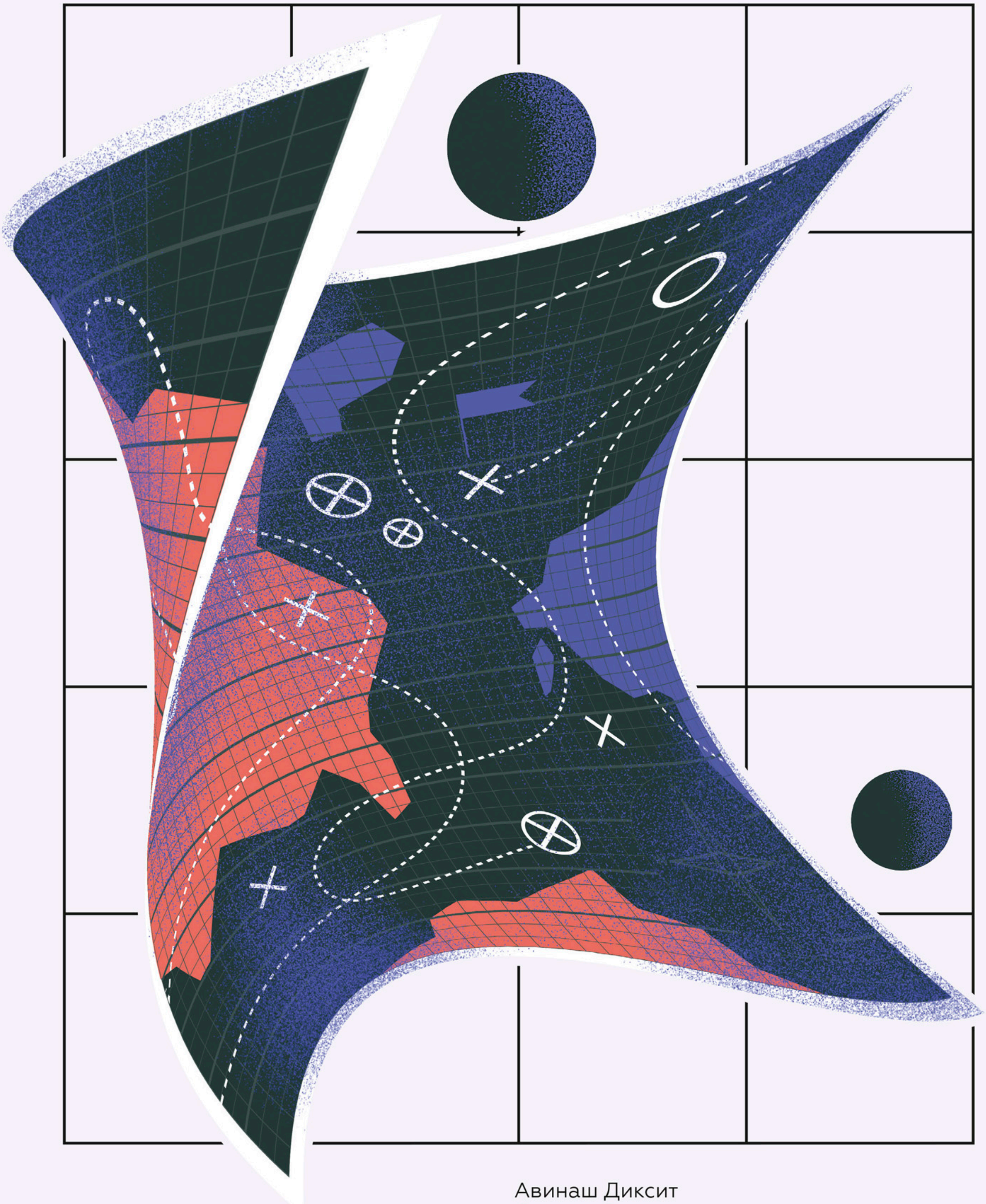
СТРАТЕГИЧЕСКИЕ ИГРЫ

Доступный учебник по теории игр



Авинаш Диксит
Сьюзан Скит
Дэвид Рейли-младший

Эту книгу хорошо дополняют:

Теория игр
Авинаш Диксит и Барри Нейлбафф

Голая статистика
Чарльз Уилан

Удовольствие от *x*
Стивен Строгац

Статистика
Грейди Клейн и Алан Дебни

Красота в квадрате
Алекс Беллос

Avinash K. Dixit, Susan Skeath, David H. Reiley Jr.

Games of Strategy

Fourth Edition

W. W. Norton & Company
New York • London

Авинаш Диксит, Сьюзан Скит и Дэвид Рейли-младший

Стратегические игры

Доступный учебник по теории игр

Перевод с английского Натальи Яцюк

Москва
Издательство «Манн, Иванов и Фербер»
2017

УДК 519.83
ББК 183.3
Д45

Научный редактор Александр Минько

*Издано с разрешения W.W.Norton&Company, Inc.
и литературного агентства Andrew Nurnberg*

На русском языке публикуется впервые

Диксит, Авинаш

Д45 Стратегические игры. Доступный учебник по теории игр / Авинаш Диксит, Сьюзан Скит и Дэвид Рейли-младший ; пер. с англ. Н. Яцюк ; [науч. ред. А. Минько]. — М. : Манн, Иванов и Фербер, 2017. — 880 с.

ISBN 978-5-00100-813-2

Доступный учебник по теории игр, который завоевал заслуженную популярность благодаря наглядным примерам и упражнениям, а также доступному изложению, не требующему от читателей серьезной математической подготовки.

Книга будет полезна как интересующимся математикой и ее применением в бизнесе и в жизни, так и тем, кто хочет развить стратегическое мышление и научиться принимать обоснованные решения.

УДК 519.83
ББК 183.3

ISBN 978-5-00100-813-2

Оглавление

Часть IV. Применение теории игр в конкретных стратегических ситуациях

Предисловие партнера издания

Перед вами логическое продолжение книги «Теория игр» Авинаша Диксита и Барри Нейлбаффа. В новой книге нас вновь вовлекают в разбор множества ситуаций, на основе которых мы учимся понимать виды различных стратегий и прогнозировать поведение участников игр.

В России теория игр стала уже не просто модной темой, но и обязательным знанием для людей, решающих сложные стратегические задачи. Спрос на литературу по этой теме растет, и вот перед вами одна из немногих достойных книг, в которой авторам удалось доступно раскрыть концепции и методики стратегической игры.

Интересный момент: стратегические игры не ограничиваются одним лишь математическим анализом ситуации. Одно из главных условий игры — наличие игроков, каждый из которых имеет свои желания, задачи и цели. И именно объединение методов психологии и математики дает возможность выстроить наиболее успешную стратегию игры.

Несмотря на то что все люди так или иначе сталкиваются с играми в повседневной жизни, есть те, кому эти знания необходимы в первую очередь. Я говорю о руководителях. Их роль заключается в том, чтобы достигать целей подразделения или организации, учитывая множество вовлеченных в процесс людей. Управление проектом, ведение переговоров, внедрение изменений — каждое из этих направлений бизнеса является стратегической игрой.

Как это выглядит на практике? Не так давно консультанты Samolov Group вели проект по сопровождению переговоров для руководителя крупной строительной компании. Задачей нашего заказчика было приобретение большого участка земли для строительства. Ему было затруднительно вести переговоры с партнером на своих условиях. Вместе с заказчиком мы проанализировали интересы и возможности оппонента. После сбора обнаружилось, что у партнера близится срок погашения большого кредита. Наш клиент предложил новые условия сделки, при которых оппонент имел возможность погасить этот самый кредит. Таким образом, контракт был подписан на ту сумму, на какую рассчитывал наш клиент. Пример иллюстрирует важность анализа игроков, поскольку это позволяет определить наиболее выигрышную стратегию.

Чем выше уровень руководителя, тем важнее для него развивать стратегическое мышление и умение применять методы теории игр на практике. В реальности же российские менеджеры привыкли решать ситуации «здесь и сейчас», не думая о долгосрочных сценариях. Поэтому обучение навыкам планирования, постановки целей, разработки стратегий дается довольно тяжело даже опытным руководителям. Необходимо признаться самому себе в том, что, если не развивать эти компетенции и не уделять должного внимания планированию, будет сложнее добиваться серьезных целей.

В книге «Стратегические игры» методика преподносится через кейсы. Этот формат может быть несколько непривычным для российского читателя. В России обучение предполагает сначала описание методики, а после уже — ее применения. В этой же книге вначале даются кейсы, а уже по ним делается разбор и вывод методики. Возможно, текст книги будет казаться сложным для восприятия, но информация, содержащаяся в нем, имеет большую ценность, поэтому рекомендую заинтересованному читателю выделить время на чтение и получить от этого интеллектуальное удовольствие.

Иван Самолов,
коммерческий директор Samolov Group
ivan@samolov.ru

В память о моем отце,
Камалакаре Рамачандре Диксите
Авинаш Диксит

В память о моем отце,
Джеймсе Эдварде Ските
Сьюзан Скит

Моей матери,
Рони Рейли
Дэвид Рейли

Предисловие

Мы написали этот учебник для преподавателей и студентов первого или второго курса колледжа, чтобы помочь последним освоить основы теории игр. Он не требует предварительных знаний в областях, в которых применяется эта наука (таких как экономика, политология, эволюционная биология и т. д.); достаточно школьного уровня математики. Должны сказать, что полученный результат превзошел все наши ожидания. Сегодня немало учебных курсов по этой дисциплине читаются там, где 20 лет назад о них и не слышали, к тому же некоторые из них разработаны под влиянием нашего учебника. А появление на рынке конкурентов и подражателей — еще один убедительный признак успеха.

Тем не менее успех не повод для самоуспокоения. В каждом последующем издании учебника мы продолжали совершенствовать изложенный в нем материал с учетом замечаний и предложений преподавателей и студентов, а также собственного опыта его использования.

Основные нововведения в четвертом издании связаны со смешанными стратегиями. В третьем издании мы рассматривали этот вопрос в двух главах исходя из различий между простыми и сложными темами. Простые темы включали решение и интерпретацию равновесий в смешанных стратегиях в играх 2×2, а главной сложной темой была общая теория смешивания в играх с более чем двумя чистыми стратегиями, когда некоторые из них могут остаться неиспользованными в равновесии. Однако мы обнаружили, что мало кто из преподавателей обращается ко второй из этих глав. Поэтому мы решили свести простые темы и ряд базовых концепций более сложных тем в одну главу, посвященную смешанным стратегиям (глава 7). Некоторые материалы, не попавшие в эту главу, будут доступны читателям, намеревающимся более глубоко изучить темы повышенного уровня сложности, в виде онлайн-приложений*.

* Все материалы на сайте представлены на английском языке. *Прим. ред.*

Мы улучшили и упростили материал об информации в играх (глава 8). В частности, дали расширенное описание и больше примеров предварительного обмена ею с тем, чтобы разъяснить взаимосвязь между согласованием интересов и возможностью достоверной коммуникации. Кроме того, мы проанализировали примеры сигнализирования и скрининга в начале, а не в конце главы, как это было в третьем изданием, чтобы убедить студентов в важности этой темы и подготовить почву для более сухой теории, представленной в следующих разделах.

Игры в некоторых областях применения теории игр, о которых рассказывается в следующих главах, были достаточно просты, и их можно было анализировать без развернутого дерева игры или таблицы выигрышей. Но это ослабляло связь между предыдущими главами, в которых излагались методические принципы теории игр, и примерами практического применения этих принципов. Поэтому теперь мы показываем больше инструментов логического вывода в контексте их практического использования.

Мы расширили и усовершенствовали набор упражнений. Они, как и в третьем издании, в каждой главе разделены на две группы — с решениями и без — и в большинстве случаев представлены параллельно: на каждое упражнение с решением приходится соответствующее упражнение без решения, но с незначительными изменениями, что позволяет студентам дополнительно попрактиковаться. Доступ к решениям упражнений первой группы читатели могут получить на сайте books.wwnorton.com/studyspace/disciplines/economics.aspx?DiscId=6. Решения упражнений второй группы будут предоставляться преподавателям, использующим этот учебник в работе: им необходимо связаться с издателем для получения доступа к сайту для преподавателей. В каждой группе упражнений с решениями и без них есть упражнения двух типов. Одни дают возможность повторить и отработать изучаемые методы, в других мы шаг за шагом проводим студента через процесс создания модели анализа того или иного вопроса или проблемы с позиции теории игр (на наш взгляд, именно эти упражнения имеют самую большую образовательную ценность). Такой опыт, полученный в ходе анализа упражнений с решениями и закрепленный с помощью соответствующих упражнений без решений, способствует развитию навыков стратегического мышления у студентов.

Бо́льшая часть других глав тоже обновлена, улучшена, систематизирована и упрощена. Самым существенным изменениям подверглись главы, посвященные таким темам, как дилемма заключенных (глава 10), коллективные действия (глава 11), эволюционные игры (глава 12) и голосование (глава 15). Мы исключили последнюю главу третьего издания («Рынки и конкуренция»), поскольку, как показывают данные, ее почти никто не использовал. В случае необходимости преподаватели могут ее найти в третьем издании учебника.

Мы признательны многочисленным читателям предыдущих изданий за высказанные замечания и предложения. Благодаря им, а также проницательным и конструктивным советам преподавателей, использующих учебник на лекциях, содержание и изложение материала было существенно улучшено. В ходе работы над четвертым изданием мы учли комментарии Кристофера Максвела (Бостонский колледж), Алекса Брауна (Техасский университет A&M), Джонатана Вуна (Питтсбургский университет), Клауса Бекера (Техасский технологический университет), Хуансиня Янга (Университет штата Огайо), Мэтью Рулофса (Университет Западного Вашингтона) и Дебашис Пал (Университет Цинциннати). Спасибо всем вам.

Авинаш Диксит
Сьюзан Скит
Дэвид Рейли-младший

Часть I

Общие принципы

1 Основные концепции и примеры

Все вводные учебники начинаются с попытки убедить студентов, что рассматриваемая дисциплина крайне важна в нашем мире и поэтому заслуживает их внимания. Естественные и прикладные науки претендуют на роль основы современных технологий, а значит, и современной жизни; общественные науки исследуют серьезные вопросы управления, такие как демократия и налогообложение; гуманитарные утверждают, что возродят вашу душу после того, как она омертвеет под воздействием естественных, прикладных и общественных наук. Как вписывается в эту картину теория стратегических игр, часто называемая теорией игр, и почему ее следует изучать?

Мы предлагаем практическую мотивацию, которая носит более индивидуальный характер и ближе к вашим личным проблемам, чем большинство других предметов. Вы играете в стратегические игры постоянно: с родителями, братьями и сестрами, друзьями и врагами и даже с преподавателями. По всей вероятности, вы накопили достаточно приличный объем интуитивных знаний и навыков ведения таких игр, и мы надеемся, что вам удастся связать эти знания с изложенным в учебнике материалом. Мы будем опираться на ваш опыт, систематизируем его и разовьем до уровня, на котором вы сможете улучшить свои стратегические навыки и более методично их применять. Возможности для этого у вас будут появляться на протяжении всей жизни: вы продолжите играть в подобные игры с работодателями, подчиненными, супругами, детьми и даже незнакомыми людьми.

Этот предмет имеет существенное значение и в более широком контексте. Такие игры ведутся в бизнесе, политике, дипломатии и войнах — на самом деле в любой ситуации, в которой люди вступают во взаимодействие друг с другом с целью заключить взаимовыгодную сделку или разрешить конфликт. Способность распознавать эти игры углубит ваше понимание окружающего мира и позволит более эффективно участвовать в происходящих в нем событиях. Кроме того, понимание стратегических игр принесет непосредственную пользу при изучении ряда других предметов. На курсах по экономике и бизнесу уже применяются многие элементы теоретико-игрового мышления. Теория игр также используется в политологии, психологии и философии для анализа взаимоотношений между людьми. То же самое можно сказать и о биологии, на которую существенно повлияли концепции эволюционных игр и которая, в свою очередь, привнесла эти идеи в экономику. Психология и философия тоже не обходятся без стратегических игр. Теория игр предоставляет концепции и методы анализа в распоряжение многих, можно сказать, практически всех дисциплин, разве что за исключением изучающих полностью неодушевленные объекты.

1. Что такое стратегическая игра

При слове *игра* у вас может создаваться впечатление, что речь идет о поверхностном, малозначащем предмете в масштабной картине мира, изучающем такие тривиальные занятия, как азартные игры и спорт, тогда как в мире масса более важных вопросов — война, бизнес, образование, карьера и отношения. На самом деле стратегическая игра не просто игра; все вышеперечисленные вопросы и есть примеры игр, и теория игр помогает нам понять их суть. Тем не менее нет ничего плохого в том, чтобы начать изучение теории игр применительно к азартным играм или видам спорта.

Составляющие большинства игр — удача, мастерство и стратегии в различных пропорциях. Ставить все на подбрасывание монеты — это игра чистого везения, если, конечно, вы не спец в области подтасовок или подбрасывания монет. Забег на сто метров — игра, требующая исключительно физических навыков, хотя в ней тоже может присутствовать некий элемент случайности — например, у бегуна без видимых причин выдался не очень удачный день.

Стратегия — набор навыков иного рода. В контексте спорта это ментальные навыки, необходимые для того, чтобы хорошо играть, а еще умение рассчитать, как лучше всего использовать свои физические способности. Например, в теннисе вы их развиваете, отрабатывая подачи (сначала жесткие и плоские, затем подачи с подкруткой и кик-подачи) и обводящие удары (жесткие, низкие и точные). Стратегические навыки — это понимание того, куда следует отправить подачу (по косой к боковой линии или по центру, в крестовину между полями подачи) и целесообразно ли выполнять обводящий удар (по диагонали или по линии поля). В футболе вы развиваете умение ловить и бросать мяч, блокировать соперника, отбирать у него мяч и т. д. Тренер, зная физические возможности членов своей команды и команды противника, организует игру так, чтобы по максимуму использовать навыки своих игроков и слабые стороны соперника. Именно расчеты тренера определяют стратегию. Физическую игру в футбол ведут сами спортсмены, а стратегическую — тренеры и их помощники в кабинетах и на боковой линии.

Ваша задача в забеге на сто метров — как можно выгоднее применить свои физические навыки. На этой дистанции нет возможности наблюдать за соперниками и реагировать на их действия, а значит, нет места и для стратегии. А вот более длинные забеги уже подразумевают ее наличие: следует ли вам возглавлять забег и задавать темп бега, за какое время до финиша делать попытку вырваться вперед и т. д.

По сути, стратегическое мышление — это способность анализировать взаимодействие с другими людьми, тогда как они, в свою очередь, делают то же самое. Во время марафона ваши соперники могут срывать или поддерживать ваши попытки возглавить забег в зависимости от того, что больше отвечает их интересам. В теннисе противник старается угадать, куда вы направите свою подачу или обводящий удар; в футболе тренер команды противника строит игру так, чтобы она наилучшим образом, по его мнению, противостояла вашей стратегии игры. Безусловно, вы должны учитывать планы соперника, точно так же, как и он учитывает ваши. Теория игр — это анализ или, если хотите, наука о таком интерактивном процессе принятия решений.

Когда вы тщательно все взвешиваете, прежде чем что-либо предпринять, то есть осознаете свои цели или предпочтения, а также любые ограничения или требования к вашим действиям, и обдуманно выбираете свои действия, чтобы добиться максимального успеха исходя из собственных критериев, считается, что вы ведете себя рационально. Теория игр привносит еще один аспект в понятие рационального поведения, а именно: взаимодействие с другими, в равной степени рациональными людьми, принимающими решения. Иными словами, теория игр — это наука о рациональном поведении в интерактивных ситуациях.

Мы не утверждаем, что теория игр научит вас секретам идеальной игры или поможет никогда не проигрывать. Во-первых, ваш соперник может прочитать те же книги; кроме того, вы оба не можете постоянно выигрывать. Еще важнее то, что многие игры содержат немало сложных и тонких нюансов, а большинство реальных ситуаций включают в себя достаточно своеобразных или случайных факторов. Теория игр не может предложить безошибочный рецепт действий; что она действительно делает, так это предоставляет ряд общих принципов анализа стратегических взаимодействий. Вам предстоит дополнить их и некоторые методы вычислений множеством деталей, характерных для вашей ситуации, прежде чем разработать успешную стратегию выхода из нее. Хорошие стратеги используют теорию игр в сочетании со своим опытом; можно сказать, что ведение стратегических игр — в не меньшей степени искусство, чем наука. Мы объясним вам общие концепции науки стратегических игр, а также расскажем о ее ограничениях и о том, когда на первый план выходит искусство стратегических игр.

Хотя вы можете полагать, что уже освоили искусство стратегических игр благодаря своему опыту или интуиции, тем не менее изучение науки стратегических игр покажется вам весьма полезным. Она систематизирует множество общих принципов, действующих в разных контекстах или областях применения. Без этих принципов вам пришлось бы заново анализировать каждую новую ситуацию, требующую стратегического мышления, что было бы особенно сложно в новых областях применения теории игр — например, если вы овладели искусством стратегии в играх со своими родителями, братьями или сестрами, а теперь должны использовать стратегические навыки против бизнес-конкурентов. Общие принципы теории игр дают вам точку отсчета. Отталкиваясь от нее, вы сможете гораздо быстрее и увереннее отыскивать характерные для вашей ситуации признаки или элементы искусства стратегии, а также дополнять ими свои размышления и действия.

2. Примеры и истории о стратегических играх

С учетом целей, поставленных в разделе 1, мы сначала предложим вам ряд простых примеров, многие из которых позаимствованы из ситуаций, с которыми вы наверняка сталкивались в своей жизни. В каждом примере мы указываем важный стратегический принцип. Все эти принципы более детально рассматриваются в следующих главах; кроме того, после каждого примера мы сообщим, где найти более подробную информацию. Однако не торопитесь сразу же переходить к соответствующим главам, сначала просто прочитайте все примеры, чтобы получить предварительное представление обо всех аспектах стратегии и стратегических игр.

А. Как выполнить обводящий удар

Теннис высокого уровня состоит из незабываемых поединков между лучшими игроками: Джон Макинрой против Ивана Лендла, Пит Сампрас против Андре Агасси, Мартина Навратилова против Крис Эверт. Возьмем в качестве примера финальный матч Открытого чемпионата США по теннису между Эверт и Навратиловой*. Навратилова у сетки только что ударила по мячу с лета, отправив его в сторону Эверт на заднюю линию. Эверт вот-вот выполнит обводящий удар. Какой удар ей лучше сделать — по линии поля или по диагонали? И следует ли

---

* Крис Эверт выиграла свой первый титул на Открытом чемпионате США по теннису в 1975 году. Навратилова выиграла свой первый титул чемпиона во время финального матча Открытого чемпионата США по теннису 1983 года.

Навратиловой ожидать удара по линии и сделать наклон в соответствующую сторону или удара по диагонали и наклониться в другую сторону?

Здравый смысл говорит в пользу удара по линии. При таком ударе мячу предстоит преодолеть меньшее расстояние до сетки, а значит, у другого игрока останется меньше времени на то, чтобы правильно среагировать. Однако это не означает, что Эверт следует постоянно использовать этот удар. Если бы она поступала именно так, Навратилова ожидала бы этого и подготовилась, поэтому удар не был бы результативным. Для того чтобы повысить шансы на успех в случае обводящего удара по линии поля, Эверт необходимо использовать удар по диагонали достаточно часто, чтобы Навратиловой каждый раз приходилось угадывать его направление.

То же самое происходит и в футболе: когда на третьем дауне остается продвинуть мяч еще на один ярд, бег с мячом на середину поля — это процентная игра (то есть наиболее часто применяемая тактика игры), но время от времени нападающие должны делать в таких ситуациях пас, чтобы держать команду защиты в напряжении.

Таким образом, самый важный общий принцип действий в подобных ситуациях состоит не в том, что Эверт *следует* делать, а в том, чего ей делать *не следует*: она не должна выполнять одно и то же действие постоянно или систематически. В противном случае Навратилова будет знать, как реагировать на ее действия, и шансы на успех у Эверт снизятся.

Отсутствие систематичности в действиях означает нечто большее, чем попытки не делать один и тот же удар в подобных ситуациях. Эверт также не должна сугубо механически переключаться между двумя ударами — Навратилова заметит и использует эту *закономерность* или любую другую систему, поддающуюся обнаружению. Эверт необходимо делать выбор в каждом конкретном случае в произвольном порядке, чтобы помешать такому угадыванию.

Общая идея о смешивании приемов игры хорошо известна даже спортивным комментаторам на телевидении. Но у нее есть и другие аспекты, требующие углубленного анализа. Почему удар вдоль линии поля — процентная игра? Должен ли теннисист вести ее в 80, 90 или 99 процентах случаев? Насколько важен масштаб соревнований — например, следует ли делать пас на третьей попытке во время регулярного сезона, но не делать во время Суперкубка? Как игроки смешивают приемы игры в реальных условиях? Что происходит, когда появляется третья возможность (например, свеча в теннисе)? Мы проанализируем эти вопросы и ответим на них в главе 7.

Фильм The Princess Bride («Принцесса-невеста», 1987) иллюстрирует эту идею на примере «состязания на смекалку» между героем (Уэстли) и злодеем (Виззини).

Уэстли должен отравить вино в одном из двух кубков, а Виззини предстоит решить, кто из какого кубка будет пить. Виззини анализирует ряд запутанных доводов в пользу того, почему Уэстли должен отравить вино в определенном кубке. Однако все они внутренне противоречивы, поскольку Уэстли может разгадать логику Виззини и добавить яд в другой кубок. И наоборот, если Уэстли выберет определенный кубок с помощью какой-то конкретной логики или системы, Виззини может предвидеть это и выпить вино из другого кубка, оставив Уэстли кубок с отравленным вином. Стало быть, стратегия Уэстли должна быть случайной и бессистемной.

Эта сцена иллюстрирует еще один момент. В фильме Виззини проигрывает и расплачивается за это жизнью. Как оказалось, Уэстли отравил вино в обоих кубках: на протяжении последних нескольких лет он вырабатывал иммунитет к этому яду. Следовательно, Виззини вел игру в крайне неблагоприятных условиях с точки зрения наличия информации, что и привело к фатальному исходу. Иногда игроки могут преодолеть проблему асимметричности информации; в главах 8 и 13 рассматривается вопрос о том, когда и как они могут это сделать.

Б. Мышиная возня со средним баллом

Вы записались на курс, который оценивается по средней успеваемости. Независимо от того, каких успехов вы добьетесь в абсолютном выражении, всего 40 процентов студентов получат оценки A и всего 40 процентов — оценки B. Следовательно, вы должны упорно трудиться, причем не только в абсолютном выражении, но и относительно того, насколько старательно трудятся ваши товарищи по учебе (на самом деле «враги по учебе» кажется в данном контексте более подходящим выражением)*. Это понимают все студенты, поэтому после первой же лекции они собираются на импровизированное совещание и договариваются не проявлять чрезмерного усердия. Спустя несколько недель искушение получить преимущество перед остальными, приложив чуть больше усилий, становится непреодолимым. В конце концов, ваши сокурсники не могут видеть все, что вы делаете, и не имеют реального влияния на вас, а выгода от повышения среднего балла весьма существенна. В итоге вы начинаете чаще заходить в библиотеку и оставаться там подольше.

Проблема в том, что остальные делают то же самое. Следовательно, вы получите такую же оценку, как и в случае, если бы придерживались договоренности. Единственное отличие — все вы потратили на учебу больше времени, чем вам хотелось бы.

---

* В американских вузах оценка конкретного студента определяется относительно среднего количества баллов, набранных всеми студентами группы. *Прим. ред.*

Это пример дилеммы заключенных*. В ее оригинальной версии двух подозреваемых допрашивают по отдельности и предлагают каждому признать свою вину. Одному из них, скажем, подозреваемому А, говорят следующее: «Если другой подозреваемый (Б) не сознается, то вы можете заключить выгодную сделку и смягчить наказание, признав свою вину. Но если Б сознается, тогда вам тоже лучше это сделать, иначе суд будет особенно суровым по отношению к вам. Так что вам следует сознаться в любом случае». Подозреваемого Б убеждают с помощью аналогичных доводов. Столкнувшись с таким выбором, А и Б сознаются, хотя для обоих было бы лучше, если бы они молчали, поскольку у полиции нет против них никаких веских доказательств.

В случае с оцениванием знаний складывается похожая ситуация. Если другие студенты будут работать меньше, то вы получите гораздо более высокий средний балл благодаря усердной учебе; если же другие будут усердно трудиться, тогда вам лучше делать то же самое, иначе вы получите низкий балл. Вы даже можете подумать, что слово «заключенный» очень уместно для обозначения группы студентов, попавших в ловушку обязательного учебного курса.

У преподавателей и учебных заведений собственная дилемма заключенных. Каждый преподаватель может сделать так, чтобы его курс выглядел привлекательно, оценивая знания студентов менее строго, а каждое учебное заведение может подыскать своим выпускникам более достойную работу или привлечь более перспективных абитуриентов, менее взыскательно оценивая знания студентов по всем курсам. Безусловно, если все так и поступят, ни у кого не будет преимущества перед остальными; единственное, что произойдет, — это стремительное повышение оценок, которое приводит к сжатию их диапазона, а значит, затрудняет возможность разграничивать способности студентов.

Люди часто думают, что в любой игре должны быть победитель и побежденный. Дилемма заключенных — это нечто иное: оба игрока (или все игроки) могут проиграть. Люди играют в такие игры (и проигрывают) каждый день, и проигрыши могут быть самыми разными, от небольших неудобств до потенциальных катастроф. Во время спортивных соревнований зрители поднимаются со своих мест, чтобы лучше все видеть, но когда все стоят, зона обзора, наоборот, сужается. Сверхдержавы накапливают больше оружия, чтобы получить преимущество перед противниками, но когда это делают обе стороны, соотношение сил не меняется, зато это приводит к нерациональному использованию экономических ресурсов, которые

* Существуют разногласия по поводу того, как правильно называть эту дилемму — «дилемма заключенного» или «дилемма заключенных». Мы используем множественное число («дилемма заключенных»), учитывая тот факт, что эта дилемма существует только в случае, если в ситуации задействованы как минимум двое заключенных.

можно было бы направить на более достойные цели, чем вооружение, и повышению риска случайного развязывания войны. Учитывая величину возможных потерь всех участников таких игр, важно знать способы налаживания взаимовыгодного сотрудничества. Изучению подобной игры посвящена глава 10.

В противоположность дилемме заключенных — игре, в которой могут проиграть все, — существуют и беспроигрышные игры, когда выигрывают все участники. Один из примеров такой игры — международная торговля: если та или иная страна производит больше продукта, который она может делать лучше всех, то плодами такого международного разделения труда могут воспользоваться все страны. Однако, чтобы реализовать весь потенциал международной торговли, необходимы успешные переговоры относительно разделения этого «пирога». То же касается и многих других переговорных ситуаций. Эта тема подробно рассматривается в главе 17.

B. «Мы не можем сдавать экзамен, потому что у нас спустила шина»

Вот история (возможно, вымышленная), которая обычно распространяется по электронной почте старшекурсников; каждый из нас независимо друг от друга тоже получил ее от студентов.

> Два друга изучали химию в Университете Дьюка. Оба достаточно хорошо сдали тесты, лабораторные работы и промежуточные экзамены, поэтому рассчитывали получить на итоговом экзамене твердую оценку А. Во время выходных накануне экзамена друзья были так уверены в успехе, что решили пойти на вечеринку в Университете штата Вирджиния. Вечеринка настолько удалась, что они проспали все воскресенье, поскольку вернулись слишком поздно и уже не могли готовиться к итоговому экзамену, который был назначен на утро понедельника. Вместо того чтобы сдавать экзамен без подготовки, друзья подошли к профессору и рассказали душещипательную историю о том, как ездили в Университет штата Вирджиния и планировали вернуться пораньше, но на обратном пути у них спустила шина, а так как запасной не оказалось, им пришлось всю ночь искать помощь. Так нельзя ли им сдать экзамен завтра, потому что сейчас они еле держатся на ногах от усталости? Профессор подумал и согласился.
>
> Ребята занимались весь вечер понедельника и во вторник пришли на экзамен хорошо подготовленными. Профессор усадил их в разных аудиториях и выдал каждому задание. Первый вопрос на первой странице оценивался в 10 баллов и был очень простым. Оба студента написали правильные

ответы и с огромным облегчением перевернули страницу. Там был всего один вопрос на 90 баллов: «Так какая шина спустила?»

В этой истории есть два важных стратегических урока для будущих завсегдатаев вечеринок. Первый состоит в признании того факта, что профессор — весьма искусный игрок. Он может заподозрить студентов в обмане и использовать какой-то прием, чтобы вывести их на чистую воду. Учитывая объяснения студентов, поставленный профессором вопрос был самым верным способом узнать правду. Друзьям следовало бы это предвидеть и заранее договориться. Второй — в том, что в игре необходимо просчитывать будущие ходы, а затем анализировать ее в обратном порядке с тем, чтобы определить оптимальное текущее действие, — общий принцип стратегии, на котором мы остановимся более подробно в главе 3 и, что особенно важно, главе 9.

Однако предвидеть все профессорские уловки такого рода можно не всегда, ведь у преподавателей опыт распознавания отговорок студентов гораздо богаче, чем у студентов в их придумывании. Если герои этой истории не подготовились заранее, есть ли у них шанс независимо друг от друга назвать одинаковые вымышленные причины? Если каждый из них выберет шину случайным образом, вероятность того, что их выбор совпадет, составляет всего 25 процентов. (Почему?) Есть ли вариант повысить процент?

Вы можете подумать, что прежде всего в зоне риска находится шина переднего правого колеса, поскольку гвозди или осколки стекла чаще всего лежат ближе к этой стороне дороги, чем к середине, и переднее правое колесо наедет на них первым. Такая логика рассуждений кажется вполне обоснованной, но этого недостаточно, чтобы сделать правильный выбор, поскольку тут важна не логика выбора, а то, чтобы так же мыслил и ваш друг. Следовательно, вам нужно поразмышлять о том, воспользуется ли он той же логикой и посчитает ли ее очевидной. Но и это не конец цепочки рассуждений. Придет ли ваш друг к выводу, что такой выбор очевиден для вас? И так далее. Дело не в очевидности или логичности вашего выбора, а в том, очевидно ли для другого игрока то, что очевидно для вас, что очевидно для него… Иными словами, в данном случае необходима сходимость ожиданий в отношении того, что следует выбрать в подобных обстоятельствах. Ожидаемая стратегия, посредством которой игроки могут успешно координировать свои действия, называется «фокальной точкой».

В структуре таких игр нет общих или присущих им элементов, которые бы обеспечивали сходимость ожиданий. Иногда фокальная точка может быть достигнута по причине случайного стечения обстоятельств при обозначении стратегий или ввиду наличия у игроков некоего общего опыта или знаний. Например, если бы по какой-то причине переднее правое колесо называлось колесом Дьюка, то оба студента Университета Дьюка выбрали бы его без всяких предварительных размышлений. Или если бы переднее левое колесо каждого автомобиля было выкрашено в оранжевый цвет (в целях безопасности, чтобы его хорошо видели водители встречных автомобилей), то его с большей долей вероятности выбрали бы два студента Принстона, поскольку оранжевый — цвет Принстонского университета. Однако без таких подсказок координация действий вообще была бы невозможна.

Мы рассмотрим фокальные точки более подробно в главе 4. Пока же хотелось просто отметить, что, когда мы задаем вопрос о шине в аудиториях, более 50 процентов студентов выбирают шину переднего левого колеса. В большинстве случаев они не могут объяснить почему, но утверждают, что такой выбор кажется им очевидным.

Г. Почему профессора такие зануды

Многие преподаватели придерживаются непреложного правила не переносить экзамены и никогда не принимать выполненные задания или курсовые работы после установленного срока. Студентам кажется, что такое поведение говорит о том, что преподаватели совершенно бесчувственные люди. Однако истинная стратегическая причина зачастую прямо противоположна. Большинство профессоров добры и отзывчивы и были бы не против делать студентам поблажки и принимать любые разумные оправдания. Проблема в том, что считать приемлемым и разумным. Трудно различить однотипные оправдания и почти невозможно определить их истинность. Преподаватель знает: в любом случае все закончится тем, что он примет слова студента на веру. Но он также прекрасно понимает, что это скользкая дорожка. Стоит студентам узнать, что профессор — добрая душа, и они начнут чаще затягивать процесс и находить еще больше отговорок. В итоге крайние сроки перестанут что-либо означать, а экзамены превратятся в беспорядочную смесь отсрочек и переносов.

В большинстве случаев единственный способ избежать этого опасного пути — не делать по нему ни единого шага. Отказ выслушать какие бы то ни было оправдания — единственная реальная альтернатива их принятию. Заранее взяв на себя обязательство придерживаться стратегии «никаких оправданий», преподаватель сможет устоять против искушения признать их все.

Но как отзывчивому преподавателю выполнить столь жесткое обязательство? Он должен найти способ сделать свой отказ твердым и достоверным. Самый простой вариант — сослаться на административную процедуру или политику университета. «Поверьте, я готов пойти вам навстречу, но университет не позволит мне этого» — такая позиция не только представляет профессора в более выгодном свете, но и устраняет соблазн, действительно не оставляя ему выбора в данной ситуации. Безусловно, подобные правила могут определять те же преподаватели, которые сами же будут на них ссылаться, но стоит их установить, и ни один преподаватель ни при каких обстоятельствах не сможет их нарушить.

Если университет не обеспечивает такого прикрытия, преподаватель может создать инструменты выполнения обязательств самостоятельно. Например, сделать в самом начале курса обучения четкое и твердое заявление о том, какой политики он будет придерживаться. Каждый раз, когда какой-то студент попросит сделать для него исключение, преподаватель может сослаться на принцип справедливости, сказав: «Если я сделаю это для вас, мне придется это делать и для остальных». Кроме того, профессор может создать себе репутацию строгого преподавателя, несколько раз поступив жестко. Возможно, ему это будет неприятно и такое поведение может идти вразрез с его истинными наклонностями, но оно принесет пользу в долгосрочной перспективе, на протяжении всей карьеры. Когда преподавателя считают строгим, мало кто из студентов осмелится наплести ему с три короба, а значит, студентам будет не так трудно отказать.

В главе 9 мы подробно изучим обязательства и связанные с ними стратегии, такие как угрозы и обещания.

Д. Соседи по комнате и родственники на грани конфликта

Предположим, вы делите квартиру с одним или несколькими студентами и заметили, что в ней заканчивается запас моющего средства, бумажных полотенец, овсяных хлопьев, пива и прочих нужных вещей. У вас есть договоренность распределять фактические расходы поровну, но поход в магазин требует времени. Готовы ли вы его выделить и сходить за покупками или понадеетесь на кого-то из товарищей, оставив себе больше времени для учебы или отдыха? Вы отправитесь в магазин за мылом или будете смотреть телевизор, чтобы не пропустить очередной сериал?*

Во многих подобных ситуациях игра в ожидание может продолжаться достаточно долго, прежде чем тот, кому действительно понадобится одна из этих вещей (как правило, пиво), не выдержит и пойдет в магазин. В итоге все это может привести к серьезным ссорам и даже разрыву отношений между соседями по комнате.

Такую стратегическую игру можно рассматривать с двух точек зрения. Согласно первой, перед каждым соседом по комнате стоит простой бинарный выбор — идти за покупками или нет. Вне сомнения, лучший вариант для вас — чтобы сосед

---

* Этот пример взят из статьи Марка Грюнвальда «Игра в труса», опубликованной в его колонке At Home в Boston Globe Magazine: Michael Grunwald, "At Home" column, "A Game of Chicken," Boston Globe Magazine, April 28, 1996.

пошел в магазин, а вы остались дома, а худший — обратный порядок действий. Если вы оба сделаете покупки без ведома друг друга, скажем, по пути домой из университета или с работы, произойдет ненужное дублирование и даже, возможно, порча некоторых продуктов; если никто не совершит покупок, могут возникнуть серьезные неудобства, а то и катастрофа местного масштаба, если вдруг в самый неподходящий момент закончится туалетная бумага.

Эта ситуация аналогична игре в труса, в которую имели обыкновение играть американские подростки. Два подростка мчались навстречу друг другу на автомобилях. Тот, кто сворачивал в сторону, чтобы избежать столкновения, считался проигравшим (трусом), а тот, кто продолжал ехать прямо, побеждал. Мы подробно проанализируем эту игру в главе 4, а также 7, 11 и 12.

Согласно второй, более интересной и динамичной точке зрения, та же ситуация рассматривается как «война на истощение», в которой каждый сосед по комнате пытается переждать остальных, рассчитывая на то, что у кого-то терпение лопнет раньше. Тем временем риск того, что в квартире закончится запас чего-то важного, что приведет к серьезным неудобствам или крупной ссоре, повышается. Каждый игрок допускает такое повышение до своей точки терпимости; проигрывает самый невыдержанный. Каждый пытается понять, насколько близко к грани катастрофы позволят ситуации развиваться другие участники игры. Отсюда и термин «балансирование на грани», которым обозначаются подобные стратегия и игра. Это динамическая версия игры в труса, открывающая более широкие и интересные возможности.

Один из нас (Диксит) имел удовольствие наблюдать блестящий пример балансирования на грани во время званого ужина одним субботним вечером. Когда перед ужином гости собрались в гостиной, в дверях появилась пятнадцатилетняя дочь хозяина дома и сказала: «Папа, пока». Отец спросил: «Куда ты идешь?» — и дочь ответила: «Прогуляться». После короткой, буквально в несколько секунд, паузы хозяин дома произнес: «Хорошо, пока».

Ваш внутренний стратегический наблюдатель погрузился в размышления о том, могла ли эта ситуация сложиться иначе. Хозяин дома мог бы спросить: «С кем?», а дочка ответить: «С друзьями». Отец мог бы не разрешить прогулку, если бы дочь не объяснила, куда и с кем пойдет. На более позднем этапе диалога кто-нибудь из них сдался бы или, наоборот, все это привело бы к крупной ссоре.

Игра была рискованной для обоих. Дочь могла быть наказана или унижена в присутствии посторонних, а возникший инцидент испортил бы отцу званый ужин. Каждому пришлось оценивать свои дальнейшие шаги без полной уверенности в том, уступит ли другой и когда или же последует неприятная сцена. Риск крупной ссоры повысился бы, если бы отец настаивал на подробном отчете дочери, а она бы все упорнее отказывалась это делать.

В этом отношении игра между отцом и дочерью напоминала прения между профсоюзом и руководством компании о сферах влияния. Ни одна сторона не может быть полностью уверена в намерениях другой стороны, поэтому каждая изучает их посредством последовательности небольших дополнительных шагов, каждый из которых повышает риск обоюдной катастрофы. Дочь в нашей истории исследовала ранее не опробованные границы свободы, а отец анализировал ранее не опробованные (а может, и непонятные для него самого) границы своего влияния.

Это был пример балансирования на грани — игры, главным образом сводящейся к повышению обоюдного риска. Такие игры обычно заканчиваются одним из двух сценариев. В первом один из игроков достигает своего предела терпимости к риску и уступает. (Отец в нашей истории сдался быстро, на первом же этапе. Дочери других, более строгих отцов, возможно, даже не начинали бы эту игру.) Во втором, прежде чем кто-либо из участников конфликта уступит, риск повышается до критического уровня и начинается крупная ссора (или забастовка, или война). Конфликт в семье хозяина дома разрешился «благополучно»: хотя отец признал поражение, а дочь победила, ссора была бы гораздо хуже для обоих.

Мы проанализируем стратегию балансирования на грани более подробно в главе 9, а в главе 14 рассмотрим самый важный пример данной стратегии — Карибский (Кубинский) ракетный кризис 1962 года.

E. Игра в свидания

Когда вы собираетесь к кому-то на свидание, вы хотите предстать перед этим человеком с лучшей стороны и скрыть недостатки. Безусловно, вы не можете скрывать их бесконечно, особенно если ваши отношения будут развиваться, но вы полны решимости стать лучше или надеетесь, что к тому времени партнер примет вас таким, какой вы есть. Вы также знаете, что отношения будут бесперспективны, если вы не произведете хорошего первого впечатления: увы, второго шанса у вас уже не будет.

Разумеется, вы хотите узнать о человеке, с которым у вас свидание, все (и хорошее, и плохое). Но вам также известно, что если ваш партнер владеет техникой знакомства не хуже вас, то он (или она) тоже попытается показать свою лучшую сторону и скрыть худшую. Вы проанализируете ситуацию более тщательно и попробуете понять, какие признаки хороших качеств настоящие, а какие без труда можно имитировать, чтобы произвести благоприятное впечатление. Даже самый неряшливый человек может появиться на важной встрече в опрятной одежде, но обходительность и хорошие манеры, которые проявляются во множестве мелких деталей, трудно изображать весь вечер, если вы к ним не приучены. Цветы — относительно дешевый подарок; более дорогие подарки могут иметь определенную ценность, но не по своей сути, а как достоверные свидетельства того, чем этот человек готов ради вас пожертвовать. А «валюта», в которой исчисляется ценность такого подарка, может иметь разную значимость в зависимости от контекста: подаренный миллионером бриллиант может стоить в данном случае меньше, чем потраченное человеком на общение с вами время или какое-то дело, выполненное по вашей просьбе.

Вы должны осознавать, что ваш визави будет не менее тщательно анализировать информационное содержание ваших действий. Следовательно, вам необходимо делать то, что подаст достоверный сигнал о ваших истинных положительных качествах, а не о тех, которые можно имитировать. Это важно не только на первом свидании: раскрытие, сокрытие и сбор информации о глубинных намерениях другого человека актуальны на протяжении всего периода поддержания отношений. Вот история, которая это иллюстрирует.

> В Нью-Йорке жили мужчина и женщина, имевшие отдельные квартиры с регулируемой арендной платой*. Отношения пары достигли апогея, и они решили жить вместе. Женщина предложила мужчине отказаться от второй квартиры, но он, будучи экономистом, объяснил ей основополагающий принцип: всегда лучше иметь больше вариантов выбора. Возможно, вероятность их разрыва минимальна, но, учитывая даже небольшой риск, было бы разумно сохранить вторую квартиру с низкой арендной платой. Женщина восприняла это крайне негативно и немедленно разорвала с партнером отношения!

Экономисты, услышав эту историю, говорят, что она лишь подтверждает принцип целесообразности более широкого выбора. Однако стратегическое мышление предлагает несколько иное, более убедительное объяснение. Женщина не была уверена в серьезности намерений мужчины, и ее предложение стало блестящим стратегическим способом узнать правду. Слова ничего не стоят: кто угодно может сказать «Я тебя люблю». Если бы мужчина подкрепил слова делом и согласился разорвать договор аренды, это было бы конкретным свидетельством его любви,

---

* Правительство США впервые ввело в действие национальную систему регулирования арендной платы во время Второй мировой войны. После ее окончания Нью-Йорк долгое время был единственным городом, в котором она сохранилась. Сегодня такой подход используется во многих городах. *Прим. ред.*

но его *отказ* стал веским доказательством обратного, а значит, женщина поступила правильно, разорвав с ним отношения.

Все эти примеры, рассчитанные на ваш непосредственный опыт, относятся к очень важному классу игр, в которых основной стратегический вопрос — манипулирование информацией. Стратегии, позволяющие передавать о себе выигрышную информацию, называются сигналами; а стратегии, которые побуждают людей действовать так, чтобы они достоверно раскрывали личную информацию, будь то хорошую или плохую, называются инструментами скрининга. Следовательно, предложение женщины отказаться от одной из квартир и явилось инструментом, поставившим мужчину перед выбром: либо отказаться от квартиры, либо продемонстрировать отсутствие серьезных намерений. В главах 8 и 13 мы изучим игры в информацию, а также методы сигнализирования и скрининга.

3. Наша стратегия изучения стратегических игр

Мы выбрали несколько примеров, касающихся вашего опыта как стратегов-любителей, полученного в реальной жизни, чтобы проиллюстрировать базовые концепции стратегического мышления и стратегических игр. Мы могли бы продолжить, предложив вам десятки аналогичных историй в расчете на то, что, столкнувшись с реальной стратегической ситуацией, вы проведете параллель с одной из них и сможете разработать подходящую стратегию. Подхода, сводящегося к анализу *примеров из практики*, придерживаются в большинстве бизнес-школ. Он представляет собой конкретный запоминающийся инструмент изучения базовых концепций. Тем не менее каждая новая стратегическая ситуация состоит из уникальной комбинации стольких переменных, что понадобилось бы слишком много примеров, чтобы охватить их все.

Альтернативный подход базируется на общих принципах, лежащих в основе примеров из практики, а значит, конструирует *теорию* стратегического действия, то есть формальную теорию игр. Он рассчитан на то, что в случае возникновения фактической стратегической ситуации вы сможете понять, какой принцип или принципы к ней применить. По этому пути пошли такие академические дисциплины, как экономика и политология. Недостаток данного подхода состоит в том, что теория подается в крайне абстрактном и математическом виде, без достаточного количества примеров из практики. Это делает ее трудной для восприятия большинством начинающих, чтобы затем связать с реальностью.

Однако знание общей теории обладает огромным компенсирующим преимуществом, обеспечивая более глубокое понимание игр и того, почему они имеют тот или иной исход. Это поможет вам играть лучше, чем если бы вы просто прочитали еще больше примеров и узнали рецепт, *как* играть в некоторые конкретные игры. Понимание того, почему нужно играть так или иначе, позволит вам тщательно анализировать непредвиденные ситуации, в которых сторонник использования готовых рецептов просто растерялся бы. Чемпион мира по игре в шашки Том Уисуэлл сформулировал эту мысль так: «Игрок, который знает, *как* играть, обычно играет вничью. Игрок, который знает, *почему* так надо играть, как правило, выходит победителем»*. Этот принцип не стоит воспринимать буквально для всех без исключения игр — некоторые игры могут ставить одного из игроков в безвыходное положение независимо от его осведомленности, — однако он содержит зачаток важной общей истины: знание причин дает вам важное преимущество, которого у вас не было бы, имей вы только практические навыки. Например, знание причин игры поможет вам предвидеть безнадежную ситуацию и вообще не ввязываться в такую игру.

Учитывая вышесказанное, мы пойдем по промежуточному пути, сочетающему в себе преимущества обоих подходов — примеры из практики («как») и теорию («почему»). Каждая тема рассматривается в контексте основных принципов (как правило, по одному принципу в каждой из глав 3–7), так что вам не придется самостоятельно выводить их из конкретных примеров. Однако мы будем формулировать их посредством иллюстративных примеров, а не в абстрактной форме, поэтому контекст и масштаб каждой концепции будет понятен и очевиден. Другими словами, мы сфокусируемся на теории, но выстроим ее на примерах, а не абстрактных рассуждениях. Начиная с главы 8 мы будем применять эту теорию к нескольким типам стратегических ситуаций.

Безусловно, такой подход требует определенных компромиссов. Важно не забывать, что каждый из приведенных примеров служит для передачи сути некоей общей концепции или принципа теории игр. Поэтому мы опустим в каждом практическом примере детали, которые носят второстепенный характер по отношению к рассматриваемому принципу. Если какие-то из примеров покажутся вам надуманными, отнеситесь к этому с пониманием: в большинстве случаев мы проанализировали опущенные детали и исключили их вполне обоснованно.

Позвольте заверить вас в следующем. Хотя примеры, способствующие формированию концептуальной и теоретической основы теории игр, подобраны специально для этой цели (даже ценой отбрасывания некоторых других аспектов реальности), после изложения теории мы уделяем больше внимания ее связи с реальностью. На протяжении всей книги мы исследуем фактические

* Цитата приводится в книге Виктора Нидерхоффера «Практика биржевых спекуляций» (Victor Niederhoffer, The Education of a Speculator [New York: Wiley, 1997], p. 169.) Мы благодарим Остина Джаффа за то, что он обратил наше внимание на этот афоризм.

и экспериментальные доказательства того, насколько хорошо теория объясняет реальность. Распространенный ответ на этот вопрос (что хорошо в одних отношениях и гораздо хуже в других) должен придать вам определенную уверенность в применении этой теории и стать стимулом для содействия в разработке более совершенных теорий. В некоторых разделах мы подробно исследуем, как различные учреждения учатся на практике решать проблемы, на которые указывает теория. В частности, в главе 10 обсудим причины возникновения и практического решения дилеммы заключенных, а также проанализируем более общие проблемы коллективного действия в главе 11. И наконец, в главе 14 рассмотрим использование стратегии балансирования на грани в ходе Карибского ракетного кризиса. Теоретически обоснованное изучение примеров из практики, в ходе которого большой объем подробных фактических данных о ситуации подвергается столь же подробному теоретическому анализу, все активнее распространяется в таких разноплановых областях науки, как деловое администрирование, политология и история экономики. Мы надеемся, что наше первичное исследование важного эпизода в дипломатической или военной сфере станет для вас интересным введением в соответствующую область.

Для того чтобы придерживаться подхода, позволяющего на основании примеров делать общие теоретические выводы, которые затем проверяются на соответствие фактам и используются для интерпретации реальных ситуаций, необходимо сначала определить общие принципы изложения материала. Мы сделаем это в главе 2, разделив игры на категории по ряду ключевых параметров различных стратегических вопросов и концепций. По каждому параметру мы выделим два крайних чистых типа. Например, один из параметров касается порядка ходов, а два чистых типа соответствуют их поочередному (игры с последовательными ходами) или одновременному (игры с одновременными ходами) выполнению. Реальные игры редко относятся к одной из этих концептуальных категорий; большинство из них сочетают в себе свойства обоих крайних типов. Тем не менее позицию каждой игры в нашей классификации можно определить посредством анализа присутствующих в ней концепций или параметров, а также того, как два чистых типа смешиваются в ней по каждому параметру. Для принятия решения о том, как действовать в конкретной ситуации, достаточно надлежащим образом использовать знания о чистых типах.

После того как в главе 2 будет построена общая концептуальная схема, на нее будут опираться следующие главы, развивая ряд общих идей и принципов в отношении стратегического выбора каждого игрока и взаимодействия стратегий всех игроков в различных играх.

2 Подход к анализу стратегических игр

В главе 1 приведено несколько простых примеров стратегических игр и стратегического мышления, а в этой главе мы используем более систематический и аналитический подход к данной теме и остановимся на ряде важных концептуальных категорий, или параметров, по каждому из которых существует дихотомия типов стратегических взаимодействий. Например, один такой параметр касается сроков выполнения действий игроками, а два его чистых типа игр — их очередности, то есть участники действуют строго поочередно (последовательные ходы) или в одно и то же время (одновременные ходы). Мы рассмотрим некоторые вопросы, возникающие в ходе анализа каждого чистого типа в такой дихотомии, а также аналогичные дихотомии в контексте других вопросов, таких как, например, проводится ли игра разово или многократно и что известно игрокам друг о друге?

В главах 3–7 мы расскажем о каждой из этих категорий, или параметров, более детально, а в главах 8–17 покажем, как использовать данный анализ в нескольких контекстах. Безусловно, большинство реальных примеров практического применения стратегических игр представляют собой не чистый тип, а скорее, сочетание разных типов. Более того, каждый пример практического применения связан с двумя или более категориями. Следовательно, знания, полученные в процессе изучения чистых типов, предстоит должным образом комбинировать. Мы покажем, как это делать, в контексте наших примеров из практики.

В данной главе сформулированы основные концепции и термины (такие как стратегии, выигрыши и равновесие), используемые в ходе анализа, а также сжато описаны методы решения. Кроме того, мы предлагаем краткое обсуждение примеров применения теории игр и общий обзор структуры оставшейся части книги.

1. Решения и игры

Когда человек (команда, компания или правительство) решает, как строить взаимоотношения с другими людьми (командами, компаниями или правительствами), это обязательно предполагает взаимовлияние действий: то есть то, что делает одна сторона, неизбежно сказывается на результате, полученном другой стороной. Когда Джорджа Пикетта* (возглавлявшего одну из атак в битве при Геттисберге) попросили объяснить поражение Конфедерации в ходе Гражданской войны, он ответил: «Думаю, тут не обошлось без янки»**.

Однако для того, чтобы взаимодействие получило статус стратегической игры, необходимо нечто большее, а именно взаимная осведомленность участников игры о наличии такого перекрестного эффекта. То, что делает другой человек, отражается на вас; зная об этом, вы сможете отреагировать на его действия или принять превентивные меры, чтобы предотвратить его негативное влияние или усилить положительное или даже предпринять такие упреждающие действия, которые бы изменили его будущую реакцию в вашу пользу. Когда вы знаете, что другой человек тоже в курсе, что ваши действия повлияют на него, вы понимаете, что он предпримет аналогичные шаги, и т. д. Именно эта обоюдная осведомленность о взаимовлиянии действий, а также меры, предпринятые вследствие такого знания, и есть самые интересные аспекты стратегии.

Мы проводим это различие, обозначая термином **стратегические игры** (или иногда просто **игры**, поскольку нас не интересуют игры других типов: например, игры, которые рассчитаны исключительно на везение или мастерство) взаимодействие между взаимно осведомленными игроками и термином **решения** ситуации, в которых каждый человек волен делать выбор, не заботясь о реакции или ответных действиях окружающих. Если Роберт Ли (который отдал Пикетту приказ провести обреченную на поражение атаку) полагал, что его артиллерийский обстрел ослабит янки до такой степени, что те утратят способность сопротивляться, то его приказ атаковать был решением; если же он знал о том, что это заведомо провальный ход и янки готовы к атаке, тогда его выбор — часть кровопролитной игры. Простое правило гласит: если нет двух или более игроков, реагирующих на действия (или, по мнению каждого игрока, возможные действия) других, тогда это не игра.

Стратегические игры особенно ярко проявляются в случаях прямого противостояния двух участников игры. Например: гонка вооружений между Соединенными Штатами Америки и Советским Союзом в 1950–1980-х годах, переговоры о повышении заработной платы между General Motors и United Auto

* Пикетт Дж. (1825–1875) — один из трех генералов Конфедерации, возглавлявших фатальную битву при Геттисберге 3 июля 1863 года. Поражение конфедератов в этом сражении изменило ход гражданской войны в США. *Прим. ред.*

** James M. McPherson, American Victory, American Defeat, in Why the Confederacy Lost, ed. Gabor S. Boritt (New York: Oxford University Press, 1993), p. 19.

Workers (Профсоюзом рабочих автомобильной промышленности) или матч Суперкубка между двумя «пиратами» — командами Tampa Bay Buccaneers и Oakland Raiders. Напротив, взаимодействие между большим количеством участников кажется менее подверженным воздействию проблем, обусловленных обоюдной осведомленностью. Поскольку объем продукции, выращенной одним фермером, — лишь незначительная часть объема продукции всей страны или мира, решение этого фермера вырастить больше или меньше кукурузы практически никак не сказывается на рыночной цене, поэтому на первый взгляд нет оснований рассматривать сельское хозяйство как стратегическую игру. Данная точка зрения действительно преобладала в экономике на протяжении многих лет. Немногочисленные случаи противостояния между крупными компаниями (как на автомобильном рынке США, на котором некогда доминировали GM, Ford и Chrysler) вполне обоснованно рассматривались как стратегические игры, но при этом предполагалось, что большинство других случаев экономического взаимодействия регулируются такими обезличенными факторами, как спрос и предложение.

В действительности у теории игр гораздо более широкая область действий. Многие ситуации, которые начинаются как обезличенный рынок с тысячами участников, превращаются в стратегическое взаимодействие между двумя или несколькими участниками. Это происходит по одной из двух крупных категорий причин: взаимные обязательства или личная информация.

Рассмотрим сначала обязательства. Когда вы планируете строить дом, вы выбираете одного из нескольких десятков подрядчиков в вашем регионе; точно так же подрядчик выбирает одного из нескольких потенциальных клиентов. На первый взгляд может показаться, что это обезличенный рынок. Однако после того, как каждая сторона делает свой выбор, клиент выплачивает первоначальный взнос, а подрядчик покупает стройматериалы, оба становятся связанными друг с другом независимо от рынка, и отношения между ними приобретают *двусторонний характер*. Подрядчик может слегка халтурить или затягивать с выполнением работ, а клиент — задерживать очередной платеж. В игру вступает стратегия. Первоначальный контракт между клиентом и подрядчиком, заключенный на рынке, должен учитывать их индивидуальные стимулы в игре и заранее определять график внесения платежей, привязанный к очередным этапам выполнения работ в рамках проекта. Но даже в этом случае впоследствии придется вносить коррективы, и они повлекут за собой новые элементы стратегии.

Теперь рассмотрим личную информацию. Тысячи фермеров стремятся взять кредит на оплату первоначальных расходов на машины, семена, удобрения и т. д., и сотни банков готовы им эти кредиты предоставить. Тем не менее рынок таких кредитов не обезличен. Заемщик с хорошими фермерскими навыками, вкладывающий в свой бизнес массу усилий, с большей долей вероятности добьется успеха и погасит кредит, чем менее квалифицированный или ленивый заемщик, который может не выполнить обязательств по кредиту. Риск неплатежа носит в высшей степени персонифицированный характер. Кредит не возвращает не неопределенный объект под названием «рынок», а конкретный заемщик. Именно поэтому каждый банк рассматривает свои кредитные отношения с каждым заемщиком как отдельную игру. Банк тщательно изучает кредитоспособность заемщика или требует от него обеспечения по кредиту. В итоге фермер будет искать способы убедить банк в своей платежеспособности, а банк будет искать подтверждения заявлению фермера.

Аналогичным образом страховая компания предпринимает определенные шаги, чтобы получить информацию о состоянии здоровья отдельных заявителей, и обязательно проверит, не было ли поджога, в случае выплаты страхового возмещения в связи с пожаром. Работодатель изучает уровень квалификации отдельных сотрудников и отслеживает эффективность их работы. В более общем смысле, когда участники отношений располагают личной информацией, влияющей на результат, каждая двусторонняя сделка становится стратегической игрой, даже если более широкая картина происходящего состоит из тысяч подобных сделок.

Таким образом, когда каждый участник играет важную роль во взаимодействии (либо потому, что с самого начала был крупным игроком, либо потому, что обязательства или личная информация сводят отношения между игроками до уровня, при котором каждый игрок становится ключевым *в рамках* данных отношений), такое взаимодействие следует рассматривать как стратегическую игру. Подобные ситуации — скорее правило, чем исключение, в бизнесе, политике и даже социальных отношениях. Следовательно, изучение стратегических игр — важный элемент всех областей, которые анализируют подобные вопросы.

2. Классификация игр

Стратегические игры возникают во множестве различных контекстов и, соответственно, имеют множество разных свойств, подлежащих изучению. Данную задачу можно упростить, разделив эти свойства на несколько категорий, в каждой из которых можно выделить два чистых типа игр, а затем представить любую реальную игру как их смешение. Мы создадим такую классификацию на основе ряда вопросов, имеющих отношение к тем фактическим играм, в которые вы играете или изучаете.

А. Ходы в игре выполняются последовательно или одновременно?

В шахматах игроки ходят по очереди: сначала белыми, затем черными, потом снова белыми и т. д. Напротив, участники аукциона по продаже лицензий на бурение нефтяных скважин или лицензий на диапазон частот делают ставки одновременно, не зная о ценах, заявленных конкурентами. Большинство реальных игр объединяют ходы обоих типов. Разработкой нового продукта компании занимаются параллельно, но каждая владеет неполной информацией об успехах конкурента и может предпринять соответствующие ответные действия. Во время одного футбольного матча тренеры защиты и нападения противоборствующих команд одновременно отправляют их на поле, ожидая от них определенных действий, но, увидев, как выстроена защита, квотербек* может изменить план игры у линии розыгрыша мяча или потребовать тайм-аут с тем, чтобы тренер мог внести изменения в игру.

Различие между играми с **последовательными** и **одновременными ходами** крайне важно, поскольку эти два вида игр требуют разных типов интерактивного мышления**. В игре с последовательными ходами каждый игрок должен думать вот о чем: если я сделаю это, то как мой соперник отреагирует? Ваш текущий ход зависит от оценки его последствий. В случае игры с одновременными ходами перед вами стоит более сложная задача: попытаться определить, что ваш соперник предпримет *в данный момент*. Однако вы должны понимать, что ваш оппонент также пытается предугадать ваш текущий ход, осознавая при этом, что вы делаете то же самое по отношению к нему. И вам обоим придется найти выход из этого замкнутого круга.

В следующих трех главах мы рассмотрим эти два чистых случая. В главе 3 проанализируем игры с последовательными ходами, в которых вы должны думать на несколько шагов вперед, а действовать сейчас; главы 4 и 5 посвящены играм с одновременными ходами; в них вам предстоит совершить невозможное в ситуации «Он думает, что я думаю, что он думает…». В каждом из этих случаев мы предложим вам простые инструменты выполнения такого анализа (деревья и таблицы выигрышей), а также объясним ряд простых правил, которым вы должны следовать.

Изучение игр с последовательными ходами позволяет определить, когда выгодно делать ход первым, а когда вторым. Грубо говоря, это зависит от относительной

---

* В американском футболе квотербек — лидер команды нападения, который определяет построение команды на поле и разыгрываемую комбинацию. *Прим. ред.*

** В русской научной традиции теории игр игры с последовательными шагами принято называть последовательными играми, а игры с одновременными ходами — параллельными играми. *Прим. ред.*

важности обязательств и гибкости в рассматриваемой игре. Например, в такой игре, как экономическая конкуренция между соперничающими на рынке компаниями, применяется преимущество первого хода, если одна компания, твердо решив вести агрессивную конкурентную борьбу, может опередить конкурентов. Однако в случае политической конкуренции кандидат, который занял твердую позицию по тому или иному вопросу, может дать соперникам четкую цель для контрагитации, а значит, в такой игре мы наблюдаем преимущество второго хода.

Умение учитывать все эти факторы и достигать их оптимального соотношения может помочь вам разработать способы манипулировать порядком ходов в свою пользу. Это, в свою очередь, приводит к изучению таких стратегических шагов, как угрозы и обещания, которые мы будем рассматривать в главе 9.

Б. У игроков есть общие интересы или они полностью противоречат друг другу?

В простых играх, таких как шахматы или футбол, есть победитель и побежденный. Победа одного игрока означает поражение другого. Точно так же в азартных играх выигрыш одного игрока означает проигрыш другого, то есть общий итог равен 0. Именно поэтому эти ситуации называют **играми с нулевой суммой**. Общая идея состоит в том, что в подобных играх интересы игроков полностью противоречат друг другу*. Такой конфликт интересов возникает в случаях, когда игроки делят между собой фиксированную сумму возможного выигрыша, в каких бы единицах он ни измерялся — в ярдах, долларах, акрах или шариках мороженого. Поскольку общий итог не всегда равен 0, термин «игра с нулевой суммой» часто заменяется термином «игра с постоянной суммой». Мы будем использовать эти термины как синонимы.

Большинство экономических и социальных игр не относятся к категории игр с нулевой суммой. Торговля или экономическая деятельность в более общем смысле предлагает широкие возможности для сделок, приносящих пользу всем. Совместные предприятия могут использовать совокупность навыков отдельных участников, тем самым создавая синергию, позволяющую выпускать больше продукции, чем они могли бы произвести по отдельности. Однако в этих случаях интересы партнеров не всегда совпадают: партнеры могут сотрудничать, чтобы создать больший общий «пирог», но начнут конфликтовать, когда дело дойдет до его дележа.

Даже войны и забастовки не относятся к числу игр с нулевой суммой. Ядерная война — самый яркий пример ситуации, в которой могут быть только

* Вследствие этого игры с нулевой суммой, когда выигрыш одного игрока в точности равен проигрышу другого, называют антагонистическими играми. *Прим. ред.*

проигравшие, однако на самом деле концепция игр с нулевой суммой появилась гораздо раньше. В 280 году до н. э. царь Эпира Пирр, одержав победу над римлянами у Гераклеи слишком дорогой ценой для своей армии, воскликнул: «Еще одна такая победа — и мы погибнем!» Отсюда и выражение «пиррова победа». В 1980-х годах, в разгар ажиотажа вокруг поглощения компаний, битвы между конкурирующими покупателями приводили к настолько разорительному повышению цен, что победа одного из покупателей зачастую напоминала пиррову.

В действительности большинству игр присуще противоречие между конфликтом и партнерством, и многие из самых интересных примеров анализа в теории игр связаны с необходимостью его устранения. Игроки пытаются разрешить конфликт (разделить территорию или прибыль) исходя из знания о том, что, если им не удастся договориться, результат окажется неблагоприятным для всех участников игры. При этом угроза одной из сторон начать войну или забастовку представляет собой способ запугать другую сторону, чтобы та согласилась на выдвигаемые требования.

Даже в случае игры с постоянной суммой для всех игроков, если в ней три (или более) участника, существует вероятность, что два из них объединятся против третьего, что приводит к необходимости изучения альянсов и коалиций. Мы проанализируем и проиллюстрируем эти идеи позже, особенно в главе 17 о переговорах.

B. Игра проводится разово или многократно, с одним и тем же или с меняющимися соперниками?

Игра, которая проводится один раз, в чем-то проще, а в чем-то сложнее игры, включающей в себя множество взаимодействий. Вы можете анализировать однократную игру, не задумываясь о ее последствиях для других игр, в которые вам, не исключено, придется играть в будущем против того же человека или людей, возможно, слышавших о ваших действиях в данной игре. Следовательно, действия в однократных играх могут быть безнравственными или жесткими. Например, в автомастерской завышенную цену скорее назначат проезжающему водителю, чем постоянному клиенту.

В однократных играх каждый игрок мало знает об остальных — например, каковы их возможности и приоритеты, умеют ли они просчитывать свои наилучшие стратегии, есть ли у них слабые стороны, которые можно было бы использовать, и т. д. Следовательно, в таких играх конфиденциальность или неожиданность — важная составляющая эффективной стратегии.

Игры с развивающимися отношениями требуют противоположных рассуждений. Здесь у вас есть шанс создать себе репутацию (жесткости, справедливости, честности, надежности и пр., в зависимости от обстоятельств), а также больше узнать о сопернике. Вместе игроки могут лучше использовать взаимовыгодные перспективы, договорившись со временем разделить трофеи («выигрывая» по очереди) или наказать обманщика в будущих играх (стратегия равноценных ответных действий, или «око за око»). Эти возможности более подробно рассматриваются в главе 10, посвященной дилемме заключенных.

В более общем смысле игра может быть с нулевой суммой в краткосрочном периоде, но при этом иметь взаимовыгодные сферы сотрудничества в долгосрочном периоде. Например, каждая футбольная команда предпочитает выигрывать, но все команды понимают, что упорная борьба между ними вызывает больший зрительский интерес, что приносит обеим командам пользу в долгосрочной перспективе. Именно поэтому команды договариваются о такой схеме привлечения игроков, в соответствии с которой они должны выбирать игроков в порядке, обратном их текущим позициям, тем самым нивелируя неравенство талантов. В забегах или заездах на длинные дистанции бегуны или велосипедисты часто прибегают к сотрудничеству: два или более спортсменов могут помогать друг другу, по очереди передвигаясь в слипстриме*. Однако в конце гонки сотрудничество прекращается и все участники делают стремительный рывок к финишной черте.

Вот полезное эмпирическое правило для ваших собственных стратегических действий в жизни. В игре, где присутствует определенная доля конфликта и сотрудничества, вы часто будете разрабатывать отличные стратегии того, как сорвать крупный куш и стереть соперника в порошок, но при этом вас неизменно будет преследовать ощущение, что вы ведете себя как худший образец яппи** 1980-х. В такой ситуации велика вероятность того, что в игре есть повторяющийся или постоянный аспект, который вы упустили из виду. Ваша агрессивная стратегия может обеспечить вам краткосрочное преимущество, но ее долгосрочные побочные эффекты обойдутся вам гораздо дороже. Следовательно, вам необходимо копнуть глубже и найти элемент сотрудничества, а затем внести соответствующие коррективы в стратегию. Вы будете удивлены, как часто вежливость, порядочность и золотое правило поступать с людьми так, как вы хотели бы, чтобы поступали с вами, оказываются не просто старинными проверенными средствами от всех бед, а и эффективными стратегиями во всем комплексе игр, в которые вы будете играть на протяжении жизни.

---

* Слипстрим — езда или бег непосредственно за другим участником соревнований, в завихрённой зоне. Сопротивление воздуха уменьшается как для едущего/бегущего сзади, так и (в меньшей степени) для едущего спереди. *Прим. ред.*

** Молодые, успешные в бизнесе, состоятельные люди. Понятие возникло в США в 1980-е как противоположное хиппи. *Прим. ред.*

Г. Располагают ли игроки полной или равноценной информацией?

В шахматах каждый игрок точно знает текущую ситуацию и все ходы, которые к ней привели, а также тот факт, что соперник тоже ставит перед собой цель выиграть. Эта ситуация исключительная: участники большинства других игр сталкиваются с определенными ограничениями информации, которые бывают двух видов. Во-первых, игрок может не знать всей информации, имеющей отношение к выбору, который ему предстоит делать в каждый момент игры. Такая информационная проблема возникает по причине неопределенности игрока относительно соответствующих переменных, которые носят как внутренний, так и внешний характер по отношению к самой игре. Например, игрок может не знать наверняка, какими будут внешние обстоятельства, такие как погода во время выходных или качество продукта, который он хочет купить; мы называем эту ситуацию **внешней неопределенностью**. Или игрок может сомневаться насчет того, какие именно ходы сделал его соперник в прошлом или делает одновременно с его собственными ходами; мы называем это **стратегической неопределенностью**. Если в игре нет ни внешней, ни стратегической неопределенности, мы говорим, что это игра с **совершенной информацией**; в противном случае — игра с **несовершенной информацией***. Более точное формальное определение совершенной информации мы дадим в разделе 3.А главы 6 после введения концепции информационного множества. Теория игр с несовершенной информацией (неопределенностью) представлена в трех главах. В главе 4 мы поговорим об играх с одновременными действиями, которые влекут за собой стратегическую неопределенность, а в главе 8 и приложениях к ней проанализируем методы выбора в условиях неопределенности.

Более сложные стратегические ситуации складываются в случаях, когда одному игроку известно больше, чем другому, и называются играми с неполной или (что еще лучше) с **асимметричной информацией**. В подобных ситуациях попытки игрока логически вывести, скрыть, а иногда и сообщить личную информацию становятся важным элементом игры и стратегий. В бридже или покере игрок располагает частичной информацией о картах соперников. Их действия (заявка и розыгрыш в бридже, количество взятых карт и поведение игрока в покере) дают противнику определенные сведения. Каждый игрок пытается манипулировать своими действиями, чтобы ввести соперников в заблуждение (а в бридже — чтобы передать правдивую информацию партнеру), однако при этом должен учитывать, что

---

* Вообще то, что здесь названо совершенной информацией, обычно называют полной информацией. А совершенная информация предполагает отсутствие стратегической неопределенности и возможное присутствие внешней неопределенности. *Прим. ред.*

оппонентам это известно и они используют свое стратегическое мышление для того, чтобы соответствующим образом интерпретировать его действия.

Возможно, вам кажется, что, владея исключительной информацией, вы всегда должны скрывать ее от соперников. Но это не так. Предположим, вы управляете фармацевтической компанией, которая параллельно с другими компаниями занимается разработкой нового лекарственного препарата. Если ваши ученые делают поистине революционное открытие, вы можете сообщить об этом конкурентам в расчете на то, что они прекратят разработки и вам не придется конкурировать с ними в будущем. Во время войны каждая из сторон хочет сохранить свою тактику и данные о расположении войск в тайне, однако в дипломатии, если у вас мирные намерения, вы отчаянно нуждаетесь в том, чтобы другие страны узнали и поверили в этот факт.

Общий принцип таков: необходимо раскрывать информацию выборочно. Вы должны обнародовать хорошую информацию (то есть ту, которая повлечет за собой выгодные для вас ответные действия других игроков) и скрывать плохую (то есть ту, которая может нанести вам вред).

Однако здесь возникает одна проблема. Ваши соперники по стратегической игре — это целеустремленные, рациональные игроки, и они знают, что вы тоже относитесь к их числу. Такие соперники обязательно распознают ваш побудительный мотив преувеличить или даже солгать. Следовательно, они не примут ничем не подкрепленные заявления о ваших успехах или возможностях. Их убедят только объективные данные или действия, подтверждающие надежность вашей информации. Такие действия со стороны более осведомленного игрока называются **сигналами**, а стратегии, которые их используют, — **сигнализированием**. Напротив, менее осведомленный игрок может создавать ситуации, в которых более осведомленному игроку придется предпринять действия, достоверно раскрывающие информацию о нем; такие стратегии называются **скрининговыми**, а применяемые в них методы — **инструментами скрининга**. Слово *скрининг* употребляется здесь в значении проверки в целях просеивания или разделения информации, а не в смысле ее сокрытия.

Иногда одно и то же действие может использоваться и в качестве сигнала со стороны осведомленного игрока, и в качестве инструмента скрининга, применяемого неосведомленным игроком. Вспомните об игре в свидания из раздела 2.E главы 1, в которой женщина проверяла серьезность отношений с партнером, предложив ему отказаться от одной из квартир с регулируемой арендной платой, что представляло собой инструмент скрининга. Если бы мужчина дорожил их отношениями, он мог бы начать действовать первым и добровольно отказаться от своей квартиры, что сигнализировало бы о серьезности его намерений.

Теперь мы видим, что когда разные игроки имеют различную информацию, то само манипулирование ею становится стратегической игрой, возможно, даже более значимой, чем та, которая начнется после информационного этапа. Такие информационные игры распространены повсеместно, и умение хорошо в них играть очень важно для достижения успеха в жизни. Мы подробно изучим эти игры в главах 8 и 13.

Д. Являются ли правила игры фиксированными или ими можно манипулировать?

Правила игры в шахматы, карточные или спортивные игры устанавливаются заранее, и каждый игрок должен их придерживаться, какими бы необоснованными или странными они ни казались. Тем не менее в играх, которые ведутся в бизнесе, политике и обычной жизни, игроки могут следовать собственным правилам. Например, в семьях родители постоянно диктуют правила, а дети неизменно ищут способы ими манипулировать или их обходить. В законодательных органах правила продвижения законопроекта (в том числе порядок голосования по поправкам и основным предложениям) зафиксированы, однако в игре с определением повестки дня (какие поправки ставятся на голосование первыми) возможны манипуляции. Именно здесь больше всего вариантов задействовать политическое мастерство и политическую власть. Мы обсудим эти вопросы подробнее в главе 15.

В таких ситуациях настоящая игра происходит на ее предварительном этапе, в ходе которого устанавливаются правила; и свои стратегические навыки вы должны применить непосредственно в этот момент. Фактическое ведение дальнейшей игры может носить сугубо механический характер, вы даже могли бы делегировать эту задачу кому-то другому. Однако, «проспав» предварительный этап, вы рискуете обнаружить, что проиграли игру еще до ее начала. На протяжении многих лет американские компании именно так игнорировали рост внешней конкуренции, за что в итоге и поплатились. Но некоторые предприниматели, такие как нефтяной магнат Джон Рокфеллер — старший, взяли на вооружение стратегию участия только в тех играх, в которых они вольны устанавливать правила*.

Различие между изменением правил и действиями в рамках выбранных правил будет для нас наиболее важным при изучении таких стратегических ходов, как угрозы и обещания. По сути, вопрос о том, как сделать свои угрозы и обещания достоверными или как снизить уровень достоверности угроз соперника, относится к предварительному этапу игры, когда происходит манипулирование правилами дальнейшей игры и может возникнуть необходимость в выполнении обещаний или

* Более подробную информацию о методах, использованных Рокфеллером для восхождения к власти, можно найти в книге Рона Черноу «Титан». Ron Chernow, Titan (New York: Random House, 1998).

угроз. В более общем смысле такие стратегические ходы, которые мы рассмотрим в главе 9, фактически представляют собой приемы для подобных манипуляций.

Но если манипулирование правилами и есть настоящая игра, то что тогда определяет правила само́й предварительной игры? В большинстве случаев они зависят от достоверных фактов о врожденных способностях игроков. В условиях конкуренции в бизнесе одна компания может предпринять упреждающие действия, которые изменят последующие игры между нею и конкурентами. В частности, она может расширить свои производственные мощности или рекламировать свою продукцию таким образом, что это изменит результаты последующей ценовой конкуренции в ее пользу. Какой компании удастся это осуществить быстрее или проще, зависит от наличия необходимых управленческих или организационных ресурсов, позволяющих сделать инвестиции или запустить рекламную кампанию.

Кроме того, игроки не всегда осведомлены о способностях соперников, что зачастую превращает предварительную игру в игру с неполной или асимметричной информацией, которая требует более тонких стратегий и время от времени приводит к большим неожиданностям. Мы прокомментируем все эти вопросы в соответствующих разделах следующих глав.

Е. Можно ли обеспечить выполнение соглашений о сотрудничестве?

Мы видели, что большинство стратегических взаимодействий состоят из смешения конфликта и общих интересов. Стало быть, у участников взаимодействия есть все основания собраться и договориться о том, что каждый из них должен делать, чтобы уравновесить взаимную заинтересованность в максимизации общей выгоды и устранить противоречия в плане разделения выигрыша. Такие переговоры могут вестись в несколько раундов, в ходе которых переговорщики заключают предварительные соглашения, ищут более приемлемые альтернативы и завершают сделку только тогда, когда ни одна группа игроков не находит что-либо лучше. Тем не менее даже после окончания процесса часто возникают дополнительные трудности с практической реализацией достигнутого соглашения. Например, все игроки в конечном счете должны выполнить оговоренные в соглашении действия. А когда все остальные делают это, отдельно взятый игрок может получить более приемлемый для себя результат, делая нечто иное. И если каждый из них подозревает, что остальные могут его таким образом обмануть, было бы глупо с его стороны придерживаться договоренностей.

Соглашения о сотрудничестве будут эффективными, если все игроки действуют незамедлительно в присутствии всей группы, однако такие договоры достаточно редки. Гораздо чаще участники игры расходятся после достижения соглашения и предпринимают свои действия в частном порядке. Тем не менее если за этими действиями могут наблюдать другие игроки, а третья сторона (например, суд) способна обеспечить их выполнение, то соглашение о сотрудничестве может достичь поставленной цели.

Однако зачастую действия отдельных игроков не поддаются непосредственному наблюдению или принудительному выполнению, а без этого соглашение о сотрудничестве может достичь цели только в случае, если соблюдение его условий отвечает интересам всех участников игры. К этой категории относятся игры между суверенными странами, многие игры с личной информацией и игры, в которых действия либо находятся вне закона, либо слишком тривиальны, либо требуют чересчур больших затрат, чтобы обеспечивать их выполнение в суде. На самом деле игры, в которых соглашение о совместных действиях не имеет силы, составляют подавляющее большинство стратегических взаимодействий.

В теории игр используются специальные термины, отображающие различие между ситуациями, в которых соглашения о сотрудничестве подлежат исполнению и в которых их реализация невозможна. Первые называются **кооперативными играми***; вторые — **некооперативными играми**. Эти термины стали общепринятыми, хотя они не совсем удачны, поскольку создается впечатление, будто первая категория игр обеспечивает кооперативный исход, тогда как вторая — нет. В действительности отдельное действие может соответствовать достижению большой взаимной выгоды, особенно в случае повторяющихся взаимодействий. Важное различие состоит в том, что в так называемых некооперативных играх сотрудничество осуществляется только в случае, если каждый отдельно взятый участник игры заинтересован в продолжении выполнения предписанных действий. Возможность получения кооперативного исхода от некооперативного поведения — одно из самых интересных открытий теории игр. Мы остановимся на нем более подробно в главах 10, 11 и 12.

Мы будем придерживаться стандартного употребления терминов *кооперативная игра* и *некооперативная игра*, но с оговоркой, что они описывают не характер полученных результатов, а способ реализации или принудительного выполнения соответствующих действий (общими усилиями в первом случае и в индивидуальном порядке во втором).

Как мы уже отмечали, на практике в большинстве игр нет адекватного механизма контроля за выполнением соглашений о совместных действиях. Следовательно, бóльшая часть наших аналитических материалов будет посвящена некооперативным играм. Единственное исключение составит обсуждение темы переговоров в главе 17.

---

* Кооперативные игры иногда называют коалиционными играми. *Прим. ред.*

3. Некоторые термины и исходные предположения

В процессе анализа стратегической игры было бы логично начать с определения ее структуры, включающей доступные для всех игроков стратегии, информацию и цели. Первые два аспекта в каждой игре имеют свою специфику и отличаются друг от друга параметрами, рассмотренными в предыдущем разделе, поэтому игрок должен определить позицию своей игры в этой системе. В связи с целями возникает ряд новых и интересных понятий. Ниже мы проанализируем различные аспекты этих вопросов.

A. Стратегии

Стратегии — это не что иное, как имеющиеся в распоряжении игроков варианты выбора, однако даже эта базовая концепция требует дальнейшего изучения и уточнения. Если игра состоит исключительно из одновременных разовых ходов, то стратегия каждого игрока сводится к однократному выполнению соответствующего действия. Однако если игра состоит из последовательных ходов, то игрок, делающий ход на более позднем этапе, может отреагировать на действия других игроков (или собственные действия), предпринятые на предыдущих этапах. Следовательно, каждый игрок должен составить исчерпывающий план подобных действий: «Если другой игрок предпримет действие А, то я выполню X, но если он сделает Б, я выберу Y». Исчерпывающий план действий представляет собой стратегию такой игры.

Для того чтобы понять, можно ли считать вашу стратегию исчерпывающей, достаточно ответить на один простой вопрос: содержит ли она настолько четкие указания в отношении ведения игры (с описанием ваших действий в любых непредвиденных обстоятельствах), что если вы запишете их на бумаге, отдадите другому человеку и уедете в отпуск, то этот человек, действуя в качестве вашего представителя, сможет вести игру точно так же, как это сделали бы вы сами? Этот человек будет знать, как поступать в каждой ситуации, возникающей в ходе игры, и у него отпадет необходимость беспокоить вас во время отпуска.

Мы рассмотрим этот простой тест более подробно в главе 3, где раскроем его суть и применим в некоторых конкретных ситуациях. А пока вам просто следует помнить, что стратегия — это исчерпывающий план действий.

Данная концепция вписывается в стандартную трактовку слова «стратегия» как долгосрочного или масштабного плана действий, в отличие от тактики, которая связана с краткосрочными или менее масштабными планами. Например, генералы армии составляют стратегические планы войны или крупного сражения, тогда как нижестоящие офицеры разрабатывают тактику для более мелких столкновений или конкретного театра военных действий с учетом местных условий. Однако в теории игр термин «тактика» вообще не применяется. Термин «стратегия» охватывает все ситуации, обозначая как исчерпывающий план предпринимаемых действий, так и единственный ход, если это все, что требуется в конкретной игре.

Кроме того, слово «стратегия» широко используется для обозначения решений человека, касающихся довольно продолжительного периода жизни и последовательности вариантов выбора, хотя здесь и нет игры в нашем понимании этого слова, то есть как целенаправленного взаимодействия с другими людьми. По всей вероятности, вы уже определились со стратегией построения карьеры. Когда вы начнете получать доход, вам понадобится разработать стратегию сбережений и инвестиций, а со временем запланировать стратегию выхода на пенсию. Такое использование термина «стратегия» совпадает с нашим пониманием стратегии как плана выполнения последовательности действий в ответ на меняющиеся обстоятельства. Единственное различие — мы обозначаем этим термином ситуацию (а именно игру), в которой обстоятельства возникают в результате действий, предпринятых другими целеустремленными игроками.

Б. Выигрыши

На вопрос, какова цель участника игры, большинство новичков в области стратегического мышления отвечают: выиграть. Однако далеко не всегда все так просто. Порой весомое значение имеет уровень победы. Например, если при разработке нового продукта ваш вариант оказывается лишь чуточку лучше, чем у конкурентов, велика вероятность того, что ваш патент могут оспорить. Иногда могут быть и более мелкие призы для нескольких участников игры, а значит, победа — это еще не все. Самое важное, что стратегических игр исключительно с нулевой суммой, или тех, в которых одна сторона выигрывает, а другая проигрывает, совсем мало. Как правило, они сочетают в себе элементы как общего интереса, так и конфликта между игроками. Анализ таких игр со смешанными мотивами требует более точных расчетов, чем простая дихотомия «выигрыш/проигрыш», например сравнения выгоды от сотрудничества с выгодой от отказа от него.

Мы предоставим в распоряжение каждого игрока полноценную числовую шкалу, с которой он сможет сравнивать все логически допустимые исходы игры, отвечающие каждой возможной комбинации вариантов выбора стратегий всеми игроками. Число, соответствующее каждому возможному исходу игры, называется **выигрышем** игрока для данного исхода. Более высокое значение выигрыша соотносится с результатом, который считается лучшим в системе оценок этого игрока.

Иногда выигрыш представляет собой простой численный рейтинг исходов игры, в котором самый худший исход имеет рейтинг 1, следующий — рейтинг 2 и так далее вплоть до лучшего исхода. В других играх может быть более естественная числовая шкала — например, денежный доход или прибыль компаний, доля зрителей телевизионных сетей и т. д. Зачастую величина выигрыша — всего лишь эмпирическая оценка. В таких случаях необходимо убедиться, что итоги анализа существенно не изменятся в результате изменения этих оценок в рамках допустимого предела погрешности.

В отношении выигрышей нужно четко понимать два важных момента. Во-первых, выигрыш одного игрока охватывает все аспекты исхода игры, представляющие для него интерес. В частности, игроку необязательно быть эгоистом, однако его забота о других должна быть включена в числовую шкалу выигрышей. Во-вторых, мы будем исходить из предположения, что если игрок сталкивается со случайным множеством исходов игры, то число, связанное с этим множеством, представляет собой среднее от выигрышей по каждому отдельному исходу, взвешенных по их вероятности. Таким образом, если в рейтинге одного игрока исход А имеет выигрыш 0, а исход Б — выигрыш 100, то множество исходов А с вероятностью 75 процентов и Б с вероятностью 25 процентов должно обеспечивать выигрыш $0{,}75 \times 0 + 0{,}25 \times 100 = 25$. Этот показатель часто называют **ожидаемым выигрышем** от случайного множества исходов игры. Слово «ожидаемый» имеет особый подтекст на языке теории вероятностей. Под ним подразумевается не то, что вы предполагаете или ожидаете получить, а математическое (вероятностное, статистическое) ожидание, которое означает среднее от всех возможных исходов, где каждому исходу присваивается вес, пропорциональный его вероятности.

Второй момент создает потенциальные трудности. Рассмотрим игру, в которой участники получают или теряют деньги, а выигрыш измеряется в денежной сумме. Если игрок может ничего не получить с вероятностью 75 процентов и получить 100 долларов с вероятностью 25 процентов, то ожидаемый выигрыш составит 25 долларов, если его рассчитывать так, как в предыдущем примере. Допустим, что столько же игрок бы выиграл и в результате простого неслучайного исхода. Иными словами, основываясь на таком подходе к расчету выигрышей, человеку должно быть безразлично, получит он 25 долларов наверняка или пойдет на риск в случае множества возможных исходов, по которому средний выигрыш составляет 25 долларов. На первый взгляд может показаться, что большинство людей предпочтут верные 25 долларов рискованной игре, обеспечивающей средний выигрыш в том же размере.

Очень простая модификация процесса вычисления выигрышей позволяет обойти эту трудность. Мы будем их измерять не в денежном выражении, а с использованием нелинейного взвешивания денежных сумм. Речь идет о **методе ожидаемой полезности**, на котором мы подробнее остановимся в приложении к главе 7. А пока поверьте нам на слово: включение в концептуальную модель теории игр такого показателя, как отношение игроков к риску, — вполне выполнимая задача. В теории игр почти все основано на методе ожидаемой полезности, и он действительно полезен, хотя и не лишен недостатков. Мы будем его придерживаться в данной книге, но при этом укажем на ряд проблем, которые он оставляет нерешенными. Простой пример применения этого метода представлен в разделе 5.В главы 7.

B. Рациональность

Цель каждого участника игры — получить максимально возможный выигрыш. Но насколько успешно каждый игрок справляется с ее реализацией? Этот вопрос касается самой природы игры со стратегическим взаимодействием, а не того, как другие игроки, преследующие собственные интересы, будут препятствовать этому игроку. Получение высокого выигрыша зависит скорее от того, насколько хорошо игрок умеет подбирать стратегию, наилучшим образом соответствующую его интересам, и в какой степени придерживается ее в ходе игры.

В большинстве случаев теория игр исходит из предположения, что игроки умеют это делать. Это предположение о **рациональном поведении**. Обратите внимание, в каком именно значении здесь используется слово *рациональный*. Подразумевается наличие у каждого игрока непротиворечивой системы ранжирования (ценностей и выигрышей) по всем логически возможным исходам игры и способности вычислять стратегию, максимально отвечающую его интересам. Следовательно, рациональность имеет две основные составляющие: полное понимание собственных интересов и безукоризненный расчет действий, наилучшим образом им соответствующий.

Не менее важно понимать, что не входит в концепцию рационального поведения. Рациональность не означает, что игроки эгоистичны: игрок может высоко ценить благополучие другого игрока (игроков) и включить эту оценку в свои выигрыши. Рациональность также не означает, что игроки мыслят в краткосрочной перспективе; на самом деле анализ последствий — важный аспект стратегического мышления, а действия, которые кажутся иррациональными в ближайшей перспективе, в дальнейшем могут играть существенную стратегическую роль. Быть рациональным не значит иметь такую же систему ценностей, как другие игроки, или разумные люди, или люди с высокими этическими и моральными принципами. Быть рациональным — это просто четко придерживаться собственной системы ценностей. Поэтому, когда один игрок анализирует реакцию других игроков в игре с последовательными шагами или сменяющиеся раунды в игре с одновременными ходами, он должен признать, что другие игроки просчитывают последствия своего выбора посредством собственной системы ценностей или ранжирования. Вы не должны приписывать им свою систему ценностей или свои стандарты рациональности, а также исходить из того, что они будут действовать так, как поступили бы в данной ситуации вы. В свое время многие «эксперты», комментировавшие вооруженный конфликт в Персидском заливе в конце 1990-х, а затем в 2002–2003 годах, выдвигали предположение, что Саддам Хусейн сдастся, «поскольку он рациональный человек». Однако они не понимали, что система ценностей Хусейна отличается от системы ценностей большинства западных правительств и экспертов.

Как правило, игроки даже не знают о системах ценностей других игроков; это одна из причин того, почему в действительности многие игры относятся к категории игр с неполной или асимметричной информацией. В таких играх попытки определить ценности других игроков и скрыть или продемонстрировать собственные — важный элемент стратегии.

Теория игр исходит из предположения, что рациональность свойственна всем игрокам. Насколько оно корректно, а следовательно, насколько эффективна теория, использующая его? С одной стороны, очевидно, что это предположение не может быть истинным в буквальном смысле слова. Зачастую люди даже не знают, какой будет их система ценностей, они не думают заранее, как будут ранжировать гипотетические альтернативы, а затем запоминать их рейтинг, пока не столкнутся с проблемой выбора. Поэтому им трудно отследить все возможные последствия различных вариантов стратегического выбора, который могут сделать они и другие игроки, и загодя составить рейтинг различных исходов игры, чтобы определиться с выбором стратегии. Даже если бы они знали свои предпочтения, процесс вычислений все равно был бы далеко не прост. Большинство игр в реальной жизни очень сложны, а многие реальные игроки имеют ограниченные мыслительные и вычислительные способности. Известно, что в таких играх, как шахматы, лучшую стратегию можно вычислить посредством конечного числа шагов, но оно настолько велико, что еще никому не удавалось выполнить такие расчеты, и хорошая игра по-прежнему в значительной мере остается искусством.

Предположение о рациональности приближается к реальности тогда, когда игроки — постоянные участники игры, играющие в нее достаточно часто и извлекающие для себя пользу из ее различных исходов. Такие игроки понимают, как стратегический выбор соперников приводит к тем или иным исходам и насколько хорошо или плохо играют они сами. В этом случае мы можем рассчитывать, что их выбор, даже сделанный не посредством исчерпывающих и осмысленных вычислений, весьма к ним близок. Мы будем считать, что эти игроки неявно выбирают оптимальную стратегию или ведут себя так, будто умеют выполнять такие расчеты наилучшим образом. В главе 5 представлены экспериментальные доказательства того, что накопление опыта ведения игры обусловливает формирование более рационального поведения.

Определение самой лучшей стратегии с учетом аналогичных вычислений соперника — гарантия того, что вы не совершите ошибок, которыми он сможет воспользоваться. Во многих реальных ситуациях вы можете располагать конкретной информацией о том, в чем именно другие игроки недотягивают до стандарта рациональности, и воспользоваться ею в процессе разработки собственной стратегии. Мы кое-что расскажем о подобных расчетах, однако зачастую это все же элемент *искусства* ведения игр, и его трудно представить в виде правил, подлежащих выполнению. Вы всегда должны помнить о том, что соперники могут просто притворяться, что у них плохие навыки или неэффективная стратегия, проигрывая незначительные суммы в результате плохой игры в надежде на то, что вы поднимете ставки, а они продемонстрируют свой реальный уровень игры и воспользуются вашей доверчивостью. При наличии такого риска безопаснее отталкиваться от предположения, что соперники ведут себя рационально и умеют делать необходимые вычисления, и выбирать лучший ответ на их действия. Иными словами, вам следует исходить из возможностей соперников, а не из их ограничений.

Г. Общее знание правил

Мы полагаем, что на определенном уровне у игроков есть общее понимание правил игры. В комиксе Peanuts («Мелочь пузатая») Люси считала, что в гольфе разрешены силовые приемы, и сбила Чарли Брауна с ног как раз в тот момент, когда он собирался сделать свинг. В теории игр это недопустимо.

Оговорка «на определенном уровне» крайне важна. Мы уже видели, как можно манипулировать правилами текущей игры. Но это лишь признание того, что на более глубоком уровне ведется другая игра — та, в ходе которой игроки выбирают правила игры верхнего уровня. В таком случае возникает резонный вопрос: фиксированы ли эти правила? Например, обратимся к законодательному контексту: каковы правила игры в процессе формирования повестки дня? Они могут сводиться к наличию у председателей комитетов тех или иных полномочий. Тогда как избираются члены комитетов и их председатели? И так далее. На определенном базовом уровне эти правила закреплены конституцией, технологией проведения предвыборной кампании или общими социальными нормами поведения. Мы считаем, что все игроки должны признавать правила этой базовой игры, что и составляет предмет анализа. Безусловно, это идеал; на практике вам может и не представиться возможности продвинуться на достаточно глубокий уровень анализа.

Строго говоря, правила игры состоят: 1) из списка игроков; 2) стратегии, имеющейся в распоряжении каждого игрока; 3) выигрышей каждого игрока по всем возможным комбинациям стратегий, которых придерживаются все игроки; 4) предположения о том, что каждый игрок — это рациональный максимизатор.

Теория игр не позволяет должным образом проанализировать ситуацию, когда один игрок не знает, участвует ли другой игрок в игре, из какого общего множества действий другие игроки выбирают свои действия, какова их система ценностей и являются ли они сознательными максимизаторами своего выигрыша. Однако в реальных стратегических взаимодействиях самую большую выгоду порой можно получить, воспользовавшись элементом неожиданности или совершив то, чего ваши соперники от вас никак не ожидали. Ряд ярких примеров подобного поведения можно найти среди исторических военных конфликтов. Так, в 1967 году Израиль нанес упреждающий удар и уничтожил военно-воздушные силы Египта прямо на земле; в 1973 году наступила очередь Египта застать противника врасплох, начав танковую атаку по всему району Суэцкого канала.

Создается впечатление, что строгое определение теории игр не учитывает столь важного аспекта стратегического поведения, но на самом деле все не так плохо. Теорию можно сформулировать таким образом, чтобы каждый игрок присваивал некую небольшую вероятность ситуации, когда другим игрокам доступны кардинально отличающиеся стратегии. Безусловно, каждый игрок знает имеющийся у него набор стратегий. Следовательно, игра становится игрой с асимметричной информацией и может вестись с использованием методов, представленных в главе 8.

Сама концепция общего знания требует некоторого пояснения. Для того чтобы определенная информация или ситуация X представляла собой общее знание двух человек, А и Б, недостаточно, чтобы каждому из них было известно об X в отдельности. Каждый игрок должен также знать, что другой знает об X, в противном случае А может подумать, что Б неизвестно об X, и в разгар игры предпринять то или иное действие исходя из этого заблуждения. Однако тогда игрок А тоже должен знать, что Б знает, что А знает об X, и наоборот, иначе А может по ошибке воспользоваться предполагаемым неведением Б о знании А. Безусловно, это еще не конец. Игрок А должен знать, что Б знает, что А знает, что Б знает, и так до бесконечности. Философы находят много забавного в изучении тонкостей этой бесконечной регрессии и тех интеллектуальных парадоксов, которые она может генерировать. Для нас общего представления о том, что игрокам свойственно общее понимание правил игры, будет достаточно.

Д. Равновесие

Что происходит при взаимодействии стратегий рациональных игроков? В большинстве случаев ответ на этот вопрос сводится к концепции **равновесия**, под которой подразумевается, что каждый игрок использует стратегию, которая является лучшим откликом на стратегии других игроков. Мы сформулируем теоретико-игровые концепции равновесия в главах 3–7, а затем используем их в последующих главах.

Равновесие не означает, что ситуация не меняется; в играх с последовательными ходами стратегии игроков представляют собой исчерпывающий план действий и ответных реакций, а ситуация постоянно развивается по мере выполнения очередных ходов и реагирования на них. Равновесие также не означает, что складывается благоприятный ход игры; взаимодействие выбранных всеми игроками рациональных стратегий может привести к отрицательным результатам для всех, как в дилемме заключенных. Тем не менее в большинстве случаев мы будем исходить из того, что равновесие — полезный описательный инструмент и организующая концепция анализа игры. Подробнее мы рассмотрим эту идею позже, при обсуждении конкретных концепций равновесия. Мы также увидим, как понятие равновесия можно расширить или модифицировать, чтобы устранить некоторые его недостатки и включить в него поведение, которое недотягивает до полной расчетливой рациональности.

Подобно тому как рациональное поведение отдельных игроков может стать следствием накопления ими опыта ведения игры, они могут научиться корреспондировать свой выбор с общим равновесием после нескольких раундов игры, которые проводятся методом проб и ошибок и заканчиваются неравновесным исходом. Мы рассмотрим этот вопрос в главе 5.

Определить равновесие нетрудно, а вот найти его в конкретной игре (иными словами, решить ее) гораздо сложнее. На протяжении всей книги мы разберем целый ряд простых игр с участием двух или трех игроков, каждый из которых использует две-три стратегии или делает ход по очереди. Многие полагают, что это и есть предел возможностей теории игр, считая ее бесполезной для более сложных игр, ведущихся в действительности. Однако это не так.

Человек сильно ограничен в плане скорости вычислений (особенно длинных) и терпения при их выполнении. Следовательно, он способен легко решать только простые игры с двумя-тремя участниками и стратегиями. Но компьютеры прекрасно справляются с подобной задачей. Многие игры, решение которых выходит за рамки вычислительных возможностей человека, компьютерам вполне под силу. Они уже сейчас без проблем решают игры с высоким уровнем сложности, касающиеся бизнеса и политики. Даже в таких играх, как шахматы, которые слишком сложны, чтобы их можно было решить полностью, потенциал компьютеров уже сопоставим с возможностями самых именитых гроссмейстеров. Мы поговорим о шахматах более подробно в главе 3.

В настоящее время существует немало компьютерных программ для решения достаточно сложных игр, и постоянно появляются новые. Mathematica и другие аналогичные программные пакеты содержат стандартные программы для поиска равновесий в смешанных стратегиях в играх с одновременными ходами. В рамках проекта Национального научного фонда Gambit («Гамбит»), возглавляемого профессором Калифорнийского технологического института Ричардом Маккелви и профессором Миннесотского университета Эндрю Макленнаном, разрабатывается всеобъемлющий набор стандартных программ для поиска равновесий в играх с последовательными и одновременными ходами, в чистых и смешанных стратегиях, а также в играх с разными уровнями неопределенности и неполной информацией. В нескольких следующих главах мы будем неоднократно возвращаться к этому проекту. Его ключевое преимущество — открытый исходный код программ, доступ к которому можно получить на сайте проекта www.gambit-project.org.

Но тогда зачем мы подробно описываем в этой книге решение ряда простых игр? Причина в том, что понимание концепций — важная предпосылка эффективного применения технических решений, которые может предоставить компьютер, а понимание приходит только в процессе самостоятельного выполнения ряда простых задач. Именно так вы изучили и теперь используете арифметику. Вы усвоили базовые принципы сложения, вычитания, умножения и деления путем решения простых задач устно или письменно. Теперь это знание позволяет вам выполнять на калькуляторах и компьютерах гораздо более сложные вычисления, чем те, что вы могли бы произвести вручную. Однако без понимания базовых концепций вы при использовании калькуляторов допускали бы ошибки. Например, могли бы решить пример $3 + 4 \times 5$ неправильно, сгруппировав слагаемые и множители как $(3 + 4) \times 5 = 35$ вместо $3 + (4 \times 5) = 23$.

Следовательно, первый этап усвоения концепций и методов крайне важен. Без него вы никогда бы не научились правильно формулировать игры, решение которых возлагаете на компьютер. Вы не смогли бы проверить полученное решение на предмет его резонности, и если бы оно действительно таковым не оказалось, вы не смогли бы вернуться к первоначальному описанию игры, улучшить его и решить ее снова, поступая так до тех пор, пока описание игры и ее решение не будут корректно отображать ту стратегическую ситуацию, которую вы хотите изучить. Поэтому, пожалуйста, серьезно отнеситесь к простым примерам, решаемым в этой книге, и к предложенным нами учебным упражнениям, особенно в главах 3–7.

Е. Динамические и эволюционные игры

Теория игр, основанная на предположениях о рациональности и равновесии, весьма полезна, однако было бы ошибкой полагаться исключительно на нее. Когда игры ведут новички, не имеющие опыта выполнения необходимых вычислений для выбора оптимальных стратегий в явном или неявном виде, их выбор, а значит, и исход игры, может существенно отличаться от прогноза, полученного посредством анализа на основании концепции равновесия.

Тем не менее мы не должны отказываться от всех принципов хорошего выбора; нам следует лишь признать тот факт, что даже игроки, не владеющие навыками расчета стратегий, заинтересованы в успешном, выгодном для них исходе игры и будут учиться как на собственном опыте, так и наблюдая за другими игроками. Необходимо учитывать динамический процесс, в соответствии с которым лучшие стратегии, использовавшиеся на предыдущих этапах игры, с большей долей вероятности будут выбраны и на следующих этапах.

Именно это и делает **эволюционный** подход к играм, основанный на концепции эволюции в биологии. Гены любого отдельно взятого животного существенно влияют на его поведение. Некоторые модели поведения оказываются более успешными в существующей среде в том смысле, что животные, демонстрирующие их, скорее всего, будут благополучно размножаться и передадут свои гены потомству. Эволюционно устойчивое состояние, связанное с данной средой, — это и есть конечный результат процесса, охватывающего несколько поколений.

Аналогично в играх необходимо исходить из предположения, что стратегии не выбираются сознательными рациональными максимизаторами, а вместо этого каждый игрок вступает в игру с определенной «встроенной», или «запрограммированной», стратегией. Далее они противостоят другим игрокам, которые могут быть запрограммированы на применение тех же или иных стратегий. После этого все участники игр получают тот или иной выигрыш. Более эффективные стратегии (в том смысле, что игроки, запрограммированные на их применение, получают более высокий выигрыш) быстро берутся на вооружение, а использование менее результативных снижается. В биологии механизм такого развития или угасания выражается через передачу генетической информации посредством воспроизводства. В контексте стратегических игр в бизнесе и обществе он чаще всего носит социальный или культурный характер и сводится к наблюдению и имитации, обучению и получению знаний, большей доступности капитала для более успешных предприятий и т. д.

Объектом исследования является динамика данного процесса. Стремится ли он к эволюционно устойчивому состоянию? Доминирует ли в итоге одна стратегия, или несколько стратегий могут сосуществовать? Интересно, что во многих играх эволюционно устойчивый предел — это то же самое, что и равновесие, которое было бы достигнуто, если бы игроки сознательно вели себя как рациональные вычислители. Следовательно, эволюционный подход предоставляет нам лазейку для равновесного анализа.

Таким образом, концепция эволюционных игр привнесла биологические идеи в теорию игр, хотя наблюдается и обратное влияние. Биологи поняли, что важные аспекты поведения животных сводятся к стратегическому взаимодействию с другими животными. Члены одного вида конкурируют между собой за среду обитания и партнеров, члены разных видов относятся друг к другу как хищники и охотятся в рамках пищевой цепи. Выигрыш в таких играх, в свою очередь, способствует успешному размножению, а значит, и биологической эволюции. Подобно тому как теория игр извлекла для себя пользу, почерпнув идеи из биологической эволюции для анализа выбора и динамики игр, биология извлекла для себя пользу от заимствования идей теории игр в отношении стратегий и выигрышей для описания характера базовых взаимодействий между животными. Истинный пример синергии и симбиоза! Основные концепции эволюционных игр представлены в главе 12.

Ж. Наблюдение и эксперимент

Весь третий раздел главы до этого момента был посвящен тому, как анализировать игры и стратегические взаимодействия. Это теория. В данной книге она изложена на очень простом уровне с помощью примеров из практики и иллюстраций вместо формальных математических выкладок или теорем, но это все же теория. Любая теория должна соотноситься с реальностью двумя способами. Реальность должна помогать структурировать теорию и обеспечивать проверку ее результатов.

Определить реальные характеристики стратегических взаимодействий позволяют два метода: 1) наблюдение за ними в естественных условиях и 2) проведение специальных экспериментов, помогающих сделать некоторые выводы относительно влияния конкретных условий. Мы приведем несколько примеров применения каждого из этих методов в соответствующем контексте.

Многие изучали стратегические взаимодействия (поведение их участников и его результаты) в условиях эксперимента, в аудиториях среди невольных игроков или в специальных лабораториях с участием добровольцев. Аукционы, переговоры, дилемма заключенных и ряд других игр были исследованы именно таким способом и привели к разным результатам. Некоторые выводы теоретического анализа подтвердились. Например, участники игр в куплю-продажу в большинстве случаев быстро находят экономическое равновесие. В других типах игр результаты существенно отличаются от теоретических прогнозов. В частности, в дилемме заключенных и играх с переговорами участники в большей степени шли на сотрудничество, чем можно было ожидать согласно теории, основанной на предположении об эгоистичном стремлении игроков к получению максимального выигрыша, тогда как аукционы демонстрируют несколько примитивное перебивание цены.

В следующих главах мы представим краткий обзор знаний, накопленных посредством наблюдений и экспериментов, обсудим, как они соотносятся с теорией, и проанализируем, какие ее повторные интерпретации, расширения и модификации были или должны быть выполнены в свете этих знаний.

4. Функции теории игр

В начале главы 1 мы говорили, что стратегические игры присутствуют буквально повсюду: в личной и трудовой жизни, в экономике, обществе и политической системе, в спорте и других серьезных занятиях, в военное и мирное время. Это должно быть достаточной мотивацией для их систематического изучения, чем и занимается теория игр. Однако наличие четкого представления о том, как применять теорию игр на практике, позволит вам более целенаправленно изучать этот предмет. Мы предлагаем вашему вниманию три функции теории игр.

Первая — *объяснение*. Многие события и их последствия заставляют нас задаваться вопросом: почему это произошло? Когда ситуация требует взаимодействия принимающих решения людей, которые ставят перед собой разные цели, теория игр часто предоставляет ключ к пониманию ситуации. Например, жесткая конкуренция в бизнесе — это результат попадания конкурентов в ловушку дилеммы заключенных. В нескольких местах книги мы рассмотрим реальные случаи, когда теория игр помогает понять, как и почему события развивались так, а не иначе. В частности, подробно проанализируем в главе 14 Карибский кризис с точки зрения теории игр.

Оставшиеся две функции естественным образом вытекают из первой. Вторая функция — *прогнозирование*. Упреждающий анализ ситуаций, в которых несколько человек, принимающих решение, будут поддерживать стратегическое взаимодействие, позволяет использовать теорию игр, чтобы спрогнозировать, какие действия они предпримут и к каким последствиям это приведет. Безусловно, моделирование конкретной ситуации зависит от деталей, но мы научим вас пользоваться методом прогнозирования, проанализировав несколько широких классов игр, существующих во многих областях применения теории игр.

Третья функция теории игр — *консультации* или *рекомендации*. Мы можем действовать в интересах одного участника будущего взаимодействия и подсказать ему, какие стратегии с большей вероятностью обеспечат хорошие результаты, а какие, скорее всего, приведут к катастрофе. Такая работа тоже зависит от контекста, и мы можем вооружить вас рядом общих принципов и методов, а также показать, как их применять в некоторых общих типах ситуаций. Например, в главе 7 мы объясним, как можно смешивать ходы; в главе 9 проанализируем, как придать достоверность обязательствам, угрозам и обещаниям, а в главе 10 рассмотрим альтернативные способы преодоления дилеммы заключенных.

Теория далека от совершенства, когда доходит до реализации одной из трех функций на практике. Для того чтобы объяснить исход игры, необходимо сначала составить правильное представление о мотивах и поведении ее участников. Как мы уже видели, в большинстве случаев теория игр придерживается особого подхода к этим вопросам — а именно модели рационального выбора отдельных игроков и равновесия их взаимодействия, но реальные игроки и взаимодействия в игре могут ей не соответствовать. Однако практика — критерий истины. Анализ с позиции теории игр существенно улучшил наше понимание многих явлений — в чем вы убедитесь, прочитав эту книгу. Теория игр продолжает развиваться и совершенствоваться благодаря непрерывным исследованиям. Эта книга поможет вам освоить ее основы, чтобы вы могли без труда изучать и пользоваться новыми достижениями в области теории игр по мере их появления.

При объяснении прошедшего события мы зачастую можем воспользоваться историческими данными для получения объективного представление о мотивах и поведении участников игры. При попытках составлять прогнозы или давать советы возникает дополнительная проблема — определить, какие мотивы обусловят действия игроков, с какими информационными и прочими ограничениями они столкнутся и кто именно будет играть. Важно помнить о следующем: если анализ с позиции теории игр отталкивается от предположения, что другой игрок — рациональный максимизатор собственных целей, хотя на самом деле он не в состоянии произвести расчеты, а то и вовсе невежда, действующий наугад, советы, основанные на этом предположении, могут не сработать. Риск такого развития событий снижается по мере того, как все больше и больше игроков осознают важность стратегического взаимодействия и просчитывают стратегические ходы или прибегают к помощи экспертов в этих вопросах, но тем не менее частично остается. Но даже в таком случае системное мышление, ставшее возможным благодаря теории игр, помогает свести количество ошибок к минимуму, устранив те, которые возникают в результате неправильных логических размышлений о стратегическом взаимодействии. Кроме того, теория игр принимает во внимание многие типы неопределенности и неполноты информации, в том числе касающиеся стратегических возможностей и рациональности соперника. В следующих главах мы рассмотрим ряд примеров, иллюстрирующих эту идею.

5. Структура оставшейся части книги

В данной главе представлен ряд идей, возникающих почти во всех реальных играх. Для того чтобы понять или предсказать исход любой игры, мы должны подробнее изучить их все. Кроме того, мы ввели несколько базовых концепций, которые будут полезны при выполнении такого анализа. Однако попытки усвоить их одновременно приводят лишь к путанице и неспособности понять их суть. Поэтому мы будем выстраивать теорию по одной концепции за раз. Для этого разработаем подходящий метод анализа соответствующей концепции и проиллюстрируем ее на конкретных примерах.

В первой группе глав (с 3-й по 7-ю) мы сконструируем и обсудим самые важные из этих понятий и методов. В главе 3 рассмотрим игры с последовательными ходами и введем методы, такие как дерево игры и обратные рассуждения, используемые для анализа и решения подобных игр. В главах 4 и 5 перейдем к играм с одновременными ходами и сформулируем для них свой набор концепций: таблица выигрышей, доминирование и равновесие Нэша. Обе главы сфокусированы на играх, в которых игроки используют чистые стратегии; в главе 4 мы ограничим игроков конечным множеством чистых стратегий, а в главе 5 введем стратегии, представляющие собой непрерывные переменные. Кроме того, в главе 5 мы рассмотрим противоречивые эмпирические данные, концептуальную критику и контраргументы против равновесия Нэша, а также его важную альтернативу — рационализируемость. В главе 6 покажем, как анализировать игры с последовательными и одновременными ходами с помощью методов, представленных в главах 3–5. В главе 7 обсудим игры с одновременными ходами, требующие применения метода рандомизации или смешанных стратегий. Мы начнем с введения основных идей о смешивании стратегий в играх «два на два», разработаем простейшие методы поиска равновесий Нэша в смешанных стратегиях, а затем рассмотрим более сложные примеры, содержащие эмпирические данные о смешивании стратегий.

В главах 3–7 сформулированы базовые концепции и методы: 1) правильные построения прогнозных рассуждений для игр с последовательными ходами; 2) равновесные стратегии (чистые и смешанные) для игр с одновременными ходами. Вооружившись этими концепциями и инструментами, вы сможете применить их в процессе изучения более широких классов игр и стратегий, представленных в главах 8–12.

В главе 8 анализируется ситуация, когда игроки находятся в условиях неопределенности или располагают асимметричной информацией. Мы рассмотрим стратегии борьбы с риском и возможность его стратегического использования. Кроме того, изучим такие важные стратегии, как сигнализирование и скрининг, применяемые для манипулирования и получения информации. Мы разработаем приемлемое обобщение равновесия Нэша в условиях неопределенности (байесовское равновесие Нэша) и покажем различные типы равновесий, которые могут возникнуть в данном контексте. В главе 9 мы продолжим изучать роль манипуляций игроков в играх и рассмотрим, как они, воспользовавшись преимуществом первого хода и сделав стратегический ход, умело воздействуют на правила игры. Такие ходы бывают трех типов — обязательства, угрозы и обещания, и их успех в значительной мере зависит от их достоверности; мы опишем в общих чертах некоторые способы ее обеспечения.

В главе 10 мы изучим самую известную стратегическую игру — дилемму заключенных — и проанализируем, насколько сотрудничество в такой игре может быть устойчивым, особенно в случае повторяющегося или постоянного взаимодействия. Затем в главе 11 рассмотрим стратегическое взаимодействие в больших группах, а не в парах или небольших группах игроков, иными словами, игры, касающиеся проблем коллективного действия, когда действия каждого игрока оказывают влияние (в одних случаях полезное, в других — пагубное) на остальных игроков. Как правило, исход таких игр нельзя назвать лучшим с точки зрения общества в целом. Мы объясним природу подобных исходов и опишем несколько простых методов, которые могут их улучшить.

Все эти теории и области их применения основаны на предположении, что игроки полностью осознают характер игры и применяют стратегии, максимально соответствующие их целям в этой игре. Столь рационально оптимальное поведение порой предъявляет к игроку слишком высокие требования в плане анализа информации и вычисления стратегий, чтобы можно было поверить в то, будто именно так люди себя ведут в реальной жизни. Поэтому в главе 12 игры рассматриваются под совершенно другим углом. Здесь игроки не просчитывают ходы и не придерживаются оптимальных стратегий. Вместо этого каждый игрок привязан (как будто генетически предрасположен) к конкретной стратегии. Состав той или иной популяции отличается высоким уровнем многообразия, поэтому разные игроки применяют различные предопределенные стратегии. Когда такие игроки пересекаются друг с другом и активизируют свои стратегии, какие из них работают эффективнее? А если более успешные стратегии широко распространятся в данной группе, будь то посредством наследования или имитации, то как будет выглядеть со временем структура этой группы? Оказывается, такая эволюционная динамика во многих случаях отдает предпочтение именно тем стратегиям, которые использовали бы рациональные игроки, демонстрирующие оптимальное поведение. Стало быть, наш анализ эволюционных игр косвенно поддерживает те теории оптимального стратегического выбора и равновесия, которые мы изучали в предыдущих главах.

В заключительной группе глав (главы 13–17) рассматриваются конкретные примеры применения теории игр в ситуациях со стратегическими взаимодействиями. По мере необходимости мы будем использовать в них идеи и методы, представленные во всех предыдущих главах. Так, в главе 13 с помощью методов, изложенных в главе 8, мы проанализируем стратегии, которые должны применять отдельные люди и компании при взаимодействии с теми, кто располагает личной информацией. Мы проиллюстрируем механизмы скрининга, используемые для получения информации, — например, многоуровневую систему тарифов с различными ограничениями, применяемую авиакомпаниями для разделения пассажиров на совершающих деловые поездки и готовых платить больше и туристов, более чувствительных к цене билетов. Кроме того, мы представим методы разработки поощрительной системы оплаты труда, позволяющей добиться от работников максимальной отдачи в случаях, когда прямой контроль затруднен или слишком дорог. В главе 14 использованы идеи из главы 9 для анализа особенно интересной динамической версии угрозы, известной как стратегия балансирования на грани. Мы выясним ее характер и применим при рассмотрении Карибского ракетного кризиса 1962 года. Глава 15 посвящена голосованию в комитетах и на выборах. Мы рассмотрим все разнообразие правил голосования, а также некоторые парадоксальные результаты, к которым они могут привести. Кроме того, проанализируем возможности для стратегического поведения не только избирателей, но и кандидатов в ходе выборов различных типов.

В главах 16 и 17 представлены механизмы распределения ценных экономических ресурсов: глава 16 посвящена аукционам, а глава 17 — процессу переговоров. В описании аукционов мы акцентируемся на роли информации и отношения к риску в разработке оптимальных стратегий для покупателей и продавцов. Кроме того, мы воспользуемся возможностью применить теорию игр к самому новому типу аукционов — интернет-аукционам. И наконец, в главе 17 рассматриваются переговоры в кооперативной и некооперативной среде.

Поскольку в книге содержится большой объем материала, как читателям и преподавателям с профильными интересами выбрать те главы, которые им нужны? В главах 3–7 представлены ключевые теоретические концепции, которые понадобятся на протяжении оставшейся части книги. Материал глав 9 и 10 также важен для понимания общих классов игр и рассматриваемых стратегий. Все остальные главы книги можно выбирать в соответствии со своими интересами. Например, в разделе 1 главы 5, разделе 7 главы 7, разделе 5 главы 10 и разделе 7 главы 12 изложены более сложные темы. Эти разделы могут заинтересовать читателей с более серьезной научной и математической подготовкой, а специалисты в области общественных и гуманитарных наук могут их пропустить без потери целостности смысла.

В главе 8 затронут важный вопрос о наличии на практике в большинстве игр неполной или асимметричной информации, а попытки игроков манипулировать информацией — важнейший аспект многих стратегических взаимодействий. Однако концепции и методы анализа информационных игр гораздо сложнее. Учитывая это, некоторые читатели и преподаватели могут изучить только примеры, объясняющие основные идеи сигнализирования и скрининга, и опустить остальное. Тем не менее, учитывая значимость этой темы, мы разместили посвященную ей главу в самом начале третьей части книги. Главы 9 и 10 — ключевые для понимания многих явлений реального мира, поэтому большинство преподавателей захотят включить их в свои учебные курсы, однако раздел 5 главы 10 содержит более сложные математические выкладки и его можно пропустить. В главах 11 и 12 рассматриваются игры с участием большого количества игроков. В главе 11 акцент сделан на социальных взаимодействиях, а в главе 12 — на эволюционной биологии. Затронутые в главе 12 вопросы могут представлять наибольший интерес для биологов, однако аналогичные темы появляются и в общественных науках, поэтому студенты, изучающие их, должны поставить перед собой цель вникнуть в суть изложенных концепций, даже если они упустят детали. Глава 13 наиболее важна для студентов, изучающих теорию бизнеса и теорию организации. Главы 14 и 15 посвящены вопросам политологии (международная дипломатия и выборы), а главы 16 и 17 — вопросам экономики (аукционы и переговоры). Для более специализированных учебных курсов можно выбрать одну из тем, обсуждаемых в главах 11–17, и подробно остановиться на концепциях, которые в них рассматриваются.

Чем бы вы ни занимались — математикой, биологией, экономикой, политикой, историей, социологией или другими науками, — теория и примеры стратегических игр будут стимулировать вас и станут вызовом вашему интеллекту. Мы желаем вам насладиться этим предметом в процессе его изучения или преподавания.

Резюме

Стратегические *игры* отличаются от индивидуального принятия решений наличием значимых взаимодействий между игроками. Игры можно классифицировать по нескольким категориям, таким как время игры, общие или противоречащие друг другу интересы игроков, частота взаимодействия между игроками, объем доступной игрокам информации, типы правил и целесообразность согласованных действий.

Знание терминологии имеет решающее значение для анализа структуры игры. В распоряжении игроков есть *стратегии*, которые обеспечивают различные *исходы* игры с разными *выигрышами*. Последние включают в себя все, что важно для игрока, и рассчитываются методом вероятностного среднего, или математического, *ожидания*, если исход игры носит случайный характер или связан с определенным риском. Предполагается, что *рациональность* (или последовательное поведение) свойственна всем игрокам, которые должны знать все соответствующие правила поведения. *Равновесие* в игре возникает в случае использования всеми игроками стратегий, представляющих собой наилучший ответ на стратегии других игроков. Некоторые классы игр позволяют учиться на собственном опыте и анализировать динамическое движение к равновесию. Изучение поведения в реальных игровых ситуациях предоставляет дополнительную информацию об эффективности данной теории.

Теорию игр можно использовать для объяснения, прогнозирования или рекомендаций при самых разных обстоятельствах. Хотя она пока и неидеальна в выполнении этих функций, она продолжает развиваться; кроме того, важность стратегического взаимодействия и стратегического мышления становится все более очевидной и осознаваемой.

Ключевые термины

Асимметричная информация
Внешняя неопределенность
Выигрыш
Игра
Игра с нулевой суммой
Игра с постоянной суммой
Инструменты скрининга
Кооперативная игра
Некооперативная игра
Несовершенная информация
Одновременные ходы
Ожидаемый выигрыш
Последовательные ходы
Равновесие
Рациональное поведение
Решение
Сигнал
Сигнализирование
Скрининг
Совершенная информация
Стратегическая игра
Стратегическая неопределенность
Стратегия
Эволюционная игра

Упражнения с решениями*

S1**. Определите, какая из следующих ситуаций представляет собой игру, а какая — решение. В каждом конкретном случае укажите, какие особенности заставили вас отнести ее к той или иной категории.

* Примечание для студентов: решения этих упражнений можно найти на сайте http://books.wwnorton.com/studyspace/disciplines/economics.aspx?DiscId=6, бесплатный доступ к которому предоставляется всем желающим.

** Символом S обозначаются упражнения с решениями (англ. solved exercises). *Прим. ред.*

a) В молочном отделе продуктового магазина находится группа покупателей, каждый из которых решает, с каким наполнителем купить йогурт.
b) Пара девочек-подростков выбирают платья для выпускного бала.
c) Студент колледжа размышляет над тем, на какой курс записаться для получения степени магистра.
d) New York Times и Wall Street Journal определяют стоимость онлайн-подписки на текущий год.
e) Кандидат на пост президента выбирает кандидата на должность вице-президента.

S2. Проанализируйте описанные ниже стратегические игры. В каждом случае укажите, к какой категории вы бы отнесли данную игру по шести параметрам, перечисленным в тексте. (i) Ходы в игре последовательные или одновременные? (ii) Это игра с нулевой суммой или нет? (iii) Это повторяющаяся игра? (iv) Присутствует ли в игре несовершенная информация и если да, то имеет ли место неполная (асимметричная) информация? (v) Правила игры фиксированные или нет? (vi) Возможны ли соглашения о сотрудничестве или нет? Если вам не хватает информации, чтобы отнести игру к какой-то определенной категории, объясните причины.

a) «*Камень, ножницы, бумага*»: на счет три каждый игрок делает рукой жест, соответствующий одному из этих трех предметов. Камень побеждает ножницы, ножницы — бумагу, а бумага — камень.
b) *Поименное голосование:* голосующие отдают свои голоса в устной форме, когда называют их имена. Выигрывает вариант с максимальным количеством голосов.
c) *Закрытый аукцион:* участники аукциона подают заявку на покупку бутылки вина в конвертах. Покупатель, предложивший самую высокую цену, выигрывает и выплачивает заявленную сумму.

S3. «Участник игры никогда не предпочтет исход игры, при котором каждый игрок получает небольшую прибыль, исходу, при котором он единолично получит ее всю». Это утверждение истинно или ложно? Обоснуйте свой вывод посредством двух-трех предложений.

S4. Вы и ваш соперник ведете игру, в которой могут быть три возможных исхода: вы побеждаете, побеждает ваш соперник (вы проигрываете) или игра заканчивается вничью. В случае выигрыша вы получите 50 долларов, если будет ничья — 20 долларов, проиграете — 0 долларов. Чему равен ваш ожидаемый выигрыш в каждой из следующих ситуаций?

a) Вероятность того, что игра закончится вничью, составляет 50 процентов, а того, что вы победите, — всего 10 процентов (значит, вероятность вашего поражения 40 процентов).

b) Вы можете выиграть или проиграть с вероятностью 50 на 50.
c) Вероятность того, что вы проиграете, равна 80 процентов, победите — 10 процентов, ничья — тоже 10 процентов.

S5. Объясните разницу между использованием теории игр в качестве инструмента прогнозирования и в качестве рекомендательного инструмента. В каких типах реальных ситуаций эти две функции могут оказаться наиболее важными?

Упражнения без решений

U1*. Определите, какая из следующих ситуаций представляет собой игру, а какая — решение. В каждом конкретном случае укажите, какие особенности заставили вас отнести ее к той или иной категории.

a) Кандидат от партии на пост президента США должен решить, использовать для своей кампании частное финансирование или государственное.
b) Бережливый Фред получает подарочную карту стоимостью 20 долларов на загрузку музыки, и ему предстоит решить, что покупать — отдельные композиции или альбомы.
c) Красавица Белла получила 100 ответов на свой профиль на сайте онлайн-знакомств и должна определиться, отвечать на каждое предложение или нет.
d) Канал NBC решает, как распределить свои телевизионные шоу в интернете в текущем сезоне. Руководство канала рассматривает такие варианты: Amazon.com, iTunes и/или NBC. Комиссионные, которые могут быть выплачены Amazon или iTunes, открыты для обсуждения.
e) Китай выбирает уровень тарифных ставок на импорт из США.

U2. Проанализируйте описанные ниже стратегические игры. В каждом случае укажите, к какой категории вы бы отнесли данную игру по шести параметрам, перечисленным в тексте. (i) Ходы в игре последовательные или одновременные? (ii) Это игра с нулевой суммой или нет? (iii) Это повторяющаяся игра? (iv) Присутствует ли в игре несовершенная информации и если да, то имеет ли место неполная (асимметричная) информация? (v) Правила игры фиксированные или нет? (vi) Возможны ли соглашения о сотрудничестве или нет? Если вам не хватает информации, чтобы отнести игру к какой-то определенной категории, объясните причины.

---

* Символом U обозначаются упражнения без решений (англ. unsolved exercises). *Прим. ред.*

a) Гарри и Росс — торговые представители одной и той же компании. Менеджер сообщает им, что тот из них, кто обеспечит более высокий объем продаж, получит «кадиллак».
b) В игровом шоу «Правильная цена» четыре участника угадывают цену телевизора. Игра начинается с крайнего левого игрока, а сумма, которую называет каждый очередной игрок, должна отличаться от догадок предыдущих игроков. Участник шоу, который назовет максимально близкую к реальной цену, но не превысит ее, выиграет телевизор.
c) Шесть тысяч игроков выплачивают по 10 000 долларов каждый, чтобы принять участие в Мировой серии покера. Каждый игрок начинает турнир с фишек на сумму 10 000 долларов, после чего разыгрывается серия No-Limit Texas Hold 'Em (разновидность покера), которая продолжается до тех пор, пока кто-то не выиграет все фишки. Первые 600 игроков получают денежные призы согласно порядку окончания ими игры, при этом победителю достаются 8 миллионов долларов.
d) За пассажирами Desert Airlines не закрепляются места в самолетах; они выбирают их только после того, как окажутся на борту. Авиакомпания устанавливает очередность посадки пассажиров в соответствии со временем их регистрации либо на сайте не более чем за 24 часа до вылета, либо лично в аэропорту.

U3. «Любая выгода для победителя должна вредить проигравшему». Это утверждение истинно или ложно? Обоснуйте свой вывод посредством одного-двух предложений.

U4. Алисе, Бобу и Конфуцию становится скучно во время каникул, и они решают сыграть в новую игру. Каждый вносит в общий фонд 1 доллар, а затем подбрасывает монету. Алиса выиграет, если выпадут три орла или три решки. Боб выиграет, если выпадут два орла и одна решка, а Конфуций — если выпадет один орел и две решки. Все монеты правильные, и победитель получит чистый выигрыш в размере 2 доллара (3 – 1 = 2 доллара), а каждый проигравший потеряет 1 доллар.

a) Какова вероятность того, что Алиса победит или проиграет?
b) Чему равен ожидаемый выигрыш Алисы?
c) Какова вероятность того, что Конфуций победит или проиграет?
d) Чему равен ожидаемый выигрыш Конфуция?
e) Это игра с нулевой суммой? Обоснуйте ответ.

U5. «Когда один игрок застает другого игрока врасплох, это говорит о том, что у них нет общего понимания правил игры». Приведите пример, который иллюстрирует это утверждение, и контрпример, показывающий, что оно не всегда верно.

Часть II

Концепции и методы

3 Игры с последовательными ходами

Игры с последовательными ходами предполагают стратегические ситуации, в которых существует строгий порядок ведения игры. Игроки ходят поочередно и осведомлены о действиях соперников, сделавших свои ходы до них. Для того чтобы хорошо играть в такую игру, ее участникам необходимо использовать определенный тип интерактивного мышления. Каждый игрок должен просчитать возможную реакцию противника на тот или иной ход. Всякий раз при выполнении действий игрокам следует думать о том, как их текущие действия повлияют на будущие действия как самого игрока, так и его соперников. Следовательно, игроки выбирают ходы на основании расчета вероятных последствий.

Большинство реальных игр сочетают в себе аспекты игр как с последовательными, так и с одновременными ходами. Но концепции и методы анализа легче понять, если вводить их сначала отдельно для двух чистых типов игр. Исходя из этого, в данной главе рассматриваются только игры с последовательными ходами. Главы 4 и 5 целиком и полностью посвящены играм с одновременными ходами, а в главе 6 и нескольких разделах главы 7 показано, как объединить оба типа анализа в более реалистичных смешанных ситуациях. Представленный здесь анализ можно использовать всякий раз, когда игра включает в себя последовательное принятие решений. Кроме того, изучение игр с последовательными ходами позволяет определить, когда игроку выгоднее ходить первым, а когда вторым. Затем игроки могут разработать способы, так называемые *стратегические ходы,* манипулирования порядком игры в свою пользу. Подробно они рассматриваются в главе 9.

1. Дерево игры

Начнем с описания графического метода отображения и анализа игр с последовательными ходами, именуемого **дерево игры**. На таком дереве, также называемом

экстенсивной формой игры, представлены все ее элементы, о которых шла речь в главе 2: игроки, действия и выигрыши.

Скорее всего, вы уже сталкивались с **деревьями решений** в других контекстах. Такие деревья демонстрируют всю последовательность точек принятия решений (или узлов) одним игроком в нейтральной среде. Дерево решений также включает в себя ветви, которые соответствуют имеющимся вариантам выбора и исходят из каждого узла. Дерево игры — это просто совокупность деревьев решений всех ее участников. Такое дерево отображает все возможные действия, которые могут предпринять все игроки, а также все возможные исходы игры.

А. Узлы, ветви и пути игры

На рис. 3.1 изображено дерево конкретной игры с последовательными ходами. Мы не будем здесь описывать ее историю, поскольку хотим опустить многочисленные детали, чтобы вы могли сфокусироваться на общих концепциях. В игре участвуют четыре человека: Энн, Боб, Крис и Деб. Согласно правилам игры, первый ход делает Энн; это показано в крайней левой точке дерева, или узле под названием **начальный узел** или **корень** дерева игры. В этом узле, который еще можно называть **узлом действия** или **узлом принятия решений**, у Энн есть два доступных варианта выбора. Они обозначены как «стоп» и «вперед» (не забывайте, что это абстрактные обозначения и они не обязательно должны иметь какой-то смысл) и показаны на рисунке в виде **ветвей**, исходящих из начального узла.

Если Энн выберет «стоп», наступит очередь Боба делать ход. У него в узле действия есть три варианта выбора, обозначенные как 1, 2 и 3. Если Энн выбирает «вперед», то следующий ход делает Крис с вариантами выбора «рискованно» и «безопасно». Другие узлы и ветви следуют друг за другом, но вместо того чтобы их перечислять, мы просто обратим ваше внимание на некоторые характерные особенности данного дерева.

Если Энн выберет «стоп», после чего Боб выберет 1, Энн получит право на следующий ход с новыми вариантами выбора — «вверх» и «вниз». В реальных играх с последовательными ходами достаточно типична ситуация, когда игрок делает несколько ходов, причем они могут быть разными в разных узлах. В шахматах, например, два игрока ходят по очереди; каждый такой ход меняет ситуацию на доске, а значит, меняются и ходы, доступные для игрока, который будет ходить следующим.

Б. Неопределенность и «ходы природы»

Если Энн выберет ход «вперед», а Крис — «рискованно», произойдет случайное событие, например подбрасывание монеты, и исход игры будет зависеть от того, выпадет орел или решка. Этот аспект игры представляет собой пример внешней

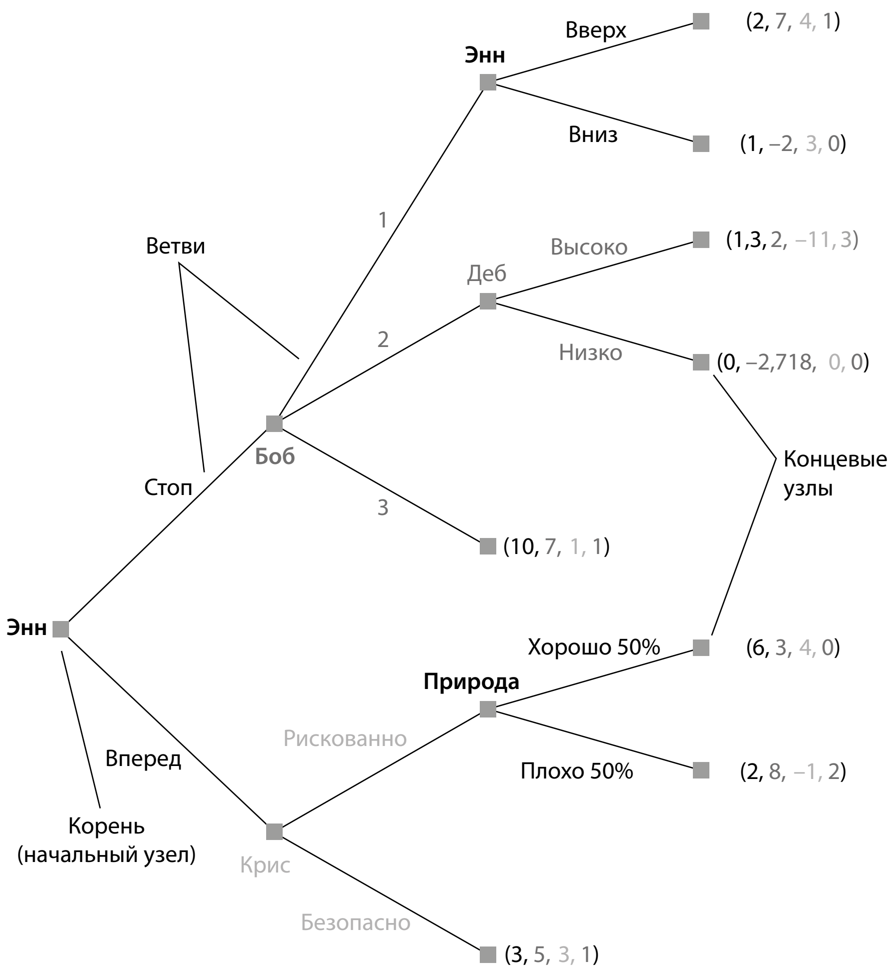


Рис. 3.1. Иллюстративное дерево игры

неопределенности и отображается на дереве игры посредством введения внешнего игрока под названием «природа». Ему передается контроль над случайным событием, и он как будто выбирает одну из ветвей, каждую с вероятностью 50%. Вероятность здесь определяется посредством случайного события одного типа, а именно подбрасывания монеты, но в других обстоятельствах могут использоваться и события иных типов. Например, в случае бросания игральных костей «природа» могла бы указать шесть возможных вариантов, каждый с вероятностью 16⅔ процента. Использование игрока под названием «природа» позволяет ввести в игру фактор внешней неопределенности и предоставляет в наше распоряжение механизм, который делает возможным наступление событий, находящихся вне контроля реальных участников игры.

Вы можете определить количество различных путей, существующих на дереве игры, передвигаясь по следующим друг за другом ветвям. На рис. 3.1 каждый путь приводит к конечной точке игры за конечное число ходов. Конечная точка не является обязательным элементом всех игр, некоторые из них теоретически могут вестись до бесконечности. Но в большинстве наших примеров представлены конечные игры.

B. Исходы и выигрыши

В последнем узле каждого пути, так называемом **концевом узле**, ни один игрок не может сделать очередной ход. (Обратите внимание, что именно этим концевые узлы отличаются от узлов *действия*.) Вместо этого мы показываем в этом узле исход определенной последовательности действий, выраженный в выигрышах игроков. Выигрыши наших четырех героев перечислены в таком порядке: Энн, Боб, Крис, Деб. Важно указать, какой выигрыш соответствует каждому игроку. Обычно выигрыши принято указывать в том порядке, в каком игроки делают ходы. Однако иногда этот метод бывает неоднозначным; в нашем примере непонятно, кто должен делать следующий ход, Боб или Крис. Поэтому мы перечислили их в алфавитном порядке (англ. Ann, Bob, Chris, Deb), а кроме того, использовали цветную маркировку информации об игроках. Так, имя Энн, ее варианты выбора и выигрыши выделены черным цветом, Боба — темно-серым, Криса — светло-серым, а Деб — серым. При построении деревьев для игр, которые вы будете анализировать, можно выбрать любую понравившуюся вам систему обозначений, но вы должны четко сформулировать и объяснить ее тому, кто будет читать дерево игры.

Выигрыш — это числовая величина, и, как правило, для каждого игрока чем она больше, тем лучше исход игры. Таким образом, для Энн самый нижний путь (выигрыш 3) лучше самого верхнего (выигрыш 2). Однако выигрыши разных игроков не обязательно должны быть сопоставимы. В данном примере неочевидно, что в конце самого верхнего пути Боб (выигрыш 7) добивается большего, чем Энн (выигрыш 2). Иногда, например если выигрыш исчисляется в денежных единицах, сравнение выигрышей может иметь смысл.

Игроки используют информацию о выигрышах при выборе доступных действий. Включение случайного события (выбор, сделанный «природой») означает, что игрокам необходимо определить, что они получат в среднем, когда «природа» сделает свой ход. Например, если Энн выберет «вперед» в качестве первого хода в игре, Крис может выбрать «рискованно», что приведет к подбрасыванию монеты и выбору «природой» варианта «хорошо» или «плохо». В такой ситуации Энн в половине случаев может рассчитывать на выигрыш 6 и в половине случаев — на выигрыш 2; иными словами, статистическое среднее, или *ожидаемый выигрыш*, составит $4 = (0{,}5 \times 6) + (0{,}5 \times 2)$.

Г. Стратегии

И наконец, мы используем дерево игры, представленное на рис. 3.1, чтобы объяснить концепцию стратегии. Единичное действие, предпринятое игроком в узле, называется **ходом**. Но игроки могут и должны составлять планы последовательности выполнения ходов, которые они намерены сделать во всех возможных случаях в ходе игры. Такой план действий и называется стратегией.

На данном дереве игры Боб, Крис и Деб получают возможность сделать ход максимум один раз; например, Крис будет ходить только в случае, если Энн в качестве первого хода выберет «вперед». Для этих игроков между ходом и стратегией нет разницы. Мы можем определить ход, указав условие, при котором он будет сделан; так, в случае Боба может быть следующая стратегия: «Выбрать 1, если Энн выберет "стоп"». Однако у Энн есть две возможности сделать ход, поэтому ее стратегия требует более полного описания. Одна из стратегий Энн: «Выбрать "стоп", а если Боб выберет 1, выбрать "вниз"».

В более сложных играх, таких как шахматы, где есть длинные последовательности ходов с большим количеством вариантов выбора в каждой, описание стратегий усложняется; мы обсудим данный аспект более подробно далее в этой главе. Однако общий принцип построения стратегий достаточно прост, за исключением одной особенности. Если Энн выберет «вперед» на первом ходе, она так и не получит шанса сделать второй ход. Следует ли в стратегии, согласно которой она выбирает «вперед», указывать то, что Энн сделала бы в гипотетическом случае, если бы каким-то образом оказалась в узле своего второго действия? Возможно, ваша интуиция скажет «нет», но формальная теория игр говорит «да» по двум причинам.

Во-первых, выбор Энн варианта «вперед» в качестве первого хода может зависеть от ее рассуждений о том, что ей пришлось бы сделать на втором ходе, если бы она изначально предпочла вариант «стоп». Например, тогда Боб мог бы выбрать 1, и Энн получила бы второй ход, а ее лучшим выбором стал бы вариант «вверх», обеспечивающий ей выигрыш 2. Если Энн для первого хода выберет «вперед», Крис выберет вариант «безопасно» (поскольку его выигрыш 3 в случае варианта «безопасно» больше, чем ожидаемый выигрыш от варианта «рискованно»), и такой исход игры обеспечит Энн выигрыш 3. Для того чтобы процесс размышлений был понятнее, можно сформулировать стратегию Энн так: «Выбрать "вперед" на первом ходе и выбрать "вверх", если появится возможность походить еще раз».

Вторая причина для такого, казалось бы, педантичного описания стратегий имеет отношение к устойчивости равновесия. При анализе устойчивости мы спрашиваем, что бы произошло, если бы выбор игроков был подвержен влиянию небольших помех, среди которых и мелкие ошибки самих игроков. Скажем, если бы выбор нужно было делать посредством нажатия клавиши, не исключено, что у Энн дрогнула бы рука и она случайно вместо клавиши «вперед» нажала бы клавишу «стоп». Исходя из этого, важно определить, как Энн будет действовать, обнаружив ошибку, поскольку Боб выберет 1 и наступит очередь Энн делать следующий ход. На более продвинутых уровнях теории игр анализ устойчивости обязателен, поэтому мы хотим подготовить вас заранее, настаивая на том, чтобы вы изначально формулировали свои стратегии в виде исчерпывающих планов действий.

Д. Построение дерева

Теперь подытожим общие концепции, проиллюстрированные деревом, представленным на рис. 3.1. Дерево игры состоит из узлов и ветвей. Узлы соединены между собой ветвями и бывают двух типов. Узел первого типа обозначается термином «узел принятия решений». Каждый такой узел соответствует игроку, который выбирает в нем действие. Каждое дерево имеет один узел принятия решений — это начальный узел дерева, отправная точка игры. Узел второго типа называется «концевой узел». Каждому концевому узлу соответствует совокупность исходов игры для ее участников; эти исходы представляют собой выигрыши, полученные каждым игроком, если игра проходила по ветвям, приведшим к данному концевому узлу.

Ветви дерева игры представляют действия, которые можно предпринять из любого узла принятия решений. Каждая ветвь на дереве ведет от узла принятия решений либо к другому узлу принятия решений (как правило, другого игрока), либо к концевому узлу. В дереве должны учитываться все допустимые варианты действий, которые игрок может выбрать в каждом узле, поэтому некоторые деревья включают также ветви, соответствующие варианту «ничего не делать». Из каждого узла принятия решений должна исходить как минимум одна ветвь, но ограничений на количество ветвей нет. При этом к каждому узлу принятия решений может вести только одна ветвь.

Деревья игры часто рисуют на странице слева направо, однако их можно рисовать в любом наиболее подходящем для рассматриваемой игры направлении: снизу вверх, в сторону, сверху вниз или даже радиально, от центра. Дерево — это метафора, в основе которой лежит идея о последовательном ветвлении, поскольку решения принимаются в узлах деревьев.

2. Решение игр с помощью деревьев

Мы проиллюстрируем использование деревьев на примере поиска равновесных исходов игр с последовательными ходами в очень простой ситуации, с которой, по всей вероятности, сталкивались многие из вас, — курить или не курить. Эту и многие другие аналогичные стратегические ситуации с участием одного игрока можно рассматривать как игры, если мы признаем, что впоследствии выбор предстоит делать будущему «я» игрока, которое подвержено влиянию различных факторов и иначе оценивает идеальный исход игры.

Возьмем, к примеру, подростка по имени Кармен, которая решает, следует ли ей курить. Во-первых, она должна определиться, стоит ли ей вообще пробовать курить. Если она все же попробует, в будущем ей предстоит принять еще одно решение: продолжать ли курить. Мы проиллюстрируем этот пример с помощью дерева, представленного на рис. 3.2.

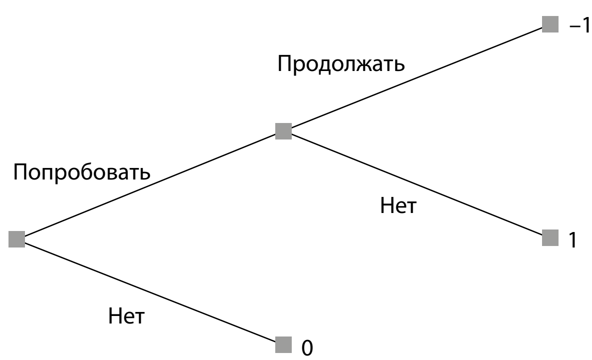


Рис. 3.2. Принятие решения о курении

Узлы и ветви обозначены доступными Кармен вариантами выбора, но мы должны объяснить выигрыши. Примем исход игры «никогда не курить» за эталон для сравнения и присвоим ему выигрыш 0. Число 0 в этом контексте ничего особо не значит; все, что имеет значение для сравнения исходов, а следовательно, и решения Кармен, — соответствующий выигрыш больше или меньше остальных. Предположим, что для Кармен наиболее предпочтителен исход игры, при котором она попробует какое-то время курить, а потом бросит. Возможно, причина в том, что Кармен не привыкла верить на слово и желает обо всем составить собственное представление, или в том, что это позволит ей со знанием дела заявить: «Я это пробовала и уверяю, что ничего хорошего в этом нет», когда в будущем ей придется наставлять своих детей на путь истинный. Присвоим этому исходу выигрыш +1. Худший исход игры — когда Кармен попробует курить и не сможет остановиться. Даже если не брать во внимание вред, наносимый курением здоровью в долгосрочной перспективе, в краткосрочном периоде появятся не менее насущные проблемы: волосы и одежда Кармен будут неприятно пахнуть, а друзья станут ее избегать. Присвоим этому исходу выигрыш −1. В итоге выбор Кармен кажется очевидным: попробовать курить, но не продолжать это делать.

Однако в этом анализе не учтена проблема зависимости. Как только Кармен попробует какое-то время курить, у нее сформируются другие вкусы и изменятся выигрыши. Решение о том, продолжать ли курить, будет принимать уже не нынешняя Кармен с ее теперешней оценкой исходов игры в том виде, как показано на рис. 3.2, а будущая Кармен, которая иначе оценит дальнейшие альтернативы. Делая выбор сегодня, Кармен нужно проанализировать его последствия и учесть это в своем решении, которое она должна принять исходя из текущих предпочтений. Другими словами, проблема выбора, касающаяся курения, — на самом деле не решение в том смысле, о котором шла речь в главе 2 (выбор, сделанный в нейтральной среде), а игра в формальном смысле, также представленная в главе 2, в которой другой игрок — это будущее «я» Кармен со своими особыми приоритетами. И нынешней Кармен при принятии решения предстоит вести игру с будущей Кармен.

Мы превратим дерево решений, представленное на рис. 3.2, в дерево игры на рис. 3.3 посредством введения двух игроков, делающих выбор в двух узлах. В начальном узле нынешняя Кармен решает, стоит ли ей пробовать курить. В случае положительного ответа появляется будущая Кармен, попавшая в зависимость от курения, и уже она решает, продолжать ей курить или нет. Давайте изобразим здоровую, не загрязняющую окружающую среду нынешнюю Кармен, ее действия и выигрыши серым цветом, а пристрастившуюся к курению будущую Кармен, ее действия и выигрыши — черным (такими стали ее легкие). Выигрыши нынешней Кармен остались прежними. А вот будущая Кармен продолжит наслаждаться курением, а при попытке бросить у нее наступит ужасный абстинентный синдром. Пусть выигрыш будущей Кармен при выборе варианта «курить» составляет +1, а при выборе «не курить» — −1.

Учитывая предпочтения будущей курильщицы Кармен, в узле принятия решений она выберет вариант «продолжать». Нынешняя Кармен должна проанализировать эту перспективу и учесть ее при принятии текущего решения, признав, что если перевесит желание покурить, то это неизбежно приведет к тому, что она будет курить и впоследствии. Несмотря на то что нынешняя Кармен этого не хочет, она не сможет в дальнейшем реализовать свой текущий выбор, поскольку будущая Кармен, у которой совсем иные наклонности, сделает именно такой выбор. Следовательно, нынешняя Кармен должна предвидеть, что выбор варианта «попробовать» приведет к выбору «продолжать» и обеспечит ей выигрыш −1 по ее

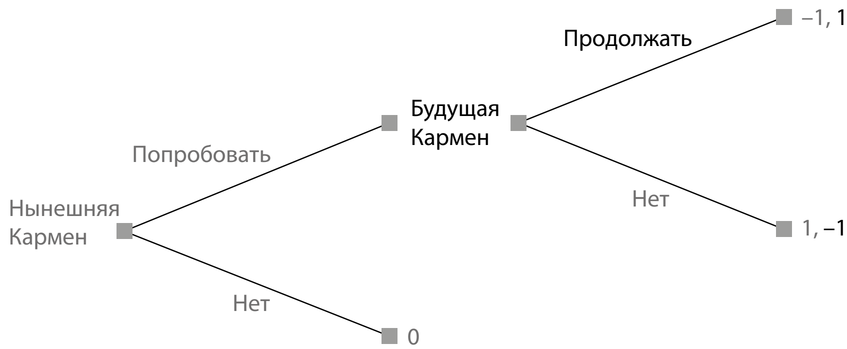


Рис. 3.3. Игра «курение»

текущим оценкам, тогда как выбор варианта «нет» даст выигрыш 0. Таким образом, ей следует предпочесть второе.

Подобная аргументация более наглядно представлена на рис. 3.4. На рис. 3.4а мы обрезаем, или **отсекаем**, ветвь «нет», исходящую из второго узла. Такое отсекание говорит о том, что будущая Кармен, которая делает выбор в этом узле, не выберет действие, соответствующее этой ветви, учитывая ее предпочтения, выделенные черным цветом.

На дереве остались две ветви, исходящие из первого узла, в котором делает выбор нынешняя Кармен; каждая из ветвей ведет непосредственно к концевому узлу. Такое отсечение позволяет нынешней Кармен просчитать все возможные последствия любого своего решения. Выбор варианта «попробовать» приведет к варианту «продолжать» и обеспечит выигрыш −1 с точки зрения предпочтений нынешней Кармен, тогда как выбор варианта «нет» даст выигрыш 0. Таким образом, на данный момент Кармен должна выбрать вариант «нет», а не «попробовать». Следовательно, мы можем отсечь ветвь «попробовать», исходящую из первого узла (вместе с ее предполагаемым продолжением), как показано на рис. 3.4б. На нем изображено «полностью усеченное» дерево всего с одной ветвью, исходящей из начального узла и ведущей к концевому. Единственный оставшийся путь, пролегающий по дереву игры, демонстрирует, что произойдет в игре, если все ее участники сделают лучший выбор на основании правильного прогнозирования всех вероятных исходов.

При обрезке ветвей дерева игры на рис. 3.4 мы вычеркнули ветви, которые не выбрали. Еще один эквивалентный, но альтернативный способ показать выбор игрока — как-то выделить выбираемые им ветви. Для этого можно отметить их галочками или стрелками или выделить более жирными линиями. Подойдет любой

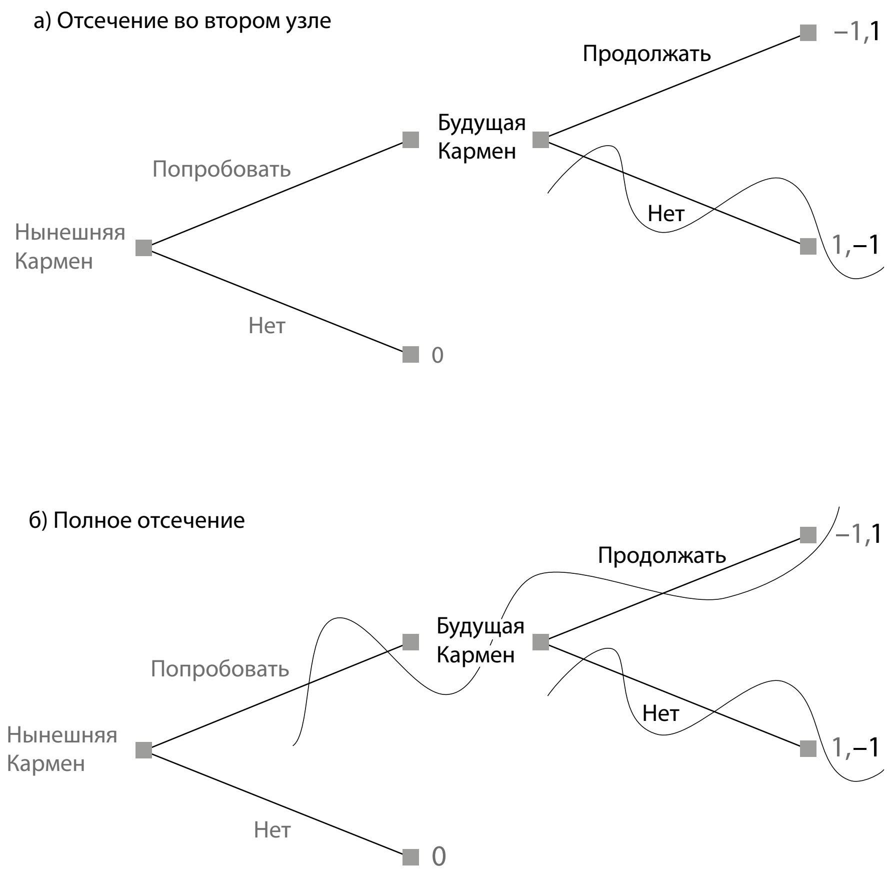


Рис. 3.4. Отсечение ветвей дерева игры «курение»

способ (на рис. 3.5 показаны все перечисленные варианты*), вам виднее, но все же второй вариант, особенно выделение стрелками, имеет свои преимущества. Во-первых, он обеспечивает формирование более четкой картины происходящего. Во-вторых, в случае вычеркивания ветвей не всегда понятен порядок их отсечения. Например, на рис. 3.4б читатель может подумать, что ветвь «продолжать», исходящая из второго узла, была отсечена первой, а уже после этого была отсечена ветвь «попробовать» в первом узле и следующая за ней ветвь «нет» во втором узле. Последний и самый важный аргумент в пользу этого способа состоит в том, что стрелки более наглядно показывают результат последовательности оптимальных вариантов выбора в виде непрерывной цепочки стрелок от начального до концевого узла. Вот почему в других диаграммах такого типа, представленных далее

* На рис. 3.5 показаны варианты обозначения отсекаемых ветвей, а не отсечения игры «курение». *Прим. ред.*

в книге, мы используем стрелки вместо вычеркивания ветвей. В процессе построения деревьев игр вам следует попрактиковаться в применении обоих способов, а когда научитесь строить такие деревья, можете выбрать тот способ, который вам больше нравится.

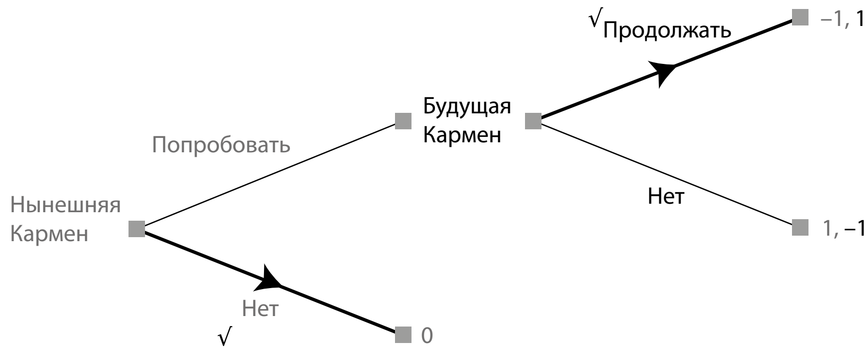


Рис. 3.5. Выбор ветвей на дереве игры «курение»

Независимо от того, как вы отобразите свои размышления на дереве игры, логика анализа во всех случаях будет одинаковой и важной. Вы должны начать с рассмотрения узлов действий, ведущих непосредственно к концевым узлам. Оптимальный выбор для игрока, делающего ход в таком узле, можно определить путем сравнения его выигрышей в соответствующих концевых узлах. Использование вариантов выбора в конце игры для прогнозирования последствий более ранних действий позволяет рассчитать выбор в узлах, предшествующих узлам окончательного принятия решений. Затем то же самое можно сделать с предыдущими узлами и т. д. Передвигаясь таким образом по дереву игры в обратном направлении, вы можете решить всю игру.

Данный метод определения поведения в игре с последовательными ходами (смотреть вперед и рассуждать в обратном порядке) известен как **метод обратных рассуждений**. Как подразумевает само его название, сперва следует подумать, что произойдет во всех концевых узлах, а затем передвигаться по дереву в обратном направлении вплоть до начального узла, анализируя соответствующие действия. Поскольку такие рассуждения требуют передвижения в обратном направлении по одному шагу за один раз, этот метод обозначают также термином «**обратная индукция**». Мы предпочитаем термин **«обратные рассуждения»,** ввиду того что он проще и получает все более широкое распространение, однако в других книгах по теории игр используется старый термин «обратная индукция». Вам следует просто запомнить, что они эквивалентны.

Когда все участники игры для выбора оптимальных стратегий применяют метод обратных рассуждений, такая совокупность стратегий в данной игре называется **равновесием обратных рассуждений**, а исход игры, обусловленный использованием этих стратегий, — *исходом равновесия обратных рассуждений*. В более сложных учебниках по теории игр эта концепция обозначается как *совершенное равновесие подыгры*; возможно, ваш преподаватель предпочитает именно этот термин. Мы приводим формальное объяснение и анализ совершенного равновесия подыгры в главе 6, но склоняемся к употреблению более простого и интуитивно понятного термина «равновесие обратных рассуждений». Теория игр предсказывает такой исход в качестве равновесия в игре с последовательными ходами, в которой все игроки становятся рациональными вычислителями в погоне за максимальным выигрышем. Далее в данной главе мы проанализируем, как этот прогноз подтверждается на практике. А пока вам следует знать, что во всех конечных играх с последовательными ходами, представленных в этой книге, есть по крайней мере одно равновесие обратных рассуждений. В действительности в большинстве игр присутствует в точности одно такое равновесие. И только в исключительных случаях, когда игрок получает одинаковые выигрыши в результате двух или более наборов ходов, а значит, не может отдать явное предпочтение ни одному из них, их может быть больше.

В игре «курение» равновесие обратных рассуждений наблюдается в случае, когда нынешняя Кармен выбирает стратегию «нет», а будущая Кармен — стратегию «продолжить». Когда нынешняя Кармен совершает оптимальное действие, пристрастившаяся к курению будущая Кармен вообще не появляется на свет, а значит, и не получает реальной возможности сделать ход. Однако призрачное присутствие будущей Кармен и стратегия, которую бы она предпочла, если бы нынешняя Кармен выбрала вариант «попробовать» и предоставила бы ей шанс сделать ход, — важный элемент игры, на самом деле являющийся ключевым в определении оптимального хода нынешней Кармен.

Итак, мы описали концепции дерева игры и анализа методом обратных рассуждений с помощью очень простых примеров, в которых решение было очевидным на основании словесных аргументов. А теперь перейдем к использованию этих концепций в более сложных ситуациях, когда выполнение вербального анализа усложняется, в связи с чем роль визуального анализа с помощью дерева игры возрастает.

3. Увеличение количества игроков

Действие методов, представленных в разделе 2 в самой простой ситуации с двумя игроками и двумя ходами, можно легко расширить, при этом деревья становятся более сложными, в них увеличивается количество ветвей, узлов и уровней, но основные концепции и метод обратных рассуждений не меняются. В данном разделе мы рассмотрим игру с тремя участниками, у каждого из которых есть два варианта выбора. С небольшими вариациями эта игра будет появляться во многих следующих главах.

Три игрока, Эмили, Нина и Талия, живут на одной маленькой улице. Каждую девушку попросили внести свой вклад в создание декоративного сада на месте пересечения улицы с автомагистралью. Окончательная площадь и пышность сада зависят от того, сколько участницы игры готовы в него вложить. Кроме того, хотя все три участницы были бы счастливы иметь такой сад (а его размер еще больше усилил бы это ощущение), ни одна из них не спешит с инвестициями из-за их размера.

Предположим, что если две или три участницы игры внесут свой вклад в создание сада, то этих ресурсов хватит для его закладки и последующего ухода за растениями, а сам сад будет весьма привлекательным и милым. Тем не менее, если всего одна из девушек или никто из них этого не сделают, сад будет скудным и неухоженным и не принесет радости людям. Таким образом, с точки зрения каждой участницы, существуют четыре разных исхода.

- Одна участница игры не инвестирует в сад, в отличие от двух остальных (что приводит к созданию привлекательного сада и позволяет ей сэкономить на вкладе).
- Одна участница игры инвестирует в сад, и остальные, одна или обе, — тоже (что приводит к созданию привлекательного сада, но не позволяет ей сэкономить на вкладе).
- Одна участница игры не инвестирует в сад, и только одна из двух оставшихся участниц вносит свой вклад (что приводит к созданию скудного сада, но позволяет ей сэкономить на вкладе).
- Одна участница игры инвестирует в сад, в отличие от двух остальных (что приводит к созданию скудного сада и не позволяет ей сэкономить на вкладе).

Очевидно, что первый из исходов — лучший, тогда как последний — худший. Мы хотим, чтобы более высокие показатели выигрышей соответствовали более благоприятным исходам, поэтому присваиваем первому исходу в списке выигрыш 4, а последнему — выигрыш 1. (Иногда выигрыши соответствуют порядковому номеру исхода в списке исходов. Следовательно, при наличии четырех исходов первый был бы лучшим, а четвертый — худшим, а меньшие числа обозначали бы более предпочтительные исходы. Читая книгу по теории игр, обратите особое внимание на то, какую систему обозначений выбрал автор; если вы пишете о теории игр, вам следует точно указать используемую систему обозначений.)

В двух средних исходах присутствует некоторая неоднозначность. Предположим, каждый игрок ценит привлекательный сад более высоко, чем собственный вклад в его создание. В таком случае исход, указанный в списке вторым, обеспечит выигрыш 3, а исход под номером три — выигрыш 2.

Допустим, участницы игры ходят поочередно. Эмили получает право первого хода и решает, инвестировать ли ей в сад. В свою очередь Нина, глядя на выбор Эмили, решает, стоит ли и ей так поступить. И наконец, Талия, оценив выбор Эмили и Нины, делает аналогичный выбор*.

На рис. 3.6 изображено дерево этой игры. Чтобы облегчить ее описание, мы обозначили узлы действия специальными символами. Эмили делает ход в начальном узле *a*, а ветви, соответствующие двум имеющимся у нее вариантам выбора («внести вклад» и «не вносить вклад»), ведут к узлам *b* и *c*. В каждом из них должна сделать ход Нина и выбрать один из представленных вариантов. Ее выбор приводит к узлам *d, e, f* и *g*, в каждом из которых наступает очередь Талии ходить. Имеющиеся у Талии варианты выбора приводят к восьми концевым узлам, где мы показываем выигрыш в таком порядке: (Эмили, Нина, Талия)**. Например, если Эмили решает инвестировать в создание сада, Нина нет, а Талия да, то красивый декоративный сад будет разбит и две участницы, внесшие вклад в его создание, получат выигрыш 3 каждая, а участница, которая решила сэкономить, — свой максимальный выигрыш 4. В данном случае список выигрышей выглядит так: (3, 4, 3).

Для того чтобы применить к этой игре метод обратных рассуждений, начнем с узлов действия, расположенных непосредственно перед концевыми узлами, а именно с узлов *d, e, f* и *g*. Талия делает ход в каждом из этих узлов. В узле *d* она сталкивается с ситуацией, когда и Эмили, и Нина вносят вклад в создание сада, то есть сад уже наверняка будет красивым, поэтому, выбрав вариант «не вносить вклад», Талия получает свой максимальный выигрыш 4, тогда как в противном

* В следующих главах мы внесем изменения в правила этой игры (в частности, в порядок ходов и выигрышей) и проанализируем, как они скажутся на ее исходе.

** Как было сказано в разделе 1, в играх с последовательными ходами обычно принято перечислять выигрыши в том порядке, в котором игроки делают ходы, однако при наличии неоднозначности или просто для ясности лучше задавать порядок перечисления выигрышей в явной форме.

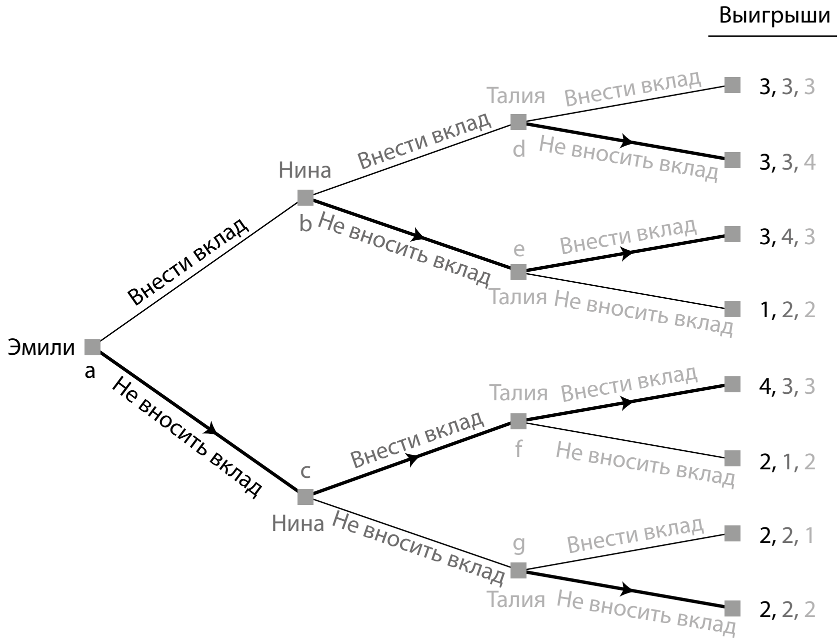


Рис. 3.6. Игра «уличный сад»

случае — следующий по размеру выигрыш 3. Стало быть, предпочтительный для Талии вариант выбора в данном узле — «не вносить вклад». Мы отображаем это путем выделения соответствующей ветви жирной линией и добавления к ней стрелки; любого из этих способов было бы достаточно для иллюстрации выбора Талии. В узле *e* Эмили выбрала вариант «внести вклад», а Нина — «не вносить», поэтому вклад Талии крайне важен для создания красивого сада. Талия получит выигрыш 3, если выберет «внести вклад», и 2 в результате отказа. Ее предпочтительный вариант выбора в узле *e* — «внести вклад». Аналогичным образом можно проверить выбор Талии в двух оставшихся узлах.

Теперь давайте вернемся немного назад и проанализируем предыдущий этап — а именно узлы *b* и *c*, в которых наступает очередь Нины выбирать. В узле *b* Эмили решила инвестировать в создание сада, поэтому Нина рассуждает так: «Если я выберу вариант “внести вклад”, это приведет игру в узел *d*, а там, насколько мне известно, Талия выберет “не вносить вклад”, и мой выигрыш составит 3. (Сад будет красивым, но я понесу убытки.) Если я выберу “не вносить вклад”, игра переместится в узел *e,* где, как мне известно, Талия выберет “внести вклад”, а мой выигрыш будет 4. (Сад будет красивым, а я сэкономлю на расходах.) Следовательно, я выбираю “не вносить вклад”». Аналогичные рассуждения показывают, что в узле *c* Нина предпочтет вариант «внести вклад».

И наконец, рассмотрим выбор Эмили в начальном узле *a*. Она может предвидеть последующий выбор как Нины, так и Талии и знает, что если выберет вариант «внести вклад», то Нина выберет «не вносить вклад», а Талия — «внести вклад». Если две участницы игры инвестируют в создание сада, он будет красивым, но Эмили понесет издержки, а значит, ее выигрыш составит 3. Если Эмили предпочтет «не вносить вклад», то в двух следующих друг за другом узлах будет выбран вариант «внести вклад», и при наличии красивого сада и отсутствии издержек ее выигрыш составит 4. Таким образом, оптимальный выбор Эмили в узле *a* — «не вносить вклад».

Теперь подвести итоги анализа игры «уличный сад» методом обратных рассуждений не составит труда. Эмили выберет вариант «не вносить вклад», затем Нина — «внести вклад» и наконец Талия — тоже «внести вклад». Такая последовательность выбора образует конкретный **путь игры** на данном дереве, который проходит по нижней ветви, исходящей из начального узла, а затем по верхним ветвям в каждом из двух идущих друг за другом следующих узлов, *c* и *f*. На рис. 3.6 этот путь игры легко отследить как непрерывную последовательность стрелок, пролегающую от начального до пятого концевого узла, если вести отсчет от верхней части дерева. Выигрыши, которые получат участницы игры, показаны в концевом узле.

Анализ методом обратных рассуждений прост и привлекателен. Мы бы хотели подчеркнуть его некоторые особенности. Во-первых, обратите внимание, что на **равновесном пути игры** с последовательными ходами отсутствует большинство ветвей и узлов. Однако вычисление лучших действий, которые следовало бы предпринять, если бы игра все же их достигла, — важная часть процесса поиска окончательного равновесия. Выбор на ранних этапах игры ее участницы делают под влиянием своих ожиданий в отношении того, что произойдет, если они выберут действие, отличающееся от оптимального, а также что бы произошло, если бы любая из оставшихся участниц игры предпочла нечто иное, чем то, что является для нее лучшим. Эти ожидания, основанные на прогнозируемых вариантах выбора в узлах, расположенных вне равновесного пути игры (то есть в узлах, которые соответствуют ветвям, отсеченным в процессе анализа методом обратных рассуждений), позволяют участницам игры совершать оптимальные действия в каждом узле. Например, предпочтительный выбор Эмили «не вносить вклад», сделанный в первом узле, обусловлен пониманием того, что если она выберет вариант «внести вклад», то Нина выберет «не вносить вклад», после чего Талия решит «внести вклад»; эта последовательность обеспечит Эмили выигрыш 3 вместо выигрыша 4, который она могла бы получить, указав вариант «не вносить вклад» на первом ходе.

Равновесие обратных рассуждений обеспечивает полное описание всего процесса анализа посредством формулировки оптимальной *стратегии* для каждого игрока. Мы уже отмечали, что стратегия — это исчерпывающий план действий. Эмили делает первый ход, имея два варианта выбора, а значит, ее стратегия достаточно проста и фактически сводится к одному ходу. Но Нина, которая ходит второй, действует уже в каком-то из двух узлов: в одном — если Эмили выбрала вариант «внести вклад», и в другом — если Эмили предпочла «не вносить вклад». В исчерпывающем плане Нины должны быть указаны действия в каждом из этих случаев. Один такой план, или стратегия, может быть следующим: «Выбрать “внести вклад”, если Эмили выбрала “внести вклад”, и “не вносить вклад”, если Эмили его не вносит». Благодаря анализу методом обратных рассуждений мы знаем, что Нина не выберет эту стратегию, но на данном этапе нам необходимо описать все доступные стратегии, из которых Нина сможет выбирать согласно правилам игры. Мы можем сократить их описание, используя обозначение «В» вместо «внести вклад» и «Н» вместо «не вносить вклад». В результате вышеупомянутую стратегию можно представить так: «В, если Эмили выберет В, а значит, игра перейдет в узел *b*; Н, если Эмили выберет Н и игра перейдет в узел *c*», или еще проще: «В в *b*, Н в *c*», или даже «ВН», если обстоятельства, при которых выбирается каждое из указанных действий, очевидны или разъяснены ранее. Теперь легко увидеть, что поскольку у Нины по два варианта выбора в каждом из двух узлов, в которых она может действовать, в ее распоряжении находятся четыре плана действий, или стратегии: «В в *b*, В в *c*»; «В в *b*, Н в *c*»; «Н в *b*, В в *c*» и «Н в *b*, Н в *c*», или «ВВ», «ВН», «НВ» и «НН». Анализ методом обратных рассуждений, а также стрелки в узлах *b* и *c* на рис. 3.6 показывают, что оптимальная стратегия Нины — «НВ».

В случае Талии ситуация усложняется. Когда наступит ее черед, история игры может представлять собой любой из четырех возможных вариантов. Очередь действовать переходит к Талии в одном из четырех узлов дерева: один после выбора Эмили В и Нины В (узел *d*); второй после В Эмили и Н Нины (узел *e*); третий после Н Эмили и В Нины (узел *f*) и четвертый после Н и Эмили, и Нины (узел *g*). Каждая из стратегий (или исчерпывающих планов действий) Талии должна определять одно из двух действий по каждому из этих четырех сценариев или одно из двух действий в каждом из возможных узлов действия. При наличии четырех узлов, в которых необходимо указать действие, и двух действий, из которых следует выбрать одно в каждом узле, существует 2 × 2 × 2 × 2, или 16, вероятных комбинаций действий. Следовательно, в распоряжении Талии 16 доступных стратегий. Одну из них можно было бы записать так:

«В в *d*, Н в *e*, Н в *f*, В в *g*», или для краткости «ВННВ»

Здесь мы зафиксировали последовательность четырех сценариев (историй ходов Эмили и Нины) в порядке расположения узлов *d, e, f* и *g*. Далее с помощью такой же сокращенной формы записи можно составить полный список всех 16 находящихся в распоряжении Талии стратегий:

ВВВВ, ВВВН, ВВНВ, ВВНН, ВНВВ, ВНВН, ВННВ, ВННН, НВВВ,
НВВН, НВНВ, НВНН, ННВВ, ННВН, НННВ, НННН.

Анализ методом обратных рассуждений дерева игры на рис. 3.6, а также стрелки в узлах *d, e, f* и *g* показывают, что оптимальная стратегия Талии — НВВН.

Теперь выводы нашего анализа методом обратных рассуждений можно представить в виде описания стратегического выбора, сделанного каждой участницей игры: Эмили выберет Н из двух имеющихся у нее стратегий, Нина — НВ из четырех доступных стратегий, а Талия — НВВН из шестнадцати стратегий. Когда каждая из участниц анализирует следующие ветви и узлы дерева игры, чтобы составить прогноз конечных результатов текущих действий, она вычисляет оптимальные стратегии других участниц игры. Эта конфигурация стратегий (Н в случае Эмили, НВ — Нины и НВВН — Талии) представляет собой равновесие в данной игре, полученное методом обратных рассуждений.

Мы можем объединить оптимальные стратегии участниц игры, чтобы найти фактический путь игры, который приведет к равновесию обратных рассуждений. Эмили начнет с выбора Н. Нина, придерживаясь своей стратегии НВ, выберет в ответ на действие Эмили Н действие В. (Помните: стратегия НВ Нины означает «выбрать Н, если Эмили выбрала В, и В, если Эмили предпочла Н».) Согласно принятой нами договоренности, фактическое действие Талии после Н Эмили и В Нины (из узла *f*) обозначается третьей буквой в нашем четырехбуквенном описании ее стратегий. Поскольку оптимальная стратегия Талии — НВВН, ее действие по пути игры — В. Таким образом, фактический путь игры состоит из действия Н, выбранного Эмили, и действия В, сделанного Ниной и Талией.

В итоге мы имеем три разные концепции:

1. Список доступных стратегий для каждого игрока, который, особенно для игроков, вступающих в игру на более поздних этапах, может быть очень длинным, поскольку необходимо перечислить их действия в ситуациях, соответствующих всем возможным предыдущим ходам других игроков.
2. Оптимальная стратегия, или исчерпывающий план действий, для каждого игрока. Эта стратегия должна описывать лучший выбор игрока в каждом узле, в котором, согласно правилам игры, игрок делает ход, даже если

многие из этих узлов так и не будут достигнуты на фактическом пути игры. По сути, такое описание — это прогноз игроков, сделавших предыдущие ходы, относительно того, что бы произошло, если бы они предприняли другие действия, а значит, оно представляет собой важную часть определения их наилучших действий в предыдущих узлах. Совокупность оптимальных стратегий всех игроков образует равновесие обратных рассуждений.

3. Фактический путь игры в равновесии обратных рассуждений, найденный посредством объединения оптимальных стратегий всех игроков.

4. Преимущества порядка

В равновесии обратных рассуждений в игре «уличный сад» Эмили получает наилучший исход (выигрыш 4) благодаря возможности сделать первый ход. Решив не вносить вклад в создание сада, Эмили перекладывает бремя ответственности на двух других участниц игры, каждая из которых может получить следующий лучший исход только при условии, что обе выберут вариант «внести вклад». Большинство людей, не имеющих опыта ведения стратегических игр, придерживаются мнения, будто **преимущество первого хода** должно присутствовать во всех играх. Однако это не так. Во многих играх второй ход более выигрышный. Представьте себе стратегическое взаимодействие между двумя компаниями, продающими аналогичные товары по каталогам, скажем, Land's End и L.L. Bean. Если бы одна из них выпустила каталог первой, вторая еще до выпуска своего каталога обрела бы шанс узнать, какие цены установила первая компания, и смогла бы предложить на свои товары более низкие цены, получив в результате огромное конкурентное преимущество.

Преимущество первого хода зависит от способности игрока взять на себя обязательство в связи с выгодной позицией и вынудить других игроков приспосабливаться к нему; **преимущество второго хода** обусловлено гибкостью адаптации игрока, делающего ход вторым, к выбору других игроков. Что важнее в той или иной игре, обязательство или гибкость, определяется ее конкретной конфигурацией стратегий и выигрышей; общего правила здесь нет. На протяжении всей книги мы будем встречать примеры преимуществ обоих типов. Основная мысль (противоречащая общепринятому мнению) состоит в том, что преимущество не всегда получает игрок, который ходит первым. И она настолько важна, что мы сочли необходимым подчеркнуть ее с самого начала.

Когда в игре есть преимущество первого или второго хода, каждый игрок может попытаться манипулировать порядком игры, чтобы обеспечить себе выгодную позицию. Тактические приемы такой манипуляции — это стратегические ходы, которые мы рассмотрим в главе 9.

5. Увеличение количества ходов

В разделе 3 мы говорили о том, что увеличение количества игроков усложняет анализ игр с последовательными ходами. В данном разделе мы рассмотрим еще один тип сложности, возникающий в результате добавления в игру дополнительных ходов. Самый простой способ сделать это в игре с двумя участниками — разрешить им чередовать ходы более одного раза. В итоге дерево игры разрастается таким же образом, как и дерево игры со многими участниками, но последующие ходы делают те же игроки, что и на более ранних этапах игры.

Многие широко распространенные игры, такие как крестики-нолики, шашки и шахматы, и есть стратегические игры с двумя участниками и чередующимися последовательными ходами. Использование дерева игры и анализа методом обратных рассуждений теоретически позволяет их «решить», то есть определить равновесный исход игры методом обратных рассуждений, а также равновесные стратегии, обеспечивающие такой исход. К сожалению, по мере того как игра усложняется, а стратегии становятся все запутаннее, поиск оптимальной стратегии тоже затрудняется. В таких случаях на помощь приходят стандартные компьютерные программы вроде упомянутой в главе 2 Gambit.

А. Крестики-нолики

Начнем с игры в крестики-нолики, самой простой из вышеупомянутых, и рассмотрим ее более легкий вариант, в котором каждый из двух игроков (X и 0) пытается первым заполнить двумя своими символами любой столбец, ряд или диагональ в игре на поле два на два. У первого игрока четыре возможных действия или позиции, в которых он может поставить крестик. Второй игрок имеет три возможных действия в каждом из четырех узлов принятия решений. Когда первый игрок получает право сделать второй ход, у него есть два варианта действия в каждом из 12 (4 × 3) узлов принятия решений. Как показано на рис. 3.7, даже у этой мини-игры в крестики-нолики очень сложное дерево игры. Хотя на самом деле оно не такое уж сложное, поскольку игра гарантированно закончится, после того как первый игрок сделает второй ход. Тем не менее на этом дереве 24 концевых узла, и их необходимо проанализировать.

Это дерево служит здесь иллюстрацией того, насколько сложным может быть дерево даже в случае простых (или упрощенных) игр. Как оказалось, применение метода обратных рассуждений к анализу мини-игры в крестики-нолики позволяет быстро найти равновесие. Из такого анализа следует, что любой выбор первого игрока на втором ходе приводит к одному и тому же исходу игры. Здесь нет оптимального действия; любой ход так же хорош, как и остальные. Стало быть, когда

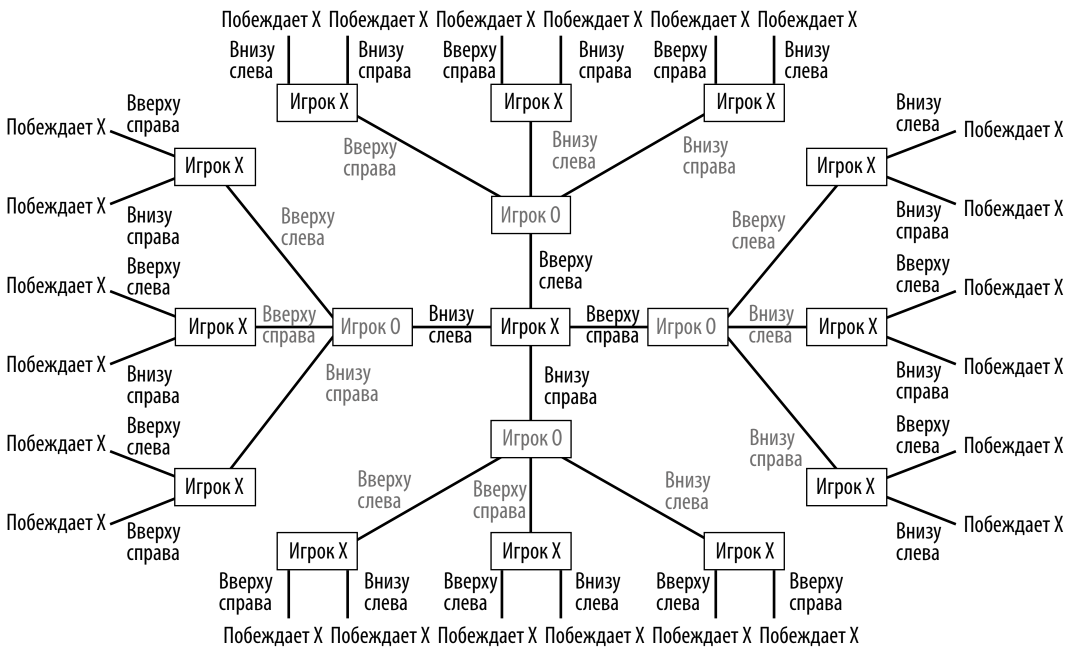


Рис. 3.7. Сложное дерево простой игры в крестики-нолики на поле два на два

второй игрок делает первый ход, он тоже видит, что любой возможный ход даст тот же результат, поэтому может с одинаковым успехом выбрать любой из трех вариантов в каждом из четырех узлов принятия решений. И наконец, то же самое верно и для первого игрока, делающего первый ход: любой вариант выбора равноценен остальным вариантам, а значит, он гарантированно победит в игре.

Хотя у этой версии игры в крестики-нолики весьма занимательное дерево, ее решение не представляет особого интереса. Первый игрок всегда выигрывает, поэтому выбор, сделанный обоими игроками, никак не влияет на конечный результат. Многим из нас больше знакома версия «три на три» игры в крестики-нолики. Для того чтобы проиллюстрировать ее деревом игры, нам пришлось бы показать, что первый игрок имеет девять возможных действий в начальном узле, у второго игрока восемь вариантов действий в каждом из девяти узлов принятия решения. На втором ходе у первого игрока семь возможных действий в каждом из $8 \times 9 = 72$ узлов, тогда как у второго игрока на втором ходе — шесть возможных действий в каждом из $7 \times 8 \times 9 = 504$ узлов. Эта закономерность продолжается до тех пор, пока дерево не прекратит стремительно разрастаться, поскольку определенные комбинации ходов приводят к победе первого игрока, после чего игра заканчивается. Однако минимум до пятого хода победа невозможна. Для того чтобы нарисовать полное дерево этой игры, понадобится огромный лист бумаги или очень мелкий почерк.

Однако большинство из вас знают, как в худшем случае добиться хотя бы ничьей в игре в крестики-нолики на поле три на три. Так что есть простое решение этой игры, которое можно найти посредством обратных рассуждений, и истинный стратег способен существенно снизить сложность игры в ходе его поисков. Оказывается, как и в версии игры «два на два», многие возможные пути на дереве игры со стратегической точки зрения идентичны. В частности, девять начальных ходов могут быть только трех типов: вы ставите крестик на угловую позицию (четыре возможных варианта), на боковую позицию (также четыре возможных варианта) и на центральную позицию (один вариант). Использование этого метода для упрощения дерева игры поможет снизить уровень сложности задачи и приведет вас к описанию оптимальной равновесной стратегии, полученной методом обратных рассуждений. К примеру, мы могли бы показать, что игрок, который ходит вторым, может гарантированно добиться как минимум ничьей, сделав надлежащий первый ход и постоянно блокируя в дальнейшем попытки первого игрока выставить три символа в ряд*.

Б. Шахматы

Хотя сравнительно простые игры, такие как крестики-нолики, решаемы методом обратных рассуждений, выше мы показали, насколько быстро повышается сложность дерева игры даже в играх с двумя участниками. Поэтому при анализе более сложных игр вроде шахмат находить полное решение становится гораздо труднее.

В шахматах в распоряжении игроков (условно называемых «белые» и «черные») имеются наборы из 16 фигур разной формы, которые передвигаются по шахматной доске восемь на восемь клеток (рис. 3.8) в соответствии с заданными правилами**. Белые ходят первыми, черные — вторыми, и так далее по очереди. Все ходы видны другому игроку, и ничего не оставлено на волю случая, как в карточных играх, где карты перетасовываются и сдаются. Кроме того, шахматная партия должна заканчиваться за конечное число ходов. Согласно правилам, при троекратном повторении одной и той же позиции в течение игры объявляется ничья. Ввиду наличия конечного количества способов разместить 32 фигуры (или меньше, если некоторые

* Если первый игрок ставит первый символ на центральную позицию, второй игрок должен поставить первый символ на угловую позицию. Далее второй игрок может обеспечить ничью, заняв третью позицию в любом ряду, столбце или диагонали, которую пытается заполнить первый игрок. Если первый игрок сначала ставит символ на угловую или боковую позицию, то второй игрок может гарантировать ничью, сперва поставив свой символ в центр, а затем придерживаясь того же метода блокирования. Обратите внимание, что если первый игрок выбирает угловую позицию, второй игрок — центральную позицию, а затем первый игрок выбирает угол, противоположный первоначальному ходу, то второй игрок не должен выбирать оставшиеся углы, чтобы обеспечить хотя бы ничью. Подробное описание такой исчерпывающей условной стратегии в игре крестики-нолики можно найти в онлайн-комиксе на странице http://xkcd.com/832/.

** Описание правил игры в шахматы и много другой информации о шахматах можно найти в «Википедии».

фигуры побиты) на 64 клетках шахматной доски, партия не может продолжаться бесконечно долго без возникновения подобной ситуации. Поэтому в принципе шахматы поддаются полному анализу методом обратных рассуждений.

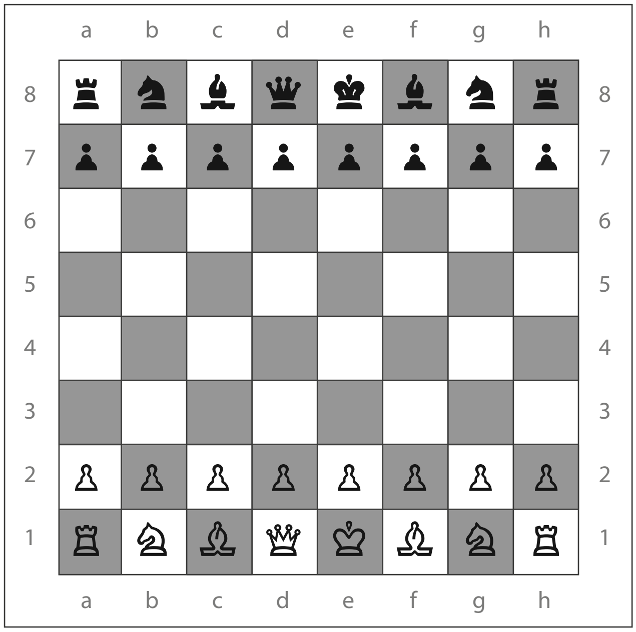


Рис. 3.8. Шахматная доска

Однако этот анализ так и не проведен. Шахматы не «решены» так, как в свое время крестики-нолики, а причина в том, что, несмотря на простоту правил, шахматы — чрезвычайно сложная игра. Из начальной позиции набора фигур, показанных на рис. 3.8, белые могут сделать любой из 20 ходов*, а черные — ответить любым из 20 ходов. Следовательно, из первого узла исходят 20 ветвей, каждая ведет ко второму узлу, из которого исходят еще 20 ветвей. Всего после двух ходов образуется 400 ветвей, и каждая ведет к узлу, из которого исходят очередные ветви. Общее же количество возможных ходов в шахматах составляет, по примерным оценкам, 10^{120}, то есть единицу со 120 нулями. Суперкомпьютеру, в тысячу раз превышающему ваш ПК по быстродействию и выполняющему один триллион операций в секунду, понадобилось бы более 10^{100} лет, чтобы проверить все ходы**.

* Белые могут сделать ход любой из восьми пешек либо на одну, либо на две клетки вперед или одним из двух коней (на клетки a3, c3, f3 или h3).

** Это можно было бы сделать только один раз, поскольку как только игра была бы решена, любой желающий мог бы воспользоваться этим решением и никому не было бы необходимости играть на самом деле. В таком случае все знали бы, выиграют ли белые или смогут ли черные добиться ничьей. Игроки бросили бы монету, чтобы решить, кто играет белыми, а кто черными. После этого игрокам был бы известен исход игры, поэтому они пожали бы друг другу руки и разошлись по домам.

Астрономы отводят нам менее 10^{10} лет до того момента, когда Солнце превратится в красный гигант и поглотит Землю.

Получается, что хотя для игры в шахматы теоретически можно найти всеобъемлющее решение методом обратных рассуждений, ее полное дерево может оказаться слишком сложным для того, чтобы реализовать такое решение на практике. Что делать игроку в данной ситуации? Знакомство с историей попыток запрограммировать компьютер на игру в шахматы поможет нам многое об этом узнать.

Когда стало ясно, что компьютеры способны выполнять сложные вычисления в науке и бизнесе, многие математики и программисты решили, что вскоре компьютерная шахматная программа победит именитых гроссмейстеров. Но это произошло не так быстро, хотя компьютерные технологии развивались стремительными темпами, тогда как человеческое мышление несколько поотстало. В конце концов в декабре 1992 года немецкая компьютерная программа под названием Fritz2 выиграла у чемпиона мира Гарри Каспарова несколько блицпартий. Согласно обычным правилам, каждому игроку предоставляется 2,5 часа на выполнение 40 ходов, и люди дольше удерживали превосходство. Команда специалистов, финансируемая компанией IBM, вложила немало усилий и ресурсов в разработку специализированного компьютера (получившего название Deep Blue) для игры в шахматы и соответствующего программного обеспечения. В феврале 1996 года Deep Blue выступил в роли противника Гарри Каспарова в матче из шести партий и произвел сенсацию, выиграв первую партию, но Каспаров быстро выявил его слабые места, улучшил контрстратегии и мастерски выиграл остальные партии. На протяжении следующих 15 месяцев команда IBM совершенствовала аппаратное и программное обеспечение компьютера, после чего в мае 1997 года модифицированный Deep Blue выиграл у Каспарова очередной матч из шести партий.

Таким образом, развитие компьютерных технологий характеризовалось сочетанием периодов медленного поэтапного улучшения и ряда стремительных рывков, в то время как люди, сохранив определенное превосходство, не смогли перестроиться настолько быстро, чтобы удержать передовые позиции. При ближайшем рассмотрении оказалось, что люди и компьютеры используют абсолютно разные подходы к анализу очень сложного дерева игры в шахматы.

При обдумывании хода в шахматах крайне трудно (для обоих: и людей, и компьютеров) заранее предвидеть исход игры. Но как насчет того, чтобы просчитать часть ходов, скажем 5–10, вперед и проанализировать игру в обратном порядке из этой позиции? Игра необязательно должна закончиться в рамках этого ограниченного периода; иными словами, узлы, которых вы достигнете через 5–10 ходов, не будут концевыми. Однако в соответствии с правилами игры выигрыши указываются только для концевых узлов. Следовательно, необходим некий косвенный способ присвоения правдоподобных выигрышей неконцевым узлам, поскольку вы не можете проанализировать все дерево игры методом обратных рассуждений с самого конца. Правило, согласно которому присваиваются промежуточные выигрыши, называется **функцией промежуточной оценки**.

В шахматах и люди, и компьютерные программы используют такой частичный упреждающий анализ в сочетании с функцией промежуточной оценки. Классический метод присваивает определенные значения каждой фигуре, а также позиционным и комбинационным преимуществам, которые могут возникнуть в процессе игры. Количественная оценка значений для различных позиций производится на основе опыта игры, накопленного всем шахматным сообществом в ходе прошлых партий, начинавшихся с соответствующих позиций или комбинаций; этот опыт называется знанием. Сумма всех числовых значений, закрепленных за шахматными фигурами и их комбинациями на той или иной позиции, и есть ее промежуточная оценка. Целесообразность хода определяется по оценке позиции, на которую предположительно выйдет игра после точного упреждающего вычисления конкретного количества (например, пяти или шести) ходов.

Дальше всего оценка промежуточных позиций продвинулась в отношении дебютов, то есть первой дюжины ходов игры. Каждый отдельно взятый дебют может привести к любому из огромного множества дальнейших ходов и позиций, однако опыт позволяет игрокам делать вывод о том, какой дебют с определенной степенью вероятности более выгоден для того или иного игрока. Эта информация записана в объемных книгах о шахматных дебютах; все шахматисты высокого класса и компьютерные программы помнят и используют эти знания.

На последних стадиях игры, когда на доске остается всего несколько фигур, сам процесс обратных рассуждений зачастую достаточно прост, чтобы быть выполнимым, и достаточно полон, чтобы дать исчерпывающий ответ. Труднее всего проанализировать миттельшпиль (середину игры), когда позиции развились до того уровня сложности, который не упростится за несколько ходов. Для поиска удачного хода из такой позиции хорошо проработанная функция промежуточной оценки может быть более значимой, чем способность рассчитать игру еще на несколько ходов вперед.

Именно на стадии миттельшпиля на первый план выходит искусство игры в шахматы. У лучших шахматистов развивается интуиция, которая позволяет им распознавать хорошие возможности и избегать скрытых ловушек на уровне, с которым компьютерным программам сложно конкурировать. Программисты обнаружили, что в большинстве случаев компьютеры трудно обучить тем навыкам распознавания образов, которые люди развивают и используют инстинктивно, — например, когда они узнают лица и связывают их с именами. Искусство ведения игры на стадии миттельшпиля в шахматах — это распознавание и оценка комбинаций столь же загадочным способом. Именно в этом состояло самое большое преимущество Каспарова перед Fritz2 или Deep Blue. Это также объясняет, почему компьютерные программы показывают более высокие результаты в игре с людьми в блицпартиях или партиях с ограниченным временем обдумывания ходов: человеку просто не хватает времени, чтобы применить свое искусство ведения игры на стадии миттельшпиля.

Иными словами, лучшие шахматисты обладают филигранным знанием шахмат, основанным на опыте или способности распознавать образы, что предоставляет в их распоряжение более эффективную функцию промежуточной оценки. Компьютеры доминируют в области вычислений методом грубой силы. Таким образом, хотя в настоящее время и люди, и компьютеры используют сочетание упреждающей и промежуточной оценки, они применяют их в разных пропорциях: шахматисты просчитывают наперед не так много ходов, но располагают более развитой функцией промежуточной оценки на основании знаний; компьютеры имеют менее развитые функции оценки, но могут просчитывать наперед гораздо больше ходов благодаря огромной вычислительной мощности.

В последнее время компьютеры начали накапливать больше знаний. В процессе модификации Deep Blue в 1996–1997 годах специалисты IBM заручились поддержкой экспертов по шахматам для улучшения функции промежуточной оценки в своих программах. Консультанты много раз играли в шахматы с компьютером, отмечали его слабые места и подсказывали, как изменить функцию оценки, чтобы устранить дефекты. Deep Blue явно пошел на пользу вклад экспертов и их тонкое мышление, ставшее результатом многолетнего опыта и знания сложных взаимосвязей между фигурами на шахматной доске.

Если люди, постепенно формулируя свои глубинные знания, передают их компьютерам, то на что рассчитывать шахматистам, не получающим от ПК аналогичной помощи? В момент первой встречи с Deep Blue в 1997 году Каспаров был поражен человеческим или даже сверхчеловеческим качеством игры компьютера. Он даже увидел в одном из его ходов «руку Бога». А ведь ситуация может усугубиться еще сильнее: способность компьютеров просчитывать ходы методом грубой силы стремительно повышается, причем одновременно, хотя и медленнее, они обретают тонкость мышления, свойственную человеку.

Абстрактная теория шахмат гласит, что это конечная игра, которая может быть решена методом обратных рассуждений. Шахматы зачастую требуют искусства ведения игры, опирающегося на опыт, интуицию и тонкие суждения. Плохо ли это с точки зрения использования метода обратных рассуждений в процессе анализа игр с последовательными ходами? Мы считаем, что нет. Теория действительно не позволяет найти полное решение игры в шахматы, но дает возможность достаточно далеко продвинуться в этом направлении. Упреждающий анализ нескольких ходов — важный аспект подхода, подразумевающий сочетание просчета ходов методом грубой силы и основанной на знаниях оценки промежуточных позиций. По мере увеличения вычислительной мощности компьютеров будет возрастать и роль просчитывания ходов методом грубой силы, а значит, и область применения теории обратных рассуждений.

Данные исследований игры в шашки, о чем мы расскажем ниже, говорят о том, что решение игры в шахматы все же может быть найдено.

B. Шашки

Невероятное количество компьютерных и человеко-часов ушло на поиск решения игры в шахматы. С не меньшим упорством исследователи работали и над решением несколько более простой игры — в шашки, и в 2007 году объявили, что оно найдено*.

Шашки — еще одна игра с двумя участниками, в которую играют на доске восемь на восемь клеток. Каждый игрок имеет по 12 круглых фигур, или шашек, разного цвета (рис. 3.9), и игроки по очереди передвигают их по диагонали, перепрыгивая

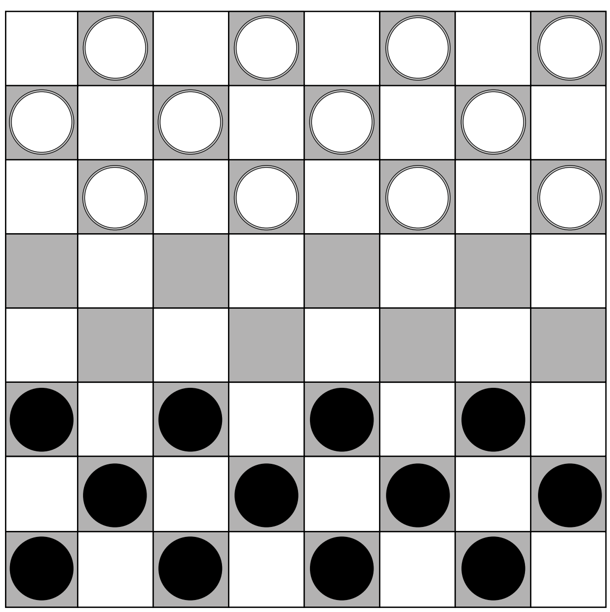


Рис. 3.9. Шашки

* Наш рассказ основан на следующих статьях, опубликованных в журнале Science: Adrian Cho, Program Proves That Checkers, Perfectly Played, Is a No-Win Situation, Science, vol. 317 (July 20, 2007), pp. 308–309; Jonathan Schaeffer et al., Checkers Is Solved, Science, vol. 317 (September 14, 2007), pp. 1518–22.

(и захватывая) шашки противника, когда это возможно. Как и в шахматах, игра заканчивается и игрок А выигрывает, если у игрока Б не остается шашек или ему некуда ходить. Кроме того, партия может завершиться вничью, если оба игрока согласятся, что ни один из них не может победить.

Хотя сложность шашек меркнет на фоне шахмат (количество вероятных позиций в шашках приблизительно равно квадратному корню из количества позиций в шахматах), существует 5×10^{20} возможных позиций, так что о построении дерева игры не может быть и речи. Если исходить из здравого смысла и результатов чемпионатов мира по шашкам за многие годы, то хорошая игра должна приводить к ничьей, но это не было доказано. Однако спустя какое-то время программисту из Канады все же удалось получить такое доказательство — компьютерную программу Chinook, которая способна обеспечить гарантированную ничью.

Chinook появилась в 1989 году, а в 1992-м впервые сразилась с чемпионом мира по шашкам Марионом Тинсли (проиграв со счетом 4:2 при 33 ничьих), а затем еще раз в 1994 году (когда во время серии ничьих у Тинсли пошатнулось здоровье). В период с 1997 по 2001 год работа над программой была приостановлена, поскольку ее создатели ждали усовершенствования компьютерных технологий. И наконец весной 2007 года Chinook продемонстрировала беспроигрышный алгоритм игры в шашки, использующий комбинацию анализа методом обратных рассуждений с конца игры и прямого анализа игры с исходной позиции наряду с эквивалентом функции промежуточной оценки для отслеживания лучших ходов в базе данных, включающей все возможные позиции на доске.

Создатели Chinook называют полную игру в шашки «слабо решенной»; они знают, что могут обеспечить ничью, и у них есть стратегия ее достижения с исходной позиции. Для всех 39×10^{12} возможных позиций с наличием 10 или менее шашек на доске они описывают игру как «строго решенную». В этом случае они знают, что могут не только сыграть вничью, но и достичь ее из любой позиции, сформировавшейся после того, как на доске останется не более 10 шашек. Этот алгоритм сначала решил эндшпиль с 10 шашками, а затем вернулся к началу игры, чтобы найти те ее пути, на которых оба игрока делают оптимальный выбор. Механизм поиска, включающий комплексную систему оценки каждой промежуточной позиции, неизбежно приводил к тем позициям с 10 шашками, которые гарантировали ничью.

Следовательно, наша надежда на будущее анализа методом обратных рассуждений небеспочвенна. Мы знаем, что в действительно простых играх можем найти равновесие посредством вербальных рассуждений без необходимости рисовать дерево игры в явной форме. В играх среднего уровня сложности процесс вербальных размышлений затрудняется, но можно нарисовать дерево игры и использовать его в ходе анализа методом обратных рассуждений. Иногда при анализе дерева игры умеренной сложности имеет смысл прибегнуть к помощи компьютера. В более сложных играх, таких как шашки и шахматы, мы можем нарисовать только часть дерева игры, поэтому должны применять сочетание двух методов: 1) просчет ходов, строящийся на логике обратных рассуждений; 2) эмпирическая оценка промежуточных позиций на основе опыта. Вычислительные возможности существующих алгоритмов подтверждают тот факт, что даже некоторые игры этой категории поддаются решению при наличии соответствующего времени и ресурсов.

К счастью, большинство стратегических игр, с которыми мы сталкиваемся в области экономики, политики, спорта, бизнеса и в повседневной жизни, гораздо проще по сравнению с шахматами или даже шашками. В них может быть несколько игроков, которые ходят по несколько раз, и даже большое количество игроков и большое количество ходов. Однако у нас есть шанс нарисовать приемлемое дерево для игр, последовательных по своей сути. Логика обратных рассуждений остается в силе; и часто так бывает, что стоит вам освоить этот метод, и вы легко выполняете необходимый логический анализ и решаете игру даже без построения дерева игры в явной форме. Кроме того, именно на этом промежуточном уровне сложности (между простыми примерами, которые мы решили в данной главе, и нерешенными играми вроде шахмат) могут пригодиться такие компьютерные программы, как Gambit; это открывает перспективу применения теории к решению многих игр на практике.

6. Фактические данные, касающиеся метода обратных рассуждений

Насколько хорошо фактические участники игр с последовательными ходами выполняют вычисления в рамках анализа методом обратных рассуждений? Таких систематизированных данных крайне мало, но аудиторные и научно-исследовательские эксперименты с некоторыми играми привели к результатам, на первый взгляд противоречащим прогнозам теории. Ряд экспериментов имеют весьма интересные последствия для стратегического анализа игр с последовательными ходами.

Например, в ходе многих экспериментов разыгрывалась состоящая из одного раунда переговорная игра, где двух игроков, А и Б, выбирали из группы студентов или добровольцев. Затем экспериментатор давал им один доллар или другую оговоренную сумму, которую следовало разделить между двумя игроками по следующей схеме: игрок А предлагает, скажем, вариант «75 центов мне и 25 центов игроку Б». Если Б принимает это предложение, то доллар делится именно так, если отклоняет, то никто ничего не получает.

В данном случае анализ методом обратных рассуждений говорит о том, что игроку Б следует принять любую сумму, какой бы маленькой она ни была, поскольку альтернатива еще хуже (то есть 0), и исходя из этого игрок А вообще должен предложить «99 центов мне и 1 цент Б». Однако подобного исхода почти никогда не бывает. Большинство игроков, выступающих в роли игрока А, предлагают более справедливое, близкое к равному разделение суммы. На самом деле 50:50 — самый распространенный вариант. Мало того, большинство участников, будучи в роли игрока Б, отклоняют предложения, оставляющие им менее 25% от общей суммы, и уходят ни с чем, а некоторые отвергают даже 40%*.

Многие специалисты по теории игр не согласны, что эти выводы подрывают теорию, аргументируя свою точку зрения примерно так: «Эти суммы настолько малы, что разум игроков воспринимает происходящее как нечто тривиальное. Игрок Б теряет 25 или 40 центов, что практически равно нулю, но при этом, возможно, испытывает определенное удовлетворение от того, что отказался от столь унизительного предложения. Если бы на кону стояла тысяча долларов и 25% составляли бы приличную сумму, то любой игрок Б принял бы такое предложение». Но этот аргумент нельзя считать бесспорным. Эксперименты с гораздо более высокими ставками демонстрируют аналогичные результаты. В Индонезии, например, оперировали суммами, не очень большими в долларах, но составлявшими трехмесячный заработок участников экспериментов. И тем не менее их результаты не показали явной склонности игроков А делать предложения о менее равноценном дележе общей суммы, хотя по мере ее увеличения игроки Б были готовы принимать несколько меньшую долю. Аналогичные эксперименты, проведенные в Словацкой Республике, доказали, что серьезное изменение выигрышей не влияет на поведение неопытных игроков**.

Как правило, у участников подобных экспериментов нет ни базовых знаний в области теории игр, ни специальных вычислительных навыков. Но это чрезвычайно простая игра, и наверняка даже самый неопытный игрок может ее

* Дэвид Рейли впервые столкнулся с этой игрой, учась в магистратуре. Он был поражен тем, что, когда предложил другому студенту магистратуры, изучавшему экономику, разделить 100 долларов в соотношении 90:10, тот отказался. Подробное описание этой игры и других игр подобного рода можно найти здесь: Richard H. Thaler, Anomalies: The Ultimate Game, Journal of Economic Perspectives, vol. 2, no. 4 (Fall 1988), pp. 195–206; Douglas D. Davis and Charles A. Holt, Experimental Economics (Princeton: Princeton University Press, 1993), pp. 263–69.

** Отчет о результатах индонезийских экспериментов можно найти здесь: Lisa Cameron, Raising the Stakes in the Ultimatum Game: Experimental Evidence from Indonesia, Economic Inquiry, vol. 37, no. 1 (January 1999), pp. 47–59. Роберт Слоним и Элвин Рот опубликовали выводы, аналогичные выводам Кэмерон, но также они обнаружили, что по мере увеличения выигрышей игроки реже отклоняют предложения (во всех раундах игры). См. Robert Slonim and Alvin Roth, Learning in High Stakes Ultimatum Games: An Experiment in the Slovak Republic, Econometrica, vol. 66, no. 3 (May 1998), pp. 569–96.

проанализировать посредством обратных рассуждений, а ответы на прямые вопросы, поставленные после эксперимента, обычно говорят о том, что большинство его участников действительно делают это. Такие результаты свидетельствуют не столько о несостоятельности метода обратных рассуждений, сколько об ошибке теоретиков, полагающих, что каждого игрока интересует исключительно собственная прибыль, и не учитывающих моральный аспект вопроса. В большинстве стран общество прививает своим членам обостренное чувство справедливости, которое заставляет игроков Б отклонять любое явно несправедливое предложение. Учитывая это, игроки А предлагают практически равное разделение общей суммы.

Эти выводы подтверждают данные, полученные в рамках изучения новой науки под названием нейроэкономика. Алан Сэнфи и его коллеги сделали томограмму головного мозга игроков в момент принятия решений в ультимативной игре и обнаружили возбуждение активности в области головного мозга, отвечающей за негативные эмоции, в тот момент, когда игроки Б отклоняли «несправедливые» (менее чем 50:50) предложения о дележе общей суммы. Создается впечатление, что глубинные инстинкты и чувство гнева и отвращения причастны к таким отказам. Кроме того, исследователи обнаружили, что «несправедливые» предложения (менее чем 50:50) отклонялись реже, когда игроки Б знали, что их делает компьютер, по сравнению со случаями, когда они исходили от человека*.

Примечательно, что игроки А демонстрируют склонность к щедрости даже при отсутствии угрозы возмездия. В радикальном варианте игры под названием *диктаторская игра*, где игрок А решает, как делить общую сумму, а Б вообще лишен выбора, многие игроки А все же отдают вполне приличную долю игрокам Б. Это позволяет предположить, что у игроков есть некое врожденное предпочтение к относительно равноценному распределению общей суммы**. Однако в игре в диктатора предложения игроков А заметно менее щедрые, чем в ультимативной игре; это доказывает, что реальный страх возмездия также весьма сильный мотиватор. Кроме того, по всей видимости, немалую роль играет и мнение о нас окружающих. Примечательно, что когда схема эксперимента меняется таким образом, чтобы даже экспериментатор не мог определить, кто предложил (или принял) разделение, готовность делиться заметно снижается.

---

* См. Alan Sanfey, James Rilling, Jessica Aronson, Leigh Nystrom, and Jonathan Cohen, The Neural Basis of Economic Decision-Making in the Ultimatum Game, Science, vol. 300 (June 13, 2003), pp. 1755–58.

** Можно предположить, что такая социальная норма справедливости имеет определенную ценность в непрерывной эволюционной игре, в которую играет все общество. Игроки, ратующие за справедливость, сокращают промежуточные издержки и затраты на ведение споров, что может быть выгодно обществу в долгосрочной перспективе. Эти вопросы рассматриваются в главах 10 и 11.

Еще одна экспериментальная игра со столь же парадоксальными результатами проходит по следующей схеме: выбираются два игрока, А и Б. Экспериментатор кладет на стол монету в 10 центов. Игрок А может ее взять или пропустить ход. Если игрок А берет монету, игра закончена; при этом А получает 10 центов, а Б — ничего. Если игрок А пропускает ход, экспериментатор кладет на стол еще одну монету в 10 центов, и теперь игроку Б предстоит выбирать, взять ли ему обе монеты или пропустить ход. Игроки действуют по очереди, а стопка монет растет до тех пор, пока не достигнет определенной предельной суммы (например, одного доллара), заранее известной обоим игрокам.

Дерево этой игры показано на рис. 3.10. Из-за его внешнего вида игры такого типа часто называют *игра «стоножка»**. Возможно, вам даже не понадобится строить дерево игры, чтобы проанализировать ее методом обратных рассуждений. Очевидно, что игрок Б возьмет один доллар на последнем этапе, поэтому игроку А следует взять 90 центов на предпоследнем этапе и т. д. Следовательно, игрок А должен взять монету в 10 центов в самом начале и закончить игру.

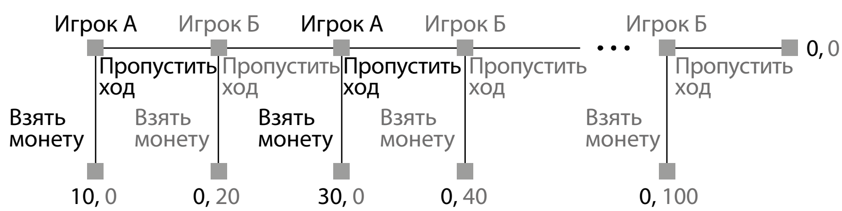


Рис. 3.10. Игра «стоножка»

Однако во время экспериментов такие игры длятся, как правило, несколько раундов. Примечательно, что благодаря иррациональному поведению игроки как группа получают больше денег, чем в случае, если бы они придерживались логики обратных рассуждений. Иногда более весомых успехов добивается игрок А, а иногда — игрок Б, а порой им даже удается разрешить конфликт или задачу с переговорами. В ходе аудиторного эксперимента, который проводил один из нас (Диксит), одна такая игра дошла до самого конца. Игрок Б забрал свой доллар и совершенно добровольно отдал 50 центов игроку А. Диксит спросил: «Вы сговорились? Вы с Б друзья?» На что игрок А ответил: «Нет, мы даже не были знакомы раньше. Но теперь он мой друг». Мы столкнемся с аналогичными примерами сотрудничества, на первый взгляд противоречащими логике обратных рассуждений, при анализе повторяющихся игр с дилеммой заключенных в главе 10.

* Встречается и название «сороконожка». *Прим. ред.*

Игра «стоножка» указывает на возможную проблему с логикой обратных рассуждений в играх с ненулевой суммой, даже если игроки принимают решения исходя исключительно из денежных соображений. Обратите внимание, что, пропуская ход в первом раунде, игрок А уже показывает, что не опирается на метод обратных рассуждений. Так чего следует ожидать от него игроку Б в третьем раунде? Пропустив ход однажды, игрок А может снова это сделать, а значит, игроку Б было бы целесообразно пропустить ход во втором раунде. В конечном счете кто-то заберет всю стопку монет, но исходное отклонение от логики обратных рассуждений не позволяет предсказать, когда именно это произойдет. А поскольку стопка монет продолжает расти, если я увижу, что вы отклоняетесь от логики обратных рассуждений, у меня также может возникнуть желание отклониться от нее как минимум на какое-то время. Игрок может сознательно пропустить ход в одном из начальных раундов игры, чтобы сигнализировать о готовности пропускать ходы в будущих раундах. Такая проблема не возникает в играх с нулевой суммой, в которых отсутствует стимул к сотрудничеству посредством ожидания.

В поддержку этого наблюдения Стивен Левитт, Джон Лист и Салли Сэдофф провели эксперименты с участием шахматистов мирового класса и обнаружили, что поведение игроков в большей степени соответствует логике обратных рассуждений в играх с последовательными ходами с нулевой суммой, чем в игре «стоножка» с ненулевой суммой. Их игра «стоножка» состоит из шести узлов, а общая сумма выигрыша растет довольно резко от раунда к раунду*. Несмотря на значительные выгоды для игроков, способных пропускать ходы, передавая их друг другу, согласно равновесию обратных рассуждений в каждом узле необходимо выбирать вариант «взять». Вопреки теории всего 4 процента игроков сыграли «взять» в первом узле, практически не поддержав равновесие обратных рассуждений даже в этой простой игре на шесть ходов. (Доля игроков, выбравших вариант «взять», увеличивалась в ходе игры**.)

---

* См. Steven D. Levitt, John A. List, and Sally E. Sadoff, Checkmate: Exploring Backward Induction Among Chess Players, American Economic Review, vol. 101, no. 2 (April 2011), pp. 975–90. Вот детали этой игры. Если игрок А выбирает «взять» в узле 1, то игрок А получает 4 доллара, а игрок Б — 1 доллар. Если игрок А пропускает ход, а игрок Б выбирает «взять» в узле 2, то игрок А получает 2 доллара, тогда как игрок Б — 8 долларов. Такой процесс удвоения выигрыша продолжается до узла 6, где в случае выбора игроком Б «взять» выигрыш игрока А составляет 32 доллара, а Б — 128 долларов. Однако если игрок Б выберет «пропустить», выигрыши составят 256 долларов для игрока А и 64 доллара для игрока Б.

** Другие результаты были обнародованы в статье, опубликованной ранее: Ignacio Palacios-Huerta and Oscar Volij, Field Centipedes, American Economic Review, vol. 99, no. 4 (September 2009), pp. 1619–35. Из всех шахматистов, участвовавших в исследовании, 69 процентов выбрали вариант «взять» в первом узле, причем шахматисты с более высоким рейтингом чаще выбирали вариант «взять» при первой же возможности. Эти результаты свидетельствовали о чрезвычайно высокой способности игроков переносить накопленный опыт в новый игровой контекст, однако в более поздней работе, о которой шла речь выше, эти результаты не были воспроизведены.

Напротив, в игре с последовательными ходами с нулевой суммой, в которой равновесие обратных рассуждений достигается за 20 ходов (вам предстоит решить эту игру в упражнении **S7**), шахматисты играли в точном соответствии с ним в 10 раз чаще, чем в игре «стоножка», состоящей из шести ходов*.

Левитт и его соавторы также экспериментировали с похожей, но более сложной игрой с нулевой суммой (одну из версий которой вам предлагается решить в упражнении **U5**), где шахматисты достигали полного равновесия обратных рассуждений только в 10 процентах случаев (в 20 процентах, когда в игре участвовали гроссмейстеры с самым высоким рейтингом), хотя на последних нескольких ходах согласование ходов с методом обратных рассуждений составляло почти 100 процентов. Поскольку шахматисты мирового класса проводят десятки тысяч часов в попытках выиграть шахматные партии посредством обратных рассуждений, эти результаты указывают на то, что даже в высшей степени опытные игроки зачастую не могут мгновенно включиться в новую игру: им необходимо накопить в ней немного опыта, прежде чем они смогут определить оптимальную стратегию. Изучение теории игр поможет вам без труда находить глубинное сходство между разными на первый взгляд ситуациями, а значит, и быстрее вырабатывать эффективные стратегии в любых новых играх, с которыми вы можете столкнуться.

Исходя из приведенных примеров можно сделать вывод, что кажущееся нарушение стратегической логики во многих случаях объясняется заботой людей не только о денежном выигрыше, но и о моральной стороне вопроса, в данном случае о справедливости. Однако подобное объяснение подходит не для всех наблюдаемых методов ведения игры, противоречащих принципу обратных рассуждений. Люди действительно не умеют заглядывать достаточно далеко вперед и делать надлежащие выводы из таких попыток. Скажем, когда эмитенты кредитных карт предлагают выгодные исходные процентные ставки или полное отсутствие комиссионных за первый год, многие попадаются на эту удочку, не осознавая, что впоследствии им, возможно, придется выложить гораздо больше. Следовательно, теоретико-игровой анализ метода обратных рассуждений и равновесий, полученных посредством этого метода, выполняет рекомендательную функцию в той же степени, что и описательную. Люди, овладевшие теорией обратных рассуждений, склонны принимать более эффективные решения и обычно получают более высокие выигрыши, что бы они ни включали в их расчеты. А специалисты по теории игр могут использовать свои знания, чтобы давать ценные советы тем, кто

---

* Как вы увидите в упражнениях, еще одна ключевая особенность этой игры с нулевой суммой состоит в том, что один игрок может гарантированно одержать победу, независимо от действий другого игрока. Напротив, лучший ход игрока в игре «стоножка» зависит от его ожиданий в отношении действий другого игрока.

попал в сложные стратегические ситуации и не имеет навыков определения лучшей стратегии.

7. Стратегии в реалити-шоу Survivor

Примеры, приведенные в предыдущих разделах, намеренно подобраны так, чтобы проиллюстрировать и объяснить базовые концепции, такие как узлы, ветви, ходы и стратегии, а также метод обратных рассуждений. Теперь мы покажем, как их все применить, рассмотрев ситуацию из реальной жизни (или по крайней мере из жизни в реалити-шоу).

Летом 2000 года телеканал CBS показал первое реалити-шоу Survivor*, которое моментально обрело популярность и способствовало созданию нового телевизионного жанра — «реалити-ТВ». Если опустить множество сложных деталей и некоторые более ранние этапы шоу, не имеющие отношения к нашей цели, то его концепция состояла в следующем. Группу участников под названием «племя» отправляли на необитаемый остров, где они должны были сами добывать себе пищу и искать крышу над головой. Каждые три дня члены племени путем голосования исключали из своих рядов одного из товарищей. Человек, набравший наибольшее количество голосов против, становился жертвой дня. Однако перед каждым собранием совета племени продержавшиеся до этого момента состязались в игре, требовавшей наличия физических или психических навыков, придуманной продюсерами специально для данного случая. Ее победитель получал иммунитет от предстоящего голосования. Кроме того, никто не имел права голосовать против себя. И наконец, когда оставалось всего два участника шоу, семь выбывших ранее членов племени возвращались в игру в качестве жюри, чтобы выбрать одного из них как ее победителя и обладателя приза в миллион долларов.

Перед каждым участником состязания стояли следующие стратегические задачи: 1) добиться того, чтобы остальные члены племени воспринимали его как человека, вносящего ценный вклад в поиски пищи и выполнение других задач по выживанию, но при этом не показаться сильным конкурентом, а значит, кандидатом на вылет; 2) сформировать союзы с другими соплеменниками, чтобы обеспечить блоки голосов и защитить себя от исключения из племени; 3) предать союзников, когда в игре останется слишком мало участников и каждому придется против кого-то голосовать; 4) сделать это без серьезной потери популярности среди других игроков, которые в конечном счете получат право голоса в жюри.

Мы рассмотрим ситуацию, когда в реалити-шоу осталось всего три участника: Руди, Келли и Рик. Самый старший, Руди, был честным, прямолинейным

* Русская версия шоу проходила под названием «Последний герой». *Прим. ред.*

человеком, который пользовался большим авторитетом среди ранее выбывших участников шоу. По всеобщему мнению, если бы Руди был одним из двух последних игроков, то именно он стал бы победителем в реалити-шоу. Следовательно, и Келли, и Рик были заинтересованы в том, чтобы на последнем голосовании противостоять друг другу, а не Руди. Однако ни один из них не хотел играть решающую роль в голосовании против Руди, потому что, когда в игре остается три участника, голос обладателя иммунитета фактически становится решающим, поскольку два других игрока голосуют друг против друга. Таким образом, члены жюри точно бы знали, кто ответственен за изгнание Руди, и, учитывая его популярность, неодобрительно отнеслись бы к голосованию против него. Человек, сделавший это, снизил бы свои шансы на последнем голосовании. Это было особенно актуально для Рика, так как всем было известно, что он заключил с Руди союз.

Испытание на получение иммунитета было проверкой на выносливость: каждый участник игры должен был стоять на неудобной опоре, наклонившись так, чтобы прикасаться одной рукой к установленному на центральном столбе тотему под названием «идол иммунитета». Игрок, который отрывал от него руку хотя бы на мгновение, проигрывал испытание; победителем становился тот, кто смог продержаться дольше всех.

Через полтора часа после начала испытания Рик понял, что его лучшая стратегия — намеренно его проиграть. Тогда, если Руди получит иммунитет, он сохранит союз и поддержит Рика — Руди был известен как хозяин своего слова. В таком случае Рик проиграл бы в итоге Руди, но для него это было бы ничуть не хуже, чем если бы он выиграл состязание и поддержал Руди. Если иммунитет получит Келли (а это куда более вероятно), то она будет заинтересована голосовать против Руди: у нее есть хотя бы какие-то шансы в борьбе против Рика, но никаких — в противостоянии с Руди. При таком сценарии шансы Рика на победу становились весьма неплохими. С другой стороны, если бы сам Рик получил иммунитет, а затем проголосовал против Руди, его шансы в борьбе против Келли снизились бы в связи с голосованием за изгнание Руди.

В итоге Рик умышленно сошел с опоры и впоследствии совершенно четко объяснил причины своего решения перед камерой. Его расчет оказался верным. Келли выиграла испытание и проголосовала против Руди. А в решающем голосовании жюри с перевесом в один голос отдало звание победителя Рику.

Фактически размышления Рика представляли собой анализ дерева игры методом обратных рассуждений. Он выполнил его интуитивно, без построения дерева, стоя в неудобной позе, ухватившись за идола иммунитета. Но ему понадобилось полтора часа, чтобы прийти к такому выводу.

Это дерево игры изображено на рис. 3.11. Очевидно, что оно гораздо более сложное по сравнению с деревьями, представленными в предыдущих разделах. В нем больше ветвей и ходов, кроме того, есть неопределенные исходы, а вероятность победы или поражения в различных альтернативных ситуациях необходимо оценивать, поскольку точное значение неизвестно. Однако вы увидите, как в процессе анализа дерева игры мы будем делать обоснованные предположения относительно шансов на победу или поражение.

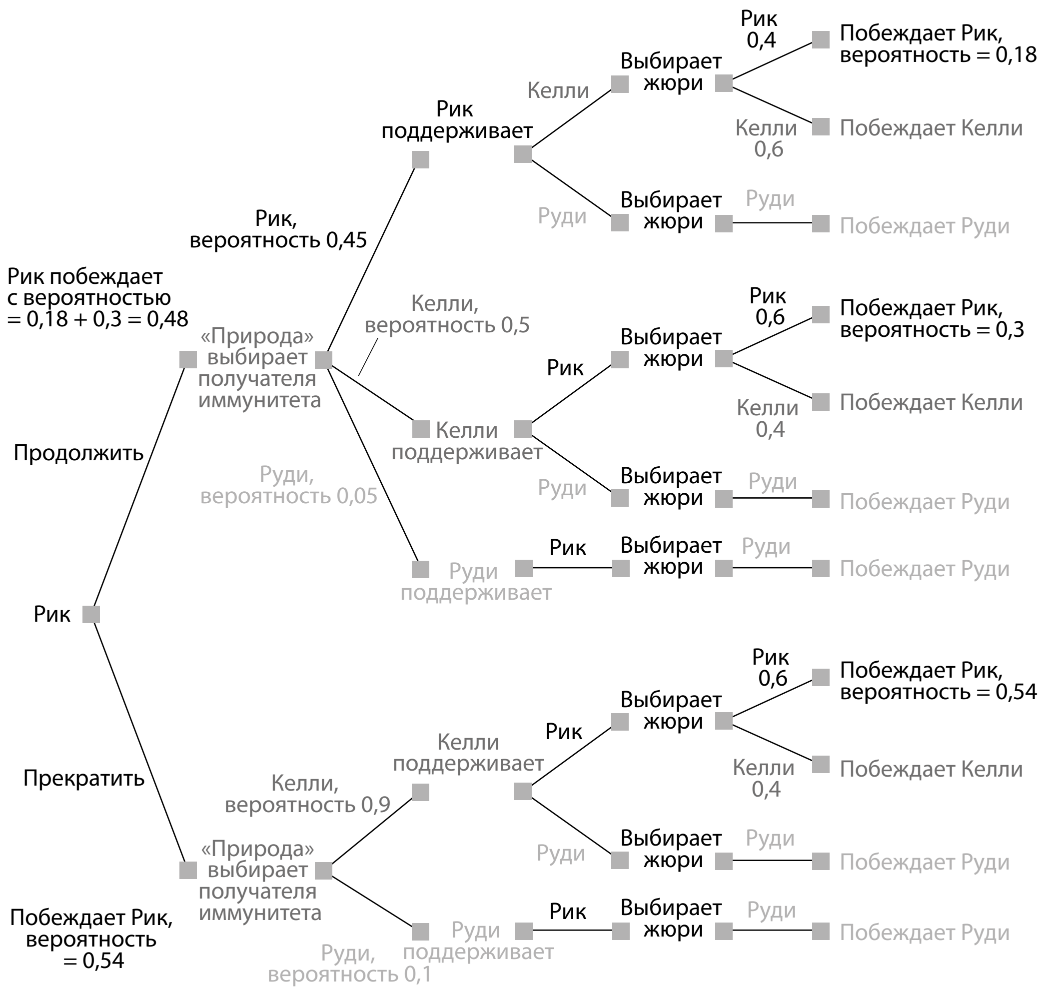


Рис. 3.11. Дерево игры в иммунитет в реалити-шоу Survivor

В начальном узле Рик решает, стоит ли продолжать участвовать в испытании на получение иммунитета. В любом случае возможного победителя с уверенностью предсказать нельзя, что отображено на дереве игры и позволяет сделать выбор «природе», как в ситуации с подбрасыванием монеты на рис. 3.1. Если Рик продолжит игру, «природа» выберет победителя из трех участников состязания. Поскольку фактические значения вероятности нам неизвестны, мы возьмем конкретные значения для наглядности и укажем важные исходные предположения. Первое состоит в том, что Келли обладает высокой выносливостью, а Руди, будучи самым старшим, вряд ли победит. Поэтому мы присваиваем следующие значения вероятности победы в случае, если Рик решит продолжить игру: Келли — 0,5 (50%), Рик — 0,45 и Руди — всего 0,05. Если Рик сойдет с дистанции, «природа» случайным образом выберет победителя из двух оставшихся игроков. Здесь мы основываемся на предположении, что Келли выиграет с вероятностью 0,9, а Руди — 0,1.

Остальные ветви дерева исходят из узлов, соответствующих трем возможным победителям испытания. Если выиграет Руди, он, как и обещал, поддержит Рика, и жюри проголосует за Рика*. Если иммунитет получит Рик, ему придется решать, кого поддержать — Келли или Руди. Если Руди, то жюри за него и проголосует. Если Келли, то неизвестно, кого предпочтет жюри. Мы предполагаем, что Рик, выступив против Руди, утратит расположение некоторых членов жюри и, несмотря на бóльшую благосклонность со стороны жюри по сравнению с Келли, получит голоса его членов с вероятностью всего 0,4. Точно так же, если иммунитет достанется Келли, она может поддержать либо Руди и потерять голоса членов жюри, либо Рика. Если Келли выберет Рика, его вероятность получить голоса членов жюри повысится — 0,6, поскольку в этом случае жюри ему больше симпатизирует и он не голосовал против Руди.

Как насчет фактических выигрышей игроков? Мы можем с уверенностью предположить, что и Рик, и Келли стремятся максимизировать вероятность того, что в конечном счете кто-то из них выиграет 1 миллион долларов. Руди тоже хочет получить этот приз, но для него крайне важно сдержать данное Рику слово. С учетом этих предпочтений игроков Рик может выполнить анализ дерева игры методом обратных рассуждений, чтобы определить свой первоначальный выбор.

Рик знает, что, выиграв испытание на получение иммунитета (самый верхний путь после его первого хода и хода «природы»), он должен поддержать Келли, чтобы обеспечить себе победу с вероятностью 40 процентов; поддержка Руди на данном этапе означала бы для него нулевую вероятность победы. Рик может также вычислить, что, если Келли получит иммунитет (что происходит по одному разу в верхней и нижней половине дерева), она решит его поддержать по тем же причинам, и тогда вероятность его победы составит 0,6.

Каковы шансы Рика, рассчитанные в начальном узле? Если Рик выбирает в нем вариант «прекратить», у него остается только один путь к победе: Келли получает

* Формально Руди сталкивается с необходимостью сделать выбор между поддержкой Рика или Келли в узле действия, после того как он победит в испытании на получение иммунитета. Поскольку все присвоили значение 0 вероятности того, что он выберет Келли (вследствие союза Рика и Руди), мы отображаем на дереве только ситуацию, в которой Руди выбирает Рика. Точно так же жюри предстоит сделать выбор между Риком и Руди в последнем узле действия, лежащем на этой ветви игры. В этом случае предрешенный исход также состоит в победе Руди.

иммунитет (вероятность 0,9), после этого поддерживает Рика (вероятность 1), и жюри голосует за него (вероятность 0,6). Поскольку победа Рика зависит от совокупности этих трех событий, общая вероятность его победы представляет собой произведение трех вероятностей: 0,9 × 1 × 0,6 = 0,54*. Если Рик в начальном узле выбирает вариант «продолжить», это открывает ему два пути к победе. Во-первых, он победит, если выиграет испытание на получение иммунитета (вероятность 0,45), после чего устранит Руди (вероятность 1) и все же получит голоса жюри в противостоянии с Келли (вероятность 0,4); общая вероятность победы при таком развитии событий составляет 0,45 × 0,4 = 0,18. Во-вторых, он станет победителем, если Келли выиграет испытание на получение иммунитета (вероятность 0,5), затем избавится от Руди (вероятность 1), а Рику достанутся голоса жюри (вероятность 0,6); в этом случае общая вероятность составляет 0,5 × 0,6 = 0,3. Общая вероятность победы Рика при выборе варианта «продолжить» представляет собой сумму вероятностей двух путей к победе, а именно 0,18 + 0,3 = 0,48.

Теперь Рик может сравнить вероятность выигрыша миллиона долларов при выборе варианта «прекратить» (0,54) с вероятностью победы в случае выбора варианта «продолжить» (0,48). С учетом предполагаемых значений различных вероятностей на дереве игры у Рика больше шансов на победу, если он откажется от участия в испытании на получение иммунитета. Следовательно, «прекратить» — его оптимальная стратегия. Хотя этот результат основан на присвоении определенных предполагаемых значений вероятностям тех или иных событий, он остается для Рика лучшим при выполнении следующих условий: 1) Келли с большой вероятностью выиграет испытание на получение иммунитета, если Рик откажется от дальнейшего участия в нем; 2) победа Рика в последнем голосовании жюри более вероятна в случае, если Келли, а не Рик, проголосует против Руди**.

Этот пример служит нескольким целям. Главное — он показывает, как использование анализа методом обратных рассуждений позволяет решить даже сложное дерево игры со значительной внешней неопределенностью и отсутствием информации о точных значениях вероятностей. Мы надеемся, что это придаст вам уверенности касательно применения данного метода, а также научит превращать несколько расплывчатое вербальное описание в более точную логическую аргументацию. Вы можете возразить, что Рик выполнил такой анализ без построения дерева игры. Но знание системы или общей модели существенно упрощает эту

* Читатели, которым необходимо изучить или освежить в памяти правила сложения и умножения вероятностей, найдут краткие инструкции в приложении к главе 7.

** Читатели, которые знакомы с алгеброй вероятностей, могут решить эту игру, воспользовавшись более общими символами вместо конкретных значений вероятностей, как в упражнении **U10** к этой главе.

задачу даже в новых незнакомых обстоятельствах. Следовательно, приобретение системных навыков, несомненно, заслуживает потраченных усилий.

Вторая цель данного примера — проиллюстрировать на первый взгляд парадоксальную стратегию «проиграть, чтобы выиграть», еще одно применение которой можно найти в спортивных соревнованиях, проходящих в два этапа, таких как чемпионат мира по футболу. Первый этап проводится в рамках лиги в нескольких группах по четыре команды в каждой. Две лучшие команды в каждой группе участвуют во втором туре чемпионата, где каждая команда встречается с другими командами согласно заранее оговоренной схеме. Скажем, команда, занявшая первое место в группе A, играет с командой, занявшей второе место в группе B, и т. д. В такой ситуации выигрышной стратегией для команды может стать поражение в одном из матчей первого этапа, если оно позволит ей занять второе место в группе, что обеспечит возможность сыграть следующий матч против команды, вероятность победить которую гораздо выше, чем в случае, если бы команда заняла первое место на первом этапе.

Резюме

Участникам игр с последовательными ходами необходимо проанализировать последствия своих текущих ходов, прежде чем выбирать действия. Как правило, анализ чистых игр с последовательными ходами требует построения *дерева игры*. Такое дерево состоит из *узлов* и *ветвей*, отображающих все вероятные действия каждого игрока при каждой возможности сделать ход, а также выигрыши для всех предполагаемых исходов игры. Стратегия каждого игрока представляет собой исчерпывающий план, описывающий его действия в каждом узле принятия решений в зависимости от всех возможных комбинаций действий, предпринятых другими игроками в предыдущих узлах. В играх с последовательными ходами используется концепция равновесия *обратных рассуждений*, в соответствии с которой игроки определяют свои равновесные стратегии посредством прогнозного анализа последующих узлов и выполненных в них возможных действий, а также путем применения этих прогнозов для вычисления лучшего текущего действия. Этот процесс известен как «*обратные рассуждения*» или «*обратная индукция*».

Ряд типов игр предоставляет игрокам различные преимущества, такие, например, как *преимущество первого хода*. Наличие в игре большого количества участников или ходов приводит к росту дерева игры с последовательными ходами, но не меняет процесса ее решения. Иногда построение полного дерева игры может потребовать больше места или времени, чем это возможно на практике. Во многих случаях такие игры решаются путем простых логических размышлений или посредством определения стратегических сходных элементов различных действий, что позволяет уменьшить размер дерева игры.

При решении более крупных игр вербальные размышления могут привести к равновесию обратных рассуждений, если игра достаточно простая или ее полное дерево поддается построению и анализу. Если игра сложная, вербальные размышления слишком трудны, а полное дерево игры огромно, можно прибегнуть к помощи компьютерной программы. Игру в шашки удалось решить посредством такой программы, хотя полное решение игры в шахматы еще предположительно долго будет оставаться за пределами возможностей компьютеров. В реальных шахматных баталиях в определении ходов игроков присутствуют как элементы искусства (выявление закономерностей и возможностей в зависимости от рисков), так и науки (упреждающее вычисление вероятных исходов игры, вытекающее из результатов определенных ходов).

Проверка теории игр с последовательными ходами на первый взгляд подтверждает тот факт, что реальные игры демонстрируют иррациональность игроков или неспособность теории адекватно предсказывать их поведение. Встречный аргумент подчеркивает сложность фактических предпочтений в отношении различных возможных исходов игры, а также пользу стратегической теории для определения оптимальных действий в случаях, когда фактические предпочтения известны.

Ключевые термины

Ветвь
Дерево игры
Дерево решений
Концевой узел
Корень (дерева)
Метод обратных рассуждений
Начальный узел
Обратная индукция
Отсечение (ветвей)
Преимущество второго хода
Преимущество первого хода
Путь игры
Равновесие обратных рассуждений
Равновесный путь игры
Узел
Узел действия
Узел принятия решений
Функция промежуточной оценки
Ход
Экстенсивная форма

Упражнения с решениями

S1. Предположим, два игрока, Гензель и Гретель, участвуют в игре с последовательными ходами. Гензель ходит первым, Гретель — второй, причем каждый ходит только раз.

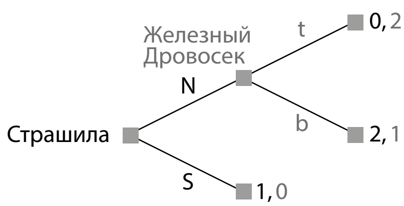
a) Нарисуйте дерево игры, в которой у Гензеля есть два возможных действия («вверх» или «вниз») в каждом узле, а у Гретель — три («вверх», «посредине» или «вниз»). Сколько узлов каждого типа (узлов принятия решений и концевых узлов) присутствует в дереве этой игры?

b) Нарисуйте дерево для игры, в которой у Гензеля и Гретель по три возможных действия («сидеть», стоять» и «прыгать») в каждом узле. Сколько узлов двух типов присутствует в дереве такой игры?

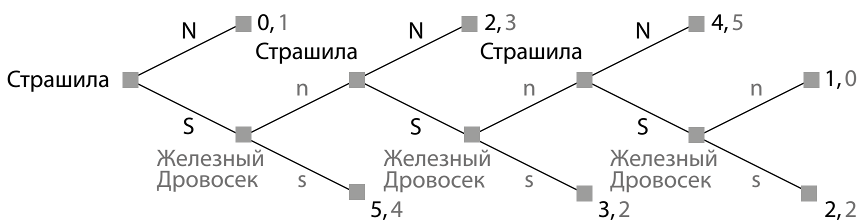
c) Нарисуйте дерево для игры, в которой у Гензеля четыре возможных действия («север», «юг», «восток», «запад») в каждом узле, а у Гретель — два («стоять» или «идти»). Сколько узлов двух типов присутствует в дереве такой игры?

S2. Определите, сколько чистых стратегий (исчерпывающих планов действий) находится в распоряжении каждого игрока в следующих играх. Перечислите все чистые стратегии каждого игрока.

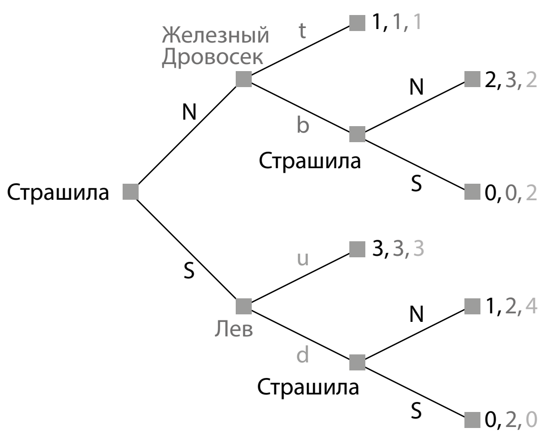
a)



b)



c)



S3. Для каждой из игр, представленных в упражнении **S2**, вычислите исход, полученный посредством равновесия обратных рассуждений, а также полную равновесную стратегию каждого игрока.

S4. Рассмотрим соперничество между Airbus и Boeing в сфере разработки нового коммерческого реактивного самолета. Предположим, что Boeing лидирует в этом процессе, а в Airbus размышляют, стоит ли вступать в конкурентную борьбу. В случае отказа Airbus получит нулевую прибыль, тогда как Boeing станет монополистом и заработает 1 миллиард долларов. Если Airbus решит вступить в борьбу и создать конкурентоспособный самолет, то Boeing придется решать, уладить ли разногласия с Airbus мирным путем или развязать ценовую войну. Мирная конкуренция обеспечит каждой компании прибыль в 300 миллионов долларов, а ценовая война приведет к потере каждой из них 100 миллионов долларов, поскольку цены на самолеты настолько сильно упадут, что ни одна из них не сможет возместить затрат на разработку самолета. Нарисуйте дерево этой игры. Найдите равновесия обратных рассуждений и опишите равновесные стратегии компаний.

S5. Рассмотрим игру, в которой два игрока, Фред и Барни, по очереди извлекают спички из кучки. Изначально там находится 21 спичка, и Фред ходит первым. На каждом ходе каждый игрок может убрать одну, две, три или четыре спички. Побеждает тот, кто забрал последнюю спичку.

a) Предположим, осталось шесть спичек и пришла очередь Барни ходить. Какой ход он должен сделать, чтобы обеспечить себе победу? Объясните логику своих рассуждений.

b) Допустим, осталось 12 спичек и настала очередь Барни ходить. Какой ход он должен сделать, чтобы обеспечить себе победу? (Совет: используйте свой ответ в пункте a и примените метод обратных рассуждений.)

c) Теперь начните с исходной точки игры. Если оба игрока выберут оптимальный способ ее ведения, то кто из них победит?

d) Какие оптимальные стратегии (исчерпывающие планы действий) есть в распоряжении каждого игрока?

S6. Проанализируем игру из предыдущего упражнения. Предположим, игроки достигли того момента, когда следующим ходить должен Фред, а спичек осталось всего пять.

a) Нарисуйте дерево этой игры, начиная с пяти спичек.

b) Найдите для нее равновесие обратных рассуждений, начиная с пяти спичек.

c) Можно ли сказать, что в этой игре с пятью спичками существует преимущество первого или второго хода?

d) Объясните, почему вы нашли более одного равновесия обратных рассуждений. Как ваш ответ связан с оптимальными стратегиями, которые вы определили в пункте c предыдущего упражнения?

S7. Элрой и Джуди играют в игру, которую Элрой называет «гонка до 100». Элрой ходит первым, и игроки по очереди выбирают числа от одного до девяти, на каждом ходе прибавляя новое число к промежуточной сумме. Победителем становится тот, кто увеличит промежуточную сумму ровно до 100.

a) Если оба игрока ведут игру оптимальным способом, то кто из них выиграет? Есть ли преимущество первого хода в этой игре? Объясните логику своих рассуждений.

b) Каковы оптимальные стратегии (исчерпывающие планы действий) для каждого игрока?

S8. В римском Колизее только что бросили раба на съедение львам. Три льва посажены на цепь в ряд, причем льву 1 до раба ближе всего. Длина цепи каждого льва такова, что он может дотянуться лишь до двух находящихся рядом с ним игроков.

Игра проходит следующим образом. Сначала лев 1 решает, съесть ли ему раба. Если он съедает, тогда лев 2 решает, съесть ли ему льва 1 (который стал слишком тяжелым, чтобы защищаться). Если лев 1 не съедает раба, тогда у льва 2 не остается выбора: бесполезно пытаться съесть льва 1, поскольку в драке погибнут они оба. Точно так же, если лев 2 съедает льва 1, то лев 3 решает, съесть ли ему льва 2.

Предпочтения каждого льва вполне естественны: лучший исход игры (4) — кого-то съесть и остаться в живых; следующий приемлемый исход (3) — выжить, но остаться голодным; следующий исход (2) — съесть кого-то и быть съеденным; худший исход (1) — остаться голодным и быть съеденным.

a) Нарисуйте дерево этой игры с выигрышами для трех участников.

b) Какое равновесие обратных рассуждений имеет место в этой игре? Обязательно опишите стратегии, а не только выигрыши.

c) Есть ли в этой игре преимущество первого хода? Объясните, почему есть или почему нет.

d) Сколько полных стратегий у каждого льва? Перечислите их.

S9. Три крупных универмага (Big Giant, Titan и Frieda's) планируют открыть филиал в одном из двух новых торговых центров в районе Бостона. Торговый центр Urban Mall не очень большой и может вместить максимум два универмага в качестве «якорей», но зато он расположен рядом с крупным богатым населенным пунктом. Торговый центр Rural Mall находится дальше, в сельской сравнительно бедной местности и может вместить три якорных магазина. Ни один из трех универмагов не хочет открывать филиалы в обоих торговых центрах, потому что их сегменты покупателей частично пересекаются, а значит, размещение филиалов в обоих торговых центрах будет означать конкуренцию с самим собой. Каждый универмаг склонен работать в торговом центре вместе с одним или несколькими универмагами, а не в одиночку, поскольку такой торговый центр привлекает намного больше покупателей, что увеличивает прибыль каждого магазина. Кроме того, каждый универмаг предпочитает Urban Mall из-за более богатого контингента покупателей. Каждый универмаг должен выбрать между попыткой получить торговую площадь в Urban Mall (зная, что в случае неудачи можно попробовать побороться за место в Rural Mall) и ее получением в Rural Mall сразу же (даже не пробуя попасть в Urban Mall).

В данном случае универмаги так ранжируют пять возможных исходов этой игры: 5 (лучший исход) — в торговом центре Urban Mall вместе с другим универмагом; 4 — в торговом центре Rural Mall вместе с еще одним или двумя универмагами; 3 — один в Urban Mall; 2 — один в Rural Mall; 1 (худший исход) — один в Rural Mall после неудачной борьбы за место в Urban Mall, тогда как другие магазины уже получили лучшие якорные места в Urban Mall.

Поскольку в этих трех магазинах различные системы управления, они с разной скоростью готовят необходимые документы для получения торговой площади в новом торговом центре. В Frieda's с этим справляются быстрее всех, затем следует Big Giant и наконец Titan, в котором процесс подготовки плана размещения филиала наименее эффективен. После подачи ими заявок на предоставление торговой площади торговый центр решает, какие универмаги выбрать. Учитывая узнаваемость названий Big Giant и Titan среди потенциальных покупателей, торговый центр выберет либо одного из них, либо обоих, прежде чем рассматривать запрос Frieda's. Следовательно, Frieda's не получит одну из торговых площадей в Urban Mall, если все три универмага подадут на них заявки; так будет даже в случае, если Frieda's первым сделает свой ход.

a) Нарисуйте дерево этой игры с размещением универмагов в торговом центре.
b) Проиллюстрируйте процесс отсечения ветвей на дереве в ходе обратных рассуждений и используйте усеченное дерево для поиска равновесия обратных рассуждений. Опишите это равновесие с помощью (полных) стратегий, применяемых всеми универмагами. Какими окажутся выигрыши каждого универмага в случае исхода, полученного в результате равновесия обратных рассуждений?

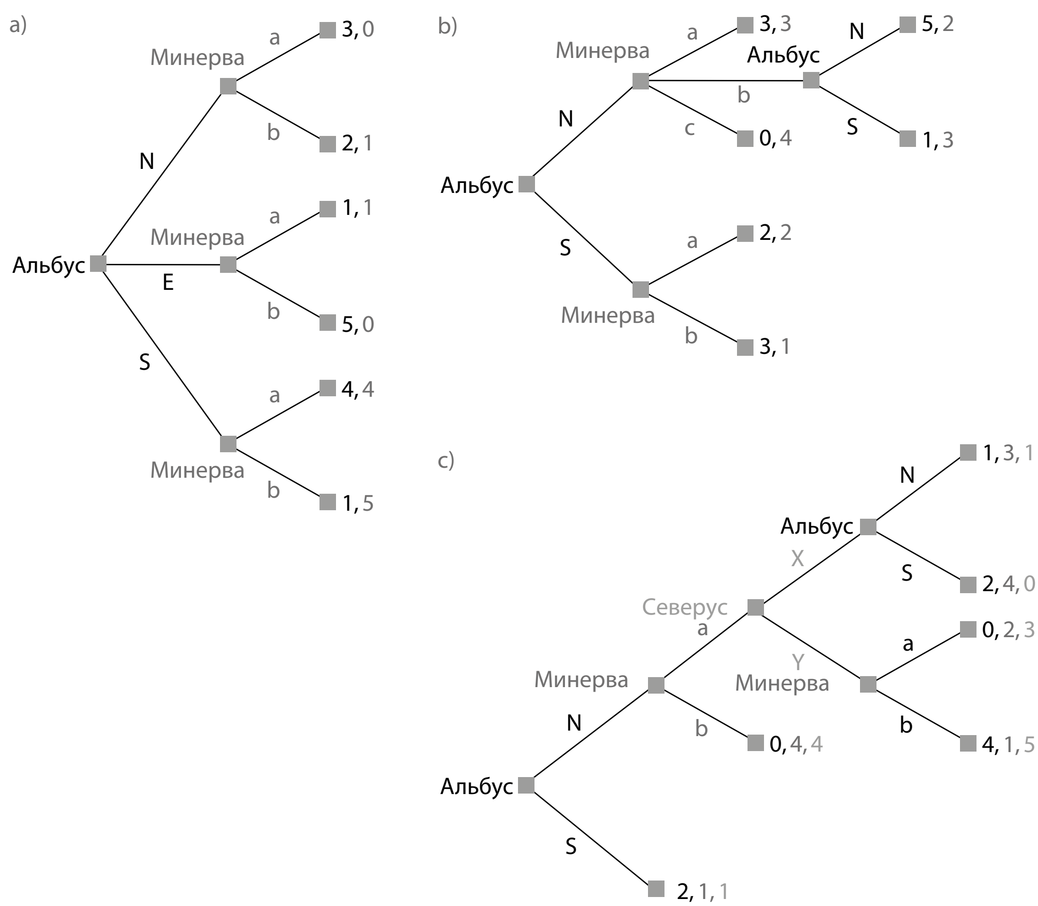
S10 (дополнительное упражнение). Рассмотрим следующую ультимативную игру с переговорами, которая изучалась в ходе лабораторных экспериментов. Игрок, делающий предложение, ходит первым и предлагает разделить сумму в 10 долларов между собой и вторым игроком. Принцип дележа может быть любым. Например, игрок может оставить себе все 10 долларов, или взять себе 9 долларов и отдать 1 доллар оппоненту, или 8 долларов себе и 2 доллара другому игроку и т. д. (Обратите внимание, что в этом случае у предлагающего игрока одиннадцать возможных вариантов выбора.) Второй игрок, получив предложение о разделении общей суммы, может либо принять, либо отвергнуть его. Если он его примет, оба игрока получат предложенную сумму. Если отвергнет, оба не получат ничего.

a) Постройте дерево этой игры.
b) Сколько полных стратегий находится в распоряжении каждого игрока?
c) В чем состоит равновесие обратных рассуждений в этой игре при условии, что игроков интересует исключительно денежный выигрыш?
d) Предположим, второй игрок, Рейчел, примет любое предложение в 3 (или больше) доллара и отклонит любое предложение в 2 (или меньше) доллара. Допустим, предлагающий игрок, Пит, знает о стратегии Рейчел и хочет получить максимальный денежный выигрыш. Какую стратегию он применит?
e) Истинный выигрыш Рейчел (ее «полезность») может не совпадать с денежным выигрышем. Какие еще аспекты игры могут представлять для нее интерес? С учетом вашего ответа составьте набор выигрышей Рейчел, который бы сделал ее стратегию оптимальной.
f) В ходе лабораторных экспериментов игроки, как правило, не придерживаются равновесия обратных рассуждений. Игроки, делающие предложение, обычно предлагают соперникам сумму от 2 до 5 долларов. А те часто отклоняют предложения 3, 2 и особенно 1 доллар. Объясните, почему, по вашему мнению, происходит именно так.

Упражнения без решений

U1. «В игре с последовательными ходами игрок, делающий ход первым, непременно выиграет». Это утверждение истинно или ложно? Обоснуйте свой ответ посредством нескольких кратких предложений и приведите пример, иллюстрирующий его.

U2. Сколько стратегий (исчерпывающих планов действий) в каждой из представленных ниже игр имеется в распоряжении каждого игрока? Перечислите все чистые стратегии каждого игрока.



U3. Определите для каждой из игр, представленных в упражнении **U2**, исход, полученный посредством равновесия обратных рассуждений, и полную равновесную стратегию каждого игрока.

U4. В Вашингтоне проходят дебаты по предложениям А и Б. Конгресс предпочитает предложение А, тогда как президент — предложение Б. Эти предложения не взаимоисключающие: оба могут стать законами или быть отклонены. Таким образом, существует четыре возможных исхода, имеющих следующий рейтинг (более высокий показатель означает более предпочтительный исход).

Исход	Конгресс	Президент
А становится законом	4	1
Б становится законом	1	4
А и Б становятся законами	3	3
Ни одно предложение не становится законом (сохраняется статус-кво)	2	2

a) Ходы в этой игре выполняются по следующей схеме. Сначала Конгресс решает, принимать ли законопроект и должен ли он включать в себя предложение А, или Б, или оба. Затем президент решает, подписать ли законопроект или наложить на него вето. У Конгресса нет достаточного количества голосов для преодоления вето. Нарисуйте дерево этой игры и найдите равновесие обратных рассуждений.

b) Предположим, правила игры изменились: президент получает право постатейного вето. Таким образом, если Конгресс примет законопроект, содержащий оба предложения, президент может не только выбирать, подписать его или наложить вето, но и накладывать вето лишь на одно из предложений. Постройте новое дерево игры и найдите равновесие обратных рассуждений.

c) Объясните на интуитивном уровне, в чем разница между этими двумя равновесиями.

U5. Два игрока, Эми и Бет, играют в игру, в которой разыгрывается банка с сотней монет номиналом 1 цент. Игроки делают ходы по очереди; Эми ходит первой. Каждый раз, когда наступает очередь одной из участниц ходить, она берет из банки от 1 до 10 центов. Побеждает тот, после чьего хода банка опустеет.

a) Если игроки ведут игру оптимальным способом, то кто из них выиграет? Есть ли в этой игре преимущество первого хода? Объясните логику своих рассуждений.

b) Какие оптимальные стратегии (исчерпывающие планы действий) имеются в распоряжении каждого игрока?

U6. Рассмотрим несколько измененный вариант игры, представленной в упражнении **U5.** Теперь игрок, опустошивший банку, проигрывает.

a) Присутствует ли преимущество первого хода в этой игре?

b) Какие оптимальные стратегии есть в распоряжении каждого игрока?

U7. Кермит и Фоззи играют в игру с двумя банками, в каждой из которых находится по 100 одноцентовых монет. Игроки делают ходы по очереди; Кермит ходит первым. Всякий раз, когда наступает очередь игрока ходить, он берет из одной из банок от 1 до 10 центов. Побеждает тот, после чьего хода обе банки опустеют. (Обратите внимание, что, когда игрок достает оставшиеся монеты из второй банки, первая банка уже должна быть пустой в результате предыдущего хода кого-то из игроков.)

a) В этой игре имеет место преимущество первого или второго хода? Объясните, кто из игроков может обеспечить себе победу и каким образом. (Совет:

упростите игру, начав с меньшего количества монет в каждой банке, и попытайтесь понять, применимы ли сделанные выводы в реальной игре.)

b) Какие оптимальные стратегии есть в распоряжении каждого игрока? (Совет: сначала проанализируйте исходную ситуацию, в которой в обеих банках одинаковое количество монет, затем когда их количество от 1 до 10 центов и наконец когда число монет свыше 10 центов.)

U8. Измените упражнение **S8** таким образом, чтобы в нем было четыре льва.

a) Постройте дерево игры с выигрышами для этих четырех участников.

b) Какое равновесие обратных рассуждений имеет в ней место? Обязательно опишите стратегии, а не только выигрыши.

c) Дополнительный лев — это хорошо или плохо для раба? Обоснуйте свой ответ.

U9. Для того чтобы предоставить маме один день отдыха, отец планирует устроить своим детям, Барту и Кэсси, воскресную экскурсию. Барт предпочитает поход в парк развлечений (Р), а Кэсси — в музей науки (Н). Каждый ребенок получит 3 единицы полезности за более предпочтительное занятие и только 2 единицы — за менее предпочтительное. Отец — 2 единицы полезности за любое из занятий.

Чтобы определиться с планами на воскресенье, отец намерен сначала спросить Барта о его предпочтениях, а затем Кэсси, после того как она узнает, что выбрал Барт. Каждый ребенок может выбрать либо парк развлечений (Р), либо музей науки (Н). Если оба остановятся на одном и том же, то именно туда все и пойдут. Если возникнут разногласия, тогда отец примет окончательное решение. У него как у отца есть дополнительный вариант действий: он может предложить парк развлечений, музей науки или поход в горы, причем за поход получит 3 единицы полезности, а Барт и Кэсси по 1.

Поскольку отец хочет, чтобы его дети не конфликтовали, он получит 2 дополнительные единицы полезности, если дети выберут одно и то же занятие (не имеет значения, какое именно).

a) Постройте дерево с выигрышами для этой игры с тремя участниками.

b) Какое равновесие обратных рассуждений имеет в ней место? Обязательно опишите стратегии, а не только выигрыши.

c) Сколько разных полных стратегий находится в распоряжении Барта? Обоснуйте свой ответ.

d) Сколько разных полных стратегий у Кэсси? Обоснуйте ответ.

U10 **(дополнительное, более трудное упражнение).** Рассмотрим дерево игры Survivor, представленное на рис. 3.11. Мы могли не угадать точные значения, которые Рик присвоил вероятностям различных исходов, поэтому давайте обобщим это дерево, проанализировав другие возможные значения. В частности, предположим, что вероятность победы в испытании на получение иммунитета в случае, если Рик выберет вариант «продолжить», составляет x для Рика, y для Келли и $1 - x - y$ для Руди; точно так же вероятность победы в случае отказа Рика от дальнейшей борьбы равна z для Келли и $1 - z$ для Руди. Далее допустим, что шанс Рика на то, что его выберет жюри, составляет p, если он выиграет испытание на получение иммунитета и проголосует за изгнание Руди с острова, и q, если Келли выиграет испытание и проголосует за изгнание Руди с острова. Предположим также, что, если Руди выиграет испытание на получение иммунитета, он поддержит Рика с вероятностью 1 и станет победителем в игре с вероятностью 1, если войдет в число двух финалистов. Обратите внимание, что в примере, отображенном на рис. 3.11, были такие значения: $x = 0{,}45$, $y = 0{,}5$, $z = 0{,}9$, $p = 0{,}4$ и $q = 0{,}6$. (В общем случае переменные p и q необязательно должны в сумме составлять 1, хотя именно так получилось на рис. 3.11.)

a) Найдите алгебраическую формулу, выраженную через x, y, z, p, q, для определения вероятности того, что Рик выиграет миллион долларов, если выберет вариант «продолжить». (Обратите внимание: формула может включать в себя не все переменные.)
b) Найдите аналогичную алгебраическую формулу для определения вероятности того, что Рик выиграет миллион долларов, если выберет вариант «прекратить». (Опять же, формула может не включать в себя все переменные.)
c) Используйте эти результаты для поиска алгебраического неравенства, указывающего, при каких обстоятельствах Рику следует выбрать вариант «прекратить».
d) Предположим, значения всех переменных те же, что и на рис. 3.11, кроме z. Насколько высоким или низким может быть значение z, чтобы Рик по-прежнему предпочел вариант «прекратить»? Объясните на интуитивном уровне, почему при некоторых значениях z Рику лучше выбрать вариант «продолжить».
e) Допустим, значения всех переменных те же, что и на рис. 3.11, за исключением p и q. Предположим также, что, поскольку жюри с большей вероятностью выберет того, кто не станет голосовать против Руди, значения p и q должны удовлетворять условию $p > 0{,}5 > q$. При каких значениях коэффициента p/q Рику следует выбрать вариант «прекратить»? Объясните на интуитивном уровне, почему при некоторых значениях p и q для Рика предпочтительнее вариант «продолжить».

4 Игры с одновременными ходами: дискретные стратегии

Игрой с одновременными ходами, как пояснялось в главе 2, считается игра, в которой игроки делают ходы, не зная о выборе соперников. Очевидно, что такая ситуация складывается в случае, когда игроки действуют одновременно, а также когда они выбирают действия обособленно, не располагая информацией о действиях других игроков, даже если этот выбор делается в разное время. (Именно поэтому в играх с одновременными ходами имеет место *несовершенная информация* в том смысле, о котором мы говорили в разделе 2.Г главы 2.) Эта глава посвящена играм, в которых присутствует только одновременное взаимодействие между игроками. Мы рассмотрим различные типы игр с одновременными ходами, опишем концепцию их решения под названием «равновесие Нэша» и проанализируем игры без, с одним и несколькими равновесиями.

К категории игр с одновременными ходами можно отнести многие из знакомых вам стратегических ситуаций. Различные производители телевизоров, стереосистем или автомобилей принимают решения о дизайне и свойствах продукта, не зная о контраргументах конкурентов. Избиратели на выборах одновременно отдают свои голоса, не зная о предпочтениях других избирателей. В футболе взаимодействие между вратарем и нападающим противника во время пенальти требует одновременного решения обоих: вратарь не может себе позволить ждать удара по мячу, чтобы определить его траекторию, поскольку тогда уже будет слишком поздно.

Очевидно, что при выборе действия участник игры с одновременными ходами не располагает информацией о решениях других игроков. Кроме того, он не может предвидеть их реакцию на его выбор, так как они тоже действуют вслепую по отношению к нему. Поэтому каждый игрок должен анализировать предполагаемые шаги соперников, а те, в свою очередь, проводить аналогичный встречный анализ. Такая цикличность несколько усложняет анализ игр с одновременными ходами по сравнению с анализом игр с последовательными ходами, но выполнить его не так уж трудно. В этой главе мы сформулируем для этих игр простую концепцию равновесия, обладающую значительной пояснительной и прогностической способностью.

1. Описание игр с одновременными ходами и дискретными стратегиями

В главах 2 и 3 мы неоднократно подчеркивали, что стратегия — это исчерпывающий план действий. Однако в чистых играх с одновременными ходами у каждого участника есть максимум одна возможность действовать (хотя такое действие может состоять из множества компонентов), поскольку если бы их было несколько, это был бы уже элемент игры с последовательными ходами. Стало быть, в играх с одновременными ходами нет никаких реальных различий между стратегией и действием, поэтому в данном контексте эти термины часто используются как синонимы. Существует только одна сложность. Стратегия может представлять собой вероятностный выбор из первоначально оговоренных базовых действий. Например, в спорте игрок или команда могут умышленно выбирать действия в случайном порядке, чтобы соперник был вынужден угадывать. Такие вероятностные стратегии называются **смешанными** и рассматриваются в главе 7. Сейчас же мы ограничимся анализом базовых, первоначально оговоренных действий, обозначаемых термином **чистые стратегии**.

Во многих играх у каждого игрока есть конечное количество дискретных чистых стратегий, например дриблинг, пас и бросок в баскетболе, тогда как в ряде других игр чистая стратегия игрока может представлять собой любое число из непрерывного диапазона значений, скажем цену, назначаемую компанией на свой продукт*. Это различие никак не влияет на общую концепцию равновесия в играх с одновременными ходами, но связанные с такими играми идеи легче формулировать с помощью дискретных стратегий; решение игр с непрерывными стратегиями требует несколько более продвинутых инструментов. Поэтому в данной главе мы ограничимся анализом более простых чистых дискретных стратегий, а стратегии с непрерывными переменными рассмотрим в главе 5.

Игры с одновременными ходами и дискретными стратегиями чаще всего описывают с помощью **таблицы игры** (синонимы: **матрица игры** или **таблица выигрышей**), которая называется **нормальной** или **стратегической формой** игры. Таблица игры позволяет проиллюстрировать игру с любым количеством участников,

* В действительности цена может быть указана в минимальных денежных единицах (например, в целых центах), а значит, может принимать конечное количество дискретных значений. Однако эта единица, как правило, настолько мала, что имеет смысл считать цену непрерывной переменной.

однако ее размерность должна соответствовать их числу. В случае игры с двумя участниками таблица имеет два измерения, а заголовки строк и столбцов в ней — это стратегии, находящиеся в распоряжении первого и второго игроков. Следовательно, размер таблицы зависит от количества доступных игрокам стратегий*. В ячейках указываются выигрыши, которые получат игроки при подобающей конфигурации стратегий. Игры с тремя участниками требуют трехмерной таблицы; ее мы рассмотрим далее в этой главе.

Концепция таблицы выигрышей для простой игры приведена на рис. 4.1. Представленная на нем игра не имеет специальной интерпретации, поэтому мы можем сформулировать концепции, не отвлекаясь на ее «историю». Имена участников игры — Строка и Столбец. В распоряжении Строки находится четыре варианта выбора (стратегий или действий), обозначенных как «вверху», «высоко», «низко», «внизу», а Столбца — три варианта: «слева», «посредине» и «справа». Каждый выбор Строки и Столбца определяет возможный исход игры. Выигрыши, связанные с каждым исходом игры, показаны в ячейке, соответствующей данной строке и данному столбцу. Принято считать, что из двух чисел, отображающих выигрыши, первое число отвечает выигрышу Строки, а второе — выигрышу Столбца. Например, если Строка выберет вариант «высоко», а Столбец — «справа», выигрыши составят 6 в случае Строки и 4 в случае Столбца. Для дополнительного удобства мы выделяем все, что касается Строки (имя игрока, его стратегии и выигрыши), черным цветом, а Столбца — серым .

		Столбец		
		Слева	Посредине	Справа
Строка	Вверху	3, 1	2, 3	10, 2
	Высоко	4, 5	3, 0	6, 4
	Низко	2, 2	5, 4	12, 3
	Внизу	5, 6	4, 5	9, 7

Рис. 4.1. Представление игры с одновременными ходами в виде таблицы

* Если компании могут выбирать цену, выраженную в любом количестве центов в рамках одного доллара, тогда у каждой компании есть 100 дискретных стратегий, а значит, таблица будет иметь размер 100 на 100. Безусловно, она будет слишком громоздкой с точки зрения анализа. Использование алгебраических формул с непрерывными переменными — более простой, а не более сложный подход, как может показаться некоторым читателям. Подход «Алгебра — наш друг» рассматривается в главе 5.

Далее рассмотрим второй пример игры с более содержательной историей. На рис. 4.2 представлена упрощенная версия одного розыгрыша в американском футболе. Нападающие пытаются продвинуть мяч вперед, чтобы повысить шансы забить филд-гол. У них есть четыре возможные стратегии: пробежка и три паса разной длины (короткий, средний и длинный). Чтобы сдерживать атаку, защитники могут использовать одну из трех стратегий: защита в случае пробежки и в случае паса и блиц против квотербека. Нападающие пытаются набрать как можно больше ярдов, тогда как защитники — помешать им это сделать. Предположим, у нас достаточно информации об основных сильных сторонах тех и других, для того чтобы оценить вероятность завершения различных розыгрышей и определить среднее количество набранных ярдов, которого можно было бы ожидать при каждой комбинации стратегий. Например, когда команда нападения выбирает стратегию «средний пас», а команда защиты отвечает стратегией «защита в случае паса», по нашим оценкам, выигрыш нападения составляет 4,5 набранных ярда, или +4,5*. «Выигрыш» защиты — 4,5 потерянных ярда, или −4,5. В других ячейках также показаны наши оценки количества ярдов, набранных или потерянных каждой командой.

		Защита		
		Пробежка	Пас	Блиц
Нападение	Пробежка	2, −2	5, −5	13, −13
	Короткий пас	6, −6	5,6, −5,6	10,5, −10,5
	Средний пас	6, −6	4,5, −4,5	1, −1
	Длинный пас	10, −10	3, −3	−2, 2

Рис. 4.2. Один розыгрыш в американском футболе

Обратите внимание, что сумма выигрышей в каждой ячейке таблицы равна 0: когда нападающие набирают 5 ярдов, защитники теряют 5 ярдов, и наоборот: когда нападающие теряют 2 ярда, защитники набирают 2 ярда. Такая схема достаточно широко распространена в спорте, где интересы двух

* Вот как рассчитывались выигрыши в этом примере. Когда команда нападения выбирает стратегию «средний пас», а команда защиты отвечает стратегией «защита в случае паса», по нашим оценкам, вероятность успешного завершения паса и получения 15 ярдов составляет 50 процентов, вероятность незавершенного паса (0 ярдов) — 40 процентов, а вероятность того, что пас будет перехвачен и команда потеряет 30 ярдов, — 10 процентов; в среднем это составляет $0,5 \times 15 + 0,4 \times 0 + 0,1 \times (-30) = 4,5$ ярда. Данные в таблице были предложены небольшой группой экспертов из числа соседей и друзей, собранной Дикситом в один осенний воскресный день. Все эксперты получили за свои консультационные услуги гонорар.

сторон прямо противоположны друг другу. Как отмечалось в главе 2, мы называем это игрой с нулевой (или иногда с постоянной) суммой. Вы должны помнить, что, согласно определению, игра с нулевой суммой представляет собой игру, в которой сумма выигрышей во всех ячейках постоянная величина, будь то 0, 6 или 1000. (В разделе 4.7 описывается игра, в которой сумма выигрышей двух игроков составляет 100.) Основная особенность игры с нулевой суммой состоит в том, что проигрыш одного игрока равен выигрышу другого.

2. Равновесие Нэша

Для анализа игр с одновременными ходами необходимо рассмотреть, как игроки выбирают действия. Вернемся к игре, представленной на рис. 4.1. Обратите внимание на тот ее исход, при котором Строка выбирает вариант «низко», а Столбец — «посредине», с выигрышами 5 для Строки и 4 для Столбца. Каждый игрок отдает предпочтение действию, которое обеспечит ему более высокий выигрыш, и при данном исходе делает такой выбор с учетом выбора соперника. Если Строка выбирает вариант «низко», может ли Столбец получить более высокий выигрыш, выбрав что-то другое, а не «посредине»? Нет, поскольку вариант «слева» обеспечивает ему выигрыш 2, а вариант «справа» — выигрыш 3 и оба не превышают выигрыш 4 в случае варианта «посредине». Стало быть, стратегия «посредине» — **наилучший ответ** Столбца на стратегию «низко», реализуемую Строкой. С другой стороны, если Столбец остановится на варианте «посредине», получит ли Строка более высокий выигрыш, предпочтя варианту «низко» какой-нибудь иной? И снова нет, потому что выигрыши от выбора варианта «вверху» (2), «высоко» (3) или «внизу» (4) не будут больше выигрыша Строки в случае выбора варианта «низко» (5). Следовательно, «низко» — наилучший ответ Строки на стратегию «посредине», применяемую Столбцом.

Эти два варианта выбора, «низко» для Строки и «посредине» для Столбца, представляют собой наилучший ответ игрока, сделавшего соответствующий выбор, на действие другого игрока. После такого выбора оба игрока не захотели бы *по собственной инициативе* переключаться на что-либо другое. Согласно определению некооперативной игры, игроки делают выбор независимо друг от друга; следовательно, такие односторонние изменения — все, что может предпринять каждый игрок. Но поскольку ни один из них к ним не склонен, было бы естественно называть данное положение вещей равновесием. В этом и состоит суть концепции равновесия Нэша.

Согласно несколько более формальной формулировке, **равновесие Нэша*** в игре представляет собой перечень стратегий (по одной на каждого участника), при котором ни один игрок не может увеличить выигрыш, выбрав другую стратегию из имеющихся в его распоряжении, если другие игроки придерживаются стратегий, оговоренных в этом перечне.

А. Дальнейшее разъяснение концепции равновесия Нэша

Для того чтобы лучше понять концепцию равновесия Нэша, давайте еще раз проанализируем игру на рис. 4.1. Возьмем какую-либо другую ячейку вместо ячеек «низко», «посредине», например ячейку, в которой Строка выбирает вариант «высоко», а Столбец — «слева». Может ли это сочетание стратегий быть равновесием Нэша? Нет, потому что, если Столбец применит стратегию «слева», Строка при выборе стратегии «внизу» вместо «высоко», которая обеспечивает выигрыш 4, получит более высокий выигрыш 5. Точно так же сочетание стратегий «внизу», «слева» не будет равновесием Нэша, поскольку Столбец может извлечь больше выгоды, перейдя на стратегию «справа» и тем самым увеличив свой выигрыш с 6 до 7.

Определение равновесия Нэша не требует, чтобы равновесные варианты выбора обязательно были лучше всех имеющихся вариантов. На рис. 4.3 отображена та же ситуация, что и на рис. 4.1, за одним исключением: выигрыш Строки от стратегий «внизу», «посредине» изменился на 5, то есть стал таким же, как и для стратегий «низко», «посредине». По-прежнему верно то, что при выборе Столбцом варианта «посредине» Строка *не может добиться большего*, чем в случае выбора варианта «низко». Следовательно, ни у одного игрока нет оснований для изменения действия в результате исхода «низко», «посредине», что позволяет квалифицировать данный исход как равновесие Нэша**.

* Эта концепция названа по имени математика и экономиста Джона Нэша, который сформулировал ее в докторской диссертации, написанной во время учебы в Принстонском университете в 1949 году. Кроме того, Нэш предложил решение кооперативных игр, которое мы рассмотрим в главе 17. В 1994 году Джон Нэш вместе с двумя другими специалистами по теории игр, Райнхардом Зелтеном и Джоном Харсаньи (мы проанализируем некоторые аспекты их работы в главах 8, 9 и 13), получил Нобелевскую премию по экономике. Биографическая книга Сильвии Назар «Прекрасный разум: жизнь гения математики и нобелевского лауреата Джона Нэша» (A Beautiful Mind: The Life of Mathematical Genius and Nobel Laureate John Nash (New York: Simon & Schuster, 1998) легла в основу художественного фильма, главную роль в котором исполнил Рассел Кроу. К сожалению, попытка объяснить в фильме концепцию равновесия Нэша оказалась неудачной. Мы расскажем о причинах в упражнении **S13** в данной главе, а также в упражнении **S14** в главе 7.

** Однако обратите внимание, что сочетание стратегий «внизу», «посредине» с выигрышами 5, 5 не является равновесием Нэша. Если бы Строка выбрала вариант «внизу», лучший вариант выбора Столбца был бы не «посредине», а «справа». На самом деле вы можете проверить таким способом все остальные ячейки таблицы, чтобы убедиться, что ни одна из них не может быть равновесием Нэша.

		Столбец		
		Слева	Посредине	Справа
Строка	Вверху	3, 1	2, 3	10, 2
	Высоко	4, 5	3, 0	6, 4
	Низко	2, 2	5, 4	12, 3
	Внизу	5, 6	5, 5	9, 7

Рис. 4.3. Вариант игры, представленной на рис. 4.1, с равными выигрышами

Однако важно учесть, что равновесие Нэша не всегда оптимально для обоих игроков. На рис. 4.1 пара стратегий «внизу», «справа» обеспечивает выигрыши 9, 7, которые лучше для обоих игроков, чем выигрыши 5, 4 при равновесии Нэша. Тем не менее, играя независимо друг от друга, игроки не смогут придерживаться именно этих стратегий. Если Столбец предпочтет вариант «справа», Строка может захотеть заменить вариант «внизу» на «низко» и выиграть 12 вместо 9. Получение выигрышей 9, 7 потребует кооперативного действия, которое сделало бы такой «обман» невозможным. Мы рассмотрим данный тип поведения чуть ниже (и более подробно в главе 10), а пока просто хотим указать на тот факт, что равновесие Нэша может не соответствовать общим интересам игроков.

Чтобы закрепить понимание концепции равновесия Нэша, давайте еще раз посмотрим на рис. 4.2, отображающий игру в американский футбол. Если защита выберет стратегию «защита в случае паса», то лучший вариант для нападающих — «короткий пас» (выигрыш 5,6 против 5, 4,5 или 3). И наоборот, если команда нападения предпочтет вариант «короткий пас», то лучший вариант для защиты — «защита в случае паса», которая позволит команде нападения набрать всего 5,6 ярда, тогда как при выборе вариантов «защита в случае пробежки» и «блиц» команда защиты уступила бы 6 и 10,5 ярда соответственно. (Не забывайте, что записи в каждой ячейке таблицы игры с нулевой суммой — это выигрыши игрока под именем Строка, поэтому самый лучший вариант выбора для Столбца — тот, который обеспечивает самый низкий, а не самый высокий показатель.) В данной игре сочетание стратегий «короткий пас», «защита в случае паса» — это равновесие Нэша, а полученный выигрыш команды нападения составляет 5,6 ярда.

Как вычислить равновесие Нэша в играх? Для этого можно проверить каждую ячейку на наличие стратегий, удовлетворяющих равновесию Нэша. Такой систематический анализ надежен, но утомителен, за исключением случаев, когда он выполняется в контексте простых игр или с помощью хорошей компьютерной программы. К счастью, существуют и другие методы, применимые к особым типам игр, которые позволяют не только быстро отыскать равновесие Нэша, но и лучше понять процесс размышлений, посредством которого формируются убеждения, а затем и выбор. Мы проанализируем эти методы в следующих разделах.

Б. Равновесие Нэша как система убеждений и выбор вариантов

Прежде чем приступать к дальнейшему изучению и применению концепции равновесия Нэша, попробуем прояснить то, что, возможно, тревожит некоторых из вас. Мы сказали, что в равновесии Нэша каждый игрок выбирает свой лучший ответ на выбор другого игрока. Но выбор делается одновременно. Тогда как игрок может *реагировать* на то, что еще не произошло, или по крайней мере *не зная*, что именно произошло?

Люди постоянно играют в игры с одновременными ходами и делают свой выбор. Для этого им необходимо найти замену фактическим знаниям или наблюдениям за действиями других игроков. Игроки могут делать слепые догадки и рассчитывать на то, что они окажутся ниспосланными свыше, но, к счастью, существуют более эффективные способы выяснить, что предпринимают другие. Один из них — опыт и наблюдение: если игроки постоянно играют в данную игру или аналогичные игры с подобными игроками, у них может сформироваться неплохое представление об их предпочтениях. В этом случае не самые лучшие варианты выбора вряд ли продержатся долго. Еще один способ — логический процесс мышления через размышления других игроков. Вы ставите себя на их место и размышляете о том, о чем они думают; разумеется, они тоже ставят себя на ваше место и размышляют о том, что думаете вы. На первый взгляд такая логика кажется циклической, однако есть несколько способов вмешаться в этот цикл, и мы покажем их на конкретных примерах в следующих разделах. Равновесие Нэша можно считать кульминацией такого процесса размышлений, в ходе которого каждый игрок правильно определил выбор других игроков.

Посредством наблюдения, или логической дедукции, или какого-либо иного подхода вы как участник игры формируете некоторое представление о выборе участников игр с одновременными ходами. Найти слова для описания этого процесса или его результатов не так уж легко. Речь идет не о предвидении и не о прогнозировании, поскольку действия других игроков выполняются одновременно с вашими и не относятся к будущему. Специалисты по теории игр чаще всего используют термин **убеждение**. Он не идеален для обозначения происходящего, поскольку вызывает смысловые ассоциации с уверенностью или определенностью в большей степени, чем следовало бы (в главе 7 мы допустим возможность того, что убеждения могут быть сопряжены с некоторой неопределенностью), однако ввиду отсутствия более подходящего обозначения нам придется им довольствоваться.

Концепция убеждения соотносится также с описанием неопределенности, представленным в разделе 2.Г главы 2, где мы ввели понятие стратегической неопределенности. Даже в случаях, когда все правила игры (стратегии, имеющиеся в распоряжении игроков, и выигрыши каждого игрока как функция стратегий всех игроков) известны и не подвержены влиянию внешних факторов неопределенности, таких как погода, каждый игрок может испытывать неопределенность относительно действий, предпринимаемых одновременно с ним другими игроками. Точно так же, если прошлые действия не поддаются наблюдению, каждый игрок может испытывать неопределенность по поводу действий других игроков в прошлом. Как же игрокам делать выбор в условиях такой стратегической неопределенности? Они должны составить субъективное мнение или оценку действий других игроков, что, собственно, и позволяет осуществить концепция убеждения.

А теперь представьте себе равновесие Нэша в таком контексте. Мы определили его как конфигурацию стратегий, при которой стратегия каждого игрока представляет собой лучший ответ на стратегии других игроков. Если игрок не располагает информацией о фактическом выборе остальных участников игры, но имеет о нем определенные убеждения, в равновесии Нэша они должны быть правильными: фактические действия других игроков должны соответствовать вашим убеждениям. Следовательно, мы можем дать альтернативное и эквивалентное определение: равновесие Нэша — это такая совокупность стратегий (по одной на каждого игрока), при которой 1) у каждого игрока есть правильные убеждения о стратегиях других игроков; 2) стратегия каждого игрока — лучшая для него самого с учетом его убеждений относительно стратегий других игроков*.

Данный подход к оценке равновесия Нэша имеет два преимущества. Во-первых, концепция лучшего ответа больше не содержит логического противоречия. Каждый игрок выбирает свой лучший ответ не на не поддающиеся наблюдению действия других игроков, а на собственные уже сформировавшиеся убеждения в отношении их действий. Во-вторых, как сказано в главе 7, где мы допускаем смешанные стратегии, случайность в стратегии одного игрока можно интерпретировать как неопределенность убеждений других игроков в отношении его действий. В этой главе мы будем параллельно использовать обе интерпретации равновесия Нэша.

---

* В данной главе мы рассматриваем только равновесия Нэша в чистых стратегиях, а именно в изначально перечисленных в описании игры, а не в комбинации двух или более стратегий. Следовательно, в таком равновесии каждый игрок уверен в действиях других игроков, а значит, стратегическая неопределенность отсутствует. При рассмотрении равновесия в главе 7 в смешанных стратегиях стратегическая неопределенность каждого игрока будет включать вероятности, с которыми различные стратегии используются в равновесных комбинациях стратегий других игроков.

На первый взгляд может показаться, что формирование правильных убеждений и вычисление лучших ответов — слишком сложная задача для обычного человека. Мы обсудим некоторые критические замечания такого рода, а также эмпирические и экспериментальные данные о равновесии Нэша в главе 5 в контексте чистых стратегий и в главе 7 в контексте смешанных стратегий. А пока просто напомним, что практика — критерий истины. Мы сформулируем и проиллюстрируем концепцию Нэша на примере ее применения и надеемся, что так вы лучше поймете ее достоинства и недостатки, чем в ходе абстрактного обсуждения этой темы.

3. Доминирование

Существует категория игр, в которых одна стратегия неизменно оказывается лучше или хуже другой. В таких случаях применяется один способ, позволяющий упростить поиск равновесия Нэша и его интерпретацию.

Эту концепцию отлично иллюстрирует известная игра под названием «**дилемма заключенных**». Рассмотрим сюжет, регулярно используемый в телесериале Law and Order («Закон и порядок»). Предположим, мужа и жену арестовали по подозрению в преступном сговоре в целях убийства молодой женщины. Детективы Грин и Лупо размещают их в разных камерах предварительного заключения и допрашивают по отдельности. Реальных улик, связывающих эту пару с убийством, очень мало, хотя есть доказательства того, что они причастны к похищению жертвы. Детективы объясняют каждому подозреваемому, что им обоим грозит тюремное заключение за похищение сроком до 3 лет, даже если ни один из них не признается. Кроме того, мужу и жене по отдельности внушают, что детективам «известны» подробности произошедшего и что один из них участвовал в совершении преступления по принуждению второго. При этом подразумевается, что тюремный срок одного признавшегося будет существенно сокращен, если все подробно изложить на бумаге. (Во многих фильмах такого рода в этот момент на стол обычно кладут стандартный блокнот с отрывными страницами из желтой линованной бумаги и карандаш.) И наконец, супругов убеждают, что, если они оба признают свою вину, можно будет говорить о снижении их тюремных сроков, но не настолько, как в случае, если бы один из них сознался, а другой отрицал свою вину.

В такой ситуации муж и жена — два участника игры с одновременными ходами, в которой каждый игрок должен сделать выбор: сознаваться в убийстве или нет. Оба знают, что в случае отказа признать свою вину каждому из них светит 3 года тюрьмы за причастность к похищению. Подозреваемые также знают, что если один из них сознается, то получит всего 1 год благодаря сотрудничеству с полицией, тогда как другой отправится в тюрьму минимум на 25 лет. Если сознаются оба, у них будет возможность договориться о сокращении тюремного срока до 10 лет для каждого.

Варианты выбора и исходы этой игры представлены в таблице игры на рис. 4.4. Стратегии «признать вину» и «отрицать вину» можно также обозначить как «отказ от сотрудничества» и «сотрудничество», поскольку это отображает роли двух игроков в отношениях между ними. Таким образом, стратегия «отказ от сотрудничества» означает нарушение любой молчаливой договоренности с супругом (супругой), а стратегия «сотрудничество» — совершение действия, которое поможет супругу (супруге), а не сотрудничество с полицейскими.

		Жена	
		Признать вину (отказ от сотрудничества)	Отрицать вину (сотрудничество)
Муж	Признать вину (отказ от сотрудничества)	10 лет, 10 лет	1 год, 25 лет
	Отрицать вину (сотрудничество)	25 лет, 1 год	3 года, 3 года

Рис. 4.4. Дилемма заключенных

Здесь выигрыши — это длительность тюремного заключения в случае каждого исхода игры, поэтому более низкие значения лучше для каждого игрока. Этим данный пример отличается от большинства анализируемых нами игр, в которых более высокий выигрыш — это хорошо, а не плохо. Так что хотим вас предупредить, что больше — не всегда лучше. Когда значения выигрышей отражают рейтинг исходов игры, лучшая альтернатива часто обозначается 1, а последовательно увеличивающиеся числа соответствуют следующим худшим альтернативам. Кроме того, в таблице игры с нулевой суммой, в которой показаны только выигрыши одного игрока, построенные по принципу «чем больше, тем лучше», меньшие числа для другого игрока будут лучше. В представленной здесь дилемме заключенных меньшие числа лучше для обоих игроков. Следовательно, если вам когда-либо придется составлять таблицу выигрышей, где большие числа — это плохо, вы должны четко предупредить об этом читателя, но и сами, если будете читать составленные кем-то примеры, не забывайте о данном нюансе.

Теперь рассмотрим игру с дилеммой заключенных на рис. 4.4 с точки зрения мужа. Он должен подумать, что предпочтет жена. Предположим, он убежден, что она сознается. Тогда его лучший выбор — тоже сознаться, поскольку так он получит 10 лет тюрьмы вместо 25 лет в случае отрицания вины. А если муж полагает, что жена не признается? Опять же, его лучший выбор — сознаться, так как это гарантирует ему всего год заключения вместо трех, которые бы ему обеспечило отрицание вины. Таким образом, в данной игре стратегия «признать вину» для мужа лучше стратегии «отрицать вину» *независимо от его убеждений в отношении выбора жены*. Будем говорить, что с точки зрения мужа «признать вину» — это **доминирующая стратегия**, а «отрицать вину» — **доминируемая стратегия**. Точно так же мы могли бы сказать, что стратегия «признать вину» *доминирует* над стратегией «отрицать вину» или что стратегия «отрицать вину» *доминируется* стратегией «признать вину».

Если то или иное действие явно лучшее для игрока независимо от действий других игроков, есть веские основания полагать, что рациональный игрок выберет именно его. Если то или иное действие явно худшее для игрока независимо от действий других игроков, есть не менее серьезные основания считать, что рациональный игрок будет его избегать. Следовательно, доминирование (когда оно существует) образует убедительную основу для теории решений игр с одновременными ходами.

А. Наличие доминирующих стратегий у обоих игроков

В представленной выше дилемме заключенных доминирование должно привести мужа к выбору стратегии «признать вину». Аналогичная логика применима и к выбору жены. Ее стратегия «признать вину» также доминирует над стратегией «отрицать вину», поэтому жена тоже решит сознаться. Следовательно, сочетание стратегий («признать вину», «признать вину») и есть прогнозируемый исход данной игры. Обратите внимание, что это равновесие Нэша. (На самом деле это единственное равновесие Нэша в данной игре.) Каждый игрок выбирает свою оптимальную стратегию.

В нашей игре лучший выбор каждого игрока не зависит от правильности его убеждений в отношении другого игрока (в этом и есть смысл доминирования), однако каждый игрок приписывает другому такую же рациональность, которую демонстрирует сам, поэтому оба должны быть в состоянии сформировать правильные убеждения. А фактическое действие каждого игрока будет наилучшим ответом на фактическое действие другого игрока. Обратите внимание, что факт доминирования стратегии «признать вину» над стратегией «отрицать вину» в случае обоих игроков совершенно не зависит от того, действительно ли они виновны, как во многих эпизодах телесериала «Закон и порядок», или обвинение против них сфабриковано, как в фильме L.A. Confidential («Секреты Лос-Анджелеса»). Все зависит исключительно от схемы выигрышей, определяемой продолжительностью сроков заключения.

Любая игра со схемой выигрышей как на рис. 4.4 обозначается общим названием «дилемма заключенных». А если конкретнее, то дилемме заключенных свойственны три ключевые особенности. Во-первых, в распоряжении каждого игрока есть две стратегии: сотрудничать с соперником (в нашем примере — отрицать любую причастностью к преступлению) или нет (признать вину в совершении преступления). Во-вторых, каждый игрок имеет доминирующую стратегию (признать вину или отказаться от сотрудничества). И наконец, равновесие в доминирующих стратегиях хуже для обоих игроков, чем неравновесная ситуация, при которой каждый игрок использует доминируемую стратегию (сотрудничать с соперниками).

Игры такого типа особенно важны при изучении теории игр по двум причинам. Первая — структура выигрышей, присущая дилемме заключенных, присутствует во многих стратегических ситуациях, касающихся экономической, социальной, политической и даже биологической конкуренции. Столь широкий диапазон применения дилеммы заключенных повышает важность ее изучения и понимания со стратегической точки зрения. Этой теме посвящена вся глава 10 и некоторые разделы других глав.

Вторая — несколько необычный характер равновесного исхода, достигаемого в играх с дилеммой заключенных. Оба игрока выбирают свои доминирующие стратегии, однако полученный равновесный исход обеспечивает им выигрыши ниже, чем они могли бы получить, предпочтя доминируемые стратегии. Следовательно, в дилемме заключенных равновесный исход, по сути, плохой исход для игроков. Существует иной исход, который оба бы предпочли равновесному, но проблема в том, как гарантировать, что никто из игроков не прибегнет к обману. На данной особенности дилеммы заключенных сфокусировались специалисты по теории игр и поставили вполне резонный вопрос: что могут сделать участники игры «дилемма заключенных», чтобы достичь ее лучшего исхода? Мы пока оставим его открытым и продолжим обсуждение игр с одновременными ходами, а затем вернемся к нему и проанализируем более подробно в главе 10.

Б. Наличие доминирующей стратегии у одного игрока

Если у рационального игрока есть доминирующая стратегия, он обязательно ее использует, и другой игрок может в этом не сомневаться. В дилемме заключенных это касается обоих игроков, тогда как в ряде других игр — только одного из участников. Если вы играете в игру, не имея доминирующей стратегии в отличие от соперника, можете исходить из предположения, что он применит ее, а значит, у вас есть возможность выбрать свое равновесное действие (наилучший ответ) с учетом данного факта.

Проиллюстрируем этот случай на примере игры между Конгрессом, отвечающим за фискальную политику (налоги и правительственные расходы), и Федеральной резервной системой (ФРС), осуществляющей монетарную политику*. В упрощенной версии, в которой представлены только самые важные аспекты такой игры, фискальная политика Конгресса может сводиться либо к сбалансированному бюджету, либо к дефициту бюджета, а ФРС может устанавливать либо высокие, либо низкие процентные ставки. В реальной жизни эту игру нельзя однозначно отнести к числу игр с одновременными ходами, поскольку даже если выбор в ней делается последовательно, не всегда бывает понятно, кто ходил первым. Мы рассмотрим здесь вариант игры с одновременными ходами, а в главе 6 проанализируем, как будут отличаться исходы при изменении правил игры.

Почти все хотят снижения налогов. При этом немало претендентов на государственное финансирование: оборона, образование, здравоохранение и т. д. Кроме того, существуют различные политически влиятельные группы (в том числе фермеры и отрасли промышленности, страдающие от иностранной конкуренции), нуждающиеся в правительственных субсидиях. Поэтому Конгресс находится под постоянным давлением в плане как снижения налогов, так и увеличения расходов. Однако такой подход становится причиной образования дефицита бюджета, что, в свою очередь, может повлечь за собой рост инфляции. Главная задача ФРС — предотвратить инфляцию. Но ФРС тоже пребывает под политическим прессингом со стороны многих заинтересованных групп, ратующих за снижение процентных ставок, особенно домовладельцев, которым выгодны более низкие ставки по ипотечным кредитам. Снижение процентных ставок приводит к повышению спроса на автомобили, жилье и капиталовложения компаний, но этот спрос может обусловить и рост инфляции. Как правило, ФРС охотно понижает процентные ставки, но только до тех пор, пока нет угрозы инфляции. А она уменьшается, если правительство поддерживает сбалансированность бюджета. С учетом всех этих условий мы построили для этой игры матрицу выигрышей, представленную на рис. 4.5.

		Федеральная резервная система	
		Низкие процентные ставки	Высокие процентные ставки
Конгресс	Сбалансированный бюджет	3, 4	1, 3
	Дефицит бюджета	4, 1	2, 2

Рис. 4.5. Игра с фискальной и монетарной политикой

* Во многих других странах подобные игры ведутся с центральными банками, имеющими операционную независимость в выборе монетарной политики. В разных странах фискальную политику могут определять различные политические органы (исполнительные или законодательные).

Для Конгресса лучший (выигрыш 4) — исход с дефицитом бюджета и низкими процентными ставками, что удовлетворяет всех непосредственных участников политического процесса. Правда, это чревато проблемами в будущем, но в политике временны́е интервалы непродолжительны. По той же причине худший для Конгресса (выигрыш 1) — исход со сбалансированным бюджетом и высокими процентными ставками. Из двух других исходов Конгресс предпочитает исход со сбалансированным бюджетом и низкими процентными ставками (выигрыш 3): он отвечает интересам домовладельцев как представителей важного среднего класса, а низкие процентные ставки предполагают меньше расходов на обслуживание государственного долга, поэтому в сбалансированном бюджете остается место для многих других статей расходов или снижения налогов.

Для ФРС худший (выигрыш 1) — исход с бюджетным дефицитом и низкими процентными ставками, поскольку это сочетание самое инфляционное; лучший (выигрыш 4) — исход со сбалансированным бюджетом и низкими процентными ставками, потому что это сочетание может выдержать высокий уровень экономической активности без большого риска инфляции. Сопоставив два оставшихся исхода с высокими процентными ставками, ФРС выбирает исход со сбалансированным бюджетом, так как он снижает риск инфляции.

Теперь давайте поищем в этой игре доминирующие стратегии. ФРС добьется более высоких результатов за счет низких процентных ставок, если считает, что Конгресс выберет сбалансированный бюджет (в таком случае выигрыш ФРС составит 4, а не 3). С другой стороны, ФРС выгоднее поднять процентные ставки исходя из убеждения, что Конгресс предпочтет дефицит бюджета (тогда выигрыш ФРС составит 2, а не 1). Таким образом, у ФРС нет доминирующей стратегии, а вот у Конгресса она есть. Если он убежден, что ФРС введет низкие процентные ставки, ему выгоднее выбрать бюджетный дефицит, а не сбалансированный бюджет (при этом выигрыш Конгресса составит 4 вместо 3), как, собственно, и в случае высоких процентных ставок (выигрыш Конгресса составит 2 вместо 1). Следовательно, выбор бюджетного дефицита — доминирующая стратегия Конгресса.

Итак, выбор Конгресса очевиден. Какими бы ни были его убеждения в отношении действий ФРС, он предпочтет дефицит бюджета. ФРС же может учесть этот выбор при принятии своего решения. Федеральная резервная система должна отталкиваться от убеждения, что Конгресс применит свою доминирующую стратегию (дефицит бюджета), и исходя из этого выбрать свою лучшую стратегию, то есть высокие процентные ставки.

При таком исходе игры каждая сторона получает выигрыш 2. Однако внимательное изучение рис. 4.5 показывает, что, как и в дилемме заключенных, существует еще один исход (а именно сбалансированный бюджет и низкие процентные ставки), способный обеспечить обоим игрокам более высокие выигрыши (3 для Конгресса и 4 для ФРС). Почему же он недостижим в качестве равновесия? Проблема в том, что у Конгресса возникнет искушение отклониться от заявленной стратегии и незаметно создать дефицит бюджета. ФРС, в свою очередь, зная о подобном соблазне и во избежание худшего исхода (выигрыш 1), тоже отклонится от своей стратегии и повысит ставки. В главах 6 и 9 мы расскажем, как обе стороны могут преодолеть эту трудность, чтобы достичь обоюдовыгодного исхода. Но следует отметить, что в большинстве стран в разные времена эти два политических органа действительно оказывались в тупиковой ситуации, когда фискальная политика была слишком мягкой, а монетарная требовала ужесточения, чтобы сдерживать инфляцию.

B. Последовательное исключение доминируемых стратегий

До сих пор в рассмотренных нами играх в распоряжении каждого игрока было по две чистые стратегии. Если одна стратегия в таких играх доминирующая, а другая — доминируемая, то выбор первой равнозначен исключению второй. В более масштабных играх некоторые стратегии игрока могут быть доминируемыми, даже если при этом ни одна стратегия не доминирует над остальными. Если игроки оказываются в игре данного типа, у них есть шанс добиться равновесия посредством исключения доминируемых стратегий из рассмотрения в качестве возможных вариантов выбора. Такое исключение уменьшает размер игры, а в «новой» игре у того же игрока или у его соперника может быть другая доминируемая стратегия, которую тоже можно удалить. В «новой» игре у одного из участников может даже появиться доминирующая стратегия. **Последовательное**, или **итеративное**, **исключение доминируемых стратегий** сводится к их удалению и сокращению размера игры до тех пор, пока дальнейшее сокращение не станет невозможным. Когда этот процесс завершается уникальным исходом, говорят, что игра **разрешима по доминированию**. Такой исход представляет собой равновесие Нэша, а стратегии, которые его обеспечивают, — равновесные стратегии каждого игрока.

Давайте возьмем в качестве примера этого процесса игру, представленную на рис. 4.1. Рассмотрим первые стратегии Строки. Если какая-то стратегия неизменно обеспечивает этому игроку худшие выигрыши, то она является доминируемой и ее можно исключить из рассмотрения в поисках равновесного выбора Строки. В данном примере единственная доминируемая стратегия Строки — «высоко», над которой доминирует стратегия «внизу»: если Столбец выберет стратегию «слева», Строка получит выигрыш 5 за счет стратегии «внизу» и 4 — за счет стратегии «высоко»; если Столбец предпочтет стратегию «справа», Строка получит выигрыш 9, применив стратегию «внизу», и только 6 в случае «высоко». Следовательно, мы можем исключить стратегию «высоко» из рассмотрения. Теперь проанализируем варианты выбора Столбца на предмет исключения. Стратегия Столбца «слева» доминируется стратегией «справа» (что подтверждают аналогичные рассуждения: 1 < 2, 2 < 3 и 6 < 7). Обратите внимание, что мы не могли сделать такой вывод раньше, до удаления стратегии Строки «высоко»: в игре против стратегии Строки «высоко» Столбец получил бы выигрыш 5 за счет стратегии «слева» и только 4 за счет стратегии «справа». Стало быть, первый этап исключения стратегии Строки «высоко» позволяет перейти ко второму этапу, сводящемуся к удалению стратегии Столбца «слева». Таким образом, в контексте оставшегося набора стратегий («вверху», «низко» и «внизу» у Строки и «посредине» и «справа» у Столбца) стратегии Строки «вверху» и «внизу» доминируемы стратегией «низко». Когда у Строки остается только стратегия «низко», Столбец выберет свой наилучший ответ — а именно стратегию «посредине».

Следовательно, эта игра разрешима по доминированию, а ее исход — «низко»/«посредине» с выигрышами 5, 4. Мы определили его как равновесие Нэша, когда впервые иллюстрировали данную концепцию с помощью этой игры. Теперь более подробно рассмотрели процесс размышлений игроков, приводящий к формированию правильных убеждений. Рациональный игрок Строка не выберет стратегию «высоко». Рациональный игрок Столбец поймет это и, взвесив эффективность своих стратегий против оставшихся у Строки, не выберет «слева». Строка, в свою очередь, предвидя это, не выберет ни «вверху», ни «внизу». И наконец, Столбец, проанализировав все это, применит «посредине».

Другие игры могут быть не разрешимы по доминированию, а последовательное исключение доминируемых стратегий может не обеспечить уникальный исход игры. Но даже в таких случаях исключение доминируемых стратегий позволяет уменьшить размер игры и облегчить ее решение с помощью одного или более методов, описанных в следующих разделах. Стало быть, исключение доминируемых стратегий может стать полезным шагом на пути к решению большой игры с одновременными ходами, даже если не предоставляет возможности решить ее полностью.

До сих пор в процессе анализа итеративного исключения доминируемых стратегий все сравнения выигрышей носили однозначный характер. Но что если выигрыши окажутся равными? Рассмотрим вариант предыдущей игры, показанной на рис. 4.3. В этой ее версии стратегии «высоко» (у Строки) и «слева» (у Столбца) также исключаются. На следующем этапе «низко» по-прежнему доминирует над «вверху», а вот доминирование «низко» над «внизу» стало менее очевидным.

Эти две стратегии обеспечивают Строке равные выигрыши в борьбе против стратегии Столбца «посредине», хотя стратегия «низко» все же гарантирует Строке более высокий выигрыш по сравнению со стратегией «внизу» при их использовании против стратегии Столбца «справа». Будем говорить, что с точки зрения Строки в данный момент стратегия «низко» *слабо* доминирует над стратегией «внизу». Напротив, стратегия «низко» *строго* доминирует над стратегией «вверху», поскольку обеспечивает более высокие выигрыши, чем стратегия «вверху», разыгранная против обеих стратегий Столбца («посредине» и «справа»), анализируемых на данном этапе.

А теперь хотим предупредить вас вот о чем: последовательное исключение слабо доминируемых стратегий может привести к потере некоторых равновесий Нэша. Рассмотрим игру, представленную на рис. 4.6, где мы вводим Ровену как игрока вместо Строки и Колина вместо Столбца*. В случае Ровены стратегия «вверх» слабо доминируема стратегией «вниз»; если Колин сыграет «налево», то Ровена получит лучший выигрыш, применив стратегию «вниз», а не «вверх», а если Колин сыграет «направо», то Ровена получит один и тот же выигрыш от обеих своих стратегий. Точно так же для Колина стратегия «направо» слабо доминирует над стратегией «налево». В таком случае разрешимость по доминированию говорит нам, что сочетание стратегий «вниз»/«направо» — равновесие Нэша. Это действительно так, но «вниз»/«налево» и «вверх»/«направо» — тоже равновесия Нэша. Рассмотрим сочетание «вниз»/«налево». Когда Ровена выбирает «вниз», Колин не может улучшить свой выигрыш, переключившись на стратегию «направо», а когда Колин выбирает «налево», лучший ответ Ровены — сыграть «вниз». Аналогичные рассуждения позволяют убедиться, что «вверх»/«направо» — также равновесие Нэша.

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	0, 0	1, 1
	Вниз	1, 1	1, 1

Рис. 4.6. Исключение слабо доминируемых стратегий

* Мы используем эти имена в надежде на то, что они помогут вам вспомнить, какой игрок выбирает строку («Ровена» от англ. row), а какой — столбец («Колин» от англ. column). Такой изобретательный способ обозначения игроков предложил Роберт Ауман, разделивший Нобелевскую премию с Томасом Шеллингом в 2005 году, идеи которого рассматриваются в главе 9.

В связи с этим при использовании слабого доминирования для исключения некоторых стратегий целесообразно проверить, не пропустили ли вы какие-либо равновесия, с помощью других методов (таких как метод, представленный в следующем разделе). Решение по итеративному доминированию можно считать вероятным равновесием Нэша в этой игре с одновременными ходами, однако следует учитывать также важность множественности равновесий и другие равновесия сами по себе. Мы рассмотрим эти вопросы в следующих главах, проанализировав множественность равновесий в главе 5 и взаимосвязи между играми с последовательными и одновременными ходами в главе 6.

4. Анализ наилучших ответов

Во многих играх с одновременными ходами нет ни доминирующих, ни доминируемых стратегий. Другие игры могут иметь одну или несколько доминируемых стратегий, но их итеративное исключение не обеспечивает единственного исхода игры. В таких случаях необходимо выполнить следующий шаг в процессе поиска решения игры. Мы по-прежнему ищем равновесие Нэша, в котором каждый игрок предпринимает свое лучшее действие с учетом действий другого игрока (игроков), но теперь должны прибегнуть к более тонкому стратегическому мышлению, чем то, которого требует простое исключение доминируемых стратегий.

Здесь мы сформулируем еще один систематический метод поиска равновесий Нэша, который нам очень пригодится при выполнении последующего анализа. Для начала введем требование о правильности убеждений. Мы будем по очереди принимать точку зрения каждого игрока и задавать такой вопрос: какой лучший ответ данного игрока на каждый вариант выбора, который может сделать другой игрок (игроки)? Таким образом мы найдем лучшие ответы каждого игрока на все стратегии, доступные другим игрокам. В математических терминах это означает, что мы найдем стратегию лучшего ответа каждого игрока в зависимости от (или как функцию от) стратегий, находящихся в распоряжении других игроков.

Вернемся к игре, в которую играли Строка и Столбец, и представим ее на рис. 4.7. Сначала проанализируем ответы Строки. Если Столбец применит стратегию «слева», наилучший ответ Строки — «внизу», обеспечивающий выигрыш 5. Мы показываем его, выделив соответствующий выигрыш кружком в таблице игры. Если Столбец предпочтет стратегию «посредине», лучший ответ Строки — «низко» (тоже выигрыш 5). А если Столбец выберет стратегию «справа», оптимальный выбор Строки — снова «низко» (выигрыш 12). Опять же, мы показываем лучшие варианты выбора Строки, обведя кружками соответствующие выигрыши. Аналогичным образом представлены лучшие ответы Столбца, выигрыши по которым выделены кружками: 3 (стратегия «посредине» как лучший ответ на стратегию Строки «вверху»), 5 («слева» как лучший ответ на «высоко»), 4 («посредине» как лучший ответ на «низко») и 7 («справа» как лучший ответ на «внизу»)*. Мы видим, что в одной ячейке — а именно «низко»/«посредине» — оба выигрыша выделены кружками. Следовательно, стратегии «низко» у Строки и «посредине» у Столбца одновременно будут лучшими ответами друг на друга. Мы нашли равновесие Нэша в этой игре еще раз.

		Столбец		
		Слева	Посредине	Справа
Строка	Вверху	3, 1	2, 3	10, 2
	Высоко	4, 5	3, 0	6, 4
	Низко	2, 2	5, 4	12, 3
	Внизу	5, 6	4, 5	9, 7

Рис. 4.7. Анализ наилучших ответов

Анализ наилучших ответов — это исчерпывающий способ обнаружения в игре всех возможных равновесий Нэша. Вам следует углубить понимание этого метода, применив его ко всем играм, описанным в данной главе. Примеры с доминированием представляют особый интерес. Если у Строки есть доминирующая стратегия, именно она будет наилучшим ответом на все стратегии Столбца; следовательно, все наилучшие ответы Строки расположены по горизонтали в одной и той же строке. Точно так же, если у Столбца есть доминирующая стратегия, то все его наилучшие ответы выстроятся по вертикали в одном и том же столбце. Вы можете сами проверить, как такой анализ позволяет определить равновесия Нэша в дилемме заключенных с участием мужа и жены, показанной на рис. 4.4, и в игре между Конгрессом и Федеральной резервной системой, отображенной на рис. 4.5.

* В качестве альтернативного способа можно как-то отмечать стратегии, которые игроки не выбирают. Например, на рис. 4.3 Строка не выбирает стратегии «вверху», «высоко» и «внизу» как ответы на стратегию Столбца «справа». Это можно было бы показать, зачеркнув косыми линиями выигрыши ряда в этих случаях — 10, 6 и 9 соответственно. Когда это будет сделано по всем стратегиям обоих игроков, выигрыши стратегий («низко», «посредине») останутся незачеркнутыми; это и есть равновесие Нэша в данной игре. Такие варианты, как выделение кружками выбранных стратегий и зачеркивание косыми линиями невыбранных, связаны друг с другом на концептуальном уровне, так же как выделение выбранных ветвей стрелками и отсечение невыбранных в случае игр с последовательными ходами. В каждом из этих случаев мы отдаем предпочтение первому варианту, поскольку полученная в результате картина более наглядна и лучше передает суть происходящего.

В некоторых играх анализ наилучших ответов не позволяет найти равновесие Нэша, подобно тому как разрешимость по доминированию не всегда обеспечивает требуемый результат. Однако в данном случае мы можем сказать кое-что более конкретное, чем при неудачной попытке использовать доминирование. Когда анализ наилучших ответов в игре с дискретными стратегиями не обнаруживает равновесия Нэша, это означает, что в этой игре нет равновесия в чистых стратегиях. Мы рассмотрим игры такого типа в разделе 7 данной главы, а в главе 5 расширим область применения анализа наилучших ответов на игры, в которых стратегии представляют собой непрерывные переменные, например цены или расходы на рекламу. Кроме того, мы построим *кривые* наилучших ответов, что позволит нам находить равновесия Нэша, и увидим, что в подобных играх равновесие может отсутствовать с меньшей вероятностью в силу непрерывности выбора стратегий.

5. Три игрока

До сих пор мы анализировали только игры между двумя участниками. Однако все рассмотренные методы анализа применимы и для поиска равновесий Нэша в чистых стратегиях в любой игре с одновременными ходами с участием любого количества игроков. Когда в игре больше двух участников, каждому из которых доступно сравнительно небольшое количество чистых стратегий, анализ можно выполнить с помощью таблицы игры, подобно тому как мы это делали в первых четырех разделах данной главы.

В главе 3 мы рассматривали игру с тремя участницами, каждая из которых имела по две чистые стратегии. Эмили, Нине и Талии предстояло решить, вносить ли вклад в создание декоративного сада на их маленькой улице. Мы предположили, что в случае вклада всех трех участниц игры сад будет не лучше, чем при вкладе двоих девушек, а вот если вклад сделает только одна участница, сад получится настолько скудным, что уж лучше его и не высаживать вовсе. Теперь допустим, что три участницы делают выбор одновременно, а разнообразие возможных исходов и выигрышей несколько богаче. В частности, размер и пышность сада будут зависеть от точного количества инвесторов: вклад трех участниц позволит разбить самый большой и красивый сад, двух — средний сад и одной — маленький.

Предположим, Эмили анализирует вероятные исходы игры «уличный сад». Ей предстоит оценить шесть возможных вариантов. Эмили может выбирать, вносить или не вносить вклад, если и Нина, и Талия внесут свой вклад или если ни одна из них этого не сделает либо сделает только одна. С точки зрения Эмили, лучший возможный исход с рейтингом 6 — воспользоваться добротой соседок и сделать так, чтобы Нина и Талия инвестировали в создание сада, а она сама — нет. Тогда Эмили могла бы наслаждаться средним садом, не вкладывая в него заработанные тяжелым трудом деньги. Если Нина и Талия вложат средства в сад и Эмили тоже, она сможет любоваться большим прекрасным садом, но ценой собственного вклада, поэтому она присваивает этому исходу рейтинг 5.

На другом конце диапазона находятся исходы, возникающие в случае отказа Нины и Талии инвестировать в сад. При таком раскладе Эмили снова предпочтет не вносить вклад, поскольку иначе все расходы на создание общественного сада, которым будут наслаждаться все, лягут на ее плечи; уж лучше она посадит цветы у себя во дворе. Таким образом, если другие участницы игры отказываются вкладывать средства в создание сада, Эмили присваивает рейтинг 1 исходу, при котором она вносит вклад, и рейтинг 2 исходу, при котором она этого не делает.

Между крайними случаями находятся ситуации, в которых кто-то один — либо Нина, либо Талия — вносит вклад, но не сразу обе. Когда одна из них это делает, Эмили знает, что сможет наслаждаться маленьким садом, не принимая участия в его создании. Кроме того, она считает, что цена ее вклада перевешивает то, что он позволит увеличить размер сада. Поэтому Эмили присваивает рейтинг 4 исходу, при котором она не вносит вклад, но получает возможность наслаждаться маленьким садом, и рейтинг 3 исходу, при котором вносит вклад, обеспечивая создание среднего сада. Поскольку Нина и Талия придерживаются аналогичных взглядов на затраты и преимущества, каждая из них составляет такой же рейтинг вероятных исходов игры, в котором самый худший — когда каждая участница инвестирует в создание сада, а две оставшиеся этого не делают, и т. д.

Если все трое решают, вносить ли вклад в создание сада, не зная о действиях соседок, перед нами — игра с одновременными ходами с тремя игроками. Для того чтобы найти в ней равновесие Нэша, необходимо составить таблицу игры. В случае игры с тремя участниками таблица должна быть трехмерной, а стратегии третьего игрока должны соответствовать третьему измерению. Самый простой способ его прибавить к двумерной таблице игры — добавить страницы. Первая страница таблицы отображает выигрыши для первой стратегии третьего игрока, вторая страница — выигрыши для второй стратегии третьего игрока и т. д.

Мы показываем трехмерную таблицу игры «уличный сад» на рис. 4.8. В ней две строки отведены для двух стратегий Эмили, два столбца — для двух стратегий Нины и две страницы — для двух стратегий Талии. Мы разместили эти страницы рядом, чтобы вы могли видеть все одновременно. В каждой ячейке выигрыши перечислены в следующем порядке: сначала выигрыш игрока строки, затем выигрыш игрока столбца, далее выигрыш игрока страницы, то есть в данном примере: Эмили, Нина, Талия.

Талия выбирает:

Внести вклад

		Нина	
		Внести вклад	Не вносить вклад
Эмили	Внести вклад	5, 5, 5	3, 6, 3
	Не вносить вклад	6, 3, 3	4, 4, 1

Не вносить вклад

		Нина	
		Внести вклад	Не вносить вклад
Эмили	Внести вклад	3, 3, 6	1, 4, 4
	Не вносить вклад	4, 1, 4	2, 2, 2

Рис. 4.8. Игра «уличный сад»

Прежде всего мы должны определить, есть ли доминирующие стратегии у каждой из участниц. В таблицах игр из одной страницы это было достаточно просто: мы просто сравнивали исходы, связанные с одной из стратегий игрока, с исходами другой его стратегии. На практике в случае игрока строки такое сравнение требовало простой проверки данных в столбцах одной страницы таблицы и наоборот в случае игрока столбца. Сейчас же мы должны проверить данные на обеих страницах таблицы, чтобы определить, есть ли доминирующая стратегия у какой-либо из участниц игры.

В случае Эмили мы сравниваем две строки обеих страниц таблицы и видим, что если Талия внесет вклад, то доминирующая стратегия Эмили — не вносить вклад. Следовательно, для Эмили лучше не вносить вклад в создание сада независимо от решений остальных участниц игры. Точно так же мы видим, что доминирующая стратегия Нины (на обеих страницах таблицы) — не вносить вклад. А вот при поиске доминирующей стратегии у Талии нужно быть предельно внимательными. Мы должны сравнить исходы, которые поддерживают постоянство поведения Эмили и Нины, проанализировав выигрыши Талии в случае выбора стратегии «внести вклад» в сравнении с выигрышами от выбора стратегии «не вносить вклад». Иными словами, мы должны сравнить ячейки двух страниц таблицы: верхнюю левую ячейку первой страницы (слева) с верхней левой ячейкой второй страницы (справа) и т. д. Как и для первых двух участниц игры, этот процесс показывает, что доминирующая стратегия Талии — тоже не вносить вклад.

Итак, у каждой участницы игры есть доминирующая стратегия, которая должна быть ее равновесной чистой стратегией. Равновесие Нэша в этой игре состоит в том, что все ее участницы предпочитают не вкладывать средства в создание сада и получить второй по величине выигрыш. При этом сад так и не будет посажен, а участницы игры не понесут лишних расходов.

Обратите внимание, что эта игра — еще один пример дилеммы заключенных. Существует единственное равновесие Нэша, при котором все игроки получают выигрыш 2. Однако у «уличного сада» есть еще один исход (при котором все три соседки инвестируют в сад), обеспечивающий всем трем участницам более высокие выигрыши 5. Хотя каждой из них было бы выгодно поучаствовать в создании сада, ни у кого из них нет индивидуального стимула для этого. В итоге такие сады либо вообще не сажают, либо делают это за счет налоговых поступлений, поскольку городская администрация может взыскать с жителей города такой налог. В главе 11 мы рассмотрим другие дилеммы коллективного действия и изучим некоторые методы их решения.

Равновесие Нэша в игре «уличный сад» можно также найти посредством анализа наилучших ответов, как показано на рис. 4.9. Так как доминирующая стратегия каждой участницы игры — «не вносить вклад», все наилучшие ответы Эмили находятся в ее строке «не вносить вклад», Нины — в ее колонке «не вносить вклад», а Талии — на ее странице «не вносить вклад». Ячейка в правом нижнем углу содержит три наилучших ответа, а значит, это и есть равновесие Нэша.

Талия выбирает:

Внести вклад

		Нина	
		Внести вклад	Не вносить вклад
Эмили	Внести вклад	5, 5, 5	3, 6, 3
	Не вносить вклад	6, 3, 3	4, 4, 1

Не вносить вклад

		Нина	
		Внести вклад	Не вносить вклад
Эмили	Внести вклад	3, 3, 6	1, 4, 4
	Не вносить вклад	4, 1, 4	2, 2, 2

Рис. 4.9. Анализ наилучших ответов в игре «уличный сад»

6. Множество равновесий в чистых стратегиях

В каждой из игр, рассмотренных в предыдущих разделах, было единственное равновесие Нэша в чистых стратегиях. Однако в целом в играх необязательно должно быть единственное равновесие Нэша. Мы проиллюстрируем этот результат посредством класса игр, имеющих много областей применения, который можно обозначить как **координационные игры**. У их участников есть общие интересы (хотя и не всегда полностью совпадающие), но поскольку игроки действуют независимо друг от друга (в силу характера некооперативных игр), координация действий, необходимых для достижения общего предпочтительного исхода, проблематична.

А. Встретятся ли Гарри и Салли? Чистая координация

Для того чтобы проиллюстрировать эту идею, давайте представим себе двух студентов-старшекурсников, встретившихся в университетской библиотеке*. Они понравились друг другу и хотели бы продолжить общение, но им нужно идти в разные аудитории на лекции. Гарри и Салли договариваются вместе выпить кофе после занятий, которые заканчиваются в 16:30. Во время лекций оба осознают, что из-за волнения забыли договориться о месте встречи. Существует два возможных варианта: Starbucks и Local Latte. К сожалению, эти кафе расположены на противоположных концах большого кампуса, поэтому оказаться в обоих примерно в одно и то же время невозможно. Кроме того, Гарри и Салли не обменялись телефонными номерами, из-за чего не могут отправить друг другу сообщения. Что же нужно сделать каждому из них?

На рис. 4.10 эта ситуация представлена в виде игры с матрицей выигрышей. У каждого игрока два варианта выбора: Starbucks и Local Latte. Выигрыш для каждого равен 1, если они встретятся, и 0, если нет. Анализ наилучших ответов позволяет быстро определить, что в игре два равновесия Нэша: одно — при котором Салли и Гарри выберут Starbucks, и второе — при котором они выберут Local Latte. Для обоих важно достичь одного из этих равновесий, причем какого — не играет роли, поскольку оба равновесия обеспечивают одинаковые выигрыши. Главное, чтобы они скоординированно выбрали одно и то же действие, неважно какое. Именно поэтому такую игру называют игрой с **чистой координацией**.

		Салли	
		Starbucks	Local Latte
Гарри	Starbucks	1, 1	0, 0
	Local Latte	0, 0	1, 1

Рис. 4.10. Чистая координация

Но смогут ли Гарри и Салли успешно скоординировать свои действия? Или в конечном счете они окажутся в разных кафе и каждый будет думать, что другой его подвел? Увы, такой риск существует. Гарри может решить, что Салли отправится

* Имена позаимствованы из художественного фильма 1989 года When Harry Met Sally («Когда Гарри встретил Салли») с его классической фразой «Мне то же, что и ей», главные роли в котором исполнили Мэг Райан и Билли Кристал.

в Starbucks, потому что она что-то говорила о занятиях, которые проходят на той стороне кампуса, где расположен Starbucks. Но у Салли может быть противоположное убеждение относительно того, что сделает Гарри. При наличии множества равновесий Нэша игрокам при выборе одного из них необходим какой-то способ скоординировать свои убеждения или ожидания в отношении действий друг друга.

Эта ситуация аналогична тому, что произошло с героями истории «Какая шина?», рассказанной в главе 1, где мы обозначили метод координации термином «**фокальная точка**». В данном контексте одно из двух кафе может быть широко известно как место встречи студентов. Однако недостаточно, чтобы Гарри просто об этом знал. Он должен знать, что Салли знает, и что она знает, что он знает, и т. д. Иными словами, их ожидания должны *сходиться* в фокальной точке. В противном случае Гарри может сомневаться в том, куда пойдет Салли, поскольку он не знает, что она думает о том, куда пойдет он. Подобные сомнения могут возникнуть на третьем, или четвертом, или еще более высоком уровне размышлений о размышлениях*.

Когда один из нас (Диксит) задал этот вопрос своим студентам, большинство первокурсников выбрали Starbucks, а старшекурсники — местное кафе в студенческом центре университетского городка. Такой расклад закономерен: первокурсники, которые прожили в кампусе совсем немного времени, фокусируют свои ожидания на всем известной национальной сети кафе, тогда как старшекурсники знают местное кафе, ставшее для них самым лучшим местом встречи, и считают, что их друзья придерживаются аналогичного мнения.

Если бы одно кафе было оформлено в оранжевых тонах, а другое — в багровых, то в Принстоне первое кафе служило бы в качестве фокальной точки, поскольку оранжевый — это цвет Принстонского университета, тогда как в Гарварде по той же причине фокальной точкой было бы кафе с багровым декором. Если один человек — студент Принстона, а другой — Гарварда, они могут вообще не встретиться: либо потому, что каждый из них считает свой цвет более приоритетным, либо по той причине, что каждый думает, что другой не проявит гибкость и не пойдет на компромисс. В более общем случае способность участников

---

* Томас Шеллинг предложил классический подход к решению координационных игр и сформулировал концепцию фокальной точки в своей книге The Strategy of Conflict (*Шеллинг Т.* Стратегия конфликта. — М. : ИРИСЭН, Социум, 2016). Его объяснение фокальных точек основывалось на результатах анализа ответов на вопросы, которые он ставил своим студентам и коллегам. Самым памятным был следующий вопрос: «Предположим, вы договорились встретиться с кем-то в Нью-Йорке в определенный день, но не назначили конкретное место или время, и у вас нет возможности связаться с этим человеком. Куда вы пойдете и в какое время?» Пятьдесят лет назад, когда этот вопрос был задан впервые, общепринятым фокальным местом считался Центральный вокзал; в настоящее время это могла бы быть лестница у театральной кассы TKTS на Таймс-сквер. Фокальным временем остается двенадцать часов дня.

координационных игр найти фокальную точку зависит от наличия такой общеизвестной точки контакта, будь то историческая, культурная или языковая.

Б. Встретятся ли Гарри и Салли? И где? Игра в доверие

Теперь давайте немного изменим выигрыши в игре. Поведение студентов старших курсов позволяет предположить, что нашей паре может быть не совсем безразлично, какое именно кафе выбирать. В одном заведении может быть лучше кофе, в другом — атмосфера. Или они могут предпочесть менее популярное место встречи студентов, чтобы избежать возможного столкновения с бывшими парнями или девушками. Предположим, Гарри и Салли остановятся на Local Latte; следовательно, выигрыш каждого из них составит 2, если они встретятся в этом кафе, и 1, если они встретятся в Starbucks. Новая матрица выигрышей показана на рис. 4.11.

		Салли	
		Starbucks	Local Latte
Гарри	Starbucks	1, 1	0, 0
	Local Latte	0, 0	2, 2

Рис. 4.11. Игра в доверие

Здесь снова присутствуют два равновесия Нэша. Однако в данной версии игры каждый предпочитает равновесие, при котором оба выбирают Local Latte. К сожалению, тот факт, что обоим участникам нравится такой исход игры, его не гарантирует. Прежде всего (как и всегда в нашем анализе) выигрыши должны быть элементом общего знания, оба игрока должны знать всю матрицу выигрышей, оба должны знать, что оба знают, и т. д. Знание игры во всех подробностях было бы возможным, если бы Гарри и Салли обсудили ситуацию и сошлись во мнениях по поводу преимуществ двух кафе, но просто забыли договориться о том, что встретятся в Local Latte. Но даже в этом случае Гарри мог бы подумать, что у Салли есть какая-то иная причина для выбора Starbucks, или он может подумать, что она подумает, что он подумает, и т. д. Без истинной **сходимости ожиданий** в отношении действий участники игры могут выбрать худшее равновесие или, что еще печальнее, вообще не скоординировать свои действия, и тогда каждый получит нулевой выигрыш.

Повторим еще раз: участники игры, представленной на рис. 4.11, могут получить предпочтительный равновесный исход, только если каждый из них достаточно убежден в том, что другой выберет надлежащее действие. По этой причине игры такого типа называются **играми в доверие***.

Во многих подобных реальных жизненных ситуациях обрести доверие довольно легко при наличии даже минимальной коммуникации между игроками. Их интересы полностью совпадают: если один скажет «Я пойду в Local Latte», у другого нет оснований сомневаться в истинности этого утверждения, поэтому он пойдет туда же, чтобы получить предпочтительный для обоих исход. Именно поэтому нам пришлось придумать историю с двумя студентами, которые посещают разные занятия и не имеют возможности общаться друг с другом. Если интересы игроков вступают в конфликт, правдивая коммуникация становится более проблематичной. Мы углубимся в эту проблему, когда будем рассматривать стратегическое манипулирование информацией в играх в главе 8.

В более многочисленных группах коммуникацию можно обеспечить посредством планирования встреч или размещения объявлений. Но эти способы эффективны только в случае, когда все знают, что остальные обращают на них внимание, поскольку для успешной координации действий необходимо, чтобы требуемый исход был фокальной точкой. Ожидания игроков должны сходиться в этой точке: все должны знать, что каждый знает, что … каждый делает этот выбор. Именно эту функцию выполняют многие общественные институты и договоренности. Собрания, во время которых присутствующие рассаживаются по кругу и смотрят в его центр, позволяют каждому видеть, что делают остальные. Рекламные объявления во время Суперкубка, особенно когда их показывают накануне матчей в качестве основной приманки, убеждают каждого зрителя, что многие тоже их смотрят. Это делает такие рекламные объявления особенно привлекательными для компаний, выпускающих продукты, которые становятся более желанными для каждого отдельного покупателя, если их покупают многие люди; к данной категории относится продукция компьютерной отрасли, телекоммуникаций и интернет-индустрии**.

---

* Классический пример игры в доверие — охота на оленя, описанная французским философом XVIII столетия Жан-Жаком Руссо. Несколько человек могут успешно провести охоту на оленя и получить большое количество мяса, если будут взаимодействовать. Если один из охотников уверен, что остальные примут участие в охоте, ему также выгодно присоединиться к группе. Но если он сомневается, будет ли группа достаточно большой, ему лучше одному отправиться на охоту за более мелким животным, скажем за зайцем. Однако, по мнению Руссо, есть основания утверждать, что каждый охотник предпочел бы охоту на зайца независимо от действий других игроков, а это сделало бы охоту на оленя дилеммой заключенных с несколькими участниками, а не игрой в доверие. Мы рассмотрим данный пример в контексте коллективного действия в главе 11.

** Майкл Чхве развивает эту тему в книге: Michael Chwe, Rational Ritual: Culture, Coordination, and Common Knowledge (Princeton: Princeton University Press, 2001).

В. Встретятся ли Гарри и Салли? И где? Битва полов

Теперь давайте еще немного усложним игру с выбором кафе. Оба игрока хотят встретиться, но предпочитают разные кафе. Таким образом, Гарри может получить выигрыш 2, а Салли — 1, если они встретятся в Starbucks, и наоборот, если встреча состоится в Local Latte. Матрица выигрышей этой игры показана на рис. 4.12.

		Салли	
		Starbucks	Local Latte
Гарри	Starbucks	2, 1	0, 0
	Local Latte	0, 0	1, 2

Рис. 4.12. Битва полов

Такая игра называется **битвой полов**. Название происходит от истории, которую специалисты по теории игр придумали для иллюстрации этой структуры выигрышей в сексистских 1950-х годах. В этой истории мужу и жене предстоял выбор между походом на боксерский матч и балет, причем (предположительно, по эволюционно-генетическим причинам) муж должен был выбрать бокс, а жена — балет. Это название прижилось, поэтому мы будем его использовать, хотя наш пример (в котором у любого из игроков вполне могла быть причина предпочесть любое из двух кафе, не имеющая отношения к полу) ясно дает понять, что такая игра необязательно должна иметь сексистский подтекст.

Как будут развиваться события в этой игре? В ней по-прежнему присутствуют два равновесия Нэша. Если Гарри убежден, что Салли выберет Starbucks, ему лучше сделать то же самое, и наоборот. По тем же причинам Local Latte также является равновесием Нэша. Для того чтобы достичь любого из этих равновесий и избежать исходов, при которых игроки отправятся в разные кафе, им необходима фокальная точка, или сходимость ожиданий, точно так же как в игре с чистыми стратегиями и игре в доверие. Однако в битве полов риск неудачи с координацией действий выше. Игроки с самого начала находятся в достаточно симметричных ситуациях, однако каждое из двух равновесий Нэша обеспечивает им асимметричные выигрыши, а их предпочтения в отношении двух возможных исходов вступают в противоречие: Гарри ратует за встречу в Starbucks, а Салли — в Local Latte. Они должны найти способ нарушить эту симметрию.

В стремлении достичь предпочтительного для себя равновесия каждый игрок может прибегнуть к жестким действиям и стратегии, ведущей к лучшему равновесию. В главе 9 мы рассмотрим в деталях такие инструменты ведения игры, как стратегические ходы, которые участники подобных игр могут предпринять для обеспечения предпочтительного исхода. Или каждый игрок попытается угодить другому, что может обусловить досадную ситуацию, когда Гарри отправится в Local Latte, чтобы порадовать Салли, но обнаружит, что она решила доставить удовольствие ему и пошла в Starbucks (очень похоже на то, как герои рассказа О'Генри «Дары волхвов» выбирали подарки друг другу на Рождество). В качестве альтернативы в случае повторяющейся игры успешная координация действий может стать предметом переговоров и поддерживаться как равновесие. Например, Гарри и Салли могут договориться встречаться то в одном, то в другом кафе. В главе 10 мы проанализируем такое неявное сотрудничество в повторяющихся играх в контексте дилеммы заключенных.

Г. Встретятся ли Джеймс и Дин? Игра в труса

Наш последний пример в этом разделе касается координационной игры несколько иного типа. В ней игроки стремятся предотвратить (или не выбирать) одни и те же действия. Кроме того, последствия неудачной попытки координации в подобных играх куда более разрушительны, чем в других играх.

Эта история взята из игры, в которую якобы играли американские подростки в 1950-х годах. Двое подростков садятся в полночь в свои автомобили на противоположных концах улицы какого-нибудь американского городка и мчатся навстречу друг другу. Тот, кто свернет в сторону, чтобы избежать столкновения, становится «трусом», а тот, кто продолжает ехать прямо, считается победителем. Если оба подростка придерживаются прямого курса, происходит столкновение, в котором оба автомобиля получают повреждения, а оба водителя — травмы*.

Выигрыши «труса» зависят от того, насколько негативным для себя игрок считает «плохой» исход (в данном случае это травмы водителя и повреждения автомобиля) по сравнению с перспективой прослыть трусом. Если слова задевают меньше, чем хруст металла, то таблица разумных выигрышей в варианте игры

* Несколько измененный вариант этой игры стал знаменитым в 1955 году благодаря фильму с участием Джеймса Дина Rebel Without a Cause («Бунтарь без идеала»). В фильме два парня мчатся на своих автомобилях параллельно друг другу по направлению к крутому обрыву. Трусом станет тот, кто первым выпрыгнет из машины, прежде чем она рухнет в пропасть. Если другой слишком долго будет оставаться в машине, он рискует упасть в пропасть вместе с ней. Герои фильма называли это «игрой в труса». В середине 1960-х британский философ Бертран Рассел и другие борцы за мир использовали эту игру в качестве метафоры ядерной конфронтации между Соединенными Штатами Америки и Советским Союзом, а специалист по теории игр Анатоль Рапопорт дал ее формальное описание с точки зрения теории игр. Другие специалисты по теории игр предпочитают интерпретировать гонку вооружений как дилемму заключенных или игру в доверие. Короткий обзор и интересное обсуждение этой темы можно найти здесь: Barry O'Neill, Game Theory Models of Peace and War, in The Handbook of Game Theory, vol. 2, ed. Robert J. Aumann and Sergiu Hart (Amsterdam: North Holland, 1994), pp. 995–1053.

в труса 1950-х годов выглядит так, как на рис. 4.13. Каждый игрок больше всего хочет стать победителем, а не трусом, и оба одинаково не хотят столкновения автомобилей. Между этими двумя крайностями для вас предпочтительна ситуация, чтобы ваш соперник оказался трусом в игре с вами (сохранить лицо), чем самому стать трусом.

		Дин	
		Свернуть (трус)	Ехать прямо (храбрец)
Джеймс	Свернуть (трус)	0, 0	−1, 1
	Ехать прямо (храбрец)	1, −1	−2, −2

Рис. 4.13. Игра в труса

У этой истории есть четыре важных свойства, которые определяют игру в труса. Во-первых, у каждого игрока есть одна «жесткая» и одна «слабая» стратегия. Во-вторых, в игре присутствуют два равновесия Нэша в чистых стратегиях (иными словами, исходы игры, при которых один из игроков становится трусом или придерживается слабой стратегии). В-третьих, каждый игрок выбирает именно то равновесие, при котором другой игрок предпочитает стать трусом или применяет слабую стратегию. В-четвертых, когда оба придерживаются жесткой стратегии, оба получают очень плохие выигрыши. В играх такого типа реальная игра сводится к проверке ее участниками способов достижения предпочтительного для себя равновесия.

Мы вернулись к ситуации, подобной рассмотренной при обсуждении игры «битва полов». Большинство происходящих в реальной жизни игр в труса предполагают еще более ожесточенные битвы, чем битва полов: преимущества от победы повышаются, так же как и цена поражения, поэтому все проблемы, связанные с конфликтом интересов и асимметрией между игроками, усугубляются. Каждый игрок стремится повлиять на исход такой игры. Может сложиться ситуация, когда один игрок попытается создать впечатление жесткости, которое видели бы все, чтобы запугать соперников*. Еще один вариант — найти

* С какой стати потенциальному сопернику играть в труса против игрока с репутацией человека, который никогда не сдается? Проблема в том, что на самом деле участие в такой игре, как и в случае судебных разбирательств, нельзя назвать добровольным. Другими словами, принятие решения об участии в игре в труса — уже само по себе игра в труса. Томас Шеллинг сказал об этом так: «Если вам публично предложили сыграть в труса, а вы отказываетесь, то вы уже сыграли в эту игру [и проиграли]» (Arms and Influence, New Haven: Yale University Press, 1965, p. 118).

какой-либо другой способ убедить соперника в том, что вы не сдадитесь, взяв на себя явное и непреложное обязательство ехать прямо. (В главе 9 мы поговорим о том, как делать ходы с обязательствами.) Кроме того, оба игрока могут захотеть предотвратить неблагоприятный исход (столкновение), если это вообще возможно.

Как и в битве полов, если игра повторяется, молчаливая координация — лучший путь к решению игры. Иначе говоря, если бы подростки играли в труса в полночь каждого воскресенья, при выборе равновесных стратегий они знали бы, что у игры есть и прошлое, и будущее. В подобной ситуации они могли бы выбрать такой логически правильный путь, как чередование равновесий, и по очереди бы становились победителями раз в две недели. (Однако если кто-то узнает об этой сделке, пострадает репутация обоих игроков.)

Существует еще один, последний, момент, касающийся координационных игр, о котором следует упомянуть. Концепция равновесия Нэша требует от каждого игрока наличия правильных убеждений в отношении выбора стратегии другим игроком. При поиске равновесий Нэша в чистых стратегиях эта концепция предписывает, чтобы каждый игрок был уверен в выборе другого игрока. Но наш анализ координационных игр показывает, что в размышлениях о выборе других игроков в таких играх присутствует элемент стратегической неопределенности. Как мы можем включить ее в анализ? В главе 7 мы вводим понятие смешанной стратегии, в которой фактический выбор делается случайным образом из доступных действий. Такой подход распространяет концепцию равновесия Нэша на ситуации, когда игроки могут быть не уверены в действиях друг друга.

7. Отсутствие равновесия в чистых стратегиях

В каждой из рассмотренных выше игр было минимум одно равновесие Нэша в чистых стратегиях. В некоторых играх, таких как в разделе 6, было больше одного равновесия, тогда как в предыдущих разделах представлены игры ровно с одним. К сожалению, не все игры, анализируемые нами в процессе изучения стратегии и теории игр, будут иметь легко поддающиеся определению исходы, при которых игроки всегда выбирают одно конкретное действие в качестве равновесной стратегии. В данном разделе мы проанализируем игры, в которых отсутствует равновесие Нэша в чистых стратегиях и ни один из игроков не выбирает неизменно одну и ту же стратегию в качестве своего равновесного действия.

Простой пример такой игры — розыгрыш одного очка в теннисном матче. Представьте себе матч между двумя лучшими теннисистками всех времен — Мартиной

Навратиловой и Крис Эверт*. Навратилова у сетки только что отправила мяч в сторону Эверт на задней линии, а Эверт вот-вот сделает обводящий удар. Она может попытаться послать мяч либо по линии (ПЛ, сильный прямой удар), либо по диагонали (ПД, более мягкий удар из одного угла корта в другой). Навратилова точно так же должна подготовиться, чтобы прикрыть какую-то одну сторону. Каждая участница игры знает, что не должна давать сопернице никаких подсказок в отношении запланированного действия, понимая, что эта информация будет использована против нее. Навратилова попыталась бы прикрыть ту сторону, в которую Эверт планирует послать мяч, а Эверт сделала бы удар в ту сторону, которую Навратилова не собирается прикрывать. Обе теннисистки должны выполнить соответствующее действие за долю секунды, и обе умеют хорошо скрывать свои намерения до последнего момента. Следовательно, их действия фактически одновременны, поэтому мы можем проанализировать этот розыгрыш очка как игру с одновременными ходами с двумя участниками.

Выигрыши в игре с розыгрышем очков в теннисе соответствуют относительному количеству случаев, когда игрок выигрывает очко в той или иной комбинации обводящего удара и прикрывающей игры. Учитывая, что обводящий удар по линии сильнее удара по диагонали и что Эверт с большей вероятностью выиграет, если Навратилова попытается прикрыть не ту сторону корта, мы можем сформировать приемлемую систему выигрышей. Предположим, Эверт добьется успеха в 80% обводящих ударов по линии, если Навратилова прикроет корт на случай удара по диагонали, и только в 50% обводящих ударов по линии, если Навратилова прикроет корт на случай удара по линии. Точно так же Эверт добьется успеха в 90% ударов по диагонали, если Навратилова прикроет корт на случай удара по линии. Эта доля результативных ударов выше, чем при попытке Навратиловой прикрыть корт на случай удара по диагонали — тогда Эверт выиграет очки только в 20% случаев.

Очевидно, что доля побед Навратиловой в игре равна разности между 100% и долей побед Эверт. Следовательно, это игра с нулевой суммой (хотя формально

* Для тех из вас, кто помнит только последних звезд, которые сияют пару лет, а затем гаснут, мы приводим некоторые поразительные факты об этих двух теннисистках, которые почти два десятка лет занимали ведущие позиции в этом виде спорта и все это время вели между собой незабываемое соперничество. Навратилова играла левой рукой и выполняла подачи с подходом к сетке. В турнирах Большого шлема она одержала 18 побед в одиночном разряде, 31 победу в парном разряде и 7 побед в смешанном парном разряде. Общее количество ее побед во всех турнирах — 167, рекордный показатель. У Эверт, которая играла правой рукой и предпочитала играть на задней линии, было рекордное соотношение побед и поражений за всю карьеру (90 процентов побед), а также 150 титулов, из которых 18 титулов в одиночном разряде, полученных в турнирах Большого шлема. По всей вероятности, именно она изобрела (и, разумеется, популяризовала) столь распространенный в наше время двуручный удар слева. За период с 1973 по 1988 год эти две теннисистки играли друг с другом 80 раз; в целом Навратилова получила небольшой перевес 43–37.

сумма выигрышей двух участниц составляет 100), поэтому мы можем представить всю необходимую информацию в таблице выигрышей, отобразив в каждой ячейке только выигрыш Эверт. На рис. 4.14 показана таблица выигрышей и доля побед Эверт в розыгрышах очков против Навратиловой в каждой из четырех возможных комбинаций их выбора стратегий.

		Навратилова	
		ПЛ	ПД
Эверт	ПЛ	50, 50	80, 20
	ПД	90, 10	20, 80

Рис. 4.14. Отсутствие равновесия в чистых стратегиях

Правила решения игр с одновременными ходами говорят нам о том, что сначала следует попытаться найти доминирующие или доминируемые стратегии, а затем использовать анализ наилучшего ответа для поиска равновесия Нэша. Это полезное упражнение позволяет убедиться, что в данной игре нет доминирующих стратегий. Выполнив анализ наилучших ответов, мы приходим к выводу, что лучший ответ Эверт на стратегию ПЛ — стратегия ПД, а на стратегию ПД — стратегия ПЛ. Напротив, наилучший ответ Навратиловой на стратегию ПЛ — стратегия ПЛ, а на стратегию ПД — стратегия ПД. Ни в одной ячейке таблицы выигрышей равновесия Нэша нет, поскольку каждая теннисистка упорно пытается изменить свою стратегию. Например, начав с верхней левой ячейки таблицы, мы обнаружим, что Эверт предпочитает перейти от стратегии ПЛ к стратегии ПД, увеличив свой выигрыш с 50 до 90 процентов. Однако в левой нижней ячейке таблицы мы видим, что Навратилова считает разумным переключиться со стратегии ПЛ на ПД, увеличив свой выигрыш с 10 до 80 процентов. Как вы можете убедиться сами, аналогичным образом Эверт стремится изменить стратегии в нижней левой ячейке, а Навратилова — в верхней правой. В каждой ячейке таблицы одна участница неизменно старается изменить игру, поэтому мы можем бесконечно перемещаться в таблице по кругу в поисках равновесия.

Отсутствие равновесия Нэша в этой и других подобных играх содержит один значимый сигнал: в играх такого типа важно не то, что игроки должны сделать, а то, чего они *не должны делать*. В частности, каждая участница игры не должна постоянно или систематически выбирать один и тот же удар, оказываясь в такой ситуации. Если любая из теннисисток будет придерживаться определенной линии поведения, другая может воспользоваться этим. (Например, если бы

Эверт постоянно делала обводящий удар по диагонали, Навратилова бы знала, что ей каждый раз необходимо прикрывать соответствующую сторону корта, и тем самым снизила бы шансы Эверт на успешное выполнение удара по диагонали.) Самое разумное, что могут сделать участницы игры, — действовать несколько бессистемно, рассчитывая на то, что элемент неожиданности поможет победить соперницу. Асимметричный подход подразумевает выбор каждой стратегии в определенном количестве случаев. (Эверт следует использовать свой более слабый удар достаточно часто, чтобы Навратилова не могла предугадать, какой удар будет направлен в ее сторону. Однако она не должна использовать удары двух типов по установленной схеме, поскольку это также приведет к потере элемента неожиданности.) Подход, при котором игроки выбирают действия случайным образом, известный как смешивание стратегий, подробно рассматривается в главе 7. Игра, представленная на рис. 4.14, может не иметь равновесия в чистых стратегиях, но ее все же можно решить посредством поиска равновесия в смешанных стратегиях, что мы и сделаем в разделе 1 главы 7.

Резюме

Участники игр с одновременными ходами выбирают стратегии, не зная о выборе других игроков. Такие игры можно изобразить в виде *таблицы игры*, в ячейках которой отображены выигрыши каждого игрока, а ее размерность равна количеству игроков. *Игры с нулевой суммой* с двумя участниками можно представить в сокращенном виде, отобразив в каждой ячейке таблицы игры только выигрыши одного игрока.

Равновесие Нэша — концепция, используемая для решения игр с одновременными ходами. Такое равновесие состоит из совокупности стратегий (по одной на каждого игрока), где каждый игрок выбрал свой лучший ответ на выбор другого игрока. Кроме того, равновесие Нэша можно трактовать как набор стратегий, при котором у каждого игрока есть правильные *убеждения* относительно стратегий других игроков, а определенные стратегии являются лучшими для каждого игрока с учетом этих убеждений. Равновесия Нэша можно найти посредством *поиска доминирующих стратегий, последовательного исключения доминируемых стратегий* или *анализа наилучших ответов*.

Существует масса классов игр с одновременными ходами. Игра «дилемма заключенных» встречается во многих контекстах. В координационных играх, таких как *игра в доверие, игра в труса* и *битва полов*, — множество равновесий, и решение этих игр требует от их участников координации действий. Если в игре отсутствует равновесие в *чистых стратегиях*, мы должны искать его в *смешанных стратегиях*, анализ которых представлен в главе 7.

Ключевые термины

Анализ наилучших ответов
Битва полов
Дилемма заключенных
Доминируемая стратегия
Доминирующая стратегия
Игра в доверие
Игра в труса
Игра с чистой координацией
Итеративное исключение доминируемых стратегий
Координационная игра
Матрица игры
Наилучший ответ
Нормальная форма
Последовательное исключение доминируемых стратегий
Равновесие Нэша
Разрешимость по доминированию
Смешанная стратегия
Стратегическая форма
Сходимость ожиданий
Таблица выигрыша
Таблица игры
Убеждение
Фокальная точка
Чистая стратегия

Упражнения с решениями

S1. Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях для представленных ниже игр. Сначала проверьте таблицу игры на наличие доминирующих стратегий. Если таковых нет, решите игру посредством итеративного исключения доминируемых стратегий. Объясните логику своих рассуждений.

a)

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	4, 0	3, 1
	Вниз	2, 2	1, 3

b)

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	2, 4	1, 0
	Вниз	6, 5	4, 2

c)

		Колин		
		Налево	Посредине	Направо
Ровена	Вверх	1, 5	2, 4	5, 1
	Прямо	2, 4	4, 2	3, 3
	Вниз	1, 5	3, 3	3, 3

d)

		Колин		
		Налево	Посредине	Направо
Ровена	Вверх	5, 2	1, 6	3, 4
	Прямо	6, 1	1, 6	2, 5
	Вниз	1, 6	0, 7	0, 7

S2. Для каждой из четырех игр, представленных в упражнении **S1**, определите, это игра с нулевой или с ненулевой суммой. Объясните логику своих рассуждений.

S3. Метод *минимакса* — еще один значимый способ решения игр с нулевой суммой, разработанный задолго до того, как Нэш сформулировал концепцию равновесия в играх с ненулевой суммой. Для того чтобы его применить, необходимо исходить из предположения, что независимо от того, какую стратегию выберет игрок, его соперник сделает такой выбор, который обеспечит этому игроку худший выигрыш от данной стратегии. В случае каждой игры с нулевой суммой, найденной в упражнении **S2**, используйте метод минимакса для поиска равновесных стратегий игры, выполнив следующие действия:

a) Для каждой стратегии, соответствующей строке таблицы, запишите минимальный выигрыш Ровены (худшее, что может с ней сделать Колин в данном случае). Для каждой стратегии, отображенной в столбце таблицы, запишите минимальный выигрыш Колина (худшее, что может с ним сделать Ровена в данном случае).

b) Для каждого игрока определите стратегию (или стратегии), которая обеспечивает ему лучший из этих худших выигрышей. Это и есть стратегия минимакса каждого игрока.

(Поскольку в данном случае речь идет об игре с нулевой суммой, наилучшие ответы игроков действительно подразумевают сведение выигрышей друг друга к минимуму, а значит, эти стратегии минимакса и есть равновесиями

Нэша. Джон фон Нейман доказал существование минимаксного равновесия в играх с нулевой суммой в 1928 году, за двадцать лет до того, как Нэш обобщил эту теорию.)

S4. Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях в следующих играх с ненулевой суммой. Опишите шаги, которые вы при этом предприняли.

a)

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	3, 2	2, 3
	Вниз	4, 1	1, 4

b)

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	1, 1	0, 1
	Вниз	1, 0	1, 1

c)

		Колин		
		Налево	Посредине	Направо
Ровена	Вверх	0, 1	9, 0	2, 3
	Прямо	5, 9	7, 3	1, 7
	Вниз	7, 5	10, 10	3, 5

d)

		Колин		
		Запад	Центр	Восток
Ровена	Север	2, 3	8, 2	7, 4
	Вверх	3, 0	4, 5	6, 4
	Вниз	10, 4	6, 1	3, 9
	Юг	4, 5	2, 3	5, 2

S5. Проанализируйте следующую таблицу игры:

		Колин			
		Север	Юг	Восток	Запад
Ровена	Земля	1, 3	3, 1	0, 2	1, 1
	Вода	1, 2	1, 2	2, 3	1, 1
	Ветер	3, 2	2, 1	1, 3	0, 3
	Огонь	2, 0	3, 0	1, 1	2, 2

a) Есть ли доминирующая стратегия у Ровены либо у Колина? Объясните, почему есть или нет.

b) Используйте метод итеративного исключения доминируемых стратегий, чтобы как можно больше уменьшить игру. Опишите порядок выполнения такого исключения стратегий и представьте урезанную форму игры.

c) Разрешима ли эта игра по доминированию? Объясните, почему да или нет.

d) Найдите в ней равновесие (или равновесия) Нэша.

S6. «Если у игрока есть доминирующая стратегия в игре с одновременными ходами, значит, он наверняка получит самый лучший исход». Это утверждение истинно или ложно? Обоснуйте свой вывод и приведите пример игры, иллюстрирующий ваш ответ.

S7. Пожилой даме нужна помощь, чтобы перейти улицу. Для этого достаточно одного человека; не имеет смысла привлекать больше людей. Мы с вами находимся поблизости и можем помочь, причем одновременно должны решить, стоит ли это делать. Каждый из нас получит удовольствие с выигрышем 3 единицы, если все разрешится благополучно (независимо от того, кто ее переведет). Однако именно тому, кто непосредственно поможет даме, это обойдется в 1 единицу — такова ценность нашего времени, потраченного на оказание помощи. Если никто из игроков не оказывает помощь, выигрыш каждого будет равен нулю. Сформулируйте эту ситуацию в виде игры. Составьте таблицу выигрышей и найдите равновесия Нэша в чистых стратегиях.

S8. В университете решают, что построить — новую лабораторию или новый театр в кампусе. Факультет естественных наук предпочел бы новую лабораторию, а гуманитарных ратует за театр. Однако финансирование проекта (вне зависимости от того, каким он будет) возможно только в случае единодушной поддержки всего преподавательского состава университета. При возникновении разногласий ни один проект не получит дальнейшего продвижения и оба факультета останутся без нового здания и с наихудшим выигрышем. Собрания двух отдельных групп преподавателей, на которых решается вопрос о поддержке проекта, проходят одновременно, а выигрыши представлены в следующей таблице:

		Факультет гуманитарных наук	
		Лаборатория	Театр
Факультет естественных наук	Лаборатория	4, 2	0, 0
	Театр	0, 0	1, 5

a) Каковы равновесия Нэша в чистых стратегиях в этой игре?

b) Какая из игр, представленных в данной главе, больше всего напоминает эту игру? Объясните логику своих рассуждений.

S9. Предположим, два участника игрового шоу, Алекс и Боб, каждый по отдельности выбирают двери с номерами 1, 2, 3. Оба игрока получают призы, если их выбор совпадает, как показано в следующей таблице:

		Боб		
		1	2	3
Алекс	1	10, 10	0, 0	0, 0
	2	0, 0	15, 15	0, 0
	3	0, 0	0, 0	15, 15

a) Каковы равновесия Нэша в этой игре? Какое из них (при его наличии) скорее всего приведет к (фокальному) исходу игры? Обоснуйте свой вывод.

b) Рассмотрите несколько измененную игру, в которой варианты выбора — снова просто числа, но две ячейки таблицы с выигрышами 15, 15 теперь содержат выигрыши 25, 25. Какой ожидаемый (средний) выигрыш каждого игрока, если каждый из них подбросит монету, чтобы решить, выбрать вариант 2 или 3? Лучше ли это фокусировки на том, чтобы оба выбрали 1 в качестве фокального равновесия? Как вам следует учитывать риск того, что Алекс может сделать одно, а Боб — другое?

S10. У Марты три сына: Артуро, Бернардо и Карлос. Она находит разбитую лампу посреди гостиной и понимает, что это сделал кто-то из сыновей. На самом деле виновник произошедшего Карлос, но Марта об этом не знает. Она заинтересована скорее в том, чтобы выяснить истину, а не наказать ребенка, поэтому предлагает сыновьям сыграть в следующую игру.

Каждый из них напишет на листе бумаги свое имя, а также слова: «Да, это я разбил лампу» либо «Нет, я не разбивал лампу». Если хотя бы один ребенок признается, что разбил лампу, Марта даст по 2 доллара (обычную сумму карманных денег) каждому, кто скажет, что разбил лампу, и 5 долларов тому, кто будет утверждать, что не делал этого. Если все три сына откажутся сознаваться, ни один из них не получит карманных денег (то есть каждый получит 0 долларов).

a) Составьте таблицу игры. Пусть Артуро соответствует строка таблицы, Бернардо — столбец, а Карлосу — страница.
b) Найдите все равновесия Нэша в этой игре.
c) В этой игре множество равновесий Нэша. Какое из них вы назвали бы фокальной точкой?

S11. Рассмотрите игру, в которой на кону стоит приз в размере 30 долларов. В ней три участника — Ларри, Керли и Мо. Каждый из них может купить (или нет) билет стоимостью 15 или 30 долларов. Игроки делают выбор одновременно и независимо друг от друга. Затем, собрав информацию о решениях игроков по поводу покупки билетов, организатор игры присуждает приз. Если никто не купит билет, приз не присуждается. В противном случае приз вручается тому, кто купил самый дорогой билет, если такой человек всего один, и делится поровну между двумя или тремя игроками, если они купили самые дорогие билеты по одной цене. Представьте эту игру в стратегической форме, включив в нее Ларри в качестве игрока, которому соответствуют строки, Керли — столбцы, а Мо — страницы. Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях.

S12. Анна и Брюс намерены взять напрокат фильм, но не могут решить, какой именно. Анна хочет комедию, в Брюс — драму. Они решают сделать выбор случайным образом, сыграв в игру «чет или нечет». На счет три каждый из них выбрасывает один или два пальца. Если сумма пальцев представляет собой четное число, побеждает Энн и они берут напрокат комедию, если нечетное, то выигрывает Брюс и они смотрят драму. Каждый игрок получает выигрыш 1 за победу и 0 за проигрыш в игре «чет или нечет».

a) Нарисуйте таблицу игры «чет или нечет».
b) Покажите, что в этой игре нет равновесия Нэша в чистых стратегиях.

S13. В фильме «Игры разума» Джон Нэш и трое его коллег по магистратуре, придя в бар, сталкиваются с дилеммой. В баре находятся четыре брюнетки и одна блондинка. Каждый молодой человек хочет подойти и привлечь внимание одной из девушек. Выигрыш каждого за блондинку составляет 10, за брюнетку — 5, а если кто-то вообще останется без девушки, то 0. Проблема в том, что, если сразу несколько парней подойдут к блондинке, она отвергнет их всех, после чего брюнетки тоже их отвергнут, поскольку не хотят быть вторыми в очереди. Таким образом, каждый игрок получит выигрыш 10 только в случае, если окажется единственным претендентом на внимание блондинки.

a) Сначала упростите ситуацию, заменив четырех парней двумя, и проанализируйте ее. (В баре две брюнетки и одна блондинка, но девушки просто реагируют на действия парней вышеописанным образом и не являются активными участницами игры.) Составьте таблицу выигрышей для этой игры и найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях, присутствующие в ней.

b) Теперь постройте трехмерную таблицу для случая, когда в игре участвуют три молодых человека (а также три брюнетки и одна блондинка, которые не являются активными игроками). Снова найдите в ней равновесия Нэша.

c) Не прибегая к таблице, назовите все равновесия Нэша для изначальной ситуации.

d) **(дополнительное упражнение).** Используйте результаты, полученные в пунктах a, b и c, чтобы обобщить анализ на ситуацию, когда в игре участвуют n молодых людей. Не пытайтесь строить n-мерную таблицу выигрышей, просто вычислите выигрыш одного игрока в случае, если k других игроков выберут блондинку и $(n - k - 1)$ выберут брюнетку, при $k = 0, 1, \dots (n - 1)$. Может ли исход, указанный в фильме в качестве равновесия Нэша (когда все молодые люди подойдут к брюнеткам), быть действительно равновесием Нэша в данной игре?

Упражнения без решений

U1. Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях для представленных ниже игр. Сначала проверьте таблицу игры на наличие доминирующих стратегий. Если таковых нет, решите игру посредством итеративного исключения доминируемых стратегий.

a)

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	3, 1	4, 2
	Вниз	5, 2	2, 3

b)

		Колин		
		Налево	Посредине	Направо
Ровена	Вверх	2, 9	5, 5	6, 2
	Прямо	6, 4	9, 2	5, 3
	Вниз	4, 3	2, 7	7, 1

c)

		Колин		
		Налево	Посредине	Направо
Ровена	Вверх	5, 3	3, 5	2, 6
	Прямо	6, 2	4, 4	3, 5
	Вниз	1, 7	6, 2	2, 6

d)

		Колин			
		Север	Юг	Восток	Запад
Ровена	Земля	6, 4	7, 3	5, 5	6, 4
	Вода	7, 3	3, 7	4, 6	5, 5
	Ветер	8, 2	6, 4	3, 7	2, 8
	Огонь	3, 7	5, 5	4, 6	5, 5

U2. Для каждой из четырех игр, представленных в упражнении **U1**, определите, это игра с нулевой или с ненулевой суммой. Объясните логику своих рассуждений.

U3. Как и в упражнении **S3**, используйте метод минимакса для поиска равновесий Нэша в играх с нулевой суммой, найденных в упражнении **U2**.

U4. Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях в следующих играх. Опишите шаги, которые вы при этом предпринимали.

a)

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	1, −1	4, −4
	Вниз	2, −2	3, −3

b)

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	0, 0	0, 0
	Вниз	0, 0	1, 1

c)

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	1, 3	2, 2
	Вниз	4, 0	3, 1

d)

		Колин		
		Налево	Посредине	Направо
Ровена	Вверх	5, 3	7, 2	2, 1
	Прямо	1, 2	6, 3	1, 4
	Вниз	4, 2	6, 4	3, 5

U5. Используйте метод последовательного исключения доминируемых стратегий для решения следующей игры. Опишите шаги, которые вы для этого предприняли. Покажите, что ваше решение представляет собой равновесие Нэша.

		Колин		
		Налево	Посредине	Направо
Ровена	Вверх	4, 3	2, 7	0, 4
	Вниз	5, 0	5, −1	−4, −2

U6. Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях для следующей игры. Опишите процесс, который вы при этом использовали. Объясните на примере данной игры, почему важно описывать равновесие с применением стратегий, выбранных игроками, а не только выигрышей, полученных в таком равновесии.

		Колин		
		Налево	В центр	Направо
Ровена	Вверх	1, 2	2, 1	1, 0
	Горизонтально	0, 5	1, 2	7, 4
	Вниз	−1, 1	3, 0	5, 2

U7. Проанализируйте следующую таблицу игры:

		Колин		
		Слева	В центре	Справа
Ровена	Вверху	4, __	__, 2	3, 1
	Посредине	3, 5	2, __	2, 3
	Внизу	__, 3	3, 4	4, 2

a) Проставьте недостающие выигрыши в таблице таким образом, чтобы у Колина была доминирующая стратегия. Укажите, какая стратегия доминирующая, и объясните почему. (Обратите внимание: существует много в равной степени правильных ответов.)

b) Проставьте недостающие выигрыши в таблице таким образом, чтобы ни у одного игрока не было доминирующей стратегии, но при этом у каждого была доминируемая стратегия. Укажите, какие стратегии доминируемые, и объясните почему. (В этом случае тоже существует много в равной степени правильных ответов.)

U8. *Битва в море Бисмарка* (по названию моря в юго-западной части Тихого океана, отделяющего архипелаг Бисмарка от Папуа — Новой Гвинеи) представляла собой морское сражение между Соединенными Штатами и Японией во время Второй мировой войны. В 1943 году японский адмирал получил приказ провести конвой кораблей в Новую Гвинею. Ему предстояло сделать выбор между дождливым северным маршрутом и более солнечным южным, каждый из которых требовал трех дней плавания. Американцы знали об отплытии конвоя и хотели послать вслед за ним бомбардировщики, но им не было известно, по какому пути отправится конвой. Американцам пришлось послать самолеты-разведчики на поиски конвоя, но их хватало только на изучение одного маршрута за один раз. И американцам, и японцам приходилось принимать решения, не имея никакой информации о планах другой стороны.

Если бы конвой оказался на маршруте, который американцы исследовали первым, они сразу же послали бы туда бомбардировщики, в противном случае они потеряли бы день. Кроме того, плохая погода на северном маршруте тоже затрудняла бомбардировку. Если бы американцы изучили северный маршрут и сразу же обнаружили японцев, они могли бы рассчитывать только на два (из трех) благоприятных дня для бомбардировки; если бы при изучении северного маршрута они обнаружили, что японцы ушли на юг, они тоже могли бы рассчитывать на два дня бомбардировки. Если бы американцы решили сначала исследовать южный маршрут, они могли бы рассчитывать на три полных благоприятных дня для бомбардировки, если бы обнаружили японцев сразу же, и только на один день, если бы увидели, что японцы предпочли северный маршрут.

a) Представьте эту игру в виде таблицы игры.

b) Определите в ней все доминирующие стратегии и вычислите равновесие Нэша.

U9. Двух игроков, Джека и Джилл, поместили в разные комнаты. Затем каждому из них объяснили правила игры. Каждый должен выбрать одну из шести букв: G, K, L, Q, R и W. Если случится так, что оба выберут одну и ту же букву, они получат призы по следующей схеме.

Буква	G	K	L	Q	R	W
Приз Джека	3	2	6	3	4	5
Приз Джилл	6	5	4	3	2	1

При выборе разных букв каждый игрок получит 0. Всю эту схему доводят до сведения игроков, и обоим говорят, что они оба знают эту схему.

a) Составьте таблицу этой игры. Каковы равновесия Нэша в чистых стратегиях?

b) Может ли одно из равновесий быть фокальной точкой? Какое? Почему?

U10. Три подруги (Джулия, Кристин и Лариса) независимо друг от друга идут покупать платья для выпускного бала. В магазине каждая девушка видит только три платья, которые достойны внимания: черное, бледно-лиловое и желтое. Более того, каждая девушка готова утверждать, что двух ее подруг тоже заинтересовал бы именно этот набор платьев, поскольку у всех троих примерно одинаковые вкусы.

Каждая девушка хотела бы надеть на выпускной бал единственное в своем роде платье, поэтому для нее полезность платья равна 0, если она купит одинаковое платье с кем-то из подруг. Все трое знают, что Джулия однозначно отдаст предпочтение черному перед бледно-лиловым и желтым цветом, поэтому она получила бы полезность 3, если бы была единственной девушкой в черном платье, и полезность 1, если бы только у нее было платье бледно-лилового или желтого цвета. Точно так же все трое знают, что Кристин нравится бледно-лиловый цвет и только во вторую очередь желтый, поэтому ее полезность составила бы 3, если бы только она надела бледно-лиловое платье, 2 — желтое и 1 — черное. И наконец, всем известно, что Лариса обожает желтый, а затем черный, поэтому она получила бы 3, если бы выбрала желтое платье, 2 — черное и 1 — бледно-лиловое.

a) Составьте таблицу для этой игры с участием трех игроков. Пусть Джулии соответствуют строки таблицы, Кристин — столбцы, Ларисе — страницы.

b) Определите все доминируемые стратегии в игре или объясните причину их отсутствия.

c) Каковы равновесия Нэша в чистых стратегиях в этой игре?

U11. Брюс, Колин и Дэвид собираются в доме Дэвида в пятницу вечером, чтобы поиграть в «Монополию». Все трое любят есть суши во время игры.

По предыдущему опыту они знают, что двух порций суши вполне достаточно, чтобы утолить голод. Если они закажут меньше двух порций, то останутся голодными и не получат удовольствия от вечера, заказывать больше двух порций тоже не имеет смысла, поскольку они столько не съедят и третья порция испортится. Их любимый ресторан Fishes in the Raw упаковывает суши в такие большие контейнеры, что один человек может купить максимум одну порцию. Ресторан Fishes in the Raw предлагает суши навынос, но, к сожалению, не осуществляет доставку.

Предположим, полезность достаточного количества суши составляет для каждого игрока 20 долларов, а недостаточного — 0 долларов. Каждому игроку, который забирает заказ суши, это обходится в 10 долларов.

К сожалению, друзья забыли договориться о том, кто будет покупать суши в эту пятницу, и у них нет мобильных телефонов, поэтому они должны независимо друг от друга решить, покупать суши (П) или нет (Н).

a) Опишите эту игру в стратегической форме.
b) Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях.
c) Какое равновесие вы назвали бы фокальной точкой? Объясните логику своих рассуждений.

U12. Роксанна, Сара и Тед очень любят печенье, но в упаковке осталось только одно. Никто не хочет делить его на части, поэтому Сара предлагает сыграть в следующий вариант игры «чет или нечет» (см. упражнение **S12**), для того чтобы определить, кто съест печенье. На счет три каждый игрок выбрасывает один или два пальца, затем игроки их суммируют и делят сумму на 3. Если остаток 0, печенье достается Роксанне, если 1, то Саре, а если 2, то Теду. Каждый из игроков получает выигрыш 1, если победит (и съест печенье), и 0 в противном случае.

a) Представьте эту игру с тремя участниками в форме таблицы, где Роксанне соответствуют строки, Саре — столбцы, Теду — страницы.
b) Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях. Можно ли назвать эту игру справедливым способом поделить печенье? Объясните, почему да или нет.

U13 (дополнительное упражнение). Постройте матрицу выигрышей для игры с двумя участниками, удовлетворяющей следующим требованиям. Во-первых, у каждого игрока должно быть три стратегии. Во-вторых, в игре не должны отсутствовать доминирующие стратегии. В-третьих, игра не должна быть разрешима методом минимакса. В-четвертых, в игре должно быть ровно два равновесия Нэша в чистых стратегиях. Составьте матрицу игры, а затем продемонстрируйте, что все перечисленные выше условия соблюдены.

5 Игры с одновременными ходами: непрерывные стратегии, анализ и обсуждения

В главе 4 обсуждение фокусировалось на играх с одновременными ходами, в которых каждый игрок мог делать выбор из дискретного множества действий. К дискретным стратегическим играм данного типа относятся спортивные соревнования, позволяющие использовать только небольшое количество вариантов игры в заданной ситуации, скажем пенальти в футболе, когда игрок может выбирать, куда послать мяч: высоко или низко, в угол или в центр ворот. Другие примеры включают в себя координационные игры и игры под общим названием «дилемма заключенных», в которых в распоряжении игроков только две или три стратегии. Такие игры можно проанализировать с помощью таблицы игры, по крайней мере в ситуациях с приемлемым количеством участников и доступных действий.

Однако многие игры с одновременными ходами отличаются от тех, которые мы рассматривали до сих пор, тем, что их участникам приходится выбирать стратегии из широкого диапазона возможных вариантов. Игры, в которых производители выбирают цены на свои продукты, благотворители — суммы пожертвований, а подрядчики — размер заявки на участие в проекте, — все это примеры игр, в которых участники имеют практически бесконечное множество вариантов выбора. Сугубо формально цены и другие суммы в долларах все же можно выразить в минимальных единицах, таких как цент, а значит, на самом деле речь идет о конечном и дискретном множестве стратегий ценообразования. Однако на практике эта единица настолько мала, что, если бы мы допустили подобную дискретность, каждому игроку пришлось бы иметь дело с таким большим количеством дискретных стратегий, что это сделало бы таблицу игры нереально огромной. Поэтому гораздо проще и эффективнее рассматривать эти варианты выбора как непрерывно меняющиеся действительные числа. Когда у игроков столь широкий диапазон доступных действий, таблицы игр становятся фактически бесполезны в качестве инструмента анализа, оказываясь слишком громоздкими для практического применения. Для таких игр нужен иной метод решения. В первой части данной главы мы представим аналитические инструменты для решения игр с **непрерывными стратегиями**.

В этой главе также рассматриваются некоторые более широкие вопросы, связанные с поведением в играх с одновременными ходами и концепцией равновесия Нэша. В частности, эмпирические данные о ведении игр в соответствии с равновесием Нэша, собранные в ходе как лабораторных экспериментов, так и наблюдений за реальными жизненными ситуациями. Кроме того, представлен ряд теоретических критических замечаний в отношении концепции равновесия Нэша, а также приведены аргументы против подобной критики. Еще вы увидите, что прогнозы, составленные на основе теории игр, во многих случаях целесообразно (с некоторыми оговорками) использовать в качестве отправной точки для понимания фактического поведения.

1. Чистые стратегии, представляющие собой непрерывные переменные

В главе 4 мы сформулировали метод анализа наилучших ответов для поиска всех равновесий Нэша в чистых стратегиях в играх с одновременными ходами. Теперь расширим его на игры, в которых у каждого игрока — непрерывный диапазон вариантов выбора, например при установлении компанией цен на свою продукцию. Чтобы вычислить наилучшие ответы в игре такого типа, мы должны найти для каждого возможного значения цены одной компании значение цены другой компании, которое будет для нее лучшим (максимизирует ее прибыль). Непрерывность множества стратегий позволяет нам использовать алгебраические формулы для того, чтобы продемонстрировать, как стратегии обеспечивают выигрыши, а также показать наилучшие ответы в виде линий на графике, где на осях координат отображена цена (или любая другая непрерывная стратегия) каждого из игроков. При таком способе представления игры равновесие Нэша находится в месте пересечения линий на графике. Мы разовьем эту идею и метод на примере двух историй.

А. Ценовая конкуренция

Наша первая история происходит в маленьком городке под названием Яппи-Хейвен, в котором есть два ресторана: Xavier's Tapas Bar и Yvonne's Bistro. Чтобы упростить ситуацию, будем исходить из предположения, что в каждом ресторане используется стандартное меню. Владельцы Xavier's и Yvonne's должны установить цены на блюда в своих меню; при этом цель каждого из них, чтобы эти цены обеспечивали максимальную прибыль (выигрыш в этой игре). Мы также полагаем, что рестораны печатают меню порознь, не зная о ценах друг друга, стало быть, это игра с одновременными ходами*. Поскольку цены могут принимать любое значение в пределах (почти) бесконечного диапазона, начнем с введения общих или алгебраических обозначений, затем найдем **правила наилучших ответов** и используем их для решения игры и определения равновесных цен. Обозначим цену ресторана Xavier's как P_x, а Yvonne's как P_y.

При определении цены каждый ресторан должен просчитать последствия с точки зрения прибыли. Для того чтобы упростить задачу, мы ставим два ресторана в условия симметричной зависимости, но читатели с развитыми математическими навыками могут выполнить аналогичный анализ, воспользовавшись более общими величинами или даже алгебраическими символами. Допустим, обслуживание одного клиента обходится каждому ресторатору в 8 долларов. Предположим также, что опыт или исследования рынка показывают, что, если цена ресторана Xavier's P_x, а Yvonne's P_y, количество клиентов, Q_x и Q_y соответственно (в сотнях клиентов в месяц) задается уравнениями**

$$Q_x = 44 - 2P_x + P_y,$$
$$Q_y = 44 - 2P_y + P_x.$$

Основная идея этих уравнений состоит в том, что, если один ресторан повысит цену на 1 доллар (скажем, Yvonne's повысит P_y на один доллар), его объем продаж сократится на 200 в месяц (Q_y уменьшится на 2), а объем продаж другого ресторана увеличится на 100 в месяц (Q_x увеличится на 1). Можно предположить, что 100 клиентов ресторана Yvonne's перейдут к Xavier's, а еще 100 останутся дома.

Обозначим прибыль ресторана Xavier's за неделю (в сотнях долларов в неделю) символом π_x (греческая буква π [«пи»] — традиционный экономический символ для обозначения прибыли). Эта прибыль рассчитывается как произведение чистого дохода на одного клиента (цена за вычетом затрат на обслуживание, или $P_x - 8$) и количества обслуженных клиентов:

$$\pi_x = (P_x - 8)Q_x = (P_x - 8)\ (44 - 2P_x + P_y).$$

Умножив и перегруппировав члены в правой части предыдущего выражения, можем записать прибыль как функцию повышающихся степеней P_x:

---

* В действительности рестораны ведут конкурентную борьбу на протяжении длительного периода, поэтому каждый из них может отследить, какие цены устанавливал другой ресторан в прошлом. Такое повторение игры приводит к появлению новых факторов, которые мы рассмотрим в главе 10.

** Читатели, которые немного знакомы с экономикой, поймут, что уравнения, связывающие количество с ценами, — это функции спроса на два продукта X и Y. Величина спроса на каждый продукт уменьшается по мере повышения цены самого продукта (кривые спроса наклонены вниз) и растет по мере повышения цены другого продукта (если эти продукты взаимозаменяемы).

$$\pi_x = -8(44 + P_y) + (16 + 44 + P_y)\,P_x - 2(P_x)^2 = -8(44 + P_y) + (60 + P_y)\,P_x - 2(P_x)^2.$$

Xavier's устанавливает цену P_x, чтобы максимально увеличить свой выигрыш. Делая это для каждого возможного уровня цены ресторана Yvonne's P_y, мы получим правило наилучших ответов ресторана Xavier's, которое можно отобразить на графике.

В такой форме можно представить многие простые иллюстративные примеры, в которых одно действительное число (такое как цена) выбирается для максимального увеличения другого, зависимого от него действительного числа (например, прибыль или выигрыш). В приложении к этой главе описан простой общий метод выполнения операции максимизации; вы найдете немало случаев его применения. Здесь же мы просто приводим формулу.

Функция, которую мы хотим максимизировать, задается следующим общим уравнением:

$$Y = A + BX - CX^2.$$

Мы использовали обозначение Y для величины, которую нужно максимизировать, и X для величины, которую хотим выбрать, чтобы максимизировать Y. В нашем конкретном примере прибыль π_x будет представлена в виде Y, а цена P_x в виде X. Точно так же, хотя в любой конкретной задаче члены приведенного выше уравнения A, B и C были бы известны, мы обозначили их общими алгебраическими символами, с тем чтобы наша формула была применима ко множеству аналогичных задач. (Формальный термин, которым обозначаются члены A, B и C, — *параметры*, или *алгебраические константы*.) Поскольку большинство случаев практического применения подразумевают наличие неотрицательных значений X, таких как цены, а также максимизацию значения Y, необходимо, чтобы выполнялось условие $B > 0$ и $C > 0$. Тогда формула, позволяющая выбрать X для максимизации Y с учетом известных значений A, B и C, будет выглядеть так: $X = B/2C$. Обратите внимание, что A в ней отсутствует, хотя это, безусловно, влияет на полученное в результате значение Y.

Сравнив общую функцию в уравнении выше и конкретный пример функции прибыли в игре в ценообразование на предыдущей странице, получим*

$$B = 60 + P_y \text{ и } C = 2.$$

Следовательно, цена, которую выберет ресторан Xavier's для максимального увеличения прибыли, будет удовлетворять формуле $B/2C$ и составит

* Хотя в полной игре цена P_y, выбранная Yvonne's, — это переменная, здесь мы ограничимся только частью игры, а именно — наилучшим ответом Xavier's, который рассматривает выбор Yvonne's как фактор, не поддающийся его контролю, а значит, как константу.

$$P_x = 15 + 0{,}25\ P_y.$$

Это уравнение определяет значение P_x, при котором прибыль ресторана Xavier's будет максимальной при соответствующем значении цены ресторана Yvonne's P_y. Иными словами, это и есть то, что нам нужно: правило наилучшего ответа ресторана Xavier's.

Правило наилучшего ответа ресторана Yvonne's можно найти аналогичным способом. Поскольку затраты на обслуживание клиентов и объемы продаж двух ресторанов полностью симметричны, очевидно, что это уравнение будет иметь такой вид:

$$P_y = 15 + 0{,}25\ P_x.$$

Оба правила используются одним и тем же способом для построения графиков наилучших ответов. Например, если Xavier's назначит цену 16, то Yvonne's введет это значение в свое правило наилучшего ответа, чтобы найти $P_y = 15 + 0{,}25\ (16) = 19$; точно так же наилучший ответ ресторана Xavier's на значение цены ресторана Yvonne's $P_y = 16$ составляет $P_x = 19$, наилучший ответ каждого ресторана на цену другого 4 равен 16, на цену 8 — 17 и т. д.

На рис. 5.1 приведены графики этих двух правил наилучшего ответа. В силу особенностей нашего примера (линейная зависимость между объемом продаж и назначенными ценами, а также постоянные издержки на приготовление

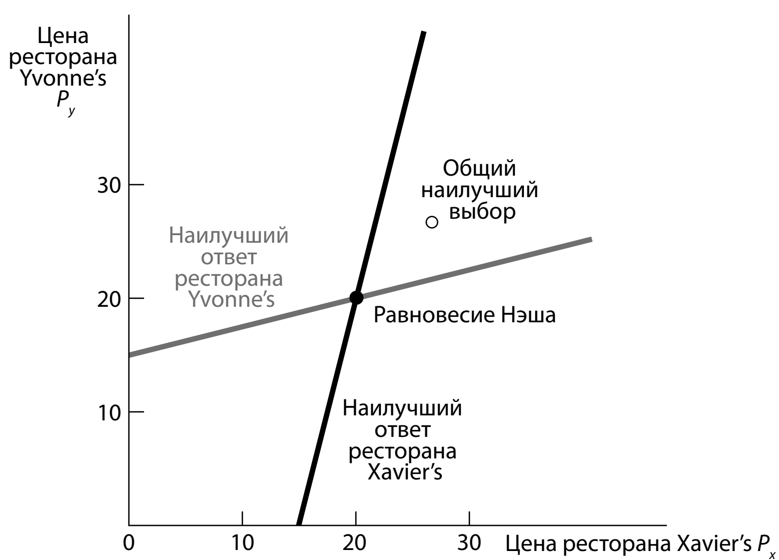


Рис. 5.1. Графики наилучших ответов и равновесия в игре «ценообразование в ресторанах»

каждого блюда) оба **графика наилучших ответов** представляют собой прямые линии. При других характеристиках спроса и затрат они могут не быть прямыми линиями, но метод их построения тот же, а именно: сначала зафиксировать цену одного ресторана (скажем, P_y), а затем найти значение цены другого ресторана (например, P_x), которая максимизирует прибыль второго ресторана, и наоборот.

Точка пересечения двух графиков наилучшего ответа — это равновесие Нэша в игре в ценообразование между двумя ресторанами. Она представляет пару цен (по одной на каждую компанию), которые являются наилучшими ответами друг на друга. Конкретные значения для равновесной стратегии ценообразования каждого ресторана можно вычислить алгебраически, решив два правила наилучших ответов относительно P_x и P_y. Мы намеренно выбрали такой пример, чтобы уравнения были линейными и легко решаемыми. В данном случае мы просто подставим формулу для P_x в формулу для P_y и получим следующее уравнение:

$$P_y = 15 + 0{,}25P_x = 15 + 0{,}25(15 + 0{,}25P_y) = 18{,}75 + 0{,}0625P_y.$$

Последнее уравнение можно упростить до $P_y = 20$. Ввиду симметричности задачи не составит труда найти, что $P_x = 20$*. Таким образом, в равновесном состоянии каждый ресторан назначит цену 20 долларов на блюда в своем меню и получит 12 долларов прибыли на каждых 2400 клиентов ($2400 = (44 - 2 \times 20 + 20) \times 100$), которых обслуживает за месяц, что обеспечит общий объем прибыли 28 800 долларов в месяц.

Б. Некоторые экономические аспекты олигополии

Мы привели пример с ценообразованием в ресторанах, чтобы показать, как найти равновесие Нэша в игре, где стратегии представляют собой непрерывные переменные, такие как цены. Однако эту ситуацию целесообразно проанализировать более детально и объяснить кое-какие экономические аспекты стратегий ценообразования и прибыли при конкуренции между небольшим количеством компаний (в данном случае двух). На языке экономики такую конкуренцию называют *«олигополия»*, от греческих слов, означающих «малое количество продавцов».

Для начала обратите внимание, что график наилучшего ответа каждой компании наклонен вверх. В частности, если один ресторан поднимает цену на 1 доллар, наилучший ответ другого ресторана — поднять цену на 0,25 доллара, или 25 центов. Когда один ресторан повышает цену, некоторые его клиенты

---

* Без такой симметрии два уравнения наилучшего ответа были бы иными, но, учитывая другие характеристики, по-прежнему линейными. Так что решить асимметричную задачу было бы не намного труднее. У вас будет возможность это сделать в упражнении **S2** в конце данной главы.

переходят в другой ресторан, а это означает, что его конкурент может получить прибыль за счет новых клиентов посредством частичного повышения цены. Таким образом, ресторан, поднимающий цену, помогает конкуренту увеличить прибыль. В случае равновесия Нэша, при котором каждый ресторан назначает цену независимо от другого и исходя исключительно из собственной прибыли, он не учитывает дополнительное преимущество, которое создает для другого ресторана. Могут ли они объединить усилия и договориться о повышении цен, тем самым увеличив свою прибыль? Да. Предположим, два ресторана установили цены по 24 доллара каждый; стало быть, каждый из них получит 16 долларов прибыли на каждого из 2000 клиентов (2000 = (44 – 2 × 24 +24) × 100), которых ресторан обслуживает за месяц, следовательно, общий объем прибыли составит 32 000 долларов в месяц.

Эта игра в ценообразование в точности такая же, как и дилемма заключенных, рассмотренная в главе 4, но теперь стратегии носят непрерывный характер. В истории из главы 4 у мужа и жены было искушение предать друг друга и признаться в совершении преступления в полиции, однако, сделав это, оба бы получили более длинные тюремные сроки (худшие исходы игры). Аналогично более прибыльная цена 24 доллара не является равновесием Нэша. Каждый из ресторанов, произведя расчеты, попытается предложить клиентам более низкую цену. Предположим, Yvonne's начнет с цены 24 доллара. Воспользовавшись формулой наилучших ответов, можно определить, что Xavier's при этом установит цену 15 + 0,25 × 24 = 21. Далее Yvonne's отреагирует своим наилучшим ответом: 15 + 0,25 × 21 = 20,25. В случае продолжения этого процесса цены обоих ресторанов сведутся к равновесию Нэша, то есть к 20 долларам.

Но какая цена выгоднее для обоих ресторанов? При наличии симметрии допустим, что оба заведения назначат одну и ту же цену P. Тогда прибыль каждого ресторана равна:

$$\pi_x = \pi_y = (P - 8)\,(44 - 2P + P) = (P - 8)\,(44 - P) = -\,352 + 52P - P^2.$$

Оба могут выбрать P для максимизации формулы. Воспользовавшись уравнением, представленным в разделе 1.А, мы видим, что решение: $P = 52/2 = 26$. Полученная в результате прибыль каждого ресторана составит 32 400 долларов в месяц.

На языке экономики соглашение о повышении цен до уровня, оптимального для обеих сторон, называется *картелем*. Высокие цены наносят ущерб потребителям, поэтому органы государственного регулирования США обычно пытаются предотвратить образование картелей и заставить компании конкурировать друг с другом. Явный сговор по поводу цен находится вне закона, но негласный сговор все же может иметь место в повторяющейся дилемме заключенных (мы проанализируем повторяющиеся игры такого рода в главе 10)*.

Сговор необязательно приводит к повышению цен. В нашем примере, если один ресторан снизит цену, его объем продаж увеличится отчасти потому, что он переманит некоторых клиентов от конкурента, поскольку продукты (блюда) двух ресторанов *взаимозаменяемы*. В других контекстах две компании могут продавать *взаимодополняющие* продукты, скажем программное и аппаратное обеспечение. В этом случае, если одна из них снижает цену, объем продаж в обеих компаниях возрастает. При равновесии Нэша, когда две фирмы действуют независимо друг от друга, они не учитывают выгоду, которую принесло бы обеим снижение цен. Следовательно, они поддерживают цены на более высоком уровне, чем если бы координировали свои действия. Сотрудничество между такими компаниями привело бы к снижению цен, что было бы выгодно и клиентам.

Конкуренция не всегда подразумевает использование цен в качестве стратегических переменных. Например, рыболовные флотилии могут конкурировать за более крупный улов. В таком случае имеет место конкуренция по количеству, а не по цене, рассмотренная в данном разделе. Мы опишем конкуренцию по количеству чуть ниже, а также в нескольких упражнениях, размещенных в конце главы.

B. Политическая реклама

Наш второй пример взят из политики. Он требует немного больше математических выкладок, чем мы обычно используем, но мы объясним интуитивные идеи, лежащие в их основе, с помощью слов и графиков.

Рассмотрим выборы с участием двух партий или двух кандидатов. Каждая сторона пытается отнять голоса избирателей у другой стороны посредством рекламы — либо позитивных рекламных объявлений, подчеркивающих достоинства самой партии или кандидата, либо негативной рекламы, сфокусированной на недостатках соперника. Для простоты будем исходить из предположения, что изначально избиратели не владеют никакой информацией и не отдают предпочтения ни одной из партий, поэтому формируют свое мнение исключительно под влиянием рекламы. (Многие сказали бы, что это точное описание американской политики, но более продвинутые исследования в области политологии подтверждают тот факт, что информированные, стратегически мыслящие избиратели все же существуют. Мы проанализируем их поведение более подробно в главе 15.) Для того чтобы упростить ситуацию еще больше, допустим, что доля избирателей,

* Компании действительно пытаются вступать в явный сговор, когда им кажется, что они могут избежать наказания за это. Забавный и поучительный случай такого сговора можно найти в книге Курта Эйхенвальда «Информатор» (Курт Эйхенвальд. Информатор. М. : Азбука-классика, 2009).

голосующих за партию, равна доле партии в общей сумме расходов на рекламу избирательной кампании. Назовем партии или кандидатов Л и П; если Л тратит на рекламу x миллионов долларов, а П — y миллионов долларов, то Л получит долю $x/(x+y)$ голосов, а П — $y/(x+y)$ голосов. Читатели, заинтересовавшиеся этой областью практического применения теории игр, найдут более общее описание соответствующих методов в специальной литературе по политологии.

Сбор средств на оплату такой рекламы требует определенных затрат; к их числу относятся деньги на рассылку писем и телефонные звонки; время и труд кандидатов, партийных лидеров и активистов; будущее политическое вознаграждение для лиц, сделавших крупные пожертвования, а также возможные политические издержки в случае, если такое вознаграждение станет достоянием гласности и повлечет за собой скандал. Для простоты анализа предположим, что все эти затраты пропорциональны прямым затратам на проведение кампании x и y. В частности, допустим, что выигрыш партии Л оценивается как процент голосов за вычетом расходов на рекламу: $100x(x+y) - x$. Аналогичным образом выигрыш партии П составляет: $100y/(x+y) - y$.

Теперь можем определить наилучшие ответы. Поскольку это нельзя сделать без вычислений, выведем математическую формулу, а затем объясним ее общий смысл на интуитивном уровне. Для заданной стратегии x партии Л партия П выбирает стратегию y, чтобы максимизировать свой выигрыш. Условие первого порядка можно найти, зафиксировав значение x и приравняв производную от $100y/(x+y) - y$ по y к нулю. В итоге получим уравнение $100x/(x+y)^2 - 1 = 0$, или $y = 10\sqrt{x} - x$. На рис. 5.2 показан график этой функции, а также аналогичный график функции наилучшего ответа партии Л, а именно $x = 10\sqrt{y} - y$.

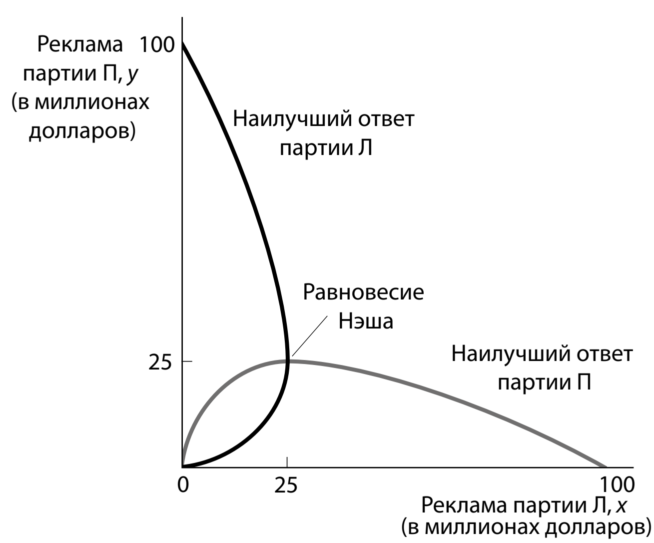


Рис. 5.2. Наилучшие ответы и равновесие Нэша в игре «политическая реклама»

Посмотрите на кривую наилучших ответов партии П. По мере роста значения переменной x партии Л значение переменной y партии П сначала немного повышается, а затем снижается. Если другая партия размещает мало рекламных материалов, то реклама первой партии обеспечит высокую отдачу в виде голосов избирателей, поэтому на незначительное увеличение расходов другой партии на рекламу целесообразно ответить еще более существенным увеличением собственных расходов на рекламу в целях усиления конкуренции. Однако если другая партия уже вкладывает в рекламу солидные средства, то реклама первой партии обеспечит мизерную отдачу по отношению к затратам на нее, поэтому лучше ответить на повышение рекламных расходов другой партии сокращением собственных расходов.

Оказывается, кривые наилучших ответов двух партий пересекаются в точках максимума. Опять же, некоторые алгебраические манипуляции с уравнениями этих двух кривых позволяют получить точные величины равновесных значений x и y. Вы можете убедиться, что в данном случае значение каждой из переменных x и y равно 25, или 25 миллионов долларов. (Предполагается, что речь идет о выборах в Конгресс; выборы в Сенат и президентские выборы обходятся в наши дни гораздо дороже.)

Как и в игре в ценообразование, здесь мы имеем дело с дилеммой заключенных. Если обе партии сократят расходы на рекламу в равной пропорции, это никак не повлияет на долю голосов избирателей, но при этом обе партии сэкономят на расходах, а значит, получат более крупный выигрыш. В отличие от картеля производителей взаимозаменяемых продуктов (который поддерживает высокие цены и наносит ущерб потребителям), соглашение между политиками о сокращении объема рекламы, по всей вероятности, принесло бы пользу избирателям и обществу в целом, подобно тому как картель производителей взаимодополняющих продуктов привел бы к снижению цен и выгоде потребителей. Из решения данной дилеммы заключенных извлекли бы пользу все. В действительности Конгресс уже несколько лет пытается это сделать и даже ввел частичные ограничения, однако политическая конкуренция слишком ожесточенная для того, чтобы обеспечить полное или длительное разрешение этой дилеммы.

Но что если партии находятся в несимметричных ситуациях? Тогда может возникнуть асимметрия двух типов. Одна партия (скажем, П) может иметь возможность размещать рекламу по более низкой цене, поскольку у нее есть доступ к средствам массовой информации. Или рекламные расходы партии П могут быть эффективнее, чем у партии Л, — например, доля голосов Л может составлять $x/(x + 2y)$, тогда как доля голосов П — $2y/(x + 2y)$.

В первом случае партия П использует свой более дешевый доступ к рекламе, выбирая более высокий уровень расходов y для любого заданного значения x партии

Л; иными словами, кривая наилучших ответов на рис. 5.2 смещается вверх. Равновесие Нэша смещается вверх и направо вдоль неизменной кривой наилучших ответов партии Л. Таким образом, в итоге партия П потратит на рекламу больше, а партия Л меньше, чем раньше. Это сродни ситуации, когда побеждающая сторона как будто «играет мускулами», а проигрывающая как будто сдается перед таким натиском.

Во втором случае кривые наилучших ответов обеих партий смещаются в соответствии с более сложной схемой. В итоге обе несут равные расходы на рекламу, но меньше 25, как в симметричной ситуации. В нашем примере, где эффективность рекламных расходов партии П в два раза превышает эффективность расходов партии Л, это приводит к тому, что объем расходов каждой партии составляет $200/9 = 22{,}2 < 25$. (Следовательно, именно в симметричной ситуации наблюдается самая острая конкуренция.) Если рекламные расходы партии П более эффективны, верно также и то, что в связи с характером асимметричности кривых наилучших ответов новое равновесие Нэша вместо точек максимума этих двух кривых расположено на нисходящей части кривой наилучших ответов партии Л и восходящей части кривой наилучших ответов партии П. Иными словами, хотя обе партии тратят на рекламу одинаковую сумму, объем рекламных расходов партии П, находящейся в более благоприятных условиях, превышает сумму, вызывающую максимальный ответ партии Л, а объем рекламных расходов более слабой партии Л меньше суммы, способной вызвать максимальный ответ партии П. В конце данной главы приведено дополнительное упражнение (**U12**), которое позволит студентам с более высоким уровнем математических знаний вывести эти результаты.

Г. Общий метод поиска равновесий Нэша

Хотя стратегии (цены или расходы на политическую рекламу) и выигрыши (прибыль и доля голосов избирателей) в предыдущих двух примерах связаны с конкуренцией между компаниями или политическими партиями, данный метод поиска равновесия Нэша в игре с непрерывными стратегиями абсолютно универсален и вы можете использовать его для решения других подобных игр.

Предположим, игроки следуют под номерами 1, 2, 3, … . Обозначим их стратегии как $x, y, z, \ldots$ в этом порядке, а выигрыши — соответствующими заглавными буквами $X, Y, Z, \ldots$. В общем случае выигрыш каждого игрока является функцией выбора всех игроков; отметим соответствующие функции как $F, G, H, \ldots$ На основании этой информации об игре составим выигрыши и запишем их так:

$$X = F(x, y, z, \ldots),\ Y = G(x, y, z, \ldots),\ Z = H(x, y, z, \ldots).$$

Если использовать этот общий формат для описания нашего примера с ценовой конкуренцией между двумя игроками (компаниями), то стратегии x и y становятся ценами P_x и P_y. Выигрыши X и Y — это прибыль π_x и π_y. Функции F и G — квадратичные функции вида

$$\pi_x = -8(44 + P_y) + (16 + 44 + P_y)\,P_x - 2(P_x)^2.$$

Аналогичная формула есть для π_y.

Согласно общему подходу, игрок 1 рассматривает стратегии игроков 2, 3, … как не поддающиеся его контролю и выбирает свою стратегию так, чтобы максимально увеличить собственный выигрыш. Следовательно, для каждого заданного множества значений y, z, … выбор игроком 1 значения x максимизирует $X = F(x, y, z, \ldots)$. При использовании дифференциального исчисления условие такой максимизации состоит в том, что производная от X по x при постоянном значении y, z, … (это частная производная) равна нулю. Для особых функций существуют простые формулы, подобные приведенной выше и использованной для квадратичной функции. И даже если алгебраические формулировки или исчисление слишком сложны, есть немало компьютерных программ, которые составят для вас таблицы или построят графики наилучших ответов. Какой бы метод вы ни применили, вы можете найти уравнение оптимального выбора игроком 1 значения x при заданных значениях y, z, …, описывающее функцию наилучшего ответа игрока 1. Аналогичным способом можно найти функции наилучших ответов всех остальных игроков.

Функции наилучших ответов соответствуют числу стратегий в игре и могут быть решены одновременно при условии, что стратегические переменные рассматриваются как неизвестные величины. Это решение и есть равновесие Нэша, которое мы ищем. В одних играх может быть множество решений, обеспечивающих множество равновесий Нэша, в других решение может отсутствовать, что требует дальнейшего анализа, например включения смешанных стратегий.

2. Критический анализ концепции равновесия Нэша

Хотя равновесие Нэша — важнейшая концепция решения игр с одновременными ходами, оно стало объектом ряда теоретических критических замечаний. В данном разделе мы кратко рассмотрим некоторые из них, а также приведем контраргументы, подкрепляя каждый примером*. Отдельные критические замечания противоречат друг другу; есть и подлежащие опровержению при более

* Превосходный глубокий анализ этой темы представлен в книге David M. Kreps, Game Theory and Economic Modelling (Oxford: Clarendon Press, 1990).

тщательном анализе игр. Некоторые утверждают, что сама концепция равновесия Нэша неполная, и предлагают дополненные или расширенные концепции с более эффективными свойствами. Мы сформулируем в данном разделе одну из таких альтернатив и укажем еще на несколько в последующих главах. Мы убеждены, что наши объяснения помогут вам заново обрести, хотя и с оговорками, уверенность в целесообразности применения концепции равновесия Нэша. Однако определенные серьезные сомнения остаются неразрешенными, и это говорит о том, что теорию игр пока еще нельзя назвать окончательно сформировавшейся наукой. Но даже этот факт должен воодушевить начинающих специалистов по теории игр, поскольку открывает перед ними широкое поле для новых идей и исследований. Неразвивающаяся наука — мертвая наука.

Давайте начнем с анализа основного фактора привлекательности концепции равновесия Нэша. Большинство игр в этой книге относятся к категории некооперативных, то есть тех, в которых игроки действуют независимо друг от друга. Следовательно, было бы естественно предположить, что если действие игрока нельзя назвать лучшим согласно его системе ценностей (шкале выигрышей) в контексте действий других игроков, то он изменит его. Иными словами, весьма заманчиво предположить, что действие каждого игрока будет представлять собой наилучший ответ на действия остальных игроков. Равновесие Нэша обладает именно таким свойством «одновременных наилучших ответов»; собственно говоря, это и есть его определение. При любом предполагаемом исходе, не являющемся равновесием Нэша, минимум один игрок мог бы добиться более выгодных для себя результатов, переключившись на другое действие.

Такие соображения заставили нобелевского лауреата Роджера Майерсона возразить против критических замечаний в адрес равновесия Нэша, основанных на интуитивной привлекательности использования другой стратегии. В качестве контрдовода Майерсон просто переложил бремя доказывания на критика. «Когда меня спрашивают, почему участники игры должны вести себя так, как предписывает равновесие Нэша, — сказал он, — мой любимый ответ — спросить “Почему бы нет?” и предоставить сомневающемуся возможность предложить свой вариант того, что, по его мнению, должны делать игроки. Если этот вариант не является равновесием Нэша, тогда… мы можем продемонстрировать, что он бы свел к нулю собственную обоснованность, если бы игроки считали его точным описанием поведения друг друга»*.

* Roger Myerson, Game Theory (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1991), p. 106.

A. Решение проблемы риска в равновесии Нэша

Некоторые критики утверждают, что концепция равновесия Нэша не уделяет должного внимания риску. В ряде игр можно найти стратегии, отличающиеся от стратегий равновесия Нэша тем, что они более безопасны, а значит, было бы целесообразнее выбрать именно их. Мы предлагаем два примера игр такого типа. Автор первого — профессор экономики Калифорнийского университета в Беркли Джон Морган; таблица этой игры представлена на рис. 5.3.

		Столбец		
		A	B	C
Строка	A	2, 2	3, 1	0, 2
	B	1, 3	2, 2	3, 2
	C	2, 0	2, 3	2, 2

Рис. 5.3. Игра со спорным равновесием Нэша

Анализ наилучших ответов позволяет быстро определить, что в этой игре есть единственное равновесие Нэша, а именно сочетание стратегий A, A, обеспечивающее выигрыши 2, 2. Но вы, как и многие другие участники экспериментов, проведенных Морганом, можете подумать, что стратегия C весьма привлекательна по двум причинам. Во-первых, она *гарантирует* тот же выигрыш, что и при равновесии Нэша, то есть 2, тогда как, выбрав стратегию из равновесия Нэша A, вы получите выигрыш 2, только если другой игрок тоже выберет A. Зачем же идти на такой риск? Более того, если вы считаете, что другой игрок также может прибегнуть к подобному логическому обоснованию целесообразности выбора стратегии C, то вы совершили бы серьезную ошибку, предпочтя стратегию A, поскольку в таком случае вы получите выигрыш 0, тогда как могли бы получить 2, применив стратегию C.

Майерсон ответил на это так: «Не спешите. Если вы действительно считаете, что другой игрок рассуждает подобным образом и выберет стратегию C, то вам следует применить стратегию B, чтобы получить выигрыш 3. А если вы думаете, что другой игрок тоже так думает и выберет стратегию B, тогда вашим наилучшим ответом на стратегию B была бы стратегия A. А если вы полагаете, что другой игрок также это поймет, вы должны выбрать свой наилучший ответ на A, то есть стратегию A. Вот мы и вернулись к равновесию Нэша!» Как видите, критика в адрес равновесия Нэша и аргументы против нее — уже сами по себе нечто вроде интеллектуальной игры, причем довольно интересной.

Второй, еще более впечатляющий пример сформулировал экономист Стэнфордской бизнес-школы Дэвид Крепс. Таблица игры приведена на рис. 5.4. Прежде чем приступить к ее теоретическому анализу, вы должны представить, что действительно играете в нее в качестве игрока А. Какое из двух действий вы выбрали бы?

		Б	
		Налево	Направо
А	Вверх	9, 10	8, 9,9
	Вниз	10, 10	–1000, 9,9

Рис. 5.4. Катастрофическое равновесие Нэша?

Запомните свой ответ на заданный выше вопрос, и продолжим анализ игры. Начав с поиска доминирующих стратегий, мы увидим, что у игрока А их нет, а у игрока Б есть. Выбор стратегии «налево» гарантирует игроку Б выигрыш 10, что бы ни сделал игрок А, тогда как в случае выбора стратегии «направо» (также при любых действиях игрока А) он получит выигрыш 9,9. Следовательно, игрок Б должен играть «налево». При условии, что игрок Б предпочтет «налево», игроку А лучше выбрать «вниз». Единственное равновесие Нэша в чистых стратегиях в этой игре — «вниз»/«налево», при таком ее исходе каждый участник получит выигрыш 10.

Проблема здесь в том, что многие (хотя и не все) люди, играющие роль игрока А, не выбирают стратегию «вниз». (А что выбрали вы?) Так поступают как те, кто много лет изучает теорию игр, так и те, кто никогда не слышал об этом предмете. Если у игрока А есть какие-либо сомнения по поводу выигрыша игрока Б или его рациональности, то для него гораздо безопаснее выбрать стратегию «вверх», чем равновесную стратегию «вниз». Но что если бы игрок А считал, что выигрыши совпадают с тем, что показано на рис. 5.4, а в действительности выигрыши игрока Б были бы совсем другими: выигрыш 9,9 соответствовал бы стратегии «налево», а выигрыш 10 — стратегии «направо»? Что если бы значение 9,9 было приближенным, а на самом деле точный выигрыш составлял бы 10,1? Что если бы у Б была совсем иная система ценностей или на самом деле он не относится к числу рациональных игроков и мог бы выбрать «неправильное» действие просто ради забавы? Очевидно, что наши исходные предположения о совершенной информации и рациональности действительно могут играть важную роль в процессе анализа, используемого нами при изучении стратегии. Колебания относительно игроков могут изменить те равновесия, наличие которых мы предсказали бы при обычных условиях, а также поставить под сомнение корректность концепции равновесия Нэша.

Однако реальная проблема со многими такого рода примерами не в том, что концепция равновесия Нэша неприемлема, а в том, что эти примеры иллюстрируют ее неподобающе упрощенным способом. Если в приведенном выше примере есть какие-то сомнения в выигрышах игрока Б, то этот факт должен стать неотъемлемой частью анализа. Если игрок А не знает выигрышей игрока Б, значит, это игра с асимметричной информацией (мы ее сможем обсудить только в главе 8). Но в данном примере представлена сравнительно простая игра такого типа, и мы можем без особого труда проанализировать ее равновесие.

Предположим, игрок А полагает, что существует вероятность p того, что выигрыши игрока Б при выборе стратегий «налево» и «направо» противоположны выигрышам, представленным на рис. 5.4; следовательно, $(1 - p)$ — это вероятность того, что выигрыши игрока Б соответствуют информации на рисунке. Поскольку игрок А вынужден действовать, не зная фактических выигрышей игрока Б, он должен применить свою стратегию как «наилучшую в среднем». В данном примере расчеты достаточно просты, так как в каждом случае у игрока Б есть доминирующая стратегия; единственная проблема для игрока А — то, что в двух разных случаях у игрока Б разные доминирующие стратегии. С вероятностью $(1 - p)$ доминирующая стратегия игрока Б — «налево» (случай, показанный на рисунке), а с вероятностью p его доминирующая стратегия — «направо» (противоположный случай). Таким образом, если игрок А выберет «вверх», то с вероятностью $(1 - p)$ он будет играть против Б, применившего «налево», а значит, получит выигрыш 9; с вероятностью p игроку А предстоит вступить в игру с игроком Б, выбравшим «справа», и, стало быть, он получит выигрыш 8. Итак, статистическое, или взвешенное по вероятности среднее значение выигрыша игрока А при выборе стратегии «вверх» составляет $9(1 - p) + 8p$. Аналогично статистическое, или взвешенное по вероятности, среднее значение выигрыша игрока А при использовании стратегии «вниз» равно $10(1 - p) - 1000p$. Следовательно, для игрока А предпочтительнее стратегия «вверх», если

$$9(1 - p) + 8p > 10(1 - p) - 1000p, \text{ или } p > 1/1009.$$

Таким образом, при наличии даже малейшей вероятности того, что выигрыши игрока Б противоположны выигрышам на рис. 5.4, игроку А лучше выбрать стратегию «вверх». В данном случае правильно выполненный анализ, основанный на рациональном поведении, не противоречит ни интуитивным догадкам, ни экспериментальным данным.

При выполнении этих вычислений мы исходили из предположения, что, столкнувшись с неопределенностью в отношении выигрышей, игрок A рассчитает их статистическое среднее значение в случае различных действий и выберет действие, обеспечивающее самое высокое среднестатистическое значение выигрыша. Это неявное допущение хотя и соответствует цели данного примера, но сопряжено с определенными проблемами. Например, оно подразумевает, что человек, столкнувшийся с двумя ситуациями, в одной из которых он выиграет или проиграет 10 долларов с вероятностью 50 на 50, а в другой выиграет 10 001 доллар и проиграет 10 000 долларов с той же вероятностью, должен выбрать вторую ситуацию, поскольку она обеспечивает среднестатистический выигрыш в размере 50 центов ($1/2 \times 10\,001 - 1/2 \times 10\,000$), тогда как первая принесет нулевой выигрыш ($1/2 \times 10 - 1/2 \times 10$). Однако многие сочли бы, что вторая ситуация гораздо рискованнее, а потому предпочли бы первую. Решить эту проблему достаточно легко. В приложении к главе 7 показано, как создание нелинейной шкалы выигрышей, соответствующих денежным суммам, позволяет человеку, принимающему решение, предусмотреть как риск, так и прибыль. А в главе 8 продемонстрировано, как можно использовать эту концепцию для того, чтобы понять, как люди реагируют на риск в своей жизни — например, разделяют его с другими или покупают страховку.

Б. Множественность равновесий Нэша

Еще одно критическое замечание в адрес концепции равновесия Нэша строится на наблюдении, что во многих играх присутствует множество равновесий Нэша, а значит, данная концепция неспособна определить исходы игры достаточно точно для того, чтобы давать однозначные прогнозы. Данный аргумент не требует от нас отказа от концепции равновесия Нэша, а скорее подразумевает, что при необходимости получить однозначный прогноз на основании нашей гипотезы мы должны включить некий критерий, который поможет нам решить, какое именно из множества равновесий Нэша выбрать.

В главе 4 мы изучили много координационных игр со множеством равновесий. Из всех этих равновесий игроки могут выбрать одно в качестве фокальной точки при наличии у них общих социальных, культурных или исторических знаний. Рассмотрим координационную игру, в которую сыграли студенты Стэнфордского университета. За одним игроком закрепили Бостон, за другим — Сан-Франциско. Затем каждому студенту вручили список из девяти американских городов (Атланта, Чикаго, Даллас, Денвер, Хьюстон, Лос-Анджелес, Нью-Йорк, Филадельфия и Сиэтл) и попросили выбрать подмножество городов. Оба делали выбор одновременно и независимо друг от друга и могли получить приз только при условии, что их выбор приведет к формированию двух непересекающихся подмножеств городов. Несмотря на наличие 512 других равновесий Нэша, если оба студента были американцами или гражданами США, довольно долго прожившими в стране, более чем в 80 процентах случаев они выбирали единственное равновесие по географическому принципу. Студент, за которым был закреплен Бостон, указывал все города к востоку от Миссисипи, а студент, которому соответствовал Сан-Франциско, — все города к западу от Миссисипи. Вероятность такой координации существенно снижалась, когда один или оба студента не были гражданами США. Тогда выбор порой делался в алфавитном порядке, но с гораздо меньшим уровнем координации по той же точке раздела*.

Характеристики самой игры в сочетании с общим культурным опытом могут способствовать сходимости ожиданий. В качестве еще одного примера множественности равновесий рассмотрим игру, в которой два игрока одновременно и независимо друг от друга записывают, какую долю от 100 долларов каждый из них хотел бы получить. Если сумма указанных ими чисел не превышает 100 долларов, каждый игрок получает то, что записал, если превышает, оба ничего не получают. Равновесие Нэша наблюдается в случае, если при любом значении x один игрок напишет x, а другой — $(100 - x)$. Следовательно, в этой игре есть практически бесконечный диапазон равновесий Нэша. Однако на практике фокальной точкой чаще всего становится вариант 50 на 50. Данная социальная норма равенства или справедливости, кажется, насколько глубоко укоренилась, что стала почти инстинктивной: игроки, выбирающие 50 долларов, утверждают, что это очевидный ответ. Для того чтобы это действительно была фокальная точка, это не только должно быть очевидно для всех, но каждый должен знать, что это очевидно для всех, и все должны знать, что… Иными словами, такая очевидность должна быть общим знанием. Но так бывает далеко не всегда, что подтверждает ситуация, в которой один игрок — женщина из просвещенного, эгалитарного общества, считающая очевидным разделение 50 на 50, а другой — мужчина из патриархального общества, убежденный, что о каком бы дележе ни шла речь, мужчина должен получить в три раза больше женщины. В этом случае оба сделают то, что очевидно для нее и для него, и останутся ни с чем, поскольку очевидное решение для каждого из них не будет очевидным в качестве общего знания для обоих.

Фокальная точка часто возникает в результате случайного стечения обстоятельств, а создание фокальных точек там, где их на самом деле нет, — своего рода искусство, требующее пристального внимания к историческому и культурному контексту игры, а не просто ее математического описания. Это беспокоит многих

* См. David Kreps, A Course in Microeconomic Theory (Princeton: Princeton University Press, 1990), pp. 392–93, 414–15.

специалистов по теории игр, которые предпочли бы, чтобы исход игры зависел исключительно от ее абстрактного описания: игроки и их стратегии должны быть определены числами безо всяких внешних ассоциаций. Мы с этим не согласны. На наш взгляд, исторический и культурный контекст так же важен для игры, как и ее сугубо математическое описание, и если он помогает выбрать уникальный исход игры из множества равновесий Нэша, то это, безусловно, плюс.

В главе 6 мы покажем, что игры с последовательными ходами могут иметь множество равновесий Нэша. Там же введем условие о *достоверности*, позволяющее выбрать конкретное равновесие; как оказалось, в его качестве выступает, по сути, равновесие обратных рассуждений, о котором рассказывалось в главе 3. В более сложных играх с асимметричностью информации или иными трудностями вводятся другие ограничения под названием **уточнения**, позволяющие идентифицировать и исключить из рассмотрения в некотором роде бессмысленные равновесия Нэша. В главе 8 мы рассмотрим один процесс подобного уточнения, выбирающий исход под названием *совершенное байесовское равновесие*. Обоснование такого уточнения зачастую имеет свою специфику в играх определенного типа; оно оговаривает, как игроки должны обновлять свою информацию, наблюдая за действиями других игроков. Каждая такая оговорка чаще всего абсолютно уместна в своем контексте, поэтому во многих играх не так уж трудно исключить большинство равновесий Нэша, а значит, и снизить неоднозначность прогнозирования.

Тогда как в одних играх может быть слишком много равновесий Нэша, в других они могут отсутствовать вообще. Мы приводили пример подобной игры в разделе 4.7 главы 4, а также уточнили, что равновесие Нэша можно восстановить, расширив концепцию стратегии на случайные комбинации стратегий. В главе 7 мы объясним и проанализируем равновесия Нэша в смешанных стратегиях. На более высоких уровнях теории игр существуют и более сложные примеры игр, в которых равновесия Нэша нет и в смешанных стратегиях. Однако такая дополнительная сложность не имеет отношения к рассматриваемым в данной книге типам анализа и областям применения, поэтому мы не будем затрагивать здесь эту тему.

В. Требования рациональности в равновесии Нэша

Как вы уже знаете, равновесие Нэша можно рассматривать как систему стратегических вариантов выбора каждого игрока, а также его убеждений в отношении выбора других игроков. В случае равновесия 1) выбор каждого игрока должен обеспечивать ему лучший выигрыш с учетом его убеждения в отношении выбора других игроков; 2) убеждение каждого игрока должно быть правильным, то есть его фактический выбор должен быть именно таким, каким он должен быть, по его твердому убеждению. Такова естественная интерпретация требований о взаимной согласованности рационального выбора отдельных игроков. Если у всех игроков есть общее знание того, что они рациональны, то как может один из них иметь рациональные убеждения в отношении выбора других игроков, не соответствующие рациональной реакции на его собственные действия?

Для того чтобы изучить этот вопрос, рассмотрим игру три на три, представленную на рис. 5.5. Анализ наилучших ответов позволяет быстро определить, что в ней всего одно равновесие Нэша, а именно R2, C2, обеспечивающее выигрыш 3, 3. В этом равновесии Строка выбирает вариант R2, исходя из убеждения, что Столбец сыграет C2. Почему Строка в этом убеждена? Потому что она знает Столбца как рационального игрока, но в то же время она должна считать, что Столбец убежден в ее выборе варианта R2 по той причине, что вариант C2 не будет его наилучшим выбором, если бы он полагал, что Строка сыграет либо R1, либо R3. Таким образом, суть этого утверждения состоит в том, что убеждения, полученные в результате рационального процесса формирования, должны быть правильными.

		Столбец		
		C1	C2	C3
Строка	R1	0, 7	2, 5	7, 0
	R2	5, 2	3, 3	5, 2
	R3	7, 0	2, 5	0, 7

Рис. 5.5. Обоснование выбора посредством цепочки убеждений и ответных действий

Проблема такой аргументации состоит в том, что она ограничена одним циклом рассуждений об убеждениях. Продолжив их, мы можем обосновать и другие комбинации вариантов выбора. Например, можно рационально обосновать выбор Строкой варианта R1. Для этого отметим, что R1 — лучший выбор Строки в случае, если она убеждена, что Столбец сыграет C3. Почему Строка в этом убеждена? Потому что уверена, что Столбец убежден в том, что она выберет R3. Строка обосновывает это убеждение, считая, что Столбец убежден в том, что Строка убеждена в том, что Столбец сыграет C1, будучи убежденным в том, что Строка предпочтет вариант R1, будучи, в свою очередь, убежденной в том, что… Каждое звено этой цепочки убеждений абсолютно рационально.

Таким образом, рациональность сама по себе не объясняет равновесия Нэша. Существуют более сложные доводы такого рода, действительно позволяющие обосновать особый вид равновесия Нэша, при котором игроки могут поставить свои стратегии в зависимость от поддающегося наблюдению инструмента рандомизации (случайного выбора). Однако мы оставим эту тему для более углубленного изучения и сформулируем в следующем разделе более простую концепцию, отражающую то, что логически вытекает из общего знания игроков только об их рациональности.

3. Рационализация

Какие стратегические варианты выбора в играх можно обосновать, исходя исключительно из рациональности? В матрице игры на рис. 5.5 мы можем объяснить любую пару стратегий, по одной на каждого игрока, посредством применения той же логики, что и в разделе 2.В. Иными словами, можем обосновать любую из девяти возможных комбинаций. Следовательно, рациональность в чистом виде не позволяет нам сократить совокупность вероятных исходов игры или вообще спрогнозировать их. Присуще ли это всем играм? Нет. Например, если стратегия доминируемая, ее можно исключить из рассмотрения на основе одной только рациональности. А когда игроки осознают, что их соперники, будучи рациональными, не выберут доминируемые стратегии, исходя из такого общего знания можно выполнить итеративное исключение доминируемых стратегий. Лучшее ли это из доступных действий? Нет. Можно продолжить дальнейшее исключение стратегий, воспользовавшись несколько более сильным свойством, чем доминируемость в чистых стратегиях. Оно определяет стратегии, которые **не могут быть наилучшим ответом**. Стратегии, оставшиеся после такой процедуры исключения, называются **рационализируемыми**, а сама концепция — **рационализацией**.

Зачем вводить эту дополнительную концепцию, и что она нам дает? Что касается первого вопроса, полезно знать, насколько можно сузить совокупность возможных исходов игры на основании одной лишь рациональности игроков, не прибегая к правильности ожиданий относительно фактического выбора игрока. Иногда можно определить, что игрок *не выберет* то или иное действие или действия, даже если нельзя вычислить, какое именно действие он все же *выберет*. Ответ на второй вопрос зависит от контекста. Порой рационализация вообще не позволяет сократить совокупность исходов игры. Именно так было в примере три на три, представленном на рис. 5.5. Подчас рационализация позволяет это сделать только до определенной степени, но не до равновесия

Нэша, если оно в игре всего одно, или не до совокупности равновесий Нэша, если их в игре несколько. Примером такой ситуации может служить расширенный до матрицы четыре на четыре предыдущий пример, который рассматривается в разделе 3.А ниже. Иногда сокращение совокупности возможных исходов игры приводит к определению единственного равновесия Нэша, причем в подобных случаях мы имеем его более веское обоснование, опирающееся исключительно на рациональность, без предположений о правильности ожиданий. Ниже в разделе 3.Б представлен пример игры с конкуренцией по количеству, в котором аргументация на основе концепции рационализации позволяет найти в ней единственное равновесие Нэша.

А. Применение концепции рационализации

Рассмотрим игру на рис. 5.6, аналогичную той, что приведена на рис. 5.5, но с дополнительной стратегией на каждого игрока*. Как отмечалось выше, девять комбинаций стратегий, в которые входит одна из первых трех стратегий для каждого из игроков, можно обосновать посредством цепочки убеждений игроков в отношении убеждений друг друга. Это верно и в увеличенной матрице. Но подходит ли такой способ для стратегий R4 и C4?

		Столбец			
		C1	C2	C3	C4
Строка	R1	0, 7	2, 5	7, 0	0, 1
	R2	5, 2	3, 3	5, 2	0, 1
	R3	7, 0	2, 5	0, 7	0, 1
	R4	0, 0	0, −2	0, 0	10, −1

Рис. 5.6. Рационализируемые стратегии

Может ли Строка исходить из убеждения, что Столбец выберет стратегию C4? В его основе должны лежать убеждения Столбца в отношении выбора Строки. Могут ли они сделать стратегию C4 наилучшим ответом Столбца? Нет. Если Столбец полагает, что Строка сыграет R2, его наилучший ответ C2. Если Столбец считает, что Строка предпочтет R3, то его наилучший ответ C3. А если Столбец убежден, что Строка выберет R4, тогда его наилучший ответ либо C1, либо C3.

* Пример взят из статьи, в которой впервые была сформулирована концепция рационализации: Douglas Bernheim, Rationalizable Strategic Behavior, Econometrica, vol. 52, no. 4 (July 1984), pp. 1007–1028. См. также Andreu Mas-Colell, Michael Whinston, and Jerry Green, Microeconomic Theory (New York: Oxford University Press, 1995), pp. 242–45.

Следовательно, C4 не может быть наилучшим ответом Столбца*. Это означает, что Строка, зная о рациональности Столбца, ни в коем случае не припишет ему выбор стратегии C4. Стало быть, Строка не должна исходить из убеждения, что Столбец сыграет C4.

Обратите внимание, что хотя стратегия C4 не может быть наилучшим ответом, она не является доминируемой по отношению к стратегиям C1, C2 и C3. Для Столбца она предпочтительнее стратегии C1 против стратегии Строки R3, предпочтительнее стратегии C2 против стратегии Строки R4 и предпочтительнее стратегии C3 против стратегии Строки R1. Если стратегия все же доминируемая, она тоже не может быть наилучшим ответом. Таким образом, «стратегия, которая не может быть наилучшим ответом», — более общая концепция, чем «доминируемая стратегия». Исключение таких стратегий возможно даже тогда, когда исключение доминируемых стратегий невозможно. Следовательно, исключение стратегий, которые не могут быть наилучшим ответом, способно сузить совокупность вероятных исходов игры в большей степени, чем исключение доминируемых стратегий**.

Исключение стратегий, которые не могут быть наилучшим ответом, также можно выполнять в итеративном режиме. Поскольку рациональный игрок Строка не может исходить из убеждения, что рациональный игрок Столбец выберет стратегию C4, рациональный игрок Столбец должен это предвидеть. Учитывая, что R4 — наилучший ответ Строки только на стратегию C4, Столбец не должен думать, что Строка сыграет R4. Следовательно, R4 и C4 не могут входить в набор рационализируемых стратегий. Концепция рационализации действительно позволяет сократить совокупность возможных исходов данной игры.

Если в игре есть равновесие Нэша, оно будет рационализируемым и его можно подтвердить посредством простой системы убеждений, состоящей из одного цикла, как в представленном выше разделе 2.B. Но в более общем плане, даже если в игре нет равновесия Нэша, она может иметь рационализируемые исходы. Возьмем в качестве примера игру два на два, полученную из игры на рис. 5.5 или рис. 5.6, в которой оставлены только стратегии R1 и R3 для Строки и C1 и C3 для

---

* Обратите внимание, что в каждом случае лучший выбор для Столбца однозначно лучше стратегии C4. Следовательно, она не может даже претендовать на роль наилучшего ответа. Можно провести различие между слабой и строгой неспособностью стратегии быть наилучшим ответом, подобно тому как мы различали слабое и строгое доминирование. В данном случае наблюдается неспособность быть наилучшим ответом в строгом смысле.

** Когда допускается использование смешанных стратегий (как в главе 7), чистая стратегия может быть доминируемой по отношению к комбинации других чистых стратегий. При таком расширенном определении доминируемой стратегии итеративное исключение строго доминируемых стратегий становится эквивалентом рационализации. Детали лучше оставить для углубленного курса теории игр.

Столбца. Легко увидеть, что в этой игре нет равновесия Нэша в чистых стратегиях. Однако все четыре ее исхода рационализируемы посредством такой же цепочки убеждений, как выстроенная выше и охватывающая эти стратегии.

Таким образом, концепция рационализации представляет собой возможный способ решения игр с отсутствием равновесия Нэша. Что еще более важно, эта концепция подсказывает нам, как сократить совокупность вероятных исходов игры исключительно на основании рациональности.

Б. Рационализация может привести к равновесию Нэша

В некоторых играх итеративное исключение стратегий, которые не могут быть наилучшим ответом, может сократить всю совокупность возможных исходов до равновесия Нэша. Обратите внимание, что мы сказали «может», а не «должно». Но если подобное все же происходит, это очень полезно, поскольку позволяет подкрепить доводы в пользу равновесия Нэша путем утверждения, что оно следует исключительно из рациональных мнений игроков о рассуждениях друг друга. Интересно, что один класс игр, решаемых таким способом, играет важную роль в экономике. К нему относится конкуренция между компаниями при определении количества производимой продукции, когда они знают, что от ее общего объема на рынке зависит цена.

Мы проиллюстрируем игру такого типа в контексте небольшого прибрежного городка. В нем две некие рыбацкие лодки каждый вечер уходят в море, а утром возвращаются с уловом и выставляют его на рынок. Игра разыгрывается во времена, когда еще не было современного холодильного оборудования, поэтому вся рыба должна быть продана и съедена в тот же день. В океане неподалеку от города полно рыбы, поэтому владелец каждой лодки может решать, сколько рыбы поймать за ночь. Но каждый из них также знает, что избыток рыбы на рынке приведет к снижению цен и прибыли.

Предположим, что если одна лодка выставит на рынок R бочек рыбы, а другая S бочек, то цена P (в дукатах за бочку) будет равна $P = 60 - (R + S)$. Допустим также, что две лодки и их команды несколько отличаются по эффективности рыбной ловли: затраты первой лодки на ловлю рыбы составляют 30 дукатов на одну бочку, тогда как второй — 36 дукатов на бочку.

Теперь мы можем записать формулы определения прибыли двух владельцев лодок U и V с учетом их стратегий R и S.

$$U = [(60 - R - S) - 30]R = (30 - S)R - R^2,$$
$$V = [(60 - R - S) - 36]S = (24 - R)S - S^2.$$

На основании этих формул выигрышей можно построить кривые наилучших ответов и найти равновесие Нэша. Как и в примере игры с ценовой конкуренцией из раздела 1, выигрыш каждого игрока представляет собой квадратичную функцию его собственной стратегии при условии неизменности стратегии другого игрока. Следовательно, в данном случае можно применить математические методы, изложенные в разделе 1 данной главы и в приложении к ней.

Наилучший ответ первой лодки R должен максимизировать значение U для каждого заданного значения S другой лодки. При использовании дифференциального исчисления это означает, что мы должны продифференцировать U по R при фиксированном значении S и приравнять производную к нулю, что дает следующее уравнение:

$$(30 - S) - 2R = 0;\ R = 15 - S/2.$$

Подход без дифференциального исчисления использует результат, согласно которому значение R, максимизирующее значение U, равно $R = B/(2C)$, где $B = 30 - S$, а $C = 1$. Это дает $R = (30 - S)/2$, или $R = 15 - S/2$.

Аналогичным образом уравнение наилучшего ответа второй лодки можно найти, выбрав значение S, максимизирующее значение V при каждом фиксированном значении R, что дает следующее значение:

$$S = \frac{24 - R}{2};\ S = 12 - \frac{R}{2}.$$

Равновесие Нэша можно найти посредством совместного решения двух уравнений наилучших ответов для R и S, что не так уж трудно сделать*, поэтому мы просто приведем результаты. Количество: $R = 12$, $S = 6$; цена: $P = 42$; прибыль: $U = 144$, $V = 36$.

На рис. 5.7 представлены графики наилучших ответов двух рыбаков (обозначенные как BR1 и BR2 с указанием соответствующих уравнений), а также равновесие Нэша (обозначенное как N с указанием координат) на пересечении двух линий. Кроме того, на рис. 5.7 также показано, как сократить совокупность убеждений игроков в отношении выбора друг друга посредством итеративного исключения стратегий, которые не могут быть наилучшим ответом.

* Следует отметить некоторые интересные свойства этого решения, хотя они и второстепенны для наших целей. Значения количества разнятся, поскольку разнятся затраты: более эффективная лодка (с меньшими затратами) может продать больше продукции. Различия между затратами и количеством влекут за собой еще более существенные различия между полученной прибылью. Преимущество первой лодки перед второй по затратам составляет всего 20 процентов, но при этом первая лодка получает почти в четыре раза больше прибыли по сравнению со второй.

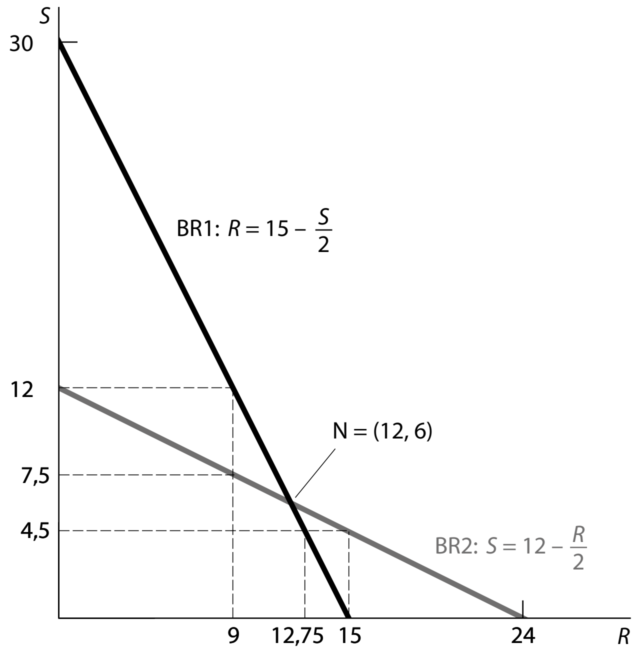


Рис. 5.7. Поиск равновесия Нэша с помощью рационализации

Какие значения *S*, по рациональному убеждению владельца первой лодки, выберет владелец второй лодки? Это зависит от того, какой улов, по мнению владельца второй лодки, получит владелец первой лодки. Но каким бы ни был этот улов, наилучшие ответы владельца второй лодки находятся в диапазоне от 0 до 12 бочек. Следовательно, владелец первой лодки не может рационально считать, что владелец второй лодки выберет что-то другое: все отрицательные варианты выбора (что очевидно) и все значения *S*, превышающие 12 бочек (что менее очевидно), исключаются. Точно так же владелец второй лодки не может рационально считать, что владелец первой лодки выловит рыбы меньше 0 или больше 15 бочек.

Теперь перейдем ко второму циклу рассуждений. Когда владелец первой лодки ограничит варианты выбора значений *S* владельцем второй лодки диапазоном от 0 до 12 бочек, его собственные варианты выбора значений *R* будут ограничены диапазоном наилучших ответов на диапазон значений *S*. Наилучший ответ на $S = 0$ — это $R = 15$, а наилучший ответ на $S = 12$ — это $R = 15 - 12/2 = 9$. Поскольку график BR1 наклонен вниз, все значения *R*, допустимые на данном этапе рассуждений, лежат в диапазоне от 9 до 15. Точно так же выбор владельцем второй лодки значений *S* ограничен диапазоном наилучших ответов на *R* от 0 до 15, точнее говоря, значениями от $S = 12$ до $S = 12 - 15/2 = 4{,}5$. Эти ограниченные диапазоны значений показаны на рис. 5.7 на осях координат.

Третий цикл рассуждений сужает диапазоны значений еще больше. Поскольку значение R должно составлять минимум 9, а график BR2 имеет отрицательный наклон, S может быть не более чем наилучшим ответом на 9; в частности, $S = 12 - 9/2 = 7{,}5$. В ходе второго цикла рассуждений уже было показано, что значение S должно быть как минимум 4,5. Следовательно, теперь значения S ограничены диапазоном от 4,5 до 7,5. Кроме того, так как значение S должно быть не менее 4,5, значение R может составлять не более $15 - 4{,}5/2 = 12{,}75$. Во втором цикле рассуждений мы узнали, что значение R должно равняться минимум 9, а значит, теперь оно ограничено диапазоном от 9 до 12,75.

Эту последовательность циклов рассуждений можно продолжать сколько угодно, но уже сейчас очевидно, что последовательное сужение диапазонов значений двух показателей сводит эти значения к равновесию Нэша, $R = 12$ и $S = 6$. Таким образом, равновесие Нэша — единственный исход игры, остающийся после итеративного исключения стратегий, которые не могут быть наилучшим ответом*. Мы знаем, что в общем аргументация на основе концепции рационализации не обязательно должна сводить исходы игры к равновесиям Нэша, а значит, это особое свойство данного примера. В действительности этот процесс применим к целому классу игр и позволяет решить любую игру, имеющую единственное равновесие Нэша на пересечении нисходящих кривых наилучших ответов**.

Эту аргументацию следует отличать от прежней, основанной на последовательности наилучших ответов. Тогда ход рассуждений выглядел следующим образом. Начнем с любой стратегии одного из игроков, скажем $R = 18$. В этом случае наилучший ответ другого игрока $S = 12 - 18/2 = 3$. Наилучший ответ R на $S = 3$ — это $R = 15 - 3/2 = 13{,}5$. В свою очередь, наилучший ответ S на $R = 13{,}5$ — $12 - 13{,}5/2 = 5{,}25$. Тогда наилучший ответ R против этого значения S составляет $R = 15 - 5{,}25/2 = 12{,}375$. И так далее.

Цепочка рассуждений в прежней аргументации также сходится к равновесию Нэша, но в ней есть один недостаток. Речь идет об игре с одновременными ходами, разыгрываемой только раз. В такой ситуации невозможно, чтобы один игрок

---

* Этот пример можно также решить посредством итеративного исключения доминируемых стратегий, однако аргументация на основе концепции доминирования — это трудный процесс, требующий более сложных расчетов, тогда как свойство «не может быть наилучшим ответом» отображено в явном виде на рис. 5.7, поэтому мы используем более простую аргументацию.

** Аналогичная аргументация применима и по отношению к кривым наилучших ответов с восходящим уклоном (как в случае игры в ценообразование, представленной на рис. 5.1) для сужения диапазона наилучших ответов, начиная с низких цен. Сужение диапазона начиная с более высоких значений возможно только при наличии очевидной отправной точки; она должна представлять собой очень высокую цену, которая ни при каких обстоятельствах не может быть превышена по какой-то внешней причине, например если у людей просто нет денег, чтобы платить цены, превышающие определенный уровень.

отреагировал на выбор другого игрока, после чего первый игрок снова предпринял ответное действие и т. д. Если бы такая динамика игры допускалась, разве игроки не предвидели бы реакцию друг друга и не предприняли бы совсем другие действия?

Аргументация на основе концепции рационализации представляет собой нечто иное. В ней четко учитывается тот факт, что игра проходит только раз и сводится к одновременному выполнению ходов. Все размышления относительно цепочки наилучших ответов выполняются с опережением событий, а все последующие циклы рассуждений и ответных действий носят сугубо концептуальный характер. Игроки реагируют не на фактический выбор, а лишь на расчетные значения того выбора, который так и не будет сделан. Весь процесс протекает исключительно в головах игроков.

4. Эмпирические данные о равновесии Нэша

В главе 3, посвященной анализу эмпирических данных об играх с последовательными ходами и методу обратных рассуждений, мы представили данные, полученные в ходе наблюдений за играми, происходящими в реальной жизни, и играми, специально разработанными для проверки теории в лабораторных условиях. Там же мы выделили различные достоинства и недостатки двух методов оценки достоверности прогнозов, полученных посредством поиска равновесия методом обратных рассуждений. Аналогичные вопросы возникают и в связи с получением и интерпретацией эмпирических данных относительно равновесия Нэша в играх с одновременными ходами.

В реальных играх делаются крупные ставки, и в основном в них участвуют опытные игроки, обладающие знаниями и стимулами для применения эффективных стратегий. Но в таких ситуациях присутствует много факторов, выходящих за рамки того, что изучает теория. Например, в реальных играх трудно отслеживать количественные выигрыши, которые получили бы игроки при всех возможных комбинациях стратегий. Поэтому, если их поведение не подтверждает теоретические прогнозы, невозможно определить, обусловлено ли это ошибочностью теории или тем, что какие-то иные факторы превосходят стратегические соображения.

В ходе лабораторных экспериментов эти факторы пытаются учитывать, чтобы обеспечить более точную проверку теории. Но организаторы экспериментов зачастую привлекают неопытных игроков и предоставляют им слишком мало времени и относительно слабые стимулы для изучения игры. Столкнувшись с новой игрой, большинство из нас поначалу с трудом ориентируется в ней и пробует играть бессистемно. По этой причине несколько ее первых раундов в условиях эксперимента могут представлять собой этап обучения, а не равновесие, которое нашел бы в игре опытный игрок. Обычно такую неопытность и обучение учитывают, исключая из рассмотрения данные первых нескольких раундов игры, однако этап обучения может длиться дольше, чем одно утро или вторая половина дня, что зачастую составляет предельную продолжительность лабораторных сеансов.

А. Лабораторные эксперименты

За три прошедших десятилетия ученые провели множество лабораторных исследований в целях проверки поведения людей в определенных интерактивных стратегических ситуациях. В частности, исследователи пытаются найти ответ на вопрос: «Выбирают ли участники игры стратегии равновесия Нэша?» Проанализировав эту работу, Дуглас Дэвис и Чарльз Холт пришли к выводу, что в относительно простых одноходовых играх с единственным равновесием Нэша оно «обретает значительную притягательную силу… после нескольких повторений игры с разными партнерами»*. Однако успех этой теории носит переменный характер в более сложных ситуациях, например при наличии множества равновесий Нэша, когда эмоциональные факторы выводят выигрыши за пределы оговоренных денежных сумм, когда для поиска равновесия Нэша требуются более сложные расчеты или когда игра повторно проводится с одними и теми же партнерами. Ниже представлен краткий анализ эффективности равновесия Нэша в нескольких подобных ситуациях.

I. Выбор из множества равновесий Нэша. В разделе 2.Б приведено несколько примеров, показывающих, что иногда фокальные точки помогают игрокам выбрать из множества равновесий Нэша одно. Игрокам не удается скоординировать свои действия в 100 процентах случаев, однако обстоятельства зачастую позволяют им добиться гораздо большей координации действий, чем при случайном выборе из всей совокупности возможных равновесных стратегий. Ниже мы представляем координационную игру с одним интересным свойством: равновесие, обеспечивающее самый высокий выигрыш всем ее участникам, при этом и самое рискованное в том смысле, о котором шла речь выше в разделе 2.А.

Джон Ван Хайк, Реймонд Батталио и Ричард Бейл описывают игру с участием 16 игроков, в которой каждый из них одновременно выбирает уровень «усилий» от 1 до 7. Индивидуальные выигрыши зависят от «результата» всей группы, который является функцией от минимального уровня усилий, выбранного любым

* Douglas D. Davis and Charles A. Holt, Experimental Economics (Princeton: Princeton University Press, 1993), Chapter 2.

ее членом, за вычетом затрат на эти усилия. В игре ровно семь равновесий Нэша в чистых стратегиях: любой исход, при котором все игроки выбирают один и тот же уровень усилий, представляет собой равновесие. Максимальный выигрыш (1,30 доллара на одного игрока) будет получен в случае, если все участники игры выберут уровень усилий 7, тогда как минимальный (0,70 доллара на одного игрока) — при выборе всеми игроками уровня усилий 1. Равновесие, обеспечивающее самый высокий выигрыш, — естественный кандидат на роль фокальной точки, но при этом существует риск выбрать самый высокий уровень усилий: если хотя бы один игрок выберет уровень усилий ниже вашего, то ваши дополнительные усилия будут потрачены зря. Например, если вы предпочтете вариант 7 и минимум один игрок вариант 1, вы выиграете всего 0,10 доллара — гораздо меньше, чем в случае наихудшего равновесного выигрыша в размере 0,70 доллара. Это заставляет игроков волноваться по поводу того, выберут ли другие участники игры максимальный уровень усилий; в итоге большим группам, как правило, не удается скоординировать свои действия так, чтобы обеспечить самое выгодное равновесие. Несколько игроков неизбежно выбирают более низкий уровень усилий, и в последующих раундах игра сводится к равновесию с самым низким уровнем усилий*.

II. Эмоции и социальные нормы. В главе 3 в процессе анализа игр с последовательными ходами мы привели несколько примеров более щедрого отношения игроков друг к другу, чем можно было ожидать согласно равновесию Нэша. Подобные наблюдения можно сделать и в играх с одновременными ходами, таких как дилемма заключенных. Одна из причин состоит в том, что выигрыши игроков могут отличаться от тех, из которых исходит экспериментатор: помимо денег, участники игры могут относить к числу выигрышей испытываемые в ходе игры эмоции, такие как сопереживание, гнев или чувство вины. Иными словами, в системе

* См. John B. Van Huyck, Raymond C. Battalio, and Richard O. Beil, Tacit Coordination Games, Strategic Uncertainty, and Coordination Failure, American Economic Review, vol. 80, no. 1 (March 1990), pp. 234–48. В ходе последующих исследований были предложены методы, позволяющие стимулировать координацию действий игроков для достижения наилучшего равновесия. Как показано в статье Subhasish Dugar, Non-monetary Sanction and Behavior in an Experimental Coordination Game, Journal of Economic Behavior & Organization, vol. 73, no. 3 (March 2010), pp. 377–86, игрокам постепенно удается координировать свои действия в целях получения исхода игры, обеспечивающего максимальный выигрыш, если в перерывах между раундами им просто разрешают выразить свое недовольство решениями друг друга. В статье Roberto A. Weber, Managing Growth to Achieve Efficient Coordination in Large Groups, American Economic Review, vol. 96, no. 1 (March 2006), pp. 114–26, идет речь о том, что если начать с небольшой группы и постепенно включать в нее дополнительных игроков, то это позволяет обеспечить равновесие с максимальным выигрышем, из чего можно сделать вывод, что компании лучше увеличивать численность персонала медленно, с тем чтобы новобранцы могли усвоить корпоративную культуру сотрудничества.

ценностей игроков могли проявиться некоторые социальные критерии, например доброта и справедливость, которые доказали свою значимость в более широком социальном контексте и в силу этого распространяются на их поведение и в экспериментальной игре*. С этой точки зрения подобные наблюдения не вскрывают недостатков самой концепции равновесия Нэша, а предостерегают против ее использования при наивных или ошибочных исходных предположениях о том, какие выигрыши важны для людей. Например, было бы ошибкой полагать, что игроки всегда движимы в своих действиях эгоистичной погоней за деньгами.

III. Когнитивные ошибки. Как мы убедились в случае экспериментальных данных по равновесию обратных рассуждений в главе 3, игроки не всегда предварительно продумывают всю игру, как и не всегда ожидают этого от других игроков. Поведение участников игры, известной как дилемма путешественников, иллюстрирует подобную ограниченность равновесия Нэша в играх с одновременными ходами. В этой игре оба путешественника во время отпуска покупают одинаковые сувениры, а на обратном пути авиакомпания теряет их багаж. Она сообщает, что намерена возместить им убытки, но ей неизвестна точная сумма ущерба. Авиаперевозчик знает, что правильная сумма должна находиться в пределах от 80 до 200 долларов на человека, поэтому проводит игру по следующей схеме. Каждый игрок может потребовать возмещения убытков в размере от 80 до 200 долларов. Авиакомпания возместит обоим игрокам сумму, которая окажется меньшей из двух заявленных. Кроме того, если они будут разниться, авиакомпания выплатит 5 долларов вознаграждения тому, кто потребовал меньше, и оштрафует на 5 долларов того, кто запросил больше.

При таких правилах игры, независимо от фактической стоимости утерянного багажа, каждый игрок заинтересован назвать более низкую сумму возмещения убытков, чем другой игрок. На самом деле единственное равновесие Нэша и единственный рационализируемый исход этой игры сводится к тому, чтобы оба указали минимальную сумму возмещения — 80 долларов. Однако в условиях эксперимента игроки редко называют 80 долларов, вместо этого требуя возмещения сумм, которые гораздо ближе к 200 долларам. (Как правило, в лаборатории реальные выигрыши исчисляются в центах, а не в долларах.) Интересно, что если размер «штрафвознаграждения» увеличивается в 10 раз, с 5 до 50 долларов, то поведение игроков существенно приближается к равновесию Нэша, а указанная ими

* Известный специалист по теории игр Йорген Вейбулл подробно обосновывает эту точку зрения в своей работе: Jörgen Weibull, Advances in Understanding Strategic Behaviour: Game Theory, Experiments and Bounded Rationality: Essays in Honour of Werner Güth, ed. Steffen Huck (Basingstoke, UK: Palgrave MacMillan, 2004), pp. 85–104.

сумма ущерба чаще всего составляет около 80 долларов. Таким образом, поведение участников эксперимента в значительной мере зависит от показателя, никак не влияющего на равновесие Нэша: единственное равновесие — это 80 долларов, независимо от суммы штрафа или вознаграждения.

Для объяснения результатов, полученных в лаборатории, Моника Капра и ее коллеги использовали теоретическую модель под названием **равновесие квантильных откликов** (или просто «квантильное равновесие»), первоначально предложенную Ричардом Маккелви и Томасом Палфри. Математическое описание этой модели выходит за рамки данной книги, но ее основная идея состоит в том, что она допускает возможность совершения ошибок игроками, причем вероятность определенной ошибки гораздо ниже в случае более дорогостоящих ошибок, чем в случае ошибок, незначительно уменьшающих выигрыш. Более того, в этой модели игроки ожидают друг от друга таких ошибок. Как оказалось, анализ квантильных откликов позволяет объяснить приведенные выше данные. Указание большей суммы возмещения убытков обойдется не так уж дорого при размере штрафа 5 долларов, поэтому игроки чаще называют сумму, близкую к 200 долларам, — особенно если знают, что соперники, по всей вероятности, поступят так же, а значит, выигрыш при этом может быть достаточно высоким. С другой стороны, если штраф или вознаграждение составляет 50 долларов вместо пяти, предъявление завышенных требований о возмещения ущерба может обернуться значительными потерями, поэтому игроки вряд ли будут ожидать друг от друга подобных действий. Это ожидание склоняет их в сторону равновесия Нэша, то есть 80 долларов. Благодаря такому успеху квантильное равновесие стало темой активных исследований в области теории игр*.

IV. Общее знание о рациональности. Как мы только что увидели, чтобы лучше объяснить результаты экспериментов, модель квантильного равновесия допускает вероятность того, что игроки могут не считать других участников игры в высшей степени рациональными игроками. Еще один способ объяснить данные экспериментов — предположить, что разные игроки строят свои рассуждения на разных уровнях. В стратегической игре на угадывание, часто используемой в аудиториях или лабораториях, каждому участнику предлагают выбрать число

* См. Kaushik Basu, The Traveler's Dilemma, Scientific American, vol. 296, no. 6 (June 2007), pp. 90–95. Информацию об этих экспериментах и построении модели можно найти здесь: C. Monica Capra, Jacob K. Goeree, Rosario Gomez, and Charles A. Holt, Anomalous Behavior in a Traveler's Dilemma? American Economic Review, vol. 89, no. 3 (June 1999), pp. 678–90. Концепция квантильного равновесия впервые была сформулирована в следующей работе: Richard D. McKelvey and Thomas R. Palfrey, Quantal Response Equilibria for Normal Form Games, Games and Economic Behavior, vol. 10, no. 1 (July 1995), pp. 6–38.

от 0 до 100. Как правило, игрокам выдают карточки, на которых они должны написать свое имя и выбранное число, поэтому данная игра относится к категории игр с одновременными ходами. После сбора карточек вычисляется среднее значение указанных чисел. Побеждает тот, чье число окажется ближе всего к оговоренной доле (например, двум третям) от среднего значения. Правила игры (вся описанная выше процедура) объявляются заранее.

Равновесие Нэша в этой игре сводится к выбору каждым игроком числа 0. В действительности игра разрешима по доминированию. Даже если каждый ее участник укажет 100, половина от среднего значения не может превысить 67, поэтому для каждого игрока выбор числа больше 67 доминируемый по отношению к выбору числа 67*. Однако это должно быть понятно всем рационально рассуждающим игрокам, а значит, среднее значение не может превышать 67, а две трети от него — 44, поэтому любой выбор числа больше 44 будет доминируемым по отношению к выбору числа 44. Данный процесс итеративного удаления доминируемых стратегий продолжается до тех пор, пока не останется только число 0.

Тем не менее когда группа играет в такую игру впервые, побеждает не тот, кто выбрал число 0. Как правило, выигрышное число попадает в диапазон от 15 до 20. Чаще всего игроки указывают числа 33 и 22, из чего можно сделать вывод, что многие из них выполняют всего один-два цикла итеративного доминирования, не продолжая этот процесс дальше. Иначе говоря, игроки «уровня 1» считают, что все остальные участники игры будут выбирать числа случайным образом, со средним значением 50, поэтому в качестве наилучшего ответа указывают две трети от этого числа, то есть 33. Точно так же игроки «уровня 2» предполагают, что все остальные игроки рассуждают на «уровне 1», поэтому в качестве наилучшего ответа выбирают две трети от 33, или 22. Обратите внимание, что все эти варианты далеки от равновесия Нэша, числа 0. Создается впечатление, что многие игроки иногда выполняют ограниченное количество шагов итеративного исключения доминируемых стратегий по той причине, что ожидают от других игроков ограниченного количества циклов рассуждений**.

---

* Если вы примете во внимание собственный выбор, это только подтвердит правильность таких расчетов. Предположим, в игре участвуют N игроков. В случае самого худшего сценария, когда все остальные $(N - 1)$ игроков выберут число 100, а вы — число x, среднее значение выбранных чисел составит $[x + (N - 1)100]/N$. Тогда ваш лучший выбор составит две трети от этого числа, а значит, $x = (2/3)[x + (N - 1)100]/N$, или $x = 100(2N - 2)/(3N - 2)$. Если $N = 10$, то $x = (18/28) \times 100 = 64$ (приблизительно). Следовательно, любой вариант выбора больше 64 будет доминируемым по отношению к варианту 64. Такие же рассуждения применимы и в очередных раундах игры.

** Вы проанализируете игры такого рода в упражнениях **S12** и **U11**. Краткий обзор результатов масштабных экспериментов с участием тысяч игроков, проведенных с помощью европейских газет, можно найти здесь: Rosemarie Nagel, Antoni Bosch-Domènech, Albert Satorra, and Juan Garcia-Montalvo, One, Two, (Three), Infinity: Newspaper and Lab Beauty-Contest Experiments, American Economic Review, vol. 92, no. 5 (December 2002), pp. 1687–1701.

V. Обучение и движение в сторону равновесия. Что происходит при повторном разыгрывании стратегической игры на угадывание в одной и той же группе игроков? Аудиторные эксперименты показывают, что в ходе каждого очередного раунда выигрышное число может легко уменьшиться на 50 процентов, поскольку студенты ожидают, что все их одногруппники выберут число, не превышающее победившее в предыдущем раунде. Как правило, в третьем раунде выгрышные числа не больше (а то и меньше) 5.

Как следует интерпретировать этот результат? Критики бы заявили, что, если в игре не достигнуто точное равновесие Нэша, это опровергает теорию. Они бы утверждали, что в действительности, если у вас есть все основания полагать, что другие игроки не используют стратегии равновесия Нэша, ваш лучший выбор также не должен быть стратегией равновесия Нэша. Если вы можете определить, как другие игроки будут отклоняться от стратегий равновесия Нэша, то должны выбрать свой наилучший ответ на то, что они, по вашему мнению, предпочтут. Другие бы сказали, что в социальных науках теория не может претендовать на такой же уровень точности прогнозов, что и в таких науках, как физика и химия. Если наблюдаемые исходы игры близки к равновесию Нэша, это и есть подтверждение теории. В данном случае эксперимент не только обеспечивает это подтверждение, но и иллюстрирует процесс, посредством которого люди накапливают опыт и учатся применять стратегии, близкие к равновесию Нэша. Мы склонны согласиться с данной точкой зрения.

Примечательно одно наше наблюдение: люди учатся немного быстрее, следя за игрой со стороны, чем принимая в ней непосредственное участие. Это можно объяснить тем, что как наблюдатели они могут сфокусироваться на игре в целом и использовать аналитическое мышление. А поскольку мозг игроков занят решением задачи собственного выбора, они в меньшей степени способны увидеть более широкую картину.

Мы должны внести ясность в концепцию накопления опыта посредством участия в играх. В цитате Дэвиса и Холта в начале данного раздела говорится о повторении игры с разными партнерами. Иными словами, опыт игры следует накапливать посредством многократного участия в ней, но всякий раз с разными соперниками. Однако для того, чтобы такой процесс обучения обеспечивал исходы игры, максимально приближающиеся к равновесию Нэша, вся *совокупность* обучающихся игроков должна оставаться неизменной. Если в игре постоянно будут появляться новички, применяющие новые экспериментальные стратегии, исходная группа рискует утратить знания, накопленные в процессе игры друг против друга.

Если игра повторно проводится между двумя игроками или среди небольшой группы одних и тех же игроков, то два любых игрока с большой вероятностью могут неоднократно играть друг с другом. В такой ситуации повторяющаяся игра в целом сама по себе становится игрой. Равновесия Нэша в ней могут отличаться от тех, которые просто дублируют равновесие Нэша в одном раунде игры. Например, в повторяющихся дилеммах заключенных молчаливое сотрудничество может сформироваться как следствие ожиданий того, что любая временная выгода от обмана будет полностью сведена на нет последующей потерей доверия. Если игры повторяются таким способом, то процесс обучения должен включать в себя многократное участие в полных множествах таких повторений, каждый раз против других партнеров.

Б. Реальные игры

В играх, разыгрываемых в естественных условиях, нет стольких возможностей для прямых наблюдений, как в ходе лабораторных экспериментов, но тем не менее наблюдения за пределами лабораторий также позволяют получить ценные доказательства значимости равновесия Нэша. В свою очередь оно зачастую становится для социологов ценной отправной точкой для осмысления реального мира.

I. Области применения равновесия Нэша. Одной из первых областей применения концепции равновесия Нэша по отношению к поведению субъектов реального мира стала сфера международных отношений. Томас Шеллинг первым использовал теорию игр для объяснения таких феноменов, как эскалация гонки вооружений (даже между странами, не имеющими намерения нападать друг на друга) и достоверность сдерживающих угроз. Впоследствии концепцию равновесия Нэша начали применять в этой сфере для решения вопросов о том, когда и как страна может подать достоверный сигнал о своих намерениях в ходе дипломатических переговоров или перед лицом возможной войны. В середине 1970-х теорию игр начали систематически использовать в сфере экономики и бизнеса, и количество областей применения продолжает расти*.

---

* Тем, кто хотел бы немного больше узнать о практическом применении теории игр, мы предлагаем следующие источники. Все студенты, изучающие теорию игр, обязательно должны прочитать книги Томаса Шеллинга «Стратегия конфликта» (М. : ИРИСЭН, 2007) и «Оружие и влияние» (Arms and Influence, New Haven: Yale University Press, 1966). Классический учебник по применению теории игр в области промышленности — книга Жана Тироля: Jean Tirole, The Theory of Industrial Organization (Cambridge, Mass.: MIT Press, 1988). Один из первых классических трудов по применению теории игр в политологии написал Уильям Райкер: William H. Riker, Liberalism Against Populism (San Francisco: W. H. Freeman, 1982). Ряд статей, содержащих углубленный анализ исследований в области теории игр, можно найти здесь: The Handbook of Game Theory with Economic Applications, ed. Robert J. Aumann and Sergiu Hart (Amsterdam: North-Holland/Elsevier Science B. V., 1992, 1994, 2002). Особого внимания заслуживает статья Barry O'Neill, Game Theory Models of Peace and War, (том 2), а также две статьи, представленные в томе 3: Kyle Bagwell and Asher Wolinsky, Game Theory and Industrial Organization и Jeffrey Banks, Strategic Aspects of Political Systems.

Как мы уже говорили в данной главе, ценовая конкуренция — одна из важных областей применения равновесия Нэша. К числу других областей, в которых компаниям приходится делать стратегический выбор, относится качество продукции, инвестиции, научные исследования и разработки и т. д. Кроме того, теория игр помогла нам понять, как и когда компании, присутствующие в отрасли много лет, могут взять на себя достоверные обязательства по сдерживанию новых конкурентов — например, посредством ведения губительной ценовой войны против нового участника рынка. Теоретико-игровые модели, построенные на концепции равновесия Нэша и ее динамических обобщениях, достаточно эффективно обеспечивают необходимыми данными многие крупные отрасли промышленности, в частности автомобилестроение. Кроме того, такие модели позволяют лучше понять основные факторы конкуренции по сравнению с более старыми моделями, исходящими из совершенной конкуренции и оценочных кривых спроса и предложения*.

Профессор бизнес-школы IESE в Барселоне Панкадж Гемават представил ряд исследований отдельных компаний или отраслей, подкрепив их статистическим анализом данных. Его теоретико-игровые модели чрезвычайно эффективно улучшают наше понимание нескольких на первый взгляд озадачивающих бизнес-решений по таким вопросам, как ценообразование, производственные мощности, инновации и т. д. Например, в 1970-х компания DuPont нарастила огромный объем производственных мощностей по выпуску диоксида титана. Их избыток превышал прогнозируемый рост мирового спроса на этот продукт на протяжении следующего десятилетия. Поначалу этот выбор казался ужасной стратегией, поскольку избыток мощностей мог повлечь за собой снижение рыночных цен на данный товар. Однако в DuPont с успехом предвидели, что наличие в резерве дополнительных производственных мощностей позволит компании наказывать конкурентов, занижающих цены, увеличивая объем производства и снижая цены еще больше. Это сделало DuPont ценовым лидером в своей отрасли и позволило обеспечить высокую рентабельность. Стратегия оказалась весьма эффективной, и даже 40 лет спустя компания DuPont сохраняет мировое лидерство по производству диоксида титана**.

* Информацию о моделях ценовой конкуренции с одновременными ходами можно найти здесь: Timothy F. Bresnahan, Empirical Studies of Industries with Market Power, in Handbook of Industrial Organization, vol. 2, ed. Richard L. Schmalensee and Robert D. Willig (Amsterdam: North-Holland/Elsevier, 1989), pp. 1011–57. Описание моделей выхода на рынок представлено здесь: Steven Berry and Peter Reiss, Empirical Models of Entry and Market Structure, in Handbook of Industrial Organization, vol. 3, ed. Mark Armstrong and Robert Porter (Amsterdam: North-Holland/Elsevier, 2007), pp. 1845–86.

** Pankaj Ghemawat, Capacity Expansion in the Titanium Dioxide Industry, Journal of Industrial Economics, vol. 33, no. 2 (December 1894), pp. 145–63. Больше примеров приведено здесь: Pankaj Ghemawat, Games Businesses Play: Cases and Models (Cambridge, Mass.: MIT Press, 1997).

В последнее время теория игр стала самым предпочтительным инструментом изучения политических систем и институтов. Как мы увидим в главе 15, она показала, как в погоне за чьими-то целями могут осуществляться стратегические манипуляции в ходе голосования и определения повестки дня в комитетах и на выборах. В четвертой части книги представлены примеры практического применения равновесия Нэша при проведении аукционов, голосований и переговоров. Кроме того, в главе 14 мы приводим свой учебный пример, посвященный Карибскому ракетному кризису.

Некоторые критики не признают ценности концепции равновесия Нэша, заявляя, что аналогичное объяснение тех же явлений можно получить с помощью уже известных общих экономических принципов, политологии и т. д. Отчасти они правы. Ряд подобных аналитических инструментов существовал еще до появления данной концепции. Например, равновесие во взаимодействии между двумя компаниями, устанавливающими цены, о котором шла речь в разделе 1 данной главы, известно в экономике уже более 100 лет. Равновесие Нэша можно считать общей формулировкой концепции равновесия, применимой ко всем играм. Некоторые теории стратегического голосования сформулированы еще в XVIII столетии, а представления о достоверности можно найти в «Истории Пелопонесской войны» Фукидида. Однако равновесие Нэша позволяет унифицировать все эти области применения, а значит, способствует формированию новых областей.

Кроме того, развитие теории игр обусловило появление огромного количества новых идей и областей применения, не существовавших ранее, например: как возможность нанести второй удар уменьшает страх перед внезапным нападением; как разные правила проведения аукционов влияют на характер предложения цены и доход продавца; как правительства могут успешно манипулировать фискальной и монетарной политикой с тем, чтобы добиться переизбрания даже тогда, когда опытные избиратели знают об этих попытках, и т. д. Если бы все эти задачи можно было решить с помощью ранее известных подходов, это бы уже давно было сделано.

II. Реальные примеры обучения. Напоследок предлагаем вашему вниманию интересный пример равновесия и процесса обучения в реальной игре Главная лига бейсбола. В ней очень высокие ставки, а игроки участвуют более чем в 100 матчах в год, что создает сильную мотивацию и благоприятные возможности для обучения. Стивен Гулд обнаружил следующий замечательный пример*. На протяжении большей части XX столетия максимальное значение средних коэффициентов результативности отбивания, зафиксированных на протяжении бейсбольного

* Stephen Jay Gould, Losing the Edge, in The Flamingo's Smile: Reflections in Natural History (New York: W. W. Norton & Company, 1985), pp. 215–29.

сезона, неизменно снижалось. Скажем, в прошлом игроки обеспечивали средний коэффициент результативности отбивания 0,400 гораздо чаще, чем сейчас. Почитатели истории бейсбола часто объясняют такое снижение, с ностальгией восклицая: «В те времена были выдающиеся игроки!» Если на секунду задуматься, сразу же возникает вопрос: почему тогда не было выдающихся питчеров, способных удерживать средний коэффициент результативности отбивания на низком уровне? Однако Гулд опровергает подобные доводы посредством более системного подхода, указывая на то, что следует анализировать все значения среднего коэффициента результативности отбивания, а не только самые высокие. В настоящее время худшие показатели далеко не такие низкие, как раньше; кроме того, сейчас в командах Главной лиги гораздо меньше хиттеров со средним коэффициентом результативности отбивания 0,150, чем раньше. Гулд утверждает, что общее сокращение *разброса* — следствие стандартизации или стабилизации.

> Когда бейсбол был очень молодым, методы игры еще не стандартизировались настолько, чтобы это могло помешать проделкам лучших игроков. Вилли Килер мог «бить туда, где никого нет» (и набрать средний коэффициент 0,432 в 1897 году), потому что филдеры еще не знали, где им следует находиться. Постепенно игроки осваивали *оптимальные* методы расстановки на поле, перемещения по нему, подачи и отбивания мяча — и разброс неизбежно сокращался. Сегодня лучшие игроки столкнулись с настолько отточенным под их собственное совершенство противодействием, что это делает невозможным достижение тех высоких результатов, которые были характерны для времен более бессистемной игры. [Выделено автором.]

Иными словами, посредством непрерывной корректировки стратегий в их противостоянии друг с другом система пришла к своему равновесию (Нэша).

Гулд проанализировал статистику хиттинга за десятилетия, чтобы доказать, что сокращение разброса действительно происходит, за исключением единичных «выбросов». В действительности такие «выбросы» подтверждают эту гипотезу, поскольку происходят вскоре после нарушения равновесия под влиянием внешних изменений. Каждый раз при изменении правил игры (зона страйка увеличивается или уменьшается, уменьшается высота питчерской горки или увеличивается количество команд) или технологии (используется более упругий мяч или наконец разрешат алюминиевые биты) сложившаяся система взаимных наилучших ответов выходит из равновесия. И на какое-то время, пока игроки экспериментируют, разброс значений их показателей увеличивается и некоторые из них добиваются успеха, тогда как другие терпят неудачу. В конечном счете равновесие восстанавливается, а разброс снова сокращается. Именно этого и следует ожидать в рамках обучения и корректировки в сторону равновесия Нэша.

В книге Майкла Льюиса Moneyball* (по которой впоследствии был снят фильм «Человек, который изменил все» с Брэдом Питтом в главной роли) приведен похожий пример движения к равновесию в бейсболе, однако вместо акцента на стратегиях отдельных игроков он сосредоточен на административных стратегиях команды в отношении найма игроков. В книге рассказывается о решении главного менеджера команды Oakland Athletics использовать при найме игроков так называемую саберметрику, то есть уделять пристальное внимание бейсбольной статистике, основанной на теории максимизации засчитанных очков за пробежки и минимизации очков, проигранных сопернику. Такие решения подразумевали необходимость обращать больше внимания на недооцененную на рынке способность игроков зарабатывать очки. Считается, что именно эти решения сделали Oakland Athletics очень сильной командой, вышедшей в плей-офф в пяти из семи сезонов, несмотря на то что фонд ее заработной платы был меньше половины фонда заработной платы более богатых команд, таких как New York Yankees. Инновационные стратегии найма игроков и формирования фонда заработной платы впоследствии взяли на вооружение другие команды, в частности Boston Red Sox, которая под руководством Тео Эпштейна разрушила «проклятие Бамбино» в 2004 году, выиграв Мировую серию впервые за 86 лет. На протяжении десятилетия почти в дюжине команд было решено нанять специалиста по саберметрике на полную ставку. В сентябре 2011 года Билли Бин посетовал, что ему снова приходится бороться в невыгодных условиях против более крупных команд, научившихся находить наилучшие ответы на его стратегии. В реальных играх часто внедряются инновации, за которыми следует постепенное схождение к равновесию. Приведенные выше примеры из бейсбола подтверждают этот факт, хотя порой на полное схождение к равновесию могут уйти годы, а то и десятилетия**.

Мы рассмотрим дополнительные сведения о других прогнозах, основанных на теории игр, в соответствующих разделах следующих глав. К настоящему моменту представленные выше экспериментальные и эмпирические данные должны выработать у вас осторожный оптимизм по отношению к использованию равновесия Нэша, особенно в качестве первого подхода. В целом мы убеждены, что

---

* Издана на русском языке: *Льюис М.* Moneyball. Как математика изменила самую популярную спортивную лигу в мире. М. : Манн, Иванов и Фербер, 2013. *Прим. ред.*

** Susan Slusser, Michael Lewis on A's 'Moneyball' Legacy, San Francisco Chronicle, September 18, 2011, p. B-1. Исходная книга: Michael Lewis, Moneyball: The Art of Winning an Unfair Game (New York: W. W. Norton & Company, 2003).

вы сможете достаточно уверенно применять концепцию равновесия Нэша в случаях многократного проведения игры между игроками, составляющими достаточно устойчивую совокупность, при относительно неизменных правилах и условиях. В случае новой игры или игры, разыгрываемой только один раз, с неопытными игроками, концепцию равновесия следует использовать более осмотрительно; при этом для вас не должен стать неожиданностью тот факт, что исход игры окажется не тем равновесием, на которое вы рассчитали. Но даже тогда вашим первым шагом в процессе анализа игры должен быть поиск равновесия Нэша. Это позволит определить, возможен ли такой исход игры, и если нет, выполнить следующий шаг — выяснить причину*. Зачастую она кроется в вашем неправильном понимании целей игроков, а не в их неспособности вести игру правильно с учетом своих истинных целей.

Резюме

Когда участники игры с одновременными ходами могут делать выбор из непрерывного диапазона возможных действий, анализ наилучших ответов приводит к формированию *правил наилучших ответов*, одновременное решение которых позволит определить стратегии равновесия Нэша. Правила наилучших ответов можно отобразить на графике, на котором пересечение двух линий представляет собой равновесие Нэша. Компании, выбирающие цены или количество из большого диапазона возможных значений, или политические партии, выбирающие объемы рекламных расходов, — примеры игр с *непрерывными стратегиями*.

Теоретические замечания в адрес концепции равновесия Нэша гласят, что она неадекватно учитывает риск, что от нее мало пользы, поскольку во многих играх присутствует множество равновесий Нэша, и что ее невозможно обосновать только рациональностью. Во многих случаях более полное описание игры и ее структуры выигрышей или уточнение самой концепции равновесия Нэша может привести к составлению более точных прогнозов или уменьшению количества возможных равновесий. Концепция *рационализации* основана на исключении стратегий, которые *не могут быть наилучшим ответом*, для получения совокупности *рационализируемых* исходов. Когда в игре есть равновесие Нэша, этот

* В статье, авторы которой пытаются найти недостатки равновесия Нэша в экспериментальных данных и в которой представлены альтернативные модели преодоления этих недостатков, основанные на концепции квантильного равновесия, два известных исследователя пишут: «Мы первыми готовы признать, что начинаем анализ новой стратегической задачи с рассмотрения равновесий, полученных посредством стандартной теории игр, прежде чем рассматривать другие возможности». См. Jacob K. Goeree and Charles A. Holt, “Ten Little Treasures of Game Theory and Ten Intuitive Contradictions,” American Economic Review, vol. 91, no. 5 (December 2001), pp. 1402–22.

исход будет рационализируемым, однако рационализация позволяет спрогнозировать равновесные исходы и в играх, где равновесие Нэша отсутствует.

Согласно результатам лабораторных экспериментов с концепцией равновесия Нэша, координация в играх со множеством равновесий Нэша в значительной мере зависит от наличия общего культурного опыта. Повторное проведение некоторых игр показывает, что игроки учатся в процессе накопления опыта и со временем начинают выбирать стратегии, максимально близкие к равновесию Нэша. Кроме того, прогнозы равновесий точны только в случае, если исходные предположения экспериментатора соответствуют истинным предпочтениям игроков. Практическое применение теории игр помогло экономистам и политологам понять ряд важных аспектов поведения потребителей, компаний, избирателей, а также законодательных и правительственных органов.

Ключевые термины

График наилучших ответов
Непрерывные стратегии
Правила наилучших ответов
Равновесие квантильных откликов
Рационализация
Рационализируемые стратегии
Стратегии, которые не могут быть наилучшим ответом
Уточнения

Упражнения с решениями

S1. В игре с политической рекламой, о которой шла речь в разделе 1.Б, партия Л выбирает рекламный бюджет в размере x (миллионов долларов), а партия П — в размере y (миллионов долларов). Мы показали, что правила наилучших ответов в этой игре таковы: $y = 10\sqrt{x} - x$ для партии П и $x = 10\sqrt{y} - y$ для партии Л.

а) Каким будет наилучший ответ партии П, если партия Л потратит на рекламу 16 миллионов долларов?

Используйте указанные выше правила наилучших ответов для подтверждения того, что рекламные бюджеты, обеспечивающие равновесие Нэша, составляют: $x = y = 25$, или 25 миллионов долларов.

S2. В игре с ценообразованием в ресторанах, представленной на рис. 5.1, функции потребительского спроса на блюда в ресторанах Xavier's (Q_x) и Yvonne's (Q_y) определены как $Q_x = 44 - 2P_x + P_y$ и $Q_y = 44 - 2P_y + P_x$. Кроме того, прибыль каждого ресторана зависит от затрат на обслуживание каждого клиента. Предположим, ресторану Yvonne's удастся их сократить до 2 долларов на одного клиента, полностью отказавшись от официантов (клиенты сами выбирают блюда у стойки, а несколько оставшихся работников убирают посуду со столов). Ресторан Xavier's по-прежнему несет расходы в размере 8 долларов на одного клиента.

a) Вычислите заново правила наилучших ответов и цены в соответствии с равновесием Нэша для этих двух ресторанов с учетом изменения объема затрат.

b) Постройте график двух кривых наилучших ответов и опишите различия между ним и графиком, представленным на рис. 5.1. В частности, какая линия сместилась, куда и насколько? Объясните почему.

S3. В Яппи-Тауне два продуктовых магазина: La Boulangerie, который продает хлеб, и La Fromagerie, который торгует сыром. Производство буханки хлеба обходится в 1 доллар, а фунта сыра — в 2 доллара. Если цена La Boulangerie составляет P_1 долларов за буханку хлеба, а La Fromagerie — P_2 доллара за фунт сыра, то их недельные объемы продаж, Q_1 буханок хлеба и Q_2 фунтов сыра, описываются следующими уравнениями:

$$Q_1 = 14 - P_1 - 0{,}5P_2,\ Q_2 = 9 - 0{,}5P_1 - P_2.$$

a) Запишите прибыль каждого магазина как функцию P_1 и P_2 (в следующих упражнениях мы для краткости будем называть ее функцией прибыли). Затем установите соответствующие правила наилучших ответов. Постройте график кривых наилучших ответов и определите цены, соответствующие равновесию Нэша в этой игре.

b) Предположим, оба магазина вступят в сговор и совместно установят цены, позволяющие максимизировать общую сумму своих прибылей. Определите эти цены.

c) Дайте короткое интуитивное объяснение различий между ценами в случае равновесия Нэша и ценами, максимизирующими общую прибыль. Почему максимизация общей прибыли не является равновесием Нэша?

d) В данной задаче хлеб и сыр — *взаимодополняющие* продукты. Их часто потребляют вместе; именно поэтому снижение цены одного продукта приводит к увеличению объема продаж другого. В ресторанах из примера, приведенного в разделе 1.A, используются *взаимозаменяющие* продукты. Как это различие объясняет разницу между вашими выводами в отношении правил наилучших ответов, цен в равновесии Нэша и цен, максимизирующих общую прибыль?

S4. В игре на рис. 5.3 есть единственное равновесие Нэша в чистых стратегиях. Тем не менее все девять ее исходов будут рационализируемыми. Обоснуйте это утверждение, объясняя логику своих рассуждений по каждому исходу.

S5. Перечислите рационализруемые стратегии каждого игрока в игре, представленной в упражнении **S5** главы 4. Объясните логику своих рассуждений.

S6. В разделе 3.Б данной главы анализируется игра в рыбную ловлю, разыгрываемая в небольшом прибрежном городке. После определения правил наилучших ответов двух лодок можно использовать концепцию рационализации для обоснования равновесия Нэша в данной игре. В ее описании процесс сокращения количества стратегий, которые не могут быть наилучшим ответом, сводится к трем циклам. К третьему циклу мы знаем, что R (количество бочек рыбы, выловленной лодкой 1) должно составлять минимум 9, а S (количество бочек рыбы, выловленной лодкой 2) — минимум 4,5. Процесс сокращения в ходе этого цикла ограничил значения R диапазоном от 9 до 12,75, а значения S — диапазоном от 4,5 до 7,5. Выполните еще один (четвертый) цикл сокращений и покажите полученные к его концу диапазоны значений R и S.

S7. Две тележки для торговли кокосовым молоком (из кокосового ореха) находятся в местах 0 и 1 в одной миле друг от друга на пляже в Рио-де-Жанейро. (На этом пляже кокосовое молоко продают только эти две тележки.) Тележки 0 и 1 назначают цену за каждый кокос p_0 и p_1 соответственно. Кокосовое молоко покупает тысяча отдыхающих, равномерно распределенных вдоль пляжа между тележками 0 и 1. В течение одного дня, проведенного на пляже, один отдыхающий покупает одну порцию кокосового молока. Помимо цены каждый отдыхающий несет транспортные издержки в размере $0{,}5 \times d^2$ где d — расстояние (в милях) от его пляжного места до кокосовой тележки. В данной системе тележка 0 продает кокосовое молоко всем отдыхающим, находящимся между точками 0 и x, а тележка 1 — всем отдыхающим между точками x и 1, где x — это местоположение отдыхающего, который платит одну и ту же общую цену, куда бы он ни отправился — к тележке 0 или к тележке 1. В таком случае местоположение точки x описывает следующая формула:

$$p_0 + 0{,}5x^2 = p_1 + 0{,}5(1 - x)^2.$$

Две тележки установят цены таким образом, чтобы максимизировать свои показатели чистой прибыли B; прибыль зависит от дохода (цена, установленная тележкой, умноженная на количество покупателей) и издержек (каждая тележка несет издержки в размере 0,25 доллара на один кокос, умноженные на количество проданных кокосов).

a) Выведите для каждой тележки формулу, описывающую количество обслуженных покупателей как функцию от p_0 и p_1. (Помните, что тележка 0 обслуживает покупателей, находящихся между точками 0 и x, то есть просто x, а тележка 1 обслуживает покупателей между точками x и 1, или $1 - x$. Иными словами, тележка 0 продает кокосовое молоко x покупателям, а тележка 1 $(1 - x)$ покупателям, где x и $(1 - x)$ исчисляются в тысячах.)

b) Запишите функции прибыли для двух тележек. Определите правила наилучших ответов для обеих тележек как функцию от цены конкурента.

c) Постройте график правил наилучших ответов, а затем вычислите (и покажите на графике) соответствующий равновесию Нэша уровень цен на кокосовое молоко, продающееся на пляже.

S8. Нефть транспортируется по всему миру в танкерах класса VLCC (водоизмещением свыше 160 тысяч тонн). По состоянию на 2001 год более 92 процентов всех танкеров класса VLCC были построены в Южной Корее и Японии. Допустим, цена новых танкеров VLCC (в миллионах долларов) определяется функцией $P = 180 - Q$, где Q — количество построенных танкеров, $Q = q_{\text{Корея}} + q_{\text{Япония}}$. (То есть будем исходить из того, что такие танкеры выпускают только в Японии и Корее, стало быть, они образуют дуополию.) Предположим, затраты на строительство каждого танкера составляют 30 миллионов долларов как в Корее, так и в Японии. Иначе говоря, $c_{\text{Корея}} = c_{\text{Япония}} = 30$, где затраты на один танкер измеряются в миллионах долларов.

a) Запишите функции прибыли для каждой из двух стран, выраженные через $q_{\text{Корея}}$ и $q_{\text{Япония}}$, а также либо $c_{\text{Корея}}$, либо $c_{\text{Япония}}$. Найдите функцию наилучшего ответа каждой страны.

b) С помощью функций наилучших ответов, вычисленных в пункте a, отыщите соответствующее равновесию Нэша количество танкеров класса VLCC, выпускаемых каждой страной в год. Какова цена танкера VLCC? Какую прибыль получает каждая страна?

c) Затраты на оплату труда на корейских верфях существенно ниже, чем на японских. Теперь предположим, что стоимость строительства одного танкера в Японии составляет 40 миллионов долларов, а в Корее — всего 20 миллионов долларов. Если $c_{\text{Корея}} = 20$, а $c_{\text{Япония}} = 40$, какова рыночная доля каждой страны (то есть процент танкеров, которые продает каждая страна, от общего количества проданных танкеров)? Какова прибыль каждой страны?

S9. Расширим предыдущую задачу. Предположим, на рынок строительства танкеров класса VLCC решит выйти Китай. Дуополия, соответственно, превратится в триополию, а значит, хотя цена по-прежнему рассчитывается как $P = 180 - Q$, количество построенных танкеров описывается формулой $Q = q_{\text{Корея}} + q_{\text{Япония}} + q_{\text{Китай}}$. Допустим, во всех странах объем затрат на строительство одного танкера составляет 30 миллионов долларов: $c_{\text{Корея}} = c_{\text{Япония}} = c_{\text{Китай}} = 30$.

a) Запишите функции прибыли для каждой из трех стран, выраженные через $q_{\text{Корея}}$, $q_{\text{Япония}}$ и $q_{\text{Китай}}$, а также через $c_{\text{Корея}}$, $c_{\text{Япония}}$ или $c_{\text{Китай}}$. Вычислите функцию наилучшего ответа каждой страны.

b) Воспользовавшись решением, полученным в пункте а, определите количество выпущенных танкеров, рыночную долю (см. упражнение **S8**, пункт с) и прибыль каждой страны. Это потребует решения трех уравнений с тремя неизвестными.

c) Как изменится цена одного танкера VLCC в новой триополии по сравнению с дуополией, представленной в пункте b упражнения **S8**? Почему?

S10. Моника и Нэнси создали деловое товарищество в целях предоставления консультационных услуг в гольф-индустрии. Каждой из них предстоит решить, сколько усилий вкладывать в этот бизнес. Пусть m — это количество усилий, вкладываемых Моникой, а n — Нэнси.

Общая прибыль товарищества рассчитывается по формуле $4m + 4n + mn$ и исчисляется в десятках тысяч долларов, а партнеры делят ее поровну. Однако партнеры должны по отдельности нести затраты, связанные с вложением усилий; объем этих затрат в случае Моники составляет m^2, а в случае Нэнси — n^2 (также исчисляются в десятках тысяч долларов). Каждая участница товарищества должна принять решение о количестве усилий, не зная о решении коллеги.

a) Если Моника и Нэнси вложат в бизнес усилия $m = n = 1$, какой выигрыш получит каждая из них?

b) Если Моника вложит усилия $m = 1$, каким должен быть наилучший ответ Нэнси?

c) Каково равновесие Нэша в этой игре?

S11. Равновесие Нэша можно получить посредством рационализации в играх с кривыми наилучших ответов, направленными вверх, если циклы исключения стратегий, которые не могут быть наилучшими ответами, начинаются с минимально возможных значений. Рассмотрим игру в ценообразование между ресторанами Xavier's Tapas Bar и Yvonne's Bistro, представленную на рис. 5.1. Используйте рис. 5.1 и правила наилучших ответов, на основании которых он получен, чтобы приступить к рационализации равновесия Нэша в этой игре. Начните с самых низких цен в двух ресторанах и опишите (минимум) два цикла сужения совокупности рационализируемых цен до равновесия Нэша.

S12. Профессор предлагает Эльзе и ее 49 однокурсникам сыграть в следующую игру. Все студенты одновременно и втайне друг от друга записывают на листках бумаги число от 0 до 100, после чего сдают листки профессору. Тот подсчитывает X — среднее чисел, выбранных студентами. Студент, число которого окажется наиболее близким к половине от X, получает 50 долларов. Если такое число выберут несколько студентов, они делят приз поровну.

a) Докажите, что выбор числа 80 — доминируемая стратегия.

b) Какой была бы совокупность наилучших ответов для Эльзы, если бы она знала, что все однокурсники выберут число 40? То есть каков диапазон чисел, в котором каждое число ближе к выигрышному числу, чем 40?

c) Какой была бы совокупность наилучших ответов для Эльзы, если бы она знала, что все ее однокурсники выберут число 10?

d) Найдите симметричное равновесие Нэша в этой игре. Иными словами, какое число будет наилучшим ответом на выбор всеми остальными игроками одного и того же числа?

e) Какие стратегии в этой игре будут рационализируемыми?

Упражнения без решений

U1. Diamond Trading Company (DTC), дочерняя компания De Beers, — основной поставщик высококачественных алмазов на оптовый рынок. Для простоты предположим, что DTC имеет монополию на оптовую торговлю алмазами. Следовательно, их оптовая цена напрямую зависит от количества алмазов, которое решает продать компания DTC. Пусть оптовую цену алмазов (в сотнях долларов) описывает следующая функция обратного спроса: $P = 120 - Q_{DTC}$, где Q_{DTC} — количество продаваемых алмазов. Допустим, DTC несет издержки в размере 12 (сотен долларов) на один алмаз высокого качества.

a) Запишите функцию прибыли DTC, выраженную через Q_{DTC}, и вычислите объем поставок алмазов, обеспечивающий DTC максимальную прибыль. Какой будет оптовая цена алмазов при таком объеме поставок? Какова прибыль DTC?

Возмущенные монополией DTC, несколько компаний по добыче алмазов и крупных ретейлеров создали совместное предприятие под названием Adamantia в качестве конкурента DTC на оптовом рынке алмазов. Теперь оптовая цена алмазов определяется по формуле $P = 120 - Q_{DTC} - Q_{ADA}$.

Предположим, Adamantia несет издержки в размере 12 (сотен долларов) на один алмаз высокого качества.

b) Запишите функцию прибыли компаний DTC и Adamantia. Какое количество алмазов поставляет на оптовый рынок каждая из них в случае равновесия? Какую оптовую цену алмазов подразумевает такое количество? Какую прибыль получит каждый поставщик в такой дуополии?

c) Опишите различия между ситуацией на оптовом рынке алмазов в случае дуополии с участием DTC и Adamantia и монополии DTC. Что произойдет с объемом поставок алмазов на рынок и рыночной ценой в связи с выходом на него Adamantia? Что произойдет с совокупной прибылью компаний DTC и Adamantia?

U2. В городе Харкинсвилль есть два кинотеатра: Modern Multiplex, осуществляющий премьерные показы, и Sticky Shoe, демонстрирующий фильмы, вышедшие в прокат ранее, по более низкой цене. Спрос на фильмы в Modern Multiplex описывается формулой $Q_{MM} = 14 - P_{MM} + P_{SS}$, а в Sticky Shoe — формулой $Q_{SS} = 8 - 2P_{SS} + P_{MM}$, где цены измеряются в долларах, а количество — в сотнях кинозрителей. В кинотеатре Modern Multiplex объем затрат на одного зрителя составляет 4 доллара, а в Sticky Shoe — всего 2 доллара.

a) На основании уравнений спроса определите, какие услуги предоставляют кинотеатры Modern Multiplex и Sticky Shoe — взаимозаменяющие или взаимодополняющие.

b) Запишите функцию прибыли каждого кинотеатра, выраженную через P_{SS} и P_{MM}. Определите правило наилучших ответов для каждого кинотеатра.

c) Определите цену, количество и прибыль каждого кинотеатра в соответствии с равновесием Нэша.

d) Какими бы были значения цены и количества для каждого кинотеатра, если бы они вступили в сговор в целях максимизации общей прибыли на этом рынке? Почему исход, основанный на сговоре, не будет равновесием Нэша?

U3. Перенесемся на десять лет в будущее в ситуации, представленной в упражнении **S3**. Спрос на хлеб и сыр в Яппи-Тауне снизился, и два магазина, La Boulangerie и La Fromagerie, выкупила третья компания — L'Épicerie. Производство буханки хлеба по-прежнему обходится в 1 доллар, а фунта сыра — в 2 доллара, однако количество продаваемого хлеба и сыра (Q_1 и Q_2 соответственно, в тысячах) теперь описывается следующими уравнениями:

$$Q_1 = 8 - P_1 - 0{,}5P_2,\ Q_2 = 16 - 0{,}5P_1 - P_2.$$

Как и прежде, P_1 — это цена буханки хлеба в долларах, а P_2 — цена фунта сыра в долларах.

a) Поначалу компания L'Épicerie управляет магазинами La Boulangerie и La Fromagerie так, будто это две отдельные компании с независимыми управляющими, каждый из которых пытается максимизировать прибыль своего магазина. Определите количество, цену и прибыль этих двух подразделений L'Épicerie в соответствии с равновесием Нэша с учетом новых уравнений количества продаваемого хлеба и сыра.

b) Владельцы L'Épicerie считают, что могут получить более высокую общую прибыль посредством координации стратегий ценообразования в подразделениях своей компании в Яппи-Тауне. Какова цена хлеба и сыра, максимизирующая общую прибыль, при условии такого сговора? Какое количество каждого продукта продают магазины La Boulangerie и La Fromagerie, и какую прибыль получает каждый из них в отдельности?

c) Почему компании порой продают часть своей продукции по цене ниже себестоимости? Дайте логическое обоснование продажи продукции с убытком, воспользовавшись своим ответом из пункта b в качестве иллюстрации.

U4. Тележки для торговли кокосовым молоком из упражнения **S7** снова установили на следующий день. Почти все условия прежние: тележки находятся в тех же местах; количество и распределение отдыхающих такое же; спрос тоже не изменился — одна порция кокосового молока. Единственное отличие — это неимоверно жаркий день, поэтому каждый отдыхающий несет более высокие транспортные издержки в размере $0{,}6 \times d^2$. Как и прежде, тележка 0 продает кокосовое молоко всем отдыхающим, находящимся между точками 0 и x, а тележка 1 — всем отдыхающим между точками x и 1, где x — это местоположение отдыхающего, который платит одну и ту же общую цену, куда бы он ни отправился — к тележке 0 или 1. Однако теперь местоположение точки x определяется выражением

$$p_0 + 0{,}6x^2 = p_1 + 0{,}6(1 - x)^2.$$

Каждая тележка продолжает нести издержки в размере 0,25 доллара на один проданный кокос.

a) Для каждой тележки выведите формулу, описывающую количество обслуженных покупателей как функцию от p_0 и p_1. (Не забывайте, что тележка 0 обслуживает покупателей, находящихся между точками 0 и x, то есть просто x, а тележка 1 — между точками x и 1, или $1 - x$. Иными словами, тележка 0 продает кокосовое молоко x покупателям, а тележка 1 — $(1 - x)$ покупателям, где x и $(1 - x)$ исчисляются в тысячах.)

b) Запишите функции прибыли для двух тележек и определите для них правила наилучших ответов.

c) Вычислите соответствующий равновесию Нэша уровень цен на кокосовое молоко, продающееся на пляже. Как эта цена отличается от цены, рассчитанной в упражнении **S7**? Почему?

U5. В игре, представленной на рис. 5.4, есть единственное равновесие Нэша в чистых стратегиях. Найдите его и покажите, что оно будет также рационализируемым исходом данной игры.

U6. Найдите рационализируемые стратегии игры «чет или нечет» из упражнения **S12** в главе 4.

U7. В игре с рыболовными лодками в разделе 3.Б мы показали, как может сложиться ситуация, когда единственный рационализируемый исход в непрерывных стратегиях представляет собой также и равновесие Нэша. Тем не менее так бывает не всегда: может существовать множество рационализируемых стратегий, и не все из них обязательно будут частью равновесия Нэша.

Вернувшись к игре в политическую рекламу из упражнения **S1**, найдите совокупность рационализируемых стратегий для партии Л. (Учитывая симметричные выигрыши двух партий, совокупность рационализируемых стратегий будет такой же и для партии П.)

U8. Компании Intel и AMD, основные производители центральных процессоров, конкурируют друг с другом в категории микросхем (чипов) средней производительности (среди прочих категорий). Предположим, что мировой спрос на такие чипы зависит от их количества, выпускаемого двумя компаниями, а значит цена (в долларах) микросхем средней производительности определяется по формуле $P = 210 - Q$, где $Q = q_{Intel} + q_{AMD}$ — количество микросхем, исчисляемое в миллионах. Производство каждого чипа обходится Intel в 60 долларов. В AMD процесс производства организован лучше, поэтому ей производство каждой микросхемы обходится в 48 долларов.

a) Запишите функцию прибыли каждой компании, выраженную через q_{Intel} и q_{AMD}. Определите правило наилучших ответов каждой компании.

b) Вычислите цену, количество и прибыль каждой компании в соответствии с равновесием Нэша.

c) **(дополнительное упражнение).** Предположим, Intel приобрела AMD и теперь имеет два подразделения с разными производственными затратами. Компания, образовавшаяся в результате поглощения, стремится максимизировать общую прибыль двух подразделений. Сколько микросхем должно производить каждое подразделение? (Подсказка: возможно, вам придется хорошенько поразмышлять над этой задачей, а не слепо применять математические методы.) Какова рыночная цена и совокупная прибыль компании?

U9. Вернемся к игре с триополией на рынке танкеров класса VLCC из упражнения **S9**. В действительности у этих стран не одинаковые издержки производства. Китай постепенно, в течение нескольких лет, выходит на этот рынок, и из-за отсутствия опыта его издержки производства с самого начала были достаточно высокими.

a) Определите количество, рыночную цену и прибыль участников триополии в случае, когда затраты на один танкер составляют 20 миллионов долларов в Корее, 40 миллионов долларов в Японии и 60 миллионов долларов в Китае ($c_{\text{Корея}} = 20$, $c_{\text{Япония}} = 40$, $c_{\text{Китай}} = 60$).

После того как Китай накопит больше опыта и увеличит производственные мощности, его издержки производства существенно сократятся. Поскольку в Китае рабочая сила еще дешевле, чем в Корее, в конечном счете затраты на строительство одного танкера станут в Китае даже меньше, чем в Корее.

b) Выполните то же задание, что и в пункте a, но с условием, что затраты Китая на один танкер составляют 16 миллионов долларов ($c_{\text{Корея}} = 20$, $c_{\text{Япония}} = 40$, $c_{\text{Китай}} = 16$).

U10. Вернемся к истории Моники и Нэнси из упражнения **S10**. После дополнительной профессиональной подготовки Моника более эффективно выполняет работу, поэтому теперь общая прибыль их компании рассчитывается по формуле $5m + 4n + mn$ в десятках тысяч долларов. Как и прежде, m — количество усилий, вкладываемых в бизнес Моникой, а n — Нэнси; затраты обеих составляют m^2 и n^2 соответственно (в тысячах долларов).

Условия партнерства по-прежнему требуют разделения прибыли поровну, несмотря на то, что Моника более продуктивна. Предположим, Моника и Нэнси принимают решения о вложении усилий одновременно.

a) Каким должен быть наилучший ответ Моники в случае, если, по ее оценкам, Нэнси будет вкладывать усилия в размере $n = 4/3$?

b) Найдите равновесие Нэша в этой игре.

c) По сравнению с равновесием Нэша, найденным в пункте c упражнения **S10**, Моника вкладывает больше, меньше или столько же усилий? Что можно сказать о Нэнси?

d) Каковы итоговые выигрыши Моники и Нэнси в новом равновесии Нэша (после разделения общей прибыли с учетом затрат на вложенные усилия)? Как они отличаются от выигрышей обеих при прежнем равновесии Нэша?

Кто в конечном счете получает бо́льшую выгоду от дополнительной подготовки Моники?

U11. Профессор предлагает Эльзе и ее 49 однокурсникам сыграть в новую игру. Как и прежде, все студенты одновременно и втайне друг от друга записывают на листках бумаги число от 0 до 100, после чего профессор вычисляет среднее выбранных чисел и обозначает его символом X. На этот раз студент, число которого окажется наиболее близким к $2/3 \times (X + 9)$, получит 50 долларов. Если такое число выберут несколько студентов, они разделят приз поровну.

a) Найдите симметричное равновесие Нэша в этой игре. То есть какое число станет наилучшим ответом на выбор всеми остальными игроками одного и того же числа?

b) Докажите, что выбор числа 5 — это доминируемая стратегия. (Подсказка: каким должно быть среднее значение X для всей группы, чтобы ожидаемое число было равно 5?)

c) Докажите, что выбор числа 90 — это доминируемая стратегия.

d) Определите все доминируемые стратегии.

e) Предположим, Эльза убеждена, что никто из ее однокурсников не выберет доминируемые стратегии, найденные в пункте d. Учитывая эти убеждения, какие стратегии не могут быть наилучшими ответами для Эльзы?

f) Какие стратегии в этой игре рационализируемые? Объясните логику ваших рассуждений.

U12 (дополнительное упражнение, требующее вычислений). Вспомните игру с политической рекламной кампанией партий Л и П из раздела 1.В. В ней, когда партия Л тратит на рекламу x миллионов долларов, а партия R — y миллионов долларов, Л получает долю голосов $x/(x+y)$, а П — $y/(x+y)$. Мы также упоминали, что в такой модели может возникнуть два типа асимметрий между партиями. У одной партии (скажем, П) может быть возможность размещать рекламу по более низкой цене, или рекламный бюджет партии П может оказаться более эффективным с точки зрения привлечения голосов избирателей по сравнению с бюджетом партии Л. Для того чтобы учесть обе возможности, мы можем записать функции выигрышей двух партий следующим образом:

$$V_{Л} = \frac{x}{x+ky} - x \text{ и } V_{П} = \frac{ky}{x+ky} - cy\text{, где } k > 0 \text{ и } c > 0.$$

Эти функции выигрышей показывают, что у партии П есть преимущество в плане относительной эффективности ее рекламы при высоком значении k и при низком значении c.

a) Используйте эти функции выигрышей для получения функций наилучших ответов для партии П (которая выбирает y) и Л (которая выбирает x).
b) С помощью калькулятора или компьютера постройте график этих функций наилучших ответов при $k = 1$ и $c = 1$. Какой результат обеспечивает преимущество в отношении затрат на рекламу?
c) Сравните график из пункта b при $k = 1$ и $c = 1$ с графиком при $k = 2$ и $c = 1$. Какой результат обеспечивает преимущество в плане эффективности рекламного бюджета?
d) Найдите решения по функциям наилучших ответов, которые вы определили в пункте a, для x и y, чтобы показать, что расходы на рекламные кампании в случае равновесия Нэша составляют

$$x = \frac{ck}{(c+k)^2} - x \text{ и } y = \frac{k}{(c+k)^2}.$$

e) Пусть $k = 1$ в равновесных уравнениях уровней расходов. Покажите, как эти два равновесных уровня расходов меняются в зависимости от значения c (то есть объясните знаки dx/dc и dy/dc). Тогда пусть $c = 1$; покажите, как эти два равновесных уровня расходов меняются в зависимости от значения k (то есть объясните знаки dx/dk и dy/dk). Подтверждают ли ваши ответы результаты, полученные вами в пунктах b и c данного упражнения?

Приложение Поиск значения, максимизирующего функцию

В данном приложении представлен простой метод выбора переменной X для получения максимального значения переменной, которое является ее функцией, скажем $Y = F(X)$. В наших примерах практического применения теории игр эта функция в большинстве случаев будет квадратичной, а именно $Y = A + BX + CX^2$. Для таких функций мы выведем формулу $X = B/(2C)$, используемую в данной главе. Мы сформулируем общую идею с помощью дифференциального исчисления, а затем предложим альтернативный подход, в котором это исчисление не применяется и который опирается исключительно на квадратичную функцию*.

Метод дифференциального исчисления проверяет значение X на оптимальность посредством анализа того, что произойдет со значением функции в случае других значений по любую сторону от X. Если на самом деле X не максимизирует $Y = F(X)$, то результатом увеличения или уменьшения X должно быть уменьшение значения Y. Исчисление предоставляет нам возможность быстро выполнить такую проверку.

Рисунок 5П.1 иллюстрирует основную идею. На нем представлен график функции $Y = F(X)$, для которого мы использовали функцию, подходящую для наших примеров практического применения теории игр, хотя сама идея носит абсолютно универсальный характер. Начнем с любой точки P с координатами (X, Y) на этом графике. Рассмотрим несколько отличающееся значение X, скажем $(X + h)$. Пусть k — это итоговое изменение $Y = F(X)$, то есть точка Q с координатами $(X + h, Y + k)$ также находится на графике. Наклон хорды, соединяющей точки P и Q, — коэффициент k/h. Если значение этого коэффициента положительное, то h и k имеют одинаковый знак: при увеличении X увеличивается и Y. Если значение

* Безусловно, мы приводим здесь только самый короткий, самый быстрый способ анализа, исключив из рассмотрения все вопросы, связанные с функциями, у которых нет производных, с функциями, точка экстремума которых находится вне того интервала, на котором они определены, и т. д. Одним читателям будет известно все, что мы здесь скажем, другие узнают намного больше. Тем читателям, которые захотят изучить эту тему еще глубже, следует обратиться к любому учебнику по математическому анализу.

коэффициента отрицательное, то h и k имеют противоположные знаки, и в случае увеличения X значение Y уменьшается.

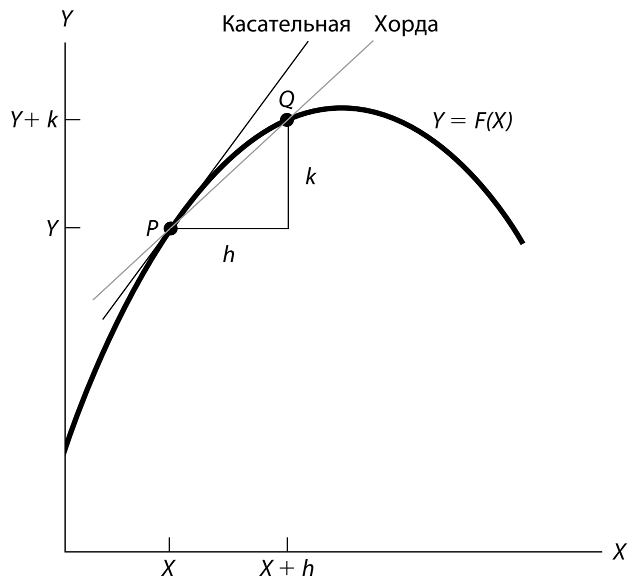


Рис. 5П.1. Иллюстрация к производной функции

Если теперь мы проанализируем все меньшие изменения h значения X и все меньшие изменения k значения Y, хорда PQ будет приближаться к касательной к данному графику в точке P. Наклон этой касательной — и есть предельное значение k/h, называемое производной функцией $Y = F(X)$ в точке X. Символически эта производная записывается как $F'(X)$ или dY/dX.

Для нашей квадратичной функции имеем

$$Y = A + BX + CX^2 \text{ и } Y + k = A + B(X + h) - C(X + h)^2.$$

Мы можем найти формулу для k следующим образом:

$$\begin{aligned} k &= [A + B(X + h) - C(X + h)^2] - (A + BX - CX^2) = \\ &= Bh - C[(X + h)^2 - X^2] = \\ &= Bh - C(X^2 + 2Xh + h^2 - X^2) = \\ &= (B - 2CX)h - Ch^2. \end{aligned}$$

Тогда $k/h = (B - 2CX) - Ch$. В пределе, когда значение h стремится к нулю, $k/h = (B - 2CX)$. Последнее выражение и есть производная нашей функции.

Теперь используем эту производную для проверки на оптимальность. На рис. 5П.2 проиллюстрирована эта идея. Точка M дает самое высокое значение

$Y = F(X)$. Функция возрастает по мере приближения к точке M слева (точка L) и убывает после удаления от точки M направо (точка R). Следовательно, производная $F'(X)$ должна быть положительной при значениях X меньше M и отрицательной при значениях X больше M. По условию непрерывности производная в точке M должна равняться нулю. На обычном языке это означает, что график функции должен быть плоским в точке максимума, точнее, касательная в этой точке должна быть горизонтальной.

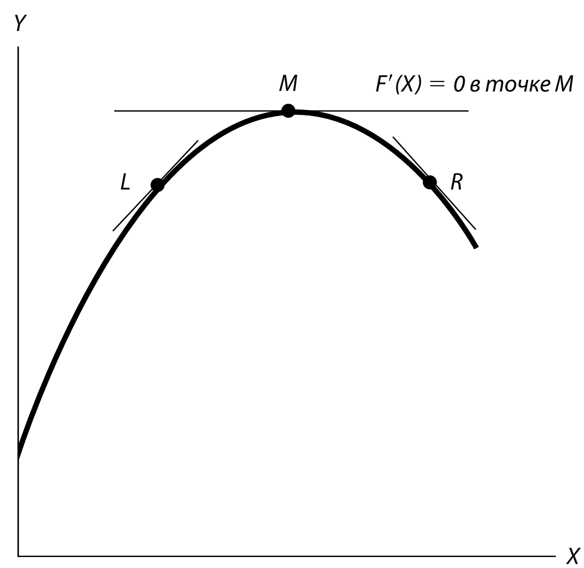


Рис. 5П.2. Оптимум функции

В нашем примере с квадратичной функцией производная равна $F'(X) = B - 2CX$. Проверка оптимальности подразумевает, что функция имеет оптимум в точке, значение производной в которой равно 0, то есть в точке $X = B/2C$. Это и есть та формула, которая приведена в данной главе.

Необходимо выполнить еще одну дополнительную проверку. Если перевернуть график функции, то точка M станет минимальным значением перевернутой функции и в этой самой нижней точке график также будет плоским. Таким образом, для общей функции $F(X)$ установление значения $F'(X)$ равным 0 позволяет получить значение X, которое обеспечивает как минимум, так и максимум. Как же провести различие между этими двумя возможностями?

В точке максимума функция возрастает слева и убывает справа. Следовательно, производная будет положительной при значениях X меньше предполагаемого максимума и отрицательной при значениях X больше предполагаемого максимума. Иными словами, производная, которая рассматривается как функция от X, убывает в этой точке. Убывающая функция имеет отрицательную производную. Стало быть, производная производной, которая называется второй производной исходной функции и записывается как $F'(X)$ или d^2Y / dX^2, должна иметь отрицательное значение в точке максимума. Согласно той же логике вторая производная должна иметь положительное значение в точке минимума — именно это и отличает два случая.

Что касается производной $F'(X) = B - 2CX$ в нашем примере с квадратичной функцией, то применение той же процедуры с h, k по отношению к $F'(X)$, что и в случае $F(X)$, показывает, что $F''(X) = -2C$. Значение этой производной будет отрицательным при положительном значении C; именно из такого предположения мы исходили, формулируя задачу в данной главе. Проверка $F'(X) = 0$ называется условием максимизации первого порядка функции $F(X)$, а $F''(X) < 0$ — условием второго порядка.

Для того чтобы закрепить эту идею, применим ее в конкретном примере с наилучшим ответом Xavier's, который мы рассматривали в данной главе. У нас была такая формула:

$$\Pi_x = -8(44 + P_y) + (16 + 44 + P_y)\, P_x - 2(P_x)^2.$$

Это квадратичная функция от P_x (при неизменном значении цены другого ресторана P_y). Наш метод позволяет получить ее производную:

$$\frac{d\Pi_x}{dP_x} = (60 + P_y) - 4P_x\,.$$

Условие первого порядка для P_x для максимизации Π_x состоит в том, что эта производная должна быть равной нулю. Установив такое значение производной и определив ее значение относительно P_x, получим то же уравнение, что и в разделе 1.П. (Условие второго порядка: $d^2\Pi_x / dP_x^{\,2} < 0$, и оно удовлетворено, поскольку вторая производная равна -4.)

Мы надеемся, что метод с применением дифференциального исчисления покажется вам достаточно простым и вы сможете использовать его в нескольких местах книги, например в главе 11, посвященной коллективному действию. Однако если вы находите его слишком сложным, предлагаем альтернативный метод без исчисления, который работает в случае квадратичных функций. Перегруппируем члены уравнения, описывающего эту функцию, таким образом:

$$Y = A + BX - CX^2 =$$

$$= A + \frac{B^2}{4C} - \frac{B^2}{4C} + BX - CX^2 =$$

$$= A + \frac{B^2}{4C} - C(\frac{B^2}{4C^2} - \frac{B}{C} + X^2) =$$

$$= A + \frac{B^2}{4C} - C(\frac{B}{2C} - X)^2.$$

В окончательном варианте формулы X присутствует только в последнем члене, где содержащий это значение квадрат вычитается (помните, что $C > 0$). Все выражение максимизируется в случае, если его вычитаемый член становится минимальным, что и происходит, если $X = B / 2C$. Что и требовалось доказать!

Такой метод дополнения до полного квадрата работает для квадратичных функций, поэтому применим к большинству примеров, рассматриваемых в книге. Однако мы должны признать, что в нем присутствует некий элемент магии. Метод с использованием дифференциального исчисления носит более общий методологический характер, так что изучение основ дифференциального исчисления окупится сторицей.

6 Сочетание последовательных и одновременных ходов

В главе 3 мы рассматривали игры исключительно с последовательными ходами, а главы 4 и 5 посвящены играм только с одновременными ходами. Мы сформулировали концепции и методы анализа, применимые к чистым типам игр, такие как дерево игры и равновесие обратных рассуждений для игр с последовательными ходами, и таблицы выигрышей и равновесие Нэша в играх с одновременными ходами. Однако в реальной жизни многие стратегические ситуации содержат элементы взаимодействия обоих типов игр. Кроме того, хотя мы использовали дерево игры (экстенсивную форму) в качестве единственного метода иллюстрации игр с последовательными ходами и таблицу игры (стратегическую форму) как единственный метод иллюстрации игр с одновременными ходами, каждая из этих форм представления применима к играм любого типа.

В данной главе мы проанализируем многие из этих возможностей. Сначала покажем, как игры, сочетающие последовательные и одновременные ходы, решаются с помощью комбинации деревьев игр и таблицы выигрышей, а также подходящего объединения анализа равновесия обратных рассуждений и равновесия Нэша, затем рассмотрим последствия изменения характера взаимодействия в конкретной игре. В частности, проанализируем результат изменения правил игры в целях преобразования игры с последовательными ходами в игру с одновременными ходами и наоборот и изменения порядка ходов в игре с последовательными ходами. Эта тема позволяет сравнить равновесия, найденные посредством концепции обратных рассуждений в игре с последовательными ходами, с равновесиями, найденными с помощью концепции равновесия Нэша в одновременной версии той же игры. На основании такого сравнения мы расширим концепцию равновесий Нэша на игры с последовательными ходами. Оказывается, равновесие обратных рассуждений — частный случай равновесия Нэша, обычно называемый уточнением.

1. Игры с одновременными и последовательными ходами

Как уже неоднократно отмечалось ранее, большинство реальных игр, с которыми вы столкнетесь, будут состоять из множества более мелких компонентов, причем каждый может подразумевать игру либо с одновременными, либо с последовательными ходами, поэтому игра в целом потребует от вас знания обоих типов. Самый очевидный пример стратегического взаимодействия, содержащего как последовательную, так и одновременную составляющую, — это игры между двумя (или более) игроками, продолжающиеся на протяжении длительного периода. За год совместного проживания в комнате вы можете сыграть с соседом в ряд разных игр с одновременными ходами: ваши действия в любой из них зависят от истории вашего общения до нынешнего момента и ваших ожиданий в отношении дальнейших коммуникаций. Кроме того, любые спортивные соревнования, взаимодействие между конкурирующими компаниями в отрасли и политические отношения — все это последовательно связанные серии игр с одновременными ходами. Анализ таких игр подразумевает использование набора инструментов, представленных в главе 3 (дерево игры и равновесие обратных рассуждений) и главах 4 и 5 (таблица выигрышей и равновесие Нэша)*. Единственное различие состоит в том, что фактический анализ усложняется по мере увеличения количества ходов и взаимодействий.

А. Двухэтапные игры и подыгры

Наш основной иллюстративный пример таких ситуаций касается двух вымышленных крупных телекоммуникационных компаний CrossTalk и GlobalDialog. Каждая из них решает, стоит ли инвестировать 10 миллиардов долларов в покупку волоконно-оптической сети; решение обеими принимается одновременно. Если ни одна не выберет инвестиции, это конец игры. Если одна сделает инвестиции, а другая нет, то компания-инвестор должна установить цены на телекоммуникационные услуги. Она может назначить либо высокую цену, позволяющую привлечь 60 миллионов клиентов, каждый из которых принесет компании операционную прибыль в размере 400 долларов, либо низкую цену, позволяющую привлечь 80 миллионов клиентов, каждый из которых обеспечит компании операционную прибыль в размере 200 долларов. Если обе компании купят волоконно-оптические сети и выйдут на рынок, то ценообразование станет второй игрой с одновременными

* Иногда одновременная составляющая такой игры содержит равновесия в смешанных стратегиях; это требует применения инструментов, которые мы представим в главе 7. В данной главе мы будем упоминать об этой возможности там, где это уместно, а также предоставим вам шанс применить такие методы в упражнениях к следующим главам.

ходами. Каждая компания может установить либо высокую, либо низкую цену. Если обе предпочтут высокую цену, они разделят рынок поровну и каждая получит 30 миллионов клиентов и операционную прибыль 400 долларов на одного клиента. Если обе выберут низкую цену, они тоже разделят рынок поровну и каждая получит 40 миллионов клиентов и операционную прибыль 200 долларов на одного клиента. Если одна компания установит высокую цену, а другая низкую, то компания с низкой ценой получит все 80 миллионов клиентов, а компания с высокой ценой не получит ничего.

Взаимодействие между CrossTalk и GlobalDialog представляет собой двухэтапную игру. Из четырех возможных комбинаций вариантов выбора в случае игры с одновременными ходами на первом (инвестиционном) этапе одна комбинация завершает игру, две приводят к принятию решения только одним игроком на втором этапе (ценообразования), а четвертая сводится к игре с одновременными ходами (игре в ценообразование) на втором этапе. Игра в графическом виде представлена на рис. 6.1.

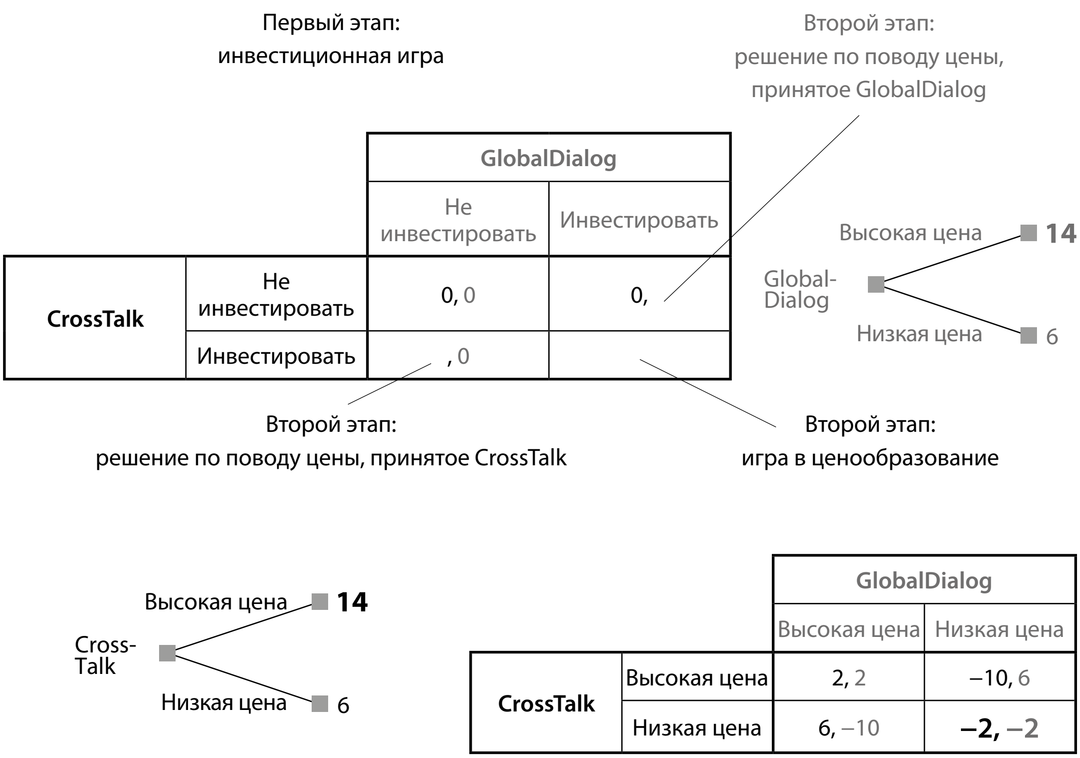


Рис. 6.1. Двухэтапная игра, состоящая
из последовательных и одновременных ходов

В целом рис. 6.1 иллюстрирует дерево игры, но более сложное, чем в главе 3. Его можно представить как своего рода «дом на дереве» с несколькими уровнями, показанными в разных частях одного двумерного рисунка, как будто вы смотрите на него с вертолета, зависшего непосредственно над ним.

Первый этап игры отображен в виде таблицы выигрышей в верхнем левом квадранте рис. 6.1. Вообразите его как первый этаж дома на дереве, на котором находятся четыре «комнаты». Комната, расположенная в северо-западном углу, соответствует ходам «не инвестировать», которые делают на первом этапе обе компании. Если принятые решения приводят компанию в эту комнату, дальше у нее нет никаких вариантов выбора, а значит, можно ассоциировать эту комнату с концевым узлом дерева из главы 3 и показать выигрыши в ячейке таблицы (в данном случае для обеих компаний он составляет 0). Тем не менее все остальные комбинации действий двух компаний ведут в другие комнаты, в которых компании делают дальнейший выбор, поэтому мы еще не можем показать выигрыши в этих ячейках. Вместо этого мы показываем ветви, ведущие на второй этаж. В комнатах, расположенных в северо-восточном и юго-западном углах, отображены только выигрыши компании, решившей не инвестировать; ветви, исходящие из каждой из этих комнат, приводят нас к решениям соответствующей компании на втором этапе. Комната в юго-восточном углу приводит к многокомнатной структуре второго этажа дома на дереве, которая представляет игру в ценообразование второго этапа, разыгрываемую лишь в случае, если обе компании инвестировали на первом этапе. Эта структура второго этажа состоит из четырех комнат, соответствующих четырем комбинациям ходов двух компаний в игре в ценообразование.

Все ветви и комнаты второго этажа подобны концевым узлам дерева игры, а значит, мы можем показать выигрыши в каждом из этих случаев. Выражены они в виде операционной прибыли каждой компании за вычетом предшествующих инвестиционных затрат и исчисляются в миллиардах долларов.

Рассмотрим ветвь, ведущую в юго-западный угол на рис. 6.1. Игра перемещается в этот угол, только если CrossTalk решит инвестировать в покупку волоконно-оптической сети. Тогда при выборе высокой цены операционная прибыль CrossTalk составит 400 долларов × 60 миллионов = 24 миллиарда долларов, и после вычитания 10 миллиардов инвестиционных затрат будет получен ее выигрыш — 14 миллиардов долларов, что мы записываем как выигрыш 14. В том же углу при выборе CrossTalk низкой цены ее операционная прибыль составит 200 долларов × × 80 миллионов = 16 миллиардов долларов, что после вычитания первоначальных инвестиций даст выигрыш в размере 6 миллиардов долларов. В этой ситуации выигрыш GlobalDialog равен 0, как отображено в юго-западном углу рис. 6.1;

выигрыш 0 компании CrossTalk при аналогичных расчетах для GlobalDialog показан в северо-восточной комнате таблицы игры, соответствующей первому этапу.

Если обе компании решат инвестировать, обе перейдут к игре в ценообразование, отображенной в юго-восточном углу рисунка. Если обе компании предпочтут высокую цену на втором этапе, каждая получит операционную прибыль 400 долларов × 30 миллионов (половина рынка), или 12 миллиардов долларов; после вычитания 10 миллиардов долларов инвестиционных затрат у каждой компании останется по 2 миллиарда долларов чистой прибыли, или выигрыш 2. Если обе компании выберут низкую цену на втором этапе, каждая получит операционную прибыль 200 долларов × 40 миллионов = 8 миллиардов долларов и после вычитания 10 миллиардов долларов инвестиционных затрат останется с чистым убытком в размере 2 миллиардов долларов, или выигрышем –2. И наконец, если одна компания установит высокую цену, а другая низкую, то вторая получит прибыль 200 долларов × 80 миллионов = 16 миллиардов долларов, что обеспечит ей выигрыш 6, тогда как первая вообще не получит операционной прибыли и просто потеряет вложенные 10 миллиардов долларов с выигрышем –10.

Как и в любой многоэтапной игре, представленной в главе 3, мы должны решить эту игру в обратном порядке, начиная с игры второго этапа. В двух задачах с принятием решений о ценообразовании каждой компанией мы сразу же видим, что выбор высокой цены приносит более крупный выигрыш. Мы фиксируем это, выделив данный выигрыш более крупным шрифтом.

Игру в ценообразование, разыгрываемую на втором этапе, необходимо решать с помощью методов, представленных в главе 4. Несложно заметить, что она относится к категории «дилемма заключенных». «Низкая цена» — это доминирующая стратегия для каждой компании; следовательно, исход игры — комната в юго-восточном углу таблицы игры второго этажа: каждая компания получает выигрыш –2*.

Обратные рассуждения показывают, что на первом этапе следует оценивать каждую конфигурацию ходов, сначала проанализировав равновесие в игре второго этапа (или оптимальное решение на втором этапе) и полученные в результате выигрыши. Это позволит подставить только что рассчитанные выигрыши в ранее незаполненные или частично заполненные комнаты на первом этаже дома на дереве. Такая подстановка дает нам первый этаж с известными выигрышами, представленный на рис. 6.2.

* Как всегда в случае дилеммы заключенных, если бы компании могли вступить в сговор и установить высокие цены, обе получили бы более высокий выигрыш 2. Однако такой исход игры не является равновесным, поскольку у каждой компании остается соблазн обмануть другую, чтобы обеспечить гораздо более высокий выигрыш 6.

		GlobalDialog	
		Не инвестировать	Инвестировать
CrossTalk	Не инвестировать	0, 0	0, 14
	Инвестировать	14, 0	−2, −2

Рис. 6.2. Инвестиционная игра первого этапа (после подстановки выигрышей, полученных методом обратных рассуждений на основании равновесия на втором этапе)

Теперь можем использовать методы из главы 4 для решения этой игры с одновременными ходами. Вы должны сразу же распознать игру, представленную на рис. 6.2, как игру в труса. В ней два равновесия Нэша, каждое из которых сводится к выбору одной компанией стратегии «инвестировать», а другой — «не инвестировать». Компания-инвестор получит огромную прибыль, поэтому каждая компания предпочтет то равновесие, в котором она будет инвестором, а другая компания — нет. В главе 4 мы кратко описали способы, позволяющие выбрать одно из двух равновесий, и указали на то, что каждая компания может попытаться получить предпочтительный исход, но это приведет к тому, что обе решат инвестировать и обе понесут убытки. На самом деле именно это и произошло в реальной игре такого рода. В главе 7 мы проанализируем данный тип игр более подробно и покажем, что они имеют третье равновесие Нэша — в смешанных стратегиях.

Исходя из анализа рис. 6.2, в нашем примере в игре первого этапа нет единственного равновесия Нэша. Это не особо серьезная проблема, поскольку мы можем оставить решение неоднозначным в той степени, в которой это было сделано выше. Было бы гораздо хуже, если бы единственное равновесие Нэша отсутствовало в игре второго этапа. Тогда было бы очень важно указать точный принцип выбора исхода игры с тем, чтобы определить выигрыши на втором этапе и использовать их в процессе обратных рассуждений в отношении первого этапа.

Игра в ценообразование второго этапа, показанная в нижней правой ячейке таблицы на рис. 6.1, — одна часть полной двухэтапной игры. При этом она представляет собой полноценную игру с полностью заданной системой игроков, стратегий и выигрышей. Для того чтобы точнее описать двойственную природу этой игры, ее называют **подыгрой** полной игры.

В более общем смысле подыгра — это часть многоходовой игры, которая начинается в определенном узле исходной игры. При этом дерево подыгры — просто часть дерева полной игры, в котором этот узел выступает в качестве корня, или начального узла. В многоходовой игре столько подыгр, сколько и узлов принятия решений.

Б. Конфигурации многоэтапных игр

В многоуровневой игре, представленной на рис. 6.1, каждый этап включает игру с одновременными ходами. Однако так бывает не всегда. Элементы игр с одновременными и последовательными ходами могут смешиваться и сочетаться друг с другом в любой комбинации. Мы приведем еще два примера, чтобы внести ясность в этот вопрос и закрепить идеи, рассмотренные в предыдущем разделе.

Первый пример — несколько измененный вариант игры между компаниями CrossTalk и GlobalDialog. Предположим, одна из них (скажем, GlobalDialog) уже инвестировала 10 миллиардов долларов в покупку волоконно-оптической сети. CrossTalk знает об этом и теперь должна решить, делать ли тоже такую инвестицию. Если CrossTalk откажется, то GlobalDialog останется только определиться с ценой. Если CrossTalk решит инвестировать, то две компании сыграют в описанную выше игру в ценообразование второго этапа. Дерево такой многоэтапной игры содержит условные ветви в начальном узле, а также подыгру с одновременными ходами в одном из узлов, к которому ведут эти исходные ветви. Полное дерево игры представлено на рис. 6.3.

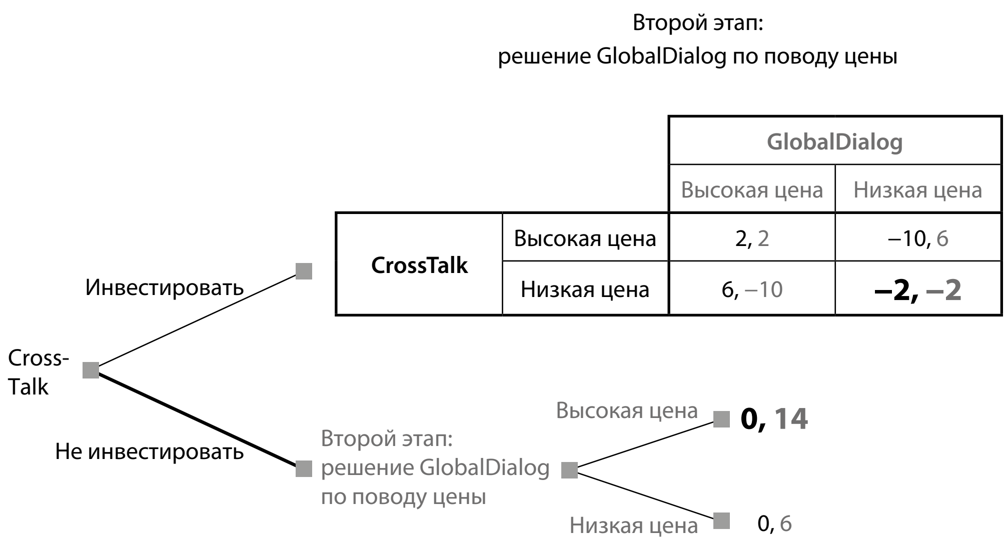


Рис. 6.3. Двухэтапная игра в случае, когда одна компания уже сделала инвестиции

После построения дерева проанализировать игру не составит труда. На рис. 6.3 анализ методом обратных рассуждений показан посредством использования крупного шрифта для равновесных выигрышей, вытекающих из игры или решения на втором этапе, а также жирных линий для выбора CrossTalk на первом этапе. Иными словами, CrossTalk приходит к выводу, что инвестиции приведут ее к дилемме заключенных, которая оставит компанию с выигрышем –2, тогда как отказ от инвестиций обеспечит выигрыш 0. В итоге CrossTalk предпочитает второе. GlobalDialog получит выигрыш 14 вместо –2, который бы она получила в случае выбора CrossTalk стратегии «инвестировать», но CrossTalk интересует максимизация собственного выигрыша, а не намеренное уничтожение компании GlobalDialog.

Однако этот анализ показывает, что GlobalDialog может попытаться оперативно инвестировать средства в покупку волоконно-оптической сети, прежде чем CrossTalk примет решение, гарантирующее ей самый предпочтительный исход всей игры. А CrossTalk может попробовать обойти GlobalDialog аналогичным образом. В главе 9 мы проанализируем некоторые методы под названием «стратегические ходы», позволяющие игрокам обеспечить подобные преимущества.

Наш второй пример связан с футболом. Накануне каждого матча тренер команды нападающих выбирает игру, которую они будут вести; в то же время тренер команды защиты дает игрокам инструкции в отношении их размещения на поле, чтобы противостоять нападению. Следовательно, перед нами игра с одновременными ходами. Предположим, у команды нападения всего две альтернативы — безопасная и рискованная игра, а команда защиты может подготовиться к ответу на любой из вариантов. Если команда нападения настроена на рискованную игру и квотербек видит расстановку игроков защиты, позволяющую противодействовать такой игре, он может изменить игру у линии розыгрыша мяча. А команда защиты, в свою очередь, может отреагировать изменением своей расстановки. Таким образом, мы имеем игры с одновременными ходами на первом этапе, а одна из комбинаций вариантов выбора ходов на данном этапе приводит к подыгре с последовательными ходами. На рис. 6.4 показано полное дерево этой игры.

Это игра с нулевой суммой, в которой выигрыши команды нападения исчисляются в количестве ярдов, которое она рассчитывает получить, а выигрыши команды защиты прямо противоположны и исчисляются в количестве ярдов, которые она намерена уступить. Безопасная игра команды нападения обеспечивает ей 2 ярда, даже если команда защиты готова к такой игре; если не готова, игра будет ненамного успешнее и обеспечит 6 ярдов. Рискованная игра, в случае если команда защиты к ней не готова, принесет команде нападения 30 ярдов. Однако если команда защиты к ней готова, нападающие потеряют 10 ярдов. Эта совокупность выигрышей, –10 у команды нападения и 10 у команды защиты, показана в концевом узле, в случае если нападение не изменит игру. Если же изменит (вернется к безопасной игре), выигрыши составят 2, –2, если команда защиты отреагирует, и 6, –6 — если не отреагирует. Эти же выигрыши получат команды, если команда нападения изначально запланирует безопасную игру.

Первый этап: тренеры выбирают расстановку

		Защита	
		Безопасная игра	Рискованная игра
Нападение	Безопасная игра	2, −2	6, −6
	Рискованная игра	30, −30	

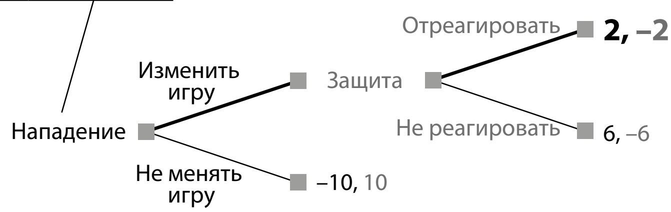


Рис. 6.4. Игра с одновременными ходами на первом этапе, за которым идут последовательные ходы

На рис. 6.4 ветви, выбранные в последовательной подыгре, представлены жирными линиями . Нетрудно увидеть, что, если команда нападения изменит игру, команда защиты отреагирует на это, чтобы обеспечить выигрыш −2, а не −6, и что команда нападения изменит игру, чтобы получить выигрыш 2 вместо −10. В ходе обратных рассуждений мы должны разместить полученную совокупность выигрышей 2, −2 в правой нижней ячейке таблицы выигрышей игры с одновременными ходами, протекающей на первом этапе. Далее мы увидим, что в этой игре отсутствует равновесие Нэша в чистых стратегиях. Причина та же, что и в игре в теннис из раздела 7 главы 4: один игрок (команда защиты) стремится согласовать ходы (выбрать расстановку, позволяющую противостоять игре команды нападения), тогда как другой (команда нападения) старается их рассогласовать (поймать команду защиты на неправильной расстановке). В главе 7 мы покажем, как вычислить равновесие в смешанных стратегиях в этой игре. Получается, что команда нападения должна выбирать рискованную стратегию с вероятностью 1/8, или 12,5 процента.

2. Изменение порядка выполнения ходов

Игры, рассмотренные в предыдущих главах, были представлены либо как последовательные, либо как одновременные по своему характеру. Мы использовали соответствующие инструменты анализа для прогнозирования равновесий в играх каждого типа. В разделе 1 данной главы мы обсуждали игры с элементами как последовательного, так и одновременного выполнения ходов. Для поиска решений таких игр понадобятся оба набора инструментов. А как на счет игр, которые можно вести либо последовательно, либо одновременно? Как изменение хода конкретной игры, а значит, и соответствующих инструментов анализа может повлиять на ожидаемые исходы?

Задача превращения игры с последовательными ходами в игру с одновременными ходами требует только изменения момента выполнения ходов или наблюдаемости, при которой игроки делают выбор. Игры с последовательными ходами становятся играми с одновременными ходами, если игроки не могут видеть ходы, сделанные соперниками, до того, как походят сами. В таком случае мы бы проанализировали игру скорее посредством поиска равновесия Нэша, а не равновесия обратных рассуждений. С другой стороны, игра с одновременными ходами могла бы стать игрой с последовательными ходами, если бы один игрок мог наблюдать за действиями другого игрока до выбора своего хода.

Любые изменения правил игры способны изменить ее исходы. Ниже мы проиллюстрируем ряд возможностей, возникающих вследствие изменений в играх разных типов.

А. Превращение игр с одновременными ходами в игры с последовательными ходами

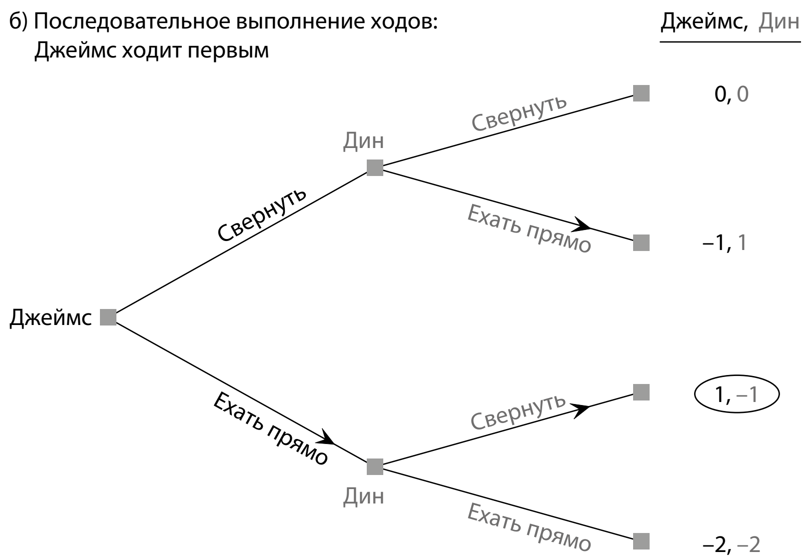
I. Преимущество первого хода. Преимущество первого хода может возникнуть вследствие изменений правил игры с одновременного на последовательное выполнение ходов. Если в версии игры с одновременными ходами множество равновесий, версия с последовательными ходами как минимум позволяет игроку, который ходит первым, выбрать предпочтительный исход игры. Мы проиллюстрируем такую ситуацию на примере игры в труса, когда два подростка мчатся на автомобилях навстречу друг другу, решительно настроенные не сворачивать. На рис. 6.5а воспроизведена стратегическая форма, представленная на рис. 4.14 в главе 4, а на рис. 6.5б и 6.5в отображены две экстенсивные формы, по одной на каждый возможный порядок выполнения ходов в игре.

При одновременном выполнении ходов два исхода игры, при которых один игрок сворачивает («трус»), а другой едет прямо («храбрец»), — это равновесия Нэша в чистых стратегиях. Без исторического, культурного или любого другого соглашения ни один из этих исходов не может стать фокальной точкой. Анализ в главе 4 показал, что координация действий могла бы помочь участникам этой игры, например посредством договоренности чередовать два равновесия.

а) Одновременное выполнение ходов

		Дин	
		Свернуть (трус)	Ехать прямо (храбрец)
Джеймс	Свернуть (трус)	0, 0	−1, 1
	Ехать прямо (храбрец)	1, −1	−2, −2

б) Последовательное выполнение ходов:
Джеймс ходит первым



в) Последовательное выполнение ходов:
Дин ходит первым

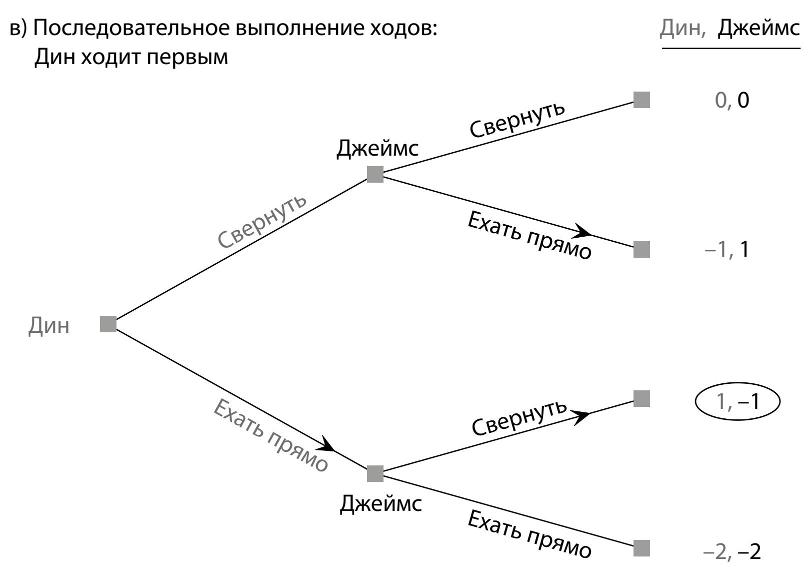


Рис. 6.5. Версии игры в труса с одновременным и последовательным выполнением ходов

Если мы изменим правила игры таким образом, чтобы предоставить одному из игроков возможность ходить первым, двух равновесий больше не будет. Скорее, мы увидим, что равновесная стратегия игрока, делающего ход вторым, сводится к выбору действия, противоположного действию игрока, который ходил первым. Далее анализ методом обратных рассуждений показывает, что равновесная стратегия игрока, ходившего первым, — «ехать прямо». На рис. 6.5б и 6.5в мы видим, что предоставление одному игроку возможности сделать ход первым, причем так, чтобы другой игрок видел, как он это делает, в итоге приводит к единственному равновесию обратных рассуждений, в котором игрок, сделавший первый ход, получает выигрыш 1, тогда как второй игрок — выигрыш –1. При таких правилах фактическое ведение игры не имеет никакого значения, поэтому ее последовательная версия может не представлять интереса для многих наблюдателей. Хотя подростки, скорее всего, не захотели бы играть в эту игру по измененным правилам, стратегические последствия изменения правил весьма существенны.

II. Преимущество второго хода. Преимущество второго хода может возникнуть в играх, когда одновременное выполнение ходов меняется на последовательное. Это можно проиллюстрировать на примере игры в теннис, о которой рассказывалось в главе 4. Напомним, что в этой игре Эверт планирует место возврата подачи, тогда как Навратилова решает, где обеспечивать прикрытие. В рассмотренной ранее версии игры предполагалось, что каждая ее участница умеет маскировать предстоящие ходы до самого последнего момента, поэтому, по сути, они делали их одновременно. Однако если движения Эверт перед ударом по мячу каким-то образом раскроют ее намерения, Навратилова может отреагировать и сделать второй ход в игре. Точно так же, если Навратилова наклонится в ту сторону, которую планирует прикрывать, до того как Эверт фактически выполнит возврат подачи, то Эверт становится игроком, делающим второй ход.

В этой версии игры с одновременными ходами нет равновесия в чистых стратегиях. Тем не менее при каждом порядке выполнения ходов в последовательной версии существует исход в виде единственного равновесия обратных рассуждений, причем характер этого равновесия зависит от того, кто ходит первым. Если это Эверт, то Навратилова решит прикрывать то направление, которое выбрала Эверт для удара по линии. При таком равновесии каждая теннисистка должна выигрывать очко в половине случаев. Если порядок выполнения ходов обратный, Эверт решает послать мяч в направлении, противоположном тому, которое прикрывает Навратилова; следовательно, Навратилова должна двигаться так, чтобы прикрыть удар по диагонали. В такой ситуации Эверт должна выигрывать в 80 процентах случаев. Участница игры, делающая второй ход, добивается более весомых результатов, поскольку может оптимально реагировать на ход соперницы. Для иллюстрации таких исходов вы уже умеете строить деревья игры наподобие показанных на рис. 6.5б и 6.5в.

Мы вернемся к версии этой игры с одновременными ходами в главе 7 и докажем, что в ней есть равновесие Нэша в смешанных стратегиях. При этом равновесии Эверт добивается успеха в 62 процентах случаев. Следовательно, в двух версиях игры с последовательными ходами показатель результативности Эверт при равновесии в смешанных стратегиях в одновременной игре выше 50 процентов, которые она получит, делая ход первой, но ниже 80 процентов, если она будет ходить второй.

III. Оба игрока могут добиться большего. То, что в игре может быть преимущество первого или второго хода, которое блокируется при одновременном выполнении ходов, вполне понятно на интуитивном уровне. Куда больше удивляет вероятность того, что оба игрока могут добиться большего при том или ином наборе правил выполнения ходов. Мы проиллюстрируем это на примере игры с монетарной и фискальной политикой между Федеральной резервной системой и Конгрессом. В главе 4 мы анализировали эту игру с одновременными ходами; таблица выигрышей (рис. 4.5) воспроизводится на рис. 6.6а, а две версии игры с последовательными ходами представлены на рис. 6.6б и 6.6в. Для краткости обозначим стратегии Конгресса как «баланс» и «дефицит» вместо «сбалансированный бюджет» и «дефицит бюджета», а стратегии ФРС как «высокие ставки» и «низкие ставки» вместо «высокие процентные ставки» и «низкие процентные ставки».

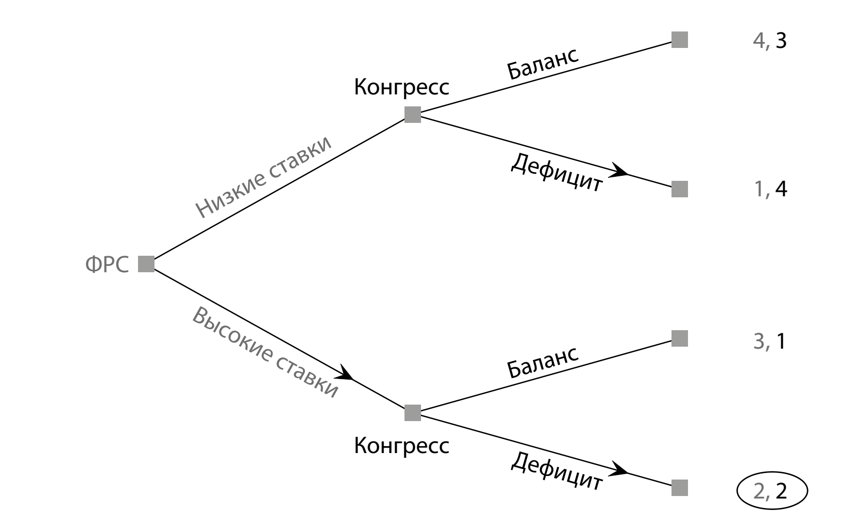
В версии этой игры с одновременными ходами доминирующая стратегия Конгресса — «дефицит», и ФРС, зная об этом, выбирает стратегию «высокие ставки», что обеспечивает обоим выигрыши 2. Почти то же самое происходит в версии игры с последовательными ходами, где первой ходит ФРС. Предвидя, что на каждый сделанный ею ход Конгресс ответит стратегией «дефицит», ФРС должна выбирать стратегию «высокие ставки», обеспечивающую выигрыш 2 вместо 1.

Однако версия с последовательными ходами, в которой Конгресс ходит первым, отличается от предыдущей. Теперь Конгресс предвидит, что на выбор им стратегии «дефицит» ФРС ответит стратегией «высокие ставки», тогда как в случае выбора им стратегии «баланс» ФРС предпочтет «низкие ставки». Из этих двух вариантов развития событий Конгресс выберет второй, поскольку он обеспечит ему выигрыш 3 вместо 2. Следовательно, равновесие обратных рассуждений при таком порядке выполнения ходов состоит в том, чтобы Конгресс выбрал сбалансированный бюджет, а Федеральная резервная система — низкие процентные ставки. В итоге Конгресс получит выигрыш 3, а ФРС — 4, что лучше для обоих игроков, чем в случае двух других версий игры.

а) Одновременные ходы

		Федеральная резервная система	
		Низкие ставки	Высокие ставки
Конгресс	Баланс	3, 4	1, 3
	Дефицит	4, 1	2, 2

б) Последовательные ходы: ФРС делает первый ход ФРС, Конгресс



в) Последовательные ходы: Конгресс ходит первым Конгресс, ФРС

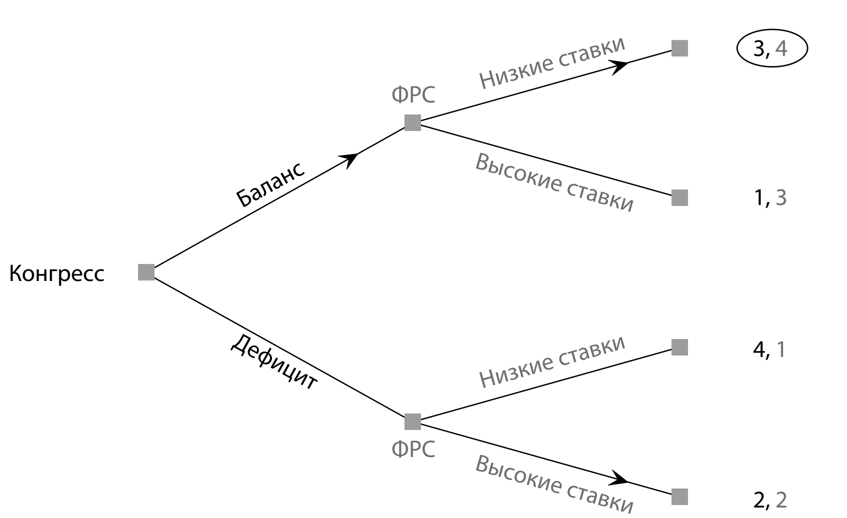


Рис. 6.6. Три версии игры с монетарной и фискальной политикой

Различие между этими двумя исходами еще более парадоксально, потому что лучший исход, полученный на рис. 6.6в, будет в случае выбора Конгрессом стратегии «баланс», доминируемой на рис. 6.6а. Для устранения кажущегося парадокса необходимо глубже понять смысл доминирования. Чтобы стратегия «дефицит» была доминирующей, с точки зрения Конгресса она должна быть лучше стратегии «баланс» при *каждом конкретном* выборе ФРС. Такое сравнение стратегий «дефицит» и «баланс» уместно в игре с одновременными ходами, поскольку в ней Конгресс вынужден принимать решение, не зная о выборе ФРС. Он должен проанализировать или сформулировать убеждение в отношении действия ФРС и выбрать свой наилучший ответ на это действие. В нашем примере наилучший ответ Конгресса — стратегия «дефицит». Концепция доминирования уместна также и в игре с последовательными ходами, если Конгресс ходит вторым, поскольку тогда он знает, что уже сделала ФРС, и просто выбирает свой наилучший ответ, который всегда «дефицит». С другой стороны, если Конгресс ходит первым, он не может воспринимать выбор ФРС как *данность* и вместо этого должен понять, как его первый ход повлияет на второй ход ФРС. В нашем примере Конгресс знает, что ФРС ответит на стратегию «дефицит» стратегией «высокие ставки», а на стратегию «баланс» — стратегией «низкие ставки». В таком случае ему ничего не остается, как выбирать из этих двух вариантов; самый предпочтительный для Конгресса исход («дефицит», «низкие ставки») становится неактуальным, поскольку ответ ФРС делает его невозможным.

Мысль о том, что доминирование может утратить статус значимой концепции для игрока, делающего первый ход, мы продолжим в главе 9. Там же мы проанализируем вероятность того, что игрок может намеренно изменить правила игры, чтобы получить право первого хода. Это позволяет игрокам менять исход игры в свою пользу.

Предположим, два игрока в нашем примере могут выбирать порядок выполнения ходов в игре. В этом случае они согласились бы с тем, что Конгресс должен ходить первым. В действительности, когда возникает угроза дефицита бюджета и инфляции, во время слушаний в различных комитетах Конгресса члены совета управляющих ФРС часто предлагают именно такие сделки: они обещают отреагировать на сокращение расходов бюджета снижением процентных ставок. Но зачастую просто устной договоренности с другим игроком недостаточно. Необходимо, чтобы при этом были выполнены формальные требования к первому ходу, а именно — чтобы он поддавался наблюдению и не менялся в дальнейшем. В контексте макроэкономической политики очень выигрышно выглядит то, что законодательный процесс фискальной политики в Соединенных Штатах весьма прозрачен и протекает достаточно медленно, тогда как монетарную политику можно быстро изменить на заседании совета управляющих ФРС. Стало быть, игра с последовательными ходами, в которой Конгресс ходит первым, а ФРС — второй, вполне реалистична.

IV. Исход игры не меняется. До сих пор мы рассматривали только игры, в которых последовательное выполнение ходов вместо одновременных обеспечивает другой исход. Однако определенные игры имеют один и тот же исход в обоих случаях, независимо от порядка выполнения ходов. Как правило, такой результат наблюдается при наличии у обоих (или у всех) игроков доминирующих стратегий. Мы продемонстрируем, как это происходит, на примере дилеммы заключенных.

Рассмотрим игру с дилеммой заключенных из главы 4, в которой мужа и жену подозревают в причастности к совершению преступления. Равновесие Нэша в этой игре с одновременными ходами состоит в признании каждым игроком своей вины (или предательстве другого игрока и отказе от сотрудничества с ним). Но как бы проходила игра, если бы один из супругов сделал наблюдаемый выбор еще до выбора второго игрока? Применение метода обратных рассуждений к дереву игры, подобному изображенному на рис. 6.5б (которое вы можете нарисовать сами для проверки наших результатов анализа), показывает, что второму игроку выгоднее признать свою вину, если первый уже признался в совершении преступления (10 лет тюрьмы вместо 25 лет) и если первый отрицает свою вину (1 год тюрьмы вместо 3 лет). С учетом такого выбора второго игрока первому игроку лучше признать свою вину (10 лет тюрьмы вместо 25 лет). Следовательно, равновесие подразумевает тюремное заключение длительностью 10 лет для обоих супругов, независимо от того, кто будет ходить первым. Таким образом, во всех трех версиях этой игры одно и то же равновесие!

Б. Другие изменения в порядке выполнения ходов

В предыдущем разделе представлены различные примеры игр, в которых правила были изменены с одновременного на последовательное выполнение ходов. Мы видели, как и почему такие изменения влияют на исход игры. Те же примеры служат и для иллюстрации того, что происходит в случае изменения правил в противоположном направлении, то есть с последовательного на одновременное выполнение ходов. Таким образом, если в игре с последовательными ходами есть преимущество первого или второго хода, оно может быть утрачено при одновременном выполнении ходов. А если определенный порядок ходов приносит выгоду обоим игрокам, то его нарушение способно навредить обоим.

Те же примеры показывают, что произойдет, если правила игры меняются, чтобы изменить ее порядок, сохранив при этом неизменным ее последовательный характер. Если в игре присутствует преимущество первого или второго хода, то игрок, который вместо первого хода делает второй, может остаться в выигрыше или в проигрыше соответственно, с противоположными изменениями в случае другого игрока. А если определенный порядок отвечает интересам обоих игроков, то навязанное извне изменение порядка игры может либо принести выгоду, либо навредить им обоим.

3. Изменение в методе анализа

Дерево игры — естественный способ отображения игр с последовательными ходами, а таблица выигрышей — естественный способ представления игр с одновременными ходами. Однако каждый из этих методов можно адаптировать к другому типу игр. Ниже мы покажем, как преобразовать одну форму представления информации в другую, и при этом сформулируем ряд новых идей, которые пригодятся для последующего анализа игр.

A. Представление игр с одновременными ходами с помощью дерева игры

Рассмотрим игру с обводящим ударом в теннисе, описанную в главе 4, в которой действия выполняются настолько быстро, что ходы, по сути, будут одновременными, как показано на рис. 6.5а. Однако предположим, что мы хотим представить эту игру в экстенсивной форме, то есть с помощью дерева игры, а не таблицы выигрышей, как на рис. 4.14. На рис. 6.7 показано, как это сделать.

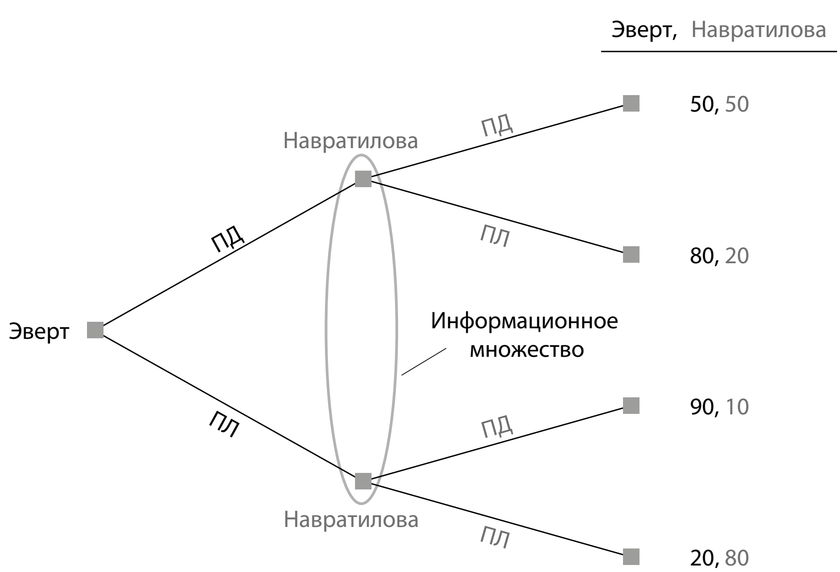


Рис. 6.7. Игра в теннис с одновременными ходами, представленная в экстенсивной форме

Для того чтобы нарисовать дерево этой игры, необходимо выбрать одну ее участницу, например Эверт, которая будет делать выбор в начальном узле дерева. Ветви дерева, соответствующие двум вариантам выбора — ПЛ («по линии») и ПД («по диагонали»), заканчиваются в двух узлах, в каждом из которых делает выбор Навратилова. Однако поскольку на самом деле ходы в этой игре фактически одновременные, Навратилова должна сделать выбор, не зная, что выбрала Эверт. То есть Навратилова должна делать выбор, не зная, в каком узле она находится, — в том, к которому ведет ветвь Эверт ПЛ, или в том, к которому ведет ветвь ПД. Наша древовидная схема должна каким-то образом отображать эту нехватку информации у Навратиловой.

Мы проиллюстрируем стратегическую неопределенность Навратиловой в отношении узла, в котором она должна принимать решение, нарисовав овал, вмещающий в себя два соответствующих узла. (В качестве альтернативы можно соединить их пунктирной линией; она используется для того, чтобы отличить ее от сплошных линий, которые представляют ветви дерева.) Узлы, находящиеся в пределах этого овала или круга, называются **информационным множеством** игрока, делающего в них ходы. Такое множество указывает на наличие у этого игрока несовершенной информации: он не может провести различие между узлами множества на основании имеющейся информации (поскольку не может видеть ход другого игрока до того, как сделает свой ход). В соответствии с этим стратегический выбор, делаемый игроком в пределах одного информационного множества, должен подразумевать один и тот же ход во всех узлах, входящих в это множество. Иными словами, Навратилова должна выбрать либо ПЛ, либо ПД в обоих узлах данного информационного множества. Она не может выбрать ПЛ в одном узле и ПД в другом, как на рис. 6.5б, где представлена игра с последовательными ходами и Навратилова ходила второй.

В связи с этим мы должны внести коррективы в наше определение стратегии. В главе 3 мы определили ее как исчерпывающий план действий, указывающий, какие действия должен предпринимать игрок в каждом *узле*, в котором наступает его очередь ходить в соответствии с правилами игры. Теперь мы должны более точно определить стратегию как исчерпывающий план действий, указывающий, какие действия должен предпринимать игрок в каждом *информационном множестве*, в узлах которого наступает его очередь ходить в соответствии с правилами игры.

Концепция информационного множества также актуальна, когда игрок сталкивается с внешней неопределенностью в отношении некоторых условий, влияющих на его решение, а не ходов другого игрока. Например, фермер, сажающий ту или иную культуру, не знает, какая будет погода в период ее вегетации, хотя на основании своего опыта или метеорологических прогнозов может определить вероятность альтернативных возможностей. Мы можем рассматривать погоду как случайный выбор, который делает внешний игрок по имени «природа», не получающий никаких выигрышей, а просто выбирающий исходя из общеизвестных вероятностей*. В таком случае мы можем включить различные узлы, соответствующие ходам природы, в информационное множество фермера, ограничивающее его выбор одним и тем же действием во всех узлах. Эта ситуация проиллюстрирована на рис. 6.8.

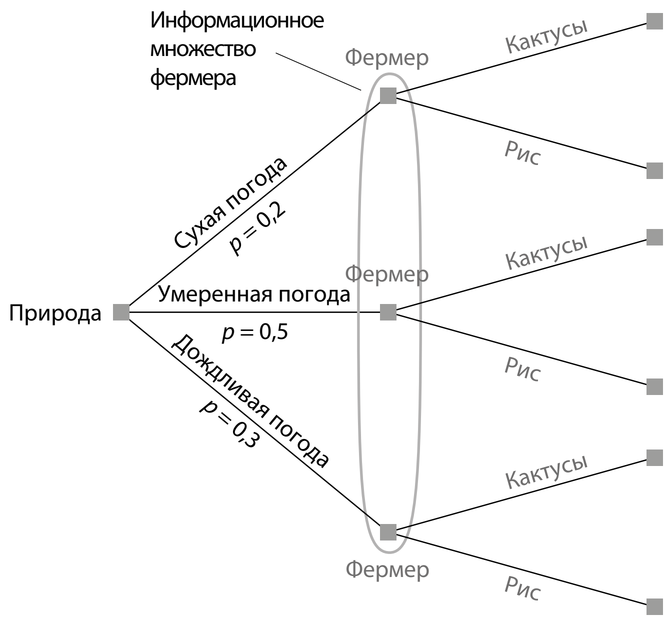


Рис. 6.8. Природа и информационное множество

С помощью понятия информационного множества мы можем формализовать концепции совершенной и несовершенной информации в игре, которые ввели в главе 2 (раздел 2.Г). В игре присутствует совершенная информация, если в ней нет ни стратегической, ни внешней неопределенности, что происходит в случае отсутствия в игре информационных множеств, содержащих два или более узла. Иными словами, в игре имеется совершенная информация, если все ее информационные множества содержат единичные узлы.

Хотя с концептуальной точки зрения это достаточно простое представление, оно не упрощает способа решения игры. По этой причине мы используем его только тогда, когда оно позволяет проще передать ту или иную мысль. В главах 8 и 14 приведено несколько примеров представления игр с помощью информационных множеств.

* Некоторые считают, что природа — это недоброжелательный игрок, который играет с нами в игру с нулевой суммой, а значит, его выигрыши повышаются, когда наши падают. Например, если мы забыли взять зонтик, с большей вероятностью пойдет дождь. Мы понимаем такую позицию, но ее не подтверждают реальные статистические данные.

Б. Представление и анализ игр с последовательными ходами в стратегической форме

Рассмотрим игру (рис. 6.6в) с последовательными ходами в монетарную и фискальную политику, в которой Конгресс ходит первым. Допустим, нам нужно представить эту игру в нормальной или стратегической форме, то есть в виде таблицы выигрышей, строки и столбцы которой — стратегии двух игроков. Следовательно, мы должны начать с определения стратегий.

Для Конгресса, делающего первый ход, перечислить стратегии не составит труда. Существует только два хода, «баланс» и «дефицит», они же являются стратегиями. Что касается игрока, делающего второй ход, то здесь все гораздо сложнее. Не забывайте, что стратегия — это исчерпывающий план действий, указывающий, какие действия должен предпринимать игрок в каждом узле, в котором наступает его очередь ходить. Поскольку ФРС получает право сделать ход в двух узлах (а также потому, что, согласно нашему предположению, ходы в этой игре действительно выполняются последовательно, а значит, эти два узла не объединяются в информационное множество) и может выбрать либо стратегию «низкие ставки», либо «высокие ставки» в каждом из узлов, существует четыре комбинации ее вариантов выбора: 1) «низкие ставки», если «баланс»; «высокие ставки», если «дефицит» (в сокращенном виде «Н, если Б; В, если Д»); 2) «высокие ставки», если «баланс»; «низкие ставки», если «дефицит» (сокращенно «В, если Б; Н, если Д»); 3) «низкие ставки» всегда; 4) «высокие ставки» всегда.

Полученная в результате матрица выигрышей два на четыре представлена на рис. 6.9. Последние два столбца не отличаются от тех, которые были в матрице выигрышей два на два, составленной для игры, в которой ходы выполнялись одновременно (рис. 6.6а). Это объясняется тем, что если ФРС выберет стратегию, согласно которой она делает одни и те же ходы всегда, то это равносильно тому, что ФРС делала бы свои ходы без учета того, что сделал Конгресс, то есть их ходы были бы как будто одновременными. Однако вычисление выигрышей в первых двух столбцах, где ход ФРС зависит от первого хода Конгресса, требует более пристального внимания.

Для иллюстрации рассмотрим ячейку на пересечении первой строки и второго столбца. Здесь Конгресс выбирает «баланс», а ФРС — «В, если Б; Н, если Д». Учитывая выбор Конгресса, фактическим выбором ФРС в рамках этой стратегии будет стратегия «высокие ставки». В таком случае выигрыши здесь те же, что и в сочетании стратегий «баланс» и «высокие ставки», а именно 1 для Конгресса и 3 для ФРС.

Анализ наилучших ответов позволяет быстро определить, что в этой игре есть два равновесия Нэша в чистых стратегиях, что мы показываем, выделив соответствующие ячейки серым цветом. Одно отображено в верхней левой ячейке, в которой стратегия Конгресса — «баланс», а ФРС — «Н, если Б; В, если Д», а значит,

		ФРС			
		Н, если Б; В, если Д	В, если Б; Н, если Д	Низкие ставки всегда	Высокие ставки всегда
Конгресс	Баланс	3, 4	1, 3	3, 4	1, 3
	Дефицит	2, 2	4, 1	4, 1	2, 2

Рис. 6.9. Игра с последовательными ходами с фискальной и монетарной политикой, представленная в стратегической форме

фактический выбор ФРС — «низкие ставки». Этот исход представляет собой равновесие обратных рассуждений в игре с последовательными ходами. Однако есть еще одно равновесие Нэша в правой нижней ячейке, где Конгресс выбирает стратегию «дефицит», а ФРС — «высокие ставки». Как обычно в случае равновесия Нэша, ни у одного игрока нет явных оснований отклоняться от стратегий, приведших к данному исходу. Конгресс только ухудшил бы ситуацию, переключившись на стратегию «баланс», а ФРС не извлекла бы никакой пользы из перехода к любой из трех оставшихся стратегий, хотя при выборе стратегии «Н, если Б; В, если Д» был бы получен равноценный результат.

Анализ игры с последовательными ходами в ее экстенсивной форме обеспечивает только одно равновесие обратных рассуждений. Но если проанализировать эту же игру в нормальной или стратегической форме, в ней оказывается два равновесия Нэша. Что происходит?

Ответ на этот вопрос кроется в разном характере логики анализа равновесия Нэша и равновесия обратных рассуждений. Равновесие Нэша требует, чтобы ни у одного из игроков не было причины отклоняться от выбранной стратегии с учетом стратегии другого игрока. Однако в случае равновесия обратных рассуждений стратегии игроков, делающих ходы на более поздних этапах, не воспринимаются как данность. Вместо этого ставится вопрос о том, какое действие будет оптимальным в случае, если у игрока действительно появится возможность сделать ход.

В нашем примере стратегия ФРС «высокие ставки всегда» не удовлетворяет критерию оптимальности в случае появления возможности сделать ход. Если бы Конгресс выбрал стратегию «дефицит», то стратегия «высокие ставки» действительно была бы оптимальным ответом ФРС. Однако если бы Конгресс выбрал стратегию «баланс», а ФРС пришлось бы делать ответный ход, ей следовало бы применить стратегию «низкие ставки», а не «высокие». Стало быть, стратегия «высокие ставки всегда» не будет оптимальным ответным ходом ФРС во всех возможных конфигурациях игры и не может быть равновесием обратных рассуждений. Но логика равновесия Нэша не требует такой проверки; вместо этого стратегию ФРС «высокие ставки всегда»

Конгресс мог бы обоснованно рассматривать как данность. И если он действительно сделает это, то стратегия «дефицит» — его наилучший ответ. Напротив, «высокие ставки всегда» — один наилучший ответ ФРС на стратегию Конгресса «дефицит» (хотя он и связан с условием «Н, если Б; В, если Д»). Следовательно, пара стратегий «дефицит» и «высокие ставки всегда» — обоюдно наилучшие ответы, входящие в состав равновесия Нэша, хотя они и не образуют равновесия обратных рассуждений.

Таким образом, мы можем считать равновесие обратных рассуждений добавочным критерием, который дополняет равновесие Нэша и помогает выбрать одно из множества равновесий Нэша, присутствующих в стратегической форме. Другими словами, это уточнение концепции равновесия Нэша. Чтобы сформулировать эту идею несколько более точно, вспомним понятие подыгры. По мере того как игроки по очереди делают свой выбор, игра проходит по непрерывной последовательности узлов, и каждый ход можно рассматривать как начало подыгры. Равновесие, полученное посредством метода обратных рассуждений, соответствует одной конкретной последовательности вариантов выбора в каждой подыгре и создает один конкретный путь игры. Безусловно, другие ее пути также согласуются с правилами игры. Мы называем такие пути **неравновесными путями игры**, а подыгры, разворачивающиеся на них, **неравновесными подыграми**.

Вооружившись этими терминами, мы теперь можем сказать, что равновесный путь игры сам по себе определяется ожиданиями игроков в отношении того, что бы произошло, если бы они выбрали другое действие, то есть если бы переместили игру на неравновесный путь и начали неравновесную подыгру. Равновесие обратных рассуждений требует от игроков делать свой наилучший выбор в *каждой* подыгре более крупной игры, независимо от того, находится ли эта подыгра на пути к конечному равновесному исходу.

Стратегии — это исчерпывающие планы действий. Следовательно, стратегия игрока должна определять, что он будет делать в каждом предполагаемом случае или в каждом узле игры (будь то на ее равновесном или неравновесном пути), в котором наступает его очередь ходить. Когда игра достигает одного такого узла, применим только тот план действий, который начинается в этом узле, а именно та часть полной стратегии, которая относится к подыгре, стартующей в данном узле. Эта часть называется **продолжением** стратегии в этой подыгре. Согласно равновесию обратных рассуждений, равновесная стратегия должна быть такой, чтобы ее продолжение в каждой подыгре было оптимальным для каждого игрока, который должен ходить в этом узле, независимо от того, лежат ли этот узел и подыгра на равновесном пути игры.

Вернемся к игре с монетарной политикой, в которой Конгресс делает первый ход, и рассмотрим второе равновесие Нэша, возникающее при представлении игры в стратегической форме. Здесь путь игры Конгресса состоит в выборе стратегии «дефицит», а ФРС — стратегии «высокие ставки». На равновесном пути стратегия «высокие ставки» — действительно лучший ответ ФРС на стратегию «дефицит». Выбор Конгрессом стратегии «баланс» был бы началом неравновесного пути. Он ведет к узлу, в котором разыгрывается довольно простая подыгра, а именно решение принимает ФРС. Предполагаемая равновесная стратегия ФРС «высокие ставки всегда» подразумевает, что ФРС в этой подыгре применит стратегию «высокие ставки». Однако это неоптимально: второе равновесие определяет неоптимальный выбор в случае неравновесной подыгры.

Напротив, равновесный путь в равновесии Нэша в левом верхнем углу рис. 6.9 состоит в выборе Конгрессом стратегии «баланс», а ФРС — «низкие ставки». ФРС выбирает оптимальный ответ на равновесном пути. Неравновесный путь состоял бы в выборе Конгрессом стратегии «дефицит», а ФРС с учетом своей стратегии «Н, если Б; В, если Д» применила бы стратегию «высокие ставки». Для ФРС выбор стратегии «высокие ставки» в ответ на стратегию Конгресса «дефицит» оптимален, а значит, эта стратегия остается оптимальной и на неравновесном пути игры.

Требование о том, что продолжение стратегии должно оставаться оптимальным при любых обстоятельствах, действительно важно, поскольку сам равновесный путь — это результат стратегических рассуждений игроков о том, что бы произошло, если бы они сделали нечто иное. Игрок, которому предстоит ходить следующим, может попробовать обеспечить предпочтительный для себя исход, пригрозив игроку, делающему первый ход, что его определенные действия встретят серьезный отпор, или, наоборот, пообещав, что определенные действия получат одобрение. Однако игрок, делающий первый ход, скептически отнесется к **достоверности** таких угроз и обещаний. Единственный способ развеять сомнения — проверить, действительно ли заявленные ответные действия будут оптимальны в случае, если в них возникнет необходимость. Если они неоптимальны, то угрозы и обещания недостоверны, а соответствующие ответные ходы не будут присутствовать на равновесном пути игры.

Равновесие, найденное методом обратных рассуждений, называется **совершенным равновесием подыгры** и представляет собой совокупность стратегий (исчерпывающих планов действий), по одной на каждого игрока, при которой в каждом узле дерева игры, независимо от того, лежит ли он на ее равновесном пути, продолжение одной и той же стратегии в подыгре, начинающейся в данном узле, будет оптимальным для игрока, совершающего там действие. Проще говоря, совершенное равновесие подыгры требует, чтобы игроки использовали стратегии, образующие равновесие Нэша в каждой подыгре более крупной игры.

Как правило, в играх с конечными деревьями и совершенной информацией, в которых участники могут наблюдать все предыдущие действия, предпринятые всеми игроками, а значит, нет нескольких узлов, входящих в одно информационное множество, анализ методом обратных рассуждений позволяет найти единственное (за исключением элементарных и уникальных случаев равного распределения выигрышей) совершенное равновесие подыгры. Подумайте вот о чем: если проанализировать любую подыгру, которая начинается в последнем узле принятия решений последним игроком, делающим ход, то его наилучший выбор — стратегия, обеспечивающая ему самый высокий выигрыш. Но это и есть действие, выбранное в ходе обратных рассуждений. По мере перемещения игроков по дереву игры в обратном направлении обратные рассуждения исключают все нецелесообразные стратегии, в том числе недостоверные угрозы или обещания, в результате чего совокупность действий, предпринятых в конечном счете, представляет собой совершенное равновесие подыгры. Следовательно, в контексте данной книги совершенное равновесие подыгры — это просто еще одно замысловатое название равновесия обратных рассуждений. На более продвинутых уровнях теории игр, где игры включают в себя сложные структуры данных и информационные множества, совершенное равновесие подыгры имеет более глубокий смысл.

4. Игры с тремя участниками

До сих пор мы обсуждали в данной главе только игры с двумя участниками, каждый из которых делает по два хода. Однако эти же методы применимы и к более крупным и общим играм. Мы проиллюстрируем это на примере игры «уличный сад» из главы 3. В частности, 1) изменим правила игры с последовательного на одновременное выполнение ходов, а также 2) сохраним последовательные ходы, но покажем и проанализируем игру в стратегической форме. Сначала мы воспроизведем дерево игры с последовательными ходами (рис. 3.6) на рис. 6.10 и напомним вам о равновесии обратных рассуждений.

Равновесная стратегия Эмили, делающей первый ход, — просто «не вносить вклад». Участница игры, которая ходит второй, выбирает из четырех возможных стратегий (выбор из двух ответных ходов в двух узлах) и останавливается на стратегии «не вносить вклад» (Н), если Эмили выбрала стратегию «внести вклад», и на стратегии «внести вклад» (В), если Эмили выбрала стратегию «не вносить вклад», или в сокращенном виде «Н, если В; В, если Н», или даже просто «НВ». В распоряжении Талии 16 возможных стратегий (выбор из двух ответных ходов в каждом из четырех узлов), а ее равновесная стратегия — «Н после В Эмили и Н Нины, Н после их ВН, Н после их НВ и Н после их НН», или сокращенно «НВВН».

Не забывайте о причине такого выбора. У участницы игры, делающей ход первой, есть возможность выбрать вариант «не вносить вклад», зная, что две другие

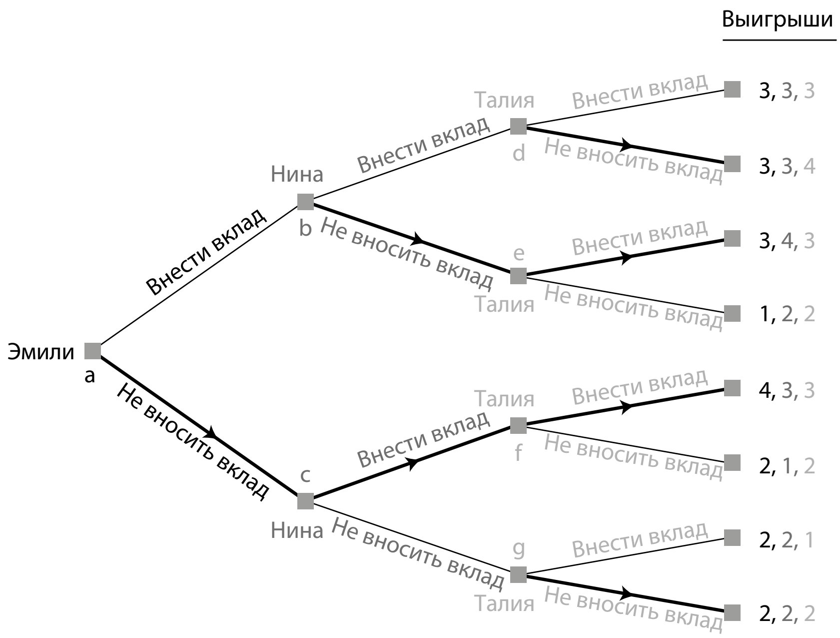


Рис. 6.10. Игра «уличный сад» с последовательными ходами

участницы поймут, что без их вклада сада не будет, а они хотят его достаточно сильно для того, чтобы инвестировать в его создание.

Теперь давайте изменим правила игры таким образом, чтобы сделать ее игрой с одновременными ходами. (В главе 4 мы решили версию этой игры с одновременными ходами, получив несколько иные выигрыши; здесь мы используем выигрыши из главы 3.) Матрица выигрышей представлена на рис. 6.11. Анализ наилучших ответов позволяет без труда определить, что в этой игре четыре равновесия Нэша.

В трех равновесиях Нэша игры с одновременными ходами две ее участницы вносят вклад, тогда как третья нет. Эти равновесия аналогичны равновесию

Талия выбирает:

Внести вклад

		Нина	
		Внести вклад	Не вносить вклад
Эмили	Внести вклад	3, 3, 3	3, 4, 3
	Не вносить вклад	4, 3, 3	2, 2, 1

Не вносить вклад

		Нина	
		Внести вклад	Не вносить вклад
Эмили	Внести вклад	3, 3, 4	1, 2, 2
	Не вносить вклад	2, 1, 2	2, 2, 2

Рис. 6.11. Игра «уличный сад» с одновременными ходами

обратных рассуждений в игре с последовательными ходами. По существу, каждое из них соответствует равновесию обратных рассуждений в последовательной игре с определенным порядком выполнения ходов. Кроме того, любой заданный порядок ходов в последовательной версии игры дает одну и ту же таблицу выигрышей игры с одновременными ходами.

Но в данном случае есть и четвертое равновесие Нэша, при котором ни одна из участниц игры не вносит вклад в создание сада. Принимая во внимание выбор двух других участниц игры (а именно — «не вносить вклад»), один игрок не в силах создать красивый сад и по этой причине тоже останавливается на варианте «не вносить вклад». Таким образом, при переходе от последовательных к одновременным ходам преимущество первого хода утрачивается. При этом возникают несколько равновесий, но лишь в одном из них сохраняется высокий выигрыш участницы игры, сделавшей первый ход в самом начале.

Далее мы вернемся к версии игры с последовательными ходами (первой ходит Эмили, второй Нина, третьей Талия), но представим ее в нормальной или стратегической форме. В игре с последовательными ходами у Эмили две чистые стратегии, у Нины 4, а у Талии 16; это подразумевает построение таблицы выигрышей 2 на 4 на 16. При использовании тех же соглашений, что и при построении таблиц для игры с тремя участниками в главе 4, для отображения данной игры понадобилась бы таблица с 16 «страницами» таблиц выигрышей два на четыре. Это слишком громоздко, поэтому мы предпочли переставить участниц игры. Пусть Талии соответствуют строки, Нине столбцы, а Эмили страницы. Тогда все, что нужно для представления данной игры, — это таблица 16 на 4 на 2, показанная на рис. 6.12. Порядок отображения выигрышей по-прежнему соответствует нашему прежнему соглашению об их перечислении в таком порядке: строка, столбец, страница; то есть в нашем примере Талия, Нина, Эмили.

Как и в игре с монетарно-фискальной политикой между ФРС и Конгрессом, в игре «уличный сад» с одновременными ходами множество равновесий Нэша (в упражнении **S8** мы предложим вам их найти) и только одно совершенное равновесие подыгры, соответствующее равновесию обратных рассуждений, найденное на рис. 6.11. Хотя анализ наилучших ответов действительно позволяет отыскать все равновесия Нэша, итеративное исключение доминируемых стратегий может сократить совокупность равновесий до разумного количества, необходимого в данном случае. Такой процесс эффективен, поскольку позволяет определить стратегии, включающие недостоверные элементы (такие как «высокие ставки всегда» в случае ФРС в разделе 3.Б). Оказывается, исключение стратегий способно в итоге привести к получению единственного совершенного равновесия подыгры.

	Эмили							
	Внести вклад				Не вносить вклад			
	Нина				Нина			
Талия	ВВ	ВН	НВ	НН	ВВ	ВН	НВ	НН
ВВВВ	3, 3, 3	3, 3, 3	3, 4, 3	3, 4, 3	3, 3, 4	1, 2, 2	3, 3, 4	1, 2, 2
ВВВН	3, 3, 3	3, 3, 3	3, 4, 3	3, 4, 3	3, 3, 4	2, 2, 2	3, 3, 4	2, 2, 2
ВВНВ	3, 3, 3	3, 3, 3	3, 4, 3	3, 4, 3	2, 1, 2	1, 2, 2	2, 1, 2	1, 2, 2
ВНВВ	3, 3, 3	3, 3, 3	2, 2, 1	2, 2, 1	3, 3, 4	1, 2, 2	3, 3, 4	1, 2, 2
НВВВ	4, 3, 3	4, 3, 3	3, 4, 3	3, 4, 3	3, 3, 4	1, 2, 2	3, 3, 4	1, 2, 2
ВВНН	3, 3, 3	3, 3, 3	3, 4, 3	3, 4, 3	2, 1, 2	2, 2, 2	2, 1, 2	2, 2, 2
ВННВ	3, 3, 3	3, 3, 3	2, 2, 1	2, 2, 1	2, 1, 2	1, 2, 2	2, 1, 2	1, 2, 2
ННВВ	4, 3, 3	4, 3, 3	2, 2, 1	2, 2, 1	3, 3, 4	1, 2, 2	3, 3, 4	1, 2, 2
ВНВН	3, 3, 3	3, 3, 3	2, 2, 1	2, 2, 1	3, 3, 4	2, 2, 2	3, 3, 4	2, 2, 2
НВНВ	4, 3, 3	4, 3, 3	3, 4, 3	3, 4, 3	2, 1, 2	1, 2, 2	2, 1, 2	1, 2, 2
НВВН	4, 3, 3	4, 3, 3	3, 4, 3	3, 4, 3	3, 3, 4	2, 2, 2	3, 3, 4	2, 2, 2
ВННН	3, 3, 3	3, 3, 3	2, 2, 1	2, 2, 1	2, 1, 2	2, 2, 2	2, 1, 2	2, 2, 2
НВНН	4, 3, 3	4, 3, 3	3, 4, 3	3, 4, 3	2, 1, 2	2, 2, 2	2, 1, 2	2, 2, 2
ННВН	4, 3, 3	4, 3, 3	2, 2, 1	2, 2, 1	3, 3, 4	2, 2, 2	3, 3, 4	2, 2, 2
НННВ	4, 3, 3	4, 3, 3	2, 2, 1	2, 2, 1	2, 1, 2	1, 2, 2	2, 1, 2	1, 2, 2
НННН	4, 3, 3	4, 3, 3	2, 2, 1	2, 2, 1	2, 1, 2	2, 2, 2	2, 1, 2	2, 2, 2

Рис. 6.12. Игра «уличный сад» в стратегической форме

На рис. 6.12 мы начинаем с Талии и исключаем все ее (слабо) доминируемые стратегии. В результате остается только указанная в одиннадцатой строке таблицы, НВВН, которую мы уже вычислили как равновесную, полученную методом обратных рассуждений. Далее мы можем перейти к исключению стратегий Нины, для чего понадобится сравнить исходы, полученные в ходе выбора стратегий, на обеих страницах таблицы. Например, для того чтобы сравнить стратегии Нины ВВ и ВН, необходимо посмотреть на выигрыши, связанные с ВВ *на обеих страницах* таблицы, и сравнить их с найденными аналогичным способом выигрышами от стратегии ВН. В случае Нины процесс исключения стратегий оставляет ей только стратегию НВ, она и есть равновесная, полученная методом обратных рассуждений выше. И наконец, Эмили нужно всего лишь сравнить две оставшиеся ячейки, связанные с ее выбором «не вносить вклад» и «внести вклад». Эмили получит самый высокий выигрыш, сыграв вариант «не вносить вклад», что она и делает. Как и раньше, мы нашли равновесную стратегию методом обратных рассуждений.

Таким образом, единственный исход в виде совершенного равновесия подыгры соответствует той ячейке таблицы игры на рис. 6.12, которая связана со стратегиями равновесия обратных рассуждений каждого игрока. Обратите внимание, что процесс итеративного исключения стратегий, приводящий нас к совершенному равновесию подыгры, выполняется посредством анализа действий игроков в обратном порядке по сравнению с фактическим ходом игры. Этот порядок соответствует тому, в котором действия игроков анализируются в ходе применения метода обратных рассуждений, что позволяет нам исключать именно те стратегии каждого игрока, которые не согласуются с равновесием обратных рассуждений. При этом мы исключаем из рассмотрения все равновесия Нэша, не являющиеся совершенными равновесиями подыгры.

Резюме

Многие игры включают в себя множество различных элементов, одни подразумевают одновременное выполнение ходов, тогда как другие сводятся к их последовательному выполнению. Для иллюстрации *двухэтапных* (и многоэтапных) игр можно использовать своего рода «дом на дереве»: такая схема позволяет идентифицировать различные этапы игры и связи между ними. Полноценные игры, возникающие на более поздних этапах игры, называются *подыграми* полной игры.

Изменение правил игры в целях изменения времени выполнения ходов может повлиять (или нет) на равновесный исход игры. Игры с одновременными ходами, преобразованные таким образом, чтобы ходы выполнялись последовательно, могут иметь такой же исход (при наличии у обоих игроков доминирующих стратегий), преимущество первого или второго хода, и обеспечивать более благоприятный исход для обоих игроков. Как правило, в последовательной версии игры с одновременными ходами есть единственное равновесие обратных рассуждений, даже если в ее одновременной версии равновесий нет вообще или, наоборот, их множество. Точно так же в игре с последовательными ходами, имеющей единственное равновесие обратных рассуждений, может быть несколько равновесий Нэша, когда правила игры меняются таким образом, чтобы превратить ее в игру с одновременными ходами.

Игры с одновременными ходами можно представить в виде дерева игры, собрав узлы принятия решений в *информационные множества*, когда игроки принимают решения, не зная о том, в каком именно узле они окажутся. Точно так же игры с последовательными ходами можно проиллюстрировать с помощью таблицы игры, но при этом необходимо точно определить всю совокупность стратегий, имеющихся в распоряжении каждого игрока. В процессе решения игры с последовательными ходами, представленной в стратегической форме, можно найти множество равновесий Нэша. Их количество можно сократить, воспользовавшись критерием *достоверности* для исключения некоторых стратегий как потенциально равновесных. Данный процесс позволяет отыскать совершенное равновесие подыгры в игре с последовательными ходами. Все эти процедуры поиска решения применимы и к играм с участием большего количества игроков.

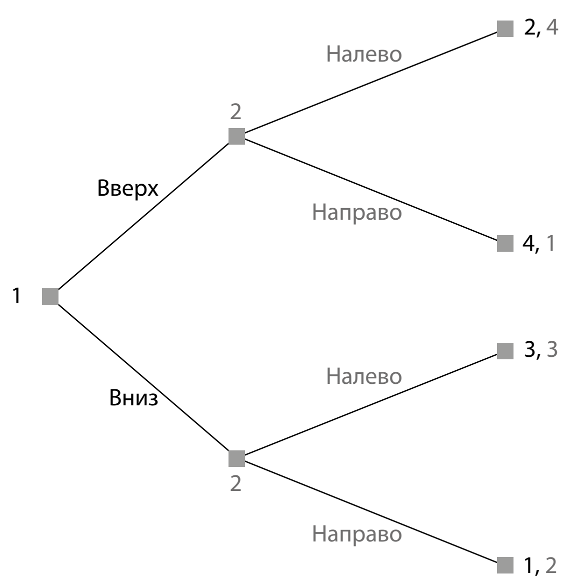
Ключевые термины

Достоверность
Информационное множество
Неравновесные подыгры
Неравновесные пути игры
Подыгра
Продолжение стратегии
Совершенное равновесие подыгры

Упражнения с решениями

S1. Рассмотрите игру с одновременными ходами с участием двух игроков, в которой нет равновесия Нэша в чистых стратегиях, представленную на рис. 4.13 в главе 4. Если бы эта игра была преобразована в игру с последовательными ходами, вы бы ожидали появления в ней преимущества первого и второго хода или ни одного из них? Объясните логику своих рассуждений.

S2. Рассмотрите игру, представленную в виде дерева игры ниже. Игрок, делающий ход первым (Игрок 1), может выбрать ход либо «вверх», либо «вниз»,



после чего Игрок 2 может выбрать «налево» или «направо» . Выигрыши в случае возможных исходов указаны в концевых узлах дерева. Изобразите эту игру в стратегической форме (в виде таблицы). Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях. Если их несколько, укажите, какое из них представляет собой совершенное равновесие подыгры. Для равновесий, не являющихся таковыми, определите причину (источник отсутствия достоверности).

S3. Рассмотрите игру между Airbus и Boeing, описанную в упражнении **S4** в главе 3. Представьте ее в стратегической форме и определите все равновесия Нэша. Какое из них представляет собой совершенное равновесие подыгры? Для равновесий, не являющихся таковыми, определите источник отсутствия достоверности.

S4. Вернитесь к дереву игры с двумя участниками, приведенному в пункте a упражнения **S2** в главе 3.

a) Изобразите эту игру в стратегической форме, где Страшиле соответствуют строки, а Железному Дровосеку — столбцы.

b) Найдите равновесие Нэша.

S5. Вернитесь к дереву игры с двумя участниками, приведенному в пункте b упражнения **S2** в главе 3.

a) Представьте эту игру в стратегической форме. (Подсказка: используйте решение упражнения **S2** в главе 3.) Найдите все равновесия Нэша (их будет много).

b) Для равновесий, найденных в пункте a, которые не являются совершенными равновесиями подыгры, определите проблемы с достоверностью.

S6. Вернитесь к дереву игры с тремя участниками, приведенному в пункте c упражнения **S2** в главе 3.

a) Составьте таблицу этой игры. Сделайте Страшилу игроком, которому соответствуют строки, Железному Дровосеку — столбцы, а Льву — страницы. (Подсказка: используйте решение упражнения **S2** в главе 3.) Найдите все равновесия Нэша (их будет много).

b) Определите проблемы с достоверностью для равновесий, найденных в пункте a, которые не являются совершенными равновесиями подыгры.

S7. Рассмотрим упрощенную версию игры в бейсбол между питчером и бэттером*. Питчер выбирает между такими типами подач, как фастбол (прямая подача с большой скоростью полета мяча) и керв (более медленная подача с сильным вращением), тогда как бэттер решает, какой подачи питчера ему следует ожидать. У бэттера есть преимущество, если он правильно определит

* Питчер — игрок защищающейся команды, подающий мяч; бэттер — игрок команды нападения, отбивающий мяч питчера битой. *Прим. ред.*

тип подачи. В этой игре с нулевой суммой выигрыш бэттера — вероятность того, что он получит хит и достигнет первой базы. Выигрыш питчера — вероятность того, что бэттеру не удастся получить хит и добежать до базы, что равно единице минус выигрыш бэттера. Вот четыре возможных исхода игры:

3. Если питчер бросает фастбол, а бэттер ожидает фастбол, вероятность хита 0,300.
4. Если питчер бросает фастбол, а бэттер ожидает керв, вероятность хита 0,200.
5. Если питчер бросает керв, а бэттер ожидает керв, вероятность хита 0,350.
6. Если питчер бросит керв, а бэттер ожидает фастбол, вероятность хита 0,150.

Предположим, питчер «делает подсказки» относительно своих подач, то есть держит мяч, занимает позицию или что-то еще выполняет так, чтобы сообщить бэттеру, какую подачу он собирается сделать. В нашем контексте это означает, что игра между питчером и бэттером — это игра с последовательными ходами, в которой питчер объявляет о своем выборе подачи до выбора бэттером стратегии.

a) Представьте эту ситуацию в виде дерева игры.
b) Предположим, питчер знает, что делает подсказки по поводу подач, но не может удержаться от таких действий. Следовательно, питчер и бэттер играют в игру, дерево которой вы только что нарисовали. Найдите в ней равновесие обратных рассуждений.
c) Теперь измените время выполнения ходов в игре так, чтобы уже бэттеру пришлось раскрывать свои действия (возможно, меняя свою позицию отбивания), прежде чем питчер выберет тип подачи. Нарисуйте дерево игры для этой ситуации и найдите равновесие обратных рассуждений.

Теперь допустим, что каждый игрок делает подсказки настолько быстро, что ни один из них не успевает на них отреагировать, а значит, фактически это игра с одновременными ходами.

d) Нарисуйте дерево игры, представляющее ее как одновременную, отметив информационные множества там, где необходимо.
e) Составьте таблицу этой игры с одновременными ходами. Есть ли в ней равновесие Нэша в чистых стратегиях? Если да, назовите его.

S8. Игру «уличный сад», проанализированную в разделе 4 данной главы, можно отобразить в виде таблицы игры 16 на 4 на 2, если версия игры с последовательным выполнением ходов представлена в стратегической форме, как на рис. 6.12. В этой таблице *много* равновесий Нэша.

a) Используйте анализ наилучших ответов, чтобы найти все равновесия Нэша в таблице игры на рис. 6.12.

b) Определите совершенное равновесие подыгры во всей совокупности равновесий Нэша. Другие равновесные исходы игры напоминают совершенное равновесие подыгры (поскольку обеспечивают каждой из трех участниц игры те же выигрыши), однако появляются после различных комбинаций стратегий. Объясните, почему так происходит. Опишите проблемы с достоверностью, возникающие в случае равновесий, не являющихся совершенными равновесиями подыгры.

S9. На рис. 6.1 двухэтапная игра между компаниями CrossTalk и GlobalDialog представлена в виде сочетания таблиц и деревьев. Изобразите всю эту двухэтапную игру в виде одного большого дерева игры. Не забудьте указать, какой игрок в каждом узле принимает решение, и нарисуйте информационные множества между узлами там, где это необходимо.

S10. Вспомните последовательную игру с тремя участниками о размещении магазинов в торговых центрах, описанную в упражнении **S9** в главе 3. Ее дерево напоминает дерево игры «уличный сад», показанное на рис. 6.10.

a) Нарисуйте дерево игры с размещением магазинов в торговых центрах. Сколько стратегий есть в распоряжении каждого магазина?

b) Проиллюстрируйте игру в стратегической форме и найдите в ней все равновесия Нэша в чистых стратегиях.

c) Используйте итеративное доминирование для поиска совершенного равновесия подыгры. (Подсказка: перечитайте два последних абзаца раздела 4.)

S11. Согласно правилам игры с размещением магазинов в торговых центрах, проанализированной в упражнении **S10**, когда все три магазина запрашивают торговую площадь в торговом центре Urban Mall, два самых крупных (и самых престижных) из них получают ее. Кроме того, в исходной версии игры предусматривается, что компании, пытающиеся получить торговую площадь в торговых центрах, ходят последовательно.

a) Допустим, три компании подают запросы на предоставление торговой площади одновременно. Составьте таблицу выигрышей для этой версии игры и найдите все равновесия Нэша. Какие из них, по вашему мнению, скорее всего будут выбраны на практике? Обоснуйте свой вывод.

Теперь предположим, что все три магазина одновременно отправляют запрос в Urban Mall, а два имеющихся помещения распределяются посредством лотереи, что дает каждому магазину равные шансы на получение торговой площади в Urban Mall. При такой схеме вероятность каждого магазина попасть в Urban Mall составляла бы две трети (или 66,67 процента), если бы все три магазина отправили запросы, а вероятность оказаться в одиночестве в Rural Mall — одну треть (33,33 процента).

b) Постройте таблицу новой версии одновременной игры с размещением магазинов в торговых центрах. Найдите в ней все равновесия Нэша. Какие из них, по вашему мнению, будут выбраны на практике с наибольшей вероятностью? Обоснуйте свой вывод.

c) Сравните и проведите различие между равновесиями, найденными в пункте b и a. Вы получили одни и те же равновесия Нэша? Почему да или почему нет?

S12. Вернитесь к игре между Моникой и Нэнси из упражнения **S10** в главе 5. Допустим, они выбирают количество усилий последовательно, а не одновременно. Моника делает выбор первой, а Нэнси, узнав об этом, также делает выбор.

a) Найдите совершенное равновесие подыгры, при котором общая прибыль определяется по формуле $4m + 4n + mn$, затраты Моники и Нэнси, связанные с вложением усилий, составляют m^2 и n^2 соответственно, и Моника принимает решение о количестве усилий первой.

b) Сравните выигрыши Моники и Нэнси с выигрышами, вычисленными в упражнении **S10** в главе 5. В этой игре присутствует преимущество первого или второго хода? Обоснуйте свой ответ.

S13. В расширенном варианте упражнения **S12** Монике и Нэнси необходимо решить, кто из них выберет количество усилий в первую очередь. Для этого каждая из них пишет на листке бумаги, будет ли она делать это первой. Если обе напишут «да» или «нет», значит, им предстоит выбирать количество усилий одновременно, как в упражнении **S10** в главе 5. Если Моника напишет «да», а Нэнси «нет», то Моника будет первой принимать решение о количестве усилий, как в упражнении **S12**. Если Моника напишет «нет», а Нэнси «да», тогда Нэнси первой примет решение.

a) На основании выигрышей Моники и Нэнси, полученных в упражнении **S12** выше, а также в упражнении **S10** в главе 5, постройте таблицу для первого этапа игры в принятие решений. (Подсказка: обратите внимание на симметричность игры.)

b) Найдите равновесия Нэша в чистых стратегиях на первом этапе игры.

Упражнения без решений

U1. Рассмотрим игру с участием двух игроков, А и Б. Игрок А ходит первым и выбирает либо «вверх», либо «вниз». Если игрок А выберет «вверх», игра завершится и каждый получит выигрыш 2. Если игрок А сыграет «вниз», наступит очередь игрока Б делать ход, выбрав один из двух вариантов — «налево» или «направо». Если Б выберет «налево», оба игрока получат выигрыш 0, если «направо», игрок А получит выигрыш 3, а игрок Б — выигрыш 1.

a) Нарисуйте дерево этой игры и найдите совершенное равновесие подыгры.

b) Представьте эту игру с последовательными ходами в стратегической форме и отыщите все равновесия Нэша. Какое из них будет совершенным равновесием подыгры? Если таковых нет, объясните почему.

c) Какой метод решения можно было бы использовать для поиска совершенного равновесия подыгры на основании стратегической формы игры? (Подсказка: перечитайте два последних абзаца раздела 4.)

U2. Вернитесь к дереву игры с двумя участниками в пункте a упражнения **U2** в главе 3.

a) Опишите игру в стратегической форме, где Альбусу соответствуют строки, а Минерве — столбцы. Найдите все равновесия Нэша.

b) Выявите проблемы с достоверностью для равновесий, найденных в пункте a данного упражнения, которые не будут совершенными равновесиями подыгры.

U3. Вернитесь к дереву игры с двумя участниками в пункте b упражнения **U2** в главе 3.

a) Опишите игру в стратегической форме. Найдите все равновесия Нэша.

b) Выявите проблемы с достоверностью для равновесий, найденных в пункте a данного упражнения, которые не будут совершенными равновесиями подыгры.

U4. Вернитесь к дереву игры с двумя участниками в пункте a упражнения **U2** в главе 3.

a) Составьте таблицу этой игры, в которой Альбусу соответствуют строки, Минерве — столбцы, а Северусу — страницы. Найдите все равновесия Нэша.

b) Выявите проблемы с достоверностью для равновесий, найденных в пункте a, которые не будут совершенными равновесиями подыгры.

U5. Рассмотрим отрасль по производству колы, в которой Coke и Pepsi — две ведущие компании (для простоты анализа просто забудем об остальных). Объем рынка составляет 8 миллиардов долларов. Каждая компания решает, рекламировать ли ей свою продукцию; если да, то реклама обойдется в 1 миллиард долларов. Если одна компания будет размещать рекламу, а другая нет, то первая компания захватит весь рынок. Если обе компании будут рекламировать свою продукцию, они разделят рынок поровну и понесут расходы на рекламу. Если обе компании не будут размещать рекламу, они разделят рынок поровну без расходов на рекламу.

a) Составьте таблицу выигрышей для этой игры и найдите равновесие в случае, если обе компании ходят одновременно.
b) Постройте дерево игры исходя их предположения, что ходы в ней выполняются последовательно: первой ходит Coke, а затем Pepsi.
c) Будет ли любое из равновесий, найденных в пунктах a и b, более выгодным по сравнению с общей перспективой для Coke и Pepsi? Как обе компании могли бы добиться большего?

U6. На участке вдоль пляжа отдыхают 500 детей, разделенных на пять кластеров, по 100 детей в каждом. (Обозначим их А, Б, В, Г, Д.) Два торговца мороженым одновременно решают, где разместить свои торговые точки по его продаже. Они должны выбрать точное местоположение одного из кластеров.

Если в одном кластере есть один торговец, мороженое купят все 100 детей, входящие в состав этого кластера. Для кластеров без торговца мороженым 50 из 100 детей захотят пойти к торговой точке, находящейся на расстоянии в один кластер, 20 детей захотят пойти к точке, расположенной на расстоянии в два кластера, и никто не пожелает преодолевать ради мороженого расстояние в три и более кластеров. Мороженое быстро тает, поэтому дети, которые все же отправятся за ним, не смогут купить его и для тех, кто остался на месте.

Если оба торговца мороженым выберут один и тот же кластер, каждый получит 50 процентов доли от общего спроса на мороженое. Если они предпочтут разные кластеры, то те дети (остающиеся на месте или ушедшие за мороженым), к которым один торговец находится ближе, чем к другим, отправятся к нему, а дети, находящиеся на равном расстоянии от двух торговцев, разделятся между ними поровну. Каждый торговец стремится максимально увеличить объем продаж.

a) Составьте таблицу выигрышей пять на пять для игры в местоположение торговцев мороженым; приведенные ниже исходные данные помогут вам начать и проверить правильность своих расчетов:
   - если оба торговца решают разместить свои торговые точки в кластере А, каждый из них продаст 85 единиц продукции;
   - если первый торговец выберет кластер Б, а второй кластер В, первый продаст 150, а второй 170 единиц продукции;

– если первый торговец выберет кластер Д, а второй кластер Б, первый продаст 150, а второй 200 единиц продукции.

b) Исключите как можно больше доминируемых стратегий.

c) В оставшихся ячейках таблицы найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях.

d) Если преобразовать эту игру в игру с последовательными ходами, в которой первый торговец выбирает место первым, а второй вторым, то каким будет местоположение торговых точек и какой объем продаж будет получен в результате совершенного равновесия подыгры? Как изменение времени выполнения ходов помогает участникам игры решить проблему координации, о которой идет речь в пункте c?

U7. Вернитесь к игре между тремя львами в римском Колизее, представленной в упражнении **S8** в главе 3.

a) Опишите ее в стратегической форме, где льву 1 соответствуют строки, льву 2 столбцы, а льву 3 страницы.

b) Найдите равновесия Нэша в этой игре. Сколько их вы нашли?

c) Вы должны были обнаружить равновесия Нэша, которые не будут совершенными равновесиями подыгры. Какой лев представляет недостоверные угрозы в случае каждого из этих равновесий? Объясните свою точку зрения.

U8. Предположим, что в игре с размещением магазинов в торговых центрах (из упражнения **S9** главы 3 и **S10** в данной главе) ходы выполняются последовательно, но в другом порядке: Big Giant, затем Titan, а затем Frieda's.

a) Нарисуйте новое дерево игры.

b) Найдите совершенное равновесие подыгры этой игры. Чем оно отличается от совершенного равновесия подыгры, полученного в упражнении **S9** в главе 3?

c) Опишите новую версию игры в стратегической форме.

d) Найдите все равновесия Нэша в этой игре. Сколько их? Как это соотносится с количеством равновесий, найденных в упражнении **S10** в данной главе?

U9. Вернитесь к игре между Моникой и Нэнси из упражнения **U10** в главе 5. Допустим, они выбирают количество усилий последовательно, а не одновременно. Моника делает это первой, а Нэнси, узнав об этом решении, также выбирает количество усилий.

a) Найдите совершенное равновесие подыгры, при котором общая прибыль определяется по формуле $5m + 4n + mn$, затраты Моники и Нэнси, связанные с вложением усилий, составляют m^2 и n^2 соответственно и Моника принимает решение о количестве усилий первой.

b) Сравните выигрыши Моники и Нэнси с выигрышами, вычисленными в упражнении **S10** в главе 5. В этой игре есть преимущество первого или второго хода?

c) Воспользовавшись той же функцией общей прибыли, что и в пункте a, найдите совершенное равновесие подыгры для игры, в которой Нэнси первой принимает решение о количестве усилий.

U10. В расширенном варианте упражнения **U9** Монике и Нэнси необходимо решить, кто из них выберет количество усилий в первую очередь. Для этого каждая пишет на листке бумаги, будет ли она принимать решение первой. Если обе напишут «да» или «нет», им предстоит выбирать количество усилий одновременно, как в упражнении **U10** в главе 5. Если Моника напишет «да», а Нэнси «нет», то они сыграют в игру, представленную в пункте a упражнения **U9**. Если Моника напишет «нет», а Нэнси «да», то они сыграют в игру из пункта c.

a) На основании выигрышей Моники и Нэнси, полученных в упражнении **U9** выше, а также в упражнении **U10** в главе 5, составьте таблицу для первого этапа игры в принятие решений.

b) Найдите равновесия Нэша в чистых стратегиях на первом этапе игры.

U11. В отдаленном городке Сент-Джеймс две компании, Bilge и Chem, конкурируют на рынке безалкогольных напитков (Coke и Pepsi пока на этом рынке нет). Bilge и Chem продают идентичную продукцию, а так как их продукт — жидкость, у них есть возможность выпускать его в более мелких емкостях. Поскольку на данном рынке представлены только эти две компании, цена товара P (в долларах) определяется по формуле $P = (30 - Q_B - Q_C)$, где Q_B — количество продукции, выпускаемой Bilge, а Q_C — количество продукции Chem (в обоих случаях оно измеряется в литрах). В настоящее время обе компании рассматривают возможность инвестиций в новое оборудование для разлива напитков в бутылки, которое позволит сократить переменные издержки.

3. Если компания j решит не инвестировать, ее затраты составят $C_j = Q^2_j/2$, где j обозначает либо B (Bilge), либо C (Chem).
4. Если компания j решит инвестировать, ее затраты составят $C_j = 20 + Q^2_j/6$, где j обозначает либо B (Bilge), либо C (Chem). Эта новая функция издержек отображает фиксированную стоимость оборудования (20), а также более низкие переменные издержки.

Две компании принимают решения об инвестициях одновременно, но выигрыш в этой игре в инвестиции будет зависеть от игр в дуополию, которые возникнут впоследствии. Следовательно, игра состоит из двух этапов: сначала принять решение об инвестициях, а затем играть в дуополию.

a) Предположим, обе компании решают инвестировать. Запишите функции их прибыли, выраженные через Q_B и Q_C, и найдите с их помощью равновесия Нэша в игре с определением количества. Чему равны количество и прибыль обеих компаний при таком равновесии? Какова рыночная цена?
b) Допустим, обе компании решают не инвестировать. Чему равно количество продукции и прибыль обеих компаний при таком равновесии? Какова рыночная цена?
c) Теперь предположим, что компания Bilge решает инвестировать, а Chem — нет. Чему равно количество продукции и прибыль обеих компаний при таком равновесии? Какова рыночная цена?
d) Составьте таблицу два на два для игры в инвестиции между этими компаниями. В распоряжении каждой из них есть две стратегии: «инвестировать» и «не инвестировать». Выигрыши компаний — их прибыль, вычисленная в пунктах a, b и c. (Подсказка: обратите внимание на симметричность игры.)
e) Есть ли совершенное равновесие подыгры в этой двухэтапной игре в целом?

U12. Два французских аристократа, шевалье Шагрин и маркиз де Ренар, дерутся на дуэли. У каждого пистолет заряжен одной пулей. Находясь на расстоянии 10 шагов, они начинают идти навстречу друг другу, перемещаясь с одинаковой скоростью, по 1 шагу за один раз. После каждого шага один из них может выстрелить. Когда один из дуэлянтов стреляет, вероятность попасть в цель зависит от расстояния. После k шагов она составляет $k/5$, а значит, повышается с 0,2 после первого шага до 1 (определенность) после 5 шагов, когда соперники находятся напротив друг друга. Если один игрок выстрелит и промахнется, тогда как другому еще предстоит сделать выстрел, оба должны продолжать движение даже несмотря на то, что того, кто уже не может стрелять, ждет неминуемая смерть, — таковы правила кодекса чести аристократии. Каждый игрок получает выигрыш –1, если он сам будет убит, и 1, если будет убит его соперник. Если оба останутся живы или оба будут убиты, каждый получит выигрыш 0.

Это игра с пятью последовательными шагами и одновременными ходами (стрелять или не стрелять) на каждом шаге. Найдите совершенное равновесие подыгры в этой игре.

Подсказка: начните с шага 5, когда дуэлянты стоят прямо напротив друг друга. Составьте таблицу два на два для игры с одновременными ходами на этом этапе и найдите равновесие Нэша. Теперь перейдите к шагу 4, где вероятность попасть в цель составляет 4/5, или 0,8 для каждого игрока. Составьте таблицу два на два для игры с одновременными ходами на этом этапе, правильно указав в соответствующей ячейке, что произойдет в дальнейшем. Например, если один игрок стреляет и промахивается, а другой не стреляет, то другой подождет, пока сможет сделать пятый шаг, и точно попадет в цель. Если ни один из игроков не стреляет, тогда игра перейдет на следующий этап, по которому вы уже нашли равновесие. С помощью всей этой информации определите выигрыши в таблице два на два на шаге 4 и найдите равновесие Нэша на этом этапе. Для поиска равновесных стратегий всей игры проанализируйте оставшиеся шаги в обратном порядке.

U13. Опишите пример конкуренции между компаниями, аналогичный по своей структуре дуэли из упражнения **U12**.

7 Игры с одновременными ходами: смешанные стратегии

В ходе анализа игр с одновременными ходами в главе 4 мы столкнулись с целым классом игр, нерешаемых посредством описанных там методов. Дело в том, что в играх этого класса нет равновесий Нэша в чистых стратегиях, и для того чтобы определить исход таких игр, необходимо расширить концепции стратегии и равновесий. Это можно сделать с помощью рандомизации ходов, которая и будет в центре внимания в данной главе.

Рассмотрим игру в розыгрыш очка в теннисе, описанную в конце главы 4. Это игра с нулевой суммой, в которой интересы двух теннисисток прямо противоположны. Эверт стремится направить обводящий удар в любую сторону — по линии (ПЛ) или по диагонали (ПД), — не прикрытую Навратиловой, тогда как Навратилова старается прикрыть именно ту сторону, в которую Эверт сделает удар. В главе 4 мы отметили, что в такой ситуации Навратилова сможет использовать любой системный выбор Эверт себе на пользу, а значит, во вред Эверт. Со своей стороны, Эверт может использовать любой системный выбор Навратиловой. Для того чтобы этого избежать, каждая теннисистка пытается держать соперницу в неведении с помощью бессистемных или случайных действий.

Однако хаотичность действий не означает выбора каждого типа удара в половине случаев или их чередование. Чередование ударов уже само по себе было бы системным действием, которое можно использовать, поэтому случайная комбинация действий в соотношении 60 на 40 или 75 на 25 (в зависимости от ситуации) может быть лучше, чем 50 на 50. В данной главе мы рассмотрим методы расчета наилучшей комбинации ходов, а также обсудим, как эта теория поможет нам понять фактический ход таких игр.

Наш метод вычисления лучшей комбинации применим также к играм с ненулевой суммой. Однако в них интересы игроков частично совпадают, поэтому когда игрок Б использует системный выбор игрока А с выгодой для себя, это не всегда вредит игроку А. Следовательно, в играх с ненулевой суммой логика действий, согласно которой другого игрока следует держать в неведении, более слабая или вообще отсутствует. Мы поговорим о том, имеют ли равновесия в смешанных стратегиях смысл в таких играх и когда именно это происходит.

Начнем главу с анализа смешивания стратегий в играх два на два, а также с самого прямого метода поиска наилучших ответов и равновесия в смешанных стратегиях. Многие концепции и методы, которые мы сформулируем в разделе 2, сохранят свою актуальность и в более общих играх, а в разделах 6 и 7 их область применения распространится на игры, участники которых могут иметь свыше двух чистых стратегий. В конце мы выскажем ряд общих наблюдений по поводу смешивания стратегий на практике, а также приведем некоторые эмпирические данные о том, присутствует ли такое смешивание стратегий в реальной жизни.

1. Что такое смешанная стратегия

Когда игроки предпочитают действовать бессистемно, они делают случайный выбор из имеющихся чистых стратегий. В игре в розыгрыш очка в теннисе Навратилова и Эверт выбирают одну из двух заданных чистых стратегий, ПЛ или ПД. Мы называем случайную комбинацию этих двух стратегий смешанной стратегией.

Такие смешанные стратегии охватывают целый диапазон непрерывных значений. На одном его конце вариант ПЛ может быть выбран с вероятностью 1 (гарантированно), тогда как вариант ПД не будет выбран никогда (вероятность 0); эта комбинация представляет собой чистую стратегию ПЛ. На другом конце диапазона вариант ПЛ может быть выбран с вероятностью 0, а ПД — с вероятностью 1; данная комбинация представляет собой чистую стратегию ПД. В промежутке между ними находится целое множество возможностей: ПЛ выбирается с вероятностью 75% (0,75), а ПД — 25% (0,25); или оба варианта выбираются с вероятностью 50% (0,5) каждый; или вариант ПЛ выбирается с вероятностью 1/3 (33,33...%), а ПД — 2/3 (66,66...%) и т. д.*

Выигрыши, полученные в результате применения смешанной стратегии, определяются как соответствующие значения взвешенного по вероятности среднего выигрышей от чистых стратегий, входящих в состав данной смешанной стратегии.

---

* Когда случайное событие имеет только два возможных исхода, часто говорят о шансах в пользу или против одного из них. Если обозначить два возможных исхода символами А и Б, вероятность исхода А составляет p, а вероятность исхода Б равна $(1 - p)$, тогда соотношение $p / (1 - p)$ представляет собой шансы в пользу А, а обратное соотношение $(1 - p) / p$ дает шансы против А. Следовательно, если Эверт выберет стратегию ПД с вероятностью 0,25 (25%), шансы против того, что она выберет ПД, составляют 3 к 1, а шансы в пользу этого выбора равны 1 к 3. Эта терминология часто используется в контексте игр, в которых заключаются пари, так что те из вас, кто потратил на такие игры свою молодость, должны быть лучше знакомы с этими терминами. Тем не менее такое употребление терминов не всегда распространимо на ситуации, в которых возможны три или более исхода, поэтому мы избегаем их использования в данной книге.

Например, в игре в теннис из раздела 7 главы 4 (против стратегии ПЛ Навратиловой) выигрыш Эверт от стратегии ПЛ равен 50, а от стратегии ПД 90. Следовательно, ее выигрыш от смешанной стратегии (0,75 ПЛ, 0,25 ПД) в игре против стратегии ПЛ Навратиловой составит 0,75 × 50 + 0,25 × 90 = 37,5 + 22,5 = 60. Это и есть **ожидаемый выигрыш** Эверт от данной смешанной стратегии*.

Вероятность выбора той или иной чистой стратегии — это непрерывная переменная с диапазоном значений от 0 до 1. Стало быть, смешанные стратегии — просто особый тип непрерывно меняющихся стратегий наподобие тех, которые мы изучали в главе 5. Каждая чистая стратегия — это предельный частный случай, в котором вероятность ее выбора равна 1.

Понятие равновесия Нэша также можно расширить, включив в него смешанные стратегии. Равновесие Нэша определяется как совокупность стратегий (по одной на каждого игрока), при которой выбор каждого игрока для него наилучший с точки зрения обеспечения его максимального ожидаемого выигрыша с учетом смешанных стратегий других игроков. Допустимость использования в игре смешанных стратегий автоматически и практически полностью решает проблему возможного отсутствия равновесия Нэша, с которой мы столкнулись в случае чистых стратегий. Знаменитая теорема Нэша показывает, что при самых общих условиях (достаточно широких, чтобы охватывать все игры, рассматриваемые в данной книге, и многие другие) равновесие Нэша в смешанных стратегиях существует всегда.

Таким образом, на самом обобщенном уровне включение смешанных стратегий в наш анализ не подразумевает ничего выходящего за пределы общей теории непрерывных стратегий, сформулированной в главе 5. Тем не менее частный случай смешанных стратегий действительно поднимает ряд особых концептуальных и методологических вопросов, поэтому заслуживает специального изучения.

2. Смешивание ходов

Начнем с примера игры в теннис из раздела 7 главы 4, в которой не было равновесия Нэша в чистых стратегиях, и покажем, как расширение этой концепции на смешанные стратегии позволяет устранить данный недостаток, а также объясним полученное в итоге равновесие как равновесие, при котором каждый игрок держит соперника в неведении.

* Теория игр исходит из того, что игроки должны рассчитывать и пытаться максимизировать свой ожидаемый выигрыш в случае вероятностных комбинаций стратегий или исходов игры. Мы более подробно рассмотрим этот вопрос в приложении к данной главе, а пока будем использовать данную концепцию, но с одной важной оговоркой. Слово «ожидаемый» в словосочетании «ожидаемый выигрыш» — это специальный термин из теории вероятностей и статистики, которым просто обозначается взвешенное по вероятности среднее значение. Слово «ожидаемый» не означает, что игрок должен рассчитывать на что-то как на то, что ему причитается по праву.

А. Преимущество смешивания ходов

На рис. 7.1 воспроизведена матрица выигрышей, представленная на рис. 4.14. В этой игре, если Эверт будет всегда выбирать удар по линии (ПЛ), Навратилова будет прикрывать ПЛ и удерживать выигрыш Эверт на уровне 50. Точно так же, если Эверт будет всегда выбирать удар по диагонали (ПД), Навратилова будет удерживать выигрыш Эверт на уровне 20. Если Эверт может выбирать только одну из двух базовых (чистых) стратегий, а Навратилова — спрогнозировать ее выбор, то более подходящая (или менее неподходящая) стратегия Эверт — ПЛ, обеспечивающая ей выигрыш 50.

		Навратилова	
		ПЛ	ПД
Эверт	ПЛ	50, 50	80, 20
	ПД	90, 10	20, 80

Рис. 7.1. Отсутствие равновесия в чистых стратегиях

Но допустим, Эверт не ограничена выбором только чистых стратегий и может применить смешанную стратегию, возможно, именно ту, в соответствии с которой вероятность того, что она выберет ПЛ в каком бы то ни было случае, составляет 75%, или 0,75, что означает, что вероятность того, что она выберет ПД, равна 25%, или 0,25. С помощью метода, представленного в разделе 1, можно рассчитать ожидаемый выигрыш Навратиловой при выборе Эверт такой комбинации стратегий. Он составляет:

$$0{,}75 \times 50 + 0{,}25 \times 10 = 37{,}5 + 2{,}5 = 40, \text{ если она прикроет ПЛ,}$$
$$0{,}75 \times 20 + 0{,}25 \times 80 = 15 + 20 = 35, \text{ если она прикроет ПД.}$$

Если Эверт выберет комбинацию стратегий 75 на 25, ожидаемые выигрыши показывают, что Навратилова может использовать эту комбинацию с максимальной выгодой для себя, прикрыв удар ПЛ.

Когда Навратилова выбирает ПЛ, чтобы наилучшим образом использовать комбинацию Эверт 75 на 25, это наносит Эверт ущерб, поскольку перед нами игра с нулевой суммой. Ожидаемые выигрыши Эверт составляют:

$$0{,}75 \times 50 + 0{,}25 \times 90 = 37{,}5 + 22{,}5 = 60, \text{ если Навратилова прикроет ПЛ,}$$
$$0{,}75 \times 80 + 0{,}25 \times 20 = 60 + 5 = 65, \text{ если Навратилова прикроет ПД.}$$

Выбрав ПЛ, Навратилова удержит выигрыш Эверт на уровне 60, а не 65. Но заметьте, что выигрыш Эверт при такой комбинации стратегий все равно лучше выигрыша 50 в случае использования чистой стратегии ПЛ или 20 при выборе чистой стратегии ПД*.

Комбинация стратегий в соотношении 75 на 25 позволяет Эверт повысить выигрыш по сравнению с выигрышем в чистых стратегиях, однако все же оставляет стратегию Эверт в какой-то степени открытой для того, чтобы Навратилова использовала ее с выгодой для себя. Решив прикрывать удар ПЛ, она может добиться того, что Эверт получит более низкий выигрыш, чем при выборе стратегии ПД. Эверт хотела бы найти комбинацию стратегий, защищенную от использования, то есть такую, при которой у Навратиловой не было бы очевидного варианта чистой стратегии, которую можно было бы применить против данной стратегии Эверт. Комбинация стратегий Эверт, защищенная от использования, должна обладать свойством, обеспечивающим Навратиловой один и тот же ожидаемый выигрыш, какой бы удар она ни прикрывала, ПЛ или ПД: Навратиловой должно быть безразлично, какую из двух имеющихся чистых стратегий выбрать. Мы называем это **свойством безразличия соперника**, и, как мы увидим ниже в данной главе, это ключ к равновесиям в смешанных стратегиях в ненулевых играх.

Для поиска комбинации стратегий, защищенной от использования соперником, необходимо применить более общий подход к описанию смешанной стратегии Эверт, чтобы алгебраическим путем рассчитать вероятности чистых стратегий, входящих в соответствующую смешанную стратегию. Обозначим вероятность выбора Эверт ПЛ алгебраическим символом p, тогда вероятность выбора ПД будет $1 - p$. Для краткости назовем такую совокупность p-комбинацией.

Если Эверт выберет p-комбинацию, ожидаемые выигрыши Навратиловой составят:

$$50p + 10(1 - p), \text{ если она прикроет ПЛ,}$$
$$20p + 80(1 - p), \text{ если она прикроет ПД.}$$

Для стратегии Эверт, чтобы ее p-комбинация была защищена от использования, два выигрыша Навратиловой должны быть равны, то есть $50p + 10(1 - p) = 20p + 80(1 - p)$, или $30p = 70(1 - p)$, или $100p = 70$, или $p = 0{,}7$. Таким образом,

* Не всякая смешанная стратегия гарантирует более высокий результат, чем чистые стратегии. Например, если Эверт смешает стратегии ПЛ и ПД в соотношении 50 на 50, Навратилова сможет сократить ожидаемый выигрыш Эверт до 50, то есть в точности до уровня, обеспечиваемого чистой стратегией ПЛ. А комбинация, в которой стратегии ПЛ отведено менее 30%, будет для Эверт хуже чистой стратегии ПЛ. Мы предлагаем вам проверить правильность этих утверждений как пример полезного упражнения по отработке навыков вычисления ожидаемых выигрышей и сравнения стратегий.

в комбинации стратегий Эверт, защищенной от использования, стратегия ПЛ применяется в 70% случаев, а ПД — в 30% случаев. При таких вероятностях, заданных смешанной стратегией, Навратилова получит один и тот же ожидаемый выигрыш за счет каждой из своих чистых стратегий, а значит, не сможет использовать ни одну из них с выгодой для себя (или в ущерб Эверт в игре с нулевой суммой). Ожидаемый выигрыш Эверт от смешанной стратегии составит:

$$50 \times 0{,}7 + 90 \times 0{,}3 = 35 + 27 = 62, \text{ если Навратилова прикроет ПЛ,}$$
$$80 \times 0{,}7 + 20 \times 0{,}3 = 56 + 6 = 62, \text{ если Навратилова прикроет ПД.}$$

Этот ожидаемый выигрыш лучше выигрыша 50, который Эверт получила бы при использовании чистой стратегии ПЛ, и выигрыша 60, полученного в случае комбинации 75 на 25. Теперь мы знаем, что эта смешанная стратегия защищена от использования, но является ли она оптимальной или равновесной стратегией Эверт?

Б. Наилучшие ответы и равновесие

Для того чтобы найти равновесную комбинацию стратегий в этой игре, вернемся к методу анализа наилучших ответов, описанному в главе 4, и расширим его на игры с непрерывными стратегиями наподобие тех, которые представлены в главе 5. Наша первоочередная задача — определить наилучший ответ Эверт (ее наилучший выбор вероятности p) на каждую из возможных стратегий Навратиловой. Поскольку эти стратегии также могут быть смешанными, их можно описать посредством вероятности того, что она прикроет ПЛ. Обозначим эту вероятность как q; тогда $1 - q$ — вероятность того, что Навратилова прикроет ПД. Назовем смешанную стратегию Навратиловой «q-комбинация» и попытаемся найти наилучший ответ Эверт p в случае выбора Навратиловой каждого возможного значения q.

Из таблицы выигрышей на рис. 7.1 следует, что p-комбинация Эверт обеспечивает ей такой ожидаемый выигрыш:

$$50p + 90(1 - p), \text{ если Навратилова выберет ПЛ,}$$
$$80p + 20(1 - p), \text{ если Навратилова выберет ПД.}$$

Стало быть, в случае q-комбинации Навратиловой ожидаемый выигрыш Эверт составит:

$$[50p + 90(1 - p)]q + [80p + 20(1 - p)](1 - q).$$

Перегруппировав члены выражения, получаем следующую формулу вычисления ожидаемого выигрыша Эверт:

$$[50q + 80(1 - q)]p + [90q + 20(1 - q)]\,(1 - p) =$$
$$= [90q + 20(1 - q)] + [50q + 80(1 - q) - 90q - 20(1 - q)]p =$$
$$= [20 + 70q] + [60 - 100q]p.$$

Используем этот ожидаемый выигрыш для поиска значений наилучших ответов p Эверт.

Мы пытаемся определить значение p, максимизирующее выигрыш Эверт при каждом значении q, поэтому основной вопрос состоит в том, как формула расчета ожидаемого выигрыша зависит от p. Здесь важную роль играет коэффициент перед p: $[60 -100\, q]$. В частности, имеет значение положительный он (тогда ожидаемый выигрыш Эверт увеличивается по мере увеличения p) или отрицательный (тогда ожидаемый выигрыш Эверт уменьшается по мере увеличения p). Очевидно, что знак этого коэффициента зависит от значения q, причем q имеет критическое значение в случае, когда $60 - 100q = 0$; то есть q равно 0,6.

Когда при $q < 0{,}6$ Навратиловой коэффициент $[60 - 100q]$ имеет положительное значение, ожидаемый выигрыш Эверт увеличивается по мере повышения значения p и ее наилучший выбор $p = 1$, или чистая стратегия ПЛ. Аналогичным образом при $q > 0{,}6$ Навратиловой наилучший выбор Эверт — $p = 0$, или чистая стратегия ПД. Если $q = 0{,}6$, Эверт получит один и тот же ожидаемый выигрыш независимо от значения p; при этом любая комбинация стратегий ПЛ и ПД так же эффективна, как и любая другая: любое значение p в диапазоне от 0 до 1 может быть наилучшим ответом. Кратко сформулируем эти выводы, для того чтобы использовать их в будущем.

Если $q < 0{,}6$, наилучший ответ $p = 1$ (чистая стратегия ПЛ).
Если $q = 0{,}6$, любая p-комбинация будет наилучшим ответом.
Если $q > 0{,}6$, наилучший ответ $p = 0$ (чистая стратегия ПД).

Для быстрого подтверждения этих интуитивных выводов заметим, что при низком значении q (Навратилова с достаточно низкой вероятностью будет прикрывать удар ПЛ) Эверт следует выбрать ПЛ, а при высоком значении q (Навратилова с достаточно высокой вероятностью будет прикрывать удар ПЛ) — ПД. Точное значение этой «достаточности», а значит, и точка перехода на другую стратегию $q = 0{,}6$ зависят от конкретных выигрышей в данном примере*.

* Если в той или иной численной задаче, которую вы пытаетесь решить, линии ожидаемых выигрышей в случае чистых стратегий не пересекаются, это говорит о том, что одна чистая стратегия является наилучшей для всех смешанных стратегий соперника, то есть она всегда будет наилучшим ответом.

Мы уже говорили о том, что смешанные стратегии — это просто особый тип непрерывной стратегии, в которой вероятность играет роль непрерывной переменной. Теперь мы нашли наилучшее значение p Эверт, соответствующее каждому значению q, выбранному Навратиловой. Иными словами, определили правило наилучших ответов Эверт, которое можно отобразить на графике так же, как мы это делали в главе 5.

Этот график расположен в левом фрагменте рисунка 7.2, где значения q показаны на горизонтальной оси, а значения p — на вертикальной. Обе вероятности ограничены диапазоном от 0 до 1. Если q меньше 0,6, p имеет максимальное значение 1; если q больше 0,6, p имеет минимальное значение 0. При $q = 0{,}6$ все значения p от 0 до 1 в равной степени наилучшие для Эверт, поэтому наилучший ответ — вертикальная линия, находящаяся между 0 и 1. Этому графику наилучших ответов присуща своя особенность: в отличие от непрерывно восходящих или нисходящих прямых или кривых линий в главе 5, данный график плоский в двух интервалах значений q и опускается за один шаг в точке сопряжения этих интервалов. Тем не менее в концептуальном смысле он ничем не отличается от любого другого графика наилучших ответов.

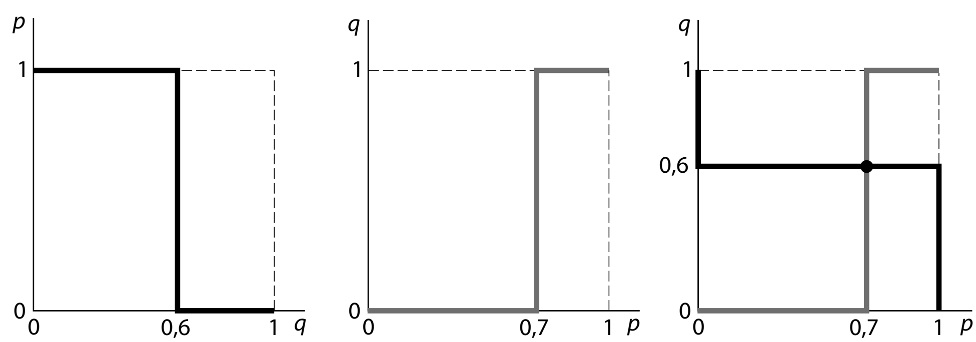


Рис. 7.2. Наилучшие ответы и равновесие в игре в теннис

Аналогичным образом можно вычислить правило наилучших ответов Навратиловой (ее наилучшую q-комбинацию, соответствующую каждой из p-комбинаций Эверт). Мы предлагаем вам сделать это самостоятельно, чтобы закрепить понимание самой концепции и алгебраических вычислений. Кроме того, вы должны проверить правильность интуитивных выводов в отношении выбора Навратиловой так, как мы это делали для Эверт. Мы же просто приведем здесь полученный результат.

Если $p < 0{,}7$, наилучший ответ $q = 0$ (чистая стратегия ПД).
Если $p = 0{,}7$, любая q-комбинация будет наилучшим ответом.
Если $p > 0{,}7$, наилучший ответ $q = 1$ (чистая стратегия ПЛ).

График этого правила наилучших ответов Навратиловой расположен в среднем фрагменте рис. 7.2.

В правом фрагменте рис. 7.2 объединены графики из двух соседних фрагментов, причем левый график отражен по диагонали (линия $p = q$) с тем, чтобы значения p оказались на горизонтальной оси, а значения q — на вертикальной, после чего совмещен со средним графиком. Теперь серые и черные линии пересекаются в одной точке, где $p = 0{,}7$, а $q = 0{,}6$. В этой точке выбор смешанной стратегии каждым игроком будет наилучшим ответом на выбор другого игрока, поэтому данная пара образует равновесие Нэша в смешанных стратегиях.

В таком представлении правил наилучших ответов чистые стратегии — особые случаи, соответствующие предельным значениям переменных p и q. Как видим, графики наилучших ответов не имеют общих точек на любой из сторон квадрата, где каждое значение p и q равно либо 0, либо 1. Это говорит об отсутствии в игре равновесий в чистых стратегиях, как и было показано в разделе 7 главы 4. В этом примере равновесие в смешанных стратегиях — единственное равновесие Нэша в данной игре.

С помощью метода, примененного нами в разделе 2.A для поиска защищенного от использования значения p для Эверт, вы также можете вычислить выбор Навратиловой значения q, защищенного от использования. Выполнив соответствующие расчеты, получите значение $q = 0{,}6$. Таким образом, две выбранные участницами игры смешанные стратегии, защищенные от использования, на самом деле и наилучшие ответы друг на друга, которые представляют собой смешанные стратегии двух игроков, образующие равновесие Нэша.

В действительности, чтобы найти равновесие в смешанных стратегиях в игре с нулевой суммой, каждый участник которой располагает двумя чистыми стратегиями, не нужно проходить весь процесс определения правил наилучших ответов, построения соответствующих графиков и поиска точки их пересечения. Вы можете просто записать уравнения защищенности от использования из раздела 2.A по комбинации каждого игрока, а затем решить их. Если в полученном решении обе вероятности попадают в диапазон от 0 до 1, вы нашли то, что нужно. Если одна из вероятностей имеет отрицательное значение или значение больше 1, значит, в данной игре нет равновесия в смешанных стратегиях и вам необходимо снова поискать его в чистых стратегиях. В разделах 6 и 7 представлен анализ методов решения игр, участники которых имеют более двух чистых стратегий.

3. Равновесие Нэша как система убеждений и ответов

При одновременном выполнении ходов ни один из игроков не может отреагировать на фактический выбор другого игрока. Вместо этого каждый участник игры предпринимает свое наилучшее действие, исходя из представлений о том, какой именно ход выбирает в данный момент соперник. В главе 4 мы назвали такие представления убеждениями игрока относительно выбора стратегии другим игроком, затем интерпретировали равновесие Нэша как конфигурацию стратегий, при которой эти убеждения верны, а значит, каждый игрок выбирает свой наилучший ответ на фактические действия другого игрока. Эта концепция оказалась весьма полезной для понимания структуры и исхода многих важных типов игр, особенно таких, как дилемма заключенных, координационные игры и игра в труса.

Однако в главе 4 мы рассматривали исключительно равновесия Нэша в чистых стратегиях. По этой причине осталось почти незамеченным одно скрытое предположение: каждый игрок твердо убежден, что другой игрок выберет определенную чистую стратегию. Теперь, когда мы анализируем более общие смешанные стратегии, концепция убеждения требует новой интерпретации.

Порой игроки не уверены в предполагаемых действиях других участников игры. Так, в координационной игре из главы 4, в которой Гарри хочет встретиться с Салли, Гарри не уверен в том, куда отправится Салли — в Starbucks или Local Latte, и его убеждение может сводиться к тому, что она окажется в любом из этих кафе с вероятностью 50 на 50. А в примере с игрой в теннис Эверт могла осознавать, что Навратилова пытается держать ее в неведении, а значит, она (Эверт) не может быть уверена в том, какое из доступных действий выберет Навратилова. В разделе 4 главы 2 мы обозначили такую ситуацию термином «стратегическая неопределенность», а в главе 4 указали, что такая неопределенность приводит к формированию равновесий в смешанных стратегиях. Теперь же рассмотрим эту идею более подробно.

Однако важно различать неуверенность и неправильные убеждения. Скажем, в примере с игрой в теннис Навратилова не может быть уверена в том, что выберет Эверт в каждом конкретном случае. Тем не менее у нее могут быть правильные убеждения относительно комбинации стратегий Эверт, а именно вероятности, с которой она выбирает между своими двумя чистыми стратегиями. Наличие правильных убеждений по поводу смешанных действий означает знание, или вычисление, или догадки в отношении правильных вероятностей, с которыми другой игрок делает выбор между своими базовыми или чистыми стратегиями. Что касается равновесия в нашем примере, оказалось, что равновесная комбинация стратегий Эверт составила 70% для ПЛ и 30% для ПД. Если Навратилова убеждена в том, что Эверт выберет ПЛ с вероятностью 70% и ПД с вероятностью 30%, то ее убеждения в данном равновесии будут правильными, хотя и неопределенными.

Таким образом, у нас есть альтернативный и математически эквивалентный способ определения равновесия Нэша в категориях убеждений: каждый игрок формирует убеждения о вероятностях в той комбинации стратегий, которую применяет другой игрок, и выбирает на нее собственный наилучший ответ. Равновесие Нэша в смешанных стратегиях наблюдается в случае правильности этих убеждений в указанном нами смысле.

В следующем разделе мы рассмотрим смешанные стратегии и соответствующие равновесия Нэша в играх с ненулевой суммой. В таких играх нет общих оснований для того, чтобы стремление другого игрока удовлетворить собственные интересы противоречило вашим интересам. Следовательно, в таких играх вам далеко не всегда нужно скрывать свои намерения от другого игрока, а также нет причин держать его в неведении. Тем не менее из-за одновременного выполнения ходов каждый игрок может испытывать субъективную неуверенность относительно действий другого игрока, поэтому у него могут быть неопределенные убеждения, вынуждающие его сомневаться в целесообразности собственных действий. Все это может привести к формированию равновесий в смешанных стратегиях, а их интерпретация в категориях субъективно неопределенных, но правильных убеждений играет особенно важную роль.

4. Смешивание стратегий в играх с ненулевой суммой

Методы поиска равновесий в смешанных стратегиях в играх с нулевой суммой (такие как защищенность от использования соперником или свойство безразличия соперника) применимы и к играм с ненулевой суммой, причем в некоторых из них действительно позволяют найти равновесия в смешанных стратегиях. Однако в таких играх интересы игроков могут в определенной степени совпадать. Следовательно, тот факт, что другой игрок использует ваш системный выбор стратегий с выгодой для себя, необязательно означает, что это нанесет ущерб вам, как в случае игр с нулевой суммой. Например, в координационной игре, которую мы анализировали в главе 4, игроки способны лучше координировать свои действия, если каждый из них может полагаться на системные действия другого, поскольку случайный выбор действий только повышает риск неудачи с их координацией. Именно поэтому в играх с ненулевой суммой равновесия в смешанных стратегиях имеют слабое логическое обоснование или не имеют его вообще. Ниже мы проанализируем равновесия в смешанных стратегиях в контексте некоторых известных игр с ненулевой суммой, а также обсудим их значимость или отсутствие таковой.

А. Встретятся ли Гарри и Салли? Доверие, чистая координация и битва полов

Проиллюстрируем смешивание стратегий в играх с ненулевой суммой на примере игры «встреча», основанной на игре в доверие. Для вашего удобства мы воспроизводим таблицу этой игры (см. рис. 4.11) на рис. 7.3. Сначала проанализируем игру с точки зрения Салли. Если она уверена в том, что Гарри отправится в Starbucks, ей тоже следует туда пойти. Если она уверена, что Гарри выберет Local Latte, то же самое нужно сделать и ей. Но если Салли сомневается в выборе Гарри, то каким должен быть ее наилучший выбор?

		Салли	
		Starbucks	Local Latte
Гарри	Starbucks	1, 1	0, 0
	Local Latte	0, 0	2, 2

Рис. 7.3. Игра в доверие

Чтобы ответить на этот вопрос, мы должны дать более четкую трактовку неопределенности в понимании Салли. (В теории вероятностей и статистике есть специальный термин для обозначения такой неопределенности — субъективная неопределенность. В контексте неопределенности относительно действий другого игрока это стратегическая неопределенность; вспомните о различиях, которые мы анализировали в разделе 2.Г главы 2). Для большей точности укажем, с какой вероятностью Гарри выберет то или иное кафе, по мнению Салли. Вероятность того, что это будет Local Latte, может быть выражена любым вещественным числом от 0 до 1 (то есть от 0% до 100%). Мы охватим все возможные варианты с помощью алгебраических формул, обозначив символом p вероятность того, что Гарри (по мнению Салли) выберет Starbucks; переменная p может иметь любое вещественное значение в диапазоне от 0 до 1. Тогда $(1 - p)$ — это вероятность (снова по мнению Салли) того, что Гарри предпочтет Local Latte. Иными словами, мы описываем стратегическую неопределенность Салли следующим образом: она считает, что Гарри использует смешанную стратегию, применив совокупность двух чистых стратегий (Starbucks и Local Latte) в пропорциях или с вероятностью p и $(1 - p)$ соответственно. Назовем эту смешанную стратегию p-комбинацией Гарри, хотя на данный момент это всего лишь идея, существующая в сознании Салли.

С учетом этой неопределенности Салли может вычислить ожидаемые выигрыши от своих действий, предпринятых на основании убежденности в отношении

p-комбинации Гарри. Если Салли выберет Starbucks, это даст ей $1 \times p + 0 \times (1 - p) = p$, если Local Latte, это даст $0 \times p + 2 \times (1 - p) = 2 \times (1 - p)$. Когда p имеет высокое значение, $p > 2(1 - p)$, то есть Салли достаточно уверена в том, что Гарри отправится в Starbucks, ей лучше пойти туда же. Точно так же, когда p имеет низкое значение, $p < 2(1 - p)$, а значит, Салли достаточно уверена в том, что Гарри отправится в Local Latte, ей тоже нужно пойти в это кафе. При $p = 2(1 - p)$, или $3p = 2$, или $p = 2/3$ эти два варианта выбора обеспечивают Салли один и тот же выигрыш. Следовательно, если она убеждена в том, что $p = 2/3$, она может быть не уверена в собственном выборе и колебаться между этими двумя вариантами.

Понимание этого факта может вызвать у Гарри неуверенность в выборе Салли. Следовательно, Гарри также испытывает субъективную стратегическую неопределенность. Предположим, он считает, что Салли выберет Starbucks с вероятностью q, а Local Latte с вероятностью $(1 - q)$. Аналогичные рассуждения показывают, что Гарри следует выбрать Starbucks, если $q > 2/3$, и Local Latte, если $q < 2/3$. В случае если $q = 2/3$, ему будет безразлично, какое из этих двух действий предпринять, и у него возникнет неуверенность в собственном выборе.

Теперь у нас есть основа для равновесия в смешанных стратегиях с $p = 2/3$ и $q = 2/3$. При таком равновесии данные значения p и q одновременно являются и фактическими вероятностями чистых стратегий, входящих в соответствующую смешанную стратегию, и субъективными убеждениями каждого игрока относительно вероятностей чистых стратегий в смешанной стратегии другого игрока. Правильность этих убеждений поддерживает собственное безразличие каждого игрока в отношении выбора между двумя чистыми стратегиями, а значит, и готовность каждого смешать их. Это полностью соответствует концепции равновесия Нэша как системы самоисполняющихся убеждений и ответных действий, описанной в разделе 3.

Ключ к поиску равновесия в смешанных стратегиях состоит в том, что Салли готова смешать две чистые стратегии только тогда, когда ее субъективная неопределенность в отношении выбора Гарри правильна, то есть если правильно значение p в p-комбинации Гарри. Алгебраически это утверждение можно обосновать посредством вычисления равновесного значения p с помощью уравнения $p = 2(1 - p)$, которое гарантирует, что Салли получит такой же ожидаемый выигрыш от двух своих чистых стратегий при сопоставлении каждой из них с p-комбинацией Гарри. Если данное равенство справедливо в случае равновесия, вероятности чистых стратегий в смешанной стратегии Гарри как будто поддерживают безразличие Салли. Мы особо подчеркиваем сочетание «как будто», поскольку в этой игре у Гарри нет причин поддерживать безразличие Салли, поэтому полученный результат — просто свойство данного равновесия. Тем не менее общая идея такова: в равновесии Нэша в смешанных стратегиях вероятности чистых стратегий, входящих в смешанную стратегию каждого игрока, поддерживают безразличие другого игрока в отношении выбора между его чистыми стратегиями. Мы вывели свойство безразличия соперника выше в ходе обсуждения игр с нулевой суммой, а теперь видим, что оно актуально и для игр с ненулевой суммой.

Однако в игре в доверие равновесие в смешанных стратегиях имеет ряд весьма нежелательных свойств. Во-первых, оно обеспечивает обоим игрокам достаточно низкие ожидаемые выигрыши. Формулы расчета ожидаемых выигрышей Салли от двух ее действий, p и $2(1 - p)$, в обоих случаях равны 2/3 при $p = 2/3$. Точно так же ожидаемые выигрыши Гарри в случае равновесной q-комбинации Салли при $q = 2/3$ также одинаковы и составляют 2/3. Следовательно, при равновесии в смешанных стратегиях каждый игрок получает выигрыш 2/3. В главе 4 мы нашли в этой игре два равновесия в чистых стратегиях, причем даже худшее из них (оба выбирают Starbucks) обеспечивает каждому игроку выигрыш 1, а лучшее (оба выбирают Local Latte) — выигрыш 2.

Причина, по которой в случае равновесия в смешанных стратегиях два игрока получают такие плохие результаты, состоит в следующем: при выборе игроками своих действий независимо и бессистемно достаточно высока вероятность того, что они отправятся в разные места и в результате не встретятся и оба получат выигрыш 0. Гарри и Салли не увидятся, если один из них пойдет в Starbucks, а другой в Local Latte или наоборот. Вероятность такого развития событий при использовании обоими равновесных комбинаций составляет $2 \times (2/3) \times (1/3) = 4/9$*. Аналогичная проблема наблюдается в равновесиях в смешанных стратегиях в большинстве игр с ненулевой суммой.

Второе нежелательное свойство равновесия в смешанных стратегиях — его неустойчивость. Если любой из игроков хотя бы немного отклонится от точных значений $p = 2/3$ или $q = 2/3$, наилучшим выбором другого игрока станет одна из чистых стратегий. И как только он ее применит, другой игрок получит более высокий выигрыш при выборе той же чистой стратегии, а значит, в игре наступит одно из двух равновесий в чистых стратегиях. Такая неустойчивость равновесий в смешанных стратегиях присуща многим играм с ненулевой суммой. Тем не менее в некоторых играх с ненулевой суммой все же есть более устойчивые равновесия в смешанных стратегиях. Один из примеров, описанный ниже в данной главе

* Вероятность того, что каждый игрок выберет Starbucks в случае равновесия, равна 2/3. Вероятность того, что каждый из них выберет Local Latte, составляет 1/3. Вероятность того, что один игрок выберет Starbucks, тогда как другой — Local Latte, равна $(2/3) \times (1/3)$. Однако это может произойти двумя разными способами (один из них, когда Гарри выберет Starbucks, а Салли Local — Latte, а второй, когда оба игрока сделают противоположный выбор). Следовательно, общая вероятность того, что Гарри и Салли не встретятся, составляет $2 \times (2/3) \times (1/3)$. Более подробная информация об алгебре вероятностей представлена в приложении к данной главе.

и в главе 12, — это равновесие в смешанных стратегиях в игре в труса, в отношении которой существует интересная эволюционная интерпретация.

С учетом результатов анализа равновесия в смешанных стратегиях в версии игры во встречу, основанной на игре в доверие, вы, по всей вероятности, теперь можете оценить равновесия в смешанных стратегиях в других вариантах игры во встречу с ненулевой суммой. В ее версии, построенной на чистой координации (см. рис. 4.10), выигрыш от встречи в двух кафе один и тот же, а значит, в равновесии в смешанных стратегиях значения p и q будут такими: $p = 1/2$ и $q = 1/2$. В варианте этой игры, представляющем собой битву полов (см. рис. 4.12), Салли предпочитает встретиться с Гарри в Local Latte, поскольку так она получит выигрыш 2 вместо 1 в случае встречи в Starbucks. Решение Салли зависит от того, больше или меньше 2/3 ее субъективная вероятность, что Гарри отправится в Starbucks. (В этом случае выигрыши Салли аналогичны выигрышам в версии игры в доверие, поэтому критическое значение p не меняется.) Гарри предпочитает встретиться в Starbucks, поэтому его решение зависит от того, больше или меньше 1/3 его субъективная вероятность, что Салли пойдет в Starbucks. Таким образом, при равновесии Нэша в смешанных стратегиях $p = 2/3$, а $q = 1/3$.

Б. Встретит ли Джеймс Дина? Игра в труса

В игре в труса с ненулевой суммой также существует равновесие в смешанных стратегиях, которое можно найти с помощью описанных выше методов, хотя у этой игры несколько иная интерпретация. Если вы помните, ее участники — Джеймс и Дин, пытающиеся *избежать* встречи. Таблица игры, первоначально представленная на рис. 4.13, воспроизведена здесь на рис. 7.4.

		Дин	
		Свернуть (трус)	Ехать прямо (храбрец)
Джеймс	Свернуть (трус)	0, 0	−1, 1
	Ехать прямо (храбрец)	1, −1	−2, −2

Рис. 7.4. Игра в труса

Если применить в этой игре смешанные стратегии, то в p-комбинации Джеймса вероятность того, что он свернет в сторону, будет равна p, а вероятность того, что он поедет прямо, составит $1 - p$. При такой p-комбинации Дин получит выигрыш $0 \times p - 1 \times (1 - p) = p - 1$, выбрав вариант «свернуть», и $1 \times p - 2 \times (1 - p) = 3p - 2$, предпочтя вариант «ехать прямо». При сравнении этих уравнений видно, что Дин получит более высокий выигрыш при выборе «свернуть», когда $p - 1 > 3p - 2$, или когда $2p < 1$, или когда $p < 1/2$ — иными словами, когда p имеет малое значение и Джеймс с большей вероятностью выберет «ехать прямо». Напротив, когда у p высокое значение и Джеймс с большей вероятностью выберет «свернуть», Дину лучше «ехать прямо». Если в p-комбинации Джеймса значение p в точности равно 1/2, то Дину безразлично, какую из двух чистых стратегий применить; следовательно, он в равной мере готов их смешивать. Аналогичный анализ игры с точки зрения Джеймса в плане оценки его вариантов в игре против q-комбинации Дина дает те же результаты. Таким образом, $p = 1/2$ и $q = 1/2$ и есть равновесие в смешанных стратегиях в этой игре.

В свойствах этого равновесия присутствуют общие черты и различия с равновесиями в смешанных стратегиях в игре «встреча». Здесь ожидаемый выигрыш каждого игрока достаточно низкий: (−1/2). Это плохо, как и в случае игры во встречу, но в отличие от нее выигрыш при равновесии в смешанных стратегиях не хуже для обоих игроков, чем выигрыш при двух равновесиях в чистых стратегиях. В действительности, поскольку в данной игре интересы игроков в какой-то степени противоположны, каждый непременно получит более высокий выигрыш от равновесия в смешанных стратегиях, чем от равновесия в чистых стратегиях, подразумевающего выбор варианта «свернуть».

Однако такое равновесие в смешанных стратегиях тоже неустойчиво. Если Джеймс повысит вероятность применения варианта «ехать прямо» до значения чуть больше 1/2, это приведет к выбору Дином чистой стратегии «свернуть». В результате сочетание стратегий «ехать прямо» / «свернуть» становится равновесием в чистых стратегиях. Если Джеймс, наоборот, снизит вероятность выбора варианта «ехать прямо» до значения чуть меньше 1/2, Дин выберет вариант «ехать прямо» и игра снова перейдет к другому равновесию в чистых стратегиях*.

В данном разделе мы нашли равновесия в смешанных стратегиях в нескольких играх с ненулевой суммой путем решения уравнений, вытекающих из свойства безразличия соперника. Из главы 4 мы уже знаем, что в таких играх есть и равновесия в чистых стратегиях. Кривые наилучших ответов позволяют составить исчерпывающую картину, отобразив все равновесия Нэша одновременно. Поскольку вы уже ознакомились с ними в двух отдельных фрагментах книги, мы не будем тратить время и место на построение графиков, а просто подчеркнем, что при

* В главе 12 мы рассмотрим другой тип устойчивости, а именно эволюционную устойчивость. В эволюционном контексте вопрос состоит в том, может ли среди участников игры в труса сформироваться и сохраниться устойчивая совокупность игроков, выбирающих варианты «ехать прямо» и «свернуть».

наличии двух равновесий в чистых стратегиях и одного в смешанных стратегиях (как в приведенных выше примерах) кривые наилучших ответов пересекаются в трех разных местах, по одному на каждое равновесие Нэша. В конце этой главы мы предложим вам самостоятельно построить графики наилучших ответов для аналогичных игр.

5. Общий анализ равновесий в смешанных стратегиях

Теперь, узнав, как найти равновесия в смешанных стратегиях в играх с нулевой и ненулевой суммой, целесообразно проанализировать дополнительные свойства этих равновесий. В частности, в данном разделе мы отметим ряд общих свойств равновесий в смешанных стратегиях, а также ознакомим вас с некоторыми результатами, которые поначалу покажутся вам парадоксальными, но лишь до тех пор, пока вы полностью не проанализируете рассматриваемую игру.

A. Равновесие в слабом смысле

Свойство безразличия соперника, о котором шла речь в разделе 2, подразумевает, что в случае равновесия в смешанных стратегиях каждый игрок получает один и тот же ожидаемый выигрыш от каждой из двух своих чистых стратегий, а значит, получит один и тот же ожидаемый выигрыш и от любой их комбинации. Следовательно, равновесия в смешанных стратегиях — это равновесия Нэша только в слабом смысле. Когда один игрок выбирает свою равновесную комбинацию стратегий, у другого нет явных оснований отступать от своей равновесной комбинации. С другой стороны, этот игрок ничего бы не потерял, выбрав другую смешанную стратегию или даже одну из своих чистых стратегий. Каждому игроку безразлично, какую из чистых стратегий или их комбинацию выбрать, до тех пор, пока другой игрок разыгрывает свою правильную (равновесную) комбинацию.

На первый взгляд это сводит на нет принцип использования равновесия Нэша в смешанных стратегиях в качестве концепции решения игр. Зачем игроку выбирать соответствующую комбинацию стратегий, когда другой игрок применяет свою комбинацию? Почему бы не поступить проще, выбрав одну из чистых стратегий? Ведь ожидаемый выигрыш в обоих случаях тот же. Ответ состоит в том, что это не будет равновесием Нэша; такой исход игры не будет устойчивым, поскольку тогда другой игрок отклонится от своей комбинации стратегий. Предположим, Эверт говорит себе: «Когда Навратилова применит свою наилучшую комбинацию ($q = 0{,}6$), я получу один и тот же выигрыш от ПЛ, ПД или их любого сочетания. Так зачем же их смешивать? Почему бы просто не использовать ПЛ?» В таком случае Навратиловой выгоднее перейти к чистой стратегии прикрытия удара ПЛ. Аналогичным образом, если Гарри выберет чистую стратегию Starbucks в игре во встречу, основанной на доверии, то Салли может получить более высокий выигрыш в равновесии 1 вместо 2/3 благодаря переходу с комбинации 50 на 50 на чистую стратегию Starbucks.

Б. Парадоксальное изменение вероятностей чистых стратегий в смешанной стратегии в играх с нулевой суммой

Игры с равновесиями в смешанных стратегиях порой демонстрируют свойства, которые на первый взгляд могут казаться противоречащими здравому смыслу. Самое интересное из них — это изменение вероятностей чистых стратегий в равновесной смешанной стратегии, приводящее к изменению структуры выигрышей в соответствующей игре. Чтобы проиллюстрировать это, вернемся к Эверт и Навратиловой и их игре с розыгрышем очка в теннисе.

Предположим, Навратилова усовершенствует навыки прикрытия удара по линии до уровня, при котором результативность Эверт в использовании стратегии ПЛ против стратегии Навратиловой по прикрытию ПЛ сокращается с 50 до 30%. Такое улучшение мастерства Навратиловой обусловливает изменение таблицы выигрышей, в том числе смешанных стратегий каждой участницы игры, представленной на рис. 7.1. Новая таблица игры отображена на рис. 7.5.

		Навратилова	
		ПЛ	ПД
Эверт	ПЛ	30, 70	80, 20
	ПД	90, 10	20, 80

Рис. 7.5. Измененные выигрыши в игре в теннис

Единственное отличие от таблицы на рис. 7.1 наблюдается в верхней левой ячейке, где выигрыш Эверт 50 теперь составляет 30, а выигрыш Навратиловой 50 равен 70. Это изменение не приводит к игре с равновесием в чистых стратегиях, поскольку у ее участниц по-прежнему противоположные интересы: Навратилова все так же хочет, чтобы их выбор совпадал, а Эверт все так же необходимо, чтобы их выбор отличался. Так что мы все еще имеем игру, подразумевающую смешивание стратегий.

Но чем эти равновесные комбинации стратегий отличаются от рассчитанных в разделе 2? Многие могли бы заявить, что теперь, научившись очень хорошо прикрывать ПЛ, Навратилова должна делать это чаще. В основе таких рассуждений лежит предположение о том, что равновесная q-комбинация Навратиловой должна быть в большей степени смещена в сторону ПЛ, а ее равновесное значение q должно превышать рассчитанное значение 0,6.

Но при вычислении q-комбинации Навратиловой на основании условия о безразличии Эверт в отношении выбора между двумя чистыми стратегиями мы получим $30q + 80(1 - q) = 90q + 20(1 - q)$, или $q = 0{,}5$. Фактическое равновесное значение q (50%) связано с исходным значением q (60%) в прямо противоположном смысле по сравнению с интуитивными прогнозами многих людей.

Хотя на первый взгляд подобные интуитивные выводы кажутся вполне обоснованными, в них упущен один важный аспект теории стратегий: взаимодействие между двумя игроками. После изменения выигрышей Эверт также будет пересматривать свою равновесную комбинацию, а Навратилова должна учитывать как новую структуру выигрышей, так и поведение Эверт при определении своей новой комбинации стратегий. В частности, поскольку теперь Навратилова гораздо лучше прикрывает ПЛ, Эверт в своей смешанной стратегии чаще использует ПД. И чтобы противодействовать этому, Навратилова тоже чаще прикрывает ПД.

Это станет более очевидным после того, как мы вычислим новую комбинацию Эверт. Ее равновесное значение p должно обеспечивать равенство между ожидаемым выигрышем Навратиловой от прикрытия ПЛ, $30p + 90(1 - p)$, и ее ожидаемым выигрышем от прикрытия ПД, $80p + 20(1 - p)$. Таким образом, мы имеем уравнение $30p + 90(1 - p) = 80p + 20(1 - p)$, или $90 - 60p = 20 + 60p$, или $120p = 70$. Следовательно, значение p Эверт должно составлять 7/12, или 0,583 (58,3%). Сравнение этого нового равновесного значения p с рассчитанным в разделе 2 первоначальным значением 70% показывает, что Эверт существенно сократила количество использования ПЛ в ответ на повышение мастерства Навратиловой. С учетом такого поведения Эверт Навратиловой также лучше сократить частоту применения стратегии ПЛ. Теперь Эверт будет использовать с выгодой для себя любой другой выбор комбинации стратегий Навратиловой, особенно той, в которой предпочтительна стратегия ПЛ.

Означает ли это, что Навратилова совершенствовала навыки зря? Нет, но мы должны судить об этом не по частоте применения той или иной стратегии, а по итоговым выигрышам. Когда Навратилова использует свою новую равновесную комбинацию с $q = 0{,}5$, процент успеха Эверт при выборе любой из ее чистых стратегий составляет $(30 \times 0{,}5) + (80 \times 0{,}5) = (90 \times 0{,}5) + (20 \times 0{,}5) = 55$. Это меньше, чем процент успеха Эверт 62 в исходном примере. Следовательно, средний выигрыш Навратиловой также возрастает с 38 до 45, а значит, улучшение навыков прикрытия удара ПЛ действительно принесло ей пользу.

В отличие от парадоксального результата, который мы наблюдали при анализе стратегического ответа Навратиловой на изменение в структуре выигрышей, здесь мы видим, что этот ответ полностью соответствует интуитивным представлениям, если рассматривать его в свете ожидаемого выигрыша Навратиловой. На самом деле с точки зрения ожидаемых выигрышей ответы игроков на изменение структуры выигрышей просто не могут противоречить здравому смыслу, хотя стратегические ответы, как мы уже убедились, могут*. Самый интересный аспект такого парадоксального результата стратегических ответов игроков — это сигнал, который он подает теннисистам и, в более общем плане, участникам стратегических игр. Этот результат эквивалентен утверждению, что Навратилова должна усовершенствовать навыки прикрытия удара по линии с тем, чтобы ей не пришлось использовать такое прикрытие слишком часто.

Далее мы представим еще более общий и неожиданный результат, обусловленный изменениями вероятностей применения чистых стратегий в смешанной стратегии. Условие безразличия соперника означает, что равновесные вероятности чистых стратегий в смешанной стратегии каждого игрока зависят исключительно от выигрышей другого игрока, а не от его собственных. Рассмотрим игру в доверие на рис. 7.3. Предположим, выигрыш Салли от встречи в Local Latte увеличивается с 2 до 3, тогда как все остальные выигрыши не меняются. Теперь в случае p-комбинации Гарри Салли получит выигрыш $1 \times p + 0 \times (1 - p) = p$, если выберет Starbucks, и $0 \times p + 3 \times (1 - p) = 3 - 3p$, если Local Latte. Условие безразличия Салли выглядит так: $p = 3 - 3p$, или $4p = 3$, или $p = 3/4$ по сравнению со значением 2/3, вычисленным нами выше для p-комбинации Гарри в исходной игре. Расчет условия безразличия Гарри остается прежним и дает результат $q = 2/3$ в случае равновесной стратегии Салли. Изменение выигрышей Салли меняет вероятности применения чистых стратегий в смешанной стратегии Гарри, а не Салли! В упражнении **S13** у вас будет возможность доказать истинность этого вывода в общей формулировке: доли чистых стратегий в равновесной смешанной стратегии игрока меняются не вследствие изменения его выигрышей, а только в случае изменения выигрышей его соперника.

---

* Описание общей теории воздействия изменения выигрыша в определенной ячейке на равновесную комбинацию и ожидаемые выигрыши в равновесии можно найти здесь: Vincent Crawford and Dennis Smallwood, Comparative Statics of Mixed-Strategy Equilibria in Noncooperative Games, Theory and Decision, vol. 16 (May 1984), pp. 225–32.

B. Рискованный и безопасный выбор в играх с нулевой суммой

В спорте некоторые стратегии сравнительно безопасны; они не приводят к полной катастрофе, даже если соперник предвидит такой выбор, но и не позволяют добиться сверхрезультатов, если оказываются неожиданными для соперника. Другие стратегии достаточно рискованны; они обеспечивают блестящие результаты, если другая сторона к ним не готова, но терпят полное поражение, когда другая сторона готова. В американском футболе на третьем дауне, когда остается пройти один ярд, пробежка на середину поля — это безопасная стратегия, а длинный пас — рискованная. Здесь возникает интересный вопрос, поскольку порой в ситуациях «третий даун, один ярд» на кону стоит больше, чем в других подобных ситуациях. Например, начало игры с 10-ярдовой линии соперника гораздо сильнее влияет на возможное количество заработанных очков, чем ее старт с вашей собственной 20-ярдовой линии. Вопрос в том, следует ли вам чаще или реже прибегать к рискованным стратегиям в случае более высоких ставок, чем низких.

Для того чтобы представить это в более конкретном виде, проанализируйте вероятности успеха, представленные на рис. 7.6. (Обратите внимание, что тогда как в теннисе мы использовали проценты от 0 до 100, здесь мы используем вероятности от 0 до 1.) Безопасная игра команды нападения — пробежка; вероятность успешного первого дауна составляет 60%, если команда защиты ожидает пробежки, и 70%, если защита полагает, что будет пас. Рискованная игра команды нападения — пас, поскольку вероятность успеха в куда большей степени зависит от действий команды защиты; вероятность успеха равна 80%, если защита ожидает пробежки, и всего 30%, если защита рассчитывает на пас.

		Защита ожидает	
		Пробежка	Пас
Нападение выбирает	Пробежка	0,6	0,7
	Пас	0,8	0,3

Рис. 7.6. Вероятность успеха команды нападения в игре «третий даун, один ярд»

Допустим, в случае успешной игры команда защиты получает выигрыш, равный V, а неудачной — выигрыш 0. Выигрыш V может представлять собой то или иное количество очков, скажем, три очка за гол в ворота или семь очков за тачдаун. Кроме того, выигрыш V может отображать определенный уровень статуса или количество денег, заработанных командой; например, $V = 100$ за успешную игру в обычном матче или $V = 1\,000\,000$ за победу в Суперкубке по американскому футболу*.

В фактической таблице игры между командами нападения и защиты, представленной на рис. 7.7, отображены ожидаемые выигрыши каждой команды. Они представляют собой среднее между выигрышем V при успешной игре и 0 при неудачной. Например, ожидаемый выигрыш команды нападения, использующей стратегию «пробежка» в случае, если команда защиты ожидает стратегии «пробежка», составляет $0{,}6 \times V + 0{,}4 \times 0 = 0{,}6V$. Поскольку данная игра относится к категории игр с нулевой суммой, выигрыш команды защиты в этой ячейке равен $-0{,}6V$. Аналогичным образом вы можете рассчитать выигрыши во всех остальных ячейках таблицы, чтобы убедиться, что значения, приведенные ниже, правильные.

		Защита	
		Пробежка	Пас
Нападение	Пробежка	$0{,}6V$, $-0{,}6V$	$0{,}7V$, $-0{,}7V$
	Пас	$0{,}8V$, $-0{,}8V$	$0{,}3V$, $-0{,}3V$

Рис. 7.7. Игра «третий даун, один ярд»

При равновесии в смешанных стратегиях вероятность p того, что команда нападения выберет стратегию «пробежка», определяется свойством безразличия соперника. Стало быть, правильное значение p удовлетворяет следующему условию:

$$p[-0{,}6V] + (1 - p)[-0{,}8V] = p[-0{,}7V] + (1 - p)[-0{,}3V].$$

Обратите внимание, что мы можем разделить обе стороны этого равенства на V, чтобы полностью исключить V из процесса вычисления p**. Тогда упрощенное уравнение будет выглядеть так: $-0{,}6p - 0{,}8(1 - p) = -0{,}7p - 0{,}3(1 - p)$, или $0{,}1p = 0{,}5(1 - p)$. Решив его, получим $p = 5/6$; следовательно, команда нападения с высокой вероятностью применит стратегию «пробежка» в своей комбинации стратегий. Такую

* Обратите внимание, что значение V — не обязательно денежная сумма; это может быть величина полезности с учетом нерасположенности к риску. Мы рассмотрим вопросы, связанные с риском, более подробно в главе 8, а об отношении к риску и ожидаемой полезности рассказывается в приложении к этой главе.

** Этот результат получен с учетом того, что мы можем полностью исключить V из уравнения безразличия соперника, а значит, он не зависит от конкретных значений вероятности успеха, указанных на рис. 7.6. Следовательно, такой результат типичен для игр со смешанными стратегиями, в которых каждый выигрыш равен произведению вероятности успеха и значения выигрыша в случае успеха.

безопасную игру часто называют «процентной игрой», потому что это нормальный ход игры в подобных ситуациях. Рискованная игра (стратегия «пас») разыгрывается лишь изредка, чтобы держать соперника в неведении или, говоря на языке футбольных комментаторов, «не давать защите расслабиться».

Интересный аспект этого результата состоит в том, что выражение для вычисления p совершенно не зависит от V. То есть, согласно теории, процентную и рискованную игру следует смешивать в равных пропорциях как в очень важных, так и во второстепенных ситуациях. Но этот результат противоречит интуитивным выводам многих людей, которые считают, что в более важных ситуациях рисковать следует реже. Длинный пас на третьем дауне с одним оставшимся ярдом приемлем в обычный октябрьский воскресный день, но делать такой пас во время Суперкубка слишком рискованно.

Так кто же прав: теория или интуиция? По всей вероятности, мнения читателей по этому вопросу разделятся. Некоторые будут утверждать, что спортивные комментаторы ошибаются, и с радостью обнаружат, что теоретические аргументы опровергают их заявления. Другие примут сторону комментаторов и будут доказывать, что важные матчи требуют более безопасной игры. Есть и те, кто считает, что ради более крупных призов следует больше рисковать, однако даже они не находят поддержки данной идеи в теории, а это говорит о том, что размер приза или ущерба вряд ли оказывает какое-либо влияние на вероятности чистых стратегий в смешанной стратегии.

Во многих предыдущих случаях возникновения расхождений между теорией и интуицией мы утверждали, что они кажущиеся и являются результатом неспособности сделать теорию настолько общей или глубокой, чтобы она охватывала все аспекты ситуации, в отношении которой делаются интуитивные выводы, и что улучшение теории позволяет устранить такие расхождения. В данном случае ситуация иная: проблема имеет фундаментальное значение для вычисления выигрышей от смешанных стратегий как взвешенных по вероятности средних значений, или ожидаемых выигрышей. И это отправная точка почти всех научных работ в современной теории игр*.

* К числу немногочисленных научных работ, предлагающих альтернативные основы теории игр, можно отнести следующие: Vincent P. Crawford, Equilibrium Without Independence, Journal of Economic Theory, vol. 50, no. 1 (February 1990), pp. 127–54; and James Dow and Sergio Werlang, Nash Equilibrium Under Knightian Uncertainty, Journal of Economic Theory, vol. 64, no. 2 (December 1994), pp. 305–24. А наше описание данной проблемы в первом издании книги вдохновило некоторых ученых на написание статьи, посвященной новым методам ее решения: Simon Grant, Atsushi Kaji, and Ben Polak, Third Down and a Yard to Go: Recursive Expected Utility and the Dixit-Skeath Conundrum, Economic Letters, vol. 73, no. 3 (December 2001), pp. 275–86. К сожалению, в этой статье используются более сложные концепции, чем концепции начального уровня, которые рассматриваются в данной книге.

6. Смешивание стратегий при наличии трех или более чистых стратегий у одного игрока

Наше обсуждение игр со смешанными стратегиями до сих пор ограничивалось только играми, в которых у каждого участника было по две чистые стратегии, а также их комбинации. Однако во многих стратегических ситуациях каждый игрок располагает бо́льшим количеством чистых стратегий, поэтому мы должны подготовиться к вычислению равновесных смешанных стратегий и в подобных случаях. Но уровень сложности таких расчетов стремительно повышается. В поистине сложных играх для поиска равновесия в смешанных стратегиях нам пришлось бы прибегнуть к помощи компьютера. Тем не менее в некоторых небольших играх найти такое равновесие вручную не составит труда. И этот процесс вычислений позволит лучше понять, как работает равновесие, чем при анализе решения, сгенерированного компьютером. По этой причине в данном и следующем разделах мы поищем решение более крупных игр.

В этом разделе мы остановимся на играх с нулевой суммой, в которых у одного из игроков всего две чистые стратегии, тогда как у другого — больше. Как мы заметили, в таких играх игрок, имеющий три (или более) чистые стратегии, как правило, использует в равновесии только две. Остальные просто не входят в эту комбинацию стратегий, то есть вероятность их применения равна нулю. Мы должны лишь определить, какие стратегии используются в равновесии, а какие нет*.

В качестве примера рассмотрим игру в розыгрыш очка в теннисе, включив в число стратегий Эверт третий тип возврата подачи. Помимо удара по линии и удара по диагонали теперь она может использовать свечу (более медленный, но и более высокий и длинный удар). Равновесие зависит от выигрышей в случае применения свечи против каждой из двух оборонительных стратегий Навратиловой. Начнем с самого вероятного случая, а затем перейдем к анализу особого случая.

А. Общий случай

Теперь в распоряжении Эверт три чистые стратегии: ПЛ (по линии), ПД (по диагонали) и СВ (свеча), а у Навратиловой только две: прикрывать удар ПЛ или прикрывать удар ПД. Таблица выигрышей этой новой игры представлена на рис. 7.8. Мы исходили из предположения, что выигрыши Эверт от стратегии СВ находятся в диапазоне между максимальным и минимальным выигрышами, которые она

* Даже если игрок располагает только двумя чистыми стратегиями, он может не применять одну из них в равновесии. В таком случае другой игрок обычно обнаруживает, что одна из его стратегий более эффективна в игре против той стратегии, которую первый игрок все же использует. Иными словами, такая равновесная «комбинация» стратегий сводится к частному случаю чистых стратегий. Однако если в распоряжении одного или обоих игроков есть три или более стратегии, мы можем получить настоящее равновесие в смешанных стратегиях, где некоторые из чистых стратегий остаются неиспользованными.

может получить от стратегий ПЛ и ПД, а также что они не слишком отличаются в случаях, когда Навратилова прикрывает ПЛ или ПД. В таблице отображены выигрыши не только от чистых стратегий, но и от трех чистых стратегий Эверт против q-комбинации Навратиловой. (Мы не показываем строку для p-комбинации Эверт, поскольку в этом нет необходимости. Для этого понадобились бы две вероятности, скажем, p_1 в случае стратегии ПЛ и p_2 в случае стратегии ПД; тогда вероятность стратегии СВ составила бы $(1 - p_1 - p_2)$. В следующем разделе мы расскажем, как найти равновесные комбинации стратегий такого типа.)

		Навратилова		
		ПЛ	ПД	q-комбинация
Эверт	ПЛ	50, 50	80, 20	$50q + 80(1 - q)$, $50q + 20(1 - q)$
	ПД	90, 10	20, 80	$90q + 20(1 - q)$, $10q + 80(1 - q)$
	СВ	70, 30	60, 40	$70q + 60(1 - q)$, $30q + 40(1 - q)$

Рис. 7.8. Таблица выигрышей в игре с розыгрышем очка с использованием стратегии «свеча»

Строго говоря, прежде чем приступать к поиску равновесия в смешанных стратегиях, мы должны убедиться в том, что в игре отсутствует равновесие в чистых стратегиях. Однако сделать это достаточно легко, поэтому оставляем эту задачу вам и переходим к смешанным стратегиям.

Мы проанализируем оптимальный выбор q Навратиловой с помощью логики наилучших ответов. На рис. 7.9 показаны ожидаемые выигрыши Эверт (проценты успеха) в случае выбора каждой из чистых стратегий — ПЛ, ПД и СВ, тогда как значение q в q-комбинации Навратиловой меняется в интервале от 0 до 1. На данном рисунке изображены графики формул расчета выигрышей, представленных в правом столбце таблицы на рис. 7.8. По каждому значению q при выборе Навратиловой данной q-комбинации в равновесии наилучшим ответом Эверт был бы выбор стратегии, обеспечивающей ей (Эверт) самый высокий выигрыш. На рис. 7.9 совокупность наилучших исходов для Эверт выделена более жирной линией, называемой на языке математики *верхней огибающей* трех линий выигрышей. Навратилова стремится выбрать свое наилучшее значение q, которое бы позволило ей получить как можно более высокий выигрыш (тем самым понизив выигрыш Эверт, насколько возможно) из этой совокупности наилучших ответов Эверт.

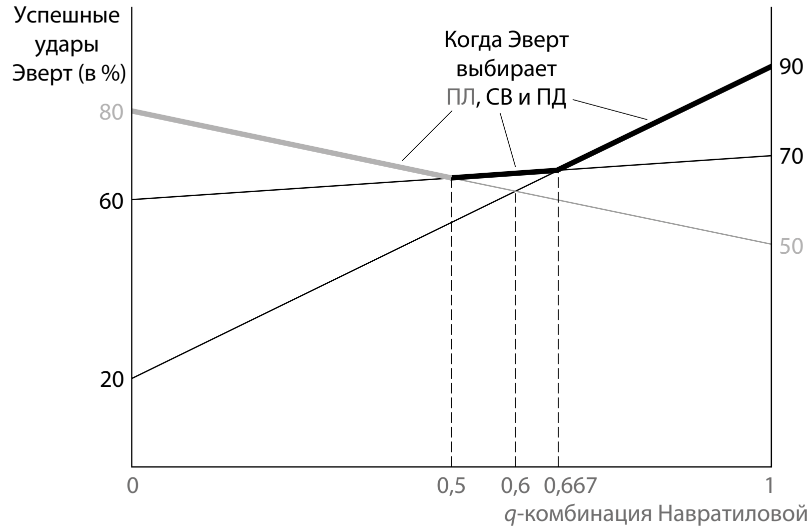


Рис. 7.9. Поиск q-комбинации Навратиловой графическим способом

Для более точного определения оптимального выбора q Навратиловой мы должны вычислить координаты точек излома линии, соответствующей ее наихудшему исходу (и наилучшему исходу для Эверт). Значение q в крайней левой точке излома линии означает безразличие Эверт в отношении выбора между ПЛ и СВ. Это значение q должно равняться двум выигрышам от использования стратегий ПЛ и СВ против данной q-комбинации. Приравняв эти два выражения, получим $50q + 80(1 - q) = 70q + 60(1 - q)$, или $q = 20/40 = 1/2 = 50\%$. Ожидаемый выигрыш Эверт в этой точке составит $50 \times 0{,}5 + 80 \times 0{,}5 = 70 \times 0{,}5 + 60 \times 0{,}5 = 65$. Во второй (крайней правой) точке излома Эверт безразлично, какую стратегию выбрать, ПД или СВ. Таким образом, значение q в этой точке приравнивает выражения для вычисления выигрышей от стратегий ПД и СВ. Установив равенство $90q + 20(1 - q) = 70q + 60(1 - q)$, находим значение $q = 40/60 = 2/3 = 66{,}7\%$. В этом случае ожидаемый выигрыш Эверт составляет $90 \times 0{,}667 + 20 \times 0{,}333 = 70 \times 0{,}667 + 60 \times 0{,}333 = 66{,}67$. Следовательно, наилучший (или наименее неблагоприятный) выбор q Навратиловой находится в крайней левой точке излома, то есть $q = 0{,}5$. При этом ожидаемый выигрыш Эверт равен 65, а Навратиловой, соответственно, 35.

Когда Навратилова выбирает $q = 0{,}5$, Эверт безразлично, какую стратегию применить, ПЛ или СВ, а значит, выбор любой из них обеспечивает ей более высокий выигрыш, чем стратегия ПД. Поэтому Эверт не станет включать стратегию ПД в равновесие, и она станет неиспользуемой в равновесной комбинации стратегий Эверт.

Теперь продолжим анализ равновесия так, как если бы это была игра с двумя чистыми стратегиями у каждой из ее участницы: ПЛ и ПД у Навратиловой и ПЛ и СВ у Эверт. Итак, мы вернулись на знакомую почву, поэтому предоставляем вам возможность выполнить необходимые расчеты самостоятельно и приводим здесь только результат. Оптимальная комбинация стратегий Эверт в данной игре подразумевает выбор стратегии ПЛ с вероятностью 0,25 и стратегии СВ с вероятностью 0,75. Ожидаемый выигрыш Эверт от этой комбинации стратегий, использованных в игре против ПЛ и ПД Навратиловой соответственно, составляет $50 \times 0{,}25 + 70 \times 0{,}75 = 80 \times 0{,}25 + 60 \times 0{,}75 = 65$, как, разумеется, и должно быть.

Мы не могли начать этот анализ с игры два на два, поскольку не знали заранее, какую из трех стратегий Эверт не будет использовать. Однако мы не сомневаемся, что в общем случае обязательно будет одна такая стратегия. Когда три линии ожидаемых выигрышей занимают самые общие положения, они пересекаются попарно, а не все в одной точке. При этом верхняя огибающая имеет форму как на рис. 7.9. Самая нижняя точка огибающей задается пересечением линий выигрышей, соответствующих двум из трех стратегий. Выигрыш от третьей стратегии находится ниже пересечения в этой точке, а значит, игрок, выбирающий между тремя стратегиями, не будет использовать именно третью стратегию.

Б. Особые случаи

Положения и пересечения трех линий на рис. 7.9 зависят от выигрышей, указанных для чистых стратегий. Для данной игры мы выбирали выигрыши, позволяющие проиллюстрировать общую конфигурацию линий. Однако, если выигрыши находятся в весьма своеобразной зависимости друг от друга, мы можем получить особые конфигурации с различными результатами. Мы проанализируем здесь такие варианты, а возможность построить новые графики для этих случаев предоставляем вам.

Во-первых, если выигрыши от стратегии СВ, применяемой Эверт против стратегий ПЛ и ПД Навратиловой, равны, прямая СВ будет горизонтальной; при этом весь диапазон значений q делает комбинацию стратегий Навратиловой защищенной от использования. Например, если каждый из двух выигрышей в строке СВ таблицы на рис. 7.8 равен 70, то нетрудно определить, что левая точка излома на обновленном рис. 7.9 находилась бы в точке, соответствующей значению $q = 1/3$, а правая точка излома — в точке $q = 5/7$. При любом значении q в диапазоне от 1/3 до 5/7 наилучший ответ Эверт — СВ, а значит, мы получаем необычное равновесие, в котором Эверт выбирает чистую стратегию, а Навратилова чистые стратегии смешивает. Более того, вероятности чистых стратегий в равновесной смешанной стратегии Навратиловой имеют неопределенное значение в диапазоне от $q = 1/3$ до $q = 5/7$.

Во-вторых, если выигрыши Эверт при использовании стратегии СВ против стратегий ПЛ и ПД Навратиловой на определенную величину ниже выигрышей, представленных в таблице на рис. 7.8 (или если выигрыши от оставшихся двух стратегий на определенную величину выше указанных в таблице), все три прямые могут пересекаться в одной точке. Например, если выигрыши Эверт от стратегии СВ против стратегий ПЛ и ПД Навратиловой составляют не 70 и 60, а 66 и 56 соответственно, то при $q = 0{,}6$ ожидаемый выигрыш Эверт от стратегии СВ равен $66 \times 0{,}6 + 56 \times 0{,}4 = 39{,}6 + 22{,}6 = 62$, то есть такой же, как и выигрыш от стратегий ПЛ и ПД при $q = 0{,}6$. В таком случае Эверт безразлично, какую из трех имеющихся стратегий выбрать при $q = 0{,}6$, и она готова смешивать все три.

В этом особом случае вероятности чистых стратегий в равновесной комбинации стратегий Эверт не могут быть полностью определенными. Напротив, целый диапазон комбинаций (в том числе и использующих все три стратегии) может выполнять задачу по поддержанию безразличия Навратиловой в отношении выбора между стратегиями ПЛ и ПД, а значит, и готовности их смешивать. Тем не менее Навратилова должна применить комбинацию со значением $q = 0{,}6$. Если она этого не сделает, наилучшим ответом Эверт будет переход к одной из чистых стратегий в ущерб Навратиловой. Мы не станем подробно останавливаться на определении точного диапазона, в котором могут меняться равновесные смешанные стратегии Эверт, поскольку такая ситуация может сложиться лишь при особых комбинациях выигрышей и, стало быть, это не столь важно.

Обратите внимание, что выигрыши Эверт от использования стратегии СВ против стратегий ПЛ и ПД Навратиловой могут быть даже ниже значения, при котором все три прямые пересекаются в одной точке (например, если бы выигрыши от СВ равнялись 75 и 30 вместо 70 и 60, как на рис. 7.8). Тогда стратегия СВ не может быть наилучшим ответом Эверт, хотя она не является ни доминируемой стратегией ПЛ, ни доминируемой стратегией ПД. Случай, когда стратегия СВ доминируема по отношению к *комбинации* стратегий ПЛ и ПД, рассматривается в онлайн-приложении в данной главе.

7. Смешивание стратегий при наличии трех стратегий у обоих игроков

При рассмотрении игр, в которых у обоих игроков есть по три чистые стратегии с возможностью смешивания всех трех, необходимы две переменные, чтобы задать каждую комбинацию стратегий*. В комбинации игрока, данные которого отображаются в строках, его первой чистой стратегии соответствует вероятность p_1, а второй — вероятность p_2. Тогда вероятность использования третьей чистой

* В общем случае, если у игрока N чистых стратегий, то его комбинация содержит $(N - 1)$ независимых переменных, или степеней свободы выбора.

стратегии должна составлять 1 минус сумма вероятностей остальных двух стратегий. То же самое касается комбинации игрока, которому соответствуют столбцы. Таким образом, когда каждый игрок имеет по три чистые стратегии, найти равновесие в смешанных стратегиях без выполнения алгебраических операций с двумя переменными нельзя. Тем не менее зачастую такие алгебраические расчеты вполне выполнимы.

А. Полная комбинация всех стратегий

Рассмотрим упрощенное представление пенальти в футболе. Предположим, выполняющий его игрок, бьющий правой ногой, имеет три чистые стратегии: удар влево, вправо или в центр (налево или направо по отношению к вратарю; для игрока-правши было бы логично отправить мяч направо от вратаря), и может смешивать их с вероятностями, обозначенными как $p_л$, $p_п$, $p_ц$ соответственно. Любые две из этих вероятностей можно принять как независимые переменные, а третью выразить через них. Если $p_л$ и $p_п$ — независимые переменные, то $p_ц = 1 - p_л - p_п$. Вратарь также располагает тремя чистыми стратегиями, а именно двигаться налево от бьющего игрока (направо от самого вратаря), направо от бьющего игрока (налево от вратаря) или оставаться в центре. Кроме того, вратарь может их смешивать с вероятностями $q_л$, $q_п$, $q_ц$, две из которых могут быть выбраны в качестве независимых переменных.

Как и в разделе 6.А, график наилучших ответов для этой игры потребовал бы более двух размерностей. (Точнее говоря, четыре. Вратарь выбрал бы свои две независимые переменные, скажем ($q_л$, $q_п$), как свой наилучший ответ на две независимые переменные игрока, выполняющего пенальти ($p_л$, $p_п$), и наоборот.) Вместо этого мы снова воспользуемся свойством безразличия соперника, чтобы сфокусироваться на вероятностях чистых стратегий в смешанной стратегии по одному игроку за один раз. В случае каждого игрока вероятности должны быть такими, чтобы другому игроку было безразлично, какую стратегию из имеющихся в его комбинации стратегий выбрать. Это дает нам систему уравнений, которая позволит найти вероятности применения чистых стратегий в смешанной стратегии. В примере с футболом переменные ($p_л$, $p_п$) удовлетворяли бы двум уравнениям, выражающим требование о том, что ожидаемый выигрыш вратаря от использования стратегии «налево» должен быть равен ожидаемому выигрышу от применения стратегии «направо», а также что ожидаемый выигрыш вратаря от выбора стратегии «направо» должен равняться ожидаемому выигрышу от выбора стратегии «в центре». (В таком случае равенство ожидаемых выигрышей от применения стратегий «налево» и «в центре» определяется автоматически и не требует отдельного уравнения.) При большем количестве стратегий число вероятностей, подлежащих вычислению, и уравнений, которым они должны удовлетворять, тоже увеличивается.

На рис. 7.10 показана таблица взаимодействия между игроком, выполняющим пенальти, и вратарем, где в качестве выигрышей каждого игрока указаны проценты успешных действий. (В этой таблице для упрощения расчетов приведены не фактические данные европейского футбола, представленные чуть ниже, а аналогичные округленные числа.) Поскольку игрок, бьющий пенальти, хочет максимально увеличить выраженную в процентах вероятность того, что он забьет гол, а вратарь стремится минимизировать вероятность того, что он его пропустит, мы имеем дело с игрой с нулевой суммой. Например, в ситуации, когда бьющий игрок отправит мяч налево от себя, а вратарь сделает движение налево от бьющего игрока (ячейка в верхнем левом углу), мы исходим из предположения, что бьющему игроку все равно удастся забить гол в 45% случаев, стало быть, вратарь сможет отразить удар в 55% случаев. Однако если бьющий игрок отправит мяч направо от себя, а вратарь сделает движение налево от него, то у бьющего есть возможность забить гол с вероятностью 90%; мы исходим из того, что он с вероятностью 10% может ударить мимо или выше ворот, а значит, вратарь может добиться успеха в 10% случаев. Вы можете поэкспериментировать с другими, более приемлемыми, на ваш взгляд, значениями выигрышей.

		Вратарь		
		Налево	В центре	Направо
Бьющий игрок	Налево	45, 55	90, 10	90, 10
	В центр	85, 15	0, 100	85, 15
	Направо	95, 5	95, 5	60, 40

Рис. 7.10. Игра в пенальти в футболе

Легко убедиться, что в этой игре нет равновесия в чистых стратегиях. Поэтому допустимя, что игрок, выполняющий пенальти, смешивает стратегии с вероятностями $p_л$, $p_п$ и $p_ц = 1 - p_л - p_п$. По каждой чистой стратегии вратаря эта комбинация обеспечивает ему следующие выигрыши:

$$\text{«Налево»: } 55p_л + 15p_ц + 5p_п = 55p_л + 15(1 - p_л - p_п) + 5p_п.$$
$$\text{«В центр»: } 10p_л + 100p_ц + 5p_п = 10p_л + 100(1 - p_л - p_п) + 5p_п.$$
$$\text{«Направо»: } 10p_л + 15p_ц + 40p_п = 10p_л + 15(1 - p_л - p_п) + 40p_п.$$

Правило безразличия соперника гласит, что бьющий игрок должен выбрать $p_л$ и $p_п$, с тем чтобы в равновесии все три выражения были эквивалентны.

Приравняв выражения, соответствующие стратегиям «налево» и «направо», и упростив полученное равенство, имеем $45p_л = 35p_п$, или $p_п = (9/7)p_л$. Далее приравниваем выражения, соответствующие стратегиям «в центре» и «направо», и упрощаем полученное равенство с помощью только что выведенного соотношения между $p_п$. Это дает $10p_л + 100[1 - p_л - (9p_л/7)] + 5(9p_л/7) = 10p_л + 15[1 - p_л - (9p_л/7)] + 40(9p_л/7)$, или $[85 + 120(9/7)]p_л = 85$, что дает $p_л = 0{,}355$. Далее получаем $p_п = 0{,}355(9/7) = 0{,}457$ и, наконец, $p_ц = 1 - 0{,}355 - 0{,}457 = 0{,}188$. Затем вычисляем с помощью представленных выше трех строк выигрышей выигрыш вратаря от любой из его трех стратегий против этой комбинации стратегий; результат — 24,6.

Вероятности чистых стратегий в смешанной стратегии вратаря можно определить, записав и решив уравнения безразличия бьющего игрока в отношении его выбора из трех чистых стратегий в игре против комбинации стратегий вратаря. Мы будем это делать в ходе анализа несколько измененного варианта этой игры в разделе 7.Б, поэтому здесь опускаем детали и просто приводим полученный результат: $q_л = 0{,}325$, $q_п = 0{,}561$ и $q_ц = 0{,}113$. Выигрыш бьющего игрока от любой из его чистых стратегий в игре против равновесной комбинации стратегий вратаря составляет 75,4. Разумеется, он согласуется с выигрышем вратаря 24,6, который мы вычислили выше.

Теперь можем разъяснить эти выводы. Игрок, выполняющий пенальти, получит более высокий выигрыш от своей чистой стратегии «направо», чем от чистой стратегии «налево», как в случае, если вратарь правильно угадает его ход (60 > 45), так и если он ошибется (95 > 90). (Предположительно игрок будет бить левой, а значит, может сделать более сильный удар направо.) Таким образом, бьющий игрок выберет с самой высокой вероятностью стратегию «направо», и чтобы противостоять этому, вратарь также с высокой вероятностью выберет стратегию «направо»; однако при таком раскладе выигрыш бьющего в итоге составит всего 60, то есть меньше выигрыша 75,4, который он получит при равновесии в смешанных стратегиях.

Б. Равновесные комбинации, в которых используются не все стратегии

В равновесии из предыдущего примера вероятность применения стратегии «в центре» в смешанной стратегии достаточно низкая для каждого игрока. Комбинация «в центр» / «в центре» привела бы к гарантированному отражению пенальти, и бьющий игрок получил бы поистине низкий выигрыш, то есть ноль. В связи с чем данный игрок присваивает этому выбору низкую вероятность. Но тогда вратарь также должен присвоить выбору этой стратегии низкую вероятность, сосредоточившись на противодействии более вероятным стратегиям бьющего игрока. Но если последний получит достаточно высокий выигрыш от выбора стратегии «в центр», когда вратарь применит «налево» или «направо», то он будет выбирать «в центр» с определенной положительной вероятностью. Если бы выигрыши бьющего игрока в строке, соответствующей стратегии «в центр», были ниже, то он мог бы использовать стратегию «в центр» с нулевой вероятностью; тогда вратарь также присвоил бы нулевую вероятность стратегии «в центре». При таком развитии событий данная игра превратилась бы в игру с двумя базовыми чистыми стратегиями, «налево» и «направо», находящимися в распоряжении каждого игрока.

Этот вариант игры в футбол показан на рис. 7.11. Единственное различие между выигрышами в данной и первоначальной версии игры (рис. 7.10) состоит в том, что выигрыши бьющего игрока от комбинации стратегий «в центр» / «слева» и «в центр» / «справа» сократились еще больше, с 85 до 70. Это могло произойти потому, что бьющему игроку свойственно посылать мяч слишком высоко, а значит, он часто промахивается, целясь в центр. Попробуем вычислить равновесие в этой игре, воспользовавшись тем же методом, что и в разделе 7.A. На этот раз сделаем это с позиции вратаря, попытавшись найти вероятности применения чистых стратегий $q_л$, $q_п$ и $q_ц$ в смешанной стратегии с помощью условия безразличия бьющего игрока в отношении выбора между тремя чистыми стратегиями в игре против данной комбинации стратегий.

		Вратарь		
		Налево	В центре	Направо
Бьющий игрок	Налево	45, 55	90, 10	90, 10
	В центр	70, 30	0, 100	70, 30
	Направо	95, 5	95, 5	60, 40

Рис. 7.11. Вариант игры в пенальти в футболе

Выигрыши бьющего игрока от его чистых стратегий составляют:

$$«Налево»: 45q_л + 90q_ц + 90q_п = 45q_л + 90(1 - q_л - q_п) + 90q_п = 45q_л + 90(1 - q_л).$$
$$«В центре»: 70q_л + 0q_ц + 70q_п = 70q_л + 70q_п.$$
$$«Направо»: 95q_л + 95q_ц + 60q_п = 95q_л + 95(1 - q_л - q_п) + 60q_п = 95(1 - q_л) + 60q_п.$$

Приравняв выражения, соответствующие стратегиям «налево» и «направо», и упростив полученное равенство, имеем $90 - 45q_л = 95 - 35q_п$, или $35q_п = 5 + 45q_л$. Далее приравниваем выражения, соответствующие стратегиям «налево» и «в центр», и упрощаем их, что дает $90 - 45q_л = 70q_л + 70q_п$, или $115q_л + 70q_п = 90$. Подставив $q_п$ из первого уравнения (сначала умножив все члены уравнения на 2, чтобы вышло $70q_п = 10 + 90q_л$) во второе, получаем $205q_л = 80$, или $q_л = 0{,}390$. Затем, подставив это значение $q_л$ в любое из уравнений, получим $q_п = 0{,}644$. И наконец, используем эти оба значения, чтобы получить $q_ц = 1 - 0{,}390 - 0{,}644 = -0{,}034$. Поскольку значение вероятности не может быть отрицательным, что-то явно пошло не так.

Чтобы понять, что происходит в данном примере, для начала обратите внимание на то, что теперь для бьющего пенальти игрока стратегия «в центр» хуже этой же стратегии в первоначальной версии игры, где вероятность ее выбора уже была достаточно низкой. Однако логика безразличия соперника, выраженная в виде уравнений, приведших к данному решению, означает, что бьющий игрок должен быть готов использовать эту плохую стратегию. Это может произойти только тогда, когда вратарь достаточно редко применяет свою наилучшую стратегию противодействия стратегии бьющего игрока «в центр», а именно стратегию «в центре». В данном примере такую логику рассуждений необходимо продолжать до тех пор, пока вероятность применения вратарем стратегии «в центре» не станет отрицательной.

С сугубо алгебраической точки зрения полученное решение вполне приемлемо, однако оно нарушает требование теории вероятностей и свойственной реальной жизни рандомизации в отношении того, что значение вероятности не может быть отрицательным. Лучшее, что здесь можно сделать, — снизить вероятность выбора вратарем стратегии «в центре» до минимального значения, то есть до нуля. Но в этом случае бьющий игрок не склонен к выбору стратегии «в центр». Иными словами, мы получаем ситуацию, в которой каждый игрок не использует одну из своих чистых стратегий в смешанной стратегии или использует ее с нулевой вероятностью.

Но тогда может ли существовать равновесие, в котором каждый игрок смешивает две оставшиеся стратегии — «налево» и «направо»? Если рассматривать эту сокращенную игру два на два саму по себе, можно без труда найти ее равновесие в смешанных стратегиях. Учитывая, что к настоящему моменту вы уже накопили достаточно большой опыт, мы оставляем детали поиска равновесия вам и приводим только полученный результат.

Вероятности применения чистых стратегий в смешанной стратегии бьющего игрока: $p_л = 0{,}4375$, $p_л = 0{,}5625$.

Вероятности применения чистых стратегий в смешанной стратегии вратаря: $q_л = 0{,}3750$, $q_п = 0{,}6250$.

Ожидаемый выигрыш бьющего игрока (процент успеха): 73,13.

Ожидаемый выигрыш вратаря (процент успеха): 26,87.

Мы получили этот результат, просто исключив стратегии двух игроков «в центр» и «в центре», руководствуясь интуицией. Но мы должны проверить, действительно ли это равновесие будет таковым в полной игре три на три, то есть должны убедиться, что ни один игрок не сочтет нужным применить третью стратегию в случае комбинации двух стратегий, выбранных другим игроком.

При выборе вратарем той или иной комбинации стратегий выигрыш бьющего игрока от применения чистой стратегии «в центр» составляет $0{,}375 \times 70 + 0{,}625 \times 70 = 70$, что меньше выигрыша 73,13, который он получит от любой из своих чистых стратегий «налево» и «направо» или от любой их комбинации, а значит, бьющему игроку нет необходимости применять стратегию «в центр». Когда бьющий игрок выбирает комбинацию из двух стратегий с указанными выше вероятностями, выигрыш вратаря от использования чистой стратегии «в центре» составляет $0{,}4375 \times 10 + 0{,}5625 \times 50 = 7{,}2$. И он существенно ниже выигрыша 26,87, который вратарь получил бы в случае применения любой из своих чистых стратегий «налево» и «направо» или от любой их комбинации. Таким образом, вратарю также не имеет смысла применять стратегию «в центре». Следовательно, равновесие, которое мы нашли для игры два на два, актуально и для игры три на три.

Чтобы предусмотреть вероятность того, что некоторые стратегии могут остаться незадействованными в равновесной комбинации стратегий, следует уточнить или расширить принцип безразличия соперника. Равновесная комбинация каждого игрока должна быть такой, чтобы другому игроку было безразлично, какую именно стратегию выбрать из тех, *которые действительно используются в его равновесной комбинации*, то есть другому игроку не безразличен выбор между ними и неиспользованными стратегиями и он отдает предпочтение выбранным стратегиям перед невыбранными. Иными словами, в игре против равновесной комбинации соперника все стратегии, вошедшие в состав вашей равновесной комбинации, должны обеспечивать вам один и тот же ожидаемый выигрыш, а он, в свою очередь, должен превышать выигрыш, который бы вы получили от любой из неиспользованных стратегий.

Какие именно стратегии останутся неиспользованными в равновесии? Ответ на этот вопрос требует применения метода проб и ошибок, как в приведенных выше вычислениях, либо выполнения соответствующих расчетов с помощью компьютерной программы. Как только вы поймете саму концепцию, можете приступать ко второму. Описание общей теории равновесий в смешанных стратегиях в случаях, когда в распоряжении игроков есть любое количество возможных стратегий, ищите в онлайн-приложении к данной главе.

8. Как использовать смешанные стратегии на практике

При поиске или выборе смешанной стратегии в игре с нулевой суммой следует помнить о нескольких важных моментах. Во-первых, для эффективного использования смешанной стратегии в такой игре ее участникам нужно сделать нечто большее, чем просто вычислить выраженные в процентах равновесные вероятности применения каждого из своих действий. На самом деле в игре с розыгрышем очка в теннисе Эверт не может просто выбирать стратегию ПЛ в семи из десяти случаев и стратегию ПД в трех из десяти случаев, механически чередуя семь ударов по линии и три удара по диагонали. Почему? Потому что смешивание стратегий должно помочь вам в полной мере воспользоваться элементом неожиданности в игре против соперника. Если вы задействуете узнаваемую схему игры, соперник наверняка это выявит и обернет себе на пользу.

Отсутствие закономерности означает, что после любой последовательности выбранных стратегий вероятность выбора стратегии ПЛ или ПД в следующий раз остается такой же, как всегда. Скажем, если стратегия ПЛ случайно используется несколько раз подряд, это отнюдь не означает, что ее «обязательно» должна сменить стратегия ПД. На практике многие ошибочно рассуждают совсем иначе, поэтому слишком часто чередуют варианты выбора по сравнению с тем, какой была бы их истинная случайная последовательность, и крайне редко используют несколько идентичных вариантов подряд. Тем не менее обнаружение закономерности в наблюдаемых действиях требует сложных статистических расчетов, которые соперники зачастую не в состоянии выполнять во время игры. Как мы увидим в разделе 9, анализ результатов финальных матчей турниров Большого шлема привел к выводу, что подающие игроки слишком часто чередовали свои подачи, но принимающие не смогли обнаружить и воспользоваться этим отклонением от истинного вероятностного выбора действий.

Важность предотвращения предсказуемости наиболее очевидна в случае непрерывного взаимодействия в играх с нулевой суммой. Поскольку в таких играх интересы игроков диаметрально противоположны, ваш соперник всегда стремится использовать ваш выбор действий с максимальной выгодой для себя. Таким образом, если вы регулярно ведете против друг друга одну и ту же игру, соперник будет постоянно искать способ взломать код, используемый вами для рандомизации своих ходов. И если ему это удастся, у него появится шанс увеличить свой выигрыш в следующих раундах игры. Однако даже в случае однократных игр с нулевой суммой смешивание стратегий приносит пользу благодаря тактической неожиданности.

Победитель Мировой серии покера Дэниел Харрингтон, написавший в соавторстве с Биллом Роберти ряд замечательных книг об игре в разновидность покера под названием «техасский холдем», отмечает важность рандомизации стратегии в покере, позволяющей помешать сопернику угадать, какие карты у вас на руках, и использовать ваше поведение с выгодой для себя*. Поскольку людям зачастую трудно вести себя непредсказуемо, Харрингтон дает следующий совет относительно того, как применять комбинацию таких чистых стратегий, «поднять ставку» и «ответить»:

> Очень трудно точно вспомнить, что ты делал в последних четырех или пяти случаях при возникновении похожей ситуации. К счастью, это и не надо. Просто используй тот маленький генератор случайных чисел, который ты носишь в течение дня с собой. Что это? Ты и не знаешь, что у тебя такое есть? Да это секундная стрелка на твоих часах. Если ты знаешь, что в ранней позиции и при наличии на руках старшей пары ты должен повышать ставку в 80% случаев и отвечать в остальных 20%, то просто посмотри на часы и обрати внимание на положение секундной стрелки. Поскольку 80% от 60 составляют 48, ты должен повышать ставку, если секундная стрелка находится между делениями от 0 до 48, и только отвечать, если между 48 и 60. Этот метод хорош тем, что даже если бы кто-то точно знал, что ты делаешь, он бы все равно не смог предсказать твоих дальнейших действий!**

Безусловно, при использовании секундной стрелки часов для реализации смешанной стратегии важно, чтобы ваши часы не были слишком точными, иначе соперник сможет использовать такие же часы и предугадает ваши намерения!

До сих пор мы исходили из предположения, что вы заинтересованы в применении смешанной стратегии, чтобы предотвратить возможное использование соперником ваших действий в своих интересах. Однако если он не придерживается равновесной стратегии, вы можете попытаться воспользоваться его ошибкой. В качестве иллюстрации приведем пример из эпизода мультсериала «Симпсоны», в котором Барт и Лиза играют друг с другом в игру «камень, ножницы, бумага».

---

* Покер — это игра с неполной информацией, поскольку каждый игрок располагает только личной информацией о своих картах. Мы проанализируем такие игры более подробно в главе 8, а пока отметим, что они могут включать в себя равновесия в смешанных стратегиях (так называемые полуразделяющие равновесия), в которых случайные комбинации стратегий предназначены именно для того, чтобы помешать другому игроку раскрыть вашу личную информацию на основании ваших действий.

** *Харрингтон Д., Роберти Б.* Харрингтон о холдеме. Профессиональная стратегия для турниров по безлимитному покеру. Том 1. Стратегическая игра. Самара : Сафари, 2008.

(В упражнении **S10** дано полное описание этой игры три на три; вам предстоит вычислить равновесную комбинацию стратегий каждого игрока.) Перед выбором стратегий Барт думает: «Конечно, камень. Он самый сильный». В то же время Лиза думает: «Бедный предсказуемый Барт. Он всегда выбирает камень». Как и следовало ожидать, наилучший ответ Лизы — стратегия «бумага» против своего незадачливого соперника; ей нет необходимости применять равновесную комбинацию стратегий.

Более тонкий пример использования действий соперника в своих интересах можно наблюдать в разыгрываемой парами студентов версии игры в теннис под названием «лучший из 100». Как и профессиональные теннисисты, наши студенты слишком часто переключаются с одной стратегии на другую, по всей видимости, считая, что выбор ПЛ пять раз подряд выглядит не таким уж «случайным». Для того чтобы извлечь из этого поведения выгоду для себя, игрок в роли Навратиловой смог предвидеть, что после выбора стратегии ПЛ три раза подряд игрок в роли Эверт, по всей вероятности, перейдет к стратегии ПД, и это можно обернуть себе на пользу, также переключившись на стратегию ПД. Этому игроку следовало бы поступать так чаще, чем в случае рандомизации каждого раунда игры в отдельности, но в идеале не так часто для того, чтобы игрок в роли Эверт заметил это и не научился повторять одну и ту же стратегию большее количество раз.

И наконец, игроки должны понять и принять тот факт, что применение смешанных стратегий защищает вас от использования соперником ваших действий в своих интересах и обеспечивает вам максимально возможный ожидаемый выигрыш в игре с соперником, который делает свой лучший выбор, но это не более чем математическое ожидание. В особых случаях игра может закончиться для вас неблагоприятным исходом. Например, длинный пас на третьем дауне с одним оставшимся ярдом, сделанный, чтобы держать защиту в напряжении, может завершиться неудачей в любом конкретном случае. Если вы выбираете смешанную стратегию в ситуации, за которою несете ответственность перед руководством, вы должны предусмотреть такой вариант. Вам следует заранее объяснить целесообразность использования вашей стратегии, скажем, своему тренеру или боссу. Они должны понять, почему вы ее выбрали и почему считаете, что она обеспечит вам наилучший выигрыш в среднем, хотя иногда и чревата достаточно низким выигрышем. Однако даже такое заблаговременное планирование не всегда способно защитить вашу «репутацию», поэтому вы должны быть готовы к критике при нежелательном исходе игры.

9. Эмпирические данные о смешивании стратегий

А. Игры с нулевой суммой

Первые исследователи, проводившие лабораторные эксперименты в области теории игр, как правило, пренебрегали смешанными стратегиями. Дуглас Дэвис и Чарльз Холт сказали по этому поводу следующее: «Участников экспериментов редко (если вообще когда-либо) можно было увидеть за подбрасыванием монеты, а когда впоследствии им говорили, что равновесие подразумевает рандомизацию, это вызывало у них удивление и скептицизм»*. Когда ожидаемое равновесие подразумевает смешивание двух или более чистых стратегий, результаты экспериментов показывают, что некоторые участники группы придерживаются одной чистой стратегии, тогда как остальные — другой, но это не истинное смешивание стратегий одним игроком. При многократной игре участников эксперимента в игры с нулевой суммой отдельные игроки часто со временем выбирают другие чистые стратегии. Тем не менее создается впечатление, что они ошибочно принимают чередование за случайный выбор, то есть переключаются между стратегиями чаще, чем того требует истинная рандомизация.

В ходе последующих исследований были получены несколько более достоверные данные в пользу смешивания в играх с нулевой суммой. Когда участники лабораторных экспериментов имеют возможность накопить большой опыт, они действительно осваивают навыки смешивания стратегий в играх с нулевой суммой. Тем не менее отклонения от равновесных прогнозов остаются весьма существенными. Усредненные по всем участникам эксперимента эмпирические вероятности, как правило, достаточно близки к вероятностям, рассчитанным посредством равновесия, но многие игроки все же выбирают стратегии в пропорциях, далеких от предсказанных равновесием. Колин Камерер сказал об этом следующее: «Общая картина такова, что смешанные равновесия в среднем не приводят к неверным догадкам в отношении поведения людей»**.

Один случай практического применения рандомизации произошел в Малайе в конце 1940-х годов***. Британская армия сопровождала продовольственные конвои, чтобы защитить их от нападений коммунистов-террористов. Последние могли либо организовать масштабное нападение, либо провести мелкий снайперский обстрел, чтобы напугать водителей грузовиков, дабы те отказались от выполнения

* Douglas D. Davis and Charles A. Holt, Experimental Economics (Princeton: Princeton University Press, 1993), p. 99.

** Colin F. Camerer, Behavioral Game Theory (Princeton: Princeton University Press, 2003).

*** R. S. Beresford and M. H. Peston, "A Mixed Strategy in Action," Operations Research, vol. 6, no. 4 (December 1955), pp. 173–76.

такой работы в следующий раз. Британское сопровождение могло либо группироваться в одном месте, либо рассредоточиться по всему конвою. Для армии сосредоточение позволяло эффективнее противостоять масштабной атаке, а рассредоточение было действенно против снайперов. Для террористов масштабное нападение было лучше при рассредоточенном сопровождении, а снайперский обстрел — при концентрации военных. В этой игре с нулевой суммой есть только одно равновесие в смешанных стратегиях. Командир отряда сопровождения, даже не слышавший о теории игр, решил проблему следующим образом. Каждое утро во время формирования конвоя он брал травинку в одну из рук и прятал руки за спиной, предлагая солдатам угадать, в какой руке травинка. В зависимости от ответа солдата командир выбирал тот или иной тип сопровождения конвоя. Хотя о точных показателях выигрышей в этой игре судить трудно, поэтому мы не можем сказать, было ли верным смешивание стратегий в соотношении 50 на 50, этот офицер правильно оценил необходимость рандомизации и важности использования новой процедуры рандомизации каждый день, чтобы избежать формирования закономерности или слишком частого чередования вариантов выбора.

Самые убедительные данные в поддержку смешанных стратегий в играх с нулевой суммой связаны со спортом, особенно его профессиональными видами, в которых игроки накапливают большой опыт, а присущее им стремление к победе подкрепляет крупное материальное вознаграждение при ее достижении.

Марк Уокер и Джон Вудерс проанализировали игру «подача — возврат подачи» между теннисистами высшего уровня во время матчей Уимблдонского турнира* и представили это взаимодействие как игру с двумя участниками (подающим и принимающим), в которой каждый игрок имеет две чистые стратегии. Подающий может делать подачу под правую или левую руку принимающего, а принимающий может делать предположения о том, в какую сторону отправит подачу подающий, и двигаться именно туда. Поскольку во время турниров высшего уровня в мужском одиночном разряде подачи выполняются очень быстро, принимающий не может предпринять ответное действие после того, как увидит фактическое направление подачи, поэтому ему приходится двигаться в соответствии со своей оценкой возможного направления. Таким образом, это игра с одновременными ходами. Кроме того, так как принимающий стремится правильно угадать действия подающего, а подающий старается ввести в заблуждение принимающего, в этой игре мы видим равновесие в смешанных стратегиях. Отследить стратегию принимающего на видеозаписи невозможно (разве можно увидеть, на какую ногу он переносит вес?), поэтому полную матрицу выигрышей для проверки,

* Mark Walker and John Wooders, "Minimax Play at Wimbledon," American Economic Review, vol. 91, no. 5 (December 2001), pp. 1521–38.

смешивают ли игроки свои чистые стратегии в соответствии с равновесными прогнозами, воссоздать нельзя. Тем не менее правильность важного теоретического прогноза можно проверить, рассчитав частоту, с которой подающий выигрывает очко в случае каждой из имеющихся в его распоряжении стратегий подачи.

Если теннисисты используют равновесные комбинации стратегий в игре «подача — возврат подачи», подающий должен выигрывать очко с одинаковой вероятностью независимо от того, делает ли он подачу под правую или под левую руку принимающего. В реальном теннисном матче два игрока разыгрывают не менее сотни очков; следовательно, это предоставляет достаточно данных, чтобы проверить, выполняется ли это условие в каждом матче. Уокер и Вудерс составили таблицу результатов подач в 10 матчах. В каждом матче используются четыре типа комбинаций «подача — возврат подачи»: игрок А делает подачу игроку Б и наоборот в сочетании с подачей с правой или с левой стороны корта. Таким образом, Уокер и Вудерс проанализировали данные о 40 ситуациях с розыгрышем подачи и обнаружили, что в 39 из них показатели результативности подающего в случае подачи под правую и под левую руку попадали в допустимые пределы статистической погрешности.

По всей вероятности, теннисисты высшего уровня накопили достаточно большой общий опыт игры в теннис и ее ведения против различных соперников, для того чтобы усвоить общий принцип смешивания стратегий в правильном соотношении в игре против конкретных противников. Тем не менее, чтобы добиться необходимого уровня непредсказуемости, в любой последовательности подач не должно быть никакой закономерности: выбор стороны при каждой подаче не должен зависеть от предыдущего выбора. Как уже отмечалось в контексте применения смешанных стратегий на практике, игроки могут слишком часто чередовать чистые стратегии, не осознавая того, что чередование — такая же закономерность, как и неоднократное повторение одного и того же действия. И данные действительно подтверждают тот факт, что подающие чередовали свои стратегии слишком часто. Однако, согласно тем же данным, такое отклонение от истинного смешивания стратегий оказалось не настолько большим, чтобы соперники его заметили и использовали с выгодой для себя.

Как было показано в разделе 8, пенальти в футболе — еще один подходящий контекст для изучения смешанных стратегий. Преимущество анализа штрафных ударов состоит в том, что это действительно позволяет отслеживать стратегии, используемые как игроком, выполняющим пенальти, так и вратарем, то есть видеть не только, куда бьющий игрок собирается послать мяч, но и в какую сторону бросается вратарь. Это означает, что мы можем вычислить фактические вероятности смешивания стратегий и сравнить их с теоретическими прогнозами. Недостаток этого контекста по сравнению с теннисом состоит в том, что два игрока сталкиваются друг с другом не более чем несколько раз за сезон. Для того чтобы собрать достаточно данных, вместо анализа конкретных случаев противоборства между игроками необходимо проанализировать показатели всех вратарей и игроков, выполняющих пенальти. По результатам двух исследований, основанных именно на таких данных, было получено убедительное подтверждение теоретических прогнозов.

Проанализировав большой объем данных, предоставленных профессиональными футбольными лигами Европы, Игнасио Уэрта составил таблицу выигрышей, соответствующих средней вероятности успешных ударов бьющего игрока (рис. 7.12)*. Поскольку в эти данные включены показатели бьющих игроков как с правой, так и с левой ноги, а значит, у них разное естественное направление удара, здесь естественной считается стратегия «направо». (Игроки, выполняющие пенальти, обычно бьют по мячу внутренней стороной стопы. Для игрока, бьющего с правой ноги, естественным является удар направо от вратаря, а с левой — удар налево от вратаря.) Каждый игрок располагает двумя вариантами стратегий — «налево» и «направо». Когда вратарь выбирает стратегию «направо», это означает, что он будет прикрывать естественное направление удара бьющего игрока.

		Вратарь	
		Налево	Направо
Бьющий игрок	Налево	58	95
	Направо	93	70

Рис. 7.12. Вероятности успешного выполнения пенальти в европейских высших лигах

Воспользовавшись свойством безразличия соперника, можно легко определить, что бьющий игрок *должен* выбирать стратегию «налево» в 38,3% случаев, а стратегию «направо» в 61,7% случаев. Такая комбинация стратегий обеспечивает показатель результативности ударов 79,6% независимо от того, какую стратегию выберет вратарь. Вратарь, со своей стороны, должен выбирать стратегии «налево» и «направо» в 41,7 и 58,3 процентах случаев соответственно; эта комбинация стратегий позволит ему удержать показатель результативности ударов бьющего игрока на уровне 79,6%.

* Ignacio Palacios-Huerta, Professionals Play Minimax, Review of Economics Studies, vol. 70, no. 20 (2003), pp. 395–415.

Что же происходит на самом деле? Игроки, выполняющие пенальти, применяли стратегию «налево» в 40,0% случаев, а вратари — в 41,3% случаев. Эти показатели максимально близки к теоретическим прогнозам. Выбранные комбинации стратегий почти полностью защищены от использования соперником в своих интересах. Смешанная стратегия бьющего игрока обеспечивает показатель результативности ударов 79% против стратегии вратаря «налево» и 80% против стратегии вратаря «направо». Смешанная стратегия вратаря удерживает показатель результативности бьющих игроков на уровне 79,3% при выборе ими стратегии «налево», а при тратегии «направо» в 79,7% случаев.

В ранее опубликованной работе Пьер-Андре Кьяппори, Тимоти Гроусклоуз и Стивен Левитт использовали аналогичные данные и получили аналогичные результаты*. Кроме того, они проанализировали всю последовательность выбора стратегий каждым игроком, бьющим пенальти, и каждым вратарем и не нашли случаев чрезмерного чередования. Это можно объяснить тем, что большинство одиннадцатиметровых штрафных ударов представляют собой единичные события, происходящие на протяжении многих матчей, в отличие от многократно повторяющихся розыгрышей очка в теннисе, поэтому в случае пенальти игроки чаще не учитывают то, что происходило во время предыдущих пенальти. Тем не менее все эти данные говорят о том, что действия игроков во время выполнения пенальти в футболе даже ближе к истинному смешиванию стратегий, чем в игре «подача — возврат подачи» в теннисе.

При столь убедительном эмпирическом подтверждении теории было бы резонно спросить, эффективны ли навыки смешивания стратегий, приобретенные игроками в футболе, в других игровых контекстах. Результаты одного исследования подтвердили, что да (испанские профессиональные футболисты играли в точном соответствии с равновесными прогнозами во время лабораторных экспериментов в матричных играх с нулевой суммой два на два и четыре на четыре). Тем не менее в ходе другого исследования воспроизвести эти результаты не удалось. В его рамках анализировались показатели игроков американской Высшей лиги футбола, а также участников Мировой серии покера (у которых, как говорилось в разделе 8, также есть профессиональные причины для предотвращения использования их действий соперниками с выгодой для себя посредством смешивания стратегий) и было установлено, что поведение профессиональных игроков во время абстрактных матричных игр так же далеко от равновесия, как и поведение студентов. Как и в случае исследований с участием профессиональных шахматистов,

* Pierre-André Chiappori, Timothy Groseclose, and Steven Levitt, Testing Mixed Strategy Equilibria When Players are Heterogeneous: The Case of Penalty Kicks in Soccer, American Economic Review, vol. 92, no. 4 (September 2002), pp. 1138–51.

о которых шла речь в главе 3, при наличии опыта профессиональные игроки смешивают стратегии в соответствии с теорией равновесия в своей профессиональной сфере, но этот опыт не приводит их автоматически к равновесию в новых и незнакомых играх*.

Б. Игры с ненулевой суммой

Лабораторные эксперименты со смешиванием стратегий в играх с ненулевой суммой дают еще более отрицательные результаты, чем аналогичные эксперименты в играх с нулевой суммой. И это неудивительно. Как мы уже убедились, в таких играх свойство, в соответствии с которым равновесная комбинация стратегий каждого игрока становится причиной безразличия соперника в отношении выбора между чистыми стратегиями, — логическое свойство самого равновесия. В отличие от игр с нулевой суммой, у каждого участника игры с ненулевой суммой зачастую нет положительных или целевых причин добиваться безразличия других игроков. В таком случае игрокам труднее понять и освоить логику рассуждений, лежащую в основе вычисления вероятностей применения чистых стратегий в смешанной стратегии, что проявляется в их поведении.

В группе участников эксперимента, играющих в игру с ненулевой суммой, можно увидеть, как одни игроки придерживаются одной чистой стратегии, тогда как другие — другой. Этот тип смешивания в группе не согласуется с теорией равновесий в смешанных стратегиях, хотя у такого смешивания есть интересная эволюционная интерпретация, которую мы проанализируем в главе 12.

Как мы говорили выше в разделе 5.Б, вероятности применения чистых стратегий в смешанной стратегии каждого игрока не должны меняться при изменении его выигрышей. Однако на самом деле именно это и происходит: как правило, игроки выбирают то или иное действие чаще, если их собственный выигрыш от этого увеличивается**. Игроки действительно меняют свои действия в ходе повторных раундов игры с разными партнерами, но не в соответствии с равновесными прогнозами.

Общий вывод таков: в играх с ненулевой суммой следует интерпретировать и применять равновесия в смешанных стратегиях как минимум с большой осторожностью.

---

* Результаты первого из упомянутых выше исследований представлены в статье: Ignacio Palacios-Huerta and Oskar Volij, Experientia Docet: Professionals Play Minimax in Laboratory Experiments, Econometrica, vol. 76, no. 1 (January 2008), pp. 71–115. Результаты второго исследования опубликованы здесь: Steven D. Levitt, John A. List, and David H. Reiley, What Happens in the Field Stays in the Field: Exploring Whether Professionals Play Minimax in Laboratory Experiments, Econometrica, vol. 78, no. 4 (July 2010), pp. 1413–34.

** Jack Ochs, "Games with Unique Mixed-Strategy Equilibria: An Experimental Study," Games and Economic Behavior, vol. 10, no. 1 (July 1995), pp. 202–17.

Резюме

Игры с нулевой суммой, в которых один игрок предпочитает совмещение действий, а другой наоборот, зачастую не имеют равновесия Нэша в чистых стратегиях. В таких играх каждый игрок стремится действовать непредсказуемо и поэтому использует смешанную стратегию с определенным распределением вероятностей на своем множестве чистых стратегий. Вероятности применения чистых стратегий в смешанной стратегии каждого игрока вычисляются с помощью *свойства безразличия соперника*, которое гласит, что в игре против равновесной смешанной стратегии данного игрока соперник должен получать равные *ожидаемые выигрыши* от всех своих чистых стратегий. Графики кривых наилучших ответов можно использовать для отображения всех равновесий в смешанных стратегиях (а также в чистых стратегиях) той или иной игры.

В играх с ненулевой суммой также могут присутствовать равновесия в смешанных стратегиях, которые можно рассчитать на основании свойства безразличия соперника и проиллюстрировать с помощью кривых наилучших ответов. Но мотивация к поддержанию безразличия соперника в этих играх слабее или отсутствует вообще, поэтому такие равновесия менее привлекательны для игроков и обычно неустойчивы.

Смешанные стратегии — это частный случай непрерывных стратегий, но им свойственны дополнительные аспекты, заслуживающие специального изучения. Равновесия в смешанных стратегиях можно интерпретировать как исходы игры, в которых каждый игрок имеет правильные убеждения в отношении вероятностей, с которыми другой игрок выбирает среди своих базовых чистых стратегий. Кроме того, при изменении выигрышей игроков равновесия в смешанных стратегиях могут иметь ряд свойств, противоречащих здравому смыслу.

Если в распоряжении одного игрока три стратегии, а другого — только две, первый, как правило, использует в равновесной смешанной стратегии всего две чистые стратегии. Если у обоих игроков по три (или более) чистые стратегии, в равновесных комбинациях стратегий может быть указана положительная вероятность применения их всех или только их подмножества. Все стратегии, активно используемые в смешанной стратегии, обеспечивают игроку равный ожидаемый выигрыш в игре против равновесной смешанной стратегии соперника; все неиспользованные стратегии гарантируют более низкий ожидаемый выигрыш. В крупных играх такого рода бывают случаи, когда равновесная комбинация стратегий остается неопределенной.

При применении смешанных стратегий игрокам нельзя забывать, что их система рандомизации ни в коем случае не должна быть предсказуемой. Крайне важно избегать чрезмерного чередования действий. Лабораторные эксперименты обеспечивают только слабую поддержку применения смешанных стратегий. Тем не менее равновесия в смешанных стратегиях позволяют получить достоверные прогнозы во многих играх с нулевой суммой с участием опытных профессиональных спортсменов.

Ключевые термины

Ожидаемый выигрыш

Свойство безразличия соперника

Упражнения с решениями

S1. Рассмотрим следующую игру:

		Колин	
		Безопасно	Рискованно
Ровена	Безопасно	4, 4	4, 1
	Рискованно	1, 4	6, 6

a) Какую игру она больше всего напоминает: розыгрыш очка в теннисе, игру в доверие или игру в труса?

b) Найдите все равновесия Нэша в этой игре.

S2. В следующей таблице представлены выраженные в денежных суммах выигрыши в игре с одновременными ходами с двумя участниками:

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	1, 16	4, 6
	Вниз	2, 20	3, 40

a) Найдите равновесие Нэша в смешанных стратегиях в этой игре.

b) Определите ожидаемые выигрыши игроков в этом равновесии.

c) Ровена и Колин вместе получают максимальную сумму денег, когда Ровена выбирает «вниз». Тем не менее в равновесии она не всегда применяет эту стратегию. Почему? Можете ли вы придумать способы получения более согласованного исхода игры?

S3. Вспомните упражнение **S7** из главы 4, где говорилось о пожилой даме, которой нужно было перейти улицу, а два игрока одновременно решали, предлагать ли ей помощь. Если вы выполнили это упражнение, значит, нашли все равновесия Нэша в чистых стратегиях. Теперь найдите равновесие в смешанных стратегиях.

S4. Просмотрите описание игры в теннис в разделе 2.А данной главы. Вспомните, что, согласно равновесию Нэша в смешанных стратегиях, найденному в этом разделе, Эверт выбирает стратегию ПЛ с вероятностью 0,7, а Навратилова с вероятностью 0,6. Предположим, что чуть позже во время матча Эверт получает травму, из-за чего ее удары по линии становятся гораздо медленнее, а значит, Навратиловой их легче отражать. Выигрыши в этой игре представлены в следующей таблице.

		Навратилова	
		ПЛ	ПД
Эверт	ПЛ	30, 70	60, 40
	ПД	90, 10	20, 80

a) По сравнению с игрой до получения травмы (см. рис. 7.1) стратегия ПЛ кажется теперь менее привлекательной для Эверт. Как думаете, в новом равновесии в смешанных стратегиях Эверт будет выбирать ее чаще, реже или так же, как раньше? Обоснуйте свой вывод.

b) Найдите равновесную комбинацию стратегий каждой участницы игры. Какова ожидаемая ценность данной игры для Эверт?

c) Чем отличаются равновесные комбинации, найденные в пункте b, от равновесных комбинаций в исходной игре и от вашего ответа на вопрос в пункте a? Объясните, почему изменилась или не изменилась каждая комбинация.

S5. В упражнении **S7** главы 6 представлена упрощенная версия игры в бейсбол, а в пункте с указано, что в этой игре с одновременными ходами отсутствует равновесие Нэша в чистых стратегиях. Это объясняется тем, что у питчеров и бэттеров противоположные цели: питчеру нужно бросить мяч мимо бэттера, а бэттеру необходимо отбить этот мяч. Таблица игры выглядит так:

		Питчер	
		Бросить фастбол	Бросить керв
Бэттер	Ожидать фастбол	0,30, 0,70	0,20, 0,80
	Ожидать керв	0,15, 0,85	0,35, 0,65

a) Найдите равновесие Нэша в смешанных стратегиях в этой упрощенной версии игры в бейсбол.
b) Определите ожидаемые выигрыши каждого игрока в этом равновесии.
c) Предположим, питчер попытается улучшить ожидаемый выигрыш в равновесии в смешанных стратегиях, замедлив свой фастбол таким образом, что это делает его похожим на керв. В итоге выигрыш бэттера в ячейке «ожидать фастбол — бросить фастбол» изменится с 0,30 до 0,25, а выигрыш питчера скорректируется соответственно. Может ли такое изменение улучшить ожидаемый выигрыш питчера? Тщательно обоснуйте свой ответ. Кроме того, объясните, почему замедление фастбола может (или не может) улучшить ожидаемый выигрыш питчера в этой игре.

S6. Несмотря на опасность игры в труса (см. раздел 4.Б), Джеймс и Дин решают повысить ее эмоциональный накал (и ставки), стартуя на автомобилях с большего расстояния друг от друга. Так они смогут дольше держать зрителей в напряжении и сильнее разогнаться, прежде чем дело дойдет (или не дойдет) до серьезного столкновения. В связи с этим в новой таблице игры указан более высокий штраф за столкновение.

		Дин	
		Свернуть	Ехать прямо
Джеймс	Свернуть	0, 0	–1, 1
	Ехать прямо	1, –1	–10, –10

a) Найдите равновесие Нэша в смешанных стратегиях для этой более опасной версии игры в труса. Джеймс и Дин выбирают стратегию «ехать прямо» чаще или реже по сравнению с игрой, таблица которой представлена на рис. 7.4?
b) Определите ожидаемый выигрыш каждого игрока в случае равновесия в смешанных стратегиях, найденного в пункте a.
c) Джеймс и Дин решают разыгрывать игру в труса многократно (например, в присутствии разных групп зрителей из числа безрассудной молодежи). Более того, дабы избежать столкновения, они вступают в сговор и чередуют два равновесия в чистых стратегиях. Каким будет средний выигрыш ткаждого из них в случае такого сговора, если они сыграют четное количество игр? Он лучше или хуже выигрыша, на который они могут рассчитывать при равновесии в смешанных стратегиях? Почему?

d) После того как Джеймс и Дин несколько недель не играли в вариант игры в труса, описанный в пункте c, они договариваются сыграть снова. Однако к этому времени оба совершенно забывают, какое равновесие Нэша в чистых стратегиях разыгрывали в последний раз, и ни один из них этого не осознает, пока не взревут двигатели автомобилей перед самым началом игры. Вместо того чтобы играть в соответствии с равновесием Нэша в чистых стратегиях, каждый из них подбрасывает монету, чтобы решить, какую стратегию выбрать. Чему равен ожидаемый выигрыш Джеймса и Дина, если каждый из них смешивает стратегии в пропорции 50 на 50 таким способом? Как он соотносится с ожидаемыми выигрышами в случае равновесной комбинации стратегий? Объясните, почему эти выигрыши остаются неизменными или отличаются от выигрышей, вычисленных в пункте c.

S7. В разделе 2.Б продемонстрировано, как построить график кривых наилучших ответов в игре с розыгрышем очка в теннисе. В разделе 4.Б отмечено, что при наличии множества равновесий их можно определить по пересечениям кривых наилучших ответов. Для игры «битва полов», представленной на рис. 4.12 в главе 4, постройте графики наилучших ответов Гарри и Салли на координатной плоскости с осями p и q. Обозначьте все равновесия Нэша.

S8. Рассмотрите следующую игру:

		Колин	
		Да	Нет
Ровена	Да	x, x	0, 1
	Нет	1, 0	1, 1

a) При каких значениях x в этой игре есть единственное равновесие Нэша? Найдите его.

b) При каких значениях x в этой игре есть равновесие Нэша в смешанных стратегиях? С какой вероятностью, выраженной через x, каждый игрок будет выбирать стратегию «да» в равновесии в смешанных стратегиях?

c) Можно ли назвать эту игру при значениях x, найденных в пункте a, примером игры в доверие, игры в труса или игры наподобие тенниса? Обоснуйте свой ответ.

d) Пусть $x = 3$. Постройте график кривых наилучших ответов Ровены и Колина на координатной плоскости с осями p и q. Обозначьте все равновесия Нэша в чистых и смешанных стратегиях.

e) Пусть $x = 1$. Постройте график кривых наилучших ответов Ровены и Колина на координатной плоскости с осями p и q. Обозначьте все равновесия Нэша в чистых и смешанных стратегиях.

S9. Рассмотрите следующую игру:

		Профессор Плам		
		Револьвер	Нож	Гаечный ключ
Миссис Пикок	Оранжерея	1, 3	2, –2	0, 6
	Танцевальный зал	3, 1	1, 4	5, 0

a) Постройте график ожидаемых выигрышей от каждой из стратегий профессора Плама как функции p-комбинации миссис Пикок.

b) При каком диапазоне значений p стратегия «револьвер» обеспечивает профессору Пламу более высокий ожидаемый выигрыш, чем стратегия «нож»?

c) При каком диапазоне значений p стратегия «револьвер» обеспечивает ему более высокий ожидаемый выигрыш, чем стратегия «гаечный ключ»?

d) Какие чистые стратегии профессор Плам использует в своей равновесной комбинации? Почему?

e) Найдите равновесие Нэша в смешанных стратегиях в этой игре.

S10. Многие из вас наверняка знакомы с детской игрой «камень, ножницы, бумага». В ней два игрока одновременно выбирают свой «камень», «ножницы» или «бумагу», складывая ладони так, чтобы их форма напоминала один из этих вариантов. Счет в игре ведется следующим образом. Игрок, выбравший «ножницы», побеждает игрока, выбравшего «бумагу» (потому что ножницы режут бумагу). Игрок, выбравший «бумагу», побеждает игрока, выбравшего «камень» (поскольку бумага обертывает камень). Игрок, выбравший «камень», побеждает игрока, выбравшего «ножницы» (потому что камень разбивает ножницы). Допустим, в каждом отдельном розыгрыше игры на кону стоят 10 очков. Возможные исходы игры представлены в следующей таблице выигрышей:

		Лиза		
		Камень	Ножницы	Бумага
Барт	Камень	0, 0	10, –10	–10, 10
	Ножницы	–10, 10	0, 0	10, –10
	Бумага	10, –10	–10, 10	0, 0

a) Найдите равновесие в смешанных стратегиях в этой игре.

b) Предположим, Лиза объявила, что применит комбинацию стратегий, в которой вероятность выбора стратегии «камень» составляет 40%, «ножницы» — 30% и «бумага» — 30%. Определите наилучший ответ Барта на такой выбор стратегий. Объясните, почему ваш ответ резонный, основываясь на ваших знаниях о смешанных стратегиях.

S11. Вспомните игру между торговцами мороженым на пляже из упражнения **U6** в главе 6. В ней мы нашли два асимметричных равновесия в чистых стратегиях. В данной игре есть также симметричное равновесие в смешанных стратегиях.

a) Составьте таблицу этой игры пять на пять.

b) Исключите доминируемые стратегии и объясните, почему их не следует применять в равновесии.

c) Используйте ответ, полученный в части (b), чтобы найти равновесие в смешанных стратегиях в этой игре.

S12. Допустим, в игре в пенальти из раздела 7.A данной главы в распоряжении бьющего игрока шесть стратегий: бить высоко и налево (ВЛ), низко и налево (НЛ), высоко и в центр (ВЦ), низко и в центр (НЦ), высоко и направо (ВП), а также низко и направо (НП). Вратарь по-прежнему располагает тремя стратегиями: двигаться налево от бьющего игрока (Л), двигаться направо (П) и оставаться в центре (Ц). Проценты успешных действий игроков приведены в следующей таблице:

		Вратарь		
		Л	Ц	П
Бьющий игрок	ВЛ	0,50, 0,50	0,85, 0,15	0,85, 0,15
	НЛ	0,40, 0,60	0,95, 0,05	0,95, 0,05
	ВЦ	0,85, 0,15	0, 0	0,85, 0,15
	НЦ	0,70, 0,30	0, 0	0,70, 0,30
	ВП	0,85, 0,15	0,85, 0,15	0,50, 0,50
	НП	0,95, 0,05	0,95, 0,05	0,40, 0,60

Ваша задача — подтвердить, что в равновесии в смешанных стратегиях данной игры вратарь использует каждую из стратегий Л и П в 42,2% случаев, а стратегию Ц в 15,6% случаев, тогда как бьющий игрок применяет каждую из стратегий НЛ и НП в 37,8% случаев, а стратегию ВЦ в 24,4% случаев.

a) С учетом предложенной смешанной стратегии вратаря вычислите ожидаемый выигрыш бьющего игрока от каждой из его шести чистых стратегий и с учетом предложенной смешанной стратегии бьющего игрока ожидаемый выигрыш вратаря от каждой из его трех стратегий. (Для простоты используйте только три значащие цифры.)

b) На основании ответа, полученного в пункте a, объясните, почему смешанная стратегия вратаря — наилучший ответ на предложенную смешанную стратегию бьющего игрока и наоборот.

c) Воспользовавшись полученными выше ответами, объясните, почему предложенные стратегии образуют равновесие Нэша.

d) Вычислите равновесный выигрыш игрока, выполняющего пенальти.

S13 (дополнительное упражнение). В разделе 5.Б в контексте игры в доверие мы показали, что изменение выигрышей Салли не меняет пропорций, в которых она смешивает чистые стратегии в равновесии, — ее равновесная комбинация зависит только от выигрышей Гарри. В данном упражнении вам предстоит доказать, что это общий результат для всех равновесий в смешанных стратегиях в играх два на два. Рассмотрим общий случай игры с ненулевой суммой два на два, таблица выигрышей которой представлена ниже.

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	a, A	b, B
	Вниз	c, C	d, D

a) Предположим, в этой игре есть равновесие в смешанных стратегиях. Определите вероятность того, что Ровена выберет в равновесии стратегию «вверх» как функцию приведенных в таблице выигрышей.

b) Определите вероятность того, что Колин выберет стратегию «налево» в равновесии.

c) Объясните, как полученные вами результаты показывают, что равновесные комбинации каждого игрока зависят только от выигрышей другого игрока.

d) Каким условиям должны удовлетворять выигрыши, чтобы в данной игре действительно присутствовало равновесие в смешанных стратегиях?

S14 (дополнительное упражнение). Вспомните упражнение **S13** из главы 4, основанное на сцене в баре из фильма «Игры разума». Здесь мы проанализируем равновесия в смешанных стратегиях в этой игре, когда в нее играют $n > 2$ молодых людей.

a) Начните с рассмотрения симметричного случая, когда каждый из n молодых людей самостоятельно пытается привлечь внимание одинокой блондинки с вероятностью P, зависящей от условия, согласно которому каждому молодому человеку должно быть безразлично, какую из двух чистых стратегий выбрать — «блондинка» или «брюнетка», с учетом того, что все остальные игроки смешивают стратегии. Какое условие гарантирует безразличие каждого игрока? Найдите равновесное значение P в этой игре.

b) В данной игре есть также ряд асимметричных равновесий в смешанных стратегиях. В них каждый из $m < n$ молодых людей пытается привлечь внимание блондинки с вероятностью Q, а остальные $n - m$ игроков добиваются расположения брюнеток. Какое условие гарантирует безразличие m молодых людей с учетом действий остальных игроков? Какое условие должно выполняться, чтобы оставшиеся $n - m$ игроков не отказались от применения чистой стратегии выбора брюнетки? Чему равно равновесное значение Q в случае асимметричного равновесия?

Упражнения без решений

U1. В американском футболе команда нападения может либо совершать пробежку с мячом, либо делать пас, тогда как команда защиты может ожидать (и подготовиться) либо пробежку, либо пас. Предположим, ожидаемые выигрыши обеих команд (в ярдах) за каждый отдельно взятый даун составляют:

		Защита	
		Ожидать пробежку	Ожидать пас
Нападение	Пробежка	1, –1	5, –5
	Пас	9, –9	–3, 3

a) Докажите, что в этой игре нет равновесия Нэша в чистых стратегиях.

b) Найдите в ней единственное равновесие Нэша в смешанных стратегиях.

c) Объясните, почему комбинация стратегий команды нападения отличается от комбинации стратегий команды защиты.

d) Сколько ярдов предположительно может набрать команда нападения в случае равновесия?

U2. Накануне крайнего срока сдачи работ профессор получает электронное письмо от одного из студентов, который утверждает, что застрял с решением одной из задач, просидев над ней больше часа. Профессор не против помочь студенту, если тот действительно работает, но отказал бы в помощи, зная, что тот просто пытается выудить подсказку. Учитывая время получения письма, профессор мог бы просто сделать вид, что прочитал его значительно позже. Очевидно, что студент предпочел бы получить помощь независимо от того, решал он задачу или нет. Но если так ее и не дождется, то предпочтет не усугублять проблему и приступит к работе, поскольку задачи необходимо сдать завтра. Предположим, участники этой игры получат следующие выигрыши:

		Студент	
		Работать и попросить о помощи	Бездельничать и получить подсказку
Профессор	Помочь студенту	3, 3	−1, 4
	Проигнорировать письмо	−2, 1	0, 0

a) Найдите равновесие Нэша в смешанных стратегиях в этой игре.

b) Вычислите ожидаемый выигрыш каждого из игроков.

U3. В упражнении **S12** в главе 4 описывается игра «чет или нечет», в которой нет равновесия Нэша в чистых стратегиях. Однако в ней есть равновесие в смешанных стратегиях.

a) Если Анна выберет 1 (выбросит один палец) с вероятностью p, каков ожидаемый выигрыш Брюса от выбора 1, выраженный через p? Чему равен его ожидаемый выигрыш от выбора 2?

b) При каком уровне p Брюсу будет безразлично, какую стратегию выбрать — 1 или 2?

c) Если Брюс сыграет 1 с вероятностью q, при каком уровне q Анне будет безразлично, какую стратегию выбрать — 1 или 2?

d) Запишите равновесие в смешанных стратегиях этой игры. Чему равен в ней ожидаемый выигрыш каждого игрока?

U4. Вернемся снова к соперничеству между теннисистками Эверт и Навратиловой, о котором шла речь в разделе 2.A. Через много месяцев они опять встречаются на очередном турнире. Эверт восстановилась после травмы (см. упражнение **S4**), а Навратилова в это же время усердно улучшала навыки защиты против подач по линии. Ниже представлена таблица выигрышей в этой игре.

		Навратилова	
		ПЛ	ПД
Эверт	ПЛ	25, 75	80, 20
	ПД	90, 10	20, 80

a) Найдите равновесную комбинацию каждого игрока в этой игре.

b) Что произошло с p-комбинацией Эверт по сравнению с игрой, представленной в разделе 2.А? Почему?

c) Какова ожидаемая ценность данной игры для Эверт? Почему она отличается от ожидаемой ценности первоначальной игры, рассматриваемой в разделе 2.А?

U5. В разделе 4.А данной главы шла речь о смешивании стратегий в контексте «битвы полов» между Гарри и Салли.

a) Как думаете, что произойдет с равновесными значениями p и q, вычисленными в этой главе, если Салли решит, что Local Latte ей действительно нравится гораздо больше, чем Starbucks, поэтому теперь в ячейке Local Latte, Local Latte указаны выигрыши 1, 3? Объясните логику своих рассуждений.

b) Найдите новые равновесные значения p и q. Чем они отличаются от равновесных значений p и q в исходной игре?

c) Определите ожидаемый выигрыш каждого игрока в случае нового равновесия в смешанных стратегиях.

d) Как вы считаете, могли бы Гарри и Салли разыграть равновесие в смешанных стратегиях в новой версии игры? Обоснуйте свой ответ.

U6. Рассмотрим следующий вариант игры в труса, в котором выигрыш Джеймса от стратегии «ехать прямо» при условии, что Дин выбирает стратегию «свернуть», равен 2, а не 1.

		Дин	
		Свернуть	Ехать прямо
Джеймс	Свернуть	0, 0	−1, 1
	Ехать прямо	2, −1	−2, −2

a) Найдите равновесие в смешанных стратегиях в этой игре, в том числе ожидаемые выигрыши игроков.

b) Сравните полученные результаты с результатами в исходной игре в разделе 4.Б данной главы. Вероятность того, что Дин выберет «ехать прямо», повысилась? А как насчет вероятности того, что Джеймс «поедет прямо»?

c) Что произошло с ожидаемыми выигрышами двух игроков? Эти различия между равновесными исходами парадоксальны с точки зрения новой структуры выигрышей? Объясните, как можно трактовать ваши выводы в контексте принципа безразличия соперника.

U7. Постройте графики наилучших ответов Джеймса и Дина для игры в труса, представленной на рис. 4.13 в главе 4, на координатной плоскости с осями p и q. Обозначьте все равновесия Нэша.

U8. a) Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях в следующей игре:

		Колин			
		Налево	Посредине	Север	Направо
Ровена	Вверх	1, 1	2, 2	3, 4	9, 3
	Вниз	2, 5	3, 3	1, 2	7, 1

b) Найдите равновесие в смешанных стратегиях в этой игре. Чему равны ожидаемые выигрыши игроков в этом равновесии?

U9. Рассмотрите измененную версию игры из упражнения **S9**.

		Профессор Плам		
		Револьвер	Нож	Гаечный ключ
Миссис Пикок	Оранжерея	1, 3	2, −2	0, 6
	Танцевальный зал	3, 2	1, 4	5, 0

a) Постройте график ожидаемых выигрышей от каждой из стратегий профессора Плама как функции p-комбинации миссис Пикок.

b) Какие чистые стратегии использует профессор Плам в своей равновесной комбинации? Почему?

c) Найдите равновесие Нэша в смешанных стратегиях в этой игре.

d) Обратите внимание, что данная версия игры незначительно отличается от игры, представленной в упражнении **S9**. В чем различие между этими двумя играми? Объясните, почему интуиция подсказывает вам, что равновесный исход игры изменился по сравнению с исходом игры в упражнении **S9**.

U10. Рассмотрите измененную версию игры «камень, ножницы, бумага», в которой Барт получает приз, когда выигрывает, применив стратегию «камень». Если Барт выберет «камень», а Лиза — «ножницы», он получит в два раза больше очков по сравнению с тем, что оба получили бы при любом ином подходе. Новая матрица выигрышей выглядит так:

		Лиза		
		Камень	Ножницы	Бумага
Барт	Камень	0, 0	20, –20	–10, 10
	Ножницы	–10, 10	0, 0	10, –10
	Бумага	10, –10	–10, 10	0, 0

a) Найдите равновесие в смешанных стратегиях в этой версии игры.

b) Сравните полученный результат с равновесием в смешанных стратегиях из упражнения **S10**. Как вы можете объяснить различия между ними?

U11. Рассмотрите следующую игру.

		Макартур		
		Воздух	Море	Земля
Паттон	Воздух	0, 3	2, 0	1, 7
	Море	2, 4	0, 6	2, 0
	Земля	1, 3	2, 4	0, 3

a) Есть ли в ней равновесие в чистых стратегиях? Если да, то какое?

b) Найдите равновесие в смешанных стратегиях в этой игре.

c) В действительности в этой игре два равновесия в смешанных стратегиях. Найдите то, которое вы не нашли в пункте b. (Подсказка: в одном из этих равновесий один из игроков выбирает смешанную стратегию, тогда как другой — чистую.)

U12. Упрямые Джеймс и Дин снова играют в более опасный вариант игры в труса (см. упражнение **S6**). Они заметили, что их выигрыш («храбрец») зависит от количества зрителей. Чем их больше, тем больше славы и похвал получает тот, кто едет прямо. Безусловно, в случае меньшего количества зрителей наблюдается противоположный эффект. Пусть $k > 0$ — это выигрыш игрока, который показал себя «храбрецом». Теперь эту игру можно представить так:

		Дин	
		Свернуть	Ехать прямо
Джеймс	Свернуть	0, 0	–1, k
	Ехать прямо	k, –1	–10, –10

a) С какой вероятностью, выраженной через k, каждый водитель выбирает стратегию «свернуть» в равновесии Нэша в смешанных стратегиях? Применяют ли Джеймс и Дин эту стратегию чаще или реже по мере увеличения значения k?
b) Чему равна ожидаемая ценность игры для каждого игрока, выраженная через k, в равновесии Нэша в смешанных стратегиях, найденном в пункте a?
c) При каком значении k и Джемс, и Дин смешивают в данном равновесии стратегии в соотношении 50 на 50?
d) Насколько большим должно быть значение k, чтобы средний выигрыш был положительным при схеме чередования, о которой шла речь в пункте с упражнения **S6**?

U13 (дополнительное упражнение). Вспомните игру из упражнения **S11** в главе 4, где Ларри, Мо и Керли могут покупать билеты с возможностью получить приз в размере 30 долларов. Мы нашли в ней шесть равновесий Нэша в чистых стратегиях. В данном упражнении вам предстоит найти симметричное равновесие в смешанных стратегиях.
a) Исключите слабо доминируемую стратегию каждого игрока. Объясните, почему игрок никогда не использовал бы ее в своей равновесной комбинации стратегий.
b) Найдите равновесие в смешанных стратегиях.

U14 (дополнительное упражнение). В упражнениях **S4** и **U4** показано, что в играх с нулевой суммой, таких как соперничество Эверт и Навратиловой в теннисе, изменение выигрышей одного игрока иногда приводит к неожиданным или парадоксальным изменениям в равновесной комбинации стратегий. Но что происходит при этом с ожидаемой ценностью игры? Рассмотрим следующую общую форму игры с нулевой суммой с участием двух игроков:

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	$a, -a$	$b, -b$
	Вниз	$c, -c$	$d, -d$

Предположим, в этой игре нет равновесия Нэша в чистых стратегиях, а значения a, b, c и d больше или равны 0. Может ли *увеличение* значения одной из переменных a, b, c и d обусловить *снижение* ценности игры для Ровены? Если нет, докажите это. Если да, приведите пример.

Приложение Вероятность и ожидаемая полезность

При вычислении ожидаемых выигрышей и равновесий в смешанных стратегиях в данной главе мы должны были выполнить ряд простых действий с вероятностями. Для этого существует несколько несложных правил. Возможно, многие из вас с ними знакомы, но мы дадим здесь краткое описание и объяснение основных понятий, чтобы вы могли в случае необходимости восстановить или восполнить свои знания. Кроме того, мы также покажем, как вычислить математическое ожидание случайных числовых величин.

Основные алгебраические действия с вероятностями

Базовое интуитивное представление вероятности наступления того или иного события формируется в процессе размышлений о частоте, с которой оно происходит случайно в рамках более крупного множества возможных событий. Как правило, любой элемент более крупного множества столь же вероятен, как и любой другой элемент. Следовательно, поиск вероятности интересующего нас события сводится к подсчету числа элементов, соответствующих этому событию, и их делению на общее количество элементов в крупном множестве*.

Например, в любой стандартной колоде из 52 игральных карт четыре масти (трефы, бубны, червы и пики), по 13 карт разного достоинства в каждой: сначала туз, затем номерные карты от 2 до 10 и фигурные карты — валет, дама, король. Мы можем задать массу разных вопросов о том, с какой вероятностью из данной колоды карт можно извлечь карту определенной масти или достоинства (или масти *и* достоинства): с какой вероятностью можно вытащить карту пиковой масти?

* Когда мы говорим о формировании случайного исхода, это означает, что в нем нельзя обнаружить закономерность или же ее нельзя определить с помощью доступных научных методов прогнозирования и вычислений. На самом деле движение монет и игральных костей полностью подчиняется законам физики, а опытные игроки могут манипулировать колодами карт, однако для всех практических целей подбрасывание монет, бросание костей и тасование карт можно использовать в качестве инструментов случайности, позволяющих генерировать случайные исходы. Тем не менее добиться случайности не так легко, как кажется. Например, в случае идеального тасования колода карт делится на две равные части, после чего карты перемешиваются посредством поочередного сброса по одной карте из каждой половины колоды. На первый взгляд может показаться, что это хороший способ нарушить первоначальный порядок расположения карт в колоде. Однако математик из Корнелльского университета Перси Диаконис показал, что после восьми тасований первоначальный порядок полностью восстанавливается. Он пришел к выводу, что при несколько менее идеальном тасовании, которое люди выполняют в реальной жизни, порядок расположения карт в колоде сохраняется порой даже после шести тасований, а случайный порядок внезапно возникает на седьмом тасовании! См. Persi Diaconis, How to Win at Poker, and Other Science Lessons, The Economist, October 12, 1996. Интересное обсуждение этой темы можно найти здесь: Deborah J. Bennett, Randomness (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1998), chs. 6–9.

А черную карту? А десятку? А даму пик? И так далее. Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо обладать определенными знаниями о вычислении вероятностей и о действиях с ними. Если бы у нас было две колоды карт (одна с синими рубашками, а другая с зелеными), мы могли бы задать еще более сложные вопросы («С какой вероятностью можно вытащить по одной карте из каждой колоды так, чтобы обе карты оказались валетом бубен?»), но для получения ответа на них по-прежнему использовали бы все те же алгебраические действия с вероятностями.

В широком смысле **вероятность** — это степень возможности наступления определенного события или совокупности событий. Возможность того, что вы извлечете карту пиковой масти из колоды карт, — просто вероятность наступления события «вытащить пику». В данном случае крупное множество содержит 52 элемента (общее количество в равной степени вероятных возможностей), а событие «вытащить пику» соответствует подмножеству, состоящему из 13 конкретных элементов. Таким образом, у вас есть 13 шансов из 52 вытащить пику, а значит, вероятность сделать это за один раз равна 13/52 = 1/4 = 25%. Данную ситуацию можно представить себе иначе: у вас есть четыре масти по 13 карт в каждой, следовательно, ваш шанс извлечь карту определенной масти составляет один к четырем, или 25%. Если бы вы тащили карту несколько раз (каждый раз из полной колоды карт), то из 52 попыток вы не всегда вытаскивали бы пику в точности 13 раз; по воле случая вы порой вытаскивали бы на несколько больше, а иногда на несколько меньше пик. Однако когда извлечение карт из колоды выполняется многократно, существуют разные множества из 52 попыток и этот шанс усредняется. В таком случае вероятность 25% представляет собой среднее значение частоты вытаскивания карты пиковой масти в большом количестве наблюдений*.

В алгебре вероятностей все эти идеи сформулированы в общих терминах и выражены формулами, которые вы сможете использовать автоматически вместо того, чтобы каждый раз анализировать все с нуля. Мы обсудим эти формулы вычисления вероятностей в контексте вопросов, которые можно задать в случае вытаскивания карт из стандартной колоды (или из двух колод — с синими и зелеными рубашками)**. Этот метод позволит нам предоставить вам как конкретные, так и общие формулы, которые вы сможете применить в будущем. Аналогия с извлечением карт поможет вам проанализировать другие вопросы, касающиеся вероятностей, возникающие в иных контекстах. Обратите внимание на следующее:

* Ряд примеров такого вычисления вероятностей приведен в книге: Bennett, Randomness, chs. 4 and 5.

** Если вы хотите ознакомиться с более подробным описанием правил сложения и умножения вероятностей, а также получить доступ к большему количеству упражнений для отработки этих правил, рекомендуем вам следующую книгу: David Freeman, Robert Pisani, and Robert Purves, Statistics, 4th ed. (New York: W. W. Norton & Company, 2007), chs. 13 and 14.

в обычном языке принято выражать вероятности в процентах, но в алгебраических формулах их следует записывать в виде простых или десятичных дробей, то есть вместо 25% должно быть 13/52, или 0,25. Мы будем использовать разные способы представления вероятностей в зависимости от ситуации, но вы должны отдавать себе отчет, что во всех этих случаях смысл один и тот же.

А. Правило сложения вероятностей

Первый наш вопрос будет звучать так: если бы нам понадобилось вытянуть одну карту из синей колоды, с какой вероятностью мы извлекли бы карту пиковой масти? И какова вероятность того, что она была бы не пикой? Мы уже знаем, что вероятность вытащить пику составляет 25% (мы определили это ранее). Но какова вероятность вытащить не пику? Она равна вероятности извлечь трефу, черву или бубну вместо пики. Очевидно, что интересующая нас вероятность должна быть больше любой из отдельных вероятностей, из которых она состоит; на самом деле эта вероятность равна 13/52 (трефы) + 13/52 (бубны) +13/52 (червы) = 0,75. Слово «или» в нашей вербальной формулировке ответа на вопрос указывает на то, что эти вероятности необходимо суммировать, поскольку мы хотим знать шансы вытащить карту из всех этих трех мастей.

Существует и более простой способ ответить на второй вопрос: отметить, что вытаскивание карты не пиковой масти происходит в оставшихся 75% случаев. Таким образом, вероятность вытащить не пику составляет 75% (100% минус 25%) или, в более формальном виде, 1 – 0,25 = 0,75. Как часто бывает при вычислении вероятностей, в данном примере один и тот же результат можно получить двумя разными путями, требующими разных размышлений о событии, вероятность которого мы пытаемся найти. Чуть ниже в данном приложении мы увидим и другие примеры, показывающие, что разные методы вычисления вероятностей порой требуют совершенного разного количества усилий. По мере накопления опыта вы откроете для себя и запомните легкие способы или более короткие пути. А пока утешайте себя тем, что каждый из этих путей, если ему неукоснительно следовать, ведет к получению одного и того же конечного результата.

Обобщим наши предыдущие вычисления. Если разделить множество событий *X* на ряд подмножеств *Y, Z, …*, которые не перекрываются (на языке математики они называются **непересекающимися**), то сумма вероятностей наступления каждого подмножества равна вероятности полного множества событий; если полное множество событий включает в себя все возможные исходы, то его вероятность равна 1. Иными словами, если наступление события *X* требует наступления каждого из нескольких непересекающихся событий, то вероятность *X* равна сумме вероятностей отдельных событий *Y, Z, …* . Обозначив вероятность наступления

X как Prob(X) и запомнив предостережения в отношении X (это событие требует наступления каждого из событий), а также в отношении $Y, Z, \dots$ (эти события должны быть непересекающимися), можем записать **правило сложения вероятностей** в математических обозначениях как $\text{Prob}(X) = \text{Prob}(Y) + \text{Prob}(Z) + \dots$.

Упражнение. С помощью правила сложения вероятностей найдите вероятность вытаскивания двух одинаковых карт из двух колод (по одной из каждой колоды).

Б. Правило умножения вероятностей

Теперь давайте поставим вопрос так: какова вероятность того, что две извлеченные (по одной из каждой колоды) нами карты окажутся пиковой масти? Это событие наступит в случае, если мы вытащим пику из синей колоды *и* пику из зеленой. Переход от «или» к «и» в формулировке ответа на вопрос указывает на переход от математической операции сложения к умножению. Таким образом, вероятность вытащить две пики (по одной из каждой колоды) равна произведению вероятностей вытягивания одной пики из каждой колоды, или $(13/52) \times (13/52) = 1/16 = 0{,}0625$, или 6,25%. Как и следовало ожидать, мы получим две пики с гораздо меньшей вероятностью, чем одну пику в предыдущем разделе. (Всегда проверяйте, соответствуют ли ваши расчеты интуитивной оценке исхода игры.)

Подобно тому как правило сложения требует, чтобы события были непересекающимися, правило умножения требует, чтобы они были независимыми: если разделить множество событий X на ряд подмножеств $Y, Z, \dots$, эти подмножества будут независимыми, если наступление одного из них не влияет на вероятность другого. Наши события (карта пиковой масти из синей колоды и карта пиковой масти из зеленой) удовлетворяют этому условию; иными словами, вытягивание пики из синей колоды не приводит к изменению вероятности вытягивания пики из зеленой колоды. Однако если бы мы извлекли обе карты из одной колоды, то после вытаскивания пики (с вероятностью 13/52) вероятность вытащить еще одну пику больше не составляла бы 13/52 (на самом деле она равнялась бы 12/51); следовательно, такие события, как вытаскивание одной, а затем второй карты пиковой масти из одной колоды, не относятся к **независимым событиям**.

Строгая формулировка **правила умножения вероятностей** гласит, что если наступление события X требует одновременного наступления *всего* ряда независимых событий $Y, Z, \dots$, то вероятность наступления события X равна произведению вероятности наступления отдельных событий $Y, Z, \dots$: $\text{Prob}(X) = \text{Prob}(Y) \times \text{Prob}(Z) \times \dots$.

Упражнение. С помощью правила умножения вероятностей найдите вероятность вытаскивания двух карт (по одной из каждой колоды), среди которых была бы одна красная карта из синей колоды и одна фигурная из зеленой колоды.

В. Математическое ожидание

Если количественная величина (такая как денежный выигрыш или количество атмосферных осадков) носит случайный характер и может принимать одно из n возможных значений X_1, X_2, ..., X_n с соответствующими вероятностями p_1, p_2, ..., p_n, то математическое ожидание представляет собой взвешенное по вероятности среднее всех возможных значений этой величины: $p_1X_1 + p_2X_2 + \ldots + p_nX_n$. Например, предположим, вы заключаете пари на подбрасывание двух монет. Если выпадут два орла, вы получите 5 долларов, если один орел и одна решка — 1 доллар, а если две решки, то ничего. Воспользовавшись правилами выполнения действий с вероятностями, о которых шла речь выше, вы можете определить, что вероятность наступления этих событий составляет 0,25, 0,50 и 0,25 соответственно. Следовательно, ваш ожидаемый выигрыш составит $(0{,}25 \times 5) + (0{,}50 \times 1) + (0{,}25 \times 0) = 1{,}75$ доллара.

В теории игр в качестве числовых величин, которые необходимо привести к среднему значению таким способом, выступают выигрыши, выраженные в виде численных показателей, или денег, или, как мы увидим в приложении к главе 8, в виде полезности. В каждом контексте мы будем обозначать математическое ожидание соответствующими терминами, такими как *ожидаемый выигрыш* или *ожидаемая полезность*.

Резюме

Вероятность события — это возможность его случайного наступления в рамках более крупного множества возможных событий. Вероятности можно вычислять на основании определенных правил. *Правило сложения вероятностей* гласит, что вероятность наступления любого количества непересекающихся событий равна сумме вероятностей этих событий. Согласно *правилу умножения вероятностей*, вероятность наступления ряда независимых событий равна произведению их вероятностей. Для вычисления *ожидаемых выигрышей* в игре используются взвешенные по вероятности средние значения.

Ключевые термины

Вероятность
Математическое ожидание
Независимые события
Непересекающиеся множества
Правило сложения вероятностей
Правило умножения вероятностей

Часть III

Большие классы игр и стратегий

8 Неопределенность и информация

В главе 2 мы уже упоминали о различных способах возникновения в игре неопределенности (внешняя и стратегическая) и о том, что игроки могут располагать ограниченной информацией (несовершенной и неполной, симметричной и асимметричной) о разных аспектах игры: с некоторыми из них мы уже сталкивались и анализировали. В частности, в играх с одновременными ходами присутствует стратегическая неопределенность, поскольку каждый игрок не знает, какие действия предпринимает другой игрок. В главе 6 мы говорили о том, что стратегическая неопределенность порождает асимметричную и несовершенную информацию, потому что различные действия, предпринимаемые одним игроком, необходимо объединить в одно информационное множество другого игрока. В главах 4 и 7 мы рассказывали, как решить проблему стратегической неопределенности посредством формирования у каждого игрока определенных убеждений в отношении действий другого игрока (в том числе убеждений о вероятности выполнения различных действий в случае использования смешанной стратегии) и применения концепции равновесия Нэша, в котором эти убеждения находят подтверждение. В данной главе мы сфокусируемся на других способах возникновения неопределенности и информационных ограничений в играх.

Начнем с анализа различных стратегий, позволяющих отдельным людям и обществам в целом справляться с несовершенством информации, возникающим в результате внешней неопределенности или риска. Напомним, что внешняя неопределенность обусловлена причинами, неподконтрольными игрокам, но при этом влияющими на их выигрыши; погода — один из простых примеров. Мы представим вам ряд базовых идей, лежащих в основе диверсификации или распределения риска отдельным игроком или объединения рисков несколькими игроками. Эти стратегии способны принести пользу всем игрокам, хотя распределение общего выигрыша между участниками может быть неравномерным, из-за чего в ситуациях такого рода наблюдается смешение общих интересов и конфликта.

Далее рассмотрим информационные ограничения в ситуациях со стратегической взаимозависимостью. Информация в игре считается *полной* только тогда, когда все правила игры (стратегии игроков и выигрыши каждого из них как функции стратегий всех игроков) полностью известны всем игрокам и, более того, являются их общим знанием. При столь строгом стандарте в большинстве игр присутствует *неполная информация*. Кроме того, зачастую неполнота информации асимметрична: каждый игрок знает собственные возможности и выигрыши гораздо лучше, чем возможности других игроков. Как отмечалось в главе 2, манипулирование информацией — важный аспект стратегий в таких играх. В этой главе мы обсудим, когда информацию можно или нельзя передать в устной форме достоверным способом. Кроме того, проанализируем другие стратегии, предназначенные для передачи или сокрытия игроком своей информации, а также ее получения от другого игрока. В главах 1 и 2 вкратце анализировались некоторые из таких стратегий (скрининг и сигнализация), сейчас же мы остановимся на них более подробно.

Безусловно, участники многих игр хотели бы иметь возможность манипулировать действиями других игроков. Руководители хотели бы, чтобы подчиненные усердно трудились и качественно выполняли свою работу; страховые компании хотели бы, чтобы держатели страховых полисов проявляли осторожность, чтобы снизить страховой риск. Если бы информация была совершенной, действия игроков поддавались бы наблюдению. Оплату труда сотрудников можно было бы поставить в зависимость от качества и количества их усилий; страховое возмещение держателям страховых полисов можно было бы выплачивать только в случае, если они предпринимают необходимые меры предосторожности. Но в действительности все эти действия трудно отслеживать, что создает ситуацию с несовершенной асимметричной информацией, обычно обозначаемую термином **моральный риск**. В связи с этим участники таких игр вынуждены изобретать различные непрямые способы создания стимулов, позволяющих влиять на действия других игроков в нужном направлении.

Исследования по теме информации и манипулирования ею в играх очень активизировались в последние десятилетия и пролили свет на многие ранее не совсем понятные аспекты экономики, в частности природу стимулирующих контрактов, организационную структуру компаний, рынки труда и товаров длительного пользования, государственное регулирование бизнеса и множество других аспектов*. Не так давно политологи применили эти же концепции для

---

* В 2001 году пионеры теории асимметричной информации в экономике Джордж Акерлоф, Майкл Спенс и Джозеф Стиглиц получили Нобелевскую премию по экономике за вклад в изучение этих вопросов.

объяснения зависимости изменений в налоговой и бюджетной политике от выборов, а также делегирования законодательных полномочий комитетам. Эти идеи распространились и в биологии, где эволюционная теория игр рассматривает такие отличительные характеристики, как большой невероятно красивый хвост павлина в качестве сигнала. Пожалуй, еще более важно, чтобы вы поняли, насколько значимы скрининг и сигнализирование в вашем повседневном взаимодействии с членами семьи, друзьями, учителями, коллегами и прочими людьми, что позволит вам совершенствовать свои стратегии в подобных играх.

Хотя изучение информации явно выходит за рамки анализа внешней неопределенности и базовых концепций сигнализирования и скрининга, тем не менее мы сфокусируемся в данной главе только на этих темах. К анализу информации и манипулирования ею мы вернемся в главе 13, где используем описанные в данной главе методы для разработки механизмов создания стимулов и получения конфиденциальной информации от других игроков.

1. Несовершенная информация: преодоление риска

Представьте, что вы фермер и ваша работа зависит от прихотей погоды. Если погода способствует хорошему урожаю, вы получите доход 160 000 долларов. Если сложатся неблагоприятные метеорологические условия, ваш доход составит всего 40 000 долларов. Эти две возможности в равной степени вероятны (вероятность каждой из них: ½, или 0,5, или 50%). Следовательно, ваш средний, или ожидаемый, доход равен 100 000 долларов 100 000 = ½ × 160 000 + ½ × 40 000, однако это среднее значение сопряжено со значительным риском.

Что вы можете сделать, чтобы уменьшить имеющийся риск? Попробовать выращивать культуру, которая менее подвержена капризам погоды. Но предположим, что вы уже сделали все от вас зависящее. В таком случае вы могли бы попытаться снизить риск еще больше, предложив кому-то принять на себя его часть. Безусловно, в обмен вам придется что-то этому человеку дать. Такой равноценный обмен обычно принимает две формы: денежный платеж или взаимный обмен либо разделение риска.

A. Разделение риска

Сначала проанализируем возможность взаимовыгодного разделения риска. Предположим, ваш приятель сталкивается с аналогичным риском, но в то время, когда у вас плохая погода, на его ферме погода хорошая и наоборот. (Допустим, вы живете на противоположных концах острова и дождевые облака приходят либо на одну, либо на другую его сторону, но не на обе сразу.) *Корреляция* — это зависимость между двумя любыми неопределенными величинами (в данном примере между риском одного фермера и риском другого). Следовательно, можно сказать, что между риском вашего приятеля и вашим риском существует полная **отрицательная корреляция**. Ваш с приятелем совокупный доход составляет 200 000 долларов, какой бы ни была погода, то есть он совершенно безрисковый. Вы можете заключить между собой контракт, по условиям которого каждый из вас получит гарантированных 100 000 долларов: вы обещаете выплачивать приятелю 60 000 долларов в те годы, когда вам сопутствует удача, а он — в те годы, когда ему сопутствует удача. Объединив свои риски, вы их устраняете.

Валютные свопы — еще один показательный пример отрицательной корреляции рисков в реальной жизни. Американская компания, экспортирующая продукцию в Европу, получает доход в евро, но ее интересует прибыль в долларах, зависящая от колебаний обменного курса евро–доллар. Со своей стороны, европейская компания, экспортирующая продукцию в США, сталкивается с аналогичной неопределенностью в отношении прибыли, выраженной в евро. Когда курс евро по отношению к доллару падает, доход американской компании в евро составляет меньшую сумму в долларах, а долларовый доход европейской компании — более крупную сумму в евро. Когда курс евро по отношению к доллару повышается, складывается противоположная ситуация. Таким образом, колебания обменного курса создают отрицательно коррелированные риски для обеих компаний. Следовательно, обе могут их снизить, заключив контракт о соответствующем обмене доходами.

Даже при отсутствии отрицательной корреляции разделение рисков имеет свои преимущества. Вернемся к вашей роли фермера и допустим, что вы с приятелем сталкиваетесь с рисками, не зависящими друг от друга, как если бы тучи подбрасывали монету, чтобы решить, на какую сторону острова отправиться. В таком случае существуют четыре возможных исхода, каждый с вероятностью 1/4. Ваш с приятелем доход при этих четырех исходах представлен в левой части рис. 8.1. Но предположим, вы должны заключить контракт о разделении риска поровну; тогда ваш доход будет отображен в правой части рис. 8.1. Ваш средний (ожидаемый) доход в каждой таблице составляет 100 000 долларов, однако без договора о разделении риска каждый из вас получил бы 160 000 долларов, или 40 000 долларов с вероятностью 1/2 каждый. При наличии контракта вы оба получили бы по 160 000 долларов с вероятностью 1/4, по 100 000 долларов с вероятностью 1/2 и 40 000 долларов с вероятностью 1/4. Таким образом, контракт о разделении риска позволяет каждому из вас снизить вероятность двух крайних исходов с 1/2 до 1/4 и повысить вероятность среднего исхода с 0 до 1/2. Иными словами, контракт уменьшил риск каждого из вас.

		Приятель	
		Удача	Нет
Вы	Удача	160 000, 160 000	160 000, 40 000
	Нет	40 000, 160 000	40 000, 40 000

а) без разделения риска

		Приятель	
		Удача	Нет
Вы	Удача	160 000, 160 000	100 000, 100 000
	Нет	100 000, 100 000	40 000, 40 000

б) с разделением риска

Рис. 8.1. Разделение риска в связи с получением дохода

В действительности вы с приятелем можете уменьшать свои риски посредством их разделения при условии, что между вашими доходами нет полной **положительной корреляции** (то есть до тех пор, пока удача не улыбнется вам обоим). А группе более двух человек, риски которых в определенной мере независимы друг от друга, закон больших чисел позволяет еще сильнее снизить риск каждого участника. Именно так и поступают страховые компании: объединив подобные, но независимые риски многих людей, они могут выплатить страховое возмещение каждому, кто понесет существенные убытки. Этот же принцип лежит в основе диверсификации инвестиционного портфеля: вкладывая средства во много разных активов с разными типами и степенями риска, вы тем самым уменьшаете общий уровень подверженности риску.

Однако такие механизмы разделения рисков зависят от публичной наблюдаемости результатов и возможности контролировать выполнение условий контракта. В противном случае у каждого фермера возникает соблазн сделать вид, что ему не повезло, или просто нарушить условия договора о разделении риска, когда ему сопутствует удача. Точно так же страховая компания может безо всяких оснований отказать в выплате страхового возмещения, но желание сохранить репутацию может удержать ее от этого шага.

Теперь рассмотрим еще один вопрос. В обсуждении выше мы исходили из того, что разделение риска осуществляется в равных долях. Это кажется естественным, поскольку вы и ваш приятель-фермер находитесь в одинаковых ситуациях. Но у вас могут быть разные стратегические навыки и возможности, и один из вас умеет лучше вести переговоры и, соответственно, добиваться большего при заключении контрактов.

Для того чтобы это понять, мы должны признать, что фермеры стремятся заключать договоренности о разделении рисков по причине их нерасположенности к риску. Как объясняется в приложении к данной главе, отношение к риску можно определить путем использования нелинейной шкалы для перевода денежного дохода в показатели полезности. Функция квадратного корня — простой пример такой шкалы, отображающей нерасположенность к риску, и мы применим ее здесь.

Когда вы несете полный риск получения 160 000 долларов или 40 000 долларов с вероятностью 1/2 в каждом случае, ваша ожидаемая полезность (взвешенное по вероятности среднее) составляет

$$1/2 \times \sqrt{160\ 000} + 1/2 \times \sqrt{40\ 000} = 1/2 \times 400 + 1/2 \times 200 = 300.$$

Безрисковый доход, обеспечивающий вам такую же полезность, — это число, квадратный корень которого равен 300, то есть 90 000 долларов, что меньше вашего среднего денежного дохода в размере 100 000 долларов. Разность в 10 000 долларов — максимальная сумма денег, которую вы будете готовы заплатить в качестве цены за полное устранение риска, которому подвержен ваш доход. Ваш приятель подвержен аналогичному риску, поэтому при использовании той же шкалы полезности он также будет готов заплатить эту же максимальную сумму за его полное устранение.

Рассмотрим ситуацию, когда между вашими рисками существует совершенная отрицательная корреляция и сумма вашего совокупного дохода составляет 200 000 долларов независимо от обстоятельств. Вы делаете приятелю следующее предложение: я заплачу тебе 90 001 – 40 000 = 50 001 доллар в случае неудачного года, а ты мне 160 000 – 90 001 = 69 999 долларов, когда у тебя будет урожайный год. В результате ваш приятель получит доход в размере 90 001 доллар как в неудачном, так и удачном году (160 000 – 69 999 долларов в первом случае и 40 000 + 50 001 доллар во втором). Он предпочтет эту ситуацию перспективе столкнуться с риском. Когда ему сопутствует удача, а вам — нет, у вас есть 40 000 долларов собственного дохода и вы получаете еще 69 999 долларов от приятеля, то есть ваш доход в сумме равен 109 999 долларов. Когда вашего приятеля постигает неудача, а у вас все будет хорошо, у вас есть 160 000 собственного дохода и после выплаты приятелю 50 001 доллара остается 109 999 долларов. Кроме того, вы устраняете свой риск. В итоге вы с приятелем оба выигрываете от сделки, но вы оставили за собой почти весь выигрыш.

Безусловно, приятель мог бы сделать вам встречное предложение. Кроме того, еще существует целый диапазон промежуточных предложений, подразумевающих более справедливое распределение выигрышей от разделения рисков. Какое из них одержит верх? Как мы увидим в главе 17, весь диапазон взаимовыгодных исходов разделения риска согласуется с границей эффективности переговоров в переговорной игре между игроками.

Б. Плата за снижение риска

Теперь рассмотрим возможность продажи рисков за деньги. Предположим, вы фермер, столкнувшийся с тем же риском, что и в предыдущем примере, но теперь ваш приятель имеет гарантированный доход в размере 100 000 долларов. Ваш риск увеличился, а приятель вообще не несет никакого риска. Возможно, он согласится принять на себя часть вашего риска по цене, приемлемой для вас обоих. Мы только что видели, что 10 000 долларов — максимальный «страховой взнос», который вы готовы выплатить за полное устранение риска. Примет ли ваш приятель эту сумму в качестве платы за устранение вашего риска? По сути, он берет на себя свой безрисковый доход в размере 100 000 долларов плюс ваш рисковый доход, то есть 100 000 + 160 000 = 260 000 долларов, если вам будет сопутствовать удача, и 100 000 + 40 000 = 140 000 долларов, если вам не повезет. Приятель выплатит вам 90 000 долларов в любом из этих случаев; при этом у него останется либо 170 000 долларов, либо 50 000 долларов с равной вероятностью. Следовательно, ожидаемая полезность вашего приятеля равна

$$1/2 \times \sqrt{170\ 000} + 1/2 \times \sqrt{50\ 000} = 1/2 \times 412{,}31 + 1/2 \times 223{,}61 = 317{,}96.$$

Если приятель не заключит с вами сделку, его ожидаемая полезность составит $\sqrt{100\ 000} = 316{,}23$, а значит, сделка принесет ему немного больше выгоды. Диапазон взаимовыгодных сделок в данном случае очень узкий, поэтому исход почти предопределен, но если вы намерены продать весь свой риск, остается совсем малый диапазон возможных взаимовыгодных вариантов.

А как насчет частичной торговли риском? Предположим, вы заплатите приятелю сумму x, если вам будет сопутствовать удача, а он вам сумму y, если вам не повезет. Для того чтобы это привело к повышению ожидаемой полезности в случае каждого из вас, необходимо выполнить следующих два неравенства:

$$1/2 \times \sqrt{160\ 000} - x + 1/2 \times \sqrt{40\ 000} + y > 300,$$

$$1/2 \times \sqrt{100\ 000} + x + 1/2 \times \sqrt{100\ 000} - y > \sqrt{100\ 000}.$$

В качестве примера допустим, что y = 10 000. Тогда второе неравенство дает x > 10 526,67, а первое — x < 18 328,16. Первое значение x — минимальная плата, которую приятель потребует за готовность взять на себя ваш риск, а второе значение x — максимальная сумма, которую вы готовы заплатить ему за это. Таким образом, имеем довольно большой диапазон возможностей для взаимовыгодного обмена и торга.

А что если ваш приятель нейтрален к риску, то есть его интересуют только ожидаемые денежные показатели? Тогда, чтобы сделка стала для него приемлемой, она должна удовлетворять условию:

$$1/2 \times (100\,000 + x) + 1/2 \times (100\,000 - y) > 100\,000,$$

или просто $x > y$. В такой ситуации возможно почти полное страхование от риска, при котором вы платите приятелю 60 001 доллар, если вам сопутствует удача, а он вам 59 999 долларов, если вам не повезет. Это и есть ситуация, в которой вы получаете весь выигрыш от торговли рисками.

Если на самом деле в роли вашего «приятеля» выступает страховая компания, она может быть почти нейтральной к риску, поскольку объединяет множество аналогичных рисков и принадлежит хорошо диверсифицированным инвесторам, для каждого из которых этот бизнес составляет всего лишь часть их общего риска. В таком случае вымышленный образ дружелюбного, нейтрального к риску, доброго фермера может стать реальностью. А если страховые компании конкурируют за страхование вашего бизнеса, страховой рынок может предложить вам почти полное страхование по цене, позволяющей вам оставить себе почти весь выигрыш.

Общей для всех этих договоренностей является идея, что заключение взаимовыгодных сделок возможно при условии, что тот, кто сталкивается с меньшим риском, снимает его часть с того, кто подвержен большему риску. На самом деле идея о существовании цены за риск и рынка риска лежит в основе почти всех финансовых механизмов в современной экономике. Акции и облигации, а также все сложные финансовые инструменты, такие как деривативы, — лишь способ распределения риска среди тех, кто готов его нести за минимальную цену. Многие считают, что такой рынок — в чистом виде азартная игра, и в каком-то смысле это так и есть. Однако те, кто стартует с минимального риска, соглашаются участвовать в подобных играх, возможно, потому, что уже обеспечили себе диверсификацию способом, о котором шла речь выше. А те, кто изначально наиболее подвержен риску, продают или избавляются от него. Это позволяет последним рисковать больше, чем в случае, если бы им приходилось нести весь риск на себе. Следовательно, финансовые рынки стимулируют предпринимательство, содействуя торговле рисками.

Итак, мы рассмотрели только разделение заданного общего риска. В реальной жизни существует возможность предпринять действия, направленные на уменьшение общего риска: фермер может защитить посевы от мороза, а владелец автомобиля — осторожнее им управлять, чтобы снизить риск аварии. Если такие действия не поддаются публичному наблюдению, это игра с несовершенной информацией, и возникает проблема морального риска, о которой говорилось выше: у хорошо застрахованных людей нет стимула снижать риск, с которым они сталкиваются. Мы рассмотрим подобные проблемы, а также механизмы их преодоления, в главе 13.

В. Манипулирование риском в соперничестве

Фермеры, о которых шла речь выше, столкнулись с риском из-за погодных условий, а не собственных действий или действий других фермеров. Если участники игры могут оказывать влияние на риск, которому подвержены они сами или другие игроки, то они могут использовать такое манипулирование риском стратегически. Наглядный пример — соперничество в области исследований и разработок между компаниями, стремящимися превзойти друг друга в разработке и выводе на рынок новых информационных технологий или биотехнологических продуктов; многим спортивным соревнованиям свойственны аналогичные характеристики.

В спорте и других типах соперничества такого рода исход игры зависит от комбинации мастерства и удачи. Вы одержите победу, если

ваше мастерство + ваша удача > мастерство соперника + удача соперника

или если

ваше удача – удача соперника > мастерство соперника – ваше мастерство.

Обозначим левую сторону последнего неравенства символом *L*; это ваш «избыток удачи». *L* — неопределенная величина; предположим, распределение ее вероятностей — это нормальная, или колоколобразная, кривая, показанная на рис. 8.2 в виде черной кривой*. В любой точке на горизонтальной оси высота этой кривой представляет вероятность, с которой *L* принимает соответствующее значение. Следовательно, область под кривой между любыми двумя точками на горизонтальной оси равна вероятности того, что *L* лежит между этими двумя точками. Допустим, у вашего соперника уровень мастерства выше, а значит, вы более слабый игрок. Ваш «дефицит мастерства», эквивалентный разности между навыками соперника и вашими, имеет положительное значение, как показано в точке *S*. Вы одержите победу, если ваш избыток удачи *L* превосходит ваш дефицит мастерства *S*. Стало быть, область под кривой справа от точки *S*, заштрихованная на рис. 8.2, представляет вероятность вашей победы. Если привнести в ситуацию больше случайности, колоколобразная кривая станет более пологой (как серая кривая

* График плотности вероятности нормального закона. *Прим.ред.*

на рис. 8.2), поскольку вероятность относительно высоких и низких значений *L* повышается, тогда как вероятность средних значений снижается. В таком случае область под кривой справа от точки *S* также увеличивается. На рис. 8.2 область под исходной кривой нормального распределения заштрихована перекрестными линиями, а более крупная область под пологой кривой — однонаправленными. В качестве аутсайдера вы должны придерживаться стратегии, которая сглаживает эту кривую. И напротив, если вы фаворит, вам следует попытаться сократить элемент случайности в состязании.

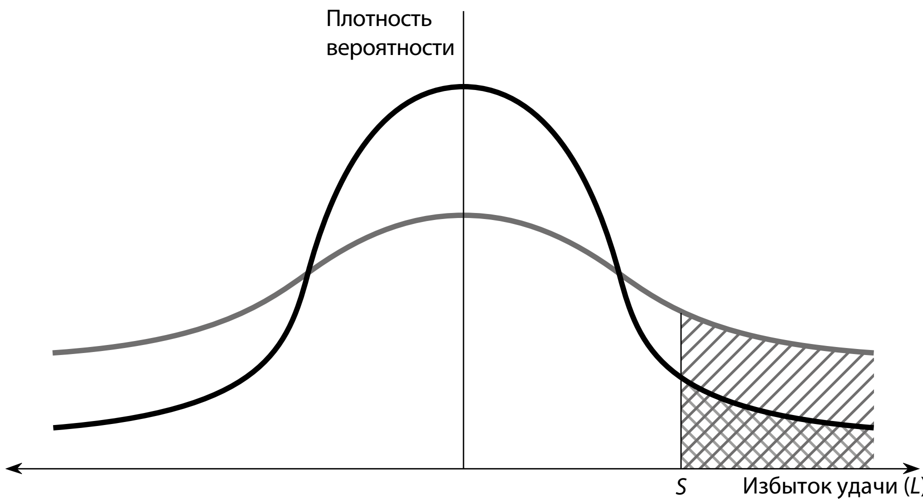


Рис. 8.2. Влияние повышения риска на вероятность победы

Таким образом, мы должны воспринимать более слабых игроков или тех, кто отстал в длинной гонке, как людей, пытающихся применить неформатные или рискованные стратегии, поскольку это их единственный шанс наверстать упущенное или вырваться вперед. Напротив, игроки, имеющие максимальные шансы на успех или преимущество в игре, будут вести осторожную игру. Вот практический совет, основанный на этом принципе: если вы хотите бросить вызов тому, кто играет в теннис лучше вас, выберите для матча ветреный день.

Вы можете извлечь для себя выгоду из манипулирования не только величиной риска в вашей стратегии, но и корреляцией между рисками. Опережающий вас игрок попытается выбрать максимально высокую положительную корреляцию; тогда независимо от того, сопутствует ли ему самому удача или нет, удача его соперника останется неизменной и его преимущество в игре будет защищено. Напротив, отстающий игрок постарается найти риск, как можно меньше коррелирующий с риском соперника. Общеизвестно, что в гонке между двумя парусниками яхта, находящаяся позади, должна следовать по другому пути, чем яхта, которая вырвалась вперед и должна повторять все маневры отстающей*.

2. Асимметричная информация: основные идеи

Во многих играх один или несколько игроков могут иметь преимущество за счет того, что они с большей определенностью знают, что произошло или произойдет. Такие преимущества, или асимметричность информации, присущи реальным стратегическим ситуациях. На самом базовом уровне каждый игрок может знать собственные предпочтения или выигрыши, скажем, терпимость к риску в игре «балансирование на грани», терпение в переговорах, а также мирные или воинственные намерения в международных отношениях. Однако при этом у него могут быть весьма расплывчатые представления о предпочтениях или выигрышах других игроков. То же касается и знания игроком своих характеристик (таких как уровень квалификации работника или склонность к риску у человека, подающего заявку на страхование автомобиля или медицинское страхование). Иногда действия, доступные одному игроку (например, вооружение и боеготовность страны), не в полной мере известны другим игрокам. И наконец, некоторые фактические результаты (фактический объем убытков, понесенных застрахованным домовладельцем в результате наводнения или землетрясения) может видеть один игрок, но не другие.

Манипулирование информацией о ваших способностях и предпочтениях, известной другим игрокам, позволяет влиять на равновесный исход игры. В результате такое манипулирование асимметричной информацией само по себе становится стратегической игрой. Возможно, вы считаете, что каждый игрок всегда стремится скрывать свою информацию и получать информацию от других игроков, но это не так. Ниже представлен список различных возможностей вместе с примерами. Более информированный игрок может предпринять следующие действия:

1. *Скрыть или дать ложную информацию.* При смешивании ходов в игре с нулевой суммой вы не хотите, чтобы другой игрок видел, что вы делаете. Так

* Авинаш Диксит и Барри Нейлбафф приводят знаменитый пример использования этой стратегии во время парусной регаты в книге Thinking Strategically (*Нейлбафф Б., Диксит А.* Стратегическое мышление в бизнесе, политике и личной жизни. М. : Вильямс, 2007). Общий теоретический анализ этой темы можно найти здесь: Luis Cabral, R&D Competition When the Firms Choose Variance, Journal of Economics and Management Strategy, vol. 12, no. 1 (Spring 2003), pp. 139–50.

вы блефуете в покере, чтобы ввести в заблуждение других игроков относительно ваших карт.

2. *Раскрыть часть правдивой информации.* Когда вы предпринимаете стратегический ход, вам нужно, чтобы другие игроки видели, что именно вы сделали, и отреагировали соответствующим образом. Например, если вы оказались в напряженной ситуации, но у вас нет враждебных намерений, вам необходимо убедить других в их достоверности, чтобы не завязалась ненужная схватка.

В свою очередь менее информированный игрок может предпринять одно из следующих действий:

1. *Получить необходимую информацию или отделить правду от лжи.* Например, работодатель хочет определить уровень квалификации потенциального сотрудника или объем усилий, вкладываемых в работу наемным работником. Страховой компании необходимо знать категорию риска человека, подающего заявление о страховании, и объем убытков человека, подающего заявление о выплате страхового возмещения, а также информацию о любой небрежности страхователя, предполагающей возмещение доли его ответственности.
2. *Оставаться в неведении.* Незнание о стратегическом ходе соперника может оградить вас от его обязательств и угроз. Политики или руководители высшего уровня часто извлекают выгоду из такого «достоверного отрицания».

Обычно одних только слов для передачи достоверной информации бывает недостаточно: судят скорее по делам, чем по словам. Но даже действия не всегда эффективны, если любой игрок может без труда их выполнить. Тем не менее в целом менее информированным игрокам следует обращать внимание на действия более информированного игрока, а не на то, что он говорит. А более информированный игрок, в свою очередь, зная о том, что другие игроки будут интерпретировать его действия таким образом, должен попытаться манипулировать их информационным содержанием.

В ходе стратегической игры вы можете обнаружить, что владеете информацией, которой нет у других игроков. В вашем распоряжении может оказаться информация, «хорошая» именно для вас в том смысле, что, узнай о ней другие игроки, они изменили бы свои действия так, что это увеличило бы ваш выигрыш. Например, вам точно известно, что вы некурящий, поэтому вы должны претендовать на более низкие взносы по страхованию жизни. С другой стороны, у вас может быть «плохая» информация, раскрытие которой обусловило бы действия других игроков, способные вам навредить. Например, в колледже вы получали оценки обманным путем и не заслуживаете принятия на учебу в престижную юридическую школу. Вы знаете, что окружающие составят о вас мнение на основании ваших действий, и в связи с этим попытаетесь придумать и предпринять шаги, которые заставят их решить, что ваша информация заслуживает доверия. Такие действия называются **сигналами**, а стратегия их использования — **сигнализированием**. И наоборот, если окружающие посчитают, что ваша информация не заслуживает доверия, вы можете помешать им в этом утвердиться, попытавшись ввести их в заблуждение. Такие стратегии, обозначаемые термином «**подавление сигнала**», как правило, относятся к числу смешанных, поскольку случайный характер смешанных стратегий не позволяет делать точные логические выводы.

Если другие игроки знают больше вас или совершают действия, которые нельзя непосредственно наблюдать, вы можете использовать стратегии, которые сократят такое информационное отставание. Стратегия, вынуждающая другого игрока раскрыть свою информацию, называется **скринингом**, а конкретные методы, используемые с этой целью, — **инструментами скрининга***.

Поскольку личная информация игрока часто включает в себя знания о его способностях или предпочтениях, полезно думать об игроках, вступающих в игру с разной личной информацией, как об игроках различных **типов**. При наличии достоверного сигнализирования в равновесии игры менее информированные игроки смогут делать правильные выводы об информации, имеющейся у более информированных игроков, на основании их действий. Например, юридическая школа примет на учебу только абитуриентов, прошедших надлежащий отбор. Этот исход еще можно описать так: в равновесии разные типы игроков правильно раскрываются или разделяются, поэтому мы называем данную ситуацию **разделяющим равновесием**. Тем не менее иногда игроки одного или более типов могут успешно имитировать действия игроков других типов с тем, чтобы неинформированные игроки не могли определять различные типы игроков и идентифицировать их действия; например, страховые компании могут предлагать только одну

* Предостережение: не следует путать скрининг и подавление сигналов. Слово «скрининг» может иметь разные значения. В теории игр оно используется в значении «тестирование», «тщательная проверка». Таким образом, менее информированный игрок использует скрининг для того, чтобы выяснить, что известно более информированному игроку. В качестве альтернативного значения слова «скрининг» («маскировка», «прикрытие») в теории игр используется термин «подавление сигнала». Следовательно, более информированный игрок применяет подавление сигнала для того, чтобы помешать менее информированному игроку узнать правду на основании соответствующего действия (иными словами, помешать ему осуществлять скрининг более информированного игрока).

разновидность страховых полисов. В таком случае мы говорим, что в равновесии типы объединяются, и называем его **объединяющим равновесием**. В процессе изучения игр с неполной информацией мы увидим, что идентификация типа равновесия, присутствующего в игре, имеет первостепенное значение.

3. Непосредственная коммуникация, или дешевый разговор

Обычно самый простой способ передать информацию другим — просто сообщить им ее. Точно так же самый простой способ получить информацию — попросить предоставить ее. Однако участники стратегической игры должны осознавать, что другие игроки не всегда говорят правду сами и не всегда поверят чьим-то утверждениям. То есть *достоверность* сказанных слов может быть поставлена под сомнение. Есть такое распространенное изречение: «слова стоят дешево»; непосредственная коммуникация действительно не требует *прямых* затрат, или они настолько незначительны, что их можно не принимать в расчет. Тем не менее она может *косвенно* повлиять на исходы игры и выигрыши игроков путем изменения убеждений одного игрока в отношении действий другого игрока или воздействия на выбор одного равновесия из множества равновесий. Непосредственную коммуникацию, не требующую прямых затрат, специалисты по теории игр называют *«дешевым разговором»*, а равновесие, достигнутое в результате ее использования, обозначается термином **«равновесие дешевого разговора»**.

А. Полностью совпадающие интересы

Прямая передача информации оправдывает себя в случаях, когда интересы игроков полностью совпадают. Игра в доверие, описанная в главе 4, — самый яркий пример данной ситуации. Таблица этой игры (см. рис. 4.11) воспроизведена на рис. 8.3.

		Салли	
		Starbucks	Local Latte
Гарри	Starbucks	1, 1	0, 0
	Local Latte	0, 0	2, 2

Рис. 8.3. Игра в доверие

В этой игре интересы Гарри и Салли полностью совпадают: оба хотят встретиться и оба предпочитают сделать это в Local Latte. Проблема в том, что эта игра носит некооперативный характер: ее участники делают выбор независимо друг от друга, не зная о выборе другого игрока. Но давайте представим, что у Гарри появляется возможность отправить Салли сообщение (или Салли получает возможность задать вопрос, на который Гарри отвечает), прежде чем оба сделают выбор. Если сообщение Гарри «Я иду в Local Latte», у Салли нет оснований думать, что он лжет*. И если Гарри считает, что Салли поверит ему, для него в равной мере оптимально выбрать Local Latte, сделав свое сообщение правдивым. Таким образом, непосредственная коммуникация позволяет быстро добиться предпочтительного для обоих игроков исхода. Именно этим объясняется тот факт, что при анализе данной игры в главе 4 нам пришлось придумать сложный сценарий, при котором коммуникация была невозможна: вспомните, что Гарри и Салли до последней минуты перед встречей были на разных занятиях и у них не было мобильных телефонов.

Давайте более детально проанализируем исход игры в доверие при наличии непосредственного общения с точки зрения теории игр. Предположим, мы сконструировали двухэтапную игру. На первом этапе действует только Гарри, и это передача сообщения Салли. На втором этапе разыгрывается исходная игра с одновременными ходами. В полной двухэтапной игре происходит равновесие обратных рассуждений, в котором стратегии (исчерпывающие планы действий) заключаются в следующем. План действий обоих игроков на втором этапе таков: «Если сообщение Гарри на первом этапе "Я иду в Starbucks", то выбрать Starbucks; если сообщение Гарри на первом этапе "Я иду в Local Latte", выбрать Local Latte». (Помните, что в играх с последовательными ходами игроки должны использовать *исчерпывающие* планы действий.) Действие Гарри на первом этапе сводится к отправке сообщения: «Я иду в Local Latte». Подтвердить, что это и есть равновесие обратных рассуждений в данной двухэтапной игре, не составит труда, поэтому мы оставляем эту задачу вам.

Однако равновесие, в котором применим дешевый разговор, не единственное равновесие обратных рассуждений в данной игре. Рассмотрим следующие стратегии: план действий каждого игрока на втором этапе — пойти в Starbucks независимо от сообщения, отправленного Гарри на первом этапе, то есть оно может быть любым. Можно убедиться, что эта совокупность стратегий также представляет собой равновесие обратных рассуждений. Независимо от сообщения Гарри на первом этапе, если один игрок отправится в Starbucks, то для другого игрока

* Такая аргументация подразумевает, что выигрыши Гарри соответствуют тому, что указано в таблице, а также что этот факт известен обоим игрокам. Если Салли заподозрит, что Гарри хочет, чтобы она отправилась в Local Latte, а он тем временем пойдет в Starbucks на встречу с другой девушкой, она выберет совсем другую стратегию! Следовательно, анализ игр с асимметричной информацией зависит от того, сколько разных типов игроков возможны в этой игре на самом деле.

будет оптимальным пойти туда же. Таким образом, в каждой из подыигр, которые могут возникнуть на втором этапе (по одной подыгре после каждого из двух сообщений Гарри), выбор Starbucks обоими игроками и есть равновесие Нэша в соответствующей подыгре. В таком случае на первом этапе Гарри будет безразлично, какое сообщение отправить, поскольку он знает, что оно будет проигнорировано.

Равновесие дешевого разговора (при котором сообщение Гарри не игнорируется) обеспечивает более высокие выигрыши, и мы могли бы предположить, что именно оно будет выбрано в качестве фокальной точки. Тем не менее наличие причин исторического или культурного характера может обусловить выбор другого равновесия. Например, по неким причинам, не имеющим никакого отношения к данной игре, у Гарри может быть репутация абсолютно ненадежного человека. Он может быть неисправимым шутником или просто невнимательным человеком. В таком случае люди могут не доверять его заявлениям, и Салли, зная, что это обычное положение вещей, не поверит сообщению Гарри.

Подобные проблемы присущи всем коммуникационным играм. В них всегда есть альтернативные равновесия, в которых коммуникация не принимается во внимание, а значит, не играет особой роли. Специалисты по теории игр называют их **равновесиями пустого разговора**. Однако мы ограничимся лишь упоминанием о них и сосредоточимся на равновесиях дешевого разговора, в которых коммуникация действительно влечет за собой определенные последствия.

Б. Полностью противоположные интересы

Достоверность непосредственной коммуникации зависит от степени согласованности интересов игроков. В качестве разительного контраста с игрой в доверие рассмотрим игру, в которой интересы игроков диаметрально противоположны, а именно игру с нулевой суммой. Яркий пример такой игры — розыгрыш очка в теннисе на рис. 4.14 в главе 4; мы воспроизводим ее таблицу выигрышей на рис. 8.4. Помните, что в качестве выигрышей выступает процент успешных ударов Эверт. Не забывайте также, что в этой игре есть только равновесие Нэша в смешанных стратегиях (полученное в главе 7); ожидаемый выигрыш Эверт в нем равен 62.

		Навратилова	
		ПЛ	ПД
Эверт	ПЛ	50, 50	80, 20
	ПД	90, 10	20, 80

Рис. 8.4. Игра в розыгрыш очка в теннисе

Теперь представим, что мы построили двухэтапную игру. На первом этапе Эверт предоставляется возможность отправить сообщение Навратиловой. На втором этапе разыгрывается игра с одновременными ходами (рис. 8.4). Каким будет равновесие обратных рассуждений?

Вполне очевидно, что Навратилова не поверит ни одному сообщению, полученному от Эверт. Например, если сообщение Эверт — «Я намерена сыграть ПЛ» и Навратилова ей поверит, то Навратиловой следует выбрать стратегию «прикрывать ПЛ». Однако если Эверт придет к выводу, что Навратилова будет прикрывать ПЛ, то ей лучше применить стратегию ПД. На следующем уровне рассуждений Навратилова должна предвидеть это и не поверить в заявление Эверт о выборе ПЛ.

Но здесь есть еще кое-что. Навратилова также не должна полагать, что Эверт поступит наоборот. Предположим, сообщение Эверт: «Я намерена сыграть ПЛ», и Навратилова думает: «Она просто пытается меня обмануть, поэтому я буду исходить из того, что она выберет ПД». В результате Навратилова выбирает «прикрывать ПД». Однако если Эверт считает, что Навратилова усомнится в ее сообщении, она все же применит стратегию ПЛ. Навратилова должна предусмотреть и такой вариант развития событий.

Стало быть, недоверие Навратиловой должно означать абсолютное игнорирование сообщения Эверт. В таком случае в этой двухэтапной игре будет только равновесие пустого разговора. Действия двух ее участниц на втором этапе будут представлять собой равновесие в исходной игре, а сообщение Эверт на первом этапе может быть любым. Это характерно для всех игр с нулевой суммой.

В. Частично совпадающие интересы

А как насчет общих игр, где есть смешение конфликта и общих интересов? Заслуживает ли в них доверия непосредственная коммуникация, зависит от того, как смешиваются конфликт и сотрудничество при частичном совпадении интересов игроков. Таким образом, в подобных играх следует ожидать наличия как равновесия дешевого разговора, так и равновесия пустого разговора. В общем случае, чем больше совпадают интересы, тем больше информации должно быть доступно для передачи. Мы проиллюстрируем этот интуитивный вывод на следующем примере.

Рассмотрим ситуацию, с которой вы уже, возможно, сталкивались, а если нет, то это обязательно произойдет, как только вы начнете зарабатывать и инвестировать деньги. Когда финансовый консультант советует вам сделать инвестицию, он может предложить вам формирование долгосрочных отношений для получения стабильных комиссионных либо он может оказаться мошенником, который навяжет вам свой вариант инвестиций, заберет авансовые комиссионные и исчезнет. Достоверность его рекомендаций зависит от того, отношения какого типа вы с ним установите.

Предположим, вы намерены инвестировать 100 000 долларов в актив, рекомендованный консультантом, и предвидите три возможных исхода. Актив может оказаться плохим объектом для инвестиций (П), что приведет к убыткам в размере 50%, то есть получению выигрыша –50, выраженного в тысячах долларов. Актив может оказаться средним объектом для инвестиций (С) и обеспечит рентабельность инвестиций в размере 1%, или выигрыш 1. И наконец, он может стать хорошим объектом для инвестиций (Х), обеспечивающим рентабельность 55%, или выигрыш 55. Решив инвестировать, вы авансом платите консультанту комиссионные в размере 2% независимо от эффективности инвестиций, что дает ему выигрыш 2 и одновременно снижает ваш выигрыш на 2. Кроме того, консультант заработает 20% от прибыли, которую вы получите, и у вас останется выигрыш в размере 80% от прибыли, но при этом консультант не разделит с вами убытков.

Без специальных знаний о рекомендуемом активе вы не можете оценить вероятность какого-то из этих трех исходов. Поэтому вы просто полагаете, что все три варианта (П, С и Х) в равной степени возможны: каждый может наступить с вероятностью 1/3. В такой ситуации при отсутствии дополнительной информации вы рассчитываете свой ожидаемый выигрыш от инвестирования в рекомендуемый актив следующим образом:

$$[(1/3 \times -50) + (1/3 \times 0{,}8 \times 1) + (1/3 \times 0{,}8 \times 55)] - 2 = [1/3 \times (-50 + 0{,}8 + 44)] - 2 =$$
$$= [1/3 \times (-5{,}2)] - 2 = -1{,}73 - 2 = -3{,}73.$$

Согласно этому расчету, ожидаемый убыток составит 3 730 долларов. Следовательно, вы не станете вкладываться в этот актив, а ваш консультант не получит никаких комиссионных. Аналогичные вычисления показывают, что с учетом отрицательного ожидаемого выигрыша вы бы не инвестировали и в случае, если бы были убеждены, что рекомендуемый актив однозначно относится к типам П и С или представляет собой их любую взвешенную по вероятности комбинацию.

У вашего консультанта складывается иная ситуация. Он проанализировал соответствующий инвестиционный актив и точно знает, какой из трех сценариев (П, С или Х) соответствует истине. Нам необходимо определить, что он будет делать с этой информацией, в частности поделится ли ею с вами. Ниже мы рассмотрим разные возможности, исходя из предположения, что вы будете обновлять свои убеждения в отношении типа актива на основании полученной от консультанта информации. В данном примере просто условимся, что вы верите сказанному и присваиваете вероятность 1 тому, что актив относится к типу, указанному вашим консультантом*.

I. Краткосрочные отношения. Если консультант говорит вам, что рекомендуемый актив относится к типу П, вы решаете не инвестировать. Почему? Потому что ваш ожидаемый выигрыш при этом составит –50; кроме того, данная инвестиция обойдется в 2 дополнительные единицы (комиссионные консультанту), то есть ваш окончательный выигрыш будет –52. Аналогично, если консультант вам сообщит, что актив относится к типу С, вы тоже не станете инвестировать. В этом случае ваш ожидаемый выигрыш составит 80% от прибыли в размере 1 минус 2 на выплату комиссионных, то есть в сумме –1,2. Вы согласитесь только в случае, если консультант скажет, что актив относится к типу Х. Тогда ваш ожидаемый выигрыш будет 80% от прибыли в размере 55 минус 2 на выплату комиссионных, или 42.

Что при этом сделает ваш консультант со своими знаниями? Если правда — Х, он захочет сказать вам об этом, чтобы убедить инвестировать в данный актив. Но если консультант не видит перспективы ваших долгосрочных отношений, он может заявить вам, что правда — это Х, даже если на самом деле актив относится к типу С или П и он об этом знает. Если вы решите инвестировать на основании слов консультанта, он просто положит в карман 2% комиссионных и исчезнет ввиду отсутствия необходимости поддерживать с вами контакт. Зная о существовании вероятности получить плохой совет или ложную информацию от консультанта, с которым вы сталкиваетесь всего один раз, вы должны полностью игнорировать его рекомендацию. Следовательно, в этой игре с асимметричной информацией и краткосрочными отношениями достоверная коммуникация невозможна. Единственное равновесие, присутствующее здесь, — это равновесие пустого разговора; равновесия дешевого разговора в данном случае нет.

II. Долгосрочные отношения: полное раскрытие информации. Теперь представим, что ваш консультант работает на компанию, через которую вы делаете инвестиции уже много лет: потеря будущего бизнеса с вами может стоить ему работы. Если вы инвестируете в актив, рекомендуемый консультантом, вы сможете сравнить фактическую эффективность этих инвестиций с его прогнозом. Он может оказаться ошибочным отчасти (прогноз был С, а на самом деле П или был Х,

---

* На языке теории вероятностей та вероятность, которую вы присваиваете определенному событию после того, как увидели или услышали информацию или свидетельства о нем, известна как апостериорная вероятность данного события. Таким образом, вы присваиваете апостериорную вероятность 1 заявленному качеству инвестиционного актива. Теорема Байеса, подробное разъяснение которой приводится в приложении к данной главе, представляет формальный способ количественной оценки связи между априорной и апостериорной вероятностями.

а на самом деле С) или полностью (прогноз был Х, а на самом деле П). Если вы обнаружите такое искажение информации, ваш финансовый консультант и его компания не только потеряют вас как клиента, но и рискуют потерять других клиентов, если вы расскажете друзьям и знакомым о подобных махинациях. Если ваш консультант связывает потерю репутации с определенными издержками, ваши возможные убытки косвенным образом касаются и его, а значит, его интересы *частично совпадают* с вашими. Предположим, незначительное искажение информации обойдется консультанту в 2 единицы выигрыша (денежный эквивалент — 2000 долларов убытка), а серьезное искажение — в 4 единицы (убыток в размере 4000 долларов). Теперь можем определить, достаточно ли частичного совпадения ваших с консультантом интересов для того, чтобы заставить его говорить правду.

Как отмечалось выше, консультант скажет вам правду, чтобы побудить вас инвестировать в определенный актив, если последний относится к типу Х. Нам необходимо проанализировать мотивы консультанта, когда актив относится не к типу Х, а к типу П или С. Сперва допустим, что актив относится к типу П. Если ваш консультант раскроет правду о типе актива, вы не станете инвестировать и он лишится комиссионных, но при этом не понесет никаких репутационных издержек: его выигрыш от описания актива как П в случае, если он действительно относится к типу П, равен 0. Если консультант вам сообщит, что актив относится к типу С (хотя на самом деле это П), вы все равно откажетесь инвестировать, поскольку ваш выигрыш составил бы –1,2, как мы подсчитали выше. В этом случае консультант тоже получит выигрыш 0, поэтому у него нет причин вам лгать о типе актива*. Но что если консультант скажет, будто актив принадлежит к типу Х? Если вы поверите ему и вложите деньги, он получит авансовые комиссионные в размере двух процентов, но при этом понесет репутационные издержки 4 в связи с серьезной ошибкой**. Если консультант скажет, что актив относится к типу Х, тогда как на самом деле это тип П, он получит отрицательный ожидаемый выигрыш. Иными словами, вашему консультанту выгоднее честно признаться, что актив относится к типу П.

Но что если на самом деле актив относится к типу С? Правдивое раскрытие информации не убедит вас в целесообразности инвестиций, и выигрыш

* Мы исходим из того, что если вы не инвестируете в рекомендуемый актив, вам не удастся определить фактическую прибыль консультанта, а значит, он не понесет никаких репутационных издержек. Это предположение хорошо согласуется с распространенным толкованием дешевого разговора. Любое сообщение не влечет за собой никаких последствий для отправителя с точки зрения выигрыша; такие последствия возникают только тогда, когда получатель действует в соответствии с полученной в сообщении информацией.

** Здесь в вычислении выигрыша консультанта не учитываются 20% вашей прибыли. Консультант знает, что на самом деле актив относится к типу П, а значит, ему известно, что вы понесете убытки, которые он с вами не разделит.

консультанта составит 0. Если консультант скажет вам, что актив относится к типу X и вы поверите ему, то вашим решением будет инвестировать. Консультант получит комиссионные в размере 2, 20 процентов от прибыли 1, которую обеспечит вам актив типа C, но при этом понесет репутационные издержки 2 в связи с частичным искажением информации. Следовательно, его выигрыш составит $2 + (0{,}2 \times 1) - 2 = 0{,}2 > 0$. Таким образом, консультант все же извлечет выгоду из ложного сообщения о типе актива X, если на самом деле это C. Зная об этом, вы не поверите никаким утверждениям консультанта о том, что данный актив относится к типу X.

Поскольку у вашего консультанта есть стимул солгать, когда рекомендуемый им актив относится к типу C, в такой ситуации достоверное раскрытие всей информации невозможно. Равновесие пустого разговора, при котором игнорируется любое сообщение консультанта, — по-прежнему одно из возможных. Однако является ли оно здесь *единственным* или частичная коммуникация все же реальна? Невозможность полного раскрытия информации обусловлена тем, что консультант может неправильно заявить, что актив принадлежит к типу X, хотя на самом деле к C, поэтому объединим эти две возможности в одно событие и обозначим его как «не-П». Тогда консультант спрашивает себя, что именно ему следует вам сообщить, П или «не-П». Теперь можем проанализировать, решит ли консультант сказать вам правду в условиях такой частичной коммуникации.

III. Долгосрочные отношения: частичное раскрытие информации. Чтобы определить мотивы вашего консультанта в ситуации «П или не-П», необходимо понять, какие выводы вы сделаете (то есть какую апостериорную вероятность вычислите) из сообщения «не-П», если вы ему поверите. Ваше предыдущее (первоначальное) убеждение состояло в том, что варианты П, C и X в равной степени вероятны, то есть вероятность каждого из них составляет 1/3. Если консультант скажет «не-П», у вас останется два объекта для инвестиций — C и X. Первоначально вы рассматривали их как равновероятные, и у вас нет оснований менять это предположение, поэтому теперь вы присваиваете каждому из них вероятность 1/2. Это ваша новая, апостериорная вероятность, зависящая от информации, предоставленной консультантом. С ее учетом ваш ожидаемый выигрыш при решении инвестировать после получения от консультанта сообщения «не-П» составит $[1/2 \times (0{,}8 \times 1)] + [1/2 \times (0{,}8 \times 55)] - 2 = 0{,}4 + 22 - 2 = 20{,}4 > 0$. Этого положительного ожидаемого выигрыша достаточно, чтобы побудить вас инвестировать.

Знание о том, что вы будете инвестировать в случае «не-П», позволяет определить, будет ли у вашего консультанта стимул солгать. Захочет ли он сказать «не-П», даже если правда П? Когда актив действительно принадлежит к типу П и консультант говорит правду (сообщает тип П), его выигрыш равен 0, как мы и вычислили выше. Если же вместо этого консультант сообщает «не-П» и вы верите ему, он получит 2 в качестве комиссионных* и понесет репутационные издержки в связи с искажением информации. Поскольку вы исходите из того, что С и Х в равной степени вероятны в случае сообщения «не-П», ожидаемое значение репутационных издержек при этом составит 1/2 от издержек 4 вследствие серьезного искажения информации. Таким образом, ожидаемое значение репутационных издержек равно $(1/2 \times 2) + (1/2 \times 4) = 3$. Чистый выигрыш вашего консультанта от сообщения вам типа актива «не-П», тогда как на самом деле это П, составляет $2 - 3 = -1$. Следовательно, предоставив вам ложную информацию, он ничего не выиграет. Сказать правду — его лучшая стратегия в данной ситуации, поэтому здесь возможно равновесие дешевого разговора с *частичным раскрытием* информации.

Концепцию равновесия дешевого разговора с частичным раскрытием информации можно уточнить с помощью концепции разбиения. Напомним, что вы предвидите три возможных сценария, или события, — П, С и Х. Это множество событий можно разделить, или разбить, на отдельные подмножества, и тогда ваш консультант сообщит вам о подмножестве, содержащем правду. (Разумеется, правдивость его сообщения предстоит проанализировать.) В данном случае мы имеем ситуацию с разбиением на два подмножества: одно, состоящее лишь из П, и второе, включающее пару событий {С, Х}. В равновесии с частичным раскрытием информации эти подмножества можно отличить друг от друга на основании сообщения консультанта, однако провести между С и Х более тонкое различие, которое бы привело к максимально точному разбиению на три подмножества, каждое из которых состояло бы из одного элемента, нельзя. Это было бы возможно только при наличии равновесия с полным раскрытием информации.

Мы намеренно сказали ранее о том, что равновесие дешевого разговора с достоверным частичным раскрытием информации *возможно*. Данная игра относится к категории игр со множеством равновесий, потому что в ней вероятно и равновесие пустого разговора. Конфигурация стратегий и убеждений, при которой вы игнорируете сообщение консультанта, а он отправляет одно и то же сообщение (или даже произвольное сообщение) независимо от того, что соответствует истине, и есть равновесие. С учетом стратегий каждого игрока, у другого игрока нет оснований менять свои действия или убеждения. В терминах разбиений такое равновесие пустого разговора можно считать равновесием с самым грубым, тривиальным разбиением с одним (под)множеством {П, С, Х}, включающим все три

* В этом случае расчеты консультанта также не включают в себя часть вашей прибыли, поскольку вы понесете убыток: актив относится к типу П и консультант знает об этом.

варианта. В общем случае всякий раз, когда в игре с дешевым разговором вы находите равновесие, не являющееся равновесием пустого разговора, там будет как минимум еще одно равновесие с более грубым разбиением исходов.

IV. Множество равновесий. В качестве примера ситуации, в которой более грубые варианты разбиения связаны с дополнительными равновесиями, рассмотрим случай, когда репутационные издержки консультанта выше, чем предполагалось ранее. Пусть они равны 4 (вместо 2) в случае мелкого искажения истины и 8 (вместо 4) при крупном искажении. Согласно выполненному нами анализу, ваш консультант сообщит о типе Х, если актив действительно относится к типу Х, и о типе П, если актив относится к типу П. Эти результаты сохраняются. Консультант хочет, чтобы вы инвестировали в актив типа Х; кроме того, он по-прежнему получает тот же выигрыш от сообщения о типе П, если актив действительно относится к типу П, так же как и в случае сообщения о типе С в той же ситуации. При более высоких репутационных издержках у консультанта еще меньше мотивов лгать вам о том, что рекомендуемый им актив относится к типу Х, тогда как на самом деле это тип П. Таким образом, если актив имеет тип П или Х, можно рассчитывать, что консультант скажет правду.

Проблема с полным раскрытием информации в предыдущем примере возникла только из-за наличия у консультанта стимула солгать в случае, когда актив относится к типу С. Судя по вычисленным нами показателям, выигрыш консультанта от предоставления информации о типе Х, тогда как на самом деле это тип С, был выше, чем при обнародовании правдивой информации. Сохранится ли такое положение вещей и в ситуации с более высокими репутационными издержками?

Предположим, актив относится к типу С, а консультант сообщает о типе Х. Если вы поверите ему и инвестируете в этот актив, ожидаемый выигрыш консультанта составит 2 (комиссионные) + 0,2 × 1 (его доля в фактической прибыли на инвестиции в актив типа С) – 4 (его репутационные издержки) = –1,8 < 0. Правда принесет консультанту выигрыш 0. У него больше нет мотивов завышать качество инвестиционного актива. Исход, при котором консультант всегда говорит правду, а вы верите ему и предпринимаете соответствующее действие, и есть равновесие дешевого разговора с полным раскрытием информации. В нем возможно самое мелкое разбиение на подмножества, состоящие из одного элемента, — {П}, {С} и {Х}.

В данном случае существуют еще *три* равновесия, каждое с более грубым разбиением, чем при равновесии с полным раскрытием информации. Обе ситуации с двумя подмножествами (одна с подмножествами {П, С} и {Х}, а другая — {П} и {С, Х}), а также ситуация с пустым разговором с одним подмножеством {П, С, Х}, — это альтернативные равновесия, которые возможны в данной игре. Какое из них получит приоритет, зависит от условий, рассмотренных в главе 4 во время анализа игры со множеством равновесий.

Самая большая реальная трудность, связанная с получением равновесия с достоверной передачей информации, не являющегося равновесием пустого разговора, состоит в знании игроками степени совпадения их интересов, причем это должно быть их общим знанием. В примере с инвестициями для вас крайне важно на основании предыдущего опыта взаимодействия с консультантом или из других источников (таких как контракт) знать, что в целях сохранения репутации он лично заинтересован в благоприятном исходе вашего инвестирования. Если бы вы не знали, в какой степени интересы консультанта совпадают с вашими, у вас были бы все основания подозревать, что он привирает, чтобы склонить вас к инвестициям ради комиссионных, которые он незамедлительно получит.

Что происходит в случае более информативных сообщений? Предположим, консультант может сообщить вам показатель g, представляющий собой его оценку темпов роста курса акций, и уточнить, что g может принимать диапазон непрерывных значений. В этой ситуации, если консультант получит дополнительную выгоду от покупки вами плохих акций по его рекомендации, у него есть стимул завысить значение g. В результате абсолютно точная и правдивая коммуникация больше невозможна. Однако равновесие дешевого разговора с частичным раскрытием информации все же вероятно. Непрерывный диапазон значений темпов роста курса акций можно разделить на интервалы (скажем, от 0 до 1%, от 1 до 2% и т. д) так, чтобы консультант посчитал оптимальным сказать вам правду о том, в какой из этих интервалов на самом деле попадает показатель темпов роста курса акций, а вы сочли бы нужным прислушаться к его совету и предпринять на его основании оптимальное действие. Чем выше ценит консультант свою репутацию, тем мельче будет разбиение диапазона значений g — например, это может быть половина процента вместо целого или четверть процента вместо половины. Дальнейшее объяснение этой темы можно найти в работах, в которых она рассматривается более углубленно*.

Г. Формальный анализ игр с дешевым разговором

До сих пор наш анализ игр с дешевым разговором носил эвристический и вербальный характер. Такого подхода обычно достаточно для понимания и прогнозирования поведения, но в подобных играх существуют и при необходимости

* Теория частичной коммуникации сформулирована в следующей знаковой работе: Vincent Crawford and Joel Sobel, Strategic Information Transmission, Econometrica, vol. 50, no. 6 (November 1982), pp. 1431–52. Простейшее объяснение этой теории и обзор дальнейших исследований в данной области можно найти здесь: Joseph Farrell and Matthew Rabin, Cheap Talk, Journal of Economic Perspectives, vol. 10, no. 3 (Summer 1996), pp. 103–118.

могут быть использованы формальные методы описания и решения игр — деревья и матрицы игры. Для того чтобы показать, как это делается, и связать игры, представленные в данной главе, с теорией, изложенной в предыдущих главах, проанализируем игру между вами и вашим финансовым консультантом в этом контексте. В рамках анализа будем исходить из предположения, что ваш консультант проводит различие между тремя возможными вариантами П, С и Х, сообщая вам информацию о рекомендуемом активе; иными словами, рассмотрим ее самое мелкое разбиение. Прочитав этот раздел, вы сможете выполнить аналогичный анализ для случая, когда в сообщении консультанта присутствует более грубое разбиение информации об активе на типы П или «не-П».

Начнем с построения дерева игры, представленного на рис. 8.5. Условный игрок «природа», о котором шла речь в главе 3, ходит первым, создавая один из трех вариантов доходности ваших инвестиций, а именно П, С и Х, с вероятностью 1/3 каждый. Ваш консультат наблюдает за действиями «природы» и делает свой ход, а именно сообщает вам о трех вариантах доходности инвестиций, в качестве которых снова могут выступать варианты П, С и Х. Мы сразу же немного упростим дерево игры, отметив, что у консультанта нет никаких мотивов занижать рентабельность инвестиций: он никогда не станет сообщать о типе П, если правда — С или Х, или о типе С, если на самом деле это Х. (Эти действия можно было бы оставить в дереве, но они его слишком усложнят. Применение одного шага обратных рассуждений показывает, что ни одно из этих действий не является оптимальным для консультанта, а значит, ни одно из них не может быть частью равновесия.)

И наконец, вы ходите третьим и должны выбрать, инвестировать (И) или не инвестировать (Н). Однако вы не можете наблюдать за действиями «природы» непосредственно и знаете о них только со слов консультанта. Следовательно, для вас оба узла, в которых он сообщает о типе С, объединены в одно информационное множество, тогда как все три узла, в которых он сообщает тип Х, собраны в другое информационное множество (на рис. 8.5 оба информационных множества выделены пунктирными овалами). Наличие информационных множеств говорит о том, что вы ограничены в своих действиях. В том информационном множестве, где консультант сообщает тип С, вы должны сделать один и тот же выбор в отношении инвестиций в обоих узлах множества, то есть выбрать либо И, либо Н в обоих узлах, поскольку не можете провести различия между этими узлами в составе данного информационного множества, с тем чтобы выбрать И в одном узле и Н в другом. Точно так же вы должны выбрать либо И, либо Н во всех трех узлах информационного множества, в котором консультант сообщает тип Х.

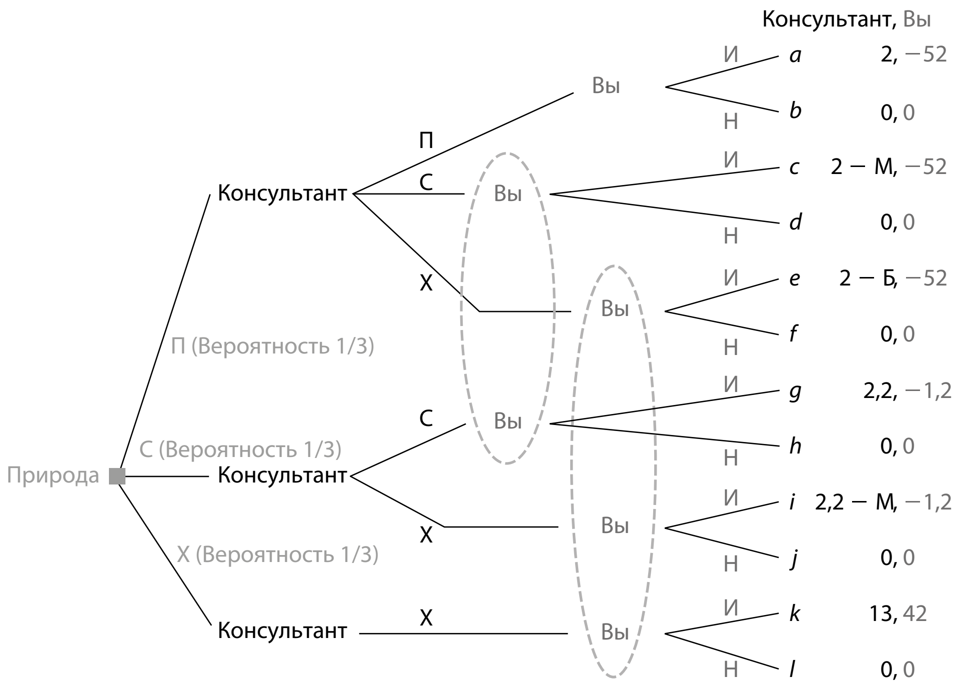


Рис. 8.5. Дерево игры с дешевым разговором между финансовым консультантом и инвестором

В каждом концевом узле выигрыш консультанта показан первым, а ваш — вторым. Выигрыши, которые исчисляются в тысячах долларов, отражают те же числовые значения, что и в выполненном выше эвристическом анализе. Вы выплачиваете консультанту комиссионные 2% от инвестиции в размере 100 000 долларов, и ваша прибыль составляет –50, если вы инвестируете в актив типа П, 1 при инвестициях в актив типа С, и 55 — в актив типа Х. Консультант получает 20% от любой прибыли, которую вы заработаете благодаря его рекомендации. Единственное отличие данной модели от предыдущей: мы не приводим здесь точного значения репутационных издержек консультанта в случае искажения информации, а вместо этого используем символ М для обозначения репутационных издержек при незначительном искажении информации и символ Б — при значительном искажения информации. Для того чтобы привести эти параметры в соответствие с нашим анализом, мы исходим из предположения, что оба имеют положительное значение, а также что М < Б. Этот подход позволяет проанализировать оба уровня репутационных соображений, о которых шла речь выше.

В качестве примера того, как вычисляется каждая пара выигрышей, рассмотрим узел, в котором «природа» создала актив типа С, консультант сообщил о типе Х, а вы выбрали И (на рис. 8.5 этот узел обозначен символом *i*). При таком раскладе ваш выигрыш составляет 80% от прибыли 1 на ваши инвестиции, из которого исключаются авансовые комиссионные 2, выплаченные консультанту, что в итоге равно 0,8 – 2 = –1,2. Консультант получает комиссионные 2 и свою долю 20% от прибыли на инвестиции в данный актив (0,2), но при этом несет репутационные издержки M, а значит, его общий выигрыш будет 2,2 – M. Мы предоставляем вам возможность самостоятельно убедиться в том, что все остальные выигрыши, отображенные на данном дереве игры, вычислены правильно.

С помощью дерева игры на рис. 8.5 мы можем построить для нее таблицу выигрышей. Строго говоря, она должна включать в себя все стратегии, доступные вам и вашему консультанту. Однако, как и при построении дерева игры, мы можем исключить из рассмотрения некоторые стратегии, прежде чем вносить их в таблицу; в частности, удалим все явно плохие стратегии. Это позволит построить гораздо меньшую, а значит, и куда более удобную таблицу по сравнению с той, в которую были бы включены все возможные стратегии.

Какие стратегии мы можем исключить из рассмотрения в качестве равновесных? Ответ на этот вопрос включает два аспекта. Во-первых, мы можем игнорировать стратегии, которые однозначно не будут использованы. Во время построения дерева игры мы уже удалили некоторые из них для консультанта (например, стратегию «сообщать тип П, если истинный тип актива Х»). Теперь мы можем видеть, что у вас также есть несколько вариантов, подлежащих исключению. Например, стратегия «выбрать И, если консультант сообщает тип П» в концевом узле доминируема стратегией «выбрать Н, если консультант сообщает тип П», поэтому мы исключаем ее из рассмотрения. Точно так же в рамках информационного множества «сообщить тип С» ваша стратегия «выбрать И, если консультант сообщает тип С» доминируема стратегией «выбрать Н, если консультант сообщает тип С»; это худший выбор в *обоих* концевых узлах (*c* и *g*) и поэтому тоже может быть проигнорирован. Во-вторых, мы можем исключить все стратегии, не оказывающие никакого влияния на поиск равновесий дешевого разговора. Например, для консультанта обе стратегии «сообщить тип П» и «сообщить тип С» приводят к выбору вами стратегии Н, поэтому мы исключаем обе. Помимо концевых узлов, которые мы уже удалили на рис. 8.5 (*a*, *c* и *g*), мы можем удалить также узлы *b*, *d* и *h*.

После такой процедуры упрощения у нас остается всего шесть концевых узлов (*e*, *f*, *i*, *j*, *k* и *l*), соответствующих стратегиям, в случае которых консультант сообщает, что актив относится к типу Х, а вы в ответ выбираете стратегию согласно полученной информации. Если конкретно, в распоряжении консультанта осталось три интересные стратегии («всегда сообщать тип Х независимо от того, каков истинный тип актива — П, С или Х», «сообщать тип Х только в случае, если истинный тип актива С или Х» и «сообщать Х только в случае, если и только если истинный тип актива Х»), а в вашем — две («выбрать И, если консультант сообщает тип Х» и «выбрать Н, если консультант сообщает тип Х»). Эти пять стратегий позволяют построить таблицу выигрышей три на два, представленную на рис. 8.6.

		Вы	
		И, если Х	Н, если Х
Консультант	Всегда Х	(17,2 – Б – М)/3, –11,2/3	0, 0
	Х, только если С или Х	(15,2 – М)/3, 40,8/3	0, 0
	Х, если и только если Х	13/3, 42/3	0, 0

Рис. 8.6. Таблица выигрышей игры с дешевым разговором

Выигрыши по каждой комбинации стратегий на рис. 8.6 — это *ожидаемые выигрыши*, вычисленные с помощью значений в концевых узлах дерева (которых можно достичь при данной комбинации стратегий), взвешенных по соответствующим вероятностям. В качестве примера рассмотрим верхнюю левую ячейку таблицы, в которой консультант сообщает о том, что актив относится к типу Х независимо от его истинного типа. Эта комбинация стратегий приводит к концевым узлам *e*, *i* и *k*, каждый с вероятностью 1/3. Следовательно, ожидаемый выигрыш консультанта в этой ячейке составляет {[1/3 × (2 – Б)] + [1/3 × (2,2 – М)] + (1/3 × 13)} = = 1/3 × (17, 2 – Б – М). Точно так же ваш ожидаемый выигрыш в той же ячейке равен [(1/3 × –52) + (1/3 × –1,2) + (1/3 × 42)] = 1/3 × (–11,2). Мы снова предоставляем вам возможность самостоятельно убедиться в том, что оставшиеся ожидаемые выигрыши рассчитаны правильно.

Теперь, имея полную таблицу выигрышей, мы можем использовать представленные в главе 4 методы для поиска равновесия с оговоркой, что значения М и Б в нашем анализе играют определенную роль. Простой анализ наилучших ответов показывает, что ваш наилучший ответ на стратегию консультанта «всегда Х» — «Н, если Х», а на две его другие стратегии — «И, если Х». Аналогичным образом, наилучшим ответом консультанта на вашу стратегию «Н, если Х» может быть любая из его трех стратегий. Таким образом, мы имеем первый результат: верхняя правая ячейка — это всегда равновесие Нэша. Если консультант сообщает, что актив относится к типу Х, каким бы ни был его истинный тип (или, если уж на то пошло, отправляет любое сообщение, но только одно и то же во всех трех сценариях), вам лучше выбрать Н, а если вы выбираете Н, у консультанта нет причин отклоняться от своего выбора. Это и есть равновесие пустого разговора при полном отсутствии обмена информацией, с которым мы уже сталкивались выше.

Далее рассмотрим наилучший ответ консультанта на ваш выбор стратегии «И, если Х». Единственно возможные равновесия возникают, когда он применяет стратегию «Х, только если С или Х» или «Х, если и только если Х». Однако какой именно из двух вариантов он выберет (или не выберет ни одного их них), зависит от конкретных значений Б и М. Для того чтобы пара стратегий {«Х, только если С или Х», «И, если Х»} была равновесием Нэша, должны выполняться следующие условия: 15,2 – М > 17,2 – Б – М и 15, 2 – М > 13. Первое выражение верно, если Б > 2, второе — если М < 2,2. Таким образом, если значения Б и М удовлетворяют этим условиям, средняя левая ячейка будет равновесием дешевого разговора (по Нэшу). В этом равновесии сообщение консультанта о типе актива Х не позволяет вам определить, каков истинный тип, С или Х, но вы точно знаете, что это не П. Располагая такой информацией, вы можете быть уверены, что ваш ожидаемый выигрыш будет положительным, и решаете инвестировать. В этой ситуации Х действительно означает «не-П», а равновесный исход формально эквивалентен равновесию с частичным раскрытием информации, о котором мы говорили выше*.

Мы можем также проверить выполнение условий, при которых пара стратегий {«Х, если и только если Х», «И, если Х»} — это равновесие Нэша. Такой исход требует, чтобы 13 > 17,2 – Б – М и 13 > 15, 2 – М. Проанализировать эти выражения не так легко, как представленные выше. Однако следует отметить, что второе выражение требует, чтобы М > 2,2, а также что мы предположили, что Б > М; следовательно, условие Б > 2,2 должно выполняться при выполнении условия М > 2,2. Теперь можете использовать эти условия для проверки выполнения первого выражения. Возьмите минимальное значение Б и М, равное 2,2, и подставьте его в выражение 13 > 17,2 – Б – М, в результате получите 13 > 12,8, что, безусловно, верно. Эти расчеты указывают на то, что нижняя левая ячейка — это равновесие дешевого разговора, когда М > 2,2, при условии, что Б > М. Это и есть равновесие с полным раскрытием информации, которое мы нашли в конце предыдущего анализа.

В каждом из описанных случаев наряду с равновесиями {«Х, только если С или Х», «И, если Х»} и {«Х, если и только если Х», «И, если Х»} существует равновесие пустого разговора. Обратите внимание, что мы получим *только* равновесие пустого разговора в случае низких репутационных издержек консультанта (Б < 2 и М < Б), что согласуется со сформулированными ранее интуитивными выводами.

* Кстати, это указывает на определенную произвольность языка. Не имеет значения, сообщает ли консультант тип Х или «не-П», если смысл этих сообщений понятен всем сторонам. Можно даже принять обратные условные обозначения, в которых «плохое» означает «хорошее» и наоборот, если только смысл этих терминов представляет собой общее знание для всех сторон, вовлеченных в процесс коммуникации.

И наконец, если мы ограничим язык передаваемых сообщений более грубым разбиением на П и «не-П», то продолжение представленного здесь анализа покажет, что множество стратегий {«не-П, если С или Х», «И, если не-П»} также будет равновесием Нэша в данной игре.

В каждом случае наш формальный анализ подтверждает аргументы, приведенные в разделе 3.В. Некоторые из вас могут посчитать вербальный подход достаточным для большинства, если не для всех своих потребностей. Другие отдадут предпочтение более формальной модели, представленной в данном разделе. Однако вы должны осознавать, что деревья и таблицы имеют свои ограничения: как только ваша модель станет достаточно сложной (например, будет включать в себя непрерывный диапазон вариантов сообщений), вам придется практически полностью положиться на математику для поиска равновесий. Способность решать модели с асимметричной информацией в различных формах (вербально, посредством деревьев и таблиц или с помощью алгебры или исчисления) — очень важный навык. Ниже мы приведем дополнительные примеры таких игр; при этом одни из них будут решены путем сочетания интуиции и алгебры, а другие — с помощью дерева игры и таблицы выигрышей. Во всех случаях один метод решения не исключает другой, поэтому вы можете попробовать самостоятельно применить альтернативные варианты решения.

4. Неблагоприятный отбор, сигнализирование и скрининг

А. Неблагоприятный отбор и несостоятельность рынка

Во многих играх один из участников знает об исходе игры нечто такое, что неизвестно другим. Работодатель знает о квалификации потенциального сотрудника гораздо меньше, чем сам сотрудник; еще труднее отслеживать более неопределенные, но важные качества сотрудника, такие как отношение к работе и умение работать в коллективе. Страховой компании гораздо меньше известно о состоянии здоровья или навыках вождения человека, подающего заявку на оформление медицинской страховки или автострахования, чем самому страхователю. Продавец подержанного автомобиля многое о нем знает благодаря длительной эксплуатации, а потенциальный покупатель может в лучшем случае получить минимум информации в ходе осмотра авто.

В таких ситуациях непосредственная коммуникация не обеспечивает достоверной передачи информации. Неквалифицированные работники заявляют о наличии определенных навыков, чтобы получить более высокооплачиваемую должность;

люди, которые относятся к категории повышенного риска, утверждают, что у них крепкое здоровье или хорошие навыки вождения, чтобы выплачивать более низкие страховые взносы; владельцы плохих автомобилей утверждают, что их автомобили работают прекрасно и за долгие годы не создавали никаких проблем. Другие стороны подобных сделок знают о наличии стимулов к искажению истины и не доверяют информации, передаваемой на словах. Следовательно, в этих играх нет условий для формирования равновесия дешевого разговора, о котором шла речь в разделе 3.

Но что происходит, если менее информированные стороны таких сделок вообще не имеют возможности получить соответствующую информацию? Другими словами, выражаясь в терминах, введенных в разделе 2, в их распоряжении нет ни достоверных инструментов скрининга, ни сигналов. Если страховая компания предлагает страховой полис, который обходится в 5 центов за каждый доллар страхового покрытия, он будет особенно привлекателен для людей, которые знают, что их собственный риск (болезни или автомобильной аварии) превышает 5%. Безусловно, некоторые люди, знающие о том, что их риск ниже 5%, все равно купят такой страховой полис ввиду нерасположенности к риску. Однако в общей совокупности лиц, претендующих на оформление этого страхового полиса, доля лиц с более высокой степенью риска превысит долю лиц с аналогичным риском в общей численности населения. Таким образом, страховая компания выборочно привлекает невыгодную, или неблагоприятную, группу клиентов. Данный феномен известен как **неблагоприятный отбор** и характерен для сделок с асимметричной информацией. (На самом деле этот термин возник именно в страховой отрасли.)

Потенциальные последствия неблагоприятного отбора для рыночных сделок весьма наглядно продемонстрировал Джордж Акерлоф в статье, которая положила начало экономическому анализу ситуаций с асимметричной информацией и обеспечила ему Нобелевскую премию в 2001 году*. Мы приводим этот пример, чтобы ознакомить вас с возможными последствиями неблагоприятного отбора.

Б. Рынок «лимонов»

Представьте себе сформировавшийся в 2014 году рынок определенного типа подержанных автомобилей, скажем Citrus 2011 года выпуска. Предположим, что в эксплуатации эти машины оказались либо безотказными и надежными, либо очень проблемными. Автомобили второго типа принято называть «лимонами», поэтому для контраста назовем автомобили первого типа «апельсинами».

* George Akerlof, The Market for Lemons: Qualitative Uncertainty and the Market Mechanism, Quarterly Journal of Economics, vol. 84, no. 3 (August 1970), pp. 488–500.

Допустим, каждый владелец «апельсина» Citrus оценивает его в 12 500 долларов и готов с ним расстаться за более высокую, но не более низкую цену по сравнению с этой ценой. В свою очередь, каждый владелец «лимона» Citrus оценивает его в 3000 долларов. Предположим, потенциальные покупатели готовы заплатить больше указанных сумм. Если бы покупатель был уверен, что приобретаемый им автомобиль — «апельсин», он бы выложил за него 16 000 долларов; если бы он знал, что автомобиль — «лимон», то 6000 долларов. Поскольку покупатели оценивают автомобили каждого типа по более высокой цене, чем их непосредственные владельцы, продажа авто была бы взаимовыгодной. Цена «апельсина» могла бы варьироваться в диапазоне от 12 500 до 16 000 долларов, а «лимона» — от 3000 до 6000 долларов. Для определенности допустим, что количество таких автомобилей ограниченно, а потенциальных покупателей больше, чем машин. Тогда покупатели, конкурируя друг с другом, повысят цену автомобилей до максимальной, которую они готовы заплатить, то есть «апельсин» будет стоить 16 000 долларов, а «лимон» — 6000 долларов при условии стопроцентной идентификации типа каждого из них.

Однако информация о качестве любого конкретного автомобиля несимметрично распределена между двумя сторонами сделки. Владелец Citrus точно знает, «апельсин» это или «лимон», а потенциальный покупатель — нет, и владельцу «лимона» абсолютно невыгодно обнародовать такие сведения. Давайте пока ограничимся анализом рынка частных подержанных автомобилей, на котором законы, требующие правдивого раскрытия информации, либо не действуют, либо трудновыполнимы. Кроме того, будем исходить из того, что у потенциального покупателя отсутствует любая возможность заметить нечто такое, что поможет ему определить тип автомобиля; точно так же и владелец автомобиля лишен возможности указать его тип. Таким образом, в данном примере мы проанализируем только последствия асимметричности информации, когда обе стороны сделки не могут воспользоваться инструментами сигнализации или скрининга.

Когда покупатели не могут отличить «апельсины» от «лимонов», на рынке не может быть разных цен на автомобили этих типов. Цена на автомобиль Citrus должна быть только одна — p, а значит, два типа автомобилей, «апельсины» и «лимоны», следует объединить в одну группу. Возможна ли эффективная торговля при таких обстоятельствах — зависит от доли «апельсинов» и «лимонов» в общей совокупности авто. Предположим, доля «апельсинов» — f от подержанных автомобилей Citrus, а «лимонов» — оставшаяся часть $(1 - f)$.

Несмотря на то что покупатели не могут проверить качество отдельного автомобиля, они могут знать долю хороших машин в общей совокупности авто, например, из газет; мы предполагаем, что в действительности так и происходит.

Если на продажу выставляются все автомобили, потенциальный покупатель может рассчитывать на случайный выбор с вероятностями получения «апельсина» и «лимона» f и $(1 - f)$ соответственно. Ожидаемое значение цены автомобиля составляет $16\,000 \times f + 6000 \times (1 - f) = 6000 + 10\,000 \times f > p$. Потенциальный покупатель приобретет такой автомобиль, если его ожидаемая стоимость превысит цену, которую ему предлагают заплатить, то есть если $6000 + 10\,000 \times f > p$.

Теперь проанализируем эту ситуацию с точки зрения продавца. Владельцы знают, какие у них автомобили — «апельсины» или «лимоны». Владелец «лимона» готов его продать, если цена превышает для него ценность автомобиля, то есть если $p > 3000$. Однако владелец «апельсина» требует, чтобы $p > 12\,500$. Если это условие владельца «апельсина» удовлетворяется, то удовлетворяются и условия владельца «лимона».

Таким образом, для выполнения условий всех покупателей и продавцов, чтобы они были готовы заключить сделку, нужно, чтобы $6000 + 10\,000 \times f > p > 12\,500$. Если доля «апельсинов» в общей совокупности удовлетворяет условию $6000 + 10\,000 \times f > 12\,500$, или $f > 0{,}65$, можно найти цену, которая позволит выполнить эту задачу, в противном случае эффективная торговля невозможна. При $6000 + 10\,000 \times f < 12\,500$ (если исключить редкий и маловероятный случай равенства между этими двумя вариантами) владельцы «апельсинов» не захотят продавать их по максимальной цене, которую готовы заплатить потенциальные покупатели. В результате в совокупности подержанных автомобилей, выставленных на продажу, будет наблюдаться неблагоприятный отбор и «апельсины» вообще не появятся на рынке. Потенциальные покупатели, понимая, что они наверняка получат «лимон», будут готовы платить не более 6000 долларов. Владельцы «лимонов» будут довольны таким исходом, и «лимоны» будут продаваться. Однако в связи с асимметричностью информации рынок «апельсинов» рухнет. Этот исход станет одним из вариантов закона Грешема, в котором плохие автомобили вытесняют хорошие.

Поскольку отсутствие информации делает невозможным получение обоснованной цены на «апельсины», их владельцам каким-то способом понадобится убедить покупателей, что у них хорошие автомобили. Другими словами, им необходимо подать *сигнал* о типе автомобиля. Проблема в том, что владельцы «лимонов» тоже захотят сделать вид, будто их автомобили — «апельсины», и с этой целью могут имитировать большинство сигналов, подаваемых владельцами «апельсинов». Майкл Спенс, сформулировавший концепцию сигнализирования и разделивший с Акерлофом и Стиглицем Нобелевскую премию 2001 года за работу в области экономической информации, описывает проблемы владельцев «апельсинов» в своей новаторской книге о сигнализировании так: «Вербальные (словесные) заявления ничего не стоят, а значит, они бесполезны. Кто угодно может солгать о том, почему он продает машину. Кто угодно может предложить покупателю проверить состояние автомобиля. Владелец “лимона” также может сделать такое предложение. Это блеф. В любом случае он ничего не теряет. Кроме того, такие проверки дорогостоящи, а заключение о надежности автомобиля, сделанное механиком владельца, не заслуживает доверия. Умный владелец автомобиля, который не относится к числу “лимонов”, мог бы заплатить за техосмотр, но предоставить покупателю возможность выбрать эксперта. В таком случае у владельца возникает другая проблема — максимально сократить затраты на техосмотр. Никаких гарантий нет. Продавец может уехать в Кливленд, не оставив адреса»*.

На самом деле ситуация не столь безнадежна, как обрисовал Спенс. Люди и компании, занимающиеся продажей подержанных автомобилей, могут заслужить репутацию честных партнеров и извлекать из нее выгоду, устанавливая надбавку к цене продаваемых автомобилей. (Безусловно, некоторые торговцы подержанными автомобилями поступают непорядочно.) Одни покупатели разбираются в автомобилях, другие приобретают их у знакомых, а значит, могут проверить историю машины. Кроме того, автодилеры могут предлагать покупателям гарантию — эту тему мы рассмотрим подробнее ниже. А на других рынках недобросовестным игрокам труднее имитировать действия добросовестных, поэтому достоверное сигнализирование возможно. Конкретным примером может служить ситуация, в которой образование выступает в качестве сигнала о квалификации. В подобной ситуации людям с низким уровнем квалификации труднее получить такое образование, которое бы позволило ошибочно принять их за высококвалифицированных специалистов. Для того чтобы по уровню образования провести различие между типами специалистов, необходимо выполнение следующего условия: получение образования должно обходиться неквалифицированным работникам гораздо дороже, чем квалифицированным. Для того чтобы продемонстрировать, как и когда сигнализирование может эффективно разделить типы игроков, давайте обратимся к рынку труда.

В. Сигнализирование и скрининг: типичные ситуации

Основная идея использования сигнализирования или скрининга для передачи или сбора информации очень проста: игроки разных типов (то есть владеющие разной информацией о собственных характеристиках или об игре и выигрышах

* A. Michael Spence, Market Signaling: Information Transfer in Hiring and Related Screening Processes (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1974), pp. 93–94. Авторы данной книги приносят от имени Спенса извинения всем тем жителям Кливленда, которых может обидеть необоснованное предположение о том, что именно там скрываются теневые продавцы подержанных автомобилей!

в ней в более общем случае) должны считать оптимальным выполнение различных действий так, чтобы они правдиво раскрывали их истинный тип. Существует множество ситуаций с такой асимметричностью информации, а также стратегий сигнализирования и скрининга, позволяющих справиться с подобными задачами. Ниже описывается ряд ситуаций, в которых применимы методы анализа, представленные в данной главе.

I. Страхование. Потенциальные покупатели страховых полисов относятся к разным категориям риска, или степени их риска для страховой компании. Например, среди многих водителей, подающих заявки на оформление полисов страхования автотранспортных средств на случай столкновения, есть как более, так и менее осторожные. Каждый потенциальный клиент лучше, чем страховая компания, знает о том, к какой категории риска он принадлежит. С учетом условий того или иного страхового полиса компания заработает меньше прибыли (или понесет более крупные убытки) на страховании клиентов более высокой категории риска. Тем не менее данный страховой полис может оказаться более привлекательным именно для клиентов с повышенным уровнем риска. Таким образом, страховая компания привлекает менее благоприятную группу клиентов, а значит, происходит неблагоприятный отбор*. Безусловно, страховая компания заинтересована в проведении различия между категориями риска. Это можно сделать посредством одного из инструментов скрининга.

Предположим, существуют только две категории риска. Следовательно, страховая компания может предложить два полиса страхования, из которых каждый клиент выберет какой-то один. Первый полис предусматривает более низкий страховой взнос (измеряемый в определенном количестве центов на каждый доллар страхового покрытия), но обеспечивает покрытие меньшего процента от понесенных клиентом убытков. Второй полис предусматривает более высокий страховой взнос, но обеспечивает и более высокий процент страхового покрытия убытков, возможно, даже 100 процентов. (При страховании на случай столкновения эти убытки представляют собой стоимость ремонта автомобиля в автомастерской.) Клиент, принадлежащий к более высокой категории риска, с большей вероятностью может понести непокрытые убытки, поэтому он гораздо охотнее заплатит более высокий страховой взнос, чтобы получить большее страховое покрытие. Исходя из этого, страховая компания может установить соотношение

* Здесь мы не рассматриваем вероятность того, что застрахованный водитель сознательно может вести себя за рулем менее осторожно. Это моральный риск, который можно уменьшить с помощью схем совместного страхования наподобие тех, о которых идет речь в данной главе. Но в настоящий момент нас интересует только неблагоприятный отбор, когда некоторым водителям осторожность свойственна от природы, а другие в равной степени невнимательны и неосторожны за рулем.

между размером страховых взносов и покрытия убытков таким образом, чтобы клиенты более высокой категории риска выбирали полисы с высокими взносами и высоким покрытием, а клиенты более низкой категории риска — полисы с более низкими взносами и низким страховым покрытием. При наличии других категорий риска страховой компании необходимо предлагать потенциальным клиентам больше полисов страхования; в случае непрерывного диапазона категорий риска может быть и соответствующий диапазон страховых полисов.

Безусловно, любая страховая компания вынуждена бороться за каждого клиента. Такая конкуренция влияет на условия пакетов страховых взносов и уровней покрытия, предлагаемых страховой компанией. Иногда конкуренция может даже препятствовать достижению равновесия, поскольку каждое предложение рискует проиграть в противостоянии с другим предложением*. Однако общая идея, лежащая в основе создания полисов с дифференцированными страховыми взносами для клиентов разных категорий риска, обоснованна и важна.

II. Гарантия. Многие типы товаров длительного пользования, такие как автомобили, компьютеры и стиральные машины, отличаются по уровню качества. Любая компания-производитель имеет полное представление о своем продукте. А вот потенциальные покупатели менее информированны. Может ли компания, которая знает, что ее продукт отличается высоким качеством, подать об этом потенциальным покупателям достоверный сигнал?

Самый очевидный и наиболее распространенный сигнал — гарантия. Стоимость гарантии действительно высококачественного продукта ниже, поскольку его производитель реже сталкивается с требованиями о ремонте или замене, чем производитель некачественного продукта. Следовательно, гарантия может служить сигналом о высоком качестве изделия, а покупатели интуитивно учитывают этот факт, принимая решение о покупке.

Как правило, в таких ситуациях сигнал должен быть избыточным, с тем чтобы его имитация обходилась достаточно дорого. В связи с этим компания, выпускающая качественные автомобили, должна предлагать весьма серьезную гарантию, для того чтобы подать достоверный сигнал о качестве автомобиля. Это требование имеет особое значение для любой компании-новичка в отрасли, еще не заслужившей репутации производителя высококачественной продукции. Например, Hyundai вышла на рынок США в 1986 году и на протяжении первых десяти лет имела репутацию компании, выпускающей автомобили низкого качества.

* См. Michael Rothschild and Joseph Stiglitz, Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information, Quarterly Journal of Economics, vol. 90, no. 4 (November 1976), pp. 629–49.

В середине 1990-х Hyundai инвестировала большие средства в улучшение технологии, дизайна и производственного процесса. Для того чтобы обновить сложившийся имидж, компания предложила революционную на то время гарантию на свои автомобили, рассчитанную на 10 лет и 100 000 миль пробега. Теперь организации по защите потребителей считают Hyundai одним из лучших производителей высококачественных автомобилей.

III. Ценовая дискриминация. Покупатели большинства продуктов неоднородны с точки зрения готовности платить, уделять время поиску более выгодной цены и т. д. Компании хотели бы найти способ идентифицировать потенциальных клиентов с более высокой готовностью платить, чтобы назначать им одну, предположительно обоснованно высокую цену, и в то же время выборочно делать выгодные предложения тем клиентам, которые не могут платить так много (до тех пор, пока их готовность платить все же превышает затраты на поставку соответствующего продукта). Компании могут успешно устанавливать разные цены для разных групп потребителей с помощью инструментов скрининга для разделения типов клиентов. Мы обсудим такие стратегии, которые известны в экономической литературе как ценовая дискриминация, подробнее в главе 13. Здесь же представим лишь краткий обзор этой темы.

Наиболее показательный пример дискриминационных цен относится к отрасли авиаперевозок. Пассажиры, предпочитающие совершать деловые поездки бизнес-классом, зачастую готовы платить за авиабилеты больше, чем туристы, потому что как минимум часть их стоимости возмещает работодатель. Со стороны авиакомпании было бы незаконно открыто выяснять тип каждого пассажира и назначать разные цены пассажирам разных типов. Однако авиакомпании успешно используют тот факт, что туристы предпочитают составлять маршрут путешествий заранее, тогда как бизнес-пассажирам необходимо сохранять определенную гибкость в своих планах. В связи с этим авиаперевозчики устанавливают разные цены на билеты, подлежащие и не подлежащие возврату, и предоставляют путешественникам самим выбирать тип тарифа. Такая стратегия ценообразования представляет собой пример *скрининга посредством самоотбора**. Другие инструменты — специальный тариф при условии предварительной покупки билета, требование о минимальном сроке пребывания в ночь с субботы на воскресенье, разные категории обслуживания на борту (первый класс, бизнес-класс и экономкласс) — также применяются в целях скрининга.

* Более формальный анализ идеи самоотбора представлен в разделе 5 данной главы.

Ценовая дискриминация характерна не только для таких дорогостоящих вещей, как авиабилеты. Другие схемы дискриминационного ценообразования можно наблюдать на многих рынках, где цены гораздо ниже цен на воздушные перевозки. Например, кафе и закусочные обычно предлагают завсегдатаям дисконтные карты, обеспечивающие скидку на кофе или закуски. Это объясняется тем, что постоянные клиенты в большей степени готовы искать более выгодные предложения поблизости, тогда как приезжие или случайные посетители идут в первое попавшееся кафе или закусочную и не тратят время на поиск заведения с более низкими ценами. Завышенная обычная цена и скидка в виде бесплатного одиннадцатого заказа — и есть то меню вариантов, из которого выбирают два типа клиентов, что, собственно, и разделяет их на типы.

Книги — еще один пример. Как правило, сначала книги издаются в твердом переплете; более дешевый вариант в мягкой обложке выходит спустя несколько месяцев, а то и через год и даже позже. Разница между затратами на публикацию двух версий книги несущественна. Но эти версии служат для разделения покупателей на тех, которые хотят прочитать книгу сразу же и готовы платить больше за возможность это сделать, и тех, кто намерен ждать дольше, чтобы заплатить меньше.

IV. Дизайн и реклама продукта. Может ли привлекательный, хорошо продуманный внешний вид продукта служить сигналом о его высоком качестве? Основное условие сводится к тому, что затраты на разработку такого сигнала для компании, которая лишь создает видимость высокого качества, должны быть существенно выше, чем для компании, выпускающей действительно качественный продукт. Как правило, затраты на внешнее оформление продукта не зависят от его качества. Следовательно, подражатель не сталкивается с разницей в затратах, а значит, такой сигнал не будет достоверным.

Однако порой подобные сигналы могут иметь под собой определенное обоснование. Внешнее оформление продукта требует фиксированных затрат, которые распределяются на весь его жизненный цикл. Покупатели действительно узнают о качестве продукта из собственного опыта, от друзей, а также из обзоров и отзывов в СМИ. Эти факторы указывают на то, что товар высокого качества может рассчитывать на более длительный период пребывания на рынке и более высокий общий объем продаж. Стало быть, затраты на дорогостоящее внешнее оформление распределяются на большее количество выпущенной продукции и в меньшей степени увеличивают себестоимость каждой единицы продукта, если он имеет более высокое внутреннее качество. Фактически компания делает такое заявление: «У нас хороший продукт, и мы его продадим в большом количестве. Поэтому мы можем себе позволить потратить столько денег на его дизайн. Такие затраты были бы непомерными для компании-однодневки, которая рассчитывает продать не так уж много единиц продукта, прежде чем люди обнаружат его низкое качество и перестанут покупать». Даже дорогостоящий, на первый взгляд бесполезный и неинформативный запуск продукта и рекламная кампания способны обеспечить аналогичный результат сигнализирования*.

Похожая ситуация складывается и в банках. Когда вы заходите в банк и видите добротные мраморные стойки и бархатную мебель, это может убедить вас в его стабильности. Однако чтобы этот сигнал действительно работал, важно, чтобы здание, мебель и внутренняя отделка носили индивидуальный характер и были присущи именно этому банку. Если все это можно без труда продать учреждениям других типов и превратить помещение, скажем, в ресторан, то не заслуживающий доверия владелец мог бы имитировать поистине надежный банк без всяких дополнительных затрат. В данной ситуации такой сигнал был бы недостоверным.

V. Такси. Приведенные выше примеры взяты в основном из экономики, а теперь давайте рассмотрим пример из области социологии, касающийся службы такси. Подавляющее большинство людей, нанимающих такси, просто хотят доехать до пункта назначения, заплатить за проезд и уйти. Однако некоторые пытаются ограбить таксиста или угнать его автомобиль, возможно, даже применив физическое насилие. Как таксисты могут осуществить скрининг потенциальных клиентов и предоставлять услуги только хорошим людям? Социологи Диего Гамбетта и Хезер Хэмилл проанализировали этот вопрос на основании многочисленных бесед с таксистами в Нью-Йорке (где грабежи — большая проблема) и Северной Ирландии (где в период проведения исследования серьезной проблемой были межрелигиозные конфликты)**.

Водителям необходим подходящий инструмент скрининга, поскольку они знают, что потенциальные клиенты с плохими намерениями пытаются имитировать действия хороших клиентов. Здесь также применимо условие о разнице в затратах. Нет никаких гарантий того, что житель Нью-Йорка в добротном костюме не представляет опасности, так как грабитель может купить и надеть костюм по той же цене, что и хороший клиент. Расу и пол тоже нельзя использовать для отсеивания клиентов. В Северной Ирландии враждующие группировки также трудноотличимы по внешним характеристикам.

---

* Kyle Bagwell and Gary Ramey, Coordination Economies, Advertising, and Search Behavior in Retail Markets, American Economic Review, vol. 84, no. 3 (June 1994), pp. 498–517.

** Diego Gambetta and Heather Hamill, Streetwise: How Taxi Drivers Establish Their Customers' Trustworthiness (New York: Russell Sage Foundation, 2005).

Гамбетта и Хэмилл обнаружили, что некоторые инструменты скрининга более приемлемы для таксистов. Например, заказ такси по телефону — более достоверный сигнал о благонадежности клиента, чем попытки поймать такси на улице: когда вы указываете место, где вас должно забрать такси, служба такси в буквальном смысле знает, где вы живете*. Еще важнее то, что некоторые инструменты сигнализирования оказались более эффективны для клиентов (а значит, и выступали в качестве более эффективных инструментов скрининга) при использовании в сочетании друг с другом, а не по отдельности. Ношение костюма само по себе не было достоверным инструментом скрининга, но когда человек в костюме выходил из офисного здания, таксисты считали его более безопасным клиентом, чем человека в костюме, стоящего на углу улицы. В настоящее время в вестибюлях большинства офисных зданий есть охрана, поэтому можно считать, что такой клиент уже прошел один уровень проверки системой безопасности.

Пожалуй, самыми важными оказались бессознательные сигналы, подаваемые людьми (микровыражения лица, жесты и т. д.), которые опытные таксисты умеют читать и интерпретировать. Именно ввиду непроизвольности таких сигналов их имитация потребовала бы невероятных усилий, а значит, они могут считаться самыми эффективными инструментами скрининга, необходимого для разделения типов клиентов**.

VI. Политические бизнес-циклы. Теперь приведем еще два примера из области политэкономии. Действующие правительства часто увеличивают бюджетные расходы, чтобы обеспечить рост экономики накануне выборов, тем самым надеясь привлечь больше голосов избирателей и выиграть выборы. Но разве не должны рационально мыслящие избиратели разгадать эту уловку и понять, что сразу же после завершения выборов правительство будет вынуждено сократить расходы, что может привести к экономическому спаду? Для того чтобы расходы накануне выборов эффективно сигнализировали о типе, избиратели должны испытывать неопределенность в отношении типа правительства в плане его компетентности. Будущая рецессия повлечет за собой определенные политические издержки для правительства. И они будут меньше, если правительство более компетентно в вопросах экономики. Когда разница в издержках между компетентным и некомпетентным правительством достаточно большая,

* Даже если это место — ресторан или офис, а не дом, вы все равно оставляете больше данных о себе, вызывая такси по телефону, чем когда ловите его на улице.

** О том, как можно читать и интерпретировать такие самопроизвольные сигналы, рассказывается в книге: *Экман П.* Психология лжи. Обмани меня, если сможешь. СПб. : Питер, 2016.

значительное увеличение расходов может выступать в качестве достоверного сигнала о компетентности*.

Еще один пример относится к методам управления инфляцией. Многие страны в разные времена переживали периоды высокой инфляции, и их правительства благочестиво заявляли о своем намерении снизить ее уровень. Может ли правительство, которое действительно заботится о стабильности цен, достоверно подать сигнал о своем типе? Да. Правительства могут выпустить облигации, защищенные от инфляции, процентная ставка по которым автоматически повышается с повышением темпов инфляции или капитальная стоимость которых увеличивается пропорционально росту уровня цен. Выпуск государственных долговых обязательств в такой форме обходится правительству, отдающему предпочтение политике, приводящей к росту инфляции, дороже, поскольку ему приходится выплачивать более высокий процент или увеличивать сумму своего долга. Следовательно, правительство с подлинно антиинфляционной политикой может выпустить защищенные от инфляции облигации в качестве достоверного сигнала, отделяя себя тем самым от типа правительства, предпочитающего инфляцию.

VII. Эволюционная биология. И в заключение — пример из области естественных наук. У многих видов птиц у самцов очень яркое и тяжелое оперение, которое привлекает самок. Казалось бы, самки должны искать генетически более развитых самцов, с тем чтобы увеличить шансы потомства дожить до зрелости и, в свою очередь, привлечь партнера. Но почему яркое оперение указывает на наличие данных генетических качеств? На первый взгляд может показаться, что такое оперение — недостаток, поскольку делает самца более заметным для хищников (и охотников) и менее мобильным, а значит, и в меньшей степени способным спастись. Почему же самки выбирают, казалось бы, столь неполноценных самцов? Ответ связан с условиями достоверного сигнализирования. Хотя тяжелое оперение — действительно физический недостаток, он все же говорит о том, что у самца с подобным оперением генетически более развиты такие качества, как сила и скорость. Чем слабее самец, тем труднее ему вырастить и поддерживать качественное оперение. Следовательно, именно тяжесть оперения делает его достоверным сигналом о качестве самца**.

---

* Обзор этих идей и подтверждающих данных можно найти здесь: Alan Drazen in The Political Business Cycle after 25 Years, in NBER Macroeconomics Annual 2000, ed. Ben S. Bernanke and Kenneth S. Rogoff (Cambridge, Mass.: MIT Press, 2001), pp. 75–117.

** Matt Ridley, The Red Queen: Sex and the Evolution of Human Behavior (New York: Penguin, 1995), p. 148.

Г. Экспериментальные данные

Определение характеристик и поиск равновесий в играх с сигнализированием и скринингом предполагает использование ряда достаточно тонких концепций и вычислений. В частности, в каждом из приведенных выше примеров формальные модели должны быть тщательно описаны для того, чтобы можно было сформулировать обоснованные и точные прогнозы в отношении выбора игроков. В таких играх участникам следует пересматривать или обновлять значения вероятностей, присваиваемые ими типу (типам) игроков на основании наблюдений за их действиями. Это обновление требует применения теоремы Байеса, которая описана в приложении к данной главе. Кроме того, в разделе 6 мы подробно проанализируем игру, нуждающуюся в подобном обновлении.

Даже не вдаваясь в детали, вы можете себе представить, что вычисления для обновления вероятностей достаточно сложны. Стоит ли ожидать, что игроки смогут выполнить их правильно? Существует немало доказательств того, что люди очень плохо справляются с вычислениями, включающими вероятности, и еще хуже — с вычислением вероятностей с учетом новой информации*. Поэтому нам следует с вполне обоснованным недоверием относиться к равновесиям, зависящим от выполнения таких вычислений.

В связи с этим весьма обнадеживают выводы экономистов, которые проводили лабораторные эксперименты с сигнальными играми. Некоторые чрезвычайно тонкие уточнения *байесовского равновесия Нэша* и *совершенного байесовского равновесия* можно изучить с помощью наблюдений, хотя эти уточнения требуют не только обновления информации посредством отслеживания действий на равновесном пути, но и принятия решения о том, как можно логически вывести информацию из неравновесных действий, которые вообще не следовало бы предпринимать. Тем не менее результаты всех этих исследований не позволяют сделать однозначные выводы, поскольку многое зависит от мелких деталей организации эксперимента в лаборатории**.

* Deborah J. Bennett, Randomness(Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1998), pp. 2–3 and ch. 10. В следующей книге можно найти интересный рассказ о том, как некоторые специалисты по теории вероятностей, а также блестящий и плодотворный математик Пал Эрдеш неправильно решили простую задачу на вероятность и даже не смогли понять свою ошибку, когда им ее объяснили: Paul Hoffman, The Man Who Loved Only Numbers (New York: Hyperion, 1998), pp. 233–40.

** Обзор и анализ таких экспериментов представлен в главе 7 книги: Douglas D. Davis and Charles A. Holt, Experimental Economics (Princeton: Princeton University Press, 1995).

5. Сигнализирование на рынке труда

Многие из вас рассчитывают по окончании учебы работать в элитной финансовой или ИТ-компании. В таких компаниях существует два типа вакансий. Один тип требует высокого уровня математических и аналитических навыков, а также способности усердно трудиться и оплачивается очень хорошо. Другой — это отчасти административная, менее квалифицированная, низкооплачиваемая работа. Безусловно, вы мечтаете о высокооплачиваемой работе. Вы знаете свои качества и навыки гораздо лучше, чем ваш потенциальный работодатель. Если у вас высокий уровень квалификации, вам необходимо, чтобы работодатель узнал об этом, к тому же он тоже хочет это знать. Работодатель может проверить ваши данные и провести с вами собеседование, но информация, полученная таким способом, ограничена имеющимися в его распоряжении временем и ресурсами. Вы можете рассказать работодателю, насколько вы опытный специалист, но подобные голословные заявления не внушают доверия. Вы должны чем-то подкрепить их, а ваш работодатель — попытаться получить более объективные данные.

Какие доказательства может искать работодатель, и что вы можете ему предоставить? Как говорилось в разделе 2 данной главы, ваш потенциальный работодатель применит определенные *инструменты скрининга* для определения ваших качеств и навыков. Вы, в свою очередь, будете использовать *сигналы* для передачи фактически той же информации. Иногда для сигнализирования или скрининга могут применяться подобные или даже идентичные инструменты.

В данном примере выбранный вами (и прослушанный) особенно трудный математический курс в университете может выступать в качестве достоверного доказательства вашей способности напряженно работать в целом и ваших математических и логических навыков в частности. Давайте проанализируем роль выбора курса обучения в качестве инструмента скрининга.

А. Скрининг в целях разделения типов

Для простоты проанализируем эту скрининговую игру с помощью интуиции и алгебры. Допустим, с точки зрения качеств, которые представляют интерес для работодателей, студенты делятся всего на два типа: талантливые (Т) и посредственные (П). Потенциальные работодатели из сферы финансов или информационных технологий готовы платить 160 000 долларов в год типу Т и 60 000 в год типу П. Другие работодатели предлагают типу Т 125 000 долларов, а типу П 30 000 долларов. Это те же показатели, что и в примере с автомобилями Citrus в разделе 4.Б, только умноженные на 10, чтобы они больше соответствовали реальному положению дел на рынке труда. И точно так же как в примере с подержанными автомобилями мы исходили из предположения о фиксированном запасе автомобилей и большом количестве потенциальных покупателей, здесь мы исходим из того, что у нас много потенциальных работодателей, вынужденных конкурировать друг с другом за ограниченное число кандидатов на вакантные должности, поэтому они должны предлагать им максимальную заработную плату, которую готовы выплачивать. Поскольку работодатели не могут определить тип конкретного претендента на ту или иную должность посредством прямых наблюдений, им необходимо найти другие надежные способы провести различие между типами*.

Допустим, два типа студентов отличаются друг от друга готовностью изучать трудный, а не легкий курс в университете. Представители каждого типа готовы пожертвовать частью времени, выделенного на вечеринки и другие занятия, на изучение более трудного курса, но для студентов типа Т эта жертва меньше и пойти на нее легче, чем студентам типа П. Предположим, студенты типа Т рассматривают затраты на прохождение каждого такого курса как эквивалент годовой заработной платы в размере 3000 долларов, а студенты типа П — как 15 000 долларов. Может ли работодатель использовать эту разницу для скрининга кандидатов, чтобы отличить тип Т от типа П?

Рассмотрим следующую политику найма: любой студент, прослушавший определенное количество (n) сложных курсов, будет отнесен к типу Т и получит заработную плату в размере 160 000 долларов, и любой, кто изучил менее n сложных курсов, будет отнесен к типу П и получит 60 000 долларов. Цель такой политики — создание естественных стимулов, под влиянием которых только студенты типа Т будут изучать сложные курсы, а студенты типа П не станут этого делать. Ни один тип не намерен проходить больше сложных курсов обучения, чем требуется, поэтому варианты выбора таковы: либо изучить n курсов, чтобы претендовать на тип Т, либо признать поражение и согласиться на тип П (эти студенты могут вообще отказаться от изучения сложных курсов и просто учиться, не прилагая к этому особых усилий).

Чтобы такая политика найма достигла цели, она должна удовлетворять двум видам условий. Первый требует, чтобы политика найма стимулировала кандидатов каждого типа сделать тот выбор, который нужен компании. Иными словами, она должна быть совместима со стимулами сотрудников, поэтому соответствующие условия обозначаются термином **условия совместимости стимулов**. Второй вид условий гарантирует, что при выборе, продиктованном условиями совместимости

* Вы можете задаться вопросом, может ли тот факт, что в распоряжении двух типов есть разные внешние возможности, использоваться для проведения различия между ними. Например, работодатель может сказать: «Покажите мне предложение о работе с оплатой 125 000 долларов, и я отнесу вас к типу Т и заплачу 160 000 долларов». Тем не менее такое конкурирующее предложение может быть фальшивым или полученным в сговоре с кем-то, поэтому оно не заслуживает доверия.

стимулов, сотрудники получат лучший (по крайней мере не худший) выигрыш от соответствующих должностей, чем они получили бы в случае выбора другого варианта. То есть сотрудники должны согласиться на участие в предложенном компанией плане, поэтому соответствующие условия называются **условиями участия**. Мы рассмотрим их в контексте рынка труда чуть ниже. Аналогичные условия будут упоминаться и в других примерах, приведенных далее в этой главе и в главе 13, где описывается общая теория разработки подобных механизмов.

I. Совместимость стимулов. Критерий, разработанный работодателями, чтобы отличить тип Т от П (а именно, количество изученных сложных курсов), должен быть достаточно строгим, чтобы студенты типа П даже не пытались удовлетворить его, но не настолько строгим, чтобы лишить студентов типа Т желания предпринимать подобные попытки. Правильное значение *n* должно быть таким, чтобы студенты, действительно принадлежащие к типу П, признали это и согласились на 60 000 долларов, вместо того чтобы нести дополнительные издержки в связи с имитацией поведения студентов типа Т. Иначе говоря, нам нужно, чтобы политика найма была совместима по стимулам с типом П, поэтому*

$$60\,000 \geq 160\,000 - 15\,000n, \text{ или } 15n \geq 100, \text{ или } n \geq 6{,}67.$$

Аналогичным образом условие, согласно которому студенты, действительно принадлежащие к типу Т, предпочитают доказать это посредством изучения *n* сложных курсов, выглядит так:

$$160\,000 - 3000n \geq 60\,000, \text{ или } 3n \leq 100, \text{ или } n \leq 33{,}33.$$

Эти условия совместимости стимулов, или, что то же самое, **ограничения совместимости стимулов**, приводят стимулы кандидата на должность в соответствие с требованиями работодателя или делают оптимальным для кандидата раскрытие правдивой информации об уровне квалификации посредством своих действий. Значение *n* удовлетворяет обоим ограничениям, если это целое число в диапазоне от 7 до 33**. Второе значение не совсем уместно в данном примере, по-

---

* Наше требование состоит в том, чтобы выигрыш от выбора варианта, рассчитанного на соответствующий тип, был как минимум таким же высоким, как и в случае выбора другого варианта, а не строго больше. Тем не менее существует возможность приблизиться к результату этого анализа настолько, насколько это необходимо, обеспечивая выполнение строгого неравенства; следовательно, от этого предположения не зависит ничего существенного.

** Если в каком-то другом контексте соответствующая переменная выбора не обязательно должна быть целым числом (например, если речь идет о денежной сумме или количестве времени), то весь ее непрерывный диапазон значений будет удовлетворять обоим ограничениям совместимости стимулов.

скольку программа обучения в колледже обычно состоит из 32 курсов, но в других примерах это может иметь смысл.

Удовлетворение обоим условиям обеспечивает *разница* в издержках в связи с изучением сложных курсов между двумя типами: эти издержки существенно ниже для студентов «хорошего» типа, которых и ищут работодатели. Когда ограничения удовлетворены, работодатель может использовать политику найма, на которую студенты двух типов отреагируют по-разному, тем самым раскрывая свой тип. Данный процесс называется **разделением типов** на основе **самоотбора**.

Мы не учли здесь вероятности того, что на самом деле сложные курсы обучения позволяют овладеть дополнительными навыками или методами работы, способными превратить студентов типа П в тип Т. Согласно нашему сценарию, сложные курсы служат только цели идентификации людей, которые уже обладают соответствующими качествами. Другими словами, эти курсы выполняют лишь функцию скрининга.

В реальной жизни образование действительно повышает продуктивность. Но помимо этого оно еще выполняет функцию сигнализирования и скрининга того вида, о котором идет речь в данном разделе. В нашем примере мы показали, что образование может быть получено исключительно ради второй функции; на самом деле оно часто превышает уровень, необходимый только для роста продуктивности. Такое дополнительное образование сопряжено с издержками асимметричности информации.

II. Участие. Когда условия совместимости стимулов для двух типов рабочих мест в данной компании удовлетворены, студенты типа Т изучают n сложных курсов и получают выигрыш в размере $160\,000 - 3000n$, тогда как студенты типа П не проходят сложных курсов и получают выигрыш 60 000. Чтобы студенты обоих типов были готовы сделать именно такой выбор вместо использования альтернативных возможностей, нужно, чтобы удовлетворялись также условия участия. Поэтому нам необходимо следующее неравенство:

$$160\,000 - 3000n \geq 125\,000, \text{ или } 3n \leq 35, \text{ или } n \leq 11{,}67.$$

В данном примере очевидно, что условие участия студентов типа П удовлетворяется (хотя в других примерах может быть иначе), а условие участия студентов типа Т требует, чтобы $n \leq 11{,}67$ или, поскольку n должно быть целым числом, $n \leq 11$. Здесь любое значение n, которое удовлетворяет ограничению участия студентов типа Т $n \leq 11$, удовлетворяет также ограничению совместимости стимулов $n \leq 33$, поэтому второе условие становится логически избыточным.

В таком случае полная совокупность условий, выполнение которых необходимо для разделения типов на данном рынке труда, выглядит так: $7 \leq n \leq 11$. Такое ограничение возможных значений n объединяет условие совместимости стимулов для студентов типа П и условие участия для студентов типа Т. В данном примере условие участия для студентов типа П и условие совместимости стимулов для студентов типа Т автоматически удовлетворяется в случае выполнения всех остальных условий.

Когда в качестве инструмента скрининга используется требование о прохождении достаточного количества сложных курсов, издержки несут студенты типа Т. Если предположить, что для обеспечения разделения типов используется минимальное количество курсов (а именно $n = 7$), издержки для каждого студента типа Т в денежном выражении составят $7 \times 3000 = 21\,000$ долларов. В данном контексте это и есть издержки асимметричности информации. Их не существовало бы, если бы тип студента можно было определить напрямую и объективно. Не было бы их и в случае, если бы вся совокупность состояла исключительно из студентов типа Т. Последним приходится нести эти издержки по причине наличия в общей совокупности студентов типа П, от которых они (или их потенциальные работодатели) хотят отмежеваться*.

Б. Объединение типов

А может, чтобы не возлагать на тип Т издержки асимметричности информации, лучше вообще не утруждать себя разделением типов? При разделении студенты типа Т получают заработную плату 160 000 долларов, но несут издержки в размере 21 000 долларов в связи с изучением сложных курсов; следовательно, их чистый выигрыш в денежном эквиваленте составляет 139 000 долларов. А студенты типа П получают заработную плату 60 000 долларов. Что произойдет с этими типами, если их не разделять?

Отказ от использования инструментов скрининга приведет к случайному выбору кандидатов из общей совокупности и выплате всем одинаковой заработной платы. Такая ситуация называется объединением типов, или просто объединением, когда понятен смысл происходящего**. На конкурентном рынке труда в случае объединения типов общая заработная плата является средним значением той ценности, которую представляют собой специалисты разных типов для

* На языке экономики студенты типа П оказывают отрицательное внешнее воздействие на студентов типа Т. Мы рассмотрим эту концепцию более подробно в главе 11.

** Эта ситуация противоположна разделению типов, о котором шла речь выше, когда игроки с отличающимися характеристиками получают разные результаты, поэтому полученный результат полностью раскрывает тип игрока.

работодателя, и она зависит от доли каждого типа в общей совокупности. Например, если 60% совокупности — тип Т, а 40% — тип П, общая заработная плата при объединении типов составит:

$$0{,}6 \times 160\,000 + 0{,}4 \times 60\,000 = 120\,000 \text{ долларов.}$$

Естественно, в этом случае специалисты типа Т предпочтут ситуацию с разделением типов, поскольку это обеспечит им 139 000 долларов вместо 120 000. Однако если доли типов в общей совокупности составляют 80% типа Т и 20% типа П, то общая заработная плата при объединении будет 140 000 долларов, а значит, при разделении представители типа Т проиграют. Типу П всегда выгоднее объединение. Наличие типа Т в совокупности означает, что общая заработная плата при объединении типов всегда будет превышать заработную плату представителей типа П в размере 60 000 долларов в случае разделения.

Тем не менее если оба типа предпочтут результат, полученный при объединении, это не может быть равновесием в ситуации, когда многие работодатели или работники конкурируют друг с другом в процессе сигнализирования и скрининга. Предположим, соотношение типов в общей совокупности составляет 80 на 20 и имеет место исходная ситуация с объединением, в которой обоим типам платят по 140 000 долларов. Работодатель может объявить, что готов платить 144 000 долларов тому, кто прослушает всего один сложный курс. По сравнению с исходной ситуацией студенты типа Т сочтут это предложение выгодным, так как их расходы на изучение курса составляют всего 3000 долларов, а заработная плата повышается на 4000 долларов. Поскольку данный работодатель выборочно привлекает студентов типа Т, каждый из которых имеет ценность 160 000 долларов, но получает 144 000 долларов, он извлечет прибыль из отклонения от размера заработной платы, рассчитанного с учетом объединения типов.

Однако такое отклонение запускает процесс корректировки заработной платы конкурирующими работодателями, что приводит к разрушению исходной ситуации с объединением типов. Когда сотрудники типа Т начинают массово переходить к данному работодателю, это приводит к снижению общего уровня квалификации оставшихся у других работодателей специалистов и в итоге наступает момент, когда они уже не в состоянии платить им 140 000 долларов. После снижения заработной платы в совокупности специалистов разница между нею и суммой 144 000 долларов, предложенной вышеупомянутым работодателем, достигнет величины, при которой специалисты типа П также сочтут необходимым пройти один сложный курс обучения. Но тогда этот работодатель вынужден будет повысить свое требование до двух сложных курсов, а разницу в заработной плате до такого уровня, при котором изучение двух курсов станет слишком обременительным для типа П, но вполне приемлемым для типа Т. Другие работодатели, которые тоже захотят привлечь какое-то количество представителей типа Т, должны использовать аналогичную политику найма. Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока рынок труда не достигнет разделяющего равновесия, о котором шла речь выше.

Даже если работодатели не проявят инициативу по привлечению сотрудников типа Т вместо типа П, специалист типа Т, зарабатывающий 140 000 долларов в ситуации с объединением типов, может прослушать сложный курс обучения, принести подтверждающий это документ работодателю и сказать: «У меня есть сертификат о прохождении сложного курса обучения, поэтому я прошу повысить мне зарплату до 144 000 долларов. Это убедительное доказательство того, что я отношусь к типу Т; ни один представитель типа П не сделал бы вам подобного предложения». Учитывая имеющиеся в данной ситуации факты, аргумент можно считать обоснованным, и работодателю было бы выгодно согласиться: сотрудник типа Т представлял бы для него ценность 160 000 долларов, но при этом получал бы 144 000 долларов. Другие специалисты типа Т могут поступить так же. Это запускает тот же каскадный процесс, который приводит к разделяющему равновесию. Единственное различие — кто именно инициатор. Теперь специалисты типа Т решают получить дополнительное образование в качестве достоверного доказательства своего типа, и это уже сигнализирование, а не скрининг.

Общая идея такова: хотя объединение типов может быть выгодно всем, игроки не выбирают то или другое в ходе кооперативного, связующего процесса. Они преследуют собственные интересы, что приводит к формированию разделяющего равновесия. Эта ситуация напоминает игру «дилемма заключенных» со многими участниками, а значит, в издержках асимметричности информации присутствует элемент неизбежности.

В. Множество типов

Хотя мы рассмотрели пример с двумя типами, этот анализ можно обобщить. Предположим, существует несколько типов: А, Б, В, ..., сгруппированных в порядке снижения их ценности для работодателя и повышения расходов на получение дополнительного образования. Это позволит установить последовательность постепенно повышающихся требований к уровню образования: самый худший тип в нем не нуждается вообще, следующему типу достаточно самого низкого уровня образования, третий тип должен иметь такой-то уровень и т. д.; при этом представители соответствующих типов будут сами выбирать уровень образования, который их идентифицирует.

В заключение хотим высказать еще одну мысль, или даже предостережение, в отношении сигнализирования. Вы — информированная сторона, и вам доступно действие, которое может достоверно передать хорошую информацию (то есть ту, что наверняка пойдет вам на пользу). Если вам не удастся отправить такой сигнал, это будет воспринято как плохая информация. В этом отношении сигнализирование подобно игре в труса: если вы откажетесь играть, вы уже сыграли и проиграли.

Вы должны помнить об этом, решая, какой курс выбрать — тот, который оценивается по буквенной системе или по принципу «зачтено / не зачтено». Студенты, изучающие тот или иной курс, получают весь диапазон оценок; предположим, средняя оценка — B. Очевидно, что каждый студент прекрасно знает свои способности. У студентов, достаточно уверенных в получении оценки A+, есть мощный стимул пройти сложный курс, который оценивается по буквенной системе. Если они это сделают, средняя оценка остальных студентов окажется меньше B, скажем B–, поскольку это экстремальное значение исключается из распределения. Теперь уже студенты, рассчитывающие на оценку «A», заинтересованы в выборе курса с буквенной системой оценивания, что, в свою очередь, снижает среднюю оценку остальных, и т. д. В итоге студенты выбирают курс, который оценивается по принципу «зачтено / не зачтено», но это касается лишь тех, кто надеется на оценки C и D. Стратегически грамотный читатель приложения к диплому (потенциальный работодатель или член приемной комиссии вуза) знает, что курс с системой оценивания «зачтено / не зачтено» в основном выбирают студенты из нижней части распределения оценок. По этой причине он воспримет оценку «зачтено» как C или D, а не как среднюю оценку всей группы B.

6. Равновесия в сигнальных играх с двумя участниками

До сих пор наш анализ охватывал общую концепцию неполной информации, а также конкретные стратегии сигнализирования и скрининга. Кроме того, мы рассмотрели возможные результаты разделения или объединения типов, которые могут возникнуть вследствие применения этих стратегий. Мы видели, как на рынке с большим количеством владельцев автомобилей и покупателей может сформироваться неблагоприятный отбор, а также как работают инструменты сигнализирования и скрининга в условиях взаимодействия работодателей и работников. Тем не менее мы еще не описали в этой главе решения игры с участием двух игроков, владеющих разной информацией. Ниже приводится пример решения такой игры с использованием дерева игры и таблицы выигрышей в качестве инструментов анализа. Мы увидим, что равновесием в ней может быть либо разделение, либо объединение типов, а также высока вероятность формирования **частично раскрывающего** или **полуразделяющего равновесия**.

А. Базовая модель и структура выигрышей

В данном разделе мы проанализируем игру с асимметричной информацией «выход на рынок», в качестве участников которой выступают две автомобилестроительные компании, Tudor и Fordor. В настоящее время корпорация Tudor имеет монополию на рынке автомобилей определенного типа, скажем экономичных малолитражек, не загрязняющих окружающую среду. Инновационная компания Fordor разработала конкурирующую концепцию автомобиля и решает, стоит ли ей выходить на рынок. Однако Fordor не знает, насколько жестким конкурентом окажется Tudor. В частности, издержки производства компании Tudor (о которых Fordor ничего не известно) могут быть высокими или низкими. Если они высокие, Fordor может выйти на рынок и вступить в конкурентную борьбу, получая прибыль; если низкие, выход Fordor на рынок и затраты на разработку невозможно будет возместить за счет операционной прибыли, а значит, ее выход на рынок будет абсолютно убыточным.

Взаимодействие между компаниями представляет собой игру с последовательными ходами. На ее первом этапе (период 1) Tudor устанавливает цену (для простоты предположим, что высокую или низкую), зная, что она единственный производитель автомобилей такого класса на рынке. На следующем этапе Fordor принимает решение о выходе на рынок. Выигрыши (или прибыль) компаний определяются на основании рыночной цены автомобиля с учетом издержек производства каждой компании, а в случае Fordor еще и с учетом затрат в связи с выходом на рынок и разработку автомобиля.

Безусловно, для Tudor было бы лучше, если бы Fordor не выходила на рынок, поэтому на первом этапе игры Tudor может попытаться использовать цену автомобиля как сигнал об издержках производства. Компания с низкими издержками установила бы более низкую цену, чем с высокими. Следовательно, Tudor может рассчитывать на то, что, если на протяжении периода 1 она сохранит низкую цену на автомобиль, Fordor интерпретирует это как доказательство низких издержек производства Tudor и не станет выходить на рынок. (Как только Fordor откажется от дальнейшей борьбы и уйдет со сцены, Tudor может снова поднять цену на авто.) Подобно тому как в покере игрок может блефовать, рассчитывая на то, что это сработает и соперник сбросит карты, Tudor также может попытаться удержать Fordor от выхода на рынок посредством блефа. Разумеется, компания Fordor — стратегический игрок и знает о подобном трюке. Вопрос в том, сможет ли Tudor успешно блефовать в случае равновесия в данной игре. Ответ зависит от вероятности того, что в Tudor действительно низкие издержки производства, а также от затрат на введение конкурента в заблуждение. Ниже мы проанализируем различные варианты развития событий и покажем полученные в результате равновесия.

Во всех этих случаях затраты на единицу продукции и цены выражены в тысячах долларов, а количество проданных автомобилей — в сотнях тысяч, поэтому прибыль измеряется в сотнях миллионов. Это поможет нам представить выигрыши и таблицы в достаточно компактной, удобной для чтения форме. Мы вычислим выигрыши с помощью тех же инструментов анализа, которые применяли в игре с ценообразованием в ресторанах в главе 5, при этом будем исходить из предположения, что зависимость между назначенной ценой (P) и величиной спроса (Q) описывается формулой: $P = 25 - Q$[30]*.

Чтобы выйти на рынок, компания Fordor должна понести первоначальные затраты в размере 40 (в тех же единицах, что и прибыли, в сотнях миллионов, то есть фактический показатель составит 4 миллиарда долларов) на строительство завода, проведение рекламной кампании и т. д. Если затем она выходит на рынок, затраты на производство и поставку на рынок каждого автомобиля составят 10 (тысяч долларов).

Tudor может быть либо громоздкой старой компанией с высокими издержками производства на единицу продукции, составляющими 15 (тысяч долларов), либо динамичным автопроизводителем с более низкими затратами на единицу продукции. Для начала допустим, что более низкие издержки составляют 5; этот показатель ниже затрат, которые может обеспечить Fordor. В разделах 6.В и 6.Г мы проанализируем эффект других уровней издержек. Пока же предположим, что Tudor может обеспечить более низкий уровень издержек с вероятностью 0,4, или в 40% случаев; следовательно, вероятность того, что в этой компании высокий уровень издержек, равна 0,6, или 60%**.

Варианты выбора компании Fordor в игре «выход на рынок» зависят от того, что ей известно об издержках Tudor. Будем считать, что Fordor располагает информацией о двух возможных уровнях издержек и может вычислить прибыль в каждом из этих случаев. Таким образом, хотя Fordor неизвестно, к какому типу относится Tudor, предварительное убеждение Fordor в точности соответствует вероятности того, что в Tudor более низкий уровень издержек; иными словами, убеждение Fordor состоит в том, что вероятность вступить в борьбу с Tudor, имеющей низкий уровень издержек производства, составляет 40%.

Если в Tudor высокий уровень издержек, например 15 (тысяч долларов), то в случае монополии, которой ничего не угрожает, компания максимизирует свою прибыль,

* Мы не приводим здесь все вычисления, необходимые для определения цен, максимально увеличивающих прибыль, а также прибыли, которую в итоге получит компания в каждом из этих случаев. Для дополнительной практики вы можете выполнить эти расчеты самостоятельно, воспользовавшись методами, изученными в главе 5.

** Вероятность того, что у компании Tudor низкий уровень издержек, можно обозначить символом z. Равновесие будет тем же, независимо от значения z, что вы должны будете доказать в упражнении S5 в конце данной главы.

установив на автомобили цену 20 (тысяч долларов). При такой цене Tudor продаст 5 (сотен тысяч) автомобилей и заработает 25 [= 5 × (20 – 15) сотен миллионов долларов, или 2,5 миллиарда долларов]. Если Fordor выйдет на рынок и составит конкуренцию Tudor, то равновесие Нэша в этой игре в дуополию обеспечит Tudor операционную прибыль 3, а Fordor 45. Эта операционная прибыль превышает первоначальные затраты Fordor в связи с выходом на рынок (40), поэтому если бы компания знала, что в Tudor высокий уровень издержек, она решила бы выйти на рынок и заработать чистую прибыль в размере 5.

Если в Tudor низкий уровень затрат (5), то при наличии монополии, которой ничто не угрожает, компания установит на свои автомобили цену 15, продаст 10 и заработает прибыль 100. В случае равновесия, сформировавшегося на втором этапе игры после выхода на рынок Fordor, операционная прибыль Tudor составит 69, а Fordor 11, что меньше затрат Fordor в связи с выходом на рынок (40). Следовательно, если бы Fordor знала, что в Tudor низкий уровень затрат, она бы не выходила на рынок и тем самым предотвратила бы убыток 29.

Б. Разделяющее равновесие

Если у компании Tudor на самом деле высокий уровень издержек производства, но она хочет, чтобы в Fordor считали, будто он низкий, она должна имитировать действия компании с низкими издержками, то есть установить на свои автомобили цену 15. Но эта цена равна себестоимости единицы продукции, а значит, компания получит нулевую прибыль. Будет ли такая жертва Tudor оправданна? Отпугнет ли она Fordor и обеспечит преимущества монополии в дальнейшем?

Полная игра представлена в экстенсивной форме на рис. 8.7. Обратите внимание, что, как и в разделе 3, мы используем здесь игрока по имени «природа», для того чтобы выбрать тип издержек Tudor в самом начале игры. Далее Tudor принимает решение о цене. Мы исходим из предположения, что, если в Tudor низкий уровень издержек, она не установит высокую цену*. Но если высокий, она может

* Это кажется очевидным: зачем выбирать цену, отличающуюся от цены, обеспечивающей максимальную прибыль? Назначение высокой цены в случае низких издержек не только приводит к потере части прибыли на протяжении периода 1 (если компания Tudor с низким уровнем издержек назначит цену 20, ее объем продаж упадет настолько, что она получит прибыль всего 75 вместо 100 в случае установления цены 15), но и повысит риск выхода Fordor на рынок, а значит, приведет к сокращению прибыли на протяжении периода 2 (конкурируя с Fordor, Tudor с низким уровнем издержек получит прибыль всего 69 вместо 100 в случае монополии). Тем не менее специалисты по теории игр нашли неожиданные равновесия, при которых высокая цена на автомобили Tudor на протяжении периода 1 неправильно интерпретируется как доказательство низкого уровня издержек, и им пришлось применить большую изобретательность, чтобы исключить эти равновесия из рассмотрения. Мы пропустим эти сложности, как и ранее в случае равновесий дешевого разговора, но читатели, которых интересует эта тема, могут найти соответствующую информацию в статье: In-Koo Cho and David Kreps, Signaling Games and Stable Equilibria, Quarterly Journal of Economics, vol. 102, no. 2 (May 1987), pp. 179–222.

выбрать либо высокую, либо низкую цену, если захочет ввести конкурента в заблуждение. Fordor не может провести различие между двумя ситуациями, в которых Tudor устанавливает низкую цену на автомобили, поэтому варианты выбора Fordor в отношении выхода на рынок, который она делает в этих узлах, объединяются в одно информационное множество. Следовательно, Fordor должна применить в обоих узлах либо стратегию «выйти на рынок», либо «отказаться от выхода на рынок».

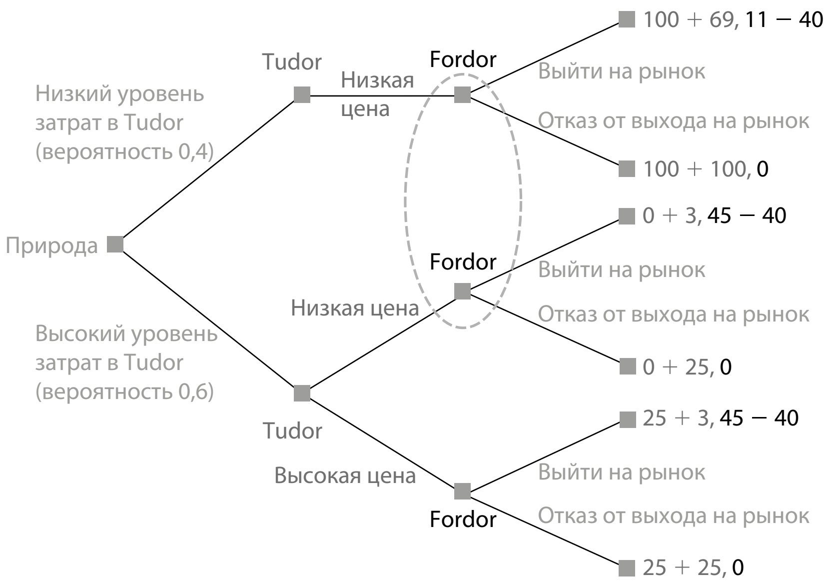


Рис. 8.7. Экстенсивная форма игры «выход на рынок»: низкий уровень издержек в Tudor — 5

В каждом концевом узле первый элемент записи выигрышей (выделено серым цветом) — это прибыль компании Tudor, а второй элемент (выделено черным цветом) — прибыль компании Fordor. Прибыль Tudor суммируется за два периода: первый — когда Tudor — единственный производитель автомобилей данного класса, и второй — когда Tudor может быть либо монополистом, либо участником дуополии в зависимости от решения Fordor о выходе на рынок. Прибыль Fordor охватывает только второй период и отличается от нуля лишь в случае выхода компании на рынок.

Один шаг анализа методом обратных рассуждений позволяет определить, что в нижнем узле, где компания Tudor выбрала высокую цену, Fordor выберет вариант «выйти на рынок», поскольку 45 – 40 + 5 > 0. Следовательно, мы можем отсечь в этом узле ветвь «не выходить на рынок». В результате у каждого игрока остается две стратегии (исчерпывающих плана действий): у Tudor — стратегия «блефовать», или выбрать низкую цену на период 1 независимо от уровня затрат (сокращенно НН в той системе обозначений, о которой шла речь в главе 3), а также «поступить честно», или выбрать низкую цену на протяжении периода 1, если издержки низкие, и высокую цену, если издержки высокие (НВ). У Fordor — стратегия «независимо от обстоятельств», или выйти на рынок независимо от цены, которую установит Tudor на период 1 (сокращенно РР вместо «рынок, рынок»), и «в зависимости от обстоятельств», или выйти на рынок, только если Tudor установит высокую цену на протяжении периода 1 (сокращенно ОР вместо «отказ, рынок»).

Теперь мы можем представить эту игру в стратегической (нормальной) форме. На рис. 8.8 показан каждый игрок с двумя возможными стратегиями; выигрыши в каждой ячейке — ожидаемая прибыль каждой компании, полученная с учетом вероятности (40%) того, что в Tudor низкий уровень издержек. Эти расчеты аналогичны выполненным нами для заполнения таблицы на рис. 8.6. Как и тогда, вы можете упростить расчеты, если обозначите концевые узлы дерева игры и определите, какие из них соответствуют каждой ячейке таблицы.

		Fordor	
		Независимо от обстоятельств (РР)	В зависимости от обстоятельств (ОР)
Tudor	Блефовать (НН)	$169 \times 0{,}4 + 3 \times 0{,}6 = 69{,}4$, $-29 \times 0{,}4 + 5 \times 0{,}6 = -8{,}6$	$200 \times 0{,}4 + 25 \times 0{,}6 = 95$, 0
	Поступить честно (НВ)	$169 \times 0{,}4 + 28 \times 0{,}6 = 84{,}4$, $-29 \times 0{,}4 + 5 \times 0{,}6 = -8{,}6$	$200 \times 0{,}4 + 28 \times 0{,}6 = 96{,}8$, $5 \times 0{,}6 = 3$

Рис. 8.8. Стратегическая форма игры «выход на рынок»: низкий уровень издержек Tudor — 5

Это простая игра, разрешимая по доминированию. В случае Tudor стратегия «поступить честно» доминирует над стратегией «блефовать». А наилучший ответ Fordor на доминирующую стратегию Tudor «поступить честно» — «в зависимости от обстоятельств». Таким образом, «поступить честно» / «в зависимости от обстоятельств» — единственное равновесие Нэша в этой игре (совершенное равновесие подыгры).

Равновесие, найденное на рис. 8.8, будет разделяющим. Для двух типов издержек компания Tudor устанавливает разные цены на период 1. Это действие раскрывает компании Fordor тип Tudor, которая после этого принимает соответствующее решение о выходе на рынок.

Ключ к пониманию того, почему стратегия «поступить честно» для Tudor доминирующая, можно найти в сравнении выигрышей компании в случае стратегии Fordor «в зависимости от обстоятельств». Вот исходы игры, если стратегия Tudor «блефовать» сработает: Fordor выйдет на рынок, если Tudor установит высокую цену на период 1, и откажется от этого, если Tudor установит низкую цену на период 1. Если в Tudor действительно низкий уровень издержек, то ее выигрыши против стратегии Fordor «в зависимости от обстоятельств» одни и те же независимо от того, какую стратегию она применит — «блефовать» или «поступить честно». Однако если в Tudor высокий уровень издержек, результаты будут разниться.

Если Fordor выберет стратегию «в зависимости от обстоятельств», а Tudor — высокие издержки, Tudor может успешно использовать стратегию блефа. Однако успешный блеф обойдется ей слишком дорого. Если бы в Tudor назначили самую выгодную монопольную цену (стратегия «поступить честно») на период 1, компания получила бы прибыль 25; низкая цена при блефе кардинально сокращает размер прибыли на протяжении периода 1, в данном случае до 0. Более высокая монопольная цена в течение периода 1 стимулировала бы выход Fordor на рынок и уменьшила бы прибыль Tudor за период 2 с монопольного уровня 25 до дуопольного уровня 3. Тем не менее выгода Tudor, полученная на протяжении периода 2 за счет установления низкой цены (стратегия «блефовать») и препятствования выходу Fordor на рынок (25 – 3 = 22), меньше издержек, чем в периоде 1, понесенных вследствие блефа и потери монопольной прибыли (25 – 0 = 25). При наличии малейшей положительной вероятности того, что в Tudor высокий уровень издержек, преимущества от выбора стратегии «поступить честно» превзойдут преимущества от стратегии «блефовать», даже если компания Fordor применит стратегию «в зависимости от обстоятельств».

Если бы низкая цена была не настолько низкой, то при наличии высоких издержек Tudor пошла бы на меньшие жертвы, имитируя тип компании с низкими издержками. Ниже мы проанализируем именно эту возможность.

B. Объединяющее равновесие

Давайте представим, что более низкие издержки производства в Tudor составляют 10 на один автомобиль, а не 5. При таком изменении их уровня компания Tudor, в которой на самом деле высокие издержки, по-прежнему заработает прибыль 25 в случае монополии, если изменит цену 20, обеспечивающую максимальную прибыль. Но теперь Tudor как компания с низким уровнем издержек установит цену 17,5 в качестве монополиста (вместо 15) и заработает прибыль 56. Если компания с высоким уровнем издержек будет имитировать их низкий уровень и тоже установит цену 17,5, ее прибыль составит 19, а не 0, как в предыдущем примере; в таком случае потеря прибыли в результате блефа гораздо меньше: 25 – 19 = 6, а не 25. Если Fordor выйдет на рынок, то прибыль двух компаний в их игре в дуополию составит 3 для Tudor и 45 для Fordor, если в Tudor высокий уровень издержек (как в предыдущем разделе). В дуополии прибыль каждой компании теперь равна 25, если в Tudor низкий уровень издержек; в этой ситуации у Fordor и у Tudor с низким уровнем издержек будет одинаковый уровень затрат на единицу продукции в размере 10.

Теперь предположим, что Tudor относится к типу компаний с низким уровнем издержек с вероятностью 40% (0,4), а убеждение Fordor в отношении вероятности низких издержек в Tudor верно. Новое дерево игры изображено на рис. 8.9. Поскольку Fordor все так же выберет вариант «выйти на рынок», если Tudor установит высокую цену, ситуация снова будет сведена к игре, в которой у каждого игрока есть ровно две исчерпывающие стратегии и они те же, что и в разделе 6.Б. Таблица выигрышей для нормальной формы игры представлена на рис. 8.10.

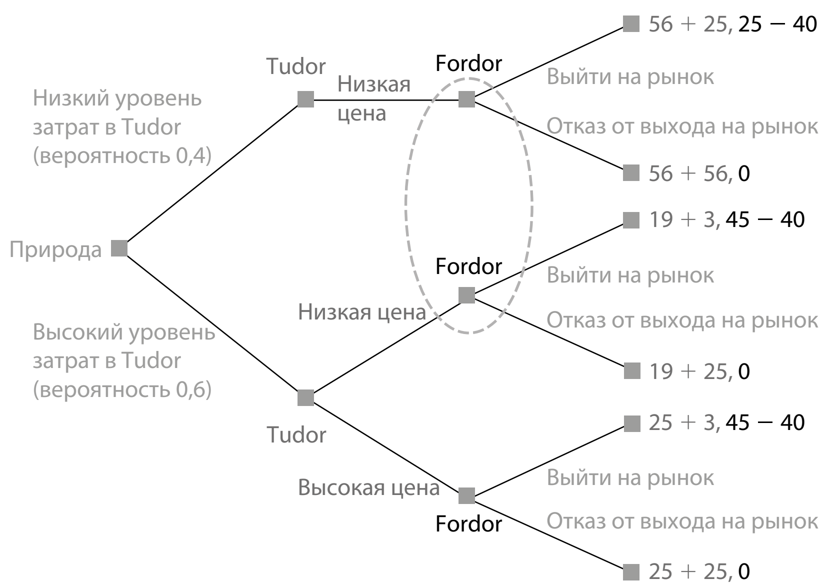


Рис. 8.9. Экстенсивная форма игры «выход на рынок»: в Tudor низкий уровень издержек — 10

Это еще одна игра, разрешимая по доминированию. Но сейчас доминирующей стратегией располагает компания Fordor: она всегда будет выбирать вариант «в зависимости от обстоятельств». А при условии доминирования стратегии «в зависимости от обстоятельств» Tudor всегда будет выбирать «блефовать». Таким образом, «блефовать» / «в зависимости от обстоятельств» — единственное равновесие Нэша в этой игре (совершенное равновесие подыгры). Во всех остальных ячейках таблицы одна компания может добиться большего, переключившись на другое действие. Мы предоставляем вам возможность подумать над тем, почему каждое такое отклонение выгодно компании.

		Fordor	
		Независимо от обстоятельств (PP)	В зависимости от обстоятельств (OP)
Tudor	Блефовать (HH)	$81 \times 0{,}4 + 22 \times 0{,}6 = 45{,}6$, $-15 \times 0{,}4 + 5 \times 0{,}6 = -3$	$112 \times 0{,}4 + 44 \times 0{,}6 = 71{,}2$, 0
	Поступить честно (HB)	$81 \times 0{,}4 + 28 \times 0{,}6 = 49{,}2$, $-15 \times 0{,}4 + 5 \times 0{,}6 = -3$	$112 \times 0{,}4 + 28 \times 0{,}6 = 61{,}6$, $5 \times 0{,}6 = 3$

Рис. 8.10. Стратегическая форма игры «выход на рынок»: в Tudor низкий уровень издержек — 10

Равновесие, найденное на рис. 8.10, подразумевает объединение. При обоих типах издержек Tudor устанавливает одну и ту же (низкую) цену, а Fordor, видя это, отказывается выходить на рынок. Знание этой цены не дает Fordor никакой информации. По оценке Fordor, вероятность того, что в Tudor низкие издержки производства, остается 0,4; компания определяет ожидаемую прибыль от выхода на рынок в размере $-3 < 0$, поэтому решает не выходить. Даже если Fordor прекрасно известно, что Tudor блефует в равновесии, риск в связи с раскрытием блефа слишком велик, поскольку вероятность того, что в Tudor действительно низкий уровень затрат, достаточно высока.

Но что если бы эта вероятность была меньше (скажем, 0,1) и Fordor об этом знала? Если все остальные показатели не изменятся, ожидаемая прибыль Fordor от стратегии «независимо от обстоятельств» составит $-15 \times 0{,}1 + 5 \times 0{,}9 = 4{,}5 - 1{,}5 = 3 > 0$. Тогда Fordor выйдет на рынок, какую бы цену ни установила Tudor, и блеф Tudor не возымеет действия. Такая ситуация приводит к формированию нового равновесия, характеристики которого мы рассмотрим ниже.

Г. Полуразделяющее равновесие

Теперь проанализируем исходы игры «выход на рынок» в ситуации, когда вероятность достижения Tudor низкого уровня издержек производства в размере 10 составляет всего 10% (0,1). Все показатели затрат и прибыли те же, что и в предыдущем разделе, изменилась только вероятность. Поэтому мы не приводим здесь повторно дерево игры (рис. 8.9), а покажем только таблицу выигрышей (рис. 8.11).

В новой ситуации в игре, представленной на рис. 8.11, нет равновесия в чистых стратегиях. С парой стратегий «блефовать» / «независимо от обстоятельств»

Tudor выигрывает, переключившись на «поступить честно»; с парой «поступить честно» / «независимо от обстоятельств» Fordor выигрывает, переключившись на «в зависимости от обстоятельств»; с парой «поступить честно» / «в зависимости от обстоятельств» Tudor выигрывает, переключившись на стратегию «блефовать»; с парой «блефовать» / «в зависимости от обстоятельств» Fordor выигрывает, переключившись на «независимо от обстоятельств». Мы снова предоставляем вам возможность самостоятельно поразмышлять над тем, почему каждое из этих отклонений выгодно.

		Fordor	
		Независимо от обстоятельств (PP)	В зависимости от обстоятельств (OP)
Tudor	Блефовать (HH)	$81 \times 0{,}1 + 22 \times 0{,}9 = 27{,}9$, $-15 \times 0{,}1 + 5 \times 0{,}9 = 3$	$112 \times 0{,}1 + 44 \times 0{,}9 = 50{,}8$, 0
	Поступить честно (HB)	$81 \times 0{,}1 + 28 \times 0{,}9 = 33{,}3$, $-15 \times 0{,}1 + 5 \times 0{,}9 = 3$	$112 \times 0{,}1 + 28 \times 0{,}9 = 36{,}4$, $5 \times 0{,}9 = 4{,}5$

Рис. 8.11. Стратегическая форма игры «выход на рынок»: низкий уровень издержек в Tudor составляет 10 с вероятностью 0,1

Таким образом, теперь нам нужно искать равновесие в смешанных стратегиях. Предположим, Tudor смешает стратегии «блефовать» и «поступить честно» с вероятностями p и $(1 - p)$ соответственно. Аналогичным образом Fordor смешает стратегии «независимо от обстоятельств» и «в зависимости от обстоятельств» с вероятностями q и $(1 - q)$ соответственно. Выбранная Tudor p-комбинация должна поддерживать безразличие компании Fordor в отношении выбора между ее двумя чистыми стратегиями «независимо от обстоятельств» и «в зависимости от обстоятельств», поэтому нам нужно, чтобы выполнялось равенство

$$3p + 3(1 - p) = 0p + 4{,}5(1 - p), \text{ или } 4{,}5(1 - p) = 3, \text{ или } 1 - p = 2/3, \text{ или } p = 1/3.$$

В свою очередь, q-комбинация Fordor должна поддерживать безразличие компании Tudor в отношении выбора между ее двумя чистыми стратегиями «блефовать» и «поступить честно», а значит, необходимо выполнение равенства

$$27{,}9q + 50{,}8(1 - q) = 33{,}3q + 36{,}4(1 - q), \text{ или } 5{,}4q = 14{,}4(1 - q), \text{ или}$$
$$q = 14{,}4/19{,}8 = 16/22 = 0{,}727.$$

В таком случае равновесие данной игры в смешанных стратегиях сводится к тому, что Tudor будет выбирать стратегию «блефовать» с вероятностью 1/3, а «поступить честно» с вероятностью 2/3, тогда как Fordor будет выбирать «независимо от обстоятельств» с вероятностью 16/22, а «в зависимости от обстоятельств» с вероятностью 6/22.

В этом равновесии типы Tudor разделены лишь частично. Tudor с низким уровнем затрат всегда устанавливает низкую цену на период 1, тогда как Tudor с высоким уровнем затрат смешивает чистые стратегии и устанавливает низкую цену в одной трети случаев. Если Fordor наблюдает высокую цену на протяжении периода 1, она может быть уверена, что Tudor — компания с высоким уровнем издержек, и всегда будет выбирать стратегию выхода на рынок. Но в случае низкой цены Fordor не будет знать, с каким типом Tudor имеет дело — с компанией с действительно низким уровнем издержек или с блефующей компанией, в которой на самом деле высокий уровень затрат. В такой ситуации Fordor также будет придерживаться смешанной стратегии, выбирая выход на рынок в 72,7% случаев. Стало быть, высокая цена передает исчерпывающую информацию, тогда как низкая лишь частично раскрывает информацию о типе Tudor. Именно поэтому равновесие такого типа называется *полуразделяющим*.

Для того чтобы лучше понять смешанные стратегии каждой компании и полуразделяющее равновесие, проанализируем, как Fordor может применить частичную информацию, которую раскрывает низкая цена, установленная Tudor. Видя низкую цену на протяжении периода 1, Fordor сможет использовать это наблюдение для обновления своего убеждения в отношении вероятности того, что Tudor — компания с низким уровнем издержек; это можно сделать с помощью теоремы Байеса*. Таблица расчетов представлена на рис. 8.12; она аналогична таблице на рис. 8П.3 в приложении.

		Цена Tudor		Сумма по строке
		Низкая	Высокая	
Издержки Tudor	Низкие	0,1	0	0,1
	Высокие	0,9 × 1/3 = 0,3	0,9 × 2/3 = 0,6	0,9
Сумма по столбцу		0,4	0,6	

Рис. 8.12. Применение теоремы Байеса в игре «выход на рынок»

В этой таблице возможные типы издержек Tudor приведены в строках, а цены, наблюдаемые Fordor, — в столбцах. Значения в ячейках представляют собой

* Подробное объяснение теоремы Байеса дается в приложении к данной главе. Здесь же мы просто применяем представленный в приложении анализ к игре «выход на рынок».

вероятность того, что Tudor типа, указанного в соответствующей строке, выберет цену, указанную в соответствующем столбце (в котором отображены вероятности применения чистых стратегий в равновесной смешанной стратегии Tudor). В последней строке и последнем столбце таблицы отображены общие вероятности каждого типа и наблюдения каждой цены соответственно.

Согласно правилу Байеса, когда Fordor увидит, что Tudor устанавливает низкую цену на период 1, она пересмотрит свое убеждение относительно вероятности того, что в Tudor низкий уровень затрат. Для этого Fordor разделит вероятность того, что Tudor с низким уровнем издержек установит низкую цену (значение 0,1 в верхней левой ячейке), на общую вероятность того, что Tudor для двух типов издержек выберет низкую цену (значение 0,4, сумма по левому столбцу). Эти расчеты позволяют получить скорректированное убеждение Fordor относительно вероятности того, что в Tudor низкий уровень издержек: 0,1/0,4 = 0,25. Затем Fordor также уточнит значение ожидаемой прибыли от выхода на рынок: $-15 \times 0{,}25 + 5 \times 0{,}75 = 0$. Стало быть, равновесная комбинация Tudor такова, что компании Fordor безразлично, выходить ей на рынок или нет, если она видит низкую цену, установленную Tudor на период 1. Именно такой исход необходим для поддержания стремления Tudor смешивать чистые стратегии в равновесии.

Исходная вероятность 0,1 того, что в Tudor низкий уровень издержек, слишком низкая, чтобы удержать Fordor от выхода на рынок. Пересмотренная вероятность Fordor составляет 0,25 после наблюдения за низкой ценой, установленной Tudor на период 1. Почему? Именно по той причине, что в случае высоких издержек Tudor не всегда блефует. Если бы это было так, то низкая цена не передавала бы никакой информации и тогда пересмотренная вероятность Fordor составляла бы 0,1 и компания приняла бы решение выйти на рынок. Но если Tudor с высоким уровнем издержек блефует лишь иногда, то низкая цена с большей вероятностью свидетельствует о низких издержках.

В игре «выход на рынок» мы определили равновесия интуитивно понятным способом, а теперь вернемся назад и проанализируем их характер более систематически. В каждом конкретном случае мы сначала убеждались, что стратегия каждого игрока (и каждого типа) оптимальна с учетом стратегий остальных игроков, и применяли концепцию равновесия Нэша. Далее удостоверялись, что игроки делают правильные выводы из своих наблюдений; это потребовало вычисления вероятностей с помощью теоремы Байеса, а именно вероятностей в полуразделяющем равновесии. Совокупность концепций, необходимых для идентификации равновесий в таких играх с асимметричной информацией, оправдывает их обозначение термином **байесовские равновесия Нэша**. И наконец, хотя это и была весьма незначительная часть примера, мы выполнили анализ методом обратных рассуждений, или совершенного равновесия подыгры. Использование обратных рассуждений дает основания назвать данное равновесие **совершенным байесовским равновесием**. Наш пример содержит все эти концепции равновесия; вы встретитесь с несколько более сложным вариантом некоторых из них в следующих главах, а также в более полном контексте в ходе дальнейшего изучения теории игр.

Резюме

Столкнувшись с несовершенной или неполной информацией, игроки с разным отношением к риску или разным объемом имеющейся информации могут прибегнуть к стратегическим действиям в целях управления и манипулирования риском и информацией в соответствующей игре. Игроки могут уменьшить риск посредством применения различных схем платежей или его разделения с другими, хотя последний способ осложняют такие аспекты, как *моральный риск* и *неблагоприятный отбор*. Иногда риском можно манипулировать в пользу игрока в зависимости от сложившихся в игре обстоятельств.

Игроки, владеющие личной информацией, могут захотеть ее скрыть или обнародовать, тогда как игроки, у которых такой информации нет, могут попытаться ее получить или не делать этого. При наличии асимметричной информации дела убедительнее слов. Для того чтобы раскрыть информацию, необходимо подать достоверный *сигнал*. Когда обычных слов для достоверной передачи информации достаточно, может возникнуть *равновесие дешевого разговора*; в его достижении важную роль играет степень согласованности интересов игроков. Когда информационное содержание слов игрока не принимается во внимание, в игре наблюдается *равновесие пустого разговора*.

В более общем смысле информацию передают любые конкретные действия, предпринятые игроками. *Сигнализирование* обеспечивает требуемый результат, только если сигнальное действие влечет за собой различные издержки для игроков с разной информацией. Когда простой постановки вопросов для получения правдивой информации недостаточно, может понадобиться схема *скрининга*, предназначенная для обнаружения конкретного действия. Скрининг обеспечивает требуемые результаты, только когда *инструмент скрининга* стимулирует других игроков раскрыть правдивую информацию о своем *типе*; *разделение типов* возможно лишь при наличии *совместимости стимулов*. Иногда достоверное сигнализирование или скрининг могут оказаться невозможны; в таком случае равновесие может повлечь за собой *объединение типов* или вероятен полный крах рынка или сделки для одного из типов. Многочисленные примеры сигнализирования и скрининга можно наблюдать в обычных ситуациях, таких как рынок труда или страхование. Фактические данные о способности игроков достигать совершенного байесовского равновесия говорят о том, что, несмотря на трудности вычисления необходимых вероятностей, такие равновесия встречаются достаточно часто. Различные экспериментальные данные, по всей видимости, в значительной мере зависят от схемы проведения эксперимента.

В равновесии игры с асимметричной информацией игроки должны не только использовать свои наилучшие действия с учетом имеющейся информации, но и делать правильные выводы (обновлять информацию) в процессе наблюдения за действиями других игроков. Этот тип равновесия известен как *байесовское равновесие Нэша*. При необходимости выполнить требование об оптимальности действий во всех узлах (как в ходе анализа методом обратных рассуждений) данное равновесие становится *совершенным байесовским равновесием*. Исход такой игры может подразумевать объединение, разделение и *частичное разделение* типов в зависимости от особенностей структуры выигрышей и способов уточнения информации, используемых игроками. В некоторых диапазонах параметров такие игры могут иметь различные типы совершенных байесовских равновесий.

Ключевые термины

Байесовское равновесие Нэша
Инструмент скрининга
Моральный риск
Неблагоприятный отбор
Объединение типов
Ограничения совместимости стимулов
Отрицательная корреляция
Положительная корреляция
Полуразделяющее равновесие
Равновесие дешевого разговора
Равновесие пустого разговора
Разделение типов
Самоотбор
Сигнал
Сигнализирование
Скрининг
Совершенное байесовское равновесие
Совместимость стимулов
Типы игроков
Условия совместимости стимулов
Условия участия
Частично раскрывающее равновесие

Упражнения с решениями

S1. В примере с торговлей рисками из раздела 1 у вас был рискованный доход в сумме 160 000 долларов в случае удачи (вероятность 0,5) и 40 000 долларов в случае неудачи (вероятность 0,5). При наличии у вашего приятеля гарантированного дохода 100 000 долларов мы вывели схему, в соответствии с которой вы могли устранить весь свой риск и в то же время немного повысить ожидаемую полезность для приятеля. Предположим, для каждого из вас полезность по-прежнему равна квадратному корню из соответствующего дохода. Однако теперь пусть вероятность удачи составляет 0,6. Придумайте контракт, который позволит вам получить доход в размере 100 000 долларов, когда вас постигнет неудача. Пусть x — это сумма, которую вы выплатите при этом приятелю.

a) При каком минимальном значении x (с точностью до цента) ваш приятель отдаст хотя бы малейшее предпочтение заключению контракта его полному отсутствию?

b) При каком максимальном значении x (с точностью до цента) такой контракт обеспечит вам чуть более высокую ожидаемую полезность, чем его полное отсутствие?

S2. Местная благотворительная организация получила пожертвование на бесплатные обеды для бездомных в своем городе, но ее руководство обеспокоено тем, что этой программой могут воспользоваться студенты близлежащего колледжа, которые не прочь бесплатно поесть. И бездомный, и студент получают за бесплатную еду выигрыш 10. Издержки в связи с необходимостью стоять в очереди за обедом составляют $t^2/320$ для бездомного и $t^2/160$ для студента, где t — количество времени (в минутах), проведенного в очереди. Предположим, сотрудники благотворительной организации не могут определить истинный тип тех, кто приходит бесплатно поесть.

a) При каком минимальном значении времени ожидания t будет достигнуто разделение типов?

b) Через какое-то время сотрудники благотворительной организации уже могут успешно идентифицировать студентов и отказать им в обеде в половине случаев. Студенты, получившие отказ, несут дополнительные издержки в размере 5 в связи с потерей времени в очереди и испытанным стыдом. Уменьшит или увеличит частичная идентификация студентов колледжа ответ, полученный в пункте a? Обоснуйте свой вывод.

S3. Рассмотрим рынок подержанных автомобилей марки Citrus 2011 года, о котором шла речь в разделе 4.Б. Теперь спрос на них резко вырос, и покупатели готовы выложить 18 000 за «апельсин» и 8000 за «лимон». Все остальные показатели те же, что и в примере в разделе 4.Б.

a) Какую цену покупатели были бы готовы заплатить на Citrus 2011 года неизвестного типа, если бы доля «апельсинов» f в общей совокупности подержанных автомобилей Citrus составила 0,6?
b) Сформируется ли рынок «апельсинов» при $f = 0{,}6$? Обоснуйте свой ответ.
c) Какую цену покупатели были бы готовы заплатить, если бы значение f равнялось 0,2?
d) Сформируется ли рынок «апельсинов» при $f = 0{,}2$? Обоснуйте ответ.
e) При каком минимальном значении f рынок «апельсинов» не рухнет?
f) Объясните, почему повышение готовности покупателей платить приводит к изменению порогового значения f, при котором наступает крах рынка «апельсинов».

S4. Представим, что электрики бывают двух типов: компетентные и некомпетентные. Оба типа электриков могут получить сертификаты, но некомпетентным электрикам для этого понадобится больше времени и усилий. Компетентным электрикам нужно C месяцев, чтобы подготовиться к экзамену на получение сертификата; некомпетентным — в два раза больше. Сертифицированные электрики могут зарабатывать 100 (тысяч долларов) в год, работая на строительных площадках лицензированных подрядчиков. Электрики без сертификата могут зарабатывать только 25 (тысяч долларов) в год, работая на себя (лицензированные подрядчики их не наймут). Каждый тип электрика получает выигрыш, равный $\sqrt{S} - M$, где S — заработная плата, выраженная в тысячах долларов, а M — количество месяцев, потраченных на получение сертификата. При каком диапазоне значений C компетентный электрик примет решение подать сигнал посредством этого инструмента, тогда как некомпетентный решит этого не делать?

S5. Вернемся к примеру с компаниями Tudor и Fordor из раздела 6.А, когда издержки Tudor на единицу продукции составляют 5. Пусть z — вероятность того, что в Tudor действительно низкий уровень затрат на единицу продукции.

a) Перепишите таблицу на рис. 8.8 с учетом значения z.
b) Сколько равновесий в чистых стратегиях существует при $z = 0$? Обоснуйте ответ.
c) Сколько равновесий в чистых стратегиях существует при $z = 1$? Обоснуйте ответ.
d) Докажите, что равновесие Нэша в этой игре — это разделяющее равновесие при любом значении z в диапазоне от 0 до 1 (включительно).

S6. Опять же, вернувшись к примеру с Tudor и Fordor, предположим, что старая, авторитетная компания Tudor не расположена к риску, тогда как потенциальный участник рынка Fordor (планирующий финансировать свой проект за счет венчурного капитала) относится к нему нейтрально. Иными словами, полезность для Tudor неизменно равна квадратному корню из общей прибыли за оба периода. Полезность в случае Fordor — просто объем прибыли (если она есть), полученной за второй период. Допустим, издержки Tudor на единицу продукции составляют 5, как и в разделе 6.A.

a) Представьте игру в экстенсивной форме (как показано на рис. 8.7), указав соответствующие выигрыши для компании Tudor, не расположенной к риску.

b) Пусть вероятность z того, что Tudor — компания с низким уровнем издержек, составляет 0,4. Будет ли равновесие в такой игре разделяющим, объединяющим или полуразделяющим? (Подсказка: используйте таблицу, эквивалентную представленной на рис. 8.8.)

c) Выполните задание пункта b при $z = 0{,}1$.

S7. Вернемся к ситуации, в которой компания Tudor нейтральна к риску, но с низкими затратами на единицу продукции, равными 6 (вместо 5 или 10, как в разделе 6). Если в Tudor низкий уровень издержек, то компания заработает 90 в рамках монополии, обеспечивающей максимальную прибыль. Если Fordor выйдет на рынок, Tudor заработает 59 в рамках сформировавшейся дуополии, тогда как Fordor — 13. Если в Tudor на самом деле высокий уровень издержек (то есть затраты на единицу продукции составляют 15), а цены установлены на таком уровне, как если бы он был низкий (издержки на единицу продукции составляют 6), то в случае монополии она заработает 5.

a) Нарисуйте дерево этой игры, эквивалентное представленному на рис. 8.7 или 8.9, изменив соответствующие выигрыши.

b) Составьте нормальную форму этой игры исходя из предположения, что вероятность низкой цены в Tudor равна 0,4.

c) Найдите равновесие игры. Оно разделяющее, объединяющее или полуразделяющее? Обоснуйте свой ответ.

S8. Феликс и Оскар играют в упрощенную версию покера. Каждый делает начальную ставку в размере 8 долларов. Затем каждый по отдельности тянет карту, которая с равной вероятностью может оказаться старшей или младшей. Каждый видит свою карту, но не видит карты соперника.

Далее Феликс решает, какое действие выбрать — «выйти из игры» или «поднять ставку» (добавить в банк 4 доллара). Если «выйти из игры», обе карты открываются и сравниваются. Если карты разные, то игрок со старшей картой забирает весь банк. В банке 16 долларов, из которых 8 долларов внес сам победитель, то есть его чистый выигрыш 8 долларов. Выигрыш проигравшего равен –8 долларам. Если карты одинаковые, банк делится поровну и каждый игрок получает свои 8 долларов (выигрыш 0) назад.

Если Феликс сыграет «повысить ставку», Оскару необходимо решить, какое действие выбрать — «сбросить карту» (сдаться) или «раскрыть карту» (добавить в банк сумму в 4 доллара). Если «сбросить карту», то Феликс забирает весь банк независимо от того, какие у него карты. Если «раскрыть карту», то карты открываются и сравниваются. Процедура та же, что описана в предыдущем абзаце, только теперь в банке больше денег.

a) Представьте эту игру в экстенсивной форме (будьте внимательны с информационными множествами).

Если отобразить эту игру в нормальной форме, в распоряжении Феликса есть четыре стратегии: 1) «выйти из игры» в любом случае (сокращенно ВВ); 2) «поднять ставку» в любом случае (ПП); 3) «поднять ставку», если своя карта старшая, и «выйти из игры», если своя карта младшая (ПВ); 4) наоборот (ВП). В распоряжении Оскара тоже четыре стратегии: 1) «сбросить карту» в любом случае (СС); 2) «раскрыть карту» в любом случае (РР); 3) «раскрыть карту», если своя карта старшая, и «сбросить карту», если своя карта младшая (РС); 4) наоборот (СР).

b) Покажите, что таблица выигрышей Феликса выглядит следующим образом.

		Оскар			
		СС	РР	РС	СР
Феликс	ВВ	0	0	0	0
	ПП	8	0	1	7
	ПВ	2	1	0	3
	ВП	6	–1	1	4

(В каждом случае вам необходимо определить ожидаемое значение посредством вычисления средних результатов по каждой из четырех возможных комбинаций вытягивания карт.)

a) Исключите как можно больше доминируемых стратегий. Найдите в оставшейся таблице равновесие в смешанных стратегиях, а также определите в нем ожидаемый выигрыш Феликса.

b) Основываясь на своих знаниях теории сигнализирования и скрининга, дайте интуитивное объяснение того, почему в этом равновесии присутствуют смешанные стратегии.

S9. Феликс и Оскар играют в другую версию упрощенного покера и делают начальную ставку в один доллар. Феликс (и только Феликс) тянет одну карту, которая с равной вероятностью может оказаться либо королем, либо дамой (всего есть четыре короля и четыре дамы). У Феликса есть выбор: либо «сбросить карту», либо «сделать ставку». Если он выберет «сбросить карту», игра закончится и Оскар получит доллар Феликса в дополнение к своему доллару. Если Феликс сыграет «сделать ставку», он вносит в банк еще один доллар и уже Оскар решает, что делать: «сбросить карту» или «ответить».

Если Оскар выберет «сбросить карту», Феликс выигрывает банк (в котором начальная ставка Оскара один доллар и два доллара Феликса). Если Оскар выберет «ответить», он вносит в банк еще один доллар в ответ на ставку Феликса, а Феликс открывает карту. Если это король, Феликс выигрывает банк (в котором по два доллара с каждого игрока). Если дама, банк выигрывает Оскар.

a) Представьте эту игру в экстенсивной форме (будьте внимательны с информационными множествами).
b) Сколько стратегий в распоряжении каждого игрока?
c) Представьте эту игру в стратегической форме, где указанные в каждой ячейке выигрыши — это ожидаемые выигрыши с учетом соответствующей стратегии каждого игрока.
d) Исключите доминируемые стратегии, если они есть. Найдите равновесие в смешанных стратегиях. Определите в нем ожидаемый выигрыш Феликса.

S10. Ванда работает официанткой и, соответственно, имеет возможность получать чаевые наличными, о которых ее работодатель не отчитывается перед налоговым управлением. Но доход Ванды от чаевых нестабильный. В хороший год (Х) он высокий, поэтому сумма налога, который она должна выплатить, равна 5000 долларов. В плохой год (П) — низкий, и обязательства Ванды перед налоговым управлением составляют 0 долларов. Налоговое управление знает, что вероятность хорошего года у Ванды равна 0,6, а вероятность плохого — 0,4, но ему неизвестно, как именно сложился у нее текущий налоговый год. В этой игре Ванда сперва решает, о какой сумме дохода отчитаться перед налоговым управлением. Если она сообщит о получении высокого дохода (В), то заплатит налоговому управлению 5000 долларов, если о низком, то 0 долларов. Налоговое управление, в свою очередь, должно решить, проводить ли аудит доходов Ванды. В случае высокого дохода в нем нет необходимости, поскольку налоговое управление автоматически узнает о выплате Вандой соответствующего налога. Если же доход низкий, то налоговое управление может либо провести (А), либо не проводить (Н) аудит. Процедура аудита обходится налоговому управлению в 1000 долларов административных издержек, а Ванде — в 1000 долларов альтернативных издержек в связи с потраченным временем на сбор банковских выписок и встречи с аудитором. Если налоговое управление проводит аудит в плохой год (П), Ванда не должна выплачивать никаких налогов, хотя и она, и налоговое управление несут издержки по 1000 долларов в связи с данной процедурой. Если налоговое управление проводит аудит в хороший год (Х), Ванде придется выплатить 5000 долларов, которые она должна налоговому управлению, помимо издержек, которые она и налоговое управление понесут вследствие аудита.

a) Представим, что у Ванды был хороший год (Х), но она отчитывается в получении низкого дохода (Н). Предположим также, что налоговое управление проводит налоговый аудит (А). Определите общий выигрыш Ванды и общий выигрыш налогового управления.
b) У кого из участников игры есть стимул блефовать (то есть подавать ложный сигнал)? К чему будет сводиться этот блеф?
c) Представьте эту игру в экстенсивной форме (будьте внимательны с информационными множествами).
d) Сколько чистых стратегий есть в распоряжении каждого игрока в этой игре? Обоснуйте свой ответ.
e) Составьте матрицу игры в стратегической форме. Найдите все равновесия Нэша в этой игре. Определите, являются ли они разделяющими, объединяющими или полуразделяющими.
f) Пусть x — вероятность того, что у Ванды хороший год. В исходной версии игры $x = 0,6$. Найдите такое значение x, при котором Ванда всегда будет сообщать о низком доходе в случае равновесия.
g) Определите весь диапазон значений x, при которых Ванда всегда будет сообщать о низком доходе в случае равновесия.

S11. Структура системы здравоохранения включает несколько аспектов, касающихся вопросов информации и стратегии. Потребители медицинских услуг (потенциальные и фактические пациенты) располагают более полной информацией о состоянии своего здоровья, образе жизни и т. д., чем могут выяснить страховые компании. Поставщики медицинских услуг (врачи, больницы и пр.) знают о потребностях пациентов больше, чем сами пациенты или страховые компании. Кроме того, врачи больше знают о собственной квалификации и затратах труда, а больницы — о своей материальной базе. Страховые компании могут владеть определенным объемом статистической информации о результатах лечения или хирургических процедурах, полученной на основании данных за прошедший период. Но результаты зависят от множества ненаблюдаемых, случайных факторов, поэтому правильные выводы об уровне квалификации, затратах труда или материальной базе не могут быть сделаны только исходя из наблюдений. Фармацевтические компании больше других знают об эффективности лекарственных препаратов. Как правило, у всех этих игроков нет естественных стимулов делиться с другими полной или точной информацией. В процессе разработки данной схемы необходимо попытаться рассмотреть все эти вопросы и найти наиболее приемлемые решения.

Проанализируйте с этой точки зрения сравнительные преимущества различных схем оплаты: оплата за предоставленные услуги или выплата гонораров врачам, комплексные премии за год или оплата каждого визита к пациентам и т. д. Какие схемы наиболее выгодны для потребителей медицинских услуг? А для поставщиков медицинских услуг? Проанализируйте также сравнительные преимущества индивидуального страхования и покрытия расходов за счет общих налоговых поступлений.

S12. В телевизионном рекламном ролике известной торговой марки растворимого капучино мужчина принимает подругу у себя в квартире. Он хочет произвести на нее впечатление и предлагает кофе с десертом. Когда дама принимает предложение, мужчина идет на кухню готовить растворимый капучино и одновременно двигает ящики, выбрасывает что-то в мусорную корзину и т. д., чтобы создать такие звуки, как будто их издает первоклассная (и дорогая) кофемашина. Пока он делает все это, из комнаты слышится голос: «Я хочу увидеть эту машину…»

Используйте свои знания игр с асимметричной информацией, чтобы прокомментировать действия этой пары. Обратите внимание на их попытки применить сигнализирование и скрининг и укажите на конкретные примеры каждой стратегии. Выскажите свое мнение по поводу того, кто из участников этой игры лучший стратег.

S13 (дополнительное упражнение; необходимо ознакомиться с приложением). В примере с генетическим тестом предположим, что тест дает отрицательный результат (наблюдается последствие Y). Какова вероятность того, что у этого человека нет дефекта (что соответствует событию B)? Вычислите ее с помощью правила Байеса, а затем проверьте ответ, выполнив перебор 10 000 членов данной совокупности.

S14 (дополнительное упражнение; необходимо ознакомиться с приложением). Вернемся к примеру с автомобилями марки Citrus 2011 года из раздела 4.Б. У покупателя нет возможности по внешнему виду отличить надежные «апельсины» от незадачливых «лимонов». В этом примере, если доля «апельсинов» f в общей совокупности подержанных автомобилей Citrus меньше 0,65, продавец «апельсина» не захочет с ним расставаться за максимальную цену, которую готовы заплатить покупатели, поэтому рынок «апельсинов» обвалится. Но что если у продавца есть дорогостоящий способ сигнализировать о типе автомобиля? Хотя «апельсины» и «лимоны» почти во всех отношениях идентичны, ключевое различие между ними — это то, что «лимон» ломается гораздо чаще. Зная об этом, владельцы «апельсинов» могут сделать следующее предложение. По запросу покупателя продавец за один день совершит на автомобиле поездку туда и обратно на расстояние 500 миль. (Предположим, это можно проверить по показаниям спидометра и по квитанции с временно́й меткой, полученной на заправочной станции, расположенной в 250 милях.) Для продавцов автомобилей Citrus обоих типов затраты на эту поездку (с учетом расходов на бензин и потраченное время) составляют 0,50 доллара на одну милю (то есть 250 долларов на поездку длиной в 500 миль). Однако «лимон» в ходе такой поездки выйдет из строя с вероятностью q. Если автомобиль сломается, затраты составят 2 доллара на милю общей длины пути, который он попытался преодолеть (то есть 1000 долларов). Кроме того, поломка автомобиля будет верным признаком того, что это «лимон», поэтому он будет продан всего за 6000 долларов.

Допустим, доля «апельсинов» f в общей совокупности подержанных автомобилей Citrus составляет 0,6, вероятность поломки «лимона» q равна 0,5, а владельцы «лимонов» нейтрально относятся к риску.

a) С помощью теоремы Байеса определите значение $f_{\text{уточ.}}$ — долю автомобилей Citrus, успешно преодолевших 500 миль и оказавшихся «апельсинами». Предположим, владельцы всех автомобилей Citrus предпримут такую поездку. Значение $f_{\text{уточ.}}$ больше или меньше f? Обоснуйте свой ответ.

b) Используйте $f_{\text{уточ.}}$ для определения цены $p_{\text{уточ.}}$, которую покупатели готовы заплатить за автомобиль Citrus, успешно проехавший 500 миль.

c) Владелец «апельсина» согласится совершить такую поездку и продать автомобиль по цене $p_{\text{уточ.}}$? Почему да или почему нет?

d) Чему равен ожидаемый выигрыш продавца «лимона» от попытки совершить такую поездку?

e) Как бы вы описали исход данного рынка — как объединяющий, разделяющий или полуразделяющий? Обоснуйте свой вывод.

Упражнения без решений

U1. Джек — талантливый инвестор, но его доходы существенно варьируются год от года. В следующем году он рассчитывает заработать 250 000 долларов, если ему повезет, и 90 000 долларов в случае неудачи. Возможно, это несколько странно для человека с такой профессией, но Джек не расположен к риску, поэтому полезность его доходов равна квадратному корню из полученного дохода. Вероятность того, что Джеку улыбнется удача, составляет 0,5.

a) Какова ожидаемая полезность дохода Джека в следующем году?

b) Какая сумма верного дохода обеспечила бы такой же уровень полезности для Джека, что и ожидаемая полезность в пункте a?

Джек встречает Дженет, чья ситуация во всех отношениях совпадает с его. Дженет тоже инвестор и заработает в следующем году 250 000 долларов, если ей повезет, и 90 000 долларов в случае неудачи; она не расположена к риску, поэтому полезность ее дохода равна квадратному корню из суммы дохода, а вероятность того, что ей будет сопутствовать удача, составляет 0,5. Крайне важно, что Джек и Дженет инвестируют таким образом, что их везение носит совершенно независимый характер. Они договариваются о следующей сделке и вне зависимости от того, кому повезет, всегда будут объединять свои доходы, а затем делить их поровну.

c) Перечислите четыре возможные пары удачных исходов и определите вероятность достижения каждого из них.

d) Какова ожидаемая полезность дохода для Джека или Дженет в рамках их договоренности?

e) Какая сумма верного дохода обеспечила бы тот же уровень полезности для Джека и Дженет, что и ожидаемая полезность, полученная в пункте d?

Как бы невероятно это ни звучало, но Джек и Дженет знакомятся с Крисси, ситуация которой аналогична их ситуации в плане дохода, полезности и удачи. Вероятность того, что Крисси повезет, не зависит от удачи Джека и Дженет. После небольшого обсуждения они решают, что Крисси следует присоединиться к соглашению между Джеком и Дженет, согласно которому все трое будут объединять свои доходы и делить их на три равные части.

f) Перечислите восемь возможных троек удачных исходов и определите вероятность достижения каждого из них.

g) Какова ожидаемая полезность дохода для каждого из инвесторов в рамках их расширенной договоренности?

h) Какая сумма верного дохода обеспечила бы всем троим не расположенным к риску инвесторам тот же уровень полезности, что и ожидаемая полезность, полученная в пункте g?

U2. Снова рассмотрим пример с подержанными автомобилями Citrus 2011 года. Почти все автомобили со временем обесцениваются, то же касается и Citrus. По истечении каждого месяца все продавцы (независимо от типа автомобиля) готовы сбросить цену на 100 долларов, а покупатели, в свою очередь, готовы заплатить за «апельсин» максимальную цену на 400 долларов меньше, а за «лимон» — на 200 долларов меньше. Предположим, события в исходном примере происходят на протяжении месяца 0. Восемьдесят процентов автомобилей Citrus — «апельсины», и эта доля не меняется.

a) Заполните три варианта следующей таблицы для месяца 1, месяца 2 и месяца 3:

	Готовность продавцов принять цену	Готовность покупателей заплатить цену
«Апельсин»		
«Лимон»		

b) Постройте график готовности продавцов «апельсинов» принять максимальную цену покупателей на протяжении следующих 12 месяцев. На том же рисунке постройте график цен, которые готовы платить покупатели за подержанный автомобиль Citrus неизвестного типа (с учетом того, что доля «апельсинов» составляет 80%). (Подсказка: на вертикальной оси отложите значения от 10 000 до 14 000.)

c) Существует ли рынок сбыта «апельсинов» на протяжении месяца 3? Почему да или почему нет?

d) В каком месяце произойдет обвал рынка «апельсинов»?

e) Если бы владельцы «лимонов» не сталкивались с их обесцениванием (то есть никогда бы не соглашались принять цену меньше 3000 долларов), это повлияло бы на момент обвала рынка «апельсинов»? Почему да или почему нет? В каком месяце рухнул бы рынок «апельсинов» в таком случае?

f) Если бы покупатели «лимонов» не сталкивались с их обесцениванием (то есть всегда были бы готовы заплатить за «лимон» до 6000 долларов), это повлияло бы на момент обвала рынка «апельсинов»? Почему да или почему нет? В каком месяце рухнул бы тогда рынок «апельсинов»?

U3. В экономике есть два типа работы — хорошая и плохая, а также два типа работников — квалифицированные и неквалифицированные. Общая совокупность состоит из 60% квалифицированных и 40% неквалифицированных работников. На плохой работе работник любого типа производит 10 единиц продукции. На хорошей квалифицированный работник производит 100 единиц продукции, а неквалифицированный — 0 единиц. Спрос на работников достаточно высокий, п оэтому в случае каждого типа работы компании должны оплачивать труд работников в объеме, соответствующем ожидаемому.

Компаниям приходится нанимать каждого работника, не имея данных о его типе и оплачивая его труд до того, как станет известна его фактическая производительность. Однако квалифицированные работники могут подать сигнал о своей квалификации, получив образование. Для квалифицированного работника затраты на повышение образования до уровня n составляют $n^2/2$, тогда как для неквалифицированного n^2. Эти издержки исчисляются в тех же единицах, что и объем выпущенной продукции, поэтому n должно быть целым числом.

a) При каком минимальном значении n будет достигнуто разделение типов?

b) Предположим, такой сигнал невозможен. Какие рабочие места будут заполнены работниками каких типов и при какой заработной плате? Кто выиграет и кто проиграет в данной ситуации?

U4. Будучи деканом одного из факультетов Университета Сент-Энфорд, вы нанимаете старших преподавателей с семилетним испытательным сроком, после которого рассматривается вопрос о заключении с ними бессрочного контракта и их либо повышают и зачисляют в штат на постоянной основе, либо увольняют.

Существует два типа старших преподавателей — хорошие и блестящие. Преподаватели, тип которых ниже хорошего, уже отсеяны в процессе найма, но у вас нет возможности непосредственно провести различие между хорошими и блестящими преподавателями. Каждый отдельный преподаватель, безусловно, знает, к какому типу он относится. Вы бы хотели заключить бессрочный контракт только с блестящими преподавателями. Если преподаватель зачислен в штат Университета Сент-Энфорд на постоянной основе, его выигрыш составляет 2 миллиона долларов; эта сумма включает в себя ожидаемую дисконтированную текущую стоимость заработной платы, гонорары за консультации и авторские гонорары за публикацию книг плюс денежный эквивалент чувства гордости и радости, испытываемых преподавателем и членами его семьи в случае получения пожизненной должности в Университете Сент-Энфорд. Тот преподаватель, кому будет отказано в заключении бессрочного контракта, получит должность в Колледже Бундокса*; текущая стоимость такой карьеры составляет 0,5 миллиона долларов.

Ваши преподаватели могут проводить научные исследования и публиковать их результаты. Но каждая такая публикация требует усилий и времени, а также порождает напряженность в семье. Все это обходится преподавателю достаточно дорого. Денежный эквивалент таких издержек составляет 30 000 долларов на одну публикацию для блестящего преподавателя и 60 000 долларов для хорошего преподавателя. Вы можете установить минимальное количество публикаций N, которое преподаватель должен предоставить, чтобы получить бессрочный контракт.

a) Не выполняя никаких математических вычислений, максимально подробно опишите, что произошло бы в случае полуразделяющего равновесия в данной игре.
b) Существует два возможных типа объединяющих исходов в данной игре. Не выполняя никаких математических вычислений, как можно подробнее опишите, как бы выглядели эти исходы.
c) А теперь предлагаем выполнить некоторые математические вычисления. Найдите множество возможных значений N, при которых вы достигли бы своей цели — отличить блестящих профессоров от просто хороших.

U5. Вернитесь к задаче с компаниями Tudor и Fordor из раздела 6.B, где низкий уровень затрат Tudor на единицу продукции составляет 10. Пусть z — вероятность того, что в Tudor действительно низкие издержки на единицу продукции.

a) Перепишите таблицу на рис. 8.10 с учетом значения z.
b) Сколько равновесий в чистых стратегиях существует при $z = 0$? Какой тип равновесия (разделяющее, объединяющее или полуразделяющее) наблюдается при $z = 0$? Обоснуйте свой ответ.
c) Сколько равновесий в чистых стратегиях существует при $z = 1$? Какой тип равновесия (разделяющее, объединяющее или полуразделяющее) наблюдается при $z = 1$? Обоснуйте свой ответ.
d) При каком минимальном значении z существует объединяющее равновесие?
e) Объясните на интуитивном уровне, почему объединяющее равновесие не может существовать при слишком низком значении z.

U6. Предположим, компания Tudor не расположена к риску и в ее случае полезность равна квадратному корню из общей прибыли (см. упражнение **S6**), а компания Fordor нейтральна к риску. Кроме того, допустим, что низкий

* Англ. boondocks — «захолустье». *Прим. пер.*

уровень издержек Tudor на единицу продукции составляет 10, как в разделе 6.B.

a) Представьте игру в экстенсивной форме (как показано на рис. 8.9), указав соответствующие выигрыши для компании Tudor, не расположенной к риску.
b) Пусть вероятность z того, что Tudor — компания с низким уровнем издержек, составляет 0,4. Будет ли равновесие в такой игре разделяющим, объединяющим или полуразделяющим? (Подсказка: используйте таблицу, эквивалентную представленной на рис. 8.10.)
c) Выполните задание пункта a при $z = 0{,}1$.
d) **(дополнительное задание).** Изменит ли нерасположенность Tudor к риску ответ, полученный в пункте d упражнения **U5**? Объясните, почему да или почему нет.

U7. Вернитесь к ситуации в упражнении **S7**, в которой компания Tudor нейтральна к риску, а ее низкий уровень издержек на единицу продукции составляет 6.

a) Составьте нормальную форму этой игры с учетом значения z, то есть вероятности того, что Tudor установит низкую цену.
b) Найдите равновесие игры при $z = 0{,}1$. Это разделяющее, объединяющее или полуразделяющее равновесие?
c) Выполните задание пункта b при $z = 0{,}2$,
d) Выполните задание пункта b при $z = 0{,}3$.
e) Сравните ответы, полученные в пунктах b, c и d, с ответом в пункте d упражнения **U5**. Когда низкий уровень издержек Tudor 6 вместо 10, можно ли достичь объединяющего равновесия при более низких значениях z? Или для объединяющих равновесий требуются более высокие значения z? Объясните на интуитивном уровне, почему это действительно так.

U8. Иногда корпоративные судебные споры могут выступать в качестве сигнальных игр. Вот один пример. В 2003 году компания AT&T подала иск против компании eBay, утверждая, что ее электронные платежные системы Billpoint и PayPal нарушают оформленный в 1994 году патент AT&T на «посредничество в проведении транзакций с помощью системы связи».

Проанализируем эту ситуацию с момента подачи иска. В ответ на этот иск, как и в случае большинства исков о нарушении патентных прав, eBay может предложить AT&T урегулировать ситуацию без обращения в суд. Если AT&T примет предложение eBay, судебного разбирательства не будет; если отклонит, результат определит суд.

Сумма убытков, заявленная AT&T, не подлежит огласке. Поэтому предположим, что AT&T подает иск на сумму 300 миллионов долларов. Кроме того, допустим, что, если дело дойдет до судебного разбирательства, обе стороны понесут судебные издержки (на оплату услуг адвокатов и консультантов) в размере 10 миллионов каждая.

Поскольку eBay действительно занимается бизнесом, связанным с обработкой электронных платежей, она наверняка больше AT&T знает о том, какова ее вероятность выиграть это дело в суде. Для простоты давайте исходить из того, что eBay точно известно, признают ли ее невиновной (н) или виновной (в) в нарушении патентных прав. С точки зрения AT&T, вероятность того, что eBay виновна (в) составляет 25%, а невиновна (н) — 75%.

Допустим, в распоряжении eBay есть два возможных действия: щедрое предложение об урегулировании претензий (Щ) в размере 200 миллионов долларов или скупое предложение об урегулировании претензий (С) в размере 20 миллионов долларов. Если eBay сделает щедрое предложение, AT&T примет его и тем самым избежит дорогостоящего судебного разбирательства. Если eBay сделает скупое предложение, то AT&T предстоит решить, принять его (П) и избежать судебного разбирательства или отклонить (О) и отправить дело в суд. Если в ходе судебного разбирательства компанию eBay признают виновной, помимо оплаты судебных издержек ей придется выплатить AT&T 300 миллионов долларов. Если eBay признают невиновной, она не должна AT&T ничего, зато AT&T придется оплатить все судебные издержки.

a) Представьте эту игру в экстенсивной форме (правильно обозначьте информационные множества).
b) У кого из участников игры есть стимул блефовать (другими словами, подавать ложный сигнал)? В чем будет состоять этот блеф? Объясните логику своих рассуждений.
c) Представьте игру в стратегической форме (составьте таблицу игры) Найдите в этой игре все равновесия Нэша. Вычислите ожидаемые выигрыши каждого игрока в случае равновесия.

U9. Вернемся к игре в упрощенный покер между Феликсом и Оскаром из упражнения **S9**. Каким должно быть соотношение королей и дам, чтобы игра была справедливой? Иными словами, какая доля королей сделает ожидаемый выигрыш равным нулю для обоих игроков?

U10. Феликсу и Оскару наскучила упрощенная версия покера, поэтому они решили сделать ее более интересной, добавив в игру третью карту — валет. Теперь помимо четырех королей и четырех дам в колоде есть еще и четыре валета. Все правила игры остаются прежними, за одним исключением — последствиями ситуации, когда Феликс делает ставку, а Оскар отвечает. При таком раскладе Феликс выигрывает банк, если у него есть король, оба игрока «сравнивают счет» и каждый получает свои деньги обратно, если у Феликса дама, и Оскар выигрывает банк, если эта карта — валет.

a) Представьте игру в экстенсивной форме (правильно обозначьте информационные множества).
b) Сколько чистых стратегий у Феликса в этой игре? Объясните логику своих рассуждений.
c) Сколько чистых стратегий в этой игре у Оскара? Объясните логику своих рассуждений.
d) Представьте игру в стратегической форме. Это должна быть таблица ожидаемых выигрышей каждого игрока в случае той или иной пары стратегий.
e) Найдите единственное равновесие Нэша в чистых стратегиях в этой игре.
f) Можно ли назвать его объединяющим, разделяющим или полуразделяющим?
g) В случае равновесия чему равен ожидаемый выигрыш Феликса в этой игре? Действительно ли это честная игра?

U11. Рассмотрим модель сигнализирования на рынке труда (модель Спенса) со следующими уточнениями. Существуют два типа работников — 1 и 2. Производительность их труда определяется как функции уровня образования *E:*

$$W_1(E) = E;\ W_2(E) = 1{,}5E.$$

Затраты на образование двух типов работников как функции уровня образования составляют

$$C_1(E) = E^2/2;\ C_2(E) = E^2/3.$$

Полезность каждого работника равна его доходу минус затраты на образование. Компании, которые пытаются их нанять, поддерживают совершенную конкуренцию на рынке труда.

a) Если информация о типах работников открыта для ознакомления (то есть поддается наблюдению и проверке), найдите выражения для уровней образования, доходов и полезности двух типов работников.

Теперь предположим, что тип работника — это его личная информация.

b) Убедитесь в том, что если в данной ситуации с асимметричностью информации будет предпринята попытка заключить контракты, то тип 2 не захочет получить контракт, предназначенный для типа 1, а тип 1 захочет получить контракт, предназначенный для типа 2; следовательно, «естественное» разделение типов не может преобладать.

c) Если оставить контракт для типа 1 как в пункте a, при каком диапазоне контрактов (пар «образование / заработная плата») для типа 2 может быть достигнуто разделение?
d) Какой, по вашему мнению, из всех возможных разделяющих контрактов получит приоритет?
e) Кто выиграет или проиграет из-за асимметричности информации? В какой степени?

U12. «Господин Робинсон фактически приходит к выводу, что бизнес-школы — это своего рода инструменты отсева: степень MBA есть не что иное, как профсоюзный билет для яппи. Но, пожалуй, самый важный факт о Стэнфордской школе бизнеса состоит в том, что весь серьезный отсев происходит еще до начала первого занятия. В стенах учебного заведения не проводится грязная работа по прополке сорняков. "Они не хотят тебя проваливать. Они хотят, чтобы после выпуска ты со временем разбогател и пожертвовал своей альма-матер кучу денег". Однако здесь возникает вопрос: если компании перекладывают на приемную комиссию Стэнфордской школы бизнеса ответственность за подбор молодых менеджеров, почему бы им просто не заменить сотрудников своего отдела управления персоналом членами приемной комиссии Стэнфорда и исключить это фиктивное образование? Неужели сам факт выбрасывания больших денег и двух лет жизни демонстрирует ту приверженность бизнесу, которую работодатели находят столь привлекательной?» (Из рецензии Майкла Льюиса на книгу Питера Робинсона Snapshots from Hell: The Making of an MBA («С "Поляроидом" в аду: как получают MBA»), опубликованной в разделе «Книжное обозрение» газеты New York Times 8 мая 1994 года.) Какой ответ на вопрос Льюиса вы можете дать с учетом анализа стратегий в ситуациях с асимметрией информации?

U13 (дополнительное упражнение; необходимо ознакомиться с приложением). Налоговый инспектор анализирует последнюю налоговую декларацию Ванды (см. упражнение **S10**), в которой она сообщает, что у нее выдался плохой год. Предположим, Ванда применяет равновесную стратегию и налоговый инспектор это знает.

a) С помощью правила Байеса найдите вероятность того, что у Ванды был хороший год, при условии, что в налоговой декларации указано обратное.
b) Объясните, почему вероятность, полученная в пункте a, больше или меньше исходной вероятности хорошего года, составляющей 0,6.

U14 (дополнительное упражнение; необходимо ознакомиться с приложением). Вернитесь к упражнению **S14**. Предположим (вполне обоснованно), что вероятность поломки «лимона» повышается с увеличением пройденного пути. В частности, пусть $q = m / (m + 500)$, где m — длина пути в милях.

a) Найдите минимальное целое количество миль m, позволяющее предотвратить крах рынка «апельсинов». Другими словами, при каком минимальном значении m продавец «апельсина» готов его продать по рыночной цене на автомобили марки Citrus, успешно совершившие поездку? (Подсказка: не забудьте вычислить $f_{\text{уточ.}}$ и $p_{\text{уточ.}}$.

b) Какое минимальное целое количество миль m позволит добиться полного разделения действующих рынков сбыта «апельсинов» и «лимонов»? То есть при каком минимальном значении m владелец «лимона» так и не решится совершить такую поездку?

Приложение
Отношение к риску и теорема Байеса

1. Отношение к риску и ожидаемая полезность

В главе 2 мы указали на трудности с использованием вероятностей для вычисления среднего или ожидаемого выигрыша игроков в той или иной игре. Рассмотрим игру, участники которой получают или теряют деньги; предположим, выигрыш в ней равен определенной сумме. Если вероятность не получить ничего составляет 75%, а вероятность получить 100 долларов — 25%, то ожидаемый выигрыш рассчитывается как *взвешенное по вероятности среднее*; иными словами, он равен среднему значению различных выигрышей, рассчитанному с использованием вероятности в качестве веса. В данном случае мы имеем 0 долларов с вероятностью 75%, что дает в среднем $0{,}75 \times 0 = 0$, и 100 долларов с вероятностью 25%, что дает в среднем $0{,}25 \times 100 = 25$. Этот же выигрыш игрок получил бы в результате неслучайного исхода, гарантирующего ему 25 долларов каждый раз, когда он играет. Считается, что люди **нейтральны по отношению к риску**, если для них не имеет значения, что выбирать из различных вариантов с одинаковой денежной стоимостью, но разным уровнем риска. В нашем примере в одном варианте риск отсутствует (игрок получит 25 долларов в любом случае), тогда как другой вариант сопряжен с риском, обеспечивая 0 долларов с вероятностью 0,75 и 100 долларов с вероятностью 0,25, с тем же средним показателем 25 долларов. С другой стороны, есть люди, **не расположенные к риску**, то есть те, кто из двух вариантов с одинаковой средней денежной стоимостью выберет менее рискованный. В нашем примере они предпочли бы получить 25 долларов наверняка, чем сталкиваться с рискованной перспективой «100 долларов или ничего», и при наличии возможности выбора остановились бы на более безопасном варианте. Такая нерасположенность к риску встречается повсеместно, поэтому нам нужна теория принятия решений в условиях неопределенности, учитывающая этот факт.

В главе 2 мы также говорили, что незначительное изменение процедуры вычисления выигрышей позволяет обойти эту трудность. Мы сказали, что выигрыши можно измерять не в денежных суммах, а с помощью нелинейной шкалы денежных сумм. В данном приложении мы покажем, как составить такую шкалу и почему это решает нашу проблему.

Предположим, когда человек получает D долларов, мы исходим из того, что его выигрыш составляет не просто D, а, например, $\sqrt{D}$. Тогда выигрыш от 0 долларов равен 0, а выигрыш от 100 долларов равен 10. Такое преобразование не меняет способа оценки двух выигрышей в размере 0 долларов и 100 долларов, а просто определенным образом меняет шкалу выигрышей.

Теперь проанализируем рискованную перспективу получения 100 долларов с вероятностью 0,25 и отсутствия какого бы то ни было выигрыша в противном случае. После изменения шкалы ожидаемый выигрыш (представляющий взвешенное по вероятности среднее двух выигрышей) составляет $(0{,}75 \times 0) + (0{,}25 \times 10) = 2{,}5$. Он эквивалентен квадратному корню из полученной денежной суммы. Поскольку $2{,}5 = \sqrt{625}$, выигрыш человека, который наверняка получит 6,25 доллара, также составит 2,5. Другими словами, в случае применения шкалы выигрышей в виде квадратного корня человек был бы одинаково рад получить 6,25 доллара наверняка и 100 долларов с вероятностью 25 процентов. Подобное безразличие к гарантированным 6,25 доллара и 100 долларам в одном из четырех случаев свидетельствует о сильной нерасположенности к риску: этот человек готов пожертвовать разностью между 25 долларами и 6,25 доллара ради того, чтобы его избежать. На рис. 8П.1 показана эта нелинейная шкала (квадратный корень), ожидаемый выигрыш и безразличие человека к выбору между беспроигрышным и рискованным вариантом развития событий.

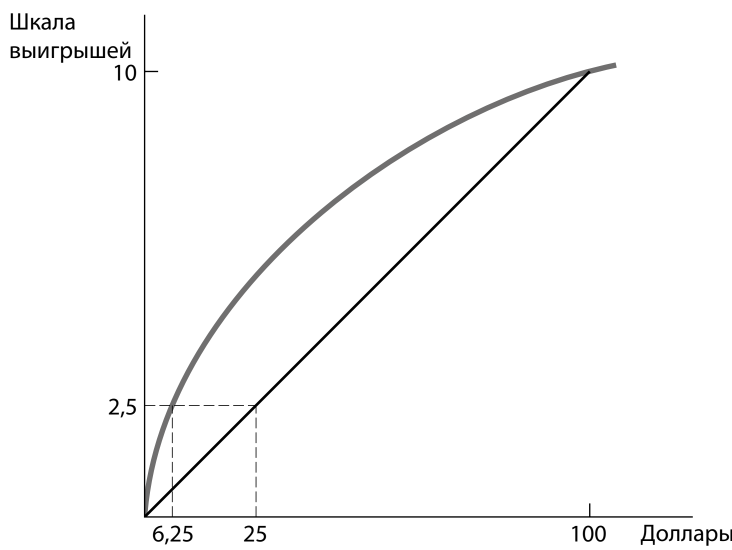


Рис. 8П.1. Вогнутая шкала: нерасположенность к риску

Но что если нелинейная шкала, используемая нами для изменения шкалы долларовых выигрышей, содержит кубический, а не квадратный корень? Тогда выигрыш от получения 100 долларов равен 4,64, а ожидаемый выигрыш от рискованного варианта составляет $(0{,}75 \times 0) + (0{,}25 \times 4{,}64) = 1{,}16$, то есть кубический корень из 1,56. Следовательно, человек с такой шкалой выигрышей наверняка получит только 1,56 доллара вместо рискованного варианта, обеспечивающего ему в среднем 25 долларов. Это означает, что у такого человека действительно очень высокий уровень нерасположенности к риску. (Для того чтобы понять, почему ситуация обстоит именно так, сравните график кубического корня из x с графиком квадратного корня из x.)

А что если изменение шкалы выигрышей, исчисляемых в x долларов, выполнить с помощью функции x^2? Ожидаемый выигрыш от рискованного варианта составит $(0{,}75 \times 0) + (0{,}25 \times 10\,000) = 2500$, что равно 50 в квадрате. Стало быть, при такой шкале выигрышей человеку будет безразлично, получит ли он 50 долларов в любом случае или рискнет с ожидаемой денежной стоимостью всего 25 долларов. Этот человек должен быть склонен к риску, поскольку не желает отдавать деньги в обмен на его снижение; напротив, ему необходимо дать дополнительных 25 долларов в качестве компенсации за потерю риска. На рис. 8П.2 изображена нелинейная шкала, которой соответствует функция x^2.

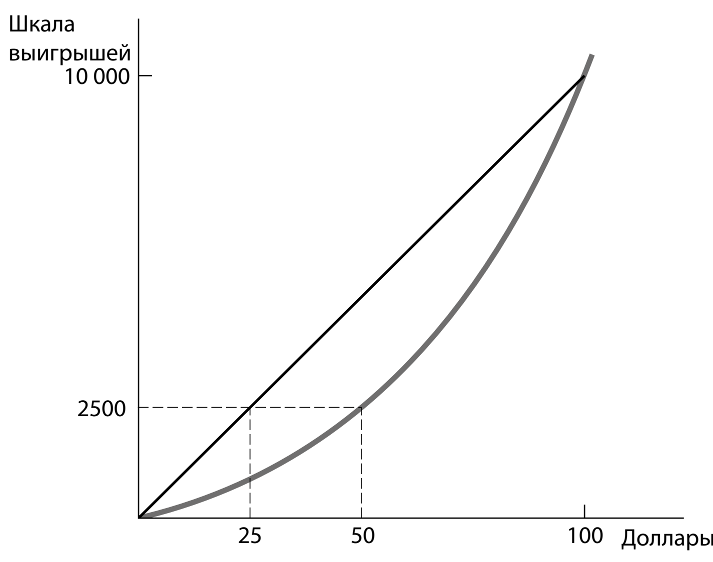


Рис. 8П.2. Выгнутая шкала: склонность к риску

Таким образом, использование разных вариантов нелинейной шкалы выигрышей вместо чистых денежных выигрышей позволяет определить разные степени неприятия риска или склонности к нему. Вогнутая шкала (рис. 8П.1) соответствует нерасположенности к риску, а выгнутая (рис. 8П.2) — склонности к риску. Вы можете поэкспериментировать с другими простыми вариантами нелинейной шкалы (такими как логарифмы, экспоненциальные функции и другие корни и степени), чтобы выяснить, что они говорят об отношении к риску*.

Этот метод оценки рискованных перспектив имеет давнюю традицию в теории принятия решений и обозначается термином «метод ожидаемой полезности». Нелинейная шкала, которая позволяет вычислить выигрыши как функцию денежной стоимости, называется **функцией полезности**; квадратный и кубический корни и квадрат — простые примеры такой функции. Математическое ожидание, или взвешенное по вероятности среднее значений полезности различных денежных сумм при случайном варианте развития событий, называется **ожидаемой полезностью** этого варианта. Различные случайные варианты сравниваются друг с другом по их ожидаемой полезности; варианты с более высокой ожидаемой полезностью считаются более приемлемыми, чем варианты с более низкой ожидаемой полезностью.

Почти вся теория игр основана на методе ожидаемой полезности, и он действительно чрезвычайно полезен, хотя и не лишен недостатков. Мы возьмем его на вооружение в данной книге, а более подробный анализ оставим для научных трудов повышенного уровня сложности**.

2. Вывод вероятностей из наблюдаемых последствий

Когда участники игры владеют разным объемом информации, они попытаются использовать какой-то инструмент для выяснения личной информации соперника. Как мы говорили в разделе 3 данной главы, иногда непосредственная коммуникация позволяет достичь равновесия дешевого разговора. Но более типична ситуация, когда игрокам приходится определять информацию соперников посредством наблюдения за их действиями. В таком случае они должны оценить вероятность исходной информации с помощью этих действий или их наблюдаемых последствий. Такая оценка требует относительно сложных манипуляций с правилами исчисления вероятностей, и мы изучим этот процесс более подробно.

* Дополнительную информацию об использовании ожидаемой полезности и отношения игроков к риску можно найти во многих интересных работах по микроэкономике, таких как: Hal Varian, Intermediate Microeconomics, 7th ed. (New York: W. W. Norton & Company, 2006), ch. 12; Walter Nicholson and Christopher Snyder, Microeconomic Theory, 10th ed. (New York: Dryden Press, 2008), ch. 7.

** Критику этого метода и описание альтернативных методов можно найти здесь: R. Duncan Luce and Howard Raiffa, Games and Decisions(New York: John Wiley & Sons, 1957), ch. 2 and app. 1, for an exposition; and Mark Machina, Choice Under Uncertainty: Problems Solved and Unsolved," Journal of Economic Perspectives, vol. 1, no. 1 (Summer 1987), pp. 121–54. Хотя теория принятия решений, основанная на этих альтернативных методах, стала весьма популярной, это еще не оказало существенного влияния на теорию игр.

Правила вычисления вероятности событий, изложенные в приложении к главе 7, в частности правило определения комбинации вероятностей, весьма полезны для вычисления выигрышей в случаях, когда игроки располагают разным объемом информации. В играх с асимметричной информацией участники пытаются выяснить информацию, имеющуюся у соперников, посредством наблюдения за их действиями и последующих выводов (оценивания) вероятности исходной информации на основе наблюдаемых действий или их результатов.

Лучше всего это проиллюстрировать на примере. Предположим, у 1% населения есть генетический дефект, который может вызвать определенное заболевание. Тест, позволяющий обнаружить этот дефект, имеет 99% точности: при наличии дефекта тест не сможет его выявить в 1% случаев, а при отсутствии может ошибочно найти в 1% случаев. Другими словами, мы не можем непосредственно наблюдать этот дефект у человека (исходное условие), но можем наблюдать результаты теста на его наличие (последствия) — вот только тест не идеальный индикатор дефекта. В какой степени, учитывая наши наблюдения, мы можем быть уверены, что исходное условие действительно выполняется?

Для того чтобы ответить на этот вопрос в контексте нашего конкретного примера, мы можем произвести простые численные расчеты. Рассмотрим совокупность из 10 000 человек, в которой у 100 человек (1%) есть дефект, а у 9900 — нет. Предположим, все они пройдут тест. Из 100 человек с дефектом тест даст правильный положительный результат у 99 человек. Из 9900 человек без дефекта тест покажет ошибочный положительный результат тоже у 99 человек. Итого будет получено 198 положительных результатов, из которых половина правильные и половина неправильные. Если человек получит положительный результат теста, это может произойти как потому, что тест действительно выявил патологию, так и по причине ошибки. Следовательно, риск того, что у человека с положительным результатом теста на самом деле есть дефект, составляет всего 50%. (Именно поэтому тесты на обнаружение редких патологий необходимо разрабатывать так, чтобы они обеспечивали очень низкий коэффициент получения ложных положительных результатов.)

Для ответа на общие вопросы такого типа мы используем алгебраическую формулу под названием «теорема Байеса», которая позволяет поставить задачу и произвести необходимые вычисления. Для этого обобщим наш пример, допустив два варианта исходных условий, A и B (скажем, есть генетический дефект или нет), и два наблюдаемых последствия, X и Y (например, положительный или отрицательный результат теста). Предположим, что при отсутствии информации (по всей популяции) вероятность выполнения условия A равна p, а значит, вероятность выполнения условия B составляет $(1 - p)$. В случае выполнения условия

A вероятность наблюдения X равна a, стало быть, вероятность наблюдения Y составляет $(1 - a)$. (В терминах, сформулированных нами в приложении к главе 7, a — это вероятность X при условии A, тогда как $(1 - a)$ — это вероятность Y при условии A.) Аналогичным образом при выполнении условия B вероятность наблюдения X равна b, а вероятность наблюдения Y — $(1 - b)$.

Это описание указывает на возможные четыре альтернативные комбинации событий: 1) выполняется A, наблюдается X; 2) выполняется A, наблюдается Y; 3) выполняется B, наблюдается X; 4) выполняется B, наблюдается Y. Модифицированное правило умножения позволяет определить вероятности этих четырех комбинаций: pa, $p(1 - a)$, $(1 - p)b$ и $(1 - p)(1 - b)$ соответственно.

Теперь предположим, что наблюдается X: человек проходит тест на наличие генетического дефекта и получает положительный результат. Тогда мы фокусируемся на подмножестве вышеперечисленных возможностей, а именно на первой и третьей комбинации, включающих в себя наблюдение X. В этом подмножестве исходов с наблюдаемым X вероятность того, что A также выполняется, составляет pa, как показано выше. Таким образом, нам известно, с какой вероятностью мы можем наблюдать только X и с какой вероятностью — как X, так и A.

Но нас больше интересует определение вероятности того, что A выполняется при условии, что мы наблюдали X, то есть что у человека есть генетический дефект в случае положительного результата теста. Вычисление этой вероятности довольно сложное. Согласно модифицированному правилу умножения, вероятность того, что имеет место как A, так и X, равна произведению вероятности того, что имеет место X, на вероятность A при условии X. Нас интересует именно эта последняя вероятность. Воспользовавшись выведенными выше формулами для вычисления «A и X» и «только X», получим

$$\text{Prob}(A \text{ и } X) = \text{Prob}(\text{только } X) \times \text{Prob}(A \text{ при условии } X),$$
$$pa = [pa + (1 - p)b] \times \text{Prob}(A \text{ при условии } X),$$
$$\text{Prob}(A \text{ при условии } X) = \frac{pa}{pa + (1 - p)b}.$$

Формула дает оценку вероятности того, что A выполнялось при условии, что мы наблюдали X (и поэтому поставили все в зависимость от этого факта). Этот результат известен как *теорема Байеса* (а также как правило, или формула, Байеса).

В нашем примере с тестированием на наличие генетического дефекта были такие значения: $\text{Prob}(A) = p = 0{,}01$, $\text{Prob}(X \text{ при условии } A) = a = 0{,}99$ и $\text{Prob}(X \text{ при условии } B) = b = 0{,}01$. Мы можем подставить их в формулу Байеса и получим вероятность наличия дефекта при условии положительного результата теста = Prob(A при условии X)

$$= \frac{(0{,}01)(0{,}99)}{(0{,}01)(0{,}99)+(1-0{,}01)(0{,}01)} = \frac{0{,}0099}{0{,}0099+0{,}0099} = 0{,}5.$$

Алгебраические операции с вероятностями, проведенные с помощью правила Байеса, подтверждают результат арифметических вычислений (основанных на перечислении всех возможных случаев), которые мы использовали выше. Преимущество формулы состоит в том, что ее можно применять механически, что позволяет избежать трудоемкого и подверженного ошибкам процесса перечисления всех возможных вариантов и определения всех необходимых вероятностей.

На рис. 8П.3 правило Байеса представлено в виде таблицы, так его легче запомнить и использовать, чем формулу. В строках таблицы отображаются истинные альтернативные условия, которые могут существовать, например «генетический дефект» и «отсутствие генетического дефекта». У нас всего два варианта, *A* и *B*, но этот метод можно обобщить на любое количество возможных исходов. В столбцах таблицы отображаются наблюдаемые события — например, «положительный результат теста» и «отрицательный результат теста».

		Наблюдение		Сумма по строке
		X	*Y*	
Истинное условие	*A*	pa	$p(1 - a)$	p
	B	$(1 - p)b$	$(1 - p)(1 - b)$	$1 - p$
Сумма по столбцу		$pa + (1 - p)b$	$p(1 - a) + (1 - p)(1 - b)$	

Рис. 8П.3. Правило Байеса

В каждой ячейке таблицы представлена совместная вероятность соответствующей комбинации исходного условия и наблюдения; это и есть вероятности перечисленных выше четырех комбинаций возможных вариантов. В последнем столбце справа отображена сумма по первым двум столбцам каждой из верхних двух строк. Она представляет собой общую вероятность каждого истинного условия (так, например, вероятность *A* равна *p*, как мы уже видели). В последней строке отображена сумма первых двух строк в каждом столбце. Например, запись в последней строке столбца *X* — это общая вероятность наблюдения *X*, либо когда *A* — истинное условие (правильный положительный результат в примере с генетическим тестом), либо когда *B* — истинное условие (ошибочный положительный результат).

Для того чтобы вычислить вероятность того или иного условия с учетом определенного наблюдения, согласно правилу Байеса, необходимо взять запись из ячейки, соответствующей комбинации этого условия и наблюдения, и разделить данное значение на сумму по столбцу в последней строке этого наблюдения. В качестве примера можно привести

$$\text{Prob}(B \text{ при условии } X) = (1 - p)b / [pa + (1 - p)b].$$

Резюме

Оценка последствий на основании ожидаемых денежных выигрышей подразумевает нейтральное отношение к риску. *Нерасположенность к риску* можно учесть с помощью метода *ожидаемой полезности*, который требует использования функции полезности, представляющей вогнутую шкалу денежных выигрышей, а также принятия взвешенного по вероятности среднего значения в качестве меры ожидаемого выигрыша.

Если участники игры располагают асимметричной информацией, они могут попытаться вывести вероятности скрытых исходных условий посредством наблюдения за действиями или их последствиями. *Теорема Байеса* предоставляет формулу для определения таких вероятностей.

Ключевые термины

Нейтральное отношение к риску
Нерасположенность к риску
Ожидаемая полезность
Теорема Байеса
Функция полезности

9 Стратегические ходы

Игра определяется вариантами выбора, или ходами, доступными игрокам, и порядком (при его наличии) их выполнения, а также выигрышами, полученными в результате всех возможных комбинаций вариантов выбора, имеющихся у всех игроков. В главе 6 мы наблюдали, как изменение порядка ходов с последовательного на одновременный (или наоборот) может повлиять на исход игры. Использование или исключение доступных игроку ходов или изменение выигрышей в некоторых концевых узлах или ячейках таблицы игры также может сказаться на исходе игры. Если правила игры не зафиксированы извне, у каждого игрока есть стимул манипулировать ими, с тем чтобы обеспечить более выгодный для себя результат. Инструменты, позволяющие манипулировать игрой таким способом, называются **стратегическими ходами**; это и есть тема данной главы.

Стратегический ход меняет правила исходной игры в целях создания новой двухэтапной игры. В этом смысле стратегические ходы подобны прямому обмену информацией, рассмотренному в главе 8. Но в случае их применения второй этап и есть исходная игра, зачастую с некоторыми изменениями порядка ходов и выигрышей (в играх с непосредственной коммуникацией таких изменений нет). Различные действия, выполняемые на первом этапе, соответствуют разным стратегическим ходам; мы их разделим на три категории: *обязательства, угрозы* и *обещания*. Цель всех трех — изменить исход второго этапа игры в свою пользу. Какая из этих категорий согласуется с вашей целью, зависит от контекста. Но самое главное — все три категории обеспечивают требуемый результат, только если другой игрок убежден, что на втором этапе вы действительно сделаете то, о чем заявили на первом. Иными словами, *достоверность* стратегического хода находится под вопросом. Только достоверный стратегический ход может обеспечить требуемый результат, и, как мы убедились в главе 8, простых заявлений для этого недостаточно. На первом этапе вы должны предпринять ряд дополнительных действий, обеспечивающих достоверность заявленных вами действий на втором этапе игры.

Мы проанализируем оба типа действий второго этапа, приносящих вам пользу, а также дополнительные ходы, которые делают их заслуживающими доверия.

По всей вероятности, вы знакомы с применением достоверных стратегических ходов в большей степени, чем вам кажется. Например, родители постоянно пытаются контролировать поведение детей, используя угрозы («никакого десерта, пока не съешь овощи») и обещания («в конце учебного года получишь новый гоночный велосипед, если заработаешь хотя бы средний балл»). Детям прекрасно известно, что многие из этих угроз и обещаний недостоверны: ребенок может избежать наказания за плохое поведение, мило пообещав больше этого не делать, даже если такое обещание не заслуживает доверия. Кроме того, когда дети взрослеют и начинают беспокоиться по поводу своей внешности, они дают себе слово заниматься физическими упражнениями и придерживаться правильного режима питания, но многие из этих обязательств тоже лишены достоверности. Все эти инструменты (обязательства, угрозы и обещания) — примеры стратегических ходов. Их цель — изменить действия другого игрока (возможно, даже вашего собственного будущего «я») на более позднем этапе игры. Однако они не достигнут поставленной цели, если не будут достоверными. В этой главе мы используем теорию игр, чтобы узнать, как применять такие стратегии и как сделать их достоверными.

Но имейте в виду, обеспечение достоверности — весьма тонкая и трудная задача. Мы предлагаем вам ряд общих принципов и общее понимание того, как работают стратегические ходы, то есть науку о стратегии. Но сможете ли вы действительно заставить их работать, зависит от адекватной оценки соответствующего контекста, причем ваш соперник может получить преимущество перед вами, если лучше поймет концепции, или этот контекст, или и то и другое. Следовательно, практическое применение стратегических ходов во многом сродни искусству. Кроме того, оно сопряжено с риском, особенно при использовании стратегии **балансирования на грани**, которая порой способна привести к катастрофе. Вы можете добиться успеха и хорошо провести время, пытаясь применить все эти идеи на практике, но примите к сведению наше предостережение: вы будете использовать такие стратегии на свой страх и риск.

1. Классификация стратегических ходов

Поскольку использование стратегических ходов в значительной мере зависит от порядка ходов, для их изучения необходимо уяснить, что означает «сделать первый ход». До сих пор мы считали эту концепцию самоочевидной, но теперь она требует уточнения. Данная концепция имеет две составляющие: во-первых, ваше действие должно поддаваться **наблюдению** другим игроком, во-вторых, оно должно быть **необратимым**.

Рассмотрим стратегическое взаимодействие между двумя игроками, А и Б, в котором игрок А ходит первым. Если действие игрока А не поддается наблюдению игроком Б, то игрок Б не может на него отреагировать, а значит, хронология действий сама по себе не имеет значения. Например, предположим, что А и Б — это компании, принимающие участие в аукционе. В понедельник в компании А проводится тайное совещание, чтобы определить размер своей заявки на торгах; компания Б проводит такое совещание во вторник. Запечатанные конверты с заявками отсылают по почте организатору торгов, и тот открывает их в пятницу. Когда компания Б принимает решение, она не знает о решении компании А, а следовательно, со стратегической точки зрения ходы обеих компаний такие же, как если бы они были одновременными.

Если бы ход игрока А был обратимым, то он мог бы сделать вид, что делает что-то одно, спровоцировать игрока Б на ответное действие, а затем изменить свое действие с выгодой для себя. Игрок Б должен предвидеть подобную уловку и не поддаваться на провокацию; в таком случае он не ответит на выбор игрока А. И снова в сугубо стратегическом смысле игрок А не делает первый ход.

Такие факторы, как наблюдаемость и необратимость, влияют на характер и типы стратегических ходов, а также на их достоверность. Мы начнем с систематизации стратегических ходов, доступных игрокам.

А. Безусловные стратегические ходы

Предположим, именно игрок А делает стратегический (наблюдаемый и необратимый) ход на первом этапе игры. Он может заявить: «В предстоящей игре я выполню ход *X*». Это заявление говорит о том, что будущий ход игрока является безусловным, то есть игрок А сделает его независимо от действий игрока Б. Подобное заявление (если оно достоверно) равносильно изменению порядка игры на втором этапе таким образом, что игрок А ходит первым, а игрок Б — вторым, причем ход игрока А — это *X*. Данный стратегический ход называется **обязательством**.

Если правила игры на втором этапе уже предписывают игроку А сделать первый ход, тогда это заявление не играет никакой роли. Но если на втором этапе игры ходы делаются одновременно или игрок А должен ходить вторым, то такое заявление (в случае его достоверности) может изменить ее исход, поскольку меняет убеждение игрока Б в отношении последствий его действий. Следовательно, обязательство — это простое использование преимущества первого хода в случае, если таковое существует.

В игре «уличный сад» из главы 3 три женщины играют в игру с последовательными ходами, в которой каждая решает, вносить ли ей вклад в создание общественного сада на их улице; при этом для посадки красивого сада требуется вклад двух или более игроков. Анализ методом обратных рассуждений показывает, что первая участница игры (Эмили) предпочитает не вносить вклад, тогда как две ее соседки (Нина и Талия) его внесут. Однако взяв на себя достоверное обязательство не вносить вклад, Талия (или Нина) могла бы изменить исход игры. Хотя Талия и не может объявить о своем решении до тех пор, пока Эмили и Нина не огласят свои, она могла бы поставить всех в известность, что вложила все свои сбережения (и энергию) в крупный проект по ремонту дома, поэтому у нее совсем не осталось средств на сад. В таком случае Талия, по сути, возьмет на себя обязательство не вносить вклад независимо от выбора Эмили и Нины еще до того, как они его сделают. Другими словами, Талия меняет исходную игру на такую, в которой она, по сути, делает первый ход. Вы можете без труда проверить, что новый анализ методом обратных рассуждений дает такой результат: Эмили и Нина внесут вклад в создание сада; при этом равновесный выигрыш каждой из них составит 3, тогда как Талии — 4. Такой равновесный исход в игре может быть получен, если Талия ходит первой. Несколько более подробные примеры обязательств рассматриваются в следующих разделах.

Б. Условные стратегические ходы

На первом этапе игрок А может также заявить: «В предстоящей игре я отвечу на ваш выбор следующим образом: если вы выберете Y_1, я выберу Z_1, если вы сыграете Y_2, то я Z_2… То есть игрок А может применить ход, зависящий от действия игрока Б; мы называем такой тип ходов **правилом ответа** или *функцией реакции*. Заявление игрока А означает, что, хотя на втором этапе игры он будет ходить вторым, то, как именно он ответит на действия игрока Б в этот момент, уже предопределено его заявлением на первом этапе. Для того чтобы подобные заявления были значимыми, у игрока А должна быть физическая возможность повременить с выполнением хода на втором этапе до тех пор, пока он не увидит необратимый ход игрока Б. Иными словами, на втором этапе игрок Б должен иметь возможность сделать истинный первый ход в том смысле, о котором говорилось выше.

Условные стратегические ходы принимают разные формы в зависимости от того, на достижение какой цели они направлены и как должны обеспечить ее реализацию. Когда игрок А хочет помешать игроку Б что-то сделать, мы говорим, что игрок А пытается удержать игрока Б от совершения соответствующего действия, или обеспечить **сдерживание**. Когда игрок А хочет склонить игрока Б что-то сделать, мы говорим, что игрок А пытается принудить игрока Б к совершению соответствующего действия, или добиться **принуждения**. Мы вернемся к различию между этими ходами позже. А пока нас больше интересует метод, используемый для достижения любой из этих целей. Когда игрок А заявляет: «*Если* ваше действие (или бездействие, в зависимости от обстоятельств) не будет соответствовать моему желанию, я отвечу на это способом, который причинит вам *вред*», — это **угроза**. Когда игрок А говорит: «*Если* ваше действие (или бездействие, в зависимости от обстоятельств) будет соответствовать моему желанию, я отвечу на это способом, который обеспечит вам *вознаграждение*», — это **обещание**. «Вред» и «вознаграждение» оцениваются с точки зрения выигрышей в самой игре. Когда игрок А наносит вред игроку Б, он совершает действие, снижающее выигрыш игрока Б; когда игрок А вознаграждает игрока Б, он совершает действие, увеличивающее выигрыш игрока Б. Угрозы и обещания — два условных стратегических хода, на которых мы сфокусируем наш анализ.

Для того чтобы понять природу этих стратегий, рассмотрим ранее упомянутую игру «обед». В ней при естественном хронологическом порядке ходов ребенок сперва решает, съесть ли ему овощи, после чего родитель решает, давать ли ребенку десерт. Анализ методом обратных рассуждений показывает нам исход игры: ребенок отказывается есть овощи, зная, что родитель все равно даст ему десерт. Однако родитель, предвидя подобный исход, может попытаться изменить его, сделав начальный ход, а именно сформулировав правило условного ответного хода так: «Никакого десерта, пока не съешь овощи». Это заявление таит в себе угрозу. Это первый ход перед началом игры, который закрепляет ваш второй ход в предстоящей игре. Если ребенок вам поверит, это изменит его обратные рассуждения. В итоге он отсечет ту ветвь дерева игры, в которой родитель даст ему десерт, даже если он не съест овощи. Это может изменить поведение ребенка; родитель надеется, что это заставит ребенка вести себя в соответствии с его указаниями. Точно так же в игре «учеба» обещание купить велосипед может стимулировать ребенка учиться более усердно.

2. Достоверность стратегических ходов

Мы уже видели, что стратегический ход одного игрока может изменить выигрыши другого игрока, а как насчет выигрышей того, кто делает этот ход? Игрок А получает более высокий выигрыш, когда игрок Б действует в соответствии с его пожеланиями. Однако ответное действие игрока А может повлиять и на его собственный выигрыш. Что касается угрозы, ответное действие игрока А на отказ игрока Б сделать то, что хотел бы игрок А, может иметь определенные последствия и для выигрышей самого игрока А: родителя может расстроить вид несчастного ребенка, которому отказали в десерте. Аналогично обещание игрока А вознаградить игрока Б за выполнение действия, соответствующего его пожеланию, может повлиять на выигрыш игрока А: родителю, который вознаграждает ребенка за усердную учебу, придется потратить деньги на подарок, но зато радость ребенка от его получения доставит радость и родителю, что еще больше усиливает радость от успехов ребенка в школе.

Влияние стратегических ходов игрока А на его выигрыши влечет за собой одно важное следствие с точки зрения их эффективности. Рассмотрим в данном контексте угрозу. Если выигрыш игрока А действительно увеличивается в результате выполнения действия, которым он угрожает, то игрок Б приходит к выводу, что игрок А выполнит свою угрозу, даже если игрок Б удовлетворит его требования. Это лишает игрока Б стимула подчиняться желаниям игрока А, поэтому угроза А становится неэффективной. Например, если родитель — садист, которому нравится видеть страдания ребенка, оставшегося без десерта, ребенок рассуждает так: «Я все равно не получу сладкого, так зачем мне есть овощи?»

Таким образом, важным аспектом угрозы является то, что выполнение соответствующего действия должно *дорого* обходиться игроку, выдвигающему ее. В игре «обед» родитель должен предпочесть дать ребенку десерт. Угрозы в истинном стратегическом смысле, как правило, имеют определенные последствия и для высказывающего их человека, стало быть, их суть сводится к нанесению *взаимного вреда*.

В техническом отношении угроза закрепляет вашу стратегию в предстоящей игре. Стратегия должна оговаривать, что вы будете делать в случае каждого возможного варианта развития событий, присутствующего на дереве игры. Следовательно, фраза «никакого десерта, пока не съешь овощи» — не полное описание стратегии, и его следует дополнить фразой «и получишь десерт, если съешь овощи». В большинстве угроз вторая часть не озвучивается. Почему? Потому что она подразумевается автоматически, по умолчанию. Но для того чтобы угроза возымела действие, вторая часть стратегии (в данном случае *подразумеваемое обещание*) тоже должна быть автоматически достоверной.

Таким образом, угроза «никакого десерта, пока не съешь овощи» содержит подразумеваемое обещание «и получишь десерт, если съешь овощи». И чтобы оно возымело желаемый эффект, оно также должно быть достоверным. В нашем примере его достоверность подтверждается автоматически, когда родитель предпочитает видеть, как ребенок наслаждается десертом. Другими словами, подразумеваемое обещание автоматически воспринимается как достоверное именно потому, что выполнение угрозы обойдется родителю дорого.

Если сформулировать эту ситуацию несколько иначе, то угроза содержит такую оговорку: если обстоятельства сложатся так, что вам придется совершить определенное действие в случае, если ваше желание не будет выполнено, вы будете сожалеть об этом. Тогда зачем делать эту оговорку на первом этапе? Зачем связывать себе этим руки, тогда как, казалось бы, было бы лучше оставить себе свободу выбора? Дело в том, что в теории игр наличие большего количества вариантов не всегда предпочтительно. Что касается угрозы, отсутствие свободы выбора на втором этапе игры имеет стратегическое значение, поскольку это меняет ожидания другого игрока в отношении ваших будущих ответных действий и вы можете использовать такое изменение ожиданий себе во благо.

Аналогичный эффект возникает и в случае обещания. Если ребенок знает, что родителям нравится дарить ему подарки, он может рассчитывать на получение гоночного велосипеда по какому-либо иному поводу — например, на день рождения. Но в такой ситуации обещание подарить велосипед не усиливает мотивацию ребенка усерднее учиться. Для того чтобы обещание дало желаемый стратегический эффект, вознаграждение должно быть достаточно дорогостоящим, чтобы другой игрок не надеялся получить его в любом случае. (Это важный урок в плане применения стратегий, на который вы можете указать своим родителям: обещанное ими вознаграждение должно быть более крупным и дорогостоящим, чем то, что они подарили бы вам исключительно ради удовольствия видеть вас счастливыми.)

То же касается и безусловных стратегических ходов (обязательств). Например, во время переговоров другие участники знают, что если у вас есть свобода действовать, то есть и возможность капитулировать, так что обязательство «никаких уступок» позволит вам добиться более выгодной сделки. Если вы хотите получить 60% «пирога», а другая сторона предлагает вам 55%, у вас может возникнуть соблазн согласиться. Но если вы сумеете заранее достоверно заявить, что не примете меньше 60%, такого искушения у вас не возникнет и в итоге вы сможете добиться большего.

Следовательно, сама природа стратегических ходов такова, что постфактум (то есть когда этого потребует игра на втором этапе) вы не захотите выполнять ранее заявленное действие. Это верно в отношении всех типов стратегических ходов, и именно это делает достоверность столь проблематичной. Для того чтобы ваш стратегический ход оказался эффективным, вы еще на первом этапе игры должны что-то предпринять для обеспечения достоверности — то, что покажет сопернику: вы ни при каких обстоятельствах не отступите от оговоренного действия. Именно поэтому отказ от свободы действий может быть стратегически выгоден. С другой стороны, достоверности можно достичь посредством изменения своих выигрышей на втором этапе игры таким образом, что выполнение заявленного действия становится для вас действительно оптимальным.

Стало быть, существует два общих способа обеспечить достоверность стратегических ходов: 1) исключить из набора будущих действий ходы, которые могут вызвать у вас искушение предпринять их; 2) уменьшить свои выигрыши от таких ходов с тем, чтобы оговоренный ход действительно был наилучшим. В следующих разделах мы прежде всего проанализируем принцип действия стратегических ходов, исходя из их достоверности, и по мере их изучения будем делать некоторые комментарии по поводу достоверности, однако ее общий анализ отложим до последнего раздела главы.

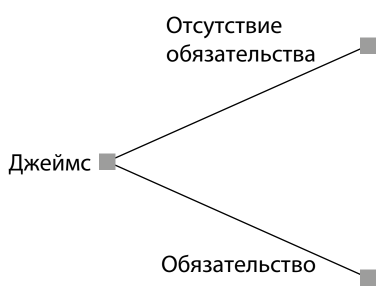
3. Обязательства

В главе 4 мы изучили игру в труса и нашли в ней два равновесия Нэша в чистых стратегиях. Каждый игрок предпочитает равновесие, в котором он едет прямо, а соперник сворачивает*. В главе 6 мы увидели, что если бы это была игра с последовательными, а не одновременными ходами, то игрок, делающий ход первым, выбрал бы «ехать прямо», предоставив другому игроку возможность извлечь из сложившейся ситуации максимальную пользу, применив стратегию «свернуть» и тем самым избежав столкновения. Теперь рассмотрим этот вопрос с иной позиции. Хотя сама игра сводится к одновременному выполнению ходов, если один игрок сможет сделать стратегический ход (создать первый этап, на котором он делает достоверное заявление о своем действии непосредственно в игре в труса, разыгрываемой на втором этапе), он получит такое же преимущество, как и при выполнения первого хода, взяв на себя обязательство действовать жестко (выбрать вариант «ехать прямо»).

Хотя это достаточно простая идея, мы проведем формальный анализ данной ситуации, что поможет вам углубить ее понимание и развить навыки, которые пригодятся в дальнейшем для анализа более сложных примеров. Вспомним, что герои игры Джеймс и Дин. Предположим, возможность сделать стратегический ход есть у Джеймса. (Дерево двухэтапной игры показано на рис. 9.1.) На первом этапе Джеймс должен решить, брать ли на себя обязательство. Согласно верхней ветви, исходящей из первого узла, он его не берет. В результате на втором этапе разыгрывается игра с одновременными ходами, таблица которой уже вам знакома по рис. 4.13 и рис. 6.6. В этой игре множество равновесий, но Джеймс получает максимальный выигрыш только в одном из них. Вторая ветвь дерева отображает ситуацию, когда Джеймс берет на себя обязательство, под которым в данном случае подразумевается его отказ от свободы выбора в том смысле, что стратегия «ехать прямо» остается для него единственно возможной на данном этапе. Таким образом, таблица игры на втором этапе содержит только одну строку Джеймса,

* Мы видели в главе 7 и снова увидим в главе 12, что в этой игре существует третье равновесие, равновесие в смешанных стратегиях, в котором у обоих игроков складывается далеко не лучшая ситуация.

соответствующую заявленному им выбору варианта «ехать прямо». Согласно этой таблице, наилучший ход Дина — «свернуть»; стало быть, такое равновесие обеспечивает Джеймсу максимальный выигрыш. Следовательно, на первом этапе Джеймс считает оптимальным взять на себя обязательство; этот стратегический ход гарантирует ему максимальный выигрыш, тогда как при отсутствии обязательства ситуация остается неопределенной.



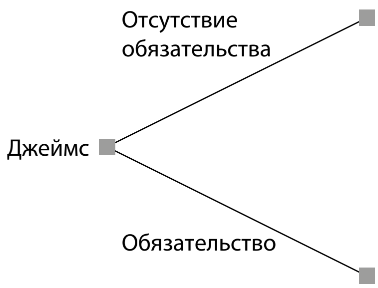
		Дин	
		Свернуть	Ехать прямо
Джеймс	Свернуть	0, 0	−1, 1
	Ехать прямо	1, −1	−2, −2

		Дин	
		Свернуть	Ехать прямо
Джеймс	Ехать прямо	1, −1	−2, −2

Рис. 9.1. Игра в труса: обязательство в виде ограничения свободы действий

Как Джеймсу сделать это обязательство достоверным? Как и любой первый ход, на котором игрок связывает себя обязательством, он должен быть: 1) необратимым; 2) видимым для других игроков. Нам предлагали ряд экстремальных и забавных идей. Джеймс может отсоединить руль автомобиля и выбросить его в окно так, чтобы Дин видел, что Джеймс больше не может свернуть в сторону. (Джеймс мог бы просто привязать руль так, чтобы его нельзя было повернуть, но тогда ему было бы труднее продемонстрировать Дину, что руль действительно привязан и узел невозможно быстро развязать.) Такие уловки позволяют исключить вариант «свернуть» из совокупности стратегий, доступных Джеймсу на втором этапе игры, оставляя «ехать прямо» как единственное действие, которое он может предпринять.

Более правдоподобный сценарий выглядит так. Если эти игры еженедельно проводятся по выходным, Джеймс может создать себе репутацию храбреца, которая будет выступать гарантией его действий в любой день. Иными словами, Джеймс может изменить свой выигрыш от выбора варианта «свернуть», если вычтет из него величину, отражающую потерю репутации. Если эта величина достаточно большая (скажем, 3), то в игре на втором этапе, когда Джеймс берет на себя обязательство, таблица выигрышей будет другой. Полное дерево этой версии игры представлено на рис. 9.2.



Отсутствие обязательства:

		Дин	
		Свернуть	Ехать прямо
Джеймс	Свернуть	0, 0	–1, 1
	Ехать прямо	1, –1	–2, –2

Обязательство:

		Дин	
		Свернуть	Ехать прямо
Джеймс	Свернуть	–3, 0	–4, 1
	Ехать прямо	1, –1	–2, –2

Рис. 9.2. Игра в труса: обязательство в виде изменения выигрышей

Теперь, на втором этапе игры, для Джеймса, связавшего себя обязательством, вариант «ехать прямо» становится поистине оптимальным; фактически это его доминирующая стратегия на данном этапе. Соответственно, оптимальная стратегия Дина — «свернуть». Заранее предвидя этот исход на этапе 1, Джеймс понимает, что получит выигрыш 1, связав себя обязательством (изменив свои выигрыши на этапе 2), тогда как без обязательства он не может быть уверен в выигрыше 1 и получит гораздо худший результат. Таким образом, анализ методом обратных рассуждений показывает, что Джеймсу следует взять на себя обязательство.

В игру с обязательствами могут сыграть оба игрока (или все игроки), поэтому успех будет зависеть как от скорости, с которой вы сможете использовать преимущество первого хода, так и от достоверности, с которой вы сумеете сделать этот ход. Если два игрока делают наблюдения с задержкой, они рискуют связать себя несовместимыми обязательствами: каждый отсоединит руль и выбросит его в окно, тут же увидев руль, вылетающий из окна соперника, как следствие — столкновение неизбежно.

Даже если у одного из игроков есть преимущество во взятии обязательства, другой может сорвать его попытку это сделать, демонстративно исключив возможность «увидеть» обязательство первого игрока, например, прервав с ним все контакты.

Возможно, игра в труса — это анахронизм 1950-х годов, но наш второй пример более универсален и хорошо знаком. Преподаватель во время занятий может использовать две стратегии в отношении соблюдения сроков сдачи студенческих работ — мягкость или жесткость, при этом студенты могут уложиться в сроки или нет. На рис. 9.3 эта игра представлена в стратегической форме.

Преподавателю не нравится быть жестким; для него лучший исход (с выигрышем 4) — когда студенты сдают работы вовремя, даже если он с ними не слишком строг, а худший (выигрыш 1) — когда он со студентами предельно принципиален, а они все равно задерживают сдачу. Из двух промежуточных стратегий преподаватель, осознавая важность пунктуальности, предпочитает «жесткость»/«вовремя» «мягкости» / «с опозданием». Студенты отдают предпочтение исходу «мягкость» / «с опозданием», позволяющему им почти все выходные развлекаться и при этом не понести никакого наказания за задержку работ. Худший вариант для студентов — «жесткость»/«вовремя», как и для преподавателя. Что касается промежуточных исходов, то они предпочитают «мягкость» / «с опозданием» варианту «жесткость»/«вовремя», поскольку у них повышается самооценка, когда они считают, что сдали работу вовремя по собственной воле, а не из-за угрозы наказания*.

		Студент	
		Вовремя	С опозданием
Преподаватель	Мягкость	4, 3	2, 4
	Жесткость	3, 2	1, 1

Рис. 9.3. Таблица выигрышей для игры в соблюдение сроков

Если игра проводится как игра с одновременными ходами или если преподаватель делает второй ход, его доминируемой стратегией становится «мягкость» и тогда студент выбирает «с опозданием». Равновесный исход представляет собой комбинацию стратегий «мягкость» / «с опозданием», а выигрыши составляют 2, 4. Однако преподаватель может добиться более благоприятного исхода, изначально связав себя обязательством придерживаться стратегии «жесткость». Мы не приводим здесь дерево этой игры, как делали на рис. 9.1 и 9.2, поскольку оно очень похоже на дерево предыдущей игры в труса, и предоставляем вам возможность построить его самостоятельно. Без обязательства игра на втором этапе протекает так же, как и раньше, и преподаватель получает выигрыш 2. Когда преподаватель связан обязательством вести себя жестко, студенты понимают, что им лучше ответить стратегией «вовремя» на втором этапе, поэтому выигрыш преподавателя составит 3.

Преподаватель берет на себя обязательство совершить действие, отличающееся от того, что он бы сделал в игре с одновременными ходами, или от его наилучшего

* Возможно, такая оценка степени важности стратегий покажется вам неприменимой к вам или вашим преподавателям. Мы просим вас принять ее в данном примере, основная цель которого — максимально простым способом сформулировать некоторые общие идеи по поводу обязательств. Эта оговорка касается всех последующих примеров.

второго хода в случае, если бы сначала ходили студенты. Именно здесь на первый план выходит стратегическое мышление. Преподаватель ничего не выиграет, заявив, что будет придерживаться мягкой стратегии; студенты в любом случае рассчитывают на это и без заявлений. Для того чтобы добиться преимущества посредством выполнения стратегического хода, он должен связать себя обязательством не придерживаться стратегии, которая была бы равновесной в игре с одновременными ходами. Такой стратегический ход меняет ожидания студентов, а значит, и их действия. Как только они поверят в то, что преподаватель не шутит, они предпочтут уложиться в сроки выполнения заданий. Если бы студенты решили это проверить, сдав работы с опозданием, у преподавателя могло бы возникнуть искушение их простить, придумав себе в оправдание нечто вроде «только на этот раз». Именно существование соблазна отступить от взятого на себя обязательства делает его достоверность проблематичной.

Еще более неожиданно, что в данном случае преподавателю выгодно сделать стратегический ход, обязывающий его придерживаться доминируемой стратегии. Он связывает себя обязательством применить стратегию «жесткость», которая доминируема стратегией «мягкость». Если вы считаете парадоксальной ситуацию, в которой можно извлечь пользу из выбора доминируемой стратегии, значит, вы расширяете концепцию доминирования за надлежащие рамки ее применимости. Доминирование подразумевает любое из следующих двух предположений: 1) как я отреагирую на действие другого игрока и будет ли тот или иной вариант выбора наилучшим (или наихудшим) с учетом всех возможностей; 2) если другой игрок одновременно выполняет действие *X*, что для меня предпочтительнее (или хуже всего) и будет ли оно одним и тем же в случае всех действий *X*, которые может предпринять другой игрок? Ни одно из этих рассуждений не имеет значения, если вы ходите первым. Вместо этого вы должны заглянуть вперед и проанализировать вероятную реакцию другого игрока. Следовательно, преподаватель не сравнивает свои выигрыши в вертикальных смежных ячейках таблицы (с учетом возможных действий студентов по одному за раз), а вместо этого анализирует, как студенты отреагируют на его ходы. Если он связал себя обязательством придерживаться стратегии «жесткость», студенты будут придерживаться стратегии «вовремя», а если преподаватель привержен стратегии «мягкость» (или вообще не свяжет себя никакими обязательствами), они выберут «с опозданием». Следовательно, единственное уместное сравнение — верхняя правая и нижняя левая ячейки, из которых преподаватель предпочтет вторую.

Для того чтобы обязательство преподавателя было достоверным, оно должно касаться всего, что должен представлять собой первый ход. Во-первых, его необходимо взять до того, как другой игрок сделает свой ход. Преподаватель должен установить основные правила контроля за соблюдением сроков до того, как студенты получат задание. Во-вторых, обязательство должно быть наблюдаемым — студенты обязаны знать правила, которые следует соблюдать. Последнее и, пожалуй, самое важное: оно должно быть необратимым; студенты должны знать, что преподаватель ни при каких обстоятельствах не станет менять свою точку зрения и проявлять снисходительность. Преподаватель, который оставляет подобные лазейки и нечетко оговаривает непредвиденные ситуации, просто создает условия для изобретательных оправданий, которые сопровождаются неискренними извинениями и утверждениями «этого больше не повторится».

Преподаватель может обеспечить достоверность взятых на себя обязательств, сославшись на общие университетские правила, — это просто исключит вариант «мягкость» из совокупности стратегий, доступных ему на втором этапе игры. Или, как в случае игры в труса, он может создать себе репутацию жесткого человека, изменив свои выигрыши от стратегии «мягкость» посредством достаточно высоких издержек в связи с потерей репутации.

4. Угрозы и обещания

Обратите внимание, что угрозы и обещания — это *правила ответа*: ваше будущее фактическое действие зависит от того, что сделают другие игроки, но ваша свобода действий в дальнейшем ограничена обязательным соблюдением установленного правила. Еще раз повторяем: цель — изменить ожидания (а значит, и действия) других игроков с выгодой для себя. Связать себя правилом, которого вы не стали бы придерживаться при наличии полной свободы действий, — важный элемент данного процесса. Следовательно, первоначальное заявление о намерениях должно быть достоверным. На этот раз мы снова проанализируем ряд принципов обеспечения достоверности таких ходов, но хотим напомнить, что их фактическая реализация во многом остается искусством.

Вспомните классификацию стратегических ходов, представленную в разделе 1. *Угроза* — это правило ответа, приводящее к негативным последствиям для других игроков, если они действуют вопреки вашим интересам. *Обещание* — правило ответа, в соответствии с которым вы предлагаете обеспечить другим игрокам положительный исход, если их действия согласуются с вашими интересами. Каждый из этих ответов может либо удержать других игроков от действий, которые они стали бы делать (*сдерживание*), либо склонить их к действиям, которые они не совершили бы в противном случае (*принуждение*). Мы проанализируем эти свойства по очереди.

А. Пример угрозы: торговые отношения между США и Японией

Наш пример связан с неизменной составляющей международной экономической политики США, а именно с торговыми трениями с Японией. Каждая страна может держать свои рынки либо открытыми, либо закрытыми для товаров другой страны. Но предпочтения двух стран относительно исходов этой игры несколько разнятся.

На рис. 9.4 представлена таблица выигрышей торговой игры. Для Соединенных Штатов наилучший исход (с выигрышем 4) — когда оба рынка открыты; это объясняется отчасти общей приверженностью США к рыночной системе и свободной торговле, а отчасти самими преимуществами от торговли с Японией: американские потребители получают высококачественные автомобили и бытовую технику, а производители США могут экспортировать сельскохозяйственную и высокотехнологичную продукцию. Худший исход для США (с выигрышем 1) — если оба рынка закрыты. Из двух исходов, в которых один рынок открыт, Соединенные Штаты предпочли бы, чтобы это был собственный рынок, поскольку японский рынок меньше, поэтому потеря доступа на него не столь важна, как потеря доступа к автомобилям Honda и видеоиграм.

		Япония	
		Открытый рынок	Закрытый рынок
США	Открытый рынок	4, 3	3, 4
	Закрытый рынок	2, 1	1, 2

Рис. 9.4. Таблица выигрышей в торговой игре между США и Японией

Что касается Японии, то в этом примере будем исходить из протекционистской, ориентированной на производителя торговой политики Японии, получившей в свое время прозвище Japan, Inc. Для Японии наилучший исход — когда рынок США открыт, а японский закрыт, а худший — когда складывается противоположная ситуация. Из двух оставшихся исходов Япония предпочитает тот, в котором оба рынка открыты, поскольку это обеспечивает ее производителям доступ к гораздо большему американскому рынку*.

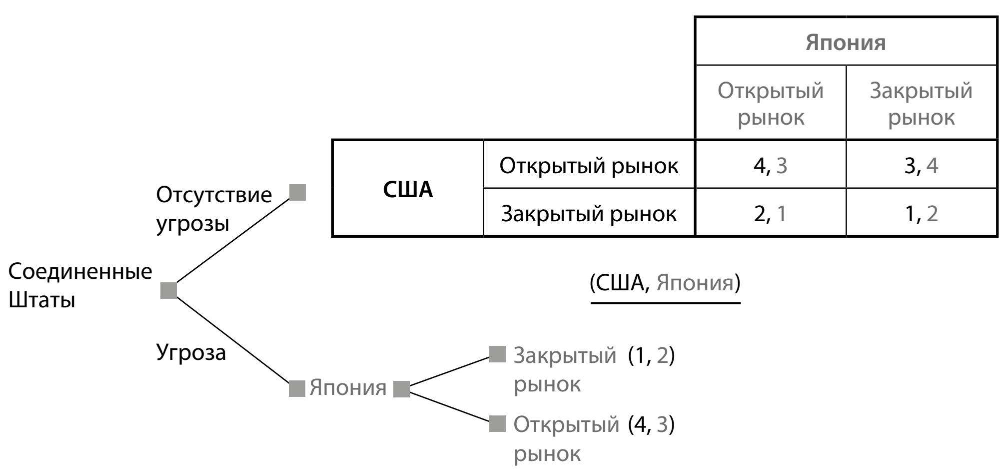
У обеих сторон есть доминирующие стратегии. Независимо от того, как проводится игра (одновременно или последовательно с любым порядком ходов),

* Мы снова просим вас принять эту систему выигрышей в качестве инструмента для передачи идей. Вы можете поэкспериментировать с таблицей выигрышей, чтобы увидеть, как это скажется на роли и эффективности стратегических ходов.

равновесный исход — «открытый американский рынок»/«закрытый японский рынок», а выигрыши 3, 4. Кроме того, такой исход соответствует общему представлению американцев о реальной торговой политике двух стран.

Япония уже получает свой лучший выигрыш в данном равновесии, поэтому ей не надо предпринимать каких бы то ни было стратегических ходов. А вот Соединенные Штаты могут побороться за выигрыш 4 вместо 3. Но в этом случае обычное безусловное обязательство не сработает. Каким бы оно ни было, наилучший ответ Японии — закрыть свой рынок. В таком случае для Соединенных Штатов лучше связать себя обязательством открыть свой рынок, а это и есть равновесие, полученное без всяких стратегических ходов.

Но допустим, США выберут следующее условное правило ответа: «Мы закроем свой рынок, если вы закроете свой». В результате мы получим двухэтапную игру, показанную на рис. 9.5. Если Соединенные Штаты не прибегнут к угрозе, второй этап будет таким же, как и раньше, и приведет к равновесию, в котором американский рынок останется открытым и США получат выигрыш 3, тогда как японский рынок будет закрыт и выигрыш Японии составит 4. Если Соединенные Штаты все же прибегнут к угрозе, то на втором этапе свобода выбора будет лишь у Японии; с учетом ее действий США просто предпримут действия, которых требует правило ответа. В связи с этим на данной ветви дерева мы отображаем только активного игрока и записываем выигрыши обеих сторон: если Япония закроет рынок, Соединенные Штаты также закроют, при этом США получат выигрыш 1, а Япония 2. Если Япония откроет рынок, значит, угроза Соединенных Штатов возымела действие, тогда США с радостью тоже откроют рынок и получат выигрыш 4, а Япония 3. Из этих двух сценариев второй для Японии предпочтительнее.



		Япония	
		Открытый рынок	Закрытый рынок
США	Открытый рынок	4, 3	3, 4
	Закрытый рынок	2, 1	1, 2

Рис. 9.5. Дерево торговой игры между США и Японией с применением угрозы

Теперь можем воспользоваться хорошо знакомым методом обратных рассуждений. Зная, какие результаты обеспечит второй этап во всех возможных случаях, Соединенным Штатам лучше применить угрозу на первом этапе. Она приведет к открытию Японией рынка, а США получат самый лучший исход.

Итак, описав механизм угрозы, теперь укажем на ряд ее важных свойств.

1. Когда Соединенные Штаты достоверно применят угрозу, Япония не будет следовать своей доминирующей стратегии «закрытый рынок». Еще раз напоминаем, что концепция доминирования применима только в контексте одновременных ходов или когда Япония делает второй ход. В данной ситуации Японии известно, что США предпримут действия, не соответствующие доминирующей стратегии. В таблице выигрышей у Японии только два варианта выбора — верхняя левая и нижняя правая ячейки, причем Япония отдаст предпочтение второму.
2. Достоверность угрозы проблематична, поскольку, если Япония попытается ее проверить и закроет рынок, у Соединенных Штатов возникнет соблазн отказаться от ее осуществления. Фактически, если бы действие, составляющее суть угрозы, было наилучшим ответом США постфактум, то не было бы необходимости заранее выдвигать эту угрозу (хотя США могли бы сделать *предупреждение*, чтобы убедиться, что японцы понимают сложившуюся ситуацию). Стратегический ход играет особую роль именно потому, что он заставляет игрока делать не то, что он хотел бы сделать на самом деле. Как говорилось ранее, выполнение угрозы в истинном стратегическом смысле обязательно должно дорого обходиться тому, кто ее выдвигает, а действие, составляющее суть угрозы, наносить *взаимный* вред.
3. Условное правило «Мы закроем свой рынок, если вы закроете свой» не полностью определяет *стратегию* США. Для того чтобы ее описание было полным, необходимо включить в него дополнительную оговорку о том, что именно предпримут Соединенные Штаты в ответ на открытый японский рынок: «…и откроем свой рынок, если вы откроете свой». Это дополнительное условие, представляющее собой подразумеваемое обещание, на самом деле часть угрозы, но его нет надобности формулировать в явном виде, поскольку его достоверность подтверждается автоматически. Учитывая выигрыши на втором этапе игры, в интересах США открыть рынок, если Япония откроет свой. Если бы это было не так, то есть если бы Соединенные Штаты ответили закрытием рынка даже при условии, что Япония откроет свой рынок, подразумеваемое обещание необходимо было бы сделать явным и каким-то образом обеспечить его достоверность. Иначе угроза США стала

бы равносильна безусловному обязательству «Мы закроем свой рынок», что не вызвало бы требуемой реакции со стороны Японии.

4. Достоверное применение угрозы приводит к изменению действий Японии. Мы можем рассматривать это как сдерживание или принуждение, в зависимости от ситуации. Если японский рынок изначально открыт и японцы планируют переход к политике протекционизма, то угроза удержит их от этого действия. Но если японский рынок изначально закрыт, то угроза заставит их его открыть. Стало быть, будет стратегический ход сдерживающим или принуждающим, зависит от сложившегося положения вещей. Это различие может показаться вопросом семантики, но в действительности оно оказывает большое влияние на достоверность стратегического хода и способ его реализации. Мы вернемся к этому вопросу чуть ниже.
5. Вот несколько способов, позволяющих Соединенным Штатам сделать свою угрозу достоверной. Во-первых, США могут принять закон, требующий ее выполнения при определенных обстоятельствах. Это исключает действие, которое может стать соблазном для США, из совокупности доступных вариантов выбора на втором этапе. Такой результат обеспечивают некоторые положения о взаимности, содержащиеся в соглашениях Всемирной торговой организации, но используемые при этом процедуры очень медленные и неопределенные. Во-вторых, Соединенные Штаты могут делегировать полномочия по выполнению угрозы Министерству торговли США, находящемуся под влиянием американских производителей, ратующих за закрытие рынка США, чтобы тем самым ослабить конкурентное давление на себя. Это изменит выигрыши США на втором этапе (место истинных выигрышей США займут выигрыши Министерства торговли) и приведет к тому, что действие, составляющее суть угрозы, станет на самом деле оптимальным. (Опасность состоит в том, что Министерство торговли будет сохранять протекционистскую позицию, даже если Япония откроет рынок; а это означает, что обеспечение достоверности угрозы может обусловить потерю достоверности подразумеваемого обещания.)
6. Если угроза обеспечивает требуемый результат, ее не нужно приводить в исполнение. В действительности риск возможной ошибки в расчетах или в выполнении действия, составляющего суть угрозы, даже если другой игрок подчинится вашим требованиям, — веское основание воздержаться от использования более серьезных, чем необходимо, угроз. Для того чтобы выразить эту мысль в более резкой форме, Соединенные Штаты могли бы пригрозить выйти из оборонительного союза с Японией, если она откажется покупать американский рис и полупроводники, но эта

угроза слишком «большая» и опасная, чтобы США вообще когда-либо воплотили ее в жизнь, поэтому она недостоверна. Если единственная возможная угроза кажется «слишком большой», игрок может уменьшить ее размер, поставив ее реализацию в зависимость от обстоятельств. Вместо того чтобы говорить Японии: «Если вы не откроете рынки, мы откажемся защищать вас в будущем», Соединенные Штаты могут сказать: «Если вы не откроете рынки, отношения между нашими странами ухудшатся до той степени, когда Конгресс может отказать вам в помощи, если на вас будет совершено нападение, даже несмотря на наличие соглашения». На самом деле Соединенные Штаты могут намеренно способствовать распространению таких настроений, которые повысят вероятность того, что Конгресс поступит именно так, с тем чтобы японцы острее ощутили возможную опасность. Подобная угроза, создающая риск, но не определенность неблагоприятного исхода, называется балансированием на грани. Это чрезвычайно тонкий и весьма опасный вариант стратегического хода. В главе 14 мы рассмотрим его подробнее.

7. Когда Соединенные Штаты прибегают к угрозе, Япония получает более неблагоприятный исход, чем при ее отсутствии, поэтому она хотела бы предпринять стратегические действия, предотвращающие попытки США использовать угрозу. Например, предположим, что в настоящее время японский рынок закрыт и США пытаются применить такой стратегический ход, как принуждение. Японцы в принципе могут уступить, но на практике пытаться сорвать план другой стороны, ссылаясь на неизбежные задержки в связи с формированием политического консенсуса, чтобы на законодательном уровне закрепить решение об открытии рынка, затем на промедление в связи с подписанием административных нормативных актов, необходимых для обеспечения выполнения соответствующего закона, и т. д. Поскольку Соединенные Штаты не спешат с выполнением своей угрозы, в каждом из этих случаев у них возникает соблазн принять такое промедление. Или Япония может заявить, что ее внутренняя политика не позволяет полностью открыть все рынки, поэтому не согласятся ли Соединенные Штаты на то, чтобы Япония защитила несколько отраслей своей промышленности? Затем Япония постепенно начнет расширять этот список, но предпринятого в какой-то момент небольшого дополнительного шага недостаточно для того, чтобы США развязали торговую войну. Такой способ преодоления принуждающей угрозы посредством мелких шагов, или «ломтик за ломтиком», называется **тактикой салями**.

Б. Пример обещания: игра «ценообразование в ресторанах»

Теперь проиллюстрируем обещание на примере игры «ценообразование в ресторанах» из главы 5. Там эта игра представляла собой дилемму заключенных; здесь мы ее упростим, предположив, что есть только два варианта цен: лучшая цена для обоих игроков 26 долларов и цена в случае равновесия Нэша 20 долларов. Прибыль каждого ресторана в этой версии игры можно вычислить с помощью функций, представленных в разделе 1 главы 5; результаты показаны на рис. 9.6. Без стратегических ходов в игре наблюдается обычное равновесие в доминирующих стратегиях, в которых оба ресторана назначают низкую цену 20 долларов и оба получают более низкую прибыль, чем в случае более высокой цены 26 долларов.

		Yvonne's Bistro	
		20 (низкая цена)	26 (высокая цена)
Xavier's Tapas	20 (низкая цена)	288, 288	360, 216
	26 (высокая цена)	216, 360	324, 324

Рис. 9.6. Таблица выигрышей в игре «ценообразование в ресторанах» (выигрыши выражены в сотнях долларов в месяц)

Если любая из сторон сможет дать достоверное обещание «Я назначу высокую цену, если вы тоже», это позволит достичь кооперативного исхода. Например, если ресторан Xavier's даст такое обещание, то ресторан Yvonne's будет знать, что в случае выбора 26 долларов ресторан Xavier's ответит тем же (и это приведет к получению выигрышей, показанных в нижней правой ячейке таблицы), а выбор 20 долларов повлечет за собой обычные действия ресторана Xavier's (а именно, назначение цены 20 долларов), что даст выигрыши в верхней левой ячейке. Из этих двух вариантов ресторан Yvonne's предпочитает первый, поэтому выбирает высокую цену.

Этот анализ можно выполнить более корректно, построив дерево двухэтапной игры, в которой у ресторана Xavier's есть выбор: давать или не давать обещание на первом этапе. Мы не приводим здесь это дерево игры отчасти потому, чтобы вы глубже поняли процесс, построив его самостоятельно, а отчасти, чтобы показать, что такой подробный анализ становится ненужным, если вы усвоили соответствующие концепции.

Достоверность обещания ресторана Xavier's находится под вопросом. Для того чтобы ответить на действия Yvonne's, ресторан Xavier's должен ходить вторым на втором этапе игры; соответственно, ресторан Yvonne's должен на втором этапе ходить первым. Не забывайте, что первый ход — это необратимое действие, поддающееся наблюдению. Следовательно, если ресторан Yvonne's сделает его и установит высокую цену, он останется уязвимым к обману со стороны ресторана Xavier's, и нет гарантии, что у того не появится искушения отказаться от своего обещания установить высокую цену. Ресторан Xavier's должен каким-то образом убедить ресторан Yvonne's, что он не поддастся такому соблазну.

Как это лучше сделать? Владелец ресторана может доверить решение о цене местному управляющему, дав ему четкие указания назначить высокую цену в ответ на назначение высокой цены рестораном Yvonne's. Владелец Xavier's может предложить представителям Yvonne's проконтролировать выполнение этих инструкций, после чего отправиться в одиночное кругосветное путешествие на яхте, чтобы избежать соблазна отменить свои указания. (Но даже в таком случае у менеджеров ресторана Yvonne's могут остаться сомнения: а вдруг он тайно пронесет на борт телефон или ноутбук.) Такой сценарий равносилен исключению обмана из совокупности вариантов выбора, имеющихся в распоряжении ресторана Xavier's на втором этапе игры.

Кроме того, Xavier's может заслужить репутацию ресторана, который верен своему слову, в деловых кругах и во всем городе. В случае повторяющихся отношений этот факт может сыграть свою роль, поскольку даже один случай нарушения обещания способен привести к полному прекращению сотрудничества. По сути, поддержание постоянных отношений означает разделение игры на более мелкие фрагменты, в каждом из которых преимущества от нарушения обещания слишком незначительны, чтобы оправдать возможные негативные последствия. В такой игре издержки, связанные с разрывом деловых отношений в будущем, меняют выигрыш от обмана*.

Мы уже говорили, что каждая угроза содержит подразумеваемое обещание. Точно так же каждое обещание содержит подразумеваемую угрозу. В данном случае угроза состоит в следующем: «Я назначу низкую цену, если это сделаете вы». Формулировать такую угрозу в явном виде нет необходимости, поскольку ее достоверность подтверждается автоматически: это действие представляет собой наилучший ответ ресторана Xavier's на низкую цену ресторана Yvonne's.

Между угрозой и обещанием есть одно важное различие. Если угроза возымела действие, ее нет необходимости выполнять, а значит, она не влечет за собой никаких издержек для того, кто ее выдвигает. Следовательно, угроза может быть более серьезной, чем требуется для ее эффективности (хотя, как отмечалось выше,

* В главе 10 мы более подробно проанализируем важность повторяющихся или постоянных отношений в попытке обеспечить кооперативный результат в дилемме заключенных.

чрезмерно большая угроза может оказаться слишком опасной, вплоть до потери ее достоверности). С обещанием все несколько иначе. Если обещание успешно меняет действие другого игрока в нужном направлении, игрок, давший его, должен его выполнить, что повлечет за собой определенные издержки. В предыдущем примере они связаны с отказом от искушения прибегнуть к обману и получить максимальный выигрыш; в других ситуациях, когда игрок предлагает другому игроку реальный подарок или стимул, эти издержки могут быть более существенными. В любом случае игрок, дающий обещание, заинтересован обещать не слишком много — ровно столько, сколько понадобится, чтобы сделать обещание эффективным.

B. Пример сочетания угроз и обещаний: совместные действия США и Китая в области политики

Когда мы рассматривали угрозы и обещания по отдельности, точная формулировка угрозы содержала подразумеваемое обещание, достоверность которого подтверждалась автоматически, и наоборот. Однако встречаются ситуации, в которых достоверность обоих аспектов находится под сомнением; в таком случае стратегический ход должен определять оба аспекта в явной форме и обеспечивать их достоверность.

Наш пример сочетания угроз и обещаний, выраженных в явной форме, связан с сотрудничеством нескольких стран в рамках достижения общей цели в контексте опасной ситуации, сложившейся в соседней стране. В частности, он касается обсуждения Соединенными Штатами и Китаем возможности совершения действий, направленных на принуждение Северной Кореи отказаться от планов по созданию ядерного оружия. На рис. 9.7 представлена таблица выигрышей США и Китая в условиях выбора между действием и бездействием.

		Китай	
		Действие	Бездействие
Соединенные Штаты Америки	Действие	3, 3	2, 4
	Бездействие	4, 1	1, 2

Рис. 9.7. Таблица выигрышей в игре «совместные действия США и Китая в области политики»

Каждая страна хотела бы взвалить все бремя разбирательств с Северной Кореей на другую страну; в верхней правой ячейке отображен максимальный выигрыш Китая (4), а в нижней левой ячейке — максимальный выигрыш США (4) в этом случае. Для Соединенных Штатов наихудшая ситуация — отсутствие каких бы то ни было действий, поскольку повышенная угроза ядерной войны была бы для США неприемлемой. Для Китая наихудший исход — когда только он предпринимает действия, поскольку они сопряжены с высокими затратами. Обе страны считают совместное совершение действий вторым лучшим исходом (выигрыш 3). США присваивают выигрыш 2 ситуации, где действуют только они. А Китай присваивает выигрыш 2 ситуации, в которой бездействует.

Без стратегических ходов эта игра во вмешательство разрешима по доминированию. «Бездействие» — доминирующая стратегия Китая, а «действие» — наилучший выбор Соединенных Штатов. Равновесный исход отображен в верхней правой ячейке таблицы, с выигрышами 2 для США и 4 для Китая. Поскольку Китай получает свой наилучший исход, у него нет оснований использовать стратегические ходы. Однако Соединенные Штаты могут побороться за более высокий выигрыш, чем 2.

Какой стратегический ход позволит им повысить свой равновесный выигрыш? Безусловный ход (обязательство) не сработает, потому что Китай ответит стратегией «бездействие» на любой первый ход США. Одна только угроза («Мы не будем предпринимать никаких действий, если этого не сделаете вы») также не поможет повысить выигрыш, так как подразумеваемое обещание («Мы будем действовать, если это сделаете вы») недостоверно: если Китай действительно предпримет необходимые действия, Соединенные Штаты предпочли бы отступить и переложить все на Китай, получив выигрыш 4 вместо 3 в случае выполнения обещания. Обещание само по себе также не возымеет действия, поскольку Китай знает, что Соединенные Штаты вмешаются, если он этого не сделает, обещание американцев «Мы вмешаемся, если вы сделаете это» становится равносильным простому обязательству вмешаться; в таком случае Китай может оставаться в стороне, получив максимальный выигрыш 4.

В этой игре выраженное в явной форме обещание Соединенных Штатов должно содержать подразумеваемую угрозу «Мы будем действовать, если этого не сделаете вы», но она не является автоматически достоверной. Аналогичным образом, выраженная в явной форме угроза США должна включать подразумеваемое обещание «Мы будем действовать, если это сделаете вы», но его достоверность тоже не подтверждается автоматически. Следовательно, Соединенные Штаты должны выразить в явной форме и угрозу, и обещание, то есть выдвинуть угрозу в сочетании с обещанием: «Мы будем действовать только при условии, что вы тоже будете действовать». При этом необходимо обеспечить достоверность обоих утверждений. Как правило, это делается посредством договора, который охватывает все аспекты отношений между странами, а не просто путем заключения отдельных соглашений в каждом конкретном случае.

5. Некоторые дополнительные вопросы

А. Когда стратегические ходы приносят пользу

Мы уже рассмотрели несколько примеров, в которых стратегический ход обеспечивает кому-то из игроков более благоприятный исход по сравнению с оригинальной игрой, в которой такие ходы отсутствуют. А что можно сказать об их целесообразности в целом?

Безусловный ход (обязательство) не всегда выгоден тому, кто его делает. В действительности, если преимущество в игре имеет игрок, делающий второй ход, то было бы ошибкой заранее связывать себя обязательством выполнять тот или иной ход, тем самым фактически становясь тем, кто ходит первым.

Наличие возможности сделать условный ход (в виде угрозы или обещания) не может быть невыгодным для игрока. В худшем случае игрок может связать себя обязательством совершить согласно правилу ответа действие, которое и так было бы оптимальным. Однако если подобные ходы приносят игроку реальную пользу, это происходит из-за выбора им правила ответа, иногда требующего выполнить действие, отличающееся от того, что этот игрок посчитал бы оптимальным впоследствии. Стало быть, всякий раз, когда угрозы и обещания обеспечивают игроку положительный выигрыш, это происходит именно тогда (кто-то мог бы сказать, именно по той причине), когда их достоверность неочевидна и должна обеспечиваться посредством того или иного «инструмента» ее достижения. Мы уже упоминали несколько таких инструментов в предыдущих примерах, а немного ниже проанализируем вопрос достижения достоверности в более общем случае.

А что можно сказать о целесообразности быть принимающей стороной в случае стратегического хода? Никогда не позволяйте другому игроку вам угрожать. При наличии малейшей вероятности угрозы имеет смысл поискать другое предварительное действие, которое бы снизило степень угрозы или ее достоверность. Вскоре мы рассмотрим ряд таких действий. Вместе с тем зачастую желательно позволить другому игроку давать достоверные обещания, как в примере с дилеммой заключенных в контексте игры «ценообразование в ресторанах», в которой обещание позволило достичь кооперативного исхода. Следовательно, у игроков может быть взаимный интерес в том, чтобы один из них (или оба) дал определенные обещания.

Б. Сдерживание и принуждение

Теоретически как угроза, так и обещание могут обеспечить либо сдерживание, либо принуждение. Например, родитель, который хочет, чтобы его ребенок хорошо учился (принуждение), может либо пообещать вознаграждение (новый гоночный велосипед) за успехи в школе, либо пригрозить наказанием (ограничить время пребывания вне дома), если оценки будут низкими. Точно так же родитель, желающий оградить ребенка от плохой компании (сдерживание), может применить либо вознаграждение (обещание), либо наказание (угроза). На практике оба типа стратегических ходов действуют несколько по-иному, и это влияет на окончательное решение о том, какой именно ход использовать. Как правило, сдерживание более эффективно обеспечивается угрозой, а принуждение — обещанием. Причина состоит в особенностях выбора момента для выполнения хода и его инициатора.

Сдерживающая угроза может носить пассивный характер: вам не нужно ничего делать до тех пор, пока другой игрок не предпринимает действий, которые вы пытаетесь предотвратить. Кроме того, такая угроза может носить статический характер, то есть вам не придется вводить никаких временны́х ограничений. Таким образом, вы можете обозначить границы дозволенного, а остальное предоставить другому игроку. Так, родитель, желающий оградить ребенка от плохой компании, может сказать: «Если я когда-либо увижу тебя вместе с X, то ты весь следующий учебный год будешь возвращаться домой не позже семи часов вечера». После этого родителю остается просто ждать и наблюдать. Родитель должен реализовать угрозу только в случае непослушания ребенка. Попытка добиться аналогичного сдерживающего эффекта посредством обещания потребовала бы применения более сложных методов мониторинга и повторяющегося действия: «В конце каждого месяца я буду давать тебе 25 долларов, если увижу, что в этом месяце ты не общался с X».

Принуждение должно предусматривать какой-то конечный срок, иначе оно теряет смысл: другая сторона может нарушить все ваши планы, пытаясь тянуть время или постепенно свести вашу угрозу на нет (тактика салями). Это делает практическую реализацию принуждающей угрозы более трудной, чем принуждающего обещания. Родитель, который хочет, чтобы его ребенок хорошо учился, может просто сказать: «Каждый учебный год, за который ты получишь не ниже средней оценки, я буду дарить тебе диски или игры на сумму 500 долларов». В результате ребенок будет всякий раз стараться продемонстрировать родителю, что он выполнил все условия. Попытка обеспечить аналогичный результат посредством угрозы («За каждый учебный год с оценкой ниже средней я буду забирать у тебя по одной компьютерной игре») потребует от родителя гораздо большей бдительности и активности. Ребенок будет до последнего оттягивать момент предъявления табеля успеваемости или попытается спрятать игры.

Концепции вознаграждения и наказания соотносятся со статус-кво. Если у ребенка есть бессрочное право играть в игры, то лишить его такого права — это наказание; а если ребенку предоставляется временное право играть в игры в зависимости от успехов в школе, то возобновление такого права — это вознаграждение. Следовательно, вы можете превратить угрозу в обещание и наоборот, изменив статус-кво. И использовать такое изменение с выгодой для себя при выполнении стратегического хода. Если хотите добиться принуждения, попытайтесь выбрать статус-кво таким образом, чтобы то, что вы делаете, когда другой игрок действует в соответствии с вашими требованиями, стало вознаграждением, то есть вы используете при этом принуждающее обещание. Вот более драматичный пример: уличный грабитель может превратить угрозу «Если ты не отдашь мне свой кошелек, я достану нож и перережу тебе горло» в обещание «Нож у твоего горла, но как только ты отдашь мне кошелек, я его уберу». Но если вы хотите добиться сдерживания, попытайтесь выбрать статус-кво так, чтобы то, что вы сделаете в ответ на действия другого игрока, не совпадающие с вашими пожеланиями, было наказанием, то есть вы используете при этом сдерживающую угрозу.

6. Обеспечение достоверности

Мы постоянно подчеркивали важность достоверности стратегических ходов и сопровождали каждый пример краткими замечаниями о том, как ее обеспечить в соответствующем контексте. Инструменты достижения достоверности действительно часто зависят от контекста, поэтому их поиск или создание — в значительной мере искусство. Несколько общих принципов помогут вам организовать такой поиск.

Мы выделили два общих подхода к обеспечению достоверности стратегических ходов: 1) ограничить вашу собственную свободу действий в будущем таким образом, чтобы у вас не было иного выбора, кроме выполнения действий, предписываемых вашим стратегическим ходом; 2) изменить ваши собственные выигрыши в будущем таким образом, чтобы выполнение действий, предписываемых стратегическим ходом, было для вас оптимальным. Теперь рассмотрим ряд практических методов реализации каждого из этих подходов.

А. Ограничение свободы действий

I. Автоматическое выполнение. Предположим, вы отказываетесь на первом этапе игры от выбора на втором этапе и перекладываете эту задачу на механическое устройство либо аналогичную процедуру или механизм, который запрограммирован на выполнение обязательства, угрозы или обещания при соответствующих обстоятельствах, а затем демонстрируете другому игроку, что сделали это. В результате он наверняка поверит, что у вас нет возможности изменить свое решение, что обеспечит достоверность вашего стратегического хода. Самый известный пример такого устройства — **машина судного дня**, ядерное взрывное устройство, которое взорвется и загрязнит атмосферу всей планеты, если враг нанесет ядерный удар. (Устройство получило широкую известность в начале 1960-х годов после выхода на экраны художественных фильмов Fail Safe [«Система безопасности»]и Dr. Strangelove [«Доктор Стрейнджлав»].) К счастью, эта машина так и осталась в мире фантастики. Тем не менее в сфере торговой политики широко распространены автоматические процедуры введения ответных пошлин на импорт в случае попыток другой страны субсидировать свой экспорт в вашу страну (речь идет о компенсационных пошлинах).

II. Делегирование. Инструмент выполнения обязательств, угроз или обещаний не обязательно бывает механическим. Вы можете делегировать полномочия по выполнению тех или иных действий другому человеку или организации с требованием придерживаться определенных, заранее установленных правил или процедур. На самом деле именно так работают компенсационные пошлины. Их устанавливают два государственных органа (Министерство торговли и Комиссия по международной торговле), регламент работы которых закреплен общим торговым законодательством страны.

Агент не должен иметь собственных целей, способных помешать достижению цели стратегического хода. Например, если один игрок поручает агенту осуществить наказание в соответствии с выдвинутой угрозой, а агент склонен к насилию, то он может действовать даже тогда, когда для этого нет оснований — иными словами, когда второй игрок выполнил требования первого игрока. Если второй игрок заподозрит это, угроза потеряет эффективность, поскольку превратится в нечто наподобие ситуации «сделаешь — плохо и не сделаешь — плохо».

Инструменты делегирования не дают полной гарантии достоверности. Даже машина судного дня может ее утратить, если другая сторона заподозрит, что вы контролируете кнопку перехода на ручное управление, позволяющую предотвратить риск катастрофы. Кроме того, делегирование полномочий и предписания всегда можно изменить. Например, правительство США не раз аннулировало оговоренные компенсационные пошлины и разрабатывало иные формы соглашений с другими странами, чтобы избежать разорительных торговых войн.

III. Сжигание мостов. Многие захватчики, от Ксенофонта в Древней Греции до Вильгельма Завоевателя в Англии и Кортеса в Мексике, якобы намеренно отрезали своим армиям пути к отступлению, чтобы те сражались гораздо ожесточеннее. Некоторые из них в буквальном смысле слова сжигали за собой мосты, другие сжигали корабли, но с тех пор фраза «сжечь мосты» стала крылатой. Последними военными, применявшими этот метод, были японские пилоты-камикадзе Второй мировой войны, которые заливали в свои самолеты ровно столько топлива, сколько требовалось для того, чтобы долететь до американских военных кораблей и протаранить их. Этот принцип упоминается в самом раннем трактате о войне, в словах, которых приписывают принцу Фу Чай: «Дикие звери, загнанные в угол, отчаянно дерутся. Насколько же это верно в случае людей! Зная, что у них нет выбора, они будут сражаться до конца»*.

Аналогичные инструменты используются и в других играх с высокими ставками. Хотя Европейский валютный союз мог бы сохранить отдельные денежные единицы и просто зафиксировать обменные курсы, тем не менее была введена единая валюта, чтобы сделать процесс необратимым и создать для стран-членов гораздо более серьезный стимул построить успешный союз. (На самом деле именно степень необходимых обязательств удержала некоторые страны, например Великобританию, от вступления в Европейский валютный союз.) Отказ от общей валюты и возврат к национальной валюте полностью не исключаются, но это непомерно дорого. Однако, если внутри союза ситуация существенно ухудшится, одна или более стран все же могут принять решение о выходе. Как и в случае с автоматическими инструментами, сжигание мостов — это не ситуация «все или ничего», а вопрос степени достоверности.

IV. Прекращение коммуникации. Если вы сообщаете другому игроку о своем обязательстве и в то же время отрезаете любые пути к общению с ним, то он не сможет спорить или торговаться с вами, с тем чтобы изменить ваше действие. Опасность прекращения отношений состоит в том, что если оба игрока разорвут их одновременно, то они могут взять на себя взаимоисключающие обязательства, что нанесет обоим большой вред. Кроме того, прекращение коммуникации проблематично и в случае угрозы, поскольку вам необходимо знать о том, выполнил ли другой игрок ваше требование и нужно ли реализовывать угрозу. Помимо всего прочего, в наше время человеку практически невозможно полностью избегать контактов.

Однако если игроки — большие команды или организации, они могут прибегнуть к применению разных вариантов этого инструмента. Возьмем профсоюз, который принимает решения на общих собраниях своих членов. Проведение такого собрания требует серьезной подготовки (связанной с резервированием зала, установлением связи с членами профсоюза и т. д.). Скажем, цель собрания — выдвинуть требование о повышении заработной платы. Если компания не удовлетворит

* Sun Tzu, The Art of War, trans. Samuel B. Griffith (Oxford: Oxford University Press, 1963), p. 110. (*Суньцзы*. Искусство войны. М. : Кладезь, АСТ, 2012.)

его в полном объеме, руководство профсоюза имеет право объявить забастовку, а затем провести еще одно собрание, чтобы рассмотреть встречное предложение. Этот процесс вынуждает руководство компании вести переговоры с профсоюзом в узких временны́х рамках, зная, что профсоюз не будет доступен для общения на протяжении нескольких недель подряд. В данной ситуации мы видим, что прекращение коммуникации на длительный период может обеспечить определенный уровень достоверности, но не абсолютную достоверность. Инструмент, используемый профсоюзами, не делает коммуникацию совершенно невозможной, а лишь создает задержку в несколько недель.

Б. Изменение выигрышей

I. Репутация. Вы можете создать себе **репутацию** человека, который всегда выполняет угрозы и обещания. Она особенно выигрышна в случае повторяющейся игры с одним и тем же человеком. Кроме того, она может оказаться полезной и в разных играх с разными участниками, если каждый из них имел возможность наблюдать за вашими действиями в играх с другими людьми. Приобретению такой репутации способствуют те же обстоятельства, что и при достижении сотрудничества в дилемме заключенных, и по тем же причинам. Чем выше вероятность продолжения отношений и чем сильнее обеспокоенность в отношении будущего по сравнению с настоящим, тем больше вероятность того, что игроки пожертвуют сиюминутными соблазнами ради будущих достижений.

В техническом плане этот инструмент устанавливает связь между различными играми, при наличии которой действия в одной игре меняются под влиянием возможных негативных последствий в другой. Если вы не смогли выполнить свою угрозу или обещание в одной игре, это сказывается на вашей репутации и выигрышах в других играх. Следовательно, анализируя любую из игр, вы должны скорректировать свои выигрыши с учетом подобного негативного воздействия на них в сопряженных играх.

Преимущество репутации в продолжительных отношениях объясняет, почему то, что вас обманет автомеханик, услугами которого вы регулярно пользуетесь, выполнив ненужный, или излишне дорогостоящий, или некачественный ремонт, менее вероятно по сравнению со случайной мастерской, куда вы обратитесь в экстренном случае. Но что выиграет ваш постоянный автомеханик от такой репутации, если конкуренция вынуждает его назначать настолько низкую цену, что он вообще не получает прибыли ни с одного заказа? Честность механика при выполнении ремонта вашего автомобиля имеет свою цену: вы должны быть готовы позволить ему взять с вас немного больше, чем в самой дешевой мастерской, рекламируемой в вашем городе.

Этим же объясняется тот факт, что, находясь вдалеке от дома, вы предпочитаете питаться в известной вам сети ресторанов, вместо того чтобы рисковать и идти в незнакомый местный ресторан. А универмаг, представляющий новую линию товаров, может использовать свою репутацию, приобретенную на основе существующего ассортимента, для гарантии их высокого качества.

В играх, в которых достоверные обещания одной или обеих сторон могут быть взаимовыгодны, игроки могут договориться и даже вместе работать над созданием механизмов завоевания репутации. Однако, если известно, что взаимодействие в определенный момент прекратится, возникает проблема завершающего этапа игры.

В рамках ближневосточного мирного урегулирования, начавшегося в 1993 году с соглашений в Осло, достаточно долго продолжался первый этап, в ходе которого Израиль передал контроль над частью сектора Газа и небольшими изолированными территориями западного берега реки Иордан властям Палестинской автономии, а та, в свою очередь, признала существование Израиля и ослабила антиизраильскую риторику, а также сократила применение силы. Однако по мере приближения завершающего этапа данного процесса взаимная достоверность следующих шагов стала проблематичной и к 1998 году процесс застопорился. В этой ситуации можно было бы задействовать весьма привлекательные внешние вознаграждения; например, Соединенные Штаты или Европа могли бы сделать обеим сторонам предложения об экономической помощи или открыть перспективы расширенной торговли. В 1978 году США уже предложили Египту и Израилю большую помощь, что позволило заключить Кэмп-Дэвидские соглашения. Однако в ситуации, сложившейся впоследствии, такие вознаграждения не были предложены, и в момент написания этой книги перспективы дальнейшего прогресса не внушают оптимизма.

II. Разделение игры на мелкие шаги. Иногда одну игру можно разделить на последовательность более мелких игр, чтобы создать условия для приведения механизма репутации в действие. В сфере жилищного строительства принято оплачивать строительство дома по частям по мере выполнения работ. В мирном процессе на Ближнем Востоке Израиль ни за что бы не согласился завершить передачу западного берега реки Иордан Палестинской автономии за один раз в обмен на одно обещание признать Израиль и прекратить террористические акции. Пошаговое развитие этого процесса позволило поддерживать его хотя бы на протяжении какого-то периода. Но это опять-таки иллюстрирует трудности с сохранением динамики процесса по мере приближения завершающего этапа.

III. Командная работа. Командная работа — еще один способ встроить игру поменьше в более крупную игру в целях повышения достоверности стратегических ходов. Этот метод требует от игроков, входящих в состав группы, контролировать действия друг друга. Если один из игроков не выполнит угрозы или обещания, другие должны применить к нему наказание, в противном случае к ним могут применить аналогичное наказание и т. д. Стало быть, выигрыши игрока в более крупной игре меняются таким образом, чтобы это обеспечивало достоверность соблюдения принципов всей команды.

Во многих университетах действуют кодексы чести, которые выступают в качестве инструментов обеспечения достоверности. Преподаватели не следят за тем, что происходит на экзаменах; студенты сами обязаны сообщать в студенческий комитет о выявленных случаях обмана. Затем студенческий комитет проводит заседание, где принимает решение о виде наказания (вплоть до временного отстранения от учебы на год или даже немедленного исключения), если студента действительно признают виновным. Студенты весьма неохотно ставят своих товарищей в столь опасное положение. Для того чтобы укрепить их решимость сделать это, в кодексы чести включается дополнительное условие, согласно которому отказ сообщить о нарушении — уже само по себе нарушение кодекса. Тем не менее большинство студентов считают эту систему несовершенной. По результатам опроса, проведенного в Принстонском университете, было установлено, что только треть студентов готовы сообщить о замеченном нарушении, особенно если они знакомы с тем, кто это сделал.

IV. Иррациональность. Вашей угрозе может не хватать достоверности по той причине, что другой игрок знает вас как рационального человека, которому слишком дорого обойдется ее реализация. В связи с этим другие игроки считают, что вы не станете выполнять угрозу, если подвергнуть вас такому испытанию. Вы можете решить эту проблему, заявив о свойственной вам иррациональности с тем, чтобы другие игроки поверили в то, что ваши выигрыши отличаются от их первоначальных оценок. Впоследствии, когда достоверность вашей угрозы окажется под вопросом, вы можете превратить свою мнимую иррациональность в стратегическую рациональность. Точно так же на первый взгляд иррациональные мотивы, например не запятнать свою честь или сохранить лицо, могут подтвердить достоверность того, что вы выполните обещание, даже если у вас возникнет соблазн его нарушить.

Другой игрок может распознать такую **рациональную иррациональность**. Тогда, если вы попытаетесь придать угрозе достоверность, заявив о своей иррациональности, он может не поверить вам. Следовательно, вам необходимо создать себе репутацию иррационального человека, например, поступая иррационально в какой-либо сопряженной игре. Кроме того, вы можете использовать одну из стратегий, описанных в главе 8, и предпринять действие, подающее достоверный сигнал о вашей иррациональности с тем, чтобы достичь равновесия, в котором вы сможете избавиться от этой ложной иррациональности.

V. Контракты. Вы можете сделать невыполнение угрозы или обещания весьма дорогостоящим для себя за счет подписания **контракта**, по условиям которого вам при этом придется выплатить достаточно большую сумму. Если такой контракт составлен правильно, то суд или другой уполномоченный орган может потребовать его выполнения, что в связи с изменением выигрышей будет для вас оптимальным и обеспечит достоверность вашей угрозы или обещания.

Что касается обещания, то здесь другой игрок может выступать в качестве противной стороны договора. Он заинтересован в том, чтобы вы выполнили обещание, поэтому заставит вас придерживаться условий контракта. Контракт, направленный на выполнение угрозы, более проблематичен. Другому игроку не нужно, чтобы вы приводили ее в исполнение, поэтому он не станет настаивать на соблюдении условий договора, если не получает более долгосрочных преимуществ в сопряженных играх из-за своей подверженности достоверной угрозе в данной игре. Следовательно, в случае угрозы контракт необходимо заключать с третьей стороной. Однако если вы привлечете третью сторону только ради гарантий выполнения угрозы, она не извлечет никакой выгоды из невыполнения вами оговоренного действия. Таким образом, контракт не защищен от пересмотра условий, которые бы обеспечивали третьей стороне какие-то преимущества. Если другой игрок подвергнет вас испытанию, вы можете сказать третьей стороне: «Послушайте, я не хочу выполнять эту угрозу. Однако перспектива взыскания по условиям контракта вынуждает меня это сделать, и в итоге вы ничего не получите. Я готов заплатить вам реальные деньги в обмен на освобождение от обязательств по контракту». Следовательно, сам контракт не достоверен, а значит, недостоверна и угроза. Третья сторона должна иметь более долгосрочные основания (например, потребность сохранить репутацию) для того, чтобы потребовать от вас соблюдения условий договора в случае, если он защищен от их пересмотра, а значит, достоверен.

Письменные контракты обычно более обязательны к исполнению, чем устные, но даже устные могут представлять собой обязательства. Когда во время президентской кампании 1988 года Джордж Буш сказал: «Читайте по губам: новых налогов не будет», американцы восприняли это обещание как контракт, имеющий обязательную силу, и после того как в 1990 году Буш отказался его выполнять, во время выборов 1992 года народ ему этого не простил.

VI. Балансирование на грани. В ходе анализа игры в торговую политику между США и Японией мы обнаружили, что угроза может быть слишком большой, чтобы быть достоверной. Если более мелкую, но эффективную угрозу нельзя найти естественным способом, размер крупной угрозы можно уменьшить, поставив ее выполнение в зависимость от обстоятельств. Соединенные Штаты не могут прямо заявить Японии: «Если вы не откроете свои рынки для американских товаров, мы не станем защищать вас в случае нападения русских или китайцев». Однако США могут сделать более завуалированное достоверное заявление: «Если вы не откроете свои рынки для американских товаров, отношения между нашими странами ухудшатся, что создаст риск того, что в случае нападения на вас Конгресс не даст разрешения на военное вмешательство США для оказания вам помощи». Как уже говорилось ранее, такое намеренное создание риска обозначается термином «балансирование на грани». Это тонкая труднореализуемая на практике концепция. Балансирование на грани лучше всего понять, понаблюдав за ним в действии; подробный анализ представленного в главе 14 Карибского ракетного кризиса служит именно этой цели.

Мы описали ряд инструментов для обеспечения достоверности стратегических ходов и проанализировали их эффективность. И в заключение хотим обратить особое внимание на один важный общий аспект всего вышесказанного. На практике достоверность — это не ситуация «все или ничего», а вопрос степени. Хотя теория позволяет сделать однозначные выводы (анализ методом обратных рассуждений показывает, сработает угроза или нет), в случае практического применения следует учитывать тот факт, что между этими двумя экстремальными значениями лежит целый диапазон возможностей и вероятностей.

7. Противодействие стратегическим ходам соперника

Когда ваш соперник связывает себя обязательством или выдвигает угрозу, которая ставит вас в невыгодное положение, вы можете сделать встречный стратегический ход до того, как он это действительно осуществит. Для этого можно снизить эффективность будущего стратегического хода соперника, например, исключив его необратимость или нарушив достоверность. В данном разделе мы проанализируем инструменты, позволяющие решить такую задачу. Некоторые из них подобны тем, которые другая сторона может использовать для своих нужд.

А. Иррациональность

Иррациональность может сослужить потенциальному получателю угрозы или обязательства такую же службу, как и другому игроку. Если у вас репутация иррационального человека, который не сдастся перед лицом опасности и готов понести любой ущерб, если соперник осуществит свою угрозу, то он не станет спешить с ее выполнением, поскольку это навредит и ему самому. Все, что уже говорилось в отношении трудностей с убеждением другой стороны в вашей иррациональности, справедливо и в данном случае.

Б. Прекращение коммуникации

Если вы сделаете передачу вам сообщения другим игроком о его обязательстве или угрозе невозможной, то для него такое действие теряет смысл. Томас Шеллинг иллюстрирует эту идею на примере ребенка, который слишком громко плачет, чтобы услышать угрозы одного из родителей*. Таким образом, родителю бессмысленно предпринимать какие бы то ни было стратегические ходы, поскольку коммуникация с ребенком фактически прервана.

В. Открытые пути к отступлению

Если другой стороне выгодно сжечь за собой мосты, чтобы предотвратить отступление, то вы можете извлечь для себя пользу, погасив эти пожары и даже построив новые мосты или дороги, по которым ваш соперник мог бы отступить. Этот метод известен еще с древних времен. Сунь-цзы говорил: «Окружая врага, оставь ему путь к отступлению». Однако цель состоит не в том, чтобы действительно дать противнику уйти, а скорее в том, чтобы «показать ему, что есть путь к спасению и альтернатива смерти. А затем нанести удар»**.

Г. Подрыв мотивации соперника к поддержанию репутации

Предположим, человек, который вам угрожает, говорит следующее: «Послушайте, я не хочу выполнять эту угрозу, но я должен это сделать, чтобы сохранить репутацию в глазах окружающих». Вы можете ответить на это так: «Не в моих интересах обнародовать тот факт, что вы меня не наказали. Я буду хранить молчание, и мы оба избежим исхода, который наносит вред нам обоим, а ваша репутация останется незапятнанной». Аналогичным образом, если вы покупатель и торгуетесь с продавцом, который отказывается снизить цену на том основании, что, сделав это для вас, ему придется делать это и для остальных, вы также можете постараться его заверить, что не собираетесь никому ничего рассказывать. Однако это не всегда срабатывает, поскольку другой игрок может заподозрить, что вы расскажете обо всем нескольким друзьям, те расскажут своим друзьям и т. д.

---

* *Шеллинг Т.* Стратегия конфликта. М. : ИРИСЭН, Социум, 2016.

** Sun Tzu, The Art of War, pp. 109–110 (*Сунь-цзы*. Искусство войны. М. : Кладезь, АСТ, 2012).

Д. Тактика салями

Тактика салями — это инструмент, позволяющий уменьшить размер угрозы соперника так же, как нарезается салями: по одному ломтику за раз. Вы не выполняете пожеланий другого игрока в настолько малой степени (будь то в случае сдерживания или принуждения), что предпринимать в ответ какие-то радикальные действия для него не имеет никакого смысла. Если ваш шаг оказывается эффективным, вы совершаете еще одно небольшое нарушение, затем еще одно и т. д.

Такой подход вам прекрасно знаком с детства. Шеллинг замечательно его описывает:

> Можно не сомневаться, что тактику салями изобрели дети. …Скажите ребенку, чтобы он не заходил в воду, — и он сядет на берегу, опустив в воду босые ступни; он все еще «не в воде». Закройте на это глаза — и ребенок поднимется на ноги; он так и не окунулся в воду в большей мере, чем раньше. Помедлите еще немного — и он начнет продвигаться дальше, почти не погружаясь в воду; поразмышляйте хотя бы минуту, чем это отличается от того, что было раньше, — и он войдет в воду немного глубже, утверждая, что, поскольку он ходит туда и обратно, в целом он в воду не окунается. Вскоре вы уже кричите ребенку, чтобы он не уплывал из вашего поля зрения, пытаясь понять, куда подевалась вся ваша дисциплина.

Тактика салями особенно эффективна в контексте противодействия принуждению, поскольку позволяет выгодно использовать такой аспект, как *время*. Когда ваша мама велит вам убрать в комнате, «не то хуже будет», вы можете отложить выполнение этого задания на час, заявив, что должны закончить домашнее задание, затем еще на полдня — потому что вам нужно на тренировку по футболу, а потом до вечера, поскольку вы не можете пропустить «Симпсонов» по ТВ, и т. д.

Для противодействия такому контрходу, как тактика салями, вы должны разделить угрозу на уровни и разработать шкалу наказаний, соответствующую шкале неподчинения или промедления. Этого также можно достичь путем постепенного повышения риска катастрофы, еще одного примера практического применения балансирования на грани.

Резюме

Действия, предпринимаемые игроками для того, чтобы зафиксировать правила ведения игры в будущем, обозначаются термином «*стратегические ходы*». Чтобы эти ходы стали истинными первыми ходами, они должны быть *наблюдаемыми* и *необратимыми*, а для того чтобы обеспечивали требуемый результат — достоверными. *Обязательство* — это безусловный первый ход, используемый для получения преимущества первого хода, если оно существует. Как правило, такой ход подразумевает выбор стратегии, которая не была бы равновесной в исходной версии игры.

Условные первые ходы, такие как *угрозы*, *обещания* и *правила ответа*, предназначены либо для того, чтобы *сдерживать* действия соперника и сохранить статус-кво, либо чтобы *принудить* его к ним и изменить статус-кво. Угрозы могут причинить вред обоим игрокам, но если они помогают достичь цели, то могут ничего не стоить тому, кто их выдвигает. Угрозы, лишь создающие риск неблагоприятного исхода, относятся к категории *балансирования на грани*. Обещания обходятся дорого тому, кто их дает, и только тогда, когда обеспечивают требуемый результат. Размер угрозы может быть каким угодно, однако чрезмерный размер угроз негативно сказывается на их достоверности. С другой стороны, обещания эффективны только в случае, когда они достаточно серьезны. Если подразумеваемое обещание (или угроза), связанное с угрозой (или обещанием), недостоверно, игроки должны сделать ход, который содержит и угрозу, и обещание, а затем определить, обе ли его составляющие достоверны.

Достоверность должна достигаться при любом стратегическом ходе. Существует ряд общих принципов и конкретных инструментов ее обеспечения. Как правило, они сводятся либо к ограничению свободы выбора игрока в будущем, либо к изменению его выигрышей от будущих действий. К числу таких инструментов можно отнести создание *репутации*, использование командной работы, демонстрацию мнимой иррациональности, сжигание мостов и заключение *контрактов*, хотя многое зависит от контекста. Имеются также аналогичные инструменты, предназначенные для противодействия стратегическим ходам соперников.

Ключевые термины

Балансирование на грани
Действие наблюдаемое
Действие необратимое
Достоверность
Контракт
Машина судного дня
Обещание
Обязательство
Правило ответа
Принуждение
Рациональная иррациональность
Сдерживание
Стратегические ходы
Тактика салями
Угроза

Упражнения с решениями

S1. «Можно было бы утверждать, что размер обещания ограничен, тогда как угроза теоретически может быть сколь угодно большой, если она достоверна (и не содержит ошибок)». Во-первых, кратко объясните, почему это утверждение истинно. Во-вторых, несмотря на его истинность, игроки могут обнаружить, что слишком серьезная угроза без достаточных на то оснований может не пойти им на пользу. Объясните, почему последнее утверждение тоже истинно.

S2. По каждой из представленных ниже таблиц игры ответьте на следующие вопросы:

a) Каким будет равновесие в этой игре в случае, если ни один из игроков не применит стратегические ходы?

b) Может ли один игрок повысить свой выигрыш, использовав стратегический ход (обязательство, угрозу или обещание) или их сочетание? Если да, то какой именно игрок выполнит такой стратегический ход (ходы)?

3.

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	0, 0	2, 1
	Вниз	1, 2	0, 0

4.

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	4, 3	3, 4
	Вниз	2, 1	1, 2

5.

		Колин	
		Налево	Направо
Ровена	Вверх	4, 1	2, 2
	Вниз	3, 3	1, 4

S3. В классическом фильме «Мэри Поппинс» дети четы Бэнкс ведут стратегическую игру с разными нянями. По мнению детей, все няни слишком суровы и подшучивать над ними — это очень весело. То есть, с точки зрения детей, они ведут игру, в которой няня ходит первой, показав себя как строгую или мягкую, а затем дети делают второй ход, выбирая либо хорошее, либо плохое поведение. Няня предпочитает присматривать за хорошими детьми, но по своей природе она сурова, поэтому максимальный выигрыш 4 ей обеспечивает сочетание стратегий «строгость» / «хорошее поведение», а минимальный — «мягкость» / «плохое поведение»; сочетание стратегий «мягкость» / «хорошее поведение» обеспечивает ей выигрыш 3, а «строгость» / «плохое поведение» — выигрыш 2. Дети, естественно, предпочли бы добрую няню и возможность озорничать; они получат самые высокие выигрыши, если няня применит стратегию «мягкость» (выигрыш 4 при выборе стратегии «плохое поведение» и 3 — «хорошее поведение»), и самые низкие, если няня предпочтет стратегию «строгость» (2 при выборе стратегии «плохое поведение» и 1 — «хорошее поведение»).

a) Постройте дерево этой игры и найдите совершенное равновесие подыгры при отсутствии стратегических ходов.
b) В фильме перед прибытием Мэри Поппинс дети пишут собственное объявление в газету о поисках няни, в котором заявляют: «Если вы не будете нас ругать и притеснять, мы не дадим вам повода нас ненавидеть; мы не будем прятать ваши очки, класть лягушек вам в постель или перец в чай». Используйте дерево игры из пункта a, для того чтобы доказать, что это объявление содержит обещание. Каким был бы исход игры, если бы дети его выполнили?
c) В чем состоит подразумеваемая угроза, которая содержится в обещании в пункте b? Подтверждается ли ее достоверность автоматически? Обоснуйте свой ответ.
d) Как дети могут обеспечить достоверность угрозы из пункта b?
e) Обещание из пункта b сдерживающее или принуждающее? Обоснуйте свой ответ, сославшись на статус-кво в этой игре, а именно что произошло бы при отсутствии данного стратегического хода.

S4. Ниже представлена интерпретация борьбы между Соединенными Штатами Америки и Советским Союзом за геополитическое влияние в 1970-х и 1980-х годах*. Каждая сторона располагает двумя возможными стратегиями: «агрессивная политика» и «сдержанная политика». Советский Союз стремится достичь мирового господства, поэтому «агрессивная политика» — его доминирующая стратегия. Соединенные Штаты хотят Советскому Союзу

* Мы благодарны профессору политологии Калифорнийского университета в Лос-Анджелесе Томасу Шварцу за идею для этого упражнения.

в этом помешать, поэтому будут отвечать на агрессию агрессией, а на сдержанность — сдержанностью. Таблица выигрышей в этой игре выглядит так:

		Советский Союз	
		Сдержанная политика	Агрессивная политика
Соединенные Штаты Америки	Сдержанная политика	4, 3	1, 4
	Агрессивная политика	3, 1	2, 2

В случае каждого игрока 4 — это максимальный, а 1 — минимальный выигрыш.

a) Проанализируйте эту игру в ситуации, когда обе страны ходят одновременно. Найдите в ней равновесие Нэша.

b) Далее проанализируйте три разных альтернативных способа ведения игры с последовательным выполнением ходов: 1) Соединенные Штаты ходят первыми, Советский Союз вторым; 2) Советский Союз ходит первым, США вторыми; 3) Советский Союз ходит первым, США вторыми, но у СССР есть дальнейший ход, который может изменить первый ход. Для каждого варианта постройте дерево игры и найдите совершенное равновесие подыгры.

c) Какие ключевые стратегические вопросы (обязательство, достоверность и т. д.) стоят перед двумя странами?

S5. Проанализируйте представленные ниже игры. В каждом случае выполните следующие задания: 1) определите, какой игрок может извлечь выгоду из выполнения стратегического хода; 2) установите характер стратегического хода, подходящего для достижения данной цели; 3) опишите концептуальные и практические трудности, которые могут возникнуть в процессе обеспечения достоверности этого стратегического хода; 4) объясните, преодолимы ли они и если да, то как.

a) Другие страны Европейского валютного союза (Франция, Германия и т. д.) хотели бы, чтобы Великобритания также присоединилась к единой валютной зоне и подчинялась правилам единого центрального банка.

b) Соединенные Штаты хотели бы, чтобы Северная Корея прекратила экспортировать ракеты и ракетные технологии в Иран и чтобы Китай присоединился к работе над достижением этой цели.

c) Профсоюз рабочих автомобильной промышленности США хотел бы, чтобы правительство США ограничило импорт автомобилей.

Упражнения без решений

U1. В одном из эпизодов фильма Manhattan Murder Mystery («Загадочное убийство в Манхэттене») герои Вуди Аллена и Дайан Китон находятся на хоккейном матче в Madison Square Garden. Героиня явно чувствует себя не в своей тарелке, но спутник говорит ей: «Не забывай о нашей сделке. Ты остаешься со мной до окончания матча, а на следующей неделе я иду с тобой в оперу и пробуду там до конца». Позже мы видим, как они выходят из театра Metropolitan Opera на безлюдную площадь Линкольн-центра, тогда как в театре все еще играет музыка. Героиня Китон расстроена: «Как же насчет сделки? Я посмотрела с тобой весь хоккейный матч, а ты обещал до конца оставаться в опере». Герой Аллена отвечает: «Видишь ли, я не могу долго слушать Вагнера. В конце первого акта я уже почувствовал желание захватить Польшу». На основании знаний теории стратегических ходов и обеспечения их достоверности прокомментируйте стратегический выбор, сделанный участниками этой игры.

U2. Рассмотрим игру между одним из родителей и ребенком. Ребенок может вести себя хорошо (Х) или плохо (П); родитель может наказать ребенка (Н) или воздержаться от наказания (В). Ребенок получает от плохого поведения удовольствие, имеющее для него ценность 1, но наказание наносит ему эмоциональную травму, ценность которой –2. Таким образом, если ребенок ведет себя хорошо и его не наказывают, он выигрывает 0, а если плохо и его наказывают, то 1 – 2 = –1 и т. д. Родитель получает выигрыш –2 от плохого поведения ребенка и –1, когда наказывает ребенка.

a) Сформулируйте эту игру как игру с одновременными ходами и найдите равновесие Нэша.

b) Предположим, сначала ребенок выбирает стратегию «хорошее поведение» или «плохое поведение», после чего родитель, исходя из выбора ребенка, применяет стратегию «наказать» или «воздержаться от наказания». Нарисуйте дерево игры и найдите совершенное равновесие подыгры.

c) Теперь допустим, что прежде чем ребенок начнет действовать, родитель берет на себя обязательство совершить определенный ход — например, применяет угрозу «Н, если П» («Если будешь вести себя плохо, я тебя накажу»). Сколько таких стратегий есть у родителя? Составьте таблицу этой игры. Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях.

d) Чем отличаются ваши ответы в пунктах b и c? Объясните причину такого различия.

U3. Профессор Уильям Шаррон из Сент-Луисского университета описал общую стратегическую игру, представленную в труде Фукидида о Пелопоннесской войне, в терминах теории игр*. Афины создали большую империю, в которую вошли города на побережье Эгейского моря, воспользовавшись своей ролью лидера по защите греческих государств от персидских завоевателей. Спарта, опасаясь афинского влияния, замыслила войну против Афин. Но если бы Спарта решила ее не начинать, Афинам пришлось бы решать, сохранять свою власть в империи или отказаться от нее. К тому же Афины опасались, что, получив независимость, города могут присоединиться к Спарте и образовать более мощный союз против Афин, за что Спарта предоставила бы им весьма выгодные условия. Таким образом, в игре есть три игрока — Спарта, Афины и малые города; игроки делают ходы именно в таком порядке. В этой игре существует четыре исхода с выигрышами, представленными в следующей таблице (4 — самый высокий выигрыш):

Исход	Спарта	Афины	Малые города
Война	2	2	2
Афины сохраняют империю	1	4	1
Малые города присоединяются к Спарте	4	1	4
Малые города получают независимость	3	3	3

a) Нарисуйте дерево игры и найдите равновесие обратных рассуждений. Есть ли в этой игре исход, более благоприятный для всех игроков?

b) Какой стратегический ход или ходы могли бы обеспечить более благоприятный исход? Проанализируйте достоверность таких ходов.

U4. Конфигурацию выигрышей в игре из упражнения **S3** можно изменить так, чтобы сказанное в объявлении детей представляло собой угрозу, а не обещание.

a) Нарисуйте новое дерево игры из пункта а упражнения **S3** и запишите выигрыши обоих игроков таким образом, чтобы объявление детей стало *угрозой* в сугубо формальном смысле.

b) Найдите в игре статус-кво, а также определите, будет ли угроза сдерживающей или принуждающей.

---

* William C. Charron, Greeks and Games: Forerunners of Modern Game Theory, Forum for Social Economics, vol. 29, no. 2 (Spring 2000), pp. 1–32.

c) Объясните, почему достоверность этой угрозы не подтверждается автоматически, с учетом вашей структуры выигрышей.
d) Объясните, почему достоверность подразумеваемого обещания подтверждается автоматически.
e) Объясните, почему дети больше всего хотели бы выдвинуть угрозу, и предложите способ, позволяющий сделать ее достоверной.

U5. Ответьте на вопросы, сформулированные в упражнении **S5**, в контексте следующих ситуаций.

a) Студенты вашего университета или колледжа хотят помешать администрации повысить плату за обучение.
b) Большинство участников конфликтов, так же как и другие страны, хотят добиться прочного мира в Афганистане, Ираке, Израиле и Палестине.
c) Почти все страны мира хотят, чтобы Иран закрыл свою ядерную программу.

U6. Составьте краткое описание игры с вашим участием, в которой были сделаны такие стратегические ходы, как обязательство, угроза или обещание; уделите особое внимание важному аспекту этих ходов, а именно достоверности. По возможности проиллюстрируйте игру и объясните, почему она закончилась именно так, а не иначе. Опирались ли игроки на глубокое стратегическое мышление при принятии решений?

10 Дилемма заключенных и повторяющиеся игры

В этой главе мы продолжим изучать широкий класс игр и остановимся на концепции «дилемма заключенных». Пожалуй, это *классический* пример теории стратегии и ее последствий для прогнозирования поведения участников игры, и большинство людей, изучающих теорию игр, с ним знакомы. Даже те, кто не имеет *никаких* знаний в данной области, наверняка наслышан об этой концепции или как минимум о ее существовании. Дилемма заключенных — это игра, в которой у каждого игрока есть доминирующая стратегия, но равновесие, возникающее в результате применения всеми игроками своих доминирующих стратегий, обеспечивает каждому из них худший исход, чем при использовании доминируемых стратегий. Парадоксальность этого равновесия поднимает ряд более сложных вопросов о характере взаимодействия участников игры, ответить на которые можно только посредством тщательного анализа. Цель данной главы — предоставить вам дополнительные инструменты такого анализа.

В разделе 3 главы 4 мы уже сталкивались с дилеммой заключенных. Там же мы обратили внимание на любопытную природу равновесия, которое на самом деле «плохой» исход для игроков. «Заключенные» могут найти другой исход, более предпочтительный равновесному, но у них возникают трудности с выполнением этой задачи. В данной главе мы рассмотрим вероятность достижения такого исхода. Иными словами, проанализируем, могут ли (и каким образом) участники игры «дилемма заключенных» достичь и сохранить взаимовыгодный кооперативный исход, преодолев свою естественную заинтересованность в отказе от сотрудничества ради личной выгоды. Сначала разберем стандартную игру «дилемма заключенных», а затем сформулируем три категории решений. Первый и самый важный метод решения таких игр сводится к повторению стандартной однократной игры. Именно за разработку общей теории повторяющихся игр Роберт Ауманн (вместе с Томасом Шеллингом) в 2005 году получил Нобелевскую премию по экономике. Как обычно, на вводном этапе мы приведем несколько простых примеров этой общей теории, а затем проанализируем еще две категории возможных решений, в основе которых лежат схемы взыскания (или вознаграждения) и роль лидерства.

Глава заканчивается обзором некоторых экспериментальных данных, касающихся дилеммы заключенных, а также описанием примеров реальных дилемм в действии. Как правило, в ходе таких экспериментов игроки участвуют в различных вариантах дилеммы заключенных, при этом демонстрируют порой озадачивающее, а порой более предсказуемое поведение. Эксперименты, проведенные с использованием компьютерного моделирования, дали аналогичные результаты. Примеры реальных дилемм заключенных приведены для того, чтобы вы получили представление о разнообразии ситуаций, в которых они возникают, и увидели, что по крайней мере в одном случае игроки могут отыскать собственное решение такой дилеммы.

1. Исходная игра (обзор)

Прежде чем приступить к анализу методов, позволяющих избежать неблагоприятного исхода в дилемме заключенных, ознакомимся с кратким описанием основ этой игры, вспомнив пример из главы 4 о супругах, которых подозревают в убийстве. Мужа и жену допрашивают отдельно, при этом каждый из них может либо признаться в совершении преступления, либо полностью отрицать свою причастность к нему. Таблица выигрышей, которые они при этом получат, представлена на рис. 4.4 и воспроизведена на рис. 10.1. Выигрыши исчисляются в годах тюремного заключения; следовательно, низкие значения более выгодны обоим игрокам.

		Жена	
		Признать вину (отказ от сотрудничества)	Отрицать вину (сотрудничество)
Муж	Признать вину (отказ от сотрудничества)	10 лет, 10 лет	1 год, 25 лет
	Отрицать вину (сотрудничество)	25 лет, 1 год	3 года, 3 года

Рис. 10.1. Таблица выигрышей в стандартной игре «дилемма заключенных»

В этой игре у обоих игроков есть доминирующая стратегия. Каждому из них выгоднее сознаться независимо от того, что сделает другой. В случае равновесного исхода оба игрока принимают решение признать свою вину и каждый получает

10 лет тюрьмы. Однако если бы оба решили все отрицать, это бы обеспечило им более благоприятный исход — всего по 3 года тюремного заключения.

В любой игре «дилемма заключенных» обязательно есть *стратегия сотрудничества* и *стратегия обмана*, или *стратегия отказа от сотрудничества*. На рис. 10.1 «отрицать вину» — это стратегия сотрудничества; ее использование обоими игроками обеспечивает им самый благоприятный исход. «Признать вину» — стратегия обмана, или отказа от сотрудничества; игроки обычно применяют ее в надежде на получение личной выгоды за счет соперника. Таким образом, участников игры «дилемма заключенных» можно обозначить в соответствии с их выбором стратегии либо как *игроков, которые отказываются от сотрудничества*, либо как *игроков, которые идут на сотрудничество*. Мы будем использовать эту классификацию при анализе возможных решений дилеммы заключенных.

Обратите внимание, что хотя мы говорим о стратегии сотрудничества, дилемма заключенных относится к числу некооперативных игр в том смысле, о котором шла речь в главе 2, а именно — игроки принимают решения и реализуют их отдельно друг от друга. Если бы два игрока могли обсуждать, выбирать и применять свои стратегии (например, если бы они находились в одном помещении и совместно решали, как им лучше поступить), у них не возникло бы проблем с получением исхода, предпочтительного для обоих. По сути, вопросы о том, когда и как может быть решена дилемма заключенных, сводятся к преодолению проблемы достижения кооперативного (предпочтительного для обоих игроков) исхода посредством некооперативных (индивидуальных) действий.

2. Категория решений I: повторение

Наиболее известный и естественный механизм, позволяющий поддерживать сотрудничество в дилемме заключенных, — это **повторяющаяся игра**. Повторяющееся или постоянное взаимодействие между игроками подразумевает наличие особых характеристик игр, которые они ведут друг с другом. В дилемме заключенных это проявляется в опасении каждого игрока по поводу того, что один случай отказа от сотрудничества приведет к его прекращению в будущем. Если ценность будущего сотрудничества достаточно велика и превышает выгоду, получаемую от отказа от него в краткосрочной перспективе, то долгосрочные личные интересы игроков могут автоматически удержать их от обмана без какой-либо необходимости в дополнительных мерах наказания или давления со стороны третьих лиц.

Проанализируем дилемму заключенных в контексте представленной в главе 5 игры в ценообразование в двух ресторанах — Xavier's Tapas и Yvonne's Bistro. Для пущего эффекта мы решили ее упростить, оставив только два варианта цен: наилучшую цену (основанную на сговоре) для обоих ресторанов 26 долларов и цену 20 долларов в случае равновесия Нэша. Выигрыши (прибыль, выраженная в сотнях долларов в месяц; показаны на рис. 10.2) можно вычислить с помощью функций количества (спроса), приведенных в разделе 1.A главы 5. Как и в любой дилемме заключенных, у каждого ресторана есть доминирующая стратегия — обмануть конкурента и назначить меньшую цену 20 долларов, хотя оба ресторана предпочли бы исход, предполагающий сотрудничество и более высокую цену в размере 26 долларов за блюдо.

		Yvonne's Bistro	
		20 (отказ от сотрудничества)	26 (сотрудничество)
Xavier's Tapas	20 (отказ от сотрудничества)	288, 288	360, 216
	26 (сотрудничество)	216, 360	324, 324

Рис. 10.2. Дилемма заключенных в контексте игры в ценообразование (в сотнях долларов в месяц)

Для начала предположим, что два ресторана сотрудничают друг с другом, установив более высокую цену 26 долларов. Если один из них (скажем, Xavier's) отклонится от данной стратегии ценообразования, он увеличит месячную прибыль с 324 до 360 (с 32 400 до 36 000 долларов). Однако это означает обман, поэтому у ресторана Yvonne's (конкурент Xavier's) не будет причин для дальнейшего сотрудничества. Как только договоренности будут нарушены, прибыль Xavier's составит 288 (28 800 долларов) в месяц, а не 324 (32 400 долларов), которые он мог бы иметь, если бы держал слово. Получив за один месяц на 36 (3600 долларов) больше благодаря обману, ресторан Xavier's с этого момента начинает терять по 36 (3600 долларов) ежемесячно, разрушив сотрудничество с конкурентом. Даже если эти рестораны поддерживают отношения всего на протяжении трех месяцев, обман все равно не отвечает интересам Xavier's. Аналогичные аргументы актуальны и для ресторана Yvonne's. Таким образом, если бы они конкурировали друг с другом хотя бы три месяца, по всей вероятности, мы наблюдали бы их согласованные действия и высокие цены, а не обман и низкие цены, что прогнозирует теория в случае однократной игры.

А. Конечное повторение

На самом деле решение данной дилеммы не такое простое, как кажется. Что если взаимодействие между игроками длится ровно три месяца? Тогда стратегически мыслящие владельцы ресторанов захотят проанализировать полную трехмесячную игру и выбрать оптимальную стратегию ценообразования. С помощью анализа методом обратных рассуждений каждый из них определит, какую цену следует назначать в каждом месяце. Начав анализ с третьего месяца, они бы поняли, что на этом этапе нет будущего взаимодействия, требующего рассмотрения. И каждый ресторан пришел бы к выводу, что его доминирующая стратегия — «отказ от сотрудничества». Исходя из этого, в течение второго месяца фактически также отсутствует взаимодействие, требующее анализа, а значит, и здесь в качестве доминирующей выступает стратегия «отказ от сотрудничества». Та же аргументация применима и к первому месяцу. Поскольку оба ресторана выбирают стратегию «отказ от сотрудничества» во втором и третьем месяце, сотрудничество теряет для них ценность и в первый месяц. Иными словами, оба игрока изначально выбирают стратегию «отказ от сотрудничества», а это означает, что дилемма по-прежнему не решена.

Этот результат носит общий характер. Если отношения между участниками игры «дилемма заключенных» длятся фиксированный и известный промежуток времени, равновесие в доминирующих стратегиях «отказ от сотрудничества» должно преобладать на последнем этапе игры. Когда игроки приближаются к ее концу, взаимодействие теряет для них ценность, поэтому они и отказываются от него. Тогда анализ методом обратных рассуждений предсказывает такой отказ на протяжении всего пути игры, вплоть до ее начала. Тем не менее на практике участники конечно повторяющихся игр категории «дилемма заключенных» демонстрируют склонность к сотрудничеству, но мы поговорим об этом более подробно чуть позже.

Б. Бесконечное повторение

Анализ конечно повторяющейся дилеммы заключенных показывает, что даже повторение игры не может гарантировать игрокам решения их дилеммы. Но что произойдет, если взаимодействие между участниками игры не будет иметь заранее оговоренной продолжительности? Что если рестораны планируют конкурировать друг с другом в течение неопределенного времени? Тогда наш анализ должен учитывать этот новый аспект их взаимодействия и мы увидим, что стимулы игроков также изменятся.

В повторяющихся играх любого типа последовательный характер отношений между игроками означает, что они могут выбирать стратегии в зависимости от поведения в предыдущих раундах игры. Такие стратегии известны как **условные стратегии**, а ряд их конкретных примеров часто используется в теории повторяющихся игр. Большинство условных стратегий относятся к категории **триггерных стратегий**. Игрок, применяющий триггерную стратегию, поддерживает сотрудничество до тех пор, пока соперник (соперники) тоже это делает, но любой обман со стороны последнего «запускает» период **наказания** определенной продолжительности, на протяжении которого этот игрок отказывается от сотрудничества в ответ. Две наиболее известные триггерные стратегии — это **стратегия бесповоротного наказания** и **стратегия равноценных ответных действий**. Первая подразумевает взаимодействие с соперником вплоть до его отказа от него; как только соперник хотя бы раз выберет «отказ от сотрудничества», вы наказываете его, применяя стратегию «отказ от сотрудничества» в каждом очередном раунде игры до ее завершения*. Вторая, или стратегия «око за око», — не столь безжалостна и известна (или печально известна) своей способностью решать дилемму заключенных без необходимости применения бессрочного наказания. Стратегия «око за око» сводится к следующему: игрок выбирает сотрудничество в первом раунде игры, а затем в каждом очередном раунде выбирает действия, выбранные соперником в предыдущем раунде. Таким образом, в случае применения стратегии равноценных ответных действий вы взаимодействуете с соперником, если он тоже выбрал сотрудничество в предыдущем раунде игры, и отказываетесь от него (в качестве наказания), если соперник отказался. Вы вернетесь к сотрудничеству после того, как ваш соперник выберет его в предыдущем раунде игры.

Давайте посмотрим, как бы протекала повторяющаяся игра в ценообразование в ресторанах, если бы один из игроков использовал условную стратегию равноценных ответных действий. Мы уже видели, что если ресторан Xavier's Tapas откажется от сотрудничества на протяжении одного месяца, это может увеличить его прибыль на 36 (то есть он получит выигрыш 360 вместо 324). Но если конкурент выберет стратегию «око за око», такой отказ приведет к тому, что в следующем месяце ресторан Yvonne's Bistro накажет Xavier's Tapas в качестве ответной меры. При этом у Xavier's есть два варианта выбора. Первый — отказаться от сотрудничества, назначив цену 20 долларов, и подвергнуться наказанию со стороны ресторана Yvonne's согласно стратегии «око за око»; в этом случае ресторан Xavier's будет терять 36 (то есть его выигрыш составит 288 вместо 324) ежемесячно в обозримом будущем. Такой сценарий развития событий кажется весьма затратным. Но Xavier's Tapas *мог бы* при желании восстановить сотрудничество. Вернувшись к кооперативной цене 26 долларов через месяц, ресторан Xavier's подвергся бы наказанию со стороны ресторана Yvonne's всего в течение одного месяца и понес бы за это время убытки в размере 108

* Отказ от сотрудничества в качестве ответной меры, предпринимаемой в соответствии с требованиями триггерной стратегии, часто обозначают термином «наказание», чтобы отличить от исходного решения отказаться от сотрудничества.

(выигрыш 216 вместо 324, если бы не отказывался от сотрудничества). А на следующий месяц оба ресторана вернулись бы к кооперативной цене, которая приносила бы им ежемесячную прибыль 324. Такой одноразовый отказ от сотрудничества обеспечивает дополнительную прибыль в размере 36, но влечет за собой дополнительный убыток 108 на протяжении периода наказания. Очевидно, что это также весьма затратный вариант для ресторана Xavier's Tapas.

Однако здесь важно понимать, что вследствие отказа от сотрудничества ресторан Xavier's получает дополнительных 36 долларов на протяжении первого месяца, тогда как его убытки переносятся на будущее. Следовательно, относительная важность прибыли и убытков зависит от относительной важности настоящего по отношению к будущему. Поскольку в данном примере выигрыши исчисляются в долларах, можно выполнить объективное сравнение. Как правило, деньги (или прибыль), заработанные сегодня, лучше денег, заработанных завтра, потому что, если они вам какое-то время не понадобятся или у вас не будет желания их тратить, вы можете инвестировать их сейчас и получать на них доход до тех пор, пока они вам не понадобятся. В связи с этим Xavier's Tapas должен определить, стоит ли отказываться от сотрудничества с конкурентом, воспользовавшись общей рентабельностью этой инвестиции (рассчитанной с учетом дохода от прироста капитала и (или) дивидендов и (или) процентов, в зависимости от типа инвестирования). Обозначим данный показатель доходности инвестиций символом r. Таким образом, один инвестированный доллар приносит r долларов в виде процентов и (или) дивидендов и (или) дохода от прироста капитала, или 100 долларов приносят $100r$; поэтому иногда говорят, что норма прибыли составляет $100r$ процентов.

Обратите внимание, что мы можем определить, заинтересован ли ресторан Xavier's в отказе от сотрудничества, благодаря тому, что его выигрыши выражены в денежных единицах, а не в обычных показателях степени важности исходов, как в некоторых играх, представленных в предыдущих главах книги (например, в главах 3–6). Это означает, что значения выигрышей в разных ячейках непосредственно сопоставимы: в данном примере выигрыш 4 (доллара) в два раза лучше выигрыша 2 (доллара), тогда как выигрыш 4 не всегда ровно в два раза лучше выигрыша 2 в любой игре два на два, в которой четыре возможных исхода имеют рейтинг от 1 (самый плохой исход) до 4 (самый лучший исход). Выигрыши участников игры, исчисляемые в единицах, поддающихся количественной оценке, позволяют определить, выбирать ли стратегию отказа от сотрудничества в дилемме заключенных.

I. Стоит ли один раз отказываться от сотрудничества в игре против соперника, выбирающего стратегию равноценных ответных действий? Один из вариантов выбора, имеющихся в распоряжении ресторана Xavier's в повторяющейся игре против конкурента, использующего стратегию «око за око», — всего раз отказаться от кооперативного исхода, а затем вернуться к сотрудничеству. Это принесет ресторану прибыль 36 в первый месяц (при отказе от сотрудничества), но приведет к убыткам 108 во втором. На третий месяц сотрудничество возобновляется. Стоит ли отказываться от него всего на один месяц?

Мы не можем непосредственно сравнить прибыль 36 за первый месяц с убытком 108 за второй, поскольку в расчет необходимо включить дополнительную денежную стоимость времени. Иными словами, нам нужен способ, позволяющий определить, какую стоимость на протяжении первого месяца имеют 108 долларов убытка за второй месяц. Тогда мы сможем сопоставить полученное число с прибылью 36, чтобы решить, стоит ли отказываться от сотрудничества на один месяц. Величина, которую мы ищем, — это **приведенная стоимость** 108, или сумма прибыли, заработанной в текущем месяце (в настоящем), эквивалентная (имеющая такую же стоимость) 108, заработанным в следующем месяце. То есть нам необходимо вычислить, какая сумма, заработанная в текущем месяце, вместе с процентами составила бы 108 в следующем месяце. Мы называем это число приведенной стоимостью 108 (present value, PV).

Учитывая, что общая норма прибыли (за месяц) равна r, получение PV в этом месяце и инвестирование этой суммы до следующего месяца дает $PV + rPV$, где первый член — это основная сумма, возвращаемая инвестору, а второй — доход (в виде процентов, дивидендов или прироста капитала). Если общая сумма 108, тогда значение PV равно текущей стоимости 108. Равенство $PV + rPV = 108$ позволяет вычислить значение PV

$$PV = \frac{108}{1+r}.$$

Теперь при любом значении r мы можем определить точную сумму в долларах, которая, будучи заработанной в текущем месяце, будет иметь стоимость 108 в следующем месяце.

С точки зрения Xavier's Tapas, вопрос о том, компенсирует ли прибыль 36 за текущий месяц убыток 108 в следующем месяце, остается открытым. Ответ зависит от значения PV. Ресторан Xavier's должен сравнить прибыль 36 с приведенной стоимостью убытка 108. Отказаться от сотрудничества с конкурентом один раз (а затем возобновить его) целесообразно только если $36 > 108/(1 + r)$. Это равносильно утверждению о том, что однократный отказ от сотрудничества приносит пользу лишь в случае, если $36(1 + r) > 108$, что позволяет сократить это выражение до $r > 2$. Стало быть, ресторан Xavier's должен выбирать стратегию однократного отказа от сотрудничества в игре против конкурента, применяющего стратегию «око за око», только если общая норма прибыли за месяц больше 200%. Такой исход весьма маловероятен; например, учетная ставка редко превышает 12%. Это означает, что месячная процентная ставка составляет менее 1% (и капитализируется один раз в год, а не ежемесячно), а это существенно меньше вычисленных нами 200%. Таким образом, ресторану Xavier's лучше продолжать сотрудничество с конкурентом, чем пытаться один раз отказаться от него из-за выбора рестораном Yvonne's стратегии «око за око».

II. Стоит ли полностью отказываться от сотрудничества в игре против соперника, выбирающего стратегию равноценных ответных действий? А как насчет того, чтобы отказаться от сотрудничества раз и в дальнейшем продолжать делать это всегда? Этот вариант выбора сперва обеспечит ресторану Xavier's прибыль 36, а затем ежемесячно начнет приносить убыток 36, если конкурент применит стратегию «око за око». Для того чтобы определить, отвечает ли такая стратегия интересам ресторана Xavier's, снова необходимо вычислить приведенную стоимость понесенных убытков. Однако на этот раз они будут понесены за **бесконечный интервал** предстоящих месяцев конкуренции.

Бессрочный отказ ресторана Xavier's от сотрудничества в игре с конкурентом, использующим стратегию «око за око», обеспечивает последовательность выигрышей (прибыли), эквивалентную тому, что получил бы этот ресторан при отказе сотрудничать в игре против конкурента, применившего *триггерную стратегию бесповоротного наказания*. А она требует, чтобы игроки наказывали любой отказ от сотрудничества ответным отказом на протяжении всех будущих периодов. В таком случае ресторану Xavier's не стоит даже пытаться возобновлять взаимодействие после первого отказа, поскольку с этого момента конкурент неизменно будет выбирать отказ от сотрудничества в качестве наказания. Любой отказ от сотрудничества со стороны ресторана Xavier's в этом случае приведет к получению им прибыли 36 за первый месяц и последующей ежемесячной потере 36 — точно такой же исход, как и при бессрочном отказе от сотрудничества в игре против конкурента, использующего стратегию равноценных ответных действий. Следовательно, представленный ниже анализ также позволяет выяснить, целесообразно ли вообще применять стратегию отказа от сотрудничества в игре против соперника, использующего стратегию строгого наказания.

Для того чтобы это определить, необходимо вычислить приведенную стоимость всех убытков 36, понесенных в предстоящие месяцы, суммировать эти значения и сопоставить полученную сумму с прибылью 36 за первый месяц отказа от сотрудничества. Приведенная стоимость убытка 36, понесенного за первый месяц наказания и продолжающегося отказа ресторана Xavier's сотрудничать, равна

$36/(1 + r)$; расчеты идентичны используемым в разделе 2Б.I для вычисления того, что приведенная стоимость 108 равна $108/(1 + r)$. В следующем месяце значение *PV* должно представлять собой такую сумму в долларах за текущий месяц, которая вместе со **сложными процентами** за два месяца составила бы 36 через два месяца. Если *PV* инвестировать сейчас, то через месяц инвестор получит эту основную сумму плюс прибыль *rPV*, то есть в сумме $PV + rPV$, как и ранее. Если оставить эту общую сумму инвестированной на второй месяц, к концу двух месяцев инвестор получит инвестированную сумму в начале второго месяца $(PV + rPV)$ плюс прибыль на эту сумму в размере $r(PV + rPV)$. Значение *PV* убытка 36, понесенного через два месяца начиная с текущего момента, должно удовлетворять уравнению $PV + rPV + r(PV + rPV) = 36$. Из этой формулы мы можем вывести значение *PV*: $PV(1 + r)^2 = 36$, или $PV = 36/(1 + r)^2$. По всей вероятности, вы уже увидели закономерность. Значение *PV* убытка 36, понесенного за третий месяц бессрочного отказа от сотрудничества, составляет $36/(1 + r)^3$, а за четвертый — $36/(1 + r)^4$. В действительности значение *PV* убытка 36, понесенного за энный месяц бессрочного отказа от сотрудничества, составляет $36/(1 + r)^n$. Ресторан Xavier's несет бесконечную сумму убытков 36, причем приведенная стоимость каждого такого убытка с каждым месяцем уменьшается.

Точнее говоря, при значениях n от $n = 1$ до $n = \infty$ (где n — месяцы бессрочного отказа от сотрудничества начиная с первого месяца, то есть месяца с номером 0) ресторан Xavier's терпит убытки $36/(1 + r)^n$. В математическом виде это можно записать как сумму бесконечного количества членов*

$$\frac{36}{1+r}+\frac{36}{(1+r)^2}+\frac{36}{(1+r)^3}+\frac{36}{(1+r)^4}+\dots .$$

Поскольку r — это норма прибыли, которая должна быть положительным числом, множитель $1/(1 + r)$ будет меньше 1. Как правило, его называют **коэффициентом дисконтирования** и обозначают греческой буквой δ. Математическое правило вычисления бесконечных сумм при $\delta = 1/(1+r)<1$ гласит, что эта сумма сводится к конкретному значению, в данном случае к $36/r$.

Теперь мы можем определить, решит ли Xavier's Tapas навсегда отказаться от сотрудничества с конкурентом. Ресторан сравнит прибыль 36 с приведенной стоимостью всех убытков 36, то есть $36/r$, и в итоге навсегда откажется от сотрудничества, только если $36 > 36/r$, или $r > 1$. Иными словами, в данной игре отказ от сотрудничества принесет выгоду тогда, когда месячная норма прибыли превысит 100%, что маловероятно. Следовательно, не стоит ожидать от ресторана

* В приложении к данной главе дается подробное описание решения бесконечных сумм.

Xavier's отказа от взаимодействия в игре с сотрудничающим конкурентом, если оба используют стратегию «око за око». (То же самое касается ситуации, в которой оба разыгрывают стратегию бесповоротного наказания.) Когда оба ресторана применяют стратегию «око за око», кооперативный исход, при котором они устанавливают высокую цену, — и есть равновесие Нэша в этой игре. Выбор обоими игроками стратегии равноценных ответных действий создает равновесие Нэша, а значит, использование этой условной стратегии решает дилемму заключенных в игре между ресторанами.

Не забывайте о том, что стратегия равноценных ответных действий — лишь одна из многочисленных триггерных стратегий, применяемых игроками в повторяющихся дилеммах заключенных. И она одна из самых «мягких». Таким образом, если стратегия «око за око» подходит для решения дилеммы заключенных в игре между двумя ресторанами, значит, и другие, более жесткие стратегии, могут выполнить эту задачу. Как уже говорилось, стратегию бесповоротного наказания также можно использовать для поддержания сотрудничества как в этой бесконечно повторяющейся игре, так и в других играх.

B. Игры с неизвестной продолжительностью

В дополнение к анализу игр с конечной и бесконечной продолжительностью хотим предложить более сложный инструмент для решения игр с неизвестной продолжительностью. В некоторых повторяющихся играх участники могут не знать наверняка, сколько именно между ними будет длиться взаимодействие, но иметь определенное представление о *вероятности* того, что игра продлится еще один период. Например, наши рестораны могут считать, что их повторяющееся сотрудничество будет продолжаться только до тех пор, пока клиенты будут отдавать предпочтение комплексным обедам, но если в течение каждого месяца появляется вероятность того, что клиенты начнут выбирать блюда по меню, характер игры изменится.

Напоминаем, что приведенная стоимость убытка за следующий месяц уже равна произведению $\delta = 1/(1 + r)$ на заработанную сумму. Если в дополнение к этому существует только вероятность p (меньше 1) того, что игроки будут сотрудничать и в следующем месяце, то убыток за следующий месяц составит всего лишь произведение p на δ Для ресторана Xavier's Tapas это означает, что *PV* убытка 36, понесенного при условии бессрочного отказа от сотрудничества, равно $36 \times \delta$ [то же, что и $36/(1 + r)$], когда предполагается, что игра точно продолжится, и всего $36 \times p \times \delta$, когда игра продолжится с вероятностью p. Включение в расчеты вероятности того, что игра может закончиться в следующем периоде, означает, что приведенная стоимость убытка 36 меньше (поскольку $p < 1$), чем в случае, когда игра точно будет продолжаться (то есть когда p предположительно равно 1).

Благодаря включению в расчеты вероятности p мы теперь дисконтируем будущие выигрыши на коэффициент $p \times \delta$, а не δ. Мы называем эту величину **фактическим коэффициентом дисконтирования** R, где $1/(1 + R) = p \times \delta$; при этом между R и p и δ существует следующая зависимость*:

$$\frac{1}{1+R} = p\delta,\ 1 = p\delta(1+R),\ R = \frac{1-p\delta}{p\delta}.$$

Если фактическая норма прибыли на инвестиции составляет 5% (r = 0,05, а значит, δ = 1/1,05 = 0,95), а вероятность того, что игра продолжится в следующем месяце, равна 50% (p = 0,5), тогда R = [1 – (0,5)(0,95)] / [(0,5)(0,95)] = 1,1, или 110%.

В этих примерах высокая норма прибыли, необходимая для расторжения сотрудничества, покажется более реалистичной, если назвать ее эффективной, а не фактической нормой прибыли. Теперь становится понятно, что бессрочный или даже однократный отказ от сотрудничества действительно может принести игроку выгоду при наличии достаточно большой вероятности того, что игра закончится в ближайшем будущем. Рассмотрим в качестве примера решение ресторана Xavier's по поводу того, стоит ли навсегда отказываться от сотрудничества с конкурентом, использующим стратегию «око за око». Предыдущие расчеты показали, что бессрочный отказ от сотрудничества выгоден только тогда, когда r больше 1, или 100%. Если фактическая норма прибыли ресторана Xavier's составит 5%, а вероятность того, что игра продолжится в следующем месяце, равна 50%, как мы предположили выше, то норма прибыли в размере 110% превышает критическое значение, необходимое для продолжения отказа от сотрудничества. Таким образом, кооперативное поведение, поддерживаемое стратегией «око за око», может оказаться под вопросом, если имеется довольно большая вероятность того, что повторяющаяся игра может закончиться к концу следующего раунда, а именно к моменту получения достаточно малого значения p.

Г. Общая теория

Мы можем без труда обобщить идеи в отношении целесообразности отказа от сотрудничества с соперниками, использующими стратегию «око за око», с тем чтобы вы могли применять их в любой дилемме заключенных. Для этого мы используем таблицу (рис. 10.3) с общими выигрышами (выраженными в надлежащих единицах), которые соответствуют стандартной структуре выигрышей в дилемме заключенных. Эти выигрыши должны удовлетворять условию В > К > О > Н, где К — *кооперативный* исход; О — *отказ* обоих игроков от сотрудничества; В — *высокий*

* Мы могли бы также выразить R через r и p; в таком случае $R = (1 + r)/p - 1$.

выигрыш, получаемый игроком, отказавшимся от сотрудничества, в случае если другой игрок продолжает сотрудничать; и Н — *низкий* выигрыш, получаемый проигравшим (игрок, продолжающий сотрудничать) в той же ситуации.

		Столбец	
		Отказ от сотрудничества	Сотрудничество
Строка	Отказ от сотрудничества	О, О	В, Н
	Сотрудничество	Н, В	К, К

Рис. 10.3. Общая версия дилеммы заключенных

В этой общей версии дилеммы заключенных разовая прибыль игрока, полученная за счет отказа от сотрудничества, составляет (В – К). Убыток за один период, понесенный в связи с наказанием, когда вы возобновляете сотрудничество, равен (К – Н), а убыток за каждый очередной период в случае бессрочного отказа от сотрудничества составляет (К – О). Для того чтобы максимально обобщить расчеты, примем во внимание ситуации, в которых существует вероятность $p < 1$ того, что игра продолжится и после окончания следующего периода; таким образом мы дисконтируем выигрыши с помощью фактической нормы прибыли R за каждый период. Если $p = 1$ (как в случае гарантированного продолжения игры), то $R = r$, простая процентная ставка, используемая нами в предыдущих вычислениях. Заменив r на R, мы увидим, что полученные ранее результаты обобщаются буквально сразу же.

Мы уже пришли к выводу, что игрок отказывается от сотрудничества ровно один раз в игре против соперника, использующего стратегию равноценных ответных действий, если разовая прибыль (В – К), полученная в результате, превышает приведенную стоимость убытка за один период, понесенного в связи с наказанием (приведенная стоимость К – Н). В общей игре это означает, что игрок один раз отказывается от сотрудничества с соперником, применяющим стратегию равноценных ответных действий, только когда (В – К) > (К – Н) / (1 + R), или (1 + R)(В – К) > К – Н, или

$$R > \frac{\text{К} - \text{Н}}{\text{В} - \text{К}} - 1.$$

Аналогичным образом мы выявили, что игрок навсегда отказывается от сотрудничества с соперником, использующим стратегию «око за око», только если полученная в результате разовая прибыль превышает приведенную стоимость бесконечной суммы убытков за отдельные периоды, понесенных в связи с бессрочным отказом от сотрудничества (где убыток за период составляет К – О). В общей версии игры игрок навсегда отказывается от сотрудничества с соперником, использующим стратегию «око за око» или стратегию бесповоротного наказания, только если (В – К) > (К – О) / R или

$$R > \frac{\text{К} - \text{О}}{\text{В} - \text{К}}.$$

Как следует из этих двух формул, существует три важных аспекта принятия игроком решения об отказе от сотрудничества: непосредственная прибыль от такого отказа (В – К); будущие убытки, понесенные в связи с наказанием (К – Н или К – О за период наказания), и значение фактической нормы прибыли (R, которая отражает важность настоящего по сравнению с будущим). При каких условиях по этим трем значениям игроки заинтересованы в отказе от сотрудничества?

Во-первых, предположим, что значения прибыли и убытков, связанных с отказом от сотрудничества, фиксированы. От изменения значения R зависит, откажется ли игрок от сотрудничества, причем чем больше значение R, тем выше вероятность отказа. Большие значения R связаны с малыми значениями p и δ (а также более высокими значениями r), поэтому вероятность отказа сотрудничать повышается при наличии незначительной перспективы продолжения или низкого коэффициента дисконтирования (или высокой процентной ставки). Об этом можно еще сказать так: отказ от сотрудничества более вероятен, когда настоящее важнее будущего или когда будущего не так много, чтобы его можно было принимать в расчет. Иными словами, отказ от сотрудничества более вероятен, если игроки нетерпеливы или считают, что игра быстро закончится.

Во-вторых, проанализируем ситуацию, когда фактическая норма прибыли будет фиксированной, как в случае прибыли за один период, полученной за счет отказа от сотрудничества. В такой ситуации целесообразность отказа от сотрудничества зависит от изменения величины убытков за каждый период, понесенных в связи с наказанием. Здесь именно меньшие значения К–Н или К–Н стимулируют отказ от сотрудничества, то есть он более вероятен, когда наказание не слишком суровое*.

И наконец, допустим, что фактическая норма прибыли и убытки за каждый период, понесенные в связи с наказанием, — постоянные величины. Теперь игроки, скорее всего, откажутся от сотрудничества при высоком значении прибыли В – К.

* Издержки, связанные с отказом от сотрудничества, могут быть меньше в случае несовершенной передачи информации (как в играх с большим количеством участников), поэтому могут возникнуть трудности с идентификацией игрока, отказавшегося сотрудничать, а также с координацией схемы наказания. Аналогичным образом прибыль, полученная в связи с отказом от сотрудничества, может быть больше, если соперники не могут сразу обнаружить отказ от сотрудничества.

Эта ситуация более вероятна, когда отказ от сотрудничества обеспечивает игроку явные преимущества в ближайшем будущем.

Данный анализ также подчеркивает важность обнаружения случаев прекращения взаимодействия. Принятие решений о его продолжении зависит от того, как долго такой отказ не будет обнаружен, насколько точно он будет выявлен и сколько может длиться наказание, прежде чем будет предпринята попытка возобновить сотрудничество. Наша модель не учитывает всех этих факторов в явной форме, но позволяет сделать следующий вывод: если отказ от сотрудничества поддается быстрому и точному обнаружению, его преимущества не будут иметь долгосрочного эффекта, но впоследствии придется понести определенные издержки. Таким образом, эффективность любой триггерной стратегии в решении повторяющейся дилеммы заключенных зависит от того, насколько филигранно (как в плане оперативности, так и точности) игроки смогут обнаружить отказ от сотрудничества. Это одна из причин, почему стратегию равноценных ответных действий часто считают опасной: малейшая ошибка в выполнении действий или в их восприятии способна повлечь за собой бесконечный цикл наказания, вырваться из которого не удастся до тех пор, пока не будет совершена хотя бы малейшая ошибка противоположного типа.

Вы можете использовать все эти идеи для того, чтобы определить, когда ожидать более тесного сотрудничества между соперниками, а когда отказа от него, а то и более жестких действий. Например, в плохие времена, когда целая отрасль оказывается на грани краха и компании чувствуют, что у них нет будущего, конкурентная борьба может существенно ожесточиться (реже может наблюдаться кооперативное поведение). Даже когда временно наступает хороший период, но никто не рассчитывает на его длительность, компании могут воспользоваться этим, чтобы заработать быструю прибыль, поэтому кооперативное поведение может снова игнорироваться. Точно так же в отрасли, сформировавшейся под влиянием моды, крах которой неминуем, когда мода изменится, проявляется меньше склонности к сотрудничеству. Так, конкретный морской курорт может стать любимым местом отдыха туристов, но все местные отели должны знать, что такая ситуация вряд ли продлится вечно, поэтому они не могут себе позволить сговор по поводу ценообразования. С другой стороны, когда меняется мода на продукты, выпускаемые неизменной группой компаний, поддерживающих долгосрочные отношения, партнерство сохраняется. Например, даже если всех детей будут интересовать плюшевые мишки в течение одного года и боты-спасатели из «Трансформеров» в течение следующего года, сговор относительно ценообразования может иметь место только в случае, если одна и та же небольшая группа производителей выпускает оба продукта.

В главе 11 мы более подробно проанализируем дилемму заключенных, возникающую в играх со многими участниками, и исследуем, когда и как игроки могут преодолеть эту дилемму и обеспечить более благоприятный для всех игроков исход.

3. Категория решений II: взыскание и вознаграждение

Хотя повторение — основной инструмент решения дилеммы заключенных, существует еще ряд инструментов, которые можно использовать для достижения этой цели. Один из самых простых способов предотвратить дилемму заключенных в однократной версии игры — наложить на игроков прямое **взыскание** в случае отказа от сотрудничества. Когда в выигрыши вносятся изменения с учетом издержек, понесенных в связи с наложением взыскания, игроки могут обнаружить, что дилемма уже решена*.

Рассмотрим дилемму заключенных в игре с участием мужа и жены, о которой шла речь в разделе 1. Если один игрок применит стратегию «отказ от сотрудничества», исход игры будет таким: 1 год тюрьмы для этого игрока и 25 лет тюрьмы для игрока, выбравшего стратегию «сотрудничество». Однако после окончания столь малого срока заключения игрока, который отказался от сотрудничества, у ворот тюрьмы могут ждать друзья другого игрока. Физический вред, причиненный ему этими друзьями, может быть эквивалентен дополнительным 20 годам лишения свободы. Если это действительно так и игроки учитывают вероятность подобного сценария, то структура выигрышей в исходной игре изменится.

Новая игра, в которой выигрыши рассчитаны с учетом физической расправы, представлена на рис. 10.4. Когда к приговору каждого игрока прибавляются еще 20 лет тюремного заключения, если один игрок сознаётся, а другой все отрицает, игра выглядит совсем по-другому.

		Жена	
		Признать вину	Отрицать вину
Муж	Признать вину	10 лет, 10 лет	21 год, 25 лет
	Отрицать вину	25 лет, 21 год	3 года, 3 года

Рис. 10.4. Дилемма заключенных с наложением взыскания в случае, если один игрок выберет стратегию «отказ от сотрудничества»

* Обратите внимание, что в этом случае мы получаем тот же результат, что и в повторяющейся игре, которую анализировали в разделе 2.

Поиск доминирующих стратегий на рисунке показывает, что их нет. Дальнейшее сравнение ячеек позволяет определить, что в игре появились два равновесия Нэша в чистых стратегиях. Одно — исход «признать вину» / «признать вину», другое — исход «отрицать вину» / «отрицать вину». Теперь каждый игрок понимает, что он заинтересован в сотрудничестве, если другой игрок тоже будет это делать. Игра изменилась: она перестала быть дилеммой заключенных и превратилась в игру в доверие, рассмотренную в главе 4. Решение новой игры требует выбора одного из двух существующих равновесий. Очевидно, что одно из них (кооперативный исход) лучше другого с точки зрения обоих игроков. Следовательно, если в игре достижима определенная сходимость ожиданий, это равновесие можно использовать в качестве фокальной точки.

Обратите внимание, что в этом сценарии взыскание налагается на игрока, отказавшегося сотрудничать, только тогда, когда его соперник не отказывается это делать. Однако в дилемме заключенных можно использовать более строгое взыскание, например взыскание за *любое* признание. Как правило, такие дисциплинарные меры должна принимать третья сторона, имеющая определенную власть над двумя игроками, а не друзья другого игрока, поскольку у них не будет полномочий наказывать первого игрока, если второй также откажется сотрудничать. Если оба заключенных — члены той или иной организации (например, банды или мафиозной группировки) и в ней действует правило, согласно которому ее члены ни при каких обстоятельствах не должны ни в чем сознаваться полиции, иначе их ждет жестокая физическая расправа, то игра снова меняется и превращается в игру, представленную на рис. 10.5.

		Жена	
		Признать вину	Отрицать вину
Муж	Признать вину	30 лет, 30 лет	21 год, 25 лет
	Отрицать вину	25 лет, 21 год	3 года, 3 года

Рис. 10.5. Дилемма заключенных с наложением взыскания в случае любого отказа от сотрудничества

Теперь выигрыш, эквивалентный дополнительным 20 годам тюремного заключения, прибавляется ко всем выигрышам, связанным со стратегией «признать вину» (сравните рис. 10.5 и 10.1). В новой игре, как и в исходной, у каждого игрока есть доминирующая стратегия. Но разница в том, что изменение выигрышей делает стратегию «отрицать вину» доминирующей для каждого игрока. А исход «отрицать вину»/«отрицать вину» становится единственным равновесием Нэша в чистых стратегиях. Более строгая схема наложения взыскания, выполнение которой обеспечивает третья сторона, делает отказ от сотрудничества настолько невыгодным для игроков, что кооперативный исход становится в этой игре новым равновесием.

В более крупных играх категории «дилемма заключенных» возникают трудности с применением взысканий. В частности, схемы их наложения сложнее поддерживать, если в игре участвует много игроков и присутствует некоторая неопределенность. В таких играх труднее установить, действительно ли мы имеем дело с отказом от сотрудничества или это просто невезение или ошибочный ход. Кроме того, если кто-то из игроков на самом деле отказался сотрудничать, зачастую его бывает трудно вычислить среди других игроков. А в однократной игре отсутствует возможность в будущем скорректировать взыскание, если оно оказалось слишком строгим, или наложить взыскание, когда игрок, отказавшийся сотрудничать, все же был выявлен. Таким образом, в крупных однократных играх взыскание может быть менее эффективным, чем в игре с двум участниками, которую мы здесь анализируем. В главе 11 мы более подробно рассмотрим различные примеры дилеммы заключенных с большим количеством игроков.

Еще одна интересная возможность возникает в случае, когда решенная с помощью схемы наложения взыскания дилемма заключенных рассматривается в контексте более крупного сообщества, в котором проходит эта игра. Может сложиться ситуация, когда равновесный исход дилеммы заключенных неблагоприятен для ее участников, но приносит пользу обществу в целом или его определенной группе. Поэтому не исключено социальное или политическое давление, направленное на минимизацию шансов игроков преодолеть дилемму. Если в качестве решения дилеммы заключенных выступает взыскание, налагаемое третьей стороной (как в случае мафии, требующей молчать при любых обстоятельствах), общество может разработать свою стратегию снижения его эффективности. Федеральная программа защиты свидетелей — один из примеров системы, созданной именно с этой целью. Правительство США устраняет угрозу расправы в обмен на признания и свидетельские показания в суде.

Аналогичные ситуации встречаются и в других примерах дилеммы заключенных, как, скажем, в игре в ценообразование между двумя ресторанами. Равновесие в ней подразумевало, что оба ресторана назначат низкую цену 20 долларов, хотя они получили бы более высокую прибыль, установив высокую цену 26 долларов. Хотя рестораны хотели бы предотвратить этот «неблагоприятный» исход (а мы уже видели, что использование триггерных стратегий позволяет им это сделать), низкие цены, которые обеспечивает равновесие Нэша в однократной игре, больше радуют их клиентов. Более того, клиенты заинтересованы снизить действенность любого механизма принуждения или процесса решения дилеммы, который могут использовать рестораны. Например, поскольку иногда компании, столкнувшиеся с дилеммой заключенных в контексте игры в ценообразование, пытаются решить ее посредством кампаний «не ищите дешевле» или «гарантия лучшей цены», клиенты могут потребовать принять законы, запрещающие применение подобных методов. Мы проанализируем последствия таких стратегий компенсации разницы в цене в разделе 6.Б.

Дилемму заключенных можно решить не только путем наказания игроков, отказавшихся от сотрудничества, но и посредством вознаграждения игроков, которые его предпочли. Поскольку такое решение трудно реализуемо на практике, мы лишь кратко остановится на нем.

Самый важный вопрос — кто должен выплачивать вознаграждение. Если третья сторона (один человек или группа), то ее заинтересованность в сотрудничестве между игроками должна быть достаточной, чтобы оправдать целесообразность такой выплаты. Один из редких примеров подобной ситуации — посредничество США при заключении Кэмп-Дэвидских соглашений между Израилем и Египтом, когда Штаты пообещали обеим странам солидную помощь.

Если выплачивать друг другу вознаграждение должны сами игроки, то его необходимо сделать условным (выплачивается только в случае сотрудничества другого игрока) и достоверным (гарантированно выплачивается в случае сотрудничества другого игрока). Для удовлетворения этим критериям следует заключить особое соглашение. Например, игрок, дающий обещание, должен заранее внести определенную сумму на счет условного депонирования, принадлежащий порядочному и нейтральному третьему лицу, которое передаст ее другому игроку, если тот выберет сотрудничество, или вернет первому игроку, если второй откажется взаимодействовать. В упражнениях в конце главы показано, как действуют такие договоренности.

4. Категория решений III: лидерство

Третий метод решения дилеммы заключенных относится к ситуациям, в которых один игрок берет на себя роль лидера во взаимодействии. В большинстве примеров дилеммы заключенных эта игра считается симметричной. Иными словами, все игроки теряют или получают одну и ту же сумму при отказе от сотрудничества и при согласии сотрудничать. Однако в реальных стратегических ситуациях один игрок может быть относительно «крупным» (лидером), а другой — «мелким». Если размер выигрышей неравноценен, отказ от сотрудничества способен нанести более крупному игроку такой вред, что он может пойти на сотрудничество, даже зная, что другой игрок может отказаться от него. Например, Саудовская Аравия много лет играла в ОПЕК (Организации стран — экспортеров нефти) роль «стабилизирующего производителя»: для поддержания высокой цены на нефть она сокращала ее добычу, в то время как один из более мелких производителей (таких как Ливия) увеличивал.

Как в примере с ОПЕК, **лидерство** чаще наблюдается в играх между странами, чем между компаниями или отдельными людьми. Именно поэтому в качестве примера игры, в которой лидерство можно использовать для решения дилеммы заключенных, мы выбрали игру между странами. Представьте, что населению двух стран, Дорминики и Софории, угрожает болезнь под названием SANE (Sudden Acute Narcoleptic Episodes — «внезапные резкие приступы нарколепсии»). Заболевание поражает одного человека из 2000, или 0,05% от общей численности населения, и приводит к тому, что жертва впадает в состояние глубокого сна на целый год*. У болезни нет осложнений, но издержки, связанные с выпадением работника из экономической жизни страны на год, составляют 32 000 долларов. В каждой стране по 100 миллионов трудоспособного населения, поэтому ожидаемое количество случаев заболевания в каждой составляет 50 000 (0,0005 × 100 000 000), а ожидаемые издержки в связи с распространением болезни равны 1,6 миллиарда долларов (50 000 × 32 000). Общий ожидаемый уровень издержек в связи с болезнью во всем мире (то есть в Дорминике и Софории) составляет при этом 3,2 миллиарда долларов.

Ученые убеждены, что интенсивная программа исследований стоимостью 2 миллиарда долларов позволит найти стопроцентно эффективную вакцину. Сравнение стоимости этой исследовательской программы с уровнем издержек в связи с распространением болезни во всем мире показывает, что, с точки зрения населения в целом, программу следует реализовать. Однако правительство каждой страны должно рассмотреть вопрос о том, стоит ли ему в одиночку финансировать всю исследовательскую программу. Правительства двух стран принимают решения независимо друг от друга, но от этих решений зависит исход игры для обеих стран. В частности, если правительство одной страны берется финансировать весь проект, население другой страны сможет получить доступ к информации и найдет вакцину без всяких затрат. Тем не менее выигрыш каждого правительства зависит только от издержек, понесенных населением его страны.

Матрица этой некооперативной игры представлена на рис. 10.6. Каждая страна выбирает из двух стратегий: «провести исследования» и «не проводить исследований»; выигрыши отображают выраженные в миллиардах долларов издержки двух стран в случае различных комбинаций стратегий. Несложно определить, что

* Вспомните о таких персонажах, как Рип Ван Винкль или герой Вуди Аллена из фильма «Спящий», только в данном случае продолжительность сна гораздо меньше.

эта игра представляет собой дилемму заключенных и что «не проводить исследования» — доминирующая стратегия каждой страны.

		Софория	
		Провести исследования	Не проводить исследований
Дорминика	Провести исследования	−2, −2	−2, 0
	Не проводить исследований	0, −2	−1,6, −1,6

Рис. 10.6. Выигрыши в игре «исследования по преодолению болезни SANE» между двумя странами с одинаковой численностью трудоспособного населения (выигрыши выражены в миллиардах долларов)

А теперь предположим, что в этих странах неодинаковая численность трудоспособного населения — 150 миллионов в Дорминике и 50 миллионов в Софории. В таком случае, если ни одно правительство не станет финансировать исследования, издержки Дорминики в связи с распространением SANE составят 2,4 миллиарда долларов (0,0005 × 150 000 000 × 32 000), а Софории — 0,8 миллиарда долларов (0,0005 × 50 000 000 × 32 000). Измененная матрица игры представлена на рис. 10.7.

		Софория	
		Провести исследования	Не проводить исследований
Дорминика	Провести исследования	−2, −2	−2, 0
	Не проводить исследований	0, −2	−2,4, −0,8

Рис. 10.7. Выигрыши в игре «исследования по преодолению болезни SANE» между двумя странами с неодинаковой численностью трудоспособного населения (выигрыши выражены в миллиардах долларов)

В этой версии игры «не проводить исследований» по-прежнему доминирующая стратегия Софории. Однако теперь наилучший ответ Дорминики — «провести исследования». Что привело ее к изменению выбора стратегии? Очевидно, что ответ кроется в неравномерном распределении населения в измененной версии игры. Теперь на долю Дорминики может выпасть настолько большая часть общих издержек в связи с распространением болезни, что страна посчитает целесообразным самостоятельно провести необходимые исследования, причем даже в случае, если ей известно, что Софория намерена сыграть роль «безбилетника» и воспользоваться их результатами.

Игра в исследования, представленная на рис. 10.7, — уже не дилемма заключенных. Здесь мы видим, что дилемма в каком-то смысле уже «решена» асимметричностью масштаба игроков. Более крупная страна предпочитает взять на себя роль лидера и принести пользу всему миру.

Ситуации с лидерством, в которых при иных обстоятельствах могла бы присутствовать дилемма заключенных, часто встречаются в международной дипломатии. Зачастую роль лидера естественным образом достается самым крупным или самым авторитетным игрокам (этот феномен известен как «эксплуатация сильных слабыми»)*. Например, долгие годы после Второй мировой войны Соединенные Штаты Америки несли на себе непропорционально большую долю расходов в оборонительных союзах, таких как НАТО, а также продвигали идею свободной международной торговли, тогда как партнеры, в частности Япония и Европа, склонялись к более протекционистской политике. Возможно, в подобных ситуациях было бы разумно предположить, что более крупный или авторитетный игрок может взять на себя роль лидера, поскольку его интересы тесно связаны с интересами всей совокупности игроков; если на крупного игрока приходится значительная часть группы, такое переплетение интересов кажется очевидным и от крупного игрока ожидают более кооперативных действий, чем при других обстоятельствах.

5. Экспериментальные данные

Многие исследователи проводили эксперименты, участники которых соперничали друг с другом в различных вариантах дилеммы заключенных**. Как показывают результаты этих экспериментов, сотрудничество в таких играх возможно и действительно наблюдается, причем даже в повторяющихся играх с известной или

* Mancur Olson, The Logic of Collective Action (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1965), p. 29.

** Существует огромное множество книг и статей о дилемме заключенных. Краткий обзор этих работ представлен здесь: Alvin Roth, The Handbook of Experimental Economics (Princeton: Princeton University Press, 1995), pp. 26–28. Ссылки на другие источники можно найти в журналах по психологии и экономике. Описание некоторых примеров, анализируемых в данной книге, можно найти здесь: Kenneth Terhune, Motives, Situation, and Interpersonal Conflict Within Prisoners' Dilemmas, Journal of Personality and Social Psychology Monograph Supplement, vol. 8, no. 30 (1968), pp. 1–24; R. Selten and R. Stoecker, End Behavior in Sequences of Finite Prisoners' Dilemma Supergames, Journal of Economic Behavior and Organization, vol. 7 (1986), pp. 47–70; and Lisa V. Bruttel, Werner Güth, and Ulrich Kamecke, Finitely Repeated Prisoners' Dilemma Experiments Without a Commonly Known End, International Journal of Game Theory, vol. 41 (2012), pp. 23–47. Роберт Аксельрод изложил результаты организованного им компьютерного турнира по разработке лучшей стратегии в бесконечно повторяющейся дилемме заключенных в книге Robert Axelrod, Evolution of Cooperation (New York: Basic Books, 1984).

конечной продолжительностью. Многие игроки начинают игру с сотрудничества и поддерживают его достаточно долго при условии, что соперник отвечает тем же. Отказ от сотрудничества появляется только в нескольких последних раундах игры. Хотя подобное поведение противоречит логике обратных рассуждений, оно может оказаться выигрышным, если придерживаться его в течение приемлемого срока. Пары участников таких игр получают более высокий выигрыш, чем получили бы рационально мыслящие, расчетливые стратеги посредством отказа от сотрудничества с самого начала игры.

Идея о том, что определенный уровень сотрудничества представляет собой рациональное (то есть равновесное) поведение, имеет теоретическое обоснование. Рассмотрим тот факт, что когда игроков спрашивают, почему они выбрали сотрудничество во время первых раундов игры, они обычно говорят нечто вроде: «Я был готов попробовать и посмотреть, насколько другой игрок благожелателен, а когда это оказывалось действительно так, я продолжал сотрудничать до тех пор, пока не приходило время воспользоваться его доброжелательностью». Безусловно, на самом деле другой игрок мог и не быть так дружественно настроен, но он мог размышлять аналогичным образом. Строгий анализ конечно повторяющейся дилеммы заключенных с подобной разновидностью асимметричной информации показывает, что в этом может заключаться еще одно ее решение. Если существует вероятность того, что участникам игры «дилемма заключенных» свойственна благожелательность, а не эгоизм, даже эгоистичному игроку может быть выгодно имитировать дружелюбие. Это позволит ему какое-то время получать более высокие выигрыши за счет сотрудничества, рассчитывая на то, что к концу последовательности раундов игры он воспользуется преимуществами обмана. Более подробный анализ ситуации, в которой только у одного из игроков есть выбор между дружественным и эгоистичным поведением, содержится в онлайн-приложении к данной главе. Решение соответствующей игры с двумя участниками представлено в оригинальной статье*.

Кооперативное поведение в ходе лабораторных экспериментов можно объяснить, и не прибегая к такому типу асимметричности информации. Возможно, игроки не уверены, действительно ли отношения между ними будут разорваны в указанное время. Они могут считать, что их готовность к взаимодействию будет учтена в аналогичных играх против того же или других соперников. Не исключено, что они считают своих соперников наивными и в рамках проверки этой гипотезы готовы понести определенные убытки на протяжении пары раундов игры.

* David Kreps, Paul Milgrom, John Roberts, and Robert Wilson, "Rational Cooperation in a Finitely Repeated Prisoner's Dilemma," Journal of Economic Theory, vol. 27 (1982), pp. 245–52.

В случае успеха этот эксперимент приведет к получению более высоких выигрышей в течение достаточно длительного периода.

В ходе ряда лабораторных экспериментов игроки участвуют в играх, состоящих из нескольких раундов, в каждом из которых выполняется конечное число повторений. Все повторные сеансы одного раунда разыгрываются против одного соперника, а каждый новый раунд — против нового соперника. Таким образом, в каждом раунде у игрока есть возможность наладить сотрудничество с соперником и накопить опыт для разработки стратегии против новых соперников в последующих раундах игры. Подобные ситуации показывают, что сотрудничество в начальных раундах игры длится дольше, чем в заключительных. Этот результат говорит о том, что теоретический вывод о прекращении сотрудничества, построенный на применении анализа методом обратных рассуждений, со временем формируется на основании опыта ведения игры, по мере того как игроки начинают лучше понимать выгоды и издержки своих действий. Еще одно возможное объяснение состоит в том, что игроки просто начинают понимать, что им необходимо первыми отказаться от сотрудничества, поэтому такой момент наступает все раньше по мере увеличения количества сыгранных раундов.

Предположим, вы участвуете в игре, структурированной как дилемма заключенных, и поддерживаете взаимодействие с другим игроком, но приближается известный вам момент его прекращения. Когда вам следует разорвать сотрудничество? Вы не должны делать это слишком рано, когда остается много потенциальных будущих выгод, но и не должны оставлять решение на слишком поздний этап игры, поскольку тогда ваш соперник может вас опередить и поставить перед фактом низкого выигрыша за тот период, когда он сам откажется от сотрудничества. Аналогичные расчеты применимы и в случае, когда вы поддерживаете конечно повторяющееся взаимодействие с неопределенным моментом его прекращения. Ваше решение об отказе от сотрудничества не может быть детерминированным, иначе ваш соперник понял бы это и опередил вас. Если детерминированное решение неосуществимо, то прекращение сотрудничества должно содержать элемент неопределенности (такой как смешанные стратегии) для обоих игроков. Во многих триллерах, сюжет которых основан на шатком сотрудничестве между преступниками или информаторами и полицией, напряженность присутствует именно по причине такой неопределенности.

Примеры прекращения сотрудничества между игроками по мере приближения повторяющейся игры к концу наблюдаются во многих ситуациях как в лабораториях, так и в реальном мире. Велогонки (или состязания в беге) — один из таких примеров. В течение большей части гонки игроки по очереди занимают лидирующую позицию и дают другим спортсменам возможность ехать в зоне пониженного давления. Однако по мере приближения к финишу каждый участник гонок делает стремительный рывок. По этой же причине весной в конце семестра в магазинах университетских городков появляются объявления «чеки не принимаются».

В ходе экспериментов на основе компьютерного моделирования был проанализирован целый диапазон стратегий (от очень простых до очень сложных), используемых игроками друг против друга в дилеммах заключенных с двумя участниками. Самый известный провел Роберт Аксельрод из Мичиганского университета. Он предложил всем желающим написать компьютерные программы, представляющие собой стратегии решения дилеммы заключенных, которая повторяется конечное, но достаточно большое количество раз (а именно 200 раз). Аксельрод получил 14 заявок, после чего организовал групповой турнир, в ходе которого пары программ соревновались друг с другом, в каждом случае выполняя по 200 повторных сеансов игры подряд. Во время турнира подсчитывались очки по всем парам во всех 200 повторных сеансах игры; на основании очков, набранных каждой программой в играх против всех остальных программ, была определена программа, получившая самый высокий результат. Для Аксельрода стало неожиданностью то, что «хорошие» программы показали самые высокие результаты; среди программ, занявших первых восемь мест в рейтинге, не было ни одной, которая бы когда-либо первой отказалась сотрудничать. Победила самая простая стратегия «око за око», представленная канадским специалистом по теории игр Анатолем Рапопортом. Программы, которые стремились к отказу от сотрудничества в любом отдельно взятом сеансе игры, сразу же получали выигрыш, но затем наступал период взаимных отказов и плохих выигрышей. Аксельрод объясняет успех стратегии равноценных ответных действий наличием четырех свойств: прощение, доброжелательность, возмездие и предсказуемость.

По мнению Аксельрода, в повторяющейся дилемме заключенных целесообразно придерживаться четырех простых правил: «Не завидовать. Не отказываться от сотрудничества первым. Отвечать на сотрудничество и отказ от него тем же. Не быть слишком умным»*. Стратегии «око за око» свойственны все четыре характеристики. В ней нет элемента зависти: ей не свойственно постоянное стремление превзойти конкурента, а все, что ей нужно, — это извлечь выгоду для себя. Кроме того, совершенно очевидно, что стратегия «око за око» следует совету не отказываться от сотрудничества первой и делает это только в ответ на действия соперника, всегда отвечая ему тем же. И наконец, для стратегии «око за око» нехарактерна чрезмерная сложность; она проста и понятна для соперника. На самом деле эта стратегия выиграла турнир не потому, что помогла игрокам получить

* Axelrod, Evolution of Cooperation, p. 110.

высокие выигрыши в каждой отдельно взятой игре (состязание не сводилось к принципу «победитель получает все»), а потому, что всегда была близка к этому; она стимулирует сотрудничество и в то же время предотвращает эксплуатацию, тогда как другие стратегии неспособны на это.

После объявления результатов турнира Аксельрод предложил провести второй турнир. Его участникам была предоставлена возможность разработать программы, которые одержат победу над стратегией «око за око». Но в итоге она снова победила! Участвующие в турнире программы не смогли ее превзойти и показывали плохие результаты в противостоянии друг с другом. Аксельрод организовал также турнир иного рода. Вместо группы, в которой каждая программа играла против остальных программ только один раз, он провел игру с участием целой популяции программ, в которой было по несколько копий каждой программы. Программа каждого типа вступала в борьбу с соперником, выбранным из популяции случайным образом. Программы, которые добивались хороших результатов, получали более крупную долю в популяции, а доля программ с плохими результатами в популяции снижалась. Это была игра с элементами эволюции и естественного отбора, которую мы изучим более подробно в главе 12. В ее основе лежит простая идея, но ее результаты крайне интересны. Поначалу «плохие» программы добивались более весомых успехов за счет «хороших». Но по мере того как в популяции появлялось все больше «плохих» программ, они все чаще сталкивались друг с другом, поэтому их результативность начинала падать, а численность сокращаться. И вот тут стратегия «око за око» стала добиваться успеха и в итоге одержала победу.

Тем не менее у стратегии равноценных ответных действий есть свои недостатки. И главный — что она не допускает никаких ошибок при своей реализации. Если существует хотя бы малейший риск того, что игрок планировал сотрудничать, но по ошибке совершил действие, ориентированное на отказ от него, это может повлечь за собой целую серию аналогичных ответных действий, тем самым обрекая две программы «око за око» на плохой исход, а чтобы вырваться из этой последовательности, понадобится еще одна ошибка. Когда Аксельрод организовал третий турнир, в котором предусматривалась вероятность таких случайных ошибок, стратегию «око за око» сумели превзойти еще более благожелательные программы, которые допускали отдельные эпизоды отказа от сотрудничества, чтобы определить, ошибка это или системная попытка их эксплуатировать, и принимали ответные меры, только убедившись, что это не ошибка*.

* Описание и анализ экспериментов Аксельрода с использованием компьютерного моделирования с биологической точки зрения можно найти здесь: Matt Ridley, The Origins of Virtue (New York: Penguin Books, 1997), pp. 61, 75. Описание различий между экспериментами с участием компьютерных программ и экспериментами с участием людей см. здесь: John K. Kagel and Alvin E. Roth, Handbook of Experimental Economics (Princeton: Princeton University Press, 1995), p. 29.

Любопытно, что в ходе турнира, организованного по аналогичной схеме в 2004 и 2005 годах в честь двадцатой годовщины турнира Аксельрода, победила новая стратегия*. На самом деле это была группа стратегий, умеющих распознавать друг друга во время игры с тем, чтобы одна стратегия становилась сговорчивее под угрозой дальнейших отказов другой от сотрудничества. (Авторы сравнили свой подход с ситуацией, в которой заключенным удается обмениваться друг с другом информацией, перестукиваясь через стены камер.) Такой сговор означал, что некоторые стратегии, поданные победившей командой, показали очень плохие результаты, тогда как другие оказались весьма успешными, что стало подтверждением ценности сотрудничества. Разумеется, в турнире Аксельрода не допускалось участие нескольких программ, поэтому такие группы стратегий не соответствовали его правилам. Но участники недавнего турнира утверждают, что при отсутствии способа исключить координацию представленные ими стратегии могли бы одержать победу и в самом первом турнире.

6. Примеры дилеммы заключенных в реальном мире

Игры со структурой дилеммы заключенных присутствуют в неимоверном количестве различных контекстов в реальном мире. Хотя было бы неразумно пытаться вам показать каждый возможный случай возникновения такой дилеммы, все же мы воспользуемся представившимся моментом и детально проанализируем три конкретных примера из разных областей исследований. Один взят из эволюционной биологии, которую мы изучим более подробно в главе 12. Второй в качестве решения дилеммы заключенных описывает стратегию «гарантия лучшей цены». А третий касается международной политики в сфере охраны окружающей среды и способности повторяющегося взаимодействия смягчить дилемму заключенных в этой ситуации.

А. Эволюционная биология

В нашем первом примере мы рассмотрим игру под названием «дилемма шалашников»**. Как правило, самцы-шалашники*** привлекают самок, сооружая затейливые гнездовья — так называемые шалаши. Известно, что самки весьма

---

* См. Wendy M. Grossman, “New Tack Wins Prisoner’s Dilemma,” Wired, October 13, 2004: http://archived.wired.com/culture/lifestyle/news/2004/10/65317 (accessed August 1, 2014).

** Larry Conik, Science Classics: The Bowerbird’s Dilemma, Discover, October 1994.

*** Шалашники (беседковые птицы) — птицы семейства воробьиных. Обитают в Австралии, Новой Гвинее и на прилегающих островах. Для спаривания самцы строят на земле «шалаши» и украшают площадку вокруг них разнообразными цветными предметами. *Прим. ред.*

разборчивы в выборе шалашей, построенных потенциальными партнерами, поэтому самцы часто отправляются на поиск шалашей соперников, чтобы их разрушить. Однако пока они выполняют эту миссию, их шалаш тоже может пострадать от клюва другого самца. Соперничество между самцами-шалашниками и стоящий перед ними выбор (грабить шалаш соперника или охранять свой) — это игра, имеющая структуру дилеммы заключенных. Орнитологи составили таблицу, в которой показаны выигрыши двух птиц с двумя возможными стратегиями — «грабить» или «охранять». В таблице выигрышей на рис. 10.8 комбинация ОО отображает преимущества стратегии «охранять», когда соперник также охраняет свой шалаш, а комбинация ОГ — выигрыш от охраны шалаша в случае, когда соперник — грабитель. Аналогичным образом комбинация ГГ отображает преимущества стратегии «грабить», когда соперник тоже грабитель, а комбинация ГО — выигрыш от ограбления чужого шалаша, когда соперник охраняет свое гнездо. Многолетние научные наблюдения за спариванием птиц позволили установить, что ГО > ГГ > ОО > ОГ. Другими словами, выигрыши в игре между шалашниками имеют в точности ту же структуру, что и в дилемме заключенных. Доминирующая стратегия птиц — «грабить», но когда ее выбирают обе птицы, это приводит к формированию равновесия, которое хуже для обоих, чем если бы оба применили стратегию «охранять».

		Птица 2	
		Грабить	Охранять
Птица 1	Грабить	ГГ, ГГ	ГО, ОГ
	Охранять	ОГ, ГО	ОО, ОО

Рис. 10.8. Дилемма шалашников

В действительности стратегия, используемая любым шалашником, не результат процесса рационального выбора со стороны птицы. В эволюционных играх предполагается, что стратегии генетически запрограммированы в отдельных организмах, а выигрыши отображают репродуктивный успех разных типов. От того, какие равновесия формируются в подобных играх, зависит тип популяции, который могут наблюдать естествоиспытатели, например, это может быть популяция «грабителей», если доминирующая стратегия — «грабить», как на рис. 10.8. Однако, учитывая существование дилеммы, такой равновесный исход не самый лучший. При поиске решения дилеммы шалашников мы можем прибегнуть к повторяющемуся характеру взаимодействия в этой игре. В случае шалашников повторяющаяся игра против одного и того же или других соперников на протяжении нескольких сезонов спаривания может позволить вам, птице, выбрать гибкую стратегию на основе последнего хода соперника. Для решения подобной дилеммы в эволюционных играх могут использоваться (что часто и происходит) условные стратегии, такие как стратегия равноценных ответных действий. В главе 12 мы вернемся к анализу эволюционных игр, их структуры и равновесных исходов.

Б. Гарантия лучшей цены

Теперь вернемся к игре в ценообразование и рассмотрим две компании, ведущие ценовую конкуренцию, используя одинаковые стратегии гарантии лучшей цены. Toys «R» Us и Kmart — национальные сети розничных магазинов, которые регулярно рекламируют цены на брендовые игрушки (и другие товары). Кроме того, обе компании официально объявили, что гарантированно компенсируют покупателям разницу между своей и рекламируемой ценой конкретного товара любого конкурента (модель и артикул товара должны быть идентичными), если покупатель предъявит его печатное рекламное объявление*.

В этом примере будем исходить из того, что у компаний есть только два возможных варианта цен (низкая или высокая), которые они могут установить на определенную игрушку. К тому же мы используем гипотетические показатели прибыли и еще больше упростим анализ, предположив, что Toys «R» Us и Kmart — единственные конкуренты на рынке игрушек в определенном городе (например, в Биллингсе).

Допустим, базовая структура игры между двумя компаниями проиллюстрирована на рис. 10.9. Если обе компании будут рекламировать низкие цены, они поделят имеющийся потребительский спрос между собой и каждая получит 2500 долларов. Если обе будут рекламировать высокие цены, они поделят рынок с более низким объемом продаж, но их надбавки к цене будут достаточно большими для того, чтобы каждая компания могла заработать 3400 долларов. И наконец, если компании будут рекламировать разные цены, то у компании с высокой ценой вообще не будет покупателей и она ничего не заработает, а компания с низкой ценой получит 5000 долларов.

* Печатные объявления о политике гарантии лучшей цены в Toys «R» Us размещены на видных местах во всех магазинах. Обычный телефонный звонок подтвердил, что в Kmart придерживаются такой же политики. Аналогичная политика проводится во многих отраслях, в том числе в сфере кредитных карт, где можно встретить объявления о «гарантии лучшей процентной ставки». См. Aaron S. Edlin, “Do Guaranteed-Low-Price Policies Guarantee High Prices, and Can Antitrust Rise to the Challenge?” Harvard Law Review, vol. 111, no. 2 (December 1997), pp. 529–75.

		Kmart	
		Низкая цена	Высокая цена
Toys «R» Us	Низкая цена	2500, 2500	5000, 0
	Высокая цена	0, 5000	3400, 3400

Рис. 10.9. Установление цен на игрушки в Toys «R» Us и Kmart

Очевидно, что игра, представленная на рис. 10.9, — это дилемма заключенных. Реклама и продажа товаров по низкой цене представляют собой доминирующую стратегию каждой компании, хотя обеим было бы выгоднее рекламировать и продавать игрушки по высокой цене. Но, как уже упоминалось ранее, фактически каждая компания использует третью стратегию — «гарантия лучшей цены», которую они предлагают покупателям. Как ее применение изменит дилемму заключенных, которая в противном случае возникла бы между компаниями?

Проанализируем, какие последствия повлечет за собой возможность выбирать между низкой, высокой и лучшей ценой. Стратегия «лучшая цена» сводится к следующему: компания рекламирует высокую цену, но обещает ее снизить до более низкой, которую предлагает конкурент. В таком случае компании, использующей эту стратегию, выгодно рекламировать высокую цену, если конкурент рекламирует низкую. Это подтверждает структура выигрышей в новой игре, представленной на рис. 10.10. В этой таблице мы видим, что ситуация, в которой одна компания выбирает стратегию «низкая цена», а другая — «высокая цена», эквивалентна выбору низкой цены обеими компаниями. В то же время если одна компания выбирает стратегию «высокая цена», а другая (или обе) — «лучшая цена», это эквивалентно применению обеими стратегии «высокая цена».

		Kmart		
		Низкая цена	Высокая цена	Лучшая цена
Toys «R» Us	Низкая цена	2500, 2500	5000, 0	2500, 2500
	Высокая цена	0, 5000	3400, 3400	3400, 3400
	Лучшая цена	2500, 2500	3400, 3400	3400, 3400

Рис. 10.10. Установление цен на игрушки в случае использования стратегии «лучшая цена»

Использование стандартных методов анализа игр с одновременными ходами показывает, что «высокая цена» слабо доминируется стратегией «лучшая цена» для обоих игроков и что после ее исключения стратегия «низкая цена» также становится слабо доминируемой стратегией «лучшая цена». Полученное в итоге равновесие Нэша подразумевает, что обе компании применят стратегию «лучшая цена» и обе заработают по 3400 долларов — уровень прибыли, эквивалентный тому, что компании получили бы при установлении высокой цены в исходной игре. Включение стратегии «лучшая цена» позволило игрокам найти выход из дилеммы заключенных, с которой они столкнулись, располагая только двумя простыми стратегиями — «низкая цена» и «высокая цена».

Как это произошло? Стратегия гарантии лучшей цены выступает в качестве механизма взыскания. Гарантируя такую же низкую цену, как и в Kmart, Toys «R» Us существенно снижает преимущества, которые получит Kmart за счет низкой цены на игрушки, в то время как Toys «R» Us устанавливает высокую цену. Кроме того, обещание предоставить такую же низкую цену, как и в Kmart, наносит вред и самой компании Toys «R» Us, поскольку ей придется смириться с низкой прибылью, полученной в связи со снижением цены. Следовательно, гарантия лучшей цены — это метод наказания обоих игроков в случае, если кто-то из них откажется от сотрудничества. Это в точности та же ситуация, что и в примере с мафией из раздела 3, за исключением того, что сама схема наказания (а также более высокие цены, которые она поддерживает) используется на рынке практически во всех городах страны.

Реальные эмпирические данные о негативных последствиях такой политики ценообразования, хотя и в ограниченном количестве, существуют, а в ходе некоторых исследований были выявлены факты снижения цен на рынках, использующих эту стратегию*. Однако результаты более поздних исследований все же подтверждают наличие сговора при применении компаниями стратегии «гарантия лучшей цены». Это должно насторожить всех покупателей**. Даже если магазины, которые гарантируют лучшую цену, придерживаются данной стратегии во имя конкуренции, когда все компании начнут ее использовать, в конечном счете они смогут выиграть от этого больше, чем если бы не применяли эту стратегию вообще, а значит, в проигрыше могут оказаться именно покупатели.

* Данные о повышении цен в случае гарантии лучшей цены представлены здесь: J. D. Hess and Eitan Gerstner, "Price-Matching Policies: An Empirical Case," Managerial and Decision Economics, vol. 12 (1991), pp. 305–315. Противоположные свидетельства, подтверждающие снижение цен в случае гарантии лучшей цены, можно найти здесь: Maria Arbatskaya, Morten Hviid, and Greg Shaffer, "Promises to Match or Beat the Competition: Evidence from Retail Tire Prices," Advances in Applied Microeconomics, vol. 8: Oligopoly (New York: JAI Press, 1999), pp. 123–138.

** См. Subhasish Dugar, "Price-Matching Guarantees and Equilibrium Selection in a Homogeneous Product Market: An Experimental Study," Review of Industrial Organization, vol. 30 (2007), pp. 107–119.

B. Международная политика в сфере охраны окружающей среды: Киотский протокол

Наш последний пример связан с международным соглашением по контролю изменения климата, известным как Киотский протокол. Принятый в 1997 году как дополнительный документ к Рамочной конвенции ООН по вопросам изменения климата в качестве инструмента сокращения выбросов парниковых газов, он вступил в силу в 2005 году, а его первый этап завершился в 2012 году. Изначально договор подписали 170 стран, хотя следует отметить, что США среди них не было. Протокол был продлен едва ли не в последнюю минуту, в середине декабря 2012 года, и теперь действует до 2020 года.

Трудности с обеспечением глобального сокращения выбросов парниковых газов отчасти обусловлены тем, что взаимодействие между странами в этой области носит характер дилеммы заключенных. Любая отдельно взятая страна не заинтересована в сокращении собственных выбросов, зная, что, если сделает это в одиночку, то понесет существенные издержки без ощутимой пользы в плане общего изменения климата. Если другие страны все же сократят свои выбросы, первой стране нельзя будет помешать воспользоваться преимуществами предпринятых ими действий.

Проанализируем проблему сокращения выбросов парниковых газов в виде игры между двумя странами, Мы и Они. По данным британского департамента по вопросам изменения климата, скоординированные действия стран могут повлечь за собой издержки в размере 1% от ВВП страны, тогда как скоординированное бездействие может обойтись каждой стране в 5–20% от ВВП, возможно, в среднем по 12%*. Следовательно, издержки одной страны в связи с сокращением выбросов могут достичь максимального значения в случае бездействия (20%), но если эта страна не станет сокращать выбросы и переложит выполнение этой задачи на другие страны, она не понесет практически никаких издержек. Мы можем представить ситуацию, сложившуюся между странами Мы и Они, в таблице 10.11, где выигрыши отображают изменение ВВП в каждой из стран.

		Они	
		Сократить выбросы	Не сокращать выбросы
Мы	Сократить выбросы	−1, −1	−20, 0
	Не сокращать выбросы	0, −20	−12, −12

Рис. 10.11. Игра в сокращение выбросов парниковых газов

* См. Nicholas Stern, The Economics of Climate Change: The Stern Review (Cambridge: Cambridge University Press, 2007).

Игра, представленная на рис. 10.11, действительно представляет собой дилемму заключенных. Доминирующая стратегия каждой страны сводится к отказу от сокращения выбросов. Единственное равновесие Нэша наблюдается в случае, если ни одна страна не сокращает выбросов, но обе испытают на себе негативные последствия изменения климата. Исходя из этого анализа следовало бы ожидать, что в деле сокращения выбросов парниковых газов не будет достигнуто практически никакого прогресса.

Такую интерпретацию проблемы, присущей Киотскому протоколу, поставили под сомнение недавние исследования Майкла Либрайха, который утверждает, что эта игра не сводится к разовому взаимодействию и страны постоянно сотрудничают друг с другом и ведут переговоры о дополнительных поправках к действующему соглашению*. По мнению Либрайха, итеративный характер игры позволяет решить ее с помощью условных стратегий и страны должны использовать стратегии, содержащие четыре важных элемента стратегии равноценных ответных действий, о которых говорил Аксельрод (см. раздел 5). В частности, странам целесообразно применять стратегии, обладающие следующими свойствами: доброжелательность (присоединение к протоколу и сокращение выбросов парниковых газов); возмездие (применение механизмов наказания по отношению к тем странам, которые не выполняют свою часть договоренностей); прощение (готовность приветствовать новые страны, присоединяющиеся к протоколу); предсказуемость (точное определение действий и ответных действий).

Либрайх оценивает действия нынешних игроков, таких как Евросоюз, Соединенные Штаты и развивающиеся страны (как одна группа), и дает ряд рекомендаций по улучшению ситуации. По его мнению, Евросоюз предпочитает доброжелательную, прощающую и предсказуемую стратегию, но не стратегию возмездия, поэтому другим странам выгодно отказаться от сотрудничества с Евросоюзом. Одним из возможных решений для Евросоюза может стать введение импортных пошлин, связанных с выбросами углекислого газа, или другой стратегии ответных действий во взаимодействии с несговорчивыми торговыми партнерами. Напротив, Соединенные Штаты Америки чаще придерживаются стратегии возмездия и прощения, учитывая их историю такого поведения после окончания холодной войны. Однако США не ведут себя доброжелательно или предсказуемо, во всяком случае на уровне всей страны (отдельные штаты могут придерживаться иной линии поведения), что дает другим странам стимул по возможности предпринимать против США быстрые и болезненные ответные меры. Решение о том,

* Майкл Либрайх представил результаты анализа Киотского протокола как повторяющейся дилеммы заключенных в своей статье «Как спасти планету: доброжелательность, возмездие, прощение и предсказуемость». См. Michael Liebriech, How to Save the Planet: Be Nice, Retaliatory, Forgiving and Clear," New Energy Finance White Paper, September 11, 2007. Статья доступна для скачивания на сайте: www.bnef.com/InsightDownload/7080/pdf/ (accessed August 1, 2014).

чтобы Соединенные Штаты взяли на себя серьезное обязательство по сокращению выбросов углекислого газа, — широко распространенный вывод во всех политических кругах. Развивающиеся страны Либрайх характеризует как недоброжелательные (они пытаются добиться того, чтобы на них не распространялись нормативы выброса углекислого газа), готовые прибегнуть к возмездию, непредсказуемые и не склонные к прощению. Либрайх утверждает, что таким странам, в частности Китаю, Индии и Бразилии, целесообразно примкнуть к международным инициативам по предотвращению изменения климата, что позволило бы им снизить риск возмездия и повысить шансы на извлечение выгоды из глобального улучшения климата на планете.

Общий вывод состоит в том, что процесс международного сокращения выбросов углекислого газа действительно соответствует профилю дилеммы заключенных. Тем не менее борьбу с выбросами парниковых газов нельзя рассматривать как бесперспективную лишь по той причине, что однократному взаимодействию между странами свойственны некоторые аспекты дилеммы заключенных. Повторяющееся взаимодействие между странами — участницами Киотского протокола делает возможным решение этой игры с помощью условных стратегий с такими свойствами, как доброжелательность, предсказуемость, прощение и возмездие.

Резюме

Дилемма заключенных — пожалуй, самая знаменитая стратегическая игра. Хотя у каждого игрока есть доминирующая стратегия («отказаться от сотрудничества»), равновесный исход менее благоприятен для игроков, чем в случае применения каждым из них доминируемой стратегии («сотрудничество»). *Повторение игры* — самое известное решение этой дилеммы. В конечно повторяющейся игре *текущая стоимость* будущего сотрудничества в итоге сводится к нулю, а анализ методом обратных рассуждений позволяет найти равновесие, в котором отсутствует кооперативное поведение. В бесконечно повторяющейся игре (или с неопределенным сроком окончания) сотрудничества можно достичь посредством применения подходящей условной стратегии, такой как *стратегия равноценных ответных действий («око за око»)* или *стратегия бесповоротного наказания*; в любом случае сотрудничество возможно только тогда, когда его текущая стоимость превышает текущую стоимость отказа от него. В более общем плане перспектива того, что «завтра не наступит» (в случае краткосрочных отношений), приводит к уменьшению сотрудничества между игроками.

Дилемму заключенных можно также решить с помощью схем *взыскания*, которые позволяют изменить выигрыши игроков, отказывающихся от сотрудничества, когда их соперники его поддерживают или когда другие игроки также отказываются сотрудничать. Третий метод решения возникает в случае, когда издержки игрока в связи с отказом от сотрудничества превышают возможный выигрыш от его кооперативного поведения.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что игроки зачастую сотрудничают дольше, чем предсказывает теория. Такое поведение объясняется неполнотой имеющихся у них знаний или их убеждениями в отношении преимуществ сотрудничества. В ходе экспериментов выяснилось, что стратегия равноценных ответных действий, обладающая такими свойствами, как предсказуемость, доброжелательность, возмездие и прощение, в среднем обеспечивает очень хорошие результаты в повторяющейся дилемме заключенных.

Дилеммы заключенных возникают в различных контекстах. Конкретные примеры из области международной экологической политики, эволюционной биологии и ценообразования показывают, как объяснить и спрогнозировать фактическое поведение посредством применения концепции дилеммы заключенных.

Ключевые термины

Бесконечный интервал
Взыскание
Коэффициент дисконтирования
Лидерство
Наказания
Повторяющаяся игра
Приведенная стоимость (*PV*)
Сложные проценты
Стратегия бесповоротного наказания
Стратегия равноценных ответных действий
Триггерные стратегии
Условные стратегии
Фактический коэффициент дисконтирования

Упражнения с решениями

S1. «Если дилемма заключенных повторяется 100 раз и оба игрока знают, сколько будет повторений, они непременно достигнут кооперативного исхода». Верно ли это? Обоснуйте свой ответ и приведите пример игры, которая его иллюстрирует.

S2. Рассмотрим игру с двумя участниками между Child's Play и Kid's Korner — производителями деревянных игровых комплексов для детей. Каждый игрок может установить либо высокую, либо низкую цену на стандартный игровой комплекс с двумя качелями и одной горкой. Если обе компании назначат высокую цену, прибыль каждой составит 64 000 долларов в год. Если одна компания установит низкую цену, а другая высокую, первая получит прибыль 72 000 в год, тогда как вторая — всего 20 000 долларов. Если обе компании назначат низкую цену, каждая получит по 57 000 долларов.

a) Убедитесь, что эта игра имеет структуру дилеммы заключенных, проанализировав выигрыши в случае разных комбинаций стратегий (обе компании выбирают сотрудничество, обе компании отказываются от сотрудничества, одна компания отказывается от сотрудничества и т. д.). Найдите стратегии и выигрыши в случае равновесия Нэша в этой игре с одновременными ходами, если игроки встречаются и принимают решения об установлении цен только один раз.

b) Если две компании решают сыграть в эту игру на протяжении фиксированного периода (скажем, 4 года), какой будет общая прибыль каждой из них к концу игры? (Не применяйте дисконтирование.) Объясните, как вы получили свой ответ.

c) Предположим, две компании постоянно играют в эту повторяющуюся игру. Пусть каждая из них использует стратегию бесповоротного наказания, в соответствии с которой обе назначают высокую цену до тех пор, пока одна не откажется от сотрудничества, и тогда обе компании установят низкую цену на весь оставшийся период. Какова однократная прибыль в результате отказа от сотрудничества в игре против соперника, использующего такую стратегию? Каковы убытки каждой компании за каждый будущий период в случае одного отказа от сотрудничества? Если $r = 0,25$ ($\delta = 0{,}8$), насколько целесообразно им сотрудничать? Определите диапазон значений r (или δ), при которых эта стратегия способна обеспечить сотрудничество между двумя компаниями.

d) Допустим, компании снова и снова год за годом играют в эту игру, не ожидая никаких изменений во взаимодействии друг с другом. Если бы мир перестал существовать через 4 года и ни одна из компаний не знала бы об этом заранее, какой была бы общая прибыль каждой из них (не дисконтированная) к концу игры? Сравните полученный ответ с ответом в пункте b. Объясните, почему они отличаются (если это действительно так) или почему одинаковые (если между ними нет различий).

e) Теперь представим, что две компании знают о наличии 10-процентной вероятности того, что одна из них может обанкротиться на протяжении любого года. Если банкротство действительно произойдет, повторяющаяся игра между компаниями закончится. Изменит ли знание этого факта действия компаний при $r = 0,25$? Что если вероятность банкротства повысится до 35%?

S3. Каждое из двух подразделений компании возглавляет свой менеджер. Вознаграждение менеджеров зависит от количества усилий, которые они вкладывают в повышение производительности. Схема оплаты основана на сравнении результатов работы двух подразделений. Если оба менеджера выбирают высокий уровень усилий, каждый из них зарабатывает 150 000 долларов в год. Если оба предпочитают низкий уровень усилий, каждый получает «всего» 100 000 долларов в год. Однако если один из них выбирает высокий уровень усилий, а другой демонстрирует низкий, тогда первому заплатят 150 000 долларов плюс бонус 50 000 долларов, а второму — только урезанную заработную плату (за более низкую производительность по сравнению с конкурентом) в размере 80 000 долларов. Менеджеры принимают решения об уровне усилий независимо друг от друга, не зная о выборе соперника.

a) Постройте таблицу выигрышей для игры, в которой усилия, вкладываемые менеджерами в свою работу, не влекут за собой никаких издержек. Найдите в этой игре равновесие Нэша и объясните, можно ли ее назвать дилеммой заключенных.

b) Теперь предположим, что высокий уровень усилий требует от менеджеров определенных издержек (например, в связи с подачей дорогостоящего сигнала о качестве работы). В частности, представим, что он сопряжен с издержками в размере 60 000 долларов в год, которые несет менеджер, выбравший этот уровень. Составьте таблицу для новой версии игры и найдите равновесие Нэша. Объясните, будет ли эта игра дилеммой заключенных и чем она отличается от игры в пункте a.

c) Если издержки в связи с выбором высокого уровня усилий составляют 80 000 долларов в год, чем будет отличаться такая игра от игры в пункте b? Каким будет новое равновесие? Объясните, будет ли эта игра дилеммой заключенных и чем она отличается от игр в пунктах a и b.

S4. Вам необходимо решить, стоит ли инвестировать 100 долларов в предприятие друга, где через год эта сумма вырастет до 130 долларов. Вы с другом договорились, что он вернет вам 120 долларов, оставив 10 долларов себе. Но не исключено, что ваш друг может сбежать со всей суммой (130 долларов). Деньги, которые вы не инвестируете в предприятие друга, можно безопасно вложить куда-то еще под действующую ставку процента r и получить $100(1 + r)$ долларов в следующем году.

a) Постройте дерево игры для такой ситуации и покажите равновесие обратных рассуждений.

Теперь допустим, что игра повторяется бесконечное количество раз. То есть каждый год у вас есть возможность вложить еще 100 долларов в предприятие друга, и вы делите затем полученные 130 долларов по оговоренной выше схеме. Начиная со второго года вам предстоит принимать решение о целесообразности дальнейших инвестиций в предприятие друга, исходя из того, вернул он вам деньги за предыдущий год или нет. Процентная ставка между любыми двумя периодами подряд равна r — столько же, сколько и рыночная процентная ставка, и одинакова для вас и вашего друга.

b) При каких значениях r возможен равновесный исход в повторяющейся игре, в которой на протяжении каждого периода вы вкладываете деньги в предприятие друга и он выплачивает вам деньги в соответствии с договоренностью?

c) Если процентная ставка составляет 10% в год, существует ли альтернативная договоренность о разделении прибыли, представляющая собой равновесный исход бесконечно повторяющейся игры, в которой в каждом периоде вы инвестируете средства в предприятие друга и он выплачивает вам деньги в соответствии с договоренностью?

S5. Вернитесь к примеру из упражнения **S3**, в котором заработная плата менеджеров двух подразделений компании зависит от выбора ими высокого или низкого уровня усилий, которые они вкладывают в работу. В пункте b этого упражнения сказано, что издержки в связи с выбором высокого уровня усилий составляют 60 000 долларов. Теперь допустим, что оба менеджера многократно ведут игру, представленную в пункте b упражнения **S3**, на протяжении многих лет. Такое повторение делает возможным особый тип сотрудничества, при котором один из менеджеров выбирает высокий уровень усилий, тогда как другой — низкий. При этом оба заключают соглашение о сотрудничестве, в соответствии с которым менеджер, выбирающий высокий уровень усилий, выплачивает второму менеджеру дополнительные суммы с тем, чтобы оба получили одинаковые выигрыши.

a) Какой размер дополнительного платежа гарантирует, что окончательные выигрыши двух менеджеров будут одинаковыми? Сколько каждый менеджер заработает за тот год, в течение которого будет действовать соглашение о сотрудничестве?

b) Сотрудничество в этой повторяющейся игре подразумевает выбор каждым менеджером предписанного уровня усилий и соответствующие дополнительные платежи менеджера с высоким уровнем менеджеру с низким. При каких значениях процентной ставки такое соглашение может поддерживать между ними сотрудничество в повторяющейся игре?

S6. Рассмотрим игру в труса, о которой шла речь в главе 4, с несколько более общими выигрышами (на рис. 4.13 $k = 1$).

		Дин	
		Свернуть	Ехать прямо
Джеймс	Свернуть	0, 0	−1, k
	Ехать прямо	k, −1	−2, −2

Предположим, это повторяющаяся игра, которая проводится каждую субботу вечером. Если $k < 1$, двум игрокам выгодно постоянно взаимодействовать, выбирая стратегии «свернуть» / «свернуть», тогда как при $k > 1$ им выгодно сотрудничать в случае, если один их них применит стратегию «свернуть», а другой — «ехать прямо», каждую неделю по очереди выбирая стратегию «ехать прямо». Может ли любой из этих двух типов сотрудничества быть устойчивым?

S7. Вспомните игру из упражнения **S8** в главе 5, где Южная Корея и Япония конкурируют на рынке производства танкеров класса VLCC. Как и в пунктах a и b этого упражнения, стоимость строительства судов составляет 30 миллионов долларов в каждой стране, а спрос на танкеры равен $P = 180 - Q$, где $Q = q_{\text{Корея}} + q_{\text{Япония}}$.

a) Ранее мы нашли равновесие Нэша в этой игре. Теперь найдите исход, основанный на сговоре. Какое общее количество танкеров должны производить обе страны, чтобы максимизировать свою прибыль?

b) Предположим, две страны выпускают одинаковое количество танкеров класса VLCC, а значит, имеют равную долю в прибыли, полученной в случае сговора. Какую прибыль получит каждая страна? Сравните ее с прибылью, которую бы они имели в случае равновесия Нэша.

c) Теперь давайте допустим, что две страны поддерживают повторяющееся взаимодействие. Один раз в год они определяют объем производства, и каждая страна располагает информацией о том, сколько танкеров выпустил конкурент за прошлый год. Обе страны хотят сотрудничать ради получения прибыли, вычисленной в пункте b. На протяжении любого отдельно взятого года каждая из стран может нарушить условия соглашения. Если одна из них сохранит количество выпущенных танкеров на оговоренном уровне, какое количество танкеров лучше всего построить другой стране? Какую прибыль в итоге получат они обе?

d) Составьте матрицу выигрышей этой игры, представив ее в виде дилеммы заключенных.

e) При каких значениях процентной ставки возможно поддержание сговора в случае, если две страны используют стратегию бесповоротного наказания, которая сводится к отказу от сотрудничества навсегда?

Упражнения без решений

U1. Два человека, Бейкер и Катлер, играют в игру, в которой выбирают и делят приз. Бейкер решает, каким будет общий размер приза, 10 или 100 долларов. Катлер выбирает, как разделить приз, выбранный Бейкером: либо поровну, либо в неравных частях; тогда он получит 90 процентов, а Бейкер 10. Составьте таблицу выигрышей в этой игре и найдите ее равновесия для каждой из следующих ситуаций.

a) Ходы делаются одновременно.

b) Бейкер ходит первым.

c) Катлер ходит первым.

d) Является ли эта игра дилеммой заключенных? Почему да или почему нет?

U2. Рассмотрим небольшой городок, жители которого очень любят пиццу, но в нем можно разместить только две пиццерии, Deep Dish Донны и Pizza Pies Пирса. Каждый торговец должен выбрать цену на свою пиццу, но для простоты предположим, что доступны только две цены: высокая и низкая. При высокой цене торговцы могут получить прибыль 12 долларов на одну пиццу, при низкой — 10 долларов. У каждой пиццерии есть круг лояльных клиентов, которые покупают 3000 штук пиццы в неделю независимо от назначенной пиццерией цены. Существует также плавающий спрос в размере 4000 пицц в неделю. Но их покупатели чувствительны к ценам и пойдут в заведение с более низкой ценой. Если обе пиццерии установят одинаковую цену, они разделят этот спрос пополам.

a) Составьте таблицу выигрышей для этой игры в ценообразование между пиццериями, воспользовавшись прибылью каждой пиццерии за неделю (в тысячах долларов). Найдите в игре равновесие Нэша и объясните, почему это дилемма заключенных.

b) Теперь предположим, что у Deep Dish Донны гораздо больше лояльных клиентов, которые гарантированно покупают 11 000 (а не 3000) пицц в неделю. Размер прибыли и уровень плавающего спроса остаются теми же. Составьте таблицу выигрышей в новой версии игры и найдите равновесие Нэша.

c) Как наличие более крупной базы лояльных клиентов у Deep Dish «решает» дилемму, возникшую у этих двух пиццерий?

U3. Городской совет состоит из трех членов, которые ежегодно голосуют за повышение собственной заработной платы. Для принятия такого решения требуются два голоса «за». Каждый член совета хотел бы повышения, но при этом ему выгоднее голосовать против, поскольку это бонус в глазах избирателей. Выигрыши каждого члена городского совета таковы:

решение о повышении принято, свой голос «против»: 10;
решение о повышении не принято, свой голос «против»: 5;
решение о повышении принято, свой голос «за»: 4;
решение о повышении не принято, свой голос «за»: 0.

Все три члена городского совета голосуют одновременно. Составьте трехмерную таблицу выигрышей и покажите, что в случае равновесия Нэша решение о повышении заработной платы не может быть единогласным. Проанализируйте, как повторяющееся взаимодействие между членами совета может обеспечивать им ежегодное повышение заработной платы, если 1) каждый член совета занимает эту должность на протяжении трех лет; 2) каждый год в рамках ротации один из них должен быть переизбран; 3) у горожан короткая память, поэтому они помнят результаты голосования о повышении заработной платы членов городского совета только за прошлый, но не за предыдущие годы.

U4. Рассмотрим игру, которую проводит нейтральный судья, разработанную Джеймсом Андреони и Хэлом Вэрианом из Мичиганского университета*. В ней участвуют два игрока — Строка и Столбец. Судья дает каждому из них две карточки: 2 и 7 Строке и 4 и 8 Столбцу. Эта информация доступна всем участникам игры. Затем игрокам, играющим одновременно и независимо друг от друга, предлагают отдать судье карточку либо с бо́льшим, либо с меньшим числом. Судья раздает выигрыши в долларах (взятых из общего фонда, а не из кармана игроков), размер которых зависит от того, какие карточки он собирает. Если Строка выберет карточку с меньшим числом 2, ее выигрыш составит 2 доллара; если Строка отдаст карточку с бо́льшим числом 7, тогда Столбец получит 7 долларов. Если Столбец отдаст карточку с меньшим числом 4, то он получает 4 доллара; если Столбец выберет карточку с бо́льшим числом 8, то Строка получит 8 долларов. Выигрыши от других вариантов сочетаний карточек показаны в таблице выигрышей.

а) Покажите, что полная таблица выигрышей в этой игре выглядит следующим образом.

		Столбец	
		Меньшее число	Большее число
Строка	Меньшее число	2, 4	10, 0
	Большее число	0, 11	8, 7

* James Andreoni and Hal Varian, Preplay Contacting in the Prisoners' Dilemma," Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 96, no. 19 (September 14, 1999), pp. 10933–38.

b) Найдите равновесие Нэша в этой игре. Определите, будет ли она дилеммой заключенных.

Теперь предположим, что игра состоит из следующих этапов. Судья раздает карточки, как и раньше, и информация о них известна всем. На этапе 1 каждый игрок из собственного кармана может выделить определенную сумму, которая будет храниться у судьи на счете условного депонирования; сумма может быть нулевой, но не отрицательной. Когда оба игрока сделают выбор на этапе 1, эта информация обнародуется. Далее на этапе 2 оба игрока снова выбирают карточки одновременно и независимо друг от друга. Судья раздает выигрыши из общего фонда, как и в случае одноэтапной игры. Кроме того, он распоряжается средствами, находящимися на счете условного депонирования, следующим образом. Если Столбец выберет карточку с бо́льшим числом, судья отдаст ему сумму, которую дала на хранение Строка; если Столбец выберет карточку с меньшим значением, выделенная Строкой сумма вернется к ней. Сумма, которую внес на счет условного депонирования Столбец, распределяется по аналогичному принципу, в зависимости от того, какую карточку выберет Строка. Эти правила известны всем участникам игры.

c) Найдите равновесие обратных рассуждений (совершенное равновесие подыгры) в этой двухэтапной игре. Решает ли оно дилемму заключенных? Какова роль счета условного депонирования?

U5. Компании Glassworks и Clearsmooth конкурируют на местном рынке ремонта ветровых стекол. Размер рынка (общий объем прибыли этих компаний) составляет 10 миллионов долларов в год. Каждая компания решает, размещать ли ей рекламу на местном телевидении. Если компания решит размещать рекламу в том или ином году, это обойдется ей в 3 миллиона долларов. Если одна компания разместит рекламу, а другая нет, то первая захватит весь рынок. Если рекламу разместят обе компании, они поделят рынок поровну. Если обе решат не размещать рекламу, они также поделят рынок поровну.

a) Допустим, обе компании знают, что будут конкурировать всего один год. Составьте матрицу выигрышей в этой игре. Найдите стратегии, образующие равновесие Нэша.

b) Предположим, компании играют в эту игру пять лет подряд и знают, что к концу пятилетнего периода обе планируют выйти из бизнеса. Найдите совершенное равновесие подыгры в этой игре из пяти периодов. Обоснуйте свой ответ.

c) В чем состояла бы стратегия «око за око» в игре, описанной в пункте b?

d) Представим, что компании будут играть в эту игру неопределенное время и что их будущая прибыль дисконтируется по ставке 20% в год. Можете ли вы найти совершенное равновесие подыгры, обеспечивающее более высокие годовые выигрыши, чем равновесие, найденное в пункте b? Если да, объясните, какие стратегии в него входят. Если нет, обоснуйте свой вывод.

U6. Вернитесь к пиццериям Deep Dish Донны и Pizza Pies Пирса, о которых шла речь в упражнении **U2**. Предположим, они не ограничены выбором из двух возможных цен и могут выбрать конкретное значение цены, обеспечивающей максимальную прибыль. Допустим также, что приготовление одной пиццы обходится в 3 доллара (в каждой пиццерии), а опыт или результаты изучения рынка показали наличие такой зависимости между объемом продаж (Q) и ценой (P):

$$Q_{\text{Пирс}} = 12 - P_{\text{Пирс}} + 0{,}5P_{\text{Донна}}\,.$$

Тогда прибыль каждой компании за неделю (Y, в тысячах долларов) составит:

$$Y_{\text{Пирс}} = (P_{\text{Пирс}} - 3)Q_{\text{Пирс}} = (P_{\text{Пирс}} - 3)(12 - P_{\text{Пирс}} + 0{,}5P_{\text{Донна}}),$$
$$Y_{\text{Донна}} = (P_{\text{Донна}} - 3)Q_{\text{Донна}} = (P_{\text{Донна}} - 3)(12 - P_{\text{Донна}} + 0{,}5P_{\text{Пирс}}).$$

a) С помощью этих функций прибыли определите правило наилучших ответов каждой компании, как показано в главе 5, и используйте эти правила для поиска равновесия Нэша в данной игре. Какие цены выберут компании в случае равновесия? Какую прибыль получит каждая компания за неделю?

b) Если компании поддерживают сотрудничество и выбирают общую наилучшую цену P, то прибыль каждой компании составит:

$$Y_{\text{Донна}} = Y_{\text{Пирс}} = (P - 3)(12 - P + 0{,}5P) = (P - 3)(12 - 0{,}5P).$$

Какую цену выберут компании, чтобы максимизировать общую прибыль?

c) Представим, что две пиццерии поддерживают повторяющееся взаимодействие, пытаясь сохранить рассчитанные в пункте b общие цены, максимизирующие прибыль. Они печатают новое меню каждый месяц, тем самым связывая себя обязательствами на весь этот период. На протяжении любого месяца одна из компаний может отказаться от этих обязательств. Если одна пиццерия сохранит цену на согласованном уровне, при какой цене другой выгоднее отказаться от дальнейшего сотрудничества? Какую прибыль получат обе пиццерии в итоге? При каких значениях процентной ставки сговор между ними будет устойчивым благодаря стратегии бесповоротного наказания?

U7. Давайте расширим анализ, представленный в упражнении **S7**, допустив возможность отказа от сотрудничества в триополии, построенной на сговоре. В упражнении **S9** в главе 5 мы нашли основанный на равновесии Нэша исход игры в случае триополии на рынке производства танкеров класса VLCC, в состав которой входят Корея, Япония и Китай.

a) Теперь найдите исход этой игры, основанный на сговоре. То есть определите, какое количество танкеров VLCC должны выпускать три страны, чтобы обеспечить максимальную общую прибыль.
b) Предположим, в случае построенного на сговоре исхода игры, найденного в пункте a, эти три страны производят равное количество танкеров VLCC, а значит, каждая из них получает равную долю в общей прибыли. Какой будет прибыль каждой страны? Сравните ее с объемом прибыли, которую получит каждая страна в случае равновесия Нэша.
c) Теперь представим, что эти страны поддерживают повторяющееся взаимодействие. Один раз в год они определяют объем производства, причем каждая страна знает, сколько танкеров выпустили конкуренты в предыдущем году. Эти страны хотят сотрудничать, чтобы получать основанные на сговоре уровни прибыли, рассчитанные в пункте b. На протяжении любого года одна из стран может нарушить соглашение. Если две другие страны, как предполагается, должны обеспечить свою долю предусмотренного сговором результата, вычисленного в пунктах a и b, то какое количество танкеров лучше всего построить стране, отказавшейся от дальнейшего сотрудничества? Какую прибыль она в итоге получит, если выпустит оптимальное количество танкеров, тогда как две другие страны произведут столько, сколько было оговорено?
d) Безусловно, через год после отказа одной из стран от дальнейшего сотрудничества оба ее конкурента также его прекратят. Все три страны вернутся к исходу, основанному на равновесии Нэша (навсегда, в случае применения стратегии бесповоротного наказания). Какой выигрыш получит страна, переставшая сотрудничать с конкурентами, за один год отказа от основанного на сговоре исхода? Какие убытки понесет за каждый последующий год страна, отказавшаяся от сотрудничества, в связи с получением прибыли согласно равновесию Нэша, вместо прибыли, предусмотренной сговором?
e) При каких значениях процентной ставки сговор между тремя странами будет устойчивым благодаря стратегии бесповоротного наказания? Они выше или ниже значений, найденных в случае дуополии в пункте e упражнения S7? Почему?

Приложение Бесконечные суммы

Для вычисления приведенной стоимости необходимо определить текущую стоимость суммы денег, которая будет получена в будущем. Как мы видели в разделе 2, приведенная стоимость суммы денег (скажем, суммы x), которая будет получена через n месяцев начиная с текущего момента, рассчитывается по формуле $x / 1 + r)^n$, где r — соответствующая месячная норма прибыли. Однако суммарную приведенную стоимость суммы денег, которая будет получена в следующем месяце и в каждом последующем месяце в обозримом будущем, определить труднее. В этом случае платежи делаются на протяжении неопределенного периода, а значит, не существует заданного предела суммы значений приведенной стоимости, которую необходимо определить. Для того чтобы вычислить текущую стоимость такого потока платежей, нужно знать математические правила суммирования бесконечных рядов.

Рассмотрим игрока, который в текущем месяце получит прибыль 36 долларов за счет отказа от сотрудничества, а затем ежемесячно будет терять по 36 долларов в связи с дальнейшим выбором этой стратегии, за что соперник будет его наказывать (применяя стратегию равноценных ответных действий). За первый из будущих месяцев (первый месяц, на протяжении которого игрок понесет убытки и за который необходимо дисконтировать значения стоимости) приведенная стоимость убытка игрока составит $36/(1 + r)$; за второй будущий месяц — $36/(1 + r)^2$; за третий месяц — $36/(1 + r)^3$. Иными словами, за каждый из n будущих месяцев, на протяжении которых игрок будет нести убытки в связи с отказом от сотрудничества, его убыток составит $36/(1 + r)^n$.

Общую приведенную стоимость всех будущих убытков этого игрока можно записать в виде суммы с бесконечным количеством членов ряда

$$PV = \frac{36}{1+r} + \frac{36}{(1+r)^2} + \frac{36}{(1+r)^3} + \frac{36}{(1+r)^4} + \frac{36}{(1+r)^5} + \frac{36}{(1+r)^6} + \ldots .$$

Эту же сумму можно записать с помощью специального обозначения со знаком суммы

$$PV = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{36}{(1+r)^n}.$$

Это выражение эквивалентно предыдущему и читается так: «Сумма от n равно 1 до n равно бесконечности дробей с 36 в числителе и $(1 + r)$ в n-й степени в знаменателе». Поскольку 36 — это общий множитель (он присутствует во всех членах суммы), его можно вынести за знак суммы. Поэтому текущую стоимость можно записать так:

$$PV = 36 \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^n}.$$

Теперь, чтобы вычислить фактическую приведенную стоимость, нам необходимо найти значение суммы, которая содержится в этом выражении для приведенной стоимости. Для этого упростим запись, подставив коэффициент дисконтирования δ вместо $1/(1 + r)$. Тогда сумма, оценка которой нас интересует, равна

$$\sum_{n=1}^{\infty} \delta^n.$$

Здесь важно отметить, что $1/(1 + r) < 1$, поскольку значение r строго положительное.

Взглянув на последнюю сумму, специалист по бесконечным суммам* сказал бы, что она сходится к конечной величине $\delta/(1 + \delta)$. Такая сходимость обеспечивается за счет того, что все большие степени числа, меньшего 1 (в данном случае δ), становятся все меньше и меньше, приближаясь к нулю по мере стремления n к бесконечности. При этом последние члены выражения, описывающего приведенную стоимость, уменьшаются до тех пор, пока не станут настолько маленькими, что весь ряд приблизится к определенному значению суммы, но сугубо формально никогда его не достигнет. Для того чтобы сделать вывод о том, что сходящееся значение суммы составляет $\delta/(1 + \delta)$, понадобятся более сложные математические выкладки. Тем не менее достаточно просто доказать, что это правильный ответ.

Чтобы доказать истинность нашего утверждения, мы используем один простой прием. Возьмем сумму первых m членов ряда и обозначим ее как S_m. Таким образом получим

$$S_m = \sum_{n=1}^{m} \delta^n = \delta + \delta^2 + \delta^3 + \ldots + \delta^{m-1} + \delta^m.$$

Теперь умножим эту сумму на $(1 - \delta)$, чтобы получить следующее выражение:

$$(1 - \delta)S_m = \delta + \delta^2 + \delta^3 + \ldots + \delta^{m-1} + \delta^m - \delta^2 - \delta^3 - \delta^4 - \ldots - \delta^m - \delta^{m+1} = \delta - \delta^{m+1}.$$

Разделив обе стороны на $(1 - \delta)$, имеем

* Специалист по бесконечным суммам сказал бы, что здесь мы имеем дело с суммой бесконечной убывающей прогрессии, формула для вычисления которой известна из курса средней школы. *Прим. ред.*

$$S_m = \frac{\delta - \delta^{m+1}}{1-\delta}.$$

И наконец, возьмем предел этой суммы в случае приближения m к бесконечности, чтобы определить значение исходной бесконечной суммы. По мере стремления m к бесконечности значение δ^{m+1} приближается к нулю, поскольку очень большие и увеличивающиеся степени числа, меньшего 1, становятся все меньше, но остаются неотрицательными. Таким образом, когда m стремится к бесконечности, правая сторона представленного выше уравнения приближается к $\delta / (1 - \delta)$, а значит, это и есть предел S_m, когда m стремится к бесконечности. Что и требовалось доказать.

Для того чтобы использовать полученный ответ для вычисления значений текущей стоимости в играх с дилеммой заключенных, необходимо восстановить значение r. Поскольку $\delta = 1/(1 + r)$, из этого следует, что

$$\frac{\delta}{1-\delta} = \frac{1/(1+r)}{r/(1+r)} = \frac{1}{r}.$$

В таком случае текущая стоимость бесконечного потока убытков в размере 36 долларов, понесенных в каждом месяце, начиная со следующего, составляет

$$36 \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^n} = \frac{36}{r}.$$

Это и есть значение, использованное нами для определения того, стоит ли игроку навсегда отказываться от сотрудничества, в разделе 2. Обратите внимание, что введение вероятности продолжения $p \leq 1$ в вычисление дисконтированных значений ничего не меняет в примененной здесь процедуре суммирования. В представленных выше вычислениях мы вполне могли бы подставить R вместо r, а $p\delta$ вместо коэффициента дисконтирования δ.

Не забывайте, что вам нужно искать приведенную стоимость только тех убытков (или прибылей), которые будут понесены (или получены) *в будущем*. Приведенная стоимость 36 долларов, потерянных сегодня, составляет просто 36 долларов. Следовательно, если бы вам потребовалось вычислить приведенную стоимость последовательности убытков по 36 долларов каждый, начиная с *текущего дня*, вы взяли бы 36 долларов, потерянных сегодня, и прибавили бы к ним приведенную стоимость последовательности убытков, понесенных в будущем. Мы только что вычислили, что она равна $36/r$. Стало быть, приведенная стоимость последовательности убытков в размере 36 долларов, в том числе 36 долларов, потерянных сегодня, составила бы $36 + 36/r$, или $36[(r + 1)/r]$, что эквивалентно $36/(1 - \delta)$. Аналогично, если бы вам понадобилось проанализировать последовательность значений прибыли игрока в случае применения определенной условной стратегии в дилемме заключенных, вам не нужно было бы дисконтировать объем прибыли, полученной за самый первый период; достаточно было бы дисконтировать только те показатели прибыли, которые представляют собой деньги, полученные в будущие периоды.

11 Коллективные игры

В играх и стратегических ситуациях, рассмотренных в предыдущих главах, как правило, участвовало всего два или три игрока, поддерживающих взаимодействие. Такие игры распространены в нашей академической, деловой, политической и личной жизни, а значит, их очень важно осмыслить и проанализировать. Тем не менее немало случаев социального, экономического и политического взаимодействия представляют собой стратегические ситуации с одновременным участием множества игроков. Стратегии построения карьеры, инвестиционные планы, маршруты передвижения на работу и обратно в часы пик и даже обучение — все это сопряжено с преимуществами и издержками, зависящими от действий многих людей. Если вы были в одной из этих ситуаций, то, скорее всего, ловили себя на мысли, что что-то здесь не так: например, слишком много студентов, инвесторов и пассажиров толпились именно там, куда нужно было и вам. Или наоборот: желающих поучаствовать в каком-либо благотворительном проекте оказывалось слишком мало, хотя вы и прилагали максимум усилий, чтобы их привлечь. Иными словами, игры со многими участниками, которые ведутся в обществе, часто приводят к результату, не удовлетворяющему большинство, а то и всех его членов. В данной главе мы рассмотрим такие игры с точки зрения уже разработанной нами теории. Это поможет вам понять, что именно в подобных играх идет не так и как с этим бороться.

В самом общем виде игры с участием множества игроков касаются проблем **коллективного действия**. Лучший способ достижения целей общества в целом или отдельного коллектива — выполнение их членами определенного действия или действий, хотя эти действия не всегда отвечают интересам отдельных людей. Иными словами, наиболее благоприятный для общества исход не обеспечивается автоматически в виде равновесия Нэша. Поэтому мы должны определить, как игра может быть изменена, чтобы она приводила к оптимальному исходу или как минимум улучшала неудовлетворительный исход в случае равновесия Нэша. Но для этого сперва следует понять природу таких игр. Их три типа, и вы с ними уже знакомы:

дилемма заключенных, игра в труса и игра в доверие. Несмотря на то что в этой главе основное внимание уделяется играм с одновременным участием множества игроков, мы начнем с уже хорошо знакомых вам игр между двумя участниками.

1. Коллективные игры с двумя участниками

Представьте, что вы фермер и для вас и соседнего фермера несомненную пользу принесет строительство системы орошения и противопаводковой защиты. Вы можете объединить усилия по реализации этого проекта с соседом или сделать все самостоятельно. Однако после завершения строительства другой фермер автоматически извлечет из него выгоду. Другими словами, каждый из вас заинтересован переложить всю работу на другого. В этом и состоит суть вашего стратегического взаимодействия и проблема коллективного действия.

В главе 4 мы уже встречались с подобной игрой, когда каждая из трех соседок принимала решение об инвестициях в уличный сад, которым бы наслаждались все трое. Эта игра стала дилеммой заключенных, и все три ее участницы попытались уклониться от решения вносить вклад; в данной главе анализируется более общий диапазон возможных вариантов структуры выигрышей. Кроме того, в игре «уличный сад» мы оценивали ее исходы по шкале от 1 до 6; в процессе описания общих игр мы рассмотрим и более общие формы преимуществ и издержек в случае каждого игрока.

Наш ирригационный проект имеет две важные характеристики. Во-первых, его преимущества относятся к категории **неисключаемых благ**: человеку, который не внес вклад в его реализацию, нельзя помешать извлекать из него выгоду. Во-вторых, к категории **неконкурентных благ**: использование этих преимуществ одним человеком не мешает другому тоже ими пользоваться. Экономисты называют эти проекты **чистым общественным благом**; в качестве примера такого блага часто приводится национальная система обороны. Напротив, чистое *частное* благо — полностью исключаемое и конкурентное: тот, кто не платит за него, не может воспользоваться его преимуществами, а если такое благо получает один человек, больше к нему никто не имеет доступа. Буханка хлеба — хороший пример чистого частного блага. Большинство благ попадают в двумерный диапазон различных степеней исключаемости и конкурентности. Мы не будем углубляться в эту классификацию, но упомянули о ней, чтобы помочь вам соотнести наше обсуждение с тем, что вы можете встретить в других курсах и книгах*.

* Общественные блага рассматриваются более подробно в учебниках по экономике общественного сектора, таких как Jonathan Gruber, Public Finance and Public Policy, 4th ed. (New York: Worth, 2012), Harvey Rosen and Ted Gayer, Public Finance, 9th ed. (Chicago: Irwin/McGraw-Hill, 2009) и Joseph Stiglitz, Economics of the Public Sector, 3rd ed. (New York: W. W. Norton & Company, 2000).

А. Коллективное действие в контексте дилеммы заключенных

Издержки и преимущества, связанные со строительством оросительной системы, так же как издержки и преимущества всех коллективных действий, зависят от того, кто принимает участие в проекте. В свою очередь, относительный объем затрат и выгод определяет структуру игры, которая при этом ведется. Предположим, каждый из вас в одиночку мог бы завершить проект за 7 недель, тогда как при объединении усилий это потребовало бы от каждого всего по 4 недели. Кроме того, качество проекта с участием двух человек выше; от его реализации в одиночку фермер получает выгоду, эквивалентную 6 неделям работы, тогда как совместная реализация обеспечивает каждому выгоду, эквивалентную 8 неделям работы.

В более общем плане мы можем выразить преимущества и издержки в виде функций от количества участников игры. Таким образом, ваши издержки в связи с решением строить оросительную систему зависят от того, будете вы это делать в одиночку или с чьей-то помощью. Стало быть, издержки можно записать как $C(n)$, где C зависит от количества игроков n, участвующих в реализации проекта. Тогда $C(1)$ — это ваши расходы в связи со строительством оросительной системы только своими силами, $C(2)$ — вместе с соседом. В данном примере $C(1) = 7$, а $C(2) = 4$. Аналогичным образом выгода (B) от готовой оросительной системы может зависеть от числа участников (n) ее строительства. В нашем примере $B(1) = 6$, а $B(2) = 8$. Обратите внимание, что, учитывая характер проекта, обеспечивающего создание социального блага, преимущества каждого фермера одинаковы, независимо от степени участия в его реализации.

В данной игре каждый фермер должен решить, участвовать ему в строительстве оросительной системы или нет, то есть попытаться уклониться. (Предполагается, что работу необходимо выполнить в сжатые сроки, и вы могли бы сделать вид, что вас в последнюю минуту отвлекли какие-то важные семейные дела; так же может поступить и ваш сосед.) На рис. 11.1 представлена таблица выигрышей в этой игре, исчисляемых в неделях работы. Значения выигрышей определены на основании разности между издержками и преимуществами, связанными с каждым действием. Таким образом, выигрыш при выборе стратегии «строить» составит $B(n) - C(n)$ при $n = 1$, если вы реализуете проект в одиночку, и $n = 2$, если ваш сосед также выберет «строить». Выигрыш от применения стратегии «не строить» равен просто $B(1)$, если ваш сосед сыграет «строить», поскольку в случае отказа от участия в проекте вы не несете никаких издержек.

		Сосед	
		Строить	Не строить
Вы	Строить	4, 4	−1, 6
	Не строить	6, −1	0, 0

Рис. 11.1. Коллективное действие в контексте дилеммы заключенных: версия I

Учитывая структуру выигрышей, представленную на рис. 11.1, ваш наилучший ответ в случае, если сосед откажется участвовать в проекте, — также отказаться: ваш выигрыш от реализации проекта в одиночку (6) меньше понесенных вами издержек (7), то есть ваш чистый выигрыш составит −1, тогда как отказ от участия в проекте обеспечит выигрыш 0. Аналогичным образом, если ваш сосед решит участвовать в проекте, вы сможете извлечь для себя выгоду (6) из его работы без всяких затрат со своей стороны; для вас это лучше, чем работать самому, чтобы получить более крупное преимущество от проекта с участием двух человек (8), но при этом понести издержки в связи с выполнением работы (4), что обеспечивает чистый выигрыш 4. Общее свойство этой игры состоит в том, что для вас лучше не участвовать в строительстве оросительной системы, что бы ни сделал ваш сосед; та же логика справедлива и в его случае. (В данном примере каждый фермер выступает в качестве **безбилетника** — человека, который перекладывает всю работу на соседа, а затем все равно пожинает ее плоды.) Таким образом, «не строить» — доминирующая стратегия каждого игрока. Однако совместная работа над проектом принесла бы обоим фермерам больше пользы (выигрыш 4), чем в случае отказа от его реализации (выигрыш 0). Следовательно, это игра категории «дилемма заключенных».

В ней мы видим одну из основных проблем, возникающих в играх с коллективным действием. Выбор, оптимальный для каждого игрока в отдельности (в данном случае — не принимать участия в строительстве независимо от решения соседа), может не быть оптимальным с точки зрения всей группы, даже если эта группа состоит из двух фермеров. **Социальный оптимум** в игре с коллективным действием достигается, если общая сумма выигрышей ее участников максимизируется. В данной дилемме заключенных социальный оптимум сводится к исходу «строить» / «строить». Однако поведение игроков в соответствии с равновесием Нэша не всегда обеспечивает социально оптимальный исход. Именно поэтому изучение игр с коллективным действием сфокусировано на методах улучшения наблюдаемого (как правило, соответствующего равновесию Нэша) поведения в целях обеспечения наиболее благоприятных для всего общества исходов. Как мы увидим, противоречие между такими исходами, как равновесие Нэша и социальный оптимум, присутствует во всех версиях игр с коллективным действием.

Теперь давайте проанализируем, как будет выглядеть эта игра, если слегка изменить показатели. Предположим, что выгоды от проекта с участием двух человек ненамного превышают выгоды от проекта с участием одного человека: 6,3 недели работы для каждого фермера. При этом каждый получит 6,3 – 4 = 2,3, если оба решат строить. Полученные в итоге выигрыши представлены в таблице на рис. 11.2. Эта игра по-прежнему остается дилеммой заключенных и приводит к равновесному исходу «не строить» / «не строить». Тем не менее, если оба фермера решают строить, их общий выигрыш составит всего 4,6. Социальный оптимум наблюдается в случае, когда один из них принимает участие в строительстве, а другой нет, что обеспечивает обоим выигрыш 6 + (–1) = 5. Есть два возможных способа получить такой исход, но тогда достижение социального оптимума поднимает новую проблему: кто должен реализовывать проект и получить выигрыш –1, если другой может выступить в роли «безбилетника» и иметь выигрыш 6?

		Сосед	
		Строить	Не строить
Вы	Строить	2,3, 2,3	–1, 6
	Не строить	6, –1	0, 0

Рис. 11.2. Коллективное действие в контексте дилеммы заключенных: версия II

Б. Коллективное действие в игре в труса

Еще одно изменение показателей исходной дилеммы заключенных (см. рис. 11.1) меняет сам характер игры. Допустим, издержки в связи с выполнением работы сократятся до уровня, при котором вам лучше самому построить систему орошения, если этого не сделает сосед. В частности, предположим, что реализация проекта одним человеком требует 4 недели работы, а значит, $C(1) = 4$, а двумя людьми — по 3 недели на каждого, то есть $C(2) = 3$ (для каждого участника проекта); преимущества те же, что и раньше. На рис. 11.3 представлена матрица выигрышей с учетом этих изменений. Теперь ваш наилучший ответ сводится к уклонению от выполнения работы, если ваш сосед работает, и работе, если сосед уклоняется от нее. По своей структуре эта игра напоминает игру в труса, где уклонение от работы равносильно стратегии «ехать прямо» (жесткая, или некооперативная, стратегия), а выполнение — стратегии «свернуть» (примирительная, или кооперативная, стратегия).

		Сосед	
		Строить	Не строить
Вы	Строить	5, 5	2, 6
	Не строить	6, 2	0, 0

Рис. 11.3. Коллективное действие в контексте игры в труса: версия I

Если данная игра приведет к формированию одного из равновесий в чистых стратегиях, сумма выигрышей двух игроков составит 8, что меньше общего исхода, который они могли бы получить, если бы оба занялись строительством. Иными словами, ни одно из равновесий Нэша не обеспечивает всей группе такой выигрыш, как скоординированный исход, подразумевающий применение обоими фермерами стратегии «строить». Социальный оптимум дает общий выигрыш 10. Если исход этой игры в труса представляет собой равновесие в смешанных стратегиях, то два фермера окажутся в еще худшем положении, чем в случае любого из равновесий в чистых стратегиях: их общий выигрыш будет меньше 8 (а если точнее, 4).

Игра в труса, основанная на коллективном действии, может иметь еще одну структуру, если внести дополнительные изменения в выигрыши от реализации проекта. Как и в случае со второй версией дилеммы заключенных, допустим, что проект с участием двух человек ненамного лучше проекта с участием одного человека. Тогда каждый фермер получит от проекта с двумя участниками выгоду $B(2)$, составляющую всего 6,3, а проект с участием одного человека по-прежнему обеспечит каждому из них выгоду $B(1) = 6$. Мы предлагаем вам применить полученные навыки и самостоятельно составить таблицы выигрышей в этой игре. Вы увидите, что это по-прежнему игра в труса (назовем ее игрой в труса II) и в ней, как и в предыдущей версии, есть два равновесия Нэша в чистых стратегиях, в каждом из которых только один фермер выбирает стратегию «строить», но сумма выигрышей в случае, если оба фермера выбирают «строить», равна всего 6,6, тогда как сумма выигрышей при выборе стратегии «строить» только одним фермером равна 8. Социальный оптимум сводится к тому, что реализовывать проект должен только один фермер. При этом каждый фермер предпочитает равновесие, при котором строит не он. Это может привести к новой динамической игре, в которой каждый фермер ждет, чтобы оросительную систему построил сосед. Или же исходная игра может обусловить равновесие в смешанных стратегиях с его низкими ожидаемыми выигрышами.

В. Коллективное действие в контексте игры в доверие

И наконец, давайте внесем несколько иные изменения в исходную дилемму заключенных, оставив преимущества от реализации проекта с участием двух человек на прежнем уровне и сократив выгоду от проекта с участием одного человека до $B(1) = 3$. Такое изменение настолько снижает ваши выгоды как «безбилетника», что если теперь ваш сосед выберет стратегию «строить», то ваш наилучший ответ — тоже «строить». На рис. 11.4 представлена таблица выигрышей в этой версии игры. Это игра в доверие с двумя равновесиями в чистых стратегиях: одно — когда вы совместно реализуете проект, а другое — когда оба этого не делаете.

		Сосед	
		Строить	Не строить
Вы	Строить	4, 4	–4, 3
	Не строить	3, –4	0, 0

Рис. 11.4. Коллективное действие в контексте игры в доверие

Как и во второй версии игры в труса (II), оптимальный для всей группы исход представляет собой одно из двух равновесий Нэша. Но есть одно отличие. В версии игры в труса II игроки отдают предпочтение разным равновесиям, любое из которых обеспечивает социальный оптимум. В игре в доверие оба игрока предпочитают одно и то же равновесие, и это единственный исход, оптимальный для всей группы. Поэтому достичь социального оптимума в игре в доверие легче, чем в игре в труса.

Г. Коллективное бездействие

Структура выигрышей многих коллективных игр несколько отличается от выигрышей, представленных в примере с ирригационным проектом. Наши фермеры оказываются в ситуации, в которой социальный оптимум подразумевает, что по крайней мере один из них (если не оба) должен участвовать в проекте. Следовательно, в этой игре присутствует коллективное *действие*. Другие игры со многими участниками правильнее было бы назвать играми с коллективным *бездействием*. В таких играх общество в целом предпочитает, чтобы некоторые или все его члены не участвовали в игре, или не действовали. В качестве примеров подобного взаимодействия можно назвать выбор маршрутов передвижения в часы пик, выбор инвестиционных планов или районов рыбного промысла.

Общая характеристика всех этих игр состоит в том, что их участники должны решить, пользоваться ли им тем или иным общим ресурсом, будь то автомагистраль, высокодоходный инвестиционный фонд или водоем с большим количеством рыбы. Такие коллективные игры с «бездействием» больше известны как игры с распределением общих ресурсов: суммарный выигрыш всех участников достигает максимума, когда они воздерживаются от чрезмерного использования общих ресурсов. Проблема, связанная с неспособностью достичь социального оптимума в таких играх, известна как трагедия общин; термин, придуманный Гарретом Хардином в его статье с аналогичным названием*.

Ранее мы исходили из того, что ирригационный проект обеспечивает вам и вашему соседу одинаковые преимущества. Но что если усилиями обоих фермеров построена система, расходующая так много воды, что им теперь нечем поить скот? Тогда выигрыш каждого из них может быть отрицательным и более низким, если оба выберут стратегию «строить», чем в случае стратегии «не строить». Это был бы еще один вариант дилеммы заключенных, о которой шла речь в разделе 1.А и в которой социально оптимальный исход подразумевает, что ни один фермер не строит оросительную систему, хотя каждый по-прежнему в этом заинтересован. Или, предположим, деятельность одного фермера наносит ущерб другому, как это бы произошло, если бы единственным способом спасти одну ферму от затопления стал бы отвод воды на другую. При этом выигрыши обоих фермеров могли бы быть отрицательными, если бы сосед выбрал стратегию «строить». В такой ситуации могла бы возникнуть еще одна версия игры в труса, в которой каждый хочет строить оросительную систему, если другой к этому не стремится, тогда как для обоих было бы лучше, если бы проектом никто не занимался.

Проблемы, рассмотренные в этих примерах коллективного действия и коллективного бездействия, вам уже знакомы. Различные альтернативные способы их решения также соответствуют общим принципам, о которых шла речь в предыдущих главах. Но прежде чем анализировать решения, давайте посмотрим, как эти проблемы проявляются в более реалистичной среде, когда в таких играх одновременно взаимодействуют несколько игроков.

2. Проблемы коллективного действия в больших группах

В данном разделе мы расширим наш пример с ирригационным проектом на ситуацию, в которой каждый член группы из N фермеров должен решить, принимать ли в нем участие. Здесь нам пригодятся обозначения, введенные выше:

* Garrett Hardin, The Tragedy of the Commons, Science, vol. 162 (1968), pp. 1243–48.

$C(n)$ — издержки, которые несет каждый фермер, когда n фермеров из общего количества N решают строить оросительную систему; $B(n)$ — выгода каждого фермера независимо от его участия в проекте. При этом каждый участник проекта получает выигрыш $P(n) = B(n) - C(n)$, а каждый уклоняющийся или предпочитающий не участвовать — выигрыш $S(n) = B(n)$.

Предположим, вы озадачились вопросом, присоединяться к строительству оросительной системы или нет. Ваше решение будет зависеть от действий остальных $(N - 1)$ фермеров, входящих в состав группы. В общем случае вам предстоит решить, когда из остальных $(N - 1)$ фермеров n принимают участие в проекте, а $(N - 1 - n)$ уклоняются от него. Если вы тоже намерены уклониться, количество участников проекта по-прежнему будет равно n, а значит, вы получите выигрыш $S(n)$. Если предпочтете участвовать, количество участников составит $n + 1$ и вы получите выигрыш $P(n + 1)$. Следовательно, ваш окончательный выбор зависит от сравнения этих двух выигрышей: вы будете строить, если $P(n + 1) > S(n)$, и откажетесь, если $P(n + 1) < S(n)$. Это сравнение применимо ко всем версиям коллективной игры, проанализированным в разделе 1; различия в поведении игроков в разных версиях возникают из-за изменений значений $P(n + 1)$ и $S(n)$ в связи с изменением структуры выигрышей.

Мы можем соотнести примеры игр с двумя участниками из раздела 1 с этой обобщенной схемой. Если в игре только два игрока, то $P(2)$ — это выигрыш одного фермера от реализации проекта, когда другой тоже в нем участвует, а $S(1)$ — выигрыш фермера, уклоняющегося от участия, если другой фермер строит оросительную систему, и т. д. Таким образом, мы можем обобщить таблицы выигрышей на рис. 11.1–11.4, представив их в алгебраической форме. Общая структура выигрышей показана на рис. 11.5.

		Сосед	
		Строить	Не строить
Вы	Строить	$P(2)$, $P(2)$	$P(1)$, $S(1)$
	Не строить	$S(1)$, $P(1)$	$S(0)$, $S(0)$

Рис. 11.5. Общая форма игры с коллективным действием с двумя участниками

Игра, отображенная на рис. 11.5, — это дилемма заключенных, если одновременно выполняются следующие неравенства:

$$P(2) < S(1),\ P(1) < S(0),\ P(2) > S(0).$$

Согласно первому неравенству, наилучший ответ на стратегию «строить» — «не строить», согласно второму — наилучший ответ на стратегию «не строить» также «не строить», а третьему — что для обоих игроков комбинация стратегий «строить»/«строить» предпочтительнее комбинации «не строить» / «не строить». Это дилемма типа I, если $2P(2) > P(1) + S(1)$, а значит, общий выигрыш больше, когда оба фермера решают строить, чем когда строительством занимается только один. Вы можете составить аналогичные неравенства, описывающие выигрыши, которые обеспечивают другие типы игр, представленные в разделе 1.

Теперь вернемся к версии игры с участием n игроков. Воспользовавшись функциями выигрышей в случае двух действий, $P(n + 1)$ и $S(n)$, мы можем построить графики, которые помогут нам определить, с каким типом игры мы имеем дело, а также найти в ней равновесие Нэша, которое затем сможем сравнить с социально оптимальным исходом игры.

А. Дилемма заключенных со многими участниками

Рассмотрим конкретную версию игры со строительством оросительной системы, в которой 100 фермеров из одной деревни решают, какое действие предпринять. Допустим, реализация ирригационного проекта позволит повысить продуктивность земельных угодий каждого фермера пропорционально масштабу проекта; в частности, предположим, что выгода каждого фермера при участии n человек в строительстве составляет $P(n) = 2n$. Представим также, что, если вы не участвуете в проекте, у вас все равно есть возможность воспользоваться его преимуществами, а сэкономленное время потратить на что-то другое, чтобы заработать еще 4, то есть $S(n) = 2n + 4$. Не забывайте, что ваше решение об участии в проекте зависит от относительной величины $P(n + 1) = 2(n + 1)$ и $S(n) = 2n + 4$. Два отдельных графика этих функций для каждого отдельного фермера показаны на рис. 11.6, где значения n от 0 до $(N - 1)$ отображены на горизонтальной оси, а на вертикальной — выгода фермера. Если в данный момент в проекте участвует не так много фермеров (а значит, большинство из них уклонились), ваш выбор будет зависеть от относительного положения $P(n + 1)$ и $S(n)$ с *правой* стороны графика.

Поскольку на самом деле n принимает только целые значения, технически каждая из функций $P(n + 1)$ и $S(n)$ состоит из дискретного множества точек, а не из непрерывного множества, как подразумевают сглаженные линии на рисунке. Но при большом значении N эти дискретные точки находятся достаточно близко друг от друга, поэтому мы можем их соединить и представить каждую функцию выигрыша в виде непрерывной линии. Кроме того, мы также используем в этом разделе линейные функции $P(n + 1)$ и $S(n)$, для того чтобы сформулировать основные идеи, а более сложные возможности обсудим чуть позже.

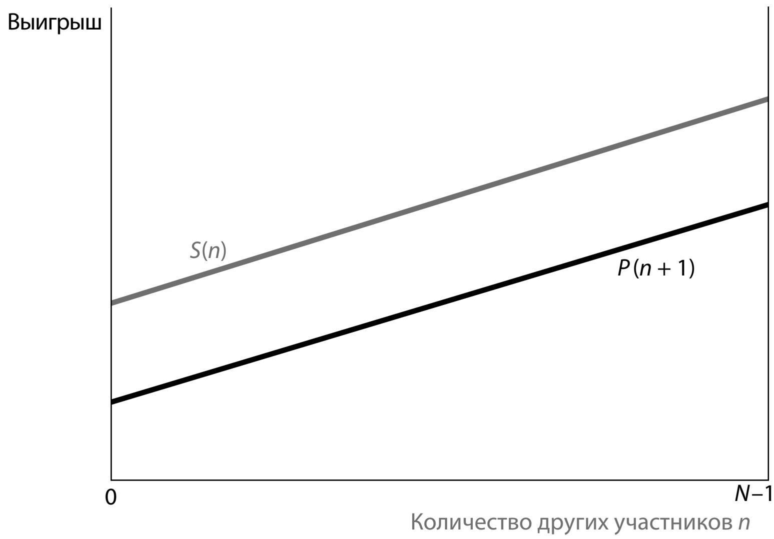


Рис. 11.6. График выигрышей в дилемме заключенных со многими участниками

Напомним, что вы определяете свой выбор с учетом количества текущих участников проекта n и выигрышей, связанных с каждым действием при таком значении n. На рис. 11.6 проиллюстрирован случай, когда линия $S(n)$ находится полностью над линией $P(n + 1)$. Следовательно, каким бы ни было число других участников (то есть каким бы большим ни было значение n), если вы откажетесь от проекта, ваш выигрыш будет выше, чем в случае согласия. Стало быть, отказ от участия в проекте — ваша доминирующая стратегия. У всех игроков одинаковые выигрыши, а значит, отказ от участия в проекте — доминирующая стратегия каждого игрока. Таким образом, равновесие Нэша в этой игре подразумевает, что все игроки станут уклоняться и оросительная система так и не будет построена.

Обратите внимание, что обе линии поднимаются по мере увеличения n. Какое бы действие вы ни выбрали, вам выгодно, чтобы в проекте участвовало больше фермеров. Левая точка пересечения линии $S(n)$ с вертикальной осью находится ниже правой точки пересечения линии $P(n + 1)$, то есть $S(0) = 4 < P(N) = 102$. Это говорит о том, что, если все фермеры (в том числе и вы) откажутся от строительства, выигрыш каждого из них (в том числе ваш) будет меньше, чем в случае согласия. Все фермеры добились бы более весомых результатов, чем при равновесии Нэша, если бы можно было обеспечить исход, при котором каждый из них участвует в проекте. Это и делает игру дилеммой заключенных.

Чем равновесие Нэша, найденное с помощью графика на рис. 11.6, отличается от социального оптимума в этой игре? Для того чтобы ответить на данный вопрос, понадобится способ описать общий социальный выигрыш при каждом значении n; мы сделаем это с помощью функций выигрышей $P(n)$ и $S(n)$, чтобы построить третью функцию $T(n)$, отображающую общий выигрыш для общества от проекта с n участниками как функцию n. Он состоит из значения $P(n)$ для каждого из n участников проекта и значения $S(n)$ для каждого из $(N - n)$ тех, кто отказался от участия:

$$T(n) = nP(n) + (N - n)S(n).$$

Социальный оптимум наблюдается в случае, когда соотношение между участниками проекта и отказавшимися от него максимизирует общий выигрыш $T(n)$, или при таком количестве участников проекта (то есть при таком значении n), которое максимизирует $T(n)$. Для того чтобы лучше понять, каким может быть этот показатель, удобнее записать $T(n)$ иначе, преобразовав представленное выше выражение в такое равенство:

$$T(n) = NS(n) - n[S(n) - P(n)].$$

Этот вариант функции общего социального выигрыша показывает, что мы можем его вычислить, если дадим каждому из N человек выигрыш уклонившегося от строительства, а затем отнимем дополнительную выгоду $[S(n) - P(n)]$ отказавшихся у каждого из n участников проекта.

В играх с коллективным действием, в отличие от игр с распределением общих ресурсов, мы обычно ожидаем, что значение $S(n)$ будет расти по мере увеличения n. Следовательно, значение первого члена выражения, $NS(n)$, также возрастает при увеличении n. Если второй член выражения не увеличивается слишком быстро при увеличении n (как было бы, если бы дополнительная выгода $[S(n) - P(n)]$ человека, отказавшегося от участия в проекте, представляла собой небольшую и постоянную величину), то эффект первого члена доминирует в определении значения $T(n)$.

Именно это происходит с функцией общего социального выигрыша в нашем примере с сотней фермеров. Здесь $T(n) = nP(n) + (N - n)S(n)$ преобразуется в $T(n) = n(2n) + (100 - n)(2n + 4) = 2n^2 + 200n - 2n^2 + 400 - 4n = 400 + 196n$. В данном случае $T(n)$ постепенно увеличивается вместе с n и достигает максимального значения при $n = N$, когда никто не уклоняется от участия в проекте.

Версия игры с большой группой участников позволяет сделать тот же вывод, что и раньше. Группа фермеров в целом выиграла бы, если бы все фермеры строили оросительную систему, то есть если $n = N$. Но структура выигрышей такова, что у каждого фермера есть стимул уклониться от этого. Равновесие Нэша в игре (при $n = 0$) не будет социально оптимальным. Поиск способов достижения социального оптимума — один из важнейших вопросов в области изучения коллективного действия; мы вернемся к нему ниже в данной главе.

В других ситуациях функция $T(n)$ может иметь максимум при другом значении n, а не только при $n = N$. Иными словами, совокупный выигрыш общества можно максимизировать, допустив определенное уклонение от участия в проекте. Даже в случае дилеммы заключенных необязательно должно быть так, что функция общего выигрыша достигает максимума при максимальном значении n. Если разрыв между $S(n)$ и $P(n)$ растет достаточно быстро при увеличении значения n, то отрицательный эффект второго члена выражения для $T(n)$ перевешивает положительный эффект первого члена выражения по мере приближения n к N; в таком случае лучше всего позволить людям уклониться — другими словами, социально оптимальное значение n может быть меньше N. Этот результат идентичен полученному в ходе анализа второй версии дилеммы заключенных в разделе 1.

Такой исход мы наблюдали бы в нашей деревне, если бы значение $S(n)$ составляло $4n + 4$, а не $2n + 4$. Тогда $T(n) = -2n^2 + 396n + 400$, что больше не является линейной функцией n. На самом деле графический калькулятор или простейшие расчеты позволяют определить, что в данном случае $T(n)$ принимает максимальное значение при $n = 99$, а не $n = 100$, как ранее. Изменение структуры выигрышей создало в них неравенство (уклонившиеся от участия в проекте находятся в более выгодном положении, чем его участники), что добавляет еще одну трудность к попыткам общества решить эту дилемму. К примеру, как деревне выбрать одного фермера на роль уклониста?

Б. Игра в труса со многими участниками

Теперь рассмотрим ряд других конфигураций выигрышей. Например, когда $P(n) = 4n + 36$, а значит, $P(n + 1) = 4n + 40$ и $S(n) = 5n$, две линии выигрышей пересекутся. Этот случай показан на рис. 11.7. Здесь при малых значениях n $P(n + 1) > S(n)$, то есть если некоторые фермеры участвуют в проекте, вам также лучше участвовать. При больших значениях n $P(n + 1) < S(n)$, то есть если многие фермеры участвуют в проекте, вам лучше этого не делать. Обратите внимание, что эти утверждения эквивалентны идее игры в труса из двух человек, согласно которой «вы уклоняетесь, если ваш сосед работает, и работаете, если сосед уклоняется». Этот случай действительно представляет собой игру в труса. В более общем плане игра в труса происходит, когда у вас есть выбор из двух действий и вы предпочитаете делать то, что большинство других игроков предпочитают не делать.

Кроме того, рис. 11.7 поможет нам определить положение равновесия Нэша в этой версии игры. Поскольку вам выгодно участвовать в проекте при малых значениях n и отказаться при больших значениях n, то равновесие должно

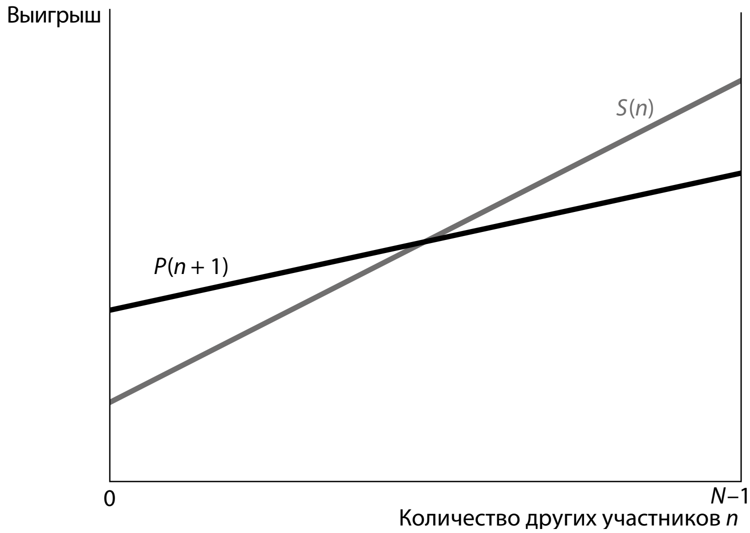


Рис. 11.7. График выигрышей в игре в труса со многими участниками

быть при каком-то промежуточном значении n. Вам безразлично, какой именно из двух вариантов выбрать, только при значении n, при котором две линии пересекаются. Точка пересечения соответствует равновесному значению n. На нашем графике $P(n + 1) = S(n)$, когда $4n + 40 = 5n$, или когда $n = 40$; это и есть соответствующее равновесию Нэша количество фермеров, которые будут строить оросительную систему.

Если две линии пересекаются в точке, соответствующей целому значению n, это и будет количество участников проекта согласно равновесию Нэша. Если это не так, то, строго говоря, в игре нет равновесия Нэша. Но на практике, если текущее значение n в данной комбинации — целое число, расположенное сразу же слева от точки пересечения (которая может не быть целым числом), то еще один фермер захочет присоединиться к проекту, а если текущее значение n — целое число, расположенное справа от точки пересечения, то один фермер захочет уклониться от него. Следовательно, количество участников будет находиться в непосредственной близости от точки пересечения, и мы можем с полным основанием утверждать, что она и будет равновесием в приближенном смысле.

Структура выигрышей на рис. 11.7 показывает, что обе линии имеют положительный наклон, хотя это и необязательно. Можно предположить, что выгода каждого человека уменьшается, когда в проекте участвует больше людей, поэтому линии могут иметь отрицательный наклон. Игре в труса с коллективным действием присуща одна важная особенность: когда всего несколько человек выполняют одно действие, любому другому человеку также лучше его выполнять; когда одно действие выполняет много людей, то другому человеку лучше делать что-то иное.

В чем состоит социально оптимальный исход в игре в труса с коллективным действием? Если выигрыш каждого участника проекта $P(n)$ возрастает по мере увеличения числа участников, а выигрыш каждого уклониста $S(n)$ не сильно превышает $P(n)$ каждого участника, то общий социальный выигрыш достигнет максимума, если все участвуют в проекте. Это и есть исход игры в нашем примере, где $T(n) = 536n - n^2$; общий социальный выигрыш увеличивается по n до значения N (в данном случае 100), а значит, $n = N$ — это и есть социальный оптимум.

Однако в более общем плане некоторые варианты игры в труса приведут к социальным оптимумам, в которых лучше допустить определенное уклонение от участия в проекте. Если бы в группе было 300, а не 100 фермеров, мы получили бы именно такой исход. Социально оптимальное количество участников проекта, вычисленных с помощью графического калькулятора или простейших расчетов, составило бы 268. В этом и заключается разница между версиями I и II игры в труса в примере, о котором шла речь в разделе 1. В качестве упражнения вы можете попытаться найти структуру выигрышей, которая приведет к такому исходу в деревне с сотней фермеров. В аналогичных более общих вариантах игры в труса оптимальное количество участников может быть даже меньше, чем в случае равновесия Нэша. В разделе 3 мы более подробно проанализируем вопрос о социальном оптимуме во всех этих версиях игры.

В. Игра в доверие со многими участниками

И наконец, рассмотрим третий возможный тип игр с коллективным действием, а именно игру в доверие. На рис. 11.8 представлены графики выигрышей для такой игры, где мы исходим из предположения, что фермеры получают $P(n + 1) = 4n + 4$ и $S(n) = 2n + 100$. Здесь $S(n) > P(n + 1)$ при малых значениях n, поэтому, если оросительную систему строят не так уж много фермеров, вам также нужно уклониться от участия в проекте. Но $P(n + 1) > S(n)$ при больших значениях n; тогда, если многие фермеры участвуют в строительстве, вам тоже лучше к ним присоединиться. Иными словами, в отличие от игры в труса, игра в доверие — это игра с коллективным действием, в которой вам необходимо сделать тот же выбор, что и другие ее участники.

За исключением обозначений, график на рис. 11.8 практически идентичен графику на рис. 11.7. Однако положение точки, соответствующей равновесию Нэша, в значительной мере зависит от того, как именно обозначены две линии на графике. На рис. 11.8 показано, что при любом начальном значении n, расположенном слева от пересечения, каждый фермер захочет отказаться от участия в проекте и равновесие Нэша будет достигнуто при $n = 0$, когда все фермеры уклоняются. Однако справа от точки пересечения складывается прямо противоположная картина.

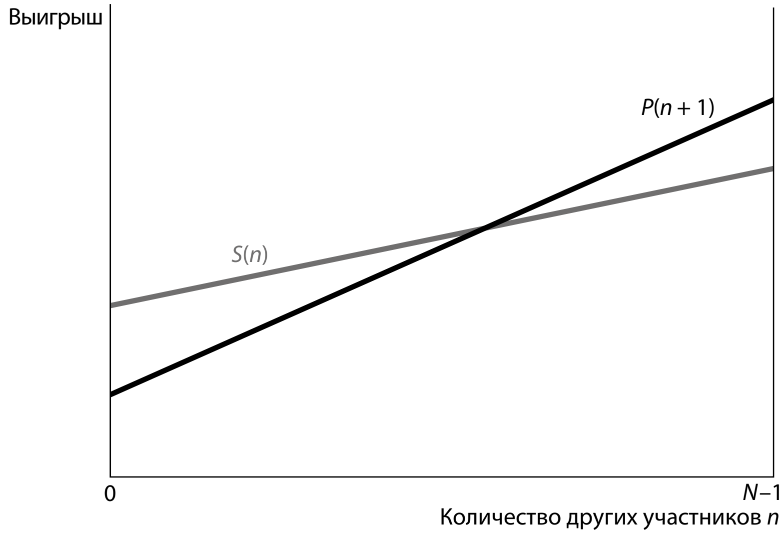


Рис. 11.8. График выигрышей в игре в доверие со многими участниками

Из этой части графика видно, что каждый фермер пожелает участвовать в строительстве, поэтому в игре сформируется еще одно равновесие Нэша при $n = N$.

Технически в этой игре существует еще и третье равновесие Нэша, если значение n в точке пересечения целое число, как в нашем примере. Тогда мы можем определить, что $P(n + 1) = 4n + 4 = 2n + 100 = S(n)$ при $n = 48$. Следовательно, если бы n было в точности равно 48, мы увидели бы исход, при котором одни фермеры решили бы реализовывать проект, а другие нет. Эта ситуация могла бы стать равновесием только при таком значении n, но даже тогда она была бы крайне нестабильной. Если бы всего один фермер случайно присоединился не к той группе, его выбор изменил бы стимулы всех остальных фермеров, что привело бы всю игру к одному из равновесий в конечных точках графика. Это и есть два устойчивых равновесия Нэша в данной игре.

Социальный оптимум в этой игре достаточно легко обнаружить на графике на рис. 11.8. Поскольку обе линии на нем восходящие (то есть для каждого члена группы лучше, если в проекте примет участие больше людей), очевидно, что равновесие, которое находится у правого края графика, более благоприятно для всей группы. В нашем примере это подтверждается тем, что значение $T(n) = 2n^2 + 100n + 10\,000$ возрастает по n при всех положительных значениях n; следовательно, социально оптимальное значение n — это максимальное значение, или $n = N$. Стало быть, в игре в доверие социально оптимальный исход — это одно из устойчивых равновесий Нэша. В связи с этим получить его может быть даже легче, чем в ряде других случаев. Однако независимо от того, отображает ли он равновесие Нэша в исходной игре, остается актуальным вопрос, как все это осуществить на практике.

До сих пор в наших примерах фигурировали относительно небольшие группы людей, от 2 до 100 человек. Но когда общая численность группы N достаточно большая, один человек оказывает совсем незначительное влияние на ситуацию, поэтому значение $P(n + 1)$ почти равно значению $P(n)$. Таким образом, условие, при котором любой человек предпочтет уклониться от участия в проекте, выглядит так: $P(n) < S(n)$. Выразив это неравенство в выгодах и издержках в связи с общим проектом из нашего примера (а именно $P(n) = B(n) - C(n)$ и $S(n) = B(n)$), мы увидим, что значение $P(n)$ (в отличие от $P(n + 1)$ в наших предыдущих расчетах) всегда меньше $S(n)$; отдельные люди постоянно будут стремиться к уклонению от участия в проекте, когда значение N очень большое. Поэтому проблемы коллективной реализации общественных проектов в крупной группе почти всегда проявляются в виде дилеммы заключенных. Однако, как мы уже заметили, такой результат не обязательно будет достигаться в небольших группах. То же касается и больших групп в других контекстах, таких как пробки на дорогах, которые мы обсудим немного ниже в данной главе.

В общем мы должны предусмотреть возможность более широкой интерпретации выигрышей $P(n)$ и $S(n)$, чем в представленном выше конкретном примере, учитывающем преимущества и издержки в связи с проектом. Скажем, мы не можем предположить, что функции выигрышей всегда будут линейными. Дело в том, что в самом общем случае $P(n)$ и $S(n)$ могут быть любыми функциями n, графики которых могут неоднократно пересекаться. При этом может присутствовать множество равновесий, хотя каждое из них может представлять один из описанных выше типов*. Кроме того, некоторые игры будут отнесены к категории игр с распределением общих ресурсов, поэтому в случае полностью обобщенных игр мы будем говорить о двух действиях, обозначенных символами P и S, которые не обязательно будут означать «участие в проекте» и «отказ от участия в проекте», но это позволит нам использовать для обозначения выигрышей те же символы. Таким образом, когда n игроков совершают действие P, $P(n)$ — это выигрыш каждого игрока, выполняющего действие P, а $S(n)$ — выигрыш каждого игрока, выполняющего действие S.

* В нескольких упражнениях в конце главы содержится ряд примеров простых ситуаций с нелинейными функциями выигрышей и множествами равновесий. Более общий анализ и классификацию таких графиков можно найти в книге: Thomas Schelling, Micromotives and Macrobehavior (New York: W. W. Norton & Company, 1978), ch. 7. Эту теорию можно развить еще дальше, предоставив в распоряжение каждого игрока непрерывный выбор действий (например, участие на протяжении определенного количества часов) вместо бинарного выбора — участвовать или нет. Анализ многих подобных ситуаций представлен в специализированных книгах по теме коллективного действия, как то: Todd Sandler, Collective Action: Theory and Applications (Ann Arbor: University of Michigan Press, 1993); Richard Cornes and Todd Sandler, The Theory of Externalities, Public Goods, and Club Goods, 2nd ed. (New York: Cambridge University Press, 1996).

3. Внешние эффекты, или экстерналии

До сих пор мы видели, что коллективные игры проходят в контексте дилеммы заключенных, игры в труса или игры в доверие. Мы также видели, что равновесия Нэша в этих играх редко обеспечивают социально оптимальный уровень участия (или его ограничения). И даже когда социальный оптимум и равновесие Нэша совпадают, это, как правило, лишь одно из возможных равновесий, которые могут присутствовать в игре. Теперь мы глубже проанализируем различия между индивидуальными (или личными) и групповыми (или социальными) стимулами в таких играх. Кроме того, подробнее опишем воздействие решений каждого человека на других людей и группу в целом. Этот анализ совершенно четко объясняет наличие таких различий между стимулами, то, как они проявляются и что можно предпринять для достижения более благоприятных в социальном отношении исходов игры, чем в случае равновесия Нэша.

A. Поездки на работу и обратно и сопутствующие эффекты

Сначала давайте представим себе большую группу из 8000 жителей пригорода, которые ежедневно ездят в город на работу и обратно. Будучи одним из ее членов, вы можете выбрать для поездки либо скоростную магистраль (действие P), либо сеть местных дорог (действие S). Поездка по местным дорогам неизменно занимает 45 минут, сколько бы автомобилей по ним ни перемещалось. На поездку по скоростной автомагистрали уходит всего 15 минут при условии отсутствия заторов. Однако каждый водитель, выбирающий скоростную магистраль, увеличивает время в пути любого другого водителя, который поедет по этому маршруту, на 0,005 минуты (около одной четверти секунды).

Выигрыши в игре исчисляются в минутах сэкономленного времени — например, на сколько минут время поездки туда и обратно меньше одного часа. Следовательно, выигрыш водителей, обозначаемый как $S(n)$, выбравших маршрут по местным дорогам, — постоянная величина: $60 - 45 = 15$, независимо от значения n. Однако выигрыш водителей — $P(n)$, — выбравших скоростную автомагистраль, зависит от значения n; в частности, $P(n) = 60 - 15 = 45$ при $n = 0$, но значение $P(n)$ падает на $5 / 1000$ (или $1 / 200$) в случае каждого, кто выбирает автомагистраль для поездки на работу и обратно. С учетом этого, $P(n) = 45 - 0{,}005n$. Графики двух функций выигрышей представлены на рис. 11.9.

Предположим, сначала на автомагистрали находится 4000 автомобилей, то есть $n = 4000$. При таком количестве машин на дороге каждому водителю требуется $15 + 4000 \times 0{,}005 = 15 + 20 = 35$ минут, чтобы добраться на работу; при этом

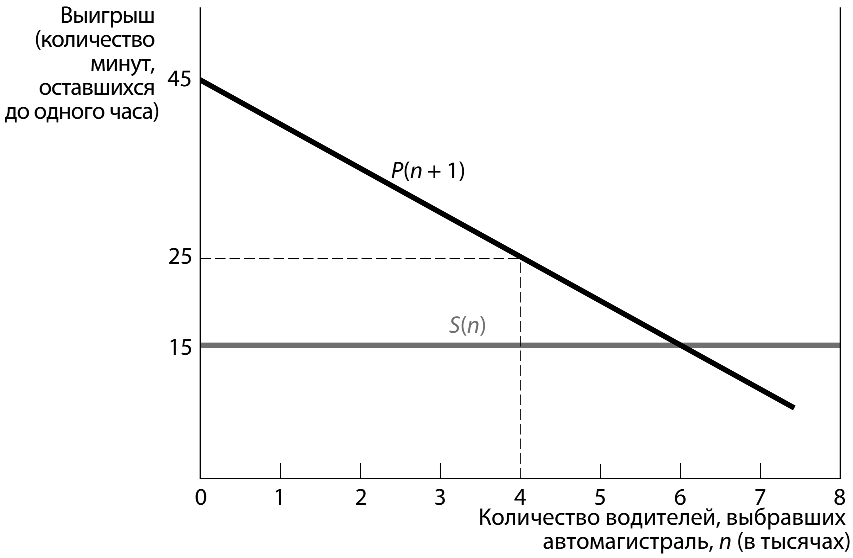


Рис. 11.9. Игра в выбор маршрута для поездки на работу и обратно

каждый из них получает выигрыш $P(n) = 25$ [60 – 35, то есть $P(4000)$]. Как показано на рис. 11.9, этот выигрыш лучше, чем тот, который получат водители, выбравшие местные дороги. В итоге вы, будучи одним из них, можете принять решение переключиться с поездки по местным дорогам на поездку по скоростной автомагистрали. Выбор нового маршрута увеличит значение n на 1, что скажется на выигрышах остальных участников движения. Теперь количество водителей, выбравших автомагистраль, составляет 4001 (в том числе и вы), а время поездки каждого равно 35 + 5/200, или 35,005 минуты. При этом каждый водитель получит выигрыш $P(n + 1) = P(4001) = 24{,}995$, по-прежнему превышающий выигрыш от поездки по местным дорогам. Следовательно, у вас есть личный стимул изменить маршрут, поскольку $P(n + 1) > S(n)$ $(24{,}995 > 15)$.

Выбор другого маршрута приносит вам *личную* выгоду (которую получаете только вы), эквивалентную разности между вашими выигрышами до и после такого перехода; она составляет $P(n + 1) - S(n) = 9{,}995$ минуты. Поскольку вы — один человек, а значит, малая часть группы, полученная вами выгода в виде увеличения выигрыша в сравнении с общим выигрышем всей группы весьма небольшая, или *маржинальная*. В связи с этим мы называем ее **маржинальной личной выгодой**.

Однако теперь из-за вашего решения изменить маршрут каждому из 4000 других водителей, выбравших автомагистраль, придется тратить на поездку на 0,005 минуты больше. Это означает, что выигрыш каждого из них меняется на $P(4001) - P(4000) = -0{,}005$. Водители, выбравшие местные дороги, также столкнутся с изменением выигрышей в размере $S(4001) - S(4000)$, но в нашем примере это равно нулю. Суммарное воздействие вашего решения на всех остальных водителей составляет $4000 \times (-0{,}005) = -20$. Ваше действие, то есть переход с местных дорог на скоростную автомагистраль, повлияло на выигрыши других игроков. Всякий раз, когда действие одного человека оказывает подобное влияние на других людей, наблюдается **сопутствующий эффект**, или **внешний эффект**, или **экстерналия**. Следует отметить, что, поскольку вы представляете собой не более чем малую часть всей группы, ваше воздействие на ее членов следует называть *маржинальным сопутствующим эффектом*.

Совокупность таких факторов, как маржинальная личная выгода и маржинальный сопутствующий эффект, и есть полное воздействие вашего решения перейти на другой маршрут на группу людей, совершающих поездки на работу и обратно, или общее предельное изменение выигрыша группы или общества в целом. Мы называем данный показатель **маржинальной социальной выгодой**, связанной с выбором вами другого маршрута. В действительности эта «выгода» может быть положительной или отрицательной, поэтому само слово «выгода» в данном контексте не означает, что все случаи перехода на другой маршрут пойдут на пользу всей группе. В нашем примере общая предельная социальная выгода составляет $9{,}995 - 20 = -10{,}005$ минуты. Следовательно, общий социальный эффект вашего перехода на другой маршрут носит негативный характер: в целом социальный выигрыш уменьшается более чем на 10 минут.

Б. Сопутствующие эффекты: общий случай

Мы можем описать эффекты, наблюдаемые в примере с поездками на работу и обратно, в еще более обобщенном виде с помощью функции социального выигрыша $T(n)$, где n — количество людей, выбравших P, а значит, $N - n$ — это число людей, выбравших S. Предположим, что сначала n людей выбрали P, а также что один человек переключается с S на P. Тогда количество людей, выбравших P, увеличивается на величину от 1 до $(n + 1)$, а количество людей, выбравших S, уменьшается на величину от 1 до $(N - n - 1)$. Таким образом, общий социальный выигрыш составляет

$$T(n + 1) = (n + 1)P(n + 1) + [N - (n + 1)]\, S\,(n + 1).$$

Увеличение общего социального выигрыша равно разности между $T(n + 1)$ и $T(n)$. После приведения и перестановки членов получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} &T(n + 1) - T(n) = \\ &= (n + 1)\, P(n + 1) + [N - (n + 1)]\, S\,(n + 1) - nP(n) - (N - n)S(n) = \\ &= [P(n + 1) - S\,(n)] + n[P(n + 1) - P(n)] + [N - (n + 1)][S(n + 1) - S(n)]. \quad (11.1) \end{aligned}$$

Уравнение (11.1) математически описывает различные эффекты перехода одного человека с S на P, которые мы наблюдали в примере с поездками на работу и обратно. Это уравнение показывает, как предельная социальная выгода делится на предельные изменения выигрышей подгрупп общей совокупности.

Первый из трех членов уравнения (11.1) (а именно $[P(n + 1) - S(n)]$) — это маржинальная личная выгода, полученная человеком, переключающимся на другое действие. Как мы видели выше, именно этот член уравнения определяет выбор человека, причем все отдельные варианты такого выбора образуют равновесие Нэша.

Второй и третий члены уравнения (11.1) — количественная оценка *сопутствующих эффектов*, связанных с влиянием перехода одного человека на всех остальных участников группы. У каждого из n человек, выбравших P, выигрыш меняется на величину $[P(n + 1) - P(n)]$, если еще один человек переключается на P; этот сопутствующий эффект можно наблюдать во второй группе членов уравнения (11.1). После перехода одного человека на другое действие остается еще $N - (n + 1)$, или $N - n - 1$, других участников группы, которые по-прежнему выбирают S, причем каждый из них видит, что его выигрыш меняется на $[S(n + 1) - S(n)]$; этот сопутствующий эффект отображен в третьей группе членов уравнения. Безусловно, выбор одним водителем другого маршрута оказывает совсем незначительное влияние на время пребывания остальных участников движения в пути, однако когда их на дороге очень много (то есть при большом значении N), совокупный сопутствующий эффект может быть достаточно большим.

Таким образом, мы можем записать уравнение (11.1) при переходе одного человека с S на P или с P на S как:

Маржинальная социальная выгода = маржинальная личная выгода + маржинальный сопутствующий эффект.

В примере, в котором один человек переходит с S на P, мы имеем:

$$\text{Маржинальная социальная выгода} = T(n + 1) - T(n),$$
$$\text{Маржинальная личная выгода} = P(n + 1) - S(n),$$
$$\text{Маржинальный сопутствующий эффект} = n[P(n + 1) - P(n)] + [N - (n + 1)] \times$$
$$\times [S(n + 1) - S(n)].$$

Применение дифференциального исчисления к формулам общего случая. Прежде чем более подробно рассматривать некоторые ситуации с наличием сопутствующего эффекта, чтобы понять, что можно сделать для обеспечения социально оптимальных исходов, мы сформулируем общие концепции этого анализа на языке дифференциального исчисления. Если вы не знаете этого языка, можете опустить оставшуюся часть данного раздела, не рискуя нарушить целостность изложенного здесь материала. Если же знаете, альтернативная формулировка покажется вам проще и понятнее, чем представленные выше алгебраические преобразования.

Если общее количество N членов группы очень большое (например, исчисляется в сотнях или тысячах), то одного человека можно воспринимать как совсем небольшую, или бесконечно малую, часть целого. Это позволяет рассматривать n как непрерывную переменную. Если $T(n)$ — общий социальный выигрыш, мы вычислим эффект от изменения n, проанализировав увеличение бесконечно малой предельной величины dn вместо увеличения на целую единицу с n до $(n + 1)$. В первом приближении изменение выигрыша составляет $T'(n)dn$, где $T'(n)$ — производная от $T(n)$ по n. Воспользовавшись выражением для общего социального выигрыша

$$T(n) = nP(n) + (N - n)S(n)$$

и продифференцировав это выражение, получим

$$\begin{aligned} T'(n) &= P(n) + nP'(n) - S'(n) + (N - n)S'(n) = \\ &= [P(n) - S(n)] + nP(n) + (N - n)S'(n). \end{aligned} \tag{11.2}$$

Это эквивалент уравнения (11.1), выраженный в терминах дифференциального исчисления. $T'(n)$ — это маржинальная социальная выгода. Маржинальная личная выгода равна $P(n) - S(n)$, что представляет собой изменение выигрыша человека от перехода с S на P. В уравнении (11.1) оно было представлено как $P(n + 1) - S(n)$, теперь же мы имеем $P(n) - S(n)$. Это объясняется тем, что прибавление бесконечно малой величины dn к группе из n человек, выбравших P, не приводит к существенному изменению выигрыша ни одного из них. Тем не менее общее изменение их выигрыша, равное $nP'(n)$, представляет достаточно большую величину и учитывается в вычислении сопутствующего эффекта — это второй член в уравнении (11.2), — так же как и изменение выигрыша $(N - n)$ человек, выбравших S, то есть $(N - n)S'(n)$, третий член уравнения (11.2). Два последних члена уравнения представляют собой предельный сопутствующий эффект.

В примере с поездками на работу и обратно у нас были такие значения: $P(n) = 45 - 0{,}005n$ и $S(n) = 15$. Далее с помощью вычислений мы пришли к выводу, что предельная личная выгода каждого водителя, выбирающего автомагистраль, когда n водителей уже движутся по ней, составляет $P(n) - S(n) = 30 - 0{,}005n$. Поскольку $P'(n) = -0{,}005$, а $S'(n) = 0$, сопутствующий эффект составляет $n \times (-0{,}005) + (N - n) \times 0 = -0{,}005n$, что равно -20 при $n = 4000$. Ответ такой же, как и раньше, но дифференциальное исчисление упрощает процесс его получения и помогает найти оптимум непосредственно.

В. Еще раз о поездках на работу и обратно: отрицательные экстерналии

Отрицательная экстерналия наблюдается в случае, когда действие одного человека *снижает* выигрыши других членов группы, что перекладывает на них часть дополнительных затрат. Мы наблюдали это в примере с поездками на работу и обратно, где предельный сопутствующий эффект от перехода одного человека на автомагистраль был отрицательным, поскольку увеличивал время поездки других участников движения на 20 минут. Однако человек, меняющий маршрут поездки на работу, не учитывает сопутствующий эффект (экстерналию); его мотивируют только собственные выигрыши. (Не забывайте, что чувство вины, которое он может испытывать в связи с причинением вреда окружающим, уже должно быть отображено в его выигрышах.) Такой человек изменит свое действие с S на P, если это позволит ему получить положительную маржинальную *личную* выгоду. Тогда это изменение поставит его в более выгодное положение.

Однако общество в целом бы выиграло, если бы решения человека, регулярно совершающего поездки из пригорода на работу и обратно, зависели от маржинальной *социальной* выгоды. В нашем примере она имеет отрицательное значение –10,005, тогда как маржинальная личная выгода — положительное 9,995, поэтому отдельный водитель переходит с местных дорог на автомагистраль, даже если для общества было бы лучше, чтобы он этого не делал. В общем, в ситуациях с отрицательными экстерналиями маржинальная социальная выгода меньше маржинальной личной выгоды, что объясняется существованием отрицательного сопутствующего эффекта. Люди принимают решения на основании расчетов издержек и преимуществ, что неправильно с точки зрения общества. В итоге отдельные люди выбирают действия с отрицательным сопутствующим эффектом чаще, чем того хотело бы общество.

Уравнение (11.1) можно использовать для определения точных условий, при которых переход приносит выгоду одному человеку, в отличие от всей группы. Вспомните, что если n человек уже пользуются скоростной автомагистралью, а один водитель планирует перейти на нее с местных дорог, он получит от этого выгоду, если $P(n + 1) > S(n)$, тогда как социальный выигрыш увеличивается при условии, что $T(n + 1) - T(n) > 0$. Личный выигрыш имеет положительное значение, если

$$45 - (n + 1) \times 0{,}005 > 15,$$
$$44{,}995 - 0{,}005n > 15,$$
$$n < 200\,(44{,}995 - 15) = 5999.$$

При этом социальная выгода имеет положительное значение при выполнении следующего условия:

$$45 - (n + 1) \times 0{,}005 - 15 - 0{,}005n > 0,$$
$$29{,}995 - 0{,}01n > 0,$$
$$n < 2999{,}5.$$

Таким образом, при наличии свободы выбора люди, которые регулярно ездят из пригорода на работу и обратно, выберут маршрут, пролегающий по скоростной автомагистрали, пока их число не достигнет 6000, но при этом любое количество, превышающее 3000, сокращает общий социальный выигрыш. Для всей совокупности водителей было бы лучше, если бы их количество не превышало 3000.

Этот результат представлен в виде графика на рис. 11.10; он дублирует рис. 11.9, но с добавлением линий маржинальной личной и социальной выгоды. Две линии, соответствующие функциям $P(n + 1)$ и $S(n)$, пересекаются в точке $n = 5999$, иными словами, в точке, соответствующей такому значению n, при котором $P(n + 1) = S(n)$, то есть при котором маржинальная личная выгода равна нулю. В любой точке слева от этого значения n каждый отдельно взятый водитель, пользующийся местными дорогами, может подсчитать, что он получит положительную выгоду от перехода на автомагистраль. По мере совершения водителями такого перехода количество автомобилей на автомагистрали увеличивается — значение n повышается, так же как и в примере, о котором шла речь в разделе 3.А. Напротив, справа от точки пересечения (то есть при $n > 5999$) $S(n) > P(n + 1)$, а значит, каждый из $(n + 1)$ водителей, пользующихся автомагистралью, получит выгоду от перехода на местные дороги. И по мере того как некоторые водители действительно начнут это делать,

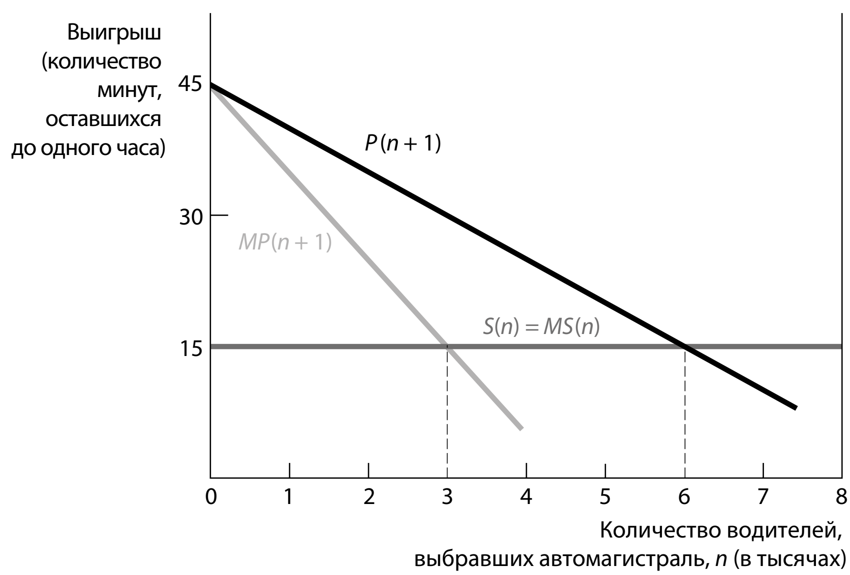


Рис. 11.10. Равновесие и оптимум в игре в выбор маршрута для поездки на работу и обратно

количество автомобилей на автомагистрали будет сокращаться, а значение n падать. Слева от точки пересечения этот процесс сходится к $n = 5999$, а справа — к 6000.

При использовании подхода, основанного на дифференциальном исчислении, мы бы рассматривали 1 как малое приращение n и построили бы график $P(n)$ вместо $P(n + 1)$. Тогда точкой пересечения было бы значение $n = 6000$, а не 5999. Очевидно, что на практике это фактически не играет роли. То есть мы можем назвать $n = 6000$ равновесием Нэша в игре с изменением маршрута в случае, когда выбор обусловлен сугубо личными соображениями. При наличии свободы выбора из 8000 человек, которые регулярно ездят из пригорода на работу и обратно, 6000 выберут скоростную автомагистраль и только 2000 будут ездить по местным дорогам.

Однако мы также можем представить исход этой игры с точки зрения всех жителей пригородной зоны. В целом они выигрывают от увеличения количества водителей n, пользующихся автомагистралью, если $T(n + 1) - T(n) > 0$, и проигрывают от увеличения n, если $T(n + 1) - T(n) < 0$. Для того чтобы разобраться, как это отобразить на графике, сформулируем идею несколько иначе. В частности, перепишем уравнение (11.1), разбив его на два фрагмента, один из которых зависит только от P, а другой — только от S:

$$\begin{aligned} T(n+1) - T(n) &= (n+1)P(n+1) + [N-(n+1)]S(n+1) - nP(n) - [N-n]S(n) = \\ &= S(n)\{P(n+1) + n[P(n+1) - P(n)]\} - \{S(n) + [N-(n+1)][S(n+1) - S(n)]\}. \end{aligned}$$

Выражение в первой группе скобок — это воздействие на выигрыши членов группы, выбравших P; в него входит $P(n + 1)$ человек, перешедших на другой маршрут, а также сопутствующий эффект $n[P(n + 1) - P(n)]$, отражающий влияние на всех остальных n человек, выбравших P. Мы называем это маржинальным социальным выигрышем подгруппы, выбравшей P, в случае если ее численность увеличивается с n до $n + 1$, или сокращенно $MP(n + 1)$. Аналогично, выражение во второй группе скобок — маржинальный социальный выигрыш подгруппы, выбравшей S, или сокращенно $MS(n)$. В итоге все выражение для $T(n + 1) - T(n)$ говорит о том, что общий социальный выигрыш увеличивается, когда один человек переходит с S на P (или уменьшается, когда один человек переключается с P на S), если $MP(n + 1) > MS(n)$, и уменьшается, когда один человек переходит с S на P (или увеличивается, когда один человек переключается с P на S), если $MP(n + 1) < MS(n)$.

Воспользовавшись выражениями для $P(n + 1)$ и $S(n)$ в примере с поездками на работу и обратно, получим

$$MP(n+1) = 45 - (n+1) \times 0{,}005 + n \times (-0{,}005) = 44{,}995 - 0{,}01n.$$

При этом $MS(n) = 15$ для всех значений n. На рис. 11.10 представлены также графики функций $MP(n + 1)$ и $MS(n)$. Обратите внимание, что $MS(n)$ везде совпадает с $S(n)$, поскольку на местных дорогах не бывает заторов. Однако линия $MP(n + 1)$ находится под линией $P(n + 1)$. Из-за отрицательного сопутствующего эффекта социальная выгода от перехода одного человека на автомагистраль меньше его личной выгоды.

Графики $MP(n + 1)$ и $MS(n)$ пересекаются в точке $n = 2999$, или приблизительно 3000. Слева от точки пересечения $MP(n + 1) > MS(n)$, то есть группа в целом выиграет от перехода еще одного человека на автомагистраль. Справа от точки пересечения все наоборот, то есть группа выиграет от перехода одного человека с автомагистрали на местные дороги. Таким образом, социально оптимальное распределение водителей — 3000 на автомагистрали и 3000 на местных дорогах.

При использовании подхода, основанного на дифференциальном исчислении, общий выигрыш водителей, передвигающихся по автомагистрали, можно было бы записать так: $nP(n) = n(45 - 0{,}005n) = 45n - 0{,}005n^2$. Тогда $MP(n + 1)$ — производная этого выражения по n, а именно $45 - 0{,}005 \times 2n = 45 - 0{,}01n$. Оставшая часть анализа выполняется так же, как описано выше.

Как обеспечить оптимальное распределение водителей с точки зрения общества в целом? В разных культурах и политических группах используются различные системы, каждая со своими преимуществами и недостатками. Общество может просто запретить 3000 водителям доступ на скоростную автомагистраль. Но по каким критериям их отбирать? Можно применить принцип живой очереди, но тогда водители будут пытаться обогнать друг друга, чтобы добраться до автомагистрали первыми, и потеряют кучу времени. Бюрократическое общество могло бы установить критерии, основанные на выполненных чиновниками сложных расчетах потребностей и заслуг, и тогда каждый водитель стал бы предпринимать затратные действия, чтобы удовлетворять этим критериям. Политизированное общество может отдать предпочтение важным «независимым избирателям», или организованным группам активистов, или лицам, делающим пожертвования. В коррумпированном обществе привилегии могли бы получить те, кто дает взятки чиновникам или политикам. Более эгалитарное общество может разыгрывать права на поездку по автомагистрали в лотерею или распределять их по ротационному принципу, каждый месяц меняя тех, кому они принадлежат. В качестве примера такого распределения можно привести схему, согласно которой вы получаете право ездить по автомагистрали только в определенные дни, в зависимости от последней цифры на номерном знаке вашего автомобиля. Однако такая схема не столь демократична, как может показаться поначалу, поскольку богатые люди могут купить два автомобиля и выбирать номерные знаки так, чтобы это позволяло им пользоваться автомагистралью ежедневно.

Многие экономисты предпочитают более открытую систему тарифов на проезд по автомагистрали. Предположим, каждый передвигающийся по ней водитель должен заплатить пошлину t, исчисляемую в единицах времени. В таком случае личная выгода от использования автомагистрали составляет $P(n) - t$, а число n в равновесии Нэша определяется выражением $P(n) - t = S(n)$. (Здесь мы игнорируем малую разность между $P(n)$ и $P(n + 1)$, что допустимо при очень больших значениях N.) Мы знаем, что социально оптимальное значение n равно 3000. Воспользовавшись выражениями $P(n) = 45 - 0{,}005n$ и $S(n) = 15$ и подставив 3000 вместо n, находим, что $P(n) - t = S(n)$, то есть водителям безразлично, по какому маршруту ехать, автомагистралью или местными дорогами, если $45 - 15 - t = 15$ или $t = 15$. Если стоимость времени при минимальной оплате труда составляет около 5 долларов в час, 15 минут обойдутся в 1,25 доллара. Это и есть пошлина, или плата за проезд, введение которой позволит удерживать количество водителей, пользующихся автомагистралью, на социально оптимальном уровне.

Обратите внимание, что, когда 3000 водителей пользуются автомагистралью, добавление одного участника движения увеличивает время пребывания каждого водителя в пути на 0,005 минуты, то есть в сумме на 15 минут. Это и есть та пошлина, которую должен заплатить каждый водитель. Другими словами, он должен оплатить стоимость отрицательного сопутствующего воздействия, оказываемого им на остальных членов группы. Это наглядно демонстрирует каждому водителю дополнительные издержки, которые влекут за собой его действия, что, в свою очередь, побуждает его выбрать социально оптимальное действие. Экономисты в таком случае говорят, что отдельный человек вынужден **перенять экстерналию**. Тот факт, что люди, действия которых причиняют вред другим людям, должны его оплачивать, повышает привлекательность данного подхода. Однако средства, вырученные от взимания пошлины, не передаются непосредственно на возмещение ущерба другим людям. Если бы это было так, то каждый пользователь автомагистрали рассчитывал бы получить за счет других именно ту сумму, которую он платит сам, и вся система потеряла бы смысл. Вместо этого деньги, вырученные от пошлины, уходят в казну государства, где их могут потратить (или не потратить) на благо общества.

Экономисты, предпочитающие полагаться на рынки, утверждают, что если бы автомагистраль находилась в частной собственности, ее владелец был бы заинтересован взимать такую плату за проезд, которая бы сократила количество пользователей автомагистрали до социально оптимального уровня. Владелец автомагистрали знает, что, если он взимает пошлину t с каждого водителя, их количество будет определяться по формуле $P(n) - t = S(n)$. Его доход составит $tn = n[P(n) - S(n)]$, и он будет действовать так, чтобы максимизировать его. В нашем примере доход равен $n[45 - 0{,}005n - 15] = n[30 - 0{,}005n] = 30n - 0{,}005n^2$. Очевидно, что доход достигает максимума при $n = 3000$. Однако в этом случае прибыль уйдет в карман владельца автомагистрали, а большинство людей считают это неприемлемым.

Г. Положительные сопутствующие эффекты

Многие вопросы, касающиеся положительных сопутствующих эффектов, или положительных экстерналий, можно рассматривать как зеркальное отображение вопросов, связанных с отрицательными сопутствующими эффектами. Личная выгода человека от выполнения действий, обусловливающих положительный сопутствующий эффект, меньше маржинальной выгоды общества от этих действий. Следовательно, в случае равновесия Нэша такие действия будут применяться не очень активно и общество не получит от них адекватной выгоды. Более благоприятного результата можно достичь путем повышения заинтересованности людей; социальный оптимум можно обеспечить, предоставляя тем, чьи действия создают положительные сопутствующие эффекты, вознаграждение, эквивалентное выгоде от сопутствующего эффекта.

На самом деле различие между положительным и отрицательным сопутствующим эффектом — в какой-то мере вопрос семантики. Будет ли эффект положительным или отрицательным, зависит от того, какое выбранное действие вы обозначите символом *P*, а какое — *S*. Предположим, что в примере с регулярными поездками на работу и обратно мы обозначили местные дороги как *P*, а автомагистраль как *S*. Тогда переход одного человека с *S* на *P* сократит время в пути остальных людей, выбравших *S*, а значит, это действие создаст для них положительный сопутствующий эффект. Можно рассмотреть еще один пример — вакцинацию против некоторых инфекционных болезней. Каждый человек, сделавший прививку, снижает как собственный риск подхватить болезнь (маржинальная личная выгода), так и риск окружающих заразиться ею от него (сопутствующий эффект). Если отсутствие прививки обозначить как действие *S*, то вакцинация создает положительный сопутствующий эффект, если — как действие *P*, то отказ от вакцинации создает отрицательный сопутствующий эффект. Это имеет свои последствия для разработки политики приведения действий отдельных людей в соответствие с социальным оптимумом. Общество может либо вознаграждать тех, кто проходит вакцинацию, либо налагать взыскание на тех, кто отказывается от нее.

Однако действиям, создающим положительный сопутствующий эффект, может быть присуще одно важное новое свойство, отличающее их от действий с отрицательным сопутствующим эффектом, а именно **положительная обратная связь**. Предположим, сопутствующий эффект от выбора вами действия *P* связан с увеличением выигрыша тех, кто также выбрал *P*. В таком случае ваш выбор повышает привлекательность этого действия (*P*) и может склонить других тоже его совершить, положив начало процессу, который завершится всеобщим выполнением этого действия. Напротив, если действие *P* выбирают очень немногие люди, то оно может быть настолько непривлекательным, что они и сами откажутся от него, что приведет к всеобщему выбору действия *S*. Другими словами, положительная обратная связь может привести к формированию множества равновесий Нэша; ниже мы проиллюстрируем эту ситуацию на примере из реальной жизни.

При покупке компьютера вам необходимо решить, на базе какой операционной системы — Windows или Linux (семейство Unix) — он должен работать, чтобы это было выгоднее для вас. Чем активнее растет количество пользователей Unix, тем целесообразнее покупать такой компьютер: в системе будет меньше ошибок, поскольку пользователи их обнаружат и устранят, к тому же будет доступно больше приложений, а также увеличится число специалистов, которые смогут вам помочь при возникновении проблем. Точно так же привлекательность компьютера на Windows будет повышаться по мере увеличения количества пользователей этой ОС. Кроме того, многие компьютерные фанаты убеждены, что операционная система Unix вне всякой конкуренции. Придерживаясь нейтральной позиции по этому вопросу, мы покажем, что произошло бы, если бы это было действительно так. Приведет ли индивидуальный выбор к получению наиболее благоприятного для всего общества результата?

Для отображения выигрышей от двух стратегий, Windows и Unix, отдельного покупателя мы используем такой же график, как на рис. 11.6 и 11.8. Как показано на рис. 11.11, выигрыши от стратегии Unix повышаются по мере увеличения количества ее пользователей, а выигрыши от стратегии Windows повышаются, когда число пользователей Unix падает (соответственно, растет количество пользователей Windows). Как уже было сказано, этот график построен с учетом того, что выигрыш пользователей Unix, когда все остальные члены общей совокупности также предпочитают Unix (в точке *U*), выше выигрыша пользователей Windows, когда все остальные члены общей совокупности также выбирают Windows (в точке *W*).

Если в текущей совокупности только небольшая доля пользователей Unix, то ситуация отображается на графике слева от точки пересечения линий выигрышей точкой *I*; при этом каждый отдельный пользователь считает более целесообразным выбрать Windows. Когда в общей совокупности доля пользователей Unix больше, это смещает всю совокупность направо от *I* и каждому пользователю лучше выбрать Unix. Таким образом, смешанная совокупность пользователей Unix и Windows может выступать в качестве равновесия только тогда, когда в текущей совокупности имеется ровно *I* пользователей Unix: лишь при этом условии ни у одного члена совокупности нет стимула перейти на другую платформу. Но даже эта ситуация неустойчива. Предположим, всего один человек случайно примет другое решение. Если он перейдет на Windows, его выбор сместит всю совокупность налево от точки *I* и тогда у других членов совокупности также появится стимул перейти на Windows. Если он перейдет на Unix, точка совокупности

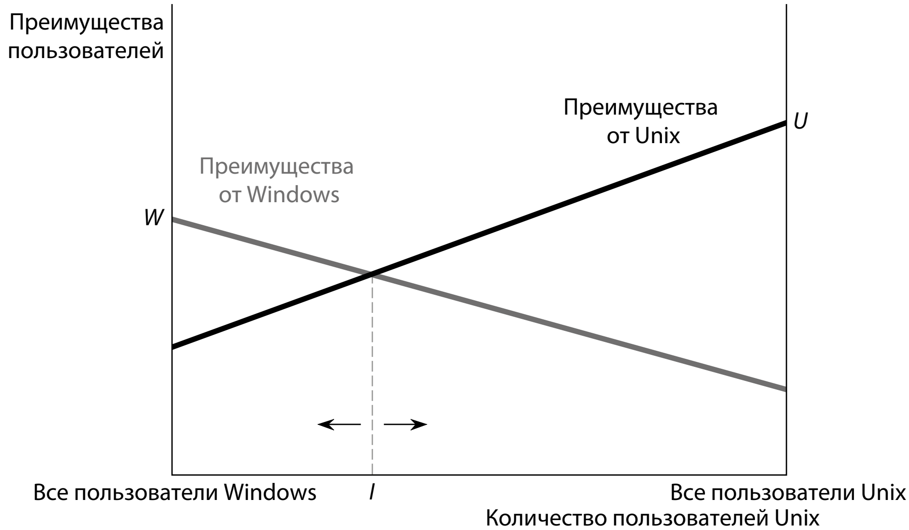


Рис. 11.11. Выигрыши в игре с выбором операционной системы

сместится направо от *I*, что стимулирует еще большее количество пользователей выбрать Unix. В конечном счете совокупный эффект этих переходов подтолкнет общую совокупность к исходу «все пользователи Unix» или «все пользователи Windows»; это и есть два устойчивых равновесия в данной игре*.

Но какое из них будет достигнуто? Ответ зависит от того, где начинается игра. Если вы взглянете на конфигурацию современных пользователей компьютеров, то увидите среди них подавляющее большинство сторонников Windows. В связи с этим создается впечатление, что, поскольку пользователей Unix мало (или много пользователей Windows), мир движется к равновесию «все пользователи Windows». Школы, компании и частные пользователи оказались **замкнутыми** на этом равновесии вследствие исторической случайности. Если Unix действительно обеспечивает обществу дополнительные преимущества в случае ее повсеместного использования, тогда равновесие «все пользователи Unix» должно быть предпочтительнее по сравнению с равновесием «все пользователи Windows», к которому мы приближаемся. К сожалению, хотя общество в целом от такого изменения только бы выиграло, ни у одного пользователя компьютера нет личной заинтересованности менять сложившуюся ситуацию. Изменить ее в пользу Unix может только скоординированное действие. Прежде чем все посчитают целесообразным выбрать Unix, должна сформироваться критическая масса ее отдельных пользователей, превышающая имеющуюся в точке *I* на рис. 11.11.

---

* Термин «положительная обратная связь» может создать впечатление, будто это нечто хорошее, но на формальном языке этим термином просто обозначается соответствующий процесс и он не содержит никаких оценочных суждений в отношении исхода игры. В данном примере один и тот же механизм положительной обратной связи может привести либо к исходу «все пользователи Unix», либо к исходу «все пользователи Windows»; при этом один исход может оказаться хуже другого.

Существует много примеров подобного рода условностей, соблюдаемых различными группами людей. Наиболее известны случаи, в отношении которых по прошествии времени заговорили как об ошибочном выборе. Сторонники этой точки зрения заявляют, что паровые двигатели можно было бы сделать гораздо эффективнее, чем двигатели внутреннего сгорания, и уж конечно, они были бы более экологически чистыми. Приверженцы клавиатуры с раскладкой Дворака уверены, что она была бы лучше раскладки QWERTY, если бы применялась повсюду. Многие инженеры сходятся во мнении, что у Betamax было преимущество перед VHS на рынке видеомагнитофонов. В таких случаях пристрастие публики или талант рекламистов помогают определить окончательное равновесие и могут привести к «плохому» или «неправильному» исходу с точки зрения общества. В других ситуациях подобных трудностей нет. Например, мало кто стал бы бороться за изменение цвета огней светофора*.

Идеи положительной обратной связи и замыкания нашли важное практическое применение в макроэкономике. Рентабельность производства возрастает по мере повышения уровня спроса в экономке, что происходит при увеличении национального дохода. А национальный доход, в свою очередь, увеличивается в связи с ростом выпуска продукции и, как следствие, рабочих мест. Такая положительная обратная связь позволяет сформировать множество равновесий, среди которых равновесие, включающее высокий объем производства и высокий национальный доход, гораздо лучше для общества, но отдельные решения могут замкнуть экономику на равновесии с низким объемом производства и низким национальным доходом. Более благоприятное равновесие можно сделать фокальной точкой, публично об этом заявив («Единственное, чего мы должны бояться, — это самого страха»). Кроме того, правительство могло бы также повысить спрос в экономике до уровня, необходимого для ее перевода в более выигрышное равновесие. Иными словами, с точки зрения теории игр вероятность безработицы из-за дефицита совокупного спроса (о чем в терминах спроса и предложения на языке экономической теории говорит Джон Кейнс в опубликованной в 1936 году книге под названием Employment, Interest, and Money) можно считать следствием неспособности решить проблему коллективного действия**.

---

* Не все согласны с тем, что клавиатура Дворака и видеомагнитофон Betamax однозначно были лучшими альтернативами. См. две статьи по этой теме: S. J. Liebowitz and Stephen E. Margolis, Network Externality: An Uncommon Tragedy, Journal of Economic Perspectives, vol. 8 (Spring 1994), pp. 146–49, and The Fable of the Keys, Journal of Law and Economics, vol. 33 (April 1990), pp. 1–25.

** *Кейнс Дж.* Общая теория занятости, процента и денег. М. : Гелиос АРВ, 2015. Информацию о формальных теоретико-игровых моделях равновесий в условиях безработицы можно найти здесь: John Bryant, “A Simple Rational-Expectations Keynes-type Model,” Quarterly Journal of Economics, vol. 98 (1983), pp. 525–28, and Russell Cooper and Andrew John, “Coordination Failures in a Keynesian Model,” Quarterly Journal of Economics, vol. 103 (1988), pp. 441–63.

4. Краткая история идей

А. Классика

Проблема коллективного действия заботила социальных философов и экономистов с давних времен. Британский философ XVII столетия Томас Гоббс утверждал, что общество разрушится в «войне всех против всех», если не будет под властью монарха-диктатора, или Левиафана (название книги Гоббса). Сто лет спустя французский философ Жан-Жак Руссо описал проблему дилеммы заключенных в трактате «Рассуждение о начале и основании неравенства между людьми». Охота на оленя требует сотрудничества всей группы охотников с тем, чтобы они могли окружить и убить животное, но любой отдельно взятый охотник, увидевший зайца, может посчитать это более приемлемым вариантом для себя, покинуть круг и погнаться за зайцем. Руссо полагал, что такие проблемы — продукт цивилизации и что в своем естественном состоянии люди ведут гармоничную жизнь как «благородные дикари». Примерно в то же время два шотландца сформулировали ряд кардинальных решений подобных проблем. Давид Юм в своем труде «Трактат о человеческой природе» утверждал, что ожидание ответной услуги в будущем обеспечивает взаимодействие между людьми. Адам Смит в работе «Исследование о природе и причинах богатства народов» сформулировал важное видение экономики, согласно которому производство товаров и услуг сугубо в целях получения личной прибыли может привести к наилучшему исходу для общества в целом*.

Столь оптимистическая интерпретация настолько укрепила свои позиции (особенно среди экономистов и даже некоторых политологов), что автоматически предполагалось следующее: если тот или иной результат приносит выгоду всей группе, действия ее членов обязательно приведут к его получению. Это убеждение было подвергнуто резкой критике в середине 1960-х годов, после выхода книги Манкура Олсона «Логика коллективного действия». Олсон отметил, что наилучший коллективный результат не будет достигнут, если каждый отдельно взятый

* Упомянутые здесь великие старые книги многократно переиздавались во многих версиях. По каждой книге мы указываем год первой публикации и данные об одном новом издании, к которому сравнительно легко получить доступ. В каждом новом издании есть предисловие редактора, в котором для удобства кратко изложены основные идеи книги. Thomas Hobbes, Leviathan; or the Matter, Form, and Power of Commonwealth Ecclesiastical and Civil, 1651 (Everyman Edition, London: J. M. Dent, 1973); David Hume, A Treatise of Human Nature, 1739 (Oxford: Clarendon Press, 1976); Jean-Jacques Rousseau, A Discourse on Inequality, 1755 (New York: Penguin Books, 1984); Adam Smith, An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations, 1776 (Oxford: Clarendon Press, 1976). Переводы на русский язык: *Гоббс Т.* Избранные произведения, т. 1–2. М., 1964; *Юм Д.* Сочинения в двух томах. М. : Мысль, 1996; *Руссо Ж.-Ж.* Трактаты. М. : Наука, 1969; *Смит А.* Исследование о природе и причинах богатства народов. М. : Эксмо, 2007.

человек не будет лично в этом заинтересован, то есть если не сформируется равновесие Нэша. Однако Олсон не конкретизировал игру с коллективным действием. Хотя у нее много общего с дилеммой заключенных, Олсон настаивал, что это не всегда так, и мы с вами уже убедились, что данная проблема может принимать форму игры в труса или игры в доверие*.

Примерно в то же время внимание ученых привлек еще один важный класс проблем коллективного действия, а именно проблемы исчерпания общих ресурсов. Если доступ к таким ресурсам, как рыбные запасы или пастбища, открыт для всех, каждый человек будет эксплуатировать их по максимуму, поскольку любое самоограничение с его стороны просто приведет к тому, что это будет делать кто-то другой. Как уже упоминалось выше, Гаррет Хардин написал по этой теме знаменитую статью под названием «Трагедия общин». Проблемы совместно используемых ресурсов отличаются от игры со строительством оросительной системы, в которой у каждого фермера есть сильный личный стимул бесплатно воспользоваться результатами труда других людей. Что касается общих ресурсов, то здесь каждый человек лично заинтересован извлечь из них максимальную выгоду, заставив остальных оплачивать социальные издержки в связи с их истощением.

Б. Современные подходы и решения

До недавнего времени многие социологи и большинство специалистов по естественным наукам придерживались точки зрения Гоббса на проблему общих ресурсов, заявляя, что ее способно решить только правительство, которое заставит всех поддерживать взаимодействие. Другие, особенно экономисты, сохранили оптимизм Смита. Они утверждали, что передача ресурса в частную собственность, при которой выгода от него будет выражена в виде прибыли владельца, побудит его ограничить использование ресурса, обеспечив тем самым социальный оптимум. Владелец поймет, что в будущем ценность ресурса (например, рыбы или травы) повысится в связи с его уменьшением, а значит, он сможет получить больше прибыли, сохранив часть ресурса.

В настоящее время специалисты из самых разных областей осознали, что проблемы коллективного действия принимают всевозможные формы и что не существует универсального способа справиться с ними. Кроме того, они пришли к выводу, что группы или общества не остаются беспомощными перед лицом таких проблем, а изобретают разные варианты их решения. Бóльшая часть работ

* Mancur Olson, The Logic of Collective Action (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1965).

по этой теме основана на анализе повторяющихся дилемм заключенных и других подобных игр с точки зрения теории игр*.

Решения проблем коллективного действия всех типов должны побуждать отдельных членов группы действовать сообща или таким образом, чтобы это приносило ей максимальную пользу, даже если не отвечает интересам человека**. Например, обмен подарками и навыки обнаружения обмана настолько типичны для всех обществ и всех времен, что есть все основания утверждать, что это может происходить на инстинктивном уровне***. Однако человеческое общество в значительной мере полагается на специальные социальные и культурные традиции, **нормы** и **санкции** в целях стимулирования кооперативного поведения отдельных членов общества. Эти методы представляют собой осознанные, продуманные попытки разработать игру для решения проблемы коллективного действия****. Мы подходим к вопросу поиска методов решения с учетом такого фактора, как тип игры.

Решить проблему коллективного действия легче всего, если она принимает форму игры в доверие. Тогда каждый человек лично заинтересован в совершении наилучшего в социальном плане действия, если рассчитывает на то, что все остальные поступят так же. Другими словами, социально оптимальный исход — это равновесие

---

* Вот самые известные из этих работ: Michael Taylor, The Possibility of Cooperation (New York: Cambridge University Press, 1987); Elinor Ostrom, Governing the Commons (New York: Cambridge University Press, 1990) (*Остром Э.* Управляя общим. Эволюция институтов коллективной деятельности. М. : Мысль, ИРИСЭН, 2011); Matt Ridley, The Origins of Virtue (New York: Viking Penguin, 1996) (*Ридли М.* Происхождение альтруизма и добродетели. От инстинктов к сотрудничеству. М. : Эксмо, 2013).

** Проблема необходимости достижения сотрудничества и ее решения существуют не только в человеческом обществе. Биологи объясняют примеры кооперативного поведения в животном мире с точки зрения генетического преимущества и эволюции инстинктов. Более подробную информацию об этом можно найти в главе 12 книги Мэтта Ридли «Происхождение альтруизма и добродетели».

*** См. главы 6 и 7 книги Мэтта Ридли «Происхождение альтруизма и добродетели».

**** В общественных науках нет точного общепринятого определения таких терминов, как «традиция» и «норма»; различия между ними также не всегда бывают понятны и однозначны. В данном разделе мы предлагаем ряд определений, но в других книгах вы можете встретить другой контекст употребления этих терминов. Мы придерживаемся подхода, аналогичного подходу в следующих статьях: Richard Posner and Eric Rasmusen, "Creating and Enforcing Norms, with Special Reference to Sanctions," International Review of Law and Economics, vol. 19, no. 3 (September 1999), pp. 369–82 и David Kreps, "Intrinsic Motivation and Extrinsic Incentives," American Economic Review, Papers and Proceedings, vol. 87, no. 2 (May 1997), pp. 359–64. Крепс использует термин «норма» для всех тех концепций, которые мы обозначаем другими терминами. Социологи используют классификацию норм, отличающуюся от классификации экономистов. Она основана на степени важности социальных норм (простые нормы, такие как правила поведения за столом, обозначаются термином «обычаи», а для более важных норм предназначен термин «нравы») и на том, обеспечивается ли их формальное закрепление в виде законов. Кроме того, социологи проводят различие между ценностями и нормами, учитывая то, что некоторые нормы могут противоречить ценностям человека, а значит, для их выполнения потребуются определенные санкции. Это различие соответствует нашему разделению на традиции, принятые нормы и принудительные нормы. Конфликт между личными ценностями человека и социальными целями возникает в случае принудительных норм, но не в случае традиций или соглашений, как мы их называем, или принятых норм. См. Donald Light and Suzanne Keller, Sociology 4th ed. (New York: Knopf, 1987), pp. 57–60.

Нэша. Единственная проблема, что в той же игре существуют и другие равновесия Нэша, менее выигрышные в социальном плане. В таком случае все, что необходимо для достижения наилучшего равновесия Нэша, а значит, и социального оптимума, — сделать такой исход фокальной точкой, то есть обеспечить на нем сходимость ожиданий игроков. Такая сходимость может проистекать из социальной **традиции**, или **соглашения**, а именно линии поведения, которая принимается автоматически, поскольку каждый человек заинтересован ее придерживаться, если предполагается, что остальные тоже должны это делать. Например, если фермеры, пастухи, ткачи и другие производители в том или ином регионе хотят собираться и торговать своей продукцией, все, что им нужно, — это уверенность в том, что у них будет с кем торговать. Тогда традиция еженедельно проводить ярмарку в деревне X в день Y делает присутствие в этом месте в это время оптимальным для всех*.

Но остается одна сложность. Для того чтобы желаемый результат стал фокальной точкой, каждый человек должен быть уверен в том, что остальные понимают это, что, в свою очередь, требует, чтобы они были уверены в том, что все остальные понимают это… Иными словами, фокальная точка должна быть общим знанием. Как правило, для этого необходимо заранее предпринять определенное социальное действие. Скажем, это может быть публикация в одном из средств массовой информации с широким кругом читателей или обсуждение с сидящими по кругу людьми, чтобы каждый мог убедиться, что остальные внимательно слушают**.

Представленный в разделе 2 анализ позволяет предположить, что отдельные выигрыши во многих случаях имеют конфигурацию, при которой проблемы коллективного действия, особенно в крупных группах, принимают форму дилеммы заключенных. Неудивительно, что методы решения таких проблем удостоились самого пристального внимания.

Самый простой метод — изменить предпочтения игроков так, чтобы игра перестала быть дилеммой заключенных. Если отдельные люди получают удовольствие от сотрудничества или испытывают чувство вины или стыда, когда обманывают, они будут сотрудничать, чтобы максимизировать свои выигрыши.

---

* В книге, посвященной теме появления сотрудничества, биолог-эволюционист Ли Дугаткин называет это «эгоистичной командной работой». Он утверждает, что вероятность формирования такого поведения повышается в периоды кризиса, поскольку каждый человек играет в такое время ключевую роль. В кризисной ситуации исход группового взаимодействия может оказаться катастрофическим для всех, если хотя бы один человек не внесет свой вклад в усилия всей группы, направленные на поиск выхода из кризиса. В связи с этим каждый человек готов внести свой вклад, если это делают все остальные. В главе 12, посвященной эволюционным играм, мы вкратце расскажем о подробной классификации альтернативных подходов к сотрудничеству, разработанной Дугаткиным. См. Lee Dugatkin, Cheating Monkeys and Citizen Bees (New York: Free Press, 1999).

** Анализ этой темы вместе с многочисленными примерами и областями применения можно найти здесь: Michael Chwe, Rational Ritual: Culture, Coordination, and Common Knowledge (Princeton: Princeton University Press, 2001).

Если дополнительный выигрыш от сотрудничества зависит от определенных условий (человеку нравится взаимодействовать с другими или он испытывает чувство вины или стыда, прибегая к обману, если и только если другие сотрудничают), то игра может превратиться в игру в доверие. В одном из ее равновесий каждый игрок идет на сотрудничество, потому что большинство тоже делают это, а в другом никто не взаимодействует, поскольку никто этого не делает. В таком случае проблема коллективного действия упрощается и сводится к тому, чтобы сделать более благоприятное равновесие фокальной точкой. Если дополнительный выигрыш от сотрудничества не зависит ни от каких условий (человеку нравится взаимодействовать с другими или он испытывает чувство вины или стыда, прибегая к обману, независимо от того, что делают другие), тогда в этой игре может быть единственное равновесие, при котором все игроки поддерживают сотрудничество друг с другом. Во многих ситуациях даже необязательно, чтобы такой дополнительный выигрыш получали все без исключения. Если его получает довольно приличная часть общей совокупности игроков, этого может быть достаточно для достижения требуемого результата.

Некоторые из таких просоциальных предпочтений бывают врожденными, заложенными в человека в ходе биологической эволюции. Однако чаще они становятся продуктом социального или культурного развития. В большинстве обществ предпринимаются намеренные усилия, чтобы развить у детей просоциальное мышление в процессе социализации в семьях и школах. Усиление таких предпочтений наблюдается в ходе экспериментов с ультимативными и диктаторскими играми, о которых шла речь в главе 3. Когда подобные эксперименты проводятся с детьми разного возраста, самые маленькие дети ведут себя эгоистично. Однако к восьми годам у них развивается достаточно сильное чувство равенства. После этого у детей формируются истинные просоциальные предпочтения (хотя время от времени они демонстрируют эгоистичное поведение) и наконец чувство справедливости, свойственное взрослому человеку. Таким образом, на протяжении длительного процесса обучения и накопления опыта общепринятые нормы постепенно внедряются в предпочтения людей*.

Тем не менее у разных людей может быть разная степень принятия просоциальных предпочтений, и этого может оказаться недостаточно для решения проблем коллективного действия. Многие люди имеют весьма широкое представление о том, что такое социально кооперативное действие в большинстве ситуаций, однако отдельные люди подвержены соблазну пойти на обман. Следовательно, для

* См. Colin Camerer, Behavioral Game Theory (Princeton: Princeton University Press, 2003), pp. 65–67. Информацию об особенностях просоциального поведения в случае различных аспектов демографических характеристик представителей разных культур можно найти на с. 63–75.

обеспечения кооперативных действий необходима система внешних санкций или мер наказания. Мы называем правила поведения, которые находят широкое понимание, но не выполняются автоматически, *принудительными нормами*.

В главе 10 мы подробно описали несколько методов достижения кооперативного исхода в играх категории «дилемма заключенных», в том числе повторение, взыскание (или вознаграждение) и лидерство. Тогда нас главным образом интересовали примеры дилеммы заключенных с двумя участниками. Эти методы (с некоторыми коррективами) применимы и для принудительного выполнения норм в случае проблем коллективного действия в больших группах.

Как мы подчеркивали в главе 10, повторение — самый важный из методов, поэтому мы уделим ему повышенное внимание. Повторение позволяет достичь кооперативного исхода в качестве равновесия действий отдельных игроков в повторяющейся дилемме заключенных посредством создания перспективы того, что обман приведет к прекращению сотрудничества. В более общем плане все, что необходимо для поддержания сотрудничества, — это осознание каждым игроком того, что его личные выигрыши от обмана преходящи и что их место быстро займет более низкий выигрыш по сравнению с тем, что игрок мог бы получить в случае кооперативного поведения. Для того чтобы игроки понимали, что обман им невыгоден в долгосрочной перспективе, он должен быть быстро обнаружен, а последующее наказание (уменьшение будущих выигрышей) — эффективно, неминуемо и болезненно.

В этом отношении у группы есть одно важное преимущество перед парой отдельных людей. У двух человек может и не быть повода часто общаться, но каждый из них, по всей вероятности, будет постоянно взаимодействовать с *кем-то* из группы. Следовательно, искушение игрока Б обмануть игрока А может подавить страх того, что другие игроки, например В, Г и т. д., с которыми он встретится в будущем, накажут его за это. Экстремальную ситуацию, в которой двустороннее взаимодействие не повторяется, а наказание должна осуществить от чьего-то имени третья сторона, можно описать словами Йоги Берра: «Всегда ходите на похороны других, иначе они не придут на ваши».

Однако у группы, когда речь заходит о поддержании хорошего поведения в ходе повторяющегося взаимодействия, есть ряд недостатков по сравнению с прямым двусторонним контактом. Требуемая скорость и безошибочность обнаружения обмана и наказания мошенников снижается по мере увеличения численности группы. В небольших деревенских общинах можно наблюдать массу примеров успешного сотрудничества, которое было бы немыслимым в большом городе или в штате.

Для начала поговорим о выявлении обмана, что всегда непросто. В большинстве реальных ситуаций выигрыши зависят не только от действий игроков, но и от тех или иных случайных флуктуаций. Даже в игре с двумя участниками один игрок, получив низкий выигрыш, не может быть уверен, что другой его обманул: это могло быть следствием какого-либо случайного события. По мере увеличения количества игроков возникает дополнительный вопрос: если кто-то и обманул, то кто именно? Наказывать кого-то без веских оснований и уверенности в том, что этот человек действительно виновен, не только аморально, но и контрпродуктивно. Мотивация к сотрудничеству ослабевает, если даже кооперативные действия могут по ошибке повлечь за собой наказание.

Кроме того, в играх с большим количеством участников, даже если обман обнаружен и известно, кто на него пошел, об этом необходимо быстро и точно сообщить другим игрокам. Для этого группа должна быть достаточно маленькой либо иметь эффективную сеть коммуникации или распространения слухов. К тому же у игроков не должно быть причин выдвигать против кого-то ложные обвинения.

И наконец, даже после выявления обмана и информирования об этом всех членов группы необходимо как-то наказать обманщика (принудительное выполнение социальной нормы). Зачастую третьей стороне приходится нести определенные личные издержки в связи с осуществлением наказания. Например, если игроку В поручено наказать игрока Б, обманувшего игрока А, то игроку В, возможно, придется пожертвовать прибыльной сделкой, которую он планировал заключить с игроком Б. В таком случае применение наказания само по себе становится игрой с коллективным действием и наличием искушения «уклониться» от исполнения наказания. Общество могло бы организовать второй круг наказаний за уклонение, но это, в свою очередь, обусловит еще одну проблему коллективного действия! Тем не менее создается впечатление, что у людей сформировался инстинкт, благодаря которому они получают личное удовлетворение от наказания обманщиков, даже если сами не являются их жертвами*. Интересно, что принцип «даже несмотря на высокие личные издержки, необходимо ввести санкции по отношению к нарушителям принудительных социальных норм», по всей вероятности, сам стал общепринятой нормой**.

---

* Информацию, подтверждающую существование врожденной склонности к альтруистическому наказанию, можно найти в статье: Ernst Fehr and Simon Gächter, Altruistic Punishment in Humans, Nature, vol. 415 (January 10, 2002), pp. 137–40.

** Наше разграничение между общепринятыми и принудительными нормами аналогично предложенному Крепсом разграничению между функциями и нормами (Kreps, Intrinsic Motivation and Extrinsic Incentives, p. 359). Помимо наказания за нежелательные действия, общество может также вознаграждать людей за желаемые действия. Вознаграждение, будь то материальное или нематериальное, может предоставляться извне или выигрыши игрока можно изменить таким образом, чтобы ему нравилось делать правильные вещи. Два типа вознаграждений могут переплетаться друг с другом. Например, титул пэра или рыцаря, который присваивается британским филантропам и другим людям, совершающим добрые дела для британского общества, — это внешнее вознаграждение, но люди ценят эти титулы только потому, что уважение к пэрам и рыцарям в Великобритании социальная норма.

Действие норм усиливается, когда подавляющее большинство членов общества их придерживается, и теряет силу, если они часто нарушаются. До появления государства всеобщего благосостояния, когда люди, столкнувшись со сложными экономическими временами, вынуждены были полагаться исключительно на помощь семьи, друзей и ближайших членов малой социальной группы, трудовая этика представляла собой норму, сдерживающую соблазн ослабить собственные усилия и незаслуженно пользоваться поддержкой окружающих. Но как только государство взяло на себя обязательства по обеспечению поддержки и выплаты пособий по безработице, то есть когда предоставление социальной помощи стало обязательным, эта норма трудовой этики утратила силу. После резкого повышения уровня безработицы в Европе в конце 1980-х — начале 1990-х годов значительная доля населения воспользовалась официальной системой социальной поддержки, после чего эта норма ослабла еще больше*.

В разных обществах и культурных группах могут сформироваться разные соглашения и нормы, направленные на достижение одной и той же цели. На бытовом уровне в каждой культуре есть свой набор хороших манер, таких как приветствие незнакомых людей, выражение благодарности за угощение и т. д. При встрече представителей разных культур между ними могут возникнуть недоразумения. Не менее важно, что в каждой компании или офисе придерживаются своих подходов. Хотя различия между традициями и нормами едва уловимы, многие слияния потерпели неудачу именно из-за конфликта корпоративных культур.

Далее рассмотрим коллективные игры в виде игры в труса. Здесь характер способа решения проблемы коллективного действия зависит от того, будет ли получен максимальный социальный выигрыш, если каждый член группы примет участие в совершении соответствующего действия (в разделе 1.Б эта игра обозначена как версия I игры в труса) или если кто-то сотрудничает, а кому-то можно отказаться от него (версия II игры в труса). В первой версии игры в труса, в которой каждый игрок заинтересован уклониться от выполнения действия, проблема очень напоминает проблему поддержания сотрудничества в дилемме заключенных, поэтому все приведенные выше комментарии в ее отношении применимы и к этой игре. Вторая версия игры в труса отличается: в чем-то она легче, а в чем-то сложнее. После распределения ролей между участниками и уклонистами ни у кого нет личного стимула сменить стратегию: если другому водителю поручена роль «ехать прямо», то вам

* Assar Lindbeck, “Incentives and Social Norms in Household Behavior,” American Economic Review, Papers and Proceedings, vol. 87, no. 2 (May 1997), pp. 370–77.

лучше свернуть, и наоборот. Следовательно, если в силу традиции необходимо достичь равновесия, его можно обеспечить без дальнейшего социального вмешательства, например, в виде санкций. Но при таком равновесии игроки, уклоняющиеся от совершения действия, получают более высокие выигрыши, чем выполняющие его. Подобное неравенство способно создать проблемы в данной игре: серьезные конфликты и противоречия могут поставить под угрозу саму структуру общества. Часто такая проблема решается посредством повторения. Роли тех, кто участвует в совершении действия, и тех, кто уклоняется от них, можно поочередно менять, чтобы уравновесить выигрыши в долгосрочной перспективе.

Иногда проблема дифференцированных выигрышей во второй версии дилеммы заключенных или игры в труса «решается» не путем восстановления равенства, а посредством **притеснения** или **принуждения**, когда доминируемая подгруппа общества вынуждена принять более низкий выигрыш, тогда как доминирующая подгруппа получает более высокий выигрыш. На протяжении всей истории человечества во многих обществах работу по разделке туш животных в принудительном порядке поручали определенным подгруппам или кастам. Наглядный пример этой практики — дискриминация расовых и этнических меньшинств или женщин. Как только устанавливается такая система, ни один член притесняемой группы не может ничего сделать, чтобы повлиять на ситуацию. Угнетенные должны объединить усилия и действовать как единая группа, чтобы изменить всю систему, что само по себе представляет еще одну проблему коллективного действия.

И наконец, рассмотрим роль лидерства в решении проблем коллективного действия. В главе 10 мы отмечали, что, если в игре участвуют игроки разного масштаба, дилемма заключенных может исчезнуть сама по себе, поскольку более крупный игрок может быть заинтересован в продолжении сотрудничества и по этой причине примет обман более мелкого игрока. Здесь же мы отдаем должное другому типу величия — величию сердца. Хотя у людей в большинстве групп разные предпочтения, во многих группах есть один или несколько человек, получающих истинное удовлетворение от личного вклада в благополучие всей группы. Если таких людей достаточно для выполнения текущей задачи, то проблема коллективного действия исчезает. Большинство школ, церквей, местных больниц и других важных для общества учреждений полагаются на работу волонтеров. Это решение, как и многие другие, более эффективно в небольших группах, где результаты действий их членов непосредственно видны их благодетелям, которые заинтересованы в умножении добрых дел.

B. Практическое применение

В книге «Управляя общим» Элинор Остром приводит ряд примеров решения проблем общих ресурсов на местном уровне. Большинство из них предполагают использование особенностей конкретной ситуации для создания системы обнаружения проблем и наказания виновных. Например, между членами одной рыбацкой общины на побережье Турции применяется такой метод, как ротация участков для вылова рыбы. Человек, получивший разрешение ловить рыбу на определенном участке, сразу же заметит и сообщит о нарушителе, который попытается рыбачить на том же участке. Многие другие пользователи ресурсов, находящихся в общей собственности, в том числе общинных пастбищ в средневековой Англии, на самом деле ограничивали к ним доступ и боролись с их чрезмерной эксплуатацией, предоставляя сложные, негласные, но вполне понятные права отдельным людям. В каком-то смысле такое решение позволяет обойти проблему общих ресурсов, разделив ресурс на несколько более мелких единиц, находящихся в частной собственности.

Самая поразительная особенность примеров Остром — их огромное разнообразие. Одни дилеммы заключенных, касающиеся использования общих ресурсов, которые изучала Остром, были решены посредством частной инициативы группы людей, вовлеченных в соответствующую дилемму; другие — путем внешнего вмешательства со стороны общественности или правительства. Иногда дилемма не решалась вообще и группа оставалась в ловушке исхода, при котором все ее члены предпочитали уклониться от решения проблемы. Тем не менее, несмотря на кажущееся разнообразие, Остром выделяет ряд общих характеристик, облегчающих проблему решения дилемм заключенных в контексте коллективного действия: 1) обязательно наличие поддающейся идентификации и стабильной группы потенциальных участников; 2) преимущества сотрудничества должны быть достаточно заманчивыми, чтобы это могло покрыть все затраты на мониторинг и принудительное соблюдение правил сотрудничества; 3) важно, чтобы члены группы могли взаимодействовать друг с другом. Последнее условие обеспечивает достижение нескольких целей. Во-первых, такая коммуникация помогает установить четкие нормы: все знают, какого поведения от них ожидают, какой обман недопустим и какие санкции будут применены по отношению к обманщикам. Кроме того, наличие коммуникации позволяет информировать об эффективности обнаружения механизма обмана, что способствует росту доверия между членами группы и устранению любых подозрений любого участника, если он считает, что придерживается установленных правил, тогда как другие их безнаказанно нарушают. И последнее: коммуникация между членами группы позволяет им отслеживать эффективность действующих договоренностей и по мере необходимости улучшать их. Все эти требования поразительно напоминают выводы, сделанные нами в главе 10 на основании теоретического анализа дилеммы заключенных и информации о турнирах Аксельрода.

Изучение Остром жизни рыбацкой деревни также помогло понять, что можно предпринять, если коллективный оптимум требует, чтобы разные люди выполняли разные действия, с учетом того, что при этом одни будут получать более высокий выигрыш, чем другие. В случае повторяющегося взаимодействия можно организовать ротацию более выгодной позиции среди участников, тем самым гарантируя определенное чувство равенства в долгосрочной перспективе.

По мнению Остром, внешняя сторона, обеспечивающая выполнение установленных правил, не в состоянии достаточно четко и оперативно выявить обман и применить наказание. Поэтому типичная точка зрения, согласно которой для решения проблем коллективного действия необходима централизованная или государственная политика, часто оказывается ошибочной. Еще один пример — сельские общины, или «коммуны», в России конца XIX столетия. Этим коммунам удалось решить многие проблемы коллективного действия в сфере ирригации, севооборота, управления использованием лесов и пастбищ, а также строительства и ремонта дорог и мостов. «Деревня… не была раем в плане общинной гармонии. …Просто коллективная деятельность во многих случаях отвечала личным интересам отдельных крестьян». Реформаторы царского правительства начала XX века, так же как и советские революционеры 1920-х годов, потерпели неудачу не только потому, что старая система настолько овладела умами крестьян, что они сопротивлялись всему новому, но еще и потому, что реформаторы не смогли понять роль некоторых широко распространенных практик в решении проблем коллективного действия, а потому и не сумели заменить их равноценными альтернативами*.

Различия между маленькими и большими группами хорошо проиллюстрировал Авнер Грейф, сравнивший две группы торговцев в странах средиземноморского бассейна в средневековые времена. Магрибские торговцы представляли собой группу еврейских купцов, которые полагались на большую семью и прочные социальные связи. Если один член группы обманывал другого, жертва обмана сообщала об этом остальным, рассылая письма. При наличии веских доказательств вины больше ни один член группы не вел дел с обманщиком. Система

* Orlando Figes, A People's Tragedy: The Russian Revolution 1891–1924 (New York: Viking Penguin, 1997), pp. 89–90, 240–41, 729–30. Другие примеры того, как внешние, навязанные правительством способы решения проблем использования общих ресурсов на самом деле только усугубили их, можно найти в книге Элинор Остром «Управляя общим».

была прекрасно налажена и хорошо работала в случае мелкой торговли. Но когда торговля распространилась по всем странам Средиземноморья, система коллективного контроля помешала дальнейшему развитию магрибской торговли: группа не смогла найти достаточно близких или надежных доверенных лиц, чтобы использовать в этих странах новые торговые возможности.

Напротив, генуэзские торговцы создали более официальную правовую систему. Любой контракт необходимо было регистрировать в центральных органах власти в Генуе. Тот, кто становился жертвой обмана или нарушения контракта, должен был направить жалобу в органы власти, которые проводили расследование и взимали с обманщиков надлежащие штрафы. Эту систему, при всех ее проблемах с обнаружением обмана, можно было без труда модифицировать в случае расширения торговли*. По мере роста экономики и мировой торговли мы наблюдаем аналогичный переход от сплоченных групп к более отстраненным торговым отношениям и от обеспечения выполнения правил на основании повторяющегося взаимодействия к применению официального законодательства.

Идея о том, что небольшие группы более эффективно решают проблемы коллективного действия, стала основной темой книги Манкура Олсона The Logic of Collective Action («Логика коллективного действия»)** и позволила сделать одно важное наблюдение в политологии. В демократическом обществе все избиратели имеют равные политические права, поэтому предпочтения большинства должны доминировать. Однако известно немало случаев, когда этого не происходит. Как правило, та или иная политика имеет положительные последствия для одних групп и отрицательные для других. Для того чтобы добиться принятия предпочтительной для себя политики, группа должна предпринять определенные политические действия, такие как лоббирование, распространение информации, пожертвования на ведение избирательной кампании и т. д. Но для этого группа должна решить проблему коллективного действия, поскольку каждый ее член может попытаться уклониться и извлечь для себя выгоду из действий других членов группы. Если небольшие группы лучше справляются с этой проблемой, то политический курс, проистекающий из политического процесса, будет отображать *их* предпочтения, даже несмотря на то что другие группы, которым не удалось создать организованную структуру, более многочисленны и терпят убытки, размер которых превышает прибыль успешных групп.

---

* Avner Greif, "Cultural Beliefs and the Organization of Society: A Historical and Theoretical Reflection on Collectivist and Individualist Societies," Journal of Political Economy, vol. 102, no. 5 (October 1994), pp. 912–50.

** *Олсон М.* Логика коллективных действий: Общественные блага и теория групп: *Пер. с англ. / М. Олсон.* М. : Фонд Экономической Инициативы, 1995.

Наиболее яркий пример политических мер, отображающих предпочтения организованной группы, связан с торговой политикой. Действующие в стране ограничения на импорт помогают отечественным производителям, чьи товары конкурируют с импортными, но ущемляют интересы потребителей обеих категорий товаров, поскольку цены на них выше, чем были бы в случае отсутствия ограничений на импорт. Отечественных производителей немного, а потребители — почти все население, и, как правило, общая сумма их убытков гораздо больше общего объема прибыли производителей. Политические соображения, основанные на численности электората, и экономические соображения, такие как прибыли и убытки, позволяют рассчитывать на победу потребителей на этой политической арене или хотя бы на какую-то поддержку идеи о том, что ограничения на импорт следует отменить, однако этого не происходит. Более мелкие и сплоченные ассоциации производителей могут лучше организовать выполнение политического действия, чем многочисленные, но разрозненные потребители.

Более 70 лет назад американский политолог Элмер Шаттшнайдер впервые представил подробное документальное подтверждение и анализ влияния политического давления на торговую политику. Он признал тот факт, что «способность группы к самоорганизации существенно сказывается на ее деятельности», но не разработал системную теорию того, что именно определяет такую способность*. Анализ Олсона и других исследователей улучшил наше понимание этого вопроса, однако триумф политического давления над экономикой продолжается в торговой политике до сих пор. Например, в конце 1980-х годов политика США в области производства сахара обошлась каждому из 240 миллионов жителей страны в 11,5 доллара в год, что в общей сложности составило 2,75 миллиарда долларов; при этом доход около 10 000 фермеров, выращивающих сахарную свеклу, увеличился на 500 000 долларов в расчете на одного фермера, или в целом на 1 миллиард долларов. Чистый убыток американской экономики составил 1,75 миллиарда долларов**. Каждый неорганизованный потребитель продолжает молча нести свою небольшую долю издержек; многие даже не осознают, что платят за свое пристрастие к сладкому на 11,5 доллара в год больше.

Если наш обзор теории и практики решения проблем коллективного действия кажется вам слишком разноплановым и не содержащим четкого краткого описания сути происходящего, то это потому, что сами проблемы столь же разнообразны

* E. E. Schattschneider, Politics, Pressures, and the Tariff (New York: Prentice-Hall, 1935); see especially pp. 285–86.

** Stephen V. Marks, "A Reassessment of the Empirical Evidence on the U.S. Sugar Program," in The Economics and Politics of World Sugar Policies, ed. Stephen V. Marks and Keith E. Maskus (Ann Arbor: University of Michigan Press, 1993), pp. 79–108.

и решение каждой из них зависит от ее специфики. Единственный общий вывод, который мы можем сделать, касается понимания того, насколько важно предоставить право самим участникам коллективного действия найти решение, воспользовавшись локальным знанием ситуации, возможностью мониторинга действий других членов общества, направленных на сотрудничество или уклонение от него, а также шансом применить санкции к уклоняющимся посредством различных вариантов непрерывного взаимодействия в рамках данной социальной группы.

В заключение хотелось бы высказать одно предостережение. Возможно, после обсуждения проблем коллективного действия у вас появится ощущение, что личная свобода неизменно приводит к пагубным результатам, которые можно и нужно исправлять с учетом социальных норм и санкций. Но не стоит забывать, что, кроме проблем коллективного действия, общество сталкивается и с другими проблемами, причем некоторые из них лучше решать посредством личной инициативы, а не совместных усилий. Общество может быть слишком консервативным и автократическим, оказавшись в ловушке своих норм и традиций и подавляя инновации, которые зачастую становятся ключом к экономическому росту. Коллективное действие может стать коллективным бездействием*.

5. «Помогите!»: игра в труса со смешанными стратегиями

В ходе анализа проблем с коллективным действием в контексте игры в труса мы рассматривали только равновесия в чистых стратегиях. Однако из главы 7 мы знаем, что в таких играх есть также равновесия в смешанных стратегиях. В задачах с коллективным действием каждый участник думает: «Мне лучше подождать, пока наберется достаточное количество желающих поучаствовать, тогда я мог бы уклониться от этого; хотя, опять же, они тоже могут отказаться, и тогда мне придется вмешаться». Смешанные стратегии прекрасно отображают характер подобных колебаний. Наша последняя история — весьма драматичный, возможно, даже жуткий пример применения такого равновесия в смешанных стратегиях.

В 1964 году в Нью-Йорке (в районе Кью-Гарденс, Квинс) в результате зверского нападения, длившегося более получаса, была убита женщина по имени Китти Дженовезе. Все это время она кричала, но, несмотря на то что многие слышали ее крики, а три человека даже были свидетелями происходящего, никто не поспешил ей на помощь и даже не вызвал полицию.

---

* Яркое обоснование этого эффекта можно найти в главах 3 и 4 книги David Landes, The Wealth and Poverty of Nations (New York: W. W. Norton & Company, 1998), ch. 3 and ch. 4.

История произвела сенсацию, и сразу же нашлось несколько теорий, объясняющих случившееся. Пресса и бóльшая часть общественности увидели в этом случае подтверждение их убежденности в том, что ньюйоркцы (или жители мегаполисов, или американцы, или люди вообще) совершенно безразличны к судьбе ближнего.

Тем не менее даже небольшой самоанализ или наблюдение убедят вас в том, что люди заботятся о благополучии других, даже незнакомых, людей. Социологи предложили иное объяснение произошедшего под названием **плюралистическое неведение**. В его основе лежит следующая идея: никто не может быть уверен в том, что именно происходит, действительно ли нужна помощь и в каком объеме. Люди смотрят друг на друга в поисках подсказок или советов по таким вопросам и в этом свете пытаются интерпретировать поведение окружающих. Если они видят, что никто ничего не предпринимает, они делают вывод, что помощь, скорее всего, не нужна, и по этой причине тоже самоустраняются. Это объяснение обладает определенной интуитивной привлекательностью, но неубедительно в случае Китти Дженовезе. Можно с высокой степенью уверенности предположить, что кричащей женщине нужна помощь. Что думали при этом очевидцы? Что в их мрачном районе снимают кино? Если да, то где прожекторы, камеры, режиссер и прочие члены съемочной группы?

Более подходящее объяснение сводилось бы к тому, что, хотя каждый очевидец пережил настоящий шок от увиденного и получил бы истинное личное удовольствие, если бы Китти удалось спасти, он должен привести это в соответствие с издержками участия в происходящем. Ведь придется назвать свое имя, позвонив в полицию, затем выступить в суде в качестве свидетеля и т. д. Таким образом, мы видим, что каждый человек может решить, что ему лучше подождать, пока в полицию позвонит кто-то другой, в надежде на то, что сам он получит преимущество «безбилетника» в виде удовлетворенности в связи с успешным спасением жертвы.

У социальных психологов несколько иная версия идеи «безбилетника», которую они обозначают термином **диффузия ответственности**. Согласно ей все люди, вовлеченные в сложившуюся ситуацию, понимают, что помощь необходима, но поскольку не поддерживают прямых контактов друг с другом, не могут договориться о том, кто именно ее окажет. Каждый человек может считать, что ответственность за оказание помощи лежит на ком-то другом. Чем больше группа, тем выше вероятность того, что каждый человек понадеется, что поможет кто-то другой и это позволит ему оградить себя от возможных проблем и издержек в будущем.

Социальные психологи провели ряд экспериментов для проверки этой гипотезы. Они разыгрывали ситуации, в которых кому-то требовалась помощь разных типов, в разных местах, в присутствии разных групп людей. Среди прочего авторы экспериментов обнаружили, что чем больше толпа, тем меньше вероятность получить помощь.

Концепция диффузии ответственности объясняет этот вывод, но не до конца. Согласно ей, чем больше толпа, тем меньше вероятность того, что один человек поможет. Хотя из большого количества людей нужен всего один человек, который начал бы действовать, вызвал полицию и тем самым оказал помощь. Но чтобы снизилась вероятность того, что хотя бы один человек поможет, нужно, чтобы вероятность того, что любой человек поможет, снижалась достаточно быстро, чтобы компенсировать общее количество потенциальных помощников. Для того чтобы выяснить, действительно ли это так, понадобится анализ на основании теории игр, который мы проведем ниже*.

Мы рассмотрим только один аспект диффузии ответственности, когда не происходит осознанная координация действий, и оставим в стороне остальные сложности в связи с информацией и выводом. Таким образом, мы будем исходить из следующего предположения: все считают, что помощь необходима и это стоит понесенных издержек.

Допустим, группа насчитывает N человек. Действие приносит каждому из них выгоду B. Для его совершения нужен всего один человек; большее количество будет избыточным. Любой, кто предпримет необходимое действие, понесет при этом издержки C. Мы исходим из того, что $B > C$, то есть любому члену группы стоит потратить какие-то усилия на совершение действия, даже если больше никто этого не сделает. Таким образом, необходимость выполнить действие абсолютно обоснованна.

Проблема в том, что любой, кто предпримет действие, получит выигрыш B, но понесет издержки C (то есть чистый выигрыш составит $B - C$), тогда как он получил бы более высокий выигрыш B, если бы это действие совершил кто-то другой. Следовательно, у каждого члена группы есть соблазн переложить задачу на кого-то другого, а самому воспользоваться преимуществами достигнутого в итоге результата. Каким будет равновесие или исход игры, если так рассуждают все N членов группы?

Если $N = 1$, то это не столько игра, сколько проблема принятия решения одним человеком. Он получит выигрыш $B - C > 0$, если выполнит необходимое действие, и выигрыш 0, если не сделает этого. Поэтому он решает помочь.

Если $N > 1$, мы имеем игру в стратегическое взаимодействие с несколькими равновесиями. Давайте начнем с исключения некоторых возможностей. При

---

* Более полное описание истории Китти Дженовезе и анализа ситуаций такого рода с точки зрения социальной психологии можно найти здесь: John Sabini, Social Psychology, 2nd ed. (New York: W. W. Norton & Company, 1995), pp. 39–44. Наша теоретико-игровая модель основана на следующей работе: Thomas Palfrey, Howard Rosenthal, "Participation and the Provision of Discrete Public Goods," Journal of Public Economics, vol. 24 (1984), pp. 171–93. Не так давно многие предполагаемые факты об этом случае были поставлены под сомнение в книге Kevin Cook, Kitty Genovese: The Murder, the Bystanders, and the Crime that Changed America (New York: W. W. Norton & Company, 2014). Тем не менее влияние первоначально опубликованной истории на мышление американцев сохраняет свою силу и по-прежнему представляет подходящий пример для анализа с точки зрения теории игр.

$N > 1$ не может быть равновесия Нэша в чистых стратегиях, при котором все члены группы совершают необходимое действие, поскольку тогда любому из них было бы выгоднее стать «безбилетником». Точно так же не может быть равновесия Нэша в чистых стратегиях, когда никто не совершает необходимого действия, так как при условии, что *никто ничего не станет делать* (вспомните, что, согласно предположению Нэша, каждый игрок воспринимает стратегии других игроков как факт), ни одному человеку нет смысла действовать.

Тем не менее равновесия Нэша, в которых действие предпримет в точности один человек, все же *существуют*; на самом деле есть ровно N таких равновесий, по одному на каждого члена группы. Однако, когда каждый человек принимает решение в индивидуальном порядке, отдельно от остальных, нет никакого способа договориться о том, кто именно совершит необходимое действие. Даже если бы члены группы предприняли попытку такой координации, они могли бы при обсуждении, кто несет ответственность за совершение действия, не прийти к единому мнению, во всяком случае пока еще остается время для оказания помощи. Следовательно, интерес представляет только анализ симметричных равновесий, в которых у всех членов группы одинаковые стратегии.

Мы уже видели, что не может быть равновесия, при котором все N членов группы придерживались бы одной и той же чистой стратегии. Значит, мы должны выяснить, возможно ли равновесие, при котором все они придерживались бы одной и той же смешанной стратегии. На самом деле смешанные стратегии весьма привлекательны в данном контексте. Члены группы изолированы друг от друга, и каждый пытается угадать, что будут делать другие. Каждый размышляет так: «Может, мне следует позвонить в полицию… но вдруг это сделает кто-то другой… а если никто этого не сделает?» Каждый член группы в какой-то момент прерывает эту цепочку рассуждений и делает последнее, о чем подумал, но у нас нет способа определить, что именно это будет. В смешанной стратегии также присутствует этот принцип цепочки догадок, которая прерывается в произвольный момент времени.

Итак, допустим, что P — это вероятность того, что любой из членов группы не станет предпринимать необходимое действие. Если один человек готов смешать стратегии, ему должно быть безразлично, какую именно из двух чистых стратегий выбрать — действовать или нет. Совершение действия гарантированно обеспечит ему выигрыш $(B - C)$, а отказ — выигрыш 0, если ни один из оставшихся $(N - 1)$ членов группы не станет действовать, и выигрыш B, если хотя бы один человек предпримет необходимое действие. Поскольку вероятность того, что любой из членов группы не станет действовать, равна P, и учитывая, что они принимают решения независимо друг от друга, вероятность того, что никто из оставшихся $(N - 1)$ членов группы не станет действовать, составит P^{N-1}, а вероятность того, что хотя бы один человек выполнит необходимое действие, равна $(1 - P^{N-1})$. Следовательно, ожидаемый выигрыш одного человека в случае, если он не будет действовать, равен

$$0 \times P^{N-1} + B(1 - P^{N-1}) = B(1 - P^{N-1}).$$

И ему безразлично, предпримет он необходимое действие или нет, при таком условии:

$$B - C = B(1 - P^{N-1}), \text{ или } P^{N-1} = \frac{C}{B}, \text{ или } P = \left(\frac{C}{B}\right)^{1/(N-1)}.$$

Обратите внимание, как условие безразличия *одного* отдельно взятого игрока определяет вероятность, с которой *другие* игроки будут смешивать свои стратегии.

Получив вероятность равновесной комбинации стратегий, мы теперь можем проанализировать, как она меняется по мере изменения численности группы N. Помните, что $C/B < 1$. По мере увеличения N от 2 до бесконечности степень $1/(N - 1)$ снижается от 1 до 0. В таком случае C/B, взятое в этой степени (то есть P), увеличивается от C/B до 1. Вспоминаем, что P — это вероятность того, что ни один член группы не совершит необходимого действия. Следовательно, вероятность, что кто-нибудь из членов группы предпримет необходимое действие (а именно $1 - P$), снижается от $1 - C/B = (B - C)/B$ до 0*.

Иными словами, чем больше людей, тем ниже вероятность, что кто-нибудь из них предпримет необходимое действие. На интуитивном уровне это правильно и вполне соответствует концепции диффузии ответственности. Однако это не позволяет нам сделать вывод, что в более многочисленной группе вероятность оказания помощи меньше. Как было сказано выше, помощь требует действий только одного человека. Поскольку увеличивается количество людей, каждый из которых предпримет необходимое действие с убывающей вероятностью, мы не можем прийти к однозначному выводу, что вероятность того, что *хотя бы один человек* будет действовать, уменьшится. Для того чтобы понять, так ли это, понадобятся дополнительные вычисления.

Учитывая, что N членов группы в случайном порядке, независимо друг от друга, выбирают стратегии в равновесии Нэша, вероятность Q того, что ни один из них не окажет помощи, составляет

* Рассмотрим случай, когда $B = 10$, а $C = 8$. Значение P равно 0,8 при $N = 2$, увеличивается до 0,998 при $N = 100$ и приближается к 1 по мере дальнейшего увеличения N. Вероятность совершения действия любым членом группы составляет $1 - P$, и она падает от 0,2 до 0, когда N увеличивается от 2 до бесконечности.

$$Q = P^N = \left(\frac{C}{B}\right)^{1/(N-1)}.$$

Когда N увеличивается от 2 до бесконечности, $N/(N - 1)$ уменьшается от 2 до 1, а значит, Q увеличивается от $(C/B)^2$ до C/B. Соответственно, вероятность того, что *как минимум один* человек поможет (то есть $1 - Q$), уменьшится от $1 - (C/B)^2$ до $1 - C/B$.

Итак, наши точные расчеты подтверждают гипотезу: чем больше группа, тем *меньше* вероятность предоставления помощи. Однако вероятность не снижается до нуля даже в очень больших группах, а вместо этого выходит на один уровень, принимая определенное положительное значение, а именно (B – C)/B, зависящее от преимуществ и издержек данного действия для каждого члена группы.

Мы видим, как анализ, основанный на теории игр, подтверждает идеи из области социальной психологии, с которых мы начали. Теория диффузии ответственности позволяет нам пройти часть пути, а именно до вывода о том, что любой человек с меньшей вероятностью совершает необходимое действие, становясь частью более крупной группы. Однако требуемый вывод о том, что более крупные группы с меньшей вероятностью оказывают помощь, нуждается в более точном вычислении вероятности на основании анализа смешивания стратегий каждым отдельно взятым членом группы и полученного в итоге интерактивного равновесия в данной игре.

А теперь хотим спросить: неужели смерть Китти Дженовезе была напрасной? Неужто теории плюралистического неведения и диффузии ответственности, а также игры «безбилетников» по-прежнему проявляются в снижении вероятности действия отдельного человека в постоянно растущих больших городах? Возможно, и нет. Джон Тирни из New York Times публично восхвалял достоинства «городских героев»*, которые воспитывают в людях цивилизованность посредством немедленного наказания тех, кто демонстрирует неприемлемое поведение — разбрасывает мусор, шумит и вообще относится к категории отбросов общества, заслуживающих порицания. Такие «городские герои», по сути, блюстители выполнения норм сотрудничества в обществе. Анализируя действия известных «героев», Тирни напоминает всем нам: «Необходимо мобилизовать новых героев! В это самое мгновение люди зря тратят время на чтение, тогда как на улицах попираются нормы. ...Вы живете не одни в этом мире! Вы обеспечили выполнение нормы сегодня?» Другими словами, нам необходимы социальные нормы, а также избранные люди, которые сделали норму соблюдения норм смыслом своей жизни.

* John Tierney, “The Boor War: Urban Cranks, Unite—Against All Uncivil Behavior. Eggs Are a Last Resort,” New York Times Magazine, January 5, 1997.

Резюме

Как правило, в играх со многими участниками присутствуют проблемы *коллективного действия*. Общую структуру коллективных игр можно представить в виде дилеммы заключенных, игры в труса или игры в доверие. Самая большая трудность, связанная с такими играми в любой форме, состоит в том, что равновесие Нэша, проистекающее из рационального выбора отдельных игроков, может не быть *социально оптимальным* исходом, который максимизирует сумму выигрышей всех игроков.

Когда в играх с коллективным действием действие одного игрока оказывает влияние на выигрыши всех остальных игроков, проявляются *внешние эффекты*, или *экстерналии*. Они могут быть положительными или отрицательными и способны привести к продиктованным личными интересами исходам, которые не будут социально оптимальными. Когда действия создают отрицательные сопутствующие эффекты, с точки зрения общества в целом они чересчур активно применяются; когда действия обусловливают положительные сопутствующие эффекты, они недостаточно активны. При наличии положительных сопутствующих эффектов существует такая дополнительная возможность, как *положительная обратная связь*; при этом в игре может быть несколько равновесий Нэша.

Проблемы коллективного действия волновали ученых из разных областей науки на протяжении многих столетий. В некоторых ранних трудах говорилось об отсутствии в этой ситуации какой-либо перспективы, тогда как другие предлагали кардинальные решения. Авторы последних работ на эту тему признают, что проблемы коллективного действия возникают в самых разных сферах и их универсального решения не существует. Исследования, проведенные в области социологии, показывают, что социальная *традиция*, или *соглашение*, может привести к кооперативному поведению. Другие варианты решений связаны с формированием *норм* приемлемого поведения. Некоторые из этих норм привносятся в виде выигрышей отдельного человека, другие необходимо *обеспечивать в принудительном порядке* посредством введения *санкций* в ответ на некооперативное поведение. Авторы большинства работ по этой теме сходятся во мнении, что небольшие группы более эффективно решают проблемы коллективного действия, чем большие.

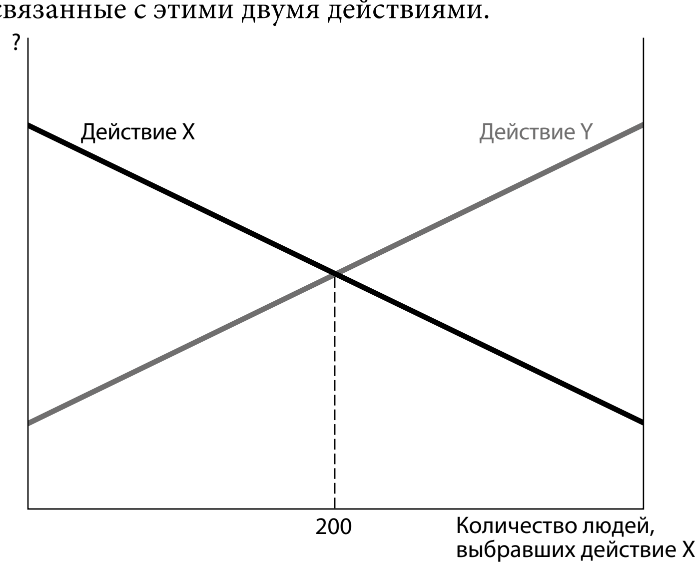
В играх, проходящих в крупных группах, имеет место *диффузия ответственности*, которая может обусловить поведение, когда отдельно взятый человек ждет, чтобы другие выполнили необходимое действие, а он взял на себя роль «*безбилетника*», то есть извлек выгоду из этого действия. Когда кому-то требуется помощь, вероятность ее предоставления снижается по мере увеличения размера группы людей, которые могут ее оказать.

Ключевые термины

Безбилетник
Внешний эффект
Диффузия ответственности
Замыкание
Маржинальная личная выгода
Маржинальная социальная выгода
Маржинальный сопутствующий эффект
Неисключаемые блага
Неконкурентные блага
Норма
Плюралистическое неведение
Положительная обратная связь
Принуждение
Притеснение
Проблема коллективных действий
Санкция
Соглашение
Сопутствующий эффект
Социальный оптимум
Традиция
Чистое общественное благо
Экстерналия

Упражнения с решениями

S1. Предположим, 400 человек выбирают между действиями X и Y. Относительные выигрыши от этих двух действий зависят от того, сколько из 400 человек выберет действие X и сколько — действие Y. Эти выигрыши отображены на представленном ниже графике, но вертикальная ось не обозначена, а значит, вам неизвестно, что именно показывают эти линии — выигрыши или издержки, связанные с этими двумя действиями.



а) Вам сообщают, что исход, при котором 200 человек выберут действие X, — это неустойчивое равновесие. Если 100 человек уже выбрали действие X, то увеличится или уменьшится со временем количество людей, выбирающих действие X? Почему?

b) Для того чтобы график соответствовал поведению, описанному вами в пункте а, должны ли представленные на нем линии быть обозначены как *издержки* или *выгоды* от действий X и Y? Обоснуйте свой ответ.

S2. Группа состоит из 100 членов, каждый из которых выбирает, участвовать ли ему в общем проекте. Если n человек решат участвовать, то каждый получит выгоду $p(n) = n$, а каждый из $(100 - n)$ уклонившихся получит выгоду $s(n) = 4 + 3n$.

a) Это пример дилеммы заключенных, игры в труса или игры в доверие?

b) Составьте формулу для определения общей выгоды группы.

c) Покажите в графическом либо в математическом виде, что группа получит максимальную общую выгоду при $n = 74$.

d) Какие трудности возникнут при попытке привлечь к реализации проекта ровно 74 члена группы и позволить остальным 26 членам группы отказаться от него?

e) Как группа может попытаться преодолеть эти трудности?

S3. Рассмотрим небольшой географический регион с общей численностью населения 1 миллион человек. Каждый человек может выбрать, в каком из двух городов жить, Альфавилле или Бетавилле. Какое-то время преимущества проживания в том или ином городе для каждого человека возрастают по мере роста размера города (в крупных городах более развитая инфраструктура и т. д.), но после какого-то момента начинают уменьшаться (в связи с дорожными заторами и т. п.). Если x — доля людей, которые живут в том же городе, что и вы, ваш выигрыш определяется следующими условиями:

$$x, \text{ если } 0 \le x \le 0{,}4,$$
$$0{,}6 - 0{,}5x, \text{ если } 0{,}4 < x \le 1.$$

a) Постройте такой же график, как на рис. 11.11, показывающий преимущества проживания в двух городах, когда доля жителей одного города по сравнению с другим непрерывно меняется от 0 до 1.

b) Равновесие достигается, либо когда оба города населены и их обитатели получают равные выигрыши, либо когда один город (например, Бетавилль) полностью обезлюдел, а жители другого (Альфавилля) получают более высокий выигрыш, чем первый человек, решивший поселиться в Бетавилле. С помощью построенного графика найдите все равновесия Нэша.

c) Теперь рассмотрите динамику процесса адаптации к изменившимся условиям, когда люди постепенно переезжают в город, жители которого уже получают более высокий выигрыш, чем обитатели другого города. Какие из равновесий, найденных в пункте b, сохранят свою устойчивость при такой динамике? Какие окажутся неустойчивыми?

S4. Допустим, в городе с населением 100 человек строится парк развлечений. Для покрытия затрат на строительство необходимы добровольные пожертвования. Каждого жителя просят внести 100 долларов. Чем больше людей внесут свой вклад в строительство парка, тем крупнее он будет и тем больше польза для каждого горожанина. При этом невозможно не допустить в парк тех жителей города, которые не внесли вклад в его создание: они получат свою долю выгоды в любом случае. Предположим, что, когда из всех жителей города n внесут вклад (n может быть любым целым числом от 0 до 100), выгода каждого жителя в денежных единицах составит n^2 долларов.

a) Допустим, сначала никто не вносит вклад. Будучи мэром города, вы хотели бы, чтобы все горожане сделали пожертвование, и можете уговорить некоторых из них. Какое минимальное количество жителей города вам нужно убедить, чтобы остальные добровольно присоединились к проекту?

b) Найдите равновесия Нэша в игре, в которой каждый житель города решает, вносить ли ему вклад в создание парка.

S5. Используйте идею кейнсианской безработицы, описанную в разделе 3.Г, в игре с соответствующими характеристиками и покажите множество равновесий в игре на графике. Отобразите уровень производства (национальный продукт) на вертикальной оси как функцию уровня спроса (национального дохода) на горизонтальной оси. Равновесие достигается, когда национальный продукт равен национальному доходу, то есть когда функция этих двух показателей пересекает линию под углом 45 градусов. При каких формах этой функции возможно множество равновесий? Почему вероятно существование таких форм в реальности? Предположим, доход увеличивается, когда текущий объем производства превышает текущий доход, и снижается, когда текущий объем производства меньше текущего дохода. Какие равновесия устойчивы и какие неустойчивы при таком динамическом процессе?

S6. Составьте краткое описание стратегической игры со многими участниками, свидетелем или участником которой вы были и в которой выигрыши отдельных игроков зависели от количества других игроков и их действий. Попытайтесь проиллюстрировать ее с помощью графика, если это возможно. Опишите исход реальной игры в свете того, что многие подобные игры приводят к неэффективным исходам. Вы видите признаки такого исхода в вашей игре?

Упражнения без решений

U1. На рис. 11.5 представлены выигрыши в обобщенной коллективной игре с двумя участниками. Там были показаны различные неравенства по алгебраическим выигрышам ($p(1)$ и т. д.), которые делают игру дилеммой заключенных. Вам предстоит найти аналогичные неравенства, соответствующие другим типам игр.

a) При каком условии (условиях) в отношении выигрышей эта игра с двумя участниками представляет собой игру в труса? Какое дополнительное условие (условия) делает эту игру версией I игры в труса (которая показана на рис. 11.3)?

b) При каком условии (условиях) в отношении выигрышей эта игра с двумя участниками представляет собой игру в доверие?

U2. Группе из 30 студентов задали домашнее задание, состоящее из пяти вопросов. Первые четыре вопроса — обычные задачи, решение которых в сумме дает 90 баллов. А пятый вопрос — игра на взаимодействие всей группы. В задании сказано: «Вы можете выбрать, отвечать на этот вопрос или нет. Если решите отвечать, просто напишите: “Это мой ответ на вопрос 5”. Если решите не отвечать на вопрос 5, ваша оценка за выполнение домашнего задания будет зависеть от количества баллов, набранных за первые четыре задачи. Если решите ответить на вопрос 5, ваша оценка будет определяться так: если на вопрос 5 ответит меньше половины студентов группы, вы получите 10 баллов и они будут добавлены к баллам за четыре предыдущие задачи, после чего вы получите общую оценку за выполнение домашнего задания. Если на вопрос 5 ответит половина или больше студентов группы, вы получите 10 баллов и они будут вычтены из вашей оценки за предыдущих четыре вопроса».

a) Постройте график, отображающий выигрыши от двух возможных стратегий — «ответить на вопрос 5» и «не отвечать на вопрос 5», в зависимости от количества студентов, отвечающих на этот вопрос. Найдите равновесие Нэша в этой игре.

b) Какого результата игры вы бы ожидали, если бы она действительно проводилась в вашей группе в колледже? Почему? Проанализируйте два случая: 1) студенты делают выбор в индивидуальном порядке, не общаясь друг с другом; 2) студенты делают выбор в индивидуальном порядке, но могут заранее обсудить его на форуме на сайте группы.

U3. Существует два маршрута передвижения из пункта А в пункт Б. Один — скоростная автомагистраль, а другой — местные дороги. Выигрыш от использования автомагистрали представляет собой постоянную величину, равную 1,8, независимо от количества водителей, которые по ней ездят. Местные дороги перегружены, когда ими пользуется слишком много людей, но если по ним передвигается недостаточное количество машин, некоторые водители рискуют стать жертвами преступлений. Предположим, что когда x водителей выбирают местные дороги, выигрыш каждого из них от поездки по такому маршруту определяется по формуле $1 + 9x - 10x^2$.

a) Постройте график, отображающий преимущества двух маршрутов передвижения как функцию x, рассматривая x в качестве непрерывной переменной, значения которой могут меняться от 0 до 1.

b) На основании графика, полученного в пункте a, определите все возможные равновесные схемы движения транспорта. Какие из этих равновесий устойчивы? Какие неустойчивы? Почему?

c) Какое значение x обеспечивает максимальный выигрыш всей совокупности игроков?

U4. Предположим, группа студентов численностью 100 человек сравнивает две карьеры — юриста и инженера. Инженер получает чистую заработную плату 100 000 долларов в год независимо от того, сколько студентов выберут эту профессию. Юристы обеспечивают работу друг другу, поэтому по мере увеличения их количества растет и уровень их дохода — до определенного момента. В конечном счете конкуренция между юристами приводит к снижению дохода каждого из них. В частности, если есть N юристов, каждый из них получит $100N - N^2$ долларов в год. Годовой объем затрат на ведение юридической практики (офисное помещение, секретарь, помощники юриста, доступ к справочным онлайн-службам и т. д.) составляет 800 000 долларов. Следовательно, при общем количестве N юристов каждый юрист получит чистыми $100N - N^2 - 800$ тысяч долларов в год.

a) Постройте график, на котором чистый доход каждого юриста отображен на вертикальной оси, а количество юристов — на горизонтальной. (Нанесите несколько точек, например для 0, 10, 20, …, 90, 100 юристов. Проведите через эти точки линию или используйте компьютерную программу для построения графиков.)

b) Каковы возможные равновесные исходы этой игры в случае, когда игроки делают выбор без координации действий?

c) Допустим, вся группа решает, сколько студентов должны стать юристами с целью обеспечить максимальный общий чистый доход всей группы. Каким будет количество юристов? (Если у вас есть необходимые навыки, воспользуйтесь дифференциальным исчислением, рассматривая N как непрерывную переменную. Если таких навыков нет, примените графические методы или электронную таблицу.)

U5. Группа из 12 стран рассматривает возможность создания валютного союза. Они по-разному оценивают плюсы и минусы такого шага, но каждая страна выиграет от присоединения к союзу и проиграет, отказавшись от него, если большинство стран вступят в союз. Страны упорядочены по степени их желания присоединиться: страна 1 стремится вступить в союз больше всех, а страна 12 — меньше всех. В распоряжении каждой страны два действия — «вступить в валютный союз» и «не вступать в валютный союз». Пусть $B(i, n) = 2{,}2 + n - i$ — выигрыш страны с порядковым номером i, когда она выбирает стратегию «вступить в валютный союз» и другие n также выбрали эту стратегию. Пусть $S(i, n) = i - n$ — это выигрыш страны с порядковым номером i, когда она предпочитает стратегию «не вступать в валютный союз», а другие n — стратегию «вступить в валютный союз».

a) Покажите, что для страны 1 «вступить в валютный союз» — доминирующая стратегия.

b) Исключив стратегию «не вступать в валютный союз» из стратегий страны 1, покажите, что «вступить в валютный союз» — доминирующая стратегия для страны 2.

c) Продолжив процесс, покажите, что все страны предпочтут стратегию «вступить в валютный союз».

d) Сравните выигрыши в случае такого исхода с выигрышами, которые получат страны при использовании стратегии «не вступать в валютный союз». Сколько стран оказались в худшем положении в результате создания валютного союза?

12 Эволюционные игры

До сих пор мы изучали игры со множеством разных свойств — с одновременными и последовательными ходами; с нулевой и ненулевой суммой; стратегические ходы, позволяющие манипулировать правилами предстоящей игры; однократные, повторяющиеся и даже коллективные игры, в которые одновременно играет большое количество людей. Во всех этих случаях мы опирались на основополагающие правила традиционной теории игр, а именно — что у каждого игрока есть непротиворечивая система ценностей, что он может просчитать последствия своего стратегического выбора и делает выбор, максимально соответствующий его интересам. В процессе обсуждения, особенно при оценке эмпирических данных, мы признавали возможность того, что система ценностей игроков включает в себя заботу о других. А иногда, как при рассмотрении квантильного равновесия в главе 5, допускали, что игроки осознают вероятность ошибок. Но мы исходили из предположения, что каждый игрок делает осознанный и продуманный выбор из имеющихся в его распоряжении стратегий.

Однако появившиеся в последнее время теории ставят это предположение под сомнение. Наиболее обоснованная и убедительная критика исходит от психолога и лауреата Нобелевской премии по экономике 2002 года Даниэля Канемана*. По его мнению, у людей есть две различные системы принятия решений. Система 1 — инстинктивная и быстрая, система 2 — расчетливая и медленная. Быстрая инстинктивная система может быть частично заложена в мозг человека в процессе эволюции, но также в значительной степени это результат обширного опыта и практики, что развивает интуицию. Эта система очень важна, поскольку экономит много умственных усилий и времени и часто первой применяется при принятии решения. При наличии достаточного количества времени и внимания ее может дополнить или вытеснить расчетливая и более медленная система. Когда инстинктивная система используется на все случаи жизни, накопленный опыт

* *Канеман Д.* Думай медленно… решай быстро. М. : АСТ, 2014.

дополняет результат ее работы и может привести к постепенной модификации инстинкта.

Это подразумевает совершенно иной способ ведения и анализа игр. Игроки вступают в игру с инстинктивной системой 1 и разыгрывают стратегию, которую она им подсказывает, хотя эта стратегия может и не быть (или быть) оптимальной в данной ситуации. Положительный результат подкрепляет инстинкт, тогда как отрицательный способствует его постепенному изменению. Безусловно, результат зависит от того, какие стратегии применяет другой игрок или игроки, что зависит от состояния их инстинктивных систем, а это, в свою очередь, — от их опыта и т. д. Нам необходимо определить, куда ведет такой процесс интерактивной динамики инстинктов. В частности, мы должны выяснить, сходится ли он к выбору фиксированных стратегий, и если да, то как этот выбор согласуется с выбором, который бы предписала медленная система. Биологическая теория эволюции и эволюционной динамики предлагает один подход к этому анализу, его мы и опишем в данной главе.

1. Основные концепции

Биологическая теория эволюции основана на трех фундаментальных принципах: гетерогенность (неоднородность), приспособленность и отбор. Исходное положение состоит в том, что поведение животных в значительной мере генетически предопределено: комплекс из одного или более генов (**генотип**) обусловливает схему поведения (поведенческий **фенотип**). Естественное разнообразие генофонда обеспечивает гетерогенность фенотипов в популяции. Одни модели поведения в большей степени соответствуют сложившимся условиям, чем другие; успех фенотипа выражается в виде количественного показателя под названием **приспособленность**. Люди привыкли думать об успехе так, как о нем говорится в распространенной, но вводящей в заблуждение фразе «выживание наиболее приспособленных», тем не менее высший критерий биологической приспособленности — не выживание, а репродуктивный успех. Именно это позволяет животному передавать свои гены следующему поколению и сохранять свой фенотип. Затем более приспособленные фенотипы становятся относительно более многочисленными в следующем поколении, чем менее приспособленные. Именно этот динамический процесс **отбора** меняет комбинацию генотипов и фенотипов и, возможно, в конечном счете приведет к формированию устойчивого состояния.

Время от времени спонтанно возникают новые генетические мутации. Многие из них создают модели поведения (фенотипы), которые плохо сочетаются с окружающей средой и поэтому вымирают. Однако иногда мутация приводит к образованию нового фенотипа, более приспособленного к окружающей среде. Такой мутантный ген может **захватить** популяцию, то есть образовать значительную ее долю.

В любой момент времени популяция может содержать некоторые или все биологически возможные фенотипы. Доля более приспособленных фенотипов будет увеличиваться, некоторые неприспособленные могут исчезнуть, а фенотипы, в настоящий момент не входящие в состав данной популяции, могут попытаться ее захватить. Биологи называют конфигурацию популяции и ее текущих фенотипов **эволюционно устойчивой**, если ни один мутантный фенотип не может успешно ее захватить. Это статический критерий, но чаще применяется более динамический критерий: конфигурация популяции эволюционно устойчива, если она представляет собой единственно возможный результат динамического процесса отбора, начиная с любой произвольной комбинации фенотипов в данной популяции*.

Приспособленность фенотипа зависит от взаимодействия отдельного организма с окружающей средой. Например, приспособленность определенной птицы зависит от аэродинамических характеристик ее крыльев, а также от всего комплекса разных генотипов, которые существуют в соответствующей среде: как аэродинамика крыльев птицы соотносится с аэродинамическими свойствами крыльев остальных птиц данного вида. Стало быть, приспособленность определенного животного (с его поведенческими характеристиками, такими как агрессивность и стадность) зависит от того, являются ли другие представители этого вида преимущественно агрессивными или пассивными, живут стаями или поодиночке и т. д. Для наших целей подобное взаимодействие между фенотипами в пределах одного вида — самый интересный аспект всей истории. Иногда представители одного вида взаимодействуют с представителями другого вида; тогда приспособленность определенного типа овец, например, может зависеть от качеств, доминирующих в местной популяции волков. Мы рассмотрим и этот тип взаимодействия, но только после анализа взаимодействия в пределах одного вида.

Все вышесказанное имеет свои параллели в теории игр. Поведение фенотипа можно рассматривать как *стратегию* животного в его взаимодействии с другими животными, например драться или спасаться бегством. Разница лишь в том, что выбор стратегии осуществляется не в результате целенаправленных расчетов, как в стандартной теории игр, а скорее, это генетически предопределенный вариант

* Динамика фенотипов обусловлена базовой динамикой генотипов, однако по крайней мере на элементарном уровне в эволюционной биологии анализ фокусируется на уровне фенотипов, а генетические аспекты эволюции отодвигаются на второй план. В своем описании эволюционных игр мы поступим аналогичным образом. Некоторые теории, рассматривающие эволюцию на уровне генотипов, можно найти в работах, перечисленных в следующей сноске.

фенотипа. Взаимодействие обеспечивает фенотипам *выигрыши*. В биологии они отображают эволюционную или репродуктивную приспособленность; когда же мы используем эти идеи за пределами биологии, они могут иметь иной смысл, подразумевающий успех в социальных, политических и экономических играх.

Выигрыши или показатели приспособленности можно представить в виде таблицы выигрышей, точно так же, как и в обычной игре. В такой таблице все возможные фенотипы одного животного отображаются в строках матрицы, а другого животного — в столбцах матрицы. Если одновременно взаимодействуют больше животных (в биологии это называется **игрой по всему полю**), то выигрыши можно представить в виде функций, как в играх с коллективным действием из главы 11. В этой главе мы в основном будем рассматривать пары игроков, а случай со многими игроками кратко проанализируем в разделе 7.

Поскольку популяция представляет собой комбинацию фенотипов, различные пары, выбранные из нее, используют во взаимодействии различные сочетания стратегий. Фактический количественный показатель приспособленности фенотипа — это средний выигрыш, который он получит во всех своих взаимодействиях с другими членами популяции. Животные с более высокой приспособленностью будут иметь более крупный эволюционный успех. Итогом динамики популяции станет ее эволюционно устойчивая конфигурация.

Биологи весьма успешно применили этот подход. Комбинации агрессивного и кооперативного поведения, местоположение гнездовий и многие другие явления, не поддающиеся более традиционному объяснению, можно рассматривать как устойчивые результаты эволюционного процесса отбора более приспособленных стратегий. Интересно, что биологи сформулировали идею эволюционных игр, воспользовавшись уже накопленными знаниями в области теории игр и ее терминами, но при этом изменив предположение об осознанных попытках обеспечить максимальное удовлетворение своих потребностей. Теперь специалисты по теории игр, в свою очередь, используют результаты исследований в области биологических эволюционных игр для обогащения своей области знаний*.

Действительно, создается впечатление, что теория эволюционных игр — готовая концептуальная модель для изучения двух систем принятия решений

* Robert Pool, "Putting Game Theory to the Test," Science, vol. 267 (March 17, 1995), pp. 1591–93 — прекрасная статья для широкой аудитории, в которой много примеров из биологии. Джон Смит анализирует такие игры в биологии в следующих книгах: John Maynard Smith, Evolutionary Genetics, 2nd ed., (Oxford: Oxford University Press, 1998), ch. 7; Evolution and the Theory of Games (Cambridge: Cambridge University Press, 1982). В первой книге содержится также много информации об эволюции. Продвинутым читателям рекомендуем следующие книги: Peter Hammerstein and Reinhard Selten, "Game Theory and Evolutionary Biology," in Handbook of Game Theory, vol. 2, ed. R. J. Aumann; S. Hart (Amsterdam: North Holland, 1994), pp. 929–93; Jorgen Weibull, Evolutionary Game Theory (Cambridge, Mass.: MIT Press, 1995).

Канемана*. В других областях применения этой теории, не имеющих отношения к биологии, идею о том, что животные используют генетически заданные стратегии, можно интерпретировать более широко. Во взаимодействии между людьми стратегия может быть заложена в разуме человека по разным причинам, среди которых не только генетика, но и социализация (по всей вероятности, еще более важный фактор), культурное воспитание, образование или эмпирический опыт, основанный на прошлых событиях. Все это может охватывать инстинктивная, быстрая система 1 Канемана. Популяция может состоять из совокупности разных людей с разным происхождением или опытом, под влиянием которого они придерживаются различных стратегий системы 1. Так, некоторые политики стремятся соблюдать определенные моральные или этические нормы, даже рискуя успехом на выборах, тогда как другие озабочены только своим переизбранием. Точно так же некоторые компании могут гнаться исключительно за прибылью, тогда как другие преследуют социальные или экологические цели. В рассматриваемом контексте мы можем назвать все логически возможные стратегии, которые могут быть внедрены таким способом, фенотипом популяции игроков.

Из популяции с ее гетерогенностью встроенных стратегий случайным образом многократно выбираются пары фенотипов для взаимодействия (ведения игры) с другими представителями того же или иного «вида». В каждом взаимодействии выигрыш каждого игрока зависит от стратегий обоих; эта зависимость регулируется обычными «правилами игры» и отображается в таблице или дереве игры. *Приспособленность* конкретной стратегии определяется как ее совокупный или средний выигрыш, полученный в паре со всеми стратегиями данной популяции. У одних стратегий более высокий уровень приспособленности, чем у других, и в следующем поколении (то есть в следующем раунде игры) их используют больше игроков, что обеспечит их размножение. Стратегии с более низким уровнем приспособленности выберут меньше игроков, поэтому их число постепенно сойдет на нет и они исчезнут. Время от времени кто-то может экспериментировать или выбрать из множества логически возможных стратегий ту, которая еще не применялась. Эта ситуация соответствует появлению мутанта.

Хотя мы используем биологическую аналогию, причина увеличения количества более приспособленных стратегий и исчезновения менее приспособленных

---

* На самом деле области применения эволюционной теории не должны ограничиваться теорией игр. Приведенная ниже шутка предлагает «эволюционную теорию гравитации» в качестве альтернативы физическим теориям Ньютона или Эйнштейна.
Вопрос: Почему яблоко падает с дерева на землю?
Ответ: Поначалу яблоки, которые отрывались от веток дерева, отправлялись во всех направлениях. Но только те из них, которые были генетически предрасположены к падению на землю, смогли размножиться.

отличается от сугубо генетического механизма биологии: игроки, которые добились успеха в предыдущем раунде, передадут информацию друзьям и коллегам, играющим в следующем раунде, а игроки, плохо сыгравшие в предыдущем раунде, увидят, какие стратегии оказались более эффективными, и попытаются их имитировать. Другими словами, процесс целенаправленных размышлений и пересмотра предыдущих эмпирических правил происходит между раундами. Такие «социальные» и «обучающие» механизмы передачи информации гораздо важнее в большинстве стратегических игр, чем любая биологическая генетика; в действительности именно так подкрепляется ориентация законодателей на переизбрание и заинтересованность компаний в максимизации прибыли. И наконец, осознанное экспериментирование с новыми стратегиями замещает случайную мутацию в биологических играх. Постепенный процесс изменений с учетом исходов, опыта, наблюдений и экспериментов образует динамику расчетливой, медленной системы 2 Канемана.

Существует два типа эволюционно устойчивых конфигураций биологических игр. Во-первых, один фенотип может оказаться более приспособленным, чем другие, и популяция может состоять только из него. Такой эволюционно устойчивый результат обозначается термином **мономорфизм**, что означает «одна (моно) форма (морф)». В этом случае одна преобладающая стратегия называется **эволюционно устойчивой стратегией** (evolutionary stable strategy, ESS). Во-вторых, у двух или более фенотипов может быть одинаковый уровень приспособленности (и выше по сравнению с некоторыми другими генотипами, не принимающими участия в игре), поэтому они могут сосуществовать в определенных пропорциях. Тогда говорят, что популяция демонстрирует **полиморфизм**, то есть «множественность (поли) форм (морф)». Такое состояние будет устойчивым, если ни один новый фенотип или возможный мутант не сумеет достичь более высокого уровня приспособленности против данной популяции, чем уровень приспособленности тех типов, которые уже в ней присутствуют.

Полиморфизм очень близок к такому понятию теории игр, как смешанная стратегия. Однако есть одно важное отличие. Для получения полиморфизма ни одному отдельно взятому игроку не нужно придерживаться смешанной стратегии. Каждый член популяции может использовать чистую стратегию, но популяция в целом демонстрирует смешивание стратегий, поскольку различные игроки придерживаются различных чистых стратегий.

Вся эта структура (популяция, возможная комбинация фенотипов, таблица выигрышей при взаимодействии с другими фенотипами и правило эволюции соотношения фенотипов в популяции в зависимости от уровня их приспособленности) образует эволюционную игру. Эволюционно устойчивую конфигурацию популяции можно назвать *равновесием* в эволюционной игре.

В данной главе мы проанализируем некоторые из этих идей, как обычно, с помощью ряда иллюстративных примеров и начнем с симметричных игр, в которых два игрока находятся в одинаковых условиях. Скажем, два представителя одного вида соперничают друг с другом за пищу или самок или (в области социологии) два выборных чиновника конкурируют за право и дальше занимать соответствующую должность. В таблице выигрышей такой игры каждый игрок может быть выбран в качестве игрока, которому соответствуют строки, или в качестве игрока, которому соответствуют столбцы, — это не повлияет на исход игры.

2. Дилемма заключенных

Предположим, популяция состоит из двух фенотипов. Один включает игроков, которым от рождения свойственно стремление к сотрудничеству: они неизменно работают над достижением исхода, наилучшего для всех. Игроки другого типа не склонны к сотрудничеству и делают все исключительно ради себя. В качестве примера возьмем игру в ценообразование в ресторанах, описанную в главе 5 и представленную в упрощенной версии в главе 10. Здесь мы рассмотрим более простую версию, в которой только два варианта выбора цен: наилучшая цена для обоих ресторанов 26 долларов и цена в случае равновесия Нэша 20 долларов. Ресторатор, настроенный сотрудничать, всегда будет выбирать 26 долларов, тогда как владелец ресторана, предпочитающий отказаться от сотрудничества, — 20 долларов. Выигрыши (прибыль) каждого типа в одной игре этой дискретной дилеммы показаны на рис. 12.1, где воспроизведена таблица с рис. 10.2. Мы называем игроков просто Строка и Столбец, поскольку на месте каждого из них может быть любой ресторатор, который входит в состав популяции и которого выбирают случайным образом как конкурента другого случайно выбранного соперника.

		Столбец	
		Цена 20 (отказ от сотрудничества)	Цена 26 (сотрудничество)
Строка	Цена 20 (отказ от сотрудничества)	288, 288	360, 216
	Цена 26 (сотрудничество)	216, 360	324, 324

Рис. 12.1. Дилемма заключенных в контексте игры в ценообразование (выигрыши исчисляются в сотнях долларов в месяц)

Не забывайте, что в эволюционном сценарии ни у кого нет выбора между сотрудничеством и отказом от него; каждый «рождается» с тем или иным предопределенным качеством. Какое же качество будет более успешным (более приспособленным) в популяции?

Владелец ресторана, который относится к типу не склонных к сотрудничеству игроков, получает выигрыш 288 (28 800 долларов в месяц) в конкурентной борьбе с аналогичным типом и выигрыш 360 (36 000 долларов в месяц) — с типом, готовым сотрудничать. В свою очередь тип, готовый сотрудничать, получает 216 (21 600 долларов в месяц) в соперничестве с типом, не склонным к сотрудничеству, и 324 (32 400 долларов в месяц) — с аналогичным себе типом*. Следовательно, тип, не расположенный к сотрудничеству, имеет более высокий ожидаемый выигрыш (а значит, и уровень приспособленности), чем тип, готовый к сотрудничеству, независимо от их соотношения в популяции.

Опишем эту ситуацию более формально. Пусть x — это доля готовых к сотрудничеству типов в популяции. Рассмотрим ее любого отдельно взятого члена, склонного к сотрудничеству. При случайном выборе вероятность того, что он встретит другого такого же представителя популяции (и получит выигрыш 324) равна x, а вероятность того, что он встретит игрока, не расположенного к сотрудничеству (и получит выигрыш 216), составляет $(1 - x)$. Следовательно, среднестатистический ожидаемый выигрыш типа, склонного к сотрудничеству, равен $324x + 216(1 - x)$. Для противоположного типа вероятность встретить игрока, готового сотрудничать (и получить выигрыш 360), составляет x, а игрока аналогичного себе типа (выигрыш 288) — $(1 - x)$. Таким образом, среднестатистический ожидаемый выигрыш типа, не склонного к сотрудничеству, составляет $360x + 288(1 - x)$. Очевидно, что при всех значениях x от 0 до 1 выполняется следующее условие:

$$360x + 288(1 - x) > 324x + 216(1 - x).$$

Стало быть, тип, не расположенный к сотрудничеству, имеет более высокий ожидаемый выигрыш и более высокий уровень приспособленности, чем тип, идущий на сотрудничество. Это обусловит увеличение доли этих типов (при этом снижается значение x) от поколения к поколению, пока вся популяция не будет состоять исключительно из типов, не склонных к сотрудничеству.

А что если популяция изначально состоит только из таких игроков? Тогда ни один (экспериментальный) мутант, готовый к сотрудничеству, не сможет в ней выжить и размножиться настолько, чтобы эту популяцию захватить. Иными словами, мутанты, расположенные к сотрудничеству, не добьются успеха в захвате

* В контексте рационального поведения, о котором шла речь в предыдущих главах, мы сказали бы, что «отказ от сотрудничества» — это строго доминирующая стратегия.

популяции игроков, не склонных к нему. Даже при совсем малых значениях x (то есть когда доля игроков, готовых к сотрудничеству, очень мала) расположенные к сотрудничеству игроки остаются менее приспособленными по сравнению с оппонентами и их доля в популяции не увеличится, а будет сведена к нулю и мутантная линия исчезнет.

Наш анализ показывает, что у типа игроков, не расположенных к сотрудничеству, более высокий уровень приспособленности по сравнению с типом игроков, готовых к сотрудничеству, а также что популяция, состоящая только из игроков первого типа, не может быть захвачена мутантами. Таким образом, эволюционно устойчивая конфигурация популяции мономорфна и состоит из одной стратегии, или фенотипа, — «отказ от сотрудничества». В связи с этим мы называем ее эволюционно устойчивой стратегией для популяции, вовлеченной в данную дилемму заключенных. Обратите внимание, что при анализе этой игры с точки зрения рационального поведения «отказ от сотрудничества» — строго доминирующая стратегия. Этот результат носит общий характер: если в игре есть строго доминирующая стратегия, она обязательно будет эволюционно устойчивой.

А. Повторяющаяся дилемма заключенных

В главе 10 мы говорили о том, что повторение дилеммы заключенных позволяет игрокам, осознанно придерживающимся рационального поведения, сотрудничать ради взаимной выгоды. Давайте посмотрим, есть ли подобная возможность в эволюционной игре. Предположим, каждая выбранная пара игроков разыгрывает дилемму заключенных три раза подряд. Общий выигрыш игрока от такого взаимодействия — это сумма выигрышей, полученных за три раунда.

Каждый отдельный игрок запрограммирован на использование только одной стратегии, но она должна представлять собой исчерпывающий план действий. В игре с тремя ходами стратегия может предусматривать во время второго или третьего раунда выполнение действия, которое зависит от того, что произойдет в первом или втором раунде. Например, «Я буду сотрудничать при любых обстоятельствах» и «Я буду всегда отказываться от сотрудничества при любых обстоятельствах» — это допустимые стратегии. Однако также допустима стратегия «Я начну с сотрудничества и буду продолжать его, если вы сотрудничали во время предыдущего раунда, и откажусь от него во всех последующих раундах, если вы не сотрудничали во время первого». На самом деле эта последняя стратегия — не что иное, как стратегия равноценных ответных действий, или «око за око».

Для простоты анализа в этом разделе мы будем исходить из предположения, что в популяции могут существовать только два типа стратегий: «всегда отказ от сотрудничества» (В) и «око за око» (О). Из популяции случайным образом выбираются пары игроков, после чего каждая пара проводит игру определенное количество раз. Уровень приспособленности каждого игрока представляет собой сумму его выигрышей от всех повторений игры против конкретного соперника. Мы проанализируем, что происходит в случае двух, трех и *n* таких повторений в каждой паре.

I. Игра с двумя повторениями. На рис. 12.2 представлена таблица выигрышей для игры, в которой встречаются два представителя популяции рестораторов и играют друг против друга в точности два раза. Если оба игрока относятся к типу В, оба откажутся от сотрудничества в обоих случаях, тогда, как показано на рис. 12.1, каждый из них получит выигрыш 288 в каждом раунде игры, то есть в сумме 576. Если оба игрока относятся к типу О, отказа не будет и каждый игрок получит в каждом раунде выигрыш 324, в сумме 648. Если один игрок относится к типу В, а другой к типу О, то во время первого раунда игрок типа В откажется сотрудничать, а игрок типа О будет сотрудничать; в итоге у первого выигрыш составит 360, а у второго — 216. Во время второго раунда оба игрока откажутся сотрудничать и получат выигрыш по 288 каждый. Таким образом, общий выигрыш игрока типа В будет 360 + 288 = 648, а игрока О — 216 + 288 = 504.

		Столбец	
		В	О
Строка	В	576, 576	648, 504
	О	504, 648	648, 648

Рис. 12.2. Исходы дилеммы заключенных с двумя повторениями (в сотнях долларов в месяц)

В дважды повторяющейся дилемме заключенных мы видим, что стратегия В («всегда отказ от сотрудничества») — слабо доминирующая. Очевидно, что, если популяция состоит только из игроков типа В, мутанты О-типа не смогут ее захватить, поэтому В — эволюционно устойчивая стратегия. Но если популяция включает исключительно игроков типа О, мутанты В-типа не могут добиться большего, чем игроки О-типа. Означает ли это, что стратегия О («око за око») должна быть еще одной эволюционно устойчивой стратегией, подобно тому как в случае анализа этой игры с точки зрения рационального поведения игроков был бы сделан вывод о существовании равновесия Нэша? Ответ: нет. Если популяция изначально состоит только из игроков типа О и в игру вступают немногочисленные мутанты типа В, то последние в основном будут встречаться с игроками преобладающего типа О и получат такие же выигрыши, как и выигрыш игрока типа О в паре с другим игроком типа О. Но иногда мутант типа В будет встречаться с другим мутантом типа В и тогда получит более высокий выигрыш, чем получил бы игрок типа О в паре с игроком типа В. Таким образом, у мутантов *немного* более высокий уровень приспособленности, чем у представителей преобладающего фенотипа, и это преимущество приводит к увеличению (хотя и медленному) их доли в популяции. Следовательно, мутанты типа В все же могут успешно захватить популяцию, состоящую только из игроков типа О, а значит, эту стратегию нельзя назвать эволюционно устойчивой.

Наши рассуждения основаны на двух критериях определения эволюционно устойчивой стратегии. Во-первых, мы анализируем, получает ли мутант более высокий или низкий результат, чем преобладающий фенотип, когда каждый противостоит игроку преобладающего типа. Если этот первичный критерий дает четкий ответ, значит вопрос решен. Но если первичный критерий дает равный счет, мы используем вторичный критерий, позволяющий определить победителя: добивается ли мутант большего или меньшего, чем преобладающий фенотип, когда каждый противостоит мутанту? Равный счет бывает крайне редко, поэтому обычно необходимости применять вторичный критерий нет, но он есть в резерве для таких ситуаций, как отображенная на рис. 12.2*.

II. Игра с тремя повторениями. Теперь предположим, что каждая подобранная пара игроков из популяции (В, О) играет в эту игру три раза. На рис. 12.3 представлены итоговые показатели приспособленности по всем трем раундам для каждого типа игроков в паре с соперниками каждого типа.

Для того чтобы увидеть, как повышаются показатели приспособленности, рассмотрим пару примеров. Когда встречаются два игрока типа О, оба идут на сотрудничество в первом раунде, а значит, оба его продолжат и во втором, и в третьем раундах. При этом игроки каждый раз получают по 324, что в сумме дает каждому из них выигрыш 972 за три месяца. Когда игрок типа О встречается с игроком типа В, второй получает хороший результат в первом раунде (360 в паре с игроком В и 216 в паре с игроком О), но во втором и третьем раундах игрок типа О также

* Эта игра — всего лишь один пример дважды повторяющейся дилеммы заключенных. При других выигрышах в основной игре в случае двойного повторения равного счета может и не быть. Именно такая ситуация сложилась в истории о попавших в тюрьму супругах из главы 4. Если и первичный, и вторичный критерий дают равный счет, ни один из фенотипов не удовлетворяет нашему определению эволюционно устойчивой стратегии, поэтому нам необходимо расширить понимание того, что образует равновесие в эволюционной игре. Мы проанализируем эту возможность в разделе 5, а в разделе 6 сформулируем общую теорию решения вопросов, связанных с таким исходом.

отказывается от сотрудничества и каждый из них получает по 288 в обоих раундах (в сумме выигрыш игрока типа В равен 936, а типа О — 792).

		Столбец	
		В	О
Строка	В	864, 864	936, 792
	О	792, 936	972, 972

Рис. 12.3. Исходы дилеммы заключенных с тремя повторениями (в сотнях долларов в месяц)

Относительная приспособленность двух типов зависит от состава популяции. Если она почти полностью состоит из игроков типа В, то у типа В более высокий уровень приспособленности, чем у типа О (поскольку при встрече игроков типа В в основном с другими игроками типа В они в большинстве случаев получают выигрыш 864, а игроки типа О — 792). С другой стороны, если в популяции преобладают игроки типа О, у типа О более высокий уровень приспособленности, чем у типа В (так как игроки типа О получают выигрыш 972 при встрече в основном с другими представителями типа О, а выигрыш игроков типа В в такой ситуации составляет 936). Уровень приспособленности каждого типа выше, если он уже преобладает в популяции. Следовательно, тип О не может успешно захватить популяцию, состоящую из игроков типа В, и наоборот. Таким образом, существуют две возможные эволюционно устойчивые конфигурации популяции: в одной эволюционно устойчивая стратегия — стратегия В («всегда отказ от сотрудничества»), а в другой — стратегия О («око за око»).

Теперь рассмотрим эволюционную динамику в случае, когда исходная популяция представляет собой комбинацию двух типов. Как распределится ее состав с течением времени? Допустим, доля x в популяции — это игроки типа О, а остальная часть $(1 - x)$ — игроки типа В*. Отдельный игрок типа В, выставленный против различных соперников, выбранных из данной популяции, получает выигрыш 936 в противостоянии с игроком типа О, что происходит в x случаях, и выигрыш

* Строго говоря, доля определенного типа в популяции представляет собой конечное число и может принимать только такие значения, как 1 / 1 000 000, 2 / 1 000 000 и т. д. Однако если популяция достаточно большая и мы показываем все эти значения на прямой линии (как на рис. 12.4), тогда эти точки находятся очень близко друг от друга и мы можем считать, что они образуют непрерывную линию. Это равносильно допущению, что доля того или иного типа в популяции может представлять собой любое действительное число от 0 до 1. В таком случае мы можем говорить о проценте определенного поведенческого типа в популяции. На том же основании можно утверждать, что если один отдельно взятый член популяции попадает в тюрьму и его удаляют из популяции, это не меняет соотношения в ней различных фенотипов.

864 в противостоянии с другим игроком типа B, что наблюдается в $(1 - x)$ случаях. Это дает следующий ожидаемый выигрыш каждого игрока типа B:

$$936x + 864(1 - x) = 864 + 72x.$$

Аналогичным образом отдельный игрок типа O получает такой ожидаемый выигрыш:

$$972x + 792(1 - x) = 792 + 180x.$$

Стало быть, уровень приспособленности игрока типа O выше уровня приспособленности игрока типа B, если первый в среднем получает больше, то есть при выполнении следующего условия:

$$792 + 180x > 864 + 72x,$$
$$108x > 72,$$
$$x > 2/3.$$

Иными словами, если более двух третей (67%) популяции уже принадлежат к типу O, то у игроков этого типа более высокий уровень приспособленности и их доля будет расти, пока не достигнет 100%. Если в начале игры в популяции менее 67% игроков типа O, тогда у игроков типа B более высокий уровень приспособленности и доля игроков типа O будет падать, пока не достигнет 0%, то есть популяция будет полностью состоять из игроков типа B. Эволюционная динамика смещает популяцию к одному из двух крайних состояний, каждое из которых может быть эволюционно устойчивой стратегией. Эта динамика приводит к тому же выводу, что и статический критерий захвата популяции мутантами. Это общее, хотя и не универсальное свойство эволюционных игр.

Таким образом, мы определили две эволюционно устойчивые конфигурации популяции. В каждой из них популяция состоит из игроков только одного типа (то есть мономорфна). Например, если изначально популяция включает 100% игроков типа O, то даже после появления небольшого количества мутантов B-типа она по-прежнему будет состоять из более чем 66,66…% игроков типа O. Другими словами, тип O останется более приспособленным, а мутирующая линия типа B исчезнет. Точно так же, если изначально популяция на 100% состоит из игроков типа B, то небольшое количество мутантов типа O (менее 66,66…%) покинет ее, а значит, уровень приспособленности игроков типа B будет выше и мутирующая линия типа O исчезнет. Как мы уже видели ранее, экспериментирующие мутанты типа N не добьются успеха в популяции типов B и O, в основном состоящей из игроков либо B-, либо O-типа.

Но что если в исходную популяцию входит ровно 66,66…% игроков типа О (и 33,33…% игроков типа В)? Тогда у обоих типов одинаковый уровень приспособленности, и мы могли бы назвать эту ситуацию полиморфизмом. Тем не менее на самом деле такая популяция неподходящий кандидат на эволюционно устойчивую конфигурацию и может поддерживать этот слабо сбалансированный исход только до появления мутанта любого типа. По воле случая такой мутант рано или поздно появится, что сместит расчеты приспособленности в пользу мутантного типа, и данное преимущество будет накапливаться до тех пор, пока не будет достигнута эволюционно устойчивая стратегия со 100% игроков этого типа. Это просто пример применения вторичного критерия определения эволюционной устойчивости. Мы иногда будем в широком смысле говорить о такой конфигурации как о неустойчивом равновесии, для того чтобы сохранить параллель с обычной теорией игр, в которой мутации не учитываются и слабо сбалансированное равновесие может существовать. Однако в рамках строгой логики биологического процесса это вообще не равновесие.

Наши рассуждения можно представить в виде простого графика, очень напоминающего те, которые мы строили при вычислении соотношений в равновесии в смешанных стратегиях с участием игроков, осознанно придерживающихся рационального поведения. Единственное различие — в эволюционном контексте соотношение стратегий, используемых игроками, не вопрос выбора, сделанного любым отдельно взятым игроком, а свойство всей популяции, как показано на рис. 12.4. На горизонтальной оси отображена доля в популяции *x* (от 0 до 1) игроков типа О.

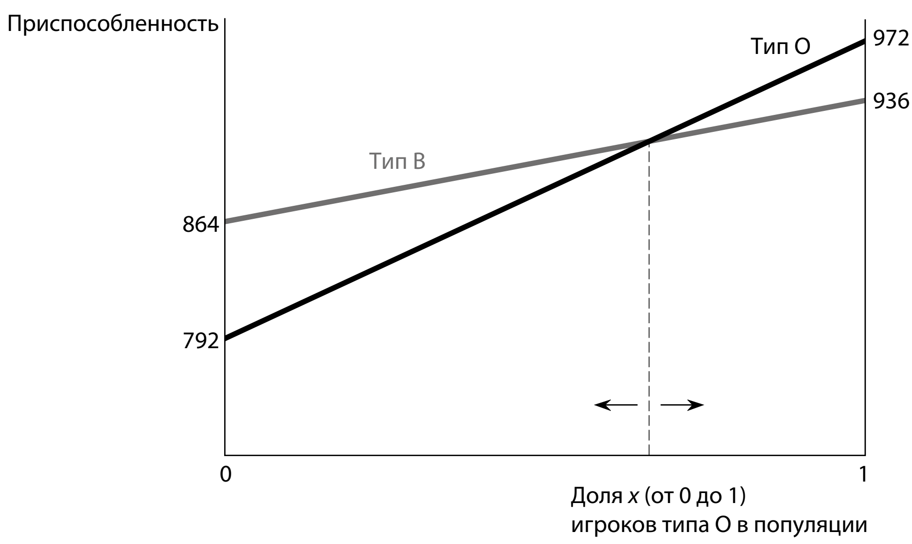


Рис. 12.4. Графики уровня приспособленности, а также равновесия в дилемме заключенных с тремя повторениями

Уровень приспособленности показан на вертикальной оси. Каждая линия отображает уровень приспособленности одного типа. Линия, соответствующая типу О, начинается ниже (в точке 792 по сравнению с 864 в случае линии типа В) и заканчивается выше (972 против 936). Линии пересекаются при $x = 0{,}66\ldots$. Направо от этой точки уровень приспособленности типа О выше, поэтому процент игроков данного типа в популяции с течением времени *возрастает*, а значение x приближается к 1. Точно так же слева от этой точки уровень приспособленности типа В выше, поэтому процент игроков В-типа в популяции с течением времени увеличивается, а значение x приближается к 0. Такие диаграммы — полезный способ наглядного представления данных, поэтому мы будем их широко использовать*.

Б. Многократно повторяющиеся игры

А что если каждая пара игроков разыграет неоговоренное количество раундов? Давайте сосредоточимся на популяции, состоящей только из игроков типа В и О, в которой взаимодействие между случайно отобранными парами происходит n раз (где $n > 2$). Таблица общих результатов такой игры представлена на рис. 12.5. Два игрока типа В при встрече всегда отказываются от сотрудничества и всякий раз получают выигрыш 288; иными словами, выигрыш каждого игрока составляет $288n$ в n раундах игры. Два игрока типа О при встрече начинают с сотрудничества, причем никто из них не отказывается от него первым, а значит, они каждый раз получают выигрыш 324, что в сумме равно $324n$. Когда игрок типа В встречается с игроком типа О, в первом раунде игры игрок типа О сотрудничает, а игрок типа В отказывается от сотрудничества и в итоге получает выигрыш 360, а игрок типа О — выигрыш 216. Во всех последующих раундах игрок типа О отвечает отказом на предшествующий отказ игрока В; при этом каждый из них получает выигрыш 288 в оставшихся $(n - 1)$ раундах. Таким образом, тип В в сумме имеет $360 + 288(n - 1) = 288n + 72$ в n раундах игры против типа О, тогда как тип О — $216 + 288(n - 1) = 288n - 72$ в n раундах игры против типа В.

		Столбец	
		В	О
Строка	В	$288n$, $288n$	$288n + 72$, $288n - 72$
	О	$288n - 72$, $288n + 72$	$324n$, $324n$

Рис. 12.5. Исходы дилеммы заключенных с n повторениями

* Теперь вам следует построить аналогичный график для игры с двумя повторениями. Вы увидите, что линия типа В находится над линией типа О при всех значениях x меньше 1, но у правого края рисунка, где $x = 1$, эти две линии сходятся.

Если доля игроков типа О в популяции равна x, то каждый игрок типа В получает в среднем $x(288n + 72) + (1 - x)288n$, а типа О — $x(324n) + (1 - x)(288n - 72)$. Следовательно, уровень приспособленности типа О выше, если

$$x(324n) + (1 - x)(288n - 72) > x(288n + 72) + (1 - x)\, 288n,$$

$$36xn > 72,$$

$$x > \frac{72}{36n} = \frac{2}{n}.$$

Опять же, мы снова получили две мономорфные эволюционно устойчивые стратегии: одна — когда популяция состоит только из игроков типа О (или $x = 1$ — к этому значению сходится процесс начиная с любого значения $x > 2/n$), а другая — когда популяция состоит только из игроков типа В (или $x = 0$ — к этому значению сходится процесс начиная с любого значения $x < 2/n$). Как показано на рис. 12.4, существует только одно неустойчивое полиморфное равновесие в равновесной точке $x = 2/n$.

Обратите внимание, что доля игроков типа О в равновесной точке зависит от n: она меньше, когда значение n больше. При $n = 10$ доля игроков типа О составляет 2/10, или 0,2. Так что, если популяция изначально состоит из 20% игроков типа О, в ситуации, когда каждая пара проводит 10 повторений игры, доля игроков типа О будет расти до тех пор, пока не достигнет 100%. Вспомним, что, когда пары проводили три раунда игры ($n = 3$), игрокам типа О понадобилась более крупная исходная доля в размере не менее 67%, чтобы достичь аналогичного результата, а в случае всего двух повторений доля игроков типа О в популяции должна была составлять 100%, чтобы они выжили. (Мы видим причину такого исхода в нашем выражении для вычисления критического значения x, которое показывает, что при $n = 2$ значение x должно превышать 1, прежде чем уровень приспособленности типа О повысится.) Не забывайте также о том, что популяция, состоящая исключительно из игроков типа О, добивается сотрудничества. Таким образом, оно формируется при выполнении более широкого диапазона исходных условий, когда игра повторяется большее число раз. В этом смысле при большем количестве повторений вероятность сотрудничества увеличивается. То есть ценность установления сотрудничества повышается по мере увеличения длительности периода взаимодействия.

В. Сравнение эволюционной модели и модели рационального игрока

И наконец, вернемся к трижды повторяющейся игре, представленной на рис. 12.3, и вместо использования эволюционной модели проанализируем ее как игру с участием двух игроков, осознанно придерживающихся рационального поведения.

Каковы в ней равновесия Нэша? Есть два равновесия в чистых стратегиях, одно — когда оба игрока выбирают стратегию В, а другое — когда оба игрока выбирают стратегию О. Существует также равновесие в смешанных стратегиях, в котором стратегия О используется в 67% случаев, а стратегия В — в 33% случаев. Два первых равновесия и есть те мономорфные эволюционно устойчивые стратегии, которые мы нашли, а третье равновесие — это неустойчивое полиморфное эволюционное равновесие. Другими словами, существует тесная связь между эволюционным подходом к таким играм и подходом, основанным на концепции осознанной рациональности игроков.

Это не совпадение. Эволюционно устойчивая стратегия должна быть равновесием Нэша в игре, которую ведут осознанно рациональные игроки, с такой же структурой выигрышей. Для того чтобы в этом удостовериться, предположим на мгновение обратное. Если применение всеми игроками какой-то стратегии (назовем ее S) не приводит к равновесию Нэша, то другая стратегия (назовем ее R) должна обеспечивать более высокий выигрыш одному игроку в игре против стратегии S. Мутант, использующий стратегию R, достигнет более высокого уровня приспособленности в популяции, выбравшей стратегию S, и ему удастся захватить эту популяцию. Следовательно, стратегия S не может быть эволюционно устойчивой. Это равносильно утверждению, что если стратегия S эволюционно устойчива, то она должна быть равновесием Нэша для всех игроков, ее использующих.

Таким образом, эволюционный подход обеспечивает косвенное обоснование рационального подхода. Даже когда игроки не предпринимают осознанных действий, направленных на максимизацию своего выигрыша, если более эффективные стратегии разыгрываются чаще, а менее эффективные исчезают и в итоге процесс сводится к устойчивой стратегии, то исход должен быть таким же, как и исход в случае рациональной игры.

Хотя эволюционно устойчивая стратегия должна быть равновесием Нэша в соответствующей рациональной игре, обратное неверно. Мы привели два примера, подтверждающих этот вывод. В дважды повторяющейся дилемме заключенных на рис. 12.2, основанной на рациональном поведении игроков, стратегия О была бы равновесием Нэша в том слабом смысле, что при выборе ее обоими игроками ни один из них не получит положительной выгоды от перехода к стратегии В. Однако в случае эволюционного подхода стратегия В может возникнуть в качестве мутации и успешно захватить популяцию типа О. А в трижды повторяющейся дилемме заключенных (см. рис. 12.3 и 12.4) рациональная игра приведет к формированию равновесия в смешанных стратегиях. Однако его биологический аналог, полиморфное состояние, могут захватить мутанты, а значит, это равновесие не будет истинным эволюционно устойчивым. Следовательно, биологическая концепция устойчивости может помочь нам при выборе из всего множества равновесий Нэша в рациональной игре.

В нашем анализе повторяющейся игры есть одно ограничение. Изначально мы исходили из допущения о наличии всего двух стратегий, В («всегда отказ от сотрудничества») и О («око за око»). То есть предполагалось, что больше никаких стратегий нет или не может возникнуть вследствие мутации. В биологии типы появляющихся мутаций зависят от генетических факторов. В социальных, политических или экономических играх формирование новых стратегий предположительно определяется историей, культурой и опытом игроков. Кроме того, способность людей усваивать и обрабатывать информацию также должна сыграть свою роль. Тем не менее в нашей модели в данной ситуации ограничения, которые мы накладываем на комбинацию стратегий, возможных в определенной игре, имеют важные последствия в свете того, какие из этих стратегий (если они есть) могут быть эволюционно устойчивыми. Если бы мы допустили в примере с трижды повторяющейся дилеммой заключенных существование стратегии S, которая сводится к сотрудничеству во время первого раунда и отказу от него в ходе второго и третьего, то мутанты типа S могли бы успешно захватить популяцию, состоящую только из игроков типа О, поэтому стратегия О не была бы эволюционно устойчивой. Дальнейший анализ подобной перспективы содержится в примерах в конце данной главы.

3. Игра в труса

Помните юношей 1950-х годов, которые мчатся навстречу друг другу в автомобилях и ждут, кто свернет первым, чтобы избежать столкновения? Теперь предположим, что у них нет выбора: каждый генетически запрограммирован быть либо «тюфяком» (всегда сворачивать в сторону), либо «мачо» (всегда ехать прямо). Популяция состоит из комбинации двух типов. Каждую неделю случайным образом выбираются пары для участия в игре. На рис. 12.6 представлена таблица выигрышей каждого из двух игроков — скажем, А и Б. (Значения в таблице те же, что и в таблице на рис. 4.13 из главы 4.)

		Б	
		«Тюфяк»	«Мачо»
А	«Тюфяк»	0, 0	–1, 1
	«Мачо»	1, –1	–2, –2

Рис. 12.6. Таблица выигрышей для игры в труса

Какие результаты получат два типа игроков? Ответ зависит от исходного соотношения типов в популяции. Если она почти полностью состоит из «тюфяков», то мутант типа «мачо» будет выигрывать и в основном получать выигрыш 1, тогда как все «тюфяки» в противостоянии с себе подобными получат большей частью нули. Но если популяция почти полностью состоит из «мачо», то мутант типа «тюфяк» получит −1, что хоть и выглядит плохо, но все же лучше выигрыша −2, который получат все «мачо». Можно представить эту ситуацию с точки зрения биологического контекста и сексизма 1950-х годов: в популяции «тюфяков» новичок «мачо» покажет всем, что они трусы, и тем самым произведет впечатление на девушек. Но если в популяции преимущественно «мачо», то в большинстве случаев они окажутся в больнице, а девушкам придется искать немногочисленных здоровых «тюфяков».

Иными словами, уровень приспособленности каждого типа выше, когда он встречается в популяции относительно редко. Следовательно, каждый тип может успешно захватить популяцию, состоящую из представителей другого типа. В таком случае следует ожидать, что оба типа в популяции находятся в равновесии; то есть эволюционно устойчивая стратегия должна представлять собой комбинацию типов, или быть полиморфной.

Для того чтобы определить соотношение «тюфяков» и «мачо» в такой эволюционно устойчивой стратегии, вычислим уровень приспособленности каждого типа в общей смешанной популяции. Пусть x — это доля «мачо», а $(1 - x)$ — доля «тюфяков». Один «тюфяк» встречается с другим «тюфяком» и получает 0 в $(1 - x)$ случаях, а при встрече с «мачо» — −1 в x случаев. Следовательно, уровень приспособленности «тюфяка» составляет $0 \times (1 - x) - 1 \times x = -x$. Точно так же уровень приспособленности «мачо» равен $1 \times (1 - x) - 2x = 1 - 3x$. Уровень приспособленности типа «мачо» выше при выполнении условия

$$1 - 3x > -x,$$
$$2x < 1,$$
$$x < 1/2.$$

Если в популяции меньше половины «мачо», то этот тип будет более приспособленным, а его доля в популяции увеличится. Напротив, если в популяции больше половины «мачо», тогда тип «тюфяк» будет более приспособленным, а доля «мачо» будет сокращаться. В любом случае доля «мачо» в популяции будет приближаться к 1/2, и эта комбинация 50 на 50 будет эволюционно устойчивой полиморфной стратегией.

На рис. 12.7 данный исход представлен в графическом виде. Каждая прямая линия отображает приспособленность (ожидаемый выигрыш в противостоянии со случайно выбранным членом популяции) одного типа, в зависимости от доли «мачо» x. Для типа «тюфяк» эта функциональная зависимость, отображающая приспособленность этого типа как функцию доли «мачо», составляет $-x$, как мы определили выше. Это прямая с небольшим уклоном, которая начинается на высоте 0 при $x = 0$ и снижается до -1 при $x = 1$. Типу «мачо» соответствует функция $1 - 3x$. Это линия с большим уклоном, которая начинается на высоте 1 при $x = 0$ и снижается до -2 при $x = 1$. Линия типа «мачо» проходит над линией типа «тюфяк» при $x < 1/2$ и под этой линией при $x > 1/2$. Это говорит о том, что уровень приспособленности типа «мачо» выше при малых значениях x, а уровень приспособленности типа «тюфяк» выше при больших значениях x.

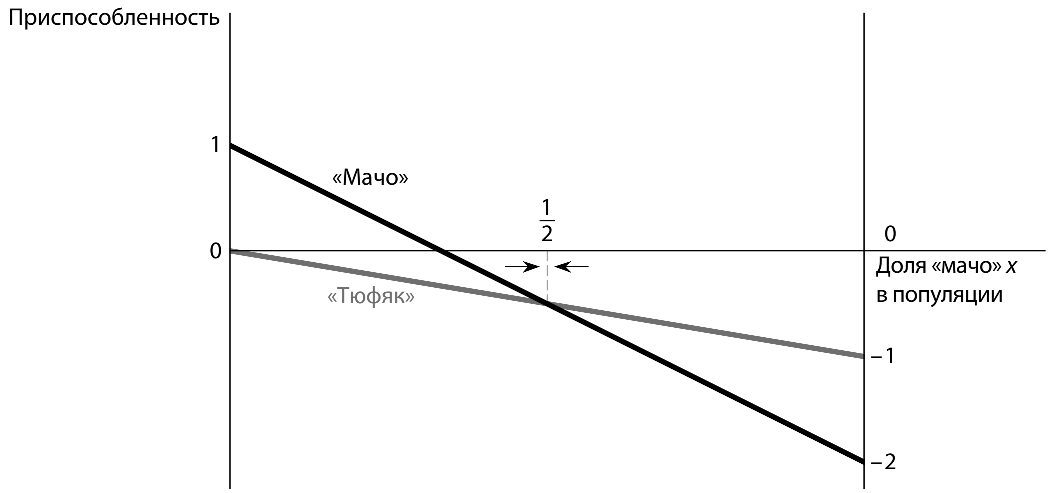


Рис. 12.7. Графики уровня приспособленности, а также полиморфное равновесие в игре в труса

Теперь можем сравнить эволюционную теорию этой игры с нашей предыдущей теорией, сформулированной в главах 4 и 7, которая основывалась на предположении, что игроки умеют правильно рассчитывать свои лучшие стратегии. Там мы нашли три возможных равновесия Нэша: два в чистых стратегиях, когда один игрок едет прямо, а другой сворачивает, и одно в смешанных стратегиях, когда каждый игрок едет прямо с вероятностью 1/2 и сворачивает с вероятностью 1/2.

Если популяция действительно состоит из 100% игроков типа «мачо», то все они в равной степени готовы к столкновению (или в равной степени не готовы). Точно так же в популяции, включающей исключительно «тюфяков», все они в равной степени готовы отступить. Но эти мономорфные конфигурации неустойчивы. В популяции, все члены которой «мачо», мутант типа «тюфяк» получит более высокий результат и захватит ее*. Наш анализ показывает, что как только в популяции появятся несколько «тюфяков», их доля неуклонно будет увеличиваться до 1/2, как бы мало их изначально ни было. Точно так же популяция, состоящая только из «тюфяков», уязвима для успешного вторжения мутантов «мачо», и этот процесс снова приводит к тому же полиморфизму. Таким образом, полиморфная конфигурация — единственный эволюционно устойчивый исход.

Наибольший интерес представляет связь между равновесием в смешанных стратегиях в рациональной игре и полиморфным равновесием в эволюционной игре. Соотношение стратегий в равновесной стратегии в первой игре *точно такое же*, как и соотношение типов в популяции во второй игре, где существует комбинация игроков типа «мачо» и «тюфяк» в пропорции 50 на 50. Но интерпретации у этих ситуаций разнятся: в рациональной игре каждый игрок смешивает собственные стратегии, а в эволюционной каждый член популяции использует чистую стратегию, но поскольку разные игроки применяют разные стратегии, образуется комбинация стратегий в популяции**.

Такое соответствие между равновесием Нэша в рациональной игре и устойчивыми исходами игры с аналогичной структурой выигрышей в игре по эволюционным правилам — общая норма; мы увидим ее общий характер ниже в разделе 6. В действительности эволюционная устойчивость обеспечивает дополнительное обоснование для выбора одного из множества равновесий Нэша в играх, основанных на концепции рационального поведения игроков.

При анализе игры в труса с рациональной точки зрения равновесие в смешанных стратегиях казалось несколько озадачивающим. Оно оставляло лазейку для ошибок, которые могли обойтись очень дорого. Каждый игрок ехал прямо в одном случае из двух, а значит, в одном случае из четырех автомобили сталкивались. Равновесие в чистых стратегиях позволяло избежать таких столкновений. В то время это могло навести вас на мысль, что в равновесии в смешанных стратегиях есть нечто нежелательное; может, вы даже задавались вопросом, зачем вообще мы тратим на него время. Теперь вы понимаете причину. На первый взгляд странное равновесие возникает как устойчивый результат естественного динамического процесса, в ходе которого каждый игрок пытается улучшить свой выигрыш в популяции, которой он противостоит.

* Можно было бы снять интересную фантастическую комедию под названием «Вторжение тюфяков-мутантов».

** Могут существовать также эволюционно устойчивые смешанные стратегии, когда каждый член популяции использует смешанную стратегию. Мы проанализируем эту идею более подробно в разделе 6.Д.

4. Игра в доверие

Из всех широких классов стратегических игр, представленных в главе 4, мы с эволюционной точки зрения рассмотрели дилемму заключенных и игру в труса. Осталась только игра в доверие. В главе 4 мы проиллюстрировали этот тип игры на примере двух студентов, Гарри и Салли, которые решают, где встретиться, чтобы выпить кофе. В эволюционном контексте каждому игроку свойственна врожденная симпатия либо к Starbucks, либо к Local Latte, а в состав популяции входит определенное число игроков каждого типа. Мы будем исходить из того, что пары игроков, которые мы разделяем на генетические категории мужчин и женщин, каждый день выбираются случайным образом для участия в данной игре. Обозначим стратегии как S (Starbucks) и L (Local Latte). На рис. 12.8 представлена таблица выигрышей при случайном отборе пар игроков; выигрыши те же, что и в таблице на рис. 4.11.

		Женщина	
		S	L
Мужчина	S	1, 1	0, 0
	L	0, 0	2, 2

Рис. 12.8. Таблица выигрышей игры в доверие

Если бы это была игра с участием игроков, делающих рациональный выбор, в ней было бы два равновесия в чистых стратегиях: (S, S) и (L, L), причем второе лучше для обоих игроков. Если игроки общаются и координируют свои действия в явной форме, им не составит труда достичь этого равновесия. Однако если они делают выбор независимо друг от друга, им необходимо скоординировать действия посредством сходимости ожиданий, другими словами, отыскав фокальную точку.

В рациональной игре есть третье равновесие — в смешанных стратегиях, которое мы нашли в главе 7. В нем каждый игрок выбирает Starbucks с вероятностью 2/3 и Local Latte с вероятностью 1/3; ожидаемый выигрыш каждого игрока составляет 2/3. Как было показано в главе 7, этот выигрыш хуже выигрыша в случае менее привлекательного равновесия в чистых стратегиях (S, S), поскольку независимое смешивание стратегий зачастую приводит игроков к противоречивому или плохому выбору. Здесь же вероятность неблагоприятного исхода (выигрыш 0) равна 4/9: два игрока отправляются в разные места почти в половине случаев.

Что происходит в эволюционной игре? Каждый член большой популяции запрограммирован на выбор либо S, либо L. Произвольно отобранным парам таких игроков дается задание попытаться встретиться. Предположим, x — это доля в популяции игроков типа S, а $(1 - x)$ — доля игроков типа L. Тогда уровень приспособленности определенного игрока типа S (его ожидаемый выигрыш от случайной встречи такого рода) составляет $x \times 1 + (1 - x) \times 0 = x$. Аналогично, уровень приспособленности каждого игрока типа L равен $x \times 0 + (1 - x) \times 2 = 2(1 - x)$. Следовательно, уровень приспособленности типа S выше при $x > 2(1 - x)$ или $x > 2/3$, а типа L — при $x < 2/3$. В равновесной точке $x = 2/3$ оба типа в равной степени приспособлены.

Как и в игре в труса, те же значения вероятности, которые относятся к равновесию в смешанных стратегиях, полученному в результате рационального выбора, появляются и при ведении игры по эволюционным правилам в виде соотношения типов в популяции при полиморфном равновесии. Однако теперь это смешанное равновесие неустойчиво. Малейшее случайное отклонение доли x от равновесной точки 2/3 запустит кумулятивный процесс, который сместит комбинацию типов в популяции далеко от равновесной точки. Если значение x превысит 2/3, уровень приспособленности игроков типа S повысится и он станет еще быстрее расти количественно, еще больше увеличивая значение x. Если значение x окажется меньше 2/3, уровень приспособленности игроков типа L повысится и он станет еще быстрее расти количественно, еще больше снижая значение x. В итоге значение x либо повысится до 1, либо упадет до 0, в зависимости от вида отклонения. Особенность ситуации состоит в том, что в игре в труса каждый тип был более приспособленным при меньшей доле в популяции, поэтому соотношение типов в ней стремилось от экстремальных значений в равновесной точке, попадающей в средний диапазон. Напротив, в игре в доверие уровень приспособленности каждого типа выше при большем количестве членов соответствующего типа в популяции; риск не встретиться с другим игроком снижается по мере увеличения доли игроков того же типа, поэтому соотношение типов в популяции стремится к экстремальным значениям.

На рис. 12.9, очень похожем на рис. 12.7, представлены графики уровня приспособленности и равновесия в игре в доверие. Две линии отображают приспособленность двух типов в зависимости от их соотношения в популяции. Пересечение линий образует равновесную точку. Единственное отличие — при удалении от равновесной точки более многочисленный тип становится более приспособленным, тогда как на рис. 12.7 это был менее многочисленный тип.

Поскольку каждый тип менее приспособлен при небольшой численности, только две крайние мономорфные конфигурации популяции могут находиться

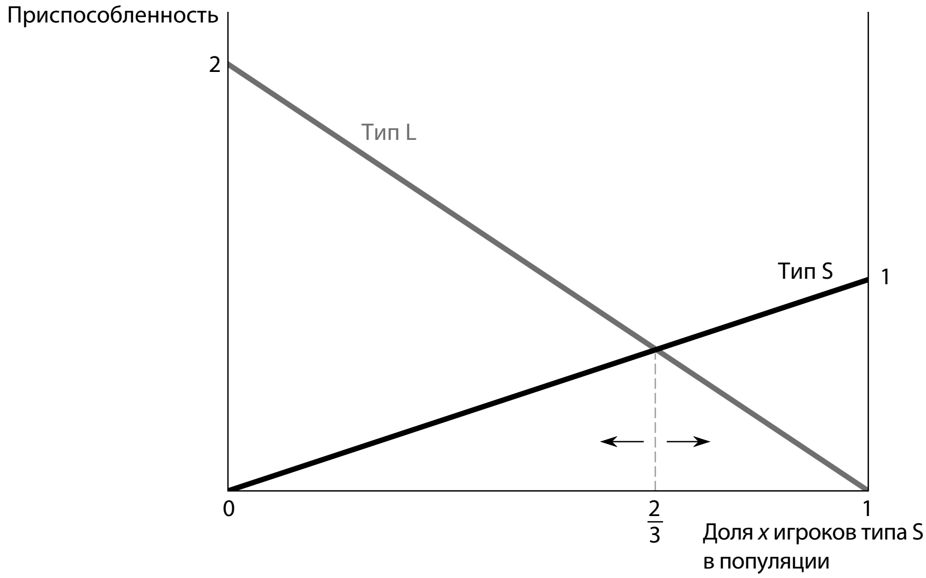


Рис. 12.9. Графики уровня приспособленности, а также равновесия в игре в доверие

в эволюционно устойчивом состоянии. Легко убедиться, что оба исхода — это эволюционно устойчивые стратегии согласно статическому критерию: захват другого типа небольшой популяцией мутантов сойдет на нет, потому что у немногочисленных мутантов более низкий уровень приспособленности. Таким образом, в играх в доверие, или координационных играх, в отличие от игры в труса, эволюционный процесс не сохраняет неблагоприятное равновесие, при котором существует положительная вероятность выбора игроками конфликтующих стратегий. Тем не менее эта динамика не гарантирует сходимости к более благоприятному из двух равновесий, если игра начинается с произвольной исходной комбинации фенотипов, — к чему придет популяция, зависит от того, с чего она начнет.

5. Три фенотипа в популяции

При существовании только двух возможных фенотипов (стратегий) мы можем выполнить проверку на наличие эволюционно устойчивой стратегии путем их сравнения с мутантом одного типа. Динамику популяции в эволюционной игре можно проиллюстрировать с помощью графиков, аналогичных представленным на рис. 12.4, 12.7 и 12.9. Мы покажем, как эти идеи и метод могут быть использованы, когда есть три (или более) возможных фенотипа, а также посмотрим, какие новые особенности при этом возникают.

А. Проверка стратегий на эволюционную устойчивость

Давайте еще раз проанализируем трижды повторяющуюся дилемму заключенных из раздела 12.2.A.II и рис. 12.3 посредством включения третьего возможного фенотипа. Эта стратегия, обозначенная как Н, означает «никогда не отказываться от сотрудничества». На рис. 12.10 приведена таблица приспособленности с тремя стратегиями: В («всегда отказ от сотрудничества»), О («око за око») и Н («никогда не отказываться от сотрудничества»).

Для того чтобы проверить, будет ли одна из этих стратегий эволюционно устойчивой, проанализируем, могут ли популяцию, состоящую из игроков только одного типа, захватить мутанты одного из двух других типов. Например, популяцию из игроков типа В не могут захватить мутанты типа Н или О, а значит, тип В — это эволюционно устойчивая стратегия. Но популяцию из игроков типа Н мутанты типа В захватить могут; при этом тип Н позволяет одурачить себя трижды (какой позор!). Следовательно, Н не может быть эволюционно устойчивой стратегией.

		Столбец		
		В	О	Н
Строка	В	864, 864	936, 792	1080, 648
	О	792, 936	972, 972	972, 972
	Н	648, 1080	972, 972	972, 972

Рис. 12.10. Трижды повторяющаяся дилемма заключенных с тремя типами (выигрыши исчисляются в сотнях долларов)

А как насчет типа О? Популяция только из игроков типа О не может быть захвачена типом В. Однако в противостоянии с мутантами типа Н тип О может оказаться на равных: обратите внимание, что в четырех ячейках таблицы у типов О и Н одинаковые выигрыши. В такой ситуации мутанты типа Н не будут размножаться, но и не вымрут. Небольшая доля мутантов может сосуществовать с популяцией, почти полностью состоящей из игроков типа О. Таким образом, тип О не удовлетворяет ни одному из критериев эволюционно устойчивых стратегий, но демонстрирует некоторую способность сопротивляться захвату.

Мы учитываем способность к адаптации, демонстрируемую типом О в нашем примере, и вводим концепцию **нейтральной** эволюционно устойчивой стратегии*. В отличие от стандартной эволюционно устойчивой стратегии, в которой член

* В книге «Теория эволюционных игр» Йорген Вейбулл определяет нейтральную устойчивость как ослабление стандартных критериев эволюционной устойчивости.

основной популяции должен однозначно быть более приспособленным, чем мутант, в популяции с небольшой долей мутантов нейтральная устойчивость требует, чтобы член основной популяции имел как минимум такой же уровень приспособленности, как и мутант. Тогда доля мутантов не увеличивается, а может оставаться на исходном низком уровне. Это и есть случай, когда популяцию только из игроков типа О захватывает небольшое количество мутантов типа Н. В игре на рис. 12.10 присутствует одна стандартная эволюционно устойчивая стратегия (стратегия В) и одна нейтральная эволюционно устойчивая стратегия (стратегия О).

Далее проанализируем ситуацию, в которой популяцию из игроков типа О захватывают мутанты типа Н. Если доля мутантов достаточно мала, оба типа могут благополучно сосуществовать. Однако если количество мутантов составляет слишком большой процент в общей популяции, ее могут захватить мутанты В-типа: игроки типа В добиваются высоких результатов в противостоянии с типом Н, но плохо справляются с типом О. Для большей точности рассмотрим популяцию с долей x игроков типа Н и долей $(1 - x)$ игроков типа О. Уровень приспособленности каждого из этих типов составляет 972. Уровень приспособленности мутанта типа В в этой популяции равен $936(1 - x) + 1080x = 144x + 936$. Это больше 972, если $144x > 972 - 936 = 36$, или $x > ¼$. Таким образом, тип О может быть нейтральной эволюционно устойчивой стратегией, сосуществующей с небольшой долей мутантов типа Н, но только до тех пор, пока их доля меньше 25%.

Б. Динамика

Для того чтобы наглядно объяснить динамику в играх с тремя возможными фенотипами, обратимся к еще одной хорошо известной игре «камень, ножницы, бумага» (КНБ). В версии этой игры, основанной на концепции рационального поведения игрока, все участники одновременно выбирают одно из трех возможных действий: камень (сложить кулак), бумага (расправить ладонь) или ножницы (сделать движение двумя пальцами, напоминающее ножницы). Правила игры гласят, что камень побеждает («разбивает») ножницы, ножницы побеждают («режут») бумагу, бумага побеждает («обертывает») камень; при одинаковых движениях будет ничья. Если игроки выбирают разные действия, победитель получает выигрыш 1, а проигравший выигрыш −1; в случае ничьей выигрыш обоих игроков составляет 0.

В качестве примера эволюционной игры рассмотрим ситуацию, с которой сталкиваются пятнистобокие игуаны, обитающие на побережье Калифорнии. Для этого вида характерны три типа поведения самцов при спаривании, причем каждый тип поведения ассоциируется с окраской горла самца. Синегорлые самцы (стражи) охраняют небольшое количество самок и отражают попытки желтогорлых самцов (тихони) прокрасться и спариться с самкой, оставшейся без защиты.

Такая стратегия желтогорлого самца эффективна против оранжевогорлых самцов (агрессоров), которые держат большие гаремы и часто преследуют других самцов, как правило, синегорлых, которых оранжевогорлые самцы могут одолеть благодаря своей агрессивности*. Взаимодействие между тремя типами самцов можно смоделировать посредством структуры выигрышей игры КНБ, представленной на рис. 12.11, где показаны только выигрыши игрока, которому соответствуют строки. Мы включаем в таблицу столбец для q-комбинации, что позволит нам проанализировать эволюционный эквивалент равновесия в смешанных стратегиях в этой игре, то есть комбинацию типов в популяции**.

		Столбец			
		Желтогорлый тихоня	Синегорлый страж	Оранжевогорлый агрессор	q-комбинация
Строка	Желтогорлый тихоня	0	−1	1	$-q_2 + (1 - q_1 - q_2)$
	Синегорлый страж	1	0	−1	$q_1 - (1 - q_1 - q_2)$
	Оранжевогорлый агрессор	−1	1	0	$-q_1 + q_2$

Рис. 12.11. Выигрыши в эволюционной игре с тремя фенотипами

Допустим, q_1 — доля желтогорлых игуан в популяции, q_2 — доля синегорлых игуан, а $(1 - q_1 - q_2)$ — доля оранжевогорлых игуан. В правом столбце таблицы показаны выигрыши каждого игрока строки в противостоянии с такой комбинацией фенотипов, то есть это уровень приспособленности игроков, которым соответствуют строки. Предположим, что в популяции пятнистобоких игуан доля каждого типа увеличивается, когда его приспособленность имеет положительное значение, и уменьшается в случае отрицательного значения***. Тогда q_1 повышается только при выполнении условия

* Более подробная информация о пятнистобоких игуанах представлена в статье: Kelly Zamudio and Barry Sinervo, "Polygyny, Mate-Guarding, and Posthumous Fertilizations As Alternative Mating Strategies," Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 97, no. 26 (December 19, 2000), pp. 14427–32.

** В одном из упражнений в главе 7 рассматривается рациональное теоретико-игровое равновесие в одной из версий игры КНБ. Вы должны без особых усилий суметь подтвердить тот факт, что в этой игре нет равновесия в чистых стратегиях.

*** Для того чтобы убедиться в том, что сумма трех долей равна 1, необходимо приложить немного больше усилий, но все же это можно сделать. В целях простоты объяснения идей мы не приводим здесь математические выкладки. В упражнениях, рассчитанных на читателей с достаточной математической подготовкой, мы даем более строгое описание этой динамики.

$$-q_2 + (1 - q_1 - q_2) > 0,$$
$$q_1 + 2q_2 < 1.$$

Доля желтогорлых игуан в популяции увеличивается, когда q_2 (доля синегорлых игуан) небольшая или $(1 - q_1 - q_2)$ (доля оранжевогорлых игуан) большая. Это имеет смысл: желтогорлые самцы не особо успешны в противостоянии с синегорлыми, но весьма хороши в противоборстве с оранжевогорлыми самцами. Аналогичным образом q_2 повышается только при выполнении условия

$$q_1 - (1 - q_1 - q_2) > 0,$$
$$2q_1 + q_2 > 1.$$

Синегорлые самцы добиваются лучших результатов, когда доля желтогорлых соперников большая или оранжевогорлых малая.

Графики на рис. 12.12 наглядно демонстрируют динамику популяции и полученных в итоге равновесий в этой игре. Треугольный сегмент, ограниченный осями координат и линией $q_1 + q_2 = 1$, содержит все возможные равновесные комбинации q_1 и q_2. В нем есть также две прямые линии. Первая линия (более пологая) — это $q_1 + 2q_2 = 1$, равновесная линия для q_1; если комбинация q_1 и q_2 ниже этой линии, q_1 (доля желтогорлых самцов) возрастает; если комбинация q_1 и q_2 выше этой

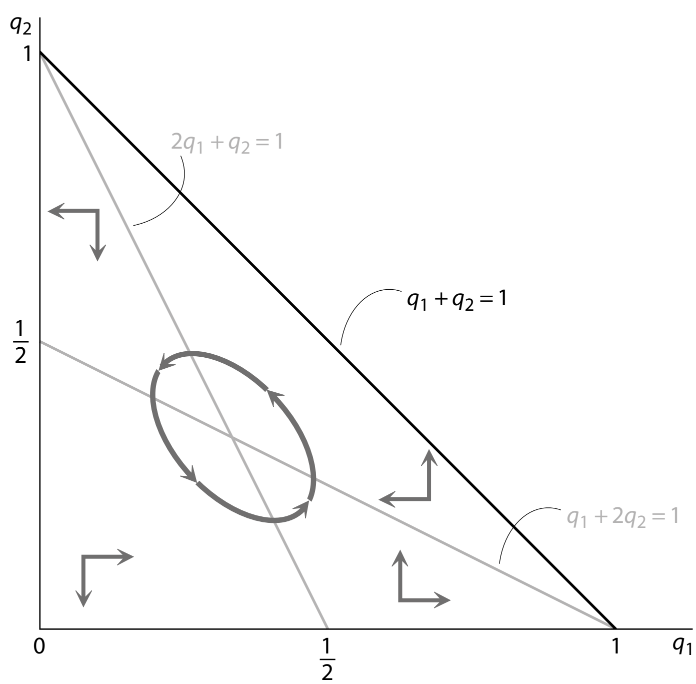


Рис. 12.12. Динамика популяции в эволюционной версии игры КНБ

линии, q_1 сокращается. Вторая линия (линия с бо́льшим наклоном) — это линия $2q_1 + q_2 = 1$, равновесная линия для q_2. Справа от нее (когда $2q_1 + q_2 > 1$) q_2 возрастает; слева (когда $2q_1 + q_2 < 1$) q_2 сокращается. Стрелками обозначены направления изменения соотношений типов в популяциях; серые линии соответствуют типичным динамическим путям. Общая идея та же, что и на рис. 12.10.

На каждой из двух серых линий один из показателей q_1 и q_2 не возрастает и не уменьшается. Следовательно, их пересечение образует точку, в которой q_1, q_2, а значит, и $(1 - q_1 - q_2)$ — постоянные. Это означает, что эта точка соответствует полиморфному равновесию. Несложно проверить, что в данном случае $q_1 = q_2 = 1 - q_1 - q_2 = 1/3$. Эти доли типов в популяции эквивалентны вероятностям стратегий в равновесии со смешанными стратегиями в рациональной версии игры КНБ.

Устойчив ли этот полиморфный исход? В общем мы не можем дать однозначного ответа. Динамика указывает на наличие путей (обозначенных на рис. 12.12 в виде эллипса), которые формируются вокруг данного исхода. Разворачиваются ли они по убывающей спирали по направлению к точке пересечения (в таком случае можно говорить об устойчивости) или по расходящейся спирали (что указывает на неустойчивость), зависит от конкретной реакции соотношения типов в популяции на изменение уровня приспособленности. Эти пути могут даже проходить по траектории, изображенной на рис. 12.12, не приближаясь и не отдаляясь от равновесия.

Фактические данные говорят о том, что популяция пятнистобоких игуан вращается вокруг точки полиморфного равновесия с равным соотношением типов; при этом один тип на какой-то период становится более распространенным, но затем более сильный соперник берет над ним верх. Вопрос о том, приближается ли этот цикл к устойчивому равновесию, остается темой дальнейшего изучения. Как минимум один пример такого же взаимодействия, как и в случае КНБ, относится к трем штаммам кишечной палочки, вызывающей пищевые отравления. Каждый штамм бактерии вытесняет любой другой, но вытесняется третьим, как и в игре с тремя типами, о которой шла речь выше. Ученые, изучающие соперничество между тремя штаммами кишечной палочки, доказали, что полиморфное равновесие может быть устойчивым, если взаимодействие между парами остается локальным, а небольшие колонии каждого штамма постоянно перемещаются*.

---

* Результаты исследований по теме кишечной палочки можно найти здесь: Martin Nowak and Karl Sigmund, “Biodiversity: Bacterial Game Dynamics,” Nature, vol. 418 (July 11, 2002), p. 138. Если бы три штамма этой бактерии принудительно перемещались на регулярной основе, один штамм мог бы взять верх над остальными в течение нескольких дней: «победивший» штамм превзошел бы по численности второй штамм, который мог бы быстро уничтожить третий.

6. Игра «ястреб–голубь»

Игра «ястреб–голубь» стала первой изученной биологами в процессе разработки теории эволюционных игр. В ней есть полезные параллели с дилеммой заключенных и игрой в труса, поэтому мы описываем ее здесь, чтобы закрепить и углубить ваше понимание соответствующих концепций.

В игре участвуют не птицы этих двух видов, а двое животных одного и того же вида, а «ястреб» и «голубь» — просто названия их стратегий. Суть игры — соперничество за ресурс. Стратегия «ястреб» агрессивна и направлена на получение всего ресурса стоимостью V. Стратегия «голубь» компромиссна и сводится к готовности разделить ресурс и избежать драки. Когда два игрока типа «ястреб» противостоят друг другу, они вступают в драку. Каждое животное с одинаковой вероятностью (равной 1/2) может либо победить и получить V, либо проиграть, получить травмы и $-C$. Следовательно, ожидаемый выигрыш каждого игрока равен $(V - C)/2$. Когда в игру вступают два «голубя», они без драки делят между собой ресурс, поэтому выигрыш каждого из них составляет $V/2$. Когда игрок типа «ястреб» вступает в противостояние с игроком типа «голубь», последний спасается бегством и получает выигрыш 0, тогда как первый — выигрыш V. На рис. 12.13 представлена таблица выигрышей в этой игре.

		Б	
		Ястреб	Голубь
А	Ястреб	$(V - C)/2$, $(V - C)/2$	V, 0
	Голубь	0, V	$V/2$, $V/2$

Рис. 12.13. Таблица выигрышей для игры «ястреб–голубь»

Анализ этой игры аналогичен анализу дилеммы заключенных и игры в труса, только в ней числовые выигрыши заменены алгебраическими символами. Мы сопоставим равновесия в этой игре, когда игроки рационально выбирают стратегию «ястреб» или «голубь», после чего сравним исходы игры, когда игроки действуют автоматически, а успех вознаграждается более быстрым воспроизводством.

А. Рациональный стратегический выбор и равновесие

1. Если $V > C$, то это дилемма заключенных, в которой стратегия «ястреб» соответствует стратегии «отказ от сотрудничества», а стратегия «голубь» — стратегии «сотрудничать». Стратегия «ястреб» — доминирующая для

каждого игрока, но комбинация стратегий «голубь»/«голубь» — более благоприятный исход для обоих игроков.

2. Если $V < C$, тогда это игра в труса. Теперь $(V - C)/2 < 0$, а значит, «ястреб» больше не доминирующая стратегия. В игре два равновесия Нэша в чистых стратегиях: «ястреб»/«голубь» и «голубь»/«ястреб». В игре также есть равновесие в смешанных стратегиях, при котором вероятность p выбора игроком Б стратегии «ястреб» имеет такое значение, которое поддерживает безразличие игрока А в отношении выбора стратегий:

$$\frac{p(V-C)}{2}+(1-p)V=p\times 0+\frac{(1-p)V}{2},$$

$$p=\frac{V}{C}.$$

Б. Эволюционная устойчивость при $V > C$

Начнем с популяции, состоящей преимущественно из «ястребов», и проверим, могут ли ее захватить мутанты типа «голубь». Придерживаясь условных обозначений для подобных игр, мы могли бы выразить долю мутантного фенотипа в популяции как m (от слова «mutant»), но для ясности будем использовать для мутанта типа «голубь» обозначение d (от «dove»). Таким образом, доля «ястребов» в популяции составляет $(1 - d)$. Тогда в противостоянии со случайно выбранным соперником «ястреб» будет встречаться с «голубем» в d случаях и получит V в каждом из них, а также встретится с другим «ястребом» в $(1 - d)$ случаях и получит $(V - C)/2$ в каждом. Следовательно, уровень приспособленности «ястреба» равен $[dV + (1 - d)(V - C)/2]$. Аналогичным образом уровень приспособленности одного из мутантов типа «голубь» составляет $[d(V/2) + (1 - d)\times 0]$. Поскольку $V > C$, отсюда следует, что $(V - C)/2 > 0$. Кроме того, $V > 0$ подразумевает, что $V > V/2$. В таком случае при любом значении d от 0 до 1 имеем

$$dV+\frac{(1-d)(V-C)}{2}>d\frac{V}{2}+(1-d)\times 0.$$

Стало быть, у «ястреба» более высокий уровень приспособленности, поэтому мутанты типа «голубь» не могут захватить популяцию. Стратегия «ястреб» эволюционно устойчива, а популяция мономорфна (все «ястребы»).

То же самое верно и для любой доли «голубей» в популяции при всех значениях d. Следовательно, какой бы ни была исходная комбинация типов, доля «ястребов» будет расти и они будут доминировать. Кроме того, если исходная популяция состоит только из «голубей», мутанты типа «ястреб» могут ее захватить. Таким образом, эта динамика говорит о том, что «ястреб» — единственная эволюционно устойчивая стратегия. Данный алгебраический анализ подтверждает и обобщает сделанный ранее вывод в числовом примере дилеммы заключенных в контексте игры в ценообразование (см. рис. 12.1).

В. Эволюционная устойчивость при $V < C$

Если исходная популяция преимущественно «ястребы» с небольшой долей d мутантов типа «голубь», то у каждого из них такая же функция уровня приспособленности, как и функции, выведенные в разделе 6.Б. Однако когда $V < C$, $(V - C)/2 < 0$. Мы по-прежнему имеем $V > 0$, а значит, $V > V/2$. Но поскольку значение d очень маленькое, сравнение этих членов с $(1 - d)$ играет гораздо более важную роль, чем сравнение с d, поэтому

$$d\frac{V}{2} + (1-d)\times 0 > dV + \frac{(1-d)(V-C)}{2}.$$

Следовательно, уровень приспособленности мутантов типа «голубь» выше уровня приспособленности доминирующего типа «ястреб», поэтому мутанты типа «голубь» могут захватить популяцию.

Однако если исходная популяция почти полностью состоит из «голубей», мы должны проанализировать, может ли небольшая доля h мутантов типа «ястреб» захватить ее. (Обратите внимание, что, поскольку мутант теперь относится к типу «ястреб», мы использовали символ h (hawk) для обозначения доли мутантов-захватчиков.) Уровень приспособленности мутантов типа «ястреб» $[h(V - C)/2 + (1 - h)V]$ сопоставим с $[h \times 0 + (1 - h)(V/2)]$ в случае мутантов типа «голубь». И снова $V < C$ подразумевает, что $(V - C)/2 < 0$, а $V > 0$ подразумевает, что $V > V/2$. Но когда значение h небольшое, получаем

$$\frac{h(V-C)}{2} + (1-h)V > h\times 0 + (1-h)\frac{V}{2}.$$

Это неравенство показывает, что уровень приспособленности «ястребов» выше, поэтому они захватят популяцию «голубей». Таким образом, мутанты каждого типа могут захватить популяцию другого типа. Поэтому она не может быть мономорфной и ни один чистый фенотип не может быть эволюционно устойчивой стратегией. Алгебраические расчеты снова подтверждают сделанный ранее вывод в числовом примере дилеммы заключенных в контексте игры в труса (см. рис. 12.6 и 12.7).

А что происходит в популяции, когда $V < C$? Существуют два сценария. В первом каждый игрок придерживается чистой стратегии, но в популяции наблюдается устойчивая комбинация игроков, использующих разные стратегии. Это полиморфное равновесие, сформировавшееся в игре в труса, о которой шла речь в разделе 12.3. Второй сводится к применению каждым игроком смешанной стратегии. Мы начнем с полиморфного случая.

Г. $V < C$: устойчивая полиморфная популяция

Когда доля «ястребов» в популяции равна h, уровень их приспособленности составляет $h(V - C)/2 + (1 - h)V$, а уровень приспособленности «голубя» — $h \times 0 + (1 - h)(V/2)$. Уровень приспособленности «ястреба» выше, если

$$\frac{h(V-C)}{2}+(1-h)V>(1-h)\frac{V}{2}.$$

Это неравенство можно упростить:

$$\frac{h(V-C)}{2}+(1-h)\frac{V}{2}>0,$$
$$V-hC>0,$$
$$h<\frac{V}{C}.$$

В таком случае уровень приспособленности типа «голубь» выше, когда $h > V/C$, или когда $(1 - h) < 1 - (V/C) = (C - V)/C$. Стало быть, каждый тип более приспособлен, если его численность меньше. Следовательно, мы имеем устойчивое полиморфное равновесие в равновесной точке, в которой доля «ястребов» в популяции составляет $h = V/C$. Это и есть рассчитанная в разделе 6.А вероятность, с которой каждый отдельный игрок выбирает стратегию «ястреб» в равновесии Нэша в смешанных стратегиях данной игры при условии рационального поведения игроков. К тому же мы также получили эволюционное «обоснование» исхода в виде смешанной стратегии в игре в труса.

Мы предоставляем вам возможность построить для этого случая график, аналогичный представленному на рис. 12.7. Для этого вам понадобится определить динамику, в соответствии с которой доли каждого типа в популяции сходятся к устойчивой равновесной комбинации.

Д. $V < C$: каждый игрок смешивает стратегии

Вспомните рассчитанную в разделе 6.А равновесную смешанную стратегию в рациональной игре, где $p = V/C$ — вероятность выбора стратегии «ястреб», а $(1 - p)$ — вероятность выбора стратегии «голубь». Есть ли параллель в эволюционной версии игры, когда фенотип выбрал бы смешанную стратегию? Проанализируем такую возможность. У нас по-прежнему есть игроки типа Я, использующие чистую стратегию «ястреб», и игроки типа Г, использующие чистую стратегию «голубь». Но теперь может существовать еще и третий фенотип С, применяющий смешанную стратегию, включая в нее стратегию «ястреб» с вероятностью $p = V/C$ и стратегию «голубь» с вероятностью $1 - p = 1 - (V/C) = (C - V)/C$.

Когда Я или Г встречает С, их ожидаемый выигрыш зависит от p — вероятности того, что С выберет стратегию Я, и от $(1 - p)$ — вероятности того, что С выберет стратегию Г. Тогда каждый игрок получает p, умноженное на его выигрыш в игре против Я, плюс $(1 - p)$, умноженное на его выигрыш в игре против Г. Таким образом, когда Я противостоит С, его ожидаемый выигрыш составит

$$p\frac{V-C}{2}+(1-p)V=\frac{V}{C}\frac{V-C}{2}-\frac{C-V}{C}V=-\frac{V}{2C}(C-V)+\frac{V}{C}(C-V)=V\frac{C-V}{2C}.$$

А когда Г противостоит С, его выигрыш равен

$$p\times 0+(1-p)\frac{V}{2}=\frac{C-V}{C}\frac{V}{2}=\frac{V(C-V)}{2C}.$$

Уровни приспособленности двух типов одинаковы. Это не должно стать неожиданностью: соотношение чистых стратегий должно обеспечивать именно такое равенство. Тогда игрок типа С в противостоянии с другим игроком типа С получит тот же ожидаемый выигрыш. Для того чтобы было проще ссылаться на него в дальнейшем, обозначим его символом K, где $K = V(C - V)/2C$.

Но такое равенство создает проблему при проверке стратегии С на эволюционную устойчивость. Предположим, популяция целиком состоит из игроков типа С и в нее вторгаются мутанты типа Я, составляющие совсем малую долю h от общей численности популяции. Тогда типичный мутант получит ожидаемый выигрыш $h(V - C)/2 + (1 - h)K$. Для того чтобы вычислить ожидаемый выигрыш игрока типа С, необходимо учесть, что он противостоит другому игроку типа С в $(1 - h)$ случаях и каждый раз получает выигрыш K. Далее он вступает в противостояние с игроком типа Я в h взаимодействиях и в их ходе использует стратегию Я в p случаях и получает выигрыш $(V - C)/2$ и стратегию Г в $(1 - p)$ случаев и получает выигрыш 0. Таким образом, общий ожидаемый выигрыш (уровень приспособленности) игрока типа С составляет

$$\frac{hp(V-C)}{2}+(1-h)K.$$

Поскольку у h очень малое значение, приспособленность игроков типа С и мутантов типа Я почти эквивалентна. Дело в том, что, когда мутантов очень мало, игроки как типа Я, так и типа С в основном противостоят только игрокам типа С и, как мы только что выяснили, в этом взаимодействии у обоих типов одинаковый уровень приспособленности.

Эволюционная устойчивость зависит от того, будет ли исходная популяция типа С более приспособленной, чем мутант типа Я, когда каждый из них противостоит одному из немногочисленных мутантов. В алгебраической форме тип С более приспособлен, чем тип Я, в противоборстве с другими мутантами типа Я, когда $pV(C - V)/2C = pK > (V - C)/2$. В нашем примере это условие выполняется, так как $V < C$, то есть $(V - C)$ имеет отрицательное значение, а K имеет положительное значение. На интуитивном уровне это условие говорит нам о том, что мутант типа Я всегда будет получать более низкие результаты в противостоянии с другим мутантом типа Я из-за высоких издержек в связи с дракой, но тип С вступает в драку только иногда, а значит, несет такие издержки лишь в p случаях. В целом тип С добивается большего в противостоянии с мутантами.

Аналогично успех вторжения типа Г в популяцию С зависит от сравнения уровня приспособленности мутанта типа Г с уровнем приспособленности мутанта типа С. Как и раньше, мутант противостоит другому игроку типа Г в d случаях, а игроку типа С в $(1 - d)$ случаях. Тип С также противостоит другому игроку типа С в $(1 - d)$ случаях, однако в d случаях С противостоит Г и использует стратегию Я в p из этих случаев, получая при этом выигрыш pV, а также применяет стратегию Г в $(1 - p)$ случаях, получая при этом выигрыш $(1 - p)V/2$. Из этого следует, что уровень приспособленности типа «голубь» составляет $[dV/2 + (1 - d)K]$, тогда как уровень приспособленности типа С равен $d \times [pV+(1 - p)V/2] + (1 - \mathrm{d})K$. Последние члены выражений, описывающих уровни приспособленности, идентичны, а значит, вторжение «голубей» может быть успешным, только если $V/2$ больше $pV + (1 - p)V/2$. Это условие не выполняется: последнее выражение содержит взвешенное среднее V и $V/2$, которое больше $V/2$ при $V > 0$. Таким образом, вторжение мутантов типа «голубь» не может завершиться успехом.

Этот анализ говорит о том, что С — эволюционно устойчивая стратегия. Следовательно, если $V < C$, популяция может продемонстрировать любой из двух эволюционно устойчивых исходов. Один подразумевает смешение типов (устойчивый полиморфизм), а другой — присутствие в популяции только одного типа, смешивающего стратегии в том же соотношении, которое определяет полиморфизм.

E. Немного общей теории

Теперь обобщим идеи, представленные в данном разделе, чтобы получить теоретическую основу и набор инструментов для дальнейшего использования. Такое обобщение неизбежно требует несколько более абстрактных обозначений и немного алгебры. В связи с этим мы рассмотрим только мономорфные равновесия в одном виде. Читатели, которые владеют математикой на должном уровне, смогут по аналогии описать полиморфные случаи с двумя видами. Читатели, которые не готовы к восприятию данного материала или для них он не представляет интереса, могут пропустить этот раздел без ущерба для целостности изложения материала*.

Проанализируем взаимодействие между случайно отобранными из одного вида парами, популяции которого доступны стратегии I, J, K, …, среди которых могут быть как чистые, так и смешанные. Каждый отдельный член популяции запрограммирован на использование только одной из этих стратегий. Обозначим $E(\mathrm{I}, \mathrm{J})$ выигрыш игрока I от одного взаимодействия с игроком J. Выигрыш игрока I в противостоянии с другим представителем своего типа составляет $E(\mathrm{I}, \mathrm{I})$ в той же системе обозначений. Пусть $W(\mathrm{I})$ — уровень приспособленности игрока I. Это просто его ожидаемый выигрыш в противостоянии с произвольно выбранными соперниками, когда вероятность встретить игрока определенного типа равна доле этого типа в популяции.

Допустим, популяция состоит только из игроков типа I. Проанализируем, может ли такая конфигурация быть эволюционно устойчивой. Для этого представим, что популяцию захватывают несколько мутантов типа J; значит, доля m мутантов в популяции очень маленькая. Уровень приспособленности типа I составляет

$$W(\mathrm{I}) = mE(\mathrm{I}, \mathrm{J}) + (1 - m)\, E(\mathrm{I}, \mathrm{I}).$$

Уровень приспособленности мутанта равен

$$W(\mathrm{J}) = mE(\mathrm{J}, \mathrm{J}) + (1 - m)\, E(\mathrm{J}, \mathrm{I}).$$

Следовательно, разница между уровнями приспособленности основного и мутантного типов популяции определяется формулой

$$W(\mathrm{I}) - W(\mathrm{J}) = m[E(\mathrm{I}, \mathrm{J}) - \mathrm{E}(\mathrm{J}, \mathrm{J})] + (1 - m)\, [E(\mathrm{I}, \mathrm{I}) - E(\mathrm{J}, \mathrm{I})].$$

Поскольку m очень маленькое, уровень приспособленности основного типа будет выше по сравнению с приспособленностью мутанта, если вторая часть представленного выражения имеет положительное значение, то есть

$$W(\mathrm{I}) > W(\mathrm{J}),\ \text{если}\ E(\mathrm{I}, \mathrm{I}) > E(\mathrm{J}, \mathrm{I}).$$

* Читатели, которые, напротив, хотят получить более подробную информацию по этой теме, могут найти ее в книге: John Maynard Smith, Evolution and the Theory of Games (особенно с. 14–15). Джон Смит — основоположник теории эволюционных игр.

В таком случае основной тип в популяции не может быть захвачен; он более приспособлен, чем мутантный тип, когда каждый противостоит члену основного типа. Это и есть **первичный критерий** эволюционной устойчивости. Напротив, если $W(\mathrm{I}) < W(\mathrm{J})$ — тогда $E(\mathrm{I}, \mathrm{I}) < E(\mathrm{J}, \mathrm{I})$ — вторжение мутантов типа J будет успешным, поэтому популяция, полностью состоящая из игроков типа I, не может быть эволюционно устойчивой.

Однако возможна ситуация, когда $E(\mathrm{I}, \mathrm{I}) = E(\mathrm{J}, \mathrm{I})$, как и происходит на самом деле, если популяция изначально состоит из одного фенотипа, смешивающего чистые стратегии I и J (мономорфное равновесие со смешанной стратегией), как было в последнем варианте игры «ястреб–голубь» (раздел 6.Д). Тогда разность между $W(\mathrm{I})$ и $W(\mathrm{J})$ зависит от того, насколько успешно оба типа противостоят мутантам* . Когда $E(\mathrm{I}, \mathrm{I}) = E(\mathrm{J}, \mathrm{I})$, получаем $W(\mathrm{I}) > W(\mathrm{J})$, если $E(\mathrm{I}, \mathrm{J}) > E(\mathrm{J}, \mathrm{J})$. Это **вторичный критерий** эволюционной устойчивости, который следует применять, только если первичный критерий не позволяет сделать однозначный вывод, то есть если $E(\mathrm{I}, \mathrm{I}) = E(\mathrm{J}, \mathrm{I})$.

При применении вторичного критерия — поскольку $E(\mathrm{I}, \mathrm{I}) = E(\mathrm{J}, \mathrm{I})$ — существует вероятность того, что он также не позволит сделать однозначный вывод. Другими словами, возможно, что $E(\mathrm{I}, \mathrm{J}) = E(\mathrm{J}, \mathrm{J})$. Это случай *нейтральной устойчивости*, о которой шла речь в разделе 5. Если ни первичный, ни вторичный критерий не обеспечивают убедительных результатов, то I считается нейтральной эволюционно устойчивой стратегией.

Обратите внимание, что у первичного критерия есть одна особенность. Он гласит, что если стратегия I эволюционно устойчива, то для всех остальных стратегий J, которые может попробовать применить мутант, $E(\mathrm{I}, \mathrm{I}) \geq E(\mathrm{J}, \mathrm{I})$. Это означает, что стратегия I — наилучший ответ на саму себя. Иными словами, если бы члены этой популяции вдруг начали играть как придерживающиеся рационального поведения игроки, применение ими всеми стратегии I было бы равновесием Нэша. *Таким образом, эволюционная устойчивость подразумевает наличие равновесия Нэша в соответствующей рациональной игре!***

Это поразительный результат. Если вас не удовлетворяло предположение о рациональном поведении, лежащее в основе теории равновесий Нэша, представленной в предыдущих главах, и вы обратились к эволюционной теории в поисках более подходящего объяснения, то теперь вы убедились, что она дает те же

* Если исходная популяция полиморфна и m — это доля типа J, тогда значение m может и не быть малым, Тем не менее в этом случае величина m не играет особой роли, поскольку теперь второй член выражения $W(\mathrm{I}) - W(\mathrm{J})$ считается равным нулю.

** На самом деле первичный критерий немного более строгий, чем стандартное определение равновесия Нэша, которое больше соответствует критерию нейтральной устойчивости.

результаты. Поистине занимательное биологическое описание (фиксированное не максимизирующее поведение, но при этом выбор в ответ на полученный в итоге уровень приспособленности) не обеспечивает новых исходов, а, скорее, предоставляет косвенное обоснование равновесия Нэша. Когда в игре есть несколько равновесий Нэша, эволюционная динамика может даже предоставить хороший аргумент для выбора одного из них.

Тем не менее ваша укрепившаяся уверенность в равновесии Нэша должна быть взвешенной. Наше определение эволюционной устойчивости скорее статично, чем динамично. Оно лишь позволяет проверить, что конфигурация популяции (мономорфная или полиморфная с надлежащим соотношением типов), которую мы тестируем на наличие равновесия, не может быть захвачена небольшой популяцией мутантов. Такая проверка не поможет определить, исчезнут ли все нежелательные типы и будет ли достигнута равновесная конфигурация в случае произвольной исходной комбинации типов в популяции. Кроме того, проверка проводится в отношении конкретных классов мутантов, которые считаются логически возможными, но если теоретик некорректно выполнит эту классификацию и в действительности может появиться тип мутантов, который он не учел, этот мутант может совершить успешное вторжение и разрушить предполагаемое равновесие. В конце анализа дилеммы заключенных с двумя повторениями, о которой шла речь в разделе 2.A, мы предупреждали о подобной вероятности, и в упражнениях вы увидите, как такое может произойти. И наконец, в разделе 5 мы убедились, что эволюционная динамика может вообще не гарантировать сходимости к более благоприятному из двух равновесий.

7. Взаимодействие всех членов популяции и между разными видами

До сих пор мы фокусировались на ситуациях, в которых каждая игра проводится между двумя игроками, отобранными из популяции случайным образом. Однако нередки случаи, когда все члены популяции играют одновременно или взаимодействуют два разных вида; они требуют специального анализа, и мы представим его в данном разделе.

A. Игра по всему полю

В ходе эволюционного взаимодействия встречаются ситуации, когда все члены популяции играют одновременно, а не парами. В биологии стадо животных с определенной комбинацией различных, заданных на генетическом уровне моделей поведения может бороться за тот или иной ресурс или территорию. В экономике или бизнесе многие компании, стратегии которых продиктованы корпоративной культурой, могут конкурировать все со всеми.

Такие эволюционные игры находятся в той же зависимости с рациональными коллективными играми из главы 11, что и парные эволюционные игры, представленные в предыдущих разделах, с рациональными играми с двумя участниками, о которых шла речь в главах 4–7. Подобно тому как мы преобразовали графики ожидаемых выигрышей из этих глав в диаграммы уровней приспособленности на рис. 12.4, 12.7 и 12.9, мы можем преобразовать графики для игр с коллективным действием (см. рис. 11.6–11.8) в графики приспособленности в эволюционных играх.

Рассмотрим в качестве примера вид животных, все члены которого приходят на общее пастбище. В этом виде есть два фенотипа: один агрессивно борется за пищу, а другой бродит вокруг и пытается подобрать то, что удается. Если доля агрессивных особей небольшая, для них это лучше, но если их слишком много, выиграют тихони, которые смогут добыть себе больше пищи, игнорируя постоянные схватки сородичей. По сути, это коллективная игра в труса, в которой был бы точно такой же график приспособленности, как и на рис. 11.7. Поскольку здесь не требуется никаких новых принципов или методов, мы предоставляем вам возможность самостоятельно развить эту идею.

Б. Взаимодействие между видами

Теперь рассмотрим последний тип эволюционного взаимодействия, а именно тот, который происходит между членами не одного и того же, а разных видов. Во всех предыдущих случаях у игроков из определенной популяции были одинаковые предпочтения. Например, в игре в доверие из раздела 4 игроки типа L от рождения отдавали предпочтение кафе Local Latte, а игроки типа S — кафе Starbucks, однако уровень приспособленности каждого типа был выше, когда встреча происходила в Local Latte. Структура игры «битва полов» (единственный класс игр, который мы еще не проанализировали) подразумевает иную схему выигрышей. Хотя участники такой игры по-прежнему заинтересованы встретиться либо в Starbucks, либо в Local Latte (если они не встретятся, выигрыш каждого составит 0), теперь каждый тип предпочитает другое кафе. Это предпочтение позволяет выделить два типа. На языке биологии их больше нельзя рассматривать как случайно выбранные из однородной популяции животных*. Они, скорее, должны принадлежать к разным видам.

* В эволюционной биологии игры такого типа называются «асимметричными» играми. Симметричные игры — это игры, в которых игрок не может определить тип другого игрока посредством наблюдения за его внешними характеристиками; в асимметричных играх игроки могут различать друг друга.

Для изучения таких игр с эволюционной точки зрения расширим нашу методику на случай, когда пары образуются из спонтанным образом выбранных представителей разных видов. Предположим, существует большая популяция «мужчин» и большая популяция «женщин». Из них в случайном порядке выбирается по одному игроку, которым предлагают попытаться встретиться*. Все мужчины договариваются между собой о выигрышах при выборе кафе Starbucks, Local Latte и отсутствии встречи. Все женщины договариваются о том же. Но в каждой популяции есть как противники компромисса, так и его сторонники. Противник компромисса всегда будет выбирать любимое кафе своего вида. Сторонник компромисса, понимая, что члены другого вида хотят противоположного, отправится именно в это место.

Если в случайно отобранную пару попадает противник компромисса из одного вида и сторонник компромисса из другого, в итоге будет получен исход, которому отдает предпочтение противник компромисса. Если пару образуют два противника компромисса, встреча так и не состоится; как ни странно, аналогичный результат будет получен в случае двух сторонников компромисса, поскольку каждый из них отправится в любимое кафе другого. (Не забывайте, что игроки должны делать выбор независимо друг от друга и не могут договориться о месте встречи. Возможно, даже если бы у них и получилось собраться вместе заранее, они бы попали в тупиковую ситуацию: «Нет, я настаиваю на том, чтобы уступить твоим предпочтениям».)

Мы изменим таблицу выигрышей на рис. 4.12 так, как показано на рис. 12.14, — то, что раньше было вариантами выбора, теперь выступает в качестве действий, которые предопределяет тип (противник или сторонник компромисса).

		Женщина	
		Противник компромисса	Сторонник компромисса
Мужчина	Противник компромисса	0, 0	2, 1
	Сторонник компромисса	1, 2	0, 0

Рис. 12.14. Выигрыши в игре «битва полов»

В сравнении со всеми эволюционными играми, которые мы анализировали до этого, у данной игры есть новое свойство: игрок строки и игрок

* Осмелимся предположить, что разделение мужчин и женщин на отдельные виды — это возможность, о которой многие из вас думали хотя бы раз в жизни!

столбца — представители разных видов. Хотя каждый вид представляет собой однородную совокупность противников и сторонников компромисса, их соотношение не обязательно должно быть одинаковым в обоих видах. Следовательно, нам необходимо ввести две переменные, описывающие эти две комбинации, и изучить динамику в обоих случаях.

Пусть x — доля противников компромисса среди мужчин, а y — среди женщин. Рассмотрим конкретного противника компромисса из числа мужчин. Встречаясь с женщиной — противницей компромисса в y случаях, он получает выигрыш 0, а при встрече с женщиной — сторонницей компромисса в остальных случаях — выигрыш 2. Следовательно, его ожидаемый выигрыш (уровень приспособленности) составляет $y \times 0 + (1 - y) \times 2 = 2(1 - y)$. Аналогично уровень приспособленности мужчины — сторонника компромисса равен $y \times 1 + (1 - y) \times 0 = y$. Таким образом, из всех участников игры уровень приспособленности противников компромисса выше, когда $2(1 - y) > y$, или $y < 2/3$. Будучи более приспособленными, мужчины из числа противников компромисса будут воспроизводиться быстрее; другими словами, x увеличивается, когда $y < 2/3$. Обратите внимание на новый и на первый взгляд неожиданный аспект полученного исхода: уровень приспособленности каждого типа в пределах соответствующего вида зависит от доли типов в других видах. В этом нет ничего удивительного, поскольку теперь каждый вид ведет игры против другого вида*.

Проанализировав аналогичным образом другой вид, получим результат, согласно которому уровень приспособленности у противников компромисса из числа женщин выше, а значит, y увеличивается при $x < 2/3$. Для того чтобы понять этот результат на интуитивном уровне, обратите внимание на то, что противники компромисса каждого вида добиваются более весомых результатов, когда у другого вида своих противников компромисса не особо много, поскольку при этом они достаточно часто встречались бы со сторонниками компромисса другого вида.

На рис. 12.15 показана динамика конфигураций двух видов. Переменные x и y могут принимать значения от 0 до 1, поэтому мы получили график в виде единичного квадрата с x и y на их обычных осях. Вертикальная линия AB содержит все точки, где $x = 2/3$ — равновесная точка, в которой значение y не увеличивается и не уменьшается. Если текущие доли типов в популяции находятся слева от этой линии (то есть $x < 2/3$), значение y увеличивается (смещая долю

* Этот вывод подтверждает и представляет в другом свете свойство равновесий в смешанных стратегиях, согласно которому комбинация стратегий, выбранных каждым игроком, поддерживает безразличие другого игрока в отношении выбора одной из чистых стратегий. Теперь мы можем описать эту ситуацию так: в полиморфном эволюционном равновесии в игре с участием двух видов доля типа каждого вида поддерживает одинаковый уровень приспособленности выживших типов других видов.

женщин — противниц компромисса в вертикальном восходящем направлении). Если текущие доли находятся справа от линии *AB* ($x > 2/3$), значение y уменьшается (движение в вертикальном нисходящем направлении). Аналогично горизонтальная линия *CD* отображает все точки, где $y = 2/3$, то есть равновесную точку для x. Когда доля женщин — противниц компромисса находится ниже этой линии (то есть когда $y < 2/3$), доля мужчин — противников компромисса (x) увеличивается (движение по горизонтали направо), а когда над этой линией, уменьшается, то есть при $y > 2/3$ (движение по горизонтали налево).

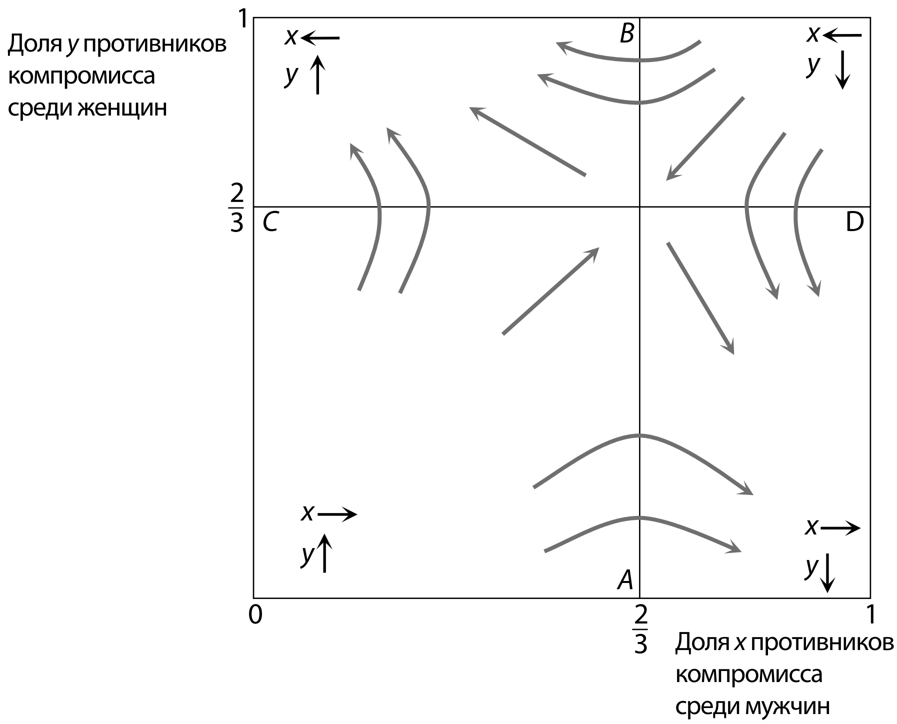


Рис. 12.15. Динамика популяций в игре «битва полов»

Объединив движение x и y, мы сможем отследить их динамические пути, чтобы определить местоположение равновесия популяции. Например, начиная с исходной точки в нижнем левом квадранте эта динамика подразумевает увеличение значений как x, так и y. Это общее перемещение (в верхний правый угол) продолжается до тех пор, пока либо $x = 2/3$ и y начнет уменьшаться (движение происходит в правый правый угол), либо $y = 2/3$ и x начнет уменьшаться (перемещение направлено в верхний левый угол). Аналогичные процессы в каждом квадранте позволяют получить криволинейные динамические пути, показанные на рис. 12.5; их подавляющее большинство ведет либо в нижний правый, либо в верхний левый угол диаграммы, то есть они сходятся в точке (1, 0) или в точке (0, 1). Таким образом, в большинстве случаев эволюционная динамика приводит к конфигурации, в которой один вид состоит только из противников компромисса, а другой — только из его сторонников. Каким будет тип того или иного вида, зависит от исходных условий. Обратите внимание, что динамический путь популяции, начиная с малого значения x и большего значения y, с большей вероятностью сперва пересечет линию CD и направится к точке (0, 1) (все члены популяции женщины — противницы компромисса, $y = 1$), чем сначала пересечет линию AB и направится к точке (1, 0). Те же результаты будут получены в случае исходной позиции с малым значением y и большим значением x. Вид, который начинает игру с большей долей противников компромисса, имеет преимущество в том смысле, что к ее концу будет состоять только из них и получит выигрыш 2.

Если исходные доли правильно сбалансированы, динамика популяции может привести к полиморфной точке (2/3, 2/3). Но в отличие от полиморфного исхода в игре в труса, полиморфизм в игре «битва полов» неустойчив. Большинство случайных переходов запустят кумулятивный процесс, который приведет к одному из крайних равновесий; это и есть две эволюционно устойчивые стратегии в данной игре. Это общее свойство: игры с участием разных видов могут иметь только эволюционно устойчивые стратегии, мономорфные для каждого вида.

8. Эволюция сотрудничества и альтруизма

Теория эволюционных игр основана на двух фундаментальных идеях: во-первых, что отдельные организмы ведут игры с другими организмами своего вида или с членами других видов; во-вторых, что количество генотипов, которые приводят к образованию стратегий, обеспечивающих более высокий выигрыш (более высокий уровень приспособленности), увеличивается, тогда как доля остальных в популяции сокращается. Эти идеи подразумевают ожесточенную борьбу за выживание в том виде, в каком ее подают некоторые интерпретаторы теории Дарвина, которые понимают «выживание самых приспособленных» в буквальном смысле и создали образ «природы с ее законом когтей и клыков». На самом деле в природе немало примеров сотрудничества (когда отдельные животные ведут себя таким образом, что это приносит пользу всей группе) и даже альтруизма (когда отдельные животные несут значительные издержки ради других членов группы). Пчелиный рой и колония муравьев — самые наглядные примеры. Можно ли такое поведение согласовать с эволюционными играми?

Биологи используют классификацию из четырех (фенотипов или генотипов) способов формирования сотрудничества и альтруизма у эгоистичных животных. Ли Дугаткин выделяет четыре категории: 1) семейная динамика; 2) взаимовыгодные сделки; 3) эгоистичное групповое взаимодействие; 4) групповой альтруизм*.

Поведение муравьев и пчел — пожалуй, самый доступный для понимания пример семейной динамики. Отдельные члены муравьиной колонии или пчелиного роя близкие родственники, поэтому у них достаточно большое количество общих генов. Все рабочие муравьи в колонии — полные сестры, а значит, у них половина общих генов; выживание и размножение двух сестер способствует размножению генов одного муравья в такой же мере, как и его собственное выживание. Все рабочие пчелы одного роя — полусестры, то есть у них четверть общих генов. Отдельный муравей или пчела не вычисляют, стоит ли рисковать собственной жизнью ради двух сестер, но базовый генотип групп, которые демонстрируют такое поведение (фенотип), будет разрастаться. Мысль о том, что по большому счету эволюция происходит на уровне генов, оказала огромное влияние на биологию, хотя многие неправильно ее истолковали, как произошло в свое время с исходной идеей естественного отбора Дарвина**. Интересна идея о том, что так называемый эгоистичный ген может процветать благодаря неэгоистичному поведению в более крупных генных структурах, таких как клетка. Точно так же клетка и ее гены могут процветать за счет кооперативного участия в работе организма и выполнения возложенных на нее задач.

Взаимный альтруизм может возникнуть и между не состоящими в родстве членами одного или разных видов. Такое поведение — это, по сути, пример решения дилеммы заключенных посредством повторения игры, в ходе которой ее участники используют стратегии, поразительно напоминающие стратегию «око за око». Например, некоторые мелкие рыбы или креветки питаются паразитами, которые собираются на зубах и жабрах более крупной рыбы; крупная рыба позволяет мелким рыбешкам заплывать к себе в рот и выполнять «работу чистильщика», не причиняя им вреда. Еще более поразительный, хотя и жуткий пример связан с летучими мышами-вампирами, которые делятся выпитой кровью с теми, у кого

* Превосходное описание этой классификации можно найти в книге: Lee Dugatkin, Cheating Monkeys and Citizen Bees: The Nature of Cooperation in Animals and Humans (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 2000).

** В данном разделе мы не можем уделить достаточно внимания всем этим вопросам и дискуссиям. Превосходный популярный обзор содержится в следующей книге, из которой взяты многие приведенные здесь примеры: Matt Ridley, The Origins of Virtue (New York: Penguin, 1996) (Мэтт Ридли. Происхождение альтруизма и добродетели. Эксмо, 2013.) Следует отметить, что в данном разделе нет подробного анализа связи между генотипами и фенотипами или роли пола в эволюции. Увлекательное описание этой темы можно найти в другой книге Мэтта Ридли: Matt Ridley, The Red Queen (New York: Penguin, 1995) (Мэтт Ридли. Секс и эволюция человеческой природы. Эксмо, 2011.).

охота не задалась. Во время эксперимента, в ходе которого летучих мышей из разных мест обитания объединили в одну группу и некоторых из них лишили пищи, «только летучим мышам, оказавшимся на грани голодания (то есть которые могли погибнуть без пищи в течение двадцати четырех часов), дали свою кровь другие мыши, принимавшие участие в эксперименте. Однако, что еще примечательнее, особи получали кровь только от летучих мышей из своего места обитания… Кроме того, вампиры гораздо чаще отрыгивали кровь, чтобы поделиться ею именно с теми особями из своего места обитания, которые пришли им на помощь, когда они сами в этом нуждались»*. Опять же, не следует думать, что каждое животное сознательно вычисляет, что отвечает его собственным интересам — продолжение сотрудничества или отказ от него. Напротив, такое поведение носит инстинктивный характер.

Эгоистичное групповое взаимодействие возникает тогда, когда каждый отдельный организм заинтересован в сотрудничестве, если остальные делают то же самое. Другими словами, этот тип кооперативного поведения применим в случае выбора благоприятного исхода в играх в доверие. По мнению Дугаткина, в агрессивной среде популяции более склонны к эгоистичному групповому взаимодействию, чем в более умеренной среде. В неблагоприятных условиях отказ любого члена группы от сотрудничества может закончиться катастрофой для всей группы, в том числе и для уклониста. При таких условиях каждое животное играет важнейшую роль в выживании, поэтому ни один член группы не уклоняется от сотрудничества, если другие несут свою часть общего бремени. В более благоприятной среде каждый может рассчитывать воспользоваться преимуществами, созданными усилиями других членов группы, не подвергая риску выживание всей группы, в том числе и себя самого.

Следующая категория выходит за рамки биологии и распространяется на социологию: организм (а также его клетки и в конечном счете гены) может извлечь пользу из кооперативного поведения в рамках совокупности организмов, а именно общества. Это приводит нас к идее группового альтруизма, которая подразумевает, что определенный уровень сотрудничества должен присутствовать даже между отдельными членами группы, которые не являются близкими родственниками. Нам действительно известны случаи такого поведения. Наглядным примером могут служить группы хищников, таких как волки, и группы человекообразных обезьян, которые часто ведут себя как большие семьи. Сотрудничество возникает даже среди потенциальных жертв, когда отдельные рыбы в косяке по очереди высматривают хищников. Сотрудничество возможно также между разными видами.

* Dugatkin, Cheating Monkeys, p. 99.

Общая идея состоит в том, что группа, члены которой демонстрируют кооперативное поведение, с большей вероятностью добьется успеха во взаимодействии с другими группами, чем группа, члены которой стремятся сыграть роль «безбилетника». Когда в каком-то конкретном контексте эволюционной динамики межгрупповой отбор более сильный фактор, чем внутригрупповой, мы можем наблюдать групповой альтруизм*.

Инстинкт заложен в мозге отдельного организма на генетическом уровне, однако взаимность и сотрудничество могут возникнуть как результат целенаправленного мышления или экспериментирования в рамках группы или распространиться не посредством генетики, а путем социализации (с помощью наглядного обучения или наблюдения за действиями старших). Разным видам и ситуациям свойственна своя относительная важность этих двух каналов — природы и воспитания. Можно было бы ожидать, что социализация более важна у людей, но есть примеры ее важной роли и у других животных. Мы хотим привести особенно поразительный пример. В экспедиции Роберта Скотта (1911–1912 годы) на Южный полюс участвовали собаки породы сибирская лайка. Эти собаки, собранные в одну группу и специально подготовленные, за несколько месяцев сформировали поразительную систему сотрудничества и поддерживали ее с помощью схем наказания. «Они чрезвычайно эффективно объединили усилия, направленные против любого члена группы, не желавшего тянуть свою часть ноши, или против того, кто тянул слишком сильно… их методы наказания всегда были неизменны и заканчивались, если их не сдерживать, тем, что они сами, вероятно, назвали бы справедливостью, а мы называем убийством»**.

Этот воодушевляющий рассказ о том, как кооперативное поведение можно совместить с теорией эволюционных игр, позволяет сделать вывод, что дилемма эгоистичных действий преодолима. На самом деле ученые, изучающие альтруистическое поведение, не так давно сообщили об экспериментальном подтверждении существования такого *альтруистического наказания*, или *сильной взаимности* (в отличие от взаимного альтруизма), у людей. Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что люди готовы наказывать тех, кто не выполняет свою часть обязанностей в коллективной среде, даже если это сопряжено с определенными издержками и не сулит будущей выгоды. Такая склонность к сильной взаимности может даже помочь объяснить возникновение человеческой

* Согласно строгой теории эволюции, которая делает акцент на отборе на уровне генов, групповой альтруизм считался невозможным, однако эта концепция получила дальнейшее развитие в современных теориях. Более подробный анализ этой темы можно найти здесь: Dugatkin, Cheating Monkeys, pp. 141–145.

** Apsley Cherry-Garrard, The Worst Journey in the World (London: Constable, 1922; reprinted New York: Carroll and Graf, 1989), pp. 485–86 (*Черри-Гаррард Э.* Самое ужасное путешествие. М. : Паулсен, 2014).

цивилизации, если группы с этим качеством обладали более сильной способностью к выживанию в условиях войны и прочих катастроф*. Однако, несмотря на все эти выводы, сильная взаимность может не получить широкого распространения в животном мире. «По сравнению с непотизмом, объясняющим сотрудничество муравьев и любого другого существа, заботящегося о подрастающем поколении, примеры взаимности оказались весьма немногочисленными. Вероятно, это вызвано тем, что она требует не только многократных взаимодействий, но и способности распознавать других индивидов, а также “ведения счета” их поступкам»**. Другими словами, те самые условия, которые, согласно нашему теоретическому анализу, приведенному в разделе 2.Г главы 10, необходимы для решения повторяющейся дилеммы заключенных, по всей вероятности, актуальны и в контексте эволюционных игр.

Резюме

Биологическая теория эволюции в некорых аспектах пересекается с теорией игр, используемой социологами. Эволюционные игры разыгрываются поведенческими *фенотипами* с генетически предопределенными, а не рационально выбранными стратегиями. В эволюционных играх фенотипы с более высоким уровнем *приспособленности* выдерживают несколько повторных *взаимодействий* с другими игроками, с тем чтобы воспроизвести и увеличить свою представленность в популяции. Популяция, содержащая один или более фенотипов в определенных пропорциях, называется *эволюционно устойчивой*, если ее не могут захватить другие, *мутантные,* фенотипы или если это ограничивающий исход динамики увеличения численности более приспособленных фенотипов. Если фенотип продолжает доминировать в популяции при столкновении с вторжением мутантного типа, его называют *эволюционно устойчивой стратегией*, а популяция, состоящая только из этого фенотипа, демонстрирует признаки *мономорфизма*. Если два или более фенотипа сосуществуют в эволюционно устойчивой популяции, она демонстрирует признаки *полиморфизма*.

Когда теория эволюционных игр применяется к небиологическим играм, стратегии, которых придерживаются отдельные игроки, считаются стандартными рабочими процедурами или эмпирическими правилами, а не заложенными на генетическом уровне. Процесс воспроизводства выступает в качестве более общих

* Фактические данные, подтверждающие существование альтруистического наказания, представлены здесь: Ernst Fehr and Simon Gachter, “Altruistic Punishment in Humans,” Nature, vol. 415 (January 10, 2002), pp. 137–40.

** Мэтт Ридли. Происхождение альтруизма и добродетели.

методов передачи информации, таких как социализация, обучение и имитация, а *мутации* представляют собой экспериментирование с новыми стратегиями.

Эволюционные игры могут иметь структуру выигрышей, аналогичную той, о которой шла речь в главах 4 и 7, в том числе в дилемме заключенных и игре в труса. В каждом из этих случаев *эволюционно устойчивая стратегия* отображает либо равновесие Нэша в чистых стратегиях в соответствующей игре, либо соотношение чистых стратегий в равновесной комбинации в такой игре. В дилемме заключенных эволюционно устойчивая стратегия — «всегда отказ от сотрудничества»; в игре в труса у типов всегда наблюдается более высокий уровень приспособленности, когда их количество ограниченно, поэтому наблюдается полиморфное равновесие; в игре в доверие у немногочисленных типов более низкий уровень приспособленности, поэтому полиморфная конфигурация неустойчива, а равновесия представляют собой крайние варианты. Когда в игру вступают два разных типа представителей каждого из двух разных видов, для определения равновесий используется более сложный анализ, хотя и аналогичным образом структурированный.

Игра «ястреб–голубь» — классический биологический пример; ее анализ сходен с анализом эволюционных версий таких игр, как дилемма заключенных и игра в труса; эволюционно устойчивые стратегии зависят от особенностей структуры выигрышей. Данный анализ можно также выполнить в случае, когда во взаимодействие вступают больше двух типов или когда игра формулируется в общих категориях. Эта теория показывает, что для достижения эволюционной устойчивости необходима равновесная стратегия, эквивалентная равновесию Нэша, которого достигают рациональные игроки.

Ключевые термины

Вторичный критерий
Генотип
Игра «ястреб–голубь»
Игра по всему полю
Мономорфизм
Мутация
Нейтральная эволюционно стабильная стратегия
Отбор
Первичный критерий
Полиморфизм
Приспособленность
Фенотип
Эволюционная стабильность
Эволюционно стабильная стратегия

Упражнения с решениями

S1. Два путешественника покупают одинаковые сувениры ручной работы, упаковывают их в свои чемоданы и отправляются в обратный путь. К сожалению, авиакомпания теряет оба чемодана. Поскольку авиакомпания не знает стоимости потерянных сувениров, она просит путешественников независимо друг от друга ее назвать и соглашается выплатить каждому из них сумму, эквивалентную меньшей из двух названных. Если одно значение будет выше другого, авиакомпания взыщет штраф 20 долларов с того путешественника, который озвучил более высокую цену, и отдаст 20 долларов путешественнику, назвавшему меньшую сумму. Если указанные суммы окажутся равными, не будет ни вознаграждения, ни штрафа. Никто из путешественников не помнит, сколько заплатил за сувенир, поэтому сама цена не имеет значения; каждый просто называет ту, которую предписывает его тип.

Существует два типа путешественников. Тип «высокая стоимость» всегда называет сумму 100 долларов, а тип «низкая стоимость» — 50 долларов. Пусть h — доля в популяции игроков типа «высокая стоимость».

a) Составьте таблицу выигрышей для игры между двумя путешественниками, выбранными из популяции случайным образом.

b) Постройте график уровня приспособленности типа «высокая стоимость», отобразив значения h на горизонтальной оси. На том же рисунке разместите график уровня приспособленности типа «низкая стоимость».

c) Опишите все равновесия в этой игре. По каждому равновесию укажите, оно мономорфное или полиморфное и устойчиво ли оно.

S2. В разделе 5.A шла речь о проверке на наличие эволюционно устойчивой стратегии в трижды повторяющейся дилемме заключенных в контексте игры в ценообразование в ресторанах.

a) Воспользовавшись рис. 12.10, дайте исчерпывающее объяснение того, почему популяция, состоящая только из игроков типа B, не может быть захвачена ни мутантами типа H, ни мутантами типа O.

b) Объясните, почему популяция, состоящая только из игроков типа H, может быть захвачена мутантами типа B и в какой степени ее могут захватить мутанты типа O. Соотнесите это объяснение с представленной в данной главе концепцией нейтральной устойчивости.

c) И наконец, объясните, почему популяция только из игроков типа O не может быть захвачена мутантами типа B, но может быть захвачена мутантами типа H.

S3. Рассмотрите популяцию, в которой есть два фенотипа: один прирожденный коллективист (ни за что не сознается), второй прирожденный индивидуалист (охотно сознается). При случайном выборе членов этой популяции они получают те же выигрыши в однократной игре, что и выигрыши в представленной ниже дилемме заключенных из главы 4 в игре с участием мужа и жены. В повторяющемся взаимодействии популяции доступны две стратегии, такие же как в разделе 12.2: В (всегда сознаваться) и О (использовать стратегию «око за око», начав с отказа от признания вины).

		Столбец	
		Сознаться	Нет
Строка	Сознаться	10 лет, 10 лет	1 год, 25 лет
	Нет	25 лет, 1 год	3 года, 3 года

a) Предположим, пара игроков разыгрывает эту дилемму два раза подряд. Составьте для этой дважды повторяющейся дилеммы заключенных таблицу выигрышей.

b) Найдите все эволюционно устойчивые стратегии в этой игре.

c) Теперь прибавьте третью стратегию Н — «никогда не сознаваться». Составьте таблицу выигрышей для этой дважды повторяющейся дилеммы заключенных с тремя возможными стратегиями и найдите все эволюционно устойчивые стратегии новой версии этой игры.

S4. В игре в доверие («место встречи») в данной главе выигрыши отражали некую материальную ценность, получаемую игроками в случае различных исходов; например, это могли быть призы за успешно состоявшуюся встречу. Другие представители этой же популяции, наблюдая за ожидаемыми выигрышами (уровнем приспособленности) двух типов, могли определить, какой из них выше, и со временем имитировать стратегию, обеспечивающую более высокий уровень приспособленности. В итоге соотношение типов в популяции изменилось бы. Однако мы можем представить биологическую интерпретацию этой игры. Предположим, игроки столбца — всегда женского пола, а игроки строки — мужского. Когда два таких игрока встречаются, они вступают в брак, и их дети относятся к тому же типу, что и родители. Таким образом, эти типы могут размножаться или вымереть в зависимости от того, смогут они встретиться или нет. Формальная математика новой версии игры превращает ее в игру между двумя видами (хотя в биологии этого не происходит). Следовательно, доля игроков женского пола типа S (обозначим ее как x)

необязательно должна быть равной доле игроков мужского пола типа S (назовем ее y).

a) Проанализируйте динамику изменения значений x и y с помощью методов, аналогичных использованным в данной главе в контексте игры «битва полов».

b) Найдите устойчивый исход или исходы этого динамического процесса.

S5. Вспомните о двух путешественниках из упражнения **S1**, которые должны назвать цену утерянных сувениров. Допустим, в популяции есть еще и третий фенотип путешественника. Он всегда смешивает стратегии, то есть использует смешанную стратегию, в одних случаях указывая стоимость сувенира 100 долларов, а в других 50 долларов.

a) На основании своих знаний о смешанных стратегиях в рациональных играх предложите смешанную стратегию, которую третий фенотип мог бы использовать в данной игре.

b) Составьте для этой игры таблицу выигрышей три на три, когда третий фенотип использует смешанную стратегию, предложенную вами пункте а.

c) Определите, будет ли смешивающий фенотип эволюционно устойчивой стратегией в данной игре. (Подсказка: проверьте, может ли тип «высокая стоимость» или тип «низкая стоимость» захватить популяцию смешивающего типа.)

S6. Рассмотрите упрощенную модель, в которой все получают электричество либо из солнечной энергии, либо из ископаемого топлива, когда в обоих вариантах присутствует неэластичное предложение*. (В случае солнечной энергии будем считать, что это неэластичное предложение необходимого оборудования.) Использование солнечной энергии требует больших первоначальных затрат, поэтому при низкой цене на ископаемое топливо (то есть когда его мало кто использует и существует высокий спрос на оборудование для использования солнечной энергии) они могут оказаться непомерно высокими. Напротив, когда многие используют ископаемое топливо, на него формируется высокий спрос (а значит, и цена), тогда как спрос на солнечную энергию (и ее цена) находится на относительно низком уровне. Предположим, таблица выигрышей двух типов потребителей энергии выглядит следующим образом:

---

* Коэффициентом эластичности предложения называется отношение процентного изменения величины предложения к процентному изменению какого-либо фактора, влияющего на это предложение. Предложение будет неэластичным, если коэффициент эластичности меньше 1. В случае неэластичного предложения темпы роста предложения меньше темпа изменения фактора, от которого зависит предложение. *Прим. ред.*

		Столбец	
		Солнечная энергия	Ископаемое топливо
Строка	Солнечная энергия	2, 2	3, 4
	Ископаемое топливо	4, 3	2, 2

a) Опишите все возможные эволюционно устойчивые стратегии в этой игре относительно доли потребителей солнечной энергии *s*, а также объясните, почему каждый исход будет устойчивым или неустойчивым.

b) Допустим, в сфере производства оборудования для использования солнечной энергии существует значимая экономия от масштаба, благодаря чему экономия на затратах позволяет повысить выигрыши в ячейке таблицы («солнечная энергия», «солнечная энергия») до (y, y), где $y > 2$. Насколько большим должно быть значение y, чтобы в полиморфном равновесии $s = 0{,}75$?

S7. Существуют два типа участников забега (черепахи и зайцы), которые соревнуются друг с другом выбранными в случайном порядке парами. В этом мире зайцы неизменно побеждают черепах. Если в забеге участвуют два зайца, он заканчивается ничьей, но к концу забега оба зайца совершенно измучены. Когда в забеге участвуют две черепахи, соревнование также заканчивается ничьей, но в его ходе черепахи наслаждаются приятной беседой. Таблица выигрышей выглядит следующим образом (где $c > 0$):

		Столбец	
		Черепаха	Заяц
Строка	Черепаха	c, c	–1, 1
	Заяц	1, –1	0, 0

a) Предположим, доля черепах t в популяции составляет 0,5. При каких значениях c уровень приспособленности черепах будет выше, чем у зайцев?

b) При каких значениях c уровень приспособленности черепах будет выше, чем у зайцев, если $t = 0{,}1$?

c) Если $c = 1$, сможет ли один заяц захватить популяцию, состоящую только из черепах? Объясните, почему да или почему нет.

d) Насколько большим относительно t должно быть значение c в случае черепах, чтобы черепахи были более приспособленными, чем зайцы?

e) Какой уровень t относительно c в полиморфном равновесии? При каких значениях c установится такое равновесие? Обоснуйте свой ответ.

S8. Рассмотрите популяцию с двумя типами X и Y со следующей таблицей выигрышей:

		Столбец	
		X	*Y*
Строка	*X*	2, 2	5, 3
	Y	3, 5	1, 1

a) Определите уровень приспособленности X как функцию от x, где x — доля X в популяции, а также аналогично уровень приспособленности Y как функцию от y.

Предположим, динамика популяции от поколения к поколению подтверждает следующую модель:

$$x_{t+1} = \frac{x_t \times F_{Xt}}{x_t \times F_{Xt} + (1 - x_t) \times F_{Yt}},$$

где x_t — доля X в популяции за период t; x_{t+1} — доля X в популяции за период $t + 1$; F_{Xt} — уровень приспособленности X за период t; F_{Yt} — уровень приспособленности Y за период t.

b) Предположим, x_0, доля X в популяции за период 0, составляет 0,2. Чему равны F_{X0} и F_{Y0}?

c) Найдите значение x_1 с помощью значений x_0, F_{X0}, F_{Y0} в приведенной выше модели.

d) Чему равны значения F_{X1} и F_{Y1}?

e) Найдите значение x_2 (округленное до пяти десятичных знаков).

f) Чему равны значения F_{X2} и F_{Y2} (округленные до пяти десятичных знаков)?

S9. Рассмотрите эволюционную игру между игроками зеленого и пурпурного типов со следующей таблицей выигрышей:

		Столбец	
		Зеленые	Пурпурные
Строка	Зеленые	*a*, *a*	4, 3
	Пурпурные	3, 4	2, 2

Пусть g — доля зеленых в популяции.

a) Определите уровень приспособленности пурпурного типа через g.

b) Определите уровень приспособленности зеленого типа через g и a.

c) Постройте график приспособленности пурпурного типа относительно доли g пурпурного типа в популяции. Покажите на нем же три линии, отображающие уровень приспособленности зеленых при $a = 2$, 3 и 4. Какой вывод на основании этого графика вы можете сделать о диапазоне значений a, обеспечивающих устойчивое полиморфное равновесие?

d) Допустим, значение a попадает в диапазон, найденный в пункте c. Чему равна доля зеленых g относительно a в случае устойчивого полиморфного равновесия?

S10. Докажите следующее утверждение: «Если стратегия строго доминирующая согласно таблице выигрышей в игре с участием рациональных игроков, то в эволюционной версии той же игры она исчезнет, каким бы ни был исходный состав популяции. Если стратегия слабо доминируемая, она сможет сосуществовать с некоторыми другими типами, но не в случае смешения всех типов».

Упражнения без решений

U1. Рассмотрите игру в выживание, в которой представители большой популяции животных встречаются друг с другом и либо вступают в схватку, либо делят между собой источник пищи. В популяции есть два фенотипа: один всегда дерется, а другой всегда делится пищей. Будем исходить из того, что в популяции не могут появиться другие мутантные типы. Предположим, ценность источника пищи составляет 200 калорий и калорийность пищи определяет репродуктивную приспособленность каждого игрока. Если встречаются два типа, которые делятся пищей, каждый из них получает половину, но если игрок, который делится пищей, встречается с тем, кто всегда дерется, он сразу же уступает и задира получает всю пищу.

a) Допустим, издержки в случае драки (для каждого игрока) составляют 50 калорий, а когда встречаются два драчуна, каждый из них с равной вероятностью может либо победить в схватке и получить всю пищу, либо проиграть и вообще остаться без еды. Составьте таблицу выигрышей в игре с участием двух игроков, выбранных из популяции случайным образом. Найдите в этой популяции все эволюционно устойчивые стратегии. К какому типу можно отнести игру в данном случае?

b) Теперь предположим, что издержки в случае драки составляют 150 калорий. Составьте таблицу выигрышей и найдите все эволюционно устойчивые стратегии в популяции в этой ситуации. Какой тип игры будет в данном случае?

c) Воспользовавшись системой обозначений из игры «ястреб–голубь» раздела 6 данной главы, укажите значения V и C в пунктах a и b и покажите, что ваши ответы в этих пунктах согласуются с анализом, представленным в данной главе.

U2. Допустим, в однократной игре «дилемма заключенных» следующая таблица выигрышей:

		Игрок 2	
		Сотрудничество	Отказ от сотрудничества
Игрок 1	Сотрудничество	3, 3	1, 4
	Отказ от сотрудничества	4, 1	2, 2

В большой популяции, в которой поведение каждого члена генетически предопределено, каждый игрок будет либо всегда отказываться от сотрудничества в любой игре «дилемма заключенных», либо использовать стратегию «око за око». (В дилемме заключенных, состоящей из нескольких раундов, этот игрок выбирает сотрудничество в первом раунде, а в каждом последующем делает то, что сделал соперник в предыдущем раунде игры.) Пары случайным образом выбранных из популяции игроков сыграют серии из n отдельных раундов этой дилеммы (при $n \geq 2$). Выигрыш каждого игрока в одной полной серии (состоящей из n раундов игры) равен сумме выигрышей в n раундах.

Пусть p — доля игроков, всегда отказывающихся от сотрудничества, а $(1 - p)$ — доля игроков, всегда выбирающих стратегию «око за око». Каждый член популяции неоднократно играет в таких сериях дилемм, каждый раз против нового, выбранного случайным образом соперника. Игрок, использующий стратегию «око за око», всегда начинает новую серию с сотрудничества в первом раунде игры.

a) В таблице два на два покажите выигрыши игрока каждого типа в случае, если в ходе одной серии каждый игрок вступает в противостояние с соперником каждого из двух типов.

b) Определите уровень приспособленности (средний выигрыш в одной серии против случайно выбранного соперника) игрока, который всегда отказывается от сотрудничества.

c) Определите уровень приспособленности игрока, всегда выбирающего стратегию «око за око».

d) На основании ответов в пунктах b и c докажите, что при $p > (n - 2) / (n - 1)$ тип, всегда отказывающийся от сотрудничества, имеет более высокий уровень приспособленности, а при $p < (n - 2) / (n - 1)$ более высокий уровень приспособленности у типа, всегда выбирающего стратегию «око за око».

e) Если эволюция приводит к постепенному увеличению доли более приспособленного типа в популяции, каковы возможные равновесные исходы этого процесса для популяции, о которой идет речь в упражнении? (Другими словами, каковы возможные эволюционно устойчивые равновесия?) Проиллюстрируйте свой ответ с помощью графика уровней приспособленности.

f) В каком смысле большее количество повторений (более высокие значения n) способствует эволюции сотрудничества?

U3. Предположим, в дважды повторяющейся дилемме заключенных из упражнения **S3** в популяции может существовать четвертый тип (тип C). Он не признает своей вины в первом раунде, но сознается во втором раунде каждого эпизода в двух подряд раундах игры против того же соперника.

a) Составьте таблицу уровней приспособленности четыре на четыре в этой игре.

b) Может ли новый тип C выступать в качестве эволюционно устойчивой стратегии данной игры?

c) В игре с тремя типами из упражнения **S3** типы B и O были эволюционно устойчивыми стратегиями, но тип O был нейтрально устойчивым, поскольку с ним могла сосуществовать небольшая доля мутантов H. Докажите, что тип O не может быть эволюционно устойчивой стратегией в игре с четырьмя типами.

U4. Придерживаясь схемы, описанной в упражнении **S4**, проанализируйте эволюционную версию игры в розыгрыш очка в теннисе (см. рис. 4.14). Рассматривая подающих и принимающих игроков как отдельные виды, постройте рисунок, аналогичный рис. 12.15. Что вы можете сказать об эволюционно устойчивой стратегии и ее динамике?

U5. Вспомните о популяции животных из упражнения **U1**, борющихся за источник пищи, ценность которого составляет 200 калорий. Предположим, что в пункте b этого упражнения издержки в случае драки (для каждого игрока) равны 150 калорий. Представим также, что в этой популяции есть третий фенотип, который всегда смешивает стратегии, то есть использует смешанную стратегию, порой вступая в драку, а порой делясь пищей с другими.

a) На основании своих знаний о смешанных стратегиях в рациональных играх предложите разумную смешанную стратегию, которую третий фенотип мог бы использовать в данной игре.
b) Составьте таблицу выигрышей три на три для этой игры, когда третий фенотип использует смешанную стратегию, предложенную вами в пункте а.
c) Определите, будет ли смешивающий фенотип эволюционно устойчивой стратегией в данной игре. (Подсказка: проверьте, может ли тип, который всегда вступает в драку, или тип, который всегда делится пищей, захватить популяцию смешивающего типа.)

U6. Рассмотрим эволюционную версию игры между Бейкером и Катлером из упражнения **U1** в главе 10. В этот раз Бейкер и Катлер — не два человека, а два разных вида. Каждый раз при встрече они ведут следующую игру. Бейкер выбирает общий приз в размере 10 или 100 долларов. Катлер решает, как разделить приз, выбранный Бейкером; при этом Катлер может разделить приз либо в соотношении 50 на 50, либо в соотношении 90 на 10 в свою пользу. Катлер ходит первым, а Бейкер вторым.

В популяции есть два типа Катлеров: тип F выбирает справедливое разделение приза (50 на 50), тогда как тип G — корыстное разделение (90 на 10). Существует также два типа Бейкеров: тип S просто выбирает большой приз (100 долларов) независимо от действий Катлера, тогда как тип T выбирает большой приз (100 долларов), но при условии, что Катлер его разделит 50 на 50, и маленький приз (10 долларов), если Катлер выберет разделение 90 на 10.

Пусть f — доля типа F в популяции Катлеров, а значит, $(1 - f)$ — доля в этой популяции типа G. Пусть s — доля типа S в популяции Бейкеров, а значит, $(1 - s)$ — доля в этой популяции типа T.

a) Определите уровень приспособленности типов F и G относительно s.
b) Определите уровень приспособленности типов S и T относительно f.
c) При каком значении s у типов F и G одинаковый уровень приспособленности?
d) При каком значении f у типов S и T одинаковый уровень приспособленности?
e) На основании полученных выше ответов начертите график динамики популяций. Отобразите значения f на горизонтальной оси, а значения s — на вертикальной.
f) Опишите все равновесия в этой эволюционной игре, а также укажите эволюционно устойчивые равновесия.

U7. Вспомните упражнение **S7**. Как оказалось, зайцы весьма заносчивые победители. Каждый раз, когда они обгоняют черепах, они безжалостно высмеивают их медлительность. Бедные черепахи не только проигрывают забег, но и терпят оскорбления со стороны зайцев. Таблица выигрышей в этой игре выглядит так:

		Столбец	
		Черепаха	Заяц
Строка	Черепаха	c, c	−2, 1
	Заяц	1, −2	0, 0

a) При каких значениях c уровень приспособленности черепах будет выше, чем у зайцев, если доля черепах t в популяции составляет 0,5? Чем этот результат отличается от ответа, полученного в пункте a упражнения **S7**?

b) При каких значениях c уровень приспособленности черепах будет выше, чем у зайцев, если t = 0,1? Чем этот результат отличается от ответа, полученного в пункте b упражнения **S7**?

c) Если c = 1, сможет ли один заяц захватить популяцию, состоящую только из черепах? Объясните, почему да или почему нет.

d) Насколько большим относительно t должно быть значение c в случае черепах, чтобы они были более приспособленными, чем зайцы?

e) Какой уровень t относительно c в полиморфном равновесии? При каких значениях c установится такое равновесие? Обоснуйте свой ответ.

f) Будет ли устойчивым полиморфное равновесие, найденное в пункте e? Почему да или почему нет?

U8 (рекомендуется использовать электронную таблицу). В данной задаче выполняется более глубокий анализ динамики популяции от поколения к поколению, о которой шла речь в упражнении **S8**. Поскольку математические расчеты могут быстро стать достаточно сложными и громоздкими, рекомендуем выполнить этот анализ с помощью электронной таблицы.

Опять же, рассмотрим популяцию с двумя типами X и Y со следующей таблицей выигрышей:

		Столбец	
		X	Y
Строка	X	2, 2	5, 3
	Y	3, 5	1, 1

Вспомните, что динамику популяции от поколения к поколению определяет следующая формула:

$$x_{t+1} = \frac{x_t \times F_{Xt}}{x_t \times F_{Xt} + (1 - x_t) \times F_{Yt}},$$

где x_t — доля X в популяции за период t; x_{t+1} — доля X в популяции за период $t + 1$; F_{Xt} — уровень приспособленности X за период t; F_{Yt} — уровень приспособленности Y за период t.

С помощью электронной таблицы расширьте область этих вычислений на большее количество поколений. (Подсказка: расположите значения x_t, F_{Xt} и F_{Yt} в трех смежных горизонтальных ячейках таблицы, а в каждой следующей строке пусть будут представлены периоды [t = 0, 1, 2, 3, …]. Используйте формулы электронной таблицы, для того чтобы соотнести F_{Xt} и F_{Yt} с x_t и x_{t+1} в соответствии с представленной моделью динамики популяции.)

a) Если в период 1 (другими словами, когда x_0 = 0,5) в популяции имеет место равное соотношение X и Y, какой будет доля X в следующем поколении, то есть x_1? Чему равны значения F_{X1} и F_{Y1}?
b) С помощью электронной таблицы выполните соответствующие вычисления для очередного поколения, затем для следующего и т. д. Чему равно значение x_{20} с точностью до четырех десятичных знаков? Чему равны значения F_{X20} и F_{Y20}?
c) Определите x^*— равновесный уровень x. Через сколько поколений популяция будет находиться в пределах 1 процента от x^*?
d) Ответьте на вопрос в пункте b при x_0 = 0,1.
e) Выполните задание в пункте b при x_0 = 1.
f) Выполните задание в пункте b при x_0 = 0,99.
g) Возможны ли мономорфные равновесия в данной модели? Если да, устойчивы ли они? Обоснуйте свой вывод.

U9. Рассмотрите эволюционную игру между игроками зеленого и пурпурного типов со следующей таблицей выигрышей:

		Столбец	
		Зеленые	Пурпурные
Строка	Зеленые	*a*, *a*	*b*, *c*
	Пурпурные	*c*, *b*	*d*, *d*

С учетом параметров a, b, c, d определите условия, которые обеспечивают устойчивое полиморфное равновесие.

U10 (дополнительное упражнение для студентов с хорошей математической подготовкой). Пусть в эволюционной игре с тремя типами, представленной в разделе 5 и на рис. 12.11, $q_3 = 1 - q_1 - q_2$ — доля агрессивных оранжевогорлых игуан. В таком случае динамику изменения доли каждого типа игуан в популяции можно описать так:

q_1 увеличивается тогда и только тогда, когда $-q_2 + q_3 > 0$,
q_2 увеличивается тогда и только тогда, когда $q_1 - q_3 > 0$.

Хотя это и не было оговорено в явном виде в разделе 5, но аналогичное правило для q_3 выглядит так:

q_3 увеличивается тогда и только тогда, когда $- q_1 + q_2 > 0$.

a) Выполните более подробный анализ этой динамики. Пусть скорость изменения переменной x во времени t обозначается посредством производной dx/dt. Далее предположим, что

$$\frac{dq_1}{dt} = -q_2 + q_3, \quad \frac{dq_2}{dt} = q_1 - q_3, \quad \frac{dq_a}{dt} = -q_1 + q_2.$$

Проверьте, подтверждают ли эти производные сформулированные выше утверждения в отношении динамики популяции.

b) Определим $X = (q_1)^2 + (q_2)^2 + (q_3)^2$. С помощью формул дифференцирования сложных функций покажите, что $dX/dt = 0$, иными словами, продемонстрируйте, что значение X остается постоянным по времени.

c) Мы знаем, что $q_1 + q_2 + q_3 = 1$. Используя этот факт в совокупности с результатом из пункта b, покажите, что с течением времени точка (q_1, q_2, q_3) движется в трехмерном пространстве по кругу.

d) Говорит ли ответ, полученный в пункте c, об устойчивости эволюционной динамики в популяции пятнистобоких игуан?

13 Разработка механизмов для задачи «принципал–агент»

В 1996 году Джеймс Миррлис получил Нобелевскую премию по экономике за новаторскую работу по оптимальному нелинейному налогообложению доходов и связанным с ним политическим вопросам. Многие неэкономисты и некоторые экономисты нашли ее трудной для понимания. Однако журнал Economist дал ей блестящую характеристику, подчеркнув ее важность и значимость, а также отметив, что Миррлис показал, «как иметь дело с тем, кто знает больше вас»*.

В главе 8 мы уже видели, как асимметричная информация влияет на анализ игры. Но основная задача, которую пытался решить Миррлис, несколько отличалась от ситуаций, рассмотренных нами ранее. В его работе одному игроку (правительству) требовалось составить такой свод правил, при котором стимулы другого игрока (налогоплательщика) соответствовали бы целям первого игрока. В настоящее время модели, применимые к широкому спектру социальных и экономических взаимодействий и основанные на общей концептуальной схеме, в соответствии с которой менее информированный игрок выполняет действия, выгодные для более информированного игрока, существуют в большом количестве. Обычно менее информированного игрока называют *принципалом*, а более информированного — *агентом*; соответственно, такие модели обозначаются термином «модель "принципал–агент"». Сам процесс, используемый принципалом для создания правильного набора стимулов для агента, известен как **разработка механизмов**.

В модели Миррлиса правительство пытается найти баланс между эффективностью и справедливостью; оно хочет, чтобы более продуктивные члены общества вкладывали усилия в увеличение общего объема производства, после чего правительство бы перераспределяло доходы в пользу неимущих. Если бы ему была точно известна потенциальная производительность каждого человека и оно могло бы отслеживать количество и качество вложенных усилий, каждый член общества просто был бы обязан трудиться в соответствии со своими возможностями,

* "Economics Focus: Secrets and the Prize," Economist, October 12, 1996.

а плоды его труда распределялись бы согласно потребностям людей. Но сбор столь подробной информации слишком дорогостоящий, если вообще возможен, кроме того, не меньше трудностей возникло бы с практической реализацией таких схем перераспределения. Каждый человек прекрасно знает свои способности и потребности, поэтому выбирает собственный уровень усилий, но ему выгоднее скрывать эту информацию от правительства. Когда человек делает вид, что у него меньше способностей и больше потребностей, это позволяет ему выплачивать меньше налогов или получать помощь от правительства; при этом стимул вкладывать усилия ослабевает, когда правительство забирает часть дохода. Правительство должно просчитывать свою налоговую политику или разрабатывать налогово-бюджетный механизм с учетом всех этих нюансов с информацией и стимулами. Миррлису удалось решить сложную задачу разработки механизмов в рамках концептуальной схемы «принципал–агент».

Экономист Уильям Викри разделил с Миррлисом Нобелевскую премию по экономике 1996 года, получив ее за разработку механизмов при наличии асимметричной информации. Наибольшую известность Викри принесла разработка алгоритма проведения аукциона, стимулирующего участников делать ставки по истинной стоимости выставленного на продажу объекта (эту тему мы подробно изучим в главе 16). Однако исследования Викри распространяются и на другие механизмы, такие как система дорожных сборов в период пиковой нагрузки (он и Миррлис заложили основу для обширных изысканий в данной области).

Примечательно, что за последние тридцать лет общая теория разработки механизмов получила серьезное развитие. За сделанный в нее вклад Леониду Гурвицу, Роджеру Майерсону и Эрику Маскину в 2007 году была присуждена Нобелевская премия по экономике. Они и многие другие ученые применили данную теорию во множестве разных областей, таких как системы оплаты труда, страховые полисы и, разумеется, шкала налогообложения и аукционы. В этой главе мы проанализируем несколько известных сфер применения теории разработки механизмов, воспользовавшись нашим обычным методом числовых примеров и упражнений.

1. Ценовая дискриминация

Как правило, компания продает свою продукцию различным клиентам с разными уровнями готовности платить. Теоретически она хотела бы получать от каждого клиента максимум, который он готов заплатить. Если бы компания действительно могла назначать каждому клиенту индивидуальную цену, соответствующую его готовности платить, экономисты сказали бы, что она практикует совершенную **ценовую дискриминацию**, или ценовую дискриминацию первой степени.

Однако совершенная ценовая дискриминация может оказаться невозможной по многим причинам. Самая общая состоит в том, что даже клиент, который готов заплатить много, предпочитает платить меньше. Следовательно, он выберет более низкую цену, и не исключено, что компании придется конкурировать с другими компаниями или торговыми посредниками, которые сбивают ее высокую цену. Но даже при отсутствии прямых конкурентов компания, как правило, не знает, сколько каждый отдельный клиент готов заплатить, поэтому клиенты попытаются сделать вид, что не намерены платить высокую цену, чтобы добиться более низкой цены. Иногда, даже если компания смогла определить готовность платить, может быть незаконно использовать явную дискриминацию первой степени на основании отличительных характеристик клиента. В подобных ситуациях компания должна разработать такую линию продуктов и цен, чтобы выбор клиентами того, что они покупают (а значит, и за что платят), хотя бы в какой-то мере соответствовал ее целям по увеличению прибыли путем ценовой дискриминации.

В терминологии игр с асимметричной информацией, используемой нами в главе 8, процесс, посредством которого компания определяет готовность клиента платить на основании решений о покупке, подразумевает *скрининг* в целях *разделения типов* (путем самоотбора). Компания не знает *тип* каждого клиента (его готовность платить), поэтому пытается получить эту информацию, анализируя его действия. Подход, применяемый для этого авиакомпаниями, — общеизвестный пример. Авиакомпании стараются отделить бизнес-пассажиров, готовых заплатить больше, от туристов, более чувствительных к цене билетов, предлагая низкие цены в обмен на различные ограничения на тарифы, неприемлемые для пассажиров бизнес-класса, такие как требования предварительной оплаты и минимальные условия комфорта*. Мы проанализируем этот пример более подробно, чтобы уточнить все эти идеи, сделав их поддающимися количественному определению.

Рассмотрим решения по установлению цен, которые принимает PieInTheSky (PITS) — авиакомпания, обслуживающая маршрут из Поданка в Южную Саккоту; ее самолеты перевозят определенное количество бизнес-пассажиров и определенное количество туристов. За любое место, указанное в авиабилете, пассажиры первого типа готовы платить более высокую цену, чем второго. Для того чтобы с выгодой для себя обслужить туристов, не назначая при этом низкую цену пассажирам, совершающим деловые поездки, компания PITS должна найти

* Тип политики ценообразования, подразумевающей установление разных цен для разных групп клиентов на основе определенной отличительной характеристики, обозначается термином «ценовая дискриминация третьей степени». Такая ценовая дискриминация отличается от варианта ценовой дискриминации, о котором шла речь выше. Существует также ценовая дискриминация второй степени, когда компании назначают разные цены клиентам, покупающим разное количество продуктов (пример — оптовые скидки).

способ создания разных версий одного и того же рейса. Кроме того, ей необходимо установить такие цены на билеты, чтобы эти два типа пассажиров выбрали разные варианты. Как уже отмечалось выше, авиаперевозчик может провести различие между двумя типами пассажиров, предложив им тарифы с ограничениями и без. Практика продажи билетов в салоны первого и экономкласса — еще один способ разграничить две группы пассажиров (именно ее мы используем в нашем примере).

Предположим, 30% клиентов авиакомпании PITS — бизнесмены, а 70 — туристы. В таблице на рис. 13.1 показана максимальная готовность каждого из двух типов клиентов платить за каждую категорию обслуживания плюс затраты на предоставление им услуг, а также потенциальная прибыль, которую можно получить в каждом случае.

Категория обслуживания	Затраты PITS	Отправная цена		Потенциальная прибыль PITS	
		Туристы	Бизнес-пассажиры	Туристы	Бизнес-пассажиры
Экономкласс	100	140	225	40	125
Первый класс	150	175	300	25	150

Рис. 13.1. Ценовая дискриминация в авиакомпании

Начнем с разработки наилучшей с точки зрения авиаперевозчика системы определения цен на билеты. Допустим, авиакомпании известен тип каждого отдельного клиента; скажем, продавцы определяют его по одежде клиентов, когда те приходят бронировать места. Будем также исходить из того, что не существует правовых запретов на дифференцированное ценообразование и нет возможности перепродать более дешевые билеты другим пассажирам. (Реальные авиакомпании предотвращают такую перепродажу посредством требования о достоверной идентификации каждого пассажира, имеющего билет.) При таких условиях компания PITS могла бы применить совершенную ценовую дискриминацию (ценовую дискриминацию первой степени).

Какую цену назначила бы при этом компания PITS клиентам каждого типа? Она могла бы продать билет каждому бизнесмену в салон первого класса за 300 долларов с прибылью 300 – 150 = 150 долларов на один билет или продать ему же билет в салон экономкласса за 225 долларов с прибылью 225 – 100 = 125 долларов на один билет. Первый вариант выигрышнее для PITS, поэтому она захотела бы продавать бизнес-пассажирам билеты в салон первого класса по 300 долларов. Каждому туристу авиакомпания могла бы продать билет в салон первого класса за 175 долларов с прибылью 175 – 150 = 25 долларов или билет в салон эконом-класса за 140 долларов с прибылью 140 – 100 = 40 долларов. В этом случае для PITS лучше второй вариант, поэтому она захотела бы продавать туристам билеты в салон экономкласса по 140 долларов. Следовательно, в идеале компания PITS предпочла бы продавать билеты первого класса только пассажирам, совершающим деловые поездки, и билеты экономкласса только туристам, в каждом случае по цене, эквивалентной максимальной готовности соответствующей группы пассажиров платить. Общий объем прибыли PITS, полученной за счет этой стратегии в расчете на 100 клиентов, составил бы:

$$(140 - 100) \times 70 + (300 - 150) \times 30 = 40 \times 70 + 150 \times 30 = 2800 + 4500 = 7300.$$

Таким образом, наилучший для PITS исход обеспечивает ей прибыль 7300 долларов на каждых 100 пассажиров, которых она обслуживает.

Теперь вернемся к более реалистичному сценарию, в соответствии с которым PITS не может определить тип каждого клиента или не имеет права задействовать эту информацию в целях явной ценовой дискриминации. Как авиакомпания может использовать разные варианты билетов для скрининга своих клиентов?

Первое, что необходимо понять авиаперевозчику, что разработанная выше система ценообразования далеко не самая прибыльная при отсутствии идентифицирующих данных о каждом клиенте. И самое главное — компания не может назначить бизнес-пассажирам максимальную цену в размере 300 долларов, которую они готовы заплатить за места в салоне первого класса, при цене 140 долларов за билет в экономкласс. Ведь тогда бизнесмены могли бы купить билеты в эконом-класс, за которые они готовы заплатить 225 долларов, и получить при этом дополнительную выгоду, или, на языке экономистов, излишек потребителя, в размере 225 – 140 = 85 долларов, который они могли бы использовать, скажем, на оплату более качественного питания или проживания во время поездки. А максимальная цена 300 долларов не обеспечивает им излишка потребителя, поэтому они предпочли бы билеты экономкласса. Следовательно, в данной ситуации скрининг окажется бесполезным. Прибыль компании PITS в расчете на 100 клиентов упала бы до (140 – 100) × 100 = 4000 долларов.

Максимальная цена, которую PITS сможет назначить за билеты в салон первого класса, должна гарантировать бизнес-пассажирам дополнительную выгоду, не меньше чем 85 долларов, которые они получили бы, купив билет в экономкласс. Стало быть, цена билетов первого класса может составлять максимум 300 – 85 = 215 долларов. (Возможно, следовало бы назначить цену 214 долларов, чтобы дать бизнес-пассажирам однозначный положительный стимул выбрать первый класс, но мы не будем принимать во внимание столь несущественную разницу.) Компания PITS по-прежнему может установить цену 140 долларов на билеты экономкласса, для того чтобы получить максимальную прибыль за счет туристов, поэтому общий объем ее прибыли (на 100 клиентов) при этом составит:

$$(140 - 100) \times 70 + (215 - 150) \times 30 = 40 \times 70 + 65 \times 30 = 2800 + 1950 = 4750.$$

Эта прибыль больше 4000 долларов, которые авиакомпания получила бы вследствие безуспешной реализации схемы совершенной ценовой дискриминации в условиях ограниченной информации, но меньше 7300 долларов, которые ей удалось бы получить при наличии полной информации и успешном применении совершенной ценовой дискриминации.

Установив на билеты первого класса цену 215 долларов, а на билеты экономкласса 140 долларов, компания PITS может без проблем выполнить скрининг и разделить пассажиров на два типа на основании их самостоятельного выбора одного из двух видов обслуживания. Однако ради достижения такой косвенной ценовой дискриминации PITS должна пожертвовать частью прибыли, которую она потеряет из-за необходимости назначить бизнес-клиентам цену, меньшую, чем та, которую они готовы заплатить. В итоге прибыль PITS в расчете на 100 клиентов сократится с 7300 долларов, которую компания могла бы иметь в случае прямой ценовой дискриминации при наличии исчерпывающей информации о типе каждого клиента, до 4750 долларов в случае косвенной дискриминации, основанной на самоотборе. Разница в 2550 долларов в точности равна 85 × 30, где 85 — сумма снижения цен на билеты первого класса по отношению к цене, которую бизнес-пассажиры готовы за них заплатить, а 30 — количество бизнес-пассажиров на 100 обслуженных пассажиров.

Согласно нашему анализу, авиакомпании PITS придется поддерживать цены на билеты первого класса на достаточно низком уровне, чтобы бизнес-пассажиры были заинтересованы в выборе данного класса обслуживания. У них есть вариант предпочесть экономкласс, если это обеспечит им более весомую выгоду (или излишек), поэтому компании PITS необходимо найти способ удержать их от этого шага. Такое требование, или ограничение в отношении стратегии скрининга, возникает во всех задачах, связанных с разработкой механизмов, и обозначается термином *ограничение совместимости стимулов*.

Единственное, что позволит компании PITS назначить бизнес-пассажирам цену на билеты первого класса более 215 долларов, не спровоцировав их переход на другой класс обслуживания, — это повышение тарифа на билеты экономкласса. Например, если стоимость билета первого класса составляет 240 долларов, а экономкласса — 165 долларов, бизнес-пассажиры получат одинаковую дополнительную выгоду (излишек потребителя) при покупке билетов обоих классов:

300 — 240 долларов в случае билета первого класса и 225 — 165 долларов в случае билета экономкласса. Следовательно, они предпочтут первый класс, или по 60 долларов в каждом случае. При таких более высоких ценах бизнес-пассажиры по-прежнему готовы покупать билеты только в салон первого класса, что позволит компании PITS получить более высокую прибыль с каждого билета.

Однако цена билетов экономкласса в размере 140 долларов — предельная сумма, которую готовы заплатить туристы. Если компания PITS поднимет ее, скажем, до 165 долларов, она вообще потеряет клиентов этого типа. Для того чтобы сохранить их готовность покупать билеты, механизм ценообразования, используемый PITS, должен удовлетворять еще одному условию — условию *ограничения участия*.

Таким образом, стратегия ценообразования, применяемая компанией PITS, находится между двумя ограничениями: ограничением участия туристов и ограничением совместимости стимулов бизнес-пассажиров. Если компания назначит цену X на билеты экономкласса и цену Y на билеты первого класса, она должна обеспечить выполнение условия $X < 140$, для того чтобы билеты покупали туристы, и условия $225 - X < 300 - Y$, или $Y < X + 75$, чтобы бизнес-пассажиры выбирали первый, а не экономкласс. Вследствие таких ограничений PITS стремится установить как можно более высокие цены. Следовательно, скрининговая стратегия компании, направленная на максимизацию прибыли, сводится к тому, чтобы сделать значение X как можно более близким к 140 долларам, а значение Y как можно более близким к 215 долларам. Исключив из рассмотрения небольшие различия, необходимые для сохранения знака <, будем исходить из того, что цены на билеты составляют 140 и 215 долларов. В таком случае назначение цены 215 долларов на билеты первого класса и 140 долларов на билеты экономкласса и есть решение задачи PITS по разработке механизма ценообразования.

Оптимальна ли эта стратегия для авиакомпании, зависит от конкретных данных, используемых в этом примере. Если бы доля бизнес-пассажиров была значительно больше, например 50%, PITS пришлось бы пересмотреть оптимальные цены на билеты. Если 50% ее клиентов составляют пассажиры, совершающие деловые поездки, убытки в размере 85 долларов на каждом бизнес-пассажире могут оказаться слишком высокими, чтобы оправдать сохранение немногочисленных туристов. Возможно, PITS было бы лучше вообще отказаться от обслуживания клиентов этой категории, то есть нарушить условие ограничения участия туристов ради повышения стоимости первого класса обслуживания. В действительности стратегия ценовой дискриминации посредством скрининга при таком соотношении пассажиров разных типов обеспечивает компании PITS следующую прибыль (в расчете на 100 клиентов):

$$(140 - 100) \times 50 + (215 - 150) \times 50 = 40 \times 50 + 65 \times 50 = 2000 + 3250 = 5250.$$

Стратегия обслуживания только бизнес-пассажиров посредством продажи им билетов по цене 300 долларов гарантирует компании PITS более высокую прибыль (в расчете на 100 клиентов), чем при использовании инструмента скрининга:

$$(300 - 150) \times 50 = 150 \times 50 = 7500.$$

Таким образом, при наличии относительно небольшого количества клиентов с готовностью платить более низкую цену продавец может предпочесть вообще не обслуживать их, чем предлагать достаточно низкие цены множеству клиентов, готовых заплатить высокую цену, чтобы предотвратить их переход на недорогую версию продукта.

Какая именно доля бизнес-пассажиров занимает промежуточную позицию между этими двумя случаями? Мы предоставляем возможность решить эту задачу вам. Нам же остается заметить, что решение авиакомпании снизить тарифы для туристов может быть ее ответом на асимметричность информации, а не признаком особой привязанности к отпускникам!

2. Некоторые термины

Итак, мы увидели один пример разработки механизмов в действии. Безусловно, есть еще масса других примеров, и мы расскажем о некоторых из них в следующих разделах. А пока сделаем небольшую паузу, чтобы представить несколько специальных терминов, используемых в большинстве подобных моделей.

Существует два широких класса проблем, связанных с разработкой механизмов. Первый, аналогичный ситуации с ценовой дискриминацией в приведенном выше примере, состоит в том, что один игрок лучше информирован (в нашем примере клиент знает свою готовность платить) и от этой информации зависит выигрыш другого игрока (установление цен авиакомпанией, а значит, и ее прибыль). Менее информированный игрок разрабатывает схему, в соответствии с которой более информированный игрок должен сделать выбор, раскрывающий эту информацию, хотя это и повлечет за собой определенные издержки для первого (в нашем примере отсутствие возможности назначить бизнес-пассажирам цену, соответствующую их максимальной готовности платить).

Второй класс проблем разработки механизмов касается действий, предпринимаемых одним игроком, которые не могут отслеживать другие игроки. Например, работодатель не может видеть качество, а порой даже количество усилий, вкладываемых работником; у страховой компании нет возможности отслеживать действия, предпринимаемые застрахованным водителем или домовладельцем для снижения риска аварии или ограбления. В терминах, представленных в главе 8, эта проблема обозначается как *моральный риск*. Менее информированный игрок разрабатывает схему (например, участие в прибылях для работника или нестрахуемый минимум и участие в оплате при страховании), которая в определенной степени приводит стимулы другого игрока в соответствие со стимулами ее автора.

В каждом из этих случаев механизм разрабатывает менее информированный игрок, которого в стратегической игре называют **принципалом**. Более информированного игрока называют **агентом**, что точно отображает суть происходящего в отношении работника, но не столь точно в случае клиента. Тогда данную игру можно назвать проблемой «**принципал–агент**», или **агентской** проблемой.

Принципал разрабатывает механизм максимизации своего выигрыша при наличии двух ограничений. Во-первых, ему известно, что агент использует этот механизм для максимального увеличения своего выигрыша (выигрыша агента). Иными словами, механизм принципала должен соответствовать стимулам агента. Как мы уже говорили в разделе 4.Б главы 4, это условие обозначается термином «*ограничение совместимости стимулов*». Во-вторых, учитывая, что агент реагирует на этот механизм исходя из собственных интересов, агентские отношения должны обеспечивать ему как минимум такую же ожидаемую полезность, как он бы получил в другом месте, например работая на другого работодателя или отправившись в путешествие на автомобиле вместо самолета. В главе 8 мы обозначили это условие термином «*ограничение участия*». В ситуации с ценовой дискриминацией в авиакомпании мы видели конкретные примеры этих двух условий; другие примеры и сферы применения будут представлены в следующих разделах данной главы.

3. Контракты «затраты плюс» и контракты с фиксированной ценой

При составлении закупочных контрактов на получение определенных услуг вроде строительства скоростной автомагистрали или офисного здания правительства или компании сталкиваются с теми же проблемами разработки механизмов, которые мы рассматриваем в данной главе. Есть два распространенных типа таких контрактов — «затраты плюс прибыль» и «фиксированная цена». В случае первого поставщик услуг получает сумму, эквивалентную его затратам, плюс вознаграждение в размере нормальной прибыли. В контракте с фиксированной ценой заранее оговаривается конкретная цена услуг, при этом их поставщик оставляет себе всю сверхприбыль, если его фактические затраты меньше ожидаемых, и несет убытки, если фактические затраты оказываются выше.

Каждый тип контракта имеет свои достоинства и недостатки. Контракт «затраты плюс» не обеспечивает подрядчику сверхприбыль; этот аспект особенно важен для государственных контрактов на закупку, где в конечном счете именно граждане оплачивают закупленные услуги. Однако поставщик, как правило, лучше информирован о своих затратах, чем покупатель услуг, поэтому у поставщика может возникнуть желание завысить объем затрат или увеличить их, чтобы извлечь для себя выгоду из необоснованно высоких расходов. Напротив, контракт с фиксированной ценой дает поставщику услуг все стимулы удерживать затраты на минимальном уровне, а значит, и обеспечивать эффективное использование ресурсов. Но при таком типе государственных контрактов обществу приходится платить установленную цену и отдавать поставщику услуг сверхприбыль. Оптимальный механизм закупок должен учитывать оба аспекта.

А. Строительство автомагистрали: полная информация

Рассмотрим пример разработки правительством штата механизма закупок в рамках проекта дорожного строительства. Предположим, планируется построить автомагистраль с привлечением местного дорожного подрядчика и органам власти штата необходимо решить, сколько на ней должно быть полос*. Чем больше полос, тем больше пользы в виде более быстрого передвижения и меньшего количества аварий (во всяком случае до уровня, превышение которого нанесет чрезмерный ущерб сельской местности). Мы будем исходить из того, что социальная стоимость V (исчисляемая в миллиардах долларов) от наличия N полос на автомагистрали определяется следующей формулой:

$$V = 15N - \frac{N^2}{2}.$$

Стоимость строительства одной полосы, в том числе вознаграждение в размере нормальной прибыли, могло бы составить либо 3, либо 5 миллиардов долларов в зависимости от типа грунта на строительном участке. На данный момент будем считать, что правительство штата может определить объем затрат на строительство так же, как и подрядчик. В итоге оно выбирает количество полос N и составляет контракт таким образом, чтобы максимально увеличить выгоду для штата (V) за вычетом вознаграждения подрядчику (назовем его F), то есть цель правительства штата — максимизировать свою чистую выгоду G, где $G = V - F$.

Допустим, властям штата известно, что фактический объем затрат составляет 3 (миллиарда долларов на одну полосу автомагистрали), следовательно,

* В общем случае за контракт на строительство автомагистрали могут конкурировать многие подрядчики. В данном примере мы ограничимся ситуацией, в которой подрядчик только один.

подрядчику придется выплатить $3N$ за строительство автомагистрали, состоящей из N полос. Далее правительство выбирает такое значение N, которое обеспечивает чистую выгоду G согласно следующей формуле:

$$G = V - F = 15N - \frac{N^2}{2} - 3N = 12N - \frac{N^2}{2}.$$

В приложении к главе 5 мы вывели формулу поиска значения для максимизации функции этого вида. В частности, максимум функции

$$Y = A + BX - CX^2$$

будет при $X = B/(2C)$. В данном примере Y — это G, X — это N, $A = 0$, $B = 12$, $C = 1/2$. Применив формулу решения задачи максимизации, получим оптимальный выбор правительством штата значения $N = 12(2 \times 1/2) = 12$. Следовательно, наиболее целесообразно выбрать автомагистраль на 12 полос, стоимость которой составит 36 миллиардов долларов. Таким образом, правительство предложит следующий контракт: «Мы заплатим 36 миллиардов долларов за строительство 12-полосной автомагистрали»*. Эта цена включает в себя нормальную прибыль, поэтому подрядчик охотно его подпишет

Аналогичным образом, если затраты составляют 5 миллиардов долларов в расчете на одну полосу, оптимальным значением N будет 10. Правительство предложит контракт на 50 миллиардов долларов за строительство 10-полосной автомагистрали. И подрядчик примет это предложение.

Б. Строительство автомагистрали: асимметричная информация

Теперь представим, что подрядчик знает, как оценить физические условия соответствующей местности, для того чтобы определить объем затрат на одну полосу автомагистрали, а правительство нет; оно может дать лишь приблизительную оценку этих затрат. Будем считать, что, по мнению правительства, объем затрат составит 3 (миллиарда долларов на одну полосу) с вероятностью 2/3 и 5 с вероятностью 1/3.

Что если правительство попытается добиться идеального оптимума и предложит подрядчику два контракта: «12-полосная автомагистраль за 36 миллиардов долларов» и «10-полосная автомагистраль за 50 миллиардов долларов»? Если объем затрат действительно составляет 3 миллиарда долларов в расчете на одну

* В реальном контракте будет много пунктов, оговаривающих качество и сроки выполнения работ, надзора за строительством и пр. Мы опускаем здесь эти детали для простоты изложения основных идей разработки механизмов.

полосу, подрядчик получит больше прибыли, заключив второй контракт, хотя он и предназначен для ситуации, в которой объем затрат равен 5 миллиардов долларов на одну полосу. Истинная стоимость 10-полосной автомагистрали составит при этом 30 миллиардов долларов, и подрядчик заработает 20 миллиардов долларов сверхприбыли*.

Такой исход нельзя назвать удовлетворительным. Предложенные контракты не предоставляют подрядчику достаточно сильного стимула выбирать между ними на основании объема затрат: он всегда будет отдавать предпочтение контракту на 50 миллиардов долларов. У правительства должен быть более приемлемый способ создания системы заключения контрактов на закупку.

Поэтому допустим, что правительство может разработать более общий механизм, обеспечивающий разделение типов проектов. Скажем, оно предложит подрядчику два контракта: «Контракт L: мы заплатим вам R_L долларов за строительство N_L полос» и «Контракт H: мы заплатим вам R_H долларов за строительство N_H полос». Если контракты L и H составлены правильно, при низком уровне затрат (3 миллиарда долларов на одну полосу) подрядчик выберет контракт L («low» — низкие затраты); при высоком (5 миллиардов долларов на одну полосу) — контракт H («high» — высокие затраты). Для того чтобы этот механизм скрининга работал, нужно, чтобы показатели, которые обозначены символами N_L, R_L, N_H, R_H, удовлетворяли определенным условиям.

Во-первых, по каждому контракту подрядчик, который несет соответствующие затраты (низкие при контракте L и высокие при контракте H), должен получить сумму (включающую нормальную прибыль), достаточную для покрытия его расходов. Иначе он не согласится с такими условиями и не станет заключать контракт. Следовательно, контракт должен удовлетворять двум *ограничениям участия*: $3N_L \le R_L$ для подрядчика, когда объем затрат составляет 3, и $5N_H \le R_H$ для подрядчика, когда объем затрат равен 5.

Кроме того, правительству необходимо составить такие два контракта, чтобы подрядчик, зная, что у него будет низкий уровень затрат, не получил выгоду, заключив контракт H и наоборот. Иначе говоря, эти контракты должны также удовлетворять двум *ограничениям совместимости стимулов*. Например, если истинные затраты низкие, контракт L обеспечит подрядчику сверхприбыль $R_L - 3N_L$, тогда как контракт H обеспечит сверхприбыль $R_H - 3N_H$. (Обратите внимание, что

* Если за получение этой работы конкурируют несколько подрядчиков, то те из них, кого не выбрали, могут раскрыть информацию об истинном объеме затрат. Однако в крупных проектах по строительству автомагистралей (как и во многих других правительственных проектах, таких как военные заказы) участвует небольшое количество подрядчиков, которым выгоднее вступить в тайный сговор и не раскрывать такую конфиденциальную информацию. Для простоты мы ограничимся случаем, когда есть только один подрядчик.

в последнем выражении количество полос и оплата те же, что и для контракта H, однако затраты подрядчика по-прежнему составляют 3, а не 5.) Для того чтобы удовлетворять ограничению совместимости при низком уровне затрат, контракты должны обеспечивать такое значение второго выражения, которое бы не превышало значение первого выражения. Следовательно, необходимо, чтобы $R_L - 3N_L \geq R_H - 3N_H$. Точно так же, если истинные затраты высокие, сверхприбыль подрядчика в случае контракта L не должна превышать его сверхприбыли от контракта H. Стало быть, чтобы контракты удовлетворяли ограничению совместимости стимулов, нужно, чтобы $R_H - 5N_H \geq R_L - 5N_L$.

Правительство стремится максимизировать чистую ожидаемую общественную выгоду от оплаты услуг подрядчика, поэтому использует вероятности этих двух типов в качестве весовых коэффициентов для вычисления математического ожидания. Таким образом, цель правительства — максимизировать функцию

$$G = \left(\frac{2}{3}\right)\left[15N_L - \frac{(N_L)^2}{2} - R_L\right] + \left(\frac{1}{3}\right)\left[15N_H - \frac{(N_H)^2}{2} - R_H\right].$$

На первый взгляд может показаться, что это очень сложная задача с четырьмя переменными выбора и четырьмя ограничениями в виде неравенства. Однако ее можно существенно упростить, поскольку два ограничения являются избыточными, а оставшиеся два должны быть представлены в виде строгих равенств, что позволит нам подставить полученные выражения в уравнение вместо двух переменных.

Обратите внимание, что если ограничение участия при высоком уровне затрат $5N_H \leq R_H$, а ограничение совместимости стимулов при низком уровне затрат $R_L - 3N_L \geq R_H - 3N_H$, выполняются оба условия; в таком случае мы можем получить следующую цепочку неравенств (где мы учитывали тот факт, что значение N_H положительное):

$$R_L - 3N_L \geq R_H - 3N_H \geq 5N_H - 3N_H \geq 5N_H \geq 0.$$

Первое и последнее выражения цепочки неравенств говорят о том, что $R_L - 3N_L \geq 0$. Поэтому нам нет необходимости отдельно рассматривать ограничение участия при низком уровне затрат $3N_L \leq R_L$, так как оно удовлетворяется автоматически, когда удовлетворяются два оставшихся ограничения.

Кроме того, на интуитивном уровне очевидно, что компания, которая несет большие издержки, не заинтересована заявлять о себе как о компании с низкими издержками, поскольку тогда она получит меньшую оплату при более высоких затратах. Тем не менее этот интуитивный вывод требует проверки согласно строгой логике данного анализа. В связи с этим поступим следующим образом. Сначала исключим из рассмотрения второе ограничение совместимости стимулов, $R_H - 5N_H \geq R_L - 5N_L$, что позволит решить задачу с двумя оставшимися ограничениями. Затем вернемся назад и убедимся в том, что решение задачи с двумя ограничениями удовлетворяет третьему ограничению, исключенному из рассмотрения. Иначе говоря, полученное решение должно также быть решением для задачи с тремя ограничениями. (При наличии более подходящего решения оно должно быть приемлемым и для задачи с меньшим количеством ограничений.)

Таким образом, нам остается проанализировать два ограничения: $5N_H \leq R_H$ и $R_L - 3N_L \geq R_H - 3N_H$. Запишем их в таком виде: $R_H \geq 5N_H$ и $R_L \geq R_H + 3(N_L - N_H)$. Обратите внимание, что цель правительства — сделать значения R_L и R_H настолько малыми, чтобы они были совместимы с указанными выше ограничениями. Такой результат можно получить, представив каждое ограничение в виде равенства. В связи с этим примем такие равенства: $R_H = 5N_H$ и $R_L = R_H + 3(N_L - N_H) = 3N_L + 2N_H$. Теперь эти выражения для платежей по контракту можно подставить в формулу целевой функции G. В результате имеем

$$G = \left(\frac{2}{3}\right)\left[15N_L - \frac{(N_L)^2}{2} - 3N_L - 2N_H\right] + \left(\frac{1}{3}\right)\left[15N_H - \frac{(N_H)^2}{2} - 5N_H\right],$$

$$G = 8N_L - \frac{(N_L)^2}{3} + 2N_H - \frac{(N_H)^2}{6}.$$

Целевая функция состоит из двух частей: одна (первые два члена) содержит только N_L, а вторая (вторые два члена) только N_H. Мы можем применить формулу максимизации отдельно к каждой части. В части N_L $A = 0$, $B = 8$ и $C = 1/3$, а значит, оптимальное значение $N_L = 8/(2\times1/3) = 24/2 = 12$. В части N_H $A = 0$, $B = 2$ и $C = 1/6$, стало быть, оптимальное значение $N_H = 2/(2\times1/6) = 12/2 = 6$.

Теперь можем использовать оптимальные значения N_L и N_H, чтобы получить оптимальные значения платежей (R), воспользовавшись формулами для R_L и R_H, выведенными выше. Подстановка в них $N_L = 12$ и $N_H = 6$ дает нам $R_H = 5 \times 6 = 30$ и $R_L = 3 \times 2 + 2 \times 6 = 48$. Таким образом, мы имеем оптимальные значения для всех неизвестных в целевой функции правительства. Но не забывайте, что мы исключили из рассмотрения одно из ограничений совместимости стимулов, поэтому теперь нам необходимо к нему вернуться.

Мы должны убедиться, что третье ограничение, $R_H - 5N_H \geq R_L - 5N_L$, согласуется с вычисленными нами значениями R и N. На самом деле так и есть. Левая сторона выражения равна $30 - 5 \times 6 = 0$, а правая — $48 - 5 \times 12 = -12$, а значит, ограничение действительно удовлетворяется.

Наше решение говорит о том, что органам власти штата нужно предложить следующих два контракта: «Контракт L: мы заплатим вам 48 миллиардов долларов за строительство 12 полос» и «Контракт H: мы заплатим вам 30 миллиардов долларов за строительство 6 полос». Как мы можем интерпретировать это решение, чтобы лучше понять его на интуитивном уровне? Интуитивное обоснование наиболее очевидно, если сравнить полученное решение с идеальным решением, найденным в разделе 3.A при наличии полной информации о затратах. На рис. 13.2 представлены данные, позволяющие сопоставить оптимальные значения N и R.

Существует два важных различия между оптимальным механизмом в случае асимметричной и полной информации. Во-первых, хотя контракт, который целесообразно выбрать при условии низких затрат, подразумевает строительство такого же количества полос (12), что и при наличии полной информации, оплата по нему больше в асимметричном случае (48 вместо 36). Во-вторых, в случае асимметричной информации и высокого уровня затрат контракт подразумевает строительство меньшего количества полос (6 вместо 10), но обеспечивает такую же оплату, как и во втором варианте (30 = 6 × 5). Эти различия позволяют разделить типы.

	N_L	R_L	N_H	R_L
Полная информация	12	36	10	50
Асимметричная информация	12	48	6	30

Рис. 13.2. Значения показателей в контракте на строительство автомагистрали

В случае асимметричной информации у подрядчика может возникнуть соблазн сделать вид, будто он несет высокие затраты, тогда как на самом деле они низкие. Механизм оптимальной оплаты включает в себя как «пряник» для правдивого признания низких затрат, так и «кнут» за попытку симуляции высоких. «Пряник» — это сверхприбыль в размере 48 – 36 = 12, которую подрядчик заработает в результате косвенного признания низких затрат посредством выбора контракта L. «Кнут» — сокращение сверхприбыли от контракта H за счет уменьшения количества полос, которые будут при этом построены. Идеальный механизм оплаты при высоком уровне затрат подразумевает строительство 10-полосной автомагистрали за 50 миллиардов долларов; подрядчик с низким уровнем затрат заработал бы на таком контракте 50 – 3 × 10 = 20 миллиардов долларов. Оптимальный контракт с ограниченной информацией подразумевает строительство только шести полос, за что подрядчик получает 30 миллиардов долларов. Если истинный уровень затрат низкий, подрядчик заработает сверхприбыль в размере

30 – 3 × 6 = 12 миллиардов долларов. Следовательно, в этом случае он получит меньшую выгоду от завышенного уровня затрат (косвенно вытекающего из выбора подрядчиком контракта H, хотя его истинные затраты низкие). В действительности эта выгода сокращается ровно на величину, которую гарантирует часть механизма, соответствующая «прянику», что сводит на нет желание подрядчика завысить уровень издержек.

4. Фактические данные, касающиеся механизмов раскрытия информации

У рассмотренных выше механизмов есть одно общее свойство: агент владеет определенной частной информацией (в главе 8 мы определили этот тип игрока). Кроме того, принципалу нужно, чтобы агент выполнил определенное действие, направленное на ее раскрытие. В терминах из главы 8 эти механизмы представляют собой примеры скрининга в целях разделения типов посредством самоотбора.

Такие механизмы встречаются повсюду. Самые распространенные — механизмы ценовой дискриминации. Пока клиент готов заплатить сумму, превышающую предельные издержки компании на поставку соответствующего продукта, компания может получить прибыль за счет работы с данным клиентом. Однако его готовность платить может быть относительно низкой по сравнению с готовностью других потенциальных покупателей. Если компания должна установить одну и ту же цену всем своим клиентам, в том числе и тем, кто готов платить больше данного клиента, назначение ему цены в соответствии с его готовностью платить означает, что компании придется пожертвовать частью потенциальной прибыли от более платежеспособных клиентов. В идеале компания хотела бы прибегнуть к ценовой дискриминации, предоставив скидку клиентам с меньшей готовностью платить и не предлагая ее тем, кто готов платить больше.

Намерение компании применить ценовую дискриминацию может ограничиваться не только причинами, связанными с информацией. Такая практика может быть запрещена законом. Компания может остерегаться устанавливать высокие цены некоторым из своих клиентов из-за конкуренции со стороны других компаний. А если продукт покупает один клиент и перепродает другим, то конкуренция со стороны других покупателей может быть не менее эффективным ограничением на дискриминационное ценообразование, чем конкуренция между компаниями. Но мы сосредоточимся на информационных причинах ценовой дискриминации, оставив все остальные причины за рамками обсуждения.

По всей вероятности, в вашем местном кафе действует так называемая карта постоянного клиента: на каждых десять купленных чашек кофе вы получаете одну чашку бесплатно. Почему компания заинтересована делать это? Постоянными клиентами чаще всего становятся местные жители, у которых есть время и стимул искать самые выгодные предложения в районе. Для того чтобы переманить их от конкурентов, данному кафе необходимо предложить достаточно привлекательную цену. Напротив, случайными клиентами чаще всего бывают приезжие или люди, которые куда-то спешат и у них нет ни времени, ни стимула искать более выгодные предложения: когда у таких людей возникает потребность выпить чашку кофе и они видят кафе, они готовы заплатить любую цену (в пределах разумного, конечно). Стало быть, установление более высокой цены и выдача карты постоянного клиента позволяют кафе предоставлять скидку чувствительным к цене постоянным посетителям и не делать ее для случайных посетителей. Если у вас нет такой карты, это говорит о том, что вы относитесь ко второй категории и готовы платить больше.

Точно так же многие рестораны предлагают меню из трех блюд по фиксированной цене и недорогие комплексные блюда наряду с обычными блюдами на выбор. Такая стратегия позволяет ресторану выделить различные типы клиентов, отдающих предпочтение разным супам, салатам, основным блюдам, десертам и т. д.

Книжные издательства, как правило, сначала продают новые книги в твердых переплетах, а версию в мягкой обложке издают только через год. Зачастую разница в цене между двумя версиями гораздо больше, чем разница между себестоимостью двух видов книг. Такая схема ценообразования рассчитана на два типа покупателей: тех, кто хочет прочитать книгу как можно быстрее и готов заплатить за это больше, и тех, кто согласен ждать более выгодной цены.

Мы предлагаем вам поискать примеры подобных скрининговых механизмов ценовой дискриминации, когда будете делать покупки. Их множество. Кроме того, об этих методах есть немало интересных статей. Хороший источник информации такого рода — книга Тима Харфорда Undercover Economist*.

Существует масса научных работ о механизмах закупок, которые мы представили в разделе 3**. В них описываются ситуации, когда покупатель взаимодействует только с одним продавцом, затраты которого относятся к категории конфиденциальной информации. Данный тип взаимодействия полностью отображает процесс разработки крупных контрактов на производство оборонительных систем вооружения или специализированного оборудования: как правило, есть только

* Tim Harford, The Undercover Economist: Exposing Why the Rich Are Rich, the Poor Are Poor—and Why You Can Never Buy a Decent Used Car! (New York: Oxford University Press, 2005). (Издана на русском языке: *Харфорд Т.* Экономист под прикрытием. М. : BestBusinessBooks, 2009. *Прим. ред.*). В первых двух главах книги приведены примеры механизмов ценообразования.

** Классический труд по этой теме: JeanJacques Laffont and Jean Tirole, A Theory of Incentives in Procurement and Regulation (Cambridge, Mass.: MIT Press, 1993).

один надежный поставщик таких продуктов. Однако в реальной жизни покупатели могут делать выбор из нескольких поставщиков, при этом механизмы, создающие конкуренцию между поставщиками, приносят покупателю выгоду. Многие из этих механизмов принимают форму аукционов. Например, строительные контракты часто предоставляются подрядчику, предложившему выполнить соответствующую работу за минимальную цену (с учетом качества и сроков выполнения работы, а также других условий сделки). Примеры таких механизмов и их анализ представлены в главе об аукционах.

5. Стимулирование усилий: простейший случай

Теперь перейдем от первого типа проблем разработки механизмов, в котором цель принципала — добиться раскрытия информации, ко второму типу, в котором присутствует моральный риск. В подобных ситуациях цель принципала — составить такой контракт, который бы стимулировал агента прилагать максимум усилий, хотя их уровень принципалом и не наблюдаем.

А. Управленческий надзор

Предположим, вы владелец компании, начинающей новый проект, и должны нанять менеджера, который будет контролировать его выполнение. Чем закончится проект — неизвестно, однако эффективный надзор может повысить вероятность успеха. Но менеджеры — обычные люди и будут пытаться прилагать как можно меньше усилий! Если эти усилия наблюдаемы, вы можете составить контракт, предусматривающий такую оплату труда менеджера, которая стимулировала бы его вкладывать достаточный объем усилий в контроль за выполнением проекта*. Но если у вас нет возможности отслеживать усилия менеджера, вам необходимо заинтересовать его в успешном выполнении проекта, например, посредством выплаты премии по его завершении. Однако если приложение бóльших усилий не гарантирует успешной реализации проекта, то эти премии делают доход менеджера неопределенным. При этом менеджер может быть не расположен к риску, а значит, вы должны компенсировать ему возможные издержки в случае его возникновения. Вам нужно разработать такую политику оплаты труда менеджера проекта, которая бы максимизировала вашу ожидаемую прибыль с учетом

* Важно, чтобы в случае возникновения разногласий вы (или менеджер) были в состоянии показать третьей стороне (такой как арбитражный или обычный суд), вложил ли менеджер оговоренные усилия в выполнение работы или нет. Это условие, которое часто обозначают термином «проверяемость», более строгое по сравнению с наблюдаемостью действий сторон контракта (в качестве которых в данном случае выступаете вы и менеджер). Когда мы используем термин «наблюдаемость», мы имеем в виду именно такую публичную наблюдаемость или проверяемость.

того, что выбор менеджером уровня усилий зависит от характера и объема вознаграждения. Это и есть задача разработки механизма, решение которой позволит преодолеть проблемы морального риска в связи с возможным уклонением менеджера от выполнения своих обязанностей.

Рассмотрим пример с конкретными числами. Предположим, успешная реализация проекта принесет компании 1 миллион долларов прибыли сверх материальных затрат и затрат на оплату труда. В случае провала прибыль будет равна нулю. При эффективном контроле за выполнением проекта вероятность успеха равна 1/2, а при неэффективном — всего 1/4.

Как отмечалось выше, менеджер проекта не расположен к риску. В приложении к главе 8 мы видели, что нерасположенность к риску можно описать с помощью вогнутой функции полезности. Возьмем в качестве примера простой случай, когда полезность u дохода y (исчисляемого в миллионах долларов) для менеджера определяется функцией квадратного корня: $u = \sqrt{y}$. Допустим, дополнительные усилия, необходимые для эффективного контроля, приносят менеджеру отрицательную полезность 0,1, и если он не будет работать на вас, он может получить другую работу, которая не требует дополнительных усилий и оплачивается в размере 90 000 долларов, или 0,09 миллиона долларов, что обеспечивает полезность $\sqrt{0,09} = 0,3$. Таким образом, если вы хотите нанять менеджера, не требуя от него эффективного контроля, вы должны заплатить ему как минимум 90 000 долларов. Если вам необходим эффективный надзор, вы должны обеспечить менеджеру хотя бы такую же полезность, какую он мог бы получить на другой работе. Иными словами, вы должны заплатить ему сумму y, при которой $\sqrt{y} - 0,1$ не меньше 0,3, то есть $\sqrt{y} \geq 0,4$, или $y \geq 0,16$, или 160 000 долларов.

Если усилия менеджера поддаются наблюдению, вы можете заключить с ним один из двух контрактов: 1) я плачу вам 90 000 долларов, и мне все равно, насколько усердно вы будете работать; 2) я плачу вам 160 000 долларов, но вы должны проводить эффективный надзор за реализацией проекта. Выполнение второго контракта может быть обеспечено в судебном порядке, поэтому, если менеджер согласится его заключить, он не будет увиливать от работы. Ваша ожидаемая прибыль от каждого контракта зависит от вероятности успешного завершения проекта при оговоренном уровне усилий. Таким образом, в случае первого контракта ваша ожидаемая прибыль составит $(1/4) \times 1 - 0,09 = 0,160$, или 160 000 долларов, а в случае второго $(1/2) \times 1 - 0,16 = 0,340$, или 340 000 долларов. Следовательно, вам выгоднее заплатить менеджеру проекта за интенсивность усилий. В идеальном мире при наличии полной информации вы воспользовались бы вторым контрактом.

Теперь рассмотрим более реалистичный сценарий, когда усилия менеджера ненаблюдаемы. Эта ситуация не создает никаких дополнительных проблем, если для вас неважен уровень прилагаемых менеджером усилий и вас вполне устраивает первый контракт. Однако если этот вопрос для вас принципиален, вы должны использовать механизм стимулирования, основанный на единственном поддающемся наблюдению событии, а именно успехе или провале проекта. В связи с этим предположим, что вы предлагаете менеджеру контракт, по условиям которого он получит x в случае успешной реализации проекта и y вследствие его провала. (Обратите внимание, что x может быть равным нулю, но если это оптимальное значение, оно должно присутствовать в решении. На самом деле это значение не будет равным нулю по причине нерасположенности менеджера к риску.)

Для того чтобы побудить менеджера выбрать более высокий уровень усилий, вы должны гарантировать, что ожидаемая полезность, которую он при этом получит, превысит ожидаемую полезность в случае уклонения. При высоком уровне усилий менеджер может обеспечить успешное выполнение проекта с вероятностью 1/2, а значит, вероятность неудачи также равна 1/2. При обычном уровне усилий он может гарантировать успешную реализацию проекта только с вероятностью 1/4 (вероятность неудачи 3/4). Таким образом, ваш контракт должен обеспечивать выполнение следующего условия:

$$(1/2)\sqrt{y}+(1/2)\sqrt{x}-0{,}1>(1/4)\sqrt{y}+(3/4)\sqrt{x},\ \text{или}\ (1/4)(\sqrt{y}-\sqrt{x})\geq 0{,}1,$$

$$\text{или}\ \sqrt{y}-\sqrt{x}\geq 0{,}4.$$

Это выражение представляет собой *ограничение совместимости стимулов* в данной задаче.

Далее вы должны убедиться, что менеджер получит достаточную ожидаемую полезность и будет готов работать на вас *так, как вы хотите* (прилагая большие усилия), вместо того чтобы принимать другое предложение. Тогда ожидаемая полезность менеджера от принятия вашего предложения о работе должна превышать полезность от альтернативной работы; таким образом, ваш контракт должен удовлетворять следующему условию:

$$(1/2)\sqrt{y}+(1/2)\sqrt{x}-0{,}1\geq 0{,}3,\ \text{или}\ \sqrt{y}+\sqrt{x}\geq 0{,}8.$$

Это выражение представляет собой *ограничение участия* в случае контракта, цель которого — добиться от менеджера повышения усилий по контролю за выполнением проекта.

С учетом этих двух ограничений необходимо максимизировать ожидаемую прибыль П. Вы рассчитываете ее, исходя из того, что выполнение указанных выше ограничений позволит вам добиться от менеджера качественной работы. В связи с этим вы надеетесь, что ваш проект будет успешно выполнен с вероятностью 1/2, а ваша ожидаемая прибыль определяется формулой

$$\Pi = (1/2)(1 - y) + (1/2)(0 - x) = (1 - y - x)/2\ .$$

Математические вычисления в этой задаче существенно упрощает использование квадратных корней x и y вместо самих x и y (другими словами, значений полезности дохода, а не показателей дохода). Запишем эти значения полезности как $X = \sqrt{x}$ и $Y = \sqrt{y}$, то есть $x = X^2$ и $y = Y^2$. Далее необходимо максимизировать функцию $\Pi = (1 - Y^2 - X^2)/2$ с учетом ограничения участия $Y + X \geq 0{,}8$ и ограничения совместимости стимулов $Y - X \geq 0{,}4$.

В формуле ожидаемой прибыли X и Y указаны со знаком минус, а значит, необходимо сделать оба значения настолько малыми, насколько допускают ограничения. В конечном счете ограничение участия выполняется в случае равенства, когда X и Y имеют малые значения. А как насчет ограничения совместимости стимулов? Если оно не выполняется в случае равенства, то оно не ограничивает выбор значений переменных и его можно исключить из рассмотрения. Предположим, именно так мы и сделали. Тогда мы можем подставить $X = 0{,}8 - Y$ из ограничения участия в формулу определения прибыли и записать следующее выражение:

$$\Pi = (1 - Y^2 - X^2)/2 = [1 - Y^2 -(0{,}8 - Y)^2]/2 =$$
$$= (1 - Y^2 - 0{,}64 + 1{,}6Y - Y^2)/2 =$$
$$= (0{,}36 + 1{,}6Y - 2Y^2)/2 = 0{,}18 + 0{,}8Y - Y^2.$$

Чтобы максимизировать функцию прибыли, мы снова воспользуемся формулой из приложения к главе 5. Мы имеем $B = 0{,}8$ и $C = 1$, что дает нам значение $Y = 0{,}8/(2 \times 1) = 0{,}4$. Тогда X также равно $X = 0{,}8 - 0{,}4 = 0{,}4$.

Это решение подразумевает, что при исключении из рассмотрения ограничения совместимости стимулов оптимальный механизм требует равной оплаты труда менеджера как при успехе, так и при провале проекта. Такой оплаты достаточно, чтобы обеспечить менеджеру полезность 0,4 = 0,3 + 0,1 (полезность от легкой работы в другом месте плюс компенсация за отрицательную полезность дополнительных усилий в целях эффективного надзора за выполнением проекта) для выполнения ограничения участия. Этот результат подтверждается на интуитивном уровне и согласуется с анализом оптимального риска в разделе 1 главы 8.

Менеджер не расположен, а вы нейтральны к риску (все, что вас интересует, — это ожидаемая прибыль), поэтому вам выгоднее взять весь риск на себя и исключить элемент случайности из дохода менеджера*.

Но если менеджер получает один и тот же доход независимо от того, как завершится проект, у него нет стимула прилагать ненаблюдаемые усилия. При этом не принятое во внимание ограничение совместимости стимулов не будет выполняться автоматически, и нам необходимо убедиться в том, что X и Y действительно удовлетворяют ему. Следовательно, оба ограничения должны выполняться в случае равенств $Y + X = 0,8$ и $Y - X = 0,4$. Объединив их, получим $2Y = 1,2$, или $Y = 0,6$; этот результат сразу же дает нам $X = 0,2$. В переводе с полезности на денежные суммы имеем $x = X^2 = 0,04$ и $y = Y^2 = 0,36$. Таким образом, менеджеру нужно заплатить 40 000 долларов, если проект завершится провалом, и 360 000 долларов — если успехом. Это меньше оговоренных в контракте 1 (подразумевающем низкий уровень усилий) 90 000 долларов в случае провала и больше оговоренных в контракте 2 (высокий уровень усилий в ситуации с полной информацией) 160 000 долларов в случае успеха. Это означает, что менеджера ожидает сочетание «кнута» (низкая оплата в случае провала проекта) и «пряника» (высокая оплата в случае успеха проекта), как это было с подрядчиком в примере со строительством автомагистрали в разделе 3.

При такой схеме вы (владелец) получите ожидаемую прибыль $\Pi = (1 - 0,36 - - 0,04)/2 = 0,03$, или 300 000 долларов. Эта сумма меньше 340 000 долларов, которые вы бы заработали в идеальной ситуации с полной информацией, когда могли бы составить поддающийся принудительному исполнению контракт, требующий высокого уровня усилий. Разница в размере 40 000 долларов — неизбежные издержки в связи с асимметричностью информации.

Схему оплаты труда менеджера можно описать так: базовая заработная плата в размере 40 000 долларов и премия за успешное выполнение проекта в сумме 320 000 долларов, или (что то же самое) 40 000 заработной платы и доля 32% в операционной прибыли в размере 1 миллион долларов. Нецелесообразно полагаться только на участие в прибылях, не предложив менеджеру базовую зарплату. Почему? Если бы базовая зарплата равнялась нулю, то в случае успешного выполнения проекта вам пришлось бы выплатить менеджеру сумму y, которая определяется формулой $(1/2)\sqrt{y} - 0,1 = 0,3$ или $y = 0,64$, или 640 000 долларов, чтобы обеспечить его участие. Ваша ожидаемая прибыль составила бы при этом: $\Pi = (1 - 0,64 - 0)/2 = 0,18$, или 180 000 долларов, что

* В ситуации, когда владелец также не расположен к риску, применимы те же методы.

на 120 000 долларов ниже, чем если бы вы предложили базовую ставку зарплаты и премию (а также на целых 160 000 долларов меньше, чем в ситуации с полной информацией).

Такое снижение прибыли обусловлено нерасположенностью менеджера к риску. Премиальная система оплаты делает его доход весьма рискованным, поэтому, чтобы обеспечить его участие в проекте, вам необходимо назначить настолько большую премию, что это сократит вашу прибыль. Оптимальная система оплаты в условиях асимметричной информации создает приемлемый баланс между «кнутом» и «пряником», обеспечивая менеджеру достаточный стимул для повышения усилий по надзору за выполнением проекта, но не подвергая при этом его доход существенному риску.

Б. Страхование

Помимо описанных выше ситуаций на рынке труда, моральный риск может возникать и в ходе других взаимодействий. В частности, ему подвержены рынки страховых услуг. Страховым компаниям необходимо решить, как составить приемлемые договоры страхования, стимулирующие клиентов предпринимать действия, снижающие вероятность подачи ими иска о страховом возмещении. Например, страховые компании хотели бы, чтобы люди, которым они продают полисы медицинского страхования, регулярно проходили профилактические медицинские осмотры, а люди, которым они продают полисы автострахования, продолжали практиковать безопасный стиль вождения*. Но поскольку у страховой компании, как правило, нет возможности наблюдать за действиями клиентов, создание подходящего страхового полиса требует понимания теории разработки механизмов в условиях асимметричной информации.

Вернемся к примеру с фермером из раздела 1 главы 8, который сталкивается с риском потери урожая из-за плохих погодных условий, таких как засуха. Тогда мы выдвинули предположение, что его доход составит 160 000 долларов при благоприятной погоде и 40 000 при неблагоприятной. Когда эти два сценария в равной степени вероятны (вероятность 0,5 в каждом случае), ожидаемый доход фермера составляет $0{,}5 \times 160\,000 + 0{,}5 \times 40\,000 = 100\,000$ долларов. Однако при этом среднем значении фермер сталкивается со значительным риском, и если он к нему не склонен, то его будет больше интересовать ожидаемая полезность полученных результатов, а не просто ожидаемый доход.

* В действительности страховые компании рассматривают неспособность держателей полисов принимать меры предосторожности, направленные на снижение степени риска, как безнравственное поведение; от этого и происходит термин «моральный риск».

Предположим, фермер действительно не расположен к риску. В его ситуации функция полезности имеет вид $u = \sqrt{I}$, где I — доход фермера. Следовательно, фермер получает полезность $400\sqrt{160\,000}$, если погода хорошая (дожди), и полезность $200 = \sqrt{40\,000}$, если погода плохая (засуха). Тогда его ожидаемая полезность равна 0,5 × 400 + 0,5 × 200 = 300.

Что произойдет, если фермеру удастся избежать риска, связанного с угрозой засухи? В частности, в какой ситуации он окажется при наличии возможности всегда получать 100 000 долларов (в данном примере это ожидаемая стоимость), а не 160 000 долларов в одной половине случаев и 40 000 долларов во второй? Давайте на какое-то время оставим в стороне вопрос о том, как фермер мог бы этого добиться, и обратим внимание на то, что при таком исходе он ежегодно получал бы полезность около $316 \approx \sqrt{100\,000}$, то есть у фермера была бы более высокая ожидаемая полезность (316 > 300), если бы он нашел способ получать одинаковый доход (а также полезность) в годы с благоприятными и неблагоприятными погодными условиями.

Один из возможных способов добиться выравнивания доходов — страхование. Нейтральная по отношению к риску страховая компания могла бы предложить фермеру контракт, по условиям которого фермер выплачивает компании 60 000 долларов в годы с благоприятными погодными условиями, а страховщик выплачивает фермеру 60 000 долларов в годы с неблагоприятными погодными условиями. Поскольку вероятность каждого исхода — 50%, ожидаемая прибыль страховой компании при этом равна нулю, что просто обеспечивает ее готовность предложить фермеру такой контракт. С другой стороны, его заключение принесло бы фермеру явную выгоду, так как его ожидаемая полезность возрастает. Следовательно, для обеих сторон был бы приемлем договор страхования, который является полным (покрывает все издержки в связи с неблагоприятным исходом) и справедливым (цена полиса страхования достаточна для возмещения страховых претензий фермера).

До сих пор в этом примере не было проблем с информацией. Однако фермер может предпринимать различные действия, чтобы уменьшить вероятность низкого уровня дохода по причине засухи. Например, он может построить водосборный резервуар, чтобы поливать свои поля в самые засушливые годы. Но строительство и текущий ремонт резервуара требуют определенных затрат. Если фермер построит качественный резервуар и будет за ним следить, то это позволит ему защитить себя от связанных с засухой рисков. Но если резервуар будет протекать, а фермер не будет проводить текущий ремонт, то такой резервуар не выполнит свою функцию, а значит, не снизит риск потери урожая. Если фермер хорошо застрахован, а проверить качество водосборного резервуара и его текущего ремонта посредством обычного осмотра нельзя, у фермера может возникнуть желание уклониться от выполнения этой задачи, чтобы не нести соответствующих затрат. Вероятность такого уклонения и есть источник морального риска в нашем примере.

Предположим, отрицательная полезность в связи с дополнительными затратами на строительство и уход за качественным водосборным резервуаром составляет 25*; при этом фермер сокращает вероятность неблагоприятного исхода на 25%. Тогда при наличии водосборного резервуара ожидаемый доход фермера равен 0,75 × 160 000 + 0,25 × 40 000 = 130 000 долларов, а его ожидаемая полезность (при отсутствии страхования) — $0{,}75 \times \sqrt{160\ 000} + 0{,}25 \times \sqrt{40\ 000} - 25 =$ $= 0{,}75 \times 400 + 0{,}25 \times 200 - 25 = 350 - 25 = 325$. То есть при наличии водосборного резервуара ожидаемая полезность выше, чем без него (325 > 300), поэтому если страхование недоступно, фермеру целесообразно предпринять усилия по снижению риска, например, построив водосборный резервуар.

Однако фермер все же может извлечь для себя выгоду из страхования. Страховой полис с выравниванием доходов, который гарантирует фермеру 130 000 долларов каждый год, обеспечил бы ему ожидаемую полезность в размере $360(\approx \sqrt{130\ 000}) - 25 = 335$, даже когда он построит качественный водосборный резервуар и будет проводить его текущий ремонт. Эта полезность выше полезности 325, которую фермер получает, если строит резервуар, но не имеет страховки, поэтому фермер непременно воспользуется страхованием.

Предположим, существует возможность составить полный и справедливый договор страхования, в котором сказано, что фермер должен принять меры по снижению вероятности неблагоприятного исхода на 25%. Допустим также, что страховая компания может это проконтролировать, направив к фермеру страхового агента для проверки состояния водосборного резервуара. В таком случае, согласно условиям договора страхования, обеспечивающего ежегодный доход 130 000, фермер должен выплачивать страховой компании 30 000 за год с благоприятными погодными условиями, а страховщик фермеру — 90 000 долларов за год с неблагоприятными. Как и прежде, ожидаемая прибыль страховой компании равна нулю (0,75 × 30000 – 0,25 × 90000 = 0), но ожидаемая полезность для фермера увеличивается (до 335), поэтому обе стороны примут условия контракта.

Но ситуация меняется, если страховщик не имеет возможности проконтролировать фермера. Фермер может пойти на обман и согласиться на договор страхования «вы платите 30 000 в благоприятный год и получаете 90 000 долларов

* Строго говоря, функция полезности выглядит теперь так: $u = \sqrt{I} - E$, где I — доход; E — отрицательная полезность усилий, составляющая 25 в случае качественного и 0 в случае некачественного резервуара.

в неблагоприятный год», но при этом ничего не предпринимать для снижения риска (то есть построить некачественный водосборный резервуар и не проводить его технического обслуживания). Тогда вероятность неблагоприятного года возвращается к 50%, а доход фермера ежегодно составляет 130 000 долларов. Ожидаемая полезность, которую получит фермер, заключив такой контракт, но не выполняя его условий, равна 360($\approx \sqrt{130\ 000}$) — то есть больше, чем во всех предыдущих случаях. Безусловно, эта ситуация невыгодна страховой компании, поскольку ее ожидаемая прибыль составит $0{,}5 \times 30\,000 - 0{,}5 \times 90\,000 = -30\,000$ долларов. Стало быть, условия контракта неприемлемы для страховщика, поэтому он не станет предлагать его фермеру.

Означает ли это, что фермер вообще не сможет оформить договор страхования, если построит водосборный резервуар и обеспечит его текущий ремонт, а страховщик не сможет это контролировать? Нет. Однако это означает, что фермер не может получить полное страхование, но у него есть вариант заключить договор *частичного* страхования, по условиям которого страховая компания берет на себя только часть риска, связанного с неблагоприятным исходом.

Напомним, что если фермер построит качественный резервуар и будет правильно за ним ухаживать, согласно полному страхованию он должен выплачивать страховщику 30 000 долларов за благоприятный год и получать от него 90 000 долларов за неблагоприятный год. В действительности такой контракт не стимулирует фермера строить или содержать водосборный резервуар, поэтому страховщик получает отрицательную ожидаемую прибыль. Для того чтобы разработать в данной ситуации оптимальную схему страхования, страховой компании необходимо определить правильное значение суммы X, которую она должна получить в качестве платежа от фермера за благоприятный год (что оставит фермеру $160\,000 - X$ долларов), и правильное значение суммы Y, которую компания должна выплатить фермеру за неблагоприятный год (что увеличит его доход до $40\,000 + Y$ долларов). В таком случае оптимальный механизм страхования должен максимизировать ожидаемую прибыль страховой компании с учетом значений X, Y и вероятностей различных исходов и в то же время гарантировать как сохранение заинтересованности фермера в строительстве водосборного резервуара, так и его готовность заключить договор страхования.

Поскольку процесс вычисления значений X и Y довольно сложный, мы вместо этого рассмотрим конкретную пару чисел, при которых фермер получит частичное страхование и стимулы принять меры, направленные на снижение риска, а компания сможет выйти на уровень безубыточности. Предположим, страховая компания предлагает фермеру договор, предусматривающий страхование рисков в объеме, равном третьей части полного страхования. По условиям контракта, платеж фермера должен составлять 10 000 долларов за благоприятный год (при этом у него останется 150 000 дохода), а выплата фермеру — 30 000 за неблагоприятный год (что обеспечит ему 70 000 долларов). Если фермер все же построит качественный водосборный резервуар и будет регулярно проводить его техническое обслуживание, то контракт обеспечит страховой компании ожидаемую прибыль 0,75 × 10 000 – 0,25 × 30 000 = 7500 – 7500 = 0, а значит, компания захочет предложить фермеру страхование на этом уровне.

Но станет ли фермер соблюдать условия контракта? Другими словами, обеспечивает ли контракт совместимость стимулов? Да, если ожидаемая полезность для фермера при условии страхования и выполнения оговоренных условий превышает ожидаемую полезность заключения договора страхования без выполнения оговоренных мер. То есть такой контракт должен удовлетворять следующему неравенству*:

$$0{,}75\times\sqrt{150\ 000}+0{,}25\times\sqrt{70\ 000}-25>0{,}50\times\sqrt{150\ 000}+0{,}50\times\sqrt{70\ 000}.$$

Вычисление значений этих двух выражений дает (приблизительно) 331 > 326, неравенство верно. Следовательно, данный договор частичного страхования удовлетворяет ограничению совместимости стимулов, а значит, побуждает фермера прилагать усилия, направленные на снижение вероятности неблагоприятного исхода.

Удовлетворяет ли этот контракт ограничению участия? Да. Он должен обеспечить фермеру минимум такую же ожидаемую полезность, как он бы получил без страхования. Как мы рассчитали выше, она равна 325, а в результате заключения договора составит 331. Следовательно, фермеру выгоднее заключить договор частичного страхования, чем вообще остаться без страховки, поэтому обе стороны согласятся с его условиями.

Фактические данные, подтверждающие эту теорию страхования и морального риска, можно найти в любом договоре страхования. Большинство страховых полисов содержат различные требования о собственном удержании страхователя и участии в оплате, оставляя часть риска держателя полиса незастрахованным в целях снижения морального риска.

* Сравните первый член в левой части с первым членом в правой части неравенства, описывающего ограничение совместимости стимулов. Приложение усилий к строительству качественного водосборного резервуара повышает постоянный множитель при высокой полезности $\sqrt{150\ 000}$ с 0,50 до 0,75. Сравнив таким же образом вторые члены в обеих частях неравенства, вы увидите, что отказ от усилий повышает постоянный множитель при низкой полезности $\sqrt{70\ 000}$ с 0,25 до 0,50. Эти различия аналогичны тем аспектам схемы стимулирования из раздела 5.А, которые соответствуют «кнуту» и «прянику».

6. Стимулирование усилий: фактические данные и дополнительные возможности

Система стимулирования усилий менеджера проекта, о которой шла речь в разделе 5.A, представляла собой компромисс между созданием для него более мощного стимула к повышению усилий и требованием взять на себя больше риска ответственности за обеспечение прибыли компании. Этот компромисс очень важен на практике, но его необходимо рассматривать в сочетании с другими элементами взаимоотношений компании и работника, большинство из которых связаны со многими аспектами протекающих в компании процессов. Качество и количество усилий не просто вопрос хорошего или плохого отношения к работе, а полученные результаты — не просто вопрос успеха или неудачи; в каждом из этих случаев присутствует широкий диапазон возможностей, а такие элементы, как время работы и прибыль, могут непрерывно меняться. В компании работает много сотрудников, и общий итог ее деятельности зависит от их действий. У большинства компаний широкий ассортимент продукции, а каждый работник выполняет много разных задач. Кроме того, взаимодействие между организацией и ее сотрудниками долгосрочное, а не на время одного проекта или короткого периода. Соответственно, все эти элементы требуют более сложных систем стимулирования. В данном разделе мы кратко проанализируем некоторые из них и предоставим ссылки на большое количество источников для более глубокого изучения данной темы*. В основе систем стимулирования лежат сложные математические расчеты, поэтому мы просто объясним их на интуитивном уровне, а строгий формальный анализ оставим для более углубленных курсов.

A. Нелинейные системы стимулирования

Может ли оптимальная система стимулирования усилий менеджера всегда определяться базовой заработной платой и участием в прибылях? Нет. При наличии трех возможных исходов (провал проекта, умеренный успех и большой успех) выраженная в процентах премия за переход от провала к умеренному успеху может не совпадать с премией за переход от умеренного к большому успеху. Следовательно, оптимальная система стимулирования может быть нелинейной.

---

* Прекрасный обзор теории и практики механизмов стимулирования можно найти в статье: Canice Prendergast, The Provision of Incentives in Firms, Journal of Economic Literature, vol. 37, no. 1 (March 1999), pp. 7–63. В ней Прендергаст приводит ссылки на оригинальные научные труды, многие выводы и истории из которых упоминаются в данном разделе, поэтому мы не будем повторять соответствующие отсылки к источникам. Следующая книга охватывает более широкий круг вопросов управления персоналом, объединяя теории из области экономики, социологии и социальной психологии: James N. Baron and David M. Kreps, Strategic Human Resources: Frameworks for General Managers (New York: Wiley, 1999). Главы 8, 11 и 16, а также приложения C и D больше всего связаны с темой данной главы и книги.

Давайте немного изменим пример с надзором за выполнением проекта из раздела 5.А, включив в него три возможных исхода: прибыль за вычетом материальных затрат и затрат на оплату труда 0 долларов, 500 000 долларов и 1 миллион долларов. Предположим также, что высокий уровень усилий по контролю за выполнением проекта обеспечивает вероятность успеха 1/6, 1/3 и 1/2 по трем возможным исходам в том же порядке. Низкий уровень усилий по надзору обеспечивает обратную последовательность вероятностей успеха — 1/2, 1/3 и 1/6 соответственно. Тогда несколько более сложные вычисления (которые мы оставляем в качестве дополнительного упражнения) показывают, что оптимальная оплата труда менеджера проекта равна 30 625 долларов в случае неудачи проекта, 160 000 долларов при умеренном успехе и 225 625 долларов при наилучшем исходе. Если в этой системе оплаты представить сумму 30 625 долларов как базовую заработную плату, то премия за успешное выполнение проекта составит 129 375 долларов за обеспечение прибыли 500 000 долларов и 195 000 за обеспечение прибыли 1 миллион долларов. Премия представляет собой долю в прибыли в размере 26% за первый уровень успеха и всего 13% за второй уровень.

На практике используются особые формы нелинейных систем стимулирования. Самая распространенная подразумевает выплату заранее оговоренной фиксированной премии в случае достижения определенного уровня эффективности или нормы выработки. Когда целесообразно применять такую систему?

Схема выплаты премии за выполнение нормы выработки представляет собой мощный стимул, если эта норма установлена на таком уровне, что повышение усилий работника существенно увеличивает вероятность ее выполнения. В качестве иллюстрации рассмотрим пример, когда компания хочет, чтобы каждый агент по продажам обеспечивал объем продаж в размере 1 миллион долларов, и готова платить за это до 100 000 долларов. Если компания выплачивает агенту по продажам фиксированные комиссионные в размере 10%, его дополнительные усилия по увеличению объема продаж с 900 000 долларов до 1 миллиона долларов принесут ему 10 000 долларов. Но если компания предложит агенту по продажам заработную плату 60 000 долларов и премию 40 000 долларов за выполнение нормы продаж в размере 1 миллион долларов, то дополнительные усилия агента на последнем этапе позволят ему выполнить норму и заработать еще 40 000 долларов. Таким образом, установление нормы продаж предоставляет торговцу гораздо более сильный стимул приложить дополнительные усилия.

Однако такая система стимулирования не лишена недостатков. Норму выработки необходимо определить достаточно точно. Предположим, компания допускает ошибку в расчетах и устанавливает норму продаж на уровне 1,2 миллиона долларов, при этом агент по продажам понимает, что вероятность ее выполнения крайне мала, даже если он приложит сверхчеловеческие усилия. В итоге он просто откажется от дальнейших попыток, не станет напрягаться и обеспечит объем продаж даже меньше 1 миллиона долларов. Более того, чистая система стимулирования «норма — премия» не дает ему никаких стимулов превысить уровень в 1 миллион долларов. И наконец, норма рассчитана на определенный период, как правило, календарный год, а это порождает еще более порочные системы стимулирования. Агент по продажам, которому просто не везет в течение первых нескольких месяцев, придет к выводу, что у него уже нет шанса выполнить годовую норму, поэтому он может расслабиться и не прилагать особых усилий до конца года. В свою очередь агент, которому сопутствует удача, уже в июле выполнит норму продаж, и у него тоже не будет стимула усердствовать до конца года, так что он может даже попытаться манипулировать такой системой стимулирования, договорившись с некоторыми клиентами отложить выполнение их заказов до следующего года, чтобы повысить свои шансы на выполнение нормы продаж в следующем году. Линейная система стимулирования наподобие описанной выше системы с участием в прибылях менее подвержена таким манипуляциям.

Поэтому компании обычно используют сочетание нормы выработки и более дифференцированной, состоящей из отдельных фрагментов, линейной системы оплаты. Например, агент по продажам может получать базовую заработную плату, низкие комиссионные за объем продаж от 500 000 до 1 миллиона долларов, более высокую ставку комиссионного вознаграждения за объем продаж от 1 до 2 миллионов долларов и т. д.

Управляющие взаимных фондов часто получают вознаграждение за высокую эффективность на протяжении календарного года. Оно выплачивается за счет компании в виде премий, а также за счет инвесторов, вкладывающих деньги в соответствующий фонд. Если эти схемы вознаграждения нелинейные, управляющие реагируют изменением профиля риска инвестиционного портфеля своего фонда. В приложении к главе 8 мы видели, что человек с вогнутой функцией полезности не расположен к риску, а человек с выпуклой функцией полезности склонен рисковать. Подобно тому как любители риска предпочитают рискованные ситуации безопасным, управляющий, столкнувшийся с выпуклой функцией полезности, повысит уровень риска инвестиционного портфеля своего фонда.

Б. Стимулирование в командах

Сотрудники компании редко занимаются выполнением тех или иных задач в одиночку. Агенты по продажам, отвечающие за определенные регионы, наиболее близки к такой модели, но даже их эффективность зависит от поддержки сотрудников главного офиса компании. Как правило, люди работают в командах, и результат работы всей команды определяют усилия каждого ее члена. Например, прибыль компании в целом зависит от эффективности работы всего персонала. Такая зависимость создает особые проблемы в плане разработки системы стимулирования.

Когда заработок одного работника зависит от прибыли всей компании, каждый отдельно взятый сотрудник видит только слабую связь между своими усилиями и совокупной прибылью, при этом каждый получает в ней лишь небольшую долю. А эта доля — весьма слабый стимул прилагать повышенные усилия к выполнению своих обязанностей. Даже в небольших командах у каждого члена может возникнуть соблазн увильнуть от работы и воспользоваться плодами труда своих коллег. (Как в дилемме заключенных с коллективным действием в контексте игры «уличный сад», о которой шла речь в главах 3, 4 и 10, помните?) Если команда невелика и работает в одном составе на протяжении достаточно продолжительного периода, можно ожидать, что ее члены решат дилемму, разработав внутреннюю и, возможно, не денежную схему вознаграждений и наказаний наподобие той, о которой говорилось в разделе 3 главы 10.

В другом контексте наличие в одной команде большого количества работников может усилить стимулы. Допустим, в компании многие работники выполняют аналогичные задачи, например продают отдельные продукты из ее продуктовой линейки. Если в продажах каждого работника присутствует общий (положительно коррелированный) случайный элемент, который может зависеть от состояния реальной экономики, то объем продаж одного работника относительно объема продаж другого работника — хороший показатель их относительных уровней усилий. Например, усилия работников 1 и 2, обозначенные как x_1 и x_2, могут быть связаны с их продажами $y_1 = x_1 + r$ и $y_2 = x_2 + r$, где r — общая случайная погрешность в объеме продаж (или общий «фактор удачи»). Из этого следует, что разности $y_2 - y_1 = x_2 - x_1$ будут уже без всякой случайности; иными словами, разность между фактическими объемами продаж в точности эквивалентна разности между уровнем усилий, прилагаемых работниками 1 и 2.

Работодатель может вознаграждать этих работников в соответствии с относительными результатами каждого из них. Такая система оплаты не содержит для работников никакого риска. Упомянутый в разделе 5 компромисс между обеспечением оптимального уровня усилий и участием в прибылях в этой системе отсутствует. Если у первого работника низкий объем продаж и он объясняет это невезением, компания может возразить: «Тогда почему второй работник добился весомых результатов? Вы же оба находились в одинаковых условиях, значит, вы, наверное, прилагали меньше усилий». Безусловно, если эти работники могут вступить в сговор, это поставит под угрозу цель компании, но если этого не произойдет, компания может внедрить эффективную систему стимулирования, заставив работников конкурировать друг с другом. Показательный пример такой системы — состязание, в котором приз получает тот, кто демонстрирует более высокие результаты.

Соревнования позволяют смягчить еще одну потенциальную проблему морального риска. В реальной жизни критерии успеха не так уж легко поддаются наблюдению. Поэтому у владельца компании может возникнуть искушение заявить, что никто из работников не проявил особого рвения и никто не заслуживает премии. Состязание с призом, который необходимо кому-то вручить, или заранее выделенный совокупный премиальный фонд, подлежащий распределению среди работников, устраняет этот моральный риск, возникающий по вине принципала.

B. Множественные задачи и результаты

Работники обычно выполняют несколько задач для своих работодателей, что приводит к получению ряда наблюдаемых исходов усилий работника. При этом между стимулированием усилий по выполнению различных задач возникает зависимость, усложняющая разработку механизма стимулирования.

Исход каждой задачи агента отчасти зависит от его усилий и отчасти от случая. Именно поэтому схема стимулирования, основанная на полученных результатах, зачастую подвергает риску выигрыш агента. Если элемент случайности незначителен, риск агента низкий, а значит, стимул прилагать усилия можно повысить. Безусловно, результаты выполнения различных задач зависят от случая в разной степени. Следовательно, если принципал будет разрабатывать систему стимулирования, отдельно анализируя каждую задачу, он использует более сильные стимулы для усилий по выполнению задач с меньшим элементом случайности и более слабые для усилий по выполнению задач, результат которых является более неопределенным показателем усилий агента. Однако мощный стимул для одной задачи отвлечет усилия агента от другой, что еще больше снизит эффективность ее выполнения. Для того чтобы предотвратить такое перераспределение усилий, принципал должен ослабить стимул и в случае этой задачи.

Подобные примеры нередки в нашей жизни. В обязанности профессора входит как научно-исследовательская работа, так и преподавание. Существует много точных показателей эффективных научных исследований: публикации научных работ, назначения на должности редакторов престижных журналов, избрание в академию наук и т. д. Напротив, результаты преподавательской работы в меньшей степени наблюдаемы, а если это и происходит, то с большим запаздыванием. Студентам, как правило, необходимо накопить многолетний опыт, прежде чем они поймут ценность того, чему научились в университете; в краткосрочной перспективе на них скорее произведет впечатление умение преподавателя показать себя, а не передать свои знания. Если бы эти две задачи, стоящие перед преподавателями, рассматривались по отдельности, администраторы университета привязали бы более сильные стимулы к научным исследованиям, а более слабые — к преподаванию. Однако тогда профессора перенаправили бы усилия с преподавания на научную работу (даже в большей степени, чем они уже это делают в некоторых вузах). В связи с этим отсутствие возможности точно отследить результаты преподавания вынуждает деканов факультетов и ректоров университетов предлагать слабые стимулы за научные исследования.

Самый известный пример ситуации с множественными задачами и результатами касается школьного обучения. Некоторые результаты преподавания, такие как баллы за тесты, поддаются точному наблюдению, тогда как другие значимые аспекты образования, например способность работать в команде или умение выступать на публике, измеримы в меньшей степени. Если вознаграждение учителей зависит от баллов, полученных их учениками за тесты, они будут готовить к ним учеников, а другие аспекты обучения игнорировать. Такое «обыгрывание» системы стимулирования распространяется и на спорт. Если в бейсболе хиттер получает вознаграждение только за выбитые хоум-раны, он будет пренебрегать другими аспектами отбивания (принятие подач, выполнение сэкрифайс-бантов и пр.), хотя порой они могли бы повысить шансы его команды на победу. Точно так же агент по продажам может пожертвовать долгосрочными отношениями с клиентом ради достижения краткосрочных целей по обеспечению продаж.

Если проблема деструктивного влияния некоторых стимулов на другие задачи становится слишком серьезной, могут понадобиться другие системы вознаграждения за выполнение задач. В таком случае может быть использован более целостный, хотя и более субъективный критерий эффективности работы, такой как общая оценка со стороны руководителя: работники могут направить свои усилия на те виды деятельности, которые одобрил босс!

Г. Стимулирование в долгосрочной перспективе

Как правило, трудовые отношения поддерживаются на протяжении длительного времени, что позволяет компаниям создавать системы стимулирования, основанные на концепции отложенного вознаграждения, то есть эффективность вашей работы вознаграждается впоследствии. Компании регулярно используют продвижение по службе, оплату по стажу и прочие формы отсроченного вознаграждения. По сути, труд работников на начальных этапах карьеры компания оплачивает по заниженной ставке, а затем ставка поднимается. Перспектива будущего вознаграждения мотивирует более молодых работников прилагать больше усилий к выполнению своих обязанностей, а также побуждает их оставаться в компании, что снижает текучесть кадров. Безусловно, у компании может возникнуть соблазн отказаться от своего неявного обещания о более высокой оплате в последующие годы, поэтому эффективность таких систем зависит от их достоверности. Чаще всего они наиболее действенны в компаниях, имеющих долгую историю стабильности и известных хорошим отношением к работникам старшего возраста.

Еще один способ обеспечить мотивацию работников посредством перспективы будущего вознаграждения — использование так называемой эффективной заработной платы. Компания платит работнику заработную плату, превышающую общепринятый уровень, а разница между двумя ставками представляет собой излишек, или экономическую ренту работника. Работник получает ее при условии добросовестного выполнения обязанностей, но если он начнет филонить, это может быть обнаружено и его уволят. В итоге ему придется вернуться на общий рынок труда, где он сможет получать только общепринятую заработную плату.

Компания сталкивается с задачей разработки механизма при попытке определить приемлемый уровень эффективной заработной платы. Предположим, общепринятая ставка заработной платы составляет w_0, а эффективная заработная плата компании равна $w > w_0$. Пусть денежный эквивалент субъективных издержек в связи с приложением надлежащих усилий равен e. На протяжении каждого периода оплаты работник может выбирать, насколько интенсивно трудиться. Если он решит не прилагать особых усилий, это позволит ему сэкономить e, однако с вероятностью p такое увиливание от работы будет обнаружено. Тогда работник потеряет излишек $(w - w_0)$ начиная со следующего периода оплаты, и это будет продолжаться неопределенное время. Пусть r — процентная ставка между двумя периодами. Если работник уклоняется от работы сегодня, ожидаемая приведенная стоимость его убытков за следующий период составит $p\,(w - w_0)/(1 + r)$. Кроме того, работник будет терять $w - w_0$ с вероятностью p на протяжении всех последующих периодов оплаты. Вычисления, аналогичные сделанным для повторяющихся игр в главе 10 и в приложении к ней, показывают, что общая ожидаемая приведенная стоимость будущих убытков работника равна

$$p\left[\frac{w-w_0}{1+r}+\frac{w-w_0}{(1+r)^2}+\dots\right]=p(w-w_0)\frac{1/(1+r)}{1-1/(1+r)}=\frac{p(w-w_0)}{r}.$$

Для того чтобы у работника не возникало желания уклоняться от выполнения своих обязанностей, компании необходимо сделать так, чтобы его ожидаемый убыток был не меньше прямой выгоды от увиливания от работы, e. Следовательно, компания должна платить работнику эффективную заработную плату, удовлетворяющую следующему условию:

$$\frac{p(w-w_0)}{r} \geq e\text{, или } w-w_0 \geq \frac{er}{p}\text{, или } w \geq w_0 + \frac{er}{p}.$$

Следовательно, при минимальной эффективной заработной плате это выражение превращается в равенство. Чем точнее компания сумеет определить факт уклонения от работы (то есть чем выше значение p), тем меньше может быть превышение эффективной заработной платы над общепринятой ставкой.

Кроме того, повторяющееся взаимодействие позволяет компании разработать и более эффективную систему стимулирования. Как мы уже говорили, результаты труда работника за любой отдельно взятый период представляют собой сочетание приложенных им усилий и элемента случайности. Однако если эти результаты оставляют желать лучшего год за годом, работник не может постоянно списывать это на счет невезения. Стало быть, согласно закону больших чисел, средний результат за длительный период можно использовать в качестве более точного показателя среднего уровня прилагаемых работником усилий и исходя из этого вознаградить работника или наказать.

Резюме

Изучение процесса *разработки механизмов* можно кратко описать как анализ ситуации «как иметь дело с тем, кто знает больше вас». Такие ситуации возникают во множестве контекстов, как правило, в ходе взаимодействия между более информированным игроком, то есть *агентом*, и менее информированным, то есть *принципалом,* который стремится разработать механизм, позволяющий ему привести стимулы агента в соответствие со своей целью.

Существует два типа проблем, связанных с разработкой механизмов. Первый касается раскрытия информации, когда принципал создает систему скрининга информации, имеющейся в распоряжении агента. Второй относится к моральному риску, когда принципал создает систему, позволяющую добиться от агента оптимального уровня наблюдаемых действий. В обоих случаях принципал пытается максимизировать свою целевую функцию с учетом таких ограничений агента, как ограничение совместимости стимулов и ограничение участия.

Компании используют механизмы раскрытия информации при создании систем ценообразования, позволяющих разделить клиентов на типы по их готовности платить за продукцию компании. Контракты на закупки также помогают разделить проекты (или подрядчиков) на типы в соответствии с уровнем затрат. На реальных рынках можно найти конкретные примеры как ценовой дискриминации, так и скрининга посредством закупочных контрактов.

При наличии морального риска работодатели должны составлять контракты таким образом, чтобы побуждать работников к приложению оптимальных усилий. Аналогичным образом страховые компании составляют полисы страхования, стимулирующие клиентов принимать меры по предотвращению страховых случаев. В некоторых простых ситуациях в качестве оптимальных контрактов могут выступать линейные схемы, тогда как при более сложном взаимодействии часто выгоднее нелинейные схемы. Системы стимулирования, предназначенные для членов команд или рассчитанные на длительное взаимодействие, как правило, сложнее, чем разработанные для более простых ситуаций.

Ключевые термины

Агент
Принципал
Проблема (взаимоотношение) «принципал–агент»
Разработка механизма
Ценовая дискриминация

Упражнения с решениями

S1. Компании, предоставляющие клиентам страховую защиту на случай убытков в связи с грабежом или аварией, вне всяких сомнений, заинтересованы в надлежащем поведении держателей страховых полисов. Предложите несколько идей для разработки системы стимулирования, которую могла бы использовать страховая компания для предотвращения и обнаружения мошенничества или неосторожного поведения со стороны держателей полисов.

S2. Некоторые компании продают свои продукты либо по отдельности, либо в наборах, чтобы увеличить прибыль посредством разделения клиентов с разным предпочтениями.

a) Приведите три примера оптовых скидок в зависимости от количества купленного товара, предлагаемых компаниями.

b) Как такие скидки позволяют компаниям выполнить скрининг клиентов для выяснения их предпочтений?

S3. Компания Omniscient Wireless Limited (OWL) планирует развернуть новую национальную беспроводную телефонную сеть широкополосного доступа в следующем месяце. OWL провела маркетинговое исследование, по результатам которого было установлено, что 10 миллионов ее потенциальных клиентов разделены на два сегмента, которые в компании назвали так: «нерегулярные пользователи» и «регулярные пользователи». Среди первых более низкий спрос на услуги беспроводной телефонной связи, в частности они вряд ли смогут создать для компании ценность, превышающую 300 минут звонков в месяц. Вторые испытывают более высокую потребность в услугах беспроводной телефонной связи и могут создать для компании ценность, превышающую 300 минут звонков в месяц. Аналитики OWL определили, что лучше всего предложить клиентам такие тарифные планы: 300 минут и 600 минут в месяц соответственно. По их оценкам, 50% клиентов относятся к сегменту нерегулярных пользователей и 50% — к сегменту регулярных пользователей, причем каждому типу свойственна следующая готовность платить за каждый тип услуг:

	300 минут	600 минут
Нерегулярные пользователи (50%)	20 долларов	30 долларов
Регулярные пользователи (50%)	25 долларов	70 долларов

Затратами OWL на одну дополнительную минуту беспроводной связи можно пренебречь, поэтому абонплата составляет 10 долларов в месяц на одного пользователя, какой бы тарифный план он ни выбрал.

Каждый потенциальный клиент вычисляет чистый выигрыш (выгода *минус* цена), который он получит от каждого тарифного плана, и выбирает план, обеспечивающий более высокий чистый выигрыш, если он не является отрицательным. Если оба плана обеспечивают клиенту эквивалентные неотрицательные чистые выигрыши, он выбирает 600 минут; если оба плана приносят клиенту отрицательные чистые выигрыши, он не покупает ни один из них. Компании OWL необходимо максимизировать свою ожидаемую прибыль на одного потенциального клиента.

a) Предположим, компания предлагает пользователям тарифный план на 300, а не на 600 минут. Какую оптимальную цену следует назначить, и какую среднюю прибыль на одного потенциального клиента получит при этом OWL?

b) Допустим, компания предлагает пользователям тарифный план на 600 минут. Какую оптимальную цену следует назначить, и какую среднюю прибыль на одного потенциального клиента получит при этом OWL?

c) Предположим, компания решила предложить оба тарифных плана, причем ей выгодно, чтобы нерегулярные пользователи покупали тарифный план 300 минут, а регулярные пользователи — 600 минут. Составьте ограничение совместимости стимулов для нерегулярного пользователя.
d) Аналогичным образом составьте ограничение совместимости стимулов для регулярного пользователя.
e) Используя результаты, полученные в пунктах c и d, вычислите оптимальные цены на тарифные планы 300 и 600 минут, чтобы каждый пользователь покупал предназначенный для него тарифный план. Какой будет прибыль компании на одного потенциального клиента?
f) Проанализируйте исходы, описанные в пунктах a, b и e. В каждой из трех ситуаций определите, является ли соответствующий исход разделяющим, объединяющим или полуразделяющим.

S4. Mictel Corporation обладает мировой монополией на производство персональных компьютеров. Компания может выпускать компьютеры двух типов: с низкой производительностью и с высокой производительностью. Пятая часть потенциальных покупателей пользуются компьютерами только время от времени, тогда как остальные постоянно.

Затраты на производство двух типов ПК, а также выгода, которую они приносят двум типам потенциальных покупателей, представлены в следующей таблице (все данные отображены в тысячах долларов):

		Затраты	Выгода по типам пользователей	
			Случайный пользователь	Постоянный пользователь
Тип ПК	С низкой производительностью	1	4	5
	С высокой производительностью	3	5	8

Каждый тип покупателей рассчитывает свой чистый выигрыш (выгода *минус* цена), который он получил бы в случае покупки компьютера каждого типа, и покупает ПК, обеспечивающий более высокий чистый выигрыш, если он не отрицательный. Если оба типа компьютеров обеспечивают эквивалентные неотрицательные выигрыши, покупатель выбирает высокопроизводительный компьютер; если оба типа приносят отрицательные чистые выигрыши, он вообще ничего не покупает. Компании Mictel необходимо максимизировать свою ожидаемую прибыль.

a) Если бы Mictel располагала всей полнотой информации, то, зная тип потенциального клиента, она могла бы предлагать ему только один вид компьютера по установленной цене, придерживаясь принципа «хотите берите, хотите нет». Какой компьютер и по какой цене компания предложила бы каждому типу покупателей?

На самом деле компании Mictel неизвестен тип каждого отдельно взятого покупателя, поэтому она составляет каталог, из которого все покупатели могут выбирать компьютеры.

b) Сначала предположим, что компания выпускает только компьютеры с низкой производительностью и продает их по цене x. Какое значение x обеспечит Mictel максимальную прибыль? Почему?

c) Теперь допустим, что компания выпускает только компьютеры с высокой производительностью и продает их по цене y. Какое значение y обеспечит Mictel максимальную прибыль? Почему?

d) И наконец, предположим, что компания выпускает оба типа компьютеров, продавая ПК с низкой производительностью по цене x, а с высокой по цене y. Каким ограничениям совместимости стимулов должна удовлетворять компания по значениям x и y, если она хочет, чтобы случайные пользователи покупали компьютеры с низкой производительностью, а постоянные — с высокой производительностью?

e) Каким ограничениям участия должны удовлетворять значения x и y для того, чтобы случайные пользователи были готовы покупать компьютеры с низкой производительностью, а постоянные — компьютеры с высокой производительностью?

f) С учетом ограничений, найденных в пунктах d и e, какие значения x и y максимизируют ожидаемую прибыль компании, когда она продает оба типа ПК? Какова ожидаемая прибыль Mictel вследствие такой политики?

g) С учетом всех сделанных выше выводов определите, какой политики в области производства и ценообразования должна придерживаться компания.

S5. Еще раз выполните упражнение **S4** исходя из предположения, что половина клиентов компании Mictel — случайные пользователи.

S6. На основании выводов, полученных в упражнениях **S4** и **S5**, решите упражнение **S4** для общего случая, в котором доля случайных пользователей составляет c, а доля постоянных пользователей — $(1 - c)$. Ответы на некоторые части этих упражнений зависят от значения c. В этих случаях перечислите все возможные варианты и объясните, как они зависят от значения c.

S7. Дисконтный кинотеатр Sticky Shoe продает попкорн и газированную воду в специальных торговых точках. Кэмерон, Джесси и Шон — постоянные клиенты Sticky Shoe; каждый из них оценивает попкорн и газированную воду следующим образом:

	Попкорн	Газированная вода
Кэмерон	3,5 доллара	3 доллара
Джессика	4 доллара	2,5 доллара
Шон	1,5 доллара	3,5 доллара

Кроме этой троицы, в кинотеатр Sticky Shoe ходят еще 2997 жителей Харкинсвилля, одна треть которых оценивают попкорн и газированную воду так же, как Кэмерон, еще одна треть — как Джессика, и еще треть — как Шон. Если клиенту безразлично, покупать попкорн и напитки или нет, он покупает. Приготовление дополнительной порции попкорна или напитка Sticky Shoe не стоит практически ничего.

a) Если Sticky Shoe устанавливает отдельные цены на попкорн и напитки, какой должна быть цена каждого продукта, чтобы максимизировать прибыль? Какую прибыль получит Sticky Shoe, продавая попкорн и газированную воду отдельно?
b) Что будет покупать каждый тип клиентов (Кэмерон, Джессика и Шон), если Sticky Shoe установит отдельные цены на попкорн и газированную воду, обеспечивающие максимальную прибыль?
c) Вместо продажи продуктов по отдельности Sticky Shoe решает продавать их вместе, назначая одну цену на весь набор. Какая единая цена за набор обеспечит Sticky Shoe максимальную прибыль? Какую прибыль получит Sticky Shoe, продавая попкорн и газированную воду только вместе?
d) Что будет покупать каждый тип клиентов, если Sticky Shoe установит единую цену на попкорн и газированную воду в одном наборе, обеспечивающую максимальную прибыль? Чем этот ответ отличается от ответа в пункте b?
e) Какой схеме ценообразования отдает предпочтение каждый тип клиентов? Почему?
f) Если бы кинотеатр Sticky Shoe продавал попкорн и газированную воду как в наборах, так и отдельно, какие продукты (попкорн, газированную воду или их набор) он захотел бы продавать каждому типу клиентов? Как Sticky

Shoe может добиться, чтобы каждый клиент покупал продукт, предназначенный именно для него?

g) Какие цены (на попкорн, газированную воду и набор из этих продуктов) установил бы Sticky Shoe, чтобы максимизировать свою прибыль? Какую прибыль получит Sticky Shoe, продавая продукты по этим трем ценам?

h) Чем отличаются ответы в пунктах a, c и g? Объясните причины.

S8. В разделе 5.A данной главы рассказывается о проблеме «принципал–агент» в контексте компании, которая решает, как стимулировать менеджера проекта прилагать больше усилий к повышению вероятности его успешной реализации. Стоимость успешного проекта составляет 1 миллион долларов; вероятность успеха при высоком уровне усилий равна 0,5; при низком — 0,25. Полезность дохода для менеджера равна квадратному корню из суммы вознаграждения (исчисляемого в миллионах долларов), а отрицательная полезность приложения бóльших усилий составляет 0,1. Однако минимальная заработная плата менеджера равна теперь 160 000 долларов.

a) Какой контракт предложит компания менеджеру проекта, если ее устраивает его низкий уровень усилий?

b) Какова ожидаемая прибыль компании в случае, если ее система стимулирования обеспечивает низкий уровень усилий менеджера проекта?

c) Какую пару контрактов (y, x), где y — заработная плата в случае успешного выполнения проекта, а x — заработная плата в случае провала проекта, компания должна предложить менеджеру, чтобы он был заинтересован повысить уровень усилий?

d) Какова ожидаемая прибыль компании при обеспечении высокого уровня усилий?

e) Какого уровня усилий компания ждет от менеджера? Почему?

S9. Компания застраховала свое основное производственное предприятие от пожара. Вероятность пожара на предприятии без программы противопожарных мероприятий равна 0,01, а при наличии такой программы 0,001. В случае пожара размер убытков составит 300 000 долларов. Выполнение программы противопожарных мероприятий обошлось бы в 80 долларов, но страховая компания не может без дополнительных затрат отслеживать ход выполнения противопожарных мероприятий.

a) Почему в этой ситуации возникает моральный риск? Каков его источник?

b) Может ли страховая компания устранить проблему морального риска? Если да, то как? Если нет, объясните почему.

S10. В 1781 году Моцарт переехал из Зальцбурга в Вену, надеясь получить место при дворе Габсбургов. Но вместо того чтобы просить его, Моцарт решил ждать, когда император призовет его к себе сам, поскольку «если кто-то делает шаг первым, он получает меньшую оплату». Проанализируйте эту ситуацию с точки зрения теории игр с асимметричной информацией, в том числе принципов сигнализирования и скрининга.

S11 (дополнительное упражнение, требующее исчисления). Вы министр Океании по вопросам мира, и ваша работа — закупать военное имущество для своей страны. Исчисляемая в долларах Океании чистая выгода от объема Q этого имущества равна $2Q^{1/2} - M$, где M — сумма денег, выплаченных за имущество.

Есть только один поставщик военного имущества — Baron Myerson's Armaments (BMA). Вы не знаете, какие производственные затраты он несет. Общеизвестно, что затраты BMA на производство единицы продукции — это постоянная величина, равная 0,10 с вероятностью $p = 0{,}4$ и 0,16 с вероятностью $1 - p$. Назовем BMA компанией с низким уровнем затрат, если ее производственные затраты не превышают 0,10, и компанией с высоким уровнем затрат, если ее затраты составляют 0,16. Истинный тип затрат известен только самой BMA.

В прошлом ваше министерство использовало два типа контрактов на закупку: «затраты плюс» и контракт с фиксированной ценой. Но контракты «затраты плюс» создают для BMA стимул завышать свой уровень затрат, а в случае контрактов с фиксированной ценой компании может быть заплачено больше, чем необходимо. Вы принимаете решение предложить BMA на выбор два возможных контракта:

Контракт 1: мы выплатим вам сумму M_1 за поставку количества Q_1.
Контракт 2: мы выплатим вам сумму M_2 за поставку количества Q_2.

Необходимо выбрать такие значения Q_1, M_1, Q_2 и M_2, чтобы для компании BMA с низким уровнем затрат более выгодным был контракт 1, а для компании BMA с высоким уровнем затрат — контракт 2. Если другой контракт обеспечивает аналогичную прибыль, то BMA с низким уровнем затрат выберет контракт 1, а BMA с высоким уровнем затрат — контракт 2. Кроме того, независимо от уровня затрат, компании BMA нужно получить как минимум нулевую экономическую прибыль в случае любого выбранного контракта.

a) Составьте формулы для определения прибыли BMA с низким уровнем затрат и BMA с высоким уровнем затрат в случае, когда компания получает сумму M за поставку количества Q.

b) Выведите формулы ограничения совместимости стимулов, побуждающих ВМА с низким уровнем затрат выбрать контракт 1, а ВМА с высоким уровнем затрат — контракт 2.
c) Сформулируйте ограничения участия для каждого типа ВМА.
d) Выведите формулу определения ожидаемой чистой выгоды Океании в случае, если компания ВМА каждого типа выберет контракт, ориентированный именно на этот тип.

Теперь ваша задача — выбрать значения Q_1, M_1, Q_2 и M_2, обеспечивающие максимальную ожидаемую чистую выгоду, вычисленную в пункте d, с учетом ограничения совместимости стимулов (incentive-compatibility, IC) и ограничения участия (participation constraint, PC).

e) Допустим, $Q_1 > Q_2$,а также предположим, что ограничения IC_1 и PC_2 связывающие, то есть выполняются в случае равенства, а не в случае слабого неравенства. Используйте их для определения нижних пределов значений M_1 и M_2, достижимых при соответствующих значениях Q_1 и Q_2.
f) Докажите, что в случае связывающих ограничений IC_1 и PC_2 ограничения IC_2 и PC_1 удовлетворяются автоматически.
g) Подставьте выражения, полученные в пункте c, вместо M_1 и M_2, чтобы выразить целевую функцию через Q_1 и Q_2.
h) Запишите условия максимизации первого порядка и решите их относительно Q_1 и Q_2.
i) Найдите решение относительно M_1 и M_2.
j) Какую ожидаемую чистую выгоду получит Океания, предложив такой выбор контрактов?
k) Какие общие принципы скрининга проиллюстрированы в этом списке контрактов?

S12 (дополнительное упражнение). Вернитесь к задаче из упражнения **S11** и проанализируйте, чем оптимальный список найденных в ней контрактов отличается от некоторых альтернативных контрактов.

a) Если бы вы решили предложить один контракт с фиксированной ценой, ориентированный на привлечение только ВМА с низким уровнем затрат, каким бы он был? Другими словами, какая пара (Q, M) была бы оптимальной, если бы вы знали, что ВМА — компания с низким уровнем затрат?
b) Приняла бы компания ВМА с высоким уровнем затрат контракт, предложенный в пункте a? Почему да или почему нет?
c) Какой была бы ожидаемая чистая выгода Океании от предложения контракта из пункта a с учетом вероятности того, что ВМА — это компания с низким уровнем затрат? Как этот показатель отличается от ожидаемой чистой

выгоды в случае списка контрактов, составленного в пункте j упражнения **S11**?

d) Какой контракт с фиксированной ценой вы бы предложили BMA с высоким уровнем затрат?

e) Компания BMA с низким уровнем затрат согласилась бы принять контракт, составленный в пункте d? Какой была бы ее прибыль в случае согласия?

f) С учетом вашего ответа в пункте e какой была бы ожидаемая чистая выгода Океании, если бы она предложила контракт из пункта d? Как этот показатель отличается от ожидаемой чистой выгоды в случае списка контрактов, составленного в пункте j упражнения **S11**?

g) Рассмотрите случай, когда сотрудник BMA, занимающийся промышленным шпионажем, пообещал сообщить вам точный объем затрат на единицу продукции, что позволит Океании предложить только один контракт с фиксированной ценой, рассчитанный на истинный тип компании BMA. Какой была бы ожидаемая чистая выгода Океании, если бы ей было известно, что она получит информацию об истинном типе BMA? Как это соотносится с пунктами c и f данного упражнения, а также с пунктом j упражнения **S11**?

Упражнения без решений

U1. Какие проблемы морального риска и (или) неблагоприятного отбора могут возникнуть в следующих ситуациях? В каждом случае кратко опишите некоторые системы стимулирования и (или) стратегии сигнализирования и скрининга, направленные на преодоление этих проблем. От вас не требуется никаких математических вычислений, но вы должны дать четкое экономическое обоснование того, почему и как работают предложенные вами методы.

a) Ваш финансовый консультант говорит вам, какие акции покупать или продавать.

b) Вы обращаетесь к риелтору, решив продать свой дом.

c) Вы посещаете своего врача либо для проведения планового медицинского осмотра, либо для лечения.

U2. MicroStuff — компания по выпуску программного обеспечения, которая продает два популярных приложения WordStuff и ExcelStuff. Выпуск дополнительной копии программ не требует от MicroStuff никаких затрат. У MicroStuff есть три типа потенциальных клиентов, которых представляют Ингрид, Хавьера и Кэти. В общем существует 100 миллионов потенциальных клиентов каждого типа, для которых каждое приложение представляет такую ценность в долларах:

	WordStuff	ExcelStuff
Ингрид	100	20
Хавьера	30	100
Кэти	80	0

a) Если компания MicroStuff устанавливает отдельные цены на приложения WordStuff и ExcelStuff, какой должна быть цена каждого из них, обеспечивающая компании максимальную прибыль?
b) Что предпочтет каждый тип клиентов (Ингрид, Хавьера и Кэти), если MicroStuff установит отдельные цены на WordStuff и ExcelStuff, обеспечивающие максимальную прибыль?
c) Вместо продажи приложений WordStuff и ExcelStuff по отдельности MicroStuff решает продавать их вместе, назначая одну цену на весь комплект. Какая единая цена за пакет обеспечит MicroStuff максимальную прибыль? Какую прибыль получит MicroStuff, продавая WordStuff и ExcelStuff только в комплекте?
d) Что будет покупать каждый тип клиентов (Ингрид, Хавьера и Кэти), если MicroStuff установит единую цену на комплект приложений WordStuff и ExcelStuff, обеспечивающую максимальную прибыль? Чем этот ответ отличается от ответа в пункте b?
e) Какой схеме ценообразования отдает предпочтение каждый тип клиентов? Почему?
f) Если бы компания MicroStuff продавала приложения WordStuff и ExcelStuff как в комплекте, так и отдельно, какие продукты (WordStuff, ExcelStuff или пакет приложений) она захотела бы продавать каждому типу клиентов? Как MicroStuff может добиться того, чтобы каждый клиент покупал продукт, предназначенный именно для него?
g) Какие цены на WordStuff, ExcelStuff или пакет приложений установила бы компания MicroStuff, чтобы максимизировать свою прибыль? Какую прибыль получит MicroStuff, продавая свои продукты по этим трем ценам?
h) Чем отличаются ответы в пунктах a, c и g? Объясните причины.

U3. Рассмотрите пример с уровнем усилий менеджера проекта, аналогичный примеру из раздела 5. Стоимость успешного проекта составляет 420 000 долларов; вероятность успеха равна 1/2 при наличии эффективного контроля за выполнением проекта и 1/4 без него. Менеджер нейтрален к риску, а не избегает его, как в разделе 5, поэтому его ожидаемая полезность равна ожидаемой прибыли за вычетом отрицательной полезности усилий. Он может получить работу в другом месте с оплатой 90 000 долларов; при этом отрицательная полезность дополнительных усилий, которые ему придется прилагать к выполнению вашего проекта, составляет 100 000 долларов.

a) Продемонстрируйте, что стимулирование высокого уровня усилий потребует от компании предложить менеджеру систему вознаграждения с отрицательной базовой ставкой заработной платы; другими словами, если проект потерпит неудачу, менеджер должен выплатить компании оговоренную в контракте сумму.
b) Как можно реализовать на практике идею отрицательной базовой ставки заработной платы?
c) Докажите, что если отрицательную базовую ставку заработной платы установить невозможно, то компании выгоднее пойти на низкую оплату труда менеджера при низком уровне усилий с его стороны.

U4. Cheapskates — профессиональная хоккейная команда низшей лиги. Спорткомплекс команды может вместить всех 1000 болельщиков, которые захотят посмотреть ее домашние матчи, и может предложить два типа мест: обычные и эксклюзивные. Есть также два типа болельщиков: 60 процентов — болельщики из числа «синих воротничков», а остальные — «белые воротнички». Данные о затратах на предоставление мест каждого типа, а также о готовности болельщиков за них платить приведены в следующей таблице (в долларах):

		Затраты	Готовность платить	
			«Синие воротнички»	«Белые воротнички»
Тип места	Обычное	4	12	14
	Эксклюзивное	8	15	22

Каждый болельщик купит максимум одно место, в зависимости от излишка потребителя (максимальная готовность платить минус фактическая цена). Если этот излишек в обоих случаях отрицательный, то болельщик вообще не станет покупать билет. Если хотя бы один тип мест обеспечивает болельщику неотрицательный излишек, то он купит место того типа, который предоставляет более высокий излишек. Если оба типа мест гарантируют эквивалентные неотрицательные излишки, тогда «синий воротничок» выберет обычное место, а «белый» — эксклюзивное.

Владельцы команды предоставляют разные места и определяют на них цены таким образом, чтобы максимизировать свою прибыль. Они устанавливают цены на каждый тип мест, продают по ним как можно больше билетов, а затем предоставляют информацию о количестве и типах мест каждого вида, на которые были проданы билеты.

a) Сперва предположим, что владельцы команды могут определить тип каждого отдельно взятого болельщика, который приходит к окошку билетной кассы (скажем, по типу воротничка), и могут предложить ему соответствующий тип места по установленной цене, придерживаясь принципа «хотите берите, хотите нет». Какой была бы максимальная прибыль владельцев команды π^* при такой системе?

b) Теперь допустим, что владельцы команды не имеют возможности определить тип каждого отдельно взятого болельщика, но им известна доля «синих воротничков». Пусть цена обычного места равна X, а цена эксклюзивного — Y. При каких ограничениях совместимости стимулов «синие воротнички» будут покупать обычные места, а «белые» — эксклюзивные? Постройте график этих ограничений на плоскости с осями X и Y.

c) Какие ограничения участия определяют решения болельщиков о покупке билетов? Отобразите эти ограничения на графике, построенном в пункте b.

d) Какие цены X и Y с учетом ограничений, найденных в пунктах b и c, обеспечат владельцам команды максимальную прибыль π_2 при такой системе ценообразования? Чему равно значение π_2?

e) Владельцы команды подумывают установить цены на таком уровне, чтобы билеты покупали только «белые воротнички». Какой будет прибыль владельцев π_w, если они решат обслуживать только эту категорию болельщиков?

f) Сравнив значения π_2 и π_w, определите политику ценообразования, которую выберут владельцы команды. Как прибыль, полученная ими вследствие такой политики, отличается от прибыли π^* при наличии полной информации?

g) Чему равны затраты на преодоление асимметричности информации в пункте f? Кто несет на себе эти затраты? Почему?

U5. Выполните упражнение **U4**, исходя из предположения, что 10% болельщиков относятся к числу «синих воротничков».

U6. На основании выводов, полученных в упражнениях **U4** и **U5**, решите упражнение **U4** для общего случая, в котором доля «синих воротничков» составляет B, а доля «белых воротничков» — $(1 - B)$. Ответы на некоторые части упражнения зависят от значения B. В этих случаях перечислите все возможные варианты и объясните, как они зависят от значения B.

U7. Во многих ситуациях агенты прилагают большие усилия к тому, чтобы получить более высокооплачиваемую должность, при этом оплата труда фиксированная и агенты конкурируют между собой за эти должности. Теория состязаний рассматривает группу агентов, конкурирующих за фиксированную совокупность призов. В этом случае все, что нужно для победы, — это позиции одного агента относительно другого, а не абсолютный уровень эффективности.

a) Сформулируйте причины, по которым компания может прибегнуть к описанной выше состязательной системе. Проанализируйте ее влияние на стимулы компании и ее работников.

b) Сформулируйте причины, по которым компания может *отказаться* от использования описанной выше состязательной системы.

c) Приведите один конкретный прогноз теории состязаний, а также пример эмпирических данных, поддерживающих этот прогноз.

U8. Выполните упражнение **S8** со следующими изменениями: из-за ухода некоторых самых талантливых инженеров вероятность успеха при высоком уровне усилий по надзору составляет всего 0,4, а вероятность успеха при низком уровне усилий снижается до 0,24.

U9 (дополнительное упражнение). Преподаватель хочет определить, насколько его студенты уверены в своих способностях, и предлагает следующую схему: «После того как ответите на вопрос, укажите свою оценку вероятности того, что вы правы. Затем я проверю ваш ответ на вопрос. Предположим, вы оценили вероятность как x. Если ваш ответ действительно правильный, вы получите оценку $\log(x)$, если неправильный — $\log(1 - x)$». Продемонстрируйте, что такая схема будет стимулировать студентов давать правдивую оценку; иными словами, покажите, что если вероятность правильного ответа равна p, то приведенная студентами оценка $x = p$.

U10 (дополнительное упражнение). Выполните упражнение **S11**, исходя из предположения о том, что ВМА — компания с низким уровнем затрат с вероятностью 0,6.

U11 (дополнительное упражнение). Выполните упражнение **S11**, исходя из предположения, что в компании ВМА с низким уровнем издержек затраты на единицу продукции составляют 0,2 с вероятностью 0,38. Пусть вероятность того, что ВМА — это компания с низким уровнем затрат, составляет 0,4.

U12 (дополнительное упражнение). Вернитесь к истории с Океанией, где она закупает военное имущество у ВМА (см. упражнение **S11**). Теперь проанализируйте ситуацию, в которой в ВМА есть три возможных типа затрат: c_1, c_2 и c_3, где $c_3 > c_2 > c_1$. ВМА несет затраты c_1 с вероятностью p_1, затраты c_2 с вероятностью p_2 и затраты c_3 с вероятностью p_3, где $p_1 + p_2 + p_3 = 1$. Далее будем говорить, что компания ВМА принадлежит к типу i, если ее затраты составляют c_i при $i = 1, 2, 3$.

Вы предлагаете выбор из трех возможностей: «Мы выплатим вам сумму M_i за поставку количества Q_i при $i = 1, 2, 3$». Предположим, выбор более одного контракта обеспечивает равную прибыль, поэтому ВМА типа i выберет контракт i. Для того чтобы удовлетворять условию участия, контракт i должен гарантировать компании ВМА типа i неотрицательную прибыль.

a) Выведите формулу определения прибыли ВМА типа i в случае, когда компания получает сумму M за поставку количества Q.
b) Сформулируйте условия ограничения участия для каждого типа ВМА.
c) Укажите шесть ограничений совместимости стимулов. Другими словами, составьте выражение для каждого типа i, согласно которому прибыль, которую получит ВМА в случае выбора контракта i, будет больше или равна прибыли, которую она получит при выборе двух других контрактов.
d) Составьте формулу определения ожидаемой чистой выгоды Океании B. Это и есть целевая функция (функция, которую необходимо максимизировать).

   Теперь ваша задача — выбрать три значения Q_i и три значения M_i, обеспечивающие максимальную ожидаемую чистую выгоду с учетом ограничения совместимости стимулов (IC) и ограничения участия (PC).
e) Начните с трех ограничений: ограничение IC в отношении типа 2 подразумевает, что компания предпочтет контракт 2 контракту 3; ограничение IC в отношении типа 1 подразумевает, что компания предпочитает контракт 1 контракту 2; а также ограничение участия в отношении типа 3. Предположим, $Q_1 > Q_2 > Q_3$. Используйте эти ограничения для определения нижних пределов значений M_1, M_2 и M_3, достижимых при соответствующих значениях c_1, c_2 и c_3, а также Q_1, Q_2 и Q_3. (Обратите внимание, что в выражении для нижней границы по каждому значению M может присутствовать два или более значения c и Q.)
f) Докажите, что три ограничения (два IC и одно PC), о которых идет речь в пункте e, связывающие в точке оптимума.
g) Теперь докажите, что, если три ограничения в пункте f связывающие, еще шесть ограничений (оставшиеся ограничения IC и два ограничения PC) удовлетворяются автоматически.

h) Подставьте соответствующие выражения вместо M_i, выразив целевую функцию только через три Q_i.
i) Запишите условия максимизации первого порядка и решите их относительно Q_i. То есть возьмите три частные производные $\partial Q_i/\partial B$, приравняйте их к нулю и решите это уравнение относительно Q_i.
j) Докажите, что указанное условие $Q_1 > Q_2 > Q_3$ будет выполнено в точке оптимума, если

$$\frac{c_3 - c_2}{c_2 - c_1} > \frac{p_1 p_3}{p_2}.$$

Часть IV

Применение теории игр в конкретных стратегических ситуациях

14 Балансирование на грани: Карибский кризис

В главе 1 мы объяснили, что наш базовый подход основан на сочетании теории и анализа примеров из практики (то есть теоретические концепции разработаны исходя из особенностей конкретных ситуаций и примеров), а не на их изучении в чистом виде. Поэтому мы не учитывали те аспекты каждой ситуации, которые не имели прямого отношения к разрабатываемой концепции. Но теперь, изучив все теоретические идеи, вы можете применить более глубокий метод анализа, при котором подробная информация о конкретном случае полностью интегрирована в теоретико-игровой анализ, что обеспечивает более четкое понимание причин произошедшего. Такие теоретически обоснованные примеры из практики начали появляться в самых разных областях: бизнесе, политологии, истории экономики*.

В данной главе мы рассмотрим пример из политической и военной истории, а именно балансирование на грани ядерной войны во время Карибского (Кубинского) кризиса 1962 года. Наш выбор обусловлен истинной драматичностью события, огромным объемом доступной информации и актуальностью одной из важнейших концепций теории игр.

Этот кризис, во время которого мир как никогда ранее оказался близок к развязыванию ядерной войны, действительно часто используют как классический пример балансирования на грани. Возможно, вы считаете, что риск ядерной войны исчез вместе с распадом СССР, поэтому наш пример не более чем экскурс в историю. Но гонка ядерных вооружений до сих пор продолжается во многих странах мира, а такие противники, как Индия и Пакистан или Иран и Израиль, могут найти применение урокам, извлеченным из Карибского кризиса. Для нас важнее то, что балансирование на грани применимо ко множеству других ситуаций,

---

* Вот две замечательные работы, в которых идет речь об изучении примеров из практики с теоретическим обоснованием: Pankaj Ghemawat, Games Businesses Play: Cases and Models (Cambridge, Mass.: MIT Press, 1997); Robert H. Bates, Avner Greif, Margaret Levi, Jean-Laurent Rosenthal, and Barry Weingast, Analytic Narratives (Princeton: Princeton University Press, 1998). Более широкий анализ этого подхода можно найти здесь: Alexander L. George and Andrew Bennett, Case Studies and Theory Development in the Social Sciences (Cambridge, Mass.: MIT Press, 2005).

от политических и бизнес-переговоров до супружеских споров. Хотя ставки в таких играх ниже, чем в ядерной конфронтации между сверхдержавами, в них используются те же принципы построения стратегии.

В главе 9 мы ввели концепцию балансирования на грани в качестве стратегического хода; вот краткий обзор того, о чем мы тогда говорили. *Угроза* — это правило ответа, которое влечет за собой определенные издержки как для игрока, который ее выдвигает, так и для игрока, на действия которого она должна повлиять. Тем не менее, если угроза достигает поставленной цели, это действие не выполняется. Следовательно, не существует явного верхнего предела издержек в связи с действием, составляющим суть угрозы. Однако риск *ошибок* (то есть риск того, что угроза может не достичь цели или соответствующее действие будет предпринято случайно) вынуждает стратега использовать минимальную угрозу, достигающую цели. Если более мелкую угрозу нельзя применить естественным образом, можно уменьшить масштаб крупной угрозы, поставив ее выполнение в зависимость от определенных условий. Вам необходимо заранее предпринять действие, создающее вероятность (но не неизбежность) того, что, если соперник проигнорирует вашу угрозу, это повлечет за собой последствия, пагубные для обеих сторон. Если бы действительно возникла потребность реализовать угрозу, вы бы не стали этого делать при наличии полной свободы выбора. Следовательно, вы заранее должны позаботиться о том, чтобы ситуация в какой-то мере вышла из-под вашего контроля. *Балансирование на грани* — и есть создание и приведение в действие такой вероятностной угрозы, включающей в себя элемент намеренной потери контроля.

В нашем расширенном варианте изучения такого примера, как Карибский кризис, мы объясним концепцию балансирования на грани более подробно. В ходе рассмотрения мы увидим, что многие интерпретации произошедшего слишком упрощены. Более глубокий анализ говорит о том, что балансирование на грани — тонкая и опасная стратегия. Кроме того, он показывает, что многие неблагоприятные последствия в бизнесе и личном взаимодействии (как в случае забастовок и разрыва отношений) — это примеры балансирования на грани, когда что-то пошло не так. Следовательно, четкое понимание этой стратегии, а также связанных с ней ограничений и рисков имеет огромное значение для всех участников стратегических игр, к числу которых относится практически каждый из нас.

1. Краткое изложение событий

Начнем с краткого обзора тех драматических событий и расскажем о том, как развивался кризис, основываясь на информации, почерпнутой из нескольких книг, в том числе написанных на базе документов и заявлений, доступ к которым появился после распада Советского Союза*. Мы не можем в полной мере оценить всех деталей произошедшего, не говоря уже о присутствовавшем накале страстей. Президент Кеннеди во время кризиса сказал: «На этой неделе я в последний раз получу свою зарплату». Однако на кону стояло нечто большее, нежели зарплата президента. Мы настоятельно рекомендуем вам прочитать книги, в которых эта история изложена в мельчайших подробностях, а также поговорить с ее непосредственными участниками, если у вас есть такая возможность**, ***.

В конце лета — начале осени 1962 года Советский Союз начал размещать баллистические ракеты средней (БРСД) и промежуточной дальности (БРПД) на территории Кубы. Радиус действия БРСД составлял 1770 километров, то есть они могли достичь Вашингтона, а ракеты БРПД, с радиусом действия 3500 километров, могли поразить большинство крупных американских городов и военных объектов. Стартовые площадки защищали новейшие советские зенитные комплексы класса «земля-воздух» С-75, которые могли сбить американские разведывательные самолеты U-2, летавшие на большой высоте. У Советского Союза были также бомбардировщики ИЛ-28 и тактические ядерные ракетные комплексы

---

* Мы пользовались следующими источниками: Robert Smith Thompson, The Missiles of October (New York: Simon & Schuster, 1992); James G. Blight and David A. Welch, On the Brink: Americans and Soviets Reexamine the Cuban Missile Crisis (New York: Hill and Wang, 1989); Richard Reeves, President Kennedy: Profile of Power (New York: Simon & Schuster, 1993); Donald Kagan, On the Origins of War and the Preservation of Peace (New York: Doubleday, 1995); Aleksandr Fursenko and Timothy Naftali, One Hell of a Gamble: The Secret History of the Cuban Missile Crisis (New York: W. W. Norton & Company, 1997). И последний, самый полный источник: The Kennedy Tapes: Inside the White House During the Cuban Missile Crisis, ed. Ernest R. May and Philip D. Zelikow (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1997). Книга Грэма Аллисона «Сущность решения: Объяснение кубинского ракетного кризиса» (М., 1971; переиздана в 1999 году) сохраняет свою актуальность не только благодаря сюжету, но и благодаря анализу и интерпретации кризиса. Наша точка зрения несколько отличается от мнения ее автора по некоторым важным вопросам, но мы по-прежнему благодарны ему за ценные идеи. Эти идеи в более полном виде представлены в книге: *Нейлбафф Б., Диксит А.* Стратегическое мышление в бизнесе, политике и личной жизни. М. : Вильямс, 2007 (глава 8). Когда мы ссылаемся на эти источники для документального подтверждения некоторых моментов, соответствующие ссылки приводятся в тексте в скобках с указанием номеров и диапазона страниц. В названиях некоторых из представленных выше книг выделены ключевые слова.

** Тем, у кого нет доступа к информации из первых рук или кому необходимо начальное знакомство с подробностями и драмой этого ракетного кризиса, рекомендуем посмотреть художественный фильм Thirteen Days («Тринадцать дней»). Новая, сравнительно небольшая книга Шелдона Стерна содержит документальные свидетельства о Карибском кризисе, полученные на основании записей совещаний в администрации Кеннеди, что позволило составить максимально точное описание и выполнить анализ этого кризиса. Книга Шелдона Стерна — пожалуй, лучшая краткая книга по данной теме для заинтересованного читателя. См. Sheldon Stern, The Cuban Missile Crisis in American Memory: Myths versus Reality (Stanford, Calif.: Stanford University Press, 2012).

*** Из обширной советской и российской литературы, посвященной Карибскому кризису, здесь мы рекомендуем только одну книгу, которая отличается научной основательностью, документальной обоснованностью выводов и глубиной анализа. Это книга *Микоян С. А.* Анатомия Карибского кризиса. М. : Academia, 2006. *Прим. ред.*

«Луна», а у Соединенных Штатов — ракеты FROG (Free Rocket Over Ground — «ракеты свободного полета»), которые можно было использовать против вторгшихся войск.

Это была первая попытка СССР разместить ракеты и ядерное оружие за пределами своей территории. Если бы ему это удалось, наступательный потенциал Советов против США возрос бы многократно. Сейчас принято считать, что у Советского Союза было менее 20, а может, и всего «две-три» действующие межконтинентальные баллистические ракеты (МБР), способные достичь Соединенных Штатов с территории страны (*War*, 464, 509–510). Изначально СССР разместил на Кубе гораздо больше ракет — около 40 БРСД и БРПД. Однако США по-прежнему сохраняли огромное преимущество в ядерном балансе между двумя сверхдержавами. Кроме того, по мере развития в СССР подводного флота относительная важность ракет наземного базирования снижалась. Однако для Советов эти ракеты имели не только непосредственное военное значение. Успешное их размещение настолько близко к Соединенным Штатам обеспечило бы огромный рост авторитета Советского Союза в мире, особенно в Азии и Африке, где две сверхдержавы вели борьбу за политическое и военное влияние. И наконец, Советский Союз считал Кубу олицетворением социализма. Возможность сдерживать вероятное вторжение на Кубу США и противостоять влиянию Китая в этой стране сыграла важную роль в расчетах Советского Союза и его лидера Никиты Хрущева. (Анализ мотивов Советского Союза можно найти здесь: *Gamble*, 182–183.)

В ходе наблюдений США за Кубой и морскими путями в конце лета и начале осени 1962 года была выявлена подозрительная активность. В ответ на вопросы американских дипломатов Советы отрицали любые намерения в отношении размещения ракет на Кубе. Впоследствии, перед лицом неопровержимых доказательств, Советский Союз заявил, что эти намерения носят оборонительный характер и направлены на предотвращение вторжения Соединенных Штатов на Кубу. В это трудно поверить, хотя мы знаем, что наступательное оружие действительно может служить в качестве оборонительной сдерживающей угрозы.

В воскресенье и понедельник, 14 и 15 октября, американский самолет-разведчик U-2 сфотографировал территорию западных районов Кубы. Когда американские военные проявили пленку и напечатали фотографии, они обнаружили несомненные признаки строительства пусковых комплексов для БРСД. (Доказательства строительства пусковых комплексов для БРПД были получены чуть позже, 17 октября.) На следующий день фотографии показали президенту Кеннеди. Он немедленно созвал специальную группу советников, которую впоследствии назвали Исполнительный комитет Национального совета по безопасности

(Executive Committee of the National Security Council, сокращенно ExComm), чтобы обсудить варианты решения проблемы. На первом же совещании (утром 16 октября) Кеннеди решил применить высшую степень секретности, пока он не будет готов действовать, потому что если бы Советы узнали, что американцы в курсе происходящего, они могли бы ускорить установку и развертывание ракетных комплексов, завершив ее до того, как Соединенные Штаты будут готовы что-то предпринять. Кроме того, распространение этой новости без объявления четких ответных действий вызвало бы панику в США.

Среди членов Исполнительного комитета, которые сыграли наиболее заметную роль в обсуждении сложившейся ситуации, были такие высшие должностные лица: министр обороны США Роберт Макнамара; советник президента США по вопросам национальной безопасности Макджордж Банди; председатель Объединенного комитета начальников штабов генерал Максвелл Тейлор; государственный секретарь США Дин Раск; заместитель государственного секретаря Джордж Болл; генеральный прокурор США Роберт Кеннеди (брат президента); министр финансов США Дуглас Дилон (единственный республиканец в кабинете министров); а также только что вернувшийся из Москвы Ллевелин Томпсон, который покинул пост посла США в СССР. На протяжении следующих двух недель они связывались и консультировались еще с несколькими людьми, в том числе с бывшим государственным секретарем США Дином Ачесоном и начальником штаба ВВС США Кертисом Лемеем.

В течение оставшейся части недели (с 16 по 21 октября) члены Исполнительного комитета провели множество совещаний. В целях сохранения секретности президент Кеннеди продолжал придерживаться обычного графика, в том числе выступал на митингах в поддержку кандидатов от Демократической партии на промежуточных выборах в Конгресс, которые должны были состояться в ноябре 1962 года. Кеннеди поддерживал постоянную связь с Исполнительным комитетом, уклонялся от настойчивых вопросов представителей прессы, касающихся Кубы, и убедил некоторых заслуживающих доверия владельцев и редакторов средств массовой информации создавать видимость обычной работы. Попытки самого Исполнительного комитета соблюдать секретность порой принимали комичную форму — например, в один лимузин втискивалось около десятка членов комитета, так как вид нескольких правительственных автомобилей, колонной отъезжающих от Белого дома к зданию Государственного департамента, мог вызвать нездоровый интерес СМИ.

Разные члены Исполнительного комитета имели совершенно полярные взгляды на ситуацию и выступали в поддержку разных действий. По мнению начальников штабов, размещение ракет на Кубе существенно меняло баланс военной мощи. Государственный секретарь Макнамара полагал, что это «абсолютно ничего не меняет», но все же относил происходящее к числу политически важных проблем (*Tapes*, 89). Президент Кеннеди утверждал, что, если Соединенные Штаты не отреагируют на размещение первых ракет, это грозит перерасти в нечто гораздо более серьезное и что Советы могут использовать угрозу размещения ракет настолько близко к США, чтобы силой добиться ухода США, Великобритании и Франции из Западного Берлина. Кроме того, Кеннеди осознавал, что эти события — часть *геополитической* борьбы между США и СССР (*Tapes*, 92).

Сегодня вполне очевидно, что оценка ситуации президентом Кеннеди попала точно в цель. Советы планировали расширить свое присутствие на Кубе, создав там крупную военную базу (*Tapes*, 677), и рассчитывали завершить размещение ракет к середине ноября. Хрущев намеревался подписать договор с Кастро, после чего отправиться в Нью-Йорк, выступить в Организации Объединенных Наций и предъявить ультиматум в отношении урегулирования берлинского вопроса (*Tapes*, 679; *Gamble*, 182), воспользовавшись размещенными на Кубе ракетами в качестве угрозы для достижения своей цели. Хрущев считал, что Кеннеди примет размещение ракет как свершившийся факт. По всей вероятности, Хрущев сам разработал этот план. Некоторые из высших советников втайне считали его слишком безрассудным, однако Президиум ЦК КПСС (высший руководящий орган Советского Союза) поддержал план, хотя эта поддержка и носила сугубо формальный характер (*Gamble*, 180). Кастро сначала отказывался принимать ракеты, опасаясь, что это спровоцирует вторжение США (*Tapes*, 676–678), но в итоге согласился. Перспектива размещения ракет на территории Кубы придавала Кастро бóльшую уверенность и позволяла делать более смелые заявления в отношении Соединенных Штатов (*Gamble*, 186–187, 229–230).

Вплоть до совещания, состоявшегося в четверг утром, 18 октября, все члены Исполнительного комитета считали само собой разумеющимся применение сугубо военных ответных мер, даже не рассматривая какой-либо компромиссной альтернативы. В этот период всерьез обсуждались только три варианта развития событий: 1) авиаудар исключительно по ракетным позициям и (возможно) расположенным поблизости ракетным комплексам класса «земля-воздух»; 2) более широкий воздушный удар по советским и кубинским самолетам, находящимся на аэродромах; 3) полномасштабное вторжение на Кубу. Как бы там ни было, позиция членов комитета еще больше ужесточилась после получения доказательств размещения ракет большей дальности. В действительности во время состоявшегося в четверг совещания Исполнительного комитета Кеннеди обсуждал с его членами график авиаударов, которые планировалось нанести в ближайшие выходные (*Tapes*, 148).

Макнамара впервые упомянул о блокаде ближе к концу совещания, состоявшегося во вторник, 16 октября, а после его окончания небольшой группе членов комитета удалось развить эту идею (и сформулировать ее практически в том виде, в котором она была реализована (*Tapes*, 86, 113). Болл утверждал, что воздушная атака без предупреждения станет очередным Перл-Харбором, и полагал, что Соединенным Штатам не следует этого делать (*Tapes*, 115); крайне важно, что его поддержал Роберт Кеннеди (Tapes, 149). Члены Исполнительного комитета из числа гражданских лиц еще больше стали склоняться к блокаде, узнав, что военные хотят нанести массированный авиаудар. Военные же рассматривали ограниченный удар исключительно по ракетным комплексам как настолько опасный и неэффективный, что «предпочли бы вообще не предпринимать никаких военных действий, чем наносить такой ограниченный удар» (*Tapes*, 97).

В период с 18 по 20 октября большинство членов Исполнительного комитета постепенно сошлись во мнении, что следует начать с блокады, одновременно выдвинув краткосрочный ультиматум (от 48 до 72 часов), а после его истечения в случае необходимости перейти к военным действиям. Согласно международному праву, для введения блокады требовалось объявить войну, но эта проблема была искусно решена путем выдвижения идеи назвать блокаду «морским карантином» Кубы (*Tapes*, 190–196).

В ходе дискуссий с 16 по 21 октября некоторые члены комитета придерживались одной и той же позиции (например, начальники штабов неизменно высказывались в пользу авиаудара), тогда как другие изменили свое мнение, причем кардинально. Банди поначалу предлагал вообще ничего не предпринимать (*Tapes*, 172), а затем склонился к варианту неожиданного упреждающего авиаудара (*Tapes*, 189). Президент Кеннеди также переключился с авиаудара на блокаду. Он настаивал на решительных ответных мерах США. Безусловно, в основном Кеннеди руководствовался соображениями военного и геополитического характера, однако он прекрасно разбирался во внутренней политике, поэтому в полной мере осознавал, что слабые ответные меры отрицательно скажутся на позициях Демократический партии во время предстоящих выборов в Конгресс. С другой стороны, ответственность за совершение действий, которые могут привести к ядерной войне, легла на него тяжким бременем. Кеннеди поразило то, что, по данным ЦРУ, некоторые ракеты уже находились в рабочем состоянии; это повышало риск того, что любой авиаудар или вторжение может привести к их запуску и большим потерям среди гражданского населения США (*Gamble*, 235). На протяжении второй недели кризиса (с 22 по 28 октября) Кеннеди неизменно склонялся в пользу самых сдержанных вариантов развития событий, которые обсуждал Исполнительный комитет.

К концу первой недели обсуждений осталось только два варианта действий — блокада и авиаудар. Было подготовлено два меморандума, и по результатам предварительного голосования, которое состоялось 20 октября, блокада победила 11 голосами против 6 (*War*, 516). Кеннеди принял решение начать с введения блокады и объявил об этом в телевизионном обращении к американскому народу в понедельник, 22 октября, потребовав остановить доставку советских ракет на Кубу и немедленно вывести те, которые уже там находились.

После выступления Кеннеди в обществе воцарилась атмосфера драматизма и напряженности. Организация Объединенных Наций провела несколько острых, но бесполезных дебатов. Другие мировые лидеры и «знатоки» международных отношений предлагали свои советы и посредничество.

В период с 23 по 25 октября Советский Союз поначалу пытался применять пустые угрозы и отрицание; Хрущев назвал блокаду «разбоем, происками международного империализма» и сказал, что его корабли проигнорируют ее. СССР (как в ООН, так и в других местах) утверждал, что его намерения носят сугубо оборонительный характер, и делал заявления о неповиновении. Но втайне Советы искали пути выхода из кризиса, Хрущев даже направил Кеннеди несколько личных сообщений. Кроме того, Советский Союз предпринял ряд обходных действий на менее высоком уровне. На самом деле Президиум ЦК КПСС принял решение не допустить перерастания этого кризиса в войну еще в понедельник 22 октября, до телевизионного обращения Кеннеди к американскому народу. В четверг 25 октября Президиум принял постановление, согласно которому Советский Союз обязывался вывести ракеты с Кубы в обмен на обещание США не вторгаться на остров. В то же время члены Президиума заявили о готовности искать более приемлемые варианты (*Gamble*, 241, 259).

На публике и в ходе частных встреч представители СССР затронули вопрос о заключении соглашения о выводе американских ракет из Турции, а советских — с Кубы. Исполнительный комитет уже рассматривал эту возможность. Размещенные в Турции ракеты устарели, поэтому США в любом случае хотели ликвидировать их и заменить подводной лодкой «Поларис», базирующейся в Средиземном море. Но поскольку турки воспринимали присутствие американских ракет как элемент престижа, в комитете пришли к выводу, что их будет непросто убедить в необходимости подобных изменений. (Турки вполне обоснованно могли считать американские ракеты, расположенные на турецкой земле, более надежным доказательством готовности США выступить в защиту Турции, чем подводную лодку в открытом море, которая без промедления могла уплыть куда угодно. См. *Tapes*, 568.)

Блокада началась в среду, 24 октября. Несмотря на публичные пустые угрозы, Советский Союз вел себя весьма благоразумно. По всей вероятности, для него стало неожиданностью, что Соединенные Штаты обнаружили ракеты на Кубе до завершения программы их установки: советские военные видели самолет-разведчик U-2 над территорией Кубы, но не сообщили об этом в Москву (*Tapes*, 681). Президиум приказал кораблям, перевозящим самые секретные материалы (на самом деле БРПД), остановиться или отправиться в обратный путь. Но он также приказал генералу Иссе Плиеву, командующему группой советских войск на Кубе, привести свои войска в состояние боевой готовности и использовать все имеющиеся средства, за исключением ядерного оружия, для отражения любой атаки (*Tapes*, 682). В действительности Президиум дважды готовил (а затем отменял, так и не отправив) приказы, наделявшие генерала Плиева полномочиями применить тактическое ядерное оружие в случае вторжения США (*Gamble*, 242–243, 272, 276). Американская сторона видела только то, что несколько советских кораблей (которые на самом деле перевозили нефть и другие невоенные грузы) продолжают путь в сторону зоны блокады. Военно-морской флот США продемонстрировал определенную сдержанность при обеспечении выполнения условий блокады. Один танкер пропустили, даже не поднимаясь на борт, еще одно трамповое судно, перевозившее промышленный груз, было остановлено, но после беглого осмотра ему тоже разрешили плыть дальше. Тем не менее напряженность нарастала, причем ни одна из сторон не вела себя настолько осмотрительно, как того бы хотелось политикам высшего ранга обеих стран.

В пятницу утром, 26 октября, Хрущев отправил Кеннеди примирительное личное письмо с предложением вывести ракеты в обмен на обещание США не вторгаться на Кубу, но позже в тот же день ужесточил свою позицию. По всей видимости, ему придали смелости два факта. Во-первых, военно-морской флот США не проявлял агрессии и соблюдал условия блокады. Американские военные моряки пропустили несколько явно гражданских грузовых кораблей, поднявшись на борт только одного — грузового судна «Марукла», но после беглого осмотра разрешили ему плыть дальше. Во-вторых, в американских газетах начали появляться статьи в поддержку мирного разрешения кризиса. Самой заметной стала статья влиятельного, имевшего широкие связи комментатора Уолтера Липпмана, предложившего обмен, в ходе которого США выведут свои ракеты из Турции, а СССР — свои ракеты с Кубы (*Gamble*, 275). В тот же день, 26 октября, Хрущев отправил Кеннеди еще одно письмо, предложив такой обмен, но на этот раз оно было предано гласности по той причине, что, по мнению членов Исполнительного комитета, это письмо якобы было частью стратегии Президиума в рамках поиска наиболее выгодного соглашения. В Исполнительном комитете решили, что первое письмо выражало собственную точку зрения Хрущева, а второе написано под давлением членов Президиума из числа сторонников жесткого курса, а некоторые даже расценивали его как доказательство того, что Хрущев больше не контролирует ситуацию (*Tapes*, 498, 512–513). Хотя на самом деле Президиум обсудил и одобрил оба послания (*Gamble*, 263, 275).

Исполнительный комитет продолжал проводить совещания, и мнения, высказываемые его членами, становились все жестче. Одной из причин было растущее ощущение того, что сама по себе блокада ничего не даст. В телевизионном обращении Кеннеди не назвал жестких сроков, а, как мы уже знаем, при отсутствии конечного срока принуждающая угроза становится уязвимой к промедлению со стороны соперника. Кеннеди это отчетливо понимал; еще в понедельник, 22 октября, во время утреннего совещания Исполнительного комитета, состоявшегося накануне его телевизионного обращения, он отметил: «Думаю, нам не станет лучше от того, что они будут просто там сидеть» (*Tapes*, 216). Похоже, короткий срок сочли слишком суровым. К четвергу другие члены Исполнительного комитета также начали осознавать проблему, в частности Банди заявил: «В данном случае отсутствие изменений — самая опасная вещь» (*Tapes*, 423). Ужесточение советской позиции, о чем свидетельствует второе, публичное письмо Хрущева, последовавшее за первым, примирительным, представляло собой еще одну проблему. Ситуация оказалась еще более зловещей, после того как в ходе воздушного наблюдения американские военные обнаружили на территории Кубы тактическое ядерное вооружение — ракеты свободного полета (*Tapes*, 475). Оказалось, что масштабы советского военного присутствия на Кубе гораздо больше, чем предполагалось, и это делало вторжение более опасным для американских войск. Помимо всего прочего, в субботу над территорией Кубы был сбит американский самолет U-2. (Судя по всему, это сделал местный офицер, истолковавший приказы более широко, чем предполагала Москва [*War*, 537; *Tapes*, 682].) Кроме того, кубинские ПВО открыли огонь по американским самолетам воздушной разведки с малых высот. Мрачное настроение, царившее в Исполнительном комитете на протяжении всей субботы, прекрасно подытожил Диллон: «У нас остался всего один день» (*Tapes*, 534).

В субботу началась реализация планов, ведущих к эскалации конфликта. На следующий понедельник (самое позднее вторник) был намечен авиаудар, а также был мобилизован резерв ВВС (*Tapes*, 612–613). Вторжение рассматривалось как неизбежная кульминация событий (*Tapes*, 537–538). Жесткое личное письмо Хрущеву от президента Кеннеди советскому послу в Вашингтоне Анатолию Добрынину вручил Роберт Кеннеди. В нем Кеннеди сделал следующее предложение: 1. Советский Союз выводит свои ракеты и бомбардировщики ИЛ-28 с Кубы под соответствующим наблюдением (и при условии прекращения новых поставок). 2. Соединенные Штаты обещают не вторгаться на Кубу. 3. Американские ракеты в Турции будут демонтированы через несколько месяцев, но это предложение утратит силу, если СССР обнародует эту информацию или свяжет ее с кубинским соглашением. Ответ следовало дать в пределах 12–24 часов, иначе «это повлечет за собой тяжелые последствия» (*Tapes*, 605–607).

В воскресенье утром, 28 октября, когда во многих американских церквях проходили молитвы и проповеди за мир, по советскому радио передали текст письма Хрущева Кеннеди, в котором он заявлял, что строительство ракетных комплексов прекращено, а уже установленные ракеты будут демонтированы и отправлены назад в Советский Союз. Кеннеди немедленно выступил с ответной речью, приветствуя принятое решение, которая транслировалась в Москву радиостанцией «Голос Америки». Судя по всему, решение Хрущева отступить было принято еще до получения им письма Кеннеди через Добрынина, а это письмо только подкрепило его (*Tapes*, 689).

Но на этом кризис не закончился. Объединенный комитет начальников штабов США по-прежнему не доверял Советам и настаивал на нанесении авиаудара (*Tapes*, 635). Работы по строительству ракетных комплексов на Кубе велись еще несколько дней. Проверка ООН оказалась проблематичной. Советский Союз порывался частично обнародовать пункт соглашения, который касался Турции. Кроме того, Советы пытались не выводить с Кубы бомбардировщики ИЛ-28. Все условия соглашения окончательно были утверждены только 20 ноября, после чего действительно начался вывод ракет (*Tapes*, 663–665; *Gamble*, 298–310).

2. Простое объяснение с точки зрения теории игр

На первый взгляд теоретико-игровой аспект этого кризиса очень прост. Соединенные Штаты хотели, чтобы Советский Союз вывел свои ракеты с Кубы, поэтому задачей США было принудить их к этому. В связи с чем они прибегли к угрозе: отказ СССР подчиниться в итоге приведет к ядерной войне между сверхдержавами. Блокада стала отправной точкой этого неотвратимого процесса, а также действием, подтверждающим решимость США. Другими словами, Кеннеди поставил Хрущева на грань катастрофы. Ситуация оказалась достаточно устрашающей для Хрущева, чтобы он подчинился. Хотя перспектива ядерного уничтожения была не менее устрашающей и для Кеннеди, однако такова суть угрозы. Необходимо, чтобы она обходилась другой стороне очень дорого, чтобы побудить ее действовать в соответствии с нашими пожеланиями, тогда нам не придется воплощать угрозу в жизнь.

Несколько более формальное описание этого конфликта можно получить посредством построения дерева игры, как показано на рис. 14.1. Советский Союз разместил ракеты, и теперь Соединенные Штаты должны делать первый ход, выбирая один из двух вариантов: ничего не предпринимать или выдвинуть угрозу. Если они предпочтут ничего не делать, это станет для СССР крупным военным и политическим достижением, поэтому, по нашим оценкам, выигрыш США равен −2, а выигрыш СССР 2. Если Соединенные Штаты выдвинут угрозу, Советский Союз должен сделать свой ход: либо вывести ракеты, либо проигнорировать угрозу. Вывод ракет означает для СССР унижение (существенный минус), а для США — очередное подтверждение военного превосходства (небольшой плюс), поэтому мы оцениваем выигрыши так: 1 для США и −4 для СССР. Если Советский Союз проигнорирует угрозу США, разразится ядерная война. Это ужасный исход для обеих сторон, но особенно для Соединенных Штатов, которые, будучи демократической страной, больше заботятся о благополучии своих граждан; мы оцениваем выигрыши в этом случае так: −10 для США и −8 для СССР. Такая количественная оценка выигрышей сделана на основе довольно грубых предположений, однако эти выводы не зависят от конкретных чисел, которые мы выбрали. Если вы не согласны с нами, можете использовать другие числа, которые, по вашему мнению, более точно отражают суть происходящего: при условии сохранения *относительного* порядка исходов вы получите такое же совершенное равновесие подыгры.

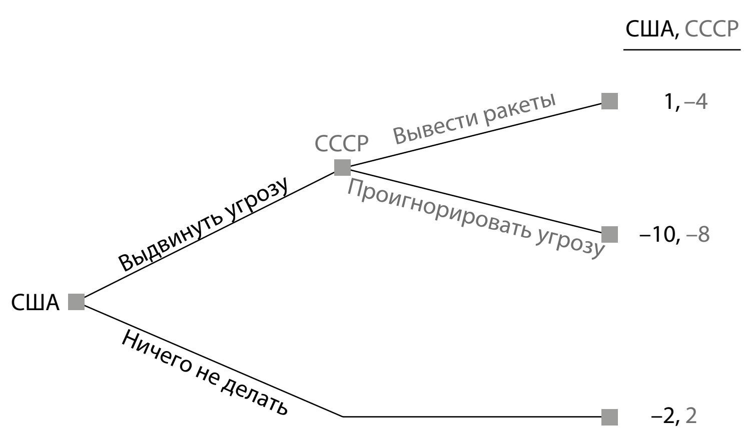


Рис. 14.1. Модель преодоления кризиса с использованием простой угрозы

Теперь мы можем легко найти совершенное равновесие подыгры. Столкнувшись с угрозой США, СССР получит выигрыш −4 в случае вывода ракет и −8 в случае отказа это сделать, поэтому СССР выберет первое. Заранее проанализировав такой исход, Соединенные Штаты рассчитывают получить выигрыш 1, если угроза будет выдвинута, и –2, если нет; следовательно, США выгоднее выдвинуть угрозу, поскольку данный исход обеспечивает им выигрыш 1, а Советскому Союзу — –4.

Однако дальнейший анализ показывает, что подобная интерпретация кризиса неудовлетворительна. И прежде всего возникает резонный вопрос: а зачем тогда Советскому Союзу вообще нужно было размещать ракеты на Кубе, если он мог предвидеть такое развитие игры и понять, чем она закончится? Но еще важнее, что некоторые факты о сложившейся ситуации и несколько событий, наступивших в ходе ее развития, не вписываются в модель преодоления кризиса, основанную на простой угрозе.

Прежде чем описывать недостатки этого анализа и предлагать более приемлемое объяснение, немного отвлечемся и вспомним об одном интересном эпизоде Карибского кризиса, проливающем свет на условия успешного принуждения. Как отмечалось в главе 9, принуждающая угроза должна предусматривать конечный срок выполнения соответствующего действия, в противном случае соперник может свести ее на нет посредством промедления. Во время обсуждения кризиса в Совете безопасности ООН во вторник, 23 октября, произошла перепалка между постоянным представителем США Эдлаем Стивенсоном и постоянным представителем СССР Валерианом Зориным. Стивенсон попросил Зорина прямо ответить на вопрос, разместил или размещает ли СССР ядерные ракеты на Кубе. «Так да или нет? Не ждите перевода. Да или нет?» — настаивал он. Зорин ответил: «Я не нахожусь в американском суде! …В свое время вы получите ответ!» На что Стивенсон резко бросил: «Готов ждать, пока ад не замерзнет». Это был драматический момент; Кеннеди, смотревший заседание Совета безопасности ООН по телевидению в прямом эфире, отметил: «Потрясающе. Я и не знал, что Эдлай способен на такое» (*Profile*, 406). Однако это была очень плохая стратегия. Советскому Союзу было крайне выгодно заставить американцев ждать ответа, пока не будет закончено строительство ракетных комплексов. «Пока ад не замерзнет» — неприемлемый срок для принуждающей угрозы.

3. Объяснение с учетом дополнительных трудностей

Вернемся к разработке более подходящего теоретико-игрового обоснования. Как отмечалось выше, выдвижение угрозы, находящейся у нижней границы возможного предела (другими словами, угроза должна быть достаточно большой, чтобы напугать соперника), — правильная идея, если только игрок, ее выдвигающий, может быть абсолютно уверен, что все пойдет по плану. Однако почти всем играм присущ некоторый элемент неопределенности. Вы не можете знать наверняка систему ценностей соперника и не можете быть полностью уверены, что он точно выполнит требуемые действия. Следовательно, угроза содержит в себе двойной риск. Ваш оппонент может проигнорировать ее, и вам придется выполнить действие, составляющее суть угрозы; или он может подчиниться, но угроза все равно будет приведена в исполнение по ошибке. При наличии таких рисков последствия угрозы для игрока, который ее выдвигает, становятся важным фактором.

Карибский кризис изобилует подобными неопределенностями. Ни одна из сторон не могла с уверенностью определить выигрыши другой стороны, то есть насколько серьезно другая сторона оценивает относительные издержки войны и потери репутации в мире. Кроме того, выбор между блокадой и авиаударом был гораздо сложнее, чем подразумевают сами слова, а между приказом Вашингтона или Москвы и его выполнением было много слабых звеньев и случайных факторов.

Грэм Аллисон раскрывает все эти трудности и неопределенности в своей замечательной книге «Сущность решения». Проанализировав их, Аллисон приходит к выводу, что Кубинский ракетный кризис нельзя объяснить с точки зрения теории игр, и предлагает два альтернативных варианта толкования: один основан на том, что у бюрократии есть свои устоявшиеся правила и процедуры, а другой строится на внутренней политике США и советском государственном и военном аппарате. По мнению Аллисона, политическое объяснение наиболее приемлемо.

В целом мы согласны с выводами Аллисона, но все же истолковываем Карибский кризис несколько иначе. Дело не в том, что теория игр не обеспечивает полного понимания причин и сценария развития этого события, а в том, что это не была игра с двумя участниками — США против СССР или Кеннеди против Хрущева. Каждая из сторон представляла собой сложную коалицию игроков с разными целями, информацией, действиями и средствами коммуникации. Игроки с каждой стороны вели другие, параллельные игры, а некоторые даже поддерживали контакты с игроками противоположной стороны. Иначе говоря, Карибский кризис можно рассматривать как сложную игру со множеством участников, объединенных в две большие коалиции, где, несмотря на то что Кеннеди и Хрущев — игроки высшего уровня, каждый из них вынужден был взаимодействовать с другими членами своей коалиции с разными взглядами и информацией и не имел полного контроля над их действиями. Мы утверждаем, что такой более тонкий теоретико-игровой подход — хороший способ не только проанализировать кризис, но и понять, как применять балансирование на грани на практике. Начнем с некоторых фактических данных, на которых акцентирует внимание Аллисон, а также информации, представленной в других работах.

Во-первых, есть несколько признаков разделения мнений с каждой стороны. Как уже отмечалось, в США наблюдались существенные разногласия между членами Исполнительного комитета. Кроме того, Кеннеди счел необходимым посоветоваться с другими государственными деятелями, такими как бывший президент Эйзенхауэр и ведущие Конгрессмены. Некоторые из них придерживались совершенно полярных точек зрения. Например, сенатор Уильям Фулбрайт во время личной встречи сказал, что блокада кажется ему наихудшей альтернативой (*Tapes*, 271). Кроме того, средства массовой информации и представители политической оппозиции также слишком долго не оказывали президенту безоговорочной поддержки. Кеннеди не мог продолжать сдержанный курс в условиях, когда и его советники, и общественность считали войну единственным способом разрешения конфликта.

Помимо этого, отдельные люди также неоднократно меняли свою точку зрения в течение двух недель. Например, Макнамара поначалу занимал довольно миролюбивую позицию, утверждая, что размещение ракет на Кубе не несет никакой угрозы со стороны Советского Союза (*Tapes*, 89), и склонялся в пользу блокады и переговоров (*Tapes*,191), но в конце стал более непримиримым, заявив, что в письме Хрущева от 26 октября «полно дыр» (*Tapes*, 495, 585), и начал настаивать на вторжении (*Tapes*, 537). Важнее всего то, что командующие вооруженными силами США всегда ратовали за применение более агрессивных ответных действий. Даже после того, как кризис закончился и все считали, что Соединенные Штаты одержали крупную победу в холодной войне, генерал военно-воздушных сил США Кертис Лемей выказывал недовольство и требовал действий. «Мы проиграли! Мы должны были просто пойти и врезать им как следует», — заявил он (*Essence*, 206; *Profile*, 425).

Как бы там ни было, Хрущев, со своей стороны, тоже не имел полного контроля над ситуацией. Различия во мнениях советского руководства не так хорошо задокументированы, однако впоследствии некоторые мемуаристы утверждали, что Хрущев принял решение о размещении ракет на Кубе практически единолично, а когда проинформировал о нем членов Президиума, те посчитали его безрассудной авантюрой (*Tapes*, 674; *Gamble*, 180). Хрущев мог рассчитывать на безоговорочную поддержку Президиума только в определенных пределах. И действительно, два года спустя катастрофическая кубинская авантюра стала одним из главных обвинений, выдвинутых против Хрущева, когда Президиум сместил его с должности (*Gamble*, 353–355). Были также заявления о том, что Хрущев хотел проигнорировать угрозу США о введении блокады, и только настойчивость первого заместителя председателя совета министров СССР Анастаса Микояна привела к осторожной ответной реакции (*War*, 521). И наконец, в субботу, 27 октября, Кастро приказал своим войскам ПВО стрелять по всем американским самолетам, совершающим полеты над Кубой, и отказался выполнить требование советского посла об отмене этого приказа (*War*, 544).

Различные группы со стороны США располагали разной информацией и по-разному понимали ситуацию, что порой приводило к действиям, которые не совпадали с намерениями руководства, а порой даже противоречили им. Концепция нанесения авиаудара в целях разрушения ракет — хороший тому пример. Члены Исполнительного комитета не из числа военных считали, что это должен быть точечный удар, который не приведет к большим потерям среди кубинских или советских военных. Со своей стороны, высшие чины ВВС выступали за нанесение более масштабного удара. К счастью, это разногласие всплыло на поверхность в самом начале кризиса, благодаря чему Исполнительный комитет решил не прибегать к авиаудару, а президент Кеннеди отклонил предложение командования военно-воздушных сил (*Essence*, 123, 209). Что касается самой блокады, то у военно-морского флота США был установленный порядок выполнения соответствующих действий. Политические лидеры ратовали за другой, более мягкий процесс: сформировать кольцо блокады ближе к Кубе, с тем чтобы дать Советам больше времени на размышления; разрешать явно невоенным грузовым судам продолжать свой путь без досмотра, а также обезвреживать, но не топить корабли, отказавшиеся подчиниться. Однако, несмотря на подробные инструкции Макнамары, военно-морской флот почти полностью придерживался стандартных процедур (*Essence*, 130–132). Военно-воздушные силы США создавали еще более опасные ситуации. Самолет U-2 «случайно» вошел в советское воздушное пространство, что едва не повлекло за собой серьезный ответный удар. Генерал Кертис Лемей, действуя без ведома или разрешения президента, приказал бомбардировщикам стратегического авиакомандования ВВС с ядерным оружием на борту пролететь дальше контрольных точек разворота, углубившись в советское воздушное пространство до позиций, на которых эти бомбардировщики могли быть обнаружены советскими радарами. К счастью, СССР отреагировал спокойно: Хрущев просто выразил Кеннеди протест*.

У советской стороны наблюдалась аналогичная ситуация с нехваткой информации и отсутствием коммуникации, а также с субординацией и контролем. Например, строительство ракет подчинялось стандартным бюрократическим процедурам. В прошлом СССР размещал ракетные комплексы для запуска

* Richard Rhodes, Dark Sun: The Making of the Hydrogen Bomb (New York: Simon & Schuster, 1995), pp. 573–75. Кертис Лемей, известный своими крайними взглядами и привычкой постоянно жевать незажженную сигару, предположительно стал прототипом героя художественного фильма 1963 года «Доктор Стрейнджлав» Джека Риппера, который отдал своим бомбардировщикам приказ совершить неспровоцированное нападение на Советский Союз.

межконтинентальных баллистических ракет на своей территории, где не было риска воздушного удара; и на Кубе, где ракетные комплексы были гораздо уязвимее, использовались те же методы. В разгар кризиса, когда команда зенитно-ракетного комплекса С-75 увидела в пятницу, 26 октября, летящий над Кубой американский самолет U-2, Плиева не было на месте и его заместитель приказал сбить самолет; этот инцидент привел к гораздо большему риску, чем хотелось бы Москве (*Gamble*, 277–288). Было еще немало других моментов (например, попытка представителей ВМФ США остановить грузовое судно «Марукла» и подняться на его борт), когда участники событий могли спровоцировать инцидент с опасными последствиями вследствие страха перед сложившейся ситуацией. Как выяснилось позже, во время Карибского кризиса произошло еще одно весьма драматичное событие. Экипажем советской подводной лодки, которая 27 октября получила предупреждение всплыть на поверхность в случае приближения к линии карантина, действительно рассматривалась возможность запуска торпеды с ядерной боеголовкой, которая была на борту лодки (о чем ВМФ США не знали). Согласно правилам для запуска торпеды, требовалось подтверждение трех офицеров, но только два согласились его дать. Возможно, именно третий офицер предотвратил тогда тотальную ядерную войну*.

Все эти факторы делали результат любого решения высшего командования с каждой стороны несколько *непредсказуемым*. Это привело к появлению существенного риска того, что «угроза пойдет не по плану». В действительности Кеннеди считал, что вероятность развязывания войны вследствие блокады составляет «от одного из трех до одного из двух» (*Essence*, 1).

Как мы уже говорили, такая неопределенность способна настолько увеличить простую угрозу, что она станет неприемлемой для того, кто ее выдвинул. Мы возьмем одну конкретную форму такой неопределенности (а именно отсутствие у США информации об истинных мотивах СССР) и проведем ее формальный анализ, но аналогичные выводы справедливы и в отношении всех остальных форм неопределенности.

Еще раз рассмотрим игру, представленную на рис. 14.1. Предположим, выигрыши Советского Союза в результате вывода войск и неповиновения противоположны прежним выигрышам: −8 в случае вывода и −4 в случае игнорирования угрозы. В этом альтернативном сценарии СССР придерживается жесткого курса, предпочитая перспективу ядерного уничтожения унизительному выводу ракет

---

* Эта история была обнародована во время конференции, которая проходила в октябре 2002 года в Гаване и была посвящена 40-летней годовщине Карибского кризиса. См. Kevin Sullivan, “40 Years After Missile Crisis, Players Swap Stories in Cuba,” Washington Post, October 13, 2002, p. A28. Член экипажа этой советской подводной лодки Вадим Орлов сообщил о том, что офицером, который отказался запускать торпеду, был Василий Архипов, который умер в 1999 году.

и перспективе жить в мире, где господствуют капиталистические Соединенные Штаты. Лозунг Советов — «лучше быть мертвым, чем звездно-полосатым». Дерево этой игры представлено на рис. 14.2. Теперь, если США выдвинут угрозу, Советский Союз проигнорирует ее. В связи с этим США получат выигрыш −10 в случае угрозы, и всего −2, если не станут ее выдвигать и согласятся с присутствием советских ракет на Кубе. США выбирают меньшее из двух зол. В этой версии игры совершенное равновесие подыгры подразумевает, что Советы «выиграют», а угроза США не сработает.

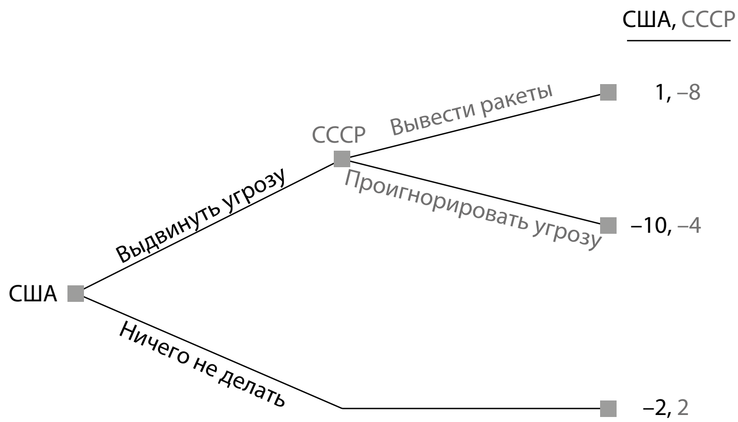


Рис. 14.2. Игра с участием Советского Союза, который придерживается жесткого курса

На самом деле, когда Соединенные Штаты делают ход, они не знают, будет Советский Союз придерживаться жесткого курса, как на рис. 14.2, или более мягкого, как на рис. 14.1. США могут попытаться оценить вероятности этих двух сценариев, например, изучив действия и ответные действия СССР в различных ситуациях в прошлом. Мы можем рассматривать заявление Кеннеди о том, что вероятность развязывания войны вследствие блокады составляет от одной трети до одной второй, как его оценку вероятности того, что Советский Союз — сторонник жесткого курса. Поскольку оценка вероятности является неопределенной в диапазоне возможных значений, мы обозначим вероятность символом p и проанализируем последствия различных значений p.

Дерево этой более сложной игры показано на рис. 14.3. Игру начинает внешняя сила (обозначенная как «природа»), определяющая тип такого игрока, как Советский Союз. Верхней ветви выбора «природы» соответствует СССР, придерживающийся жесткого курса. Эта ветвь приводит к верхнему узлу, в котором США решают, выдвигать ли угрозу, а остальная часть дерева точно такая же, как и в игре на рис. 14.2. На нижней ветви выбора «природы» находится Советский Союз, придерживающийся более мягкого курса. Эта ветвь приводит к нижнему узлу, в котором Соединенные Штаты решают, выдвигать ли угрозу, а остальная часть дерева точно такая же, как и в игре на рис. 14.1. Однако США не знают, из какого узла они делают выбор, поэтому два соответствующих узла заключены в информационное множество, смысл которого состоит в том, что США не могут предпринимать разные действия в узлах, входящих в это множество, например выдвинуть угрозу только в случае, если СССР проводит мягкий курс. США должны выбирать одно и то же действие в обоих узлах, то есть либо угрожать в них обоих, либо не угрожать. США должны принять решение с учетом вероятности того, что в действительности игра может быть «локализована» либо в одном узле, либо в другом, — иными словами, вычислив *ожидаемые* выигрыши в случае этих двух действий.

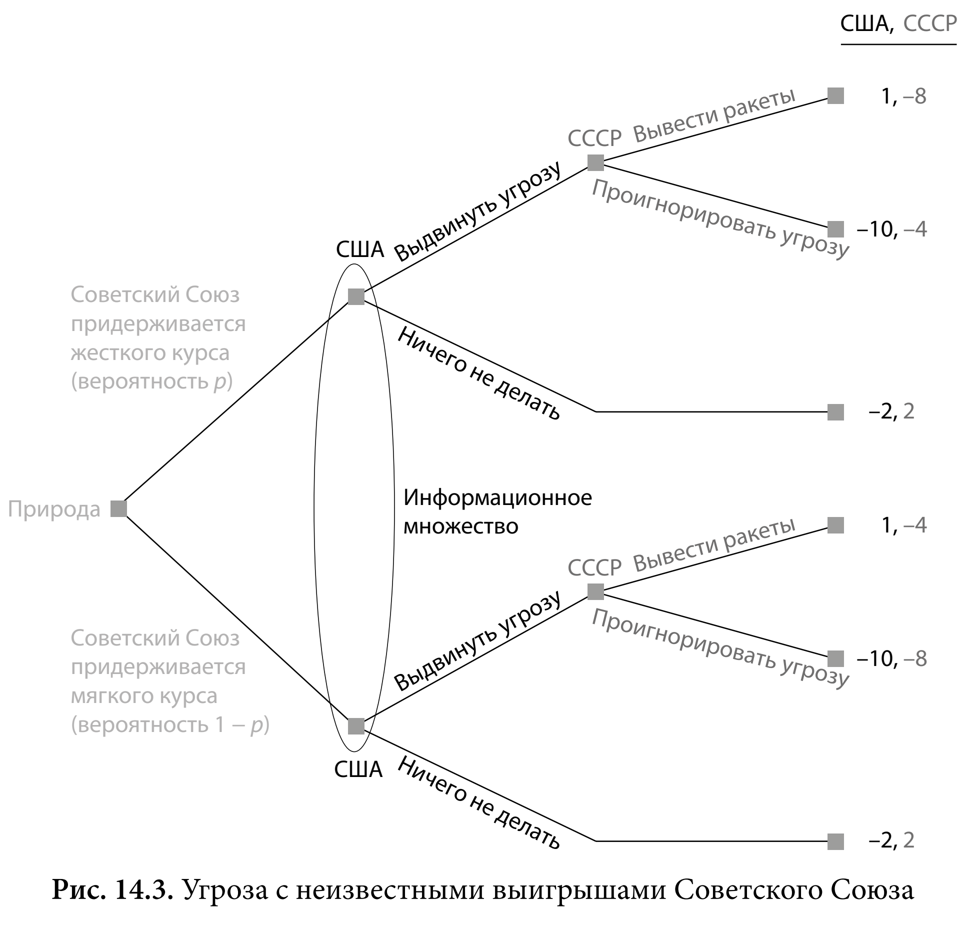


Рис. 14.3. Угроза с неизвестными выигрышами Советского Союза

Сам Советский Союз, безусловно, знает, к какому типу он относится. Следовательно, мы можем выполнить частичный анализ методом обратных рассуждений в последней части игры. На верхнем пути СССР, придерживающийся жесткого курса, проигнорирует угрозу США, а на нижнем пути СССР, следующий мягкому курсу, отступит перед лицом угрозы. Стало быть, Соединенные Штаты могут заглянуть вперед и вычислить, что угроза принесет им выигрыш −10, если игра действительно пойдет по верхнему пути (с вероятностью p), и выигрыш 1, если игра пойдет по нижнему пути (с вероятностью $1 - p$). Тогда ожидаемый выигрыш США от выдвижения угрозы составит $-10p + (1 - p) = 1 - 11p$.

Если Соединенные Штаты не выдвинут угрозу, они получат выигрыш −2, выбрав любой путь; следовательно, их ожидаемый выигрыш также равен −2. Сравнив ожидаемые выигрыши в случае этих двух действий, мы видим, что США следует выдвинуть угрозу при таком условии: $1 - 11p > -2$, или $11p < 3$, или $p < 3/11 = 0{,}27$.

При наличии полной уверенности, что угроза сработает, США было бы все равно, насколько низким был бы их выигрыш при игнорировании угрозы Советским Союзом, −10 или еще меньше. Однако риск того, что Советы предпочтут жесткий курс, а значит, проигнорируют угрозу, делает выигрыш −10 важным фактором в расчетах США. Выдвижение угрозы приемлемо для США только при достаточно малом значении вероятности p того, что СССР выберет жесткий курс. Следовательно, верхний предел p, равный 3/11, — также и верхний предел терпимости США к риску с учетом выбранных нами чисел. Если бы мы выбрали другие числа, то получили бы и другое значение верхнего предела. Скажем, если выигрыш Соединенных Штатов в случае ядерной войны равен −100, то верхний предел p составит всего 3/101. Однако идея о том, что большая угроза может оказаться слишком большой, чтобы ее выдвигать, если вероятность непредвиденного развития событий превышает критический предел, верна в общем случае.

В данном примере, согласно оценке Кеннеди, значение p находилось где-то в пределах от 1/3 до 1/2. К сожалению, нижнее значение этого диапазона, 0,33, лишь ненамного превышает наш верхний предел 0,27 риска, на который готовы пойти США. Следовательно, простая неприкрытая угроза «если вы откажетесь подчиниться, последует ядерная война» слишком велика, слишком рискованна и слишком дорогостояща для США, чтобы ее выдвигать.

4. Вероятностная угроза

Если прямая угроза войны настолько велика, что это делает ее неприемлемой, и вам не удается найти другую угрозу поменьше, вы можете сократить размер угрозы, создав лишь вероятность, а не определенность неблагоприятных последствий для другой стороны в случае ее неподчинения. Однако это не означает, что вы решаете применить жесткие меры после свершившегося. Если бы у вас была такая свобода действий, вы предпочли бы избежать ужасных последствий, а ваши соперники знали бы (или предполагали) об этом, поэтому угроза изначально не была бы достоверной. Вы должны в какой-то степени отказаться от свободы действий и взять на себя достоверное обязательство. При этом вам необходимо использовать вероятностную схему.

Выдвигая *простую угрозу*, один игрок говорит другому: «В случае неподчинения *обязательно* произойдет нечто очень плохое для вас. Впрочем, это будет плохо и для меня, но моя угроза достоверна, что подтверждает моя репутация (или делегирование полномочий, или другие факторы)». В случае **вероятностной угрозы** один игрок говорит другому: «Если вы откажетесь подчиниться, существует *риск* того, что произойдет нечто очень плохое для вас. Впрочем, это будет плохо и для меня, но, увы, я уже буду бессилен снизить этот риск».

Образно говоря, вероятностная угроза войны — это своего рода русская рулетка (очень уместное название в данном контексте). В одну из камор револьвера заряжают патрон и проворачивают барабан. Патрон выступает в качестве «детонатора» войны, которая обойдется слишком дорого обеим сторонам. Нажимая спусковой крючок, вы не знаете, заряжена ли камора, которая совмещается со стволом в момент выстрела. Если да, вы можете горько пожалеть, что спустили курок, но к тому времени будет уже слишком поздно. Если бы вы знали, что патрон находится в каморе (другими словами, если определенность опасного действия обошлась бы слишком дорого), вы не стали бы стрелять. Хотя, зная, что существует всего 1 шанс из 6 (то есть размер угрозы уменьшается в шесть раз, до приемлемого уровня), вы, наверное, нажали бы на спусковой крючок.

Балансирование на грани и есть создание и контроль подходящего риска такого рода, что требует двух на первый взгляд явно несовместимых действий. С одной стороны, вы должны позволить ситуации в достаточной степени выйти из-под вашего контроля, чтобы впоследствии у вас не было полной свободы не совершать опасное действие, что обеспечивает достоверность вашей угрозы. С другой, вы должны сохранить достаточный контроль, чтобы не допустить чрезмерного увеличения риска, а также ситуации, в которой угроза обойдется слишком дорого. Поначалу может показаться, что такое «контролируемое отсутствие контроля» труднодостижимо, но это действительно возможно. В разделе 5 мы поговорим о том, как этого добиться. Одна подсказка: все те сложные различия в суждениях, рассеивание информации и трудности с приведением приказов в исполнение, которые увеличивали риск простой угрозы, и есть те факторы, которые позволяют создать риск войны, а значит, обеспечить достоверность балансирования на грани. Настоящая трудность не в том, как потерять контроль, а в том, как это сделать контролируемым способом.

Сначала рассмотрим принцип действия балансирования на грани. Для этого несколько изменим игру на рис. 14.3, чтобы получить игру на рис. 14.4. В этой игре мы вводим другую угрозу США, которая сводится к выбору фиксированной вероятности q того, что, если Советский Союз не выполнит требований Соединенных Штатов, разразится война. Со своей стороны США признают поражение и согласятся на размещение советских ракет на Кубе с вероятностью $(1 - q)$. Не забывайте, что если игра дойдет до момента, когда СССР откажется подчиниться Соединенным Штатам, у них уже не будет выбора. Револьвер в русской рулетке выставлен на вероятность q, и только от случая зависит, ударит ли боек в заряженную камору (другими словами, разразится ли ядерная война).

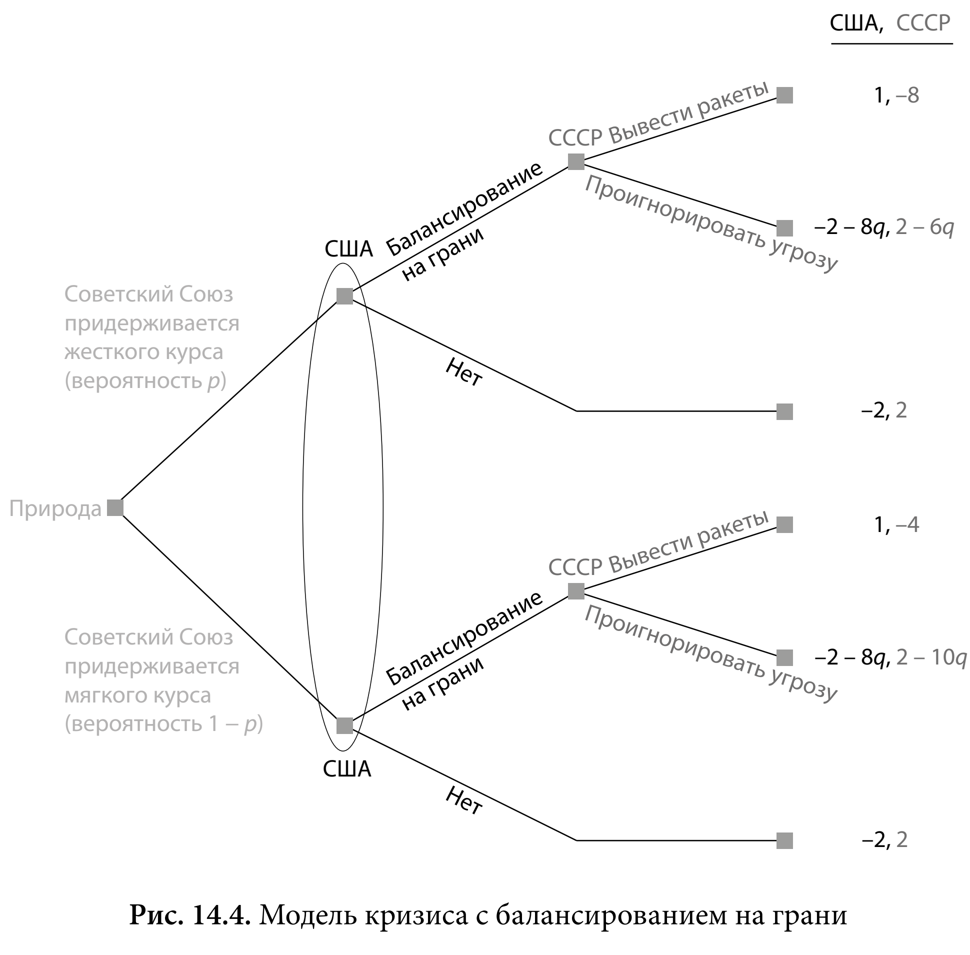


Рис. 14.4. Модель кризиса с балансированием на грани

Таким образом, никто не знает, каким будет точный исход игры и выигрышей, если Советский Союз проигнорирует угрозу с элементами балансирования на грани, но известна вероятность q, позволяющая вычислить ожидаемое значение.

В случае США исход игры составляет −10 с вероятностью q и −2 с вероятностью $(1 - q)$; следовательно, ожидаемый выигрыш равен:

$$-10q - 2(1 - q) = -2 - 8q.$$

В случае Советского Союза ожидаемый выигрыш зависит от выбранного страной курса — жесткого или мягкого (и только Советы знают собственный тип). Если СССР проводит жесткий курс, он получит выигрыш −4 в случае войны, которая наступит с вероятностью q, и 2, если США признают поражение, что произойдет с вероятностью $(1 - q)$. Ожидаемый выигрыш Советского Союза равен $-4q + 2(1 - q) = 2 - 6q$. При выводе ракет выигрыш СССР был бы −8, что однозначно хуже, независимо от значения q в диапазоне от 0 до 1. Следовательно, если Советский Союз придерживается жесткого курса, он проигнорирует угрозу с элементами балансирования на грани.

Если Советский Союз — сторонник мягкого курса, вычисления отличаются. Придерживаясь тех же рассуждений, мы видим, что ожидаемый выигрыш СССР равен $-8q + 2(1 - q) = 2 - 10q$ в случае отказа подчиниться, а гарантированный выигрыш −4 он будет иметь в случае вывода ракет. Для СССР вывод ракет — более благоприятный результат, если $-4 > 2 - 10q$, или $10q > 6$, или $q > 0{,}6$. Таким образом, балансирование на грани должно включать в себя вероятность войны минимум 60%, иначе данный подход не окажет сдерживающего воздействия на Советский Союз, даже если тот проводит мягкий курс. Мы называем этот нижний предел значений вероятности q **условием эффективности**.

Обратите внимание, что ожидаемые выигрыши при балансировании на грани со стороны Соединенных Штатов и игнорирования угрозы со стороны Советского Союза, показанные на рис. 14.4, соотносятся с моделью простой угрозы на рис. 14.3; вторую модель можно рассматривать как частный случай представленной на рис. 14.4 общей модели балансирования на грани и угрозы, соответствующей предельному значению $q = 1$.

Игру на рис. 14.4 можно решить обычным способом. Мы уже видели, что на верхнем пути СССР, будучи сторонником жесткого курса, проигнорирует угрозу США, а на нижнем подчинится их требованиям в случае выполнения условия эффективности. Если это условие не будет удовлетворено, Советский Союз обоих типов проигнорирует угрозу Соединенных Штатов, поэтому им целесообразно вообще ее не выдвигать. В связи с этим будем исходить из предположения, что Советский Союз подчинится требованиям Соединенных Штатов, и проанализируем имеющиеся у США варианты выбора. По сути, вопрос состоит в следующем: насколько рискованной может быть угроза Соединенных Штатов, оставаясь при этом приемлемой?

Если США выдвинут угрозу, они с вероятностью p рискуют столкнуться с Советским Союзом, который придерживается жесткого курса, а значит, проигнорирует ее. При этом ожидаемый выигрыш США составит $(-2 - 8q)$, как было вычислено выше. Вероятность того, что США будут иметь дело с СССР, поводящим мягкий курс, равна $(1 - p)$. Мы исходим из того, что тогда Советский Союз подчинится требованиям Соединенных Штатов и они получат выигрыш 1. Следовательно, их ожидаемый выигрыш от вероятностной угрозы при условии, что она окажется эффективной в противостоянии с СССР, равен

$$(-2 - 8q) \times p + 1 \times (1 - p) = -8pq - 3p + 1.$$

Если Соединенные Штаты воздержатся от угрозы, их выигрыш составит −2. Стало быть, они могут выдвигать угрозу при выполнении следующего условия:

$$-pq - 3p + 1 > -2, \text{ или } q < \frac{3}{8}\frac{1-p}{p} = \frac{0{,}375(1-p)}{p}.$$

Иными словами, вероятность войны должна быть достаточно низкой, чтобы удовлетворять этому условию, или США лучше вообще такую угрозу не выдвигать. Мы называем этот верхний предел значений q **условием приемлемости**. Обратите внимание, что p входит в формулу максимального значения q, которое будет приемлемым для Соединенных Штатов: чем выше вероятность того, что СССР не уступит, тем меньше риск взаимной катастрофы, который США считают приемлемым.

Для того чтобы вероятностная угроза обеспечила требуемый результат, она должна удовлетворять как условию эффективности, так и условию приемлемости. Мы можем определить приемлемый уровень вероятности войны с помощью рис. 14.5. На горизонтальной оси отображены значения вероятности p того, что СССР придерживается жесткого курса, а на вертикальной — вероятность q того, что разразится война, если Советский Союз проигнорирует угрозу США. Горизонтальная линия $q = 0{,}6$ отображает нижний предел условия эффективности: угроза должна быть такой, чтобы связанная с ней точка (p, q) находилась над этой линией, если США имеют дело с СССР, который проводит мягкий курс. Кривая $q = 0{,}375(1 - p)/p$ дает верхний предел условия приемлемости: угроза должна быть такой, чтобы точка с координатами (p, q) находилась под этой линией, если предполагается, что угроза должна быть приемлемой для США даже в случае мягкого курса Советского Союза. Таким образом, эффективная и приемлемая угроза должна располагаться где-то между этими двумя линиями, сверху и слева от их пересечения в точке с координатами $p = 0{,}38$ и $q = 0{,}6$ (на рис. 14.5 эта область выделена серым).

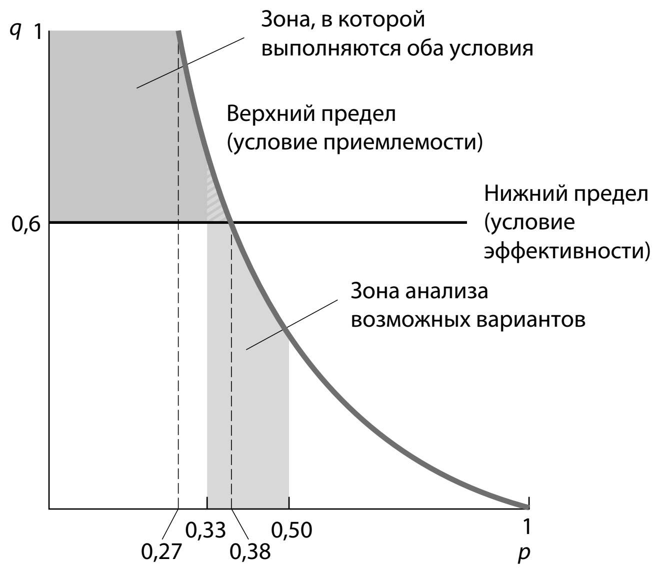


Рис. 14.5. Условия успешного балансирования на грани

Эта линия достигает значения $q = 1$, когда $p = 0{,}27$. При всех p меньше этого значения серьезная угроза (неизбежность войны) приемлема для США и эффективна против СССР, придерживающегося мягкого курса. Это подтверждает выводы, сделанные по результатам анализа в разделе 3.

При всех значениях p в диапазоне от 0,27 до 0,38 серьезная угроза с вероятностью $q = 1$ смещает точку (p, q) направо от линии, отображающей условие приемлемости, и является слишком большой, чтобы быть приемлемой для США. Однако здесь можно найти угрозу меньшего масштаба. В данном диапазоне значений q некоторые значения достаточно низкие, чтобы быть приемлемыми для Соединенных Штатов, но в то же время достаточно высокие, чтобы принудить Советский Союз подчиниться. Балансирование на грани (с использованием вероятностной угрозы) позволяет в данном случае добиться поставленной цели, тогда как простая угроза была бы слишком рискованной.

Если значение p превышает 0,38, нет ни одного значения q, удовлетворяющего обоим условиям. Если вероятность того, что СССР не уступит, превышает 0,38, то любая угроза, достаточно большая для того, чтобы быть эффективной против Советов с мягким курсом ($q \geq 0{,}6$), создает чересчур высокий, а значит, неприемлемый для США риск войны. Следовательно, если $p \geq 0{,}38$, США не поможет использование стратегии балансирования на грани.

5. Практическое применение балансирования на грани

Если Кеннеди располагает достаточно точной оценкой вероятности p того, что Советский Союз — сторонник жесткого курса, а также если он уверен в своей способности контролировать риск q того, что блокада приведет к ядерной войне, то у него есть возможность рассчитать и реализовать свою наилучшую стратегию. Как мы видели в разделе 3, если $p < 0{,}27$, серьезная угроза неизбежной войны приемлема для Кеннеди (даже если он решит использовать наименьшую эффективную угрозу, а именно при $q = 0{,}6$). Если значение p попадает в диапазон от 0,27 до 0,38, то Кеннеди должен прибегнуть к балансированию на грани. Такая угроза должна содержать в себе риск катастрофы $0{,}6 < q < 0{,}375(1 - p)/p$; в этом случае Кеннеди тоже выберет наименьшее значение в данном диапазоне, то есть $q = 0{,}6$. При $p > 0{,}38$ Кеннеди следует уступить.

В действительности Кеннеди не знает точного значения p; у него есть только приблизительная оценка того, что оно находится в диапазоне от 1/3 до 1/2. К тому же он не может быть уверен в точном местоположении критического значения q по отношению к графику условия приемлемости. Это зависит от чисел, используемых в качестве выигрышей Советского Союза при разных исходах (например, −8 в случае войны и −4 в случае выполнения требований США), Кеннеди может только приблизительно оценить эти значения. И наконец, он может даже не иметь возможности достаточно точно контролировать риск, возникший в связи с балансированием на грани. Все эти неопределенности говорят лишь об одном: нужна предельная осторожность.

Предположим, Кеннеди считает, что $p = 0{,}35$, и выдвигает угрозу, подкрепленную действием, которое несет в себе риск $q = 0{,}65$. Этот риск больше, чем необходимо, чтобы угроза была эффективной, а именно $q = 0{,}6$. Предел приемлемости составляет $0{,}375 \times (1 - 0{,}35)/0{,}35 = 0{,}7$, а риск $q = 0{,}65$ меньше этого предела. То есть, по подсчетам Кеннеди, такой риск удовлетворяет как условию эффективности, так и условию приемлемости. Но представим, что Кеннеди ошибается. Скажем, если он не осознает, что Лемей действительно может не выполнить приказы и предпринять чрезмерно агрессивные действия, то значение q может оказаться выше, чем его оценивает Кеннеди, например равным 0,8, что Кеннеди посчитал бы слишком рискованным. Или, допустим, значение p на самом деле равно 0,4; тогда Кеннеди счел бы даже $q = 0{,}65$ рискованным. Кроме того, эксперты Кеннеди могли бы неправильно оценить выигрыши Советского Союза. Если бы они оценили его унижение вследствие вывода ракет в −5, а не −4, то предельное значение условия эффективности составляло бы $q = 0{,}7$, поэтому угроза Кеннеди при $q = 0{,}65$ не достигла бы требуемой цели.

Все, что известно Кеннеди, — это что общая форма графиков, отображающих условие эффективности и условие приемлемости, такая же, как на рис. 14.5. Он не знает точного значения p, а значит, не знает, какое именно значение q выбрать, чтобы выполнить оба условия. На самом деле Кеннеди даже не знает, существует ли такой диапазон для неизвестного истинного значения p: оно может быть больше или меньше граничного значения 0,38, разделяющего эти два случая. Кроме того, у Кеннеди нет возможности очень точно установить значение q; следовательно, если бы он даже знал значение p, то не мог бы действовать, не сомневаясь в своей готовности пойти на соответствующий риск.

Что же ему делать при столь расплывчатой информации, неадекватном контроле и больших рисках? Прежде всего *проанализировать* границы терпимости Советского Союза к риску, а также границы своей готовности пойти на риск. При этом было бы неправильно начинать с анализа значения q, которое может оказаться слишком высоким. Вместо этого Кеннеди должен изучить границы «снизу», то есть начать с достаточно безопасного значения и постепенно повышать уровень риска, чтобы увидеть, «кто моргнет первым». Именно так балансирование на грани применяется в реальной жизни.

Поясним это с помощью рис. 14.5. Обратите внимание на затененный сегмент; его правая и левая границы, $p = 1/3$ и $p = 1/2$, соответствуют пределам диапазона значений p по оценке Кеннеди. Нижняя граница выделенной зоны — это горизонтальная ось ($q = 0$). Верхняя граница состоит из двух сегментов. При $p < 0{,}38$ она соответствует условию приемлемости. Не забывайте, что Кеннеди не знает точного положения этих границ, но должен найти его методом проб и ошибок, продвигаясь снизу. Следовательно, этот процесс необходимо начать в зоне с цветным затенением.

Предположим, Кеннеди начнет с очень безопасного действия, скажем, когда q равно примерно 0,01 (1%). В нашем примере с Карибским кризисом это может быть телевизионное обращение Кеннеди, в котором он объявил о предстоящем карантине. В этот момент точка с координатами (p, q) находится где-то у нижнего края выделенной области. Кеннеди не знает, где именно, поскольку ему неизвестно точное значение p. Однако существует очень большая вероятность того, что в этой точке угроза достаточно безопасна, но при этом неэффективна. Поэтому Кеннеди немного обостряет ситуацию. Иными словами, смещает точку с координатами (p, q) в вертикальном направлении вверх по отношению к исходному положению. Это может быть фактическое введение карантина. Если это действие также окажется безопасным, но неэффективным, Кеннеди еще немного повышает уровень риска. Это может быть утечка информации о планах бомбардировки.

Двигаясь таким образом, Кеннеди достигнет одной из границ затененной области на рис. 14.5, но какой именно, зависит от значения p. Есть два варианта развития событий. Первый — когда угроза станет достаточно серьезной, чтобы сдержать Советский Союз (это произойдет, если истинное значение p меньше его истинного критического значения, то есть 0,38). На графике мы это видим как переход из области с цветным затенением в область, в которой угроза и приемлема, и эффективна. В таком случае СССР уступит, а Кеннеди одержит победу. Второй вариант — когда угроза становится для США слишком рискованной; это происходит, если $p > 0{,}38$. Анализ, который выполняет при этом Кеннеди, продвигает его выше графика условия приемлемости. В итоге Кеннеди решает уступить, а Хрущев выигрывает. Опять же, подчеркиваем, что, поскольку Кеннеди неизвестно истинное значение p, он не знает заранее, какой из двух исходов имеет преимущество. Постепенно повышая степень риска и наблюдая за поведением Советов, Кеннеди может получить подсказки, которые помогут ему уточнить значение p. В итоге он достигнет уровня точности, позволяющего понять, к какой границе он движется и, соответственно, уступит ли Советский Союз или это придется сделать Соединенным Штатам.

На самом деле в игре есть два возможных исхода только при условии, что постоянный и неизменно растущий взаимный риск катастрофы не появится в тот период, пока Кеннеди методом проб и ошибок пытается определить диапазон все более рискованных военных решений. Следовательно, существует и третий исход — а именно, что буря разразится еще до того, как любая из сторон осознает, что достигла предела терпимости к риску, и отступит. Иначе говоря, именно постепенно возрастающий риск и делает балансирование на грани столь тонкой и опасной стратегией.

Таким образом, балансирование на грани — это практика **постепенного повышения риска обоюдного ущерба**, наглядным примером которой может служить **игра в труса в реальном времени**. В ходе анализа этой игры в главе 4 мы предоставили каждому игроку простой двоичный выбор: ехать прямо или свернуть. В действительности их выбор зависит от времени. Два автомобиля мчатся навстречу друг другу, и каждый игрок может свернуть в любой момент. Когда автомобили находятся очень далеко друг от друга, решение свернуть гарантирует безопасность. По мере приближения автомобилей риск столкновения увеличивается и сворачивание в сторону уже может его не предотвратить. Когда два игрока едут навстречу друг другу, каждый анализирует предел готовности соперника взять на себя этот риск и в то же время, возможно, пытается определить собственный предел. В сторону свернет тот, кто перейдет эту грань первым. Тем не менее всегда остается риск того, что оба игрока опоздают с решением настолько, что столкновение станет неизбежным.

Теперь мы видим, почему в случае Карибского кризиса те факторы, которые не позволяли рассматривать его как игру с двумя участниками, облегчают практическое применение балансирования на грани. Блокада была относительно мелким шагом, который вряд ли спровоцировал бы ядерную войну. Однако как только Кеннеди привел блокаду в действие, ее ход, обострение и прочие факторы перестали находиться под его полным контролем. Именно поэтому Кеннеди не говорил Хрущеву: «Если вы откажетесь выполнить мои требования (перейдете опасную черту), я хладнокровно и осознанно начну ядерную войну, которая уничтожит оба наших народа». Скорее всего, он говорил: «Маховик блокады начал вращаться и набирает обороты. Чем дольше вы будете медлить, тем выше вероятность того, что какой-то рабочий процесс пойдет не так, политическое давление на меня усилится до такой степени, что мне придется уступить, или какой-нибудь “ястреб” выйдет из-под контроля. И тогда я уже не смогу предотвратить ядерную войну, как бы этого ни хотел. Теперь только вы можете снизить напряженность, выполнив мои требования о выводе ракет».

Мы убеждены, что данный подход обеспечивает более глубокое понимание сути этого кризиса, чем многие методы анализа, основанные на простой угрозе. Этот подход объясняет, почему именно *риск* войны играл столь важную роль во всех дискуссиях. Более того, он делает убедительные аргументы Аллисона, касающиеся бюрократических процедур и внутренних противоречий с обеих сторон, неотъемлемой частью картины: эти факторы позволяют игрокам высшего уровня с обеих сторон гарантированно потерять часть контроля, другими словами, применить метод балансирования на грани.

Нам остается обсудить одно важное условие. Из главы 9 мы знаем, что каждая угроза содержит подразумеваемое обещание, то есть что неблагоприятные последствия не наступят, если ваш соперник удовлетворит ваши пожелания. То же самое требуется и для балансирования на грани. Если ваш оппонент выполнит ваши условия, когда вы повышаете уровень риска, вы должны иметь возможность «дать задний ход», то есть немедленно начать снижать риск и быстро исключить его из картины происходящего, иначе выполнение ваших требований не принесет сопернику никакой выгоды. Возможно, именно в этом и заключалась проблема в ходе Карибского кризиса. Если бы Советский Союз опасался того, что Кеннеди неспособен контролировать таких «ястребов», как Лемей («Мы должны были просто пойти и врезать им как следует»), он не получил бы ничего, если бы уступил.

Давайте подведем итоги. Балансирование на грани — это стратегия, посредством которой вы подвергаете соперника и себя постепенно возрастающему риску обоюдного ущерба. Фактическое наступление пагубного исхода не полностью контролируется тем, кто выдвигает угрозу.

В такой интерпретации балансирование на грани встречается повсюду. В большинстве противостояний (например, между компанией и профсоюзом, мужем и женой, родителем и ребенком, президентом и Конгрессом и т. д.) одна сторона не может быть уверена в целях и возможностях другой. Следовательно, большинство угроз сопряжены с риском ошибки, и каждая угроза должна содержать элемент балансирования на грани. Мы надеемся, что помогли вам составить определенное представление об этой стратегии и осознать риски, которые она несет. Неудачная попытка использовать балансирование на грани может привести к забастовке, расторжению брака или снижению доходности американских облигаций, как было обнаружено президентом Обамой и членами Конгресса в 2011 году, после дискуссий по поводу повышения верхнего предела государственного долга. Вам не раз придется столкнуться с балансированием на грани в течение жизни, поэтому настоятельно советуем: проявляйте осторожность и исходите из четкого понимания своих возможностей и целей.

Чтобы помочь вам в этом, подытожим важные уроки, извлеченные из опыта разрешения Карибского кризиса и по-новому интерпретированные в ситуации, когда лидеры профсоюза рассматривают возможность проведения забастовки с требованием о повышении заработной платы, не зная наверняка, не обернется ли это полным прекращением деятельности компании.

— Начинайте с небольших и безопасных шагов. Вашим первым шагом должна стать не немедленная организация акции протеста, а планирование провести собрание членов профсоюза через несколько дней или даже недель, а пока продолжайте переговоры.
— Постепенно повышайте риск. Ваши публичные заявления и высказывания в кулуарах, а также нагнетание эмоций среди членов профсоюза должно заставить руководство компании принять тот факт, что текущий уровень заработной платы неприемлем. По возможности устройте небольшие инциденты, скажем краткосрочную забастовку или локальные акции протеста.
— По мере продолжения процесса читайте и интерпретируйте сигналы, присутствующие в действиях руководства компании, для того чтобы понять, в состоянии ли она удовлетворить ваши требования о повышении заработной платы.
— Сохраняйте достаточный контроль над ситуацией, то есть постарайтесь убедить членов профсоюза в необходимости утвердить соглашение, которого вы достигнете с руководством компании, иначе оно будет считать, что обстановка не разрядится, даже если ваши требования будут выполнены.

Резюме

В некоторых игровых ситуациях риск ошибки при наличии угрозы может потребовать использования минимально возможной угрозы. Если большую угрозу нельзя снизить другими способами, ее масштаб можно уменьшить, поставив ее выполнение в зависимость от определенных условий. Стратегическое использование *вероятностной угрозы*, при котором вы подвергаете соперника и себя возрастающему риску ущерба, называется балансированием на грани.

Балансирование на грани требует ослабить контроль над исходом игры, но не терять его полностью. Необходимо создать угрозу с таким уровнем риска, который был бы достаточно высоким, чтобы вы могли принудить или удержать соперника, и достаточно низким, чтобы ситуация была для вас приемлемой. Для этого вы должны определить уровень терпимости обоих игроков к риску посредством *постепенного повышения риска обоюдного ущерба*.

Кубинский ракетный кризис 1962 года — яркий наглядный пример применения балансирования на грани со стороны президента Кеннеди. Анализ этого кризиса как примера простой угрозы с блокадой Кубы в качестве инструмента обеспечения достоверности этой угрозы не позволяет понять сути происходящего. Более эффективный анализ учитывает множество нюансов и неопределенностей, присущих этой ситуации, а также вероятность того, что простая угроза была слишком рискованной. Поскольку в реальный кризис были вовлечены многочисленные политические и военные игроки, Кеннеди удалось добиться «контролируемой потери контроля», приказав ввести блокаду и постепенно накаляя ситуацию и усиливая напряженность до тех пор, пока Хрущев не уступил перед лицом угрозы ядерной войны.

Ключевые термины

Вероятностная угроза
Игра в труса в реальном времени
Постепенное повышение риска обоюдного ущерба
Условие приемлемости
Условие эффективности

Упражнения с решениями

S1. Рассмотрите игру между компанией и членами профсоюза. Для того чтобы заставить компанию выполнить требования о повышении заработной платы и дополнительных льготах, профсоюз может пригрозить забастовкой (или не делать этого). Столкнувшись с такой угрозой, компания может удовлетворить требования профсоюза или проигнорировать угрозу забастовки. Однако в момент принятия решения о выдвижении угрозы профсоюз не знает, насколько прибыльна компания, а ее заявлениям по этому поводу верить нельзя. «Природа» определяет, рентабельна ли компания; вероятность того, что она нерентабельна, равна p.

Структура выигрышей в этой игре такова: 1. Когда профсоюз не выдвигает никаких угроз, он получает выигрыш 0 (независимо от рентабельности компании). Компания получает выигрыш 100, если она рентабельна, и выигрыш 10, если нерентабельна. Пассивный профсоюз оставит больше прибыли компании, если она вообще ее получит. 2. Когда профсоюз угрожает провести забастовку и компания выполняет его требования, выигрыш профсоюза равен 50 (независимо от рентабельности компании), а компания получает выигрыш 50, если она рентабельна, и выигрыш –40, если нерентабельна. 3. Когда профсоюз угрожает организовать забастовку, а компания игнорирует эту угрозу, профсоюз будет вынужден провести забастовку, и при этом его выигрыш составит –100 (независимо от рентабельности компании). Компания получает выигрыш –100, если она рентабельна, и выигрыш –10 в противном случае. Игнорирование угрозы обходится рентабельной компании очень дорого, а нерентабельной не очень дорого.

a) Что произойдет, если профсоюз использует чистую угрозу организовать забастовку, если компания не выполнит его требований?
b) Предположим, профсоюз создаст ситуацию, в которой существует определенный риск того, что с вероятностью $q < 1$ он устроит забастовку, после того как компания проигнорирует его угрозу. Такой риск может возникнуть в результате неспособности лидеров профсоюза добиваться желаемого от руководства компании. Постройте дерево этой игры, аналогичное дереву на рис. 14.4.
c) Что произойдет, если профсоюз использует балансирование на грани, угрожая провести забастовку с вероятностью q, если компания не выполнит его требований?
d) Сформулируйте для этой игры условие эффективности и условие приемлемости и определите значения p и q , при которых профсоюз может использовать чистую угрозу, балансирование на грани или вообще не выдвигать никакой угрозы.

S2. Концепцию балансирования на грани иллюстрируют сцены из многих кинофильмов. Проанализируйте следующие описания таких сцен с этой точки зрения. С какими рисками стакиваются обе стороны? Как эти риски повышаются в процессе выполнения угрозы с элементами балансирования на грани?

a) В фильме 1980 года The Gods Must Be Crazy («Боги, наверное, сошли с ума») единственного выжившего члена группы повстанцев, которая пыталась убить президента африканской страны, поймали и допрашивают. Он стоит с завязанными глазами в вертолете, спиной к открытой двери. Перекрикивая шум винтов вертолета, офицер спрашивает его: «Кто твой главарь? Где он скрывается?» Человек не отвечает, и офицер выталкивает его из вертолета. В следующей сцене мы видим, что, хотя двигатель работает, вертолет на самом деле стоит на земле и человек упал с совсем небольшой высоты. Офицер появляется в проеме двери и говорит со смехом: «В следующий раз мы поднимемся повыше».

b) В фильме 1998 года A Simple Plan («Простой план») два брата забирают сумку с 4,4 миллионами долларов, которую они находят в разбившемся самолете. После множества интригующих поворотов судьбы оставшийся в живых мародер Хэнк встречается с агентом ФБР. Последний, понимая, что ему не удастся доказать, что часть денег осталась у Хэнка, рассказывает ему историю происхождения этих денег и отмечает, что у ФБР есть серийные номера каждой десятой купюры в той сумме денег, которая в свое время была выплачена в качестве выкупа. В завершение агент говорит: «Теперь мы будем просто ждать, пока они не появятся. Нельзя разбрасываться стодолларовыми купюрами, чтобы на тебя не обратили внимания».

S3. В этом упражнении мы приводим пару примеров успешного применения метода балансирования на грани, где «успех» означает взаимоприемлемое соглашение сторон. В каждом примере выполните следующие задания: 1) определите интересы сторон; 2) опишите характер неопределенности, присутствующей в данной ситуации; 3) опишите стратегии, примененные сторонами для повышения риска катастрофы; 4) проанализируйте, были ли они эффективными; 5) (дополнительное задание) если сможете, разработайте небольшую математическую модель наподобие представленной в данной главе. В каждом случае мы приводим ссылки на источники информации, с которых вы можете начать выполнение данного упражнения. Вам следует найти больше таких источников, воспользовавшись ресурсами своей библиотеки, а также интернет-ресурсами, такими как LexisNexis.

a) Уругвайский раунд международных торговых переговоров, который начался в 1986 году и завершился в 1994 году созданием Всемирной торговой организации. *Источник:* John H. Jackson, The World Trading System, 2nd ed. (Cambridge, Mass.: MIT Press, 1997), pp. 44–49 and ch. 12 and 13.

b) Кэмп-Дэвидские соглашения между Израилем и Египтом в 1978 году. *Источник:* William B. Quandt, Camp David: Peacemaking and Politics (Washington, D.C.: Brookings Institution, 1986).

S4. Следующие примеры иллюстрируют использование балансирования на грани, когда оно считается «неудачным» в случае обоюдно неблагоприятного исхода (катастрофы). Ответьте на вопросы, приведенные в упражнении **S3**, в контексте таких ситуаций:

a) Конфронтация между властями и демократически настроенными демонстрантами из числа студентов в Пекине в июне 1989 года. *Источники:* Donald Morrison, ed., Massacre in Beijing: China's Struggle for Democracy (New York: Time Magazine Publications, 1989); Suzanne Ogden, Kathleen Hartford, L. Sullivan, and D. Zweig, eds., China's Search for Democracy: The Student and Mass Movement of 1989 (Armonk, N.Y.: M.E. Sharpe, 1992).

b) Забастовка в компании Caterpillar в период с 1991 по 1998 год. *Источники:* "The Caterpillar Strike: Not Over Till It's Over," Economist, February 28, 1998; "Caterpillar's Comeback," Economist, June 20, 1998; Aaron Bernstein, "Why Workers Still Hold a Weak Hand," BusinessWeek, March 2, 1998.

S5. Ответьте на вопросы, перечисленные в упражнении **S3**, в контексте применения балансирования на грани в будущем в следующих возможных ситуациях:

a) Провозглашение Тайванем независимости от Китайской Народной Республики. *Источник:* Ian Williams, "Taiwan's Independence," Foreign Policy in Focus, December 20, 2006; http://fpif.org/taiwans_independence/.

b) Милитаризация космического пространства — например, размещение оружия в космосе или уничтожение спутников. *Источник:* "Disharmony in the Spheres," Economist, January 17, 2008; www.economist.com/node/10533205.

Упражнения без решений

U1. В данной главе мы утверждаем, что выигрыш Соединенных Штатов составляет −10, если Советский Союз (любого типа) игнорирует угрозу США; выигрыши показаны на рис. 14.3. Предположим, что на самом деле этот выигрыш равен −12, а не −10.

a) Включите данное изменение выигрыша в дерево игры, аналогичное дереву на рис. 14.4.

b) С помощью дерева игры, полученного в пункте a, найдите условие эффективности для этой версии игры в балансирование на грани между США и СССР.

c) Воспользовавшись выигрышами из пункта a, найдите условие приемлемости для этой игры.
d) Постройте график, аналогичный графику на рис. 14.5, отобразив на нем условия эффективности и приемлемости, найденные в пунктах b и c.
e) При каких значениях p (вероятности того, что Советский Союз придерживается жесткого курса) чистая угроза ($q = 1$) приемлема? При каких значениях p чистая угроза неприемлема, но балансирование на грани все же возможно?
f) Если Кеннеди был прав, полагая, что значение p находится в диапазоне от 1/3 до 1/2, указывает ли ваш анализ этой версии игры на существование эффективной *и* приемлемой вероятностной угрозы? На основе этого примера объясните, почему исходные предположения специалиста по теории игр относительно выигрышей игроков могут существенно влиять на прогнозы, проистекающие из теоретической модели.

U2. Ответьте на вопросы из упражнения **S2** в контексте следующих фильмов:

a) В классическом художественном фильме 1941 года The Maltese Falcon («Мальтийский сокол») герой Сэм Спейд (Хамфри Богарт) — единственный, кто знает, где находится невероятно ценная, инкрустированная бриллиантами статуэтка сокола, и злодей Каспер Гатмен (Сидни Гринстрит) угрожает ему пытками ради получения этой информации. Спейд указывает на то, что пытки бесполезны, если только за ними не последует смерть, но Гатмен не может убить Спейда, поскольку вместе с ним умрет и информация. Следовательно, он может не утруждаться угрозой пыток. Гатмен отвечает: «Вы правильно мыслите, сэр, и это справедливо и весьма продуманно для обеих сторон, потому что, как вы знаете, в пылу событий люди обычно забывают свои истинные цели и отдаются воле чувств».
b) Классический советский фильм 1925 года «Броненосец “Потемкин”» (посвященный событиям лета 1905 года) заканчивается сценой, в которой эскадра кораблей царского Черноморского флота преследует мятежный, взбунтовавшийся корабль «Потемкин». Напряженность нарастает по мере приближения кораблей друг к другу. Матросы с каждой стороны бегут на свои боевые посты, заряжают и наводят на цель большие пушки и взволнованно ждут приказа стрелять в своих соотечественников. Ни одна из сторон не хочет атаковать другую, но ни одна и не хочет сдаваться или умереть без боя. У царских кораблей есть приказ взять «Потемкин» любыми доступными способами, а члены экипажа корабля знают, что будут осуждены за измену, если сдадутся.

U3. Ответьте на вопросы, перечисленные в упражнении **S3**, в контексте следующих примеров успешного балансирования на грани:

a) Переговоры между режимом апартеида в Южной Африке и Африканским национальным Конгрессом о принятии новой конституции, предусматривающей проведение мажоритарных выборов, в период с 1989 по 1994 год. *Источник:* Allister Sparks, Tomorrow Is Another Country (New York: Hill and Wang, 1995).

b) Мир в Северной Ирландии: разоружение ИРА в июле 2005 года, соглашение Святого Эндрю в октябре 2006 года, выборы в марте 2007 года и правительство на основе разделения полномочий Иэна Пейсли и Мартина Макгиннесса. *Источник:* "The Thorny Path to Peace and Power Sharing," CBC News, March 26, 2007; www.cbc.ca/news2/background/northernireland/timeline.html.

U4. Ответьте на вопросы, перечисленные в упражнении **S3**, в контексте следующих примеров неудачного балансирования на грани:

a) Противостояние по вопросам бюджета между президентом Клинтоном и Конгрессом, контролируемым республиканцами, в 1995 году. *Источники:* Sheldon Wolin, "Democracy and Counterrevolution," Nation, April 22, 1996; David Bowermaster, "Meet the Mavericks," U.S. News and World Report, December 25, 1995 — January 1, 1996; "A Flight that Never Seems to End," Economist, December 16, 1995.

b) Забастовка сценаристов в 2007–2008 годах. *Источники:* "Writers Guild of America," online archive of the New York Times on the Writers Guild and the strike; http://topics.nytimes.com/top/reference/timestopics/organizations/w/writers_guild_of_america/index.html; Writers Strike: A Punch from the Picket Line"; http://writers-strike.blogspot.com.

U5. Ответьте на вопросы, перечисленные в упражнении **S3**, в контексте возможных случаев применения балансирования на грани в будущем.

a) Размещение американских пусковых комплексов для запуска противобаллистических ракет в Польше, а также сопутствующего радара в Чешской Республике, предположительно предназначенных для перехвата ракет из Ирана, что вызвало гнев России. *Источник:* "Q&A: US Missile Defence," BBC News, August 20, 2008. Доступно на http://news.bbc.co.uk/2/hi/europe/6720153.stm.

b) Сдерживание Ирана от разработки ядерного оружия. *Источники:* James Fallows, "The Nuclear Power Beside Iraq," Atlantic, May 2006; www.theatlantic.com/doc/200605/fallows-iran; James Fallows, "Will Iran Be Next?" Atlantic, December 2004. Доступно на www.theatlantic.com/magazine/archive/2006/05/the-nuclear-power-beside-iraq/304819.

15 Стратегии и голосование

Когда речь заходит о голосовании, вы, наверное, в первую очередь вспоминаете о выборах президента, затем, возможно, о выборах мэра, а иногда даже о выборах старосты класса в школе. А кто-то вспоминает и об университетском футболисте, выигравшем в прошлом году кубок Хайсмана, или о фильме, получившем «Оскар», или о последнем решении Верховного суда. *Все* эти ситуации связаны с голосованием, хотя и отличаются по числу участников, длине списка кандидатов или количеству вариантов выбора, доступных голосующим, а также процедур подсчета голосов и определения победителя. В каждом случае стратегическое мышление может сыграть определенную роль в схеме заполнения бюллетеней для голосования. Кроме того, стратегические соображения могут иметь решающее значение при выборе метода проведения голосования и подсчета голосов.

Процедуры голосования существенно разнятся не потому, что одни подразумевают выбор лауреатов премии «Оскар», а другие — выбор президента, а потому, что конкретные процедуры обладают свойствами, которые делают их более (или менее) подходящими для тех или иных ситуаций, требующих голосования.

Например, в последнее десятилетие стали расти опасения, что выборы, которые проходят по мажоритарной системе (когда побеждает кандидат, набравший большее количество голосов), способствуют формированию двухпартийной системы, из-за чего в более чем десяти американских городах были изменены правила голосования*. Кое-где эти изменения привели к результатам, отличавшимся от тех, которые были бы получены при прежней системе голосования по принципу относительного большинства. Например, мэр Окленда Джин Куан заняла этот пост в ноябре 2010 года, несмотря на то что ей отдали первое место только 24% избирателей, тогда как за кандидата,

---

* Этот результат известен в политологии как закон Дюверже, который мы проанализируем более подробно в разделе 3.A.

оказавшегося в итоге вторым, проголосовало 35% избирателей. В последнем туре преференциального голосования, проходившем в этом городе, Куан получила 51% голосов, а оставшиеся 49% достались кандидату, занявшему второе место. Мы проанализируем столь парадоксальные результаты в разделе 2 данной главы.

С учетом того, что разные процедуры голосования способны обеспечить разные результаты, становится понятен диапазон возможностей стратегического поведения при выборе процедуры, которая может генерировать предпочтительный для вас результат. Нередки случаи, когда избиратели голосуют не за, а вопреки, то есть за того (или то), кто не является для них лучшим вариантом, но позволяет избежать худшего варианта. Данный тип стратегического поведения весьма распространен, когда это позволяют процедуры голосования. Как избиратель вы должны знать о преимуществах, обусловленных таким *стратегическим искажением предпочтений*, а также о том, что другие могут применить эту тактику против вас.

В следующих разделах главы мы сначала познакомим вас с диапазоном существующих процедур голосования, а также с некоторыми парадоксальными результатами, порой возникающими при использовании определенных процедур. Затем рассмотрим, как можно оценить эффективность этих процедур, прежде чем приступать к изучению стратегического поведения участников голосования и способов манипулирования его результатами. И наконец, представим два варианта результата, известного как *теорема о медианном избирателе,* в виде игры с нулевой суммой с двумя участниками, в которой используются дискретные и непрерывные стратегии.

1. Правила и процедуры голосования

Наличие многочисленных процедур голосования позволяет сделать выбор из списка альтернатив (кандидатов или вопросов). Но что примечательно, даже если таких альтернатив всего три, структура выборов существенно усложняется. В данном разделе мы опишем ряд процедур, используемых в трех широких классах методов голосования, или методов агрегирования голосов. Количество возможных процедур голосования огромно, и приведенную нами простую классификацию можно существенно расширить, включив в нее выборы, основанные на сочетании таких процедур. Этой теме посвящено немало работ как в области экономики, так и в области политологии. Мы не задавались целью представить их исчерпывающий обзор, а, скорее, хотели помочь вам составить о них общее представление. Если вас интересует эта тема, рекомендуем прочитать дополнительную литературу, в которой содержится более подробная информация*.

А. Бинарные методы

Методы агрегирования голосов можно разделить на категории по числу вариантов, или кандидатов, рассматриваемых избирателями в любой момент времени. **Бинарные методы** подразумевают выбор одной из двух альтернатив за один раз. Во время выборов с участием ровно двух кандидатов голоса можно агрегировать посредством использования хорошо известного **принципа простого большинства**, согласно которому побеждает кандидат, получивший большинство голосов. При наличии более двух альтернатив можно применить **парное голосование** — метод, который сводится к повторению бинарного голосования. Парные процедуры голосования **многоэтапны** и подразумевают голосование по парам альтернатив в ходе нескольких туров по принципу относительного большинства для определения наиболее предпочтительной альтернативы.

Одна из процедур парного голосования, в соответствии с которой каждая альтернатива выставляется против каждой из оставшихся альтернатив в процессе парного сравнения по принципу большинства, обозначается термином «**метод Кондорсе**», по имени французского ученого XVIII столетия Мари Жана Антуана Николя де Карита, маркиза де Кондорсе. Он полагал, что выиграть выборы должен кандидат, который победит всех остальных кандидатов в серии состязаний один на один; такого кандидата (или альтернативу) в настоящее время называют **победителем по Кондорсе**. Другие парные процедуры голосования подразумевают вычисление таких показателей, как **индекс Коупленда**, который отражает количество побед и поражений альтернативы в процессе парного сравнения. В первом туре Чемпионата мира по футболу разновидность индекса Коупленда позволяет определить, какие команды из каждой группы перейдут во второй тур чемпионата**.

Еще одна известная процедура парного сравнения, используемая при наличии трех возможных альтернатив, — это **процедура внесения поправок**, применения которой

* Классический учебник по этой теме, который сыграл важную роль в популяризации теории игр в области политических наук: William Riker, Liberalism Against Populism (San Francisco: W. H. Freeman, 1982). Общий обзор этой темы можно найти в сборнике статей: "Economics of Voting," Journal of Economic Perspectives, vol. 9, no. 1 (Winter 1995). Одна из первых научных работ по этой теме: Michael Dummett, Voting Procedures (Oxford: Clarendon Press, 1984). В следующей книге представлены новые идеи, которые мы проанализируем ниже в данной главе: Donald Saari, Chaotic Elections (Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2000).

** Обратите внимание на то, что такие индексы (или показатели) должны предусматривать точный порядок действий в случае ничьих. Во время чемпионата мира по футболу применяется система, в которой ничья получает заниженную оценку, с тем чтобы стимулировать более агрессивную игру. См. Barry Nalebuff and Jonathan Levin, "An Introduction to Vote Counting Schemes," Journal of Economic Perspectives, vol. 9, no. 1 (Winter 1995), pp. 3–26.

требует регламент Конгресса США в случае, когда законопроект ставится на голосование. Когда законопроект выносится на обсуждение Конгресса, его любой исправленный вариант сначала должен выиграть в голосовании против первоначального варианта. Вариант, победивший в первом туре голосования, выносится на голосование против действующего закона, и Конгрессмены голосуют за то, принимать ли ту версию закона, которая победила в первом туре; затем для определения победителя можно применить принцип простого большинства. Процедуру внесения поправок можно использовать для рассмотрения любых трех альтернатив: для этого сначала проводится первый тур голосования с участием двух альтернатив, а во время второго тура третья альтернатива выставляется против победившей альтернативы.

Б. Множественные методы

Множественные методы позволяют избирателям рассматривать три и более альтернативы одновременно. Одна группа множественных методов голосования подразумевает использование информации о позиции альтернатив в бюллетене для определения количества баллов, учитываемых при подсчете результатов голосования; такие методы голосования известны как **позиционные методы**. Уже знакомый вам **принцип относительного большинства голосов** — особый случай позиционного метода, когда каждый участник голосования отдает один голос за самую предпочтительную для него альтернативу. При подсчете голосов ей присваивается одно очко; победителем становится альтернатива, получившая наибольшее количество голосов (баллов). Обратите внимание, что победителю голосования, проведенного по принципу относительного большинства, не нужно набирать большинство (51%) голосов. Например, во время президентских выборов 2012 года в Мексике Энрике Пенья Ньето стал президентом, набрав 38,21% голосов; его оппоненты получили 31,6%, 25,4% и 2,3% голосов. Столь незначительный отрыв от соперников вызвал вопросы о легитимности выборов президента в Мексике, особенно в 2006 году, когда разрыв составлял всего 0,58%. Еще один особый случай позиционного метода — **метод относительного антибольшинства**, при котором избирателям предлагается голосовать против одного пункта в списке или, наоборот, за все пункты, кроме одного. В ходе подсчета голосов альтернативе, получившей голос против, присваивается –1 очко, или все альтернативы, кроме одной, получают по 1 баллу, а альтернатива, против которой подан голос, 0 баллов.

Один из самых известных позиционных методов голосования — **подсчет Борда́** (рейтинговое голосование), названный так по имени соотечественника и современника Кондорсе Жана-Шарля де Борда. Борда описывал новую процедуру как усовершенствованный вариант принципа относительного большинства. Метод Борда подразумевает, что каждый голосующий располагает все возможные альтернативы в порядке предпочтения. Баллы присваиваются на основании позиции соответствующей альтернативы в бюллетене. Во время выборов из трех кандидатов кандидат, занимающий верхнюю позицию в бюллетене, получает 3 балла, второй кандидат 2 балла и последний — 1 балл. После сбора бюллетеней баллы каждого кандидата суммируются и выборы выигрывает тот, кто получил максимальное количество баллов. Подсчет Борда часто используется в некоторых видах спорта, например при определении кандидатов на получение приза Сая Янга в профессиональном бейсболе, а также во время проведения чемпионатов по американскому футболу среди университетских команд.

Многие другие позиционные методы можно разработать просто путем изменения правила, используемого для присвоения баллов альтернативам на основании их позиций в избирательном бюллетене. Одна система может подразумевать присвоение баллов таким образом, чтобы альтернатива с самым высоким рейтингом получила их сравнительно больше, чем другие, — например, 5 баллов наиболее предпочтительной альтернативе в выборах с участием трех кандидатов и только 2 и 1 балл второй и третьей альтернативам. В выборах с участием большего количества кандидатов (скажем, восьми) две первые альтернативы в избирательном бюллетене могут находиться в более выгодном положении, получая, соответственно, 10 и 9 баллов, тогда как остальные по 6 баллов и меньше.

Альтернативой позиционным множественным методам стал сравнительно недавно изобретенный метод **одобрительного голосования**, при котором его участники могут голосовать за каждую одобренную ими альтернативу*. В отличие от позиционных методов, одобрительное голосование не проводит различия между альтернативами на основе их позиции в бюллетене. Все голоса, отданные в случае одобрительного голосования, рассматриваются как равноценные, а побеждает кандидат, получивший одобрение большинства голосующих. На выборах, в которых может быть больше одного победителя (например, выборах школьного совета), пороговый уровень одобрения устанавливается заранее и побеждают альтернативы, получившие число голосов, превышающее минимальный уровень одобрения. Сторонники этого метода утверждают, что он отдает предпочтение относительно умеренным альтернативам по сравнению с альтернативами, находящимися у любого конца общего диапазона. В свою очередь, противники полагают, что невнимательные избиратели могут избрать неподходящего новичка из списка кандидатов, отдав за него слишком много «поощрительных» голосов. Но, несмотря на эти разногласия, ряд профессиональных ассоциаций

* В отличие от других методов, история которых насчитывает несколько столетий, одобрительный метод голосования разработал в 1971 году, еще будучи студентом, Роберт Вебер. В настоящее время Роберт Вебер профессор экономики управления и теории принятия решений Северо-Западного университета и специализируется на теории игр.

и Организация Объединенных Наций используют одобрительное голосование для избрания своих должностных лиц, а некоторые штаты уже применяют (или рассматривают такую возможность) этот метод во время выборов в органы власти.

В. Смешанные методы

Некоторые многоэтапные процедуры голосования совмещают множественный и бинарный методы в рамках **смешанных методов**. Например, двухэтапный метод голосования **принцип простого большинства со вторым туром** используется для уменьшения большой группы возможных вариантов до бинарного решения. Во время первого этапа выборов избиратели отмечают свои наиболее предпочтительные альтернативы, после чего подсчитываются голоса, отданные за каждую. Если один кандидат получает большинство голосов на первом этапе, он выигрывает выборы. Но если после первого тура большинства голосов не набирает ни один кандидат, между двумя наиболее предпочтительными альтернативами проводится второй тур выборов, победитель которого определяется по принципу простого большинства голосов. Такая процедура используется на президентских выборах во Франции. Но она может привести к неожиданным результатам, если в первом туре три или четыре сильных кандидата делят между собой голоса избирателей. Например, весной 2002 года кандидат от крайнего правого крыла Ле Пен в первом туре президентских выборов оказался вторым, опередив премьер-министра Франции, социалиста Жоспена. Это вызвало удивление и полное смятение среди французских граждан, 30% которых даже не потрудились пойти на выборы, в то время как другие воспользовались первым туром, чтобы выразить свои симпатии к кандидатам крайне левого толка. Тот факт, что Ле Пен вышел во второй тур, вызвал серьезные политические волнения, хотя в итоге он проиграл действующему президенту Шираку.

Еще одна смешанная процедура голосования сводится к проведению нескольких последовательных **туров**. Голосующие выбирают одну из альтернатив в ходе каждого тура голосования, после завершения которого альтернатива с самым низким результатом исключается из списка. В следующем туре рассматриваются оставшиеся альтернативы. Исключение альтернатив продолжается до тех пор, пока их не останется всего две; на этом этапе используется бинарный метод голосования и победитель определяется по системе простого большинства со вторым туром. Процедура проведения голосования в несколько туров применяется при выборе места проведения Олимпийских игр.

Необходимость в нескольких последовательных турах голосования можно устранить, сделав так, чтобы избиратели указывали порядок своих предпочтений в первом избирательном бюллетене. Тогда для подсчета голосов в следующих турах можно использовать **систему единого передаваемого голоса**, в которой каждый голосующий ранжирует кандидатов, включенных в один первоначальный бюллетень, в порядке предпочтения. Если ни одна альтернатива не получает большинства голосов, отданных за первое место, кандидат с самым низким рейтингом исключается из списка, а голоса избирателей, отдавших ему первое место, передаются кандидату, указанному в списке вторым. Аналогичное перераспределение голосов происходит в последующих турах по мере исключения из списка очередных альтернатив. Побеждает альтернатива, получившая большинство голосов. Этот метод голосования, чаще называемый **системой мгновенного второго тура**, в настоящее время применяется в нескольких американских городах, в том числе в Окленде и Сан-Франциско. В некоторых городах его стали называть *голосование методом ранжирования* из-за ожидания избирателями «мгновенных» результатов, тогда как для полного подсчета бюллетеней требуется два-три дня.

Систему единого передаваемого голоса используют иногда в сочетании с **пропорциональным представительством** на выборах, которое подразумевает, что электорат штата, состоящий, например, из 55% республиканцев, 25% демократов и 20% независимых избирателей, обеспечивает формирование представительского органа власти, отображающего партийную принадлежность данного контингента избирателей. Иными словами, 55% членов палаты представителей США от такого штата будут республиканцами и т. д. Этот результат резко отличается от системы голосования, основанной на принципе относительного большинства, которая обеспечила бы избрание *всех* республиканцев (при условии, что состав избирателей в каждом избирательном округе такой же, как в штате в целом). Избираются кандидаты, получившие определенную долю голосов, а остальные, набравшие меньше оговоренной доли, исключаются из списка (конкретные показатели зависят от точных требований процедуры голосования). Голоса, отданные за кандидатов, исключенных из списка, передаются другим кандидатам в соответствии с порядком предпочтений избирателей. Процедура продолжается до тех пор, пока не будет набрано требуемое количество кандидатов от каждой партии. Разновидности этой процедуры голосования используются в ходе парламентских выборов в Австралии и Новой Зеландии.

Очевидно, что в процессе выбора метода агрегирования голосов есть место для стратегического мышления, к тому же стратегия играет важную роль и после выбора процедуры голосования. В разделе 2 мы рассмотрим ряд вопросов, связанных с выработкой правил проведения голосования и утверждением повестки дня. Кроме того, стратегическое поведение участников голосования, которое часто называют **стратегическим голосованием** или **стратегическим искажением предпочтений**, также способно изменить результаты выборов при любой системе правил, как мы увидим чуть ниже в данной главе.

2. Парадоксы голосования

Даже когда люди голосуют в соответствии со своими истинными предпочтениями, конкретные условия, касающиеся предпочтений избирателей и процедур голосования, могут обусловить любопытные результаты. Кроме того, порой итоги выборов в значительной степени зависят от типа процедуры, используемой для агрегирования голосов. В данном разделе описаны несколько самых известных результатов такого рода (так называемых парадоксов голосования), а также ряд примеров того, как итоги выборов могут меняться вследствие применения разных методов агрегирования голосов без каких-либо изменений предпочтений и без использования стратегического голосования.

А. Парадокс Кондорсе

Парадокс Кондорсе — один из самых известных и важных парадоксов голосования*. Как уже отмечалось ранее, согласно методу Кондорсе, победителем становится кандидат, получающий большинство голосов в каждом раунде парных сравнений. Парадокс Кондорсе возникает, когда этот процесс не позволяет определить победителя.

Для того чтобы проиллюстрировать данный парадокс, составим пример, в котором три человека голосуют за три альтернативных исхода посредством метода Кондорсе. Рассмотрим ситуацию, когда троим членам городского совета («левый», «центральный» и «правый») предлагают ранжировать свои предпочтения относительно трех альтернативных вариантов политики социального обеспечения: первый подразумевает увеличение размера имеющихся социальных пособий (назовем его «щедрым» и обозначим буквой Щ); второй предусматривает сокращение размера социальных пособий («сокращенный», С), а третий сохраняет существующее положение вещей («промежуточный», П). Членов городского совета просят проголосовать за каждую пару вариантов политики социального обеспечения, чтобы определить порядок их предпочтений, или **ранжирование социальных предпочтений**. Такое ранжирование призвано выяснить, как совет в целом оценивает преимущества возможных вариантов системы социального обеспечения.

Предположим, «левый» член совета ратует за более высокие социальные выплаты, тогда как «центральный» склонен сохранить статус-кво, но его беспокоит бюджет города, поэтому он не готов к увеличению размера социальных пособий. И наконец, «правый» член совета больше всего стремится сократить размер

* Парадокс Кондорсе получил настолько широкую известность, что экономисты называют его просто парадоксом голосования. По всей вероятности, политологи лучше осведомлены в этом вопросе, поскольку чаще используют официальное название данного парадокса. Как мы увидим ниже, помимо парадокса Кондорсе, существует еще немало других парадоксов голосования.

социальных пособий, но предпочитает их рост сохранению текущего уровня, поскольку полагает, что увеличение размера пособий вскоре приведет к серьезному бюджетному кризису, который настолько настроит общественное мнение против социальных выплат, что это надолго закрепит их низкие значения, тогда как статус-кво может сохраняться до бесконечности. Все эти предпочтения членов совета отражены на рис. 15.1, где изогнутый знак «больше» служит для обозначения того, что одна альтернатива предпочитается другой. (Строго говоря, знак $\succ$ обозначается как *бинарное отношение порядка*.)

Левый	Центральный	Правый
Щ $\succ$ П $\succ$ С	П $\succ$ С $\succ$ Щ	С $\succ$ Щ $\succ$ П

Рис. 15.1. Предпочтения членов совета в отношении различных вариантов политики социального обеспечения

При таких предпочтениях в парном сравнении щедрого варианта с промежуточным выигрывает щедрый вариант. В следующем парном сравнении промежуточного и сокращенного вариантов побеждает промежуточный. А в последнем парном сравнении щедрого варианта с сокращенным голоса снова распределяются как 2 к 1, на этот раз в пользу сокращенного варианта. Следовательно, если городской совет проголосует за альтернативные пары вариантов политики социального обеспечения, то большинство предпочтет щедрый вариант промежуточному, промежуточный сокращенному и сокращенный щедрому, то есть предпочтения группы образуют цикл: Щ $\succ$ П $\succ$ С $\succ$ Щ.

Такой цикл предпочтений представляет собой пример **нетранзитивного ранжирования** предпочтений. Концепция рациональности обычно подразумевает, что ранжирование индивидуальных предпочтений **транзитивно** (противоположность нетранзитивного). Если человек выбирает из вариантов А, Б и В и вы знаете, что он предпочитает А по сравнению с Б и Б по сравнению с В, то, согласно свойству транзитивности, он также предпочтет А по сравнению с В. (Эта терминология происходит от концепции транзитивности чисел в математике; например, если $3 > 2$ и $2 > 1$, значит, $3 > 1$.) Транзитивное ранжирование предпочтений не образует цикл, в отличие от ранжирования социальных предпочтений, как в примере с городским советом, следовательно, мы говорим, что определение предпочтений в этом примере нетранзитивно.

Обратите внимание, что у каждого из трех *членов совета* транзитивные предпочтения в отношении трех альтернативных вариантов политики социального обеспечения, тогда как предпочтения *совета в целом* нетранзитивны. В этом и состоит парадокс Кондорсе: даже если ранжирование индивидуальных предпочтений транзитивно, нет никаких гарантий, что ранжирование социальных предпочтений, сформированное путем голосования по методу Кондорсе, также будет транзитивным. Этот результат имеет далеко идущие последствия для государственных служащих и широкой общественности, поскольку ставит под сомнение такую основополагающую концепцию, как «интересы общества», так как их не всегда легко определить или их может даже не быть вовсе. У нашего городского совета нет четко обозначенной системы коллективных предпочтений в отношении политики социального обеспечения. Из этого следует вывод: общества, учреждения и другие большие группы людей не всегда нужно рассматривать как субъекты, действующие подобно отдельным людям.

Парадокс Кондорсе может возникать и в более общем контексте. Нет никаких гарантий, что ранжирование социальных предпочтений, обусловленное любым формальным процессом коллективного голосования, будет транзитивным только по причине транзитивности ранжирования индивидуальных предпочтений. Тем не менее, по некоторым оценкам, такой парадокс чаще всего возникает, когда большие группы людей рассматривают большое количество альтернатив. В менее многочисленных группах людей с меньшим количеством альтернатив чаще наблюдаются схожие предпочтения в отношении этих альтернатив, поэтому в них появление парадокса Кондорсе менее вероятно*. В нашем примере парадокс возник из-за разногласий членов совета не только по поводу того, какой вариант лучший, но и какой худший. Хотя чем меньше группа, тем ниже вероятность получения такого результата.

Б. Парадокс повестки дня

Второй парадокс, который мы рассмотрим, также подразумевает применение процедуры бинарного голосования, но касается порядка представленных в ней альтернатив. В контексте работы парламента, где председатель комитета устанавливает порядок голосования по выбору одного из трех альтернативных вариантов, именно от председателя в значительной мере зависит окончательный итог голосования. В действительности председатель может воспользоваться нетранзитивностью ранжирования социальных предпочтений, вытекающей из определенной совокупности индивидуальных предпочтений, для манипулирования результатами голосования по собственному усмотрению, выбирая для этого соответствующий порядок.

Снова рассмотрим членов городского совета («левого», «центрального» и «правого»), которые должны выбрать один из вариантов политики социального

* См. Peter Ordeshook, Game Theory and Political Theory (Cambridge: Cambridge University Press, 1986), p. 58.

обеспечения — щедрый, промежуточный или сокращенный. Предпочтения членов совета в отношении этих альтернатив показаны на рис. 15.1. Предположим, мэр города назначает одного из них председателем городского совета и наделяет правом решать, какие два варианта социальной политики ставить на голосование первыми и какой вариант будет состязаться с победителем первого тура голосования. При данной совокупности предпочтений членов совета и общем знании о ранжировании этих предпочтений председатель может получить любой желаемый результат. Например, если бы должность председателя занял «левый» член совета, он мог бы организовать победу щедрого варианта, выставив промежуточный вариант против сокращенного в первом туре голосования, победитель которого состязался бы со щедрым во втором туре. Ситуация, в которой любое окончательное ранжирование можно получить посредством выбора надлежащей процедуры, известна как **парадокс повестки дня**.

Порядок вопросов в повестке дня — единственный фактор, определяющий окончательный результат в примере с городским советом. В данном случае установление повестки дня — настоящая игра, а поскольку повестку дня определяет председатель городского совета, его назначение или избрание открывает возможность для стратегических действий. Здесь, как и в большинстве других стратегических ситуаций, то, что на первый взгляд кажется игрой (в данном случае имеется в виду выбор политики социального обеспечения), — вовсе не игра; ее участники делают стратегический ход на более раннем этапе (выбор председателя) и голосуют в соответствии с установленными предпочтениями во время последующего голосования.

Тем не менее влияние того, кто устанавливает повестку дня, дает основания полагать, что во время первого тура голосующие выбирают между двумя альтернативами (в нашем примере между промежуточным и сокращенным вариантами) исключительно исходя из своих предпочтений, не учитывая возможный результат всей процедуры голосования. Такое поведение называют **искренним голосованием**; на самом деле уместнее было бы назвать его близоруким или нестратегическим. Если «центральный» член совета — игрок, ведущий стратегическую игру, он должен осознавать, что если выберет сокращенный вариант в первом туре (хотя он и предпочитает промежуточный на данном этапе), то сокращенный вариант не только в нем победит, но и выиграет второй тур в противостоянии со щедрым вариантом при поддержке со стороны «правого» члена совета. В качестве окончательного результата «центральный» член совета предпочтет сокращенный вариант щедрому. Следовательно, он должен выполнить такой анализ методом обратных рассуждений и проголосовать стратегически в первом туре. Но следует ли ему это делать, если остальные также прибегнут к стратегическому голосованию? В разделе 4 мы проанализируем игру «стратегическое голосование» и найдем ее равновесие.

B. Парадокс перестановки

Позиционные методы голосования также порой приводят к парадоксальным результатам. Например, подсчет Борда может обусловить **парадокс перестановки** при изменении списка кандидатов, предоставленного участникам голосования. Этот парадокс возникает в случае выборов с участием минимум четырех альтернатив, когда одна из них исключается из рассмотрения после подачи голосов, что влечет за собой необходимость их повторного подсчета.

Предположим, отобраны четыре кандидата (Стив Карлтон, Сэнди Коуфакс, Робин Робертс и Том Сивер) на получение специального (гипотетического) памятного приза Сая Янга, который присуждается питчеру высшей лиги бейсбола, завершившему бейсбольную карьеру. Семи известным спортивным комментаторам предлагают ранжировать предпочтения в отношении этих претендентов в своих бюллетенях. Питчер с самым высоким рейтингом в каждом бюллетене получает 4 балла; питчеры, занявшие второе, третье и четвертое места, набирают меньшее количество баллов.

У семи спортивных комментаторов, участвующих в голосовании, есть три разных варианта ранжирования предпочтений в отношении кандидатов на присуждение приза; количество комментаторов, соответствующее каждому варианту ранжирования предпочтений, указано в таблице на рис. 15.2. После подсчета голосов Сивер получает $(2 \times 3) + (3 \times 2) + (2 \times 4) = 20$ баллов, Коуфакс $(2 \times 4) + (3 \times 3) + (2 \times 1) = 19$ баллов, Карлтон $(2 \times 1) + (3 \times 4) + (2 \times 2) = 18$ баллов и Робертс $(2 \times 2) + (3 \times 1) + (2 \times 3) = 13$ баллов. Сивер побеждает в голосовании, за ним следуют Коуфакс, Карлтон и Робертс.

Ранжирование предпочтений 1 (2 участника голосования)	Ранжирование предпочтений 2 (3 участника голосования)	Ранжирование предпочтений 3 (2 участника голосования)
Коуфакс $\succ$ Сивер $\succ$ Робертс $\succ$ Карлтон	Карлтон $\succ$ Коуфакс $\succ$ Сивер $\succ$ Робертс	Сивер $\succ$ Робертс $\succ$ Карлтон $\succ$ Коуфакс

Рис. 15.2. Предпочтения спортивных комментаторов в отношении питчеров

Но допустим, затем выясняется, что в действительности Робертс не имеет права на получение награды, потому что никогда не получал приз Сая Янга, достигнув пика своей карьеры еще до того, как в 1956 году он был учрежден. Это открытие требует пересчета баллов без учета имени Робертса в бюллетене. Таким образом, верхняя позиция в каждом бюллетене получает 3 балла, вторая и третья 2 и 1 балл соответственно. Бюллетени спортивных комментаторов, например с первым вариантом ранжирования предпочтений, теперь обеспечивают Коуфаксу и Сиверу

3 и 2 балла соответственно, а не 4 и 3 балла, как в предыдущем случае; эти же бюллетени дают Карлтону один балл за последнее место.

Подсчет голосов в случае пересмотренной системы присвоения баллов показывает, что Карлтон набирает 15 баллов, Коуфакс — 14 баллов, а Сивер — 13 баллов. В итоге победитель становится проигравшим, поскольку новые результаты меняют позиции, установленные в первом варианте голосования, причем этот исход получен при отсутствии каких бы то ни было изменений в ранжировании предпочтений. В разделе 3 мы определим ключевой принцип агрегирования голосов, нарушенный при подсчете Борда, который приводит к парадоксу перестановки.

Г. Изменение метода голосования приводит к изменению результата

Как должно следовать из предыдущих объяснений, разные правила голосования могут обеспечивать разные результаты. В качестве примера рассмотрим 100 избирателей, которых можно разбить на три группы на основании их предпочтений в отношении трех кандидатов (А, Б и В). Выбор трех групп избирателей отображен на рис. 13.3. При таких предпочтениях в зависимости от применяемого метода агрегирования голосов у любого из трех кандидатов есть шанс выиграть выборы.

Группа 1 (40 избирателей)	Группа 2 (25 избирателей)	Группа 3 (35 избирателей)
А ≻ Б ≻ В	Б ≻ В ≻ А	В ≻ Б ≻ А

Рис. 15.3. Предпочтения групп избирателей в отношении кандидатов

При использовании принципа относительного большинства выигрывает кандидат А, получивший 40% голосов, хотя 60% избирателей отдают ему наименьшее предпочтение из всех троих кандидатов. Очевидно, что сторонники кандидата А выбрали бы этот метод голосования. Если бы у них была возможность выбирать систему голосования, то принцип относительного большинства (на первый взгляд справедливый) обеспечил бы кандидату А победу на выборах, несмотря на сильную неприязнь к нему большинства избирателей.

Однако подсчет Борда привел бы к другому результату. В системе Борда 3 балла получает наиболее рейтинговый среди избирателей кандидат, 2 балла — кандидат, занявший среднюю позицию, и 1 балл — кандидат с наименьшим числом голосов. В таком случае кандидат А имеет 40 голосов за первое и 60 голосов за третье место, что в сумме дает 40(3) + 60(1) = 180 баллов. Кандидат Б получает 25 голосов за первое и 75 голосов за второе место; в сумме это 25(3) + 75(2) = 225 баллов. Кандидат В получает 35 голосов за первое, 25 голосов за второе и 40 голосов за третье место, что в сумме равно 35(3) + 25(2) + 40(1) = 195 баллов. При такой процедуре подсчета голосов побеждает кандидат Б, кандидат В становится вторым, а кандидат А — третьим. Кандидат Б выигрывает выборы и в случае применения метода относительного антибольшинства, при котором избиратели отдают голоса за всех кандидатов, кроме наименее предпочтительного.

А как насчет кандидата В? Он может выиграть выборы при использовании системы относительного большинства или мгновенного второго тура. В любом из этих случаев кандидаты А и В, получившие 40 и 35 голосов в первом туре, выходят во второй тур. Система простого большинства со вторым туром потребовала бы от избирателей повторного выбора между А и В, тогда как система мгновенного второго тура привела бы к исключению кандидата Б и передаче его голосов (из второй группы избирателей) альтернативе со следующим уровнем предпочтения, то есть кандидату В. В итоге кандидат В победит во втором туре с перевесом голосов 60 против 40, поскольку кандидат А — наименее предпочтительная альтернатива для 60 из 100 избирателей.

Еще одним примером получения разных результатов вследствие применения разных процедур голосования могут служить выборы мэра Окленда в 2010 году, о которых мы упоминали во вступлении к данной главе. В настоящее время голосование по выбору места проведения Олимпийских игр проходит по системе мгновенного второго тура вместо нескольких этапов голосования по принципу относительного большинства с последовательным исключением. Такое изменение было сделано после получения весьма неожиданных результатов в ходе выбора городов для проведения игр 1996-го и 2000 годов. В обоих случаях победитель по принципу относительного большинства во всех турах голосования, кроме предпоследнего, проиграл в состязании с оставшимся городом в последнем туре. Афины проиграли Атланте в борьбе за право проведения Олимпийских игр 1996 года, а Пекин — Сиднею за право проведения Олимпийских игр 2000 года.

3. Оценка систем голосования

Анализ различных парадоксов голосования позволяет предположить, что методам голосования присущ ряд недостатков, которые приводят к необычным, неожиданным, а порой и несправедливым результатам. Кроме того, из этого предположения вытекает следующий вопрос: существует ли система голосования, удовлетворяющая определенным условиям регулярности, в том числе условию транзитивности, которая является самой «справедливой», то есть наиболее точно учитывает предпочтения электората? **Теорема о невозможности** Кеннета Эрроу говорит нам, что ответ на этот вопрос — нет*.

Формальное описание теоремы Эрроу и ее полное доказательство выходят за рамки данной книги, но суть теоремы проста. Эрроу утверждал, что ни один метод агрегирования предпочтений не может удовлетворять всем шести установленным им условиям.

1. Ранжирование социальных или коллективных предпочтений должно охватывать все альтернативы (быть полным).
2. Ранжирование предпочтений должно быть транзитивным.
3. Ранжирование предпочтений должно удовлетворять условию, известному как условие *положительного реагирования*, или свойство Парето. Если при наличии двух альтернатив А и Б электорат единодушно отдает предпочтение А, то агрегированное ранжирование предпочтений должно ставить альтернативу А выше альтернативы Б.
4. Ранжирование предпочтений не должно определяться внешними факторами (такими как обычаи), не зависящими от предпочтений отдельных членов общества.
5. Ранжирование предпочтений не должно быть диктаторским: один избиратель не должен влиять на ранжирование предпочтений всей группы.
6. Ранжирование предпочтений должно быть независимым от посторонних альтернатив; другими словами, никакие изменения в группе кандидатов (включение кандидатов в группу или исключение из нее) не должны приводить к изменению рейтинга тех кандидатов, на которых это не распространяется.

Теорему Эрроу часто сокращают путем включения в нее только первых четырех условий, ссылаясь на сложность одновременного удовлетворения последних двух условий; упрощенная формулировка гласит, что достичь независимости от посторонних альтернатив без диктаторства невозможно**.

Наверное, вы уже увидели, что некоторые из рассмотренных выше методов голосования не удовлетворяют всем условиям Эрроу. Требование о независимости

* Полное описание этой теоремы, которую часто называют «общей теоремой о возможности Эрроу», можно найти в книге: Kenneth Arrow, Social Choice and Individual Values, 2nd ed. (New York: Wiley, 1963). (*Эрроу К. Дж.* Коллективный выбор и индивидуальные ценности. М. : ГУ ВШЭ, 2004).

** Уолтер Николсон и Кристофер Снайдер приводят подробное описание теоремы о невозможности Эрроу в книге: Walter Nicholson, Christopher Snyder. Microeconomic Theory, 11th ed. (New York: Cengage Learning, 2012), ch. 19.

от посторонних альтернатив, например, нарушается как в случае системы единого передаваемого голоса, так и в случае подсчета Борда, как мы убедились в разделе 2.В. Однако метод Борда недиктаторский и непротиворечивый и удовлетворяет свойству Парето. Все остальные рассмотренные нами системы удовлетворяют условию независимости от посторонних альтернатив, но нарушают одно из оставшихся условий.

Теорема Эрроу положила начало обширным исследованиям относительно устойчивости его вывода к изменениям исходных предпосылок. Экономисты, политологи и математики искали способ уменьшить количество критериев или как минимум ослабить условия Эрроу с тем, чтобы найти процедуру, удовлетворяющую этим критериям при сохранении основных условий, однако их усилия в основном оказались тщетными.

В настоящее время большинство теоретиков в области экономики и политических наук признают, что при выборе метода агрегирования голосов или предпочтений необходим определенный компромисс. Ниже приведен ряд самых значимых примеров, каждый из которых представляет этот подход в определенной области — политологии, экономике и математике.

А. Условие Блэка

Обсуждение этой темы в разделе 2.А показало, что процедура парного голосования не удовлетворяет условию Эрроу о транзитивности ранжирования социальных предпочтений, даже когда каждый случай ранжирования индивидуальных предпочтений транзитивен. Один из способов преодолеть это препятствие на пути к удовлетворению условий Эрроу и предотвращения парадокса Кондорсе — ввести ограничение на упорядочивание предпочтений отдельными избирателями. Такое ограничение известно как требование о **предпочтениях с одним максимумом** и сформулировано Дунканом Блэком в конце 1940-х годов*. В действительности фундаментальная работа Блэка была опубликована еще до появления теоремы Эрроу, и он писал ее с учетом парадокса Кондорсе, однако впоследствии теоретики в области голосования доказали ее связь с работой Эрроу. Требование о предпочтениях с одним максимумом называют также **условием Блэка**.

Чтобы ранжирование предпочтений имело один максимум, нужно, чтобы рассматриваемые альтернативы подлежали упорядочиванию по какому-то одному параметру (например, по уровню расходов, связанному с каждым политическим курсом). Для иллюстрации этого требования мы построили график (рис. 15.4), на котором указанный параметр отображен на горизонтальной оси,

* Duncan Black, “On the Rationale of Group Decision-Making,” Journal of Political Economy, vol. 56, no. 1 (February 1948), pp. 23–34.

а ранжирование предпочтений избирателей (или выигрыш) — на вертикальной. Для выполнения требования о предпочтениях с одним максимумом каждый голосующий должен иметь одну идеальную или самую предпочтительную альтернативу, а остальные альтернативы с более низким рейтингом, отдаленные от точки самой предпочтительной альтернативы, должны стабильно обеспечивать более низкие выигрыши. На рис. 15.4 у двух избирателей, мистера Лефта и мистера Райта, разные идеальные точки, соответствующие такому параметру, как политика, но в каждом случае выигрыш неизменно уменьшается по мере удаления от идеальной точки.

Блэк демонстрирует, что если предпочтения каждого избирателя имеют один максимум, то парное голосование (по принципу простого большинства) должно обеспечивать транзитивное социальное ранжирование предпочтений. При этом парадокса Кондорсе удается избежать, а парное голосование удовлетворяет условию транзитивности Эрроу.

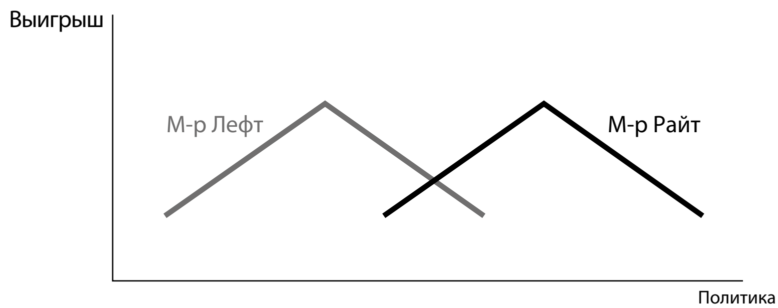


Рис. 15.4. Предпочтения с одним максимумом

Б. Робастность

Альтернативный, более поздний метод поиска компромисса с Эрроу разработали теоретики в области экономики Парта Дасгупта и Эрик Максин*, предложив новый критерий оценки методов голосования под названием **робастность**. Робастность определяется посредством анализа того, как часто процедура голосования, которая не является диктаторской и удовлетворяет условию независимости от посторонних альтернатив и свойству Парето, удовлетворяет также требованию о транзитивности ранжирования социальных предпочтений, то есть подсчитывается количество вариантов ранжирования предпочтений, когда такая процедура удовлетворяет условию транзитивности.

* См. Partha Dasgupta and Eric Maskin, On the Robustness of Majority Rule, Journal of the European Economic Association, vol. 6 (2008), pp. 949–73.

Критерий робастности позволяет доказать, что принцип простого большинства *максимально робастный*, то есть недиктаторский, удовлетворяет условию независимости от посторонних альтернатив и свойству Парето, а также обеспечивает транзитивное ранжирование социальных предпочтений по максимально возможному количеству вариантов ранжирования предпочтений избирателей. После принципа простого большинства на шкале робастности находятся другие процедуры голосования, в том числе подсчет Борда и принцип относительного большинства. Критерий робастности интересен тем, что позволяет определить одну из наиболее широко используемых процедур голосования (систему голосования, которая чаще всего ассоциируется с демократическим процессом) в качестве кандидата на лучшую процедуру агрегирования голосов.

B. Ранжирование интенсивности предпочтений

Еще одна серия попыток обойти отрицательный результат Эрроу сфокусирована на проблеме удовлетворения требования Эрроу о независимости от посторонних альтернатив. Одну из последних теорий такого типа предложил математик Дональд Саари*. По его мнению, метод агрегирования голосов может учитывать больше информации о предпочтениях избирателей, чем одно только их ранжирование в отношении пары альтернатив X и Y; этот метод может также учитывать *интенсивность* предпочтений каждого отдельного избирателя в отношении данной пары альтернатив. Эту интенсивность можно измерить путем подсчета количества других альтернатив Z, W, V, …, которые участник голосования располагает между альтернативами X и Y. Таким образом, Саари заменяет условие независимости от посторонних альтернатив (шестое условие Эрроу) другим условием, которое он называет условием интенсивности бинарной независимости и обозначает номером 6′.

6′. Относительное ранжирование предпочтений общества касательно двух любых альтернатив должно определяться только 1) относительным ранжированием предпочтений каждого избирателя касательно этой пары альтернатив; 2) интенсивностью этого ранжирования.

Это более слабое условие по сравнению с условием независимости от посторонних альтернатив, поскольку оно, по сути, подразумевает его применение только по отношению к их включению или исключению, не меняющему интенсивности

* Более точная информация о работе Саари по теореме Эрроу представлена здесь: D. Saari, Mathematical Structure of Voting Paradoxes I: Pairwise Vote, Economic Theory, vol. 15 (2000), pp. 1–53. Дополнительную информацию об этом результате и о робастности подсчета Борда можно найти здесь: D. Saari, Chaotic Elections (Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2000).

предпочтений избирателей касательно рассматриваемых альтернатив. При внесении такой поправки подсчет Борда (единственный из всех позиционных методов голосования) удовлетворяет модифицированной теореме Эрроу.

Кроме того, Саари считает подсчет Борда единственной процедурой голосования, надлежащим образом отслеживающей равное распределение голосов в пределах совокупности бюллетеней, — критерий, которому, по его мнению, должна отвечать эффективная система агрегирования голосов. Равное распределение голосов может происходить двумя способами: посредством **элементов Кондорсе** и **элементов перестановки**, присутствующих в ранжировании предпочтений избирателей. В выборах с участием трех кандидатов А, Б и В элементы Кондорсе представляют собой такие варианты ранжирования предпочтений: А ≻ Б ≻ В, Б ≻ В ≻ А и В ≻ А ≻ Б. Три бюллетеня с этими вариантами (по одному на каждый бюллетень) должны логически уравновешивать друг друга или создавать равное распределение голосов. Элементы перестановки — это варианты ранжирования предпочтений, отображающие изменение позиций *пары* альтернатив. В тех же выборах с участием трех кандидатов А, Б и В элементы перестановки — это два бюллетеня, в которых варианты ранжирования предпочтений А ≻ Б ≻ В и Б ≻ А ≻ В логически создают равенство распределения голосов в парном противостоянии между кандидатами А и Б. Только метод Борда позволяет отслеживать равное распределение голосов в совокупности бюллетеней с элементами Кондорсе и элементами перестановки. Хотя подсчет Борда может привести к парадоксу перестановки, как показано в предыдущем разделе, у него по-прежнему много сторонников. *Единственный* случай, когда метод Борда обеспечивает парадоксальные результаты, — исключение альтернатив из рассмотрения после сбора бюллетеней. Поскольку такие результаты легко предотвратить, включая в бюллетени только окончательные списки кандидатов, подсчет Борда считается в некоторых кругах одним из лучших методов агрегирования голосов.

Другие исследователи выдвинули разные предположения относительно критериев, которым должна удовлетворять эффективная система агрегирования голосов. Некоторые из них включают *критерий Кондорсе* (система голосования должна обеспечивать избрание победителя по Кондорсе, если таковой существует), *критерий непротиворечивости* (выборы с участием всех избирателей должны обеспечивать избрание той же альтернативы, что и выборы с участием двух групп избирателей, сформированных посредством произвольного разделения общей совокупности), а также отсутствие манипулирования (система голосования не должна поощрять манипуляции со стороны избирателей, или стратегическое голосование). Мы не будем здесь детально рассматривать все эти предположения, за исключением одного — стратегического манипулирования, к которому прибегают участники голосования.

4. Стратегическое манипулирование голосами

Некоторые из рассмотренных нами систем голосования открывают для избирателей широкие возможности для стратегического искажения предпочтений. В разделе 2.Б мы продемонстрировали, как «центральный» член городского совета может уравновесить полномочия по утверждению повестки дня, которыми наделен «левый» председатель комитета, проголосовав в первом туре вопреки своим истинным предпочтениям, чтобы исключить из дальнейшей борьбы наименее предпочтительный вариант и протащить во второй тур наиболее предпочтительный. В более общем плане избиратели могут решить голосовать в первом раунде за кандидатов, вопросы или политический курс, которые на самом деле для них неприоритетны, если это может изменить итоги голосования в их пользу. В данном разделе мы проанализируем ряд способов, посредством которых стратегическое поведение во время голосования может повлиять на его результаты.

А. Принцип относительного большинства

Многие избиратели считают выборы по принципу относительного большинства самыми справедливыми, тем не менее такие выборы открывают немало возможностей для стратегического поведения. Например, на президентских выборах, как правило, есть только два реальных кандидата на победу, и когда между ними относительно небольшой разрыв, третий кандидат может включиться в предвыборную гонку, чтобы лишить части голосов избирателей ведущего кандидата; если третий кандидат действительно снижает шансы лидера на победу, его называют **спойлером***.

Как правило, у спойлеров мало шансов выиграть выборы, но их роль в изменении их результатов несомненна. В выборах с участием кандидата-спойлера его приверженцы могут добиться максимально выгодного для них исхода, исказив свои предпочтения, чтобы предотвратить избрание нежелательного кандидата. Иными словами, вам следует голосовать за лидера, хотя вы предпочли бы спойлера, поскольку он вряд ли наберет относительное большинство голосов; а вот голосование за лидера помешает отстающему кандидату, который вам не нравится, выиграть выборы**. Росс Перо сыграл такую роль во время выборов президента США в 1992 году, по всей видимости, потерпев поражение по причине искажения

* В политике спойлером называют кандидата или партию на выборах, который не имеет шансов победить, но оттягивает на себя часть голосов за другого кандидата со сходной программой, повышая тем самым шансы на победу кандидата или партии с противоположной позицией по главным вопросам. *Прим. ред.*

** Обратите внимание, что в случае применения метода одобрительного голосования такой проблемы нет.

предпочтений. Результаты опроса, проведенного Newsweek, свидетельствуют о том, что, если бы больше избирателей поверили в вероятность победы Перо, он действительно мог бы выиграть; относительное большинство избирателей, принявших участие в опросе (40%), заявили, что проголосовали бы за Перо (вместо Буша или Клинтона), если бы считали, что у него есть шанс*.

Ральф Нейдер сыграл аналогичную роль в ходе президентских выборов 2000 года, хотя его больше интересовала перспектива набрать 5% голосов избирателей, чтобы Партия зеленых получила право на встречное федеральное финансирование, чем должность президента. Поскольку Нейдер оттягивал на себя необходимые голоса сторонников кандидата от Демократической партии Эла Гора, несколько групп (а также ряд сайтов) начали реализацию различных схем «обмена голосами», позволяющих Нейдеру набрать необходимые ему голоса без ущерба для голосов, поданных за Гора членами коллегии выборщиков в его ключевых штатах. Сторонникам Нейдера в ключевых штатах Гора (Пенсильвания, Мичиган и Мэн) предложили «обменяться» голосами со сторонниками Гора в штате, которому было предопределено проголосовать за Джорджа Буша (например, в Техасе или Вайоминге). Доказательства эффективности таких схем носят противоречивый характер. Как известно, Нейдер так и не смог набрать 5% голосов избирателей, зато Гор одержал полную победу в Пенсильвании, Мичигане и Мэне.

Во время выборов в законодательные органы власти с участием большого количества кандидатов результативность третьих сторон в системе пропорционального представительства всей совокупности избирателей во всем законодательном органе существенно отличается от картины, складывающейся при использовании системы относительного большинства в отдельных избирательных округах. В Великобритании действует система избирательных округов и относительного большинства голосов. На протяжении последних 50 лет Лейбористская и Консервативная партии делят власть между собой. Либеральная партия, несмотря на значительную поддержку третьей части электората, страдает от стратегического голосования и по этой причине получает непропорционально малое количество мест в парламенте. В Италии используется общенациональный список кандидатов и система пропорционального представительства; в такой системе нет необходимости в стратегическом голосовании и даже небольшие партии могут иметь значительное представительство в законодательном органе власти. Нередки ситуации, когда ни у одной партии нет явного большинства мест, тогда мелкие партии могут оказывать влияние на политику путем переговоров о создании коалиции.

* “Ross Reruns,” Newsweek, Special Election Recap Issue, November 18, 1996, p. 104.

Если партия не оказывает значимого влияния на политику страны, она не может добиваться успехов на выборах. Именно поэтому в странах с системой относительного большинства голосов мы видим, как правило, всего две крупные партии, а в странах с системой пропорционального представительства — несколько партий. Политологи называют это явление *законом Дюверже*.

В случае выборов в законодательный орган власти система избирательных округов приводит к представительству в нем двух крупных партий, одна из которых зачастую получает явное большинство мест и, следовательно, играет более значимую роль в управлении страной. Однако такая система создает риск того, что интересы меньшинства будут игнорироваться, то есть возникнет так называемая тирания большинства. Система пропорционального представительства обеспечивает меньшинству больше голосов. Однако она может привести к безрезультатному торгу за власть и законодательному тупику. Интересно, что каждая страна считает свою систему менее эффективной и рассматривает возможность перехода на другую. В частности, в Великобритании есть сильное лобби в пользу пропорционального представительства, а в Италии всерьез анализируют переход на систему избирательных округов.

Б. Парное голосование

Зная, что вам придется применять такую процедуру парного голосования, как внесение поправок, вы можете использовать прогноз результатов второго тура для определения оптимальной стратегии голосования в первом туре и создать видимость приверженности конкретному кандидату или политическому курсу в первом туре, даже если это не ваша наиболее предпочтительная альтернатива, с тем чтобы наименее предпочтительная альтернатива не победила во втором туре.

Давайте вернемся к примеру с председателем городского совета, утверждающим повестку дня. Предположим, на эту должность назначают «левого» члена совета, который предпочитает щедрую социальную политику, и он устанавливает такую очередность голосования: промежуточный вариант соперничает с сокращенным в первом туре, а его победитель сразится со щедрым вариантом во втором туре. Если три члена совета будут голосовать в строгом соответствии со своими предпочтениями (см. рис. 15.1), промежуточный вариант победит сокращенный в первом туре, после чего его победит щедрый вариант во втором туре, иначе говоря, будет выбран тот вариант, в котором заинтересован председатель. Однако, скорее всего, члены совета — хорошие стратеги, которые могут просчитать конечный результат и воспользоваться методом обратных рассуждений для определения способа голосования в первом туре.

В описанном выше сценарии будет выбран вариант, который меньше всего устраивает «центрального» члена совета. В связи с этим анализ методом обратных рассуждений говорит о том, что в первом туре он должен голосовать стратегически, чтобы изменить результат. Если «центральный» член совета отдаст голос за наиболее предпочтительную политику, он проголосует за промежуточный вариант, который победит сокращенный вариант в этом туре и проиграет щедрому варианту во втором туре. Но вместо этого «центральный» член совета может в первом туре стратегически проголосовать за сокращенный вариант, что позволит ему превзойти промежуточный вариант в первом туре. И тогда при встрече сокращенного варианта со щедрым во втором туре последний проиграет голосование. Искажение «центристом» своих предпочтений в отношении промежуточного и сокращенного вариантов позволяет ему обеспечить победу сокращенного, а не щедрого варианта. Хотя сокращенный вариант не самая предпочтительная альтернатива «центрального» члена совета, с его точки зрения, он все же лучше щедрого варианта.

Такая стратегия обеспечивает «центральному» члену совета требуемый результат, только когда он уверен, что в голосовании больше не будет подан ни один стратегический голос. Следовательно, нам необходимо полностью проанализировать оба тура голосования, чтобы проверить стратегии трех членов совета, образующие равновесие Нэша. Мы это сделаем посредством метода обратных рассуждений, применив его к двум турам голосования, начиная с двух возможных пар конкурентов во втором туре: П против Щ и С против Щ. Ниже мы будем использовать сокращенные обозначения трех вариантов политики социального обеспечения — Щ («щедрый»), П («промежуточный») и С («сокращенный»).

На рис. 15.5 представлены результаты каждого возможного сценария голосования во втором туре. В двух таблицах на рис. 15.5а показан победивший вариант политики (а не выигрыши игроков) в случае, если П выигрывает первый тур и выступает против Щ во втором туре; на рис. 15.5б отображена ситуация, когда первый тур выигрывает вариант С. В обоих случаях «левый» член совета выбирает ряд окончательных результатов, «центральный» член совета — столбец, а «правый» — фактическую таблицу (левую или правую).

Вы должны быть в состоянии определить, что в каждом сценарии голосования во втором туре у каждого члена совета есть доминирующая стратегия. В голосовании «П против Щ» доминирующая стратегия «левого» члена совета — Щ, доминирующая стратегия «центрального» члена совета — П и доминирующая стратегия «правого» члена совета — тоже Щ; следовательно, в этом голосовании побеждает вариант Щ. При голосовании «С против Щ» доминирующей

а) Голосование «П против Щ»
Голосует «правый»

П

		«Центральный»	
		П	Щ
«Левый»	П	П	П
	Щ	П	Щ

Щ

		«Центральный»	
		П	Щ
«Левый»	П	П	Щ
	Щ	Щ	Щ

б) Голосование «С против Щ»
Голосует «правый»

С

		«Центральный»	
		С	Щ
«Левый»	С	С	С
	Щ	С	Щ

Щ

		«Центральный»	
		С	Щ
«Левый»	С	С	Щ
	Щ	Щ	Щ

Рис. 15.5. Результаты голосования с двумя возможными сценариями во втором туре

стратегией «левого» члена совета по-прежнему будет Щ, а доминирующей стратегией «центрального» и «правого» членов совета — С; стало быть, здесь выигрывает вариант С. Быстрая проверка показывает, что все члены совета голосуют в этом туре в соответствии со своими истинными предпочтениями. Таким образом, у них одинаковые доминирующие стратегии: «Голосовать за вариант, который я предпочитаю». Поскольку нет дальнейшего голосования, которое бы позволяло точно так же проанализировать результаты второго тура, члены совета просто голосуют за тот вариант политики, который занимает самое высокое место в их ранжировании предпочтений*.

Теперь используем результаты анализа рис. 15.5 для оценки оптимальных стратегий голосования в первом туре, в котором голосующие выбирают между вариантами П и С. Поскольку мы знаем, как члены совета будут голосовать в следующем туре с учетом победителя в этом туре, мы можем показать итог всего голосования в таблицах, представленных на рис. 15.6.

* Во многих книгах, посвященных теме голосования, отмечается тот факт, что участники голосования, которым необходимо сделать выбор из пары альтернатив, в последнем туре всегда голосуют в соответствии со своими истинными предпочтениями.

Голосует «правый»

П

		«Центральный»	
		П	С
«Левый»	П	Щ	Щ
	С	Щ	С

С

		«Центральный»	
		П	С
«Левый»	П	Щ	С
	С	С	С

Рис. 15.6. Результаты голосования с учетом распределения голосов в первом туре

Чтобы объяснить полученные значения, рассмотрим вариант Щ в верхней левой ячейке правой таблицы на рис. 15.6. Отображенный в ячейке результат получен в случае, когда и «левый», и «центральный» члены совета голосуют за П в первом туре, тогда как «правый» выбирает С. В итоге варианты П и Щ выходят во второй тур и, как мы видели на рис. 15.5, вариант Щ побеждает. Остальные результаты вычислены аналогичным способом.

С учетом результатов, представленных на рис. 15.6, выбор варианта П — доминирующая стратегия «левого» члена городского совета (определившего порядок голосования, будучи его председателем). По аналогии доминирующая стратегия «правого» члена совета — С. Ни один из них не искажал своих предпочтений и не использовал стратегическое голосование ни в одном туре. Однако доминирующая стратегия «центрального» члена совета — вариант С, хотя он однозначно предпочитает вариант П варианту С. Согласно предыдущему анализу, у этого члена совета есть сильный стимул исказить свои предпочтения в первом туре голосования, и он единственный, кто голосует стратегически. Поведение «центрального» члена совета меняет победителя голосования с варианта Щ (победителя без стратегического голосования) на вариант С.

Не забывайте, что именно «левый» член городского совета, будучи его председателем, установил порядок голосования с расчетом на выбор наиболее предпочтительного для него варианта политики социального обеспечения. Но вместо этого победил вариант, которого он хотел *меньше всего*. Создается впечатление, что право утверждать повестку дня не такое уж большое преимущество. Однако «левый» член совета должен был предвидеть стратегическое поведение и выбрать порядок голосования исходя из понимания стратегических игр. В действительности, если «левый» член совета выставит вариант С против Щ в первом туре, а затем его победитель сразится с вариантом П во втором туре, равновесным исходом этой игры по Нэшу будет вариант Щ, наиболее предпочтительный для председателя городского совета. При таком порядке голосования «правый» член совета исказит свои предпочтения в первом туре, проголосовав за Щ вместо С, чтобы предотвратить победу наименее предпочтительного варианта П. Вы сами должны убедиться, что это оптимальная стратегия «левого» члена городского совета по определению порядка голосования. В полной версии игры в голосование, где установление повестки дня считается ее начальным раундом, предшествующим голосованию, следует ожидать принятия щедрой политики социального обеспечения, если кресло председателя занимает «левый» член городского совета.

Более внимательный анализ поведения голосующих в стратегической версии голосования позволяет выделить одну интересную закономерность: наличие пар членов совета, которые голосуют «вместе» (то есть выбирают одинаковые варианты) в обоих турах. При первоначальном порядке голосования «правый» и «центральный» члены совета голосуют вместе в обоих турах, а при альтернативном порядке (вариант С против Щ в первом туре) вместе голосуют «правый» и «левый» члены совета. Другими словами, в каждом из этих случаев формируется своего рода долгосрочная коалиция между двумя членами городского совета.

Стратегическое голосование такого типа неоднократно использовалось в Конгрессе. Один из примеров — проект закона о федеральном финансировании строительства школ, который рассматривался в 1956 году*. Прежде чем он был поставлен на голосование против текущего положения вещей (отсутствия финансирования), палата представителей внесла в него поправку, согласно которой федеральная субсидия должна предоставляться только штатам, в школах которых отсутствует расовая сегрегация. Согласно правилам парламентского голосования, действующим в Конгрессе, голосование по вопросу принятия так называемой поправки Пауэлла было проведено первым, а затем рассматривался победивший вариант законопроекта. Политологи, изучавшие историю этого законопроекта, утверждают, что противники финансирования школ стратегически исказили свои предпочтения в отношении этой поправки, чтобы провалить первоначальный вариант закона. Ключевая группа членов палаты представителей проголосовала за поправку, но во время заключительного голосования присоединилась к противникам расовой интеграции в голосовании против законопроекта в целом. В итоге он был отклонен. История голосования членов этой группы показывает, что при других обстоятельствах многие из них голосовали бы против расовой интеграции, что позволяет предположить, что их голосование за интеграцию в данном случае было всего лишь примером стратегического голосования, а не свидетельством их истинного отношения к расовой интеграции в школах.

---

* Более подробный анализ этого примера можно найти здесь: Riker, Liberalism Against Populism, pp. 152–57.

B. Стратегическое голосование с неполной информацией

Представленный выше анализ показал, что иногда члены городского совета заинтересованы в использовании стратегического голосования в целях предотвращения победы наименее предпочтительного варианта. В нашем примере подразумевалось, что членам городского совета были известны возможные варианты ранжирования предпочтений, а также количество других членов совета с аналогичными предпочтениями. Теперь предположим, что в данном случае наблюдается наличие неполной информации: каждый член совета знает возможные варианты ранжирования предпочтений, собственные истинные предпочтения, а также вероятность того, что у каждого из оставшихся членов совета есть определенные предпочтения, но не их фактическое распределение между ними. В этой ситуации стратегия каждого члена совета должна быть обусловлена его убеждениями в отношении этого распределения и представлением о том, в какой степени его коллеги будут голосовать согласно своим предпочтениям*.

Предположим, три члена городского совета по-прежнему рассматривают три альтернативных варианта политики социального обеспечения, которые описаны выше, в соответствии с исходной повесткой дня, установленной председателем городского совета. То есть совет голосует за варианты П или С в первом туре, а его победитель состязается с вариантом Щ во втором туре. Мы исходим из того, что, как и в предыдущем примере, есть три возможных варианта ранжирования предпочтений, показанных на рис. 15.1, и что члены совета знают, что эти варианты единственно возможные. Различие лишь в том, что никто не знает наверняка, сколько именно членов совета придерживаются того или иного варианта. Каждый член совета знает свой тип и то, что есть положительная вероятность наблюдения каждого типа голосующих («левый», «центральный», «правый») с вероятностями $p_{Л}$, $p_{Ц}$, $p_{П}$, сумма которых равна 1.

Предыдущий анализ показал, что в последнем туре все три члена совета проголосуют в соответствии со своими предпочтениями, причем члены совета «левого» и «правого» типов проголосуют исходя из собственных предпочтений и в первом туре. Этот результат верен и в ситуации с неполной информацией. Голосующий «правого» типа хочет видеть победителем первого тура вариант С; с учетом этого предпочтения «правый» тип всегда получает как минимум такой же выигрыш, голосуя за вариант С, а не П (если два других члена совета проголосовали так же), а иногда и более высокий выигрыш (если голоса двух других членов совета

* Этот результат можно найти в книге: P. Ordeshook and T. Palfrey, "Agendas, Strategic Voting, and Signaling with Incomplete Information," American Journal of Political Science, vol. 32, no. 2 (May 1988), pp. 441–66. Представленный ниже пример основан на результатах анализа, выполненного Ордешуком и Палфри.

разделятся между вариантами С и П). Аналогично голосующий «левого» типа предпочитает видеть в качестве победителя вариант П, который будет противостоять варианту Щ во втором туре. Этот тип всегда получает как минимум такой же (а иногда и более высокий) выигрыш, как и в противном случае, отдав свой голос за вариант П, а не С.

Теперь остается только проанализировать поведение представителя «центрального» типа. Поскольку ему неизвестны типы других членов совета, а также потому, что у него есть стимул прибегнуть к стратегическому голосованию в целях определенного распределения предпочтений (особенно когда известно наверняка, что есть один избиратель каждого типа), его поведение будет зависеть от вероятности появления различных типов голосующих в городском совете. Мы рассмотрим один из двух полярных случаев, когда член совета «центрального» типа убежден, что другой член совета «центрального» типа проголосует в соответствии со своими предпочтениями, и попытаемся найти симметричное равновесие Нэша в чистых стратегиях. Ситуацию, когда член совета «центрального» типа считает, что другой «центральный» тип проголосует стратегически, отобразим в упражнениях.

Для того чтобы иметь возможность сравнить исходы, укажем выигрыши участника голосования «центрального» типа, связанные с теми вариантами политики социального обеспечения, которые могут одержать победу. Предпочтения голосующего «центрального» типа выглядят так: П ≻ С ≻ Щ. Предположим, в случае победы варианта П выигрыш участников голосования «центрального» типа составит 1, а в случае победы варианта Щ — 0. Если выиграет вариант С, голосующие «центрального» типа получат выигрыш промежуточного уровня, назовем его u, где $0 < u < 1$.

Теперь представим, что члену городского совета «центрального» типа необходимо решить, как голосовать в первом туре («П против С»), если он убежден, что два других участника будут голосовать в соответствии со своими предпочтениями, независимо от их типа. Если оба голосующих выберут либо П, либо С, то голос члена совета «центрального» типа никак не повлияет на окончательный исход; иными словами, ему безразлично, какой вариант выбрать, П или С. Но если голоса двух других членов совета разделятся, то выбор члена совета «центрального» типа может изменить результат голосования. Проблема лишь в том, что он должен решить, голосовать ли ему в соответствии со своими предпочтениями.

Если голоса двух других членов совета разделятся между вариантами П и С и оба будут голосовать исходя из своих предпочтений, то голос за вариант С должен поступить от голосующего «правого» типа. Однако голос за вариант П мог отдать *либо* «левый», *либо* «центральный» тип, голосующий в соответствии со своими предпочтениями. Если голос за вариант П отдал голосующий «левого» типа, то член совета «центрального» типа знает, что есть по одному представителю каждого типа. Если в этой ситуации он проголосует за вариант П согласно своим предпочтениям, этот вариант победит в первом туре, но проиграет варианту Щ во втором туре, при этом «центральный» тип получит выигрыш 0. Если «центральный» тип стратегически проголосует за вариант С, то С победит и А и Щ, а выигрыш «центрального» типа составит u. Напротив, если голос за вариант П получен от голосующего «центрального» типа, то он знает, что в городском совете есть два «центральных» и один «правый» тип, но ни одного «левого» типа. В этом случае правдивое голосование за вариант П позволяет ему победить в первом туре, а во втором вариант П также победит вариант Щ голосами 2 против 1, при этом член совета «центрального» типа получит максимальный выигрыш 1. Если бы «центральный» член совета стратегически проголосовал за вариант С, этот вариант победил бы в обоих турах, а выигрыш «центрального» типа составил бы u.

Для поиска оптимальной стратегии «центрального» члена совета нам нужно сравнить его ожидаемый выигрыш от правдивого голосования с ожидаемым выигрышем от стратегического голосования. Если «центральный» член совета отдает свой голос за П, руководствуясь истинными предпочтениями, его ожидаемый выигрыш зависит от вероятности того, что второй голос за П будет получен от «левого» или «центрального» типа. Вычислить эту вероятность несложно. Вероятность того, что второй голос за вариант П будет получен от «левого» типа, равна вероятности того, что «левый» тип один из оставшихся участников голосования, или $p_Л / p_Л + p_Ц)$. Аналогичным образом вероятность того, что второй голос за вариант П будет получен от «центрального» типа, равна $p_Ц / (p_Л + p_Ц)$. Тогда выигрыш представителя «центрального» типа в случае правдивого голосования равен 0 с вероятностью $p_Л / (p_Л + p_Ц)$ и 1 с вероятностью $p_Ц / (p_Л + p_Ц)$, а значит, ожидаемый выигрыш составит $p_Ц / (p_Л + p_Ц)$. При стратегическом голосовании за вариант С он победит независимо от того, кто именно станет третьим участником голосования (С выиграет в любом случае), поэтому ожидаемый выигрыш «центрального» типа составит u. Окончательное решение члена совета «центрального» типа должно быть таким: голосовать в соответствии со своими предпочтениями при условии, что $p_Ц / p_Л + p_Ц) > u$.

Обратите внимание, что условие принятия решения «центральным» членом совета интуитивно обоснованно. Если вероятность того, что голосующих «центрального» типа больше, высокая или относительно выше, чем вероятность наличия участника голосования «левого» типа, то члены совета «центрального» типа голосуют в соответствии со своими предпочтениями. Стратегическое голосование принесет «центральному» члену совета пользу только в случае, если он единственный член совета данного типа.

Хотим добавить два дополнительных комментария к теме несовершенной информации и ее последствий с точки зрения стратегического поведения. Во-первых, если количество членов городского совета n — число больше трех, но нечетное, то ожидаемый выигрыш «центрального» типа от стратегического голосования остается равным u, а ожидаемый выигрыш от правдивого голосования составит $[p_{Ц}/(p_{Л} + p_{Ц})]^{(n-1)/2}$*. Следовательно, «центральный» тип должен голосовать согласно своим предпочтениям только тогда, когда $[p_{Ц}/(p_{Л} + p_{Ц})]^{(n-1)/2} > u$. Поскольку $p_{Ц}/(p_{Л} + p_{Ц}) < 1$, а $u > 0$, это неравенство никогда не будет выполняться при достаточно больших значениях n. Данный результат говорит о том, что симметричное равновесие при голосовании согласно предпочтениям не может сохраниться в многочисленном городском совете! Во-вторых, несовершенная информация о предпочтениях других участников голосования открывает дополнительные возможности для стратегического поведения. В голосовании, состоящем из двух туров, избиратели посредством своих голосов в первом туре могут сигнализировать о своем типе. Дополнительные туры позволяют другим голосующим внести коррективы в свои предшествующие убеждения в отношении вероятностей $p_{Л}$, $p_{Ц}$ и $p_{П}$, а также действовать с учетом этой информации. Когда парное голосование состоит всего из двух туров, времени для использования информации, полученной в ходе первого тура, не остается, поскольку в последнем туре голосование в соответствии со своими истинными предпочтениями представляет собой доминирующую стратегию всех его участников.

Г. Пределы манипулирования

Степень, в которой процедура голосования подвержена стратегическому искажению предпочтений, или стратегическому манипулированию со стороны избирателей (как проиллюстрировано выше), — еще одна тема, вызвавшая повышенный интерес теоретиков голосования. Эрроу не включил требование о неманипулируемости в свою теорему, но в соответствующих работах рассматривается вопрос о том, как такое требование соотносится с условиями Эрроу. Аналогичным

---

* Тип «центрист» может повлиять на результат голосования, только если остальные голоса распределены между вариантами П и С поровну. Следовательно, должно быть ровно $(n - 1)/2$ участников голосования правого типа, выбравших вариант С в первом туре, и $(n - 1)/2$ остальных голосующих, выбравших вариант П. Если проголосовавшие за вариант П относятся к «левому» типу, тогда вариант П не победит во втором туре голосования, а «центрист» получит выигрыш 0. Для того чтобы выигрыш «центриста» составил 1, необходимо, чтобы все участники голосования, выбравшие вариант П, относились к типу «центрист». Вероятность наступления этого события составляет $[p_{ц}/(p_{л} + p_{ц})]^{(n-1)/2}$; тогда ожидаемый выигрыш «центриста» от голосования в соответствии со своими предпочтениями будет таким, как указано выше. См. Ordeshook and Palfrey, p. 455.

образом теоретики проанализировали пределы манипулирования, свойственного различным процедурам голосования, а также составили рейтинг методов голосования.

Экономист Уильям Викри, возможно, более известный своими исследованиями об аукционах (см. главу 16), написал одну из первых работ по стратегическому голосованию избирателей. Он заметил, что процедуры голосования, удовлетворяющие условию независимости от посторонних альтернатив Эрроу, наиболее устойчивы к стратегическому манипулированию. Кроме того, Викри сформулировал ряд условий, при которых стратегическое поведение более вероятно и более эффективно. В частности, он установил, что ситуации с меньшим количеством информированных избирателей и меньшим числом доступных альтернатив особенно подвержены манипулированию в случае использования метода голосования, который сам поддается манипулированию. Однако этот вывод означает, что ослабление условия независимости от посторонних альтернатив открывает путь процедурам с более высоким уровнем манипулирования. В частности, предложенный Саари вариант ранжирования предпочтений по интенсивности (условие интенсивности бинарной независимости), упомянутый в разделе 3.B, позволяет большему количеству процедур голосования удовлетворять модифицированной версии теоремы Эрроу, но в то же время открывает эту возможность и для процедур, в большей степени подверженных манипулированию.

Подобно общему выводу Эрроу о невозможности агрегирования предпочтений, общий вывод о манипулируемости также носит негативный характер. В частности, **теорема Гиббарда — Саттертуэйта** показывает, что при наличии трех или более альтернатив единственная процедура голосования, препятствующая стратегическому голосованию, — это диктатура: одному человеку отводится роль диктатора и его предпочтения определяют итоги выборов*. Сочетание выводов Викри об условиях независимости от посторонних альтернатив и теоремы Гиббарда — Саттертуэйта может помочь читателю понять, почему теорему Эрроу часто сводят к выяснению того, какие процедуры голосования могут одновременно удовлетворять условию отсутствия диктатора и условию независимости от посторонних альтернатив.

И наконец, по мнению некоторых теоретиков, системы голосования следует оценивать не по их способности удовлетворять условиям Эрроу, а по их склонности стимулировать манипулирование. Относительную манипулируемость

* Более подробную теоретическую информацию об этой теореме можно найти здесь: A. Gibbard, "Manipulation of Voting Schemes: A General Result," Econometrica, vol. 41, no. 4 (July 1973), pp. 587–601, and M. A. Satterthwaite, "Strategy-Proofness and Arrow's Conditions," Journal of Economic Theory, vol. 10 (1975), pp. 187–217. Теорема носит имена обоих ученых, поскольку они доказали ее независимо друг от друга.

системы голосования можно определить по количеству информации о предпочтениях других избирателей, которая требуется голосующим для успешного манипулирования выборами. По данным ряда исследований, основанных на этом критерии, из всех рассмотренных выше процедур голосования принцип относительного большинства самый манипулируемый (то есть требующий наименьшего объема информации о предпочтениях). Рейтинг процедур голосования в порядке снижения уровня манипулируемости таков: одобрительное голосование, подсчет Борда, процедура внесения поправок, принцип простого большинства и процедура Хара (система единого передаваемого голоса)*.

Важно отметить, что классификация процедур голосования по уровню манипулируемости зависит только от объема информации, необходимой для манипулирования системой голосования, и не основана на легкости правильного использования этой информации или том, могут ли отдельные избиратели или группы без труда прибегнуть к манипулированию. На практике *отдельным* избирателям, как правило, манипулировать голосованием по принципу относительного большинства довольно сложно.

5. Теорема о медианном избирателе

Во всех предыдущих разделах основное внимание уделялось поведению (стратегическому или иному) избирателей на выборах с несколькими альтернативами. Тем не менее стратегический анализ применим и к поведению *кандидатов*, участвующих в выборах. Например, учитывая особенности распределения избирателей и их предпочтений, кандидаты могут определить оптимальные стратегии построения своих политических платформ. Когда в выборах участвуют всего два кандидата, когда избиратели распределены по политическому спектру «разумным» способом и когда у каждого избирателя «разумно» непротиворечивые предпочтения (предпочтения с одним максимумом), **теорема о медианном избирателе** гласит, что оба кандидата будут позиционировать себя в политическом спектре там же, где и медианный избиратель. **Медианный избиратель** — это «средний» избиратель в этом распределении, точнее говоря, избиратель, который находится в 50-м перцентиле.

В данном случае полная игра состоит из двух этапов. На первом кандидаты выбирают свою позицию в политическом спектре. На втором избиратели выбирают одного из кандидатов. В общем плане игра на втором этапе открыта для всех возможных стратегических искажений предпочтений, обсуждавшихся ранее. В связи с этим в целях нашего анализа мы сократили количество кандидатов до двух

---

* Информацию о классификации Ханну Нурми можно найти здесь: H. Nurmi, Comparing Voting Systems (Norwell, Mass.: D. Reidel, 1987).

во избежание появления такого поведения в равновесии. Только при наличии двух кандидатов голосование избирателей будет в точности соответствовать их предпочтениям, а решение кандидатов о позиции в политическом спектре, принимаемое на первом этапе, — единственным поистине интересным аспектом большой игры. Именно на этом этапе теорема о медианном избирателе определяет поведение, соответствующее равновесию Нэша.

А. Дискретный политический спектр

Сначала рассмотрим совокупность из 90 миллионов избирателей, каждый из которых имеет предпочтительную позицию в политическом спектре, состоящем из пяти позиций: крайняя левая (КЛ), левая (Л), центральная (Ц), правая (П) и крайняя правая (КП). Допустим, избиратели распределены симметрично вокруг центра политического спектра. **Дискретное распределение** их местоположения показано на **гистограмме**, или столбчатой диаграмме, представленной на рис. 15.7. Высота каждого столбика отображает количество избирателей, соответствующих этой позиции. В данном примере мы исходим из предположения, что из 90 миллионов избирателей 40 миллионов отдают предпочтение левой позиции, 20 миллионов — крайней правой и по 10 миллионов — крайней левой, центральной и правой.

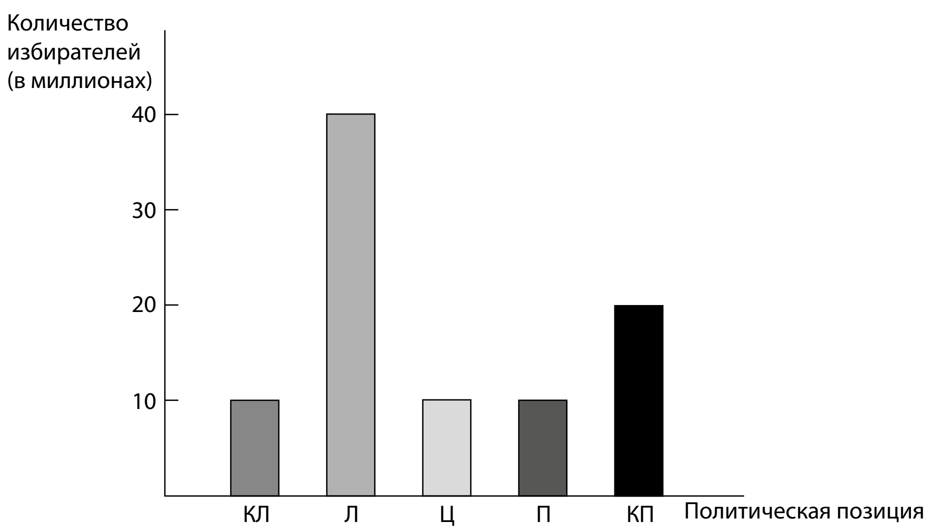


Рис. 15.7. Дискретное распределение избирателей

Избиратели будут голосовать за кандидата, который публично позиционирует себя как максимально разделяющего их собственную позицию в политическом спектре во время выборов. Если оба кандидата политически равноудалены от группы избирателей-единомышленников, каждый избиратель подбрасывает монету, чтобы решить, какого кандидата выбрать. Этот процесс дает каждому кандидату половину избирателей в данной группе.

Теперь допустим, что в предстоящих президентских выборах участвуют два кандидата: бывшая первая леди (Клаудия) и бывшая потенциальная первая леди (Долорес), каждая из которых выдвинула свою кандидатуру на пост президента*. При конфигурации избирателей как на рис. 15.7 мы можем составить таблицу выигрышей для двух кандидатов, показывающую число голосов, на получение которых может рассчитывать каждый из них при всех возможных комбинациях вариантов выбора политической платформы. Эта таблица пять на пять представлена на рис. 15.8, где данные выражены в миллионах голосов. Каждому кандидату предстоит выбрать оптимальную стратегию положения в политическом спектре, чтобы максимизировать количество полученных голосов (а значит, и шансы на победу)**.

Вот как распределены голоса. Когда оба кандидата выбирают *одну и ту же* позицию (пять ячеек по диагонали таблицы из верхнего левого в нижний правый угол), каждый получает ровно половину голосов. Поскольку все избиратели равноудалены от каждого кандидата, все они подбрасывают монету, чтобы решить, кого предпочесть; в итоге каждый кандидат получает 45 миллионов голосов. Когда два кандидата выбирают *разные* позиции, более левый кандидат получает все голоса избирателей, находящихся в его позиции или слева от нее, а более правый кандидат — все голоса избирателей, находящихся в его позиции или справа от нее. Кроме того, каждый кандидат получает голоса избирателей, расположенных в центральных позициях ближе к нему, чем к его сопернику, и оба делят поровну голоса избирателей, находящихся в центральной позиции на равном расстоянии от них. Таким образом, если Клаудия выберет позицию Л, тогда как Долорес позицию КП, Клаудия получит 40 миллионов голосов в позиции Л, 10 миллионов голосов в позиции КЛ и 10 миллионов голосов в позиции Ц (поскольку Ц ближе к Л, чем к КП). Долорес получит 20 миллионов голосов в позиции КП и 10 миллионов голосов в позиции П (поскольку П ближе к КП, чем к Л). Выигрыш составляет (60, 30). Аналогичные вычисления позволяют определить исходы в остальных ячейках таблицы.

Хотя таблица, представленная на рис. 15.8, достаточно большая, игра решается очень быстро. Начнем с уже знакомого вам поиска доминирующих или доминируемых стратегий двух игроков. И сразу же видим, что для Клаудии стратегия

---

* Любое сходство между нашими гипотетическими кандидатами и реальными прошлыми или будущими кандидатами в Соединенных Штатах не означает реальный анализ или прогноз их показателей в контексте равновесия Нэша. Распределение избирателей в нашем примере также не отображает реальных предпочтений американских избирателей.

** В целях упрощения анализа мы не принимаем во внимание те сложности, которые создает коллегия выборщиков, и исходим из предположения, что значение имеют только голоса, поданные избирателями на президентских выборах.

КЛ доминируема стратегией Л, а стратегия КП доминируема стратегией П. В случае Долорес стратегия КЛ также доминируема стратегией Л, а стратегия КП доминируема стратегией П. После исключения крайних стратегий для каждого кандидата стратегия П доминируема стратегией Ц. После исключения двух стратегий П стратегия Ц доминируема стратегией Л в случае каждого кандидата. В итоге в таблице остается одна ячейка — (Л, Л); это и есть равновесие Нэша.

		Долорес				
		КЛ	Л	Ц	П	КП
Клаудия	КЛ	45, 45	10, 80	30, 60	50, 40	55, 35
	Л	80, 10	45, 45	50, 40	55, 35	60, 30
	Ц	60, 30	40, 50	45, 45	60, 30	65, 25
	П	40, 50	35, 55	30, 60	45, 45	70, 20
	КП	35, 55	30, 60	25, 65	20, 70	45, 45

Рис. 15.8. Таблица выигрышей в игре «позиционирование кандидатов»

Теперь следует отметить три важные характеристики равновесия в игре с позиционированием кандидатов. Во-первых, они оба располагаются в равновесии в *одной и той же* позиции. Это иллюстрирует **принцип минимальной дифференциации** — общий результат всех игр с двумя участниками, которые сводятся к соперничеству за местоположение, будь то выбор кандидатами в президенты политической платформы, или выбор уличными торговцами местоположения тележки для продажи хот-догов, или выбор характеристик продукта производителями электронных устройств*. Если людей, голосующих за вас или покупающих у вас продукцию, можно расположить в определенном порядке в определенном диапазоне предпочтений, для вас целесообразнее максимально походить на соперника. Это объясняет многообразие совокупности моделей поведения политических кандидатов и компаний. Кроме того, это поможет вам понять, почему на пересечении автомагистралей с интенсивным движением никогда не бывает только одна автозаправочная станция, или почему все марки четырехдверных седанов (или минивэнов, или внедорожников) выглядят одинаково, хотя каждый производитель утверждает, что постоянно обновляет их дизайн.

Во-вторых, что особенно важно, оба кандидата находятся в позиции медианного избирателя. В нашем примере, при общем количестве 90 миллионов избирателей,

* Экономисты изучают этот вывод в контексте модели пространственного расположения Хотеллинга. См. Harold Hotelling, "Stability in Competition," Economic Journal, vol. 39, no. 1 (March 1929), pp. 41–57.

медианный избиратель — это избиратель под номером 45 миллионов от каждого конца. Числа в пределах одного местоположения могут быть выбраны произвольно, но местонахождение медианного избирателя определено однозначно; в нашем примере медианный избиратель расположен на шкале политического спектра в позиции Л, где и находятся оба кандидата. Это именно тот результат, который предсказывает теорема о медианном избирателе.

В-третьих, положение медианного избирателя не всегда совпадает с геометрическим центром политического спектра. Эти две позиции совпадают, если распределение избирателей симметрично, но медианный избиратель может располагаться слева от геометрического центра, если распределение смещено влево (как на рис. 15.7), и справа, если распределение смещено вправо. Это позволяет объяснить, почему *все* политические кандидаты штата Массачусетс, например, чаще бывают либералами, чем кандидаты на аналогичные должности в Техасе или Южной Каролине.

Теорему о медианном избирателе можно сформулировать по-разному. Одна версия просто гласит, что позиция медианного избирателя обеспечивает равновесное положение кандидатов в выборах с двумя кандидатами. Согласно другой версии, наиболее предпочитаемая медианным избирателем позиция будет победителем по Кондорсе; она победит любую другую позицию в парном сравнении. Например, если М — это медианная позиция, а Л — любая позиция слева от М, то М получит все голоса избирателей, отдающих наибольшее предпочтение позиции, находящейся в точке М или справа от нее, плюс некоторые голоса слева от М, но ближе к М, чем к Л. Таким образом, М получит более 50% голосов. Эти две версии формулировки теоремы равнозначны, поскольку во время выборов с участием двух кандидатов оба кандидата, стремящиеся получить большинство голосов, займут позицию победителя по Кондорсе. Следовательно, эти варианты интерпретации теоремы идентичны. Кроме того, справедливость данного результата для конкретной совокупности избирателей обеспечивает требование данной теоремы (в любой ее форме) о «разумности» предпочтений каждого избирателя, как говорилось выше. Под разумными подразумеваются предпочтения с одним максимумом, как в случае Блэка, о котором шла речь в разделе 3.А и на рис. 15.4. У каждого избирателя есть единственная, наиболее предпочтительная позиция на шкале политического спектра, и полезность (или выигрыш) избирателя снижается при ее смещении в любую сторону*. В случае реальных президентских выборов в США эту теорему подтверждает склонность основных кандидатов давать избирателям весьма похожие обещания.

* Однако распределение идеальных позиций избирателей на шкале политического спектра необязательно имеет только один максимум; например, на гистограмме на рис. 15.7 присутствует два максимума — в точках Л и КП.

Б. Непрерывный политический спектр

Теорему медианного избирателя также можно доказать и для непрерывного распределения политических позиций. Вместо выбора из пяти, трех или любого другого конечного числа позиций **непрерывное распределение** подразумевает возможность выбора из бесконечного количества политических позиций. При этом они расположены на вещественной числовой оси в диапазоне значений от 0 до 1*. Избиратели, как и прежде, распределены по шкале политического спектра, но поскольку теперь их распределение стало непрерывным, а не дискретным, для иллюстрации их местоположения мы используем **функцию распределения****, а не гистограмму. На рис. 15.9 отображены две простые функции — функция **равномерного распределения** и функция (симметричного) **нормального распределения*****. Площадь под каждым графиком соответствует общему количеству имеющихся голосов; в любой заданной точке в интервале от 0 до 1, такой как точка x на рис. 15.9а, число голосов, соответствующих этой точке, равно площади под функцией распределения в интервале от 0 до x. Очевидно, что медианный избиратель в каждом из этих случаев распределения находится в центре политического спектра, то есть в позиции 0,5.

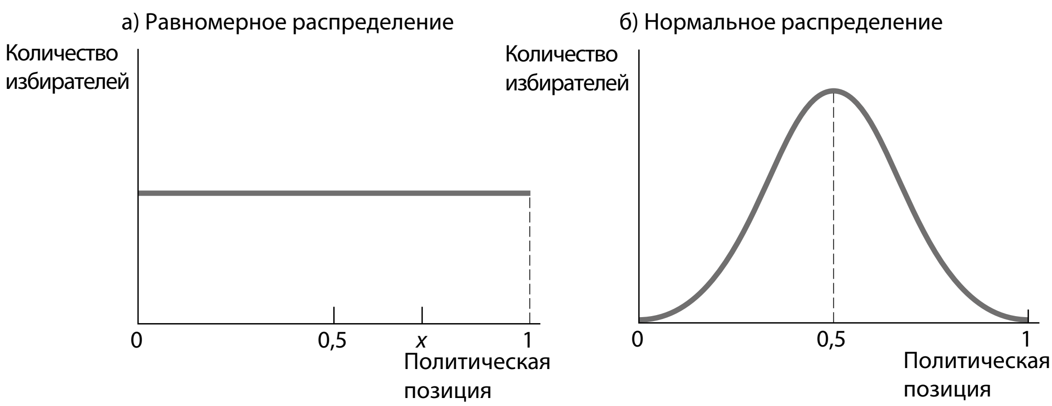


Рис. 15.9. Непрерывное распределение избирателей

---

* Это та же схема, которую мы использовали в главах 11 и 12 для анализа больших совокупностей отдельных членов.

** Строго говоря, здесь изображены не функции распределения, а функции плотности распределений. *Прим. ред.*

*** Мы не будем углубляться в техническую сторону теории распределения или интегрального исчисления, необходимого для вычисления точной доли избирателей, находящихся слева или справа от определенной позиции на непрерывной шкале политического спектра. Здесь мы приводим только ту информацию, которая убедит вас в том, что теорема о медианном избирателе справедлива и для непрерывного распределения.

В случае непрерывного распределения построить таблицу выигрышей двух кандидатов невозможно; такие таблицы обязательно должны иметь конечное число размерностей, поэтому они не могут вместить бесконечное количество возможных стратегий игроков. Тем не менее мы можем решить эту игру, применив ту же стратегическую логику, что и в случае дискретного (конечного) распределения в разделе 5.A.

Рассмотрим варианты, которыми располагают Клаудия и Долорес в процессе анализа возможных политических позиций, которые они могут занять. Каждая из них знает, что ее задача — найти стратегию, входящую в равновесие Нэша, иначе говоря, свой наилучший ответ на равновесную стратегию соперницы. В этой игре несложно определить стратегии, которые представляют собой наилучшие ответы, хотя всю совокупность таких стратегий описать невозможно.

Предположим, Долорес выбирает случайную позицию на шкале политического спектра, скажем, позицию x на рис. 15.9a. Затем Клаудия вычисляет, как разделятся голоса во всех возможных позициях, которые она может выбрать. Если она выберет позицию слева от x, то получит все голоса слева от нее и половину голосов, расположенных между ее позицией и позицией Долорес. Если Клаудия предпочтет позицию справа от x, то получит все голоса справа от нее и половину голосов, расположенных между ее позицией и позицией x. И наконец, если Клаудия также выберет позицию x, то они с Долорес разделят голоса поровну. По сути, эти три возможности отображают все варианты выбора местоположения, имеющиеся у Клаудии при условии, что Долорес выберет позицию x.

Но какая из вышеупомянутых ответных стратегий Клаудии лучшая? Ответ на этот вопрос зависит от местоположения x по отношению к медианному избирателю. Если x находится справа от медианной позиции, Клаудия знает, что ее наилучший ответ — максимизировать количество набранных голосов, что она может сделать, выбрав позицию, смещенную влево от позиции x на бесконечно малую величину*. В таком случае Клаудия, по сути, получит все голоса в интервале от 0 до x, а Долорес — голоса в интервале от x до 1. Когда x находится справа от медианной позиции, как на рис. 15.9a, количество избирателей, представленное площадью под функцией распределения в интервале от 0 до x, по определению больше числа избирателей в интервале от x до 1, а значит, Клаудия выиграет выборы. Аналогично, если x находится слева от медианной позиции, наилучший ответ Клаудии состоит в выборе позиции, смещенной вправо от позиции x на бесконечно малую величину; тогда она получит все голоса в интервале от x до 1. Когда позиция x совпадает с медианной точкой, Клаудии лучше всего также выбрать позицию x.

* Такая позиция, смещенная влево от x на бесконечно малую величину, возможна в случае непрерывного распределения. В нашем примере с дискретным распределением кандидаты вынуждены выбирать в точности ту же позицию.

Стратегии наилучших ответов Долорес строятся точно так же и с учетом позиции соперницы аналогичны стратегиям, описанным для Клаудии. На графике две линии наилучших ответов расположены над и под линией, которая проходит под углом 45 градусов через позицию медианного избирателя, а в этой точке эти линии совпадают с линией под углом 45 градусов. (Наилучший ответ Клаудии на расположение Долорес в позиции медианного избирателя — расположиться точно в том же месте; то же справедливо в обратном порядке в случае Долорес.) Вне позиции медианного избирателя графики наилучших ответов находятся по разные стороны от линии под углом 45 градусов.

Теперь у нас есть полное описание стратегий наилучших ответов обоих кандидатов. Равновесие Нэша возникает в точке пересечения линий наилучших ответов; это пересечение находится в позиции медианного избирателя. Вы можете интуитивно проанализировать эту ситуацию, выбрав любое исходное положение для одного из кандидатов и перебирая стратегии наилучших ответов до тех пор, пока каждый кандидат не окажется в позиции, отображающей наилучший ответ на позицию другого кандидата. Если бы на рис. 15.9а Долорес анализировала возможность выбора позиции *x*, Клаудия предпочла бы позицию непосредственно слева от *x*, но тогда Долорес захотела бы расположиться сразу же слева от этой позиции и т. д. Только тогда, когда кандидаты располагаются именно в медианной точке распределения (будь то равномерного, нормального или любого другого), их решения будут наилучшим ответом на действия друг друга. Опять же, мы видим, что равновесие Нэша сводится к размещению обоих кандидатов в позиции медианного избирателя.

Для того чтобы удовлетворить интерес истинного математика, доказательство версии теоремы о медианном избирателе с непрерывным распределением потребует более сложных математических выкладок. Нам же приведенного описания вполне достаточно, чтобы убедить вас в обоснованности теоремы в случае как дискретного, так и непрерывного политического спектра. Самое важное ограничение теоремы о медианном избирателе состоит в том, что она применима только при наличии одного вопроса, то есть при одномерном спектре политических различий. Если таких измерений два или более (например, консервативная или либеральная позиция по социальным вопросам не совпадает с консервативной или либеральной позицией по экономическим вопросам), то совокупность избирателей распределена в двумерном «пространстве вопросов» и теорема о медианном избирателе не выполняется. У каждого отдельно взятого избирателя могут быть предпочтения с одним максимумом в том смысле, что у него есть наиболее предпочтительная точка, а его выигрыш во всех направлениях от нее уменьшается подобно тому, как уменьшается высота горы по мере отдаления от ее вершины. Однако мы не сможем идентифицировать медианного избирателя в ситуации с двумя измерениями с равным количеством избирателей, наиболее предпочтительная позиция которых находится по обе стороны позиции медианного избирателя. В случае двух измерений нет однозначного восприятия стороны, а количество избирателей по обе стороны может меняться в зависимости от того, как именно мы определяем «сторону».

Резюме

Выборы можно проводить с использованием ряда различных процедур голосования, которые позволяют изменить порядок рассмотрения вопросов или способ подсчета голосов. Процедуры голосования подразделяются на *бинарные, множественные* и *смешанные методы*. Бинарные методы включают в себя *принцип простого большинства* и *парные процедуры* голосования, в частности *метод Кондорсе* и *процедуру внесения поправок*. *Позиционные методы*, такие как *принцип относительного большинства* и *подсчет Борда*, а также *одобрительное голосование*, относятся к категории множественных методов. Смешанные методы представлены *системой простого большинства со вторым туром, системой мгновенного второго тура* и *системой пропорционального представительства*.

Парадоксы голосования (*парадокс Кондорсе, парадокс повестки дня* и *парадокс перестановки*) показывают, что трудности с агрегированием предпочтений или небольшие изменения в списке рассматриваемых вопросов могут привести к результатам, противоречащим здравому смыслу. Еще один парадоксальный результат состоит в том, что итоги любых отдельно взятых выборов при заданной совокупности предпочтений избирателей могут меняться в зависимости от используемой процедуры голосования. Определенные принципы оценки методов голосования можно сформулировать, хотя, согласно *теореме о невозможности* Эрроу, ни одна система не удовлетворяет всем критериям одновременно. Исследователи, работающие в самых разных областях, пытались найти альтернативу принципам, сформулированным Эрроу.

Избиратели могут использовать стратегическое поведение в игре, которая обеспечивает выбор процедуры голосования, или в самих выборах посредством *искажения своих предпочтений*. Избиратели могут стратегически искажать свои предпочтения ради получения наиболее желаемого или предотвращения нежелательного результата. При наличии несовершенной информации избиратели могут принимать решение о целесообразности стратегического голосования исходя из своих убеждений в отношении поведения других избирателей и знания о распределении их предпочтений.

Кандидаты также могут придерживаться стратегического поведения в процессе формирования политической платформы. Общий результат, известный как *теорема о медианном избирателе*, показывает, что в выборах с участием двух кандидатов оба выбирают позицию, совпадающую с позицией предпочтений *медианного избирателя*. Эта теорема справедлива в случае *дискретного* или *непрерывного* распределения избирателей по шкале предпочтений.

Ключевые термины

Бинарные методы
Гистограмма
Дискретное распределение
Индекс Коупленда
Искреннее голосование
Медианный избиратель
Метод Кондорсе
Метод одобрительного голосования
Метод относительного антибольшинства
Многоэтапная процедура
Множественный метод
Непрерывное распределение
Нетранзитивное ранжирование предпочтений
Нормальное распределение
Парадокс Кондорсе
Парадокс перестановки
Парадокс повестки дня
Парное голосование
Победитель по Кондорсе
Подсчет Борда
Позиционный метод
Предпочтение с одним максимумом
Принцип минимальной дифференциации
Принцип относительного большинства голосов
Принцип простого большинства
Принцип простого большинства со вторым туром
Пропорциональное представительство
Процедура внесения поправок
Равномерное распределение
Ранжирование социальных предпочтений
Робастность
Система единого передаваемого голоса
Система мгновенного второго тура
Смешанный метод
Спойлер
Стратегическое голосование
Стратегическое искажение предпочтений
Теорема Гиббарда — Саттертуэйта
Теорема о медианном избирателе
Теорема о невозможности Эрроу
Транзитивное ранжироване предпочтений
Туры голосования
Условие Блэка
Функция распределения
Элементы Кондорсе
Элементы перестановки

Упражнения с решениями

S1. Рассмотрим голосование троих соседей-студентов А, Б и В, проживающих в трехместной комнате в общежитии. Они пытаются решить, какой из трех курсов выбрать для совместного изучения в этом семестре. (У всех троих разные профилирующие дисциплины и каждый изучает курсы по основному предмету.) Выбор нужно сделать из таких предметов: философия, геология и социология, а предпочтения студентов в этом отношении отражены в следующей таблице:

А	Б	В
Философия	Социология	Геология
Геология	Философия	Социология
Социология	Геология	Философия

Соседи по комнате решили провести два тура голосования и будут тянуть жребий, чтобы определить, кто установит порядок голосования. Предположим, это право досталось студенту А и он хочет, чтобы выбор пал на философию. Какую повестку дня он должен установить, зная, что все будут голосовать в соответствии со своими предпочтениями во всех турах? Какой порядок голосования он должен использовать, зная, что все будут голосовать стратегически?

S2. Предположим, избирателям от 1 до 4 предлагают рассмотреть троих кандидатов (А, Б и В) в ходе выборов по методу Борда. Их предпочтения таковы:

1	2	3	4
А	А	Б	В
Б	Б	В	Б
В	В	А	А

Допустим, все избиратели проголосуют в соответствии со своими предпочтениями (стратегическое голосование отсутствует). Найдите систему весов в подсчете Борда (количество баллов, которые должны быть присвоены первому, второму и третьему кандидату по уровню предпочтительности), при которой кандидат А выиграет выборы.

S3. Рассмотрите группу из 50 человек, присутствующих на собрании жителей небольшого города в штате Массачусетс. Они должны выбрать одно из трех предложений, касающихся вывоза городского мусора. Согласно предложению 1, муниципалитет сам должен обеспечивать вывоз мусора в качестве одной из услуг; предложение 2 призывает городские власти нанять для этих целей частную компанию; предложение 3 призывает жителей города самим нести ответственность за свой мусор. Существуют три типа участников голосования. Первый предпочитает предложение 1 предложению 2 и предложение 2 предложению 3; всего к этому типу относится 20 участников голосования. Второй предпочитает предложение 2 предложению 3 и предложение 3 предложению 1; к этому типу принадлежит 15 участников голосования. Третий предпочитает предложение 3 предложению 1 и предложение 1 предложению 2; таких голосующих 15.

a) Какое предложение победит в случае использования системы голосования по принципу относительного большинства?
b) Предположим, голосование проходит с применением подсчета Борда, при котором избиратели расставляют предложения в бюллетенях в порядке предпочтения. Предложение, указанное в бюллетене первым (занимает верхнюю позицию), получает 3 балла; предложение, указанное вторым, 2 балла, а указанное третьим — 1 балл. Сколько баллов в этой ситуации наберет каждое предложение при отсутствии стратегического голосования? Какое предложение победит?
c) Какую стратегию могут использовать голосующие второго и третьего типов для изменения результата голосования по методу Борда, полученного в пункте b, на результат, устраивающий оба типа? Если они применят эту стратегию, сколько баллов получит каждое предложение и какое предложение победит?

S4. Во время Карибского кризиса среди членов специально созданного Исполнительного комитета возникли серьезные разногласия. Рассматривались три варианта действий — мягкий (блокада), умеренный (ограниченный авиаудар) и жесткий (массированный авиаудар или вторжение) — между тремя группами. Гражданские «голуби мира» расположили варианты в таком порядке: мягкий курс, умеренный и жесткий. Порядок, установленный гражданскими «ястребами войны», несколько отличался: умеренный курс, жесткий и мягкий. Военные ратовали за жесткий курс, но «так хорошо понимали, какие опасности таит в себе ограниченный авиаудар, что предпочли бы вообще не предпринимать военных действий, чем прибегать к ограниченному удару» [Ernest R. May and Philip D. Zelikow, eds., The Kennedy Tapes: Inside the White House During the Cuban Missile Crisis (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1997), p. 97.] Иными словами, они отдали мягкому курсу второе место, а умеренному третье. Каждая группа составляла около одной трети от общей численности Исполнительного комитета, поэтому любые две группы могли сформировать большинство.

a) Если бы вопрос в Исполнительном комитете решался посредством голосования по принципу большинства и все члены комитета голосовали бы в соответствии со своими предпочтениями, какой бы вариант победил?

b) Какой результат был бы получен, если бы члены Исполнительного комитета голосовали стратегически? Какого результата удалось бы достичь, если бы у одной из групп были полномочия по определению повестки дня? (Проанализируйте эти два случая в соответствии с моделью анализа, использованной в разделах 2.Б и 4.Б.)

S5. В книге A Mathematician Reads the Newspaper («Математик читает газету») Джон Паулос описывает следующую пародийную ситуацию, основанную на реальных событиях, произошедших во время закрытых собраний Демократической партии по выдвижению кандидата в ходе первичных выборов президента США в 1992 году. Есть пять кандидатов: Джерри Браун, Билл Клинтон, Том Харкин, Боб Керри и Пол Цонгас. Есть также 55 избирателей с разными предпочтениями в отношении кандидатов. Существует шесть разных вариантов ранжирования предпочтений, которые обозначены номерами от I до VI. Варианты ранжирования предпочтений (1 — наибольшее, 5 — наименьшее), а также количество избирателей с такими предпочтениями показаны в следующей таблице*:

		Группы и их численность					
		I 18	II 12	III 10	IV 9	V 4	VI 2
Рейтинг	1	Цонгас	Клинтон	Браун	Керри	Харкин	Харкин
	2	Керри	Харкин	Клинтон	Браун	Клинтон	Браун
	3	Харкин	Керри	Харкин	Харкин	Керри	Керри
	4	Браун	Браун	Керри	Клинтон	Браун	Клинтон
	5	Клинтон	Цонгас	Цонгас	Цонгас	Цонгас	Цонгас

a) Сначала предположим, что все избиратели голосуют в соответствии со своими предпочтениями. Проанализируйте результаты выборов при использовании каждого из нескольких принципов голосования. Проиллюстрируйте каждый из следующих исходов: 1) при использовании метода относительного большинства голосов выигрывает Цонгас; 2) при использовании системы простого большинства со вторым туром (два кандидата,

* John Allen Paulos, A Mathematician Reads the Newspaper (New York: Basic Books, 1995), pp. 104–106.

занимающих два первых места по степени предпочтений, выходят во второй тур) побеждает Клинтон; 3) при использовании метода исключения (в каждом туре кандидат с наименьшим количеством голосов за первое место исключается из списка, а остальные выходят во второй тур) победителем становится Браун; при использовании метода Кондорсе (парное сравнение) выборы выигрывает Керри.

b) Предположим, вы сторонник Брауна, Керри или Харкина. В случае голосования по принципу относительного большинства вы получите худший результат. Можете ли вы извлечь выгоду из стратегического голосования? Если да, то как именно?

c) Есть ли возможности для стратегического голосования при применении других методов? Если да, объясните, кому выгодно стратегическое голосование в каждом случае и как можно этим воспользоваться.

S6. Как упоминалось в этой главе, в целях экономии времени и денег некоторые города (такие как Сан-Франциско) вместо выборов по принципу простого большинства со вторым туром и даже первичных выборов начали использовать систему мгновенного второго тура. В большинстве административно-территориальных единиц внедрена двухэтапная система, согласно которой, если ни один кандидат не получает большинства голосов в первом туре, через несколько недель проводится второй тур с участием двух кандидатов, набравших максимальное количество голосов.

В частности, двухэтапная система применяется во Франции во время президентских выборов. Первичные выборы не проводятся. Вместо этого все кандидаты от всех партий включаются в бюллетень первого тура, что, как правило, приводит ко второму туру, поскольку одному кандидату трудно набрать большинство голосов при столь большом количестве кандидатов. Хотя второй тур президентских выборов во Франции — неизменно ожидаемое событие, это не значит, что французским выборам нечем удивлять. Так, в 2002 году вся страна была потрясена выходом кандидата от правого крыла Жан-Мари Ле Пена, обошедшего социалиста Лионеля Жоспена и занявшего второе место, во второй тур против победителя первого тура (и действующего президента) Жака Ширака. Все считали, что Жоспен займет второе место и сразится с Шираком.

Система мгновенного второго тура состоит из следующих пяти этапов:

1. Избиратели ранжируют кандидатов в соответствии со своими предпочтениями.
2. Подсчитываются голоса.

3. Если кандидат набрал большинство голосов, он побеждает в выборах. Если нет, проводится этап 4.
4. Кандидат (кандидаты) с минимальным количеством голосов исключается из списка. (Более одного кандидата исключаются из списка одновременно только в случае, если они набрали равное количество голосов.)
5. Голоса, отданные за исключенных кандидатов, переходят к кандидатам, занявшим в рейтинге следующие места. Затем процедура повторяется, начиная со второго этапа.

a) Система мгновенного второго тура постепенно набирает популярность. Она используется в ряде американских городов, а также при выборе судей в штате Северная Каролина (по состоянию на 2013 год). Учитывая потенциальную экономию времени и денег, удивляет тот факт, что она пока не получила более широкого распространения. Почему системе мгновенного второго тура оказывается противодействие? (Подсказка: каким кандидатам, партиям и заинтересованным сторонам выгодна действующая двухэтапная система?)

b) Какие опасения или критические замечания могут возникнуть по отношению к системе мгновенного второго тура?

S7. Выборы с участием трех кандидатов проходят по принципу относительного большинства. Существует множество избирателей, распределенных по шкале идеологического спектра слева направо. Представьте это распределение в виде горизонтальной прямой с двумя крайними точками: 0 (слева) и 1 (справа). Избиратели равномерно распределены по этому спектру, а значит, их количество на любом отрезке прямой пропорционально длине этого отрезка. Таким образом, треть избирателей находятся на отрезке от 0 до 1/3, четверть избирателей — на отрезке от 1/2 до 3/4 и т. д. Каждый избиратель голосует за кандидата, объявленная позиция которого ближе всего к его собственной позиции. У кандидатов нет идеологических привязанностей, поэтому они занимают любую позицию на линии, причем каждый кандидат стремится максимизировать свою долю голосов.

a) Предположим, вы один из трех кандидатов. Крайний левый из оставшихся двух расположен в точке x, а крайний правый — в точке $(1 - y)$, где $x + y < 1$ (то есть самый правый кандидат находится на расстоянии y от 1). Докажите, что ваш наилучший ответ — занять следующие позиции при заданных условиях:

(i) с небольшим смещением влево от x, если $x > y$ и $3x + y > 1$;

(ii) с небольшим смещением вправо от $(1 - y)$, если $y > x$ и $x + 3y > 1$;

(iii) ровно посредине между двумя другими кандидатами, если $3x + y < 1$ и $x + 3y < 1$.

b) На графике с осями координат x и y покажите области (комбинации значений x и y), в которых каждое из правил ответа [от (i) до (iii) в пункте a] наилучшее.

c) Какой вывод можно сделать на основании анализа равновесия Нэша в игре, где три кандидата выбирают позиции?

Упражнения без решений

U1. Выполните упражнение **S1** для ситуации, в которой Б устанавливает порядок голосования и хочет сделать так, чтобы победила социология.

U2. Выполните упражнение **S2**, определив систему весов в подсчете Борда, при которой победит кандидат Б.

U3. Ежегодно кубок Хайсмана присуждается игрокам университетского футбола посредством подсчета Борда. Каждый голосующий голосует за первое, второе и третье место, присваивая им 3, 2 и 1 балл соответственно. Таким образом, схему присвоения баллов в системе Борда можно обозначить как (3–2–1), где первая цифра — количество баллов, соответствующих голосу за первое место, вторая цифра — за второе и третья — за третье место. В 2004 году голоса за первых пятерых кандидатов на получение кубка по системе Борда распределились так:

Игрок	1-е место	2-е место	3-е место
Лейнарт (USC)	267	211	102
Питерсон (Оклахома)	154	180	175
Уайт (Оклахома)	171	149	146
Смит (Юта)	98	112	117
Буш (USC)	118	80	83

a) Сравните суммы баллов, полученные Лейнартом и Питерсоном. С каким отрывом по баллам в системе Борда победил Лейнарт?

b) Кажется вполне справедливым, что схема присвоения баллов должна обеспечивать голосу за первое место как минимум такой же вес, как и голосу за второе место, а голосу за второе место как минимум такой же вес, как и голосу за третье место. Другими словами, в схеме присвоения баллов (x–y–z) должно выполняться условие $x \geq y \geq z$. Существует ли схема присвоения баллов с учетом этого ограничения «справедливости», при которой Лейнарт проиграл бы? Если да, опишите ее. Если нет, обоснуйте свой вывод.

c) Хотя Уайт получил больше голосов за первое место, чем Питерсон, последний набрал большее общее количество баллов в системе Борда. Предположим, голос за второе место получает 2 балла, а за третье 1 балл, то есть схема присвоения баллов такова: (x – 2 – 1). При каком минимальном целом значении x Уайт получит большее количество баллов в системе Борда, чем Питерсон?

d) Допустим, представленные выше данные о голосовании отображают истинные предпочтения его участников. Для простоты будем считать, что голосование проводится по принципу относительного большинства, а не по методу Борда. Обратите внимание, что и Лейнарт, и Буш из Университета Южной Калифорнии (USC), тогда как Питерсон и Уайт — из Оклахомы. Предположим, что по причине лояльности к Оклахоме все участники голосования, отдающие предпочтение Уайту, ставят на второе место Питерсона. Если бы они использовали стратегическое голосование в системе относительного большинства, могли бы они изменить исход выборов? Обоснуйте свой вывод.

e) Теперь представим, что по причине лояльности к Университету Южной Калифорнии все участники голосования, предпочитающие Буша, ставят на второе место Лейнарта. Если бы все четыре группы голосующих (за Лейнарта, Питерсона, Уайта и Буша) использовали стратегическое голосование в системе относительного большинства, то кто бы получил кубок Хайсмана?

f) В 2004 году за присуждение кубка Хайсмана голосовало 923 человека. При фактической системе присвоения голосов (3–2–1) какое минимальное целое количество голосов понадобилось бы для победы (то есть без помощи голосов, отданных за второе или третье место)? Обратите внимание, что имя игрока может быть указано в бюллетене только один раз.

U4. Фигуристы на Олимпийских играх откатывают две программы, короткую и произвольную. За выполнение каждой программы жюри из девяти судей выставляет фигуристам оценки, а затем составляет их рейтинг. Позиция фигуриста в рейтинге используется для определения окончательной оценки. Рейтинг фигуриста зависит от того, сколько судей отдадут ему первое (второе или третье) место; фигурист, которого считают лучшим большинство судей, получает в рейтинге первое место и т. д. При подсчете окончательной оценки фигуриста короткая программа получает половину веса произвольной программы (то есть окончательная оценка = 0,5 (рейтинг в короткой программе) + рейтинг в произвольной программе). Фигурист с самой низкой окончательной оценкой выигрывает золотую медаль. В случае равных оценок золотая медаль достается фигуристу с самым высоким (по мнению большинства судей) рейтингом в произвольной программе.

В 2002 году, во время соревнований по одиночному фигурному катанию среди женщин в Солт-Лейк-Сити Мишель Кван занимала первое место после короткой программы. Далее следовали Ирина Слуцкая, Саша Коэн и Сара Хьюз, занимавшие соответственно второе, третье и четвертое места. В произвольной программе оценки на карточках судей, выставленные этим четырем фигуристкам, распределились следующим образом:

		Номер судьи								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Кван	**Баллы**	11,3	11,5	11,7	11,5	11,4	11,5	11,4	11,5	11,4
	Рейтинг	2	3	2	2	2	3	3	2	3
Слуцкая	**Баллы**	11,3	11,7	11,8	11,6	11,4	11,7	11,5	11,4	11,5
	Рейтинг	3	1	1	1	4	1	2	3	2
Коэн	**Баллы**	11,0	11,6	11,5	11,4	11,4	11,4	11,3	11,3	11,3
	Рейтинг	4	2	4	3	3	4	4	4	4
Хьюз	**Баллы**	11,4	11,5	11,6	11,4	11,6	11,6	11,3	11,6	11,6
	Рейтинг	1	4	3	4	1	2	1	1	1

a) На Олимпиаде Слуцкая выступала последней из ведущих фигуристов. Используйте информацию на карточках судей, чтобы определить рейтинги судей, выставленные Кван, Коэн и Хьюз за произвольную программу до выступления Слуцкой. Затем, воспользовавшись указанными выше позициями в рейтинге за короткую программу и только что вычисленным вами рейтингом за произвольную программу, определите окончательные оценки и позиции этих трех фигуристок *до* выступления Слуцкой. (Обратите внимание, что у Кван в короткой программе был рейтинг 1, значит, ее частичная оценка после короткой программы составляет 0,5.)

b) На основании вашего ответа в пункте a определите, каким был бы окончательный результат соревнований, если бы судьи присвоили Слуцкой за произвольную программу более высокий рейтинг, чем рейтинг остальных трех фигуристок.

c) С помощью карточек судей вычислите фактические окончательные оценки всех четырех фигуристок *после* выступления Слуцкой. Как бы в итоге распределились места?

d) Какой важный принцип из сформулированных Эрроу нарушает система оценивания олимпийских соревнований по фигурному катанию? Обоснуйте свой вывод.

U5. В 2008 году, во время выдвижения кандидатов в президенты США, в супервторник, 5 февраля, в форме первичных выборов и партийных собраний Республиканской партии прошло 21 мероприятие. К этому дню (всего через месяц после партийного собрания в штате Айова, которое положило начало всему процессу) более половины кандидатов от Республиканской партии уже выбыли из гонки; осталось всего четыре кандидата: Джон Маккейн, Митт Ромни, Майк Хакаби и Рон Пол. Ранее Маккейн, Ромни и Хакаби выигрывали минимум в одном штате. За неделю до этого важного дня Маккейн победил Ромни во Флориде, и в тот момент казалось, будто только у них двоих есть реальные шансы на выдвижение кандидатом в президенты. В этом сезоне первичных выборов, что типично для Республиканской партии, почти каждое состязание между кандидатами от «великой старой партии» (будь то в форме первичных выборов или партийного собрания) было решающим, поэтому победа в определенном штате позволила бы кандидату получить голоса всех делегатов, закрепленных за этим штатом Национальным комитетом Республиканской партии.

Партийное собрание в штате Западная Вирджиния было первым в супервторник, а поскольку оно проводилось во второй половине дня, то было коротким. Штат находится в восточном часовом поясе, поэтому новости о результатах собрания стали известны за несколько часов до закрытия избирательных участков во многих штатах, в которых в тот день проходило голосование.

Следующая задача основана на результатах этого закрытого партийного собрания. Как и следовало ожидать, у его участников были разные предпочтения в отношении кандидатов. Одни выступали за Маккейна, другие симпатизировали Ромни или Хакаби. Разумеется, у избирателей тоже были разные предпочтения относительно того, кого они хотели бы видеть победителем, если бы их любимый кандидат проиграл. Существенно упростив реальную ситуацию (но опираясь на фактические данные голосования), предположим, что в тот день было семь типов участников закрытого собрания Республиканской партии в штате Западная Вирджиния, а доля этих типов и их предпочтения были такими:

	I (16%)	II (28%)	III (13%)	IV (21%)	V (12%)	VI (6%)	VII (4%)
1	Маккейн	Ромни	Ромни	Хакаби	Хакаби	Пол	Пол
2	Ромни	Маккейн	Хакаби	Ромни	Маккейн	Ромни	Хакаби
3	Хакаби	Хакаби	Маккейн	Маккейн	Ромни	Хакаби	Ромни
4	Пол	Пол	Пол	Пол	Пол	Маккейн	Маккейн

Никто не знал распределения предпочтений участников партийного собрания по выдвижению кандидата, поэтому все голосовали в соответствии со своими истинными предпочтениями. В итоге Ромни получил в первом туре относительное большинство голосов в 41%.

После каждого тура голосования, если ни один кандидат не набирает большинства голосов, кандидат с наименьшим количеством голосов исключается из рассмотрения, а его сторонники голосуют за одного из оставшихся кандидатов в следующих турах.

a) Какими были бы результаты второго тура в случае правдивого (нестратегического) голосования за оставшихся троих кандидатов?

b) Если бы в Западной Вирджинии проводились парные голосования среди четырех кандидатов, какое из них обеспечило бы победителя по Кондорсе в случае правдивого голосования?

c) На самом деле результаты второго тура голосования были такими: Хакаби — 52%, Ромни — 47%, Маккейн — 1%. Как такое могло произойти, учитывая предпочтения избирателей Маккейна? (Подсказка: чем отличался бы результат, если бы Западная Вирджиния в тот супервторник голосовала последней?)

d) После окончания голосования в предвыборном штабе Ромни возмутились и обвинили сторонников Маккейна и Хакаби в заключении закулисной сделки (см. Susan Davis, "Romney Cries Foul in W. Va. Loss," Wall Street Journal, February 5, 2008; http://blogs.wsj.com/washwire/2008/02/05/huckabee-wins-first-super-tuesday-contest/?mod=WSJBlog). Были ли основания у штаба Ромни подозревать в сговоре сторонников Маккейна и Хакаби в этом случае? Объясните, почему да или почему нет.

U6. Вернемся к анализу системы мгновенного второго тура (instant runoff voting, IRV) в упражнении **S6**.

a) Проанализируйте следующие бюллетени IRV пяти участников голосования:

	Ана	**Бернард**	**Синди**	**Десмонд**	**Элизабет**
1	Джек	Джек	Кейт	Лок	Лок
2	Кейт	Кейт	Лок	Кейт	Джек
3	Лок	Лок	Джек	Джек	Кейт

Есть ли у кого-то из них стимул голосовать стратегически? Если есть, то у кого и почему? Если нет, объясните почему.

b) Проанализируйте следующую таблицу, в которой представлены бюллетени IRV семи жителей города, голосующих за пять программных предложений, выдвинутых мэром:

	Андерсон	Браун	Кларк	Дэвис	Эванс	Фостер	Гарсия
1	V	V	W	W	X	Y	Z
2	W	X	V	X	Y	X	Y
3	X	W	Y	V	Z	Z	X
4	Y	Y	X	Y	V	W	W
5	Z	Z	Z	Z	W	V	V

Если предположить, что все кандидаты (или варианты проводимой политики), получившие одинаковое минимальное количество голосов, исключаются из списка одновременно, то при каких условиях одно из предложений гарантированно наберет большинство голосов? Другими словами, при каких условиях может не быть ни одного однозначного победителя, получившего большинство голосов? (Подсказка: насколько важно для Эванса, Фостера и Гарсии полностью заполнить свои бюллетени?) Как изменятся эти условия, если в город приедет Харрис и примет участие в голосовании?

U7. Вспомните о городском совете, состоящем из трех членов, рассматривающем три альтернативных варианта политики социального обеспечения в разделе 4.B. В этом примере три члена совета («левый», «центральный» и «правый») голосовали за варианты П и С в первом туре, а победитель состязался с вариантом Щ во втором туре. Но никто не знает наверняка, сколько членов совета имеет каждую совокупность вероятных предпочтений. Возможные варианты ранжирования предпочтений показаны на рис. 15.1. Каждый член совета знает свой тип, а также значения вероятности наблюдения каждого типа участников голосования $p_{Л}$, $p_{Ц}$, $p_{П}$ ($p_{Л} + p_{Ц} + p_{П} = 1$). Поведение представителей «центрального» типа в первом раунде голосования — единственная неизвестная величина в этой ситуации, зависящая от значений вероятности того, что будут присутствовать различные типы предпочтений. Предположим, участник голосования «центрального» типа убежден (в отличие от ситуации, которая рассматривалась в главе), что другой участник голосования «центрального» типа прибегнет к стратегическому голосованию; также допустим, что выигрыши голосующего «центрального» типа такие же, как и в разделе 4.B: выигрыш 1 в случае победы варианта П, выигрыш 0 в случае победы Щ и выигрыш $0 < u < 1$ в случае победы варианта С.

a) При какой конфигурации двух других голосов голос представителя «центрального» типа может повлиять на результат голосования? С учетом предположения этого члена совета в отношении поведения другого участника «центрального» типа, как он мог бы определить источник голосов, поданных в первом туре?
b) Придерживаясь той же процедуры анализа, что и в разделе 4.B, определите ожидаемый выигрыш члена совета «центрального» типа в случае, если он голосует в соответствии со своими предпочтениями. Сравните его с ожидаемым выигрышем в случае стратегического голосования. При каком условии член совета прибегнет к стратегическому голосованию?

16 Стратегия участия в торгах и структура аукционов

Использование аукционов как механизма продажи товаров и услуг восходит к Древней Греции и Риму, где рабов и жен обычно покупали и продавали на известных площадках публичных торгов. Хотя после падения Римской империи популярность аукционов пошла на убыль, они снова обрели ее в Британии XVIII века и с тех пор стали широко распространенным, если не сказать повсеместным, методом торговли. В настоящее время тысячи людей ежедневно делают покупки на интернет-аукционах, а некоторые что-то приобретают посредством механизмов, которые теперь даже не считаются аукционами.

Несмотря на столь долгую историю, первый формальный анализ аукционов был проведен только в 1961 году в новаторской работе лауреата Нобелевской премии Уильяма Викри. В последующие десятилетия экономисты вложили немало сил в углубление понимания аукционной торговли с точки зрения как покупателей (стратегия участия в торгах), так и продавца (структура аукциона). В этой главе мы рассмотрим обе темы и представим базовую информацию о правилах и среде аукционов.

Фактически термином «аукцион» обозначается любая операция, в ходе которой окончательная цена выставленного на продажу объекта определяется посредством конкурентных торгов. Под это описание подпадает множество разных типов операций. Например, известный универмаг Filene's Basement в Бостоне использовал хорошо продуманную стратегию ценообразования, благодаря которой привлек даже покупателей из других городов: в его знаменитом отделе уцененных товаров цены снижались каждую неделю вплоть до полной распродажи товаров или пока цена не становилась настолько низкой, что нереализованные продукты отдавали на благотворительность. Посетителям магазина это нравилось, хотя они вряд ли осознавали, что участвуют в так называемом аукционе на понижение, или голландском аукционе (один из типов аукционов, которые мы подробно рассмотрим в данной главе).

Даже если вы лично не являетесь активным участником аукционов, ваша жизнь все равно подвержена их воздействию. Начиная с 1994 года Федеральная комиссия по связи продала на более чем 75 аукционах лицензии на бóльшую часть частотного диапазона вещания, что позволило собрать в казну государства около 80 миллиардов долларов дохода. Поскольку этот доход составил значительную часть федерального бюджета, он повлиял на важные макроэкономические показатели, в частности процентные ставки. Аукционы частот в США, а также аналогичные аукционы как минимум в шести европейских странах, Австралии и Новой Зеландии существенно повлияли на различные факторы международных отношений. Знание принципов работы аукционов поможет вам понять суть этих важных событий и их последствий.

У аукционов есть несколько характеристик, представляющих интерес со стратегической точки зрения. Самая значимая — наличие асимметричности информации между продавцом и покупателем, а также между покупателями, участвующими в торгах. В связи с этим сигнализирование и скрининг могут стать важными элементами стратегии как покупателей, так и продавцов. Кроме того, оптимальные стратегии покупателей и продавцов зависят от уровня их расположенности к риску. Мы увидим, что при определенных обстоятельствах ожидаемые выигрыши как продавца, так и победителя торгов одинаковые для аукционов всех типов. Формальная теория аукционов для получения результатов опирается на исчисления высокого уровня сложности, но мы не будем прибегать к столь сложной математике и воспользуемся более интуитивным описанием оптимального поведения и выбора стратегий*.

1. Типы аукционов

Аукционы разнятся по методам подачи заявок и определения окончательной цены, которую платит победитель. Эти аспекты аукциона, заранее устанавливаемые продавцом, называются *правилами* аукциона. Кроме того, аукционы можно классифицировать по типу выставленного на продажу объекта, а также по способу его оценки; это определяет *среду* аукциона. В данном разделе мы категоризируем правила и варианты среды аукционов, а также опишем их характеристики и принципы действия.

* Список ссылок на источники дополнительной информации по теории и практике аукционов можно найти в заключительном разделе данной главы.

A. Правила аукционов

В большинстве случаев правила проведения аукциона определяет продавец, причем ему приходится это делать при наличии ограниченной информации о готовности покупателя платить. Следовательно, продавец находится в той же ситуации, что и компания, которая пыталась применять ценовую дискриминацию, или чиновник, занимающийся правительственными закупками, который пробовал вычислить затраты подрядчика в главе 13. Иными словами, при выборе правил аукциона продавец разрабатывает его механизм. Такой подход разработки механизмов позволяет сформулировать теорию оптимальных аукционов, а также определить, когда два или более механизма эквивалентны. Мы оставим общую теорию для учебников более сложного уровня, а здесь проанализируем и сравним несколько часто используемых конкретных механизмов, играющих важную роль в реальной жизни*.

Четыре основные категории правил аукционов можно разделить на две группы. Первая группа известна как **открытые торги**. В соответствии с этим типом правил аукционов покупатели делают ставки открыто, громко (или каким-то иным способом) называя цену. Все участники торгов могут наблюдать за подачей заявок. Пожалуй, этот тип аукционов нагляднее всего отражает распространенное представление об их проведении: специальный зал с возбужденными участниками торгов и аукционист с молоточком. Но открытые торги могут организовываться двумя способами, и только один из них демонстрирует «лихорадочный» процесс предложения цены.

Такая версия открытого торга, как **аукцион на повышение**, или **английский аукцион**, больше всего соответствует расхожему представлению об аукционах. Аукционы на повышение — стандартная практика в английских аукционных домах, таких как Christie's и Sotheby's, от которых и происходит их альтернативное название. В этих аукционных домах есть штатный аукционист, который начинает с низкой цены на товар и постепенно поднимает ее, каждый раз ожидая предложения о покупке, прежде чем продолжить. Когда больше заявок нет, товар достается участнику торгов, предложившему самую высокую цену. Таким образом, в английском аукционе может участвовать любое количество покупателей, хотя только один из них получит выставленный на продажу объект. На самом деле процесс подачи заявок не всегда подразумевает выкрикивание цены в буквальном

---

* Работа Роджера Майерсона «Оптимальная структура аукционов» ("Optimal Auction Design," Mathematics of Operations Research, vol. 6, no. 1 (February 1981), pp. 58–73) была одной из первых в области общей теории аукционов и важной частью работы, за которую он получил Нобелевскую премию по экономике в 2007 году. Книга Пола Клемперера «Аукционы: теория и практика» (Paul Klemperer, Auctions: Theory and Practice (Princeton: Princeton University Press, 2004) дает самую лучшую современную трактовку этой теории.

смысле, поскольку на таких аукционах более распространенный метод — кивнуть головой или сделать жест рукой. В настоящее время большинство интернет-аукционов — по сути, аукционы на повышение, которые проводятся в виртуальном, а не реальном времени.

Аукцион на понижение, или **голландский аукцион,** — еще один тип аукционов, проводимых методом открытого торга. Голландские аукционы, названные так по способу организации торгов тюльпанами и другими цветами в Нидерландах, проводятся в порядке, противоположном используемому в английских аукционах. Аукционист начинает с очень высокой цены и постепенно снижает ее до тех пор, пока один из присутствующих потенциальных покупателей не примет объявленную цену, сделает заявку и получит товар. Из-за желания или необходимости в быстром заключении сделки на голландских цветочных аукционах и аукционах по продаже других сельскохозяйственных скоропортящихся продуктов (таких как ежедневный аукцион на рыбном рынке в Сиднее) используются «часы», которые отсчитывают (против часовой стрелки) цены в сторону снижения до тех пор, пока один покупатель их не «остановит» и не заберет свой товар. В большинстве случаев аукционные часы отображают много сведений о выставленных на продажу товарах, помимо информации о падающей цене. В отличие от английского, на голландском аукционе нет лихорадочного торга, поскольку товар забирает только один человек, «остановивший часы».

Вторая группа правил проведения аукционов относится к категории **закрытых торгов**. Во время таких аукционов заявки подаются в закрытом порядке и участники торгов не могут видеть цену, предлагаемую другими покупателями; зачастую объявляется только победившая цена. На аукционах типа голландского у участников торгов есть только одна возможность предложить свою цену. (Технически вы можете подать несколько заявок, но при определении результатов аукциона будет учтена только заявка с самой высокой ценой.) Закрытые аукционы не требуют присутствия аукциониста, достаточно контролера, который открывает заявки и определяет победителя.

В закрытых аукционах действуют два правила определения цены, которую выплачивает участник торгов, предложивший высокую цену. В случае закрытого **аукциона первой цены** выставленный на продажу объект достается участнику торгов, предложившему самую высокую цену, и он выплачивает цену, указанную в заявке. В случае закрытого **аукциона второй цены** выставленный на продажу объект получает участник торгов, предложивший самую высокую цену, но при этом он выплачивает цену, указанную в заявке участника торгов, предложившего вторую самую высокую цену. Как мы увидим в разделе 4, правило второй цены может играть важную роль в стимулировании ее правдивого предложения. Такой аукцион часто называют «**аукционом Викри**», по имени лауреата Нобелевской премии по экономике, который впервые заметил этот интересный аспект. У закрытых аукционов каждого типа много общего (с точки зрения стратегии участия в торгах и ожидаемых выигрышей) с соответствующими типами открытых аукционов: закрытые аукционы первой цены подобны голландским аукционам, а закрытые аукционы второй цены напоминают английские.

Для продажи товаров на аукционе могут быть использованы и другие, менее распространенные правила торгов. Например, можно организовать аукцион, в котором побеждает участник торгов, предложивший самую высокую цену, а два следующих участника торгов выплачивают цену, указанную в их заявках, или побеждает участник торгов, предложивший самую высокую цену, а все участники торгов выплачивают цену, указанную в их заявках (такая схема подробно рассматривается в разделе 5). Мы не ставим цель проанализировать все возможные комбинации, а остановимся на нескольких наиболее распространенных схемах проведения аукционов, которые проиллюстрируем на примерах, содержащих важные стратегические концепции.

Б. Среда аукционов

Рассмотрим ряд способов, позволяющих участникам торгов оценивать выставленный на продажу товар. Отличительная особенность среды аукционов основана на различиях между объектами с *общей* и *личной ценностью*. В случае **аукциона с общей ценностью**, или **аукциона с объективной ценностью**, выставленный на продажу объект имеет одну и ту же ценность для всех участников торгов, но каждый из них знает только его приблизительную стоимость. Участники торгов могут иметь определенное представление о распределении возможных значений стоимости этого объекта, но каждый должен составить собственную оценку его стоимости, прежде чем предлагать цену на аукционе. Например, на нефтеносном участке залегает определенное количество нефти, которое должно обеспечить одинаковый доход всем компаниям, но эксперты каждой компании дают свою оценку количества нефти на данном участке. Точно так же каждый трейдер может лишь приблизительно оценить будущий уровень процентных ставок. В таких ситуациях важную роль могут сыграть сигнализирование и скрининг.

В случае аукциона с общей ценностью каждый участник торгов должен осознавать, что другие покупатели располагают определенной (хотя и неполной) информацией о стоимости объекта, и он должен попытаться сделать выводы о ее содержании на основании действий покупателей-конкурентов. Кроме того, участник торгов должен понимать, как его собственные действия могут сигнализировать конкурентам об имеющейся у него информации. Когда оценки участников торгов в отношении стоимости выставленного на продажу объекта формируются под влиянием их убеждений относительно оценок других покупателей, мы имеем среду, в которой предложенные цены *коррелируют* между собой. Как мы увидим чуть ниже, это влечет за собой определенные последствия как для покупателей, так и для продавцов.

Что касается **аукциона с личной ценностью**, или **аукциона с субъективной ценностью**, то каждый его участник сам определяет индивидуальную ценность выставленного на продажу объекта, и, соответственно, оценки разнятся. Например, платье принцессы Дианы или ожерелье Жаклин Бувье Кеннеди Онассис может иметь для некоторых участников торгов высокую эмоциональную ценность. В такой аукционной среде покупатели знают собственную оценку выставленного на продажу объекта, но не знают оценок друг друга. Точно так же продавец не знает оценок участников торгов. Покупатели и продавцы могут составить об этом лишь приблизительное представление, используя сигнализирование и скрининг для улучшения своих конечных результатов. При этом проблема с информацией имеет отношение не только к стратегиям участия в торгах, но и к стратегии продавца, касающейся разработки такой схемы проведения аукциона, которая бы позволяла установить самую высокую оценку и получить самую лучшую цену.

2. Проклятие победителя

Аукционы с общей ценностью обеспечивают типичный результат, который часто игнорируется. Вспомним, что такие аукционы подразумевают продажу объекта, ценность которого носит фиксированный характер и одинакова для всех участников торгов, хотя каждый из них может лишь приблизительно оценить этот объект. **Проклятие победителя** — это предостережение участникам торгов, что, выиграв аукцион и получив искомый объект, они, скорее всего, заплатили за него больше, чем он на самом деле стоит.

Предположим, вы корпоративный рейдер, подающий заявку на покупку компании Targetco. Ваши эксперты изучили ее бизнес и пришли к выводу, что при нынешнем руководстве стоимость Targetco находится в диапазоне от 0 до 10 миллиардов долларов, причем все значения в этом диапазоне в равной степени вероятны. Действующее руководство компании знает реальную цифру, но, разумеется, не сообщает ее вам. Вы убеждены, что какой бы ни была стоимость Targetco при нынешнем руководстве, под вашим управлением она будет стоить на 50 процентов дороже. Какую цену вам следует предложить?

Возможно, вы придерживаетесь мнения, что в среднем стоимость Targetco составляет 5 миллиардов долларов при действующем руководстве, а значит, будет стоить примерно 7,5 миллиарда долларов под вашим руководством. Если это действительно так, то заявка в размере от 5 до 7,5 миллиарда долларов принесет вам прибыль. Однако в этой стратегии участия в торгах не учитывается ответная реакция руководства Targetco на вашу заявку. Если компания действительно стоит больше, чем вы предложили, нынешние владельцы не примут ваши условия. Вы получите компанию только в случае, если ее истинная стоимость близка к нижней границе диапазона.

Допустим, вы предлагаете цену b. Ваше предложение будет принято, и вы станете управлять Targetco, если ее стоимость попадает в диапазон от 0 до b при действующем руководстве; вы можете рассчитывать на то, что в случае принятия вашей цены текущая стоимость Targetco в среднем составит $b/2$. Под вашим управлением стоимость компании в среднем повысится на 50%, или $(1{,}5)(b/2) = 0{,}75b$. Поскольку это значение всегда меньше b, вы одержите в битве за поглощение компании пиррову победу! Похоже, что многие рейдеры поняли это слишком поздно.

Этот случай не сильно отличается от покупки подержанного автомобиля («лимона»), о которой шла речь в главе 8. Теория неблагоприятного отбора на рынках с асимметричной информацией непосредственно применима и к описанному аукциону с общей ценностью. Подобно тому как средняя стоимость подержанного автомобиля неизменно будет ниже цены, соответствующей «хорошим» автомобилям, средняя стоимость компании Targetco под вашим руководством также будет меньше предложенной вами цены.

Но проклятие победителя касается не только корпоративных рейдеров, которые часто ведут с целевыми компаниями переговоры один на один, напоминающие аукционы с одним участником. Аналогичные проблемы возникают и в случаях, когда вы конкурируете с другими участниками торгов с общей ценностью, если все вы по-разному оцениваете выставленный на продажу объект.

Рассмотрим аукцион по продаже лицензии на бурение нефтяных или газовых скважин на участке суши (или моря)*. На таком аукционе вы выиграете, только если вам угрожает проклятие победителя. Вы должны осознать этот факт и попытаться извлечь из него урок.

Предположим, истинная ценность лицензии, неизвестная никому из покупателей, составляет 1 миллиард долларов. (В этом случае продавец, по всей видимости, также не знает истинной ценности участка.) Допустим, в торгах участвуют 10 нефтяных компаний. Эксперты каждой из них оценивают стоимость

* В качестве примера можно привести аукционы по продаже прав на шельфовое бурение нефтяных скважин в США, в том числе прав на бурение в Мексиканском заливе и у побережья Аляски. В 2002 году в штате Пенсильвания на аукционе было продано около четверти миллиона акров (100 тысяч гектаров) лесных угодий штата; это был первый анонимный интернет-аукцион, проходивший в реальном времени.

участка с погрешностью в 100 миллионов долларов, причем все показатели в этом диапазоне в равной степени вероятны. Если бы все 10 оценок можно было свести воедино, их арифметическое среднее представляло бы собой несмещенный и гораздо более точный показатель истинной стоимости участка, чем любая отдельно взятая оценка. Но когда каждый участник торгов знает только свою оценку, самая высокая из них смещена и в среднем равна 1,08 миллиарда долларов, что очень близко к верхнему пределу диапазона*. Следовательно, велика вероятность, что компания-победитель существенно переплатит, если только не обнаружит проблему и не внесет коррективы в сторону снижения предложенной цены, чтобы нейтрализовать смещение. Однако определение того, насколько нужно намеренно уменьшать сумму своей заявки, не рискуя проиграть аукцион, требует сложных вычислений, поскольку вы должны осознавать, что остальные участники торгов будут вносить аналогичные коррективы в свои предложения.

Мы не будем приводить сложных математических вычислений, необходимых для формирования оптимальной стратегии участия в аукционе с общей ценностью, но тем не менее дадим ряд общих рекомендаций. Если вы участвуете в аукционе по продаже того или иного объекта, вопрос «Готов ли я купить эту лицензию за 1,08 миллиарда долларов с учетом того, что я знаю до подачи заявки?» существенно отличается от вопроса «Буду ли я по-прежнему готов купить эту лицензию за 1,08 миллиарда долларов с учетом того, что я знаю до подачи заявки и понимаю, что смогу ее купить только при условии, что больше никто не захочет покупать ее за 1,08 миллиарда долларов?»** Даже в случае закрытого аукциона именно второй вопрос свидетельствует о правильном стратегическом мышлении, поскольку вы выиграете аукцион при любой предложенной цене только тогда, когда остальные участники торгов предложат еще меньшую цену, то есть когда они оценивают стоимость выставленного на продажу объекта ниже, чем вы.

Игнорируя проклятие победителя во время торгов, вы рискуете потерять значительную сумму, как свидетельствуют выполненные выше числовые расчеты по продаже гипотетической компании Targetco. Насколько реальна эта опасность на практике? Ричард Талер собрал и проанализировал массу фактических данных, чтобы продемонстрировать, что такая опасность действительно существует***.

* Оценки 10 компаний будут находиться в диапазоне от 0,9 миллиарда долларов до 1,1 миллиарда долларов (по 100 миллионов с каждой стороны от значения 1 миллиард долларов). Низкая и высокая оценки в среднем будут располагаться в крайних точках распределения.

** См. Steven Landsburg, The Armchair Economist (New York: Free Press, 1993), p. 175.

*** Richard Thaler, “Anomalies: The Winner’s Curse,” Journal of Economic Perspectives, vol. 2, no. 1 (Winter 1988), pp. 191–201.

Простейший эксперимент по проверке проклятия победителя сводится к проведению аукциона по продаже банки с монетами. Выигрыш в этой игре носит объективный характер, но каждый ее участник формирует субъективную оценку относительно количества монет в банке, а значит, и размера выигрыша (это пример аукциона с общей ценностью в чистом виде). Большинство преподавателей, проводивших такие эксперименты со студентами, неизменно обнаруживали существенное завышение предложенной цены. В ходе еще одного аналогичного эксперимента студентам MBA предложили принять участие в торгах по продаже гипотетической компании, а не банки с монетами. Только 5 из 69 студентов научились со временем предлагать более низкую цену, но на самом деле в следующих раундах игры средний размер заявок увеличивался.

Наблюдения в реальной жизни подтверждают эти выводы. Существует немало доказательств, что победители аукционов по продаже лицензий на бурение газовых и нефтяных скважин несут значительные убытки. Есть и свидетельства того, что бейсболистам как свободным агентам платят больше по сравнению с бейсболистами, продлившими контракты со своими командами.

Еще раз подчеркиваем: точные расчеты того, насколько вы должны намеренно уменьшить сумму своей заявки с учетом проклятия победителя, выходят за рамки материала данной книги; необходимый математический анализ содержится в статьях, перечисленных в разделе 7. Здесь же мы просто хотим указать на наличие проблемы и призвать к осмотрительности. Когда ваша готовность платить зависит от ожидаемой способности получить прибыль от сделанной покупки или от ее ожидаемой ценности в качестве объекта перепродажи, будьте начеку.

Приведенный выше анализ доказывает важность предписывающей роли теории игр. Из данных наблюдений и экспериментов мы знаем, что многие люди становятся жертвами проклятия победителя и теряют при этом колоссальные суммы. Изучение основ теории игр поможет вам предвидеть проклятие победителя и избежать сопряженных с ним убытков.

3. Стратегии участия в торгах

Теперь вернемся к аукционам с личной ценностью и обсуждению оптимальных стратегий участия в торгах. Предположим, вы заинтересованы в покупке партии вина Chateau Margaux 1952 года из Бордо. Рассмотрим некоторые процедуры проведения аукционов, которые могут быть при этом использованы.

А. Английский аукцион

Сперва предположим, что вы участник стандартного английского аукциона. Ваша оптимальная стратегия участия в торгах достаточно проста при условии, что вы знаете свою оценку V. Начинайте с любого этапа процесса подачи заявок. Если последнее предложение (назовем его r), сделанное конкурентом, не меньше значения V, очевидно, что вы не должны предлагать более высокую цену, а значит, вам не стоит беспокоиться и по поводу дальнейших заявок. Только если последнее предложение цены будет меньше V, вам следует делать заявку. Тогда вы можете увеличить сумму своего предложения на один цент (или любой другой шаг цены, оговоренный правилами данного аукционного дома) и заявить цену r плюс один цент. Если торги на этом закончатся, вы купите вино по цене r (или почти r), получив при этом фактическую прибыль в размере $V - r$. Если торги продолжатся, повторите процедуру, подставив сумму нового последнего предложения вместо r. В этом типе аукциона участник торгов, предложивший самую высокую цену, получает вино по цене, практически равной оценке покупателя, предложившего вторую цену. Насколько близкой к ней будет окончательная цена, зависит от минимального шага цены, установленного правилами данного аукциона.

Б. Аукцион первой цены, закрытый аукцион и голландский аукцион: причины для намеренного снижения цены

Теперь представим, что интересующее вас вино продается на закрытом аукционе первой цены и вы подозреваете, что предложенная вами цена будет слишком высокой. Вам нужно решить, что предложить — V или что-то другое. Стоит ли вам делать заявку на покупку вина по цене, равной вашей полной оценке V ценности данного объекта?

Не забывайте, что участнику аукциона, предложившему за объект торгов самую высокую цену, придется заплатить за него сумму, указанную в заявке. В данном примере вы не должны предлагать цену V. Она обеспечила бы вам нулевую прибыль, поэтому вам выгоднее немного снизить сумму заявки. Выставив цену чуть меньше V, вы рискуете проиграть аукцион, если другой участник торгов предложит цену выше вашей, но ниже V. Но если ваша цена будет не настолько низкой, чтобы привести к такому исходу, существует положительная вероятность получения прибыли. Ваша оптимальная стратегия участия в торгах сводится к **намеренному снижению** цены предложения. Для описания реальной стратегии в данной ситуации понадобилось бы дифференциальное исчисление, но интуитивно понять этот результат несложно. Намеренное снижение цены предложения по сравнению со значением V обеспечивает вам преимущество, но в то же время создает проблему: этот шаг увеличит вашу прибыль, если вы выиграете аукцион и купите вино, но он же снизит ваши шансы стать участником торгов, предложившим самую высокую цену, а следовательно, и получить вино. Ваша заявка оптимальна, когда последний шаг намеренного снижения цены просто уравновешивает эти два последствия.

А как насчет голландского аукциона? Здесь ваша стратегия участия в торгах аналогична стратегии в случае закрытого аукциона первой цены. Рассмотрим ваши возможности. Когда объявленная аукционистом цена превышает значение V, вы решаете не делать заявку. Если к тому времени, когда объявленная аукционистом цена приблизится к значению V, никто не предложит свою цену, это можете сделать вы. Опять же, как и в случае с закрытым аукционом, у вас есть два варианта: предложить свою цену в этот момент и получить нулевую прибыль или подождать, пока цена упадет. Такое ожидание позволит увеличить прибыль, которую вы получите за счет этой сделки, но также повысит риск проигрыша вина конкуренту. Следовательно, намеренное снижение цены предложения отвечает вашим интересам и в данной ситуации, а точный размер снижения зависит от результатов анализа затрат и выгод, описанного выше.

B. Закрытые аукционы второй цены: сыворотка правды Викри

Итак, нам осталось проанализировать закрытый аукцион второй цены. Анализ затрат и выгод в связи с намеренным снижением цены предложения для этого аукциона отличается от предыдущих трех типов аукционов. Это объясняется тем, что в данном типе аукциона преимущество от намеренного снижения цены, или повышение размера прибыли, равно нулю. Вы не увеличите свою прибыль путем намеренного снижения цены, поскольку прибыль зависит не от вашей, а от второй самой высокой цены.

С точки зрения продавца этот результат обнадеживает. При прочих равных условиях продавцы предпочитают заявки, сумма которых не была намеренно снижена. При этом они сталкиваются с проблемой разработки механизма раскрытия информации, стимулирующего участников торгов оглашать истинную оценку выставленного на продажу объекта посредством своих заявок.

Уильям Викри доказал, что участники торгов будут раскрывать истинную оценку выставленного на продажу объекта с личной ценностью, если его продавец использует модифицированную версию стандартной схемы проведения закрытых аукционов первой цены. Викри предложил изменить закрытый аукцион таким образом, чтобы он больше напоминал открытые торги*. Иначе говоря, участник торгов, предложивший самую высокую цену, получает выставленный на продажу объект по цене второго самого высокого предложения; это и есть закрытый аукцион второй цены. Викри показал, что при таких правилах предложение истинной цены — доминирующая стратегия каждого участника торгов. В связи с этим мы в шутку называем такой аукцион **сывороткой правды Викри**.

Тем не менее в главе 13 мы видели, что за использование механизма извлечения информации приходится расплачиваться. Аукционы в этом смысле не исключение. На аукционе, проходящем по схеме Викри, покупатели раскрывают правду о своих оценках только потому, что это приносит им определенную прибыль. Закрытый аукцион второй цены снижает прибыль продавца, подобно тому как намеренное снижение цены предложения влечет за собой последствия, а также как использование механизмов раскрытия информации, которые мы рассматривали в главе 13, воздействует на принципалов. Следовательно, относительные преимущества этих двух процедур с точки зрения продавца зависят от того, какая из них обусловливает более существенное уменьшение его прибыли. Данный вопрос рассматривается более подробно в разделе 5, а пока давайте посмотрим, как работает схема Викри.

Предположим, вы коллекционируете антикварный фарфор и узнали о том, что местная компания по продаже наследственного имущества планирует продажу чайного сервиза XIX века Blue Onion из мейсенского фарфора с луковичным декором по схеме закрытого аукциона второй цены. Будучи человеком, хорошо разбирающимся в винтажном фарфоре и не имеющим в коллекции такого сервиза, вы оцениваете его в 3000 долларов, но вам неизвестны оценки других участников торгов. Если у них нет знаний в этой области, они могут не осознавать ценности сервиза. Если же у них есть эмоциональная привязанность к мейсенскому фарфору или росписи в стиле Blue Onion, они могут оценить сервиз по более высокой стоимости, чем та, которую вы рассчитали.

Правила аукциона позволяют вам предложить за чайный сервиз любую фиксированную сумму. Мы обозначим ее как b и рассмотрим все возможные значения. Поскольку вы не ограничены небольшой совокупностью конкретных значений цены, мы не можем построить для этой игры конечную матрицу выигрышей, но можем логически вывести оптимальную цену предложения.

---

* Викри был одним из самых оригинальных мыслителей в области экономики за прошедших четыре десятилетия. В 1996 году он стал лауреатом Нобелевской премии за исследования по разработке механизмов проведения аукционов и процедур раскрытия информации. К сожалению, Викри умер всего за три дня до объявления о присуждении ему Нобелевской премии.

Очевидно, что успех вашего участия в торгах зависит от цен, предложенных другими заинтересованными в покупке сервиза участниками, поэтому вам необходимо проанализировать свои шансы на победу. Таким образом, хотя результат зависит от предложений всех участников торгов, только самая высокая из заявленных ими цен повлияет на ваш результат. Мы обозначим ее символом r и исключим из рассмотрения все предложения ниже r.

Чему равно оптимальное значение b в вашем случае? Мы проанализируем цены предложения выше и ниже 3000 долларов, чтобы определить, может ли какой-либо другой вариант, кроме этой суммы, обеспечить вам более приемлемый результат, чем предложение цены, соответствующей вашей истинной оценке чайного сервиза.

Начнем анализ с $b > 3000$. Есть три возможных варианта развития событий. Во-первых, если ваш соперник предложит цену меньше 3000 долларов (то есть $r < 3000$), вы получите сервиз по цене r. Ваша прибыль, зависящая только от того, какую цену вы заплатите по сравнению с вашей истинной оценкой, составит $(3000 - r)$, что вы и получили бы, просто предложив цену 3000 долларов. Во-вторых, если ваш соперник заявит цену, попадающую в диапазон между вашей реальной ценой предложения и истинной оценкой (то есть $3000 < r < b$), то вам придется купить сервиз по более высокой цене, чем сумма, в которую вы его оцениваете. В этом случае целесообразнее было бы предложить цену 3000 долларов: вам не достался бы чайный сервиз, зато при этом и не было бы $r < 3000$ потерянной прибыли. В-третьих, ваш соперник может предложить цену выше вашей цены (то есть $b < r$). Вам по-прежнему не достанется сервиз, но вы и так бы его не получили, даже если бы предложили цену, соответствующую вашей истинной оценке его стоимости. Логика рассуждений во всех трех случаях позволяет сделать вывод, что предложение цены, соответствующей истинной оценке стоимости выставленного на продажу объекта, никогда не бывает хуже, а иногда даже лучше, чем предложение более высокой цены.

А что произойдет в случае, если вы немного снизите цену и предложите $b < 3000$? Опять же, есть три возможных варианта развития событий. Во-первых, если цена вашего соперника ниже вашей (то есть $r < b$), то ваша ставка окажется самой высокой и вы получите чайный сервиз по цене r. В этом случае вы могли бы иметь такой же результат, предложив цену 3000 долларов. Во-вторых, если цена соперника попадает в диапазон между вашей реальной ценой предложения и вашей истинной оценкой (то есть $b < r < 3000$), чайный сервиз достанется ему. Если бы при этом вы предложили цену 3000 долларов, вы получили бы и чайный сервиз, заплатив за него цену r, и прибыль $3000 - r$. В-третьих, цена вашего соперника могла бы быть выше 3000 долларов (то есть $3000 < r$). Опять же, вы не получили бы чайный сервиз, но даже если бы вы предложили цену 3000 долларов, он все равно бы вам не достался, поэтому такой шаг не причинил бы вам вреда. Мы снова видим, что предложение цены, соответствующей истинной оценке стоимости выставленного на продажу объекта, никогда не бывает хуже, а иногда даже лучше, чем предложение более низкой цены.

Если предложение истинной цены никогда не приводит к худшим, а порой даже обеспечивает лучшие результаты, чем предложение цены выше или ниже вашей истинной оценки, то вам выгоднее предлагать правдивую цену. Другими словами, предложение цены, соответствующей вашей истинной оценке выставленного на продажу объекта, — ваша доминирующая стратегия независимо от того, какой разрешен диапазон цен, дискретный или непрерывный.

Крайне важный вывод Викри о том, что предложение правдивой цены — доминирующая стратегия в случае закрытых аукционов второй цены, имеет много других приложений. Например, если каждого члена группы спросить, что он готов заплатить за публичный проект, который принесет пользу всей группе, у каждого найдется повод занизить свой вклад, то есть стать «безбилетником» и воспользоваться благами, которые обеспечит вклад остальных членов группы. Мы уже видели подобные примеры в играх с коллективным действием, о которых шла речь в главе 11. Один из вариантов схемы Викри позволяет установить истину и в таких играх.

4. Аукционы «платят все»

Итак, мы рассмотрели большинство стандартных типов аукционов, но не обсудили ни одного с более креативными правилами. В данном разделе мы проанализируем закрытый аукцион первой цены с общей ценностью, в котором каждый участник торгов, будь то победитель или проигравший, выплачивает организатору аукциона заявленную сумму. Аукцион, где проигравшие тоже платят, может показаться необычным. Тем не менее на самом деле многие состязания приводят именно к такому результату. В политической борьбе все кандидаты тратят много собственных денег, а также массу времени и усилий на сбор средств и проведение предвыборной кампании. Проигравшим никак не возмещаются их расходы. Точно так же сотни спортсменов тратят годы жизни на подготовку к очередным Олимпийским играм, но только кто-то один получает золотую медаль и сопутствующие славу и почести; еще два спортсмена выигрывают менее ценные серебряную и бронзовую медали, а усилия остальных оказываются напрасными. Как только вы начнете размышлять в этом ключе, вам сразу же станет ясно, что, если уж на то пошло, такие аукционы «платят все» встречаются в реальной жизни гораздо чаще, чем ситуации наподобие стандартных формальных аукционов, в которых платит только победитель.

Как следует участвовать в торгах (другими словами, какой должна быть ваша стратегия расходования времени, усилий и денег) в случае **аукциона «платят все»**? Если вы решите попробовать, предложенная вами цена будет потрачена зря, если вы не выиграете, поэтому у вас есть мощный стимул для агрессивного участия в торгах. В ходе экспериментов сумма всех заявок зачастую превышает стоимость приза, и организатор аукциона получает неплохую прибыль*. В таком случае ситуация, когда каждый участник торгов слишком агрессивно предлагает цену, не может быть равновесным исходом, поэтому разумнее держаться подальше от столь деструктивной конкуренции. Однако если все остальные сделают это, то одному из участников аукциона может достаться приз практически за бесценок. Следовательно, отказ от участия в торгах не может быть равновесной стратегией. Наш анализ подразумевает, что равновесие заключено в смешанных стратегиях.

Рассмотрим конкретный аукцион с n участниками. Для простоты системы обозначений выберем единицы измерения так, чтобы стоимость объекта с общей ценностью (приза) была равна 1. Очевидно, что предложение цены больше 1 приведет к проигрышу, поэтому мы ограничиваем его значения диапазоном от 0 до 1. Проще представить цену предложения в виде непрерывной переменной x, которая может принимать любое (вещественное) значение в интервале $[0, 1]$. Поскольку равновесие будет в смешанных стратегиях, цена предложения каждого участника аукциона будет представлять собой непрерывную случайную переменную x. Учитывая, что вы получите выставленный на продажу объект, только если остальные участники торгов предложат цену ниже вашей, вашу равновесную смешанную стратегию можно обозначить как $P(x)$ — вероятность того, что ваша цена примет значение меньше x; например, $P(1/2) = 0{,}25$ будет означать, что ваша равновесная стратегия подразумевает предложение цены меньше 1/2 в одной четверти случаев (а больше 1/2 в трех четвертях случаев)**.

Как обычно, будем искать равновесие в смешанных стратегиях с помощью условия безразличия. Каждому участнику торгов должно быть безразлично, какое именно значение x выбрать, при условии, что остальные играют в соответствии

---

* Один из нас (Диксит) выставил на аукцион билеты стоимостью 10 долларов на посещение своего занятия по стратегическим играм и заработал за счет группы из 20 студентов прибыль в размере 60 долларов. В Принстоне существует традиция в конце семестра выражать профессору благодарность аплодисментами. Однажды Диксит предложил 20 долларов студенту, который будет непрерывно аплодировать дольше всех. Это открытый аукцион «платят все» с натуральной оплатой (в виде аплодисментов). Несмотря на то что большинство студентов выбыли из дальнейшей борьбы через 5–20 минут, трое продержались дольше всех: целых 4,5 часа!

** Функция $P(x)$ называется функцией кумулятивного распределения вероятностей для случайной переменной x. Более знакомая функция плотности вероятностей переменной — это ее производная $P'(x) = p(x)$. В таком случае $p(x)$ обозначает вероятность того, что переменная примет значение, попадающее в небольшой интервал от x до $x + dx$.

со своими вероятностями применения чистых стратегий в смешанной стратегии. Предположим, вы как один из n участников торгов предлагаете цену x. Вы выиграете, если остальные $(n - 1)$ участников торгов предложат цену меньше x. Вероятность того, что любой другой покупатель предложит цену меньше x, равна $P(x)$; вероятность того, что два других предложат цену меньше x, равна $P(x) \times P(x)$, или $[P(x)]^2$; вероятность того, что все $(n - 1)$ других участников предложат цену меньше x, равна $P(x) \times P(x) \times P(x)\ldots$, умноженное на себя $(n - 1)$ раз, или $[P(x)]^{n-1}$. Следовательно, вы выиграете приз 1 с вероятностью $[P(x)]^{n-1}$. Не забывайте, что вы платите x, что бы ни произошло. Таким образом, ваш чистый ожидаемый выигрыш при любом значении цены предложения x составит $[P(x)]^{n-1} - x$. Однако вы могли бы гарантированно получить приз 0, предложив цену 0. Таким образом, поскольку вам должно быть безразлично, какое значение x выбрать (в том числе 0), условие, определяющее равновесие, выглядит так: $[P(x)]^{n-1} - x = 0$. В полном равновесии в смешанных стратегиях оно должно выполняться при всех значениях x. Стало быть, цена предложения, соответствующая равновесной смешанной стратегии, составляет $P(x) = x^{1/(n-1)}$.

Пара примерных расчетов иллюстрируют, что здесь имеется в виду. Во-первых, рассмотрим случай, в котором $n = 2$; тогда $P(x) = x$ при всех значениях x. Значит, вероятность предложить в качестве цены число, попадающее между двумя заданными уровнями x_1 и x_2, равна $P(x_2) - P(x_1) = x_2 - x_1$. Поскольку вероятность того, что цена предложения попадает в определенный интервал, — это просто длина интервала, любая цена предложения должна быть в равной степени вероятной, как и любая другая цена. Иначе говоря, цена предложения в вашей равновесной смешанной стратегии должна случайно и равномерно распределяться по всему интервалу от 0 до 1.

Далее пусть $n = 3$. Тогда $P(x) = \sqrt{x}$. При $x = 1/4$, $P(x) = 1/2$, то есть вероятность предложения цены 1/4 или меньше равна 1/2. Значения цены предложения больше не распределены равномерно в интервале от 0 до 1 и с большей вероятностью находятся у его нижнего предела.

Дальнейшее увеличение n усиливает эту тенденцию. Например, при $n = 10$ $P(x) = x^{1/9}$, а $P(x) = 1/2$, когда $x = (1/2)^9 = 1/512 = 0{,}00195$. В этой ситуации вероятность того, что ваша цена предложения будет меньше 0,00195, равна вероятности того, что она примет любое значение из интервала от 0,00195 до 1. Следовательно, скорее всего, ее значения будут близки к 0.

Стало быть, ваша средняя цена предложения должна быть тем меньше, чем больше число n. На самом деле более точные математические вычисления показывают, что если все участники торгов предлагают цену в соответствии с этой стратегией, то среднее, или ожидаемое, значение цены предложения любого отдельно взятого игрока будет равно $(1/n)$*. Когда n игроков предлагают цену в среднем по $1/n$ каждый, общая ожидаемая цена предложения составит 1, а организатор аукциона получит нулевую ожидаемую прибыль. Эти расчеты обеспечивают более точное подтверждение того, что равновесная стратегия предотвращает предложение слишком высокой цены.

Мысль о том, что цена предложения должна с гораздо большей вероятностью быть близкой к нулю при наличии большого количества участников торгов, на интуитивном уровне вполне понятна, а вывод, что равновесная стратегия участия в торгах предотвращает предложение слишком высокой цены, придает еще большую достоверность теоретическому анализу. К сожалению, многие участники реальных аукционов «платят все» либо не знают, либо забывают об этой теории и выставляют слишком высокую цену.

Интересно, что филантропы поняли, как использовать склонность к предложению слишком высокой цены на благо общества. В 1919 году один нью-йоркский владелец отеля пообещал приз первому летчику, который совершит беспосадочный трансатлантический перелет (приз в 1927 году выиграл Чарльз Линдберг). Еще раньше, в 1714 году, британское правительство предложило приз за обнаружение способа точного измерения долготы во время морских путешествий (в 70-х годах XVIII столетия приз был присужден Джону Харрисону). Опираясь на эти исторические уроки, некоторые американские и международные благотворительные фонды начали предлагать поощрительные премии за различные полезные для общества инновационные разработки. Единственная задача одного из таких фондов, X-Prize, — присуждать поощрительные премии; первая премия фонда была присуждена в 2004 году за первый частный космический полет. В настоящее время двадцать две команды соревнуются за премию в размере 30 миллионов долларов за первую посадку робота на Луну. По оценкам экспертов фонда, к моменту выдачи премии в соответствующую инновационную разработку вкладывается в 40 раз больше денег, чем было бы вложено без премий. Таким образом, склонность предлагать слишком высокую цену в аукционах «платят все» может оказывать положительное влияние на общество в целом (хотя и не приносит пользы человеку, мечтающему о таком призе)**.

* Ожидаемая цена предложения любого отдельно взятого игрока рассчитывается как ожидаемое значение x с помощью функции плотности распределения вероятностей $p(x)$. В данном примере $p(x) = P'(x) = [1/(n-1)]x^{(2-n)/(n-1)}$, а ожидаемое значение x — это сумма или интеграл от 0 до 1, а именно $\int x\,p(x)\,dx = 1/n$.

** Более подробную информацию о поощрительных премиях можно найти в статье: Matthew Leerberg, “Incentivizing Prizes: How Foundations Can Utilize Prizes to Generate Solutions to the Most Intractable Social Problems,” Duke University Center for the Study of Philanthropy and Voluntarism Working Paper, Spring 2006. Информация о фонде X Prize представлена на сайте www.xprize.org.

5. Как продавать на аукционе

Покупатели — не единственные участники аукциона, которые должны внимательно анализировать свою оптимальную стратегию. На самом деле аукцион — игра с последовательными ходами, в которой первый ход — это установление правил его проведения; торги начинаются только во втором раунде выполнения ходов в игре. Поэтому именно продавцы определяют путь, по которому пойдут торги, выбирая конкретный принцип или механизм проведения аукциона.

Как продавец, заинтересованный в продаже ценной коллекции произведений искусства или даже дома, вы должны выбрать лучший механизм или принцип проведения аукциона. Для того чтобы гарантировать максимальную прибыль от продажи, прежде чем на чем-то остановиться, вы должны заранее проанализировать прогнозируемый результат применения разных механизмов проведения аукциона. Как правило, продавцов беспокоит вероятность того, что выставленный на продажу объект уйдет по более низкой цене, чем та ценность, которую он представляет для покупателя. Для решения этой проблемы многие продавцы настаивают на установлении **отправной цены** продаваемого объекта и сохраняют за собой право снять его с торгов, если ни одно предложение ее не превысит.

Но что еще (помимо установления отправной цены) могут сделать продавцы для определения типа механизма проведения аукциона, который обеспечил бы им максимальную прибыль? Один из возможных вариантов — использовать схему, предложенную Викри, то есть закрытый аукцион второй цены. По мнению Викри, такой аукцион стимулирует потенциальных покупателей предлагать правдивую цену. Но можно ли считать этот тип аукционов эффективным с точки зрения продавца?

Продавец в таком аукционе в каком-то смысле отдает покупателю определенную долю прибыли, чтобы упредить попытки намеренного снижения цены предложения в надежде на получение большей прибыли. Однако это приводит к уменьшению дохода продавца, как в случае намеренного снижения цены в закрытом аукционе первой цены. Какой тип механизма проведения аукциона в конечном счете окажется для продавца выгоднее, зависит от склонности участников торгов к риску и их убеждений в отношении ценности выставленного на продажу объекта. В действительности относительные преимущества различных механизмов проведения аукциона зависят и от других аспектов, в частности от возможности сговора между покупателями, а выбор механизма может быть обусловлен политическими соображениями при продаже таких объектов государственной собственности, как диапазон частот или права на бурение. Следовательно, аукционная среда играет важнейшую роль в отношении дохода продавца*.

* В книге Пола Клемперера «Аукционы: теория и практика» (Paul Klemperer, Auctions: Theory and Practice), особенно в главах 3 и 4, представлены предостережения и подробный анализ всех этих аспектов.

A. Нейтральные к риску участники торгов и независимые оценки

Наименее сложная конфигурация убеждений участников торгов и их восприятия риска наблюдается при наличии нейтрального отношения к риску (отсутствия нерасположенности к риску) и независимых друг от друга оценок покупателями ценности выставленного на продажу объекта. Как мы уже отмечали в приложении к главе 8, нейтральных к риску людей интересует только ожидаемая денежная стоимость полученных ими результатов, невзирая на уровень неопределенности, связанный с этими результатами. Независимость оценок означает, что участник торгов не учитывает оценок других покупателей при определении ценности выставленного на продажу объекта, то есть принимает решение самостоятельно. В этом случае нет проклятия победителя. При выполнении этих условий для участников торгов продавцы могут рассчитывать на одинаковый средний уровень дохода (вычисленный по результатам большого количества попыток), который они могут получить при использовании любого из четырех основных типов аукционов: английский, голландский и закрытый аукцион первой и второй цены.

Вывод об *эквивалентности доходов* говорит не о том, что все аукционы принесут один и тот же доход от продажи каждого объекта, а о том, что при проведении множества аукционов они обеспечивают в среднем одну и ту же цену продажи. Мы уже отмечали, что в случае аукциона второй цены доминирующая стратегия каждого участника — предлагать цену, соответствующую его истинной оценке стоимости выставленного на продажу объекта. Участнику торгов, заявившему самую высокую цену, объект достается по цене второго по величине предложения, а продавец получает цену, равную оценке участника торгов, предложившего вторую самую высокую цену. Аналогичным образом при проведении английского аукциона покупатели, по мере того как заявленная цена превышает их оценку, выбывают из игры до тех пор, пока не остается только два покупателя, предложившие первую и вторую самую высокую цену. Когда цена дойдет до уровня оценки участника торгов, предложившего вторую цену, он также выходит из игры, а оставшийся покупатель (предложивший самую высокую цену) получает объект по цене, всего на цент превышающей вторую по величине цену. Опять же, продавец получает цену, фактически эквивалентную оценке участника торгов, предложившего вторую цену.

Чтобы доказать, что вывод об эквивалентности доходов распространяется также на голландский и закрытые аукционы первой цены, понадобятся более сложные математические методы, но интуитивное подтверждение этого вывода должно быть очевидным. Во всех четырех типах аукционов при отсутствии нерасположенности к риску со стороны покупателей участник торгов, предложивший самую высокую цену, выигрывает аукцион и платит в среднем цену, равную второй по величине. Если продавец неоднократно использует определенный механизм проведения аукциона, ему не нужно особо беспокоиться о выборе его структуры, поскольку все четыре типа обеспечат ему одинаковую ожидаемую цену.

Для проверки истинности теоремы об эквивалентности доходов в ходе реальных аукционов были собраны экспериментальные данные и полевые наблюдения. Согласно результатам лабораторных экспериментов, цена одних и тех же выставленных на продажу объектов, заявки на которые подает одна и та же группа участников торгов, как правило, на голландском аукционе в среднем ниже, чем на закрытом аукционе первой цены. Возможно, это объясняется определенной положительной полезностью, связанной с фактором неопределенности на голландских аукционах. Кроме того, в ходе экспериментов были найдены доказательства предложения слишком высокой цены (превышающей истинную оценку выставленного на продажу объекта) на закрытых аукционах второй цены, но не на английских аукционах. Такое поведение участников торгов свидетельствует о том, что они предлагают более высокую цену в случае закрытых аукционов. Создается впечатление, что эти аукционы привлекают более пристальное внимание к взаимосвязи между ценой предложения и вероятностью выиграть торги и в конечном счете получить выставленный на продажу объект. Наблюдения за интернет-аукционами дают в буквальном смысле противоположные результаты: голландский аукцион обеспечивает доход, в среднем на 30% превышающий доход в случае закрытого аукциона первой цены. Эту аномалию можно объяснить нетерпением, испытываемым участниками торгов в ходе пятидневного аукциона, или их повышенным интересом к голландским аукционам.

Б. Участники торгов, не расположенные к риску

Пока мы будем и дальше исходить из предположения об отсутствии корреляции между ценами предложения и убеждениями участников торгов, однако допустим вероятность того, что результат аукциона может зависеть от отношения участников торгов к риску. В частности, допустим, что они не расположены к риску. Например, их могут гораздо больше волновать убытки, которые может повлечь за собой предложение слишком низкой цены (потеря выставленного на продажу объекта), чем затраты, связанные с предложением цены, близкой или равной истинной оценке стоимости объекта. Таким образом, не склонные к риску участники торгов, как правило, стремятся по возможности выиграть аукцион, не предлагая слишком высокую цену.

Как подобная структура предпочтений влияет на типы заявок, подаваемых такими участники торгов в закрытых аукционах первой цены, в отличие от аукционов второй цены? Опять же, приравняем аукцион первой цены к голландскому аукциону. В этом случае нерасположенность к риску заставляет участников торгов предлагать свою цену раньше, а не позже. По мере падения цены до уровня оценки участника торгов и ниже промедление с предложением цены сопряжено со все более высоким риском. Мы считаем, что не склонные к риску участники торгов будут делать заявки быстро, не увеличивая период ожидания ради получения незначительной дополнительной прибыли. Применив эту логику рассуждений к закрытому аукциону первой цены, приходим к выводу, что покупатели будут намеренно снижать цену предложения в меньшей степени, чем они бы это делали, если бы им не была присуща нерасположенность к риску: слишком большое намеренное снижение цены предложения повышает риск неполучения выставленного на продажу объекта, чего не расположенные к риску участники торгов стремятся избежать.

Сравним этот результат с результатом в случае аукциона второй цены, когда участники торгов платят цену, равную второй цене предложения. На таком аукционе покупатели предлагают цену, соответствующую их истинной оценке выставленного на продажу объекта, но платят при этом меньшую цену. Если они хоть ненамного снизят цену предложения в ходе аукциона первой цены, то цены предложения приблизятся к истинным оценкам участников торгов, а в таких аукционах участники торгов платят заявленную ими сумму. Следовательно, цены предложения будут несколько занижены, но цена, выплаченная в ходе аукциона первой цены в конечном счете, скорее всего, превысит цену, которая была бы выплачена в случае аукциона второй цены. Когда участники торгов не расположены к риску, продавцу лучше предпочесть аукцион первой цены аукциону второй цены.

Нерасположенность участников торгов к риску приносит продавцу выгоду только при проведении закрытого аукциона первой цены. Если это английский аукцион, отношение участников торгов к риску не имеет отношения к результату. Следовательно, нерасположенность к риску не меняет результата таких аукционов для продавца.

B. Коррелированные оценки

Теперь предположим, что участники торгов определяют оценку стоимости выставленного на продажу объекта исходя из оценок других участников торгов (или с учетом своих убеждений в отношении этих оценок). Подобная ситуация возможна в случае аукционов с общей ценностью, таких как аукционы по продаже прав на поиски месторождений нефти и газа, о которых говорилось в разделе 2.

Допустим, ваши эксперты предоставили вам не слишком радужную картину будущей прибыли за счет продажи лицензии на бурение на определенном земельном участке. Следовательно, вы пессимистично оцениваете потенциальные выгоды от этого участка и определили его стоимость в размере V, что, как вам кажется, соответствует вашей пессимистичной оценке.

При таких обстоятельствах вас может беспокоить тот факт, что другие участники торгов тоже получили негативные отчеты своих экспертов. Когда участники торгов убеждены, что все их оценки с большой вероятностью примерно одинаковые (все в равной степени либо низкие, либо высокие), мы говорим, что между этими убеждениями или оценками стоимости существует положительная корреляция. Следовательно, вероятность того, что оценки ваших конкурентов также неблагоприятны, способна усилить воздействие вашего пессимизма на вашу собственную оценку. Если вы участвуете в закрытом аукционе первой цены, у вас может появиться соблазн намеренно снизить цену предложения еще больше, чем вы бы это сделали при отсутствии коррелированных убеждений. Если участники торгов настроены оптимистично и оценки в основном высокие, коррелированные оценки могут обусловить меньшее снижение цены предложения, чем в случае независимых оценок.

Однако значительное намеренное снижение цены, которым сопровождаются коррелированные низкие (или пессимистичные) заявки на аукционе первой цены, должно стать для продавцов сигналом. При наличии положительно коррелированных убеждений участников торгов у продавца может возникнуть желание избежать аукциона первой цены и воспользоваться советом Викри о применении аукциона второй цены. Мы знаем, что такой механизм проведения аукциона стимулирует раскрытие правдивой информации, а когда возможны коррелированные оценки, у продавца еще больше оснований избегать аукционов, в которых вероятно любое дополнительное снижение цены предложения.

Английский аукцион обеспечивает тот же конечный результат, что и закрытый аукцион второй цены, а голландский — тот же результат, что и закрытый аукцион первой цены. Следовательно, если продавец сталкивается с покупателями, имеющими коррелированные оценки стоимости выставленного на продажу объекта, он должен также предпочесть английский аукцион голландскому варианту открытого аукциона. Если вы участвуете в торгах на получение лицензии на нефтеносный участок в ходе английского аукциона и цена приближается к вашей оценке стоимости этой лицензии, а ваши соперники по-прежнему лихорадочно предлагают цену, вы можете сделать вывод, что их оценки как минимум такие же, как ваша, а может, и значительно выше. Информация, которую вы получите благодаря наблюдению за поведением конкурентов, может убедить вас в том, что ваша оценка слишком низкая. В итоге вы можете даже повысить ее. Тот факт, что вы продолжаете участвовать в торгах, может стимулировать к этому других покупателей и процесс еще какое-то время продолжится, причем для продавца такая ситуация выгодна. В целом продавец может рассчитывать на более высокую цену продажи в случае английского аукциона, чем закрытого аукциона первой цены, когда оценки участников торгов коррелированы. Однако для покупателей смысл открытых торгов состоит в том, чтобы распространить дополнительную информацию и уменьшить эффект проклятия победителя.

Анализ коррелированных оценок предполагает, что в аукционе участвует достаточно большое количество покупателей. Однако английский аукцион может принести продавцу выгоду и при наличии всего двух участников торгов, для каждого из которых выставленный на продажу объект представляет особый интерес. Они будут соперничать друг с другом, повышая цены до меньшей из двух оценок, которые были высокими изначально. Но такой же аукцион может закончиться для продавца полным провалом, если у одного из покупателей достаточно низкая оценка: тогда существует вероятность того, что оценка другого покупателя значительно превышает оценку первого. В этом случае мы говорим, что оценки участников торгов отрицательно коррелированы. Мы рекомендуем продавцу, имеющему дело с небольшим количеством покупателей с потенциально резко разнящимися оценками, выбирать голландский или закрытый аукцион первой цены. Любой из этих типов аукционов снижает вероятность получения покупателем с высокой оценкой выставленного на продажу объекта по цене, существенно меньшей его истинной стоимости. Иными словами, любой из этих двух типов аукционов обеспечит переход возможной прибыли от покупателя к продавцу.

6. Некоторые дополнительные особенности аукционов

А. Множество объектов, выставленных на продажу

Когда вы размышляете об аукционе, на который выставляется группа объектов (таких как транспортные средства, изъятые банком за неплатежи, или содержимое дома, выставленное компанией по продаже наследственного имущества), скорее всего, вы представляете, как аукционист выносит на подиум каждый предмет и продает его участнику торгов, предложившему самую высокую цену. Этот сценарий приемлем, когда все участники торгов имеют независимые оценки стоимости каждого предмета. Однако независимая оценка не всегда оказывается наиболее подходящим способом моделирования прогнозов участников торгов. В таком случае, если оценка покупателей определенных групп или целых партий выставленных на продажу объектов выше, чем сумма их оценок отдельных объектов, решение о целесообразности выставлять лоты на аукцион отдельно или вместе существенно влияет как на стратегию участия в торгах, так и на результаты аукциона.

Представим, что девелопер недвижимости по имени Ред заинтересован в покупке очень большого земельного участка для строительства жилищного комплекса. Два города, Котидж и Мэншен, выставляют на аукцион по одному земельному участку, достаточно большому, чтобы удовлетворить потребности девелопера. Оба участка квадратной формы и занимают площадь 4 акра. Мэр Котиджа попросил аукциониста продавать землю участками по одной четверти акра, по одному за один раз, начиная с периметра общего земельного участка и продвигаясь вовнутрь, распродав сначала угловые участки, а затем на его северной, южной, восточной и западной границах (в таком порядке). В свою очередь мэр Мэншена распорядился продавать землю сначала одним участком площадью 4 акра, затем два отдельных лота по 2 акра, а затем четыре лота по 1 акру, если ни одно предложение не превысит установленной отправной цены.

Проведя всесторонний анализ рынка, Ред определил, что участки земли в Котидже и Мэншене представляют для него одинаковую ценность. Тем не менее для запланированного строительства ему необходимо приобрести все 4 акра земли в любом из городов. Торги проводятся в один и тот же день и в одно и то же время. Какой аукцион должен посетить Ред?

Очевидно, что шансы Реда на покупку земельного участка площадью 4 акра по разумной цене (не превышающей его оценку) гораздо выше в Мэншене, чем в Котидже. На аукционе в Мэншене Реду достаточно просто понаблюдать за ходом торгов и предложить последнюю самую высокую цену, если вторая самая высокая цена окажется ниже его оценки стоимости этого объекта недвижимости. На аукционе в Котидже Реду придется бороться за каждый из 16 выставленных на продажу участков. В сложившейся ситуации Ред может предположить, что другие участники торгов, заинтересованные в покупке земли в Котидже, начнут настойчивее добиваться своих целей (возможно, даже объединят усилия) по мере уменьшения количества оставшихся участков. Реду придется предлагать свою цену достаточно агрессивно, чтобы получить участки в начале аукциона, но при этом проявлять сдержанность, чтобы к концу аукциона не превысить общую оценку стоимости земельного участка. Разработка стратегии участия в торгах на таком аукционе связана со множеством трудностей, а вероятность не получить все участки достаточно высока, поэтому Ред отдает предпочтение аукциону в городе Мэншн.

Обратите внимание, что, с точки зрения продавца, аукцион в Котидже с большей вероятностью принесет более высокий доход, чем аукцион в Мэншене, если достаточное количество участников торгов заинтересованы в покупке небольших земельных участков. Однако если в торгах участвуют только такие девелоперы, как Ред, они могут сомневаться в целесообразности участия в аукционе в Котидже из-за опасения проиграть его в одном раунде. В этом случае механизм проведения аукциона, используемый в Мэншене, более выгоден для продавца.

Власти Котиджа могут развеять опасения девелоперов путем пересмотра правил проведения аукциона. В частности, исключив необходимость выставлять на аукцион отдельно каждый участок. Вместо этого можно было бы провести один аукцион и выставить на нем все участки одновременно. Такой аукцион можно было бы организовать так, чтобы каждый участник торгов мог определить, сколько участков ему нужно и какую цену он готов заплатить за один участок. Покупатель с самой высокой общей ценностью участков (которая рассчитывается как произведение требуемого числа участков на цену одного участка) получил бы их необходимое количество. Если после этого еще останутся непроданные участки, их можно покупать аналогичным образом до тех пор, пока не будет продана вся земля. Данный механизм позволяет участникам торгов, заинтересованным в покупке более крупного участка, предлагать свою цену (возможно, соперничая друг с другом) за отдельные участки земли. В итоге власти Котиджа могут расценить этот тип аукциона как более прибыльный.

Б. Возможность обойти систему

Ранее мы определили, какой механизм аукциона лучше для продавца, исходя из того, как участники торгов относятся к риску и коррелированы ли их оценки. Однако покупатели всегда заинтересованы найти такую стратегию участия в торгах, которая позволит свести усилия продавца на нет. Опытный покупатель или (что бывает чаще) группа покупателей способны нарушить самые выверенные планы проведения прибыльного аукциона.

Даже закрытый аукцион второй цены Викри можно обыграть, если в нем участвуют всего несколько покупателей, которые могут вступить в сговор. Подав одну заявку с высокой ценой и вторую с очень низкой, вступившие в сговор участники торгов могут получить выставленный на продажу объект по второй цене. Но данный результат возможен только в случае, если другие покупатели не предложат промежуточных цен или если вступившие в сговор покупатели смогут предотвратить такое развитие событий. Вероятность сговора выдвигает на первый план необходимость установления продавцом отправных цен, хотя это все равно лишь частично решает проблему.

Закрытые аукционы первой цены менее уязвимы для сговора участников торгов по двум причинам. Покупатели, вступающие в сговор, по сути, ведут игру «дилемма заключенных», в которой у каждого из них есть соблазн обмануть остальных. В случае такого обмана отдельный участник торгов может предложить свою самую высокую цену, чтобы самому получить выставленный на продажу объект, нарушив обязательство поделиться прибылью с другими членами группы. Сговор между покупателями на подобных аукционах трудно поддерживать, потому что обман (то есть предложение цены, отличающейся от той, о которой договорилась вступившая в сговор группа) легко совершить, но непросто обнаружить. Закрытый характер аукциона не позволяет выявить обманщика, а значит, и наказать его, до открытия заявок участников торгов — но тогда уже будет поздно. Тем не менее поводов для сохранения сговора может быть больше, если определенная группа покупателей участвует в нескольких аналогичных аукционах на протяжении длительного периода, то есть ведет своего рода повторяющуюся игру.

Можно разработать и другие хитрые схемы участия в торгах, для того чтобы удовлетворить потребности их отдельных участников или групп на аукционе любого типа. Один весьма находчивый пример мошенничества такого рода был отмечен во время первого аукциона лицензий на частоты вещания (в частности, для персональной мобильной связи), организованного Федеральной комиссией по связи — FCC (аукцион 11, с августа 1996 года по январь 1997 года). После резкого повышения цен во время первых аукционов участники торгов явно стремились снизить цену, указанную в победивших заявках. Три компании (против которых Министерство юстиции выдвинуло впоследствии соответствующие обвинения) решили сигнализировать о своих намерениях получить лицензию на использование частоты в том или ином географическом регионе, указывая коды FCC или телефонные коды региона в качестве последних трех цифр предлагаемой цены. Представители FCC заявили, что эта практика существенно снизила окончательные цены на соответствующие лицензии. В ходе первых аукционов по продаже лицензий на частоты вещания, по всей видимости, использовались и другие инструменты сигнализирования. Тогда как одни компании в буквальном смысле слова объявляли о своих намерениях выиграть аукцион по продаже определенной лицензии, другие применяли различные методы стратегического участия в торгах, чтобы подать сигнал о своей заинтересованности в соответствующих лицензиях или уговорить соперников не вторгаться на их территорию. Например, во время первого аукциона частот GTE и другие компании, вероятно, использовали метод закодированной подачи заявок, указывая в конце предложенной цены числа, соответствующие буквам их имен на клавиатуре кнопочного телефона!

Следует отметить, что мошенничеством на аукционах занимаются не только участники торгов. Продавцы также могут применять нечистоплотные схемы взвинчивания окончательной цены предложения на выставленные объекты.

Например, **«закидывание удочки»** реализовывается в случае, когда продавцу удается подать фальшивую заявку на своем же аукционе. Этот метод применим только на английских аукционах с помощью агента, который работает на продавца и изображает обычного покупателя. На интернет-аукционах использовать метод «закидывания удочки» гораздо проще, поскольку продавец может зарегистрировать кого-то еще, войти в систему и подавать заявки на собственном аукционе. На всех интернет-аукционах действуют правила и механизмы контроля, направленные на предотвращение подобных действий. На закрытых аукционах второй цены продавцы также могут извлечь для себя выгоду, взвинчивая уровень второй по величине цены предложения (информация о которой недоступна всем участникам торгов).

В. Раскрытие информации

В заключение рассмотрим ситуацию, когда продавец владеет закрытой информацией о выставленном на продажу объекте, которая может повлиять на оценку покупателем его стоимости. Это особенно важно при покупке автомобиля, дома, бытовой техники, электронных устройств, когда для покупателей большое значение имеют их качество и срок эксплуатации. В этом случае сведения о прошлом опыте использования продавцом выставленного объекта могут быть хорошим предиктором будущих выгод, которые получит победитель торгов.

Как мы отмечали в главе 8, более информированный игрок в игре с асимметричной информацией должен принять решение о целесообразности раскрытия (или сокрытия) имеющейся у него информации. В контексте аукционов продавец должен тщательно взвесить любой соблазн скрыть информацию. Если участники торгов знают, что у продавца есть определенная закрытая информация, они могут расценить нежелание ее раскрыть как сигнал о том, что она неблагоприятная. Даже если это действительно так, продавцу все равно лучше ее обнародовать, поскольку убеждения покупателей могут оказаться еще хуже фактов. Стало быть, во многих случаях честность — лучшая политика.

Честность может отвечать интересам продавца и по другой причине. Когда у него есть закрытая информация об объекте с общей ценностью, ему следует раскрыть ее, чтобы сделать оценки покупателей стоимости этого объекта более точными. Чем больше участники торгов убеждены в правильности своих оценок, тем выше вероятность, что цена предложения дорастет до уровня этих оценок. Таким образом, раскрытие конфиденциальной информации продавца во время аукциона с общей ценностью приносит пользу не только продавцу, сокращая размер намеренного снижения покупателями цены предложения, но и участникам торгов, уменьшая эффект проклятия победителя.

Г. Интернет-аукционы

Интернет-аукционам уже более двух десятков лет. Сайт аукциона eBay начал работу в сентябре 1995 года, вскоре после появления сайта Onsale.com в мае того же года*. В настоящее время насчитывается около 100 сайтов интернет-аукционов; точное количество меняется по мере появления новых сайтов, слияния существующих и закрытия мелких, нерентабельных. На интернет-аукционах, как мелких, так и крупных, различными способами продается огромное количество товаров.

Большинство лотов, продаваемых на крупных интернет-аукционах (таких как eBay и uBid), — это товары, которые классифицируются как коллекционные. Есть также специализированные онлайн-аукционы для продажи широкого диапазона товаров, от марок, вина и сигар до имущества, конфискованного в ходе полицейских облав, медицинского оборудования и крупной строительной техники («Ножничный подъемник, кто больше?»). Большинство этих товаров, независимо от типа интернет-аукциона, считаются «подержанными». Таким образом, потребители имеют доступ к тому, что можно назвать крупнейшей в мире гаражной распродажей. Эта информация согласуется с предложенной в одной из книг гипотезой о том, что интернет-аукционы больше всего подходят для продажи объектов, количество которых ограниченно, спрос на которые неизвестен и приемлемая цена на которые продавцом не определена. По сути, онлайн-аукцион позволяет установить «рыночную цену» таких продуктов. Продавцы могут получить максимальную прибыль, продавая подобные товары на интернет-аукционах, большое количество участников которых могут предоставить ранее неизвестные показатели спроса. А покупатели, в свою очередь, могут обзавестись желаемыми, но малоизвестными товарами, предположительно получив при этом свою долю прибыли.

Интернет-аукционы не только продают продукты разных категорий, но и используют массу всевозможных правил проведения торгов. На самом деле многие сайты предлагают несколько типов аукционов и разрешают продавцу выбирать правила для своего аукциона, когда он выставляет объект на продажу. Чаще всего используются правила, характерные для английских аукционов и закрытых аукционов второй цены: большинство интернет-аукционов предлагают один или оба типа правил.

Сайты, на которых проводятся настоящие английские аукционы, публикуют самую высокую цену предложения сразу же после ее получения; в конце аукциона

* В 1999 году произошло слияние Onsale.com и Egghead.com. В 2001 году Amazon выкупила активы компании, образовавшейся в результате слияния. Три интернет-аукциона, первоначально носившие названия Onsale, Egghead и Amazon, образовали аукцион Amazon Auctions, место которого заняла впоследствии торговая площадка Amazon Marketplace, на которой товары продаются по фиксированным ценам.

победитель выплачивает предложенную цену. Некоторые сайты используют формат английского аукциона, известный как **система прокси-ставок**. На самом деле аукцион с системой прокси-ставок — это скорее закрытый аукцион второй цены, а не английский аукцион. В случае применения такой системы покупатель вводит максимальную цену (**резервированную цену**), которую он готов заплатить за выставленный на продажу объект, но вместо нее на сайте публикуется цена на один шаг выше последней самой высокой ставки. Далее система прокси-ставок делает промежуточные ставки от имени покупателя, превышая предложения других покупателей на один шаг цены до тех пор, пока не будет достигнута максимальная цена покупателя. Такая система позволяет победителю аукциона платить не свою цену, а цену, всего на один шаг превышающую вторую самую высокую ставку.

Формат голландского аукциона используется в интернет-аукционах довольно редко. В настоящее время только несколько сайтов розничной торговли предлагают тот или иной эквивалент голландского аукциона. Например, интернет-магазин Lands' End в конце каждой недели размещает кое-какие нераспроданные товары на специальной странице своего сайта. Затем на следующей неделе цена на них снижается в три раза, а в конце недели оставшиеся товары снимаются с продажи. Некоторые сайты предлагают аукционы, которые *называют* голландскими аукционами и которые, наряду с сопутствующим типом аукционов, известных как «**аукционы янки**», выставляют на продажу множество единиц определенного товара в ходе одного аукциона. Подобно описанному выше аукциону по продаже земельных участков в городе Котидж, такие аукционы предоставляют покупателям возможность подать заявку на одну или более единиц товара. Термин «аукцион янки» относится к системе, используемой на аукционе в Котидже: выставленные на продажу объекты получают участники торгов с самой высокой общей суммой ставки (ставок), при этом каждый покупатель платит цену в расчете на одну единицу предмета торгов. Термин «голландский аукцион» относится к аукционам, в которых ставки ранжируются по их общей сумме, но в конце аукциона все участники торгов платят за свои единицы предмета торгов самую низкую из выигравших цен*.

Интернет позволил создавать и применять правила проведения аукциона, которые раньше были невыполнимы. Новейшим аукционом такого типа стал аукцион, на котором побеждает *самая низкая уникальная ставка*, а товар продается по цене победившей ставки. Как продавец может себе позволить проводить аукцион по этим правилам? Он может выставить на продажу достаточно дорогой товар, например объект недвижимости или большой слиток золота, и взимать

---

* Федеральная резервная система использует такой механизм голландского аукциона для продажи казначейских векселей.

небольшую плату за каждую ставку. Торги продолжаются до тех пор, пока не будет сделано определенное количество ставок, в этот момент выставленный на продажу объект достается участнику торгов, сделавшему минимальную уникальную ставку. Нам еще предстоит оценить, насколько успешны будут такие аукционы. Один подобный аукцион humraz.com, который поначалу был довольно прибыльным, прекратил свое существование. Другие аукционы вроде winnit.com по-прежнему функционируют. Тем не менее эти так называемые копеечные аукционы еще не получили широкого распространения.

Хотя интернет дает простор для творчества, у большинства интернет-аукционов зачастую много общего с традиционными реальными аукционами в плане правил и полученных результатов. Стратегические аспекты, которые рассматривались в данной главе, относятся к обоим типам аукционов. У интернет-аукционов есть свои плюсы и минусы. Такие аукционы нравятся покупателям, поскольку в них легко «участвовать» и они поддерживают поисковую систему, позволяющую быстро найти интересующий товар. Продавцы, в свою очередь, могут охватить широкий круг потенциальных покупателей и в большинстве случаев вольны выбирать правила для аукционов. Многие административные округа США пользуются услугами сайта RealAuction.com для доступа к аукционам по продаже имущества, конфискованного за неуплату долгов или налогов. Однако онлайн-аукционы могут столкнуться с негативными последствиями из-за невозможности покупателей осмотреть выставленный на продажу товар, прежде чем делать заявку на его покупку, и из-за вопросов оплаты и своевременной доставки.

Но самое интересное различие между реальными и онлайн-аукционами состоит в специфике окончания аукциона. Реальные (английские или голландские) аукционы заканчиваются в момент, когда больше никто не делает ставок. Для интернет-аукционов необходимо предусмотреть конкретные правила завершения торгов. Два самых распространенных типа правил подразумевают окончание аукциона либо в определенный момент времени, либо через определенное количество минут после последней ставки (по истечении заранее установленного промежутка времени). Элвин Рот и Аксель Окенфельс собрали доказательства в пользу того, что при наличии точного срока завершения торгов покупателям выгоднее делать ставки позже. Такое поведение, обозначаемое термином «*снайпинг*», используется в аукционах как с личной, так и с общей ценностью. Покупатели, которые подключаются к торгам на более позднем этапе, выигрывают в стратегическом плане, поскольку избегают войны предложений с теми, кто делает ставки на протяжении всего аукциона, а кроме того, это позволяет им защитить конфиденциальную информацию об общей оценке стоимости выставленного на продажу товара. Таких преимуществ нет у аукционов, в которых допускается перенос времени завершения торгов и покупатели могут с большей уверенностью в успехе сделать единственную прокси-ставку на протяжении всего аукциона.

По состоянию на конец 2014 года первоначальная популярность интернет-аукционов по продаже «подержанных» товаров резко снизилась. Хотя eBay по-прежнему остается настоящей сокровищницей для онлайн-покупателей, доля товаров, доступных только на аукционе этого сайта, уменьшилась с 95% в начале 2003 года до 15% в начале 2012-го. На многих интернет-аукционах продажи посредством торгов уступили место продажам по фиксированной цене и по принципу «купить сейчас». Результаты последних исследований по этой теме позволяют предположить, что данный феномен связан со смещением предпочтений покупателей от более рискованных и требующих значительных временны́х затрат аукционных механизмов к более традиционному потребительскому опыту*.

7. Дополнительная литература

Большинство работ по теории аукционов математически очень сложные. Ряд общих идей об аукционах и их результатах можно найти в следующих статьях: Пол Милгром «Аукционы и торги: основные сведения» (Paul Milgrom, "Auctions and Bidding: A Primer"); Орли Ашенфельтер «Как работают аукционы в области виноделия и искусства» (Orley Ashenfelter, "How Auctions Work for Wine and Art"); Джон Райли «Ожидаемый доход от открытого и закрытого аукционов» (John G. Riley, "Expected Revenues from Open and Sealed Bid Auctions"); все эти статьи опубликованы в журнале Journal of Economic Perspectives, vol. 3, no. 3 (Summer 1989), pp. 3–50. Мы рекомендуем эти работы читателям с солидной подготовкой в области математического анализа.

Существует и более комплексная информация по данной теме. В частности, Престон Макафи и Джон Макмиллан опубликовали обзорную работу под названием «Аукционы и торги» (R. Preston McAfee, John McMillan, Auctions and Bidding, Journal of Economic Literature, vol. 25 [June 1987], pp. 699–738). Более свежий обзор работ по этой теме можно найти в статье Пола Клемперера «Теория аукционов: путеводитель по литературе» (Paul Klemperer, Auction Theory: A Guide to the Literature, in the Journal of Economic Surveys, vol. 13, no. 3 [July 1999], pp. 227–286). Обе работы содержат не только математические выкладки высокого уровня,

* Более подробную информацию о снижении популярности аукционов в области интернет-продаж можно найти здесь: Liran Einav, Chiara Farronato, Jonathan D. Levin, and Neel Sundaresan, "Sales Mechanisms in Online Markets: What Happened to Internet Auctions?" NBER Working Paper No. 19021, May 2013.

но и множество ссылок на другие работы. В первой главе книги Пола Клемперера «Аукционы: теория и практика» (Paul Klemperer. Auctions: Theory and Practice, The Toulouse Lectures in Economics. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2004) можно найти более свежий и не столь сложный с математической точки зрения обзор данной темы.

Оригинальная статья Викри, в которой подробно описывается правдивость ставок в ходе аукционов второй цены, называлась так: «Контрспекуляция, аукционы и закрытые конкурентные тендеры» (Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders, Journal of Finance, vol. 16, no. 1 [March 1961], pp. 8–37). Это одна из первых работ, в которой упоминается об эквивалентности доходов. В ходе более позднего исследования был сделан ряд выводов о доходах, которые обеспечивают разные типы аукционов. Результаты исследования представлены в статье «Оптимальные аукционы» (J. G. Riley and W. F. Samuelson, Optimal Auctions, American Economic Review, vol. 71, no. 3 [June 1981], pp. 381–392). Доступно изложенную историю об аукционе второй цены Викри можно найти в работе Дэвида Лакинга-Рейли «Аукционы Викри на практике: от филателии XIX века до электронной коммерции XXI века» (David Lucking-Reiley, Vickrey Auctions in Practice: From Nineteenth-Century Philately to Twenty-First-Century E-Commerce, Journal of Economic Perspectives, vol. 14, no. 3 (Summer 2000), pp. 183–192).

Краткое описание экспериментальных данных об аукционах содержится в книге Джона Кагела «Аукционы: обзор экспериментальных исследований» (John H. Kagel, Auctions: A Survey of Experimental Research, in The Handbook of Experimental Economics, ed. John Kagel and Alvin Roth (Princeton: Princeton University Press, 1995), pp. 501–535), а также в сопутствующей работе Дэна Левина «Аукционы: обзор экспериментальных исследований, 1995–2007 годы» (Dan Levin, Auctions: A Survey of Experimental Research, 1995–2007"), опубликованной во втором томе этого пособия. Данные об интернет-аукционах представлены в книге Элвина Рота и Акселя Окенфельса «Поздние и множественные ставки на интернет-аукционах второй цены: теория и фактические данные, касающиеся различных правил завершения аукциона» (Alvin Roth and Axel Ockenfels, Late and Multiple Bidding in Second-Price Internet Auctions: Theory and Evidence Concerning Different Rules for Ending an Auction, Games and Economic Behavior, vol. 55, no. 2 (May 2006), pp. 297–320).

Информацию о разработке аукционов можно найти в статье Пола Клемперера «Что на самом деле важно в разработке аукционов» (Paul Klemperer, What Really Matters in Auction Design, Journal of Economic Perspectives, vol. 16, no. 1 (Winter 2002), pp. 169–189). Обзор интернет-аукционов представлен в статье Дэвида

Лакинга-Рейли «Аукционы в интернете: что выставляется на продажу и как?» (David Lucking-Reiley, Auctions on the Internet: What's Being Auctioned, and How? Journal of Industrial Economics, vol. 48, no. 3 (September 2000), pp. 227–252)*.

Резюме

Помимо стандартного *английского аукциона* (который также называют *аукционом первой цены*, *открытым аукционом* и *аукционом на повышение*), существуют также *голландский аукцион* (или *аукцион на понижение*) и *закрытые аукционы первой* и *второй цены*. Выставленные на продажу объекты могут иметь *общую ценность* для всех участников торгов или *личную ценность* для каждого отдельного покупателя. В случае аукционов с общей ценностью участники торгов зачастую побеждают только тогда, когда предлагают слишком высокую цену и становятся жертвами *проклятия победителя*. В случае аукционов с личной ценностью оптимальные стратегии участия в торгах, в том числе решение о том, когда *намеренно снижать* цену предложения по отношению к вашей истинной оценке стоимости выставленного на продажу объекта, зависят от типа аукциона. Для привычного аукциона первой цены существует стратегический стимул к предложению более низкой цены.

Викри доказал, что продавцы могут выявлять истинные оценки покупателей посредством использования закрытого аукциона второй цены. Как правило, продавцы выбирают такой механизм проведения аукциона, который гарантирует им максимальную прибыль; выбор зависит от отношения покупателей к риску и их убеждений о ценности выставленного на продажу объекта. Если участники торгов нейтральны к риску и имеют независимые оценки, все типы аукционов обеспечивают один и тот же конечный результат.

Решения о том, как продать на аукционе большое количество объектов, по отдельности или в комплекте, а также стоит ли раскрывать информацию, непросты. Кроме того, продавцам следует остерегаться сговора или мошенничества покупателей. В настоящее время аукционы проводятся в интернете с использованием самых разных механизмов и предназначены для продажи широкого ассортимента товаров. С точки зрения участников торгов, основная стратегическая особенность каждого интернет-аукциона — определение сроков и механизма его завершения, которые устанавливаются на сайте аукциона.

---

* Из русской литературы, связанной с аукционами, посоветуем две книги: *Синецкий Б. И.* Основы коммерческой деятельности: учебник. М. : Юристъ, 2000; и *Стровский Л. Е., Казанцев С. К., Паршина Е. А.* и др. Внешнеэкономическая деятельность предприятия: учебник для вузов М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2004. *Прим. ред.*

Ключевые термины

Английский аукцион
Аукцион Викри
Аукцион второй цены
Аукцион на повышение
Аукцион на понижение
Аукцион первой цены
Аукцион «платят все»
Аукцион с личной ценностью
Аукцион с общей ценностью
Аукцион с объективной ценностью
Аукцион с субъективной ценностью
Аукционы янки
Голландский аукцион
Закидывание удочки
Закрытые торги
Намеренное снижение цены
Открытые торги
Отправная цена
Проклятие победителя
Резервированная цена
Система прокси-ставок
Сыворотка правды Викри

Упражнения с решениями

S1. У маляра заключен постоянный контракт со строительной компанией. В ходе выполнения работ он обычно дает правильную оценку затрат: в одних случаях она несколько завышена, в других занижена, но в среднем соответствует истине. Когда же на постоянном месте маляру не хватает работы, он ищет заказы на рыночных условиях. «Это совсем другое дело, — говорит он. — Выполнение таких заказов всегда обходится мне дороже, чем я рассчитывал». Если исходить из предположения, что оценочные навыки затрат в случае этих двух типов работы одни и те же, чем объясняется такое различие?

S2. Рассмотрите аукцион, на котором предлагается *n* идентичных объектов и участвует (*n* + 1) покупателей. Реальная цена объекта одна и та же для всех покупателей и всех объектов, однако у каждого покупателя есть только независимая оценка (допускающая наличие погрешности) общей ценности. Участники торгов подают закрытые заявки. Первые *n* покупателей получают по одному объекту, и каждый из них платит заявленную цену. Какие факторы повлияют на вашу стратегию участия в торгах? Каким образом?

S3. Вы изучаете рынок подержанных автомобилей и натыкаетесь на модель, которая вам нравится. Владелец автомобиля не указал цену, а просит потенциальных покупателей вносить свои предложения. Анализ информации дает вам весьма приблизительное представление о стоимости автомобиля; по вашему мнению, она с равной вероятностью может составлять любую сумму в диапазоне от 1000 до 5000 долларов (а значит, по вашим расчетам, средняя цена должна равняться 3000 долларов). Владелец, безусловно, знает точную цену автомобиля и примет ваше предложение, если оно ее превысит. Тогда вы получите автомобиль и наконец узнаете правду. Однако у вас есть опыт ремонта автомобиля, поэтому вы понимаете, что, получив автомобиль, сможете поработать над ним и увеличить его стоимость на треть (33,3…%) по сравнению с текущей стоимостью.

a) Какой будет ваша ожидаемая прибыль, если вы предложите 3000 долларов? Следует ли вам делать такое предложение?
b) Какую максимальную сумму вы можете предложить, не потеряв деньги на этой сделке?

S4. В этой задаче вы должны проанализировать частный случай закрытого аукциона первой цены и показать, каким должен быть равновесный размер намеренного снижения цены предложения. Рассмотрим закрытый аукцион первой цены с n покупателями, нейтральными к риску. У каждого покупателя есть личная, независимо выбранная из равномерного распределения значений в интервале [0,1] оценка стоимости выставленного на продажу объекта. Другими словами, для каждого участника торгов все значения в диапазоне от 0 до 1 в равной степени вероятны. Исчерпывающая стратегия каждого покупателя — «функция предложения цены», которая говорит, какую цену $b(v)$ он решит предложить при любом значении v. Для того чтобы вывести формулу функции равновесного предложения цены, понадобится решить дифференциальное уравнение, но вместо этого мы предлагаем вам возможное равновесие и просим подтвердить, что это действительно равновесие Нэша.

Предположим, функция равновесного предложения цены при $n = 2$ составляет $b(v) = v/2$ для каждого из двух участников торгов. Иначе говоря, при наличии двух покупателей каждый должен предлагать цену, равную половине своей оценки стоимости выставленного на продажу объекта (что представляет собой значительное снижение цены предложения).

a) Допустим, вы делаете ставку против всего одного соперника, оценка которого равномерно распределена в интервале [0,1] и который всегда предлагает цену, равную половине этой стоимости. Чему равна вероятность того, что вы выиграете аукцион, если предложите цену $b = 0{,}1$, $b = 0{,}4$, $b = 0{,}6$?
b) Сложите вместе ответы, полученные в пункте a. Выразите вероятность того, что вы выиграете аукцион, как функцию вашей цены предложения b.
c) Найдите выражение для ожидаемой прибыли, если ваша оценка составляет v, а цена предложения b при условии, что ваш соперник всегда предлагает цену, равную половине своей оценки. Не забывайте о существовании всего двух вариантов развития событий: вы либо победите, либо проиграете

аукцион. Ваша задача — найти среднее значение прибыли с учетом этих двух сценариев.

d) Какое значение b максимизирует вашу ожидаемую прибыль? Оно должно быть функцией от вашего значения v.

e) На основании полученных результатов обоснуйте вывод о том, что равновесие Нэша может быть достигнуто в случае, если действия обоих участников торгов будут соответствовать функции $b(v) = v/2$.

S5 **(дополнительное упражнение).** Проанализируйте равновесные стратегии предложения цены на аукционах «платят все», в которых выставленный на продажу товар имеет личную ценность для каждого покупателя, в отличие от ситуации в упражнении **S4**, где на аукцион «платят все» выставлен товар с известной всем стоимостью. В случае аукциона «платят все» с личной ценностью значения стоимости распределены равномерно в интервале [0,1], а функция равновесного предложения цены выглядит так: $b(v) = [(n - 1)/n]v^n$.

a) Постройте графики функции $b(v)$ при $n = 2$ и $n = 3$.

b) Повышается или уменьшается цена предложения в зависимости от количества участников торгов? Ваш ответ могут обусловить значения n и v. Другими словами, в одних случаях ставки повышаются в зависимости от значения n, а в других понижаются.

c) Докажите, что представленная выше функция — действительно функция равновесного предложения цены по Нэшу. Используйте тот же подход, что и в упражнении **S4**. Помните, что на аукционе «платят все» вы платите даже тогда, когда проигрываете, поэтому ваш выигрыш составляет $v - b$ в случае победы и $-b$ в случае поражения.

Упражнения без решений

U1. «При наличии покупателей с высоким уровнем нерасположенности к риску человек, который продает на аукционе свой дом, получит высокую ожидаемую прибыль в случае использования закрытого аукциона первой цены». Это утверждение истинно или ложно? Обоснуйте свой вывод.

U2. Предположим, три нейтральных к риску участника торгов заинтересованы в покупке игрушки «медвежонок-принцесса». Покупатели (с номерами от 1 до 3) оценивают ее стоимость в 12, 14 и 16 долларов соответственно. Аукцион по продаже игрушки организован так, как описано в пунктах a–d; в каждом случае ставки можно делать с шагом 1 доллар при любом значении стоимости игрушки от 5 до 25 долларов.

a) Какой участник торгов выиграет открытый английский аукцион? Какова окончательная цена, которую заплатил победитель аукциона, и прибыль, которую он получил?
b) Какой участник торгов выиграет закрытый аукцион второй цены? Какова окончательная цена, которую заплатил победитель аукциона, и прибыль, которую он получил? Сравните полученный ответ с ответом в пункте a. Чем объясняется разница между показателями прибыли в этих двух случаях?
c) На закрытом аукционе первой цены все участники торгов предлагают положительную сумму, которая (минимум на 1 доллар) меньше их истинных оценок. Какой наиболее вероятный результат этого аукциона? Сравните полученный ответ с ответами в пунктах a и b. Есть ли у продавца игрушки «принцесса-медвежонок» явная причина отдать одному из этих механизмов аукциона предпочтение?
d) Не расположенные к риску покупатели сократят размер намеренного снижения своих ставок в пункте c; для целей этого упражнения допустим, что они не используют намеренное снижение цены предложения вообще. Если бы это действительно было так, какая цена предложения победила бы (и какую прибыль получил бы участник торгов) в пункте c? Имеет ли для продавца значение выбор механизма проведения аукциона? Почему?

U3. Вы опытный специалист по реструктуризации неэффективных компаний, вы ищете их, покупаете, модернизируете, а затем продаете. Вы нашли такую компанию — Sicco. Ее маркетинговый отдел работает посредственно, и вы убеждены, что, взяв компанию под свой контроль, сможете увеличить ее стоимость на 75% по отношению к ее прежней стоимости. Но отдел бухгалтерского учета работает весьма хорошо и способен скрыть информацию об активах, обязательствах и транзакциях компании таким образом, что посторонним будет трудно определить ее истинную стоимость (хотя она прекрасно известна в самой компании). Вы считаете, что стоимость компании при нынешнем руководстве представляет собой любое из значений, равномерно распределенных в диапазоне от 10 до 110 миллионов долларов. Действующее руководство продаст вам компанию только при условии, что предложенная вами цена превысит известную им истинную стоимость компании.

a) Если вы предложите за компанию 110 миллионов долларов, то обязательно выиграете. Будет ли при этом ожидаемая прибыль положительной?
b) Если вы предложите за компанию 50 миллионов долларов, какова вероятность успеха? Какой будет ваша ожидаемая прибыль в случае покупки компании? В связи с этим, чему равна ваша ожидаемая прибыль в случае

предложения цены 50 миллионов долларов? (Предостережение: при расчете ожидаемой прибыли не забудьте о вероятности покупки компании.)

c) Какую цену вам следует предложить, чтобы максимизировать ожидаемую прибыль? (Подсказка: предположим, она составляет X миллионов долларов. Выполните такой же анализ, как в пункте b, и найдите алгебраическое выражение для ожидаемой прибыли на тот момент времени, когда вы предлагаете эту цену. Затем выберите значение X, максимизирующее полученное выражение.)

U4. Идею проклятия победителя можно сформулировать несколько иначе, чем ранее в данной главе: «Ваша ставка на аукционе имеет смысл лишь в случае вашей победы, что произойдет только тогда, когда ваша оценка выше оценок всех остальных участников торгов. Следовательно, вам нужно сфокусироваться именно на этом варианте развития событий. Иными словами, вы всегда должны действовать так, будто оценки остальных ниже ваших оценок, и использовать эту информацию для пересмотра своей оценки». В данном упражнении мы предлагаем вам применить эту идею в совсем другой ситуации.

Коллегия присяжных состоит из 12 присяжных заседателей, которые рассматривают представленные в суде доказательства и выносят коллективный вердикт о виновности или невиновности подсудимого. Несколько упростив процесс, предположим, что для определения вердикта присяжные проводят один раунд одновременного голосования. Каждому члену коллегии предлагают проголосовать за вариант «виновен» или «невиновен». Подсудимого осудят, если все 12 голосов будут отданы за вариант «виновен», и оправдают, если один или более присяжных проголосуют за вариант «невиновен»; этот метод известен как принцип единогласия. Цель каждого присяжного — вынести самый точный вердикт с учетом представленных доказательств, но каждый присяжный интерпретирует их в соответствии с собственными взглядами и опытом. Таким образом, каждый присяжный формирует свою сугубо индивидуальную и частную оценку виновности или невиновности подсудимого.

a) Если присяжные проголосуют честно (то есть в соответствии со своими личными оценками виновности подсудимого), то когда вердикт «невиновен» будет выноситься чаще: в случае применения принципа единогласия или принципа простого большинства, когда подсудимый был бы осужден, если бы за его виновность проголосовали семь присяжных? Обоснуйте ответ. Что мы могли бы назвать «проклятием присяжного» в данной ситуации?

b) Теперь рассмотрим ситуацию, в которой каждый присяжный голосует стратегически, принимая во внимание возможные проблемы в связи с проклятием присяжного и используя все инструменты логического вывода информации, которые мы изучили. В каком случае присяжные более склонны голосовать по принципу единогласия за вариант «виновен» — когда они будут голосовать честно или стратегически? Обоснуйте свой вывод.

c) Как думаете, стратегическое голосование с учетом проклятия присяжного повлечет за собой слишком много вердиктов «виновен»? Почему да или почему нет?

U5 (дополнительное упражнение). Это упражнение продолжает упражнение **S4**; в нем рассматривается общий случай, когда n может принимать любое положительное целое значение. Предположим, функция равновесного предложения цены при наличии n покупателей выглядит так: $b(v) = v(n - 1)/n$. При $n = 2$ имеем случай, анализ которого представлен в упражнении **S4**: каждый участник торгов предлагает цену, равную половине своей оценки выставленного на продажу объекта. Если в торгах участвуют девять покупателей ($n = 9$), то каждый из них должен предлагать 9/10 своей оценки, и т. д.

a) Теперь против вас играет $n - 1$ других покупателей, каждый из которых использует функцию предложения цены $b(v) = v(n - 1)/n$. В данный момент сфокусируемся на одном из соперников. Чему равна вероятность того, что он предложит цену меньше 0,1, 0,4 или 0,6?

b) На основании полученных выше результатов найдите выражение для вероятности того, что другой участник торгов предложит цену, которая меньше вашей ставки b.

c) Не забывайте, что в торгах участвуют еще $n - 1$ покупателей, каждый из которых использует ту же функцию предложения цены. Какова вероятность того, что ваша ставка b больше всех остальных ставок? Другими словами, найдите выражение для вероятности того, что вы выиграете аукцион, как функции вашей цены предложения b.

d) На основании этого результата найдите выражение для ожидаемой прибыли, если ваша оценка составляет v, а цена предложения — b.

e) Какое значение b максимизирует вашу ожидаемую прибыль? Оно должно быть функцией от вашего значения v.

f) На основании полученных результатов обоснуйте вывод о том, что равновесие Нэша может быть достигнуто в случае, если действия всех n участников торгов будут соответствовать функции $b(v) = v(n - 1)/n$.

17 Переговоры

Люди ведут переговоры на протяжении всей своей жизни. Будучи детьми, они договариваются делиться игрушками и играть в игры со сверстниками. Став взрослыми и создав семью, договариваются о распределении домашних обязанностей, воспитании детей и коррективах, которые должен внести каждый в свою жизнь ради карьеры другого. Покупатели и продавцы торгуются о цене, работники и руководители договариваются о заработной плате. Страны ведут переговоры о политике взаимной либерализации торговли; сверхдержавы обсуждают взаимное сокращение вооружений. А двум первым авторам этой книги пришлось договариваться (в целом весьма дружелюбно), что в нее включать или не включать, как структурировать подачу материала и т. д. Для того чтобы получить приемлемый результат в ходе переговоров, их участники должны разработать эффективные стратегии. В данной главе описываются и подробно анализируются некоторые из таких базовых идей и стратегий.

У всех переговорных ситуаций есть две общие черты. Во-первых, суммарный выигрыш, который стороны переговоров могут обеспечить в результате достижения консенсуса, должен быть больше индивидуальных выигрышей, которые они могли бы получить по отдельности, то есть целое должно превышать сумму составляющих. При отсутствии такой избыточной ценности, или «излишка», проведение переговоров бессмысленно. Если двое детей, намеревающихся играть вместе, не видят чистой выгоды от получения доступа к большему количеству игрушек или от совместной игры, то каждому из них лучше забрать свои игрушки и играть самому. Мир полон неопределенности, поэтому ожидаемая выгода может не материализоваться. Но в процессе переговоров стороны должны по крайней мере рассчитывать на некоторые выгоды, которые можно извлечь из достигнутой договоренности: когда Фауст согласился продать душу дьяволу, он считал, что преимущества от обретенных им знаний и власти заслуживают той цены, которую ему пришлось в итоге заплатить.

Вторая важная общая черта переговоров вытекает из первой: переговоры не игра с нулевой суммой. При наличии излишка они сводятся к его разделению. Каждая сторона переговоров пытается выторговать больше для себя и оставить меньше всем остальным. На первый взгляд эта ситуация может показаться игрой с нулевой суммой, но здесь существует опасность того, что, если договоренность не будет достигнута, ни одна сторона не получит никаких излишков. Именно эта обоюдно пагубная альтернатива, а также стремление *обеих* сторон избежать ее создают почву для угроз (явных и скрытых), которые и делают переговоры вопросом стратегии.

До появления теории игр переговоры один на один считались трудной, а порой неразрешимой задачей. Наблюдение совершенно разных результатов в примерно схожих ситуациях подтверждало эту точку зрения. Теоретики не могли на системном уровне понять, почему одна сторона переговоров получает больше другой, и относили это на счет расплывчатых и необъяснимых различий в так называемой силе переговорной позиции.

Даже элементарная теория равновесия Нэша не позволяла продвинуться дальше. Предположим, два человека делят между собой 1 доллар. Давайте построим игру так, чтобы каждый из них объявлял о том, сколько он хотел бы получить. Ходы в игре делаются одновременно. Если объявленные игроками числа x и y в сумме не больше 1, каждый получает то, что огласил. Если сумма этих чисел больше 1, игроки не получают ничего. Стало быть, любая пара (x, y), дающая в сумме 1, образует в этой игре равновесие Нэша: с учетом намерений, анонсированных другим игроком, каждый игрок может извлечь для себя выгоду, только придерживаясь собственных заявлений*.

Дальнейшее развитие теории игр проходило по двум разным направлениям, в каждом из которых использовалась своя логика теоретико-игровых рассуждений. В главе 2 мы провели различие между теорией кооперативных игр, когда игроки выбирают и реализуют свои действия совместными усилиями, и теорией некооперативных игр, когда игроки выбирают и реализуют свои действия по отдельности. В каждом из направлений развития теории переговоров используется один из этих двух подходов. Один подход рассматривает переговоры как *кооперативную* игру, в которой переговорщики вместе находят и реализуют решение, возможно, с привлечением третьей стороны в качестве третейского судьи. Другой подход рассматривает переговоры как некооперативную игру, в которой

* Как мы видели в разделе 3.Б главы 5, этот тип игры можно использовать в качестве примера, подтверждающего обоснованность критических замечаний о неопределенности концепции равновесия Нэша. В контексте переговоров мы могли бы сказать, что множественность равновесий — это просто формальный способ описания той неопределенности, к которой ранее предъявляли претензии аналитики.

переговорщики выбирают стратегии по отдельности и ищут равновесие. Однако, в отличие от приведенного выше простого примера с одновременным объявлением намерений, где равновесие было неопределенным, здесь мы вводим более структурированную игру с одновременными ходами и наличием предложений с обеих сторон, которая приводит к формированию детерминированного равновесия. Обращаем ваше внимание, что, как и в главе 2, терминами «кооперативный» и «некооперативный» обозначаются совместные и разрозненные действия, а не хорошее и плохое поведение или достижение компромисса в отличие от срыва переговоров. Равновесие в некооперативных переговорных играх может повлечь за собой множество компромиссов.

1. Кооперативное решение Нэша

В этом разделе мы проанализируем подход Нэша к переговорам как к кооперативной игре. Сначала представим эту идею в виде простого числового примера, а затем дадим ее более общее алгебраическое описание*.

А. Числовой пример

Представьте двух предпринимателей из Кремниевой долины, Энди и Билла. Энди выпускает микросхему, которую может продавать любому производителю компьютеров по 900 долларов, а Билл разработал пакет программ, который может стоить 100 долларов. Они знакомятся и, немного пообщавшись, понимают, что их продукты идеально подходят друг к другу и что после незначительной доработки они могут выпускать комплексную систему аппаратного и программного обеспечения стоимостью 3000 долларов на каждый компьютер. Следовательно, объединившись, Энди и Билл могут создать дополнительную стоимость в размере 2000 долларов на единицу продукции и рассчитывают на продажу миллионов таких единиц в год. Единственное препятствие на пути к богатству — как его поделить? 3000 долларов — доход от каждой единицы, какую их часть должен получить Энди и какую Билл?

Главный аргумент Билла, что без его программного обеспечения микросхемы Энди — не более чем груда металла и песка, поэтому Энди должен получить 900 долларов, а сам Билл 2100 долларов. Энди парирует, что без его аппаратного обеспечения программы Билла — не более чем символы на бумаге или магнитные сигналы на диске, поэтому Билл должен получить всего 100 долларов, а остальные 2900 долларов — он, Энди.

* John F. Nash Jr., “The Bargaining Problem,” Econometrica, vol. 18, no. 2 (1950), pp. 155–62.

Наблюдая за этим спором, вы могли бы посоветовать им разделить разницу между собой. Однако это не совсем точный рецепт достижения соглашения. Билл мог бы предложить Энди поровну разделить прибыль с каждой единицы продукции. При такой схеме каждый получит прибыль в размере 1000 долларов, то есть 1100 долларов дохода достанется Биллу и 1900 долларов Энди. Встречное предложение Энди может состоять в том, что каждый должен получить равный процент прибыли на вклад в совместное предприятие. Тогда Энди получит 2700 долларов, а Билл 300 долларов.

Если Энди и Билл ведут переговоры непосредственно между собой, окончательное соглашение зависит от настойчивости или терпения обоих. Если же они попытаются прибегнуть к помощи третейского судьи, то его решение зависит от понимания относительной стоимости аппаратного и программного обеспечения, а также от навыков риторики, которые используют два принципала в процессе представления ему своих аргументов. Для определенности давайте предположим, что третейский судья предлагает разделить прибыль в соотношении 4:1 в пользу Энди, то есть Энди должен получить четыре пятых от излишка, тогда как Билл одну пятую, или Энди должен получить в четыре раза больше, чем Билл. Каким будет фактическое разделение дохода по такой схеме? Допустим, общий доход Энди x, а Билла — y; тогда прибыль Энди составит $(x - 900)$, а Билла — $(y - 100)$. Решение третейского судьи подразумевает, что прибыль Энди должна в четыре раза превышать прибыль Билла; следовательно, $x - 900 = 4(y - 100)$, или $x = 4y + 500$. Общий доход обоих предпринимателей равен 3000 долларов, стало быть, должно выполняться равенство $x + y = 3000$, или $x = 3000 - y$. В таком случае $x = 4y + 500 = 3000 - y$, или $5y = 2500$, или $y = 500$, а значит, $x = 2500$. Такой механизм разделения прибыли обеспечивает Энди 2500 – 900 = 1600 долларов, а Биллу 500 – 100 = 400 долларов, что равносильно разделению прибыли в соотношении 4:1 в пользу Энди, о котором говорит третейский судья.

На основании этих элементарных данных мы выведем алгебраическую формулу, которую вы найдете весьма полезной во многих практических приложениях, а затем перейдем к анализу других факторов, от которых зависят пропорции разделения прибыли в переговорной игре.

Б. Общая теория

Предположим, два участника переговоров, А и Б, пытаются разделить общую величину v, которую они могут получить, только если договорятся о конкретном способе разделения. Если соглашение не будет достигнуто, А получит a, а Б получит b, причем каждый будет действовать в одиночку или каким-то иным способом вне пределов их отношений. Назовем эти показатели *страховочными* выигрышами, или, используя терминологию Гарвардского переговорного проекта, их **лучшими альтернативами обсуждаемому соглашению** (best alternative to a negotiated agreement, BATNA)*. Зачастую значения a и b равны нулю, но в более общем плане будем исходить из того, что $a + b < v$, то есть данное соглашение обеспечивает положительный **излишек** $(v - a - b)$; в противном случае весь переговорный процесс оказался бы бессмысленным, поскольку каждая сторона просто воспользовалась бы внешней возможностью и получила бы свой BATNA.

Рассмотрим следующее правило: каждому игроку необходимо предоставить его BATNA и долю излишка. Допустим, для А доля излишка равна h, а для Б — k, причем $h + k = 1$. Выразив x в виде суммы, которую получит в итоге А, а y — в виде суммы, которую получит в итоге Б, имеем

$$x = a + h(v - a - b) = a(1 - h) + h(v - b),$$
$$x - a = h(v - a - b),$$

а также

$$y = b + k(v - a - b) = b(1 - k) + k(v - a),$$
$$y - b = k(v - a - b).$$

Мы называем эти выражения формулами Нэша. Еще один способ интерпретировать их сводится к такому утверждению: излишек $(v - a - b)$ подлежит разделению между двумя участниками переговоров в соотношении h к k, или

$$\frac{y-b}{x-a} = \frac{k}{h},$$

или в виде уравнения

$$y = b + \frac{k}{h}(x-a) = (b - \frac{ak}{h}) + \frac{k}{h}x.$$

Для того чтобы охватить весь излишек, x и y должны также удовлетворять уравнению $x + y = v$. Формулы Нэша для x и y — это и есть решения системы последних двух уравнений.

Геометрическое представление **кооперативного решения Нэша** приведено на рис. 17.1. Страховочный выигрыш, или BATNA, находится в точке P с координатами (a, b). Все точки (x, y), которые делят прибыль между двумя игроками в соотношении h к k, лежат на прямой линии, которая проходит через точку

* См. Roger Fisher and William Ury, Getting to Yes, 2nd ed. (New York: Houghton Mifflin, 1991).

P и имеет наклон k/h; эта наклонная прямая представляет собой график функции $y = b + (k/h)(x - a)$, которую мы вывели ранее. Все точки (x, y), охватывающие весь излишек, лежат на прямой, проходящей через точки $(v, 0)$ и $(0, v)$; эта прямая соответствует второму уравнению, полученному выше, а именно $x + y = v$. Решение Нэша находится в точке пересечения этих линий, то есть в точке Q. Координаты этой точки — выигрыши сторон после достижения соглашения.

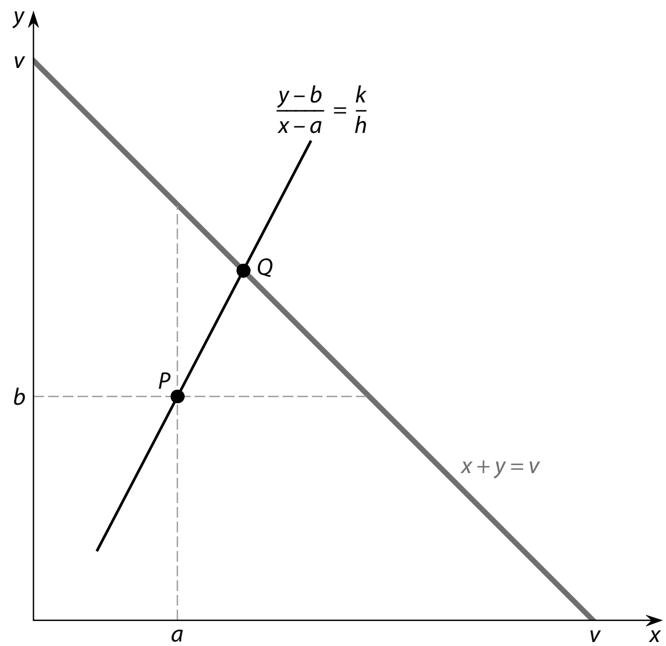


Рис. 17.1. Решение Нэша для переговорной игры в простейшем виде

Формула Нэша ничего не говорит о том, как может быть получено это решение. И такая расплывчатость — ее преимущество, поскольку ее можно использовать для описания результатов множества разных теорий с учетом множества разных подходов.

На простейшем уровне формулу Нэша можно рассматривать как краткое описание результата переговорного процесса, который мы не оговаривали в деталях. Тогда h и k могут обозначать относительную силу переговорных позиций сторон. Такое сокращенное описание представляет собой компромисс; более полная теория должна объяснять, откуда берется сила переговорных позиций и почему у одной стороны она может быть больше, чем у другой. Мы сделаем это в конкретном контексте ниже в данной главе, а пока эта формула дает нам хороший инструмент, отображая все без исключения источники силы переговорных позиций в показателях h и k.

Сам Нэш придерживался иного подхода, отличающегося от подхода к теории игр, используемого нами до сих пор в данной книге. Поэтому его подход заслуживает более тщательного объяснения. Во всех уже изученных нами играх участники выбирали и разыгрывали свои стратегии отдельно друг от друга. Мы искали равновесия, в которых стратегия каждого игрока отвечала его собственным интересам с учетом стратегий других игроков. Порой такие исходы были весьма неблагоприятны для некоторых, а то и всех участников игры, чему наглядный пример — дилемма заключенных. Тогда у игроков была возможность собраться вместе и договориться следовать определенной стратегии. Но в нашей системе у них не было никакого способа проконтролировать выполнение достигнутого соглашения. Договорившись, игроки расходились, а когда наступала их очередь действовать, они делали то, что максимально отвечало их собственным интересам. Под влиянием столь разрозненных стремлений игроки нарушали соглашение о совместных действиях. Правда, в ходе анализа повторяющихся игр в главе 10 мы обнаружили, что скрытая угроза разрыва длительных отношений способна поддерживать выполнение договоренности, а в главе 8 допустили возможность коммуникации посредством подачи сигналов. Однако значение имело именно индивидуальное действие, а любая взаимная выгода достигалась только тогда, когда ей не грозило пасть жертвой эгоистичности разрозненных действий отдельных игроков. В главе 2 мы назвали такой подход к теории игр *некооперативным*, подчеркнув, что этот термин указывает на способ выполнения действий, а не на то, станет ли их результат приемлемым для всех игроков. Опять же, важно то, что любое совместное благо должно представлять равновесный результат разрозненных действий в подобных играх.

Но что если совместные действия все же возможны? Например, участники игры могут совершить их сразу же после достижения договоренностей, в присутствии друг друга. Или могут делегировать реализацию соглашения нейтральной третьей стороне или посреднику. Другими словами, игра может быть *кооперативной* (снова в смысле совместных действий). Нэш моделировал переговорный процесс именно в виде кооперативной игры.

Рассуждения коллектива, планирующего реализовать совместное соглашение посредством совместных действий, могут существенно отличаться от рассуждений совокупности отдельных людей, которые знают, что *взаимодействуют* стратегически, но совершают при этом некооперативные *действия*. В то время как члены второй группы будут думать в категориях равновесия, а затем либо радоваться, либо огорчаться, в зависимости от удовлетворенности полученными результатами, члены первой группы сначала подумают о том, какой результат будет приемлемым, а затем посмотрят, как его достичь. Иными словами, теория определяет исход кооперативной игры с точки зрения ряда общих принципов или свойств, которые считает разумными ее автор.

Нэш сформулировал ряд таких принципов для переговоров и доказал, что они подразумевают единственный исход. Вот их примерное описание: 1) этот исход должен быть инвариантным, если шкала измерения выигрышей меняется линейно; 2) он должен быть **эффективным**; 3) на него не повлияет сокращение множества возможных вариантов путем удаления тех, которые в любом случае не будут выбраны.

Первый принцип согласуется с теорией ожидаемой полезности, которую мы вкратце рассматривали в приложении к главе 8. Там мы увидели, что нелинейная шкала выигрышей отображает изменения отношения игрока к риску и реальное изменение линии поведения: вогнутая шкала подразумевает нерасположенность к риску, а выгнутая — склонность к риску. Линейная шкала, будучи промежуточными вариантом, отображает нейтральность к риску. Следовательно, линейное изменение шкалы выигрышей не влияет на оценку ожидаемых выигрышей и не сказывается на полученных результатах.

Второй принцип означает, что ни одна часть имеющейся взаимной выгоды не должна оставаться неиспользованной. В нашем простом примере, где игроки А и Б делят общую величину v, это означало бы, что x и y должны составлять в сумме всю имеющуюся величину v, но ни в коем случае не меньше v, то есть решение должно лежать на линии $x + y = v$, представленной на рис. 17.1. В более общем случае полный набор логически возможных соглашений в переговорной игре, отображенных в виде графика на рис. 17.1, будет ограничен сверху и справа подмножеством соглашений, которые не оставляют неиспользованной ни одну долю взаимной выгоды. Это подмножество не обязательно должно располагаться на прямой, такой как $x + y = v$ (или $y = v - x$); оно может находиться на любой линии в форме $y = f(x)$.

На рис. 17.2 все точки над и под (то есть к «югу» и к «западу») кривой $y = f(x)$, представленной в виде жирной серой линии, образуют полное множество возможных исходов. Сама кривая состоит из эффективных исходов: не существует возможных исходов, которые включали бы больше значений x и y, чем исходы на кривой $y = f(x)$, а значит, неиспользованной взаимной выгоды нет. В связи с этим мы называем кривую $y = f(x)$ **эффективной границей** в переговорной задаче.

Мы можем проиллюстрировать изогнутую эффективную границу на примере рационального распределения риска из раздела 1.А главы 8. Два фермера, функция полезности каждого из которых выражена в виде квадратного корня,

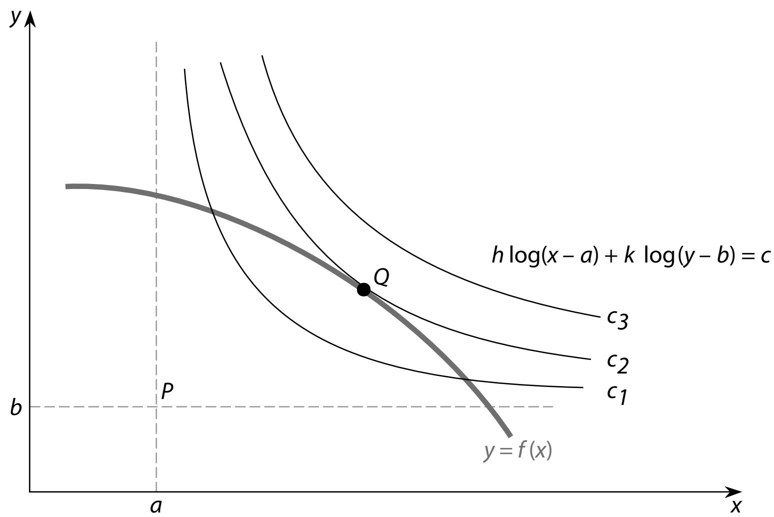


Рис. 17.2. Общий вид решения Нэша для переговорной игры

сталкиваются с риском того, что в равной степени вероятные благоприятные или неблагоприятные условия обеспечат им либо 160 000, либо 40 000 долларов дохода, что даст каждому из них ожидаемую полезность в размере

$$1/2 \times \sqrt{160\ 000} + 1/2 \times \sqrt{40\ 000} = 1/2 \times 400 + 1/2 \times 200 = 300.$$

Однако между рисками этих двух фермеров присутствует идеальная отрицательная корреляция. У одного складываются хорошие погодные условия, тогда как у другого плохие, а значит, их совокупный доход составит 200 000 долларов независимо от того, какому фермеру с погодой повезет. Если фермеры договорятся, что первый из них получит долю совокупного дохода z, а второй — оставшийся доход (200 000 – z), то их значения полезности x и y соответственно составят

$$x = \sqrt{z} \text{ и } y = \sqrt{200\ 000 - z}.$$

Стало быть, мы можем описать множество возможных исходов разделения риска с помощью уравнения

$$x^2 + y^2 = z + (200\,000 - z) = 200\,000.$$

Это уравнение описывает четверть окружности в положительном квадранте и отображает эффективную границу переговорной задачи двух фермеров. Показатель BATNA каждого фермера — это ожидаемая полезность 300, которую он будет иметь, если фермеры не достигнут соглашения по разделению риска. Подставив данное значение в уравнение, получаем

$300^2 + 300^2 = 90\,000 + 90\,000 = = 180\,000 < 200\,000$. Следовательно, точка, соответствующая значению BATNA, находится с внутренней стороны четверти окружности эффективной границы.

Третий принцип также весьма интересен. Если исход, который участник переговоров в любом случае бы не выбрал, исключается из рассмотрения, тогда какое он имеет значение? Это предположение тесно связано с условием независимости от посторонних альтернатив в теореме о невозможности Эрроу, о которой шла речь в разделе 3 главы 15, но нам придется оставить эту связь для более сложных работ по данной теме.

Нэш доказал, что кооперативный исход, удовлетворяющий всем трем предположениям, можно описать в виде математической задачи максимизации: выберите такие значения x и y, которые обеспечат максимум функции $(x - a)^h(y - b)^k$ при условии $y = f(x)$.

Здесь x и y — исходы, a и b — страховочные выигрыши, а h и k — два возможных числа, составляющих в сумме 1, которые аналогичны силе переговорных позиций в формуле Нэша. Значения h и k не могут быть определены только посредством трех исходных предположений Нэша; следовательно, они оставляют некоторую степень свободы в теории и в результатах. В действительности Нэш ввел в эту задачу четвертое предположение — о симметрии между двумя игроками. Оно привело к результату $h = k = 1/2$ и позволило найти единственное решение. Мы дали более общую формулировку, впоследствии получившую широкое распространение в теории игр и экономике.

На рис. 17.2 дано геометрическое представление цели максимизации. Черные линии, обозначенные как c_1, c_2 и c_3 — это изолинии, или линии уровня максимизируемой функции; на каждой такой кривой значение $(x - a)^h(y - b)^k$ представляет собой постоянную величину и составляет c_1, c_2 и c_3 (где $c_1 < c_2 < c_3$), как показано выше. Все пространство можно заполнить такими линиями, у каждой из которых свое значение постоянной, а у линий, расположенных в направлении «северо-востока», значения постоянных выше.

Очевидно, что самое высокое из возможных значение данной функции находится в точке касания Q линии эффективной границы и одной из изолиний*. Местоположение точки Q определяется тем свойством, что линия уровня, проходящая через Q, — касательная к линии эффективной границы. Точка касания — это

---

* Одна, и только одна из (выгнутых) линий уровня может быть касательной к (вогнутой) линии эффективной границы; на рис. 17.2 такая линия обозначена как c_2. Все линии уровней, расположенные ниже (например, c_1), пересекаются с линией эффективной границы в двух точках, а все линии уровней, расположенные выше (например, c_3), не пересекаются с линией эффективной границы вообще.

общепринятый способ представления кооперативного решения Нэша в геометрическом виде*.

В примере на рис. 17.1 также можно вывести решение Нэша математически; для этого понадобится дифференциальное исчисление, но цели важнее способов их достижения (во всяком случае, в контексте изучения стратегических игр). Для того чтобы найти это решение, целесообразно записать $X = x - a$ и $Y = y - b$. Таким образом, X — это величина излишка, получаемого игроком А, а Y — величина излишка игрока Б. Условие эффективности исхода гарантирует, что $X + Y = x + y - a - b = v - a - b$, что и представлет собой общую величину излишка, которую мы обозначим символом S. Тогда $Y = S - X$, а также

$$(x - a)^h(y - b)^k = X^hY^k = X^h(S - X)^k.$$

В решении Нэша X принимает значение, максимизирующее эту функцию. Элементарное исчисление говорит о том, что для определения значения X необходимо взять производную этого выражения по X и приравнять к нулю. Воспользовавшись правилами исчисления для поиска производных степеней X и произведения двух функций X, получим

$$hX^{h-1}(S - X)^k - X^hk(S - X)^{k-1} = 0.$$

Исключив общий множитель $X^{h-1}(S - X)^{k-1}$, будем иметь

$$h(S - X) - kX = 0,$$
$$hY - kX = 0,$$
$$kX = hY$$
$$\frac{X}{h} = \frac{Y}{k}.$$

И наконец, выразив это уравнение через исходные переменные x и y, получим $(x - a)/h = (y - b)/k$, а это и есть формула Нэша. Вывод: три условия Нэша приводят к формуле, которую мы изначально обозначили как простой способ разделения излишка в процессе переговоров.

Эти три принципа, или заданные свойства, определяющие решение Нэша для кооперативных переговоров, — просты и даже привлекательны. Но при отсутствии эффективного способа убедиться, что стороны переговоров предпримут

* Если вы изучали начальный курс микроэкономики, вам знакома концепция социальной оптимальности, графически представленная в виде точки касания между границей производственных возможностей экономики и кривой социального безразличия. Наш рис. 17.2 близок к этой концепции по своей сути: эффективная граница в переговорах подобна границе производственных возможностей, а изолинии цели кооперативных переговоров схожи с кривыми социального безразличия.

действия, предусмотренные в соглашении, они могут оказаться бесполезны. Игрок, которому выгоднее самостоятельно разрабатывать стратегию, чем использовать решение Нэша, может их просто проигнорировать. Если третейский судья может принудить выполнить решение, то игрок может отказаться от его услуг. Следовательно, кооперативное решение Нэша будет более убедительным при наличии альтернативной интерпретации в виде равновесия Нэша в некооперативной игре с двумя участниками переговоров. Это действительно осуществимо, и мы рассмотрим такой пример в разделе 5.

2. Переговоры с переменной угрозой

В данном разделе мы используем кооперативное решение Нэша в конкретной игре, а именно на втором этапе игры с последовательными ходами. В разделе 1 мы исходили из предположения, что страховочные выигрыши игроков (BATNA) a и b имеют фиксированное значение. Но допустим, существует первый этап переговорной игры, на котором игроки могут выполнять стратегические ходы, направленные на манипулирование показателями BATNA в определенных пределах. После таких действий игроков на втором этапе игры появляется кооперативный исход Нэша. Игру данного типа называют **переговорами с переменной угрозой**. Какие манипуляции со значениями BATNA отвечают интересам ее участников?

На рис. 17.3 показаны возможные результаты манипулирования BATNA. Исходные значения страховочных выигрышей (a и b) — это координаты страховочной точки P в игре; решение Нэша в переговорной игре с такими страховочными выигрышами находится в точке Q. Если игрок A сможет увеличить значение BATNA так, чтобы переместить страховочную точку игры в позицию P_1, то решение Нэша, начинающееся в этой точке, приведет к исходу Q', что лучше для игрока A (но хуже для игрока Б). Следовательно, стратегический ход, улучшающий BATNA игрока, целесообразен. Например, если, идя на собеседование в другую компанию, вы уже имеете хорошее предложение о работе (более высокий показатель BATNA), то, по всей вероятности, получите от этого работодателя более выгодное предложение, чем при отсутствии первой альтернативы.

Вывод о том, что повышение BATNA может улучшить конечный результат, вполне очевиден, но следующий этап анализа менее понятен. Оказывается, если игрок A сможет сделать стратегический ход, который уменьшит BATNA игрока Б и переместит страховочную точку игры в точку P_2, то решение Нэша, начинающееся в этой точке, приведет к *тому же* исходу Q', который был получен, когда игрок A увеличил свой показатель BATNA настолько, что попал в страховочную точку P_1. Следовательно, этот альтернативный тип манипуляции также отвечает

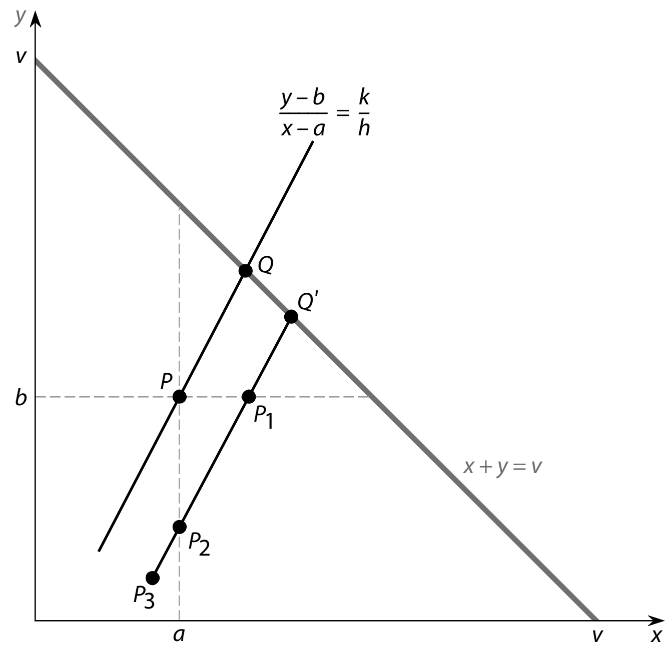


Рис. 17.3. Переговорная игра с манипулированием значениями BATNA

интересам игрока А. В качестве примера уменьшения BATNA соперника представьте ситуацию, в которой вы уже работаете в компании и хотите получить повышение. Ваши шансы возрастут, если вы станете незаменимым для работодателя, то есть если без вас у его бизнеса возникнут проблемы. В таком случае неблагоприятный исход ввиду отсутствия соглашения (когда работодатель не предложит повышения и вы уволитесь из компании) может повысить вероятность того, что работодатель пойдет вам навстречу.

И последний, еще более драматичный вариант развития событий: если игрок А сможет сделать стратегический ход, уменьшающий значения BATNA *обоих игроков* настолько, что страховочная точка игры переместится в точку P_3, это опять же приведет к тому же результату, что и вследствие предыдущих манипуляций. Этот ход равносилен угрозе, которая гласит: «Это навредит вам больше, чем мне».

В общем плане для игрока А важно переместить BATNA в данной игре в одну из точек, находящихся под линией *PQ*. Чем дальше на юго-восток передвинется точка BATNA, тем лучше для игрока А в свете конечного результата. Как всегда в случае применения угроз, задача не в получении низкого выигрыша, а в том, чтобы использовать его вероятность в качестве рычага для достижения более приемлемого исхода.

Возможность манипулировать BATNA таким способом зависит от контекста. Мы предлагаем один наглядный пример. В 1980 году проводилась забастовка бейсболистов, которая приняла весьма сложную форму. Игроки объявили ее во время весенних сборов, затем возобновили работу (то есть игру), когда в апреле стартовал регулярный сезон, а затем снова объявили забастовку начиная с Дня поминовения. Забастовка приносит убытки обеим сторонам (как работодателям, так и работникам), но они разнятся. Во время весенних сборов игроки не получают заработную плату, а владельцы команд немного зарабатывают за счет зрителей-отпускников. В начале регулярного сезона, в апреле и мае, бейсболисты получают заработную плату, но погода еще холодная и сезон не особо захватывающий, поэтому зрителей мало, а значит, владельцы команд несут не очень высокие издержки в связи с забастовкой. Начиная с Дня поминовения количество зрителей увеличивается, и издержки владельцев команд в связи с забастовкой возрастают, но заработная плата, которую могут потерять игроки, остается неизменной. Мы видим, что эта двухэтапная забастовка весьма изобретательно разработана так, чтобы максимально снизить BATNA владельцев команд относительно BATNA игроков*.

Остается только одна загадка: почему забастовка вообще была объявлена? Согласно теории, все должны были понимать, чем это закончится; если бы конфликт был урегулирован на более приемлемых для бейсболистов условиях, забастовка вообще бы не понадобилась. И если она действительно проводится, то это угроза, с которой что-то «пошло не так». По всей вероятности, это можно отнести на счет некоторой неопределенности — асимметричности информации или балансирования на грани.

3. Чередующиеся предложения, модель I: убывание общей величины

В этом разделе мы вернемся к более реалистичной теории некооперативных игр и проанализируем процесс индивидуального построения стратегии, который может привести к формированию равновесия в переговорной игре. Наш стандартный подход к данному процессу — **чередующиеся предложения**. Один игрок (скажем, А) делает предложение, другой игрок (к примеру, Б) либо принимает его, либо делает встречное предложение. В случае последнего варианта игрок А может либо принять это предложение, либо сделать свое предложение и т. д. Таким образом, мы имеем игру с последовательными ходами и нам необходимо найти в ней равновесие обратных рассуждений.

Для этого следует начать с самого конца и выполнить обратный анализ. Но где именно находится конечная точка? Почему процесс взаимных предложений

* См. Larry DeBrock and Alvin Roth, "Strike Two: Labor-Management Negotiations in Major League Baseball," Bell Journal of Economics, vol. 12, no. 2 (Autumn 1981), pp. 413–25.

вообще должен закончиться? А вот еще более резонный вопрос: с какой стати он вообще должен начаться? Почему бы двум переговорщикам не придерживаться своих исходных позиций и не стоять на своем? Если они не смогут договориться, это будет чревато для обоих, но преимущества от достигнутого соглашения, скорее всего, окажутся меньше для того, кто сделает первую или бóльшую уступку. По всей вероятности, причина капитуляции одного из участников переговоров заключается в том, что излишнее упорствование приведет к еще большей потере выгоды. Эта потеря принимает одну из общих форм. Имеющийся «пирог», или излишек, может **убывать** (уменьшаться) с каждым очередным предложением — мы проанализируем такой сценарий чуть позже. Альтернатива состоит в том, что время имеет свою цену, а **нетерпение** играет свою роль, поэтому ценность отложенного соглашения меньше; этот сценарий мы разберем в разделе 5.

Рассмотрим следующую историю о переговорах по уменьшению «пирога». Болельщик приходит на матч по профессиональному футболу (или баскетболу) без билета и готов заплатить 25 долларов за просмотр каждой четверти матча. Болельщик находит спекулянта, который называет свою цену за билет. Если болельщик не готов ее заплатить, он пойдет в ближайший бар и посмотрит первую четверть на большом экране там. По окончании четверти он выйдет из бара, увидит того же спекулянта и сделает встречное предложение о цене билета. Если спекулянт не согласится, болельщик вернется в бар. После второй четверти матча он снова выйдет из бара, и спекулянт опять сделает ему очередное предложение. Если оно неприемлемо для болельщика, он вернется в бар, выйдет оттуда в конце третьей четверти и сделает еще одно встречное предложение. Стоимость просмотра оставшейся части матча снижается по мере окончания очередной четверти*.

Анализ методом обратных рассуждений позволяет предсказать исход этого переговорного процесса с чередующимися предложениями. В конце третьей четверти болельщик знает, что, если он не купит билет, спекулянт останется с маленьким листиком бумаги, уже не представляющим никакой ценности. Следовательно, болельщик может предложить за билет очень маленькую цену, и для спекулянта это будет лучше, чем ничего. Таким образом, в случае последнего предложения болельщик получит билет практически бесплатно. Переместившись на один период назад, мы видим, что в конце второй четверти инициатива делать предложение переходит к спекулянту. Но он должен заглянуть вперед и понять, что не может рассчитывать на получение всей стоимости билета за оставшиеся две четверти

* Для простоты аргументации мы представляем этот процесс в виде переговоров один на один. В реальной ситуации может быть несколько болельщиков и несколько спекулянтов, что превращает эту ситуацию в рынок. В представленном на сайте учебнике есть дополнительная глава, посвященная взаимодействию на рынках.

матча. Если спекулянт назовет цену больше 25 долларов (такова стоимость третьей четверти для болельщика), болельщик не согласится, поскольку знает, что чуть позже сможет получить билет на четвертую четверть почти бесплатно. Стало быть, спекулянт должен установить цену не выше 25 долларов. Теперь проанализируем ситуацию в конце первой четверти. Болельщик знает, что, если не купит билет сейчас, впоследствии спекулянт может рассчитывать максимум на 25 долларов, а значит, 25 долларов и есть цена, которую болельщику следует предложить сейчас, чтобы гарантированно получить билет. И наконец, еще перед матчем спекулянт может проанализировать ситуацию и попросить за билет 50 долларов; эта цена включает стоимость первой четверти матча, составляющую 25 долларов, и стоимость оставшихся трех четвертей, также равную 25 долларам. Таким образом, болельщик и спекулянт сразу же ударят по рукам, и билет достанется болельщику за 50 долларов, но чтобы определить эту цену, понадобится пройти весь процесс анализа методом обратных рассуждений*.

Эту историю можно без труда представить в виде более общих рассуждений в отношении переговоров между двумя участниками сделки, А и Б. Предположим, игрок А делает первое предложение о разделе общего излишка, который мы обозначим символом v (в какой-либо валюте, например в долларах). Если игрок Б отказывается его принять, общая имеющаяся сумма уменьшается на x_1, до $(v - x_1)$, после чего игрок Б предлагает ее разделить. Если игрок А опять отказывается, общая сумма уменьшается уже на x_2, до $(v - x_1 - x_2)$, после чего игрок А предлагает ее разделить. Такой процесс взаимных предложений продолжается до тех пор, пока, скажем, после 10 раундов $v - x_1 - x_2 - \ldots - x_{10} = 0$, после чего игра заканчивается. Как обычно в играх с последовательными ходами, начнем наш анализ с конца.

Если игра дошла до того момента, когда остается только x_{10}, игрок Б может сделать последнее предложение, согласно которому он получает «почти весь» излишек, оставив игроку А жалкий цент или что-то около того. Поскольку у игрока А выбор только один — либо получить эту сумму, либо совсем ничего, ему следует принять предложение. Во избежание сложностей с кропотливым отслеживанием мизерных сумм, давайте обозначим этот исход так: «x_{10} игроку Б, 0 игроку А». То же самое сделаем и в других (более ранних) раундах.

Зная о том, что произойдет в раунде 10, переходим к раунду 9. Здесь игрок А должен сделать предложение, после чего остается $(x_9 + x_{10})$. Игрок А знает, что должен предложить игроку Б минимум x_{10}, иначе тот отклонит предложение и переведет

* Для простоты анализа мы исключили вероятность того, что матч может оказаться захватывающим, а значит, стоимость билета может возрастать с каждой очередной четвертью. Такая неопределенность усложняет задачу, но при этом делает ее и более интересной. Способность справляться с такими задачами должна вызвать у вас желание выйти за рамки данного учебника или курса и заняться изучением теории игр на более продвинутом уровне.

игру в раунд 10, где он сможет получить такую большую сумму. Игрок А не хочет предлагать игроку Б больше. Таким образом, в раунде 9 игрок А предложит разделить сумму так, чтобы ему досталась сумма x_9, а игроку Б — x_{10}.

Еще одним раундом ранее, когда остается $x_8 + x_9 + x_{10}$, игрок Б предложит такое разделение, при котором он отдаст игроку А x_9 и оставит себе $(x_8 + x_{10})$. Анализ методом обратных рассуждений позволяет сделать вывод, что в самом первом раунде игрок А предложит разделить сумму так, чтобы оставить себе $(x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9)$ и отдать $(x_2 + x_4 + x_6 + x_8 + x_{10})$ игроку Б. Это предложение будет принято.

Эти формулы можно запомнить с помощью простого приема. Выстройте *гипотетическую* последовательность, в которой отклоняются все предложения. (На самом деле такая последовательность не соответствует действительности.) Затем сложите все суммы, которые были бы потеряны из-за отказов одного игрока. Это и есть то, что получает другой игрок в случае фактического равновесия. Например, когда игрок Б отказался принять первое предложение игрока А, общий имеющийся излишек уменьшился на x_1 и сумма x_1 стала частью того, что получил игрок А в равновесии этой игры.

Если у каждого игрока положительное значение BATNA, данный анализ необходимо несколько модифицировать с учетом этих значений. В последнем раунде игрок Б должен предложить игроку А сумму BATNA, равную a. Если x_{10} больше a, игроку Б достанется $(x_{10} - a)$, если нет, игра должна завершиться до наступления этого раунда. Теперь в раунде 9 игрок А должен предложить игроку Б бóльшую из двух сумм — сумму $(x_{10} - a)$, которую игрок Б может получить в раунде 10, или сумму BATNA, равную b, которую игрок Б может получить за пределами данного соглашения. Этот анализ можно продолжить до раунда 1; мы предоставляем эту возможность вам: выполните его самостоятельно методом обратных рассуждений.

Итак, мы нашли равновесие обратных рассуждений в переговорной игре с чередующимися предложениями и в процессе его поиска описали полные стратегии (исчерпывающие условные планы действий), входящие в состав данного равновесия, а именно *действия* каждого игрока в случае, если бы игра перешла на более поздний этап. На самом деле соглашение достигается сразу же после внесения первого предложения. Более поздние этапы игры так и не наступают: они представляют собой узлы и пути, находящиеся за пределами равновесия. Но, как и всегда при использовании метода обратных рассуждений, в основе исходного действия лежит предположение о том, что игроки сделали бы в этих узлах, если бы дошли до них.

Следует отметить еще один важный момент: *постепенное убывание* (несколько раундов предложений) обеспечивает более равное или справедливое разделение общего выигрыша, чем *резкое убывание* (когда допускается только один раунд переговоров). Во втором случае соглашение не будет достигнуто, если игрок Б отклонит первое предложение игрока А; тогда в соответствии с равновесием обратных рассуждений игрок А попытается оставить себе (почти) весь излишек, в ультимативной форме предложив игроку Б согласиться на мизерную сумму, иначе тот вообще ничего не получит. Последующие раунды предоставляют игроку Б достоверную возможность отказаться от весьма несправедливого первого предложения.

4. Экспериментальные данные

Теория переговорного процесса данного типа достаточно проста, и многие исследователи провели лабораторные или аудиторные эксперименты, в которых воссоздавались условия переговорной игры с убыванием общей величины, чтобы понаблюдать за тем, что на самом деле будут делать испытуемые в подобной ситуации. Мы вкратце упомянули о таких экспериментах в главе 3 в ходе анализа обоснованности метода обратных рассуждений, теперь же рассмотрим их более подробно в контексте переговоров*.

Простейший эксперимент с переговорами — **ультимативная игра**, состоящая всего из одного раунда: игрок А делает предложение, и если игрок Б не принимает его, переговоры заканчиваются и оба ничего не получают. Общая структура организации таких игр следующая: группу игроков собирают либо в одном помещении, либо в сети у компьютеров и распределяют по парам, в которых один игрок становится *предлагающим* (то есть делает предложение или публикует цену), а другой *выбирающим* (то есть принимает или отклоняет предложение или решает, стоит ли покупать по такой цене). Паре предоставляется фиксированный излишек (как правило, 1 доллар или какая-то другая сумма), который предстоит разделить.

Согласно анализу методом обратных рассуждений, игрок А должен предложить игроку Б минимальную единицу (скажем, один цент), а игрок Б должен принять это предложение. Однако фактические результаты кардинально отличаются от теоретического вывода. Когда участники эксперимента находятся в одной комнате, а роль предлагающего присваивается случайным образом, испытуемые чаще всего предлагают разделить излишек в соотношении 50 на 50. При этом фиксируется очень мало предложений о разделении в пропорции 75 на 25 (75% предлагающему и 25% выбирающему), но даже если они и встречаются, их обычно отклоняют.

* Более подробную информацию можно найти здесь: Douglas D. Davis and Charles A. Holt, Experimental Economics (Princeton: Princeton University Press, 1993), pp. 263–69, and The Handbook of Experimental Economics, ed. John H. Kagel and Alvin E. Roth (Princeton: Princeton University Press, 1995), pp. 255–74.

Такие результаты объясняются двумя причинами: либо игроки не могут или не хотят выполнять вычисления, необходимые для анализа методом обратных рассуждений, либо их выигрыши включают в себя нечто иное, чем то, что они получат в ходе этого раунда переговоров. Безусловно, расчеты в ультимативной игре настолько просты, что выполнить их может каждый, а участники большинства таких экспериментов, как правило, студенты университетов. Более вероятное объяснение — это то, которое мы уже выдвинули в разделе 6 главы 3 и в разделе 3 главы 5: теория, исходящая из того, что выигрыши состоят исключительно из суммы, полученной только за один этот раунд переговоров, слишком упрощена и не учитывает ряда факторов.

Выигрыши участников экспериментов могут включать в себя нечто иное. У игроков может быть развито самоуважение или гордость, не позволяющая принимать столь неравное распределение излишка. Даже если предлагающий игрок А не включает этот фактор в собственный выигрыш, но считает, что игрок Б может исходить из него, то для игрока А выигрышной будет стратегия предложить такое разделение излишка, которое бы повысило вероятность того, что игрок Б примет предложение. Предлагающий игрок А взвешивает свой высокий выигрыш в случае предложения меньшей доли игроку Б на фоне риска того, что он может вообще ничего не получить, если игрок Б посчитает его предложение слишком несправедливым.

Еще одно объяснение сводится к тому, что когда участники эксперимента находятся в одном помещении, это не обеспечивает анонимность образования пар. И если испытуемые принадлежат к одной группе, такой как студенты университета или жители одной деревни, они могут высоко ценить отношения с другими членами группы вне рамок игры. В итоге предлагающие игроки опасаются, что предложение слишком неравного разделения излишка может негативно сказаться на этих отношениях. Поэтому они будут делать более щедрые предложения, чем предполагает теория. Если проблема именно в этом, то гарантия анонимности позволит предлагающим игрокам делать более неравные предложения, и результаты экспериментов подтверждают, что так и есть.

И наконец, в процессе воспитания и обучения у людей формируется чувство справедливости, которое может иметь эволюционное значение для общества в целом, а потому стать социальной нормой. Каким бы ни было происхождение этого чувства, именно им руководствуются предлагающие игроки, когда делают более щедрые предложения безотносительно к страху неприятия. Сьюзан Скит провела аудиторные эксперименты с разными ультимативными играми. Студенты, партнерами которых были их знакомые, вели себя заметно «справедливее» при дележе «пирога». Кроме того, некоторые студенты указывали культурные традиции в качестве причины поведения, не соответствующего теоретическим прогнозам.

Экспериментаторы попробовали несколько вариантов основной игры, чтобы провести различие между этими объяснениями. Проблему длительных отношений можно решить посредством более строгих процедур, в явном виде обеспечивающих анонимность. Само по себе это действие немного сказывается на результатах, но все так же не приводит к появлению настолько крайних предложений, как прогнозирует сугубо эгоистичный теоретический анализ методом обратных рассуждений. С оставшимися объяснениями (такими как страх неприятия и глубоко укоренившееся чувство справедливости) нам еще предстоит разобраться.

При рассмотрении так называемой *диктаторской игры* страх неприятия можно исключить. Ее участников снова разбивают на пары. Один игрок (скажем, игрок А) определяет способ разделения, а другой (Б) просто пассивно ждет, что соблаговолит ему выделить игрок А. Теперь разделение становится еще неравноценнее, но даже в этом случае большинство игроков А решают оставить себе не более 70%. Данный результат позволяет предположить, что здесь свою роль играет глубоко укоренившееся чувство справедливости.

Тем не менее такое чувство тоже имеет свои пределы. В ходе некоторых экспериментов чувство справедливости возникало даже при распределении ролей предлагающего и выбирающего в случайном порядке. В одном из вариантов игры участникам эксперимента давали простой тест, и тот, кто справился с ним лучше, получал роль предлагающего. Это вызывало у испытуемых ощущение, что они заслужили эту роль, и в итоге они чаще склонялись к более неравному разделению. Когда диктаторская игра проводилась с предоставлением заслуженных прав и введением более строгих условий анонимности, большинство игроков А оставляли себе все, но некоторые (около 5%) по-прежнему предлагали вариант 50 на 50.

Один из нас (Диксит) провел аудиторный эксперимент, в ходе которого группы по 20 студентов объединяли в один компьютерный кластер. Студентов случайным образом, при сохранении анонимности, разбивали по парам, а затем каждая пара пыталась договориться о распределении 100 баллов. Роли предлагающего и выбирающего не назначались; любой из пары мог сделать или принять предложение, причем в любой момент времени. Игроки, входящие в пару, могли обмениваться мгновенными сообщениями, которые выводились на экраны компьютеров. Раунд переговоров мог закончиться в любой произвольный момент в интервале от 3 до 5 минут; если к этому времени пара не достигала согласия, оба игрока получали ноль баллов. За весь период игры проводилось 10 подобных раундов с разными случайно выбранными соперниками, что устраняло вероятность сотрудничества посредством повторения. Студенты, участвовавшие в эксперименте, поддерживали постоянные отношения вне игры, но, как правило, не знали и не догадывались о том, с кем именно играют в каждом раунде, хотя в ходе эксперимента не предпринималось особых усилий для соблюдения анонимности. Оценка каждого студента за всю игру представляла собой сумму очков, набранных за 10 раундов. Ставки были довольно высокими, поскольку на эту оценку приходилось 5% от итоговой оценки за курс обучения!

Максимальное количество баллов, набранных в ходе игры, составило 515. Студенты, которые быстро согласились на разделение по принципу 50 на 50, получили самые высокие результаты. Те, кто пытался добиться гораздо более неравного распределения баллов или отказался разделить разницу в 10 баллов между разными предложениями и столкнулся с временны́м ограничением, получили низкие результаты*. Создается впечатление, что умеренность и справедливость действительно вознаграждаются, даже если оцениваются в категориях собственного выигрыша.

5. Чередующиеся предложения, модель II: нетерпение

Теперь рассмотрим тип издержек в связи с промедлением в достижении соглашения. Предположим, фактический денежный эквивалент общей величины, подлежащей разделению, не уменьшается, но поскольку деньги имеют для игроков так называемую временну́ю стоимость, они предпочитают раннее достижение соглашения позднему. Игроки делают предложения по очереди (так, как описано в разделе 3), но их временны́е предпочтения таковы, что деньги, полученные сейчас, лучше денег, полученных в будущем.

Для конкретности будем считать, что, по мнению обоих переговорщиков, 95 центов немедленно так же хороши, как и 1 доллар в следующем раунде.

Игрок, предпочитающий что-то прямо сейчас, а не в будущем, нетерпелив и придает меньшее значение будущему по сравнению с настоящим. Мы сталкивались с этой идеей в разделе 2 главы 10 и обнаружили две причины существования данного феномена. Во-первых, у игрока A может быть возможность инвестировать свои деньги (скажем, 1 доллар) сейчас и получить основную сумму плюс проценты и прирост капитала по ставке r, в сумме $(1 + r)$, в следующем периоде (завтра, на следующей неделе, в следующем году или независимо от продолжительности периода). Во-вторых, может иметься определенный риск того, что игра

* Результаты студентов, которые лучше знали математические аспекты теории игр (такие как множества задач), оказались немного ниже средних, поскольку они слишком старались извлечь дополнительную выгоду и встретили сопротивление. Кроме того, женщины справились с игрой немного лучше мужчин.

закончится между текущим моментом и следующим предложением (как в случае внезапного завершения игры в любой момент времени в интервале от 3 до 5 минут в описанном выше аудиторном эксперименте). Если p — вероятность того, что игра продолжится, то у шанса получить 1 доллар в следующем периоде в текущий момент ожидаемая ценность равна всего лишь p.

Рассмотрим переговорный процесс между двумя игроками с нулевыми значениями BATNA. Начнем с того, что один из них (скажем, игрок А) делает предложение о разделении 1 доллара. Если другой (игрок Б) отклонит его, то у него появится возможность сделать свое предложение в следующем раунде. Оба игрока находятся в одинаковом положении, когда каждый делает предложение, поскольку подлежащая разделению сумма всегда равна 1 доллару. Таким образом, в случае равновесия сумма (назовем ее x), которая достается игроку, делающему предложение в текущий момент, одна и та же, независимо от того, кто именно вносит предложение, А или Б. С помощью метода обратных рассуждений найдем уравнение, которое можно решить относительно x.

Предположим, игрок А начинает процесс чередования предложений. Он знает, что игрок Б может получить x в следующем раунде, когда наступит его очередь делать предложение. Поэтому игрок А должен выделить игроку Б сумму, которая как минимум эквивалентна (с точки зрения игрока Б) получению x в следующем раунде; другими словами, сейчас игрок А должен предложить игроку Б минимум $0{,}95x$. (Не забывайте, что для игрока Б 95 центов немедленно эквивалентны 1 доллару в следующем раунде; значит, $0{,}95x$ сейчас — так же хорошо, как и x в следующем раунде.) Игрок А не выделит игроку Б больше, чем требуется для того, чтобы склонить игрока Б принять предложение. В итоге игрок А предлагает игроку Б ровно $0{,}95x$, а себе оставляет $(1 - 0{,}95x)$. Но сумма, получаемая игроком А в момент, когда он делает предложение, равна тому, что мы обозначили как x. Стало быть, $x = 1 - 0{,}95x$, или $(1 + 0{,}95)x = 1$, или $x = 1/1{,}95 = 0{,}512$.

Следует обратить внимание на два аспекта этих вычислений. Во-первых, хотя процесс допускает неограниченную последовательность чередующихся и встречных предложений, в случае равновесия самое первое предложение, которое делает игрок А, будет принято и игра завершится. Поскольку время имеет свою ценность, этот исход эффективен. От издержек в связи с промедлением зависит, сколько игрок А должен предложить игроку Б, чтобы добиться его согласия, а значит, это также влияет на обратные рассуждения игрока А. Во-вторых, игрок, который делает предложение первым, получит больше половины «пирога», а именно 0,512, а не 0,488. Стало быть, каждый игрок получает больше, когда первое предложение делает именно он, а не соперник. Но это преимущество гораздо меньше, чем в ультимативной игре, в которой нет будущих раундов со встречными предложениями.

Теперь предположим, что оба игрока не в равной степени терпеливы (или нетерпеливы, в зависимости от обстоятельств). Игрок Б по-прежнему считает, что 1 доллар в следующем раунде эквивалентен 95 центам сейчас, а игрок А приравнивает 1 доллар в следующем раунде к 90 центам в настоящий момент. Следовательно, игрок А готов принять меньшую сумму, чтобы получить ее быстрее, то есть он более нетерпелив. Такое неравенство уровней нетерпения может привести к неравным выигрышам от переговорного процесса в случае равновесия. Для того чтобы найти равновесие в данном примере, обозначим символом x сумму, которую получит игрок А, если он начинает процесс, и символом y сумму, которую получит игрок Б, если процесс начнет он.

Игрок А знает, что должен выделить игроку Б минимум $0{,}95y$, иначе Б отклонит предложение в пользу суммы y, которую, как ему известно, он сможет получить, когда наступит его очередь делать предложение. Таким образом, сумма x, которую получит игрок А, должна равняться $1 - 0{,}95y$, то есть $x = 1 - 0{,}95y$. Аналогичным образом, когда процесс начинает игрок Б, он знает, что должен выделить игроку А минимум $0{,}90x$ и тогда $y = 1 - 0{,}90x$. Эти два уравнения можно решить относительно x и y:

$$\begin{aligned} x &= 1 - 0{,}95(1 - 0{,}9x), \\ [1 - 0{,}95(0{,}9)]x &= 1 - 0{,}95, \\ 0{,}145x &= 0{,}05, \\ x &= 0{,}345. \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y &= 1 - 0{,}9(1 - 0{,}95y), \\ [1 - 0{,}9(0{,}95)]y &= 1 - 0{,}9, \\ 0{,}145y &= 0{,}10, \\ y &= 0{,}690. \end{aligned}$$

Обратите внимание, что сумма x и y не равна 1, поскольку каждая из этих величин представляет собой выигрыш соответствующего игрока при условии, что он делает предложение первым. Таким образом, когда первое предложение делает игрок А, он получает 0,345, а игрок Б 0,655; когда первое предложение делает Б, он получает 0,69, а игрок А 0,31. Опять же, каждый игрок получает более высокий результат, когда *именно он* делает первое предложение, и снова разница незначительна.

Исход варианта игры с разными уровнями нетерпения существенно отличается от исхода предыдущей игры с одинаковыми уровнями нетерпения. При разных уровнях нетерпения более нетерпеливый игрок А получает намного меньше, чем игрок Б, даже тогда, когда у него есть возможность сделать первое предложение. Мы предполагали, что игрок, соглашающийся на меньшую сумму, чтобы получить ее быстрее, получит в итоге меньше, но разница действительно впечатляющая. Соотношение долей игрока А и Б составляет почти 1 к 2.

Как обычно, теперь на основании этих примеров запишем обобщенные выводы в алгебраическом виде. Допустим, игрок А рассматривает 1 доллар сейчас как эквивалент $(1 + r)$ долларов, полученных на одно предложение позже, или, что то же самое, $1/(1 + r)$ долларов сейчас как эквивалент 1 доллара на одно предложение позже. Для краткости будем использовать в расчетах a вместо $1/(1 + r)$. Аналогичным образом предположим, что игрок Б рассматривает 1 доллар сейчас как эквивалент $(1 + s)$ долларов, полученных на одно предложение позже; будем использовать в расчетах b вместо $1/(1 + s)$. Если значение r высокое (или, что то же самое, a низкое), значит, игрок А весьма нетерпелив. Точно так же, игрок Б нетерпелив, если значение s высокое (или b низкое).

Мы анализируем переговоры, проходящие в виде чередующихся раундов, с общей суммой 1 доллар, которую нужно разделить между двумя игроками с нулевыми значениями BATNA. (Как только вы поймете этот случай, то без труда сможете проанализировать и более общий случай.) Каким будет равновесие обратных рассуждений в этой игре?

Мы можем найти выигрыши в таком равновесии, расширив представленное выше простое доказательство. Допустим, выигрыш игрока А в равновесии обратных рассуждений равен x, если он делает предложение первым, а игрока Б — y, когда первое предложение вносит он. Мы найдем пару уравнений, связывающих значения x и y, а затем решим их, чтобы определить равновесные выигрыши*.

Когда игрок А делает предложение, он знает, что должен выделить игроку Б сумму, которую тот считает эквивалентной y в следующем периоде. Эта сумма составляет $by = y/(1 + s)$. После предложения игроку Б игрок А может получить только то, что осталось: $x = 1 - by$.

Точно так же, когда игрок Б делает предложение, он должен выделить игроку А эквивалент x в следующем периоде, а именно ax. Значит, $y = 1 - ax$. Теперь решить эти уравнения легче. Мы имеем $x = 1 - b(1 - ax)$, или $(1 - ab)x = 1 - b$. Если выразить это уравнение через r и s, оно будет выглядеть так:

$$x = \frac{1-b}{1-ab} = \frac{s+rs}{r+s+rs}.$$

Аналогичным образом $y = 1 - a(1 - by)$, или $(1 - ab)y = 1 - a$. Тогда уравнение примет такой вид:

$$y = \frac{1-a}{1-ab} = \frac{r+rs}{r+s+rs}.$$

* Мы выбрали кратчайший путь, просто предположив, что такое равновесие существует и что выигрыши однозначно определены. Более строгая теория доказывает эти условия. Для того чтобы сделать один шаг в этом направлении, ознакомьтесь с работой John Sutton, Non-Cooperative Bargaining: An Introduction, Review of Economic Studies, vol. 53, no. 5 (October 1986), pp. 709–24. Абсолютно строгая (и достаточно сложная) теория представлена здесь: Ariel Rubinstein, Perfect Equilibrium in a Bargaining Model, Econometrica, vol. 50, no. 1 (January 1982), pp. 97–109.

Хотя это быстрое решение может показаться ловким трюком, оно получено в соответствии с теми же действиями, что и используемые ранее; кроме того, немного ниже мы приведем другую аргументацию, дающую точно такой же ответ. Но сначала проанализируем некоторые свойства этого ответа.

Прежде всего обратите внимание, что, как и в примере с разными уровнями терпения, сумма величин x и y больше 1:

$$x + y = \frac{r + s + 2rs}{r + s + rs} > 1.$$

Помните, что x — это то, что получает игрок А, когда он вправе сделать первое предложение, а y — то, что в аналогичном случае получает игрок Б. Когда игрок А делает предложение первым, игрок Б получает $(1 - x)$, что меньше y; это подтверждает преимущество игрока А в случае, если он делает первое предложение. Точно так же, когда игрок Б делает предложение первым, он получает y, а игрок А $(1 - y)$, что меньше x.

Однако r и s — как правило, небольшие числа. Когда предложения могут быть сделаны с короткими промежутками, скажем, через неделю, или один день, или один час, процент, который может быть начислен на ваши деньги за период между ними, или вероятность того, что игра закончится именно на протяжении следующего промежутка, достаточно мала. Например, если r равно 1% (0,01), а s — 2% (0,02), то формулы дают $x = 0{,}668$ и $y = 0{,}337$, а значит, преимущество от права сделать первое предложение составляет всего 0,005. (Игрок А получает 0,668, когда он сам делает первое предложение, но $1 - 0{,}337 = 0{,}663$, когда его делает игрок Б; разница — 0,005.) Строго говоря, когда r и s — небольшие числа по сравнению с 1, то их произведение rs на самом деле очень мало; следовательно, мы можем исключить rs из формулы приближенного решения задачи разделения, не зависящей от того, какой игрок делает первое предложение:

$$x = \frac{s}{r + s} \text{ и } y = \frac{r}{r + s}.$$

Теперь $x + y$ примерно равно 1.

Важно то, что в приближенном решении x и y — это доли излишка, которые достаются двум игрокам, а $y/x = r/s$; другими словами, доли игроков обратно пропорциональны их степени нетерпения, выраженной в виде r и s. Если игрок Б в два раза нетерпеливее игрока А, то игрок А получит в два раза больше, чем игрок Б; значит, их доли составляют 1/3 и 2/3, или 0,333 и 0,667 соответственно. Таким образом, мы видим, что терпение — важное преимущество в переговорах. Наш формальный анализ подтверждает интуитивный вывод о том, что, если вы очень нетерпеливы, другой игрок может предложить вам быструю, но невыгодную сделку, зная, что вы на нее согласитесь.

Эффект нетерпения вредит США, нашим органам власти и дипломатам на многих переговорах с другими странами. Американский политический процесс придает большое значение скорости. Средства массовой информации, заинтересованные группы и конкурирующие политики требуют немедленных результатов и охотно критикуют администрацию или дипломатов за любое промедление. При таком давлении переговорщики всегда испытывают искушение вернуться хотя бы с каким-то решением. Но зачастую эти результаты оставляют желать лучшего в долгосрочной перспективе; уступки других стран содержат различные уловки, а их обещания далеко не достоверны. Правительство США преподносит такие сделки как большую победу, но через несколько лет они, как правило, расторгаются. Финансовый кризис 2008 года — еще один весьма драматичный пример. Когда произошел крах рынка недвижимости, ряд крупных финансовых учреждений, активы которых были обеспечены ипотечными кредитами, очутились на грани банкротства. Это привело к сокращению размера кредитования, что, в свою очередь, поставило экономику США под угрозу глубокого спада. Кризис разразился в сентябре, в разгар президентской кампании. Министерство финансов, Федеральная резервная система и политические лидеры в Конгрессе стремились действовать быстро. Это нетерпение привело к предложению многим финансовым учреждениям гораздо более щедрых условий спасения, тогда как более медленный процесс обеспечил бы налогоплательщикам менее болезненный результат и открыл бы перед ними гораздо более приемлемые перспективы участия в будущих прибылях на спасенные активы.

Когда люди, потерпевшие убытки, ведут со страховой компанией переговоры о страховом покрытии, их позиция намного слабее. Часто компании предлагают тем, кто понес серьезный ущерб, заниженную сумму страхового возмещения, зная, что им необходимо немедленно начать все сначала, а значит, у них высокая степень нетерпения.

На концептуальном уровне формула $y/x = r/s$ связывает подход к переговорам, основанный на некооперативной игре, с кооперативным подходом решения Нэша, о котором говорилось в разделе 1. Выведенная в этом разделе формула для определения долей имеющегося излишка при нулевых значениях BATNA принимает вид $y/x = k/h$. При кооперативном подходе соотношение между долями двух игроков было таким же, как и соотношение между силой их переговорных позиций, однако предполагалось, что показатели этой силы каким-то образом получены извне. Теперь мы можем объяснить силу переговорных позиций с точки зрения базовых характеристик игроков: значения h и k обратно пропорциональны уровням нетерпения игроков r и s. Иными словами, кооперативному решению Нэша можно дать альтернативную и, возможно, более приемлемую интерпретацию как равновесию обратных рассуждений в некооперативной игре с взаимными предложениями, если мы представим абстрактные показатели силы переговорных позиций в кооперативном решении в виде присущих игрокам характеристик, таких как нетерпение.

И наконец, обратите внимание, что в данном случае соглашение снова может быть достигнуто немедленно, так как самое первое предложение принимается. Как всегда, полный анализ методом обратных рассуждений носит дисциплинирующий характер, поскольку игрок, делающий предложение первым, осознает достоверность того, что другой игрок отклонит менее приемлемый вариант.

В заключение раздела предлагаем альтернативный способ получения той же (точной) формулы равновесных предложений, которую мы вывели ранее. Допустим, игра состоит из 100 раундов; игрок А делает первое предложение, а игрок Б — последнее. Начнем процесс обратных рассуждений с раунда 100: игрок Б оставит себе весь доллар. Следовательно, в раунде 99 игрок А должен предложить игроку Б эквивалент 1 доллара в раунде 100, а именно b; игроку А останется $(1 - b)$. Далее будем выполнять такой же анализ в обратном порядке.

В раунде 98 игрок Б предлагает игроку А $a(1 - b)$ и оставляет себе

$$1 - a(1 - b) = 1 - a + ab.$$

В раунде 97 игрок А предлагает игроку Б $b(1 - a + ab)$ и оставляет себе

$$1 - b(1 - a + ab) = 1 - b + ab - ab^2.$$

В раунде 96 игрок Б предлагает игроку А $a(1 - b + ab - ab^2)$ и оставляет себе

$$1 - a + ab - a^2b + a^2b^2.$$

В раунде 95 игрок А предлагает игроку Б $b(1 - a + ab - a^2b + a^2b^2)$ и оставляет себе

$$1 - b + ab - ab^2 + a^2b^2 + a^2b^3.$$

Продолжив анализ по такой схеме, мы увидим, что в раунде 1 игрок А оставит себе долю

$$1 - b + ab - ab^2 + a^2b^2 - a^2b^3 + \ldots + a^{49}b^{49} - a^{49}b^{50} = (1 - b)[1 + ab + (ab)^2 + \ldots + (ab)^{49}].$$

Последствия увеличения количества раундов очевидны. Мы просто будем получать все больше членов этого ряда, возрастающих в геометрической прогрессии в ab раз на каждых два предложения. Для того чтобы определить выигрыш игрока А в случае, когда он делает первое предложение в бесконечно большой последовательности взаимных предложений, необходимо найти предел бесконечной геометрической прогрессии. В приложении к главе 10 показано, как находить сумму таких рядов. Воспользовавшись представленной там формулой, имеем

$$(1-b)[1+ab+(ab)+(ab)^2+...+(ab)^{49}+...]=\frac{1-b}{1-ab}.$$

Это и есть то же решение для x, что и полученное выше. Путем аналогичных рассуждений вы сможете определить выигрыш игрока Б, когда он делает первое предложение, что позволит вам улучшить понимание материала и навыки вычислений.

6. Манипулирование информацией в процессе переговоров

Мы видели, что результат переговоров в значительной мере зависит от различных характеристик сторон, самые важные из которых — показатели BATNA и уровни нетерпения переговорщиков. До сих пор мы исходили из предположения, что игроки знают характеристики друг друга так же хорошо, как свои собственные. На самом деле мы полагали, что каждый игрок знает то, что известно другому, и т. д.; иначе говоря, что характеристики игроков — это их общее знание. В действительности мы часто ведем переговоры, не зная BATNA или уровня нетерпения другой стороны, а иногда мы не знаем точного значения даже собственного BATNA.

Как мы видели в главе 8, игра с подобной неопределенностью или информационной асимметричностью сопровождается использованием стратегий сигнализирования и скрининга в целях манипулирования информацией. Переговоры изобилуют такими стратегиями. Игрок с хорошим показателем BATNA или высоким уровнем терпения стремится сигнализировать об этом другому игроку. Однако в связи с тем, что игроки часто пытаются имитировать столь выигрышные характеристики, другая сторона скептически отнесется к подобным сигналам и будет тщательно их проверять на предмет достоверности. Кроме того, каждая сторона попытается применить скрининг, воспользовавшись стратегиями, побуждающими другую сторону предпринять действия, раскрывающие ее истинные характеристики.

В данном разделе мы проанализируем некоторые стратегии, применяемые покупателями и продавцами на рынке недвижимости. Большинство американцев проявляют активность на рынке жилья несколько раз в жизни, но у профессиональных агентов или брокеров по операциям с недвижимостью гораздо более обширный опыт в данной области. Более того, рынок недвижимости — один из немногих в США, на котором приемлем и даже приветствуется торг и переговоры по поводу цены, поэтому в нашем распоряжении немалый опыт стратегий в этой сфере. Мы будем опираться на него во многих примерах и интерпретируем в свете концепций и выводов теории игр*.

Когда вы задумываетесь о покупке дома в новом районе, вам вряд ли известен общий диапазон цен на дома интересующего вас типа. Поэтому для начала вы должны выяснить этот диапазон и определить свой показатель BATNA. Это вовсе не означает, что вы должны ознакомиться с объявлениями в газетах или со списками выставленных на продажу домов, составленными агентствами по недвижимости. В местных газетах и на некоторых сайтах публикуется информация о последних реальных операциях с недвижимостью и фактические цены; вам нужно сравнить их с ценами, запрашиваемыми продавцами этих домов, что позволит составить представление о состоянии рынка и возможном диапазоне торга.

Далее следует определить (посредством скрининга) BATNA и уровень нетерпения другой стороны. Если вы покупатель, вам необходимо выяснить, почему дом продается и как давно он выставлен на продажу. Если дом пустует, то почему и какой период? Если владельцы дома разводятся или переехали в другое место и оплачивают новое жилье за счет промежуточного кредита, скорее всего, у них низкий показатель BATNA или высокий уровень нетерпения.

Кроме того, вы должны выяснить соответствующие аспекты предпочтений другой стороны, даже если эти предпочтения покажутся вам иррациональными. Например, некоторые люди считают предложение гораздо ниже запрашиваемой цены оскорблением, поэтому ни на каких условиях не станут продавать дом тому, кто предложит такую цену. Подобные нормы отличаются в разных регионах и в разное время. Имеет смысл выяснить, какова общепринятая практика в этой области.

Важно то, что *принятие* предложения раскрывает более точную информацию об истинной готовности игрока платить, чем любые другие методы, а значит, другой игрок может использовать это свойство с выгодой для себя. Один наш друг, блестящий специалист по теории игр, попытался применить такую уловку. Он торговался по поводу цены торшера. Продавец запросил 100 долларов, и переговоры дошли до того момента, когда наш друг предложил купить торшер за 60 долларов. Продавец согласился, и тут наш друг подумал: «Этот парень готов продать торшер за 60 долларов, значит, его истинная минимальная цена еще ниже.

---

* Информацию о выводах специалистов-практиков мы позаимствовали из следующего источника: Andrée Brooks, Honing Haggling Skills, New York Times, December 5, 1993.

Попробую-ка я выяснить, так ли это». И наш друг сказал: «А как насчет 55 долларов?» Продавец очень расстроился, отказался продавать торшер по любой цене и попросил нашего друга покинуть магазин и больше никогда не возвращаться.

Поведение продавца подтвердило тот факт, что в переговорах совершенно неприемлемо отказываться от предложения после того, как оно было принято. Такая норма имеет смысл в контексте всех переговорных игр, которые ведутся в обществе. Если другой игрок не может по доброй воле принять обсуждаемое предложение без опасений повторения ситуации, как произошедшая с нашим другом, то каждый переговорщик будет ждать, когда другой примет предложение, и весь процесс переговоров застопорится. Стало быть, такое поведение должно быть неприемлемым. Общество может этого добиться, сделав надлежащее поведение социальной нормой, которой люди придерживаются на подсознательном уровне, как это сделал продавец в нашем примере.

В предложении может быть точно указано, что оно открыто на протяжении некоего ограниченного периода; эта оговорка может быть частью самого предложения. В предложениях о работе обычно указывается крайний срок, к которому необходимо дать ответ; магазины объявляют распродажу на ограниченный период. Однако в этом случае предложение должно представлять собой настоящий *пакет* таких условий, как цена и сроки, и нарушение любого из них провоцирует закономерный подсознательный гнев. Например, покупатели очень недовольны, когда, придя в магазин в период распродажи, не находят заявленного в рекламе товара. Магазин должен предложить купон на отсутствующий товар, чтобы клиент мог его купить со скидкой, когда он появится в продаже по обычной цене. Но даже такое предложение создает для покупателей определенные неудобства, поэтому магазин рискует потерять их расположение. В рекламном объявлении о распродаже магазин должен четко указать: «количество товаров ограниченно, купоны на скидки не предоставляются», но даже в этом случае многие покупатели высказывают недовольство, если товар заканчивается.

Следующий пункт в нашем списке стратегий, которые целесообразно использовать в переговорах один на один (как на рынке недвижимости), — сигнализирование о высоком показателе BATNA или высоком уровне терпения. Лучший способ подать сигнал о терпении — *быть* терпеливым. Не делайте встречных предложений слишком быстро, «пусть продавцы думают, что они вас потеряли». Такой сигнал достоверен, поскольку для человека, которому терпение не свойственно, имитация неторопливого подхода слишком обременительна. Кроме того, вы можете также подать сигнал о высоком показателе BATNA, делая вид, что уходите, — распространенная тактика на базарах в других странах, а также на блошиных рынках и гаражных распродажах в Соединенных Штатах.

Даже если у вас низкий BATNA, вы можете взять на себя обязательство не принимать предложение ниже определенного уровня. Такое ограничение действует так же, как и высокий показатель BATNA, поскольку другая сторона не может рассчитывать на то, что вы согласитесь на предложение ниже этого уровня. В контексте операций с недвижимостью вы можете заявить, что у вас нет возможности платить более высокую цену, сославшись на (вымышленного) прижимистого отца, который оплачивает первый взнос, или на жену, которой на самом деле дом не нравится, поэтому она не позволит вам заплатить за него ни на цент больше. Продавцы могут применить аналогичную тактику. В переговорах о повышении заработной платы в качестве такого метода выступает *мандат*. Проводится профсоюзное собрание, на котором принимается резолюция (мандат), наделяющая руководителей профсоюза полномочиями представлять интересы работников на переговорах, но с оговоркой, что переговорщики не должны принимать предложение ниже определенного уровня, указанного в резолюции. Тогда на встрече с руководством компании профсоюзные лидеры могут сказать, что у них связаны руки и нет времени возвращаться к членам профсоюза за разрешением на любое более низкое предложение.

Большинство этих стратегий сопряжены с определенным риском. В то время как вы подаете сигнал о своем терпении посредством ожидания, продавец дома может найти другого заинтересованного покупателя. Пока работодатель и профсоюз ждут уступок с каждой стороны, напряженность может повыситься до такого уровня, что забастовка, которая дорого обойдется обеим сторонам, станет неизбежной. Другими словами, многие стратегии манипулирования информацией — примеры балансирования на грани. В главе 14 мы видели, как в таких играх может наступить неблагоприятный для обеих сторон исход. То же самое можно сказать и о переговорах. *Угрозы* о прекращении переговоров или начале забастовки — это стратегические ходы, нацеленные на более быстрое достижение соглашения или заключение более выгодной сделки для игрока, делающего такой ход. В то же время *фактический* срыв переговоров или начало забастовки — это пример угрозы, которая «пошла не так». Игрок, выдвигающий угрозу (инициирующий балансирование на грани), должен оценить риск и потенциальную выгоду, прежде чем принимать решение о том, становиться ли он на этот путь и насколько далеко можно по нему зайти.

7. Переговоры с участием многих сторон и переговоры по многим вопросам

До сих пор наше обсуждение ограничивалось классической ситуацией, в которой две стороны договариваются о распределении определенного общего излишка. Однако в реальной жизни многие переговоры включают в себя несколько сторон или несколько вопросов одновременно. Хотя такие игры становятся более сложными, зачастую увеличение количества переговорщиков или рассматриваемых тем облегчает процесс достижения взаимовыгодного соглашения. В данном разделе мы кратко рассмотрим эти вопросы*.

А. Переговоры по многим вопросам

В каком-то смысле мы уже рассматривали такие переговоры. Переговоры о цене между продавцом и покупателем всегда включают в себя *два* пункта: 1) объект, который предлагается на продажу или рассматривается на предмет покупки; 2) деньги. Возможность получения взаимной выгоды появляется в случае, когда ценность такого объекта для покупателя выше, чем для продавца, то есть когда покупатель готов отдать за данный объект больше денег, чем продавец готов принять. В таком случае соглашение, достигнутое в ходе переговоров, выгодно обеим сторонам.

Этот принцип применим и в более общем случае. Международная торговля — классический пример. Рассмотрим две гипотетические страны, Фридонию и Илирию. Если Фридония может производить вместо 1 буханки хлеба 2 бутылки вина (используя меньше ресурсов, таких как труд и земля, в процессе выпечки хлеба и направив их на производство большего количества вина), а Илирия может выпускать вместо 1 бутылки вина 1 буханку хлеба (перераспределяя ресурсы в обратном направлении), то вместе они могут произвести больше продукции «из ничего». Предположим, Фридония может выпустить на 200 бутылок вина больше, если выпечет на 100 буханок хлеба меньше, а Илирия может выпечь на 150 буханок хлеба больше, если выпустит на 150 бутылок вина меньше. Такое перераспределение ресурсов позволит этим странам произвести на 50 буханок хлеба и 50 бутылок вина больше, чем они выпускали изначально. Эти хлеб и вино и есть тот «излишек», который обе страны могут создать, если договорятся о том, как его разделить между собой. Допустим, Фридония отдаст Илирии 175 бутылок вина и получит взамен 125 буханок хлеба. Тогда у каждой страны будет на 25 буханок хлеба и 25 бутылок вина больше, чем раньше. Но существует целый диапазон вариантов обмена, соответствующих разным способам разделения выгоды. Один крайний вариант состоит в том, что Фридония может отдать все 200 дополнительных бутылок вина в обмен на 101 буханку хлеба от Илирии; в итоге почти вся выгода от сделки достанется Илирии. С другой стороны, Фридония может отдать только 151 бутылку вина в обмен на 150 буханок хлеба Илирии, и тогда Фридония получит почти всю

* Более подробную информацию по этой теме можно найти здесь: Howard Raiffa, The Art and Science of Negotiation (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1982), parts III and IV.

выгоду от сделки*. Между этими двумя крайними вариантами находится область, в рамках которой обе страны могут вести переговоры о разделении выгоды от обмена продукцией.

Общий принцип понятен. Когда во время переговоров одновременно обсуждаются два или более вопроса и две стороны готовы обменять большее количество чего-то одного на меньшее количество другого в разных пропорциях, то они могут заключить взаимовыгодную сделку. Взаимная выгода может обеспечиваться посредством обмена в соотношении, находящемся примерно посредине между разными уровнями готовности двух сторон к обмену. Разделение выгоды зависит от выбора соотношения, в котором будет осуществляться обмен. Чем оно ближе к уровню готовности одной стороны к обмену, тем меньшую выгоду она получит от данной сделки.

Теперь вы видите, как можно расширить возможности для заключения взаимовыгодной сделки путем одновременного рассмотрения большего количества вопросов. При этом повышается вероятность обнаружить расхождения между соотношениями оценок двух сторон, а значит, появляется больше перспектив для взаимной выгоды. Например, в ситуации с домом многие приборы и предметы мебели могут не пригодиться продавцу в новом доме, но зато могут устраивать покупателя и соответствовать его вкусу, а значит, представлять для него ценность. В таком случае, если продавца не удастся уговорить снизить цену, он может хотя бы согласиться включить эти предметы в исходную цену ради заключения сделки.

Тем не менее увеличение количества обсуждаемых вопросов имеет свои минусы. Если для вас что-то представляет большую ценность, вы можете побояться выносить этот вопрос за стол переговоров. Вас может беспокоить, что другая сторона добьется от вас значительных уступок, зная о вашем желании защитить столь ценный для вас предмет переговоров. В худшем случае новая тема обсуждения в ходе переговоров может обеспечить одной стороне возможность применить угрозу, которая снизит BATNA другой стороны. Например, страна, ведущая дипломатические переговоры, может оказаться в уязвимом положении в результате введения экономического эмбарго, поэтому она предпочла бы рассматривать политические и экономические вопросы по отдельности.

---

* Экономисты используют концепцию менового отношения, или цены, выраженной здесь в виде количества бутылок вина, которые можно обменять на одну буханку хлеба. Важно то, что вероятность получения выгоды для обеих стран есть при любом соотношении в диапазоне от 2:1, при котором Фридония может конвертировать хлеб в вино, и соотношением 1:1, при котором это может сделать Илирия. При соотношении, близком к 2:1, Фридония отдает почти все свои дополнительные 200 бутылок вина и получает немногим более 100 буханок хлеба, которыми она пожертвовала ради производства дополнительного вина; следовательно, Илирия получает почти всю выгоду. Напротив, если соотношение близко к 1:1, почти всю выгоду получает Фридония. Предмет переговоров — разделение выгоды, а значит, меновое отношение или цена, по которой эти страны должны обмениваться продукцией.

Б. Переговоры с участием многих сторон

Переговоры с одновременным участием нескольких сторон также могут способствовать достижению соглашения, поскольку вместо заключения двусторонних сделок переговорщики могут найти круг взаимных уступок. В этой ситуации международная торговля — самый показательный пример. Предположим, Соединенные Штаты эффективно выращивают пшеницу, но менее продуктивны в производстве автомобилей; у Японии высококачественные автомобили, но нет нефти, а у Саудовской Аравии много нефти, но нет возможности выращивать пшеницу. Ведя переговоры попарно, эти страны достигли бы гораздо меньшего, а вместе могут заключить взаимовыгодную сделку.

Как и переговоры по многим вопросам, переговоры с участием нескольких сторон несут определенные риски. Скажем, в нашем примере сделка сводилась бы к следующему: США отправляют оговоренное количество пшеницы в Саудовскую Аравию, та предоставляет оговоренный объем нефти Японии, та, в свою очередь, отправляет соответствующее количество автомобилей Соединенным Штатам. Но представим, что Япония не выполнит свою часть договора. Саудовская Аравия не может принять мер против Соединенных Штатов, поскольку она не предлагает им ничего, что могла бы не предоставлять. Единственное, что может сделать Саудовская Аравия, — это нарушить условия сделки и не отправлять нефть в Японию. Следовательно, гарантировать выполнение многостороннего соглашения весьма проблематично. Генеральное соглашение по тарифам и торговле в период с 1946 по 1994 год, а в дальнейшем Всемирная торговая организация действительно столкнулись с большими трудностями в отношении выполнения соглашений и наложения взысканий на страны, нарушающие установленные правила.

Резюме

Переговоры сводятся к попыткам разделить их сторонами *излишек* (избыточную стоимость), который они могут получить при условии достижения соглашения. Переговоры можно представить как *кооперативную* игру, в которой стороны совместно находят и реализуют решение, либо как (структурированную) *некооперативную* игру, в которой стороны выбирают стратегии по отдельности и пытаются достичь равновесия.

Кооперативное решение Нэша основано на трех принципах: инвариантность исходов к линейным изменениям размера выигрышей, *эффективность* и инвариантность к исключению посторонних альтернатив. Это решение представляет собой правило, определяющее соотношение разделения излишка, превышающего уровни страховочных выигрышей каждой стороны (обозначаемые также термином *лучшая* *альтернатива обсуждаемому соглашению, BATNA*), в соответствии с силой переговорных позиций сторон. Стратегические манипуляции со страховочными выигрышами могут использоваться для повышения выигрыша одной из сторон.

В некооперативной среде с *чередующимися и встречными предложениями* для поиска равновесия используется анализ методом обратных рассуждений, как правило, приводящих к принятию предложения, сделанного в первом раунде. Если стоимость излишка с каждым отказом *убывает*, сумма (гипотетических) его долей, потерянных из-за отказов одного игрока, представляет собой выигрыш другого игрока в случае равновесия. Если отсрочка соглашения сопряжена с большими издержками из-за *нетерпения*, равновесное предложение подразумевает разделение излишка обратно пропорционально уровням нетерпения сторон. Экспериментальные данные свидетельствуют, что для достижения соглашения в таких играх их участники часто предлагают больше, чем необходимо; считается, что подобное поведение связано с анонимностью игроков и их представлениями о справедливости.

В переговорных играх с асимметричной информацией большую роль играют сигнализирование и скрининг. Одни стороны стремятся сообщить о высоком уровне BATNA или величайшем терпении, другим необходимо применить скрининг для получения правдивой информации о наличии этих характеристик. В переговорах по многим вопросам или со многими участниками порой легче достичь соглашения, но при этом они сопряжены с более высоким уровнем риска или трудностями с обеспечением выполнения условий соглашений.

Ключевые термины

Излишек
Кооперативное решение Нэша
Лучшая альтернатива соглашению, BATNA
Нетерпение
Переговоры с переменной угрозой
Убывание излишка
Ультимативная игра
Чередующиеся предложения
Эффективная граница
Эффективный исход

Упражнения с решениями

S1. Рассмотрим ситуацию с переговорами между Compaq Computer Corporation и калифорнийским бизнесменом, которому принадлежал домен www.altavista.com*. Компания Compaq, недавно поглотившая Digital

* Подробности этой переговорной игры представлены здесь: "A Web Site by Any Other Name Would Probably Be Cheaper," Boston Globe, July 29, 1998; Hiawatha Bray's "Compaq Acknowledges Purchase of Web Site," Boston Globe, August 12, 1998.

Equipment Corporation, хотела использовать веб-адрес этого бизнесмена для поисковой системы Digital, у которой был тогда адрес www.altavista.digital.com. Судя по всему, летом 1998 года между Compaq и бизнесменом велись долгие и трудные переговоры о цене продажи этого домена.

Хотя бизнесмен был «более мелким» участником игры, окончательное соглашение подразумевало продажу домена по цене 3,35 миллиона долларов. В августе компания Compaq подтвердила его покупку, а в сентябре начала его использовать, но отказалась сообщать финансовые подробности сделки. С учетом этой информации выскажите свое мнение о возможных значениях BATNA двух игроков, силе их переговорных позиций и уровне нетерпения, и был ли достигнут кооперативный исход в этой игре.

S2. Али и Баба делят общую сумму, которая стартует с сотни долларов. Али делает первое предложение, в котором оговорено, как будут разделены 100 долларов. Если Баба его примет, игра завершится. Если отклонит, общая сумма сократится на 1 доллар и составит 99 долларов. И дальше Баба делает предложение. Так они поочередно делают предложения, и каждый раз, когда предложение отклоняется, из общей суммы вычитается один доллар. BATNA Али составляет 2,25 доллара, а BATNA Бабы — 3,50 доллара. Найдите равновесие обратных рассуждений в этой игре.

S3. Две гипотетические страны Эуфория и Милишия ведут переговоры об урегулировании конфликта. Их представители встречаются раз в месяц, начиная с января, и по очереди делают предложения. Допустим, общая сумма выигрыша от достижения соглашения составляет 100 баллов. В ноябре правительству Эуфории предстоят перевыборы. Если на октябрьской встрече оно не добьется заключения договора, то проиграет выборы, что для него так же плохо, как и получить от соглашения ноль баллов. Правительство Милишии абсолютно не интересует исход соглашения; оно может продолжить переговоры или даже начать воевать, поскольку его устроит любой выигрыш, даже намного меньше 100 баллов.

a) Каким будет исход переговоров? Как он зависит от того, кто сделает первый ход?

b) С учетом ответа, полученного в пункте a, объясните, почему реальные переговоры часто ведутся вплоть до крайнего срока.

Упражнения без решений

U1. Вспомните вариант игры в установление цены на пиццу из пункта b упражнения **U2** в главе 10, в котором один ресторан (ресторан Донны Deep Dish) был гораздо больше другого (ресторан Пирса Pizza Pies). Таблица выигрышей этой игры выглядит так:

		Pizza Pies Пирса	
		Высокая цена	Низкая цена
Deep Dish Донны	Высокая цена	156, 60	132, 70
	Низкая цена	150, 36	130, 50

Некооперативное равновесие в доминирующих стратегиях («высокая цена» / «низкая цена») обеспечивает прибыль 132 пиццерии Донны и 70 пиццерии Пирса, что в сумме равно 202. Если бы владельцы обоих ресторанов могли достичь равновесия («высокая цена» /«высокая цена»), их общая прибыль составила бы 156 + 60 = 216, но Пирс не согласился бы на такую цену. Предположим, рестораны могут достичь поддающегося принудительному выполнению соглашения, по условиям которого оба назначают высокую цену и Донна выплачивает Пирсу определенную сумму. Альтернатива такому соглашению — некооперативное равновесие в доминирующих стратегиях. Владельцы ресторанов ведут переговоры о заключении соглашения, причем переговорная позиция Донны в 2,5 раза сильнее, чем Пирса. Какую сумму выплатит Донна Пирсу по условиям соглашения, достигнутого в результате переговоров?

U2. Рассмотрим двух игроков, договаривающихся по поводу излишка, изначально равного целой величине V, посредством чередующихся предложений. Другими словами, игрок 1 делает предложение в первом раунде; если игрок 2 отклоняет его, он делает предложение во втором раунде; если игрок 1 отклоняет его, он делает предложение в третьем раунде и т. д. Предположим, на протяжении каждого периода имеющийся излишек уменьшается на постоянную величину $c = 1$. Например, если игроки достигают соглашения во втором раунде, они делят излишек $V - 1$, если в пятом раунде, то $V - 4$. Это означает, что игра закончится после V раундов, поскольку больше будет не о чем договариваться. (Для сравнения вспомните пример с билетом на футбол, в котором его стоимость для болельщика начиналась со 100 долларов и снижалась на 25 долларов за одну четверть в течение четырех четвертей матча.) В этой задаче сперва необходимо найти равновесие обратных рассуждений, а затем равновесие обобщенной версии этой игры, в которой два игрока могут иметь BATNA.

a) Начнем с простой версии. Найдите равновесие обратных рассуждений при $V = 4$. В каком периоде игроки достигнут соглашения? Какой выигрыш x получит игрок 1 и какой выигрыш достанется игроку 2?

b) Найдите равновесие обратных рассуждений при $V = 5$.

c) Найдите равновесие обратных рассуждений при $V = 10$.

d) Найдите равновесие обратных рассуждений при $V = 11$.

e) Теперь подготовьтесь обобщить результат. Каким будет равновесие обратных рассуждений при любом целом значении V? (Подсказка: вам нужно проанализировать четные и нечетные значения V по отдельности.)

Теперь рассмотрите BATNA. Представим, что к концу раунда V соглашение не достигнуто, игрок А получает выигрыш a, а игрок Б — выигрыш b. Предположим также, что a и b — целые числа, удовлетворяющие неравенству $a + b < V$, а значит, достигнув соглашения, игроки могут получить более высокие выигрыши, чем в противном случае.

f) Допустим, $V = 4$. Каким будет равновесие обратных рассуждений при любых возможных значениях a и b? (Подсказка: вам может понадобиться вывести более чем одну формулу, точно так же как в пункте e. Если вы не справитесь с этой задачей, попытайтесь сперва решить ее при конкретных значениях a и b, а затем измените их и посмотрите, что произойдет. Для того чтобы выполнить анализ методом обратных рассуждений, вам необходимо определить, на каком шаге значение V уменьшается до такого уровня, что соглашение больше не будет обеспечивать прибыль двум сторонам переговоров.)

g) Предположим, $V = 5$. Каким будет равновесие обратных рассуждений при любых возможных значениях a и b?

h) Каким будет равновесие обратных рассуждений при любых возможных значениях a, b и V?

i) Смягчите условие о том, что a, b и V — целые числа: пусть они будут неотрицательными, удовлетворяющими неравенству $a + b < V$. Также измените предположение, что значение V уменьшается на 1 каждый период: пусть оно уменьшается за каждый период на постоянную величину $c > 0$. Найдите равновесие обратных рассуждений в этой обобщенной задаче.

U3. Пусть x — сумма, которую просит игрок А, а y — сумма, которую просит игрок Б при первом предложении в переговорной игре с чередующимися предложениями при наличии нетерпения. Степень их нетерпения составляет r и s соответственно.

a) Если мы используем приближенные формулы $x = s/(r + s)$ для x и $y = r/(r + s)$ для y, а также если игрок Б в два раза нетерпеливее игрока А, то А получит две трети излишка, а Б — одну треть. Проверьте правильность этого результата.

b) Пусть $r = 0{,}01$, а $s = 0{,}02$. Сравните значения x и y, найденные с помощью метода аппроксимации, с более точными решениями для x и y, найденными посредством формул $x = (s + rs)/(r + s + rs)$ и $y = (r + rs)/(r + s + rs)$, выведенных в данной главе.

Глоссарий

В данном глоссарии представлены ключевые термины, встречающиеся в тексте. Мы старались дать им словесные, логически точные определения, а не подробные математические, как в более сложных учебниках.

BATNA — см. **Лучшая альтернатива обсуждаемому соглашению**.

Агент (agent) — более информированный игрок в игре с асимметричной информацией «принципал–агент». Принципал (менее информированный игрок) в таких играх пытается разработать механизм, позволяющий ему привести стимулы агента в соответствие со своими стимулами.

Анализ наилучших ответов (best-response analysis) — поиск в игре равновесий Нэша посредством вычисления функций или построения кривых наилучших ответов каждого игрока и их одновременное решение для стратегий всех игроков.

Английский аукцион (English auction) — то же, что и **аукцион на повышение**.

Асимметричная информация (asymmetric information) — информация в игре считается асимметричной, если некоторые аспекты проведения игры (правила относительно разрешенных действий, порядок выполнения ходов при их наличии, выигрыш как функция стратегий игроков, последствия случайного выбора «природы», а также сведения о предыдущих действиях фактических участников игры) известны одним игрокам, но не являются общим знанием всех остальных игроков.

Аукцион «платят все» (all-pay auction) — аукцион, в котором каждый участник, подающий заявку, должен выплатить в его конце максимальную заявленную сумму, даже если она не выиграет аукцион.

Аукцион Викри (Vickrey auction) — то же, что и **закрытый аукцион**.

Аукцион второй цены (second-price auction) — аукцион, в котором побеждает участник, предложивший самую высокую цену, но выплачивает сумму, равную величине второй самой высокой цены. Обозначается также термином **аукцион Викри**.

Аукцион на повышение (ascending auction) — открытый аукцион, в ходе которого аукционист принимает предложения о повышении цены, а побеждает самая высокая ставка. Второе название — **английский аукцион**.

Аукцион на понижение (descending auction) — открытый аукцион, в ходе которого аукционист объявляет возможные цены в порядке убывания. Первый человек, который примет объявленную цену, делает предложение о покупке и выигрывает аукцион. Обозначается также термином **голландский аукцион**.

Аукцион первой цены (first-price auction) — аукцион, в котором побеждает участник, предложивший самую высокую цену, и выплачивает ее.

Аукцион янки (Yankee auction) — аукцион, в ходе которого на продажу выставляется множество единиц определенного товара; участники торгов могут подавать заявку на покупку одной или более единиц одновременно.

Байесовское равновесие Нэша (Bayesian Nash equilibrium) — равновесие Нэша в игре с ассиметричной информацией, в которой игроки используют теорему Байеса, чтобы сделать правильные выводы из своих наблюдений за действиями других игроков.

Балансирование на грани (brinkmanship) — угроза, которая создает риск, но не неизбежность исхода игры, неблагоприятного для обоих участников, если другой игрок игнорирует пожелание в отношении своих действий и постепенно повышает риск до тех пор, пока один из игроков не уступит или пока не наступит неблагоприятный исход игры.

Безбилетник (free rider) — участник коллективной игры, который стремится извлечь выгоду из положительного внешнего эффекта, полученного усилиями других игроков, не прилагая к этому своих усилий.

Бесконечный интервал (infinite horizon) — повторяющиеся решения или игровые ситуации, не имеющие определенного завершения в фиксированный конечный промежуток времени.

Бинарный метод (binary method) — категория методов голосования, в соответствии с которыми его участники выбирают одну из двух альтернатив за один раз.

Битва полов (battle of the sexes) — игра, в которой у каждого участника есть две стратегии — например, «жесткая» и «мягкая», при этом 1) стратегии «жесткая»/«мягкая» и «мягкая»/«жесткая» — равновесия Нэша; 2) из этих двух равновесий Нэша каждый игрок предпочитает такое сочетание стратегий, при котором он придерживается жесткой стратегии, а соперник мягкой; 3) оба игрока предпочитают эти равновесия Нэша двум другим сочетаниям стратегий — «жесткая»/«жесткая» и «мягкая»/«мягкая».

Вероятностная угроза (probabilistic threat) — стратегический ход, носящий характер угрозы, но с оговоркой, что при наступлении события, порождающего угрозу (действия соперника в случае сдерживания или бездействие в случае принуждения), приводится в действие механизм случайного выбора и, если того потребует полученный результат, угроза реализуется. Характер этого механизма и вероятность его запуска должны выражаться в виде взятых ранее обязательств.

Вероятность (probability) — вероятность случайного события — это количественная мера возможности его наступления. В случае событий, наблюдаемых в ходе повторных испытаний, это частота их наступления за длительный период. Для уникальных событий и других ситуаций, в которых неопределенность может быть заложена в мышлении человека, используются другие показатели, такие как субъективная вероятность.

Ветвь (branch) — каждая ветвь, исходящая из узла в дереве игры, соответствует одному действию, которое можно предпринять в этом узле.

Взаимодействие со многими партнерами (playing the field) — эволюционная игра со множеством участников, в которой все члены группы играют одновременно, а не разбиты попарно для ведения игр с двумя участниками.

Взыскание (penalty) — мы обозначаем этим термином разовые расходы (такие как штрафы), которые вводятся в игру, чтобы стимулировать игроков предпринимать действия, отвечающие их общим интересам.

Внешний эффект (external effect) — эффект, возникающий, когда действия одного человека приводят к изменению выигрыша другого человека или группы людей. Внешний эффект **положителен**, если действия человека повышают выигрыши других людей (например, сетевой эффект), и **отрицателен**, если приводит к уменьшению выигрышей (как загрязнение окружающей среды или дорожные заторы). Обозначается также термином **экстерналия** и **сопутствующий эффект**.

Внешняя неопределенность (external uncertainty) — неуверенность игрока во внешних обстоятельствах, таких как погодные условия или качество продукта.

Вторжение мутантов (invasion by a mutant) — появление небольшой доли мутантов в популяции.

Вторичный критерий (secondary criterion) — сравнение приспособленности мутанта с приспособленностью члена доминирующей популяции, когда каждый играет против мутанта.

Выигрыш (payoff) — показатель (как правило, количественный), который участник игры стремится максимально увеличить.

Генотип (genotype) — ген или совокупность генов, которая создает фенотип и может передавать признаки от одного поколения к другому. (В социальных или экономических играх процесс размножения можно интерпретировать в более широком смысле как процесс обучения или познания.)

Гистограмма (histogram) — диаграмма, в которой данные отображаются в виде столбиков определенной высоты (или длины).

Голландский аукцион (Dutch auction) — то же, что и **аукцион на понижение**.

Голосование в несколько туров (rounds) — процедура голосования, согласно которой оно проводится в несколько этапов. Обозначается также термином **многоэтапная процедура голосования**.

Голосование методом ранжирования (rank-choice voting) — то же, что и **система единого передаваемого голоса**.

Дерево игры (game tree) — представление игры в виде дерева, состоящего из узлов, ветвей, концевых узлов и связанных с ними выигрышей.

Дерево решений (decision tree) — представление задачи последовательного принятия решений, стоящей перед одним человеком, в виде дерева, состоящего из узлов, ветвей, концевых узлов и связанных с ними выигрышей.

Дилемма заключенных (prisoners' dilemma) — игра, в которой у каждого игрока есть две стратегии, например «сотрудничество» и «отказ от сотрудничества»; при этом 1) для каждого игрока стратегия «отказ от сотрудничества» доминирует над стратегией «сотрудничество»; 2) комбинация стратегий «отказ от сотрудничества» / «отказ от сотрудничества» для обоих игроков хуже комбинации стратегий «сотрудничество»/«сотрудничество».

Дискретное распределение (discrete distribution) — распределение вероятностей, в котором случайные переменные могут иметь только дискретное множество значений, например целые числа.

Диффузия ответственности (diffusion of responsibility) — ситуация, когда действия одного или нескольких членов большой группы достаточно, чтобы обеспечить желаемый результат, но каждый член группы считает, что ответственность за совершение этого действия лежит на ком-то другом.

Доминируемая стратегия (dominated strategy) — стратегия X является для игрока доминируемой при наличии такой другой стратегии Y, которая при каждой возможной конфигурации стратегий других игроков обеспечивает ему более высокий выигрыш, чем стратегия X.

Доминирующая стратегия (dominant strategy) — стратегия X является для игрока доминирующей, если при каждой возможной конфигурации стратегий других игроков она обеспечивает ему более высокий выигрыш, чем его другие стратегии. (Иными словами, функция наилучших ответов этого игрока постоянна и равна X.)

Достоверность (credibility) — стратегия достоверна, если ее продолжение во всех узлах, будь то в рамках равновесного пути или за его пределами, оптимально для подыгры, начинающейся в данном узле.

Закидывание удочки (shilling) — практика, к которой прибегают продавцы на аукционе, сводящаяся к подаче фальшивых заявок на покупку выставленного на продажу объекта.

Закрытые торги (sealed bid) — метод проведения аукциона, при котором заявки подаются конфиденциально до наступления указанного срока, зачастую в запечатанных конвертах.

Замыкание (locked in) — ситуация, когда игроки продолжают поддерживать неблагоприятное для всех равновесие Нэша по сравнению с другим равновесием Нэша.

Игра (game) — ситуация действия, в которой есть два или более взаимно осведомленных игрока, а исход игры для каждого из них зависит от действий всех игроков.

Игра в доверие (assurance game) — игра, в которой каждый игрок имеет две стратегии, например «сотрудничать» и «не сотрудничать»; при этом наилучшим ответом каждого игрока является стратегия «сотрудничать», если другой игрок идет на сотрудничество, и стратегия «не сотрудничать», если другой игрок отказывается от сотрудничества, а исход «сотрудничать» / «сотрудничать» для обоих игроков лучше исхода «не сотрудничать» / «не сотрудничать».

Игра в труса (chicken) — игра, в которой у каждого игрока есть две стратегии, например «мачо» и «тюфяк», причем 1) исходы «мачо» / «тюфяк» и «тюфяк» / «мачо» — равновесия Нэша; 2) из этих двух равновесий Нэша каждый игрок предпочитает исход, где он играет роль мачо, а соперник — тюфяка; 3) исход «мачо» / «мачо» — самый неблагоприятный для обоих.

Игра в труса в реальном времени (chicken in real time) — игра в труса, при которой решение «свернуть» принимается не с самого начала, а в каждый текущий момент, и если ни один из игроков не принимает его, с течением времени риск столкновения постепенно повышается.

Игра с нулевой суммой (zero-sum game) — игра, в которой сумма выигрышей всех игроков равна нулю по каждой конфигурации их стратегий. (Это частный случай **игры с постоянной суммой**, но на практике они ничем не отличаются, поскольку прибавление постоянной величины ко всем выигрышам любого игрока не оказывает никакого влияния на его выбор.)

Игра с постоянной суммой (constant-sum game) — игра, в которой сумма выигрышей всех игроков представляет собой одну и ту же величину при любой комбинации стратегий. Поэтому между игроками существует жесткий конфликт интересов: более высокий выигрыш одного игрока означает снижение выигрыша всех остальных игроков. Когда размеры выигрышей подобраны таким образом, чтобы постоянная сумма равнялась нулю, это **игра с нулевой суммой**.

Игра «ястреб–голубь» (hawk–dove game) — эволюционная игра, в которой члены одного вида или популяции могут размножаться, чтобы следовать одной из стратегий — «ястреб» или «голубь»; в зависимости от выигрышей игра между парой произвольно выбранных членов популяции может быть либо дилеммой заключенных, либо игрой в труса.

Излишек (surplus) — излишек участника переговорной игры — это превышение его выигрыша над **BATNA**.

Индекс Коупленда (Copeland index) — индекс, отражающий результат альтернативы в процессе парного сравнения, когда победы, ничьи и поражения получают разное количество баллов.

Инструменты скрининга (screening devices) — методы, используемые для осуществления скрининга.

Информационное множество (information set) — совокупность узлов (на **дереве игры**), между которыми игрок не может провести различия при выполнении того или иного действия. Следовательно, его стратегии ограничены условием, что он должен выбирать одно и то же действие во всех точках информационного множества. При этом важно, чтобы во всех его узлах, из которых исходит одинаковое количество ветвей с одинаковыми обозначениями, действовал один и тот же игрок.

Искреннее голосование (sincere voting) — голосование, в ходе которого избиратель отдает голос за альтернативу, которую считает на данный момент лучшей, независимо от конечного результата.

Итеративное исключение доминируемых стратегий (iterated elimination of dominated strategies) — многократно повторяющийся процесс последовательного анализа стратегий игроков с поочередным исключением всех доминируемых стратегий до тех пор, пока такое исключение не станет невозможным.

Квантильное равновесие (quantal-response equilibrium, QRE) — концепция решения, допускающая возможность совершения ошибок игроками; при этом вероятность определенной ошибки меньше в случае более дорогостоящих ошибок.

Кондорсе метод (Condorcet method) — метод голосования, при котором побеждает альтернатива, превосходящая любую другую альтернативу при парном сравнении по принципу большинства.

Кондорсе парадокс (Condorcet paradox) — даже если ранжирование индивидуальных предпочтений избирателей транзитивно, нет никаких гарантий, что ранжирование социальных предпочтений, сформированное посредством голосования по методу Кондорсе, также будет транзитивным.

Кондорсе элементы (Condorcet terms) — совокупность бюллетеней, которая создает парадокс Кондорсе и должна логически обеспечивать равное распределение голосов между тремя возможными альтернативами. В выборах с участием трех кандидатов А, Б и В элементы парадокса Кондорсе — это три бюллетеня, в которых отображены такие предпочтения: кандидат А предпочитается кандидату Б, а кандидат Б — кандидату В; кандидат Б предпочитается кандидату В, а кандидат В — кандидату А; кандидат В предпочитается кандидату А, а кандидат А — кандидату Б.

Контракт (contract) — в контексте теории игр способ обеспечения доверия к стратегическому ходу посредством взятия на себя правовых обязательств по выполнению действия, в отношении которого были высказаны намерения, угрозы или обещания, при наступлении оговоренного события.

Концевой узел (terminal node) — узел, представляющий конечную точку **дерева игры**, в которой правила игры не допускают дальнейших ходов, а игроки получают свои выигрыши.

Кооперативная игра (cooperative game) — игра, в которой игроки совместно выбирают и реализуют стратегии или в которой выполнение соглашений о совместных действиях обеспечивается непосредственно общими усилиями всех игроков.

Кооперативное решение Нэша (Nash cooperative solution) — исход игры, при котором излишек, имеющийся в распоряжении участников переговоров, делится пропорционально силе их переговорных позиций.

Координационная игра (coordination game) — игра с несколькими равновесиями Нэша, в которой игроки единодушны в отношении их преимуществ и предпочитают любое равновесие вариантам с его отсутствием. Для достижения предпочтительного равновесия в качестве исхода игры игроки должны так или иначе координировать свои действия.

Корень (root) — то же, что и **начальный узел** дерева игры.

Коэффициент дисконтирования (discount factor) — показатель в повторяющейся игре, на который умножаются выигрыши следующего периода, чтобы сделать их сопоставимыми с выигрышами текущего периода.

Кривая наилучших ответов (best-response curve) — график, отражающий лучшую стратегию одного игрока как функцию от стратегий другого игрока (игроков) по всему диапазону этих стратегий.

Лидерство (leadership) — ситуация в дилемме заключенных с асимметричными игроками, в которой крупный игрок решает сотрудничать, даже зная, что более мелкие игроки могут его обмануть.

Личная ценность (private value) — аукцион называется аукционом с личной ценностью, если выставленный на продажу объект имеет индивидуальную ценность для участников торгов. Обозначается также термином **субъективная ценность**.

Лучшая альтернатива обсуждаемому соглашению (best alternative to a negotiated agreement, **BATNA**) — выигрыш в переговорной игре, который игрок получил бы за счет других возможностей, если бы не удалось достичь соглашения относительно предмета переговоров.

Матрица игры (game matrix) — таблица, размерность которой равна количеству участников игры; стратегии каждого игрока расположены по одной из размерностей (строка, столбец, страница, …), а в каждой ячейке отображаются выигрыши всех игроков в заданном порядке, который соответствует конфигурации стратегий, обеспечивающих результат данной ячейки. Обозначается также терминами **таблица игры** и **таблица выигрышей**.

Машина судного дня (doomsday device) — устройство, которое при определенных обстоятельствах генерирует крайне неблагоприятный для всех игроков результат. Используется для придания достоверности серьезной угрозе.

Медианный избиратель (median voter) — избиратель, который находится в середине (50-м перцентиле) распределения.

Метод относительного антибольшинства (antiplurality method) — метод позиционного голосования, при котором избирателям предлагается голосовать против одного пункта в списке (или за все пункты, кроме одного).

Многоэтапная процедура голосования (multistage procedure) — процедура, состоящая из нескольких раундов голосования. Обозначается также термином **голосование в несколько раундов**.

Множественный метод (plurative method) — любой метод голосования, позволяющий избирателям рассматривать список из трех или более альтернатив одновременно.

Мономорфизм (monomorphism) — все члены данного вида или популяции демонстрируют одну и ту же модель поведения.

Моральный риск (moral hazard) — ситуация с асимметричностью информации, в которой действия одного игрока не поддаются непосредственному наблюдению другими игроками.

Мутация (mutation) — появление нового генотипа.

Наблюдаемое действие (observable action) — действие игрока, о котором известно другим игрокам еще до выполнения ответных действий. В сочетании с необратимостью действия это важное условие игры с последовательными ходами.

Наилучший ответ (best response) — стратегия, оптимальная для одного игрока с учетом стратегий, фактически использованных другими игроками, или убеждение этого игрока в отношении выбора стратегий другими игроками.

Наказание (punishment) — мы обозначаем этим термином расходы, которые могут быть возложены на игрока в контексте повторяющихся отношений (что зачастую приводит к их разрыву), чтобы побудить его совершить действия, отвечающие общим интересам всех игроков.

Намеренное снижение цены (shading) — стратегия, в соответствии с которой цена, предлагаемая участниками торгов за выставленный на продажу объект, чуть ниже его подлинной оценочной стоимости.

Начальный узел (initial node) — отправная точка в игре с последовательными ходами. (Обозначается также как **корень дерева**.)

Не расположенный к риску (risk-averse) — лицо, принимающее решение (или участник игры), считается не склонным к риску, если оно предпочитает заменить розыгрыш денежных сумм в лотерее ожидаемой денежной стоимостью той же лотереи, которую непременно получит.

Неблагоприятный отбор (adverse selection) — разновидность асимметричности информации, при которой определенный тип игрока (см. **Тип**) имеет личную информацию (доступные стратегии, выигрыши…), неизвестную другим игрокам в явном виде.

Независимые события (independent events) — события Y и Z считаются независимыми, если фактическое наступление одного не приводит к изменению вероятности наступления другого. Иными словами, условная вероятность наступления события Y в случае наступления события Z имеет то же значение, что и безусловная вероятность наступления события Y.

Неисключаемые блага (nonexcludable benefits) — блага, которые доступны каждому члену общества независимо от того, внес ли он свой вклад в их создание.

Нейтральная эволюционно устойчивая стратегия (neutral ESS) — эволюционно устойчивая стратегия, которая продолжает действовать в популяции, но может сосуществовать с небольшим количеством мутантов, имеющих такую же приспособленность, как и доминирующий тип.

Нейтральный к риску (risk-neutral) — лицо, принимающее решение (или участник игры), считается нейтральным к риску, если для него не имеет значения, что выбрать: розыгрыш денежных сумм в лотерее или ожидаемую денежную стоимость той же лотереи, которую оно непременно получит.

Неконкурентные блага (nonrival benefits) — блага, использование которых одним человеком не мешает другому человеку тоже ими пользоваться.

Некооперативная игра (noncooperative game) — игра, в которой каждый игрок выбирает и осуществляет свои действия в индивидуальном порядке, без каких-либо соглашений о совместных действиях, выполнение которых непосредственно обеспечивается другими игроками.

Необратимое действие (irreversible action) — действие, которое не может быть отменено более поздним действием. В сочетании с наблюдаемостью действия это важное условие игры с последовательными ходами.

Непересекающиеся события (disjoint) — события считаются непересекающимися, если они не могут происходить одновременно.

Непрерывная стратегия (continuous strategy) — выбор из непрерывного диапазона вещественных значений, имеющихся в распоряжении игрока.

Непрерывное распределение (continuous distribution) — распределение вероятностей, при котором случайные переменные могут иметь непрерывный диапазон значений.

Неравновесная подыгра (off-equilibrium subgame) — подыгра, начинающаяся в узле, который не лежит на равновесном пути игры.

Неравновесный путь игры (off-equilibrium path) — путь игры, который не является результатом выбора игроками стратегий, обеспечивающих совершенное равновесие подыгры.

Несовершенная информация (imperfect information) — игра с совершенной информацией происходит в случае, если каждый игрок в каждой точке, в которой наступает его очередь ходить, знает всю историю игры вплоть до этой точки, в том числе результаты любых действий, предпринятых «природой», или предыдущие действия других игроков, включая чистые стратегии и фактические результаты любых смешанных стратегий, которые они могут использовать в игре. В противном случае мы говорим об игре с несовершенной информацией.

Нетерпение (impatience) — стремление получить выигрыш как можно быстрее. Количественно измеряется с помощью коэффициента дисконтирования.

Нетранзитивное ранжирование (intransitive ordering) — ранжирование предпочтений, при котором образуется цикл и которое не является **транзитивным**.

Норма (norm) — модель поведения, сформировавшаяся в обществе в процессе обучения или культурного развития на уровне, при котором человек, ведущий себя иначе, сталкивается с отрицательными психологическими последствиями.

Нормальная форма (normal form) — представление игры в виде матрицы игры, в различных размерностях которой (столбцах, строках и т. д.) отображены имеющиеся в распоряжении каждого игрока стратегии (может быть множество сложных, если игра состоит из нескольких ходов), а результаты и выигрыши представлены в многомерных ячейках матрицы. Также называется **стратегической формой**.

Нормальное распределение (normal distribution) — часто используемое статистическое распределение, при котором **функция распределения** имеет форму колоколообразной кривой.

Обещание (promise) — действие одного игрока (например, игрока А) перед началом игры, устанавливающее правило ответа, которое гласит, что если другой (игрок Б) выберет действие, указанное игроком А, то игрок А предпримет в ответ оговоренное действие, невыгодное для А и выгодное для Б (обеспечивающее ему более высокий выигрыш). (Чтобы это было выполнимо, игрок А должен иметь возможность начинать игру вторым.)

Обратная индукция (backward induction) — то же, что и **обратные рассуждения**.

Обратные рассуждения (rollback) — анализ выбора, который делают рациональные игроки во всех узлах дерева игры, начиная с концевого узла и продвигаясь в обратном направлении к начальному узлу.

Общая ценность (common value) — аукцион называется аукционом с общей ценностью, если выставленный на продажу объект имеет одинаковую ценность для всех участников торгов, но каждый участник знает только приблизительное возможное значение этой ценности. Обозначается также термином **объективная ценность**.

Объединение типов (pooling of types) — исход сигнальной или скрининговой игры, в которой игроки различных типов придерживаются одной и той же стратегии и получают эквивалентные выигрыши, поэтому тип невозможно распознать посредством наблюдений за действиями игрока.

Объединяющее равновесие (pooling equilibrium) — совершенное байесовское равновесие в игре с асимметричной информацией, при котором находящиеся в равновесии действия невозможно использовать для распознавания типа игрока.

Объективная ценность (objective value) — то же, что и **общая ценность**.

Обязательство (commitment) — сделанное на предварительном этапе игры заявление о том, какое действие игрок обязательно предпримет в предстоящей игре.

Одновременные ходы (simultaneous moves) — ходы считаются одновременными, если каждый игрок вынужден их делать, не зная о выборе других игроков.

Одобрительное голосование (approval voting) — метод голосования, при котором избиратели отдают голоса за все предпочитаемые альтернативы.

Ожидаемая полезность (expected utility) — взвешенное по вероятности среднее (статистическое среднее или математическое) ожидание полезности, соответствующее всем возможным вариантам случайного выбора «природы» или смешанным стратегиям игроков.

Ожидаемое значение (expected value) — взвешенное по вероятности среднее значение случайной переменной, другими словами — статистическое среднее или математическое ожидание.

Ожидаемый выигрыш (expected payoff) — взвешенное по вероятности среднее (статистическое среднее или математическое) ожидание выигрышей одного игрока в игре, соответствующее всем возможным реализациям случайного выбора «природы» или смешанным стратегиям игроков.

Отбор (selection) — динамический процесс, в ходе которого доля более приспособленных фенотипов в популяции увеличивается от одного поколения к другому.

Открытые торги (open outcry) — способ проведения аукциона, в соответствии с которым цена предлагается открыто, то есть так, чтобы все это слышали или видели.

Отправная цена (reserve price) — минимальная цена, установленная продавцом объекта, выставленного на аукцион; если ни одно предложение не превышает отправной цены, объект не продается.

Отрицательно коррелированные переменные (negatively correlated) — две случайные переменные отрицательно коррелированы, если, с точки зрения математического ожидания, значение одной переменной выше ожидаемого значения, тогда как другой ниже ожидаемого значения.

Отсечение (pruning) — использование анализа методом обратных рассуждений для определения и исключения из дерева игры тех ветвей, которые не будут выбраны в случае рационального ведения игры.

Парадокс перестановки (reversal paradox) — парадокс, возникающий во время голосования с участием минимум четырех альтернатив, когда после подачи голосов одна из альтернатив исключается из дальнейшего рассмотрения и это исключение меняет личность победителя.

Парадокс повестки дня (agenda paradox) — ситуация во время голосования, в которой порядок сравнения пар альтернатив в ходе нескольких раундов голосования определяет окончательный результат.

Парное голосование (pairwise voting) — метод голосования, в соответствии с которым одновременно рассматриваются только две альтернативы.

Первичный критерий (primary criterion) — сравнение приспособленности мутанта с приспособленностью члена доминирующей популяции, когда каждый играет против члена доминирующей популяции.

Переговоры с переменной угрозой (variable-threat bargaining) — двухэтапная игра, в которой на первом этапе можно предпринять действие, способное изменить **BATNA** обоих переговорщиков (в определенных пределах), а на втором этапе переговоры приводят к решению Нэша на основании этих BATNA.

Плюралистическое неведение (pluralistic ignorance) — ситуация с коллективным действием, в которой ни один человек не знает наверняка, какое действие необходимо предпринять, поэтому каждый исходит из действия или бездействия других, что приводит к преобладанию неправильных вариантов выбора.

Победитель по Кондорсе (Condorcet winner) — альтернатива, которая побеждает в выборах по **Кондорсе методу**.

Повторяющаяся игра (repeated play) — ситуация, когда однократная игра с одновременными ходами проводится повторно на протяжении следующих друг за другом периодов. Таким образом, полная игра является смешанной и состоит из последовательности игр с одновременными ходами.

Подавление сигнала (signal jamming) — ситуация в сигнальной игре, когда информированный игрок «плохого» типа имитирует стратегию игрока «хорошего» типа, тем самым предотвращая разделение или обеспечивая объединение. Термин чаще всего используется в случае, если рассматриваемое действие представляет собой смешанную стратегию.

Подсчет Бордá (Borda count) — метод позиционного голосования, при котором голосующие указывают порядок своих предпочтений по списку альтернатив. Победившая альтернатива определяется посредством присвоения баллов на основании позиции соответствующей альтернативы в каждом бюллетене.

Подыгра (subgame) — игра, которая представляет собой фрагмент или остаток более крупной игры и начинается не в начальном узле последней.

Позиционный метод (positional method) — метод голосования, при котором победившая альтернатива устанавливается посредством использования информации о позиции альтернатив в избирательном бюллетене для определения количества баллов, которые учитываются при подсчете голосов.

Полиморфизм (polymorphism) — эволюционно устойчивое равновесие, в котором подмножества членов популяции (в иных случаях однородной) демонстрируют различные формы поведения, или фенотипы.

Положительная обратная связь (positive feedback) — ситуация, в которой действие одного человека повышает выигрыш другого человека или людей, совершающих такие же действия, тем самым усиливая их заинтересованность в выполнении этого действия.

Положительно коррелированные переменные (positively correlated) — когда значение одной переменной выше ожидаемого значения, а значение другой переменной также выше ожидаемого значения и наоборот, считается, что две случайные переменные положительно коррелированы.

Полуразделяющее равновесие (semiseparating equilibrium) — то же, что и **частично раскрывающее равновесие**.

Последовательное исключение доминируемых стратегий (successive elimination of dominated strategies) — то же, что и **итеративное исключение доминируемых стратегий.**

Последовательные ходы (sequential moves) — ходы в игре считаются последовательными, если ее правила определяют строгий порядок, согласно которому в каждом узле только один игрок предпринимает действие, опираясь на знания о действиях, выполненных (другими игроками или им самим) в предыдущих узлах.

Постепенное повышение риска обоюдного ущерба (gradual escalation of the risk of mutual harm) — ситуация, когда вероятность выполнения действия, составляющего суть вероятностной угрозы, со временем повышается, если соперник продолжает отказываться выполнить то, на достижение чего направлена угроза.

Правило наилучших ответов (best-response rule) — функция, описывающая стратегию, оптимальную для одного игрока при каждой комбинации стратегий, фактически использованных другими игроками, или убеждение этого игрока в отношении выбора стратегий другими игроками.

Правило ответа (response rule) — правило, которое определяет вашу реакцию на различные действия других игроков.

Правило сложения вероятностей (addition rule) — если наступление события X требует наступления любого из нескольких непересекающихся событий $Y, Z, \ldots$, то вероятность события X равна сумме вероятностей событий $Y, Z, \ldots$.

Правило умножения вероятностей (multiplication rule) — если наступление события X требует одновременного наступления *всех* независимых событий $Y, Z, \ldots$, то вероятность наступления события X равна *произведению* вероятности наступления отдельных событий $Y, Z, \ldots$.

Предельная личная выгода (marginal private gain) — изменение выигрыша отдельного игрока в результате небольшого изменения одного из параметров непрерывной стратегии, имеющейся в его распоряжении.

Предельная социальная выгода (marginal social gain) — изменение совокупного социального выигрыша в результате небольшого изменения одного из параметров непрерывной стратегии, выбранной одним игроком.

Предпочтения с одним максимумом (single-peaked preferences) — ранжирование предпочтений, в котором рассматриваемые альтернативы могут быть упорядочены по какому-то одному параметру; у каждого избирателя есть одна идеальная или самая предпочтительная альтернатива, а остальные альтернативы с более низким рейтингом, отдаленные от самой предпочтительной альтернативы, должны неизменно обеспечивать более низкие выигрыши.

Преимущество второго хода (second-mover advantage) — преимущество, присутствующее в игре, когда при выборе между возможностью ходить первым или вторым игрок выбрал бы второе.

Преимущество первого хода (first-mover advantage) — преимущество, присутствующее в игре, когда при выборе между возможностью ходить первым или вторым игрок выбрал бы первое.

Приведенная стоимость (present value, PV) — общая величина выигрыша за определенный период, рассчитанная как сумма выигрышей за отдельные периоды, умноженных на соответствующий коэффициент дисконтирования, для того чтобы сделать их сопоставимыми с выигрышами начального периода.

Принуждение (coercion) — в контексте коллективных игр попытка заставить игрока принять более низкий выигрыш при асимметричном равновесии в игре с коллективным действием, тогда как другие игроки, находящиеся в более выгодном положении, получают более высокие выигрыши. В данном контексте используется также термин **притеснение**.

Принуждение (compellence) — попытка склонить другого игрока (игроков) к действиям, направленным на изменение существующего положения вещей указанным способом.

Принцип минимальной дифференциации (principle of minimum differentiation) — то же, что и пункт 2 **теоремы о медианном избирателе**.

Принцип относительного большинства (plurality rule) — метод голосования, при котором одновременно рассматриваются две или более альтернативы и побеждает альтернатива, набирающая наибольшее количество голосов. Победителю достаточно набрать больше голосов, чем остальные альтернативы: ему не нужно большинство (более 50%) голосов, как того требует система голосования, основанная на **принципе простого большинства** голосов.

Принцип простого большинства (majority rule) — метод голосования, при котором побеждает альтернатива, получившая большинство (более 50%) голосов.

Принцип простого большинства со вторым туром (majority runoff) — двухэтапная система голосования, в соответствии с которой если ни одна из альтернатив не набирает большинства голосов в первом туре, проводится второй тур. Две альтернативы, получившие самое большое количество голосов в первом туре, выходят во второй тур, в ходе которого определяется победитель.

Принципал (principal) — менее информированный игрок в игре с асимметричной информацией «принципал–агент». В таких играх принципал стремится разработать механизм, побуждающий более информированного игрока (агента) совершать действия, выгодные для принципала.

Принятие экстерналии (internalize the externality) — предложение человеку вознаграждения за внешние выгоды, которые он обеспечивает остальной части общества, или взыскание штрафа за внешние издержки, которые он возлагает на остальную часть общества, с тем чтобы привести его личные мотивы в соответствие с принципом социальной оптимальности.

Приспособленность (fitness) — ожидаемый выигрыш фенотипа в эволюционных играх против случайно выбранных соперников из данной популяции.

Притеснение (oppression) — в коллективных играх то же самое, что и **принуждение**.

Проблема коллективного действия (collective action problem) — проблема достижения оптимального для общества в целом исхода игры, в случае если интересы некоторых или всех членов общества приводят к получению другого исхода в качестве равновесия в некооперативной игре.

Проблема «принципал–агент», агентская проблема (principal–agent [agency] problem) — ситуация, в которой менее информированный игрок (принципал) стремится разработать механизм, создающий для более информированного игрока (агента) стимулы к совершению действий, выгодных для себя (принципала).

Продолжение (continuation) — продолжение стратегии из (не начального) узла, что составляет оставшуюся часть плана действий в соответствии с этой стратегией, применимой к подыгре, которая начинается в этом узле.

Проклятие победителя (winner's curse) — ситуация в ходе аукциона с общей ценностью, когда каждый участник торгов может составить субъективную оценку этой ценности, но только покупатель с самой высокой оценкой предложит самую высокую цену и выиграет аукцион, а значит, велика вероятность чрезмерного завышения оценки. В ходе рационального расчета стратегии торгов это необходимо учесть и надлежащим образом снизить предлагаемую цену, чтобы устранить данный эффект.

Пропорциональное представительство (proportional representation) — избирательная система, при которой места в законодательном органе власти распределяются пропорционально доле каждой партии в общем количестве голосов избирателей.

Процедура внесения поправок (amendment procedure) — процедура, в соответствии с которой любой исправленный вариант предложения должен победить в голосовании против первоначального варианта, прежде чем победившая версия будет поставлена на голосование против действующей.

Путь игры (path of play) — путь, проходящий по дереву игры (связывающий непрерывный ряд узлов и ветвей), который возникает как результат конфигурации стратегий игроков, подчиняющихся правилам игры. (См. также **равновесный путь игры**.)

Равновесие (equilibrium) — конфигурация стратегий, при которой стратегия каждого игрока наилучший ответ на стратегии остальных игроков.

Равновесие дешевого разговора (cheap talk equilibrium) — в игре, в которой после коммуникации между игроками (которая не оказывает прямого воздействия на их выигрыши) следует выбор ими фактических стратегий, равновесие дешевого разговора представляет собой такое равновесие, при котором стратегии выбираются оптимальным образом с учетом интерпретации игроками этой коммуникации, причем оптимальный выбор коммуникации на первом этапе обеспечивается посредством просчитывания последующих действий.

Равновесие Нэша (Nash equilibrium) — конфигурация стратегий (по одной для каждого игрока), при которой стратегия каждого игрока будет для него наилучшей с учетом стратегий других игроков. (Равновесие Нэша возможно как в чистых, так и в смешанных стратегиях.)

Равновесие обратных рассуждений (rollback equilibrium) — стратегии (исчерпывающие планы действий) каждого игрока, оставшиеся после отсечения всех возможных ветвей дерева игры в ходе применения метода обратных рассуждений.

Равновесие пустого разговора (babbling equilibrium) — в игре, в которой после коммуникации между игроками (которая не оказывает прямого воздействия на их выигрыши) следует выбор ими фактических стратегий, равновесие пустого разговора представляет собой такое равновесие, при котором выбор стратегий осуществляется без учета этой коммуникации, а значит, на первом этапе коммуникация между игроками может быть произвольной.

Равновесный путь игры (equilibrium path of play) — **путь игры**, которого фактически придерживаются участники игры с последовательными ходами при выборе стратегии равновесия обратных рассуждений.

Равномерное распределение (uniform distribution) — часто используемое вероятностное распределение, при котором график **функции распределения** горизонтальный, а данные равномерно распределены в каждой точке всего диапазона возможных значений.

Разделение типов (separation of types) — исход сигнальной или скрининговой игры, в которой игроки различных типов придерживаются разных стратегий и получают разные выигрыши, поэтому тип игрока можно распознать посредством наблюдений за его действиями.

Разделяющее равновесие (separating equilibrium) — совершенное байесовское равновесие в игре с асимметричной информацией, при котором находящиеся в равновесии действия раскрывают тип игрока.

Разработка механизма (mechanism design) — процесс, в ходе которого принципал в задаче «принципал–агент» разрабатывает правила игры для обеспечения оптимальных (с точки зрения принципала) стимулов для агента.

Разрешимая по доминированию игра (dominance solvable) — игра, в которой последовательное исключение доминируемых стратегий приводит к получению однозначно определенного результата, то есть оставляет по одной стратегии на каждого игрока.

Ранжирование социальных предпочтений (social ranking) — ранжирование предпочтений группы избирателей, которое формируется посредством агрегирования предпочтений каждого члена группы.

Рационализируемая стратегия (rationalizable) — стратегия называется рационализируемой для игрока, если она представляет собой его оптимальный выбор с учетом убеждения в отношении того, какую стратегию (чистую или смешанную) выберет другой игрок (игроки), при условии, что это убеждение формируется с осознанием того, что другие игроки делают подобные расчеты и формируют убеждения аналогичным способом. (Эта концепция более общая, чем концепция равновесия Нэша, и обеспечивает исходы игры, которые могут основываться только на общем знании игроков о рациональности.)

Рационализируемость (rationalizability) — концепция решения игры. Перечень стратегий (по одной на каждого игрока) представляет собой рационализируемый исход игры, если каждая стратегия в нем рационализируема для игрока, который ее выбрал.

Рациональная иррациональность (rational irrationality) — выбор стратегии, которая в конечном счете оказывается неоптимальной, но служит рациональной стратегической цели обеспечения достоверности угрозы или обещания.

Рациональное поведение (rational behavior) — точно рассчитанное стремление к выполнению полной и внутренне непротиворечивой целевой функции (функции выигрыша).

Резервированная цена (reservation price) — максимальная сумма, которую участник торгов готов заплатить за выставленный на продажу объект.

Репутация (reputation) — использование выигрышей в будущих или связанных играх для обеспечения достоверности угроз или обещаний в случае, если их достоверность не была подтверждена в однократной или изолированной игре.

Решение (decision) — действие в пассивной среде, в которой человек может делать выбор, не заботясь о реакции или ответных действиях других людей.

Робастность (robustness) — показатель количества групп ранжирования предпочтений избирателя, которые не являются диктаторскими, удовлетворяют условию независимости от посторонних альтернатив и свойству Парето, а также обеспечивают транзитивное **социальное ранжирование** предпочтений.

Самоотбор (self-selection) — происходит в случае, когда различные типы игроков по-разному реагируют на тот или иной метод скрининга, тем самым раскрывая свой тип через свои действия.

Санкция (sanction) — наказание, одобренное обществом и назначенное его члену, который нарушает общепринятую модель поведения.

Свойство безразличия соперника (opponent's indifference property) — равновесная смешанная стратегия одного игрока в игре с двумя участниками должна быть такой, чтобы другому игроку было безразлично, какую стратегию выбрать из всех чистых стратегий, которые фактически используются в данной комбинации стратегий.

Сдерживание (deterrence) — попытка склонить другого игрока (игроков) к действиям, направленным на сохранение статус-кво.

Сигнализирование (signaling) — стратегия более информированного игрока, направленная на достоверную передачу «хорошей» информации менее информированному игроку.

Сигналы (signals) — инструменты, используемые в процессе сигнализирования.

Система единого передаваемого голоса (single transferable vote) — метод голосования, при котором каждый голосующий ранжирует кандидатов, включенных в один избирательный бюллетень, в порядке предпочтения. Если ни одна альтернатива не получает большинства голосов, отданных за первое место, альтернатива с самым низким рейтингом исключается из списка, а голоса избирателей, отдавших этому кандидату первое место, передаются кандидату, указанному в списке вторым. Процесс продолжается до тех пор, пока не появится альтернатива, получившая большинство голосов. Обозначается также терминами **принцип мгновенного второго тура** и **голосование методом ранжирования**.

Система мгновенного второго тура (instant runoff) — то же, что и **система единого передаваемого голоса**.

Система прокси-ставок (proxy bidding) — процесс, посредством которого покупатель предлагает максимальную цену (обозначается термином **резервированная цена**) за выставленный на продажу объект, а третья сторона вместо него участвует в торгах, увеличивая цену с минимальным шагом сверх любой текущей ставки, но не превышая при этом установленный покупателем максимум.

Скрининг (screening) — стратегия менее информированного игрока, направленная на получение достоверной информации от более информированного игрока.

Сложный процент (compound interest) — при инвестировании на более чем один период процент за любой отдельно взятый период начисляется на всю сумму, накопленную до этого момента, причем не только на основную сумму, но и на проценты, накопленные за все предыдущие периоды, что также требует начисления процентов на проценты за предыдущий период.

Смешанная стратегия (mixed strategy) — смешанная стратегия игрока сводится к случайному выбору из первоначально найденных чистых стратегий, который должен быть сделан с заданной вероятностью.

Смешанный метод (mixed method) — многоэтапная система голосования, в которой в разных турах выборов используется множественное и бинарное голосование.

Совершенная информация (perfect information) — считается, что в ходе игры с совершенной информацией игроки не сталкиваются ни со стратегической, ни с внешней неопределенностью.

Совершенное байесовское равновесие (perfect Bayesian equilibrium, PBE) — равновесие, при котором стратегия каждого игрока оптимальная во всех узлах с учетом его убеждений, которые корректируются в каждом узле посредством использования байесовского правила в свете информации, доступной в данной точке, включая прошлые действия игроков.

Совершенное равновесие подыгры (subgame-perfect equilibrium, SPE) — такая совокупность стратегий (исчерпывающих планов действий), при которой их продолжение в любой подыгре остается оптимальным (представляет собой часть равновесия обратных рассуждений) независимо от того, будет ли данная подыгра равновесной или неравновесной. Это обеспечивает достоверность всех стратегий.

Соглашение (convention) — линия поведения, автоматическое принятие которой считается фокальной точкой, поскольку каждый человек заинтересован придерживаться ее, если предполагается, что остальные также должны это делать (поэтому игра относится к категории игр в доверие). Обозначается также термином **традиция**.

Сопутствующий эффект (spillover effect) — то же, что и **внешний эффект**.

Социальный оптимум (social optimum) — в коллективной игре, в которой можно обеспечить содержательное объединение выигрышей отдельных игроков, социальный оптимум достигается в случае, когда общая сумма выигрышей участников игры максимизируется.

Спойлер (spoiler) — третий кандидат, который вступает в борьбу между двумя фаворитами предвыборной гонки, чтобы снизить шансы лидирующего кандидата на победу в выборах.

Стратегическая игра (strategic game) — см. **игра**.

Стратегическая неопределенность (strategic uncertainty) — неопределенность игрока в отношении ходов соперника, сделанных в прошлом или одновременно с ходами самого игрока.

Стратегическая форма (strategic form) — то же, что и **нормальная форма**.

Стратегические ходы (strategic moves) — действия, предпринимаемые накануне игры, которые меняют стратегии или выигрыши последующей игры, тем самым меняя ее исход в пользу игрока или игроков, делающих эти ходы.

Стратегическое голосование (strategic voting) — голосование в соответствии со своей оптимальной рациональной стратегией, выработанной посредством анализа дерева игры, отражающего процедуру голосования, методом обратных рассуждений.

Стратегическое искажение предпочтений (strategic misrepresentation of preferences) — стратегическое поведение избирателей в случае использования метода обратных рассуждений для обнаружения того факта, что они могут добиться для себя лучшего результата, голосуя не в строгом соответствии со своим порядком предпочтений.

Стратегия (strategy) — исчерпывающий план действий участника игры, определяющий, какие действия он должен предпринимать в каждом узле дерева игры, в котором наступает его очередь ходить в соответствии с правилами игры (независимо от того, находятся ли эти узлы на равновесном пути игры). Если два или более узла образуют информационное множество, то указанное действие должно быть одним и тем же во всех этих узлах.

Стратегия бесповоротного наказания (grim strategy) — стратегия, подразумевающая полный отказ игрока от сотрудничества с соперником, если тот хотя бы раз обманет его. Используется в качестве угрозы наказания при попытке поддерживать сотрудничество.

Стратегия равноценных ответных действий, «око за око» (tit-for-tat, TFT) — в повторяющейся дилемме заключенных стратегия «око за око» сводится к следующему: 1) сотрудничать в первой игре; 2) а затем в каждом последующем периоде повторять действие другого игрока, выполненное им во время предыдущего периода.

Стратегия, которая не может быть наилучшим ответом (never a best response), — стратегия не может быть наилучшим ответом игрока, если по каждому списку стратегий, выбранных другими игроками (или по списку стратегий, которые, по мнению данного игрока, выбирают другие игроки), его наилучшим ответом будет другая стратегия. (Такие стратегии могут быть разными для разных списков стратегий других игроков.)

Субъективная ценность (subjective value) — то же, что и **личная ценность**.

Сходимость ожиданий (convergence of expectations) — способность участников некооперативной игры выработать общее понимание стратегий, на выбор которых они рассчитывают.

Сыворотка правды Викри (Vickrey's truth serum) — наш собственный термин для обозначения ситуации, когда при проведении закрытого аукциона второй цены доминирующая стратегия каждого покупателя — предложение цены, соответствующей подлинной оценочной стоимости выставленного на продажу объекта.

Таблица выигрышей (payoff table) — то же, что и **матрица игры**.

Таблица игры (game table) — то же, что и **матрица игры**.

Тактика салями (salami tactics) — способ ослабления угрозы посредством совершения последовательности действий, которые настолько незначительны, что другому игроку не имеет смысла приводить угрозу в исполнение.

Теорема Байеса (Bayes' theorem) — алгебраическая формула для оценки вероятности определенного исходного события на основании информации о его наблюдаемых последствиях.

Теорема Гиббарда — Саттертуэйта (Gibbard–Satterthwaite theorem) — при наличии трех или более альтернатив единственный метод, препятствующий стратегическому голосованию, — это диктатура, когда один человек играет роль диктатора, а его предпочтения определяют итоги голосования.

Теорема о медианном избирателе (median voter theorem) — если политический спектр одномерен, а каждый избиратель имеет предпочтения с одним максимумом, 1) политика, которой отдает наибольшее предпочтение медианный избиратель, станет победителем по Кондорсе; 2) в выборах с участием двух кандидатов стремящиеся к власти политики выберут платформы, тяготеющие к позиции, наиболее предпочитаемой медианным избирателем. (Теорема также известна под названием **принцип минимальной дифференциации**.)

Теорема о невозможности (impossibility theorem) — теорема, которая гласит, что ни один метод агрегирования предпочтений не может удовлетворять шести критериям, установленным Кеннетом Эрроу.

Тип (type) — игроки, обладающие разной закрытой информацией в игре с асимметричной информацией, считаются игроками разных типов.

Традиция (custom) — то же, что и **соглашение**.

Транзитивное ранжирование (transitive ordering) — ранжирование предпочтений, при котором: если вариант А предпочтительнее варианта Б, а вариант Б — варианта В, то вариант А будет предпочительнее варианта В.

Триггерная стратегия (trigger strategy) — в повторяющейся игре эта стратегия подразумевает сотрудничество до тех пор, пока соперник не откажется от него, после чего первый игрок также отказывается от сотрудничества на протяжении оговоренного периода.

Убеждение (belief) — мнение одного игрока о выборе стратегии другими игроками, которым он руководствуется при выборе оптимальной стратегии.

Убывание (decay) — уменьшение с течением времени общего излишка, подлежащего разделению между участниками переговоров, если им не удастся достичь соглашения за определенный временно́й промежуток в их ходе.

Угроза (threat) — действие одного игрока (скажем, игрока А) накануне игры, определяющее правило ответа, которое гласит, что если другой игрок Б выберет действие, оговоренное игроком А, то игрок А предпримет в ответ указанное действие, причиняющее ущерб игроку Б (уменьшающее его выигрыш), хотя его совершение невыгодно и игроку А. (Чтобы это реализовать, у игрока А должна быть возможность начать игру вторым.)

Узел (node) — точка, из которой исходят ветви или заканчивается ветвь **дерева решений**, или **дерева игры**.

Узел действия (action node) — узел, в котором игрок выбирает одно из нескольких возможных действий.

Узел решения (decision node) — узел решения в дереве решений или дереве игры обозначает точку игры, в которой предпринимается то или иное действие.

Ультимативная игра (ultimatum game) — разновидность переговоров, при которой один игрок делает предложение об определенном разделении общей суммы излишка, а другому игроку ничего не остается, как принять это предложение или позволить игре завершиться без достижения соглашения, когда оба игрока получат нулевой излишек.

Условие (ограничение) совместимости стимулов (incentive-compatibility condition [constraint]) — ограничение на схему стимулирования или инструмент скрининга, которое делает оптимальным для агента (более информированного игрока) каждого типа раскрытие своего истинного типа посредством предпринимаемых действий.

Условие (ограничение) участия (participation condition [constraint]) — ограничение на схему стимулирования или метод отбора, обеспечивающие более информированному игроку как минимум такой же высокий ожидаемый выигрыш, как и тот, который он может получить вне данных отношений.

Условие Блэка (Black's condition) — то же, что и условие **предпочтения с одним максимумом**.

Условие приемлемости (acceptability condition) — верхний предел вероятности выполнения угрозы при балансировании на грани, выраженный в виде функции от вероятности ошибки, показывающей верхний предел риска, на который готов пойти игрок, выдвигающий угрозу.

Условие эффективности (effectiveness condition) — нижний предел вероятности выполнения угрозы при балансировании на грани, выраженный в виде функции от вероятности ошибки, показывающей нижний предел риска, при котором тот, кому выдвинута угроза, будет готов пойти навстречу пожеланиям игрока, выдвигающего угрозу.

Условная стратегия (contingent strategy) — план действий в повторяющейся игре, зависящий от действий других игроков в ее предыдущих раундах. (Это свойство заложено в самом определении стратегии; прилагательное «условная» приводится здесь только для того, чтобы напомнить и подчеркнуть важность этого свойства.)

Уточнение (refinement) — ограничение, сужающее диапазон возможных решений игры в случае наличия множества равновесий Нэша.

Фактическая норма прибыли (effective rate of return) — норма прибыли, скорректированная с учетом вероятности непродления инвестиций на следующий период.

Фенотип (phenotype) — характерное поведение или специфическая стратегия, определяемая одним или несколькими генами. (В социальных или экономических играх это можно интерпретировать в более широком смысле как общепринятую стратегию или эмпирический метод.)

Фокальная точка (focal point) — конфигурация стратегий игроков, которая формируется как следствие сходимости их ожиданий в отношении этой игры.

Функция полезности (utility function) — в теории игр нелинейная шкала денежных выигрышей или проигрышей, ожидаемое значение (ожидаемая полезность) которой в точности отображает отношение человека к риску.

Функция промежуточной оценки (intermediate valuation function) — правило, согласно которому выигрыши присваиваются неконцевым узлам в игре. Во многих сложных играх это должно основываться на знаниях или опыте участия в таких играх, а не на обратных рассуждениях в явной форме.

Функция распределения (distribution function) — функция, равная вероятности того, что случайная переменная примет значение, меньшее или равное определенному числу.

Ход (move) — действие, предпринимаемое в одном узле **дерева игры**.

Ценовая дискриминация (price discrimination) — совершенная ценовая дискриминация, или ценовая дискриминация первой степени, наблюдается в случае, когда компания назначает каждому покупателю индивидуальную цену в зависимости от его готовности ее заплатить. В общем смысле термином «ценовая дискриминация» обозначаются ситуации, в которых компания назначает разным покупателям разные цены на один и тот же продукт.

Частично раскрывающее равновесие (partially revealing equilibrium) — совершенное байесовское равновесие в игре с неполной информацией, в которой равновесные действия передают определенную информацию о типах, но некоторая неопределенность в их отношении остается. Обозначается также термином **полуразделяющее равновесие**.

Чередующиеся предложения (alternating offers) — процедура переговоров с последовательными ходами, в которой, если один игрок делает предложение, а другой отклоняет его, наступает очередь другого игрока делать предложение, и т. д.

Чистая координационная игра (pure coordination game) — игра, в которой каждый игрок получает одни и те же выигрыши во всех равновесиях Нэша. Следовательно, всем игрокам безразлично, какое из имеющихся равновесий Нэша выбрать, а координация необходима лишь для того, чтобы исключить неравновесный исход.

Чистая стратегия (pure strategy) — правило или план действий игрока, в котором без всякой неопределенности или неупорядоченности обозначено, какое действие он должен выполнить в случае каждого события или в каждом узле дерева игры, в котором наступает его очередь ходить.

Чистое общественное благо (pure public good) — благо, которое обеспечивает преимущества всем членам группы, причем в их получении нельзя отказать тому ее члену, который не вложил никаких усилий или денег в создание блага, а использование выгод этого блага одним человеком особо не умаляет возможности его использования другими людьми.

Эволюционная игра (evolutionary game) — ситуация, когда стратегия каждого игрока в популяции зафиксирована на генетическом уровне, а стратегии, обеспечивающие более высокие выигрыши в случайных сочетаниях с другими членами той же популяции, воспроизводятся быстрее, чем стратегии, обеспечивающие более низкие выигрыши.

Эволюционно устойчивая популяция (evolutionary stable) — популяция считается эволюционно устойчивой, если новый мутантный фенотип не может ее захватить.

Эволюционно устойчивая стратегия (evolutionary stable strategy, ESS) — фенотип или стратегия, которая может сохраняться в популяции в том смысле, что все ее члены или виды принадлежат к этому типу; такая популяция эволюционно устойчива (статический критерий). Или, начиная с произвольной совокупности фенотипов в популяции, процесс отбора будет сходиться к этой стратегии (динамический критерий).

Экстенсивная форма (extensive form) — представление игры с помощью **дерева игры**.

Экстерналия (externality) — то же, что и **внешний эффект**.

Элементы перестановки (reversal terms) — совокупность бюллетеней, которые могут создать **парадокс перестановки** и которые должны логически обеспечивать равенство распределения голосов между парой альтернатив. В выборах с участием трех кандидатов А, Б и В элементы перестановки — это два бюллетеня, в которых отображено изменение позиций пары альтернатив. Например, если есть один бюллетень, в котором отдается предпочтение кандидату А, а не Б и кандидату Б, а не В, и другой бюллетень, в котором отдается предпочтение кандидату Б, а не А и кандидату А, а не В, то эти два бюллетеня должны обеспечить равенство голосов между А и Б.

Эффективная граница (efficient frontier) — правый верхний предел множества достижимых выигрышей игроков, при котором в переговорной игре один участник переговоров не может получить более высокий выигрыш без уменьшения выигрыша другого участника.

Эффективный исход (efficient outcome) — исход переговорной игры называется эффективным, если нет осуществимой альтернативы, при которой один участник переговоров получил бы более высокий выигрыш без уменьшения выигрыша другого участника.

Указатель

Максимально полезные книги от издательства «Манн, Иванов и Фербер»

Заходите в гости: http://www.mann-ivanov-ferber.ru/
Наш блог: http://blog.mann-ivanov-ferber.ru/
Мы в Facebook: http://www.facebook.com/mifbooks
Мы ВКонтакте: http://vk.com/mifbooks
Предложите нам книгу: http://www.mann-ivanov-ferber.ru/about/predlojite-nam-knigu/
Ищем правильных коллег: http://www.mann-ivanov-ferber.ru/about/job/

Научно-популярное издание

Диксит Авинаш, **Скит** Сьюзан, **Рейли-мл.** Дэвид

Стратегические игры

Доступный учебник по теории игр

Издано при поддержке Samolov Group

Главный редактор *Артем Степанов*
Ответственный редактор *Наталья Шульпина*
Литературный редактор *Татьяна Сковородникова*
Арт-директор *Алексей Богомолов*
Дизайнер *Наталья Байдужа*
Верстка *Вадим Мартыновский*
Корректоры *Елена Попова, Наталья Сидоренко*

ООО «Манн, Иванов и Фербер»
www.mann-ivanov-ferber.ru
www.facebook.com/mifbooks
www.vk.com/mifbooks

Классический учебник по теории игр: четкие определения, вопросы, упражнения, глоссарий, доступное изложение.

Авинаш Диксит — профессор Принстонского университета. Преподавал экономику в Массачусетском технологическом институте, университете Беркли и Оксфорде. Член Американской академии искусств и наук и Национальной академии наук США, член-корреспондент Британской академии. Специализируется в области теории игр, микроэкономики, международной торговли, а также росте и развитии государственной экономики, политической и новой институциональной экономики. Автор 10 книг (в том числе бестселлера «Теория игр») и множества статей.

Сьюзан Скит — профессор экономики в колледже Уэллсли, ведет курсы микроэкономики и теории игр.

Дэвид Рейли-мл. занимается исследованиями в Google.

Стратегические игры ведутся повсеместно — в бизнесе, политике, дипломатии, на войне — там, где люди вступают во взаимодействие ради заключения взаимовыгодной сделки или разрешения конфликта. Теория игр — это наука о рациональном поведении в таких ситуациях, и она дает вам точку отсчета для того, чтобы быстро и уверенно находить характерные для обстоятельств признаки или элементы искусства стратегии.

Эта книга — доступный учебник по теории игр, который завоевал заслуженную популярность благодаря наглядным примерам и упражнениям, а также доступному изложению, не требующему от читателей серьезной математической подготовки. Знание теории игр поможет вам развить стратегическое мышление и принимать обоснованные решения в бизнесе и в жизни.

«Чем выше уровень руководителя, тем важнее для него развивать стратегическое мышление и умение применять методы теории игр на практике. Рекомендую заинтересованному читателю выделить время на чтение книги и получить от этого интеллектуальное удовольствие».

Иван Самолов, коммерческий директор Samolov Group

ISBN 978-5-00100-813-2

9 785001 008132 >

Издано при поддержке Samolov Group

издательство
МАНН, ИВАНОВ И ФЕРБЕР