the parameters a_1 and b_1 . Of course, they can also be found with the least squares method. These parameters minimize discrepancy between the values observed and trend's values:

$$R(a_1, b_1) = \sum_{k=1}^n r_k (f_k - g(t_k))^2. \quad (7.46)$$

It must be recalled that r_k is the weight coefficient accounting for the importance of various observations inputs. Note that the trend structure change moment $t=x_1$ (a front passage) may not coincide with any of observational times t_k .

However, the least squares method does not take into account in explicit form the feature 3 (the requirement of the trend maximal smoothness). To account for this feature of the trend, the fulfilment of the minimum condition for the integral representing the mean curvature

$$S(a_1, b_1) = \int_{x_0}^{x_2} [g''(a_1, b_1, t)]^2 dt. \quad (7.47)$$

is necessary. Using regularization method one should take into account the equalities (7.46) and (7.47) simultaneously, and, if necessary, some other additional conditions minimizing a compromise condition. In our case of two limitation, it takes the following form:

$$F(a_1, b_1) = R(a_1, b_1) + S(a_1, b_1)\omega. \quad (7.48)$$

A weight coefficient ω has been introduced into this expression. The forecaster may vary this coefficient value to control the degree of influence the trend by one of the conditions (7.46) and (7.47).

Let us fit the parameters for our case. To do this, the righthand part of the equation (7.44) must be substituted into the equations (7.46) and (7.47). After this operation done we obtain the dependence $F(a_1, b_1)$ in the explicit form

$$F(a_1, b_1) = \lambda b_1^2 + \sum_{k=1}^n r_k (f_k - a_1 - b_1 \varphi_k)^2. \quad (7.49)$$

In this equality the following notations have been used:

$$\lambda = \omega \int_{x_0}^{x_2} [\varphi''(t, x_1)]^2 dt;$$

$$\varphi_k = \varphi(t_k, x_1). \quad (7.50)$$

Let us find the minimum conditions for the functional (7.49). For this purpose, as it was done in the least squares method, let us set equal to zero the derivatives of function $F(a_1, b_1)$ respect to arguments a_1 and b_1 . As result of these transformations a set of two equations will be obtained:

$$a_1 \sum_{k=1}^n r_k + b_1 \sum_{k=1}^n r_k \varphi_k = \sum_{k=1}^n r_k f_k;$$

$$a_1 \sum_{k=1}^n r_k \varphi_k + b_1 \left(\sum_{k=1}^n r_k \varphi_k^2 + \lambda \right) = \sum_{k=1}^n r_k \varphi_k f_k. \quad (7.51)$$

Having solved this set with respect to a_1 and b_1 , we'll take advantage to determine the trend of the meteorological process from the formulas (7.44) and (7.45). The initial data to make calculation are given in the table 7.2.

The data from the table 7.2 allow us to find the necessary parameters of the problem in case we'll supplement them having indicated the extremes and structure variations. Let us regard that $x_0=0$, $x_1=7$, $x_2=24$ h ($h_0=x_1=7$, $h_1=x_2-x_1=17$) and $e=5$, $e_1=12$ h (the temperature maximum is observed at 2 p. m.). The

Table 7.2

The information for calculation from the formula (7.44)

Local time, h	Argument	Data observed	Weight, points	Weight, %	Calculation from (7.44)	Errors
9 a. m.	0	10.68	10	5.9	9.98	-0.703
10	1	9.73	10	5.9	10.98	1.249
11	2	11.67	10	5.9	11.9	0.225
12 noon	3	11.89	10	5.9	12.65	0.757
1 p. m.	4	12.64	10	5.9	13.16	0.517
2	5	13.00	10	5.9	13.36	-0.45
3	6	13.89	10	5.9	13.13	-0.769
4	7	11.30	10	5.9	12.43	1.05
5	8	10.78	10	5.9	11.38	0.591
6	9	11.53	10	5.9	10.18	-1.356
7	10	9.63	10	5.9	8.88	-0.751
8	11	9.87	10	5.9	7.53	-2.349
9	12	4.53	10	5.9	6.17	1.631
10	13	5.62	0	0	4.84	-0.783
11	14	3.88	0	0	3.6	-2.282
12 midnight	15	3.21	10	5.9	2.48	-0.739
1 a. m.	16	1.67	0	0	1.53	-0.142
2	17	0.95	0	0	0.8	-0.157
3	18	-0.67	10	5.9	0.32	0.994
4	19	-1.66	0	0	0.16	1.827
5	20	-0.40	0	0	0.34	0.749
6	21	0.86	20	11.8	0.92	0.052
7	22	2.19	0	0	1.93	-0.262
8	23	4.23	0	0	3.44	-0.797
9	24	6.66	0	0	5.47	-1.194
Sum:			170	100.3		
Arithmetic mean:					6.70	-0.044

function φ_h value may be computed from the formula (7.45) for any time of observation.

The value of weight coefficients for information importance accounting r_h have been computed on the basis of the following consideration. Suppose the observations at a station were made every hour during day time duty of the forecaster, i. e. from 9 a. m. to 9 p. m. After 9 p. m. the observations were made at standard times only, i. e. 12 midnight, 3, 6 a. m. Starting from 6 a. m. a new forecaster on duty begins to prepare a forecast and he needs to predict air temperature expected at 9 a. m.

According to these considerations above on the basis of 20s points system of expert evaluations of the every separate observation role, the forecaster assigns to the data the marks in points (see Table 7.2). Now relative weights of observations in fractions of the total sum of points have to be determined and used as r_h .

The integral in the formula (7.50) is calculated using the equation (7.45). The expression to determine λ will have the form:

$$\lambda = \frac{4\omega}{3} \left[\frac{h_0^3}{e_0^4} + \frac{h_0^2 h_1}{3e_0^4} + \frac{h_0 h_1^2}{e_0^2 e_1^2} \left(1 - \frac{h_0^2}{e_0^2} - \frac{2h_1 e_1}{3e_0^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{h_1^3}{e_1^4} \left(1 - \frac{h_0^2}{e_0^2} - \frac{2h_1 e_1}{3e_0^2} \right)^2 \right]. \quad (7.52)$$

In this case the value of λ at $\omega=1$ is approximately equal to 9.5. To compare the discrepancy inputs role $R(a_1, b_1)$ and the curvature $S(a_1, b_2)$ in the trend description, the ω value can swept with variations from 0 (no curvature influence) to 100 (no discrepancy influence). Negative values of ω can be taken also. In the last case the condition opposite to the feature 3 will be fulfilled, i. e. the curvature of the trend will be maximal.

Persuade of calculation has to be commenced from the computation of the function φ_h for all moments of time t_h . Then one should determine the sum in the equation (7.51) and solve the equation set to find a_1 and b_1 . With the aid of those coefficients the trend can be reproduced from the formula (7.44).

The results of these calculations are cited in the table 7.2 and on the figure 7.4. We may assure ourself that the usage of the regularization method allows us to account for all features 1—5, and, manipulating by the parameter ω to control the smoothness of the trend to be found.

On the figure 7.5 for the sake of comparison the results of the trend restoration are shown. The restoration was made with the aid of Newton's interpolational polinomial from the data of the table 7.2 for the standard synoptical times (9 a. m., 12 noon, 3, 6, 9 p. m., 12 midnight, 3, 6 a. m.). The result of interpolation is certainly less acceptable than the trend deduced from the formula (7.44), especially at the rims of the interval and with the aim to make extrapolation.

Some additional information on the trend properties deduced by the regularization method can be received from the figures 7.6 and 7.7. These figures represent three cases of the trend calculations at different λ values. In the first case, the equality $\omega=0$ was fulfilled. As it follows from the formula (7.48) the fulfilment of this equality leads to the least squares method. In the second case, the value $\omega=-0.3$ has been selected. This corresponds to a small increase of the trend curvature made by regularization. In the third case, the value $\omega=0.3$ has been selected. This corresponds to the curvature minimization.

The figure 7.6 shows that the curvature minimization requirement brings to an additional effect of data smoothing that is different compared with the results of the least squares method application. Therefore, to compensate the smoothing, the negative ω values should be used.

The figure 7.7 demonstrates some increase of the trend disper-

sion in case the trends calculated at $\omega \neq 0$ compared with trends calculated by the least square method. Such an effect of the regularization method is understandable since when it is being applied, the minimization is done with respect to a combination of the dispersion and the curvature $S(a_1, b_1)$, but not the dispersion $R(a_1, b_1)$ itself.

It seems reasonable to recommend the regularization method to be applied for distinguishing the trend from the initial data since it allows us to make full accounting all known by forecasters features of the meteorological background and it makes possible to estimate the values of the trend integrals and derivatives.

To accomplish this, it is necessary to make the operation needed to express the trend (for instance, differentiation). In our case, it brings to the necessity to differentiate or to integrate the equation (7.44) and this can be done without any difficulty.

Chapter 8

EXTRAPOLATION OF METEOROLOGICAL FIELDS

KINEMATICAL PROPERTIES OF METEOROLOGICAL FIELDS

In spite of remarkable development of the hydrodynamical methods of weather forecasting, the kinematic baric field extrapolation technique was always in use in synoptic practice. This technique is simple and convenient, and therefore allows the forecaster to realize clearly the temporal development of the process important for forecasting. As any other extrapolation, it possesses a shortcoming, its usage may result in non-restricted increase of errors with respect to time. However for our purpose (very short-range forecasting), this technique is of definite interest. Therefore let us consider some practical algorithms to compute positions of meteorological field particularities and rates of their displacements. The basic theoretical findings were made in 30th and 40th of this century. Afterwards, the development of the hydrodynamics methods put into shadow the kinematic techniques. Let us recall the bases of that theory.

Distribution of a meteorological quantity $f(x, y, t)$ depending on coordinate of a plane (x, y) and time we'll cite by

$$f = f(x, y, t). \quad (8.1)$$

The section of this surface by the plane $f = a$, where a is a constant determining the concrete value of a meteorological quantity, gives a family of curve lines on the plane (x, y, t)

$$f(x, y, t) = a. \quad (8.2)$$

The curves (8.2) are displaced and deformed with the time passage. For further reasoning, it is worth to assume that the functions are continuous, and have partial derivatives of not less than third order in the vicinity of the points being investigated.

Let us illustrate the relationship between mathematical and synoptical notion by taking, as the function f , the surface pressure. In this case the equation (8.2) determines the isobar « a » situation. Drawing and stadying isobars, the forecaster is interested to know the direction of tangents to the isobars and curvatures of them. The tangent direction at the point (x_0, y_0) , at $f=a$, is calculated upon the gradient components f_x and f_y from the equation

$$f_x(x - x_0) + f_y(y - y_0) = 0. \quad (8.3)$$

The curvature of a curve line from the family (8.2) at any point, where all necessary derivatives can exist, is determined by the equation

$$K = \frac{f_{xx}f_y^2 - 2f_{xy}f_xf_y + f_{yy}f_x^2}{(f_x^2 + f_y^2)^{3/2}}. \quad (8.4)$$

For every point of the field where both the value, and the curvature of isolines can be determined, composing a sum

$$z = K + \lambda(f - a) \quad (8.5)$$

and using Lagrange method, the problem of the function conditional extremum can be solved. This allows for obtaining an expression for determination of the trough or ridge line as a point set of the isoline maximal curvature $f=a$. To do this, let us write a set of conditions for the extremum of the function z :

$$\begin{aligned} z_x &= K_x + \lambda f_x = 0; \\ z_y &= K_y + \lambda f_y = 0. \end{aligned} \quad (8.6)$$

This set has a solution independent on the λ value if the determinant turns to zero:

$$F(x, y) = K_x f_y - K_y f_x = 0. \quad (8.7)$$

It is the equation to determine the position of the trough or ridge line.

Up to now we discussed just ordinary points of curve lines cited by the equation (8.2). Determination of the line curvature (8.4) reveals some possible special points, where the condition

$$\begin{aligned} f_x &= 0, \\ f_y &= 0 \end{aligned} \quad (8.8)$$

is fulfilled.

In this case the curvature of a curve line is formally infinitely large, and an isoline shape is determined by derivative of the se-

cond order. The classification of special points based on discriminant $f(x, y)$ which may be calculated from the formula

$$D(x, y) = (f_{xy})^2 - f_{xx}f_{yy} \quad (8.9)$$

is given below without arguments.

E. S. Kuznetsov had shown that simultaneous fulfilment both the conditions (8.8) and equality

$$D(x, y) = 0 \quad (8.10)$$

is the predicate for appearance or disappearance of a special point. If the equation (8.10) is not fulfilled, the three following cases are possible.

1. The conditions (8.8) and inequalities

$$D(x, y) < 0, \quad f_{xx} < 0, \quad f_{yy} < 0 \quad (8.11)$$

are simultaneously fulfilled. This case corresponds to an isolated special point of the maximum type (high).

2. The conditions (8.8) and inequalities

$$D(x, y) < 0, \quad f_{xx} > 0, \quad f_{yy} > 0 \quad (8.12)$$

are simultaneously fulfilled. This case corresponds to an isolated special point of the minimum type (low).

3. The conditions (8.8) and inequality

$$D(x, y) > 0 \quad (8.13)$$

are simultaneously fulfilled. This case corresponds to a neutral (hyperbolic) special point.

All the above allows us to draw a conclusion that the synoptic analysis of meteorological fields can be done using table data. However, it is not an easy task to make correct estimation of the values of derivatives at any point of the plane (x, y) . We'll discuss this problem later on.

Let us derive the formulas intended to calculate velocities and accelerations of points of a meteorological field. To do this, two families of curves on the plane

$$\begin{aligned} f(x, y, t) &= a, \\ g(x, y, t) &= b \end{aligned} \quad (8.14)$$

are to be considered.

The values of coordinates (x, y) being solutions of the isolines intersection points. If the functional determinant determined from the equality

$$d(x, y) = f_x g_y - f_y g_x \quad (8.15)$$

is not equal to zero, then the only set of functions exists

$$\begin{aligned} x &= x(t, a, b), \\ y &= y(t, a, b). \end{aligned} \quad (8.16)$$

This set is the solution of the (8.14) in the vicinity of the point.

Components of the velocity of this point movement $u = \partial x / \partial t$ and $v = dy / dt$ and of the acceleration $a_x = \partial^2 x / \partial t^2$, and $a_y = \partial^2 y / \partial t^2$ can be found if the equation sets related to these quantities were solved:

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} &= 0, & \frac{dg}{dt} &= 0; \\ \frac{d^2f}{dt^2} &= 0, & \frac{d^2g}{dt^2} &= 0. \end{aligned} \quad (8.17)$$

Now let us cite the formula we were to obtain:

$$\begin{aligned} u &= \frac{dx}{dt} = (f_x g_t - f_t g_x) / d(x, y), \\ v &= \frac{dy}{dt} = (f_t g_x - f_x g_t) / d(x, y); \end{aligned} \quad (8.18)$$

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{du}{dt} = [(g_{xx}u^2 + g_{yy}v^2 + 2g_{xy}uv + 2g_{xt}u + 2g_{yt}v + g_{tt})f_y - \\ &\quad - (f_{xx}u^2 + f_{yy}v^2 + 2f_{xy}uv + 2f_{xt}u + 2f_{yt}v + f_{tt})g_x] / d(x, y), \\ a_y &= \frac{dv}{dt} = [(f_{xx}u^2 + f_{yy}v^2 + 2f_{xy}uv + 2f_{xt}u + 2f_{yt}v + f_{tt})g_x - \\ &\quad - (g_{xx}u^2 + g_{yy}v^2 + 2g_{xy}uv + 2g_{xt}u + 2g_{yt}v + g_{tt})f_x] / d(x, y). \end{aligned} \quad (8.19)$$

These formulas can be used to predict the position of points randomly chosen on isolines of different atmospheric variables fields. In particular, widely used in synoptic practice the «steering current» rule can be explained on the bases of these formulas. This and some others items we'll discussed below. Here we'll explain the technique to obtain formulas of the (8.18)—(8.19) type using an important particular case of a baric system centre displacement.

To retain superficially similar character of the formulas, let us denote atmospheric pressure by the letter f instead of p . In this case, the equation of characteristic lines (8.14) will coincide with the set (8.8) since the baric centre is the point of maximum or minimum pressure. Determinant (8.15) will coincide with (8.9), being negative and not equal to zero.

The expression to calculate the components of the baric centre displacement velocity can be obtained from (8.18):

$$\begin{aligned} C_x &= -D_x(x, y) / D(x, y), & D_x &= (f_{ty}f_{xy} - f_{tx}f_{yy}); \\ C_y &= -D_y(x, y) / D(x, y), & D_y &= (f_{tx}f_{xy} - f_{ty}f_{xx}). \end{aligned} \quad (8.20)$$

Note, if the determinant $D(x, y)$ is equal to zero, we obtain interpretation of the centre formation condition after Kuznetsov (8.8)—(8.10): the centre formation appears to be as its displace-

ment with an infinitely large speed from an infinitely far removed point.

Let us explain the technique to obtain formulas (8.20). Since in the moving centre the coordinates are function of time due to (8.16), the set (8.8) can be arranged in the forms

$$\begin{aligned} f_x(t, x(t), y(t)) &= 0, \\ f_y(t, x(t), y(t)) &= 0. \end{aligned} \quad (8.21)$$

The first two equations (8.17) mean that the form of the equations determining the point do not change as the point moves. After obtaining an individual derivative of every equation of the set (8.21) we'll receive a system

$$\begin{aligned} f_{xt} + \frac{dx}{dt} f_{xx} + \frac{dy}{dt} f_{xy} &= 0; \\ f_{yt} + \frac{dx}{dt} f_{xy} + \frac{dy}{dt} f_{yy} &= 0. \end{aligned} \quad (8.22)$$

If we denote

$$C_x = \frac{dx}{dt}, \quad C_y = \frac{dy}{dt}, \quad (8.23)$$

the system (8.22) solution will coincide with the set (8.20).

Similarly, formulas for accelerations of isoline particular points are deduced. For instance, the formula to compute acceleration of a baric centre displacement can be obtained by double finding of individual derivative of every equation of the system (8.21). It is obvious this equivalent to iterated differentiation of the set (8.22) equations will lead to a new equation system of a form

$$\begin{aligned} \frac{df_{xt}}{dt} + \frac{dx}{dt} \frac{df_{xx}}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{df_{xy}}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2} f_{xx} + \frac{d^2y}{dt^2} f_{xy} &= 0; \\ \frac{df_{yt}}{dt} + \frac{dx}{dt} \frac{df_{xy}}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{df_{yy}}{dt} + \frac{d^2x}{dt^2} f_{xy} + \frac{d^2y}{dt^2} f_{yy} &= 0. \end{aligned} \quad (8.24)$$

If this system is to be solved with respect to accelerations

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad (8.25)$$

full derivatives of f_{xt} , f_{yt} , f_{xx} , f_{xy} and f_{yy} are to be replaced by their explicit expressions, and to make the necessary grouping, then we'll come to the set (8.19).

The formulas to calculate the displacement of the baric system centres are well known by meteorologists since long. In addition formulas were derived to calculate the displacement trough and ridge lines and atmospheric fronts. In the past all these formulas were out of wide usage due to two reasons. The first, their usage

requires great deal of calculation. The second, when using, these finitely differentiable formulas cause errors. If these errors appear to be significant, they may depreciate the forecast. At present both difficulties can be overcome.

SOME PARTICULARITIES OF KINEMATICS FORMULA APPLICATION

The basic formulas to describe meteorological field kinematics we discussed above have a number of useful applications. However they can be used provided that the possible error sources are well understood. To make it clear let us discuss an example. Let us preassign the model field of a moving cyclone using the formula

$$\begin{aligned} p(x, y, t) &= p_M + (p_m - p_M) \varphi(x, x_0) \varphi(y, y_0); \\ \varphi(s, s_0) &= \exp[-(s - s_0)^2 / r^2]; \\ s &= x, y; \quad s_0 = x_0, y_0; \\ r &= \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}. \end{aligned} \quad (8.26)$$

Here $p(x, y, t)$ denotes the surface pressure. Suppose its maximum value (p_M) is 1020 hPa, and the minimum one (p_m) is 980 hPa. Of course, p_m is observed at the cyclone centre. An isobar of a pressure value p has a form of a circle with the radius r . The cyclone centre is assigned by variable with respect to time coordinates $x_0(t)$ and $y_0(t)$. The following law for the cyclone centre displacement is adopted

$$\begin{aligned} y_0(t) &= y_{00} + Ct + At^2; \\ x_0(t) &= x_{00} + (y_0(t) - y_{00})^2. \end{aligned} \quad (8.27)$$

Thus the model field is a cyclone with circular isobars moving along a parabolic trajectory. The ranges of the argument variation are: $0 \leq x \leq 90$, $0 \leq y \leq 90$, $-3 \leq t \leq +3$. The cyclone centre displacement parameters have the following values: $x_{00} = 10$, $y_{00} = 50$, $C = 6$, $A = 1/6$. The regulating isobar radius $r = 6.66$. All values are conventional and their dimensions do not play any role although their orders of magnitude are close to their natural values.

In the region our cyclone acts, usage of the model field allows for obtaining a sequence with respect to time of the pressure values in form of quasi-meteorological record tables. These data with the identical step equal 5 with respect to x and y and the time interval equal 1 are cited in the table 8.1.

The table is included only that part of data which are necessary to calculate the cyclone centre displacement speed from the kinematics extrapolation formulas (8.20) and (8.9). To make this calculation the origin of the Cartesian coordinate system should be replaced at the cyclone centre. That is easy to do from the table data since the cyclone centre is the point of the smallest pressure.

Table 8.1

Deviations of values calculated from the formula (8.26)
from the minimum pressure value p_{\min} for three consequent times

$t=1$	$t=0$	$t=-1$
39 39 38 38 38 39 39	39 39 39 39 39 39 39	39 39 39 39 39 39 39
39 38 34 28 30 36 39	39 39 38 39 39 39 39	39 39 39 39 39 39 39
39 36 23 09 13 29 38	38 34 31 34 38 39 39	39 39 39 39 39 39 39
39 35 19 02 07 27 37	34 21 12 21 34 39 39	39 38 35 33 34 38 39
39 37 28 18 21 32 38	31 12 00 12 31 38 39	39 35 24 15 22 34 39
39 39 37 34 35 38 39	34 21 12 21 34 39 39	39 32 14 00 11 30 38
39 39 39 39 39 39 39	38 34 31 34 38 39 39	39 34 21 10 18 33 38
39 39 39 39 39 39 39	39 39 38 39 39 39 39	39 38 33 30 32 37 39
39 39 39 39 39 39 39	39 39 39 39 39 39 39	39 39 39 38 38 39 39

In the given coordinate system the data for two consequent times (the last and next to the last) are to be taken off. The data taking off points must be placed in such a way to allow for numerical differentiating. In this particular example we'll use commonly recognized simplest formulas to estimate partial derivatives from the data at a regular grid. For the point disposition cited at the figure 8.1, these formulas have the following form:

$$\begin{aligned}
 f_{xx} &= (f_{1,0} - 2f_{0,0} + f_{-1,0})/h^2; \\
 f_{yy} &= (f_{0,1} - 2f_{0,0} + f_{0,-1})/h^2; \\
 f_{xy} &= [(f_{1,1} - f_{-1,1}) + (f_{1,-1} - f_{-1,-1})]/4h^2; \\
 f_x &= (f_{1,0} - f_{-1,0})/2h; \\
 f_y &= (f_{0,1} - f_{0,-1})/2h; \\
 f_t &= (f_{0,0}^t - f_{0,0}^{t-1})/\tau.
 \end{aligned} \tag{8.28}$$

Using these data, let us calculate all quantities in formulas (8.20) and compare the values obtained with their accurate values. The latters can be received by differentiating the model (8.26). These parallel calculation results are cited in the table 8.2.

Analysing the table 8.2 data, it should be noted that this numerical experiment have been made at ideal conditions possible for forecasting with kinematic extrapolation formulas: all the data have been taken off in the amount necessary, at proper places, and with no errors. In spite of this, the result appears to be far from what we may call truth. The reason is seen from the table 8.2 data. This is unaccuracies of the finite-difference differentiation from the formulas (8.28). Let us trace them using the model (8.26) and restricting ourself by the first derivative only.

Let us find an increment of the function $p(x, y, t)$ assigned by the formula (8.26), at argument x variation from the value $x-h$ to the value $x+h$. It can be expressed by the formula

Table 8.2

Juxtaposition of the cyclone centre movement speed calculation results from the formula (8.20) at $t=0$ on evidence derived from exact and approximate (8.28) values of derivatives

Derivatives	From the formula (8.28)	Accurate values
f_{xx}	0.96	1.8
f_{yy}	0.96	1.8
f_{xy}	0.00	0.0
D	0.92	3.2
f_x	0.00	0.0
f_{xt}	2.0	0.0
f_y	0.00	0.0
f_{yt}	-2.0	10.5
D_x	-1.92	0.0
D_y	2.02	18.9
C_x	-2.08	0.0
C_y	2.19	5.8

$$\begin{aligned} \Delta p(x, y, t) &= p(x+h, y, t) - p(x-h, y, t) = \\ &= -2 \operatorname{sh}(2(x-x_0)h/r^2) \exp(-h^2/r^2) \times \\ &\quad \times (p_m - p_M) \varphi(x, x_0) \varphi(y, y_0), \end{aligned} \quad (8.29)$$

This formula allows for determining the finite-different analogue value of the derivative from the field assigned by the model (8.26) with respect to x . Let us find the ratio between finite-different and precise derivatives with respect to x . In computational mathematics this ratio is known as *approximation amplitude error*:

$$\mu(x, h) = \frac{\operatorname{sh}(2(x-x_0)h/r^2)}{2(x-x_0)h/r^2} \exp(-h^2/r^2). \quad (8.30)$$

As one may see from the formula (8.30), for the circular cyclone, the error of numerical differentiation depends upon the grid step h and the point position with respect to the cyclone centre. Both types of errors are always present in practice, and, of course, in our example too. The grid step is primarily determined by distances between observing stations, and the cyclone centre position can be determined with the accuracy up to one grid step even in our ideal case. This is clear from the table 8.1. The model suggests that the pressure deviation from the minimum must be equal 0 at the cyclone centre. However, at the moment $t=1$ the cyclone centre does not coincide with a grid point, and an error of its determination from the data observed arises.

Let us analyse the amplitude error variation depending on the step and differentiation point position. To do this, dimensionless quantities m and n to be introduced:

$$m = h/r, \quad n = (x - x_0)/h. \quad (8.31)$$

The quantity m shows what part of isobar $(p_M + p_m)/2 = \text{const}$ radius is comprised by a grid step. It exemplifies the observation net density. The quantity n shows the number of steps the differentiation point is apart from the cyclone center. It exemplifies the inaccuracy of the cyclonic centre position determination.

The function $\mu(m, n)$ graphs are cited on the figure 8.2. They allow us to obtain the m and n values at which $0.9 \leq \mu \leq 1.0$ and the amplitude error is quite acceptable. These values must satisfy the inequalities $1 \leq n \leq 2$ and $0 \leq m \leq 0.4$. Herefrom it follows that to make numerical differentiation one should choose the step and place being guided, for instance, by relations

$$x = x_0 + 2h, \quad h = r/4 \quad (8.32)$$

or

$$x = x_0 + 2h, \quad h = r/3. \quad (8.33)$$

In our example $h=5$, and $r=6$, and numerical differentiation greatly distorts values of the derivatives. This suggests us to apply some special differentiation methods possessing a higher accuracy if we are to use formulas (8.20).

However many computational difficulties can be avoided if we take into account the analysis of the numerical differentiation inaccuracies and use the kinematics extrapolation formulas (8.18) intended for isolines but centres.

Using formulas (8.18) to calculate displacement speeds of the isoline family, the isolines of some other family chosen from an additional reasoning can be taken as a steering lines. These other isoline family may represent so called «steering current».

Choosing the steering lines, both physical and computational requirements should be taken into account. The first, the steering isoline must cross isobars (bellow we'll discuss the pressure field extrapolation, although the theory has a general character). The crossing is desirable to be under the angle as far as possible close to the right; in this case the determinant from the formula (8.15) would be computed in the most accurate way.

The second, the steering lines should be chosen from such a field which allows for the most accurate computation of the derivatives from coordinates. Doing so it is convenient to use the most slowly changing fields, for instance stationary steering fields.

The third, it should be kept in mind that not every steering field allows for computation both speed components of the moving isobars. It is not obvious, and will be demonstrated with the following example.

Let us aim to use formulas (8.18) to forecast displacement of our cyclone from the moment $t=0$ for one time step. The coordinate axes are the simplest steering field. For instance, if the straight line parallel to ordinate axis is taken as a steering line then at least the first and the second requirements above will be satisfied. Let us write the set (8.14) for this case in the form

$$\begin{aligned} f(x, y, t) = p(x, y, t) = a; \\ g(x, y, t) = x - x_0 = b. \end{aligned} \quad (8.34)$$

The constant a identifies an isobar. The constant b determines the distance the steering line is apart from the cyclone centre. Choosing the b value the first requirement should be satisfied, i. e. the steering line must cross the isobar. However, it should not be equal to zero (not passing through the centre), since the accuracy of the derivatives computation in this case would be lower than needed due to properties of the finite—different differentiation.

According to (8.32) and (8.33) the best b value is $r/2$. After determining the constants, relations (8.18) can be used to obtain expressions for calculating the speed of the cyclone displacement along steering line chosen:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= (f_x g_t - f_t g_x) / d(x, y) = 0; \\ \frac{dy}{dt} &= (f_t g_x - f_x g_t) / d(x, y) = -\frac{p_t}{p_y}; \\ d(x, y) &= f_x g_y - f_y g_x = -p_y. \end{aligned} \quad (8.35)$$

We should pay attention to the fact that the component of the cyclone displacement velocity in the x deviation appeared to be equal zero not due to physical reasons but because of the steering line choice in such a way that it depends on neither t , nor x . It is this the third requirement above warns against.

However to obtain the component along axis x , one more family of steering lines can be chosen. If a line parallel to abscissa is taken as a steering line, we'll obtain an equation set:

$$\begin{aligned} f(x, y, t) = p(x, y, t) = a; \\ g(x, y, t) = y - y_0 = b. \end{aligned} \quad (8.36)$$

The reasoning similar to that used to derive formulas (8.35) allows for obtaining relations to calculate displacement component of a point chosen on an isobar in the following form

$$\frac{dx}{dt} = (f_x g_t - f_t g_x) / d(x, y) = -\frac{p_t}{p_x};$$

$$\frac{dy}{dt} = (f_t g_x - f_x g_t) / d(x, y) = 0;$$

$$d(x, y) = (f_x g_y - f_y g_x) = p_x. \quad (8.37)$$

On the basis of the results received, one may conclude that to calculate the cyclone displacement velocity, several distinctive points are to be taken. These are the points where a circular isobar is crossed by the straight lines parallel to coordinate axes, the straight lines being apart from the cyclone centre by h along both axes x , and y at the initial moment of time. For our purpose it will suffice to take only points with coordinates $(1, 1)$, $(-1, 1)$ and $(1, -1)$, although this limitation may bring an additional inaccuracy. The points are shown on the figure 8.1.

At these points the components of the pressure gradient and pressure tendency are to be found. To forecast each point, displacement formulas can be used:

$$C_x = -\frac{p_t}{p_x}, \quad C_y = -\frac{p_t}{p_y}. \quad (8.38)$$

The calculation order and results are cited in the table 8.3.

For the sake of convenience all calculation results for two consequent moments of time are cited in the table 8.4. These data allow for comparison of the two methods used for the cyclonic centre kinematic extrapolation. Purposely the moments chosen for prediction are complicated since the cyclon just makes a turn. To evaluate the accuracy, the actual values of the velocity components are cited in the table. These values have been obtained using four techniques. The first are the proximate differentiation results of the centre move laws assigned from the formula (8.27) (actual). The second are taken from the table values of calculated pressure of the centre coordinate increment for the last time step before the initial forecast time («taken off from the chart»). The third are the results calculated from the formulas (8.20). The fourth are the data obtained from the method for pressure

Table 8.3

The order and results of the cyclone displacement speed prediction from the formulas (8.38)

Point	$p, t=1$	$p, t=0$	p_t	p_x	p_y	C_x	C_y
1, 1	13	38	-25	2.0	2.3	12.5	10.9
-1, 1	23	31	-8	-2.7	1.5	-3.0	5.3
1, -1	21	31	-10	1.4	-2.8	9.2	-3.6
Average values of the centre displacement velocity						6.2	4.2

Table 8.4

Comparison of the cyclone displacement velocities obtained by different methods for a model problem

Cyclone displacement velocity	Actual	Taken off from the chart	From the (8.38)	From the (8.20)
$t = 1$				
C_x	13.4	5.0	6.2	3.9
C_y	7.0	5.0	4.2	3.9
$t = -1$				
C_x	0.0	-5.0	-3.0	-2.1
C_y	5.8	5.0	5.3	2.3

value extrapolation at points chosen (8.38). It is advisable to study these data carefully.

The results cited in the table 8.4 show that the kinematic extrapolation formulas provide receiving the velocity values which are quite comparable with those to be obtained from the sets of meteorological data. In practice, the velocity values can be made more accurate if the baric field tendencies observed are involved in calculations.

The analytical theory of meteorological fields discussed above can provide a basis for some more useful conclusions. We'll restrict ourself by considering an example of a cyclone formation. This cyclone will be constructed on the basis of the theory mentioned above.

The model intended for studying a moving cyclone (8.26) is useless for simulating the baric field of a varying type. If we restrict ourself by the area closed to the point of the field type alteration, the model

$$p(x, y, t) = p_0 + a(t)x^2/2 + b(t)y^2/2 + c(t)xy + d(t)x;$$

$$a(t) = 2 + t, \quad b(t) = t, \quad c(t) = t, \quad d(t) = -3, \quad (8.39)$$

can be used.

The ranges of the argument are following: $-5 \leq x \leq 5$, $-5 \leq y \leq 5$, $-5 \leq t \leq 5$. At any moment of time the field isolines are curves of the second order. The members containing coefficients $c(t)$ and $d(t)$ do not play an important role. They describe axes and isoline rotation and a small advancing motion of the centre.

Determinant $D(x, y, t)$ to be computed from the formula (8.9) shows that the twofold variation of the field special point type is possible: at the moment $t_1 = -2$, and at the moment $t_2 = 0$. Before the first moment the field Laplacian is negative, and the

field is anticyclonic; after the second moment the field Laplasian becomes positive, and a cyclone is formed.

It is a rare case when meteorologists have a chance to watch the pressure field variation as a cyclone is being formed. Therefore, the results of such a variation are shown on the figures 8.3 and 8.4 for consequent moments of time $t = -2.5, -2.0, -1.0, -0.5, -0.3, -0.1, 0.0, 0.1, 0.3, 0.5, 1.0$.

We do not interpret these figures since they are just for illustration, but we suggest to make an close acquaintance with them.

CALCULATION OF DIFFERENTIAL CHARACTERISTICS FROM OBSERVATIONAL DATA

Differential characteristics of a meteorological field are to be derived from the table form of the function instead of its analytical form. Since meteorological stations are situated randomly, the tables including the function values for an initial time have random steps with respect to coordinates. As it was shown at the chapter 7, the initial data cited in the tables are to be smoothed before usage. This is necessary to remove errors and distinguish background process.

Of course, if we are to solve the problem of numerical differentiation only, we may make such a filter which will not only distinguish the background, but will have done the differentiation. However, such filters generally would be worse to smooth errors, and, hence, a derivative would be obtained with a larger inaccuracy. Owing to this fact, let us concentrate on the problem to find derivative on an irregular grid. As to the background distinguishing, we'll deal with it a bit later (see pages 299—302).

Suppose the point that the derivative value being estimated at or interpolation being done has been placed at origin of Cartesian coordinates on a place (x, y) . The coordinates n surrounding points x_i, y_i , where the function values are known, will be determine relative to the origin. The index i indicates the ordinal number of the station.

Let us assume that the values of meteorological variables at the point are determined by the values at the coordinate origin from the formula

$$f_i = f_0 + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=1}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} x_i^{l-k} y_i^k, \quad (8.40)$$

where f_0 is the function value at the coordinate origin, and $f_0^{l-k, k}$ is the partial derivative $\partial^l f / (\partial x^{l-k} \partial y^k)$ value at the coordinate origin.

Formulas to calculate function $f_0^{0,0} \equiv f_0$ and derivatives $f_0^{l-k, k}$

can be obtained by the method of underfind coefficient from the values f_i . To accomplish this, the approximate value of the derivative should be determined as linear combination of records at neighbouring points:

$$f_0^{l-k, k} = \sum_{i=1}^n a_i f_i, \quad (8.41)$$

where a_i are the weight coefficient. Sweeping with this coefficient variations, one can obtain the derivative necessary and interpolate the function at the coordinate origin.

The conditions to determine the coefficient values are to be found in the following way: both parts of the equation (8.40) are multiplied by a_i , and summing up is made throughout all points ($i=1, \dots, n$). As result the equation

$$\sum_{i=1}^n a_i f_i = f_0 \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^n a_i x_i^{l-k} y_i^k. \quad (8.42)$$

will be obtained.

The weight coefficient obtaining can be illustrated by two simple examples. The first example demonstrates obtaining coefficients which allow for interpolating the function if the values of f_i are known at three points. For this case the equation (8.42) is to be rewritten in the form:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 a_i f_i = & f_0 \sum_{i=1}^3 a_i + f_0^{0,1} \sum_{i=1}^3 a_i y_i + f_0^{1,0} \sum_{i=1}^3 a_i x_i + \\ & + \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^3 a_i x_i^{l-k} y_i^k. \end{aligned} \quad (8.43)$$

Let us choose coefficients a_i in such a way to satisfy the condition

$$\sum_{i=1}^3 a_i = 1; \quad \sum_{i=1}^3 a_i x_i = 0; \quad \sum_{i=1}^3 a_i y_i = 0. \quad (8.44)$$

In this case we obtain

$$\begin{aligned} f_0 = & \sum_{i=1}^3 a_i f_i \mp |R_2|; \\ R_2 = & \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{k=0}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^n a_i x_i^{l-k} y_i^k. \end{aligned} \quad (8.45)$$

From the above, one can see that the linear combination in the right-hand side of (8.41) with the coefficients satisfying the condition (8.44) allows the function to be interpolated to the coordi-

nate origin from its values at three points with an inaccuracy $|R_2|$. Since we assumed the Taylor series to converge at vicinity of the point where f_0 value to be found, the expression to evaluate inaccuracy can be given in the following form

$$|R_2| \leq \sum_{k=0}^2 \frac{|f_s^{2-k, k}|}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^n a_i x_i^{l-k} y_i^k, \quad (8.46)$$

where $f_s^{2-k, k}$ are maximal values of partial derivative of $l=2$ order at a point s in the coordinate origin vicinity.

The equation set (8.44) for the weight coefficients is easy to solve analytically, we'll rewrite it in matrix form:

$$Ma = b, \quad (8.47)$$

where

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.48)$$

The set (8.47) solution will be

$$a = M^{-1}b, \quad (8.49)$$

where M^{-1} it the matrix reversed to M . For this particular case, the matrix reversed to that determined by the equation (8.48) has a form

$$M^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}, \quad (8.50)$$

where D is the matrix M determinant, and $D_{i, j}$ are the determinants of the forms:

$$\begin{aligned} D_{11} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & x_2 & x_3 \\ 0 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{12} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & 0 & x_3 \\ y_1 & 0 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{13} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & 0 \\ y_1 & y_2 & 0 \end{vmatrix}, \\ D_{21} &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & x_2 & x_3 \\ 0 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{22} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ x_1 & 1 & x_3 \\ y_1 & 0 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{23} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ x_1 & x_2 & 1 \\ y_1 & y_2 & 0 \end{vmatrix}, \\ D_{31} &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & x_2 & x_3 \\ 1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{32} &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ x_1 & 0 & x_3 \\ y_1 & 1 & y_3 \end{vmatrix}, & D_{33} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ x_1 & x_2 & 0 \\ y_1 & y_2 & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (8.51)$$

The first column of the (8.50) matrix contains the weight coefficients a_i needed to solve the interpolation problem. It is easy

to see having calculated the right-hand part of the equation (8.49) and obtained already known expressions for the three point interpolation coefficients:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{D_{11}}{D} = \frac{x_2 y_3 - x_3 y_2}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}; \\ a_2 &= \frac{D_{12}}{D} = \frac{x_3 y_1 - x_1 y_3}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}; \\ a_3 &= \frac{D_{13}}{D} = \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}. \end{aligned} \quad (8.52)$$

Let us take the second example. Let us determine values of the formula (8.41) weight coefficients to obtain the first derivative $f'_0 = \partial f / \partial x$ on three point. Once again we'll use the equation (8.44) to receive conditions determining coefficients a_i . These conditions are:

$$\sum_{i=1}^n a_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n a_i x_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n a_i y_i = 0. \quad (8.53)$$

It should be noted that in this case also, we are to solve the set similar to (8.47), but now its right-hand side has a form

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8.54)$$

Knowing the reverse matrix M^{-1} , being determined by the equation (8.50) and (8.51), we can easily calculate the coefficients for numerical differentiation on three points to determine $\partial f / \partial x$. Calculating the right-hand part of the equation (8.49) with the vector \mathbf{b} determined by the equation (8.54) we see that the coefficients needed are at the second column of the matrix M^{-1} . They are:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{D_{21}}{D} = \frac{y_2 - y_3}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}; \\ a_2 &= \frac{D_{22}}{D} = \frac{y_3 - y_1}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}; \\ a_3 &= \frac{D_{23}}{D} = \frac{y_1 - y_2}{D_{11} + D_{21} + D_{31}}. \end{aligned} \quad (8.55)$$

There is an important difference of the interpolation formula from the numerical differentiation formulas. In their appearance the both cases are covered by the formulas (8.45) with different coefficients. However, the relative input of the error R_2 in each case will be different. As points are brought closer together, the error is much quicker to decrease in case of interpolation than in numerical differentiation.

The problems of numerical differentiation on regular grid accuracy are discussed in details in the theory of numerical weather forecasting. The errors being expressed through the Taylor's formula remainder term are called *approximation errors*. So then, the three point interpolation formula has the second order of approximation errors smallness, and the numerical differentiation formulas have just the first one.

To obtain the numerical differentiation formulas with the second order of approximation on an irregular grid, in addition to the condition (8.53), fulfilment of the condition for coefficient to be equal zero at all second degree monomial in the right-hand part of the equation (8.43) is needed. There are three of such monomials: x^2 , xy , y^2 . Hence, the linear combination (8.41) for $f_0^{1,0}$ has to contain six items.

Try to prove by yourself that the equation set for weight coefficients of the numerical differentiation formula with respect to x on an irregular grid has the form:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n a_i &= 0, & \sum_{i=1}^n a_i x_i &= 1, & \sum_{i=1}^n a_i y_i &= 0, \\ \sum_{i=1}^n a_i x_i^2 &= 0, & \sum_{i=1}^n a_i x_i y_i &= 1; & \sum_{i=1}^n a_i y_i^2 &= 0. \end{aligned} \quad (8.56)$$

The approximation error is estimated from the formula

$$|R_3| \leq \sum_{k=0}^n \frac{|f_s^{3-k, k}|}{(l-k)! k!} \sum_{i=1}^6 a_i x_i^{3-k} y_i^k. \quad (8.57)$$

To find particular values of the derivatives the system (8.56) is to be solved, and then the formula (8.41) is to be used. The set (8.56) can be solved in an evident form for a class of regular grids, but in a general case it is recommended to reverse the matrix of this system M :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 & x_5^2 & x_6^2 \\ x_1 y_1 & x_2 y_2 & x_3 y_3 & x_4 y_4 & x_5 y_5 & x_6 y_6 \\ y_1^2 & y_2^2 & y_3^2 & y_4^2 & y_5^2 & y_6^2 \end{pmatrix}. \quad (8.58)$$

Knowing the reversed matrix M^{-1} for a given set points, one can easily obtain the weight coefficients to find the interpolation formulas, and that for the first order numerical differentiation with respect to x and y . But the latter can be just of the first order of approximation.

There is an important question to consider: from how many stations should the meteorological information be plotted on the map to enable a forecaster to evaluate all necessary components of a meteorological field structure? Let us take a baric field and assume the observations were made without errors. If we are to determine isobar curvature, the second partial derivatives must be obtained; if we are to analyse the curvature variation and to estimate geostrophic vorticity advection, the third partial derivatives with respect to x and y are needed.

The evaluation can be acceptable if the numerical differentiation formulas have the approximation order not less than the second. This means we'll have to impose limits on all the coefficients of the right-hand part of the equation (8.43) from the first up to those at monomials of fourth degree. The reader is recommended to assure himself that the number of those conditions will be 15. That is the answer of the question above: the number of station reporting information to be plotted on the map in the vicinity of the point of interest should be 15.

Even in this case the matrix M can be easily constructed if coordinates of all the points are known. After numerical reversion of the matrix we'll receive all the coefficients necessary for the interpolation and numerical differentiation. Therewith the approximation order will be fifth for interpolation, fourth for the first derivatives, third for the second and, and second for the third derivatives. This guarantees reliability of the evaluation, provided that the information received from observing stations has no errors.

SMOOTHING AND EXTRAPOLATION OF METEOROLOGICAL FIELDS

Above, we have discussed a background distinguishing problem for an one-dimensional case from the data containing some errors. Meteorological practice most often deal with such a problem for two dimensional fields which are to be plotted on a map. The technique to solve this problem is rather simple, but computations are bulky, and ready for use formulas for filtering on a plane can be obtained for some simple particular cases only or for regular grids. Systems of equations for irregular grids are to be solved with a computer aid.

Suppose, the function f_i values are given at M points with the coordinates x_i, y_i . All the coordinates (x_i, y_i) are given relatively an arbitrary origin. Let us assume that the background value can be determined from the polynomial formula

$$\hat{f}_i = f_0 + \sum_{l=1}^L \sum_{k=0}^l \frac{f_0^{l-k, k}}{(l-k)! k!} x_i^{l-k} y_i^k, \quad (8.59)$$

where L is the highest degree of the monomial of the form $f_i^{l-k} y_i^k$. Let us determine deviation of the value given from background d_i using the formula

$$d_i = f_i - \hat{f}_i \quad (8.60)$$

and the depending on the polinomial coefficients $f_0^{l-k, k}$ and f_0 discrepancy R square using formula

$$R(f_0, f_0^{l-k, k}) = \sum_{i=1}^n d_i^2. \quad (8.61)$$

The method of least squares requires to convert the discrepancy into minimal possible value. This usual procedure gives the following equations for the coefficients

$$\frac{\partial R}{\partial f_0} = 0, \quad \frac{\partial R}{\partial f_0^{l-k, k}} = 0 \quad (8.62)$$

or

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i - n f_0 &= \sum_{\lambda=1}^L \sum_{z=0}^{\lambda} \frac{f_0^{\lambda-z, z}}{(\lambda-x)! x!} \sum_{i=1}^n x_i^{\lambda-z} y_i^z = 0; \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i^{l-k} y_i^k - f_0 \sum_{i=1}^n x_i^{l-k} y_i^k - \sum_{\lambda=1}^L \sum_{z=0}^{\lambda} \frac{f_0^{\lambda-z, z}}{(\lambda-x)! x!} \sum_{i=1}^n x_i^{\lambda+l-x-k} y_i^{z+k} &= 0. \end{aligned} \quad (8.63)$$

As soon as this set has been solved, and the coefficients have been obtained, the background is restored from the formula (8.59).

Let us take an example. The simplest case is that of the linear approximation ($L=1$) when the background is given by the formula

$$f_i = f_0 + f_0^{1,0} x_i + f_0^{0,1} y_i. \quad (8.64)$$

This case can be considered analytically up to its end, but it isn't interesting as being too rough approximation.

A more widespread representation of meteorological fields is the bicubic one ($L=3$). In this case the background is represented in the form

$$\begin{aligned} f_i = f_0 + f_0^{1,0} x_i + f_0^{0,1} y_i + \frac{1}{2} f_0^{2,0} x_i^2 + f_0^{1,1} x_i y_i + \frac{1}{2} f_0^{0,2} y_i^2 + \\ + \frac{1}{6} f_0^{3,0} x_i^3 + \frac{1}{2} f_0^{2,1} x_i^2 y_i + \frac{1}{2} f_0^{1,2} x_i y_i^2 + \frac{1}{6} f_0^{0,3} y_i^3. \end{aligned} \quad (8.65)$$

The set (8.63) can be decomposed into two simple, independent subsystems, and solved without any difficulty for the particular case, important for the practice, of a symmetric grid with square

cells (Fig. 8.5). Such kind of grid is long in use in synoptic practice; it is for example used to calculate relief differential characteristics.

All the symmetric grids possess an important feature: the equality

$$\sum_{i=1}^n x_i^r y_i^s = 0 \quad (8.66)$$

is true at r or s being odd number.

Using (8.66), let us display the equation set for determination $f_0, f_0^{2,0}, f_0^{0,2}$. This set arises from (8.63) and (8.65) at $L=3, l=2, k=0; l=1, k=1; l=0, k=2$.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i &= n f_0 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) f_0^{2,0} + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right) f_0^{0,2}; \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 &= \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) f_0 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4 \right) f_0^{2,0} + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \right) f_0^{0,2}; \\ \sum_{i=1}^n f_i y_i^2 &= \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 \right) f_0 + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \right) f_0^{2,0} + \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^4 \right) f_0^{0,2}; \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i y_i &= f_0^{1,1} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2. \end{aligned} \quad (8.67)$$

Have solved this set, we'll obtain an expression to calculate background value at the coordinate origin (see Fig. 8.5) and second derivatives:

$$f_0 = \frac{D_0}{D}, \quad f_0^{2,0} = \frac{D_1}{D}, \quad f_0^{0,2} = \frac{D_2}{D}, \quad f_0^{1,1} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2}. \quad (8.68)$$

We can also get an important expressions for Laplacian

$$\nabla^2 f = f_0^{2,0} + f_0^{0,2} = (D_1 + D_2)/D \quad (8.69)$$

and determinant

$$D(x, y) = f_{xy}^2 - f_{xx} f_{yy} = (f_0^{1,1})^2 - f_0^{2,0} f_0^{0,2}. \quad (8.70)$$

The following notations were used for determinants in the form

$$\begin{aligned}
 D &= \begin{vmatrix} n & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^4 \end{vmatrix}; \\
 D_0 &= \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n f_i & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n f_i y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^4 \end{vmatrix}; \\
 D_1 &= \begin{vmatrix} n & \sum_{i=1}^n f_i & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i^2 & \sum_{i=1}^n f_i y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i^4 \end{vmatrix}; \\
 D_2 &= \begin{vmatrix} n & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n f_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i^2 & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 & \sum_{i=1}^n f_i y_i^2 \end{vmatrix}. \tag{8.71}
 \end{aligned}$$

These expressions allow for the background to be separated in the inner part of the grid. To separate the background near boundaries, expressions for the first and third derivatives have to be obtained. These bulky procedures will be omitted here. Let us recall that in one-dimension case the background can be separated from the formula (7.23) at the central point of the grid, and from the formula (7.24) at the boundary of the area we deal with.

If the grid is irregular, to separate the background the set (8.63) is to be solved numerically, and then the results to be substituted into the equation (8.65). The technique discussed can be also applied to extrapolate the background separated if we are to receive formulas of the (7.25) type. In this case, however, for the polynomials being higher than the first degree, the layings out become super bulky. Nevertheless, let us discuss this technique at least for the most simple case.

Suppose a problem of data extrapolation is to be solved, the data having collected at the same level. In this case, the background must be approximated by the triple Taylor's series. The part of the series where maximal power of monomials is M has a form

$$f_i = f_0 + \sum_{n=1}^N \sum_{k+l+m=n} \frac{x_i^k y_i^l t_i^m}{l! k! m!} \frac{\partial^n f}{\partial x^k \partial y^l \partial t^m}. \quad (8.72)$$

Interval summing is made throughout all the values k, l, m which in sum is equal to the given value n , i. e. throughout all the same power monomials. The notation of the triple Taylor's series in (8.72) form is the simplest one to make the series processing. However, it is too bulky even for small powers of the monomials.

To imagine clearer the every member of the series, let us cite in an open form some powers of threenomials the most necessary for obtaining finite—difference analogues of the differentiation formulas

$$\begin{aligned} (x + y + t)^2 &= x^2 + y^2 + t^2 + 2(xy + xt + yt); \\ (x + y + t)^3 &= x^3 + y^3 + t^3 + \\ &+ 3(x^2y + x^2t + y^2x + y^2t + t^2x + t^2y) + 6xyt; \\ (x + y + t)^4 &= x^4 + y^4 + t^4 + 4(x^3y + x^3t + y^3x + y^3t + t^3x + t^3y) + \\ &+ 6(x^2y^2 + x^2t^2 + y^2t^2) + 12(x^2yt + y^2xt + t^2xy). \end{aligned} \quad (8.73)$$

To check where you have fully understood the general form of the three-dimensional polinomial (8.72) you are suggested to assure yourself with the aid of the formulas (8.73) that the number of members at $N=3$ (third power polinomials) is equal to 20, and at $N=4$ (fourth power polinomials) it's equal to 35.

It becomes clear that solving the problem of two-dimensional background extrapolation from the data given on a regular grid with the second approximation order, is a long procedure. Therefore, to illustrate the technique we'll take a simple example. Have understood the essence of the approach, the necessary equation systems can be formulated, and the problems set can be numerically solved.

As well as in case of one-dimension problems, the basic for the multidimension process extrapolation technique is an assumption

on the form of the background process. Suppose, at a very simple case the process tendency f_t , and gradients f_x and f_y are constant. Then the background and its evolution can be described by a linear formula

$$f(x, y, t) = f_0 + f_x x + f_y y + f_t t. \quad (8.74)$$

Suppose there are n observed function f_i values, each being represented by three values, coordinates and time (x_i, y_i, t_i) . Have set requirement for the description discrepancy square to be minimal, we receive the set of equation to determine parameters f_0, f_x, f_y, f_t in the form

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i &= f_0 n + f_x \sum_{i=1}^n x_i + f_y \sum_{i=1}^n y_i + f_t \sum_{i=1}^n t_i; \\ \sum_{i=1}^n f_i x_i &= f_0 \sum_{i=1}^n x_i + f_x \sum_{i=1}^n x_i^2 + f_y \sum_{i=1}^n x_i y_i + f_t \sum_{i=1}^n t_i x_i; \\ \sum_{i=1}^n f_i y_i &= f_0 \sum_{i=1}^n y_i + f_x \sum_{i=1}^n x_i y_i + f_y \sum_{i=1}^n y_i^2 + f_t \sum_{i=1}^n t_i y_i; \\ \sum_{i=1}^n f_i t_i &= f_0 \sum_{i=1}^n t_i + f_x \sum_{i=1}^n x_i t_i + f_y \sum_{i=1}^n t_i y_i + f_t \sum_{i=1}^n t_i^2. \end{aligned} \quad (8.75)$$

The summing is made over all observations, i. e. $i=1, \dots, n$.

This set solution will be considered for a particular case of the station situations at three consequent moments of time $t=-\tau, 0, \tau$ (Fig. 8.6). Substituting the sum values, taken from the coordinate table at the figure, to the system (8.75) we'll obtain

$$\sum_{i=1}^n f_i = 6f_0, \quad \sum_{i=1}^n f_i x_i = 2r^2 f_x, \quad \sum_{i=1}^n f_i y_i = 5r^2 f_y, \quad \sum_{i=1}^n f_i t_i = 2\tau^2 f_t. \quad (8.76)$$

Have solved the system we receive the specific values of the coefficients for the formula (8.74) describing the background. The background determination inaccuracy can be obtained if the formula received would have substituted into the general formula (8.61) to calculate inaccuracy. The inaccuracy will be minimal for the points used to separate the background, and it will grow up outside these points area.

There are many modifications of the least squares method application. For instance a background can be looked for superimposing on its form some restrictions which must be fulfilled outside points chosen for inspection.

There is an important question: what is to be extrapolated. At the stage when extrapolation techniques just begun to develop, the answer this question seemed to be clear: one must extrapolate the position of particular points and times of a baric field. Progressively, as the technique of statistical extrapolation was deve-

loping, this question was losing its origin significance giving place to another question: how is extrapolation to be made? An opinion that the extrapolation object must be meteorological variables values themselves has been widely spread. This conception is the basis of the hydrodynamic prediction method according to that meteorological values to be predicted at every point making all together a predicted field.

Evaluation of the hydrodynamical prediction results shows that as far as positions of particular points and lines of meteorological fields are concerned there are still many errors, especially with respect to the time of their appearance and disappearance. Hence, on our opinion, the extrapolation techniques are worth to use as a means for check and correction of the predicted positions of particular points and lines.

In doing this, the greatest difficulty is the formalization of a particularly selection process. It is worth to remind the differential characteristics the critical values of which define the presence of the field particularities were discussed at the beginning of this chapter.

If fields of meteorological elements are known at an initial moment of time and for some time before it, the differential characteristics can be easily calculated and extrapolated on the basis of the techniques above. Then, through and ridge lines, and centres positions can be found as well as critical points indicating appearance of some new particularities can be identified. The results obtained should be compared with those computed on the basis of the hydrodynamical prediction methods. After doing so the predicted fields are to be corrected. This procedure simulates the sequence of actions done by a weather-forecaster on the base of manual weather map analyses and his own heuristic evaluations and forecasting.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
✓ Глава 1. Организация и средства сверхкраткосрочных прогнозов. Основные понятия и определения	7
✓ Глава 2. Формирование локальной погоды	13
Глава 3. Сверхкраткосрочные прогнозы процессов и явлений в условиях статически неустойчивой атмосферы	25
Глава 4. Сверхкраткосрочные прогнозы процессов и явлений, возникающих в устойчивой атмосфере на фоне пониженного давления	53
Глава 5. Сверхкраткосрочные прогнозы погоды в условиях устойчивой атмосферы на фоне повышенного давления	77
Глава 6. Сверхкраткосрочный прогноз процессов и явлений, возникающих под влиянием местных орографических особенностей (неоднородностей подстилающей поверхности)	89
Глава 7. Прогноз одномерных метеорологических процессов	98
Глава 8. Экстраполяция метеорологических полей	116