

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
СИБИРСКАЯ АКАДЕМИЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ**

## **ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА**

Сборник задач

Автор-составитель С. Б. Кузнецов

**НОВОСИБИРСК 2005**

**ББК 65.526я77**  
**Ф59-1**

Издается в соответствии с планом учебно-методической работы СибАГС

*Р е ц е н з е н т ы:*

*А. Л. Осипов — канд. физ.-мат. наук,  
доцент кафедры экономической информатики НГУЭУ;*

*Е. А. Рапоцевич — канд. физ.-мат. наук, доцент,  
заведующий кафедрой информатики и математики СибАГС*

**Ф59-1 Финансовая математика** : сборник задач / авт.-сост. С. Б. Кузнецов.—  
Новосибирск : СибАГС, 2005.— 212 с.

Данный сборник задач предназначен для студентов дневного отделения и слушателей системы переподготовки специалистов СибАГС, изучающих дисциплину «Финансовая математика», по специальности 060400 «Финансы и кредит».

Разработан с целью помочь студентам и слушателям научиться применять аппарат финансовой математики для расчетов простых и сложных процентов (выдача ссуды, продажа товара в кредит, помещение средств на депозитный счет, учет векселя, покупка облигаций, проведение лизинговых операций, потоки платежей и т. д.), анализировать и осмысливать практические финансовые задачи, систематизировать свои знания в этой области.

**ББК 65.526я77**

## **ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА**

Сборник задач

Автор-составитель С. Б. Кузнецов

Редактор Л. А. Щербакова

Компьютерная верстка Ю. Н. Емельянов

Подписано в печать 11.07.2006. Формат бумаги 60x84/16.

Бумага офсетная. Печать Riso. Гарнитура Times.

Уч.-изд. л. 7,6. Усл. п. л. 12,9. Тираж 236 экз. Заказ №  
630102, г. Новосибирск, ул. Нижегородская, 6, СибАГС

© СибАГС, 2005

## **Предисловие автора-составителя**

Сборник задач по финансовой математике задуман как руководство ко всем разделам курса финансовой математики, входящим в программы Фик и НиН. В ходе изучения основ современной и классической финансовой математики он должен позволить студенту овладеть навыками работы с процентами, рентами, акциями, облигациями, векселями и т. д. Автор-составитель стремился помочь студенту в активном усвоении полученных знаний. Большое количество простых задач и вопросов должны помочь приобрести в этом необходимую уверенность.

Среди предлагаемых упражнений присутствуют задачи с избыточными числовыми данными. Одной из целей, которую преследовал автор-составитель, является попытка научить студентов навыкам отбрасывать ненужную информацию и умение делать логические выводы без каких-либо вычислений.

Когда студенты начинают знакомиться с современной финансовой математикой, они сразу же сталкиваются с многочисленными новыми понятиями, необходимыми для разрешения изучаемых ими ситуаций.

К сожалению, студенты постоянно сталкиваются с тем, что используемые при таком построении математические идеи и операции оказываются для них совершенно непривычными. Например, работа с акциями или облигациями не может быть изучена за один день.

Своей главной целью автор-составитель считает не научить решать сколько-нибудь сложные задачи, а дать правильное представление об основных объектах современной финансовой математики.

## Тема 1

### ОПЕРАЦИИ ПО СХЕМЕ ПРОСТЫХ ПРОЦЕНТОВ

В любых финансовых операциях расчет сумм денег всегда связан с конкретными отрезками времени. Причем фактор времени играет не меньшую роль, чем размеры денежных сумм. Постулат не равноценности денег, связанный со временем, ставит под сомнение правомерность операции суммирования денежных величин, относящихся к разным моментам времени, особенно при экономическом анализе и управлении финансами на длительные периоды. Фактор времени в финансовой сфере учитывается с помощью процентной ставки как отношения суммы процентных денег, выплаченных за фиксированный отрезок времени, к величине ссуды. Предоставление денег в долг во временное пользование может осуществляться различными способами: в виде денежной ссуды, сберегательного счета, открытия *депозита*, покупки *облигаций* и *векселей* и т. д. На занятые деньги с должника начисляются *проценты*. На практике начисление процентов всегда производится в дискретные моменты времени.

Параметры денежной ссуды:

$S_0$  — первоначальный размер ссуды;

$S_T$  — размер выплат по окончании ссуды;

$P$  — проценты на ссуду;

$T$  — срок ссуды в днях;

$T_{\text{год}}$  — временная база (число дней в году);

$i$  — годовая процентная ставка;

$k$  — коэффициент наращения.

Временная база обычно задается равной 360 или 365 дням. В германской практике подсчет числа дней основывается на продолжительности года 360 дней и 30 дней в месяце. Во француз-

ской практике продолжительность года 360 дней, а количество дней в месяце берется фактическое: 28, 29, 30 или 31. В английской практике продолжительность года 365 дней и фактическая длительность месяца.

Для краткосрочных ссуд со сроком меньше года для начисления выплат и процентов обычно используется *простая процентная ставка*:

$$S_T = S_0 \left( 1 + \frac{i}{100} \frac{T}{T_{\text{год}}} \right), \quad (1.1)$$
$$P = S_T - S_0.$$

Коэффициент наращения вычисляется по следующей формуле:

$$k = \frac{S_T}{S_0} = 1 + \frac{i}{100} \frac{T}{T_{\text{год}}}. \quad (1.2)$$

Сущность простых процентов в том, что они начисляются на одну и ту же величину капитала в течение всего срока ссуды.

### Пример 1.1

Частное лицо помещает 800 ф. ст. на депозит в банке по ставке простого процента из расчета 4 % годовых. Вычислите, какую сумму инвестор будет иметь на счете через два года.

*Решение.* В данном примере, исходя из формулы (1.1), имеем:

$S_0$  — первоначальное вложение, так называемая «основная сумма», — 800 ф. ст.;

$i$  — процентная ставка — 4 % годовых;

$n = T/T_0$  — временной период инвестиции — 2 года.

Следовательно, процентный доход инвестора составляет:

$$S_T = 800 \times (1 + 2 \times 4/100) = 864 \text{ ф. ст.}$$

В кредитных организациях рассматриваются операции банка по начислению и уплате процентов по привлеченным во вклады (депозиты) рублевым денежным средствам физических и юридических лиц, а также полученным межбанковским креди-

там. Сроки привлечения банком средств во вклады (депозиты), а также межбанковские кредиты — на условиях «овердрафт», «до востребования», «овернайт», составляют 3, 7 и 21 день, 3 месяца. Для выполнения расчетов исходными данными являются процентные ставки банка (ставки привлечения).

По вкладам населения		По депозитам юридических лиц		По межбанковским привлеченным средствам	
Срок	%, годовых	Срок	%, годовых	Срок	%, годовых
До востребования	4	«овернайт»	13,5—13,8	Внутридневной овердрафт, представленный банком	2/6
21 день	15	3 дня	CP – 0,5	Кредит «овернайт»	13
3 месяца	22	7 дней	CP + 0,5	Депозит на 7 дней	3—5

Диапазон ставок задан в зависимости от колебаний ставки межбанковского рынка.

Плавающая ставка, равная ставке рефинансирования Банка России плюс (минус) установленный банком процент.

Ставка рефинансирования (CP) Банка России в рассматриваемом периоде по состоянию на 1.01.2005 г. — 13 %.

### Пример 1.2

Найти общую задолженность банка-респондента, если начисление процентов на сумму предоставленного внутридневного овердрафта в банке происходит по следующей схеме:

В соответствии с договором о корреспондентских отношениях 9.12.1998 г. банк-корреспондент предоставляет внутридневной овердрафт банку-респонденту. Сумма внутридневного овердрафта составила 158 245 руб. в течение 2 ч 30 мин (150 мин) и 41 412 руб. в течение 1 ч 17 мин (77 мин). Процентная ставка по внутридневному овердрафту составляет 5,5 %, время работы расчетной системы корреспондентских отношений между банками — 9 ч (540 мин) в сутки.

*Решение.* Банк-респондент на основании полученной от банка-корреспондента выписки по корреспондентскому счету 10.12.1998 г. оплачивает задолженность по процентам за предоставленный 9.12.1998 г. внутриведомственной овердрафт в сумме:

$$\left( 158\,245 \text{ руб.} \cdot \frac{5,5\%}{100\%} \frac{150 \text{ мин}}{540 \text{ мин}} \frac{1 \text{ день}}{365 \text{ дней}} \right) + \left( 41\,412 \text{ руб.} \cdot \frac{5,5\%}{100\%} \frac{77 \text{ мин}}{540 \text{ мин}} \frac{1 \text{ день}}{365 \text{ дней}} \right) = 7 \text{ руб. } 51 \text{ коп.}$$

Процентная ставка может изменяться в некоторые моменты времени, пока не закончился срок ссуды. В этом случае для расчетов необходимо задать число *периодов начисления*, таблицу процентных ставок и продолжительностей периодов начисления:

Процентные ставки	$i_1$	$i_2$	...	$i_k$
Периоды начисления	$t_1$	$t_2$	...	$t_k$

Для начисления выплат по переменной простой процентной ставке используется формула

$$S_T = S_0 \left( 1 + \sum_{k=1}^K \frac{i_k}{100} \frac{t_k}{T_{\text{год}}} \right), \quad (1.3)$$

$$T = \sum_{k=1}^K t_k .$$

### Пример 1.3

Вклад 300 000 руб. был положен в банк 20.05.1999 г. при ставке 60 % годовых. С 1 сентября банк снизил ставку по вкладам до 30 % годовых. 25 октября вклад был закрыт. Определить сумму начисленных процентов при английской, германской и французской практиках начисления.

*Решение:*

1. При германской практике количество дней для начисления процентов по ставке 60 % годовых:  $t_{\text{герм}} = 12 + 30 + 30 + 30 + 1 - 1 = 102$  дня; по ставке 30 % годовых:  $t_{\text{герм}} = 30 + 25 - 1 = 54$  дня.

Сумма начисленных процентов составит:

$$P = 300\,000 \left( \frac{102}{360} 0,6 + \frac{54}{360} 0,3 \right) = 64\,500 \text{ руб.}$$

2. При французской практике количество дней для начисления процентов по ставке 60 % годовых:  $t_{\text{фр}} = 12 + 30 + 31 + 31 + 1 - 1 = 104$  дня, по ставке 30 % годовых:  $t_{\text{фр}} = 30 + 25 - 1 = 54$  дня.

Сумма начисленных процентов составит:

$$P = 300\,000 \left( \frac{104}{360} 0,6 + \frac{54}{360} 0,3 \right) = 65\,500 \text{ руб.}$$

3. При английской практике количество дней для начисления процентов по ставке 60 % годовых:  $t_{\text{англ}} = 12 + 30 + 31 + 31 + 1 - 1 = 104$  дня,

Модели развития операций по схеме простых процентов по ставке 30 % годовых:  $t_{\text{англ}} = 30 + 25 - 1 = 54$  дня.

Сумма начисленных процентов составит:

$$P = 300\,000 \left( \frac{104}{365} 0,6 + \frac{54}{365} 0,3 \right) = 64\,530 \text{ руб.}$$

### **Пример 1.4**

Начисление процентов на сумму вклада до востребования по процентной ставке, изменяющейся в течение срока действия договора банковского вклада.

Банк 7.07.1998 г. заключает с вкладчиком договор на условиях выдачи вклада по первому требованию (вклад до востребования). Первоначальная сумма вклада — 78 руб. Процентная ставка — 3 %, начисленные проценты не увеличивают сумму основного вклада, выплата процентов осуществляется по первому требованию вкладчика отдельно от суммы вклада.

Вкладчик 30.07.1998 г. снимает с вклада денежные средства в размере 46 руб.

4.08.1998 г. банк принимает решение об увеличении процентной ставки по вкладам до востребования до 4 % начиная с 10.08.1998 г.



Вкладчик 3.09.1998 г. снимает оставшуюся сумму вклада и начисленные за весь период вклада проценты.

*Решение.* Полный срок вклада (7.07.1998—3.09.1998) — 59 календарных дней, период начисления процентов по вкладу (7.07.1998—3.09.1998) — 58 календарных дней.

Банк 3.09.1998 г. возвращает вкладчику остаток вклада в сумме 32 руб. и уплачивает начисленные на этот день проценты в сумме:

$$\left(78 \frac{3}{100} \frac{23}{365}\right) + \left(32 \frac{3}{100} \frac{11}{365}\right) + \left(32 \frac{4}{100} \frac{24}{365}\right) = 26 \text{ коп.}$$

### Пример 1.5

Найти начисленные проценты на сумму выданного межбанковского кредита по плавающей процентной ставке.

Банк осуществляет операции по выдаче межбанковских кредитов сроком на 3 дня. Процентная ставка по кредиту изменяется на ежедневной основе и равна ставке МИБОР по однодневным кредитам, действующей на соответствующий день срока действия кредитного договора, плюс 2 %. Капитализация начисленных процентов не производится. Продление срока действия договора кредитным договором не предусматривается.

Банк выдал 8.12.1998 г. межбанковский кредит на указанных выше условиях в 1 500 000 руб. Срок возврата суммы кредита и уплаты начисленных процентов 11.12.1998 г.

Полный срок кредита (8.12.1998—11.12.1998) — 4 календарных дня, период начисления процентов по кредиту (8.12.1998—10.12.1998) — 3 календарных дня.

В период кредитного договора процентная ставка банка-кредитора по текущему кредиту составила:

Дата	Ставка МИБОР по 1-дневным кредитам, %	Ставка банка-кредитора (+ 2), %
8.12.1998 г.	14,29	16,29
9.12.1998 г.	17,65	19,65
10.12.1998 г.	15,03	17,03

Начисление банком-кредитором процентов:

а) 9.12.1998 г. (за 1-й день пользования суммой кредита):

$$1\,500\,000 \text{ руб.} \cdot \frac{16,29}{100} \frac{1}{365} = 669 \text{ руб. } 45 \text{ коп.};$$

б) 10.12.1998 г. (за 2-й день пользования суммой кредита):

$$1\,500\,000 \text{ руб.} \cdot \frac{19,65}{100} \frac{1}{365} = 807 \text{ руб. } 53 \text{ коп.};$$

в) 11.12.1998 г. (за 3-й день пользования суммой кредита):

$$1\,500\,000 \text{ руб.} \cdot \frac{17,03}{100} \frac{1}{365} = 699 \text{ руб. } 87 \text{ коп.};$$

г) 11.12.1998 г. банк-заемщик погашает задолженность по кредиту в сумме 1 500 000 руб. и уплачивает начисленные проценты в сумме 2 176 руб. 84 коп. (669,45 + 807,53 + 699,86).

Кредитор полученные деньги по окончании ссуды может снова отдать в долг, т. е. *реинвестировать* накопленный капитал. В этом случае для расчетов необходимо задать число периодов реинвестирования, таблицу процентных ставок и продолжительностей периодов реинвестирования, аналогичную таблице для переменной процентной ставки. Для начисления выплат при реинвестировании используется формула

$$S_T = S_0 \prod_{k=1}^K \left( 1 + \frac{i_k}{100} \frac{t_k}{T_{\text{год}}} \right).$$

Коэффициент наращивания вычисляется по формуле

$$k_H = \frac{S_T}{S_0} = \prod_{k=1}^K \left( 1 + \frac{i_k}{100} \frac{t_k}{T_{\text{год}}} \right).$$

### Пример 1.6

Найти начисление процента на сумму срочного вклада с условием ежемесячной капитализации процентов.

Банк 20.07.1998 г. заключает с вкладчиком договор срочного вклада на 3 месяца (срок возврата вклада — 20.10.1998 г.). Сумма вклада составляет 15 000, процентная ставка — 22 %. 20-го числа каждого месяца действия договора производится капитализация начисленных процентов. Переоформление вклада по окончании срока действия договора на ранее заключенных условиях срочного вклада договором не предусматривается. Выплата причисленных к сумме вклада процентов осуществляется по истечении срока действия договора.

В течение срока действия договора банк трижды — 20.08.1998 г., 20.09.1998 г. и 20.10.1998 г.— производит капитализацию начисленных процентов во вклад.

20.10.1998 г.— срок окончания договора срочного вклада, вкладчик не явился за деньгами в установленный договором срок. В этот же день после окончания операционного дня банк переоформляет указанный срочный вклад во вклад до востребования.

28.10.1998 г. вкладчик получает сумму вклада до востребования и начисления за период с 20.10.1998 по 27.10.1998 г. включительно (8 календарных дней) проценты по установленной ставке 4 %.

*Решение.* Полный срок срочного вклада (20.07.1998—20.10.1998) — 93 календарных дня, период начисления процентов по ставке срочного вклада — 22 % (20.07.1998—19.10.1998) — 92 календарных дня.

Полный срок вклада до востребования (20.10.1998—28.10.1998) — 9 календарных дней, период начисления процентов по ставке вклада до востребования — 4 % (20.10.1998—27.10.1998) — 8 календарных дней.

Порядок начисления банком процентов на сумму вклада:

— сумма срочного вклада на 21.08.1998 г. (с капитализацией процентов, начисленных за период с 20.07.1998 по 19.08.1998 г. включительно):

$$15\,000 \text{ руб.} + \left( 15\,000 \frac{22}{100} \frac{31}{365} \right) = 15\,280 \text{ руб. } 27 \text{ коп.};$$

— сумма срочного вклада на 21.09.1998 г. (с капитализацией процентов, начисленных за период с 20.08.1998 по 19.09.1998 г. включительно):

$$15\,280,27 \text{ руб.} + \left( 15\,280,27 \frac{22}{100} \frac{31}{365} \right) = 15\,565 \text{ руб. } 78 \text{ коп.};$$

— сумма срочного вклада по состоянию на конец операционного дня 20.10.1998 г. (с капитализацией процентов, начисленных за период с 20.09.1998 по 19.10.1998 г. включительно), и вклада, переоформленного во вклад до востребования:

$$15\,565,78 \text{ руб.} + \left( 15\,565,78 \frac{22}{100} \frac{31}{365} \right) = 15\,856 \text{ руб. } 63 \text{ коп.};$$

— сумма начисленных на вклад до востребования процентов (за период с 20.10.1998 по 27.10.1998 г. включительно):

$$15\,856,63 \text{ руб.} \cdot \frac{4}{100} \frac{8}{365} = 13 \text{ руб. } 90 \text{ коп.}$$

Общая сумма возврата денежных средств вкладчику составит на 28.10.1998 г. 15 870 руб. 53 коп., из которых 15 856 руб. 63 коп.— сумма срочного вклада с учетом капитализированных процентов и 13 руб. 90 коп.— проценты, начисленные за время, прошедшее с момента переоформления указанного срочного вклада во вклад до востребования.

### **Пример 1.7**

Вкладчик полученную через полгода сумму от ссуды в \$1 000 000 под 8 % годовых снова помещает в банк на год под 12 % годовых. Найти сумму процентов к выплате.

*Решение.* Задача описывает процесс реинвестирования: начальная сумма ссуды равна  $S_0 = 1\,000\,000$ , число дней  $T_{\text{год}} = 360$ . Процентные ставки по первому полугодью  $i_1 = 8$  и по второму году  $i_2 = 12$ . Соответственно сроки ссуд  $t_1 = 182$ ;  $t_2 = 365$ . Согласно формуле реинвестирования  $S_T = 1\,167\,032$  и проценты на ссуду  $P = 167\,032$ .

## УПРАЖНЕНИЯ

1.1. Определить проценты и сумму накопленного долга, если ссуда равна 100 000 руб., срок долга 1,5 года при ставке простых процентов, равной 15 % годовых.

1.2. Через полгода после заключения финансового соглашения о получении кредита должник обязан заплатить 2,14 тыс. руб. Какова первоначальная величина кредита, если он выдан под 14 % годовых и начисляются обыкновенные простые проценты с приближенным числом дней?

1.3. Определите результат инвестиции по схеме точный процент и приблизительное число дней, если инвестировали 1 000 руб. под 12 % годовых с 1 июня по 16 мая (годы не високосные).

1.4. Найти сумму с начисленными процентами на срочный депозит. 2.07.1998 г. банк принял в межбанковский депозит денежные средства в сумме 80 000 руб. сроком на 7 дней по ставке 24,9 %.

1.5. Найти начисленные проценты на сумму выданного кредита по фиксированной процентной ставке. 11.08.1998 г. банк выдает юридическому лицу (предприятию) кредит в сумме 280 000 руб. на 1 месяц по ставке 25 %. Срок возврата суммы кредита и уплаты процентов по нему — 11.09.1998 г.

1.6. Преподаватель СибАГС разделил капитал в 30 000 руб. на две части, одна из которых в 1,5 раза больше другой. Большую часть он поместил в банк под 5 %, а меньшую — в другой банк под 6 %. Какую прибыль получит он с обеих частей через год?

1.7. Студент НГУ занял 25 мая 1999 г. в долг 7 200 руб. под 5,5 %, обязавшись уплатить эти деньги вместе с причитающимися к ним процентами 17 марта 2000 г. Какую сумму он должен заплатить своему кредитору в назначенный срок?

1.8. Сколько получится процентных денег с капитала в 5 280 руб., отданного под 4,5 % с 24 сентября 1999 г. по 15 мая 2000 г.?

1.9. Вычислить процентные деньги, которые получатся с капитала в 12 750 руб. отданного под 4,8 % с 28 августа 1999 г. по 9 сентября 2000 г.

1.10. Через какое время капитал, отданный под 6 % (простые проценты), утроится?

1.11. Господин К. отдал свой капитал 20 ноября 1999 г. под 4,1(6) % (простых). К какому времени прибыль будет равна  $5/108$  первоначального капитала?

1.12. Через какое время капитал, отданный под 4,5 % (простых), принесет прибыль, равную  $3/25$  самого капитала?

1.13. Студент СибАГС Петров разделил свой капитал 18 680 руб. на две части. Одну часть он отдал под 8 % (простых) и через 1 год 4 месяца получил 1 088 руб. прибыли. Другую часть капитала он поместил в банк, выплачивающий 5 % годовых (простых). Через какой срок Петров получит со второй части 159 руб. прибыли?

1.14. Студентка Иванова разделила свои накопления 30 300 руб. на три части, вторая из которых была на 1 200 руб., а третья на 4 500 руб. меньше первой. 22 сентября 1999 г. Иванова поместила первую часть в банк под 4,5 % (простых), вторую под 50 % (простых) и третью под 6 %. Когда общая прибыль со всех трех частей составит 2 349 руб.?

1.15. Господином Роставщиковым 3 400 руб. были отданы под 5 % (простых) некоторой коммерческой фирме, а 3 250 руб. он положил в банк, выплачивающий 6 %. Через сколько лет обе суммы превратятся вместе с процентными деньгами в одну и ту же величину? Проценты в обоих случаях простые.

1.16. Бедный студент СибАГС 23 мая 1998 г. положил в банк капитал в 1 500 руб. под 4,5 %; спустя некоторое время он положил в другой банк еще 1 200 руб. под 5 %; таким образом, к 12 февраля 2000 г. процентные деньги, полученные с обоих капиталов, составили сумму 168 руб. 75 коп. Когда был помещен в банк второй капитал?

1.17. Бизнесмен купил за 6 600 руб. дом, приносящий 6 % чистого дохода. Спустя 10 месяцев 26 дней после покупки дома, он положил в банк под 5 % капитал в 5 400 руб. К 1 сентября 1998 г. доход с дома и процентные деньги с 5400 руб. составили вместе 1994 руб. Когда был куплен дом?

1.18. Ссуда, размером 100 000 руб., выдана 21 января 2002 г. до 3 марта 2002 г. при ставке простых процентов, равной 20 % годовых. Найти:

- а) точные проценты с точным числом дней ссуды;
- б) обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды;
- в) обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды.

1.19. Найти сумму депозита и начисленные проценты на депозит по плавающей процентной ставке.

Банк 17.11.1998 г. привлекает в 7-дневный депозит денежные средства юридического лица (предприятия) в сумме 40 000 руб. по плавающей процентной ставке, равной ставке рефинансирования Банка России, действующей на момент работы депозита (по состоянию на 17.11.1998 г.— 18 %), плюс 0,5 %.

Банк России 19.11.1998 г. объявляет о снижении начисления с 20.11.1998 г. ставки рефинансирования до 16 %.

1.20. Контракт на ссуду в 1 млн руб. на 2 года предусматривает следующий порядок начисления процентов: первые полгода — под 30 % годовых, вторые полгода — под 40 % годовых, второй год — под 100 % годовых. Найти сумму процентов к выплате.

1.21. При какой процентной ставке вкладчик получит 1 200 руб. по срочному вкладу, если 1 февраля он положил на счет 1 000 руб. на срок 8 месяцев по схеме обыкновенный процент и точное число дней (год високосный)?

1.22. Под какой процент надо отдать капитал, чтобы через 1 год 4 месяца получить прибыль, равную  $\frac{2}{25}$  первоначального капитала?

1.23. Вкладчик 1 января положил на счет в банке 2 000 руб. по схеме обыкновенный процент и приблизительное число дней под 22 % годовых. По какое число нужно делать вклад, чтобы получить 2 350 руб.?

1.24. Какую сумму необходимо положить на счет в банке, чтобы через 4 месяца после вклада получить 3 400 руб., при процентной ставке равной 18 % годовых, схеме точный процент, приблизительное число дней (год не високосный), срок с 1 ноября по 1 марта 1999 г.?

1.25. При обращении 6 июля в банк с целью получения кредита предприниматель получил 10 000 руб. Найти, какую сумму должен будет возвратить предприниматель, если долг необходимо вернуть 14 сентября того же года и начисленные простые проценты по ставке 12 % годовых, которые были удержаны банком в момент предоставления кредита. Использовать способ 365/360.

1.26. Пусть в договоре, рассчитанном на год, принята ставка простых процентов на первый квартал в размере 10 % годовых, а на каждый последующий квартал на 1 % меньше, чем в предыдущий. Определить множитель наращения за весь срок договора.

1.27. Под какой процент, когда и на какой срок могла взять кредит на сумму 4 450 дол. для приобретения автомобиля ВАЗ-2106 через фирму «INTO» студентка Нюра 3 курса Фик СиБАГС у 50 студентов своего потока, если обменный пункт покупал доллар 8.09.1998 г. по цене 21,5 руб., а 15.09.1998 г. продавал по цене 10,8 руб. за 1 дол.?

1.28. На какой срок необходимо положить в банк 200 руб., чтобы накопить 800 руб., если банк принимает вклады под простые 40 % годовых?

1.29. Годовая ставка простых процентов равна 12,5 %. Через сколько лет начальная сумма удвоится?

1.30. Банк выдает ссуды заемщикам под 10 % годовых и выплачивает проценты вкладчикам из расчета 4 % годовых. Опре-



делить банковскую прибыль от средств вкладчика суммой в 1 000 руб. и выдачи ссуд заемщикам в 500 руб. на один год.

1.31. Кредит в размере 20 000 руб. выдается на 2,5 года. Ставка процентов за 1-й год 50 %, а за каждое последующее полугодие увеличивается на 10 %. Определить наращенную сумму долга на конец срока действия кредита.

1.32. «Уникомбанк» объявил следующие условия выдачи ссуды на один год: за 1-й квартал ссудный процент — 50 %; за 2-й квартал — 75 %; за 3-й — 100 %; за 4-й квартал — 125 %. Определить сумму к возврату в банк, если ссуда выдана на год и составляет 200 000 руб.

1.33. Определить множитель наращения за 2,5 года, если контракт предусматривает начисление простых процентов за 1-й год — 30 %, а в каждом последующем квартале ставка повышается на 1 %.

1.34. «Автобанк» принимает вклады до востребования по ставке 20 % годовых. Определить сумму процентов на вклад 300 руб., размещенный на 3 месяца, полгода и год.

1.35. 10 мая была положена сумма 100 руб. при открытии сберегательного счета на условиях 100 % годовых; 15 июля была доложена сумма 50 руб.; 20 сентября со счета была снята сумма 75 руб., а 30 ноября счет был закрыт. Определить сумму, полученную вкладчиком при закрытии счета.

1.36. Поставлена ссуда в размере 7 000 руб. 10 февраля с погашением 10 июня под простую ставку 20 % годовых (год не високосный). Рассчитать всеми известными способами сумму к погашению.

1.37. Определить сумму процентов и количество дней для начисления процентов при различной практике их начисления, если вклад 200 руб. был размещен на условиях 40 % годовых на срок с 10 января по 5 сентября.

1.38. Вклад 100 руб. положен 1 февраля на месячный депозит под 20 % годовых, затем продлен еще на два последующих

месяца. Определить наращенную сумму при различных способах начисления процентов.

1.39. Вклад в размере 200 руб. был положен в банк 6 февраля и востребован 20 декабря. Ставка процентов составляет 80 % годовых. Определить сумму процентов при различных методах определения срока начисления.

1.40. Вклад 300 руб. был размещен в банке 10 июня по ставке 60 % годовых. При востребовании денег 20 сентября вкладчику были начислены проценты в размере 50 руб. Определить, какую практику начисления процентов использовал банк.

1.41. Кредит в размере 10 000 руб. выдан с 13 января до 12 декабря под простые 80 % годовых. Определить размеры долга для различных вариантов начисления процентов.

1.42. Банк выдал кредит в размере 40 000 руб. под простую ставку процентов 24 % годовых на 255 дней. Определить варианты размеров возвращаемой суммы для различных методов начисления процентов.

1.43. Банк выдал кредит в размере 10 000 руб. 3 февраля до 3 декабря под 24 % годовых (год високосный). Определить размер возвращаемой суммы для различных вариантов начисления процентов.

1.44. Банк предоставил ссуду 20 января 4 000 руб. с погашением ее 20 сентября под 25 % годовых. Определить суммы к погашению при различных способах начисления процентов.

1.45. «Инкомбанк» принимает депозиты на 3 месяца по ставке 50 % годовых, на 6 месяцев по ставке 70 % годовых и на год по ставке 90 % годовых. Определить суммы, которые может получить владелец депозита 450 руб., и выбрать наиболее выгодный вариант размещения вклада.

1.46. Коммерческий банк в 1993 г. принимал вклады от населения от 500 000 руб. на 3 месяца — 168 % годовых, на 6 месяцев — 204 % годовых, на 9 месяцев — 252 %, на 12 месяцев — 306 % годовых. Выплата процентов по вкладам произво-

дится по окончании договора. Провести сравнение доходности вложения денежных средств.

1.47. Банк предлагает два варианта вложений денежных средств: а) на срок 1 месяц — 22 % годовых; б) на срок 6 месяцев — 23 % годовых. Продление договора по вкладу без явки вкладчика. Определить наиболее выгодную схему длительной финансовой операции для вкладчика, располагающего суммой 10 000 руб.

1.48. «Инкомбанк» предлагал разместить депозит на сумму 100 000 руб. в следующих вариантах: а) под 20 % годовых с ежеквартальным реинвестированием в течение года; б) под 17,5 % годовых с реинвестированием каждые полгода в течение года; в) под 18,5 % годовых. Выбрать оптимальную схему вложения денежных средств.

1.49. «Росавтобанк» предлагал разместить вкладчику 700 000 руб. на срочный депозит в трех вариантах: а) на 1 день под 6 % годовых с последующим реинвестированием ежедневно в течение месяца; б) на 10 дней под 10 % годовых с последующим реинвестированием каждую декаду в течение месяца; в) на 1 месяц под 18 % годовых. Определить наиболее выгодный вариант вложения денежных средств.

1.50. Инвестор может купить квартиру за \$50 000 наличными или заплатив \$54 000 через год. Если у инвестора на счету в банке не менее \$50 000 и банк платит 7 % годовых, то какая альтернатива предпочтительнее?

Тема 2  
**НАЧИСЛЕНИЕ  
ПО СЛОЖНОЙ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКЕ**

*Сложные процентные ставки* обычно используются для долгосрочных ссуд со сроком более года. При сложной процентной ставке процентный платеж в каждом расчетном периоде добавляется к капиталу предыдущего периода, а процентный платеж в последующем периоде начисляется уже на эту наращенную величину первоначального капитала. Процентный платеж может начисляться как в начале каждого периода (*антисипативное начисление процентов*), так и в его конце (*декурсивное начисление процентов*). Последний способ наиболее распространен. Для начисления выплат по постоянной сложной процентной ставке обычно используется формула

$$S_T = S_0 \left( 1 + \frac{i}{100} \right)^{\frac{T}{T_0}}. \quad (2.1)$$

Коэффициент наращения вычисляется по формуле

$$k_C = \frac{S_T}{S_0} = \left( 1 + \frac{i}{100} \right)^{\frac{T}{T_0}}. \quad (2.2)$$

**Пример 2.1**

500 ф. ст. помещаются на депозит под 7 % годовых. Вычислите общую сумму на счете после 4 лет и сумму процентного дохода, полученную за этот период.

*Решение.* Имеем  $S_0 = 500$  ф. ст. и  $i = 7\%$ . Через 4 года ( $n = T/T_0 = 4$ ) общая сумма вложения составит:

$$S_T = S_0 (1 + i/100)^n = 500 (1 + 7/100)^4 = 500 (1,3018) = 655,4.$$

Таким образом, по окончании 4 лет сумма инвестиции составит 655,4 ф. ст. Следовательно, исходное вложение принесет за 4 года процентный доход в сумме  $P = S_T - S_0 = 155,4$  ф. ст.

### Пример 2.2

Коммерческие банки  $C$  и  $B$  начисляют доход один раз в полгода, причем банк  $C$  по простой ставке, а банк  $B$  по сложной ставке процентов. Через год в этих банках средства инвестора увеличиваются на 60 %. В какой банк выгоднее положить деньги на полгода и в какой на полтора года?

*Решение.* По условию задачи коэффициенты наращения банков  $C$  и  $B$  равны, поэтому  $k = k_C = 1,6$ . Откуда для банка  $C$  ставка простых процентов определяется из выражения:  $k = 1 + ni = 1 + 2i = 1,6$ ,

отсюда  $i = \frac{1,6 - 1}{2} = 0,3$ .

Для банка  $B$  ставка сложных процентов составляет:  $k_B = (1 + ni)^2 = 1,6$ , т. е.  $i = \sqrt{1,6} - 1 = 0,265$ .

Следовательно, выгоднее положить деньги на полгода в банк  $C$ .

Для сравнения результатов финансовых операций с банками  $C$  и  $B$  можно составить следующую таблицу.

$t$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$n$	1	2	3	4	5	6	7	8
$k$	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8	3,1	3,4
$k_C$	1,265	1,6	2,02	2,56	3,24	4,1	5,18	6,56

Из таблицы следует, что, например, на полтора года (как и вообще на любой срок свыше года) выгоднее положить деньги в банк  $B$ , поскольку  $k_C = 2,02 > k = 1,9$ .

### Пример 2.3

М. Е. Салтыков-Щедрин описывает в «Господах Головлевых» такую сцену: «Порфирий Владимирович... сидит у себя

в кабинете, исписывая цифирными вкладками листы бумаги. На этот раз его занимает вопрос: сколько было бы у него теперь денег, если б маменька... подаренные ему при рождении бабушкой... на зубок, сто рублей... не присвоила себе, а положила бы вкладом в ломбард на имя малолетнего Порфирия? Выходит, однако, немного: восемьсот рублей...».

Определите сложную ставку процентов годовых ломбарда по вкладам, если Порфирию в момент его расчетов было 50 лет.

*Решение.* Из условия задачи имеем:  $n = 50$ ;  $S_0 = 100$  руб.;  $S_T = 800$  руб. По формуле сложных процентов наращенная сумма равна:  $S_T = S_0(1+i)^n$ , откуда ставка сложных процентов составит:

$$i = \sqrt[n]{\frac{S_T}{S_0}} - 1 = \sqrt[50]{\frac{800}{100}} - 1 = 0,0425 = 4,25 \%$$

#### **Пример 2.4**

Знаменитый американский ученый и государственный деятель Бенджамин Франклин завещал жителям города Бостона 1 000 ф. ст. на следующих условиях:

— деньги давать под 5 % годовых молодым ремесленникам;  
— через 100 лет из накопленных денег (с учетом процентов на проценты) 100 000 ф. ст. пустить на строительство общественных зданий;

— оставшиеся после этого деньги отдать под те же проценты еще на 100 лет;

— по истечении этого срока накопленную сумму разделить между бостонскими жителями и правлением Масачусетской общины, которой передать 3 млн. ф. ст.

Сколько денег должно было достаться бостонским жителям через 200 лет после смерти Б. Франклина (он умер в 1790 г.)?

*Решение.* Из условия задачи имеем:  $S_0 = 1\ 000$  ф. ст. при  $i = 5\%$ ;  $n = 100$  лет.

1. Завещанный капитал через 100 лет составил:

$$S_T = 1\ 000 (1 + 0,05)^{100} = 131\ 501 \text{ ф. ст.}$$

2. После выделения 100 000 ф. ст. на постройку общественных зданий осталось:

$$131\,501 - 100\,000 = 31\,501 \text{ ф. ст.}$$

3. Через 100 лет наращенный капитал составил:

$$S = 31\,501(1 + 0,05)^{100} = 4\,142\,421 \text{ ф. ст.}$$

4. Бостонским жителям из этой суммы после вычета 3 млн ф. ст. осталось:

$$4\,142\,421 - 3\,000\,000 = 1\,142\,421 \text{ ф. ст.}$$

Если число не целое, то может использоваться смешанный способ начисления процентов:

$$S_T = S_0 \left( 1 + \frac{i}{100} \right)^{\left[ \frac{T}{T_{\text{год}}} \right]} \left( 1 + \frac{i}{100} \left( \frac{T}{T_{\text{год}}} - \left[ \frac{T}{T_{\text{год}}} \right] \right) \right). \quad (2.3)$$

Здесь  $[T/T_{\text{год}}]$  — целая часть числа. Если проценты начисляются только за целые периоды, то

$$S_T = S_0 \left( 1 + \frac{i}{100} \right)^{\left[ \frac{T}{T_{\text{год}}} \right]}. \quad (2.4)$$

### Пример 2.5

Инвестор хочет поместить \$100 000 на десять с половиной лет под сложную процентную ставку в 15 % годовых.

*Решение.* Начальная сумма  $S_0 = 100\,000$ ; период возьмем  $T_{\text{год}} = 365$ ; соответственно число дней  $T = 3\,832$ ; процентная ставка  $i = 15$ .

В зависимости от способа начисления процентов накопленная сумма будет составлять  $S_T = 433\,755$  (см. (2.2)),  $S_T = 434\,814$  (см. (2.3)),  $S_T = 404\,556$  (см. (2.4)).

Как и в случае простой процентной ставки, сложная процентная ставка может изменяться в некоторые моменты време-

ни. Для начисления выплат по переменной сложной процентной ставке используется формула

$$S_T = S_0 \prod_{k=1}^K \left( 1 + \frac{i_k}{100} \right)^{\frac{t_k}{T_0}}. \quad (2.5)$$

Коэффициент наращения вычисляется по формуле

$$k_C = \frac{S_T}{S_0} = \prod_{k=1}^K \left( 1 + \frac{i_k}{100} \right)^{\frac{t_k}{T_0}}.$$

### Пример 2.6

Контракт на ссуду в \$1 000 000 000 на 20 лет предусматривает следующий порядок начисления процентов: первые 5 лет — под 8 % годовых, вторые 5 лет — под 10 % годовых, второе десятилетие — под 20 % годовых. Найти сумму процентов к выплате.

*Решение.* Используя формулу (2.5)  $S_0 = 1\,000\,000\,000$ ; примем  $T_{\text{год}} = 365$ ; соответствующие процентные ставки будут  $i_1 = 8$ ;  $i_2 = 10$ ;  $i_3 = 20$ ; за периоды времени  $t_1 = 1\,825$ ;  $t_2 = 1\,825$ ;  $t_3 = 3\,650$ . Конечные выплаты составят  $S_T = 14\,651\,924\,216$ ; проценты по контракту составят  $P = \$13\,651\,924\,216$ .

При начислении сложных процентов  $m$  раз в году выплаты рассчитываются по формуле

$$S_T = S_0 \left( 1 + \frac{j}{100m} \right)^{\frac{T}{\text{год}} m}.$$

Ставку  $j$  в этом случае принято называть *номинальной годовой процентной ставкой*.

### Пример 2.7

Рассмотрим вложение в 1 000 дол. США под процентную ставку в 6 % годовых. Проценты начисляются ежеквартально. Какая сумма денег будет на счете через 5 лет.

*Решение.* Общая сумма на счете по окончании 5 лет рассчитывается следующим образом:  $S_T = S_0 (1 + j/100m)^{nm}$ , где  $S_0 = 1\,000$ ,  $j = 6\%$ ,  $n = 5$ ,  $m = 4$  (4 периода, квартала, в году).



Отсюда  $S_T = 1\,000(1 + 6/100 \times 4)^{4 \times 5} = 1\,000(1 + 0,015) = 1\,000 \times 1,3469 = 1\,346,9$  дол.

Сравните полученное значение с общей суммой на счете в случае, если проценты выплачиваются ежегодно. В этом случае  $S_T = 1\,000(1 + 6/100)^5 = 1\,338,2$  дол.

Ставка процента в годовом исчислении есть чистый процент, уплачиваемый за пользование кредитом или получаемый от инвестиции, в котором учитывается сложение процентов за несколько временных периодов.

Мы рассмотрели задачу вычисления суммы годового сложного процента при ежеквартальном начислении процентов. Во многих случаях вложение приращивает сумму процентов ежемесячно, хотя указана только годовая ставка процента. Для таких вложений обязательно указание ставки процента в годовом исчислении, с тем чтобы можно было реально сравнить инвестиционные предложения или варианты кредитования.

### **Пример 2.8**

Какой капитал следует поместить по сложным процентам по 5,25 % в год, чтобы через 93 года иметь 4 817 000 руб.?

*Решение.* Согласно формуле (2.1) начальная сумма

$$S_0 = [4\,817\,000 / ((1 + 0,0525)^{93})] \approx 41\,316 \text{ руб.}$$

### **Пример 2.9**

На сколько лет следует поместить капитал в 3 000 руб., на сложные проценты по таксе 4 % с годовым периодом наращивания, чтобы иметь 102 358 руб.?

*Решение.* Согласно формуле (2.1) период наращивания

$$T = [(\ln S_T - \ln S_0) / (\ln(1 + i))] \approx 90 \text{ лет.}$$

### **Пример 2.10**

«Уникомбанк» предлагал кредиты частным лицам на сумму от 500 до 10 000 руб. на срок от 1 до 6 месяцев, процентные ставки по валютным кредитам — 30 % годовых, по рублевым кредитам — 38 % годовых, проценты выплачиваются заемщиком ежемесячно, погашение кредита — в конце

его срока кредита. Курс DM 1 : 3,5 руб., курс \$ USA 1 : 6 руб. Определить показатели и оптимальную схему финансовой операции по кредиту на сумму 5 000 руб. сроком на 6 месяцев.

*Решение.* По условию задачи:  $i_1 = 30\%$ ;  $i_2 = 38\%$ ; начальный кредит в DM и долларах

$$S_0 = 5\,000 = \frac{5\,000}{3,5} = \text{DM}1\,428,57 = \frac{5\,000}{6} = \$833,33.$$

Плата за кредит в рублях за один месяц  $P_1 = 5\,000(1 + 0,38 / 12) - 5\,000 = 158,33$ . Плата за кредит в DM за один месяц  $P_2 = 1\,428,57(1 + 0,3 / 12) - 1\,428,57 = 35,7$ ; плата за кредит в долларах за один месяц  $P_2 = 833,33(1 + 0,3 / 12) - 833,33 = 20,83$ .

Плату за первые 6 месяцев можно свести в таблицу:

Месяц	Рубль	DM	\$
1	158,33	35,7	20,83
2	316,66	71,4	41,66
3	474,99	107,1	62,49
4	633,32	142,8	83,32
5	791,65	178,5	104,15
6	949,98	214,2	124,98

Плата в рублях за 6 месяцев  $\text{DM}214,2 \times 3,5 = 749,7$  руб.  
 $\$124,98 \times 6 = 749,88$  руб.

### Пример 2.11

Через сколько времени капитал, отданный под  $p\%$ , удвоится?

*Решение.* По условию задачи ясно, что надо разрешить следующее уравнение относительно  $t$ :

$$2 S_0 = S_0 (1+i)^t, \text{ где } i = \frac{p}{100}.$$

Имеем  $t = \frac{\ln 2}{\ln(1+i)} = \frac{0,6931}{\ln(1+i)}$ , но для достаточно малых  $i$

$$\ln(1+i) = i - \frac{i^2}{2} + \frac{i^3}{3} - \frac{i^4}{4} + \dots; \text{ приблизительно } t = \frac{0,6931}{\left(1 - \frac{i}{2}\right)i}$$

при  $i = 0,02$  получим  $t = 35$ , если  $p = 5\%$ , то  $t = 14$  и т. д., т. е. приближенное число лет, по истечении которых капитал удвоится, равняется 70, деленному на таксу (если  $p < 10$ ). Приближенная формула, показывающая число лет, по истечении которых капитал утроится, такова:  $t = 112/(p)$ ; число лет, по истечении которых капитал учетверится, таково:  $t = 142/(p)$ ; и т. д.

На практике применяется еще и непрерывное начисление процентов по номинальной годовой процентной ставке. В этом случае вычисление наращенной суммы находят из выражения

$$S_T = S_0 e^{\frac{iT}{100}}$$

## УПРАЖНЕНИЯ

2.1. Студентка Фик СибАГС Глафира сделала вклад в банк на депозит в сумме 1 000 руб. под 50 % годовых сроком на 5 лет. Определить наращенную сумму, которую Глафира будет иметь на своем счете в банке через 5 лет.

2.2. В кредитном договоре на сумму 1 000 000 руб. и сроком на 4 года зафиксирована ставка сложных процентов, равная 20 % годовых. Определить наращенную сумму.

2.3. Банк предоставил ссуду в размере 10 000 руб. на 30 месяцев под 30 % годовых на условиях ежегодного начисления процентов по смешанной схеме. Какую сумму предстоит вернуть банку по истечении срока?

2.4. Вкладчик хотел бы за 5 лет удвоить сумму, помещаемую в банк на депозит. Какую годовую номинальную процентную ставку должен предложить банк при начислении сложных процентов каждые полгода?

2.5. Через 180 дней подписания кредитного договора должник уплатил банку 300 руб. Кредит выдан под 20 % годовых. Определить первоначальную сумму долга при различных способах начисления процентов.

2.6. Годовая ставка сложных процентов равна 8 %. Через сколько лет начальная сумма удвоится?

2.7. Какой должна быть ставка ссудного процента, чтобы 10 000 руб. увеличились до 30 000 руб., за срок вклада 5 лет?

2.8. Малое предприятие имеет на расчетном счете в банке 20 000 000 руб. Депозитная ставка банка составляет 15 % годовых. Предлагается объединить оборотные средства в совместном предприятии, которое прогнозирует удвоение капитала через 5 лет. Провести сравнение вариантов вложения капитала.

2.9. Банк предлагает долгосрочные кредиты под 28 % годовых с ежеквартальным начислением процентов, 30 % годовых с полугодовым начислением процентов и 20 % годовых с ежемесячным начислением процентов. Определить наиболее выгодный для банка вариант кредитования.

2.10. Найдите сумму накоплений от следующих вложений при условии, что процент начисляется ежемесячно и прибавляется к исходной сумме:

- а) 4 000 ф. ст. под 6 % годовых на 18 месяцев;
- б) 1 000 ф. ст. под 2 % годовых на 3 года.

2.11. В договоре зафиксирована переменная ставка сложных процентов, определяемая как 20 % годовых плюс маржа 10 % в первые два года, 8 % в третий год, 5 % в четвертый год. Определить величину множителя наращивания за 4 года.

2.12. Инвестиционная компания «АСТ» в 1994 г. принимала вклады от населения с ежемесячной выплатой 40 % при заключении контракта на срок не менее трех месяцев, ежеквартальной выплатой 120 % и ежегодной выплатой 1000 %. Сформировать наиболее выгодный вариант финансовой операции.

2.13. «Сбербанк» предлагал разместить вклады на следующих условиях: по ставке сложных процентов 16,5 % годовых с ежемесячной выплатой по рублевым вкладам; по сложным процентам 11 % годовых с ежемесячными выплатами по валют-

ным вкладам. Определить оптимальную схему финансовой операции с суммой \$6 000.

2.14. «Сбербанк» в январе 1998 г. принимал валютные вклады от частных лиц как в наличном, так и в безналичном виде в следующих вариантах:

1) вклады до востребования по сложной ставке 2 % годовых, принимаются дополнительные взносы и совершаются частичные выдачи со вклада. Срок хранения неограничен. Начисление процентов и присоединение их к остатку производится ежеквартально;

2) срочные депозиты по следующим ставкам: на 3 месяца — 5 % в год, 6 месяцев — 6 % в год, 9 месяцев — 7 % в год и 12 месяцев — 8,5 % в год. Дополнительные взносы не принимаются и частичные выдачи с вклада не производятся, возможна пролонгация;

3) вклад с ежемесячным начислением процентов по ставке 0,5 % в месяц. Доход зависит от средневзвешенного остатка на счете за месяц. Срок хранения вклада не ограничен. Найти наиболее выгодный вариант вложения \$1 000.

2.15. «Московский банк» в январе 1998 г. предлагал три варианта вложений денежных средств: на срок 1 месяц — 0,6 % в месяц, на срок 2 месяца — 0,7 % в месяц, на срок 3 месяца — 0,9 % в месяц. Минимальная сумма первоначального взноса — 300 руб. Размер дополнительного взноса — не менее 100 руб. Контракт предусматривает ежемесячные начисления процентов и их капитализацию, а также пролонгацию договора по вкладу без явки вкладчика. Определить наиболее выгодную схему финансовой операции для вкладчика, располагающего суммой 1 000 руб.

2.16. «Инкомбанк» в январе 1998 г. принимал депозитные вклады. Сроки депозитов — 3, 6 и 12 месяцев. Выплата процентов — ежеквартальная. Минимальная сумма депозита: для VISA-RUSSI — 1 000 руб. (25 % годовых), для VISA-CLASSIC — \$500 (15 % годовых). VISA с депозитом сочетает в себе удобства платежного средства, принимаемого к оплате по всей России и все-

му миру. Определить доходность депозитного вклада и наиболее выгодную схему операций для вкладчика, располагающего суммой \$500.

2.17. Студентка Фекла имела возможность положить вклад в размере 5 000 руб. в «Промстройбанк» сроком на 3 месяца. Сформировать наиболее выгодную схему финансовой операции, если банк предлагал три варианта начисления процентов: 19 % годовых; вклад «Юбилейный» — 19 % годовых с ежемесячным реинвестированием; вклад «Инвестор» — по сложной ставке 19,81 % годовых. Банк за банковские операции берет налог в размере 1 % с суммы за каждый вклад.

2.18. Начисление процентов на сумму срочного вклада по формуле сложных процентов.

Банк 5.09.1998 г. заключает с вкладчиком договор срочного банковского вклада на 21 день (срок возврата вклада — 26.08.1998 г.). Сумма вклада — 15 000 руб. Процентная ставка — 15 %. По условиям договора, начисленные по итогам каждого дня срока действия депозита проценты увеличивают сумму вклада.

2.19. Коммерческий банк «Московия» принимал вклады от населения в 1993 г. на следующих условиях: на срок 3 месяца с выплатой 150 % годовых, минимальная сумма вклада — 1 000 000 руб.; на срок 6 месяцев с выплатой 175 % годовых, минимальная сумма вклада — 50 тыс. руб. Выплата процентов — по окончании срока действия договора. Найти наиболее выгодный вариант вложения 1 000 000 руб.

2.20. «Промстройбанк» в 2002 г. принимал вклады от населения под простые и сложные проценты: на 3 месяца — под 21 % годовых, на 6 месяцев — под 18,5 % годовых, на 12 месяцев — 20,09 % годовых. Сравнить доходность различных вкладов.

2.21. В честь 10-летнего юбилея «Инкомбанк» предлагал с 1 января 1998 г. следующие условия по вкладам: минимальная сумма — \$500 или 3 000 руб., выплата процентов по валютным вкладам — каждые 30 дней, при сумме вклада \$50 000 и более — каждые 15 дней, по рублевому вкладу — каждые 3 месяца. Срок 30

вклада — 360 дней. При открытии вклада бесплатно выдается пластиковая карта. Проценты по вкладам могут переводиться на эту карту или капитализироваться. Ставка по рублевому вкладу — 25 % годовых, по валютному — 15 % годовых. Сравнить доходность различных вариантов вложений денежных средств.

2.22. Финансовая компания «Рога без копыт» предлагала вкладчикам на двухлетний срок два варианта начисления процентов:

1) в первый год — 6 % ежеквартально, во второй — по 10 % ежеквартально;

2) в первое полугодие — по 10 % ежеквартально, а в каждом последующем полугодии ежеквартальная ставка возрастает на 4 %. Сравнить варианты, используя множитель наращивания, для схемы простых и сложных процентов.

2.23. Банк принимал валютные вклады от юридических (Ю. Л.) и физических лиц (Ф. Л.) на следующих условиях:

Вклады Ю. Л.	Эквивалент от \$1 000, %	Эквивалент от \$100 000, %
3 дня	3	4
7 дней	4,5	5
14 дней	5	7
21 день	8	10
1 месяц	10	12
2 месяца	12	14
3 месяца	14	15
6 месяцев	15	16
9 месяцев	16	17
1 год	17	18

Минимальная сумма

Вид вклада от Ф. Л.	Дол. США	Нем. марки	Ставка годовых, %
1 месяц	300	400	6
3 месяца	500	600	10
6 месяцев	500	600	14
12 месяцев	500	600	18

Определить оптимальный вариант схемы финансирования коммерческой фирмы и физического лица, располагающих суммой \$1 000.

2.24. Банк выдал клиенту кредит в сумме 500 000 руб. 20 марта на 2 месяца до 20 мая по ставке 48 % годовых. Выплата процентов — ежемесячная. Штраф за несвоевременное погашение кредита с суммы не возврата — 0,2 % за каждый день просрочки. Определить сумму долга на 1 июня.

2.25. Финансовая компания в рекламном объявлении указывает, что вложенная сумма увеличивается на 0,5 % ежедневно с начислением процентов на проценты. Определить эффективную годовую ставку процентов при заключении договора на 3 месяца, полгода и год.

2.26. «Инвестсбербанк» предоставлял валютные кредиты под 30 % годовых, а рублевые кредиты — под 36 % годовых. Какой вариант кредита на сумму \$100 000 предпочтительнее взять заемщику на 2 года, если в январе 1998 г. курс покупки в обменном пункте валюты составлял 6 руб. за \$1.

2.27. «Инвестсбербанк» в 1997 г. выдавал ипотечные кредиты в размере до 60 % от ликвидной стоимости квартиры с заключением договора залога (квартира должна быть свободной от прописки). При этом клиент остается собственником квартиры. Ставки кредитования — 36 % годовых в рублях или 30 % годовых в валюте. Срок выдачи кредита — не более двух лет. Выплата процентов заемщиком — ежемесячно, погашение кредита — в конце срока. Кредит под залог дачи, гаража выдается в размере до 75 % от стоимости по оценке банка с заключением договора залога и закладыванием недвижимости банку; ставка кредитования — 42 % годовых, срок выдачи кредита — 6 месяцев, сумма кредита — от 10 до 50 млн руб. Составить оптимальный вариант смешанного кредита для покупки пакета ГКО на сумму 200 млн руб. для работы на рынке ценных бумаг и получения дохода от проведения операции.



2.28. Какой величины достигнет долг, равный 15 000 руб., через 5,7 года при росте по сложной ставке 16,5 % годовых при начислении процентов раз в году и ежемесячно?

2.29. «Московский банк» предлагал ипотечные ссуды на срок до 10 лет под залог покупаемой недвижимости для физических лиц на условиях оплаты заемщиком 30 % стоимости, например, квартиры на момент получения кредита; 70 % составляет сумма кредита, наличие 4—5 гарантов обязательно (физических или юридических лиц). Ставка процентов составляет 15 % по валютному кредиту и 24 % по рублевому кредиту. Построить сетевую модель взаимодействия участников операции по покупке квартиры под залог квартиры стоимостью \$30 000 и провести финансовые расчеты.

2.30. Банк предлагал краткосрочные кредиты на условиях либо 22 % годовых с ежеквартальным начислением процентов, либо 25 % с годовым начислением процентов. Провести выбор оптимального варианта операции, если выплата процентов происходит одновременно с погашением кредита.

2.31. Банки выдают долгосрочные кредиты на 5 лет при использовании простой и сложной ставок процентов в размере 30 % годовых. Определить возвращаемые суммы долга по кредиту в 2 000 руб. сроком на 5 лет при начислении процентов по полугодиям, ежеквартально и непрерывно.

2.32. В таблице приведены планируемые суммы накоплений от вложения исходной суммы в 1 000 ф. ст. за определенное количество лет:

Год	Сумма в конце года при годовой ставке сложного процента			
	2 %	4 %	6 %	8 %
1	1020			1060
2	1040,40	1081		1166,40
3		1124,86	1191,02	1259,71
4	1082,43	1169,86		

а) заполните пропуски в таблице с помощью формулы сложного процента;

б) с помощью таблицы найдите итоговые накопления от следующих вложений:

2 000 ф. ст. под 4 % годовых на 3 года;

10 000 ф. ст. под 8 % годовых на 4 года;

500 ф. ст. под 6 % годовых на 2 года.

2.33. Вычислите ставку процента в годовом исчислении на основании текущей информации, где процентные ставки даны в годовых процентах. В каждом из следующих случаев определите накопленную сумму на конец года:

а) вложение 100 ф. ст. при номинальной ставке 6 % с ежемесячным начислением процентов;

б) вложение 500 ф. ст. при номинальной ставке 10 % с ежеквартальным начислением процентов;

в) вложение 1000 ф. ст. при номинальной ставке 7 % с начислением процентов каждые полгода.

2.34. Банк выдал студенту Петрову 16 августа 1996 г. валютный кредит на сумму 10 000 дол. США, срок кредита — 2 месяца (до 16 октября 1996 г.); ставка процентов — 35 % годовых за полное количество календарных дней (из расчета 360 дней в году), при подсчете количества дней в периоде граничные дни (первый и последний) считаются за 1 день; порядок выплаты кредита — 16.09.1996 г. — проценты за первый месяц, 16.10.1996 г. — проценты за второй месяц и сумма кредита; штрафные санкции по ставке сложных процентов составляют 0,5 % от просроченных сумм кредита за каждый день просрочки; очередность погашения просроченной задолженности: в первую очередь погашаются начисленные штрафы, далее сумма процентов, а затем сумма кредита.

Фактически 16.09.1996 г. клиент погасил проценты за первый месяц кредита. Далее кредит погашался в следующей последовательности: 22.10.1996 г. клиент перевел \$2 600 в счет погашения задолженности; 25.10.1996 г. клиент перевел \$3 100 в счет погашения задолженности, а 30.10.1996 клиент заявил, что готов погасить свою задолженность в полном объеме.

Определить величину задолженности клиента на 30.10.1996 г.

2.35. Насколько выгоднее положить деньги в банк при начислении процентов каждый месяц, чем 1 раз в год, если ссудный процент составляет 9,2 % и срок вклада 6 лет?

2.36. На вклад в 2 000 руб. начисляются непрерывные проценты. Найти наращенную сумму за 7 лет, если сила роста изменяется следующим образом: в первые 2 года она равна 8 %; в следующие 3 года — 10 %; и в каждый оставшийся год увеличивается на 0,5 %.

2.37. Студент Кеша вложил в банк 100 000 руб. Какая сумма будет на счету этого клиента через год, если банк начисляет проценты по номинальной ставке: а) при ежегодном начислении 5 %, б) при полугодовом — 5 %, в) при ежемесячном — 5 %, г) при ежедневном — 5 %, д) при непрерывном — 5 %?

2.38. Студентка Иоланда вложила в банк 100 000 руб. Какая сумма будет на счету этого клиента через 8 лет, если банк начисляет проценты по номинальной ставке: а) при ежегодном начислении 5 %, б) при полугодовом — 5 %, в) при ежемесячном — 5 %, г) при ежедневном — 5 %, д) при непрерывном — 5 %?

2.39. Какую сумму надо положить в банк, выплачивающий непрерывные проценты по ставке (7 %), чтобы через 10 лет на счету было 50 000 руб.?

2.40. Банк начислял на вложенные в него деньги проценты непрерывно по ставке: в 1990 г.— 12 %, в 1991 г.— 18 %, в 1992 и 1993 гг.— 24 %. Какая сумма будет на счету 31 декабря 1993 г., если 1 января 1990 г. на этот счет было положено 30 000 руб.?

2.41. Банк выдает ссуду на 10 лет или под процент 7 % годовых (сложных), или под простые проценты. Какую ставку простых процентов должен установить банк, чтобы полученный им доход не изменился?

Банк выдает ссуду на 10 лет или под процент 7 % годовых (простых), или под сложные проценты. Какую ставку сложных процентов должен установить банк, чтобы полученный им доход не изменился?

2.43. На сколько лет следует поместить капитал в 1 000 руб., на сложные проценты по таксе 8 % с годовым периодом наращивания, чтобы иметь 10 000 руб.?

2.44. Процентная ставка по ссуде составляет 30 % плюс маржа (доплата за накладные расходы, комиссионные): 2 % в квартал в первый год и 40 % плюс маржа 3 % за полугодие во второй год. Найти коэффициент наращивания за 2 года.

2.45. 10 000 000 руб. инвестированы на 2 года по ставке 120 % годовых. Требуется найти наращенную за это время сумму и ее приращение при начислении процентов: а) ежегодно, б) по полугодиям.

2.46. Банк начисляет сложные проценты по номинальной ставке 120 %. Найти эффективную ставку при ежедневной и ежемесячной капитализации процентов.

2.47. Требуется определить номинальную процентную ставку с начислением процентов по полугодиям, которая эквивалентна номинальной ставке 24 % с ежемесячным начислением процентов.

2.48. Найти годовую конвертируемую поквартально, соответствующую эффективной норме 6 %.

2.49. Определить номинальную ставку с квартальным начислением процентов, которая безубыточно заменит номинальную ставку 25 % при месячном начислении процентов.

2.50. Какой выигрыш получит инвестор за 2 года от инвестирования 200 000 руб. по ставке 8 % годовых, если вместо поквартального начисления процентов на эту сумму будут начислены непрерывные проценты?

### Тема 3

## ДИСКОНТИРОВАНИЕ И УЧЕТ

Дисконтирование связано с распространенным в коммерческой сфере утверждением «время — это тоже деньги», что обусловлено не равноценностью одинаковых по абсолютной величине сумм денежных средств сегодня и через некоторое время в будущем. Это объясняется, например, возможностью инвестировать капитал сегодня и в будущем получить доход. Кроме того, инфляционный процесс обесценивает денежную массу. Поэтому можно утверждать, что «деньги сегодня» ценнее «будущих денег». Именно поэтому «золотое» правило бизнеса гласит: сумма, полученная сегодня, больше той же суммы, полученной завтра. Дисконтирование позволяет учитывать в операциях фактор времени.

Обычно при удержании процентов в момент выдачи ссуды, при *учете* векселей, при покупке *депозитных сертификатов* возникает задача определения по заданной сумме  $S_T$ , которую следует уплатить через время  $T$ , сумму получаемой ссуды  $S_0$  при заданной годовой процентной ставке  $i$ . В этой ситуации начальную сумму  $S_0$  принято называть *современной величиной* (приведенной стоимостью), ставку  $d$  — дисконтной или *учетной процентной ставкой*, величину  $D = S_T - S_0$  — дисконтом, а процедуру определения современной величины — дисконтированием.

Существует два способа дисконтирования при простой процентной ставке:

1) математическое дисконтирование

$$S_0 = S_T \frac{1}{1 + \frac{i}{100} T_{\text{год}}}. \quad (3.1)$$

Математическое дисконтирование связано с определением так называемого «современного» или «приведенного» значения  $S_0$  на некоторый момент времени, которое соответствует заданному значению  $S_T$  в другой момент времени. Простейшая задача связана с определением суммы вклада  $S_0$  на основе заданной конечной величины в будущем  $S_T$  через временной период начислений  $\frac{T}{T_{\text{год}}}$  под заданную, например, простую ставку процентов;

2) банковский учет

$$S_0 = S_T \left( 1 - \frac{d}{100} \frac{T}{T_{\text{год}}} \right). \quad (3.2)$$

При дисконтировании обычно задают  $T_{\text{год}} = 360$ .

Банковский учет заключается в покупке денежных обязательств, например, векселя банком по цене, которая меньше номинальной указанной в нем суммы. В этом случае говорят, что вексель учитывается, и клиент получает сумму:  $S_0 = S_T - D$ , где  $S_T$  — номинальная сумма данного обязательства;  $S_0$  — цена покупки векселя банком;  $D$  — дисконт, сумма процентных денег (доход банка).

Процентный доход покупателя векселя банка может определяться по простой годовой учетной ставке:

$$d\% = \frac{D}{S_T} 100 \%.$$

Если срок  $n = \frac{T}{T_{\text{год}}}$  от даты учета до даты погашения будет

составлять часть года, то дисконт определяется по формуле:

$$D = \frac{T}{T_{\text{год}}} d S_T.$$

Следует заметить, что дисконтирование может быть связано и с проведением кредитной операции. В таком случае проценты начисляются в начале интервала начисления, и заемщик получает сумму  $S_0$  за вычетом процентных денег  $D$  из суммы кредита  $S_T$ , подлежащего возврату. Поэтому при проведении операции по простой учетной ставке  $d$  следует пользоваться формулой (3.2).

### Пример 3.1

Через полгода заемщик должен уплатить 1 000 000 руб. Ссуда выдана под 40 % годовых. Найти объем получаемых денег в случае математического дисконтирования и при банковском учете.

*Решение.* При заключении сделки заемщик получит  $S_0 = 833\,333$  руб. при математическом дисконтировании и  $S_0 = 800\,000$  руб. при банковском учете.

Для дисконтирования при сложной процентной ставке используется формула

$$S_0 = S_T \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^{\frac{T_m}{T_{\text{год}}}}}$$

при начислении процентов один раз в году и формула

$$S_0 = S_T \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{100m}\right)^{\frac{T_m}{T_{\text{год}}}}$$

при начислении процентов  $m$  раз в году.

### Пример 3.2

Инвестиционное предложение состоит в фиксированной норме прибыли из расчета 8 % годовых в течение 5 лет. Давайте рассмотрим, какую сумму необходимо положить сейчас, чтобы по истечении указанного срока накопить 2 000 ф. ст.

*Решение.* Имеем  $S_T = 2\,000$ ,  $i = 8\%$  и  $n = 5$ .

Следовательно, текущую стоимость можно вычислить следующим образом:  $S_0 = S_T / (1 + i/100)^n = 2\,000 / (1+0,08)^5 = 1361,17$  ф. ст.

Итак, сейчас необходимо вложить 1 361,17 ф. ст., чтобы через 5 лет эта сумма превратилась в 2 000 ф. ст.

Для определения учетной ставки, дающей эквивалентный результат к математическому дисконтированию, достаточно приравнять современные величины при обоих способах дисконтирования и при одинаковой конечной сумме капитала и найти учетную ставку из возникшего уравнения

$$d = \frac{i}{1 + i \frac{T}{T_{\text{год}}}}.$$

При проведении операции по сложной учетной ставке используется формула

$$S_0 = S_T \left( 1 - \frac{d_c}{100} \right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}}.$$

### Пример 3.3

Клиент имеет вексель на 10 000 руб., который он хочет учесть 01.03.1998 г. в банке по сложной учетной ставке, равной 7 %. Какую сумму он получит, если срок погашения векселя 01.08.1998 г.?

*Решение.* Срок от даты учета до даты погашения векселя равен:  $T = 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 1 - 1 = 153$  дня;

Число дней в году  $T_{\text{год}} = 365$  дней;  $S_T = 10\,000$  руб.;  $d = 0,07$ .

Клиент получит сумму:

$$S_0 = S_T (1 - d_c)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}} = 10\,000 (1 - 0,07)^{\frac{153}{365}} = 9\,700 \text{ руб. } 38 \text{ коп.}$$

### Пример 3.4

Банк учитывает вексель за 2 года до срока его оплаты по простой учетной ставке  $d = 6\%$ . Какую сложную учетную ставку должен установить банк, чтобы его доход остался прежним?

*Решение.* По условию задачи  $n = 2$  года;  $d = 0,06$ .

Доход банка  $D = S_T - S_0$ . При применении простой учетной ставки  $d$ :

$$D = \frac{T}{T_{\text{год}}} d S_T.$$



При применении сложной учетной ставки  $d_c$ :

$$D = S_T (1 - (1 - d_c)^n).$$

По условию доход одинаковый, поэтому должно выполняться соотношение:

$$D = S_T (1 - (1 - d_c)^n) = ndS_T,$$

следовательно,  $(1 - d_c)^2 = 1 - 2d$ ,

$$d_c = 1 - \sqrt{1 - 2d} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,06} = 0,062, \text{ т. е. сложная учетная ставка должна быть несколько больше, чем простая.}$$

В финансовых операциях используется также и номинальная годовая учетная ставка, по которой при начислении  $m$  раз в году можно определить

$$S_0 = S_T \left( 1 - \frac{f}{100m} \right)^{\frac{Tm}{T_{\text{год}}}}.$$

### Пример 3.5

Банк учитывает вексель по номинальной учетной ставке  $f = 8\%$  с начислением процентов 3 раза в году и желает перейти к сложной учетной ставке  $d_c$ . Какой величины должна быть ставка  $d_c$ , чтобы доход банка не изменился?

*Решение.* Из условия задачи  $f = 0,08\%$ ;  $m = 3$ . Обозначим число лет за  $n$ . Чтобы доход не менялся, выданная банком сумма  $S_0$  должна быть одинакова. В случае номинальной учетной ставки  $d$

$$S_0 = S_T \left( 1 - \frac{f}{100m} \right)^{\frac{Tm}{T_{\text{год}}}}.$$

В случае сложной учетной ставки  $d_c$

$$S_0 = S_T \left( 1 - \frac{d_c}{100} \right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}}.$$

Отсюда:

$$\left( 1 - \frac{f}{100m} \right)^{\frac{Tm}{T_{\text{год}}}} = \left( 1 - \frac{d_c}{100} \right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}},$$

$$d_c = 1 - \left(1 - \frac{f}{m}\right)^m = 1 - \left(1 - \frac{0,08}{3}\right)^3 = 0,078,$$

т. е. сложная учетная ставка будет меньше номинальной.

В теоретических финансовых расчетах часто используется *непрерывное начисление процентов*. При этом годовая процентная ставка  $\delta$  называется *силой роста* и может задаваться как постоянной, так и зависящей от времени. Выплаты при переменной силе роста рассчитываются по формуле

$$S_T = S_0 e^{\int_0^T \delta dt}.$$

При линейном изменении силы роста от времени множитель наращения имеет вид

$$k = e^{\int_0^n (\alpha + \beta t) dt} = e^{\left(\alpha n + \frac{\beta n^2}{2}\right)},$$

где  $\alpha$  — начальное значение силы роста,  
 $\beta$  — прирост силы роста.

При экспоненциальном изменении силы роста от времени множитель наращения имеет вид

$$k = e^{\int_0^n \delta e^t dt} = e^{\delta(e^n - 1)}.$$

Начальную сумму для рассмотренных случаев можно переписать в виде

$$S_0 = S_T e^{-\alpha n - \frac{\beta n^2}{2}}, \quad S_0 = S_T e^{-\delta(e^n - 1)}.$$

Начальная сумма при постоянной силе роста рассчитывается по формуле

$$S_0 = S_T e^{-\delta n}.$$

Связь дискретных ставок  $i$  и  $j$  с силой роста  $\delta$  находится из равенства множителей наращивания дискретных и непрерывных ставок т. е.

$$(1+i_c)^n = e^{jn}, \quad \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn} = e^{jn}.$$

Решив эти уравнения, получим

$$j = \ln(1+i_c), \quad j = m \ln\left(1 + \frac{j}{m}\right).$$

### Пример 3.6

Наращенная сумма в течение 3,5 лет составляет 30 000 руб. Найти первоначальную сумму и силу роста при условии, что проценты начисляются по сложной годовой ставке 22 %. Вычислить наращенную сумму при непрерывном начислении процентов.

*Решение.* Сила роста  $\delta = \ln(1+i) = \ln 1,22 = 0,19885084$ . Первоначальная сумма составит

$$S_0 = S_T \frac{1}{\left(1 + \frac{i_c}{100}\right)^{\frac{T}{T_{\text{год}}}}} = \frac{30\,000}{1,22^{3,5}} = 14\,957,6 \text{ руб.}$$

Наращенная сумма при непрерывном начислении процентов составит  $S_T = S_0 e^{jn} = 14\,957,6 e^{3,5 \cdot 0,19885084} = 300\,000$  руб.

Таким образом, наращенные суммы при дискретном и непрерывном начислении совпадают.

В целом вычисления с применением дисконтирования могут быть сложны, и для облегчения вычислений могут использоваться таблицы дисконтирования. В этих таблицах приведены дисконтирующие множители, соответствующие различным процентным ставкам в зависимости от временного периода. Так, ниже в таблице приведены дисконтирующие множители для процентных ставок от 4 до 10 % и для периодов от 1 года до 5 лет.

Количество лет	Годовая процентная ставка			
	4 %	6 %	8 %	10 %
1	0,962	0,943	0,926	0,909
2	0,925	0,890	0,857	0,826
3	0,889	0,840	0,794	0,751
4	0,855	0,792	0,735	0,683
5	0,822	0,747	0,681	0,621

Такую таблицу можно использовать для определения суммы вложения, необходимой для достижения определенной суммы в течение заданного периода времени. Так, если через 5 лет при процентной ставке в 6 % требуется иметь сумму в 500 ф. ст., то необходимая сумма вложения находится по таблице следующим образом: вложение на 5 лет при процентной ставке 6 % имеет дисконтирующий множитель 0,747, что видно из таблицы. Следовательно, сумма, которую необходимо вложить сейчас, чтобы потом иметь 500 ф. ст., рассчитывается следующим образом:  $0,747 \times 500 = 373,50$  ф. ст.

## УПРАЖНЕНИЯ

3.1. Какой вклад необходимо сделать, чтобы через 10 лет получить 12 500 руб., при процентной ставке равной 11,7 %?

3.2. По векселю через 5 лет должна быть выплачена сумма 1 000 000 руб. Банк учел вексель по сложной учетной ставке 10 % годовых. Определить дисконт.

3.3. Провести сравнение для заемщика математического дисконтирования и банковского учета по учетной ставке 30 % при величине кредита 50 000 руб.

3.4. На капитал в 3 000 000 руб. в течение 3 лет осуществляется наращение простыми процентами по учетной ставке 33 %. Найти приращение первоначального капитала за каждый год и общую наращенную сумму.

3.5. Вексель на сумму 1 000 руб. с погашением 10 декабря предъявлен в банк для оплаты 20 октября по учетной ставке 25 % годовых. Определить сумму, выплаченную владельцу векселя, и сумму дисконта при использовании германской практики расчетов.

3.6. Вексель на сумму 1 000 руб. предъявлен в банк для оплаты за 100 дней до срока его погашения. Определить сумму, полученную предъявителем векселя, если банк может использовать простую ставку процентов или учетную ставку, равную 20 % годовых, при использовании германской практики расчетов.

3.7. Вексель на сумму 500 000 руб. выдан на 100 дней с начислением по нему процентов по ставке 20 % годовых при использовании германской практики расчетов. Банк учел вексель за 20 дней до срока оплаты по учетной ставке 15 % годовых. Определить сумму, полученную предъявителем векселя, и сумму дохода банка.

3.8. Требуется найти современное значение долга, полная стоимость которого через 3 года составит 7 000 руб. Проценты начисляются по следующим ставкам:

- а) 140 % в конце каждого года;
- б) 20 % в конце каждого квартала;
- в) 120 % годовых в конце каждого месяца.

3.9. Определить сумму вложения, необходимую сейчас, с тем, чтобы накопить сумму в 1 000 ф. ст. по окончании заданных периодов:

- а) за 5 лет при 4 % годовых;
- б) за 2 года при 7 % годовых;
- в) за 6 лет при 10 % годовых.

3.10. Банк начисляет проценты на вклады до востребования по сложной ставке 80 % годовых с использованием германской практики. Определить сумму вклада для накопления с 10 мая по 25 ноября 2005 г. 500 000 руб.

3.11. Банк начисляет ежемесячно сложные проценты по номинальной годовой ставке 80 % годовых с использованием французской практики. Определить сумму вклада для накопления с 12 февраля до 8 августа 2005 г. 50 000 руб.

3.12. Банк начисляет ежемесячно сложные проценты по номинальной ставке 10 % годовых с использованием английской практики. Определить сумму вклада для накопления с 12 января по 5 августа 2005 г. 100 000 руб.

3.13. Сравнить количество дней, необходимых для накопления 500 000 руб. при ежемесячном начислении процентов по сложной номинальной ставке 60 % годовых, при различных практиках начисления процентов: германской, английской и французской.

3.14. Кредит 40 000 руб. выдается по простой ставке 50 % годовых. Определить срок кредита, если заемщик желает получить 30 000 руб.

3.15. Определить все варианты учетных ставок для кредита 40 000 руб. на полгода, если заемщик получает 30 000 руб.

3.16. Вексель учтен в банке по учетной ставке 30 % годовых за полгода до срока его погашения. Определить значение эффективной годовой ставки процентов.

3.17. До срока оплаты векселя осталось 100 дней. Вексель учтен в банке по учетной ставке 40 % годовых при расчетном количестве дней в году 360. Определить доходность операции учета по эффективной ставке простых процентов для расчетного количества дней в году 365.

3.18. До срока погашения векселя осталось 50 дней. Банк использует при выдаче кредитов простую ставку 120 % годовых. Определить эквивалентные значения учетной ставки, обеспечивающей равную доходность, если расчетное количество дней в году при начислении процентов по кредиту равно 365 дней, а при учете векселей — 360 дней.

3.19. «Автобанк» принимает вклады до востребования под 12 % годовых. Определить эквивалентное значение учетной ставки при учете векселя в день его погашения со сроком обращения 200 дней и количестве дней в году 360, чтобы обеспечить эквивалентную доходность при приеме вкладов до востребования.

3.20. Из какого капитала можно получить 4 000 руб. через 5 лет наращением сложными процентами по ставке 12 %, если наращение осуществлять ежеквартально? Какова при этом получится величина дисконта?

3.21. Определить современное значение суммы в 4 000 руб., если она будет выплачена через 2 года и 3 месяца и дисконтирование производилось по полугодиям по номинальной годовой учетной ставке 10 %.

3.22. Через сколько лет на счете в банке будет сумма в 5 600 руб., если вложили 3 400 руб. при коэффициенте дисконтирования 15,65 % годовых?

3.23. Рассчитайте, при какой учетной ставке ожидаемая к поступлению сумма в \$5 000 соответствует текущему значению \$2 000, если время дисконтирования 6 лет.

3.24. Сумма в 5 млн руб. выплачивается через 5 лет. Необходимо определить ее современную величину при условии, что применяется ставка сложных процентов, равная 12 % годовых.

3.25. Срок до погашения векселя равен 2 годам. Дисконт при его учете составил 30 %. Какой сложной годовой учетной ставке соответствует этот дисконт?

3.26. Сумма, на которую начисляются непрерывные проценты, равна 2 млн руб., сила роста — 10 %, срок — 5 лет. Найти наращенную сумму и эквивалентную годовую ставку сложных процентов.

3.27. Определить современную стоимость платежа долгового обязательства на сумму 5 млн руб., срок оплаты которого наступает через 5 лет, при условии, что дисконтирование произво-

дится по силе роста 12 % годовых и по дискретной сложной учетной ставке такого же размера.

3.28. Пусть начальное значение силы роста равно 8 %, процентная ставка непрерывно и линейно изменяется, прирост за год составляет 2 %. Срок наращивания — 5 лет. Найти коэффициент наращивания в случае увеличения и уменьшения прироста.

3.29. Начальный уровень силы роста 8 %, процентная ставка непрерывно и экспоненциально увеличивается (годовой прирост 20 %, т. е. темп прироста за год составляет 1,2), срок наращивания — 5 лет. Необходимо определить множитель наращивания.

3.30. Каков ваш выбор — получение \$5 000 через год или \$12 000 через 6 лет, если коэффициент дисконтирования равен: а) 0 %, б) 12 %, в) 20 %?

Стоимость обучения в вузе за 1-й, 2-й, 3-й, 4-й и 5-й курсы составляет 15 000, 16 000, 17 000, 18 000, 19 000 руб. соответственно. Какую сумму достаточно положить за 1 год до поступления в вуз в банк, обеспечивающий выплату 18 % годовых, для покрытия всех расходов на обучение?

3.32. Рассчитайте текущую стоимость каждого из приведенных ниже денежных поступлений, если коэффициент дисконтирования равен 12 %: а) 5 млн руб., получаемые через 3 года; б) 50 млн руб., получаемые через 10 лет.

3.33. Фирме нужно накопить \$2 000 000, чтобы через 10 лет приобрести здание под офис. Наиболее безопасным способом накопления является приобретение без рискованных государственных ценных бумаг, генерирующих годовой доход по ставке 8 % при полугодовом начислении процентов. Каким должен быть первоначальный вклад фирмы?

3.34. Через 60 дней после займа Иванов выплатил ровно 10 000 руб. Сколько было занято, если 10 000 руб. включают основную сумму и обыкновенный простой процент при 12 %?



3.35. Иванов 16 ноября 1994 г. продал сберегательному банку вексель, согласно которому 9 февраля 1995 г. через год после выдачи векселя, по требованию Иванова векселедатель обязуется выплатить 150 000 руб. и простой процент 6 % годовых. Если сбербанк использует 7 % норму процента авансом, какой будет выручка? Какую норму процента реализует банк при такой инвестиции?

3.36. Вексель на 10 175 руб., погашаемый через 90 дней, продан банку, который установил 7 % норму простого процента при дисконтировании. Какой будет процент в рублях?

3.37. Иванов намерен получить ссуду в сбербанке на 120 дней. Если банк начисляет 7 % авансом, то какую сумму должен просить Иванов, чтобы получить на руки 100 000 руб.?

3.38. Определить текущую стоимость 100 000 руб., подлежащей уплате через 3 года, при использовании сложной процентной ставки 30 % годовых.

3.39. Кредит выдается на полгода по годовой учетной ставке 30 %. Определить сумму, получаемую заемщиком, и величину дисконта, если сумма долга равна 50 000 руб.

3.40. Владелец векселя на сумму 10 000 руб. учел его в банке за 2 месяца до срока погашения по годовой ставке 20 %. Определить выкупную (учетную) стоимость векселя, т. е. сумму, которую получил владелец.

3.41. Сумма 50 000 руб. выдается в ссуду на полгода по годовой учетной ставке 30 %. На какую сумму следует выдать вексель?

3.42. Определить текущую стоимость векселя на сумму 50 000 руб. сроком на 2 года при использовании сложной учетной ставки 40 % годовых.

3.43. Банк учел вексель за 70 % его номинала за полгода до его выкупа. Какова доходность операции для банка?

3.44. Сумма в 5 000 000 руб. выплачивается через 5 лет. Необходимо определить ее современную величину при условии, что применяется ставка сложных процентов, равная 12 % годовых.

3.45. Через 180 дней после подписания договора должник уплатит 310 000 руб. Кредит выдан под 16 % годовых. Какова первоначальная сумма долга при условии, что временная база равна 365 дням?

3.46. Долговое обязательство на сумму 5 000 000 руб., срок оплаты которого наступает через 5 лет, продано с дисконтом по сложной ставке 15 % годовых. Каков размер полученной за долг суммы и величина дисконта?

3.47. Долговое обязательство на сумму 5 000 0000 руб., срок оплаты которого наступает через 5 лет, продано с дисконтом по сложной номинальной ставке 15 % при поквартальном учете. Каков размер полученной за долг суммы и эффективную учетную ставку?

3.48. Тратта (переводной вексель) выдана 17.07.2000 г. на сумму 1 000 000 руб. с уплатой 17.11.2000 г. Владелец учел его в банке 23.09.2000 г. по учетной ставке 20 %. На всю сумму долга начисляются проценты по ставке простых 20,5 % годовых. Найти полученную сумму при учете векселя.

3.49. Определить значение учетной ставки банка, эквивалентной ставке простых процентов 80 % годовых.

3.50. Дата погашения дисконтного векселя — 22 июля текущего года. Определить выкупную цену и дисконт на 2 июля векселя номиналом 100 000 000 руб., если вексельная ставка составляет 40 % годовых, а число дней в году принять за 360.

## Тема 4

# ИНФЛЯЦИЯ И НАЛОГИ

Инфляция характеризуется обесценением национальной валюты, снижением ее покупательной способности и общим повышением цен в стране. При наличии инфляции инвестор может потерять часть дохода, а заемщик может выиграть за счет погашения задолженности деньгами сниженной покупательной способности. На этом основании необходимо установить количественные соотношения по определению влияния инфляции на показатели финансовой операции.

Следует заметить, что если наблюдается общее снижение цен, то происходит дефляция.

Все показатели финансовой операции можно разделить на две группы: номинальные, рассчитанные в текущих ценах, и реальные, учитывающие влияние инфляции, рассчитанные в сопоставимых ценах базового периода.

На этом основании полагают, что изменение (рост или падение) потребительских цен определяется безразмерным показателем, называемым *индексом инфляции*, который определяет, во

сколько раз выросли цены в период  $(0, T)$ :  $I = \frac{S_T}{S_0}$ , а относитель-

ная величина уровня инфляции есть *темп инфляции*:  $b = I - 1$ .

Уровень инфляции определяют в процентах:

$$b \% = \left( \frac{S_T - S_0}{S_0} \right) 100 \%$$

Индекс инфляции показывает, во сколько раз выросли цены, а уровень инфляции — на сколько процентов выросли цены за рассматриваемый период.

При проведении исследования стоимость потребительской корзины фиксируется через, например, равные промежутки времени:  $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$ , что можно записать таким образом:  $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$ .

Аналогично, для темпов инфляции на этих интервалах  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ,

Тогда индекс инфляции за весь период будет равен

$$I = \frac{S_n}{S_0} = \prod_{i=0}^n (1 + \alpha_i).$$

Следует заметить, что при равенстве значений темпов инфляции на всех интервалах

$$I = \frac{S_n}{S_0} = (1 + \alpha)^n.$$

### Пример 4.1

Постоянный темп инфляции на уровне 5 % в месяц приводит к росту цен за год в размере

$$I = \frac{S_n}{S_0} = (1 + \alpha)^n = 1,05^{12} = 1,796,$$

т. е. годовой темп инфляции — 79,6 %. Пусть приросты цен по месяцам составили: 1,5; 1,2; и 0,5 %. Индекс цен за 3 месяца равен:

$I = \prod_{i=0}^n (1 + \alpha_i) = 1,015 \times 1,012 \times 1,005 = 1,0323$ . Темп инфляции за 3 месяца — 3,23 %.

Рассмотрим различные варианты начисления процентов с учетом инфляции.

Для простых процентов обозначим  $i_p$  ставку процентов, учитывающую инфляцию. Тогда для наращенной суммы имеем выражение:

$$S_T = S_0 (1 + nr_p) = S_0 (1 + ni) I,$$

откуда получим модель определения ставки простых процентов, учитывающей инфляцию:

$$r_p = \frac{(1 + ni) I - 1}{n},$$

где  $i$  — реальная процентная ставка,  
 $I$  — индекс инфляции.

Нарощенная сумма с учетом ее обесценивания вычисляется по формуле

$$S_{\bar{6}} = \frac{S_T}{I} = \frac{S_0(1+nr_p)}{I} = S_0(1+ni).$$

### Пример 4.2

Банк выдал клиенту кредит на 1 год в размере 2 000 руб. по ставке 6 % годовых. Уровень инфляции за год составил 40 %. Определить с учетом инфляции реальную ставку процентов по кредиту, погашаемую сумму и сумму процентов за кредит.

*Решение.* Согласно условию задачи:  $S_0 = 2\,000$  руб.;  $i = 0,06$ ;  $\alpha = 0,4$ ;  $n = 1$ .

1. Сумма погашения кредита с процентами без учета инфляции составит:

$$S_T = S_0(1 + ni) = 2\,000 (1 + 0,06) = 2\,120 \text{ руб.}$$

2. Сумма процентов:  $S_0 ni = 2\,000 \times 1 \times 0,06 = 120$  руб.

3. Возвращаемая сумма с процентами, приведенная к моменту оформления кредита с учетом инфляции:

$$S_{\bar{6}} = \frac{S_T}{I} = \frac{S_T}{1+\bar{6}} = \frac{2\,120}{1,4} = 1\,514 \text{ руб. } 29 \text{ коп.}$$

4. Реальный доход банка:

$$D = S_{\bar{6}} - S_0 = 1\,514,29 - 2\,000 = -485 \text{ руб. } 71 \text{ коп.},$$

что свидетельствует об убытке этой операции.

5. Чтобы обеспечить доходность банку в размере 6 % годовых, ставка процентов по кредиту с учетом инфляции должна быть равна

$$r_p = \frac{(1+ni)I - 1}{n} = \frac{(1+ni)(1+\bar{6}) - 1}{n} 100 = i + i\alpha + \alpha/n =$$

$$= 0,06 + 0,4 + 0,06 \times 0,4 = 0,484; r_p\% = 48,4 \%$$

6. Погашаемая сумма должна составлять

$$S_{T\alpha} = S_0(1 + r_p) = 2000 (1+0,484) = 2\,968 \text{ руб.}$$

7. Реальный доход банка составит

$$D = S_\alpha - S_0 = \frac{S_T \alpha}{I} - S_0 = \frac{2968}{1,4} - 2000 = 120 \text{ руб.},$$

что обеспечит реальную доходность операции 6 % годовых.

Для сложных процентов обозначим  $r_c$  ставку процентов, учитывающую инфляцию, тогда выплаты рассчитываются либо по точной формуле

$$S_T = S_0 (1 + r_c)^n = S_0 (1 + i_c)^n I,$$

либо по приближенной:

$$S_T = S_0 (1 + i_c + \bar{\delta})^n,$$

откуда получим модель определения ставки сложных процентов, учитывающей инфляцию:

$$r_c = (1 + i_c)^{\sqrt[n]{I}} - 1.$$

При постоянном темпе инфляции  $r_c = ((1 + i_c)(1 + \alpha) - 1)$  реальный показатель доходности

$$i_c = \frac{r_c - \bar{\delta}}{1 + \bar{\delta}}.$$

При начислении процентов несколько раз в году выплаты рассчитываются по формуле

$$S_T = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm} I = S_0 \left(1 + \frac{r_c}{m}\right)^{nm},$$

откуда получим выражение для номинальной сложной процентной ставки, учитывающей инфляцию:

$$r_c = m \left( \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm \sqrt[n]{I}} - 1 \right) 100 \% .$$

Нарощенная сумма с учетом ее обесценивания вычисляется по формуле

$$S_{\alpha} = \frac{S_T}{I} = \frac{S_0 \left(1 + \frac{r_c}{m}\right)^{nm}}{I} = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm}.$$

Приведенные модели позволяют проводить взаиморасчеты с клиентами по показателям в контрактах с учетом инфляции.

### Пример 4.3

Вклад 1 000 руб. положен в банк на полгода с ежемесячным начислением сложных процентов по номинальной ставке 120 % годовых. Определить реальный доход вкладчика, если ожидаемый ежемесячный уровень инфляции составит 15 %.

*Решение.* По условию примера  $S_0 = 1\,000$  руб.;  $n = 0,5$ ;  $m = 12$ ;  $r_{\alpha} = 1,2$ ;  $\alpha = 0,15$ .

1. Индекс инфляции за полгода составит

$$I = (1 + \alpha)^6 = 1,15^6 = 2,313.$$

2. Уровень инфляции будет равен

$$\alpha = I - 1 = 1,313; \alpha\% = 131,3\%.$$

3. Нарощенная сумма вклада с процентами составит

$$S_T = S_0 \left(1 + \frac{r_c}{m}\right)^{nm} = 1\,000(1+0,1)^6 = 1\,771 \text{ руб. } 56 \text{ коп.}$$

4. Сумма вклада с процентами, приведенная к моменту его оформления, составит

$$S_{\alpha} = \frac{S_T}{I} = \frac{1\,771,56}{2,313} = 765 \text{ руб. } 91 \text{ коп.}$$

5. Реальный доход вкладчика составит

$$D = S_{\alpha} - S_0 = 765,91 - 1\,000 = -234 \text{ руб. } 9 \text{ коп.}$$

Следовательно, вкладчик понесет убытки с позиций покупательной способности получаемой суммы в банке.

Как правило, полученные проценты облагаются налогом, что, естественно, уменьшает реальную наращенную сумму и доходность финансовых операций. Пусть ставка налога на проценты равна  $g$ , а общая сумма налогов —  $G$ .

При начислении налога возможны два варианта: налог начисляется за весь срок сразу, т. е. на всю сумму процентов, или последовательно по периодам, например в конце каждого года.

При начислении простых процентов за весь срок находим

$$G = S_0 n i g ;$$
$$S'_T = S_0 [1 + n(1 - g)i].$$

Учет налога при определении наращенной суммы сводится к соответствующему сокращению процентной ставки: вместо ставки  $i$  фактически применяется ставка  $(1 - g)i$ .

Налог за весь срок для долгосрочных операций со сложными процентами получается равный

$$G = S_0 [(1 + i)^n - 1]g .$$

Наращенная сумма после выплаты налогов составит

$$S'_T = S_0 [g + (1 - g)(1 + i)^n] .$$

По второму варианту сумма налогов определяется за каждый истекший год. С ростом наращенной суммы растет и сумма налога. Налог за  $t$ -й год:

$$G_t = S_0 [(1 + i)^t - (1 + i)^{t-1}]g = S_0 (1 + i)^{t-1} i g .$$

За весь срок сумма налогов равна

$$\sum G_t = \sum S_0 (1 + i)^{t-1} i g = S_0 [(1 + i)^n - 1]g = G .$$

Иначе говоря, метод взыскания налогов не влияет на его общую сумму.



Формула для реальной доходности с учетом налога на прибыль имеет вид:

$$i = \frac{r_c(1-g) - \bar{b}}{1 + \bar{b}}.$$

#### Пример 4.4

Пусть ставка налога на проценты равна 10 %. Процентная ставка — 30 % годовых, срок начисления процентов — 3 года. Первоначальная сумма ссуды 1 млн руб. Определить размер налога на проценты при начислении простых и сложных процентов.

*Решение.* Без уплаты налогов при простых процентах наращенная сумма  $S_T = S_0 \left(1 + \frac{i}{100} n\right) = 1(1 + 0,9) = 1,9$  млн руб.; с учетом выплаты налогов  $S_T = S_0 \left(1 + \frac{i(1-g)}{100} n\right) = 1(1 + 0,9 \times 0,9) = 1,81$ . Сумма налога 90 000 руб.

Без уплаты налогов при сложных процентах наращенная сумма  $S_T = S_0 \left(1 + \frac{i}{100}\right)^{\frac{T}{T_{год}}}$ ;  $S_T = 1 \left(1 + \frac{30}{100}\right)^3 = 2,197$  млн руб.

С учетом выплаты налогов

$$S_T = S_0 \left[ \left(1 + \frac{i}{100}\right)^3 (1-g) + g \right] = 2,0773 \text{ млн руб.}$$

Сумма налогов 119 700 руб.

При последовательной выплате налогов:

1-й год 1 000 000 руб.  $\times 0,1 \times 0,3 = 30 000$  руб.

2-й год 1 000 000 руб.  $\times 1,3 \times 0,3 \times 0,1 = 39 000$  руб.

3-й год 1 000 000 руб.  $\times 1,3^2 \times 0,3 \times 0,1 = 50 700$  руб.

#### Пример 4.5

Пусть ставка налога на проценты равна 10 %. Процентная ставка — 30 % годовых, срок начисления процентов — 3 года. Первоначальная сумма ссуды 1 000 000 руб. Определить разме-

ры налога на проценты при начислении простых и сложных процентов.

*Решение.* При начислении простых процентов за весь срок получим следующие размеры наращенных сумм:  $S_T = 1\,000\,000 \times (1 + 0,3 \times 3) = 1\,900\,000$  без уплаты налогов;

$$S'_T = S_0[1 + n(1 - g)i] = 1\,000(1 + 3(1 - 0,1)0,3) = 1\,810\,000 \text{ руб.}$$

с учетом налогов. Сумма налога 90 000 руб.

Начислим сложные проценты:

$$S_T = 1\,000\,000(1+0,3)^3 = 2\,197\,000 \text{ руб. без уплаты налогов;}$$

$$S'_T = S_0[g + (1 - g)(1 + i)^n] = 1\,000[0,1 + (1 - 0,1)(1 + 0,3)^3] = \\ = 2\,077\,300 \text{ руб.}$$

с учетом выплаты за весь срок. Сумма налога равна 119 700 руб.

## УПРАЖНЕНИЯ

4.1. Ссуда в размере 100 000 000 руб. выдана на 2 года под 64 % годовых. Ожидается, что ежегодный темп инфляции будет равен 24 %. Найти сумму процентов к выплате.

4.2. Определить ожидаемый годовой уровень инфляции при уровне инфляции за месяц 8; 10; 12 и 30 %.

4.3. Постоянный темп инфляции в течение года на уровне 5 % в месяц. Найти рост цен.

4.4. Определить за полгода уровень инфляции при условии, что инфляция по месяцам составила соответственно: 10; 15; 12; 9; 14 и 13 %.

4.5. Месячный темп инфляции составляет 5 %. Определить: а) полугодовой и б) годовой темп инфляции.

4.6. Определить уровень инфляции за год при ежемесячном уровне инфляции 6 %.

4.7. Банк выдает кредит под 30 % годовых с уплатой процентов за год вперед, а сумма кредита возвращается через год. Годовой уровень инфляции составил 30 %. Определить реальную ставку процентов с учетом инфляции.

4.8. 30 мая 1988 г. дом был куплен за 6 000 руб., а 30 мая 1990 г. продан за 15 000 руб. Инфляция составила в 1988 и 1989 гг. 10 %, в 1990 г.— 30, а в 1991 г.— 50 %. Определить результат коммерческой операции купли-продажи дома.

4.9. Банк принимает вклады от населения под 20 % годовых. На этих условиях на срок 3 года был сделан вклад. За первый год инфляция составила 10 %, за второй — 20, за третий — 30 %. Определить изменения относительной величины вклада в процентах.

4.10. Определить средний уровень инфляции за 5 месяцев, если инфляция по месяцам составила: 10; 20; 30; 40 и 25 %.

4.11. Приросты цен по месяцам составили 1,5; 1,2 и 0,5%. Найти темп инфляции за 3 месяца.

4.12. Известны номинальные цены на 1.03.2004 г. трех товаров — А, В и С соответственно: 10 000 руб., 9 000 руб., 11 000 руб.; а на 1.09.2004 г. соответственно 21 000 руб., 20 000 руб., 22 000 руб. Определить, на сколько процентов изменились реальные цены товаров за этот период. Как изменились относительные цены товаров В и С к цене товара А? Какие из указанных товаров стали относительно дешевле (дороже) в ходе инфляционного процесса и на сколько процентов?

4.13. Банк выдает кредиты под 30 % годовых с уплатой вперед, а сумма кредита возвращается через год. Определить реальную ставку процента годовых с учетом инфляции, составляющей 50 % в год.

4.14. Определить среднегодовой уровень инфляции за 4-летний период, если инфляция по годам составила соответственно: 60; 30; 8 %, а последний год сопровождалась 8-процентной дефляцией.

4.15. Определить средний за полгода уровень инфляции при условии, что инфляция по месяцам составила соответственно: 6; 8; 12; 9; 7 и 6 %.

4.16. Темпы инфляции за прошедший год по месяцам составили соответственно 7; 5; 6; 9; 10; 12; 6; 8; 7; 11; 9 и 7 %. Определить средний ежемесячный темп инфляции, общий уровень инфляции за год. Определить, на сколько процентов возросли цены с 1.01.2004 по 1.04.2004 г.; во сколько раз возросли цены на 1.11.2004 г. по отношению к ценам на 1.02.2004 г.? На сколько процентов цены на 1.06.2004 г. будут ниже цен на 1.10.2004 г.?

4.17. Цены на товары выросли в 150 раз, а заработная плата увеличилась в 100 раз. На сколько процентов изменилась реальная заработная плата?

4.18. Найти сложную номинальную процентную ставку при доходности 15 % годовых и годовых темпах инфляции за 3 года: а)  $\alpha_1 = 90 \%$ ,  $\alpha_2 = 80 \%$ ,  $\alpha_3 = 60 \%$ ; б)  $\alpha_1 = 80 \%$ ,  $\alpha_2 = 80 \%$ ,  $\alpha_3 = 80 \%$ .

4.19. Вклад в сумме 500 000 руб. положен в банк на полгода с ежемесячным начислением сложных процентов по номинальной ставке 160 % годовых. Определить реальный доход вкладчика для двух ожидаемых месячных уровней инфляции 10 и 15 %.

4.20. Банк начисляет по депозитам 100 % в квартал по сложной процентной ставке. Инфляция за год составила 1 000 %. Определить реальную эффективную ставку банковского процента.

4.21. Плотник договорился выполнить работу в течение месяца за 400 руб. и получил 25 % в аванс. Уровень инфляции составляет 40 % за месяц. Определить в процентах от всей суммы прибыльность такой операции плотника.

4.22. На вклад начисляются сложные проценты: а) ежегодно; б) ежеквартально; в) ежемесячно. Какова должна быть годовая номинальная процентная ставка, при которой происходит реальное наращение капитала, если ежемесячный темп инфляции — 3 %.

4.23. При выдаче кредита на несколько лет на условиях начисления сложных процентов банк желает обеспечить реальную доходность такой финансовой операции в 16 % годовых по сложной ставке процентов. Какую процентную ставку по кредиту должен установить банк, если инфляция прогнозируется в среднем 10 % в год?

4.24. Оборудование стоимостью 150 000 000 руб. будет использоваться 6 лет, после чего его стоимость будет равняться 20 000 000 руб. Найти норму обесценивания при использовании постоянного процента.

4.25. На сумму 15 000 000 руб. в течение 3 месяцев начисляются простые проценты по ставке 28 % годовых. Ежемесячная инфляция характеризуется темпами 2,5; 2; 1,8 %. Чему равна наращенная сумма?

4.26. Банк начисляет за пользование кредитом 50 % годовых. Определить реальную эффективную процентную ставку, учитывающую инфляцию, которая составляет 30 % в год.

4.27. Клиент выплатил проценты за пользование кредитом в размере 200 000 руб. в момент выдачи суммы кредита 2 000 000 руб. сроком на полгода. Среднемесячный уровень инфляции составил 2 %. Определить реальную процентную ставку банка.

4.28. Банк «Индустрия-сервис» проводил начисление по депозитам по ставке 800 % годовых, а уровень инфляции за год составил 1 000 %. Определить реальную ставку банковского процента.

4.29. Первоначальный капитал 20 000 000 руб. выдается на 3 года, проценты начисляются в конце каждого квартала по номинальной ставке 80 % годовых. Определить номинальную ставку процентов и наращенную сумму с учетом инфляции, если ожидаемый годовой уровень инфляции составляет 90 %.

4.30. Вкладчик намерен внести сумму 500 000 руб. сроком на 8 месяцев в банк «Возрождение», который гарантирует выплату 240 % годовых по схеме простых процентов. Ожидаемый среднемесячный темп инфляции за этот период составил 10 %. Опре-

делить номинальную и реальную сумму вклада на момент окончания срока, а также реальную годовую процентную ставку.

4.31. Определить реальную доходность операции, если при уровне инфляции 8 % в месяц выдается кредит на 2 года по номинальной ставке сложных процентов 180 % годовых, а проценты начисляются ежеквартально.

4.32. В «Уникомбанк» помещен вклад в сумме 10 000 000 руб. под 100 % годовых сроком на 5 лет. Ожидаемый темп инфляции в течение этого периода оценивается величиной 50 % в год. Определить реальную сумму, которую будет иметь инвестор.

4.33. В банк «Возрождение» внесена сумма 500 000 руб. под непрерывно начисляемые сложные проценты по ставке 60 % годовых. Через 1,5 года со счета сняли часть суммы 240 000 руб. Какова будет реальная сумма на счете спустя 4 года, если среднегодовой темп инфляции составляет 30 %?

4.34. Кредит в размере 50 000 000 руб. выдан на 2 года. Реальная доходность операции должна составить 20 % годовых по сложной ставке ссудных процентов. Ожидаемый уровень инфляции составляет 150 % в год. Определить множитель наращивания, сложную ставку процентов, учитывающую инфляцию, и наращенную сумму.

4.35. Вкладчик намерен внести 10 000 000 руб. на полгода в банк, который выплачивает 80 % годовых по схеме сложных процентов в двух вариантах: или ежеквартально, или один раз — в момент изъятия вклада. Ожидаемый средний ежемесячный темп инфляции составляет 6 %. Оценить экономическую целесообразность этой инвестиции, т. е. какой реальный доход или убыток, с учетом инфляции, будет иметь вкладчик.

4.36. Коммерсант намерен взять в банке «Столичный» краткосрочную ссуду 30 000 000 руб. на 3 месяца под сложные 120 % годовых с единовременной выплатой погасительного платежа в конце срока действия ссуды. Прогноз среднемесячного темпа инфляции за рассматриваемый период составляет 5 %. Определить номинальную сумму платежа за пользование ссудой, приведенную

к уровню цен на момент получения ссуды. Какова будет реальная процентная ставка за пользование ссудой с учетом инфляции?

4.37. Месячная зарплата 1.02.1996 г. составила 900 000 руб., а цена товара — 18 000 руб. Затем позже, 1.08.1996 г., зарплата достигла 1 000 000 руб., а цена товара повысилась до 36 000 руб. Среднемесячный темп инфляции в рассматриваемый период составлял 10 %. Как изменилась (в рублях и процентах) реальная цена товара с учетом инфляции и как изменилась реальная зарплата за рассматриваемый период?

4.38. На сумму 15 000 000 руб. в течение 3 месяцев начисляются сложные проценты по ставке 28 % годовых. Ежемесячная инфляция характеризуется темпами 2,5; 2 и 1,8 %. С учетом обесценивания найти наращенную сумму.

4.39. Вкладчик намерен внести 40 000 руб. на 1 год в банк, который гарантирует выплату 12 % сложных годовых с ежемесячной капитализацией. Ожидаемый среднемесячный темп инфляции составляет 1 %. Оценить экономическую целесообразность такого размещения денежных средств, т. е. какой реальный доход или убыток с учетом инфляции будет иметь вкладчик.

4.40. Годовой темп инфляции — 20 %, брутто-ставка — 25 %. Найти индекс цен за полгода. Рассчитать реальную годовую ставку.

4.41. Месячный темп инфляции составляет: а) 4 % в месяц, б) 4 % — 1-й месяц, 3 % — 2-й месяц, 2 % — 3-й месяц. Найти индекс цен и темп инфляции за 12 и 3 месяца соответственно, также определить обесцененную наращенную сумму, если на сумму 10 000 руб. в течение указанных сроков начислялись простые проценты из расчета 50 % годовых, и определить ставку, при которой наращение равно потерям из-за инфляции.

4.42. Найти реальную простую процентную ставку (доходность) при номинальных ставках 60 и 30 % годовых и месячных темпах инфляции  $b_1 = 5 \%$ ,  $b_2 = 2 \%$ ,  $b_3 = 4 \%$ .

4.43. Вклад в сумме 500 000 руб. положен в банк на 2 года с ежемесячным начислением сложных процентов по номиналь-

ной годовой ставке, равной 10 %. Определить реальный доход вкладчика для ожидаемого месячного уровня инфляции 5 и 0,5 %.

4.44. Какую ставку должен назначить банк, чтобы при годовой инфляции 12 % реальная ставка оказалась 6 %.

4.45. Клиент положил в банк 60 000 руб. под простую процентную ставку 40 % годовых и через полгода с учетом уплаты налога на проценты получил 70 200 руб. Определить ставку налога на проценты.

4.46. На вклад в 2 000 000 руб. в течение 4 лет начислялись каждые полгода сложные проценты по годовой номинальной ставке наращивания 12 %. Определить наращенную сумму после уплаты налога на проценты, если ставка налога равна 8 %.

4.47. Вычислить чистую прибыль, которая получится в 0,8(3) года с капитала в 128 800 руб., вложенного в 6-процентные бумаги, зная, что при выдаче денег удерживается в доход государства 5 % их стоимости.

4.48. Определить реальную годовую ставку доходности, если годовая процентная ставка равна 60 %, а месячный темп инфляции составляет 3 %. Прибыль облагается налогом по ставке: а)  $g = 25 \%$ ; б)  $g = 40 \%$ .

4.49. Определить приемлемую процентную ставку с барьерной ставкой 15 %, если месячный темп инфляции составляет 3 %. Прибыль облагается налогом по ставке  $g = 40 \%$ .

4.50. Пусть ставка налога на проценты равна 10 %. Процентная ставка — 30 % годовых, срок начисления процентов — 3 года. Первоначальная сумма ссуды — 1 000 000 руб. Определить размеры налога на проценты при начислении простых и сложных процентов.



## Тема 5

### ПОТОК ПЛАТЕЖЕЙ ИЛИ ФИНАНСОВАЯ РЕНТА

Получение и погашение долгосрочного кредита, погашение различных видов задолженности, денежные показатели инвестиционного процесса предусматривают не отдельные разовые платежи, а множество распределенных во времени выплат и поступлений, называемых *потоком платежей*. Специальный поток платежей, в котором временные интервалы между двумя последовательными равными платежами постоянны, называется *финансовой рентой*. Финансовая рента возникает, например, при выплате процентов по *облигациям* либо при погашении *потребительского кредита*. При расчете финансовых рент часто возникает необходимость определения суммы всех платежей с начисленными на них процентами к концу срока ренты (*постнумерандо*):

$$S_T(T, m, p) = R \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{Tm} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1}. \quad (5.1)$$

Здесь  $R$  — член ренты, т. е. величина каждого платежа;  $p$  — число платежей в году;  $m$  — число начислений процентов в году;  $T$  — срок ренты в годах (время от начала ренты до конца последнего периода выплат). В формуле (5.1) подразумевается целое число периодов выплат  $T$ .

Если необходимо вычисление сумм платежей в начальный момент времени (современную стоимость денег), то

$$S_T(0, m, p) = R \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-Tm}}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1}. \quad (5.2)$$

### Пример 5.1

Какую сумму можно получить за ренту, если ее взносы равны 1 000 руб., и она продолжается 62 года из расчета по 5 %?

*Решение.* Воспользуемся формулой (5.2):

$$S_T(0, m, p) = [1\ 000 / 0,05](1 - [1 / (1,05^{62})]) = 19\ 028 \text{ руб. } 83 \text{ коп.}$$

### Пример 5.2

В течение 5 лет раз в квартал в пенсионный фонд вносится по 250 000 руб. Начисление процентов производится каждые полгода при ставке 20 % годовых. Найти конечную сумму.

*Решение.* Из условия задачи имеем:  $T = 5$ ,  $R = 250\ 000$ ,  $m = 2$ ,  $p = 4$ ,  $j = 20\ %$ . Тогда

$$S_T(T, m, p) = R \frac{\left(1 + \frac{j}{100m}\right)^{Tm} - 1}{\left(1 + \frac{j}{100m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1};$$

$$S_T = 8\ 163\ 184.$$

### Пример 5.3

Сколько лет продолжается рента стоимостью 100 000 руб., платежи которой равны 5 456 руб. 40 коп., если рента рассчитана по 5,25 %?

*Решение.* Здесь  $R = 5\,456$  руб. 40 коп;  $S_T(0, m, p) = 100\,000$  руб. Воспользуемся формулой (5.2), тогда

$$T = -\frac{\ln\left(1 - \frac{S}{R} \frac{j}{100}\right)}{\ln\left(1 + \frac{j}{100}\right)} = \frac{3,2747}{0,0512} = 64.$$

Для многих частных случаев коэффициент наращения ренты табулирован.

Так в случае  $m = p = 1$  значения  $s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$  представлены в Приложении, табл. 1.

Если есть последовательность интервалов времени с общим сроком  $n = n_1 + n_2$ , то  $s_{n,i} = s_{n_1,i}(1+i)^{n_2} + s_{n_2,i}$ .

В случае  $m \neq 1, p = 1$  значения  $\frac{s_{mn,j/m}}{s_{m,j/m}} = \frac{(1+j/m)^{mn} - 1}{(1+j/m)^m - 1}$ .

Если  $m = 1, p \neq 1$ , то коэффициент наращения  $s_{n,i}^p = \frac{s_{n,i}}{s_{1/p,i}} = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1}$ . В этом случае член ренты  $R/p$ .

Если  $m \neq 1, p \neq 1$ , то коэффициент наращения  $s_{n,i}^{p,m} = \frac{s_{mn,j/m}}{s_{m^p,j/m}} = \frac{(1+j/m)^{mn} - 1}{(1+j/m)^p - 1}$ . В этом случае член ренты  $R/p$ .

Для частных случаев коэффициент приведения ренты также табулирован.

Так в случае  $m = p = 1$  значения  $a_{n,i} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$  представлены в Приложении, табл. 2.

В случае  $m \neq 1$ ,  $p = 1$  значения  $\frac{a_{mn,j/m}}{s_{m,j/m}} = \frac{1 - (1 + j/m)^{-mn}}{(1 + j/m)^m - 1}$ .

Если  $m = 1$ ,  $p \neq 1$ , то коэффициент наращения

$$a_{n,i}^p = \frac{a_{n,i}}{s_{1/p,i}} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1}. \text{ В этом случае член ренты } R/p.$$

Если  $m \neq 1$ ,  $p \neq 1$ , то коэффициент наращения

$$a_{n,i}^{p,m} = \frac{a_{mn,j/m}}{s_{m/p,j/m}} = \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{(1 + j/m)^{\frac{m}{p}} - 1}. \text{ В этом случае член ренты } R/p.$$

В предложенных выше формулах рента осуществляется по схеме *постнумерандо*. Ренты, оплачиваемые в начале периода, называются *пренумерандо* и рассчитываются по формулам

$$S_T^*(T, m, p) = R \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{Tm} - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1} \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}. \quad (5.3)$$

$$S_T^*(0, m, p) = R \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-Tm}}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1} \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}. \quad (5.4)$$

### Пример 5.4

Квартирант платит за квартиру 10 000 руб. в год и желает заменить такой способ расчета уплатой по четвертям года. Домохозяин соглашается на такое предложение, но с тем условием, чтобы расчет четвертных взносов был сделан из 2 % процентов в четверть года. Сколько должен платить квартирант в начале каждой четверти года?

$$\text{Решение. } S_T^*(0, m, p) = R \frac{1 - \left(1 + \frac{j}{100m}\right)^{-Tm}}{\left(1 + \frac{j}{100m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1} \left(1 + \frac{j}{100m}\right)^{\frac{m}{p}};$$

$$10\,000 = 3,884x; \quad x = \frac{10\,000}{3,884} = 2\,574 \text{ руб. } 70 \text{ коп.}$$

### Пример 5.5

Иван Иванович вносит ежегодно в начале года в банк по 800 руб. под сложные 5 %. Какой образуется капитал к концу 20-го года?

*Решение.* Понятно, что если деньги вносятся в начале года, то применяем схему пренумерандо. Деньги нас интересуют через 20 лет, поэтому применяем формулу (5.3), имеем

$$S_T^*(20, 1, 1) = R \frac{\left(1 + \frac{j}{100}\right)^T - 1}{\frac{j}{100}} \left(1 + \frac{j}{100}\right) = \frac{800 \cdot 1,05 \cdot (1,05^{20} - 1)}{0,05} = 27\,777.$$

### Приведенная стоимость бессрчного аннуитета

Для оценки движения *финансовых потоков* во времени применяют различные формулы *финансовой математики*, в том числе и расчет приведенной стоимости бессрчного *аннуитета*.

Сущность расчета заключается в том, что *денежный поток*, состоящий из одинаковых по величине выплат и неограниченный по времени, имеет конечную сегодняшнюю стоимость, так как при инфляции больше нуля сегодняшняя стоимость периодической выплаты постоянно уменьшается и в бесконечности стремится к нулю.

Формула приведенной стоимости *бессрочного аннуитета*:

$$S(\infty) = \frac{R}{i},$$

где  $S(\infty)$  — приведенная (текущая) стоимость;

$R$  — величина равномерного поступления;

$i$  — процентная ставка.

### Пример 5.6

Необходимо рассчитать стоимость бессрочного аннуитета при 100 рублях ежегодных выплат и ставке равной 12 %.

*Решение.*  $S(\infty) = 100 / 0,12 = 833$  руб. 33 коп.

Для выполнения вышеприведенных условий необходимо инвестировать 833 руб. 33 коп.

При использовании данного финансового инструмента необходимо учитывать, что приемлемая ставка дисконтирования (процентная ставка) должна включать в себя безрисковую ставку и премию за риск.

В общей бессрочной ренте периоды начисления процентов не совпадают с периодами выплат. Если  $W$  — величина выплат общей обычной ренты, то

$$R = W \frac{i}{1 - (1+i)^{-\frac{m}{p}}}.$$

### Пример 5.7

Найти текущее значение приведенной бессрочной ренты с выплатами по 230 000 руб. в начале каждого квартала и эффективной ставкой 10 % годовых.

*Решение.* Определим величину выплат эквивалентной простой обычной ренты

$$R = W \frac{i}{1 - (1+i)^{-\frac{m}{p}}} = 230 \frac{0,1}{1 - (1,1)^{-0,25}} = 976\,815 \text{ руб. } 10 \text{ коп.}$$

Тогда

$$S(\infty) = \frac{R}{i} = \frac{976\,815,1}{0,1} = 9\,768\,151 \text{ руб.}$$

## Непрерывная рента

Формула для вычисления наращенной суммы  $p$ -срочной ренты с непрерывным начислением процентов и силой роста  $\delta$  определяется как

$$S_T(T, \infty, p) = R \frac{e^{\delta T} - 1}{p \left( e^{\frac{\delta}{p}} - 1 \right)}.$$

Формула для современной стоимости  $p$ -срочной ренты с непрерывным начислением процентов и силой роста  $\delta$  определяется как

$$S_T(0, \infty, p) = R \frac{1 - e^{-\delta T}}{p \left( e^{\frac{\delta}{p}} - 1 \right)}.$$

### Пример 5.8

В фонд ежегодно поступают средства по 10 000 руб. в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по силе роста 15 % годовых, причем выплаты производятся поквартально, а проценты начисляются непрерывно. Определить величину фонда на конец срока и ее современную стоимость.

*Решение.* Наращенная сумма ренты находится по формуле

$$S_T(T, \infty, p) = \frac{10\,000}{4} \frac{e^{0,15 \cdot 7} - 1}{\left( e^{\frac{0,15}{4}} - 1 \right)} = 121\,535 \text{ руб. } 83 \text{ руб.}$$

Современная стоимость  $p$ -срочной ренты:

$$S_T(0, \infty, p) = \frac{10\,000}{4} \frac{1 - e^{-0,15 \cdot 7}}{p \left( e^{\frac{0,15}{4}} - 1 \right)} = 42\,529 \text{ руб. } 98 \text{ коп.}$$

## Погашение или амортизация долга

Планирование погашения задолженности, *кредита* или ссуды заключается в определении периодических расходов по займу, т. е. размеров *срочных уплат*. Срочные уплаты охватывают как текущие процентные платежи, так и средства, предназначенные для погашения основного долга.

*Параметры плана погашения долга:*

$T$  — срок займа в годах;

$i$  — годовая ставка процентов, начисляемых на сумму задолженности;

$u_t$  — срочные уплаты (периодические расходы по займу);

$d_t$  — размер погашения основной суммы долга на  $t$ -м периоде;

$D_t$  — остаток задолженности на начало  $t$ -го периода;

$P_t$  — выплаченные проценты на  $t$ -м периоде.

Количественный анализ долгосрочной задолженности (займа) применяется для достижения сбалансированности, т. е. адекватности его параметров принятым условиям финансового соглашения, путем планирования погашения долга.

Планирование погашения долга заключается в определении *периодических расходов*, связанных с займом, — такие расходы называются *обслуживанием долга*. *Разовая сумма* обслуживания долга — срочная уплата, в которую входят:

— текущие процентные платежи;

— средства, для погашения (амортизации) основной суммы долга.

Размеры срочных уплат зависят от условий займа:

— срока;

— уровня процентной ставки;

— способа погашения основной суммы долга и выплаты процентов.

Рассмотрим различные способы погашения задолженности, поскольку в зависимости от выбора способа погашения стоимость кредита (сумма выплачиваемых процентов) будет различной. Здесь возможны два варианта:



- а) погашение *единовременным платежом*, т. е. возврат всей суммы в срок;
- б) погашение *долга в рассрочку*, т. е. частями.

## Погашение долга единовременным платежом

### Погашение основной суммы долга единовременным платежом в конце срока с постоянной выплатой процентов

Рассмотрим *погашение единовременным платежом*. В простейшем случае кредит погашается единым платежом в конце срока:

$$y = D(1 + i)^T,$$

где  $y$  — срочная уплата;

$D$  — сумма долга.

Этот платеж, как наращенная сумма долга, состоит из двух частей:

- возврата основной суммы долга ( $D$ );
- выплаты процентов по долгу ( $P$ ), где  $P = D(1 + i)^n - D$ .

В финансовой практике встречаются случаи, когда у кредитора возникает необходимость вернуть часть денег досрочно. В таких случаях возникает риск невозврата, поскольку требуемой суммы на такой момент времени может и не быть.

При значительной сумме долга разовый платеж требует создания так называемого фонда погашения путем периодических взносов. Фонд погашения аккумулирует денежные средства, направленные на погашение задолженности. Наиболее эффективно размещение фонда погашения с начислением на взносы процентов, например, на специальном счете в банке. Не трудно заметить, что такие платежи по своей сути являются финансовой рентой (аннуитетом), поэтому задача сводится к определению одного из параметров финансовой ренты — члена ренты.

Здесь возможны два варианта.

Первый — *выплата процентов по мере их начисления*, а основная сумма денег возвращается в конце срока займа.

Если проценты выплачиваются ежегодно, тогда величина срочной уплаты (расходов должника по погашению долга) равна

$$y = P + R = Dq + \frac{Di}{(1+i)^T - 1}.$$

где  $D$  — первоначальная сумма долга;

$q$  — ставка процентов по условиям займа;

$T$  — срок долга в годах;

$i$  — ставка процентов при создании фонда погашения.

Здесь фигурируют две ставки процентов:  $i$  — определяет скорость роста суммы фонда погашения,  $q$  — сумму выплачиваемых за заем процентов.

### Пример 5.9

По долговому обязательству выдана сумма \$100 000 под 10 % годовых на 3 года с ежегодной выплатой процентов по долгу. Для погашения суммы долга единовременным платежом создается фонд, куда ежегодно вносятся равные суммы, на которые начисляются проценты по ставке 11 %. Найти ежегодные расходы должника.

*Решение.* Ежегодные расходы должника составляют величину срочной уплаты:

$$\begin{aligned} y &= P + R, \\ P &= Dq = 100\,000 \times 0,1 = \$10\,000; \\ R &= \frac{Di}{(1+i)^n - 1} = \frac{100\,000 \cdot 0,11}{(1+0,11)^3 - 1} = 29\,921 \text{ дол. } 31 \text{ цент.} \end{aligned}$$

Отсюда

$$y = 10\,000 \text{ дол.} + 29\,921 \text{ дол. } 31 \text{ цент} = 39\,921 \text{ дол. } 31 \text{ цент.}$$

Таким образом, ежегодные расходы должника по обслуживанию долга составят 39 921 дол. 31 цент.

Более наглядным и эффективным способом планирования долга является составление таблицы, в которой отражают все основные характеристики обслуживания долга.

Такой план погашения долга единовременным платежом с ежегодной выплатой процентов и созданием погасительного фонда представлен таблицей.

**План погашения долга единовременным платежом**

Год	Долг ( $D$ )	Выплата процентов ( $P = Dq$ )	Взносы в погасительный фонд, $R$	Величина срочной уплаты ( $Y = P + R$ )	Накопленная сумма долга [ $D_{t+1} = D_t(1+i) + R$ ]
1	100 000	10 000	29 921,31	39 921,31	29 921,31
2	100 000	10 000	29 921,31	39 921,31	63 133,96
3	100 000	10 000	29 921,31	39 921,31	100 000,00
Итого	—	30 000	89 763,93	119 763,93	—

Таким образом, из приведенной таблицы видно: ежегодные расходы по обслуживанию долга составят \$39 921,31, что в целом за 3 года составит сумму \$119 763,93, причем выплата процентов за 3 года \$30 000, а на погашение основного долга в размере \$100 000 приходится всего лишь \$89 763,93, т. е. \$10 236,07 является набравшими процентами на размещенные средства в фонде погашения.

Таким образом, создание фонда погашения является необходимым элементом составления плана погашения долга, так как позволяет не только снизить риск не возврата денежных средств, но и сократить расходы по обслуживанию суммы долга.

Б. Погашение основной суммы долга и процентов по нему единовременным платежом в конце срока ссуды.

Погашение долга единовременным платежом состоит в *выплате процентов одновременно с погашением долга*.

В этом случае взносы в фонд погашения являются одновременно и величиной срочной уплаты (членом финансовой ренты):

$$y = \frac{D(1+i)^T i}{(1+i)^T - 1},$$

где  $D$  — первоначальная сумма долга;

$q$  — ставка процентов по условиям займа;

$T$  — срок долга в годах;

$i$  — ставка процентов при создании погасительного фонда.

### Пример 5.10

Рассмотрим предыдущий пример, изменив условия: погашение единовременным платежом, как суммы основного долга, так и выплаты процентов.

*Решение.* Величина срочной уплаты равна  
 $y = 100\,000(1 + 0,11)^3 : 3,3421000 = 39\,825,26$ .

Таким образом, величина ежегодных расходов по обслуживанию долга составит \$39 825,26, что несколько меньше аналогичного показателя в предыдущем примере, следовательно, меньше и общая сумма расходов по обслуживанию долга, составляющая величину \$119 475,78.

**План погашения долга единовременным платежом**

Год	Долг ( $D_t$ )	Взносы в погасительный фонд ( $R_t = y_t$ )	Накопленная величина в погасительном фонде ( $S_t$ )	Проценты по долгу ( $P_t$ )	Величина погашения текущего долга ( $S_t - P_t$ )
1	100 000	39 825,26	39 825,26	10 000	29 825,26
2	110 000	39 825,26	84 031,30	11 000	84 020,30
3	121 000	39 825,26	133 100,00	12 100	121 000,00
Итого	133 100	119 475,78	—	33 100	—

Как видно из таблицы, происходит ежегодное увеличение суммы долга за счет присоединения к нему процентов, поэтому к концу срока долг возрастет до \$133 100, из которых выплата процентов составит \$33 100. Однако за счет увеличения размера взносов в погасительный фонд общая величина обслуживания долга уменьшается.

### Погашение долга в рассрочку

В практике финансовой деятельности долг часто погашается в рассрочку, т. е. распределенными во времени платежами. При погашении основной суммы долга частями его текущее значе-

ние будет уменьшаться, и, следовательно, сумма процентных платежей также будет уменьшаться.

Погашение долга частями также может осуществляться различными способами. В зависимости от преследуемых интересов стороны могут выбирать различные, удобные для них режимы в виде постоянных или переменных финансовых рент, а также нерегулярных потоков их платежей.

*1. Погашение основной суммы долга равными частями.*

Одним из вариантов погашения долга в рассрочку является *погашение основной суммы долга равными частями*

При этом величина погашения долга определяется следующим образом:

$$d_t = D : T = \text{const},$$

где  $d_t$  — величина погашения основной суммы долга;

$D$  — первоначальная сумма долга;

$T$  — срок долга в годах;

$t$  — номер года,  $t = 1, 2, \dots, n$ .

Проценты начисляются на уменьшаемую сумму основного долга:  $P_t = D_t q$ ,

где  $D_t$  — остаток долга на начало очередного года;

$q$  — ставка процентов, начисляемых на сумму долга.

Тогда размер срочной уплаты можно представить как сумму процентов и сумму погашения долга:  $y_t = P_t + d_t$ ,

где  $y_t$  — срочная уплата на конец текущего года.

При погашении долга равными суммами с платежами  $p$  раз в году с одновременной выплатой процентов параметры плана погашения определяются по формулам

$$y_t = \frac{D_t i}{100p} + \frac{D_t}{Tp}, \quad t = 1, \dots, Tp;$$

$$D_{t+1} = D_t - \frac{D_t}{Tp}, \quad t = 1, \dots, Tp;$$

$$d_t = \frac{D_t}{Tp}, \quad P_t = \frac{i}{100p}.$$

### Пример 5.11

Сумма \$100 000 выдана под 10 % годовых на 3 года. Определить величину срочной уплаты при погашении основной суммы долга равными ежегодными частями.

*Решение.* Величина суммы долга равна

$$d_t = D : T = 100\,000 : 3 = \$33\,333,33.$$

Поскольку величина срочной уплаты при таком способе погашения долга меняется из года в год, то в этом случае без построения плана погашения долга в виде таблицы просто не обойтись.

**План погашения основной суммы долга равными частями**

Год ( $t$ )	Долг ( $D$ )	Сумма погашения долга ( $d_t$ )	Выплата процентов ( $P_t$ )	Величина срочной уплаты ( $y_t$ )
1	100 000,00	33 333,33	10 000,00	43 333,33
2	66 666,67	33 333,33	6 666,67	40 000,00
3	33 333,34	33 333,34	3 333,33	36 666,67
Итого	—	100 000,00	20 000,00	120 000,00

Таким образом, общие расходы по обслуживанию долга составили \$120 000, из которых \$20 000 составляют проценты, а \$100 000 — погашение основной суммы долга.

*2. Погашение долга и процентов по нему равными суммами в течение срока ссуды*

Долг также можно погашать *в рассрочку равными срочными уплатами*, которые включают в себя как погашение основной суммы долга, так и величину процентов по нему:

$$y_t = P_t + d_t = \text{const.}$$

При погашении долга в рассрочку величина долга систематически убывает, что приводит к уменьшению процентов и, соответственно, увеличению сумм, идущих на погашение долга, — это так называемое *прогрессивное погашение*.

Поскольку срочные уплаты равны, то их последовательность представляет собой финансовую ренту, современное значение которой должно быть равно сумме долга.

По формуле для определения платежа постоянной годовой финансовой ренты с выплатами в конце периода размер срочной уплаты равен

$$y_t = \frac{Dq}{1 - (1 + q)^{-T}},$$

где  $y_t$  — величина срочной уплаты;

$D$  — первоначальная сумма долга;

$q$  — процентная ставка на сумму долга;

$T$  — срок долга в годах;

$t$  — номер года,  $t = 1, 2, \dots, n$ .

При погашении долга равными срочными уплатами с платежами  $p$  раз в году с одновременной выплатой процентов параметры плана погашения определяются по формулам

$$\frac{y_t}{p} = D_t \frac{\left(1 + \frac{q}{100}\right)^{\frac{1}{p}} - 1}{1 - \left(1 + \frac{q}{100}\right)^{-T}}, \quad t = 1, \dots, Tp;$$

$$D_{t+1} = D_t - d_t, \quad t = 1, \dots, Tp;$$

$$d_t = \frac{y_t}{p} - \frac{qD_t}{100p}, \quad P_t = \frac{qD_t}{100p}.$$

### Пример 5.12

Условия предыдущей задачи, но погашение долга предусматривает уплату равными срочными выплатами.

*Решение.* Срочная уплата, включающая в себя погашение основной суммы долга и выплату процентов по долгу, равна

$$y_t = 100\,000,00 : 2,486851991 = \$40\,211,48.$$

Отсюда общие расходы по погашению долга равны

$$\Sigma y_t = 40\,211,48 \times 3 = \$120\,634,44.$$

Таким образом, ежегодные расходы по погашению долга будут составлять \$40 211,48, а за весь срок финансовой операции — \$120 634,44.

При этом варианте погашения долга также возможно построение таблицы.

#### План погашения долга равными срочными платежами

Год ( $t$ )	Долг ( $D_t$ )	Срочная уплата ( $y_t$ )	Проценты ( $P_t$ )	Сумма погашения основного долга ( $d_t = y_t - P_t$ )
1	100 000,00	40 211,48	100 00,00	30 211,48
2	69 788,52	40 211,48	6 978,85	33 232,63
3	36 555,89	40 211,48	3 655,59	36 555,89
Итого	—	120 634,44	20 634,44	100 000,00

Таким образом, общие расходы по обслуживанию долга составляют \$120 634,44, из которых \$100 000 идут на погашение долга, а \$20 634,44 — проценты. В таблице наглядно представлено распределение суммы срочной уплаты на выплату процентов и непосредственное погашение долга.

### Потребительский кредит

Частным случаем погашения долга равными срочными платежами является потребительский кредит, при котором проценты начисляются сразу на всю сумму кредита, а сумма задолженности равномерно погашается на протяжении всего срока кредита. Проценты в потребительском кредите начисляются сразу на всю сумму долга по простой ставке:

$$P = DTi.$$

Тогда общая сумма расходов по погашению кредита складывается из выплаты процентов и суммы основного долга:

$$\Sigma y_t = D + P.$$



Следовательно, размер срочной уплаты определяется по формуле

$$\Sigma y_t = (D + P) : Tm,$$

где  $T$  — срок кредита в годах;

$m$  — количество взносов в течение года.

### Пример 5.13

Потребительский кредит на сумму 5 000 руб. открыт на 2 года по ставке 25 % годовых. Погашение кредита равными взносами ежеквартально. Определить стоимость кредита и размер ежеквартальных взносов.

*Решение.* Стоимость кредита — это проценты, равные:  
 $P = DTi = 5\,000 \times 2 \times 0,25 = 2\,500$  руб.

Общая сумма расходов по обслуживанию кредита равна

$$\Sigma y_t = D + P = 5\,000 + 2\,500 = 7\,500 \text{ руб.}$$

Ежеквартальные взносы составят величину:

$$\Sigma y_t = (D + P) : Tm = 7\,500 : 2 \times 4 = 937,50 \text{ руб.}$$

Таким образом, ежеквартальные взносы в размере 937,50 руб. позволяют выплатить сумму долга и выплатить проценты.

Если бы использовалось прогрессивное погашение, т. е. начисление процентов на остаток долга, то это было бы заметно дешевле для должника.

Расчленение величины срочной уплаты в потребительском кредите на процентные платежи и погашение основной суммы долга в мировой практике называется «методом 78». Это связано с тем, что для потребительского кредита сроком на 12 месяцев и ежемесячным погашением сумма порядковых номеров месяцев будет равна 78, что и дало название такому методу начисления процентов.

Это правило можно обобщить для  $T$  лет и  $p$  платежей в году:

$$N = pT [(pT + 1) : 2],$$

где  $N$  — сумма последовательных номеров выплат.

Отсюда очень легко расчленить срочную уплату на процентные платежи и сумму погашения основного долга:  $y_t = P_t + d_t$ ,

где  $P_t$  — процентный платеж;

$d_t$  — сумма погашения основного долга.

Тогда величина процентного платежа определяется следующим образом:  $P_t = P(t / N)$ , а сумма погашения основного долга как разница срочной уплаты и процентных выплат:  $R_t = y_t - P_t$ .

Рассмотрим предыдущий пример, расчленив срочную уплату на составляющие элементы, все данные представив в виде таблицы.

**План погашения потребительского кредита**

Платеж	$t$	Долг ( $D_t = D_{t-1} - R_t$ )	Срочная уплата ( $y_t$ )	Проценты [ $P_t = P(t/N)$ ]	Погашение основной суммы долга ( $d_t = y_t - P_t$ )
1	8	5 000,00	937,50	555,56	381,94
2	7	4 618,06	937,50	486,11	451,39
3	6	4 166,67	937,50	416,67	520,83
4	5	3 645,84	937,50	347,22	590,28
5	4	3 055,56	937,50	277,78	659,72
6	3	2 395,84	937,50	208,33	729,17
7	2	1 666,67	937,50		

## УПРАЖНЕНИЯ

5.1. Имеется следующий график платежей во времени:

1.01.1999 г.— 20 000 руб.,

1.07.1999 г.— 30 000 руб.,

1.01.2000 г.— 10 000 руб.

1.01.2001 г.— 40 000 руб.

Определить сумму задолженности на 1.01.2001 г. и ее современную стоимость на момент выплаты первой суммы при ставке наращеня 15 % годовых.

5.2. В фонд ежегодно в конце года поступают средства по 10 000 руб. в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых. Определить коэффициент наращеня ренты и величину фонда на конец срока.

5.3. В фонд ежегодно в конце года поступают средства по 10 000 руб. в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых. Определить коэффициент приведения ренты и современную стоимость фонда.

5.4. В фонд ежегодно в конце года поступают средства по 10 000 руб. в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых, причем выплаты производятся поквартально, а проценты начисляются ежемесячно. Определить коэффициент наращивания ренты и величину фонда на конец срока.

5.5. В фонд ежегодно в конце года поступают средства по 10 000 руб. в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых, причем выплаты производятся поквартально, а проценты начисляются ежемесячно. Определить современную стоимость фонда.

5.6. Студент Петров в конце каждого месяца кладет в банк 1 000 руб. Проценты начисляются ежемесячно по номинальной годовой ставке сложных процентов, составляющей 12 %. Определить наращенную сумму на счете вкладчика через 2 года.

5.7. Товар ценой в 3 000 руб. продается в кредит на 2 года под 12 % годовых с равными ежеквартальными погасительными платежами, причем начисляются простые проценты. Определить долг с процентами, проценты и величину разового погасительного платежа.

5.8. Преподаватель СибАГС желает приобрести в банке ренту с ежемесячной выплатой ему, а в случае его смерти — жене или детям \$1 000 в последний рабочий день каждого месяца в течение 4 лет. При постоянной ставке 2 % в месяц нужно оценить себестоимость для банка этой ренты на момент продажи для случаев начала выплат немедленно.

5.9. Согласно условиям финансового соглашения на счет в банке в течение 7 лет в конце года будут поступать денежные суммы в размере 6 тыс. руб. Оцените этот поток платежей, если банк применяет процентную ставку 22 % годовых и сложные проценты начисляются один раз в конце года.

5.10. В фонд ежегодно в начале года поступают средства по 10 000 руб. в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых. Определить величину фонда на конец срока и современную стоимость.

5.11. В фонд ежегодно в начале года поступают средства по 10 000 руб. в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых, причем выплаты производятся поквартально, а проценты начисляются ежемесячно. Определить наращенную стоимость ренты и современную стоимость фонда.

5.12. В течение 6 лет ежегодно на счет в банке ежедневно будут поступать одинаковые платежи, составляя в сумме 40 000 руб. Определить сумму, накопленную к концу шестого года при использовании процентной ставки 12 % годовых, количество дней в году принять равным 360.

5.13. По условиям кредитного договора с банком фирма должна проводить погашение суммы кредита в течение 4 лет ежегодными равными платежами по 20 000 руб., вносимыми в конце года с начислением на них 15 % годовых. Определить современную величину ренты с использованием метода математического дисконтирования.

5.14. За 10 лет необходимо накопить 50 000 руб. Какова должна быть величина вклада, если процентная ставка равна 20 % годовых, а денежные поступления и начисление сложных процентов осуществляются в конце года?

5.15. Известно, что принц Чарльз при разводе с Дианой выплатил последней 17 000 000 ф. ст. Как сообщалось, эта сумма была определена в расчете на то, что принцесса проживет еще 50 лет. Определить размер члена ренты при условии, что процентная ставка равна 10 %, а выплаты производятся ежемесячно.

5.16. По условиям контракта на счет в банке поступают в течение 7 лет в начале каждого квартала платежи. Разовый платеж составляет 4 000 руб. Найти сумму денег на счете через 7 лет, если банк начисляет сложные проценты из расчета 28 % годовых.

5.17. В фонд ежегодно поступают средства, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых, причем выплаты производятся в конце каждого квартала, а проценты начисляются ежемесячно. Величина фонда на конец срока составит 100 000 руб., годовая выплата — 10 000 руб. Определить срок ренты.

5.18. Фирма «ФиК — это звучит гордо» хочет создать фонд в размере 350 000 руб. С этой целью в конце каждого года фирма предполагает вносить по 60 000 руб. в банк под 28 % годовых. Найти срок, необходимый для создания фонда, если банк начисляет сложные проценты: ежегодно; по полугодиям; ежемесячно.

5.19. Кредит на сумму 10 000 000 руб. с ежегодным начислением сложных процентов по ставке, равной 20 % годовых, должен погашаться в течение 5 лет равными срочными уплатами. Определить размер срочной уплаты, общих расходов заемщика по погашению кредита и сумму выплаченных процентов, если погасительные платежи осуществляются: а) ежеквартально, б) ежемесячно.

5.20. В фонд ежегодно в конце года поступают средства в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых, причем выплаты производятся поквартально, а проценты начисляются ежемесячно. Нарощенная сумма к концу срока составит 100 000 руб. Определить коэффициент наращенной и годовую выплату.

5.21. В фонд ежегодно в начале года поступают средства в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых, причем выплаты производятся поквартально, а проценты начисляются ежемесячно. Нарощенная сумма к концу срока составит 100 000 руб. Определить квартальную выплату ренты.

5.22. По контракту заказчик через 2 года после окончания строительства здания строительной фирмой производит оплату в течение 3 лет равными ежегодными платежами по 8 000 руб. Постнумерандо (в конце каждого года) проценты начисляются из расчета 20 % годовых. Определить выигрыш заказчика.

5.23. Сдан участок в аренду на 10 лет. Арендная плата будет осуществляться ежегодно по схеме постнумерандо на следующих условиях: в первые 7 лет — по 20 000 руб., в оставшиеся 3 года — по 12 000 руб. Требуется оценить приведенную стоимость этого договора, если процентная ставка сложных процентов равна 22 % годовых.

5.24. Предполагается, что в течение первых 2 лет на счет откладывается по 800 000 руб. в конце каждого года, а в следующие три года — по 850 000 руб. в конце каждого года. Определите будущую стоимость этих вложений к концу пятого года, если ставка процента — 11 %.

5.25. Предполагается, что в течение первых 3 лет на счет откладывается по 500 000 руб. в конце каждого года, а в следующие 2 года — по 150 000 руб. в конце каждого года. Определите будущую стоимость этих вложений к концу пятого года, если ставка процента — 8 %.

5.26. Предполагается, что в течение первых 2 лет на счет откладывается по 800 000 руб. в начале каждого года, а в следующие 3 года — по 850 000 руб. в начале каждого года. Определите будущую стоимость этих вложений к концу пятого года, если ставка процента — 9 %.

5.27. По договору страховая компания принимает рентные платежи от клиента по полугодиям равными частями по 25 000 руб. в течение 5 лет. Банк, обслуживающий эту компанию, начисляет сложные проценты ежеквартально из расчета 25 % годовых. Определить наращенную сумму в банке на счете страховой компании и приведенную наращенную сумму по истечении срока договора.

5.28. Провести выбор варианта формирования договора с банком, обслуживающим фирму, для создания фонда модернизации основных фондов в размере 200 000 руб.:

1) внесение рентных платежей по полугодиям в течение 3 лет под сложные 20 % годовых с ежеквартальным начислением процентов;

2) внесение рентных платежей также по полугодиям, под сложные 20 % годовых с начислением процентов по полугодиям. Определить современную величину ренты наиболее выгодного варианта.

5.29. Банк предлагает ренту постнумерандо на 10 лет с ежеквартальной выплатой \$100. Годовая процентная ставка в течение всего периода остается постоянной и равна 12 % годовых. По какой цене можно приобрести такую ренту?

5.30. При аварии на химическом заводе в Бхопале (Индия). Корпорация «Юнион Карбайд» предложила в качестве компенсации пострадавшим \$200 000 000 выплачиваемых в течение 35 лет. Чему равна компенсация, выплаченная единовременно, при условии, что выплаты производятся ежемесячно с 10 % годовой ставкой.

5.31. Клиент в конце каждого года вкладывает 3 000 руб. в банк, выплачивающий сложные проценты по ставке 25 % годовых. Определите сумму, которая будет на счете клиента через 7 лет. Если эта сумма получается в результате однократного помещения денег в банк в начале первого года, то какой величины должен быть взнос? Как изменятся найденные величины, если деньги вкладываются в начале каждого года?

5.32. Ссуда размером 100 000 руб. выдана под номинальную ставку 12 % годовых. Контракт предусматривает ежемесячные выплаты по 150 руб. и выплаты остатка долга к концу 10-летнего срока. Определить остаток долга.

5.33. Банк предоставляет фирме кредит в течение 3 лет ежегодными платежами в размере 1 000 000 руб. в начале каждого года под процентную ставку 20 % годовых. Фирма выплачивает 1 000 000, 2 000 000 и 1 000 000 руб. последовательно, в конце третьего, четвертого и пятого годов. Определить выгоду банка.

5.34. Кредит на сумму 6 000 000 руб. открыт на 2 года при процентной ставке, равной 40 % годовых. Погашение кредита должно осуществляться равными взносами. Определить стоимость кредита, погашаемую суммой и размер взносов, если пога-

сительные платежи осуществляются: а) в конце каждого года, б) в конце каждого полугодия.

5.35. Кредитор заключил контракт, согласно которому должник обязуется выплатить сумму, современная величина которой 60 000 руб., за 5 лет равными суммами в конце каждого года, причем на непогашенный остаток будут по полугодиям начисляться сложные проценты по годовой номинальной процентной ставке 24 %. По какой цене кредитор может продать этот контракт банку, который на ссуженные деньги начисляет ежеквартально сложные проценты по годовой номинальной процентной ставке 28 %?

5.36. Рассчитайте сегодняшнюю стоимость бессрочного аннуитета при условии, что величина равномерного поступления составляет 3 200 руб. в год, процентная ставка — 14,4 %.

5.37. Определите, какое значение ежегодного вклада будет соответствовать текущей стоимости бессрочного аннуитета в 37 100 руб. при процентной ставке 7,25 %.

5.38. При какой процентной ставке текущая стоимость бессрочного аннуитета будет равна 51 000 руб., если каждый год на счет кладется 5 500 руб.?

5.39. Вы имеете возможность инвестировать одинаковую сумму денег в один из двух проектов. Первый проект позволит получить бессрочную ренту постнумерандо с ежегодными выплатами в размере 20 000 руб. Второй проект принесет 40 000 руб. и 100 000 руб. в течение 1 года и 2 лет соответственно. Какой из этих проектов лучше, если процентная ставка составляет 25 % годовых? Можно ли так изменить процентную ставку, что ответ станет противоположным?

5.40. Фирма собирается учредить фонд для ежегодной (в конце года) выплаты пособий своим работникам. Определите сумму, которую фирма должна поместить на депозит в банк, чтобы обеспечить получение неограниченно долго в конце каждого года 12 000 руб., если банк начисляет сложные проценты по ставке 28 %: ежегодно; ежеквартально.



5.41. В фонд ежегодно поступают средства в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по силе роста 15 % годовых, причем выплаты производятся поквартально, а проценты начисляются непрерывно. Современная стоимость ренты составляет 50 000 руб. Определить ежегодную выплату.

5.42. Некто занимает 10 000 руб. по таксе в 7 % в год с тем, чтобы заплатить весь долг и проценты на него равными взносами в течение 12 лет, учитывая каждый взнос в конце года. Как велика должна быть ежегодная уплата и каков должен быть план погашения долга?

5.43. По кредитному договору на 800 000 руб. сроком на 5 лет фирма должна проводить погашение долга равными частями в конце каждого года. На остаток долга банк начисляет 10 % годовых. Составить план погашения амортизации долга и определить сумму процентов по кредиту.

5.44. В условии предыдущей задачи возврат долга перенести на конец каждого квартала. Построить план погашения долга в виде таблицы. Определить сумму процентов по кредиту.

5.45. Вы заняли на 6 лет \$15 000 под 10 % годовых, начисляемых по схеме сложных процентов на непогашенный остаток. Возвращать нужно равными суммами в конце каждого года. Определите, какой процент будет уплачен в третьем году.

5.46. Долг в сумме 100 000 000 руб. выдан на 5 лет под 20 % годовых. Для его погашения создан погасительный фонд. На инвестируемые в нем средства начисляются проценты по ставке 22 %. Необходимо найти размеры срочных уплат. Пусть фонд формируется 5 лет, взносы производятся в конце каждого года равными суммами.

5.47. Долг в сумме 100 000 000 руб. выдан на 5 лет под 20 % годовых. Для его погашения создан погасительный фонд. На инвестируемые в нем средства начисляются проценты по ставке 22 %. Необходимо найти размер ренты и план формирования фонда. Пусть средства в фонд вносятся только в последние

4 года, взносы производятся в конце каждого года равными суммами.

5.48. Долг в сумме 100 000 000 руб. выдан на 5 лет под 20 % годовых. Для его погашения создан погасительный фонд. На инвестируемые в нем средства начисляются проценты по ставке 22 %. Необходимо найти размер ренты. Пусть средства в фонд вносятся в конце каждого месяца равными суммами. Проценты выплачиваются кредитору ежегодно.

5.49. Долг 100 000 000 руб. необходимо погасить равными суммами за 5 лет. Платежи производятся в конце года. За заем выплачивается 5 % годовых. Построить план погашения долга.

5.50. Долг 100 000 000 руб. необходимо погасить равными срочными платежами за 5 лет. Платежи производятся в конце года. За заем выплачивается 5 % годовых. Построить план погашения долга.

Тема 6  
**ФИНАНСОВАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ  
ОБЯЗАТЕЛЬСТВ**

В практической деятельности часто возникает необходимость замены одного потока платежей другим или одним платежом. При этом соблюдается неизменность финансовых отношений сторон, до и после заключения контракта, или, как говорят, финансовая эквивалентность обязательств. Расчет платежей в этом случае базируется на уравнении эквивалентности.

Уравнением эквивалентности называют равенство сумм заменяемых и заменяющих платежей, приведенных к одному моменту времени.

Простейшим видом финансовой операции является однократное предоставление кредитором в долг какой-либо суммы  $S_0$  заемщику (дебитору) с условием, что через некоторое время  $n$  будет возвращена сумма  $S_T$ . Для оценки эффективности такой операции можно использовать следующие показатели:

— относительный рост, относительная величина ставки процента, называемая интересом:

$$i = \frac{S_T - S_0}{S_0};$$

— относительная скидка, или дисконт:

$$d = \frac{S_T - S_0}{S_T}.$$

Эти показатели характеризуют приращение капитала кредитора, отнесенное либо к первоначальной сумме (интерес), либо к конечной сумме (дисконт).

Между этими показателями существует связь, которая находится путем совместного решения этих уравнений, откуда можно получить следующие модели:

$$i = \frac{d}{1-d}; \quad d = \frac{i}{1+i}.$$

### Уравнение эквивалентности

Для определения выгодности финансовых операций используют сравнительную доходность, которая на основе допущения о равенстве финансовых результатов различных вариантов проведения операций приводит к понятию эквивалентных процентных ставок простых или сложных процентов. Это позволяет получить инструмент корректного сравнения финансовых операций.

Эквивалентные ставки дают одинаковые финансовые результаты или наращенные суммы  $S_T$  при равных промежутках времени  $n$ .

Для этих целей используют базовые модели вычисления наращенных сумм реальных процентных ставок:

$$S_T = S_0(1+ni), \quad S_T = \frac{S_0}{1-nd},$$

$$S_T = S_0(1+i_c)^n, \quad S_T = \frac{S_0}{(1-d_c)^n},$$

$$S_T = S_0\left(1+\frac{j}{m}\right)^{nm}, \quad S_T = \frac{S_0}{\left(1-\frac{f}{m}\right)^{nm}}.$$

На этом основании можно в обобщенном виде написать модели связи возможных вариантов сочетания эквивалентных ставок.

Для нахождения эквивалентных ставок составляют уравнения эквивалентности по следующим правилам. Рассматривается результат инвестирования капитала  $S_0$  на срок  $n$  лет:  $S_T = S_0 + D$ , где  $D$  — доход.

Эту операцию можно сопоставить с эквивалентной операцией вложения средств, например, по ставке простых процентов  $i_3$ . Тогда сумма вложенных средств с процентами будет равна:

$$S_T = S_0(1 + ni_3).$$

Доход по этой операции составит:

$$D = S_T - S_0 = S_0ni_3 = S_0i_3 \frac{T}{T_{\text{год}}},$$

где  $T$  — срок операции в днях.

Следовательно, эквивалентная ставка простых процентов будет равна:

$$i_3 = \frac{D}{S_0n} = \frac{DT_{\text{год}}}{S_0T}.$$

При учете денежных обязательств, например векселей с использованием учетной ставки, доход (дисконт) определяется формулой

$$D = ndS_T = S_T - S_0,$$

откуда эквивалентная ставка простых процентов будет равна

$$i_3 = \frac{D}{(S_T - S_0)n} = \frac{ndS_T}{S_T(1 - nd)n} = \frac{d}{1 - nd}.$$

На основе равенства двух выражений можно составить уравнения эквивалентности для других сочетаний различных вариантов процентных ставок. Так, например, приравнивая наращенные суммы при схемах начисления простых и сложных процентов, получим следующее уравнение эквивалентности:

$$S_0(1 + ni) = S_0(1 + i_c)^n,$$

из которого следует определение эквивалентной ставки простых процентов:

$$i_s = \frac{(1+i_c)^n - 1}{n},$$

или эквивалентной ставки сложных процентов:  $i_{cs} = \sqrt[n]{1+ni} - 1$ .

Для начисления сложных процентов получаем следующее уравнение эквивалентности:

$$S_0(1+i_c)^n = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm}.$$

откуда получим эквивалентную годовую ставку сложных процентов:

$i_{cs} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$ , которая определяет так называемую годовую эффек-

тивную ставку сложных процентов, эквивалентную номинальной сложной процентной ставке, и не зависит от срока операции  $n$ . Эффективная ставка сложных процентов, эквивалентная сложной учет-

ной ставке, равна:  $i_{cs} = \frac{d_c}{1-d_c}$ , а эквивалентная номинальной сложной

учетной процентной ставке равна:  $i_{cy} = \left(1 - \frac{f}{m}\right)^m - 1$ .

Эти показатели необходимы для оценки реальной доходности финансовых операций или для сравнения различных процентных ставок, что в конечном итоге позволяет вычислить доходность и аргументировать выбор варианта для инвестирования капитала.

### Пример 6.1

Кредит на 2 года получен под 60 % — номинальную ставку сложных процентов. Начисление происходит ежеквартально. Оценить эффективность операции через эквивалентные простую и сложную ставки процентов.

*Решение.* Из условия примера имеем:  $j = 0,6$ ,  $n = 2$ ,  $m = 4$ .

1. Эквивалентная ставка простых процентов:

$$S_0(1+ni) = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm};$$

$$i_3 = \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1}{n} = 1,03.$$

2. Эквивалентная эффективная ставка сложных процентов:

$$S_0(1+i_c)^n = S_0 \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm};$$

$$i_{cs} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1 = 0,749.$$

### Объединение потока платежей в один

Объединение потока платежей в один называется также консолидацией платежей. При этом определяют либо сумму консолидированного платежа при известном сроке, либо срок при известной сумме. Рассмотрим задачу определения суммы платежа.

Пусть имеются  $k$  платежей, которые заменяются одной суммой  $S_0$  с известным сроком  $n_0$ . Нужно определить  $S_0$ .

Всем платежам до момента  $n_0$  присвоим номер  $t$  и пусть будет таких платежей  $T_0$ , а платежам после момента  $n_0$  присвоен номер  $l$  и всего таких платежей  $L$ . Сумма консолидированного платежа при начислении простых процентов определяется по формуле

$$S_0 = \sum_{t=1}^{T_0} S_t \left[1 + (n_0 - n_t)i\right] + \sum_{l=1}^L \frac{S_l}{1 + (n_l - n_0)i}.$$

Если срок консолидированного платежа наступит позже последнего срока заменяемых платежей, то формула переписется в виде:  $S_0 = \sum_{t=1} S_t \left[1 + (n_0 - n_t)i\right]$ .

### Пример 6.2

Три платежа 5 000 руб. со сроком 130 дней, 3 000 руб. со сроком 165 дней и 8 000 руб. со сроком 320 дней заменяются одним со сроком 250 дней. Стороны договорились об использовании простой процентной ставки 20 % годовых. Определить сумму консолидированного платежа при базе  $T_{\text{год}}=365$ .

*Решение.* Сумма консолидированного платежа

$$S_0 = 5\,000 \left( 1 + \frac{250 - 130}{365} 0,2 \right) + 3\,000 \left( 1 + \frac{250 - 165}{365} 0,2 \right) + \frac{8\,000}{1 + \frac{320 - 250}{365} 0,2} = 16\,172 \text{ руб. } 98 \text{ коп.}$$

Сумма консолидированного платежа при начислении сложных процентов определяется по формуле

$$S_0 = \sum_{t=1}^{T_0} S_t [1+i]^{n_0-n_t} + \sum_{l=1}^L \frac{S_l}{(1+i)^{n_l-n_0}}.$$

Если срок консолидированного платежа наступит позже последнего срока заменяемых платежей, то формула переписывается в

виде:  $S_0 = \sum_{t=1} S_t [1+i]^{n_0-n_t}.$

### Пример 6.3

Три платежа 5 000 руб. со сроком 2 года, 4 000 руб. со сроком 4 года и 6 000 руб. со сроком 5 лет заменяются одним со сроком 3 года. Стороны договорились об использовании сложной процентной ставки 25 % годовых. Определить сумму консолидированного платежа.

*Решение.* Сумма консолидированного платежа при начислении сложных процентов:

$$S_0 = 5\,000 \times 1,25 + \frac{4\,000}{1,25} + \frac{6\,000}{1,25^2} = 18\,290 \text{ руб.}$$



Для определения срока консолидированного платежа уравнение эквивалентности представляют как равенство современных стоимостей заменяемых и консолидируемого платежей

$$\frac{S_0}{1+n_0i} = \sum_{l=1}^L \frac{S_l}{1+n_l i}. \text{ Тогда срок определится из уравнения}$$

$$n_0 = \frac{1}{i} \left( \frac{S_0}{\sum_{l=1}^L \frac{S_l}{1+n_l i}} - 1 \right).$$

### Пример 6.4

Три платежа 8 000 руб. со сроком 130 дней, 10 000 руб. со сроком 160 дней и 4 000 руб. со сроком 200 дней заменяются одним в размере 21 000 руб. Стороны договорились об использовании простой процентной ставки 20 % годовых. Определить срок консолидированного платежа при базе  $T_{\text{год}}=365$ .

*Решение.* Сумма консолидированного платежа

$$\sum_{l=1}^L \frac{S_l}{1+n_l i} = \frac{8000}{1+\frac{130}{365}0,2} + \frac{10000}{1+\frac{160}{365}0,2} + \frac{4000}{1+\frac{200}{365}0,2} = 20266 \text{ руб. } 92 \text{ коп.}$$

Срок консолидированного платежа

$$n_0 = \frac{1}{0,2} \left( \frac{21000}{20266,92} - 1 \right) = 0,18086 \text{ года.}$$

Срок в днях  $t = 365 \cdot 0,18086 = 66$ .

Для определения срока консолидированного платежа уравнение эквивалентности, в случае сложных процентов, представляют как равенство современных стоимостей заменяемых и консолидируемого платежей

$$\frac{S_0}{(1+i)^{n_0}} = \sum_{l=1}^L \frac{S_l}{(1+i)^{n_l}}. \text{ Тогда срок определится}$$

из уравнения

$$n_0 = \frac{\ln \left( \frac{S_0}{\sum_{l=1}^L \frac{S_l}{(1+i)^{n_l}}} \right)}{\ln(1+i)}.$$

### Пример 6.5

Три платежа 2 000 руб. со сроком 2 года, 4 000 руб. со сроком 3 года и 3 000 руб. со сроком 4 года заменяются одним в размере 8 000 руб. Стороны договорились об использовании сложной процентной ставки 18 % годовых. Определить срок консолидированного платежа.

*Решение.* Сумма консолидированного платежа

$$\sum_{i=1}^L \frac{S_i}{1+n_i} = \frac{2000}{1,18^2} + \frac{4000}{1,18^3} + \frac{3000}{1,18^4} = 5\,418 \text{ руб. } 26 \text{ коп.}$$

Срок консолидированного платежа  $n_0 = \frac{\ln \frac{8000}{5\,418,26}}{\ln 0,18} = 2,354$  года.

### Замена одного потока платежей другим

В практике довольно часто возникают ситуации, когда один поток платежей заменяется другим. Для соблюдения неизменности финансовых отношений сторон до и после заключения контракта расчет платежей в этом случае базируется на уравнении эквивалентности. Задача в общем виде может быть сформулирована следующим образом: пусть заменяемые платежи с номерами 1, 2, ...,  $m$  и со сроками, пронумерованными соответственно, заменяются другим потоком платежей, сумма выплат которого и сроки имеют номера 1, 2, ...,  $v$ . Пусть  $n_0$  — базовая дата, в которой осуществляется расчет всех платежей. Выбор базовой даты влияет на искомую величину выплаты при использовании простых процентов и не влияет при использовании сложных процентов. В момент  $n_0$  выплата  $S_0$  может быть предусмотрена и не предусмотрена. В последнем случае  $S_0=0$ . Здесь всем заменяемым платежам до момента  $n_0$  присвоен номер  $t$ , а заменяющим — номер  $l$ , после момента  $n_0$  заменяемым платежам присвоен номер  $k$ , заменяющим —  $r$ .

При наличии простых процентов уравнение эквивалентности имеет вид

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^{T_0} S_t [1 + (n_0 - n_t)i] + \sum_{k=1}^K \frac{S_k}{1 + (n_k - n_0)i} = \\ & = \sum_{l=1}^L S_l [1 + (n_0 - n_l)i] + \sum_{r=1}^R \frac{S_r}{1 + (n_r - n_0)i} + S_0. \end{aligned}$$

Здесь в левой части уравнения в первую сумму входят все наращенные заменяемые платежи со сроками меньше базовой даты, а во вторую сумму входят все дисконтированные заменяемые платежи со сроками больше базовой даты. То же самое и для замещающих платежей. Если базовая дата равна нулю, то остаются только дисконтированные составляющие:

$$\sum_{k=1}^K \frac{S_k}{1 + n_k i} = \sum_{r=1}^R \frac{S_r}{1 + n_r i} + S_0.$$

### Пример 6.6

Три платежа 8 000 руб., 10 000 руб. и 4 000 руб. с выплатами 1 апреля, 15 июня и 1 сентября данного года соответственно заменяются двумя, причем 1 июля выплачиваются 20 000 руб., а остаток — 1 декабря этого же года. Стороны договорились об использовании простой процентной ставки 25 % годовых, база — 360 дней, количество дней в месяце — 30. Определить остаток долга на 1 июля и 1 декабря.

*Решение.* Используются следующие временные интервалы:

1 апреля — 15 июня — 75 дней,

15 июня — 1 июля — 15 дней,

1 июля — 1 сентября — 60 дней,

1 сентября — 1 декабря — 90 дней.

При базовой дате 1 июля уравнение эквивалентности имеет вид

$$8000\left(1 + \frac{90}{360}0,25\right) + 10000\left(1 + \frac{15}{360}0,25\right) + \\ + \frac{4000}{1 + \frac{60}{360}0,25} = 20000 + \frac{S_1}{1 + \frac{150}{360}0,25}.$$

Решив это уравнение, имеем:  $S_1 = 2698$  руб. 77 коп.

При базовой дате 1 декабря уравнение эквивалентности имеет вид

$$8000\left(1 + \frac{240}{360}0,25\right) + 10000\left(1 + \frac{165}{360}0,25\right) + \\ + 4000\left(1 + \frac{60}{360}0,25\right) = 20000\left(1 + \frac{150}{360}0,25\right) + S_2.$$

Решив это уравнение, имеем:  $S_2 = 2645$  руб. 83 коп.

При начислении сложных процентов при проведении к базовой дате  $n_0$  уравнение эквивалентности имеет вид

$$\sum_{t=1}^{T_0} S_t [1+i]^{n_0-n_t} + \sum_{k=1}^K \frac{S_k}{(1+i)^{n_k-n_0}} = \sum_{l=1}^L S_l [1+i]^{n_0-n_l} + \sum_{r=1}^R \frac{S_r}{(1+i)^{n_r-n_0}} + S_0.$$

Чаще всего за базовую дату в этом случае принимают начало процесса, т. е.  $n_0 = 0$ . В этом случае имеем:

$$\sum_{k=1}^K \frac{S_k}{(1+i)^{n_k}} = \sum_{r=1}^R \frac{S_r}{(1+i)^{n_r}} + S_0.$$

### Пример 6.7

Три платежа 2 000 руб. со сроком 2 года, 4 000 руб. со сроком 3 года и 3 000 руб. со сроком 4 года заменяются двумя, причем через год выплачивается 2 000 руб., а остаток — через 5 лет. Стороны договорились об использовании сложной процентной ставки 25 % годовых. Определить остаток долга.

*Решение.* Уравнение эквивалентности можно записать в виде:

$$\frac{2000}{1,25^2} + \frac{4000}{1,25^3} + \frac{3000}{1,25^4} = \frac{2000}{1,25} + \frac{S}{1,25^5}.$$

Отсюда находим:  $S = 9\,023$  руб. 44 коп.

### Замена потока платежей рентой

Замена потока платежей рентой или замена нескольких рент на несколько других рент также базируется на уравнении эквивалентности. Рассмотрим случай замены произвольного потока платежей с выплатами  $R_t$  в моменты времени  $n_t$ , где  $t = 1, 2, \dots, T$ , где  $t$  — номер выплаты,  $T$  — общее количество выплат на ренту с неоднократными выплатами в году. В основу замены кладется равенство современных стоимостей заменяемого потока и заменяющей ренты, т. е.

$$R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{p \left[ (1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]} = \sum_{t=1}^T \frac{R_t}{(1+i)^{n_t}}.$$

#### Пример 6.8

Три платежа 2 000 руб. со сроком 2 года, 4 000 руб. со сроком 3 года и 3 000 руб. со сроком 4 года заменяются рентой с ежеквартальными выплатами в году со сроком 5 лет. Стороны договорились об использовании сложной процентной ставки 18 % годовых. Определить ежеквартальную выплату.

*Решение.* Уравнение эквивалентности можно записать в виде

$$R \frac{1 - 1,18^{-5}}{p \left[ (1,18)^{\frac{1}{4}} - 1 \right]} = \frac{2000}{1,18^2} + \frac{4000}{1,18^3} + \frac{3000}{1,18^4};$$

и после преобразования имеем  $\frac{R}{p} 13,323931 = 5\,418,259$ .

Отсюда находим ежеквартальную выплату

$$\frac{R}{p} = 406 \text{ руб. } 66 \text{ коп.}$$

Рассмотрим замену нескольких рент одной  $p$ -срочной рентой. При составлении уравнения эквивалентности находят современную стоимость каждой из заменяемых рент, суммируют их и приравнивают эту сумму современной стоимости заменяющей  $p$ -срочной ренты:

$$R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{p \left[ (1+i)^{\frac{1}{p}} - 1 \right]} = \sum_{k=1}^K S_{0k} ,$$

где  $S_{0k}$  — современная стоимость заменяемой ренты.

### Пример 6.9

Три ренты заменяются одной  $p$ -срочной рентой с ежемесячными выплатами 3 000 руб. в месяц. Параметры заменяемых рент:

1) годовая рента с ежегодными выплатами 10 000 руб. в год в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых;

2) годовая рента с ежегодными выплатами 10 000 руб. в год в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по номинальной ставке 15 % годовых, причем проценты начисляются поквартально;

3) рента с ежегодными выплатами 10 000 руб. в год в течение 7 лет, на которые начисляются проценты по ставке 15 % годовых, причем выплаты производятся поквартально, а проценты начисляются ежемесячно.

Пересчет осуществляется по процентной ставке 18 % годовых. Определить срок заменяющей ренты.

*Решение.* Современная стоимость 1-й заменяемой ренты равна:

$$S_{01} = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = 10000 \frac{1 - 1,15^{-7}}{0,15} = 41604 \text{ руб. } 20 \text{ коп.}$$

Современная стоимость 2-й заменяемой ренты равна

$$S_{02} = R \frac{1 - (1 + 0,15/4)^{-4 \cdot 7}}{(1 + 0,15/4)^4 - 1} = 40546 \text{ руб. } 72 \text{ коп.}$$

Современная стоимость 3-й заменяемой ренты равна

$$S_{03} = 10000 \frac{1 - (1 + 0,15/12)^{-12 \cdot 7}}{(1 + 0,15/12)^3 - 1} = 42649 \text{ руб. } 81 \text{ коп.}$$

Сумма современных стоимостей трех заменяемых рент

$$\sum_{k=1}^K S_{0k} = 124\,800 \text{ руб. } 73 \text{ коп.}$$

Определим срок

$$n = - \frac{\ln \left\{ 1 - \frac{p}{R} \sum S_{0k} \left[ (1+i)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \right\}}{\ln(1+i)} =$$

$$= - \frac{\ln \left\{ 1 - \frac{124800,73}{3000} (1,18^{\frac{1}{2}} - 1) \right\}}{\ln(1,18)} = 5,2.$$

Округлим срок до 5 лет. Ежегодная выплата заменяющей ренты определяется по формуле

$$R = \sum_{k=1}^K S_{0k} \frac{p \left[ (1+i)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]}{1 - (1+i)^{-n}} = 36\,951 \text{ руб. } 02 \text{ коп.}$$

Ежемесячная выплата  $\frac{R}{p} = 3\,079 \text{ руб. } 25 \text{ коп.}$

### Пример 6.10

Если деньги стоят 4 % годовых при ежеквартальном начислении, найти одноразовую выплату, эквивалентную серии из 10 000 руб., погашаемых через 2 года, и 15 000 руб., погашаемых через 5 лет: а) для настоящего времени, б) через 2 года, в) через 5 лет.

*Решение.* Сумма в настоящий момент времени  $S_0 = 1\,000 \times 1,01^{-8} = 9\,234 \text{ руб. } 83 \text{ коп.}$  Через 5 лет  $S_0 = 1\,000 \times 1,01^{12} = 11\,268 \text{ руб. } 25 \text{ коп.}$  Аналогично рассуждая, получим:

Сумма	Настоящее время	Через 2 года	Через 5 лет
Первая	9 234,83	10 000	11 268,25
Вторая	12 293,17	13 311,74	15 000
Всего	21 528,00	23 311,74	26 268,25

Так как  $S_0 = 21\,528 \times 1,01^8 = 23\,311$  руб. 74 коп. и  $S_0 = 23\,311$  руб. 74 коп.  $\times 1,01^{12} = 26\,268$  руб. 25 коп., то все суммы эквивалентны.

## УПРАЖНЕНИЯ

6.1. Компания-эмитент кредитных карточек берет 2,4 % в месяц с сумм дебетового остатка. Номинальная ставка процента составляет  $2,4 \times 12 = 28,8$  % в год. Найти чистую ставку, т. е. процентную ставку в годовом исчислении.

6.2. Ссуда в размере \$1 000 выдана под сложные проценты на два с половиной года под 9 % годовых. Найти эквивалентную простую процентную ставку.

6.3. Каковы будут эквивалентные номинальные годовые процентные ставки с начислениями по полугодиям и ежеквартально, если соответствующая им эффективная ставка равна 20 %?

6.4. В рекламном объявлении финансовой компании сообщается, что ежедневное увеличение вклада составляет 3 руб. на каждую тысячу. Определить эффективную годовую ставку процентов при заключении договора с компанией на месяц, полгода и год.

6.5. На вклад ежемесячно начисляются сложные проценты по номинальной годовой процентной ставке 16 %. За какой срок первоначальный капитал увеличится в 3 раза? Чему будет равна эффективная ставка, эквивалентная номинальной?

6.6. Определить, под какую простую ставку процентов выгоднее поместить капитал на 1 год: с ежемесячным начислением 10 %, с ежеквартальным начислением 100 % или с ежегодным 1 000 %.

6.7. Срок оплаты долгового обязательства составляет полгода по простой учетной ставке 40 %. Оценить доходность операции по эквивалентным ставкам (считать, что номинальная ставка начисляется ежеквартально).



6.8. Вычислить эффективную ставку процента, если банк начисляет проценты ежеквартально, исходя из номинальной ставки 10 % годовых.

6.9. Определить, какой должна быть номинальная ставка при ежеквартальном начислении процентов, чтобы обеспечить эффективную ставку 12 % годовых.

6.10. Вексель учтен за год до даты его погашения по учетной ставке 15 %. Какова доходность учетной операции в виде процентной ставки?

6.11. Какой сложной годовой ставкой можно заменить в контракте простую ставку 18 % ( $T_{\text{год}} = 365$ ), не изменяя финансовых последствий. Срок операции 580 дней.

6.12. При разработке условий контракта стороны договорились о том, что доходность кредита должна составлять 24 % годовых. Каков должен быть размер номинальной ставки при начислении процентов ежемесячно, поквартально?

6.13. Первый платеж, равный 900 руб., должен быть выплачен через 30 дней, а второй, равный 920 руб., выплачивается через 270 дней. Сравнить эти платежи при простой процентной ставке 15 % годовых и при базе  $T_{\text{год}} = 360$ .

6.14. Предприниматель может получить ссуду либо на условиях ежемесячного начисления процентов из расчета 26 % годовых, либо на условиях полугодового начисления процентов из расчета 27 %. Какой вариант более предпочтителен?

6.15. Рассчитать эффективную годовую учетную ставку при различной частоте начисления дисконта (ежегодно, ежемесячно, ежедневно) и номинальной учетной ставке сложных процентов равной 10 %. Количество дней в году принять равным 365.

6.16. За долговое обязательство в 300 000 руб. банком было выплачено 200 000 руб. За какое время до срока погашения было учтено это обязательство, если банком использовалась эффективная учетная ставка 8 % годовых? Чему будет равна при

таких условиях номинальная учетная ставка при ежемесячном дисконтировании?

6.17. Банк выплачивает на вложенные в него деньги 8 % годовых (сложных). Какую ставку  $j_m$  должен установить банк, чтобы доходы клиентов не изменились, если: а)  $m = 2$ , б)  $m = 6$ , в)  $m = 12$ ?

6.18. Банк начисляет на вложенные в него деньги проценты по номинальной ставке 6 % с поквартальным начислением процентов и собирается перейти к ежемесячному начислению процентов. Какую номинальную ставку должен установить банк, чтобы доходы клиентов не изменились?

6.19. Первый платеж, равный 900 руб., должен быть выплачен через 30 дней, а второй, равный 920 руб., выплачивается через 270 дней. Определить критическую ставку при базе  $T_{\text{год}}=360$ .

6.20. Первый платеж, равный 9 000 руб., должен быть выплачен через 2 года, а второй, равный 12 000 руб., выплачивается через 5 лет. Сравнить платежи при сложной годовой ставке 15 % годовых.

6.21. Первый платеж, равный 9 000 руб., должен быть выплачен через 2 года, а второй, равный 12 000 руб., выплачивается через 5 лет. Сравнить платежи при сложной годовой ставке 15 % годовых. Определить критическую ставку.

6.22. Три платежа 8 000 руб., 10 000 руб. и 4 000 руб. с выплатами 1 апреля, 15 июня и 1 сентября данного года соответственно заменяются двумя, причем 1 июля этого же года выплачиваются 20 000 руб. и 26 000 руб. Стороны договорились об использовании простой процентной ставки 25 % годовых, база — 360 дней, а количество дней в месяце 30. Определить дату выплаты суммы 26 000 руб.

6.23. Три платежа 2 000 руб. со сроком 2 года, 4 000 руб. со сроком 3 года и 3 000 руб. со сроком 4 года заменяются двумя, причем через год выплачивается 2 000 руб. и 8 500 руб. Стороны договорились об использовании сложной процентной ставки 25 % годовых. Определить срок выплаты суммы 8 500 руб.

6.24. Долг 10 000 руб. следует выплатить через 10 лет. Если деньги стоят 5 % годовых, найти эквивалентный долг: а) через 1 год, б) 15 лет.

6.25. Деньги стоят 3 % годовых с полугодовым начислением. Найти сумму на конец 12 года, эквивалентную 20 000 000 руб. по окончании 4 лет.

6.26. Вексель на 10 000 руб. со сложным процентом при номинальной ставке 6 % с ежеквартальным начислением должен быть погашен через 3 года. Какая сумма, полагающаяся через 8 лет, эквивалентна этой сумме при номинальной ставке 4 % при полугодовом начислении процентов?

6.27. Имеются два обязательства. Условия первого: выплатить 400 000 руб. через 4 месяца; условия второго: выплатить 450 000 руб. через 8 месяцев. Применяется простая ставка в 20 % годовых. Можно ли считать их равноценными?

6.28. Имеются два обязательства. Условия первого: выплатить 400 000 руб. через 4 месяца; условия второго: выплатить 450 000 руб. через 8 месяцев. Применяется простая ставка в 20 % годовых. Найти барьерную ставку.

6.29. Два платежа 1 000 000 и 500 000 руб. со сроками уплаты соответственно 150 и 180 дней объединяются в один со сроком 200 дней. Стороны согласились на применение при конверсии простой ставки, равной 20 %.

6.30. Платежи в 1 000 000 и 2 000 000 руб. и сроками уплаты через 2 и 3 года объединяются в один со сроком 2,5 года. При консолидации используется сложная ставка 20 %.

6.31. Суммы в размере 10 000 000, 20 000 000 и 15 000 000 руб. должны быть выплачены через 50, 80 и 150 дней соответственно. Стороны договорились заменить их одним платежом с учетом процентной ставки 10 % годовых и базой  $T_{\text{год}} = 365$ . Когда будет осуществлена выплата?

6.32. Платежи в 1 000 000 и 2 000 000 руб. и сроками уплаты через 2 и 3 года объединяются в сумму 3 000 000 руб. При кон-

солидации используется сложная ставка 20 %. Определить срок платежа.

6.33. Две суммы 10 000 000 и 5 000 000 руб. должны быть выплачены 1 ноября и 1 января следующего года. Стороны решили пересмотреть порядок выплат: должник 1 декабря выплачивает 6 000 000 руб. Остаток долга гасится 1 марта. Найти сумму остатка при условии, что перерасчет осуществляется по ставке простых процентов, равной 20 % и базой  $T_{\text{год}} = 365$ .

6.34. Имеется обязательство уплатить 10 000 000 руб. через 4 месяца и 7 000 000 руб. через 8 месяцев после некоторой даты. По новому обязательству необходимо выплату произвести равными суммами через 3 и 9 месяцев. Изменение условий осуществляется с использованием простой ставки, равной 10 % и базой  $T_{\text{год}} = 365$ .

6.35. Существует обязательство уплатить 100 000 руб. через 5 лет. Стороны согласились изменить условия погашения долга следующим образом: через 2 года выплачивается 30 000 руб., а оставшийся долг — спустя 4 года после первой выплаты. Определить сумму последнего платежа, если ставка равна 10 % годовых.

6.36. Петров имеет 2 векселя, подписанные Ивановым: один — с датой погашения через 3 года на 100 000 руб. и второй — на 200 000 руб. с датой погашения через 8 лет. Петров с Ивановым договорились, что деньги стоят 6 % годовых с полугодовым начислением процентов. Сколько должен заплатить Иванов через 5 лет, погашая весь долг.

6.37. Для множества, состоящего из трех последовательных выплат в размере 25 000 руб. каждая, ожидаемых через 1 год, 3 года и 5 лет, найти эквивалентные по ставке 10 % годовых значение через 2 года.

6.38. Долг должен быть выплачен двумя платежами: 49 000 руб. в конце первого года и 115 000 руб. в конце четвертого года. Найти эквивалентную этим выплатам сумму едино-

временного платежа при начислении процентов по ставке 28 % годовых: а) сегодня, б) в конце третьего года.

6.39. Если деньги стоят эффективных 5 %, какие равные платежи через 1 год и через 3 года будут эквивалентно заменяться следующей серией обязательств: выплатить 100 000 руб. через 3 года и 200 000 руб. с накоплением процентов через 4 года при норме 6 % годовых с полугодовым начислением?

6.40. Заменить следующий поток платежей: 200 000 руб. через 1 год, 175 000 — через 2 года, 210 000 руб. — через 4 года, эквивалентным множеством, состоящим из двух выплат, равных по величине: первая — через 1,5 года, вторая — через 4 года. Проценты начисляются по ставке 8 % годовых каждые 6 месяцев.

6.41. Долг должен быть погашен двумя платежами: 120 000 руб.— через один год и 450 000 руб.— через 3 года. При ставке 25 % годовых найти срок, когда замена обеих выплат одной выплатой в размере 480 000 руб. будет справедливой.

6.42. Для множества, состоящего из трех выплат 100 000 руб.— сегодня, 200 000 руб.— через 2 года, 300 000 руб.— через 5 лет, найти средний срок, т. е. дату, когда это множество выплат эквивалентно 600 000 руб. Проценты начисляются по ставке 12 % годовых.

6.43. 100 000 руб. погашается через 5 лет и 200 000 руб.— через 10 лет. Если деньги стоят 4 % годовых, через сколько лет оба платежа эквивалентно заменит выплата: а) 250 000 руб., б) 300 000 руб.?

6.44. 100 000 руб. погашается через 5 лет и 200 000 руб.— через 10 лет. Если деньги стоят 4 % годовых, через сколько лет оба платежа эквивалентно заменит выплата 300 000 руб. Расчет провести по приближенной формуле.

6.45. Для множества, состоящего из пяти выплат 115 000 руб.— сегодня, 90 000 руб.— через 2 месяца, 650 000 руб.— через 4 месяца, 300 000 руб.— через 6 месяцев, оценить средний срок. Проценты начисляются по ставке 2 % в месяц. Найти по приближенной формуле.

6.46. Фермер покупает товары стоимостью 10 000 000 руб. Он заплатил 2 000 000 руб. сразу и заплатит на 5 000 000 руб. больше через 3 месяца. Если процент начисляется на сумму непоплаченного баланса со ставкой 6 % годовых с ежемесячным начислением, какой должна быть последняя выплата по окончании 6 месяцев?

6.47. Петров делал следующие вклады в сбербанке, который начисляет проценты в соответствии с годовой ставкой 2 % с полугодовым начислением: 10 000 000 руб. 5 лет назад и 5 000 000 руб. 3 года назад. Он брал со счета 2 000 000 руб. год назад и планирует взять остальную сумму через год. Какую сумму он получит?

6.48. Сидоров имеет 100 000 руб. в сбербанке, который начисляет проценты со ставкой 4 % годовых с ежеквартальным начислением процентов. Какие одинаковые взносы в конце каждого квартала нужно делать Сидорову, чтобы на его счете в банке через год было 300 000 руб.?

6.49. Контракт предполагает платежи по 1 000 000 руб. в конце каждого квартала в течение следующего года и дополнительный заключительный платеж 5 000 000 руб. по его окончании. Какова стоимость этого контракта наличными, если деньги стоят 6 % годовых при ежеквартальном начислении?

6.50. Иванов имел 10 000 000 руб. на счете в сбербанке 10 лет назад. Сбербанк начисляет проценты согласно ставке 3 % годовых с полугодовым начислением. Иванов взял со счета 2 000 000 руб. 5 лет назад и 3 000 000 руб. 2 года назад. Какая сумма сегодня лежит на счете Иванова?

## Тема 7

### ДЕПОЗИТНЫЕ СЕРТИФИКАТЫ И ВЕКСЕЛЯ

Термин «финансовый инструмент» является одним из наиболее часто используемых в рыночном жаргоне и включает в себя широкое многообразие финансовых документов — от простейших до синтетических. Далее будут рассматриваться только те финансовые инструменты, которые имеют непосредственное отношение к срочным финансовым операциям: наличные, *банковские депозиты, векселя, облигации*, иностранная валюта, *акции, акционные индексы, финансовые фьючерсы и опционы*.

подавляющая часть всех банковских ресурсов формируется за счет депозитных операций, состоящих из текущих счетов и вкладов.

*Текущий счет* позволяет инвестору вносить и получать необходимые суммы в любое время. По текущим счетам либо выплачиваются малые проценты, либо вовсе не выплачиваются.

*Вклады* бывают срочные и до востребования. По срочным вкладам выплачиваются большие проценты, чем до востребования.

*Депозитом* называется определенная денежная сумма, помещенная на хранение в банк на определенное время от имени частного лица, корпорации или государственной организации. Депозит является одним из способов сохранения денег от инфляции.

*Депозитный сертификат* — это ценная бумага, удостоверяющая внесение ее владельцем денежных средств в банк на определенный срок и являющаяся для владельца источником дохода по процентам. Широко используется инвесторами, компаниями и учреждениями как передаваемое краткосрочное средство инвестирования. Срочные вкладные депозитные сертификаты свободно обращаются на вторичном рынке.

Депозитные сертификаты характеризуются следующими параметрами:

$D$  — размером;

$T$  — сроком;

$i_t$  — процентной ставкой;

$S_t$  — текущей рыночной ценой;

$V_t$  — текущей стоимостью.

Здесь и далее переменная  $t \in [0, T]$  обозначает время, прошедшее с момента начала любой финансовой операции.

Текущая стоимость депозитного сертификата определяется либо по формуле

$$V_t = D \left( 1 - \frac{i_t}{100} \frac{T-t}{T_{\text{год}}} \right), \quad (7.1)$$

если проценты выплачиваются в начале срока депозита, либо по формуле

$$V_t = D \left( 1 + \frac{i_t}{100} \frac{t}{T_{\text{год}}} \right), \quad (7.2)$$

если проценты выплачиваются по окончании срока депозита, где  $i_t$  — банковская процентная ставка в момент времени  $t$ .

Доходность операции купли-продажи краткосрочного депозитного сертификата определяется по формуле

$$Y = \frac{S_2 - S_1}{S_1} \frac{T_{\text{год}}}{t_c}, \quad (7.3)$$

где  $S_1$  — цена покупки сертификата,

$S_2$  — цена продажи сертификата,

$t_c$  — продолжительность времени между покупкой и продажей.

### Пример 7.1

Инвестор приобрел одномесячный депозитный сертификат на \$3 000 000 по цене \$3 001 000, который продал через 12 дней за \$3 007 000.  $S_1 = 3\,001\,000$ ,  $S_2 = 3\,007\,000$ ,  $T_{\text{год}} = 360$ ,  $t_c = 12$ . Операция купли-продажи имеет доходность  $Y = 5,998\%$ .



## Векселя

*Вексель* — это необеспеченное письменное обещание должника выплатить кредитору долг в назначенный срок, указанный в векселе. Единственной гарантией платежей является финансовая надежность *эмитента*. Вексель является объектом купли-продажи, и его цена меняется в зависимости от изменения *учетной процентной ставки* и оставшегося срока до платежа по векселю. На векселе указываются срок платежа, место платежа, наименование того, кому или по приказу кого платеж должен быть совершен, указаны дата и место составления векселя, имеется подпись лица, выдавшего документ.

Векселя применяют для получения дохода от размещения временно свободных средств, повышения сервиса при взаиморасчете с партнерами, как один из возможных вариантов защиты от инфляции и т. д.

*Простой вексель* — это ничем не обусловленное беспспорное обещание должника уплатить определенную сумму по истечении срока векселя.

Дисконтная ставка банка больше процентной ставки, на которую выдан вексель на размер комиссионных за предоставленную услугу, в какую входит: плата за учет, взятие на себя риска непогашения, риска изменения уровня инфляции, соотношения с другими валютами и т. д.

Чем больше значение процентной ставки, тем быстрее увеличивается стоимость векселя. Стоимость векселя в момент погашения рассчитывается аналогично простым процентам ( $FV$ ). Теоретическая стоимость векселя в момент учета рассчитывается также аналогично простым процентам ( $S_t$ ).

Выплачиваемая банком сумма ( $V_t$ ) меньше теоретической стоимости векселя ( $S_t$ ) из-за комиссионных, получаемых банком за услугу, оказываемую векселедержателю по более раннему получению наличных средств.

В момент погашения векселя векселедателем банк получает проценты, накопившиеся с момента учета векселя, рассчитываемые как  $FV - S_t$ . Суммарная прибыль банка будет состоять

из комиссионных и процентов:  $FV - V_t$ . Недополученный доход векселедателя составит разницу между теоретической стоимостью векселя в момент учета и предложенной банком суммой ( $S_t - V_t$ ), что будет соответствовать разнице между процентной ставкой и дисконтной ставкой, предложенной банком.

$FV$  (Future Value) — сумма, которую получит владелец спустя определенное время (дословно — будущая стоимость денег):

$$FV = S_0 \left( 1 + i \frac{T}{T_{\text{год}}} \right). \quad (7.4)$$

Срочная стоимость векселя в момент учета банком

$$S_t = S_0 \left( 1 + i \frac{t}{T_{\text{год}}} \right). \quad (7.5)$$

Текущая стоимость векселя рассчитывается по формуле

$$V_t = FV \left( 1 - \frac{d_t}{100} \frac{T-t}{T_{\text{год}}} \right), \quad (7.6)$$

а доходность по формуле

$$Y_t = \frac{FV - V_t}{V_t} \frac{365}{T-t} 100\%, \quad (7.7)$$

где  $V_t$  — стоимость векселя в момент его оформления (номинальная стоимость);  
 $i$  — процентная ставка, уплачиваемая векселедателем;  
 $d$  — дисконтная ставка, по которой вексель учитывается банком;  
 $T$  — срок действия векселя в днях (время от момента оформления до погашения векселя);  
 $t$  — срок между оформлением и учетом векселя в днях;  
 $T_{\text{год}}$  — продолжительность года в днях;  
 $FV$  — будущая стоимость векселя к погашению;  
 $S_t$  — срочная стоимость векселя в момент учета банком;  
 $S_0$  — выплачиваемая банком сумма в обмен на вексель;  
 $Y_t$  — доходность.

*Переводной вексель* или *тратта* — это письменное предложение уплатить определенную сумму. Выдача переводного век-

селя называется трассированием. Лицо, которое выписывает тратту,— *трассант*; лицо, на которое выдан вексель и которое должно произвести по нему платеж,— трассат; лицо в пользу, на имя которого трассат должен произвести платеж,— *ремитент*.

*Казначейские векселя* выпускаются государством для покрытия своих расходов. Они являются краткосрочными ценными бумагами и широко используются как средство платежа. Казначейские векселя существуют только в книжной форме записи, и инвесторы не имеют на руках сертификатов.

Характерной деятельностью банков является *учет* векселей. Владелец векселя может не ждать наступления срока платежа по векселю, а продать вексель банку, т. е. учесть вексель. Теперь уже банк будет хранить вексель и при наступлении назначенного срока предъявит его к платежу. За свою услугу банк удержит с продавца векселя учетную процентную ставку.

Новые выпуски векселей осуществляются на регулярных еженедельных аукционах, на которых устанавливается начальная дисконтная процентная ставка векселя. В течение периода снижающихся процентных ставок рыночная стоимость векселя растет, а при возрастании процентных ставок — падает. Изменение процентной ставки не имеет никакого значения для инвестора, который собирается держать вексель до наступления срока платежа.

### **Пример 7.2**

Тратта выдана на 10 000 000 руб. с уплатой 17.11.1996 г. Владелец документа учел его в банке 23.09.1996 г. Учетная ставка равна 8 % годовых.

*Решение.*  $FV = 10\,000\,000$ ;  $T_{\text{год}} = 360$ ;  $T - t = 55$ ;  $d_t = 8$ ;  $Y_t = 8,21\%$ ;  $V_t = 9\,877\,778$  — полученная при учете векселя сумма.

## **УПРАЖНЕНИЯ**

7.1. «Сберегательный банк» предлагал долгосрочный кредит до 10 лет на покупку дома при условии наличия поручителей и

залога. Максимальная сумма кредита — \$60 000. Процент по кредиту составлял 15 % годовых.

Банк «СБС-АГРО» предлагал кредит на срок до 10 лет по ставке 19,5 % годовых при условии выплаты к моменту выдачи кредита 30 % стоимости дома, 70 % составит сумма кредита.

«Промбизнесбанк» предлагал кредит сроком 1,5 года на тех же условиях, что и банк «СБС-АГРО», но ставка по кредиту составляет от 28 до 30 % годовых.

«Альфа-банк» предлагал краткосрочный кредит на 1 год на любую сумму при условии наличия поручительства и внесения ценных бумаг в залог. Ставка по валютному кредиту —  $18 \div 25$  %, по рублевому кредиту — 21 %.

Выбрать схему наиболее выгодного варианта кредита для покупки дома стоимостью \$40 000.

7.2. Определите сумму, которую предложит банк за простой вексель номинальной стоимостью в 1 000 000 руб., выпущенный в обращение 15 января 2000 г. по схеме обыкновенных процентов с точным числом дней, если срок погашения — 3 июня 2000 г. процентная ставка — 19,25 %, дисконтная ставка банка — 23,75 % и дата, когда решили учесть вексель — 1 марта 2000 г. Сколько получит средств банк в результате данной операции?

7.3. ОАО «23-я хлопчатобумажная фабрика» предъявило для учета вексель на сумму 4 350 000 руб. со сроком погашения 02.11.2003 г. Вексель предъявлен 29.11.2003 г. Банк предложил учесть вексель по учетной ставке 24,8 % годовых. Определите выплаченную банком сумму ОАО.

7.4. ЗАО «Белый парус» реализовало товар в кредит с оформлением простого векселя номинальной стоимостью 3 240 000 руб., выпущенного в обращение 2 октября 2002 г. по схеме обыкновенных процентов с точным числом дней, со сроком погашения — 12 января 2004 г., процентной ставкой за кредит — 17,5 %. Через 60 дней векселедержатель обратился в банк для проведения операции по учету векселя. Банк предложил учесть вексель по дисконтной ставке, равной 21,25 %. Определите сумму, полученную фирмой, и сколько средств получит банк в результате данной операции.

7.5. Компания «Североатлантический яхт-клуб» приобрела запорочную станцию с оформлением простого векселя номинальной стоимостью \$9 700 000, выпущенного в обращение 1 мая 2000 г. по схеме обыкновенных процентов с точным числом дней, со сроком погашения — 1 августа 2000 г. 15 июля векселедержатель учел вексель в банке по дисконтной ставке, равной 8,15 %, и получил за него \$9 856 000. Определите размер процентной ставки, уплачиваемой векселедателем.

7.6. Detroit Steel Company 1 апреля 1995 г. за поставленный товар оформила простой вексель с номинальной стоимостью в \$230 000, процентной ставкой за кредит — 11,25 % (по схеме обыкновенных процентов с точным числом дней). Определите размер дисконтной ставки, по которой вексель учитывался банком, если срок погашения — 13 августа 1995 г., векселедержатель учел вексель 10 июня 1995 г. и корпорация при учете векселя получила \$234 3000.

7.7. Virginia Technological Inc. 2 января 2001 г. продала в кредит, с оформлением простого векселя (по схеме обыкновенных процентов с точным числом дней) с номинальной стоимостью в \$1 230 000, процентной ставкой за кредит — 8,8 %, продукцию. Определите срок между учетом и оформлением векселя в днях, если срок погашения — 12 мая 2001 г., дисконтная ставка банка — 11,2 % и корпорация при учете векселя получила \$1 245 000.

7.8. Indiana Oil Inc. 23 октября 1998 г. продала в кредит, с оформлением простого векселя (по схеме обыкновенных процентов с точным числом дней) продукцию. Процентная ставка за пользование кредитом — 9,75 %. Определите стоимость векселя в момент оформления, если срок погашения — 23 мая 1999 г., дисконтная ставка банка — 12,32 % и корпорация при учете векселя 1 февраля 1999 г. получила \$5 637 000.

7.9. Векселедержатель предъявил для учета вексель на сумму 50 000 руб. со сроком погашения — 28.09.1997 г. Вексель предъявлен 13.09.1997 г. Банк согласился учесть вексель по простой учетной ставке 30 % годовых. Определить сумму, которую векселедержатель получит от банка.

7.10. Вексель на сумму 15 000 руб. предъявлен в банк за 90 дней до срока погашения. Банк учитывает вексель по простой процентной ставке 22 % годовых. Определить сумму, полученную предъявителем векселя, и величину дисконта банка, если при учете использовался способ 365/365.

7.11. Банк учитывает вексель за 210 дней до срока по простой учетной ставке 12 %, используя временную базу в 360 дней. Определить доходность такой операции по простой процентной ставке наращивания при временной базе, равной 365.

7.12. Предприятие продало товар на условиях потребительского кредита с оформлением простого векселя: номинальная стоимость — 150 000 руб., срок векселя — 60 дней, ставка простых процентов за предоставленный кредит — 15 % годовых. Через 45 дней с момента оформления векселя предприятие решило учесть вексель в банке; предложенная банком дисконтная ставка простых процентов составляет 25 %. Рассчитать суммы, получаемые предприятием и банком, если используется способ 365/360.

7.13. Срок оплаты векселя составляет 3 месяца по сложной учетной ставке 27 %. Оценить доходность операции по эквивалентным номинальной ставке дисконтирования и силе роста, если номинальная ставка начисляется раз в год.

7.14. Г-н Петров имеет вексель на 15 000 руб., который он хочет учесть 1 марта текущего года по сложной учетной ставке, равной 7 %. Какую сумму он получит, если срок векселя: а) 1 июля того же года, б) 1 июля следующего года?

7.15. Банк учитывает вексель за 60 дней до срока его оплаты по простой учетной ставке 6 %. Какую сложную учетную ставку должен установить банк, чтобы доход банка не изменился?

7.16. Банк учитывает вексель по учетной ставке 8 % за полгода до срока оплаты и желает перейти к сложной учетной ставке  $d_c$ . Какую сложную учетную ставку должен установить банк, чтобы доход банка не изменился?

7.17. Некто занял деньги под 6 % на 1 год и 5 месяцев, причем кредитор выдал 549 руб., за вычетом процентных денег с занятой суммы. На какую сумму был написан вексель при этой сделке?

7.18. Вексель на 1 400 руб. учтен по 6 % за 8 месяцев до срока. Сколько денег получено по векселю? Определить доходность операции.

7.19. Вексель в 1 250 руб. продан за 2 месяца 20 дней до срока с учетом по 4,5 %. За какую сумму продан вексель? Определить доходность операции.

7.20. Банк учитывает вексель в 6 400 руб. за 3 месяца до срока по учетной ставке 12 %. Сколько рублей получено по этому векселю? Определить доходность операции.

7.21. Вексель в 6 400 руб. продан за 1 120 руб. десятью месяцами раньше срока. По какой учетной ставке сделан учет?

7.22. Вексель в 920 руб. учтен за 1 год 3 месяца до срока за 80 руб. 50 коп. Найти величину учетной ставки.

7.23. По векселю в 2 450 руб. за 8 месяцев до срока получено 2 381 руб. 40 коп. По какой процентной ставке сделан учет?

7.24. По векселю за 10 месяцев до срока уплачена сумма, равная  $\frac{14}{15}$  цены самого векселя. По какой процентной ставке сделан учет этого векселя?

7.25. Учет с векселя, проданного за 1 год 4 месяца до срока, составил 0,08 вексельной суммы. По какой процентной ставке сделан учет этого векселя?

7.26. Вексель в 5 400 руб. учтен за 5 месяцев и 10 дней до срока за 5 280 руб. По какой процентной ставке сделан учет этого векселя?

7.27. За вексель в 3 200 руб., сроком 15 декабря, уплачено 30 августа того же года 3 144 руб. По какой процентной ставке сделан учет этого векселя?

7.28. За вексель в 1 000 руб., сроком 10 июня 2001 г., уплачено 903 руб. 50 коп. 25 мая 2000 г. По какой процентной ставке сделан учет этого векселя?

7.29. По векселю за 8 месяцев 10 дней до срока уплачено 2 600 руб. с учетом по  $5\frac{1}{3}$  %. Определить вексельную сумму.

7.30. Некто сделал учет векселя по 4,5 % за 3 месяца и 15 дней до срока и получил по этому векселю 1 736 руб. 90 коп. Определить вексельную сумму.

7.31. По векселю, которому до срока оставалось еще 7 месяцев и 24 дня, уплачено 3 587 руб. 50 коп. с учетом по 6,(6) %. Найти вексельную сумму.

7.32. Срок векселя — 4 марта 1994 г., а 13 апреля 1993 г. банк учел его по учетной ставке 4,5 %, уплатив 4 080 руб. На какую сумму был выписан вексель?

7.33. Цена векселя 640 крон, а 25 июня 2000 г. по нему заплачено 628 крон. Когда истекает срок этого векселя, если величина учетной ставки 7,5 %?

7.34. Вексель в \$240, срок которому наступает 15 февраля 2001 г., продан за \$233. Когда был продан вексель, если величина учетной ставки 7,5 %?

7.35. Учет с векселя в \$640 по 12,5 % составил \$50. Когда был сделан этот учет, если срок векселю наступает 19 апреля 2001 г.?

7.36. За сколько времени до срока учтен вексель в 1 720 руб., если учет сделан по 4,5 % и если по векселю уплачено 1 687 руб. 75 коп.?

7.37. По векселю в 625 крон, подлежащего уплате 22 мая 2000 г., было получено 600 крон 4 августа 1998 г. По какой процентной ставке сделан учет этого векселя?

7.38. Бизнесмен А. имеет на бизнесмена Б. вексель на \$2 400, подлежащий уплате через 7,5 месяцев; в свою очередь, бизнесмен Б. имеет на А. вексель на \$2 500, подлежащий уплате через 6 месяцев. Какой из бизнесменов должен доплатить дру-



гому и какую сумму, если по первому векселю они желают сделать учет по 4 %, а по второму — по 4,8 %?

7.39. Вексель был продан 15 сентября 1999 г. за 0,9 вексельной суммы по учетной ставке 7,5 %. Когда истекает срок векселя?

7.40. Вексель продан 10 апреля 1998 г. за 0,875 его стоимости с учетом по 9 %. Определить срок векселя.

7.41. Вексель, срок которого 15 сентября 2001 г., был продан 15 ноября 2000 г. Если бы учет был сделан на 0,5 % больше, то денег по этому векселю было бы получено на 5 руб. меньше. Определить вексельную сумму.

7.42. За 4 месяца до срока был продан вексель так, что 0,4 вексельной суммы были учтены по 6 %, а остальная часть — по 8 %. Учет со всего векселя равен \$3 000. Определить вексельную сумму.

7.43. За 10 месяцев до срока был продан вексель за 3 022 руб., причем с 0,45 вексельной суммы учет был сделан по 7,5 %, а с остальной его части — по 6 %. Определить стоимость векселя.

7.44. Банк учитывает вексель за 60 дней до срока его оплаты по простой учетной ставке  $d_n = 6\%$ . Какую сложную учетную ставку должен установить банк, чтобы доход банка не изменился? Найти доходность операции.

7.45. Иванов 16 ноября 1994 г. продал сберегательному банку вексель, который был получен им 9 февраля 1994 г. и должен быть погашен через год после указанной в векселе даты с оплатой 150 000 руб. и простого процента 6 % годовых. Если банк использует 7-процентную норму дисконта, то какую сумму получит Иванов и какой будет доходность банка?

7.46. Вексель на 10 175 руб., погашаемый через 90 дней, продан банку, который установил 7-процентную норму простого процента при дисконтировании. Какой будет выручка?

7.47. Вексель на сумму 5 000 000 руб., срок оплаты которого наступает через 4 года, продан с дисконтом по сложной учетной ставке 10 % годовых. Каков размер получаемой за вексель суммы и величина дисконта в рублях?

7.48. Срок до погашения векселя равен 4 года. Дисконт при его учете составил 40 %. Какой сложной годовой учетной ставке соответствует этот дисконт?

7.49. Вексель учтен по учетной ставке 10 % за 160 дней до его оплаты. При выполнении операции учета с владельца векселя удержаны комиссионные в размере 0,05 % от номинала векселя. Определить доходность операции.

7.50. Джамалиев 2 октября 1994 г. продал сберегательному банку вексель, который был получен им 1 сентября 1994 г. и должен быть погашен через 60 дней после указанной в векселе даты с оплатой \$2 000 и сложного процента 11 % годовых. Если банк использует 9,5-процентную норму дисконта, то какую сумму получит Джамалиев и какой будет доходность банка и Джамалиева?

## Тема 8

### ОБЛИГАЦИИ

*Облигацией* называется ценная бумага, удостоверяющая внесение ее владельцем денежных средств и подтверждающая обязательство возместить ему номинальную стоимость ценной бумаги в предусмотренный в ней срок с уплатой фиксированного процента, если иное не предусмотрено условиями выкупа. Облигации относятся к категории ценных бумаг с фиксированным доходом, поскольку обязательства по обслуживанию долга носят фиксированный характер, т. е. инвестиционное учреждение обязуется периодически выплачивать фиксированный процент и фиксированную выкупную сумму по истечении установленного срока.

*Облигации с нулевым купоном* (в частности, российские ГКО) — это облигации, по которым проценты не выплачиваются, но при выпуске им назначается цена на условиях дисконтирования по сравнению с номинальной стоимостью.

Эмитент выпускает облигации с указанием их номинальной стоимости  $FV$  и срока, по истечении которого облигации выкупаются (погашаются) эмитентом по номинальной стоимости.

Покупатель, приобретающий облигации по цене, меньшей номинала, предоставляет тем самым эмитенту ссуду и практически является кредитором. В таком случае покупатель получает доход, определяемый разностью между номиналом и ценой покупки облигации и называемый дисконтом. Если к облигации прилагаются купоны, то, например, ежегодно или ежеквартально ему выплачиваются проценты по указанной на них ставке. Это является дополнительным, так называемым купонным доходом.

Облигации характеризуются следующими параметрами:

$FV$  — номинальной стоимостью;

$T$  — датой погашения;

$g$  — купонной процентной ставкой;  
 $m$  — числом выплат процентов в году;  
 $S_t$  — текущей рыночной ценой;  
 $V_t$  — действительной стоимостью;  
 $Y_t$  — текущей доходностью;  
 $r_t$  — доходностью к погашению.

При расчете доходности покупки облигаций используют понятие курса определяемого ценой облигации, выраженной в процентах от номинала:

$$P_t = \frac{S_t}{FV} 100 \%,$$

откуда цена облигации при заданном курсе будет определяться выражением

$$S_t = 0,01 P_t FV.$$

Если по облигациям выплачиваются проценты, то облигации называются *процентными* или с купонным доходом, а доход по каждой выплате определяется от ее номинальной стоимости:

$$R = gFV.$$

### Пример 8.1

Курс облигаций номиналом 500 руб. составляет 75 %. Определить цену облигации.

*Решение.* Из условия примера имеем:  $P_t = 75$ ;  $FV = 500$  руб.

Цена облигации  $S_t = 0,01 \times P_t \times FV = 5 \times 75 = 375$  руб.

### Пример 8.2

Доход по облигациям номиналом 1 000 руб. выплачивается каждые полгода по ставке 50 % годовых. Вычислить сумму дохода по каждой выплате.

*Решение.* Из условия примера имеем:  $n = 0,5$ ;  $g = 0,5$ ;  $FV = 1\,000$  руб. Сумма дохода по каждой выплате:  $I = gFV = 1\,000 \times 0,5 \times 0,5 = 250$  руб.

### Пример 8.3

Банковская ставка по депозитам составит 10 %, а банковская ставка по кредитам равна 15 %. Определить процент по облигациям, установленный при выпуске при условии, что их курс составляет 98.

*Решение.* Из условия имеем:  $i_1 = 0,1$ ;  $i_2 = 0,15$ ;  $P_t = 98$ . В качестве альтернативной ставки следует выбрать процент по депозитам, тогда процент по облигациям равен

$$g = \frac{P_t i_1}{100} = \frac{9,8}{100} = 0,098 = 9,8 \%$$

Если проценты по облигациям не выплачиваются, то источником дохода будет являться разность между ценой выкупа (номиналом, эмитентом) и ценой покупки, которая называется дисконтом. Такие облигации называются *дисконтными*, например, государственные краткосрочные обязательства (ГКО). Доход от этих облигаций находим как разность между номиналом и ценой покупки:

$$D = FV - S_t = FV(1 - 0,01P_t).$$

Доходность облигаций к погашению можно определить по эквивалентной ставке простых процентов:

$$r_t = \frac{D}{S_t n} = \frac{FV - S_t}{S_t n} = \frac{100 - P_t}{P_t n} = \left( \frac{100 - P_t}{P_t} \right) \frac{T_{\text{год}}}{T - t},$$

где  $T$  — дата гашения облигации,  
 $t$  — текущая дата.

Доход от покупки долгосрочных облигаций с выплатой процентов будет состоять из суммы полученных процентов и разницы между ценой их погашения (номиналом) и ценой покупки.

Общая доходность с использованием простого процента

$$r = \frac{FV - S_t}{nS_t} + \frac{FVg}{S_t} = \frac{100 - P_t}{nP_t} + \frac{g}{P_t}.$$

Доходность в этом случае по приближенной формуле вычисляется следующим образом:

$$\tilde{r} = 2 \left( \frac{100 - P_t}{n(P_t + 100)} + \frac{g}{(P_t + 100)} \right).$$

Если проценты по облигациям выплачиваются в конце года, например, по ставке сложных процентов  $g_c$ , то сумма процентных денег при погашении облигации через  $n$  лет определяется выражением

$$I = FV(1 + g_c)^n - FV = FV \left[ (1 + g_c)^n - 1 \right].$$

Общий доход можно определить по формуле

$$D = I + FV - S_t = FV(1 + g_c)^n - S_t = FV \left[ (1 + g_c)^n - \frac{P_t}{100} \right].$$

Доходность операции покупки-погашения облигации в виде эффективной ставки сложных процентов можно определить из выражений:  $S = S_t(1 + g)^n$ ,  $D = S - S_t = S_t \left[ (1 + g)^n - 1 \right]$ .

На основе приведенных выше соотношений получим

$$g_g = \sqrt[n]{\frac{S}{S_t}} - 1 = \sqrt[n]{\frac{S_t + D}{S_t}} - 1 = \frac{1 + g_c}{\sqrt[n]{\frac{P_t}{100}}} - 1.$$

#### Пример 8.4

Облигации номиналом 1 000 руб. и со сроком обращения 180 дней были приобретены в момент их выпуска по курсу 65 и проданы через 90 дней по курсу 85. Определить доходность к погашению и текущую доходность в результате продажи для  $T_{\text{год}} = 360$ .

*Решение.* По условию задачи  $T - t_1 = 180$ ,  $T - t_2 = 90$ ,  $T_{\text{год}} = 360$ ,  $P_{t_1} = 65$ ,  $P_{t_2} = 85$ ,  $FV = 1\,000$  руб. Доходность облигаций к пога-

шению можно определить по эквивалентной ставке простых процентов:

$$r_t = \left( \frac{100 - P_{t_1}}{P_{t_1}} \right) \frac{T_{\text{год}}}{T - t_1} = \frac{100 - 65}{65} \frac{360}{180} = 1,077.$$

Текущая доходность в результате их продажи составит

$$Y_t = \left( \frac{P_{t_2} - P_{t_1}}{P_{t_1}} \right) \frac{T_{\text{год}}}{T - t_2} = \frac{85 - 65}{65} \frac{360}{90} = 1,231.$$

### Пример 8.5

Облигация куплена по курсу 95 и будет погашена через 10 лет. Проценты по облигации выплачиваются в конце срока по сложной ставке 5 % годовых. Определить доходность приобретения облигаций.

*Решение.* Из условия примера  $n = 10$ ,  $P_t = 95$ ,  $g = 0,05$ . Цена облигации при заданном курсе будет определяться выражением

$$S_t = 0,01 \times P_t \times FV = 0,95FV.$$

Процентный доход за 10 лет составит

$$I = FV \left[ (1 + g_c)^n - 1 \right] = FV(1,05^{10} - 1) = 0,629FV.$$

Доход от погашения составил:  $D = FV(1 - 0,01P_t) = 0,05FV$ .

Доходность покупки облигации по эффективной ставке сложных процентов равна

$$\begin{aligned} r_t &= \sqrt[n]{\frac{D + I + FV}{FV}} - 1 = \sqrt[10]{\frac{0,679FV + FV}{FV}} - 1 = \\ &= \sqrt[10]{1,679} - 1 = 1,053 - 1 = 0,053. \end{aligned}$$

### Пример 8.6

Банк А. выдал банку Б. межбанковский валютный кредит под залог облигаций внутреннего государственного валютного займа 3-го транша. Сумма кредита определяется путем оценки облигаций по текущей рыночной стоимости за вычетом из полученной суммы дисконта (в целях страхования от ценовых рисков).

Дата выдачи кредита  $T_0$  — 30 октября 1996 г.; дата погашения кредита и процентов по нему  $T_1$  — 13 ноября 1996 г.; процентная ставка по кредиту составляет 13 % годовых на 360 дней в году; срок кредита рассчитывается на основе полного количества календарных дней; сумма облигаций по номиналу — \$1 000 000; курс облигаций — 81; размер дисконта равен 10 %. Банк Б. попросил банк А. погасить непогашенные купоны по облигациям за 1 год и произвести расчеты по полученному купонному доходу 13 ноября 1996 г. (на облигации ежегодно начисляется купонный доход из расчета 3 % от номинала). За погашение купонов банк А. возьмет комиссию в размере 1 % от суммы купонного дохода. В день погашения кредита банки договорились оформить новый кредит под заложенные облигации, с переоценкой облигаций по курсу 81,7. Стороны договорились произвести 13 ноября взаиморасчеты.

Определить, какой банк должен платить 13 ноября другому банку и какую сумму?

*Решение.* Согласно условию примера  $FV = 1\,000\,000$ ;  $i = 0,13$ ;  $d = 0,1$ ;  $P_0 = 81$ ;  $P_1 = 81,7$ ;  $T_{\text{год}} = 360$ ;  $g = 0,03$ ;  $q = 0,01$ .

1. Сумма  $S$  выданного кредита:

$$S = FV \frac{P_0}{100} (1 - d) = 1\,000\,000 \times 0,81 \times 0,9 = \$729\,000.$$

2. Сумма процентов за кредит:

$$I = \frac{S(T_1 - T_0)i}{T_{\text{год}}} = \frac{729\,000 \times 14 \times 0,13}{360} = \$3\,685,5.$$



3. Сумма купонного дохода по облигациям:

$$G = FV \times g = 1000000 \times 0,03 = \$30000.$$

4. Комиссия за погашение купонного дохода:

$$C = Gq = 0,01 \times 30000 = \$300.$$

5. Сумма нового кредита:

$$S_n = FV \frac{P_1}{100} (1 - d) = 1000000 \times 0,817 \times 0,9 = \$735300.$$

6. Сведем взаимные требования сторон на 13 ноября в следующую таблицу:

Вид платежа	Банк А. платит банку Б., дол.	Банк Б. платит банку А., дол.
$S$		729 000,00
$I$		3 685,50
$G$	30 000,00	
$C$		300,00
$S_n$	735 300,00	
Итого:	765 300,00	732 985,50

В итоге 13 ноября банк А. должен уплатить банку Б. \$32 014,50.

### Пример 8.7

Брокеру фондовой биржи ММВБ поступило распоряжение 3 октября 1996 г. о размещении 2 000 000 000 руб. на рынке ГКО при следующих условиях: вложение денежных средств проводить только в краткосрочные выпуски (со сроком обращения менее полугода); доля каждого выпуска в общем пакете должна занимать только часть объема капиталовложения и не превышать 30 %; весь пакет необходимо продать 4 ноября 1996 г. и вернуть деньги инвестору 5.10.1996 г. На торгах 4.10.1996 г. по краткосрочным выпускам ГКО номиналом 1 000 000 руб. сложились следующие цены:

№ выпуска	Дата погашения	Цена в % от номинала (курс)
21 067	13.11.1996 г.	95,86
21 068	20.11.1996 г.	95,00
21 069	18.12.1996 г.	91,78
21 070	3.01.1997 г.	89,44
21 071	22.01.1997 г.	86,85

Сформировать пакет ГКО исходя из условия получения максимальной доходности. Рассчитать средневзвешенную доходность пакета. Выявить зависимость между доходностью ценной бумаги и сроком, оставшимся до ее погашения.

*Решение.* Под доходностью к погашению понимается доход, приносимый вложением в ценную бумагу с ожиданием ее погашения по номиналу.

Определим доходность к погашению каждого выпуска в процентах годовых:

$$r_t = \frac{FV - S_t}{S_t \Delta t} T_{\text{год}} 100\% = \frac{\Delta S}{S_t \Delta t} T_{\text{год}} 100\% ,$$

где  $\Delta S$  — прирост в цене от текущего момента до погашения;

$\Delta t$  — количество дней;

$$\Delta S = FV - S_t = FV \left( 1 - \frac{P_t}{100} \right).$$

Результаты расчетов представим в виде таблицы:

№ выпуска	Дней до погашения, %	$\Delta S$ , %	$r_t$ , % годовых
21 067	40	4,14	38,87
21 068	47	5,00	40,31
21 069	75	8,22	42,99
21 070	91	10,56	46,71
21 071	110	13,15	49,55

Из полученных результатов следует, что доходность ценной бумаги снижается с уменьшением срока, остающегося до ее погашения.

Исходя из требований инвестора, необходимо перечислить по 600 000 000 руб. (30 % от 2 000 000 000 руб.) на покупку выпусков 21 071, 21 070, 21 069, и на оставшиеся 200 000 000 руб. купить бумаги выпуска 21 068.

Рассчитаем точное количество бумаг по каждому из приобретаемых выпусков:

№ выпуска	Объем капиталовложений, руб.	Стоимость одной бумаги, руб.	Количество бумаг	Остаток от вложений, руб.
21 071	600 000 000	868 500	690	735 000
21 070	600 000 000	894 400	670	752 000
21 069	600 000 000	917 800	653	676 600
21 068	200 000 000	950 000	210	500 000

Просуммировав все остатки от вложений, получим 2 663 600 руб. свободных (невложенных) средств. Поскольку мы уже исчерпали 30-процентный лимит по выпускам 21 069—21 071, то остаток средств надо потратить на покупку облигаций выпуска 21 068. На оставшуюся сумму покупаем еще две бумаги данного выпуска, получая в остатке 763 600 руб.

Окончательно сформированный пакет выглядит следующим образом.

№ выпуска	Количество бумаг, шт.	Объем капиталовложений
21 071	690	5 992 650
21 070	670	599 248 000
21 069	653	599 323 400
21 068	212	201 400 000
Свободные средства		763 600

Подсчитаем средневзвешенную доходность к погашению полученного пакета ценных бумаг по следующей формуле:

$$\bar{r}_t = \sum_{i=1}^n \frac{r_{t_i} V_i}{V_0} = \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^n r_{t_i} V_i,$$

где  $r_{t_1}$  — доходность к погашению 1-го выпуска;

$V_i$  — объем вложений в 1-й выпуск;

$V_0$  — суммарный объем всех капиталовложений,

$V_0 = 2\,000\,000\,000 - 763\,600 = 1\,999\,236\,400$  руб.

В результате подсчета получаем:  $\bar{r}_t = 45,80\%$  годовых.

Для облигации с выплатой процентов  $m$  раз в году и целой величиной  $n = \frac{(T-t)m}{T_{\text{год}}}$  действительная стоимость рассчитывается по формуле

$$V_t = \frac{FV}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^n} + \frac{FVg}{100} \frac{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^n - 1}{\left(1 + \frac{j}{m}\right)^n j},$$

где  $j$  — банковская процентная ставка в момент времени  $t$ .

Движение банковской процентной ставки и курсов облигаций происходит в противоположных направлениях. По сути дела, колебания банковской процентной ставки является единственной наиболее важной силой на рынке облигаций.

Как видно из формулы, при росте банковской процентной ставки действительная стоимость облигации падает, а при убывании — возрастает. При большой процентной ставке потоки денежных средств в отдаленном будущем являются менее важными, поскольку инвестор получает большую часть денег в ближайшем будущем.

Мерой доходности к погашению облигации служит эквивалентная годовая ставка *простых* или *сложных* процентов или,

другими словами, ставка помещения  $r_t$ . Купонная процентная ставка отражает годовой доход инвестора в процентах от номинальной стоимости облигации, а доходность к погашению — годовой доход в процентах от суммы первоначальных инвестиций.

Банк России, объявляя доходность государственных долгосрочных обязательств (ГДО), пользуется для расчетов следующей формулой:

$$r_t = 100\% \frac{\frac{G}{1 - \frac{q}{100}} + \frac{S_2 - S_1}{n}}{S_1 + Q},$$

где  $G = \frac{FVg}{100}$  — доход по купону,

$q$  — ставка налога на доходы,

$S_1$  — цена покупки облигации,

$S_2$  — цена продажи облигации,

$n$  — количество лет от покупки до продажи,

$Q$  — процентный доход за период, начинающийся со дня, следующего за днем выплаты последнего купона и завершаю-

щийся днем расчета по сделке включительно:  $Q = \frac{FVg}{100} \frac{t_c}{365}$ ,

где  $t_c$  — количество прошедших дней после выплаты последнего купона.

Доходность к погашению облигации с выплатой процентов один раз в конце срока рассчитывается по формуле

$$r_t = 100\% \left[ \left( \frac{FV}{S_t} \right)^{\frac{T_{\text{год}}}{T - t}} \left( 1 + \frac{g}{100} \right) - 1 \right].$$

### Пример 8.8

Облигация номинальной стоимостью 100 000 руб. имеет купон 6 % годовых, купонные проценты выплачиваются 2 раза в год. До погашения облигации осталось 11 лет. Текущая банков-

ская процентная ставка равна 11,8 %. Рассчитать стоимость облигации.

*Решение:* По условию задачи:  $FV = 100\,000$ ,  $j = 11,8$ ,  $g = 6$ ,  $n = 22$ . Действительная стоимость рассчитывается по формуле

$$V_t = \frac{100000}{(1,059)^{22}} + \frac{100000 \times 0,06}{0,118} \frac{(1,059)^{22} - 1}{(1,059)^{22}} =$$

$$= 28332,76 + 36440,97 = 64773,73 \text{ руб.}$$

Для облигаций с выплатой процентов  $m$  раз в году и погашаемых в конце срока по номинальной стоимости текущая рыночная стоимость определяется по формуле

$$S_t = FV \left[ \left(1 + \frac{r_t}{100m}\right)^{-n} + \frac{g}{100m} \frac{1 - \left(1 + \frac{r_t}{100m}\right)^{-n}}{\left(1 + \frac{r_t}{100m}\right)^{\frac{1}{m}} - 1} \right].$$

Если до момента погашения остается целое число лет  $n$ , то зависимость доходности от курса, по которому приобретена облигация непосредственно после очередной купонной выплаты, будет определяться следующей приближенной формулой:

$$r_t = g \left[ 1 + \frac{1 - \frac{P_t}{100}}{1 - \frac{1}{(1+g)^n}} \right].$$

## УПРАЖНЕНИЯ

8.1. Номинал облигации — 10 000 руб., доход по облигации — 17 % (требуемая норма прибыли), номинальный доход — 14 % (годовой купонный доход), срок погашения — 8 лет. Оцените стоимость облигации.

8.2. Номинал облигации — 10 000 руб., доход по облигации — 11 % (требуемая норма прибыли), номинальный доход — 14 % (годовой купонный доход), срок погашения — 8 лет. Оцените стоимость облигации.

8.3. По итогам торгов ГКО серии 22 029 на ММВБ на 3.10.1996 г. их средневзвешенная цена составила 98,82. До погашения ГКО осталось 13 дней. Определить доходность к погашению.

8.4. Рассчитайте сегодняшнюю стоимость облигации при условии, что величина годового купонного дохода составляет 1 500 руб., требуемая норма прибыли — 16,4 %, срок — 5 лет при номинальной стоимости облигации 10 000 руб.

8.5. Определите, какое значение ежегодного дохода будет соответствовать текущей стоимости облигации в 15 000 руб., если срок до погашения — 6 лет при норме прибыли — 14,1 % и номинал облигации — 10 000 руб.

8.6. Сколько времени (целых лет) потребуется, чтобы текущая стоимость облигации превысила сумму в 23 500 руб., если доход на акцию — 3 900 руб. при норме прибыли — 12,9 % годовых и номинале акции — 12 000 руб.?

8.7. При какой норме прибыли стоимость облигации будет равна 35000 руб., если купонный доход — 5 000 руб., срок до погашения — 6 лет и номинал облигации — 20 000 руб.?

8.8. Бескупонная облигация будет погашена через 6 лет по номиналу 1 000 руб. По какой цене вы ее приобретете, если депозитная ставка банка на тот же срок равна 23 %?

8.9. Ежегодный купонный доход в 120 руб., приносимый облигацией с фиксированным доходом, реинвестируется посредством помещения на банковский счет под 14 % годовых в течение 6 лет. Какая сумма накопится на счете в результате реинвестирования?

8.10. Облигация приносит ежегодный доход в 1 000 руб. на протяжении 5 лет. Какова текущая стоимость облигации, если процентная ставка равна 12 %?

8.11. Пусть ценная бумага приносит ежегодный доход в 1 000 руб., однако выплаты происходят ежеквартально, т. е. по 250 руб. каждые три месяца. Доход от ценной бумаги поступает в течение 5 лет. Эффективная процентная ставка дисконтирования равна 12 % при ежеквартальном начислении процентов ( $m = 4$ ). Какова рыночная стоимость ценной бумаги?

8.12. Вам предлагают бескупонную облигацию, которая будет погашена через 6 лет по номиналу 1 000 руб. По какой цене вы ее приобретете, если банковская депозитная ставка на тот же срок равна 23 % годовых? Какова будет доходность облигации, если вы ее приобретете за 400 руб., за 250 руб.?

8.13. Облигация будет погашена через 5 лет. Сегодняшний ее курс — 65. Найти доходность к погашению.

8.14. До погашения бескупонной дисконтной облигации осталось 3 месяца. Найти рыночный курс облигации, если ставка дисконтирования выбрана 15 %.

8.15. Найти ставку помещения бескупонной облигации типа ГКО, если рыночная цена на сегодняшний день равна 79 013 руб., а облигация погашается по номиналу 1 000 руб. через 2 года 2 месяца. Какова простая ставка доходности?

8.16. По облигации производится начисление 15 % годовых с выплатой их в конце срока. Облигация куплена по курсу 75. Срок до погашения — 5 лет. Определить доходность к погашению.

8.17. По облигации происходит начисление 1 % в месяц по номиналу. Проценты выплачиваются в момент погашения облигации. Облигация куплена по курсу 150. Срок до погашения — 6 лет. Найти доходность к погашению.

8.18. В условиях предыдущей задачи определить рыночную стоимость облигации, если ставка дисконтирования принята равной 12 %, номинал облигации — 2 000 руб.

8.19. Срок облигации с фиксированным купоном равен 7 годам. Купонный доход выплачивается ежегодно по норме



12 % от номинала в год. Найти курс облигации, если ставка дисконтирования принята равной 16 %.

8.20. Годовой купонный доход облигации равен 240 руб., дивиденды выплачиваются 4 раза в год, номинал облигации равен 1 300 руб., срок до погашения — 6 лет. Найти цену облигации, если ставка помещения (номинальная процентная ставка при условии начисления процентов 4 раза в году) равна 14,47 %.

8.21. Облигация с фиксированным купоном, равным 20 % от номинала и выплачиваемым ежегодно, куплена по курсу 90. Срок облигации — 10 лет. Найти доходность с использованием простого процента и доходность по приближенной формуле.

8.22. Облигация с фиксированным купоном приобретена 31 марта 1998 г., дата погашения — 31 декабря 2000 г. Выплата купонов производится один раз в году из расчета 12 % от номинала. Ставка альтернативной доходности равна 16 %. Найти накопленный купонный доход (в процентах от номинала). Считать в году 360 дней (30 дней в месяце).

8.23. Облигация с переменным купоном давала в течение четырех лет следующие купонные доходы: 850 руб., 790 руб., 830 руб., 870 руб., затем в конце четвертого года была погашена по номиналу 10 000 руб. Доходность облигации за весь период ее владения составляла 8,97 %. Найти, по какой цене была куплена облигация.

8.24. Купонный доход облигации с переменным купоном в первый год равен 150 руб., срок облигации равен 5 годам, номинал 1 000 руб. В дальнейшем прогнозируется общее понижение ставок, поэтому предполагается, что в оставшиеся годы купоны будут равны соответственно: 140 руб., 130 руб., 120 руб., 110 руб. Предполагаемая доходность облигации к погашению составляет 13,54 %. По какой цене была куплена облигация?

8.25. Депозитный сертификат куплен за 240 дней до наступления срока погашения за 800 руб. За 150 дней до погашения этот депозитный сертификат продан за 820 руб. Временная база

принимается равной 365 дням. Определить доходность финансовой операции в виде простой ставки наращенная.

8.26. Депозитный сертификат со сроком 240 дней с номинальной стоимостью 1 000 руб. с объявленной ставкой сертификата 10 % годовых приобретен в момент эмиссии. За 150 дней до погашения этот депозитный сертификат продан за 1 020 руб.; временная база принимается равной 365 дням. Определить цену сертификата в момент погашения и доходность финансовой операции в виде простой ставки наращенная.

8.27. Депозитный сертификат куплен за 150 дней до наступления срока погашения за 1 100 руб. Номинальная стоимость этого сертификата равна 1 000 руб., срок с момента выпуска до момента погашения — 240 дням, объявленная ставка — 10 % годовых. Временная база принимается равной 365 дням. Определить доходность финансовой операции в виде простой ставки наращенная.

8.28. Облигация на 10 000 000 руб., по которой выплачивается процент с нормой 5 % с полугодовым начислением процентов, будет выкупаться за 10 500 000 руб. через 15 лет. За сколько следует ее продавать, чтобы инвестору гарантировать норму процента, равную 4, с полугодовым начислением процентов?

8.29. Облигация на 10 000 000 руб., по которой выплачиваются 6 % каждые полгода, может быть отозвана за 110 % от номинальной стоимости 1 марта 1995 г. Если она в этот день не отозвана, то ее выкупят по номинальной стоимости 1 марта 2005 г. Найти покупную цену на 1 марта 2005 г. Найти покупную цену на 1 марта 1970 г., которая гарантировала бы проценты с нормой 7 % при полугодовым начислением процентов.

8.30. За 5-миллионную облигацию выплачивается 150 000 руб. процентов облигации 1 февраля 2005 г. и 1 августа 2005 г. Эта облигация была продана 1 апреля по рыночной котировке 108,5. Сколько заплатил покупатель?

8.31. За 10-миллионную облигацию выплачивается процент с нормой 6 % с полугодовым начислением. Она выкупается по

номинальной стоимости 15 января 2000 г. Какой должна быть рыночная котировка 15 сентября 1988 г., для того чтобы обеспечить покупателю норму процента 4 % с полугодовым начислением процентов?

8.32. Основная сумма и проценты 100-миллионной облигации аннуитета будут выкупаться при норме 5 % десятью одинаковыми взносами. Сколько предложит потенциальный покупатель за эту облигацию, если он желает реализовать эффективную инвестиционную норму процента 4 %?

8.33. Корпорация «ФиК — это глобально» выпустила облигации с нулевым купоном с погашением через 5 лет. Курс реализации облигации — 45. Найти доходность облигации на дату погашения.

8.34. Облигация, приносящая 10 % годовых относительно номинала, куплена по курсу 65, срок до погашения 3 года. Найти доходность для инвестора, если номинал и проценты выплачиваются в конце срока.

8.35. Текущий доход по облигации 8 % годовых с ежеквартальным начислением выплачивается вместе с номиналом через 5 лет. Найти курс этой облигации при условии ставки помещения облигации 12 % годовых.

8.36. Текущий доход по облигации 8 % годовых с ежеквартальным начислением выплачивается также ежеквартально в течение 5 лет. Найти курс этой облигации при условии ставки помещения облигации 12 % годовых.

8.37. Оценить курс облигации сроком на 5 лет с ежегодной выплатой купонов в размере 30 % от номинала: а) в момент эмиссии; б) спустя 2 года при процентной ставке 25 % годовых.

8.38. Студент ФиК СибАГС обладает облигацией номиналом 10 000 руб. сроком на 5 лет, которая имеет купоны с ежегодной выплатой процентов в размере 30 % от номинала. Оценить текущую рыночную стоимость спустя 1 год и 3 квартала после эмиссии при процентной ставке 25 % годовых.

8.39. Оценить курс облигации сроком на 5 лет с выплатой купонов раз в полгода в размере 15 % от номинала: а) в момент эмиссии; б) спустя полгода при процентной ставке 25 % годовых.

8.40. Облигация приобретена с ежегодными выплатами купонов в размере 20 % от номинала по курсу 106,63. Срок до погашения — 3 года. Определить доходность облигации.

8.41. Облигация с полугодовыми купонами приобретена за 3 месяца до погашения по курсу 105,23. Купонная ставка составляет 20 % годовых. Определить доходность облигации в виде ставки простых процентов.

8.42. ГКО номиналом 100 000 руб. и сроком обращения 180 дней были куплены в момент их выпуска по курсу 66,5 и проданы через 30 дней по курсу 88. Определить доходность купленных облигаций к погашению и текущую доходность к аукциону в результате продажи для расчетного количества дней в году 365.

8.43. Облигация куплена по курсу 80 и будет погашена через 5 лет после покупки. Ежегодные проценты (купонные платежи) выплачиваются в конце года по ставке 7 % годовых. Определить доходность этой покупки по эффективной ставке процентов.

8.44. Облигация номиналом 10 000 руб. со сроком погашения 5 лет приобретена по курсу 120. Ежегодно начисляются сложные проценты по ставке 60 % годовых. Определить доход по облигации.

8.44. Облигация номинальной стоимостью 100 000 руб. имеет купон 15 % годовых, купонные проценты выплачиваются 1 раз в году. До погашения облигации осталось 30 лет. Вычислить действительную стоимость облигации при банковской процентной ставке 30 % годовых.

8.46. Облигация продается по цене 75 % от номинала. Срок погашения — 5 лет, купонная ставка — 30 % годовых. Определить доходность до погашения.

8.47. Облигация продается по цене 95 % от номинала. Срок погашения — 10 лет. При условии выплаты купонных платежей в конце каждого квартала из расчета 8 % годовых определить доходность до погашения.

8.48. Облигации номиналом 1 000 руб. и со сроком обращения 90 дней продаются по курсу 85. Определить сумму дохода от покупки 5 облигаций и доходность финансовой операции при расчете количества дней в году 360.

8.49. Пусть ценная бумага приносит ежегодный доход в 1 000 руб., однако выплаты происходят ежеквартально, т. е. по 250 руб. каждые 3 месяца. Доход от ценной бумаги поступает в течение 5 лет. Эффективная процентная ставка дисконтирования равна 12 %. Какова рыночная стоимость ценной бумаги?

8.50. Утром 29 октября 1996 г. брокеру поступило распоряжение срочно, т. е. на сегодняшних торгах продать весь пакет ГКО, сформированный по условиям примера 8.7.

На торгах по краткосрочным выпускам ГКО 29.10.1996 г. сложились следующие цены (номинал каждой ценной бумаги — 1 000 000 руб.):

№ выпуска	Дата погашения	Цена от номинала (курс), %
21 067	13.11.1996	98,53
21 068	20.11. 1996	97,80
21 069	18.12. 1996	94,86
21 070	03.01. 1997	93,04
21 071	22.01. 1997	90,22

В силу специфики расчетов на ММВБ и расчетов с инвестором средства от реализации пакета поступят на счет инвестора на второй рабочий день от момента реализации.

Определить доходность в рублях, полученную от вложения в ГКО, а также доходность в процентах годовых (из расчета 360 дней в году и полного количества дней в периоде) по данной финансовой операции с позиции инвестора.

## ОТВЕТЫ

### Глава 1

**1.1.** 122 500 руб.; **1.2.** 2 000 руб.; **1.3.** 349 дней, 1 116 руб.  
**1.4.** 80 382 руб. 03 коп.; **1.5.** 5 945 руб. 21 коп. **1.6.** 1 600 руб.;  
**1.7.** 7 526,7 руб.; **1.8.** 210,6 руб.; **1.9.** 633,8 руб.; **1.10.** 33,33 года;  
**1.11.** Через 400 дней; **1.12.** Через 960 дней; **1.13.** 135 дней;  
**1.14.** 1 февраля 2000 г.; **1.15.** 6 лет; **1.16.** 18 мая 1999 г.;  
**1.17.** 24 апреля 1995 г.; **1.18.** а) 22 465,75 руб., б) 22 777,78 руб.,  
в) 23 333,33 руб.; **1.19.** 133 руб. 15 коп.; **1.20.** 1 760 273 руб.;  
**1.21.** 30,5 %; **1.22.** 6 %; **1.23.** 16 октября; **1.24.** 3 207 руб.;  
**1.25.** 10,23 руб.; **1.26.** 1,085; **1.27.** Кредит берется 8.09.1998 г., воз-  
вращается 15.09.1998 г. не более чем под 99,07 %. **1.28.** 2 738 дней;  
**1.29.**  $n > 8$  лет; **1.30.** 10 руб.; **1.31.** 51 000 руб.; **1.32.** 900 000 руб.;  
**1.33.** 1,8025; **1.34.** а) 15 руб., б) 30 руб., в) 60 руб.; **1.35.** 59,58 руб.;  
**1.36.** Германская практика 7 466,67 руб., французская практика  
7 456,44 руб., английская практика 7 460,27 руб.; **1.37.** Герман-  
ская практика 52,22 руб., французская практика 52,89 руб., ан-  
глийская практика 52,16 руб.; **1.38.** Германская практика 4,92 %,   
французская практика 4,94 %, английская практика 4,87 %;  
**1.39.** Германская практика 139,56 руб., французская практика  
140 89 руб., английская практика 138,96 руб.; **1.40.** Германскую  
практику; **1.41.** Германская практика 17 333,33 руб., французская  
практика 17 232,88 руб., английская практика 17 298,63 руб.;  
**1.42.** Германская практика 46 800 руб., французская и английская  
практика 46 706,85 руб.; **1.43.** Германская практика 12 000 руб.,  
французская практика 11 972,6 руб., английская практика  
11 979,18 руб.; **1.44.** Германская практика 4 669,44 руб., француз-  
ская практика 4 660,27 руб., английская практика 4 665,75 руб.;  
**1.45.** Последний вариант; **1.46.** а) 2 032 934 руб., б) 2 040 200 руб.,

в) 2 036 000 руб., г) 2 030 000 руб.; **1.47.** а) 11 151,67 руб., б) 11 150 руб.; **1.48.** а) 121 550,62 руб., б) 118 265,62 руб., в) 1 185 000 руб.; **1.49.** Первый вариант; **1.50.** Наличными.

## Глава 2

**2.1.** \$7 593,75; **2.2.** 2 073 600 руб.; **2.3.** 19 435 руб.; **2.4.** 14,35 %; **2.5.** Простые проценты 272,73 руб., сложные проценты 273,86 руб.; **2.6.** > 9 лет; **2.7.** 24,573 %; **2.8.** Выгоднее оставить деньги на счете; **2.9.** Выгоднее 1-й вариант; **2.10.** а) 4 375,72 ф. ст., б) 1 061,21 ф. ст.; **2.11.** 2,704; **2.12.** Наиболее выгодный ежемесячный; **2.13.** Наиболее выгодный рублевый; **2.14.** Выгоднее второй вариант; **2.15.** Сразу на 3 месяца; **2.16.** VISA-RUSSI — выгодней; **2.17.** Выгоднее вклад «Юбилейный»; **2.18.** 15129 руб. 99 коп.; **2.19.** Выгоднее 1-й вариант; **2.20.** При условии реинвестирования выгоднее 1-й вариант; **2.21.** Рублевый вклад выгоднее; **2.22.** а) 1,8484 и 1,64, б) 3,259 и 2,28; **2.23.** а) при условии реинвестирования выгоднее 1-й вариант, б) при условии реинвестирования выгоднее 1-й вариант; **2.24.** 562 697,6 руб.; **2.25.** а) 56,66 %, б) 145,41 %, в) 517,47 %; **2.26.** Предпочтительней тот, где меньше проценты; **2.27.** 50 000 000 руб. под залог гаража, остальные в валюте под залог квартиры; **2.28.** а) 35 821,93 руб., б) 38 173,55 руб.; **2.29.** Выгоднее рублевый кредит; **2.30.** Для клиента ежеквартальное начисление процентов выгоднее. **2.31.** а) 809 112 руб., б) 8 495,7 руб., в) 8 963,38 руб.; **2.32.** а) 1 061,21 ф. ст., 1 040 ф. ст., 10 60 ф. ст., 1 123,6 ф. ст., 1 262,48 ф. ст., 1 360,49 ф. ст., б) 2 249,72 ф. ст., 13 604,9 ф. ст., 561,8 ф. ст.; **2.33.** а) 6,17 %, б) 10,38 %, в) 7,1 %; **2.34.** \$7 779,82; **2.35.** 2,2 %; **2.36.** 3,928 000 руб.; **2.37.** а) 105 000 руб., б) 105 062,5 руб., в) 105,116,19 руб., г) 105 123,44 руб., д) 105 127,11 руб.; **2.38.** а) 147 755,44 руб., б) 148 450,56 руб., в) 149 057,6 руб., г) 149 140,8 руб., д) 149 182,47 руб.; **2.39.** 24 829,27 руб.; **2.40.** 65,444 000 руб.; **2.41.** 9,67 %; **2.42.** 5,45 %; **2.43.** 29,92 года; **2.44.** 6,208; **2.45.** а) 38 400 000 руб., б) 55 536 000 руб.; **2.46.** 213,8 %; **2.47.** 25 %; **2.48.** 5,87 %; **2.49.** 25,524 %; **2.50.** 368,07 руб.

### Глава 3

**3.1.** 4 134 руб.; **3.2.** 409 510 руб.; **3.3.** Банковский учет 35 000 руб., математическое дисконтирование 38 461,54 руб.; **3.4.** 1,478 000 руб., 4 300 000 руб., 291 200 000 руб., 300 000 руб.; **3.5.** 34,72 руб.; **3.6.** 944,44 руб.; **3.7.** 495 833,35 руб., 1 096,51 руб.; **3.8.** а) 506,37 руб., б) 785,11 руб., в) 226,44 руб.; **3.9.** а) 821,93 руб., б) 873,44 руб., в) 564,47 руб.; **3.10.** 363 661, 55 руб.; **3.11.** 37 659,95 руб.; **3.12.** 94 787,71 руб.; **3.13.**  $T_{\text{гер}} / T_{\text{фр}} = 1$ ;  $T_{\text{гер}} / T_{\text{англ}} = 0,9862$ . **3.14.** 240 дней; **3.15.** Простая учетная ставка 200 %, сложная учетная ставка 43,75 %; **3.16.** 35,29 %; **3.17.** 45 %; **3.18.** 101,65 %; **3.19.** 11,25 %; **3.20.** 1 785,31 руб.; **3.21.** 3 175,53 руб.; **3.22.** 3,43 года; **3.23.** 16,499 %; **3.24.** 2 828 700 руб.; **3.25.** 16,33 %; **3.26.** 10,52 %; **3.27.** 2 744 000 руб., 2 639 000 руб.; **3.28.** При увеличении прироста сила роста 1,91554, при уменьшении прироста сила роста 1,16183; **3.29.** 1,92139; **3.30.** Первый вариант выгоднее только в последнем случае; **3.31.** 5 213 881 000 руб.; **3.32.** а) 3 407 360 тыс. руб., б) 13 925,045 тыс. руб.; **3.33.** \$912 773,9; **3.34.** 9 804 руб.; **3.35.** 156 372,08 руб., 7,12 %; **3.36.** 175 руб.; **3.37.** 101 781,17 руб.; **3.38.** 45 500 руб.; **3.39.** 42 500 руб.; **3.40.** 9 667 руб.; **3.41.** 58 824 руб.; **3.42.** 18 000 руб.; **3.43.** 42,86 %; **3.44.** 2 837,1 тыс. руб.; **3.45.** 287 328,59 руб.; **3.46.** 2 218,5 тыс. руб., 2 781,5 тыс. руб.; **3.47.** 2 328 тыс. руб., 14,177 %; **3.48.** 1 035 690 руб.; **3.49.** 44,44 %; **3.50.** 97 777 777,78 руб.

### Глава 4

**4.1.** 201 369 600 руб.; **4.2.** 151,82 %, 213,84 %, 289,6 %; 2 229,81 %; **4.3.** 1,796; **4.4.** 0,989; **4.5.** 79,6 %; **4.6.** 1,012; **4.7.** 69 %; **4.8.** 72 166,66 руб.; **4.9.** 0,012; **4.10.** 24,6 %; **4.11.** 3,23 %; **4.12.** Товар В стал относительно дороже на 5 %, а товар С стал относительно дешевле на 5 %; **4.13.** 95 %; **4.14.** 19,9 %; **4.15.** 7,98 %; **4.16.** 8,06 %, 19,09 %, 2,0322, 37,19 %; **4.17.** 33,33 %; **4.18.** а) 102,63 %, б) 107 %; **4.19.** а) 598 083 руб., б) 458 069 руб.; **4.20.** 60 %; **4.21.** 7,14 %; **4.22.** а) 42,58 %, б) 37,09 %, в) 36 %; **4.23.** 27,6 %; **4.24.** 28,525 %; **4.25.** 1 508 тыс. руб.; **4.26.** 95 %; **4.27.** 114,22 %; **4.28.** эрозия в размере -18,18 %;



**4.29.** 129 997 тыс. руб., 55 %; **4.30.** Номинальная сумма 1 300 тыс. руб., реальная сумма 733 816 руб., 540,91 %; **4.31.** 709,3 %; **4.32.** 42 140 тыс. руб.; **4.33.** 1 371 560 руб.; **4.34.** Множитель наращенная 1,44, 127,68 %, 72 млн руб.; **4.35.** В первом случае доход 151 431 руб., во втором случае убыток 130 552 руб.; **4.36.** 31 561 601 руб., 131,5 %; **4.37.** Зарплата увеличилась в 0,6272, цены выросли в 1,1289; **4.38.** 1 508 тыс. руб.; **4.39.** 0 руб.; **4.40.** Индекс цен 1,0954, 5,404 %; **4.41.** а) годовой темп инфляции 0,601, индекс инфляции 1,601, ставка 60,1 %, обесцененная инфляцией сумма 9 369,14 руб., б) 0,0926, ставка 37,04 %, сумма 10 296,54 руб.; **4.42.** а) 12,99 %, б) эрозия капитала в размере 13,95 %; **4.43.** а) 189 202 руб.; б) 541 356 руб.; **4.44.** 18,72 %; **4.45.** 15 %; **4.46.** 3 092 680 руб.; **4.47.** 6 118 руб.; **4.48.** а) 1,7 %, б) -4,6 %; **4.49.** 106,7 %; **4.50.** 119,7 тыс. руб.

## Глава 5

**5.1.** 86 916,54 руб.; **5.2.** 11,066799, 110 667,99 руб.; **5.3.** 41 604,2 руб., 4,16042; **5.4.** 121 087,6 руб., 12,10876; **5.5.** 42 649,81 руб.; **5.6.** 24 000 руб.; **5.7.** 465 руб., 3 720 руб., 720 руб.; **5.8.** 30 673,12 руб.; **5.9.** 82 437,56 руб.; **5.10.** 12 726 818 руб., 47 844,83 руб.; **5.11.** 44 269,25 руб., 125 685,38 руб.; **5.12.** 343 662 руб.; **5.13.** 24 670,11 руб.; **5.14.** 1 926,14 руб.; **5.15.** 13 5600 ф. ст.; **5.16.** 309 411,66 руб.; **5.17.** 6,197 лет; **5.18.** а) 3,922 года, б) 3,857 года, в) 3,797 года; **5.19.** а) 779 691,5 руб., 15 593 830 руб., 5 593 830 руб., б) 255 958 руб., 15 357 480 руб., 5 357 480 руб.; **5.20.** 12,10876, 8 258,48 руб.; **5.21.** 7 956,37 руб.; **5.22.** 5 149 18 руб.; **5.23.** 74 402,27 руб.; **5.24.** 5 149 346,1 руб.; **5.25.** 2 205 300,4 руб.; **5.26.** 5 397 323,7 руб.; **5.27.** 45 805 659 руб., 13 625 121 руб.; **5.28.** 112 894,79 руб.; **5.29.** \$2 359,4; **5.30.** 57,59 млн дол.; **5.31.** 45 221 руб., 9 483 руб., 56 526 руб., 11 854 руб.; **5.32.** 277 295,34 руб.; **5.33.** 231 724,8 руб.; **5.34.** 11 760 тыс. руб., 4 900 тыс. руб., 11 760 тыс. руб., 2 244 394,8 руб.; **5.35.** 56 893,88 руб.; **5.36.** 22 222,22 руб.; **5.37.** 2 689,75 руб.; **5.38.** 10,78 %; **5.39.** Второй вариант лучше, < 19,26 %; **5.40.** 42 857,14 руб., 38 610,54 руб.; **5.41.** 11 756,41 руб.;

**5.42.**

Срок	Долг в начале года	%	Погашение	Ежегодная уплата
1	10 000,00	700,00	559,02	1259,02
2	9 440,98	660,87	598,15	
3	8 842,83	619,00	640,02	
4	8 202,81	574,20	684,82	
5	7 517,99	526,26	732,76	
6	6 785,23	474,97	784,05	
7	6 001,18	420,08	838,94	
8	5 162,24	361,36	897,66	
9	4 264,58	298,52	960,50	
10	3 304,08	231,29	1 027,73	
11	2 276,35	159,34	1 099,68	
12	1 176,67	82,37	1 176,65	

**5.43.**

Срок	Долг в начале года	%	Погашение	Ежегодная уплата
1	800 000	80 000	131 037,8	21 1037,8
2	66 8962,2	66 896,22	144 141,58	
3	524 820,62	52 482,06	158 555,74	
4	366 264,88	36 626,49	174 411,83	
5	191 853,56	19 185,36	191 852,44	

**5.44.**

Срок	Долг в начале квартала	%	Погашение	Ежегодная уплата
1	800 000,00	19 280,00	31 609,00	50 889,00
2	768 319,1	18 518,22	32 370,78	
3	735 948,32	17 736,35	33 152,65	
4	702 795,68	16 937,38	33 951,63	
5	668 844,06	16 119,14	34 769,86	
6	634 074,21	15 281,19	35 607,81	
7	598 466,4	14 423,04	36 465,96	
8	562 000,44	13 544,21	37 344,79	
9	524 655,65	12 644,2	38 244,8	
10	486 410,86	11 722,5	39 166,5	

Окончание таблицы

Срок	Долг в начале квартала	%	Погашение	Ежегодная уплата
11	447 44,37	10 778,59	40 110,41	
12	407 133,96	9 811,93	41 077,07	
13	366 056,89	88 21,97	42 067,03	
14	323 989,87	7 808,16	43 080,85	
15	280 909,03	6 769,91	44 119,09	
16	236 789,94	5 706,64	45 182,36	
17	191 607,58	4 617,74	46 271,26	
18	145 336,33	3 502,61	47 386,4	
19	97 949,94	2 360,59	48 528,41	
20	49 421,53	1 191,06	49 697,94	

5.45.

$t_1$	1	2	3	4	5
$D_t$	15 000	12 000	9 000	6 000	3 000
$y_t$	4 500	4 200	3 900	3 600	3 300
$P_t$	1 500	1 200	900	600	300

5.46. 32 926 870 руб., если присоединение процентов к долгу, то 32 166 180 руб.;

5.47.

Год	Проценты	Взносы	Расходы по займу	Накопление на конец срока
1	10 000	—	10 000	—
2	10 000	18 102	28 102	32 871
3	10 000	18 102	28 102	26 943
4	10 000	18 102	28 102	22 084
5	10 000	18 102	28 102	18 102
				100 000

5.48. 11 775 800 руб.;

**5.49.**

$t_i$	1	2	3	4	5
$D_i$	100 млн	80 млн	60 млн	40 млн	20 млн
$y_i$	25 млн	24 млн	23 млн	22 млн	21 млн
$P_i$	5 млн	4 млн	3 млн	2 млн	1 млн

**5.50.**

$t_i$	1	2	3	4	5
$D_i$	100 млн	81,902 млн	62,9 млн	42,947 млн	21,997 млн
$y_i$	18,097 млн	19,002 млн	19,952 млн	20,95 млн	21,997 млн
$P_i$	5 млн	4,095 млн	3,145 млн	2,147 млн	1,099 млн

**Глава 6**

**6.1.** 32,93 %; **6.2.** 9,6 %; **6.3.** 18,65 %; **6.4.** а) 9,4 %, б) 71,46 %, в) 198,43 %; **6.5.** 17,23 %, 6,912 года; **6.6.** 480 %, 480 %, 1 000 %; **6.7.** а) эквивалентная простая ставка ссудного процента: 50 %, б) эквивалентная ставка сложного процента: 56,25 %, в) эквивалентная номинальная ставка сложного процента: 74,2 %, г) эквивалентная сложная учетная ставка: 36 %, д) эквивалентная номинальная учетная ставка: 42,2 %; **6.8.** 10,38 %; **6.9.** 11,495 %; **6.10.** 17,65 %; **6.11.** 17,153 %; **6.12.** 21,705 %, 22,1 %; **6.13.** 888,89 руб., 826,97 %; **6.14.** Второй вариант предпочтительней; **6.15.** 10 %, 9,55 %, 9,52 %; **6.16.** 4,863 года, 8,31 %; **6.17.** а) 7,85 %, б) 7,746 %, в) 7,721 %; **6.18.** 18,27 %; **6.19.** 3,34 %; **6.20.** 6 805,29 руб., 5 966,12 руб.; **6.21.** 10,06 %; **6.22.** Через 185 дней; **6.23.** 4 года 267 дней; **6.24.** а) 6 446,1 руб., б) 1 2762,8 руб.; **6.25.** 25 379 710 руб.; **6.26.** 14 574,5 руб.; **6.27.** 375 000 руб., 397 060 руб.; **6.28.** 42,8 %; **6.29.** 1 532 870 руб.; **6.30.** 2 921 187 руб.; **6.31.** Через 512 дней; **6.32.** 2,646 года; **6.33.** 9,523 млн руб.; **6.34.** 8,521 млн руб.; **6.35.** 66,077 тыс. руб.; **6.36.** 212 852 руб.; **6.37.** 690 10,14 руб.; **6.38.** а) 81 122,09 руб., б) 170 125,35 руб.; **6.39.** 162 326 руб.; **6.40.** 290 563,78 руб.; **6.41.** 1,7288 года; **6.42.** 3 года; **6.43.** а) 3,578 года, б) 8,226 лет; **6.44.** 25/3 года; **6.45.** 3,62 года; **6.46.** 1 137,49 руб.; **6.47.** 14 249,3 руб.; **6.48.** 49 720 руб.; **6.49.** 9 152,3 руб.; **6.50.** 2 874,83 руб.

## Глава 7

**7.1.** Выгоднее Сберегательный банк; **7.2.** 66 657 руб.; **7.3.** 4 269 090 руб.; **7.4.** 84 308 руб.; **7.5.** 7,83 %; **7.6.** 12,51 %; **7.7.** 69 дней; **7.8.** \$5 541 416; **7.9.** 49 375 руб.; **7.10.** 14 228 руб., 772 руб.; **7.11.** 0,13082; **7.12.** 153 750 руб., 152 150 руб.; **7.13.** 0,3274; **7.14.** а) 14 640,54 руб., б) 13 615,70 руб.; **7.15.** 5,85 %; **7.16.** 7,84 %; **7.17.** 595,67 руб.; **7.18.** 1 064 руб., 6,25 %; **7.19.** 1 248,75 руб., 4,55 %; **7.20.** 6 208 руб., 12,37 %; **7.21.** 99 %; **7.22.** 114,06 %; **7.23.** 4,2 %; **7.24.** 8 %; **7.25.** 69 %; **7.26.** 5 %; **7.27.** 6 %; **7.28.** 9,27 %; **7.29.** 2 700 руб.; **7.30.** 1 760 руб.; **7.31.** 3 750 руб.; **7.32.** 4 100,5 руб.; **7.33.** 25 сентября; **7.34.** 25 сентября 2000 г.; **7.35.** 5 декабря 1993 г.; **7.36.** 150 дней; **7.37.** 2,22 %; **7.38.** Бизнесмен А должен Б \$100 сегодня; **7.39.** 15 января 2001 г.; **7.40.** 30 августа 2000 г.; **7.41.** 120 руб.; **7.42.** \$3 073,77; **7.43.** 3 200 руб.; **7.44.** 1 %, 6 %; **7.45.** 156 372,92 руб., 7,12 %; **7.46.** 10 000 руб.; **7.47.** 3,2805 млн руб., 1,7195 млн руб.; **7.48.** 12 %; **7.49.** 10,52 %; **7.50.** \$2 018,54, 10,02 %, 10,91 %.

## Глава 8

**8.1.** 8 738,31 руб.; **8.2.** 11 543,83 руб.; **8.3.** 33,53 %; **8.4.** 9 545,85 руб.; **8.5.** 2 699,34 руб.; **8.6.** 9 лет; **8.7.** 8,52 %; **8.8.** 288,78 руб.; **8.9.** 1 024,26 руб.; **8.10.** 3 604,78 руб.; **8.11.** 3 719,37 руб.; **8.12.** 288,78 руб., а) 16,5 %, б) 25,99 %; **8.13.** 8,99 %; **8.14.** 96,57 %; **8.15.** 11,49 %, 12,27 %; **8.16.** 21,81 %; **8.17.** 5,32 %; **8.18.** 2 074,3 руб.; **8.19.** 83,85 %; **8.20.** 1 505,77 руб.; **8.21.** 23,33 %, 22,1 %; **8.22.** 3 %; **8.23.** 9 800 руб.; **8.24.** 990 руб.; **8.25.** 10,14 %; **8.26.** 1 065 75 руб., 8,11 %; **8.27.** -7,58 %; **8.28.** 11 395,9 тыс. руб.; **8.29.** 9 006,3 тыс. руб.; **8.30.** 5 475 тыс. руб.; **8.31.** 11 808,1 тыс. руб.; **8.32.** 105 040,2 тыс. руб.; **8.33.** 17,316 %; **8.34.** 26,96 %; **8.35.** 84,32; **8.36.** 86,85; **8.37.** а) 113,45, б) 109,76; **8.38.** 12 447,22 руб.; **8.39.** а) 118,2, б) 117,16; **8.40.** 16,85 %; **8.41.** 18,13 %; **8.42.** 102,15 %, 78,67 %; **8.43.** 9,89 %; **8.44.** 27 135,42 руб.; **8.45.** 50 019,09 руб.; **8.46.** 37,7 %; **8.47.** 8,8 %; **8.48.** 70,6 %; **8.49.** 3 763,16 руб.; **8.50.** 47,2 %.

## СЕМЕСТРОВОЕ ЗАДАНИЕ

Предлагаемые семестровые задания предназначены для самостоятельного решения студентами. Задания разделяются на два вида: для студентов дневного обучения и студентов ИПС СибАГС. Предложены 28 различных вариантов заданий. Отдельно представлены варианты для студентов ИПС. Для студентов очного обучения варианты дополняются следующими задачами:

- Вариант 1: 1.23, 2.24, 3.25, 4.26, 5.27, 6.28, 7.29, 8.30
- Вариант 2: 1.24, 2.25, 3.26, 4.27, 5.28, 6.29, 7.30, 8.31
- Вариант 3: 1.25, 2.26, 3.27, 4.28, 5.29, 6.30, 7.31, 8.32
- Вариант 4: 1.26, 2.27, 3.28, 4.29, 5.30, 6.31, 7.32, 8.33
- Вариант 5: 1.27, 2.28, 3.29, 4.30, 5.31, 6.32, 7.33, 8.34
- Вариант 6: 1.28, 2.29, 3.30, 4.31, 5.32, 6.33, 7.34, 8.35
- Вариант 7: 1.29, 2.30, 3.31, 4.32, 5.33, 6.34, 7.35, 8.36
- Вариант 8: 1.30, 2.31, 3.32, 4.33, 5.34, 6.35, 7.36, 8.37
- Вариант 9: 1.31, 2.32, 3.33, 4.34, 5.35, 6.36, 7.37, 8.38
- Вариант 10: 1.32, 2.33, 3.34, 4.35, 5.36, 6.37, 7.38, 8.39
- Вариант 11: 1.33, 2.34, 3.35, 4.36, 5.37, 6.38, 7.39, 8.40
- Вариант 12: 1.34, 2.35, 3.36, 4.37, 5.38, 6.39, 7.40, 8.41
- Вариант 13: 1.35, 2.36, 3.37, 4.38, 5.39, 6.40, 7.41, 8.42
- Вариант 14: 1.36, 2.37, 3.38, 4.39, 5.40, 6.41, 7.42, 8.43
- Вариант 15: 1.37, 2.38, 3.39, 4.40, 5.41, 6.42, 7.43, 8.44
- Вариант 16: 1.38, 2.39, 3.40, 4.41, 5.42, 6.43, 7.44, 8.45
- Вариант 17: 1.39, 2.40, 3.41, 4.42, 5.43, 6.44, 7.45, 8.46
- Вариант 18: 1.40, 2.41, 3.42, 4.43, 5.44, 6.45, 7.46, 8.47
- Вариант 19: 1.41, 2.42, 3.43, 4.44, 5.45, 6.46, 7.47, 8.48
- Вариант 20: 1.42, 2.43, 3.44, 4.45, 5.46, 6.47, 7.48, 8.49
- Вариант 21: 1.43, 2.44, 3.45, 4.46, 5.47, 6.48, 7.49, 8.50
- Вариант 22: 1.44, 2.45, 3.46, 4.47, 5.48, 6.49, 7.50, 8.23

Вариант 23: 1.45, 2.46, 3.47, 4.48, 5.49, 6.50, 7.23, 8.24  
Вариант 24: 1.46, 2.47, 3.48, 4.49, 5.50, 6.23, 7.24, 8.25  
Вариант 25: 1.47, 2.48, 3.49, 4.50, 5.23, 6.24, 7.25, 8.26  
Вариант 26: 1.48, 2.49, 3.50, 4.23, 5.24, 6.25, 7.26, 8.27  
Вариант 27: 1.49, 2.50, 3.23, 4.24, 5.25, 6.26, 7.27, 8.28  
Вариант 28: 1.50, 2.23, 3.24, 4.25, 5.26, 6.27, 7.28, 8.29

## ВАРИАНТ 1

1. Банк выдал кредит в размере 10 000 000 руб. на полгода по простой ставке 30 % годовых. Определить сумму процентов за кредит и погашаемую сумму.

2. Рассмотрим вложение в 500 ф. ст. на депозит под 10 % годовых. По окончании каждого года докладывается еще 100 ф. ст. Вычислить сумму, накопленную по истечении первых 4 лет.

3. Через 90 дней предприятие должно получить по векселю 1 000 000 руб. Банк приобрел этот вексель с дисконтом. Банк учел вексель по учетной ставке 20 % годовых (год равен 360 дням). Определить полученную предприятием сумму и дисконт.

4. При выдаче кредита на несколько лет на условиях начисления сложных процентов банк желает обеспечить реальную доходность такой финансовой операции в 16 % годовых по сложной ставке процентов. Какую процентную ставку по кредиту должен установить банк, если инфляция прогнозируется в среднем 10 % в год.

5. В течение 3 лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по 10 млн руб., на которые 1 раз в год начисляются проценты по сложной годовой ставке 10 %. Требуется определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

6. В течение 6 лет в начале полугодия в банк вносится по \$1 000. Банк начисляет 10 % годовых каждые полгода. Какая сумма будет на счете в конце срока?

7. Кредит в сумме 5 000 000 руб. погашается 12 равномерными ежемесячными взносами. Процентная ставка по кредиту установлена в размере 24 % годовых. Найти сумму ежемесячного взноса при платеже по схеме постнумерандо.

8. Рассматриваются суммы 15 000 000 руб. по окончании 3 лет и 16 000 000 руб. по окончании 6 лет. Деньги стоят 4,5 % с полугодовым начислением. Сравнить эти суммы в настоящее время и по окончании 3 лет.

9. Какой контракт на постройку судна за 2 года выгоднее для рыбаков при ставке наращивания 10 %? Цена судна первой фирмы — 8 000 000 руб.; она требует 4 авансовых платежа по 1 000 000 руб.: первый — в момент заключения контракта, второй — через полгода, третий — еще через полгода и четвертый — еще через полгода. На остальную сумму в момент сдачи судна фирма открывает кредит на 2 года под 6 % годовых, который должен погашаться равными выплатами через каждые полгода. Цена судна второй фирмы — 10 000 000 руб. при одном авансовом платеже в 5 000 000 руб. в момент сдачи судна; на оставшуюся сумму вторая фирма предоставляет кредит на 4 года под 5 % годовых с равными ежегодными выплатами.

## ВАРИАНТ 2

1. Вкладчик положил в банк, выплачивающий 7 % простых в год, вклад 3 000 руб. Какая сумма будет на счету вкладчика а) через 3 месяца, б) через год, в) через 3 года 5 месяцев?

2. Капитал в 5 277,5 руб. помещен по сложным процентам по 4,75 % на 34 года. Какой капитал образуется к концу этого срока?

3. Финансовая компания выдает ссуду 15 000 руб. на полгода по простой годовой процентной ставке 5 %. Определить сумму, которую получит клиент, и доход компании.

4. Банк начисляет за пользование кредитом 50 % годовых. Определить реальную эффективную процентную ставку, учитывая инфляцию, которая составляет 30 % в год.



5. Рассчитайте будущую стоимость срочного аннуитета постнумерандо при условии, что величина равномерного поступления составляет 3 000 руб. в год, процентная ставка — 12,33 % и срок — 4 года.

6. Ежегодно делается взнос в банк в размере \$1 000. Какая сумма будет на счете через 10 лет, если взнос делается одной суммой в начале каждого года, а банк начисляет 12 % годовых один раз в 2 года?

7. Сберегательный банк начисляет проценты по норме 8 % годовых. Какой величины вклады необходимо делать в конце каждого квартала, чтобы накопить за 5 лет 1 млн руб.?

8. Какая сумма денег по окончании 4 лет эквивалентна 25 000 000 руб. по окончании 9 лет, если деньги стоят 4,5 % годовых с ежеквартальным начислением.

9. Предприниматель взял в банке кредит в 12 000 000 руб. под 15 % годовых (сложных). Через 6 месяцев он вернул банку 4 500 000 руб., а еще через 6 месяцев — 2 500 000 руб. Спустя 6 месяцев после этого он взял еще ссуду в 3 000 000 руб. и через 2 года с момента получения этой ссуды полностью погасил долг. Какую сумму составляет последняя уплата?

### ВАРИАНТ 3

1. Ссуда в размере 100 000 000 руб. выдана на 7 дней под 60 % годовых. Найти сумму процентов к выплате.

2. Капитал в 7 400 руб. отдан на 9 лет по сложным процентам по 4 %. Какой капитал образуется по истечении 9 лет?

3. Переводной вексель (тратта) выдан на 100 000 руб. с уплатой 12 ноября того же года. Владелец векселя учел его в банке досрочно — 12 сентября по простой учетной ставке 10 %. Определить сумму, полученную владельцем векселя в банке, если число дней в году принять равным 360.

4. Банк «Индустрия-сервис» проводил начисление по депозитам по ставке 800 % годовых, а уровень инфляции за год составил 1 000 %. Определить реальную ставку банковского процента.

5. В течение 3 лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по 10 000 000 руб., на которые ежеквартально начисляются проценты по сложной годовой ставке 10 %. Требуется определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

6. В течение 3 лет на расчетный счет в конце каждого квартала поступают платежи равными долями из расчета 10 000 000 руб. в год (т. е. по 2 500 000 руб. в квартал), на которые в конце года начисляются проценты по сложной ставке 10 % годовых. Требуется определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

7. Студент занимает 25 000 руб., чтобы заплатить за обучение в течение года. Он обещает возместить долг с процентами из расчета 10 % годовых в начале каждого месяца в течение 2 лет. Какой должен быть квартальный взнос?

8. Найти эффективную ставку, при которой 10 000 000 руб. теперь эквивалентны 20 000 000 руб. через 14 лет.

9. Покупатель обязался уплатить фермеру за купленное у него зерно 3 500 000 руб. Он желает выплатить весь долг одним платежом, равным 12 000 000 руб. В какой срок, считая с момента покупки, он должен это сделать, если на деньги начисляется 8 % годовых?

#### ВАРИАНТ 4

1. Банк «Российский кредит» принимает вклады до востребования по простой ставке 40 % годовых. Определить сумму начисленных процентов и сумму долга с начисленными процентами на вклад 2 000 руб., размещенный на полгода.

2. Вкладчик положил в банк сроком на 1 год 25 000 руб. под 18 % годовых с начислением процентов каждый месяц. Рассчитайте сумму к получению.

3. Требуется 100 ф. ст. через 3 года при условии годовой процентной ставки в 10 %. Вычислить сумму вложения в настоящий момент.

4. Определить реальную доходность операции, если при уровне инфляции 8 % в месяц выдается кредит на 2 года по но-

минальной ставке сложных процентов 180 % годовых. Проценты начисляются ежеквартально.

5. В течение 3 лет на расчетный счет в конце каждого квартала поступают платежи равными долями из расчета 10 000 000 руб. в год (т. е. по 2 500 000 руб. в квартал), на которые ежеквартально начисляются проценты по сложной ставке 10 % годовых. Требуется определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

6. Рассчитайте будущую стоимость срочного аннуитета пренумерандо при условии, что величина равномерного поступления составляет 1 500 руб. в год, процентная ставка — 9,5 % и срок — 5 лет.

7. Кредит в сумме 500 000 руб. погашается 12 равномерными ежемесячными взносами. Процентная ставка по кредиту установлена в размере 12 % годовых. Найти сумму ежемесячного взноса при платеже по схеме пренумерандо.

8. Для множества, состоящего из трех выплат: 100 000 руб.— сегодня, 200 000 руб.— через 2 года, 300 000 руб.— через 5 лет, найти эквивалентный платеж через 3 года. Проценты начисляются по ставке 22 % годовых.

9. Покупатель обязался уплатить фермеру за купленное у него зерно 3 500 000 руб. Он желает выплатить долг двумя равными суммами через 3 и через 6 месяцев после покупки. Какова должна быть величина каждой из этих уплат, если на деньги начисляется 8 % годовых?

## ВАРИАНТ 5

1. Какую сумму надо положить в банк, выплачивающий 4 % простых в год, чтобы получить 50 000 руб.: а) через 4 месяца, б) через 1 год, в) через 2 года 9 месяцев?

2. Какой капитал образуется из 15 000 руб., помещенных под сложные проценты на 12 лет и 6 месяцев, если период наращивания равен 3 месяцам по 5 % годовых?

3. Определить сумму к оплате непосредственно в момент совершения сделки, если фирма за посреднические услуги предлагает оплатить через 3 месяца 2 000 руб., а банк начисляет ежемесячно проценты по сложной номинальной ставке 120 % годовых.

4. В «Уникомбанк» помещен вклад в сумме 10 000 000 руб. под 10 % годовых сроком на 5 лет. Ожидаемый в течение этого периода темп инфляции оценивается величиной 50 % в год. Определить реальную сумму, которую будет иметь инвестор.

5. В течение 3 лет на расчетный счет в конце каждого квартала поступают платежи равными долями из расчета 10 000 000 руб. в год (т. е. по 2 500 000 руб. в квартал), на которые ежемесячно начисляются проценты по сложной ставке 10 % годовых. Требуется определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

6. Платежи величиной 5 000 руб. вносятся ежегодно в начале года в течение 4 лет с начислением на них процентов по сложной ставке 20 % годовых. Определить наращенную сумму аннуитета и коэффициент наращивания.

7. Некто желает купить выигрышный билет, стоящий 237 руб., в рассрочку; контора соглашается рассрочить уплату на 10 месяцев по равному взносу в каждый месяц из расчета 10 % годовых. Сколько придется платить ежемесячно?

8. Долг должен быть погашен двумя платежами: 100 000 руб.— через один год и 370 000 руб.— через 3 года. При ставке 16 % годовых найти срок, когда замена обеих выплат одной выплатой в размере 480 000 руб. будет справедливой.

9. Господин А. должен уплатить господину Б. 3 раза по 25 000 руб. через каждые полтора года от настоящего момента. Господин А. предложил заплатить 30 000 руб. через 2 года, а остальное — еще через 2 года. Какую сумму он должен уплатить в последний раз, если деньги стоят 9 % годовых (сложных)?

## ВАРИАНТ 6

1. Какой капитал, отданный под 4,5 %, через 1 год 5 месяцев принесет 280 руб. 50 коп. прибыли?

2. В 1624 г. за остров Манхеттен, на котором расположен центр Нью-Йорка, вождю индейского племени было уплачено \$24. В 1974 г. стоимость земли этого острова оценивалась в \$40 000 000 000. Найти годовую ставку сложных процентов.

3. Финансовая операция, связанная с покупкой и последующей продажей облигаций, должна принести через 3 года прибыль в 100 000 руб. Определить современную ценность этой суммы по сложной годовой учетной ставке  $d = 30\%$ .

4. Кредит в размере 50 000 000 руб. выдан на 2 года. Реальная доходность операции должна составить 20 % годовых по сложной ставке ссудных процентов. Ожидаемый уровень инфляции составляет 150 % в год. Определить множитель наращенного, сложную ставку процентов, учитывающую инфляцию, и наращенную сумму.

5. Платежи величиной 5 000 руб. вносятся ежегодно в течение 5 лет с начислением на них процентов по сложной ставке 15 % годовых. Определить наращенную сумму аннуитета.

6. Ежегодно делается взнос в банк в размере \$1 000. Какая сумма будет на счете через 10 лет, если взнос делается одной суммой в начале каждого года, а банк начисляет 12 % годовых?

7. Предприниматель получил на 5 лет ссуду в размере 400 000 руб., причем ежегодно он должен выплачивать кредиторам проценты по ставке 20 %. Одновременно с получением ссуды предприниматель создает страховой фонд, в который в конце каждого года будет делать одинаковые взносы, чтобы к моменту возврата долга накопить 400 000 руб. Определить суммарные ежегодные затраты предпринимателя, если на деньги, находящиеся в фонде, начисляются сложные проценты по ставке 24 %.

8. Заменить следующий поток платежей: 70 000 руб. — через один год, 120 000 — через 2 года, 90 000 — через 3 года, эквивалентным множеством, состоящим из двух выплат, равных по величине: первая — через 1,5 года, вторая — через 4 года. Проценты начисляются по ставке 8 % годовых каждые 6 месяцев.

9. Господин Васильев купил у господина Дмитриева автомобиль, подписав контракт, в соответствии с которым обязался уплатить 1 500 000 руб. через 8 месяцев после момента покупки и 2 000 000 руб. через 18 месяцев после момента покупки. Господин Дмитриев желает продать этот контракт банку, получающему 6 % годовых (сложных) на свои деньги. Какую сумму заплатит банк за этот контракт, если купит в момент его заключения?

## ВАРИАНТ 7

1. Вычислить капитал, отданный под 6 % (простых), который через 1 год 5 месяцев 20 дней превратится вместе с прибылью в 13 752 руб. 18 коп.

2. Депозит в размере 500 000 руб. помещен в банк на 3 года. Определить сумму начисленных процентов по простой и сложной процентной ставке, равных 80 % годовых.

3. В контракте за оплату коммерческих услуг можно записать к получению либо непосредственно в момент совершения операции 500 000 руб., либо через 6 месяцев — 1 500 000 руб. Определить минимальную сумму, которую выгодно получить в момент совершения операции, если банковская ставка составляет сложные 80 % годовых.

4. На сумму 1 500 000 руб. в течение 3 месяцев начисляются простые проценты по ставке 28 % годовых. Ежемесячная инфляция характеризуется темпами 2,5; 2 и 1,8 %.

5. На сберегательный счет в течение 5 лет каждые полгода будут вноситься 5 000 руб., на которые раз в год будут начисляться сложные проценты по ставке 80 % годовых. Определить сумму процентов, которую банк выплатит владельцу счета.

6. Ежегодно делается взнос в банк в размере 15 000 крон. Какая сумма будет на счете через 5 лет, если взнос делается одной суммой в начале каждого года, а банк начисляет 10 % годовых?

7. Кредит в размере 50 000 000 руб., выданный под 80 % годовых, должен погашаться равными суммами в течение 5 лет. Определить размеры ежегодных срочных уплат и сумму выплаченных процентов, если погасительные платежи осуществляются: а) один раз в конце года, б) каждые полгода.

8. Долг должен быть выплачен двумя платежами: 80 000 руб. в конце первого года и 500 000 руб. в конце четвертого года. Найти сумму единовременного платежа, эквивалентную этим выплатам, при начислении процентов по ставке 16 % годовых: а) сегодня, б) в конце третьего года.

9. Какой контракт на постройку судна за 2 года выгоднее для рыбаков при ставке наращивания 10 %? Цена судна первой фирмы — 8 000 000 руб.; она требует 4 авансовых платежа по 1 000 000 руб.: первый — в момент заключения контракта, второй — через полгода, третий — еще через полгода и четвертый — еще через полгода. На остальную сумму в момент сдачи судна фирма открывает кредит на 2 года под 6 % годовых, который должен погашаться равными срочными выплатами через каждые полгода. Цена судна второй фирмы — 9 000 000 руб. при одном авансовом платеже в 5 000 000 руб. в момент сдачи судна; на оставшуюся сумму вторая фирма предоставляет кредит на 8 лет под 5 % годовых с равными срочными ежегодными выплатами.

## ВАРИАНТ 8

1. Некоторый капитал, отданный под 6 % (простых), через 1 год 2 месяца превратится вместе с процентными деньгами в 3 424 рубля. Найти этот капитал.

2. Сложные проценты на вклады начисляются ежеквартально по номинальной годовой ставке 100 % годовых. Определить сумму процентов, начисленных на вклад 200 000 руб. за 2 года.

3. При ставке сложного процента 6 % в год рассмотрим два варианта единовременного вложения определенной суммы. По первому варианту через 3 года мы будем иметь 1 000 ф. ст., а по второму варианту — 1 200 ф. ст. через 5 лет. Какой вариант вложения более выгодный?

4. Приросты цен по месяцам составили 1,5; 1,2; 0,5 %. Найти темп инфляции за 3 месяца.

5. В пенсионный фонд в конце каждого квартала будут вноситься 1 250 руб., на которые также ежеквартально будут начисляться сложные проценты по номинальной годовой ставке, равной 10 %. Определить сумму, накопленную в фонде за 20 лет.

6. На взносы в банк в размере 100 000 руб. по схеме пренумерандо, которые делаются: а) раз в год, б) раз в полгода, банк

начисляет 12 % годовых ежеквартально. Какая сумма будет на счете через 3 года?

7. К моменту выхода на пенсию, т. е. через 15 лет, Н. желает иметь на счете 60 000 руб. Для этого он намерен делать ежегодный взнос в банке по схеме пренумерандо. Определите размер взноса, если банк предлагает 10 % годовых.

8. Для множества, состоящего из трех последовательных выплат в размере 42 000 руб. каждая, ожидаемых через 1 месяц, 3 месяца и 5 месяцев, найти эквивалентные по ставке 24 % годовых значения через год.

9. Предприниматель получил в банке ссуду в размере 25 000 руб. сроком на 6 лет на следующих условиях: для первого года процентная ставка сложных процентов равна 10 % годовых; на следующие 2 года устанавливается маржа в размере 0,4 % и на последующие годы маржа равна 0,7 %. Найти сумму, которую предприниматель должен вернуть в банк по окончании срока ссуды.

## ВАРИАНТ 9

1. Какой капитал, будучи отдан в рост под 7,5 %, обратится через год вместе с процентными деньгами в 1 343 руб. 75 коп.?

2. Банк ежегодно начисляет сложные проценты на вклады по ставке 25 % годовых. Определить сумму, которую надо положить в банк, чтобы через 3 года накопить 100 000 000 руб.

3. Определите сумму вложения, необходимую сейчас, с тем, чтобы по окончании указанных периодов накопить означенные суммы при условии, что процентный доход прибавляется к сумме вложения по окончании года:

а) \$2 000 через 2 года при 10 % годовых;

б) \$5 000 США через 3 года при 6 % годовых.

4. На сумму 1 500 000 руб. в течение 3 месяцев начисляются простые проценты по ставке 28 % годовых. Ежемесячная инфляция характеризуется темпами 2,5; 2; 1,8 %. Чему равна наращенная сумма?



5. В страховой фонд в течение 10 лет производятся взносы ежегодно по 10 000 руб., на которые начисляются проценты по сложной ставке 40 % годовых. Определить наращенную сумму.

6. На ежеквартальные взносы в банк в размере 175 000 руб. по схеме пренумерандо банк начисляет 10 % годовых: а) раз в квартал, б) раз в полгода. Какая сумма будет на счете через 2 года?

7. К моменту выхода на пенсию, т. е. через 10 лет, Н. желает иметь на счете 40 000 руб. Для этого он намерен делать ежегодный взнос в банке по схеме пренумерандо. Определите размер взноса, если банк предлагает 8 % годовых.

8. Рассматриваются суммы 10 000 000 руб. по окончании 4 лет и 15 000 000 руб. по окончании 10 лет. Деньги стоят 5 % годовых. Сравнить эти суммы в настоящее время и по окончании 4 лет.

9. Господин А. должен уплатить господину Б. 3 раза по 25 000 руб. через каждые полтора года от настоящего момента. Господин А. предложил заплатить 30 000 руб. через 2 года, а остальное — еще через 2 года. Какую сумму он должен уплатить в последний раз, если деньги стоят 8 % годовых при ежеквартальном начислении процентов?

## ВАРИАНТ 10

1. Вычислить капитал, который, будучи отдан в рост под 5,25 % (простых), обратится через 4 месяца вместе с прибылью в 1 302 руб. 40 коп.

2. Малое предприятие получило кредит на 1 год в размере 20 000 руб. с условием возврата 32 000 руб. Определить процентную ставку для случаев простого и сложного процента.

3. Банк начисляет проценты на вклады до востребования по сложной ставке 60 % годовых. Определить сумму вклада для накопления 500 000 руб. через 1,5 года.

4. Ссуда в размере 100 000 000 руб. выдана на 2 года под 64 % годовых. Ожидается, что ежегодный темп инфляции будет равен 24 %. Найти сумму процентов к выплате.

5. В течение 10 лет на счет вкладчика банка фирма по контракту перечисляет равными долями в конце каждого года по 1 000 руб. Определить накопленную сумму на счете вкладчика через 10 лет, если банковская ставка по депозитам составляет 15 % годовых.

6. Господин Н. в течение 6 лет намерен ежегодно вкладывать по 4 000 руб. в облигации с купонной доходностью 7 % (схема пренумерандо). Чему равна сумма к получению в конце периода?

7. К моменту выхода на пенсию, т. е. через 8 лет, Н. желает иметь на счете 30 000 руб. Для этого он намерен делать ежегодный взнос в банке по схеме пренумерандо. Определить размер взноса, если банк предлагает 7 % годовых.

8. Найти стоимость активов на конец года для четырех облигаций по 1 000 000 руб. с датами погашения 3, 6, 9 и 12 месяцев, если деньги стоят 4 % при квартальном начислении.

9. Какой контракт на постройку судна за 2 года выгоднее для рыбаков при ставке наращивания 10 %? Цена судна первой фирмы — 8 000 000 руб.; она требует 4 авансовых платежа по 1 000 000 руб.: первый — в момент заключения контракта, второй — через полгода, третий — еще через полгода и четвертый — еще через полгода. На остальную сумму в момент сдачи судна фирма открывает кредит на 2 года под 6 % годовых, который должен погашаться равными срочными выплатами через каждые полгода. Цена судна второй фирмы — 10 000 000 руб. при одном авансовом платеже в 5 000 000 руб. в момент сдачи судна; на оставшуюся сумму вторая фирма предоставляет кредит на 8 лет под 5 % годовых с равными срочными ежегодными выплатами.

## ВАРИАНТ 11

1. Компания «Горнберри» занимает денежные средства под простой процент сроком на 3 года. Сумма заемных средств составляет \$200 000, фиксированная процентная ставка — 6 % годовых из расчета простого процента сроком на 3 года. Какую сумму процентов выплатит компания?

2. Сколько лет потребуется для того, чтобы из 1 000 руб., положенных в банк, стало 20 000 руб., если процентная ставка равна 14 % годовых?

3. Банк начисляет проценты ежеквартально по сложной ставке 80 % годовых. Определить сумму вклада для накопления 500 000 руб. через 1,5 года.

4. Определить ожидаемый годовой уровень инфляции при уровне инфляции за месяц 8, 10, 12, 30 %.

5. Предприятие заключило договор со страховой компанией «Астра», которая помещает поступающие ежеквартальные страховые взносы размером в 2 500 000 руб. в банк под сложные 10 % годовых с начислением процентов по полугодиям. Определить сумму, помещенную на 5 лет страховой компанией по договору.

6. Сколько полных лет потребуется, чтобы накопить на счете сумму в 45 000 руб., если в конце каждого года на счет кладется 5 000 руб. под 14,5 % годовых?

7. Господин Н. инвестировал 700 000 руб. в пенсионный контракт. На основе анализа таблиц смертности страховая компания предложила условия, согласно которым определенная сумма будет выплачиваться ежегодно в течение 20 лет исходя из ставки 15 % годовых. Какую сумму господин Н. будет получать ежегодно?

8. Найти стоимость активов на настоящий момент времени для четырех облигаций по 1 000 000 руб. с датами погашения 3, 6, 9 и 12 месяцев, если деньги стоят 4 % при квартальном начислении.

9. Какой контракт на постройку судна за 2 года выгоднее для рыбаков при ставке наращивания 10 %? Цена судна, первой фирмы — 8 000 000 руб.; она требует 4 авансовых платежа по 1 000 000 руб.: первый — в момент заключения контракта, второй — через полгода, третий — еще через полгода и четвертый — еще через полгода. На остальную сумму в момент сдачи судна фирма открывает кредит на 2 года под 6 % годовых, который должен погашаться равными срочными выплатами через каждые полгода. Цена судна второй фирмы — 10 000 000 руб. при одном авансовом платеже в 5 000 000 руб. в момент сдачи судна; на оставшуюся сумму вторая фирма предоставляет кредит на

4 года под 2 % годовых с равными срочными ежегодными выплатами.

## ВАРИАНТ 12

1. Вкладчик собирается положить в банк 500 000 руб. с целью накопления 1 млн руб. Процентная ставка банка — 120 % годовых. Определить срок в днях, за который вкладчик накопит требуемую сумму.

2. Рассмотрите вложение в 100 ф. ст. под 6 % годовых при ежемесячном начислении процентов. Указанная ставка в 6 % — это так называемая номинальная ставка процента, и она реально не отражает суммы процентного дохода при такого рода вложениях. Найти ставку процента при годовом исчислении.

3. Вкладчик намерен положить деньги в банк под сложные 60 % годовых с ежемесячным начислением процентов. Определить сумму вклада для накопления 500 000 руб. через 9 месяцев.

4. Страховая компания принимает по договору ежегодный страховой взнос 10 000 000 руб. равными долями по полугодиям в течение 3 лет. Банк, обслуживающий страховую компанию, один раз в год начисляет сложные проценты из расчета 15 % годовых. Определить сумму, полученную страховой компанией по истечении срока договора.

5. Сколько полных лет потребуется, чтобы накопить на счете сумму в 53 000 руб., если в начале каждого года на счет кладется 2 700 руб. под 10,1 % годовых.

6. Собрание акционеров фирмы постановило создать фонд модернизации оборудования размером 200 000 руб. С этой целью фирма заключила договор с банком о начислении на вклады сложных 15 % годовых. Определить размер годового взноса (финансовой ренты), обеспечивающего вместе с начисленными процентами накопление фонда в течение 3 лет.

7. Деньги стоят 6 % годовых. Найти сумму по окончании 7 лет для серии платежей: 6 000 000 руб. — через 2 года и 9 000 000 руб. — через 10 лет.

8. Господин Сидоров положил в банк, выплачивающий проценты по годовой ставке 5 % (сложных), сумму 12 000 руб. Через 1 год 6 месяцев он снял со счета 4 500 руб., а еще через 2 года положил на свой счет 2 000 руб. После этого через 3 года 6 месяцев он закрыл свой счет. Какую сумму он получил?

9. Вексель в 1 250 руб. продан за 2 месяца 20 дней до срока с учетом по 4,5 %. За сколько рублей продан вексель? Определить доходность операции.

### ВАРИАНТ 13

1. В банк, выплачивающий 6 % простых годовых, положили 60 000 руб. Через сколько лет на счете будет 65 400 руб.?

2. Банк начисляет проценты ежеквартально по ставке 10 % годовых. Определить сумму вклада, необходимую для накопления 500 000 руб. через 2 года в случае простых и сложных процентов.

3. На вклады каждые полгода начисляются проценты по номинальной годовой ставке 80 %. Определить сумму вклада для накопления 500 000 руб. через 2 года.

4. Постоянный темп инфляции в течение года был на уровне 5 % в месяц. Найти рост цен.

5. По договору страховая компания принимает платежи от клиента по полугодиям равными частями по 5 000 000 руб. в течение 5 лет. Банк, обслуживающий эту компанию, начисляет сложные проценты по полугодиям из расчета 20 % годовых. Определить наращенную сумму, полученную страховой компанией по истечении срока договора.

6. Сколько времени потребуется, чтобы текущая стоимость аннуитета соответствовала сумме в 42 000 руб., если в конце каждого года на счет кладется 5 200 руб. под 8,8 % годовых?

7. Фирма «Прогресс» планирует через 3 года провести на своих автозаправочных станциях модернизацию оборудования. На эти цели необходимо накопить 100 000 руб. Банк готов заключить договор на этот срок под сложные 20 % годовых. Определить величину ежегодного ассигнования, позволяющего накопить указанную величину фонда.

8. Деньги стоят 4 % с полугодовым начислением процентов. Найти сумму по окончании 6 лет для серии платежей: 10 000 000 руб. через 3 года и 15 000 000 руб. через 8 лет.

9. Господин Сидоров положил в банк, выплачивающий проценты по ставке 5 % с начислением процентов каждые полгода, сумму 12 000 руб. Через 1 год 6 месяцев он снял со счета 4 500 руб., а еще через 2 года положил на свой счет 2 000 руб. После этого через 3 года 6 месяцев он закрыл свой счет. Какую сумму он получил?

#### ВАРИАНТ 14

1. Под какой (простой) процент надо отдать капитал, чтобы через 12 лет он утроился?

2. Банк предоставил ссуду в размере 5 000 руб. на 3,5 года под 20 % годовых на условиях полугодового начисления процентов. Определить возвращаемую сумму при различных схемах начисления процентов: простых и сложных.

3. При учете векселя на сумму 500 000 руб., до срока оплаты которого осталось 60 дней, банк выплатил предъявителю 460 000 руб. Определить величину учетной ставки банка.

4. Определить за полгода уровень инфляции при условии, что инфляция по месяцам составила соответственно: 10, 15, 12, 9, 14 и 13 %.

5. Страховая компания заключила договор с заводом на страховку его оборудования и имущества сроком на 3 года. Поступающие ежегодные взносы размером 5 000 000 руб. вкладываются в банк под сложные проценты 15 % годовых. Определить сумму, полученную страховой компанией, если по истечении срока договора страховой случай не наступил.

6. Некоторое предприятие хочет создать фонд в размере 200 000 руб. С этой целью в конце каждого года предприятие предполагает вносить по 50 000 руб. в банк под 18 % годовых. Найти срок, необходимый для создания фонда.

7. Ссуда размером в 100 000 руб. выдана на 30 лет под номинальную ставку 10 % годовых. Должник по контракту обязан вы-

плачивать равными долями долг вместе с процентами. Определить сумму ежемесячного платежа и общую сумму всех платежей.

8. Деньги стоят 5 % годовых с полугодовым начислением процентов. Найти сумму по окончании 3 лет для серии платежей: 5 000 000 руб. через 5 лет и 8 000 000 руб. через 8 лет.

9. Господин Иванов положил 3 года назад 5 000 руб. в банк, выплачивающий проценты по ставке 8 % с начислением процентов каждые полгода. Год назад он положил еще 2 000 руб., а через 3 года 6 месяцев после этого снял со счета 3 500 руб. Еще через 6 месяцев он желает положить на свой счет такую сумму, чтобы еще через год на счете было 10 000 руб. Какую сумму он должен положить на свой счет в последний раз?

## ВАРИАНТ 15

1. Какую сумму необходимо положить в банк на 9 месяцев, чтобы накопить 900 руб., если он принимает вклады на условиях 30 % годовых?

2. Банк предоставил ссуду в размере 10 000 руб. на 2,5 года под 30 % годовых на условиях ежемесячного начисления процентов. Определить возвращаемую сумму при различных схемах начисления процентов.

3. Дата погашения дисконтного векселя — 22 июля текущего года. Определить выкупную цену и дисконт на 2 июля векселя номиналом 100 000 000 руб., если учетная ставка составляет 40 % годовых, а число дней в году принять за 360.

4. Месячный темп инфляции составляет 5 %. Определить: а) полугодовой и б) годовой темп инфляции.

5. Страховая компания заключила договор с фирмой «Прогресс» на страховку ее бензозаправочных станций АЗС сроком на 3 года. Поступающие ежегодные взносы по 5 000 000 руб. размещаются в банке, обслуживающим страховую компанию, под сложные 15 % годовых с ежеквартальным начислением процентов. Определить сумму, полученную страховой компанией при условии отсутствия страховых случаев.

6. Сколько времени потребуется, чтобы текущая стоимость аннуитета соответствовала сумме в 36 000 руб., если в начале каждого года на счет кладется 5 900 руб. под 13,7 % годовых?

7. Вы заняли на 5 лет \$10 000 под 8 % годовых, начисляемых по схеме сложных процентов на непогашенный остаток. Возвращать нужно равными суммами в конце каждого года. Определить общую сумму процентов к выплате.

8. Деньги стоят 3 % с ежеквартальным начислением процентов. Найти сумму по окончании 5 лет для серии платежей: 10 000 000 руб. через 6 лет и 20 000 000 руб. через 10 лет.

9. Господин Федоров положил в банк некоторую сумму. Через 2 года он положил на счет такую же сумму, а еще через 1 год 6 месяцев — снова такую же сумму. Через 2 года 6 месяцев после этого на его счету было 25 000 руб. Какую сумму вносил в банк Господин Федоров каждый раз, если банк начисляет на вложенные деньги проценты по годовой ставке 5 % (сложных)?

## ВАРИАНТ 16

1. Ссуда в размере 30 000 руб. выдана на полгода по простой ставке 100 % годовых. Определить наращенную сумму.

2. Ссуда в размере \$100 000 выдана на 5 лет 6 месяцев под 6 % годовых. Проценты начисляются в конце каждого квартала. Найти сумму процентов к выплате.

3. При оплате векселя на сумму 300 000 руб., до срока погашения которого осталось 30 дней, доход банка по операции составил 4 000 руб. Определить простую учетную ставку процентов банка при учете этого безусловного денежного обязательства.

4. Определить ожидаемый уровень инфляции за год при ежемесячном уровне инфляции 6 %.

5. Взносы на сберегательный счет составляют 175 000 руб. в конце каждого года. Определите, сколько будет на счете через 9 лет при ставке 11 % процентов годовых?

6. На ежеквартальные взносы в банк в размере 100 000 руб. по схеме пренумерандо банк начисляет 12 % годовых: а) раз в год; б) раз в полгода. Какая сумма будет на счете через 3 года?



7. Фирма взяла кредит в банке 100 000 000 руб. сроком на 3 года под 20 % годовых. Определить размер ежегодных платежей.

8. Найти датированную сумму по окончании 2 лет при 5 % годовых с полугодовым начислением процентов, эквивалентную 5 000 000 руб. вместе с процентами за 8 лет при ставке 4 % годовых с ежеквартальным начислением процентов.

9. Господин Федоров положил в банк некоторую сумму. Через 2 года он положил на счет такую же сумму, а еще через 1 год 6 месяцев — снова такую же сумму. Через 2 года 6 месяцев после этого на его счету было 25 000 руб. Какую сумму вносил в банк Господин Федоров каждый раз, если банк начисляет на вложенные деньги проценты по годовой ставке 5 % с ежемесячным начислением процентов.

## ВАРИАНТ 17

1. Акционерное общество получило в «Инкомбанке» ссуду в размере 200 000 руб. под 50 % годовых на срок с 10 февраля до 10 мая. Определить сумму денег, которую необходимо возвратить в банк 11 мая.

2. Ссуда 20 000 000 руб. предоставлена на 28 месяцев. Проценты сложные, ставка — 60 % годовых. Проценты начисляются ежеквартально. Вычислить наращенную сумму.

3. Срок платежа по векселю составляет 2 года. Эффективность операции учета в банке должна составлять 150 % годовых по простой ставке процентов. Определить эквивалентные значения учетной ставки.

4. Банк выдает кредит под 30 % годовых с уплатой процентов за год вперед, а сумма кредита возвращается через год. Годовой уровень инфляции составил 30 %. Определить реальную ставку процентов с учетом инфляции.

5. Взносы на сберегательный счет составляют 180 000 руб. в конце каждого года. Определите, сколько будет на счете через 6 лет при ставке 15 % процентов годовых.

6. Предположим, Вам предлагают два варианта оплаты: сразу заплатить 500 000 руб. или вносить по 115 000 руб. в конце каждого следующего месяца в течение полугода. Вы могли бы обеспечить вложениям 8 % годовых. Какой вариант предпочтительнее?

7. Определить размер ежегодных платежей по сложной ставке 20 % годовых для погашения кредита размером 300 000 руб. в течение 5 лет.

8. Найти датированную сумму по окончании 3 лет при 6 % годовых, эквивалентную 10 000 000 руб. вместе с процентами за 10 лет при ставке 5 % годовых с полугодовым начислением процентов.

9. Фермер взял в банке кредит на сумму 5 000 000 руб. под 8 % годовых (сложных). Через год он вернул банку 3 000 000 руб., а еще через год взял кредит на сумму 2 000 000 руб. Через 2 года после этого фермер вернул полученные кредиты полностью. Какую сумму он при этом выплатил банку?

## ВАРИАНТ 18

1. Определить сумму накопленного долга и проценты, если ссуда 400 руб. выдана на 2 года под простые 30 % годовых. Во сколько раз увеличится наращенная сумма при увеличении ставки в 2 раза?

2. Депозит в 200 000 руб. положен в банк на 4 года под 15 % годовых. Найти наращенную сумму, если ежегодно начисляются сложные проценты.

3. Определить значение учетной ставки банка, эквивалентной ставке простых процентов 80 % годовых.

4. Дом был куплен 30 мая 1988 г. за 6 000 руб., а 30 мая 1990 г. продан за 15 000 руб. Инфляция составила в 1988 г. и 1989 г. 10 %, в 1990 г. — 30 %, а в 1991 г. — 50 %. Определить результат коммерческой операции купли-продажи дома.

5. В течение 6 лет каждые полгода в банк вносится по 1 000 по схеме пренумерандо. Банк начисляет 10 % годовых каждые полгода. Какая сумма будет на счете в конце срока?

6. Предположим, Вам предлагают два варианта оплаты: сразу заплатить 600 000 руб. или вносить по 110 000 руб. в конце каждого следующего месяца в течение полугода. Вы могли бы обеспечить вложениям 9,7 % годовых. Какой вариант предпочтительнее?

7. Определить размер ежегодных платежей по сложной ставке 30 % годовых для создания через 5 лет фонда в размере 600 000 руб.

8. Найти суммы по окончании 2 и 8 лет, эквивалентные 20 000 000 руб. по окончании 4 лет, если деньги стоят 3,5 % годовых с полугодовым начислением процентов.

9. Какую сумму надо положить в банк, выплачивающий проценты по ставке 10 % с ежеквартальным начислением, чтобы иметь возможность снять со счета 20 000 руб. через 1 год 6 месяцев и еще 30 000 руб. через 1 год 6 месяцев после этого?

## ВАРИАНТ 19

1. Найти величину дохода кредитора, если за предоставление в долг на полгода некоторой суммы денег он получил от заемщика в совокупности 6 300 тыс. руб. При этом применялась простая процентная ставка в 10 % годовых.

2. Рассчитайте, что выгоднее для вкладчика: получить 20 000 руб. сегодня или получить 35 000 руб. через 3 года, если процентная ставка равна 17 %?

3. Долговое обязательство на сумму 5 000 000 руб., срок оплаты которого наступает через 5 лет, продано с дисконтом по сложной учетной ставке 15 % годовых. Каков размер полученной за долг суммы и величина дисконта?

4. В течение 8 лет каждый квартал в банк вносится по 1 000 руб. по схеме пренумерандо. Банк начисляет 15 % годовых каждые полгода. Какая сумма будет на счете в конце срока?

5. Банк принимает вклады от населения под 20 % годовых. На этих условиях на срок 3 года был сделан вклад. За первый год инфляция составила 10 %, за второй — 20 %, за третий — 30 %. Определить изменения относительной величины вклада в процентах.

6. Страховая компания, заключив на 4 года договор с некоторой фирмой, получает от нее страховые взносы по 20 000 руб. в конце каждого полугодия. Эти взносы компания помещает в банк под 12 % годовых. Найти современную стоимость суммы, которую получит страховая компания по данному контракту, если проценты начисляются ежемесячно.

7. К моменту выхода на пенсию, т. е. через 8 лет, господин Н. желает иметь на счете \$30 000. Для этого он намерен делать ежегодный взнос в банк по схеме пренумерандо. Определите размер взноса, если банк предлагает 7 % годовых.

8. Найти суммы по окончании 3 и 10 лет, эквивалентные 10 000 000 руб. по окончании 5 лет, если деньги стоят 4 % годовых.

9. Фермер приобрел трактор, который стоит 2 500 000 руб. в кредит под 12 % годовых (сложных). Через 1 год 6 месяцев он уплатил 1 500 000 руб., а еще через 6 месяцев полностью погасил долг. Какую сумму он при этом выплатил?

## ВАРИАНТ 20

1. Вычислите сумму простого процентного дохода при вложении на следующих условиях:

- а) 10 000 ф. ст. под 5 % годовых на 4 года;
- б) 6 000 ф. ст. под 12 % годовых на 18 месяцев;
- а) 2 500 ф. ст. под 8 % годовых на 6,5 года.

2. При какой процентной ставке инвестор получит 6 000 руб., если срок инвестиции — 7 лет, первоначальная инвестиция — 1 000 руб., а проценты начисляются раз в квартал?

3. Вексель на сумму 300 000 руб. предъявлен в банке за полгода до срока его погашения. Определить сумму, выплаченную владельцу векселя, и сумму дисконта, если банк использует простую учетную ставку 20 % годовых.

4. Определить средний уровень инфляции за 5 месяцев, если инфляция по месяцам составила: 10, 20, 30, 40 и 25 %.

5. В течение 5 лет каждые полгода в банк вносится по 2 000 руб. по схеме пренумерандо. Банк начисляет 8 % годовых каждые полгода. Какая сумма будет на счете в конце срока?

6. Фирма «Прогресс» планирует через 3 года провести на своих автозаправочных станциях модернизацию оборудования. На эти цели ассигнования величиной 20 000 руб. проводятся по полугодиям. Банк готов заключить договор на этот срок под сложные 30 % годовых. Определить современную величину ренты.

7. Господин Н. инвестировал \$700 000 в пенсионный контракт. На основе анализа таблиц смертности страховая компания предложила условия, согласно которым определенная сумма будет выплачиваться ежегодно в течение 20 лет исходя из ставки 15 % годовых. Какую сумму господин Н. будет получать ежегодно?

8. Банк начисляет доход на вложенную сумму из расчета 1 % в месяц. Определить номинальную ставку, эффективную ставку и ставку непрерывного начисления процентов.

9. Строительный комбинат продает коттеджи стоимостью 8 000 000 руб., предоставляя покупателям кредит под 12 % годовых (сложных). Господин Иванов приобрел коттедж и выплатил 2 000 000 руб. через 3 месяца после покупки, 3 000 000 руб. — еще через 6 месяцев, 1 000 000 руб. — в конце первого года с момента покупки и погасил весь долг через 1,5 года с момента покупки. Какую сумму составил последний платеж?

## ВАРИАНТ 21

1. Определить простую ставку процентов, при которой первоначальный капитал в размере 20 000 руб. достигнет через 90 дней 30 000 руб.

2. Через сколько лет вкладчик получит 20 000 руб., если процентная ставка равна 13,8 %, первоначальный вклад — 12 000 руб., проценты начисляются 2 раза в месяц?

3. Инвестор намерен положить деньги в банк под 20 % годовых с целью накопления через год 500 000 руб. Определить сумму вклада.

4. Известны номинальные цены на 1.03.2005 г. трех товаров — А, В и С соответственно: 10 000 руб., 9 000 руб., 11 000 руб.; а на 01.09.2005 г. соответственно 21 000 руб., 20 000 руб., 22 000 руб. Определить, на сколько процентов изменились реальные цены товаров за этот период? Как изменились относительные цены товаров В и С к цене товара А? Какие из указанных товаров стали относительно дешевле (дороже) в ходе инфляционного процесса и на сколько процентов?

5. На взносы в банк каждые полгода в течение 5 лет поступает 1 000 руб. по схеме пренумерандо. Банк начисляет ежеквартально проценты по ставке 12 % годовых. Какая сумма будет на счете в конце срока?

6. Какую сумму надо вложить в банк, выплачивающий 5 % годовых, чтобы иметь возможность снимать в конце каждого года 50 000 руб., исчерпав весь вклад к концу десятого года?

7. Определите, какое значение ежегодного вклада (вклад делается в начале года) будет соответствовать текущей стоимости аннуитета в 12 300 руб., если срок вклада составляет 6 лет при процентной ставке 19,2 %?

8. Контракт предполагает платежи по 1 000 000 руб. в конце каждого квартала в течение следующего года и дополнительный заключительный платеж 5 000 000 руб. по его окончании. Какова стоимость этого контракта наличными, если деньги стоят 6 % годовых при ежеквартальном начислении?

9. Строительный комбинат продает коттеджи стоимостью 8 000 000 руб., предоставляя покупателям кредит под 12 % годовых (сложных). Господин Петров приобрел коттедж у строительного комбината стоимостью 8 000 руб., предоставляя покупателям кредит под 12 % годовых (сложных). Он выплатил в момент покупки 3 000 000 руб., через год — 2 000 000 руб., еще через год — 2 000 000 руб. и остаток долга погасил через 2,5 года от момента покупки. Какова сумма последнего платежа?

## ВАРИАНТ 22

1. Вкладчик собирается положить деньги в банк с целью накопления через год 5 000 000 руб. Процентная ставка банка — 25 % годовых. Определить требуемую сумму вклада.

2. Какой вклад нужно сделать сейчас, чтобы через 3 года получить 23 500 руб., при процентной ставке 14,5 % и начислении процентов каждый месяц?

3. «МОСТ-банк» выдал кредит заемщику на 6 месяцев на сумму 5 000 руб. по учетной ставке 14 % годовых. Определить доход банка.

4. Банк выдает кредиты под 30 % годовых. Кредит возвращается через год. Определить реальную ставку процента годовых с учетом инфляции, составляющей 50 % в год.

5. На взносы в банк каждые полгода в течение 7 лет поступает 200 крон по схеме пренумерандо. Банк начисляет ежеквартально проценты по ставке 16 % годовых. Какая сумма будет на счете в конце срока?

6. Какую сумму надо вложить в банк, выплачивающий 7 % годовых, чтобы иметь возможность снимать в конце каждого года 25 000 руб., исчерпав весь вклад к концу пятого года?

7. Определите, какое значение ежегодного вклада (вклад делается в конце года) будет соответствовать наращенной стоимости аннуитета в 41 000 руб., если срок вклада — 5 лет при процентной ставке 13,75 %?

8. Сидоров имеет 100 000 руб. в сбербанке, который начисляет проценты со ставкой 4 % годовых с ежеквартальным начислением процентов. Какие одинаковые взносы в конце каждого квартала нужно делать Сидорову, чтобы на его счете в банке через год было 300 000 руб.?

9. Строительный комбинат продает коттеджи стоимостью 8 000 000 руб., предоставляя покупателям кредит под 12 % годовых (сложных). Господин Сидоров приобрел коттедж у строительного комбината стоимостью 8 000 руб., предоставляя покупателям кредит под 12 % годовых (сложных), обязавшись выпла-

тить долг в течение 3 лет равными платежами по полугодиям (первая уплата — через полгода от момента покупки). Чему равна каждая уплата?

### ВАРИАНТ 23

1. В банк положено 100 000 руб. Через 2 года 6 месяцев на счете было 120 000 руб. Сколько процентов (простых) выплачивает банк в год?

2. Господин Иванов может вложить деньги в банк, выплачивающий проценты по ставке 10 % при полугодовом начислении. Какую сумму он должен вложить, чтобы получить 20 000 руб. через 3 года и 3 месяца?

3. Кредит 20 000 руб. выдается на полгода по простой учетной ставке 40 % годовых. Определить сумму, получаемую заемщиком, и величину дисконта.

4. Определить среднегодовой уровень инфляции за 4-летний период, если инфляция по годам составила соответственно: 60, 30 и 8 %, а последний год сопровождалась 8-процентной дефляцией.

5. На взносы в банк каждый год в течение 10 лет поступает 1 000 руб. по схеме пренумерандо. Банк начисляет ежеквартально проценты по ставке 8 % годовых. Какая сумма будет на счете в конце срока?

6. Какую сумму надо вложить в банк, выплачивающий 10 % годовых, чтобы иметь возможность снимать в конце каждого года 45 000 руб., исчерпав весь вклад к концу восьмого года?

7. Определите, при каком значении ежегодных вкладов (вклад делается в начале года) получится через 7 лет сумма в 14 000 руб. при процентной ставке 4,6 %?

8. Петров делал следующие вклады в сбербанке, который начисляет проценты в соответствии с годовой ставкой 2 % с полугодовым начислением: 10 000 000 руб. 5 лет назад и 5 000 000 руб. 3 года назад. Он брал со счета 2 млн руб. год назад и планирует взять остальную сумму через год. Какую сумму он получит?



9. Строительный комбинат учредил банк, аккумулирующий средства на строительство коттеджей и выплачивающий по вложенным в него деньгам также 12 % годовых (сложных). Господин Федоров внес в этот банк некоторую сумму за 2 года до приобретения коттеджа, такую же сумму — в момент приобретения коттеджа, еще 2 500 000 руб.— через год и 3 000 000 руб.— через 2 года с момента приобретения коттеджа, погасив тем самым свой долг полностью. Какие суммы вносил господин Федоров в банк до приобретения и в момент приобретения коттеджа?

### ВАРИАНТ 24

1. В банк 23 октября 1999 г. положено 4 280 крон под 7,5 %. Какая сумма будет на счете к 17.12.2000 г.?

2. Господин Петров хочет вложить 30 000 руб., чтобы через 5 лет получить 40 000 руб. Под какую номинальную процентную ставку при ежемесячном начислении процентов он должен вложить свои деньги?

3. Кредит 20 000 руб. выдается под простую учетную ставку 120 % годовых на 150 дней. Рассчитать сумму, получаемую заемщиком, и сумму процентных денег, удерживаемых в момент выдачи кредита.

4. Определить средний уровень инфляции за полгода при условии, что инфляция по месяцам составила соответственно: 6, 8, 12, 9, 7 и 6 %.

5. Взносы на сберегательный счет составляют 200 000 руб. в начале каждого года. Определите, сколько будет на счете через 7 лет при ставке 10 %.

6. Какая сумма обеспечит периодические годовые выплаты из накопительного фонда в размере 100 000 руб. в течение 10 лет, если на эти вложения будут начисляться 20 % годовых? Платежи производятся 2 раза в год, начисление процентов — один раз в год.

7. Определите, при каком значении ежегодных вкладов (вклад делается в конце года) через 5 лет получится сумма в 20 000 руб. при процентной ставке 21,5 %.

8. Иванов имел 10 000 000 руб. на счете в сбербанке 10 лет назад. Сбербанк начисляет проценты согласно ставке 3 % годовых с полугодовым начислением. Иванов взял со счета 2 000 000 руб. 5 лет назад и 3 000 000 руб. 2 года назад. Какая сумма сегодня лежит на счете Иванова?

9. Строительный комбинат из учредил банк, аккумулирующий средства на строительство коттеджей и выплачивающий по вложенным в него деньгам также 12 % годовых (сложных). Господин Николаев внес в банк, аккумулирующий средства на строительство коттеджей, и выплачивающий по вложенным в него деньгам также 12 % годовых (сложных), 3 000 000 руб. за год до получения коттеджа и еще 3 000 000 руб.— через год после получения коттеджа. Еще через год он внес некоторую сумму, а еще через 2 года погасил долг, внося 1 000 000 руб. Какую сумму он внес через 2 года после получения коттеджа?

## ВАРИАНТ 25

1. Определить период начисления, за который первоначальный капитал в размере 20 000 руб. вырастет до 60 000 руб., если банк проводит расчеты с клиентами по простой ставке 150 % годовых.

2. Через сколько лет 1 руб., вложенный в банк, выплачивающий проценты по номинальной процентной ставке при полугодовом начислении процентов 10 % превратится в 1 000 000 руб.?

3. Какую сумму нужно положить на счет в банк, чтобы через 4 года иметь \$2 000, при ставке равной 9 % годовых?

4. Темпы инфляции за прошедший год по месяцам составили соответственно: 7, 5, 6, 9, 10, 12, 6, 8, 7, 11, 9, 7 %. Определить средний ежемесячный темп инфляции, общий уровень инфляции за год. Определить, на сколько процентов возросли цены с 1.01.2005 г. по 1.04.2005 г.; во сколько раз возросли цены на 1.11.2005 г. по отношению к ценам на 1.02.2005 г.? На сколько процентов цены на 1.06.2005 г. будут ниже цен на 1.10.2005 г.?

5. Взносы на сберегательный счет составляют 150 000 руб. в начале каждого года. Определите, сколько будет на счете через 10 лет при ставке 8 % годовых?

6. В течение 3 лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по 10 000 000 руб. Ежегодное дисконтирование производится по сложной процентной ставке 10 % годовых. Определить современную стоимость ренты.

7. Заемщик получил кредит 3 000 000 руб. на 5 месяцев с условием гашения долга в конце каждого месяца равными срочными платежами. На величину долга начисляются сложные проценты по ставке 5 % за месяц. Определить сумму срочного платежа.

8. Фермер покупает товары стоимостью 10 000 000 руб. Он заплатил 2 000 000 руб. сразу и заплатит на 5 000 000 руб. больше через 3 месяца. Если процент начисляется на сумму непоплаченного баланса со ставкой 6 % годовых с ежемесячным начислением, какой должна быть последняя выплата по окончании 6 месяцев?

9. Господин Иванов должен уплатить господину Смирнову 20 000 руб. 1 января 1994 г. Деньги даны под 15 % годовых (сложных). Какую сумму должен уплатить господин Иванов, если он вернет долг 1 июля 1993 г.?

## ВАРИАНТ 26

1. Через какое время 12 250 руб., отданные под 3,5 % (простых), принесут 1 029 руб. прибыли?

2. В банк, начисляющий 6 % годовых (сложных), клиент положил 80 000 руб. Какая сумма будет на счете этого клиента: а) через 1 год, б) через 8 месяцев, в) через 4 года, г) через 6 лет и 6 месяцев?

3. Вексель на сумму 300 000 руб. предъявлен в банке за полгода до срока его погашения. Определить сумму, выплаченную владельцу векселя, и сумму дисконта, если банк использует простую учетную ставку 20 % годовых.

4. Цены на товары выросли в 150 раз, а заработная плата увеличилась в 100 раз. На сколько процентов изменилась реальная заработная плата?

5. По кредитному договору фирма выплачивает по полугодиям пренумерандо по 8 000 руб. банку в течение 2 лет. Начисление процентов производится ежеквартально по сложной ставке 15 % годовых. Определить сумму, выплаченную фирмой банку.

6. Рассчитайте сегодняшнюю стоимость срочного аннуитета пренумерандо при условии, что величина равномерного поступления составляет 2 200 руб. в год, процентная ставка — 11,9 % и срок — 4 года.

7. Покупатель приобретает костюм, который стоит 50 000 руб. Он уплатил сразу 20 000 руб., а на остальную сумму получил кредит на 1 год 6 месяцев под 4 % годовых (простых), который должен погасить ежемесячными равными уплатами. Какова сумма уплаты?

8. Некто занял 50 000 000 руб. сегодня при 5,5 % годовых при ежеквартальном начислении. Он обещает возместить 10 000 000 руб. через год, 20 000 000 руб. — через 2 года и остальное в конце третьего года. Каким будет это последнее возмещение?

9. Господин Иванов должен уплатить господину Смирнову 20 000 руб. 1 января 1994 г. Деньги даны под 15 % годовых (сложных). Какую сумму должен уплатить господин Иванов, если он вернет долг 1 июля 1995 г.?

## ВАРИАНТ 27

1. Определите время, начиная с 17 марта 1999 г., когда 6 120 руб., находящиеся в банке, выплачивающем 6 % (простых) годовых, принесет 1 065 руб. 90 коп. прибыли?

2. В банк, начисляющий 6 % годовых с ежеквартальным начислением, клиент положил 80 000 руб. Какая сумма будет на счете этого клиента: а) через 1 год, б) через 8 месяцев, в) через 4 года, г) через 6 лет и 6 месяцев?

3. Через 5 лет предприятию будет выплачена сумма 1 000 000 руб. Определить ее современную стоимость, при ус-  
180

ловии, что применяется ставка сложных процентов 10 % годовых.

4. Банк начисляет по депозитам 100 % в квартал по сложной процентной ставке. Инфляция за год составила 1 000 %. Определить реальную эффективную ставку банковского процента.

5. На взносы в банк каждые полгода в течение 5 лет по \$1 000 по схеме пренумерандо банк начисляет ежеквартально проценты по ставке 12 % годовых. Какая сумма будет на счете в конце срока?

6. Рассчитайте сегодняшнюю стоимость срочного аннуитета постнумерандо при условии, что величина равномерного поступления составляет 1 100 руб. в год, процентная ставка — 5,6 % и срок — 6 лет.

7. Господин Н. покупает в магазине телевизор, цена которого 450 000 руб. На всю эту сумму он получает кредит, который должен погасить за 2 года равными ежеквартальными платежами. Чему равна каждая уплата, если магазин предоставляет кредит под 6 % годовых (простых)?

8. Долг 10 000 000 руб. нужно вернуть через 3 года. Если сегодня выплачивается 2 000 000 руб. в счет долга, какая одноразовая выплата через 2 года ликвидирует обязательство при стоимости денег 6 % годовых при ежеквартальном начислении?

9. Господин Иванов должен уплатить господину Смирнову 20 000 руб. 1 января 1994 г. Деньги даны под 15 % годовых (сложных). Какую сумму должен уплатить Господин Иванов, если он вернет долг 1 января 1996 г.?

## ВАРИАНТ 28

1. На какой срок клиент банка может взять кредит в размере 4 000 руб. под простые проценты с условием, чтобы величина возвращаемой суммы не превышала 4 200 руб., если процентная ставка равна 12 % и в расчет принимаются точные проценты с точным числом дней?

2. Рассчитайте будущую стоимость \$1 000 для следующих ситуаций: а) 5 лет, 8 % годовых, ежегодное начисление процен-

тов; б) 5 лет, 8 % годовых, полугодовое начисление процентов; в) 5 лет, 8 % годовых, ежеквартальное начисление процентов.

3. Через 90 дней после подписания договора должник уплатит 100 000 руб. Кредит выдан под 20 % годовых (проценты обыкновенные). Какова первоначальная сумма и дисконт?

4. На вклад начисляются сложные проценты: а) ежегодно; б) ежеквартально; в) ежемесячно. Какова должна быть годовая номинальная процентная ставка, при которой происходит реальное наращение капитала, если ежемесячный темп инфляции составляет 3 %?

5. Господин Н. в течение 6 лет намерен ежегодно вкладывать по \$4 000 в облигации с купонной доходностью 7 % (схема пренумерандо). Чему равна сумма к получению в конце периода?

6. Вкладчик намерен положить в банк сумму, чтобы его сын в течение 5-летнего срока обучения мог снимать в конце каждого года по 10 000 руб. и израсходовать к концу учебы весь вклад. Определить сумму вклада, если годовая ставка сложных процентов составит 12 %.

7. Вкладчик желает накопить в течение 2 лет в банке 30 000 руб., производя ежемесячные равные вклады по сложной номинальной годовой ставке 12 %. Определить сумму ежемесячного вклада при условии, что проценты начисляются ежемесячно.

8. Определить ставку сложных процентов  $i_c$ , эквивалентную ставке: а)  $j_2 = 10 \%$ , б)  $j_6 = 10 \%$ , в)  $j_{12} = 10 \%$ .

9. Покупатель обязался уплатить фермеру за купленное у него зерно 3 500 000 руб. через 2 месяца после покупки, 3 000 000 — еще через 2 месяца и 5 200 000 — еще через 3 месяца. Стороны договорились объединить эти платежи в один и выплатить его через 5 месяцев после покупки. Чему равен этот платеж, если на деньги начисляется 8 % годовых?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Башарин, Г. П.* Начала финансовой математики / Г. П. Башарин.— М. : ИНФРА-М, 1997.
2. *Бухвалов, А. В.* Самоучитель по финансовым расчетам / А. В. Бухвалов, А. В. Идельсон.— М. : Мир, Пресс-сервис, 1997.
3. *Ващенко, Т. В.* Математика финансового менеджмента / Т. В. Ващенко.— М. : Перспектива, 1996.
4. *Ковалев, В. В.* Сборник задач по финансовому анализу / В. В. Ковалев.— М. : Финансы и статистика, 1997.
5. *Кочович, Е.* Финансовая математика / Е. Кочович.— М. : Финансы и статистика, 1994.
6. *Кузнецов, Б. Т.* Финансовая математика / Б. Т. Кузнецов.— М. : Экзамен, 2005.
7. *Мицкевич, А. А.* Деловая математика в экономической теории и практике / А. А. Мицкевич.— Киров, 1995.
8. *Морошкин, В. А.* Простые и сложные проценты / В. А. Морошкин, С. В. Морошкина.— М. : АКАЛИС — бизнес книга, 1996.
9. *Фомин, Г. П.* Финансовая математика : сб. задач / Г. П. Фомин.— М. : МГУК, 1998.
10. *Четыркин, Е. М.* Финансовая математика / Е. М. Четыркин.— М. : Дело, 2000.
11. *Черкасов, В. Е.* Практическое руководство по финансово-экономическим расчетам / В. Е. Черкасов.— М. : Метаинформ, 1995.

## Приложение

*Таблица 1*

### Коэффициенты наращивания дискретных рент

<i>n</i>	Ставка процента					
	2	2,5	3	3,5	4	4,5
<b>A</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
1	1	1	1	1	1	1
2	2,02	2,025	2,03	2,035	2,04	2,045
3	3,0604	3,075625	3,0909	3,106225	3,1216	3,137025
4	4,121608	4,152515625	4,183627	4,214943	4,246464	4,278191
5	5,20404	5,256328516	5,309136	5,362466	5,416323	5,47071
6	6,308121	6,387736729	6,46841	6,550152	6,632975	6,716892
7	7,434283	7,547430147	7,662462	7,779408	7,898294	8,019152
8	8,582969	8,7361159	8,892336	9,051687	9,214226	9,380014
9	9,754628	9,954518798	10,15911	10,3685	10,5828	10,80211
10	10,94972	11,20338177	11,46388	11,73139	12,00611	12,28821
11	12,16872	12,48346631	12,8078	13,14199	13,48635	13,84118
12	13,41209	13,79555297	14,19203	14,60196	15,02581	15,46403
13	14,68033	15,14044179	15,61779	16,11303	16,62684	17,15991
14	15,97394	16,51895284	17,08632	17,67699	18,29191	18,93211
15	17,29342	17,93192666	18,59891	19,29568	20,02359	20,78405
16	18,63929	19,38022483	20,15688	20,97103	21,82453	22,71934



17	20,01207	20,86473045	21,76159	22,70502	23,69751	24,74171
18	21,41231	22,38634871	23,41444	24,49969	25,64541	26,85508
19	22,84056	23,94600743	25,11687	26,35718	27,67123	29,06356
20	24,29737	25,54465761	26,87037	28,27968	29,77808	31,37142
21	25,78332	27,18327405	28,67649	30,26947	31,9692	33,78314
22	27,29898	28,8628559	30,53678	32,3289	34,24797	36,30338
23	28,84496	30,5844273	32,45288	34,46041	36,61789	38,93703
24	30,42186	32,34903798	34,42647	36,66653	39,0826	41,6892
25	32,0303	34,15776393	36,45926	38,94986	41,64591	44,56521
26	33,67091	36,01170803	38,55304	41,3131	44,31174	47,57064
27	35,34432	37,91200073	40,70963	43,75906	47,08421	50,71132
28	37,05121	39,85980075	42,93092	46,29063	49,96758	53,99333
29	38,79223	41,85629577	45,21885	48,9108	52,96629	57,42303
30	40,56808	43,90270316	47,57542	51,62268	56,08494	61,00707
35	49,99448	54,92820744	60,46208	66,67401	73,65222	81,49662
40	60,40198	67,40255354	75,40126	84,55028	95,02552	107,0303
45	71,89271	81,51613116	92,71986	105,7817	121,0294	138,85
50	84,5794	97,48434879	112,7969	130,9979	152,6671	178,503

Продолжение табл. 1

<i>n</i>	Ставка процента					
	5	5,5	6	6,5	7	7,5
<b>A</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
1	1	1	1	1	1	1
2	2,05	2,055	2,06	2,065	2,07	2,075
3	3,1525	3,168025	3,1836	3,199225	3,2149	3,230625
4	4,310125	4,342266375	4,374616	4,407175	4,439943	4,472922
5	5,525631	5,581091026	5,637093	5,693641	5,750739	5,808391
6	6,801913	6,888051032	6,975319	7,063728	7,153291	7,24402
7	8,142008	8,266893839	8,393838	8,52287	8,654021	8,787322
8	9,549109	9,721573	9,897468	10,07686	10,2598	10,44637
9	11,02656	11,25625951	11,49132	11,73185	11,97799	12,22985
10	12,57789	12,87535379	13,18079	13,49442	13,81645	14,14709
11	14,20679	14,58349825	14,97164	15,37156	15,7836	16,20812
12	15,91713	16,38559065	16,86994	17,37071	17,88845	18,42373
13	17,71298	18,28679814	18,88214	19,49981	20,14064	20,80551
14	19,59863	20,29257203	21,01507	21,7673	22,55049	23,36592
15	21,57856	22,4086635	23,27597	24,18217	25,12902	26,11836
16	23,65749	24,64113999	25,67253	26,75401	27,88805	29,07724
17	25,84037	26,99640269	28,21288	29,49302	30,84022	32,25804

18	28,13238	29,48120483	30,90565	32,41007	33,99903	35,67739
19	30,539	32,1026711	33,75999	35,51672	37,37896	39,35319
20	33,06595	34,86831801	36,78559	38,82531	40,99549	43,30468
21	35,71925	37,7860755	39,99273	42,34895	44,86518	47,55253
22	38,50521	40,86430965	43,39229	46,10164	49,00574	52,11897
23	41,43048	44,11184669	46,99583	50,09824	53,43614	57,0279
24	44,502	47,53799825	50,81558	54,35463	58,17667	62,30499
25	47,7271	51,15258816	54,86451	58,88768	63,24904	67,97786
26	51,11345	54,96598051	59,15638	63,71538	68,67647	74,0762
27	54,66913	58,98910943	63,70577	68,85688	74,48382	80,63192
28	58,40258	63,23351045	68,52811	74,33257	80,69769	87,67931
29	62,32271	67,71135353	73,6398	80,16419	87,34653	95,25526
30	66,43885	72,43547797	79,05819	86,37486	94,46079	103,3994
35	90,32031	100,2513638	111,4348	124,0347	138,2369	154,2516
40	120,7998	136,6056141	154,762	175,6319	199,6351	227,2565
45	159,7002	184,1191653	212,7435	246,3246	285,7493	332,0645
50	209,348	246,2174764	290,3359	343,1797	406,5289	482,5299

*Продолжение табл. 1*

<i>n</i>	Ставка процента					
	8	8,5	9	9,5	10	10,5
<b>A</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
1	1	1	1	1	1	1
2	2,08	2,085	2,09	2,095	2,1	2,105
3	3,2464	3,262225	3,2781	3,294025	3,31	3,326025
4	4,506112	4,539514125	4,573129	4,606957	4,641	4,675258
5	5,866601	5,925372826	5,984711	6,044618	6,1051	6,16616
6	7,335929	7,429029516	7,523335	7,618857	7,71561	7,813606
7	8,922803	9,060497025	9,200435	9,342648	9,487171	9,634035
8	10,63663	10,83063927	11,02847	11,2302	11,43589	11,64561
9	12,48756	12,75124361	13,02104	13,29707	13,57948	13,8684
10	14,48656	14,83509932	15,19293	15,56029	15,93742	16,32458
11	16,64549	17,09608276	17,56029	18,03852	18,53117	19,03866
12	18,97713	19,54924979	20,14072	20,75218	21,38428	22,03772
13	21,4953	22,21093603	22,95338	23,72363	24,52271	25,35168
14	24,21492	25,09886559	26,01919	26,97738	27,97498	29,01361
15	27,15211	28,23226916	29,36092	30,54023	31,77248	33,06004
16	30,32428	31,63201204	33,0034	34,44155	35,94973	37,53134
17	33,75023	35,32073306	36,9737	38,7135	40,5447	42,47213

18	37,45024	39,32299538	41,30134	43,39128	45,59917	47,9317
19	41,44626	43,66544998	46,01846	48,51345	51,15909	53,96453
20	45,76196	48,37701323	51,16012	54,12223	57,275	60,63081
21	50,42292	53,48905936	56,76453	60,26384	64,0025	67,99704
22	55,45676	59,0356294	62,87334	66,98891	71,40275	76,13673
23	60,8933	65,0536579	69,53194	74,35286	79,54302	85,13109
24	66,76476	71,58321882	76,78981	82,41638	88,49733	95,06985
25	73,10594	78,66779242	84,7009	91,24593	98,34706	106,0522
26	79,95442	86,35455478	93,32398	100,9143	109,1818	118,1877
27	87,35077	94,69469193	102,7231	111,5012	121,0999	131,5974
28	95,33883	103,7437407	112,9682	123,0938	134,2099	146,4151
29	103,9659	113,5619587	124,1354	135,7877	148,6309	162,7887
30	113,2832	124,2147252	136,3075	149,6875	164,494	180,8815
35	172,3168	192,7016754	215,7108	241,6885	271,0244	304,1588
40	259,0565	295,6825362	337,8824	386,52	442,5926	507,2516
45	386,5056	450,5303966	525,8587	614,5194	718,9048	841,8361
50	573,7702	683,3684178	815,0836	973,4448	1163,909	1393,046

Продолжение табл. 1

<i>n</i>	Ставка процента					
	11	11,5	12	12,5	13	13,5
<b>A</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>
1	1	1	1	1	1	1
2	2,11	2,115	2,12	2,125	2,13	2,135
3	3,3421	3,358225	3,3744	3,390625	3,4069	3,423225
4	4,709731	4,744421	4,779328	4,814453	4,849797	4,88536
5	6,227801	6,290029	6,352847	6,41626	6,480271	6,544884
6	7,91286	8,013383	8,115189	8,218292	8,322706	8,428443
7	9,783274	9,934922	10,08901	10,24558	10,40466	10,56628
8	11,85943	12,07744	12,29969	12,52628	12,75726	12,99273
9	14,16397	14,46634	14,77566	15,09206	15,41571	15,74675
10	16,72201	17,12997	17,54874	17,97857	18,41975	18,87256
11	19,56143	20,09992	20,65458	21,22589	21,81432	22,42036
12	22,71319	23,41141	24,13313	24,87913	25,65018	26,44711
13	26,21164	27,10372	28,02911	28,98902	29,9847	31,01746
14	30,09492	31,22065	32,3926	33,61264	34,88271	36,20482
15	34,40536	35,81102	37,27971	38,81422	40,41746	42,09247
16	39,18995	40,92929	42,75328	44,666	46,67173	48,77496
17	44,50084	46,63616	48,88367	51,24925	53,73906	56,35958

18	50,39594	52,99932	55,74971	58,65541	61,72514	64,96812
19	56,93949	60,09424	63,43968	66,98733	70,74941	74,73882
20	64,20283	68,00508	72,05244	76,36075	80,94683	85,82856
21	72,26514	76,82566	81,69874	86,90584	92,46992	98,41541
22	81,21431	86,66062	92,50258	98,76908	105,491	112,7015
23	91,14788	97,62659	104,6029	112,1152	120,2048	128,9162
24	102,1742	109,8536	118,1552	127,1296	136,8315	147,3199
25	114,4133	123,4868	133,3339	144,0208	155,6196	168,2081
26	127,9988	138,6878	150,3339	163,0234	176,8501	191,9162
27	143,0786	155,6369	169,374	184,4013	200,8406	218,8248
28	159,8173	174,5351	190,6989	208,4515	227,9499	249,3662
29	178,3972	195,6067	214,5828	235,5079	258,5834	284,0306
30	199,0209	219,1014	241,3327	265,9464	293,1992	323,3748
35	341,5896	383,8792	431,6635	485,6604	546,6808	615,6404
40	581,8261	667,8496	767,0914	881,592	1013,704	1166,14
45	986,6386	1157,231	1358,23	1595,074	1874,165	2203,039
50	1668,771	2000,608	2400,018	2880,791	3459,507	4156,1

Продолжение табл. 1

<i>n</i>	Ставка процента					
	14	14,5	15	15,5	16	16,5
<b>A</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>
1	1	1	1	1	1	1
2	2,14	2,145	2,15	2,155	2,16	2,165
3	3,4396	3,456025	3,4725	3,489025	3,5056	3,522225
4	4,921144	4,957149	4,993375	5,029824	5,066496	5,103392
5	6,610104	6,675935	6,742381	6,809447	6,877135	6,945452
6	8,535519	8,643946	8,753738	8,864911	8,977477	9,091451
7	10,73049	10,89732	11,0668	11,23897	11,41387	11,59154
8	13,23276	13,47743	13,72682	13,98101	14,24009	14,50415
9	16,08535	16,43166	16,78584	17,14807	17,51851	17,89733
10	19,3373	19,81425	20,30372	20,80602	21,32147	21,85039
11	23,04452	23,68731	24,34928	25,03095	25,7329	26,4557
12	27,27075	28,12197	29,00167	29,91075	30,85017	31,82089
13	32,08865	33,19966	34,35192	35,54692	36,7862	38,07134
14	37,58107	39,01361	40,50471	42,05669	43,67199	45,35311
15	43,84241	45,67058	47,58041	49,57548	51,65951	53,83638
16	50,98035	53,29282	55,71747	58,25968	60,92503	63,71938
17	59,1176	62,02027	65,07509	68,28993	71,67303	75,23307



18	68,39407	72,01321	75,83636	79,87486	84,14072	88,64653
19	78,96923	83,45513	88,21181	93,25547	98,60323	104,2732
20	91,02493	96,55612	102,4436	108,7101	115,3797	122,4783
21	104,7684	111,5568	118,8101	126,5601	134,8405	143,6872
22	120,436	128,7325	137,6316	147,1769	157,415	168,3956
23	138,297	148,3987	159,2764	170,9894	183,6014	197,1809
24	158,6586	170,9165	184,1678	198,4927	213,9776	230,7157
25	181,8708	196,6994	212,793	230,2591	249,214	269,7838
26	208,3327	226,2208	245,712	266,9493	290,0883	315,2981
27	238,4993	260,0228	283,5688	309,3264	337,5024	368,3223
28	272,8892	298,7262	327,1041	358,272	392,5028	430,0955
29	312,0937	343,0415	377,1697	414,8041	456,3032	502,0613
30	356,7868	393,7825	434,7451	480,0988	530,3117	585,9014
35	693,5727	781,644	881,1702	993,6353	1120,713	1264,29
40	1342,025	1544,96	1779,09	2049,191	2360,757	2720,11
45	2590,565	3047,173	3585,128	4218,849	4965,274	5844,301
50	4994,521	6003,544	7217,716	8678,502	10435,65	12548,81

Продолжение табл. 1

n	Ставка процента					
	17	17,5	18	18,5	19	19,5
<b>A</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
1	1	1	1	1	1	1
2	2,17	2,175	2,18	2,185	2,19	2,195
3	3,5389	3,555625	3,5724	3,589225	3,6061	3,623025
4	5,140513	5,177859	5,215432	5,253232	5,291259	5,329515
5	7,0144	7,083985	7,15421	7,225079	7,296598	7,36877
6	9,206848	9,323682	9,441968	9,561719	9,682952	9,80568
7	11,77201	11,95533	12,14152	12,33064	12,52271	12,71779
8	14,77325	15,04751	15,327	15,61181	15,90203	16,19776
9	18,28471	18,68082	19,08585	19,49999	19,92341	20,35632
10	22,39311	22,94997	23,52131	24,10749	24,70886	25,3258
11	27,19994	27,96621	28,75514	29,56737	30,40355	31,26433
12	32,82393	33,8603	34,93107	36,03734	37,18022	38,36088
13	39,40399	40,78585	42,21866	43,70424	45,24446	46,84125
14	47,10267	48,92337	50,81802	52,78953	54,84091	56,97529
15	56,11013	58,48496	60,96527	63,55559	66,26068	69,08547
16	66,64885	69,71983	72,93901	76,31338	79,85021	83,55714
17	78,97915	82,9208	87,06804	91,43135	96,02175	100,8508

18	93,40561	98,43194	103,7403	109,3461	115,2659	121,5167
19	110,2846	116,6575	123,4135	130,5752	138,1664	146,2124
20	130,0329	138,0726	146,628	155,7316	165,418	175,7239
21	153,1385	163,2353	174,021	185,5419	197,8474	210,99
22	180,1721	192,8015	206,3448	220,8672	236,4385	253,1331
23	211,8013	227,5417	244,4868	262,7276	282,3618	303,494
24	248,8076	268,3616	289,4945	312,3322	337,0105	363,6754
25	292,1049	316,3248	342,6035	371,1137	402,0425	435,5921
26	342,7627	372,6817	405,2721	440,7697	479,4306	521,5325
27	402,0323	438,901	479,2211	523,3122	571,5224	624,2314
28	471,3778	516,7086	566,4809	621,1249	681,1116	746,9565
29	552,5121	608,1326	669,4475	737,033	811,5228	893,613
30	647,4391	715,5558	790,948	874,3841	966,7122	1068,868
35	1426,491	1609,713	1816,652	2050,346	2314,214	2612,103
40	3134,522	3612,353	4163,213	4798,144	5529,829	6372,829
45	6879,291	8097,661	9531,577	11218,76	13203,42	15537,38
50	15089,5	18143,39	21813,09	26221,42	31515,34	37870,57

Окончание табл. 1

n	Ставка процента					
	20	21	22	23	24	25
A	31	32	33	34	35	36
1	1	1	1	1	1	1
2	2,2	2,21	2,22	2,23	2,24	2,25
3	3,64	3,6741	3,7084	3,7429	3,7776	3,8125
4	5,368	5,445661	5,524248	5,603767	5,684224	5,765625
5	7,4416	7,58925	7,739583	7,892633	8,048438	8,207031
6	9,92992	10,18299	10,44229	10,70794	10,98006	11,25879
7	12,9159	13,32142	13,73959	14,17077	14,61528	15,07349
8	16,49908	17,11892	17,76231	18,43004	19,12294	19,84186
9	20,7989	21,71389	22,67001	23,66895	24,71245	25,80232
10	25,95868	27,27381	28,65742	30,11281	31,64344	33,2529
11	32,15042	34,00131	35,96205	38,03876	40,23787	42,56613
12	39,5805	42,14158	44,8737	47,78767	50,89495	54,20766
13	48,4966	51,99132	55,74591	59,77883	64,10974	68,75958
14	59,19592	63,90949	69,01001	74,52796	80,49608	86,94947
15	72,03511	78,33049	85,19221	92,6694	100,8151	109,6868
16	87,44213	95,77989	104,9345	114,9834	126,0108	138,1085
17	105,9306	116,8937	129,0201	142,4295	157,2534	173,6357

18	128,1167	142,4413	158,4045	176,1883	195,9942	218,0446
19	154,74	173,354	194,2535	217,7116	244,0328	273,5558
20	186,688	210,7584	237,9893	268,7853	303,6006	342,9447
21	225,0256	256,0176	291,3469	331,6059	377,4648	429,6809
22	271,0307	310,7813	356,4432	408,8753	469,0563	538,1011
23	326,2369	377,0454	435,8607	503,9166	582,6298	673,6264
24	392,4842	457,2249	532,7501	620,8174	723,461	843,0329
25	471,9811	554,2422	650,9551	764,6054	898,0916	1054,791
26	567,3773	671,633	795,1653	941,4647	1114,634	1319,489
27	681,8528	813,6759	971,1016	1159,002	1383,146	1650,361
28	819,2233	985,5479	1185,744	1426,572	1716,101	2063,952
29	984,068	1193,513	1447,608	1755,683	2128,965	2580,939
30	1181,882	1445,151	1767,081	2160,491	2640,916	3227,174
35	2948,341	3755,938	4783,645	6090,334	7750,225	9856,761
40	7343,858	9749,525	12936,54	17154,05	22728,8	30088,66
45	18281,31	25295,35	34971,42	48301,77	66640,38	91831,5
50	45497,19	65617,2	94525,28	135992,2	195372,6	280255,7

Таблица 2

## Коэффициенты приведения дискретных рент

<i>n</i>	Ставка процента					
	2	2,5	3	3,5	4	4,5
<b>A</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
1	0,980392	0,97561	0,970874	0,966184	0,961538	0,956938
2	1,941561	1,927424	1,91347	1,899694	1,886095	1,872668
3	2,883883	2,856024	2,828611	2,801637	2,775091	2,748964
4	3,807729	3,761974	3,717098	3,673079	3,629895	3,587526
5	4,71346	4,645828	4,579707	4,515052	4,451822	4,389977
6	5,601431	5,508125	5,417191	5,328553	5,242137	5,157872
7	6,471991	6,349391	6,230283	6,114544	6,002055	5,892701
8	7,325481	7,170137	7,019692	6,873956	6,732745	6,595886
9	8,162237	7,970866	7,786109	7,607687	7,435332	7,26879
10	8,982585	8,752064	8,530203	8,316605	8,110896	7,912718
11	9,786848	9,514209	9,252624	9,001551	8,760477	8,528917
12	10,57534	10,25776	9,954004	9,663334	9,385074	9,118581
13	11,34837	10,98318	10,63496	10,30274	9,985648	9,682852
14	12,10625	11,69091	11,29607	10,92052	10,56312	10,22283
15	12,84926	12,38138	11,93794	11,51741	11,11839	10,73955
16	13,57771	13,055	12,5611	12,09412	11,6523	11,23402

17	14,29187	13,7122	13,16612	12,65132	12,16567	11,70719
18	14,99203	14,35336	13,75351	13,18968	12,6593	12,15999
19	15,67846	14,97889	14,3238	13,70984	13,13394	12,59329
20	16,35143	15,58916	14,87747	14,2124	13,59033	13,00794
21	17,01121	16,18455	15,41502	14,69797	14,02916	13,40472
22	17,65805	16,76541	15,93692	15,16712	14,45112	13,78442
23	18,2922	17,33211	16,44361	15,62041	14,85684	14,14777
24	18,91393	17,88499	16,93554	16,05837	15,24696	14,49548
25	19,52346	18,42438	17,41315	16,48151	15,62208	14,82821
26	20,12104	18,95061	17,87684	16,89035	15,98277	15,14661
27	20,7069	19,46401	18,32703	17,28536	16,32959	15,4513
28	21,28127	19,96489	18,76411	17,66702	16,66306	15,74287
29	21,84438	20,45355	19,18845	18,03577	16,98371	16,02189
30	22,39646	20,93029	19,60044	18,39205	17,29203	16,28889
35	24,99862	23,14516	21,48722	20,00066	18,66461	17,46101
40	27,35548	25,10278	23,11477	21,35507	19,79277	18,40158
45	29,49016	26,83302	24,51871	22,49545	20,72004	19,15635
50	31,42361	28,36231	25,72976	23,45562	21,48218	19,76201

Продолжение табл. 2

<i>n</i>	Ставка процента					
	5	5,5	6	6,5	7	7,5
<b>A</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
1	0,952381	0,947867	0,943396	0,938967	0,934579	0,930233
2	1,85941	1,84632	1,833393	1,820626	1,808018	1,795565
3	2,723248	2,697933	2,673012	2,648476	2,624316	2,600526
4	3,545951	3,50515	3,465106	3,425799	3,387211	3,349326
5	4,329477	4,270284	4,212364	4,155679	4,100197	4,045885
6	5,075692	4,99553	4,917324	4,841014	4,76654	4,693846
7	5,786373	5,682967	5,582381	5,48452	5,389289	5,296601
8	6,463213	6,334566	6,209794	6,088751	5,971299	5,857304
9	7,107822	6,952195	6,801692	6,656104	6,515232	6,378887
10	7,721735	7,537626	7,360087	7,18883	7,023582	6,864081
11	8,306414	8,092536	7,886875	7,689042	7,498674	7,315424
12	8,863252	8,618518	8,383844	8,158725	7,942686	7,735278
13	9,393573	9,117079	8,852683	8,599742	8,357651	8,12584
14	9,898641	9,589648	9,294984	9,013842	8,745468	8,489154
15	10,37966	10,03758	9,712249	9,402669	9,107914	8,82712
16	10,83777	10,46216	10,1059	9,767764	9,446649	9,141507
17	11,27407	10,86461	10,47726	10,11058	9,763223	9,43396



18	11,68959	11,24607	10,8276	10,43247	10,05909	9,706009
19	12,08532	11,60765	11,15812	10,73471	10,3356	9,959078
20	12,46221	11,95038	11,46992	11,01851	10,59401	10,19449
21	12,82115	12,27524	11,76408	11,28498	10,83553	10,41348
22	13,163	12,58317	12,04158	11,5352	11,06124	10,61719
23	13,48857	12,87504	12,30338	11,77014	11,27219	10,80669
24	13,79864	13,1517	12,55036	11,99074	11,46933	10,98297
25	14,09394	13,41393	12,78336	12,19788	11,65358	11,14695
26	14,37519	13,6625	13,00317	12,39237	11,82578	11,29948
27	14,64303	13,8981	13,21053	12,575	11,98671	11,44138
28	14,89813	14,12142	13,40616	12,74648	12,13711	11,57338
29	15,14107	14,3331	13,59072	12,90749	12,27767	11,69617
30	15,37245	14,53375	13,76483	13,05868	12,40904	11,81039
35	16,37419	15,39055	14,49825	13,68696	12,94767	12,27251
40	17,15909	16,04612	15,0463	14,14553	13,33171	12,59441
45	17,77407	16,54773	15,45583	14,48023	13,60552	12,81863
50	18,25593	16,93152	15,76186	14,72452	13,80075	12,97481

Продолжение табл. 2

<i>n</i>	Ставка процента					
	8	8,5	9	9,5	10	10,5
<b>A</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>
1	0,925926	0,921659	0,917431	0,913242	0,909091	0,904977
2	1,783265	1,771114	1,759111	1,747253	1,735537	1,723961
3	2,577097	2,554022	2,531295	2,508907	2,486852	2,465123
4	3,312127	3,275597	3,23972	3,204481	3,169865	3,135858
5	3,99271	3,940642	3,889651	3,839709	3,790787	3,742858
6	4,62288	4,553587	4,485919	4,419825	4,355261	4,292179
7	5,20637	5,118514	5,032953	4,949612	4,868419	4,789303
8	5,746639	5,639183	5,534819	5,433436	5,334926	5,239188
9	6,246888	6,119063	5,995247	5,875284	5,759024	5,646324
10	6,710081	6,561348	6,417658	6,278798	6,144567	6,014773
11	7,138964	6,968984	6,805191	6,647304	6,495061	6,348211
12	7,536078	7,344686	7,160725	6,983839	6,813692	6,649964
13	7,903776	7,690955	7,486904	7,291178	7,103356	6,923045
14	8,244237	8,010097	7,78615	7,571852	7,366687	7,170176
15	8,559479	8,304237	8,060688	7,828175	7,60608	7,393825
16	8,851369	8,575333	8,312558	8,06226	7,823709	7,596221
17	9,121638	8,825192	8,543631	8,276037	8,021553	7,779386

18	9,371887	9,055476	8,755625	8,471266	8,201412	7,945146
19	9,603599	9,26772	8,950115	8,649558	8,36492	8,095154
20	9,818147	9,463337	9,128546	8,812382	8,513564	8,230909
21	10,0168	9,643628	9,292244	8,96108	8,648694	8,353764
22	10,20074	9,809796	9,442425	9,096876	8,77154	8,464945
23	10,37106	9,962945	9,580207	9,220892	8,883218	8,565561
24	10,52876	10,1041	9,706612	9,334148	8,984744	8,656616
25	10,67478	10,23419	9,82258	9,437578	9,07704	8,739019
26	10,80998	10,35409	9,928972	9,532034	9,160945	8,813592
27	10,93516	10,4646	10,02658	9,618296	9,237223	8,881079
28	11,05108	10,56645	10,11613	9,697074	9,306567	8,942153
29	11,15841	10,66033	10,19828	9,769018	9,369606	8,997423
30	11,25778	10,74684	10,27365	9,834719	9,426914	9,047442
35	11,65457	11,08778	10,56682	10,08699	9,644159	9,234654
40	11,92461	11,31452	10,75736	10,24725	9,779051	9,348292
45	12,1084	11,46531	10,8812	10,34904	9,862808	9,417271
50	12,23348	11,5656	10,96168	10,41371	9,914814	9,45914

Продолжение табл. 2

<i>n</i>	Ставка процента					
	11	11,5	12	12,5	13	13,5
<b>A</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>
1	0,900901	0,896861	0,892857	0,888889	0,884956	0,881057
2	1,712523	1,701221	1,690051	1,679012	1,668102	1,657319
3	2,443715	2,422619	2,401831	2,381344	2,361153	2,34125
4	3,102446	3,069614	3,037349	3,005639	2,974471	2,943833
5	3,695897	3,649878	3,604776	3,560568	3,517231	3,474743
6	4,230538	4,170294	4,111407	4,053839	3,99755	3,942505
7	4,712196	4,637035	4,563757	4,492301	4,42261	4,35463
8	5,146123	5,055637	4,96764	4,882045	4,79877	4,717735
9	5,537048	5,431064	5,32825	5,228485	5,131655	5,037652
10	5,889232	5,767771	5,650223	5,536431	5,426243	5,319517
11	6,206515	6,06975	5,937699	5,810161	5,686941	5,567857
12	6,492356	6,340583	6,194374	6,053476	5,917647	5,786658
13	6,74987	6,583482	6,423548	6,269757	6,121812	5,979434
14	6,981865	6,801329	6,628168	6,462006	6,302488	6,149281
15	7,19087	6,996708	6,810864	6,632894	6,462379	6,298926
16	7,379162	7,171935	6,973986	6,784795	6,603875	6,430772
17	7,548794	7,32909	7,11963	6,919818	6,729093	6,546936

18	7,701617	7,470036	7,24967	7,039838	6,839905	6,649283
19	7,839294	7,596445	7,365777	7,146523	6,937969	6,739456
20	7,963328	7,709816	7,469444	7,241353	7,024752	6,818904
21	8,07507	7,811494	7,562003	7,325647	7,10155	6,888902
22	8,175739	7,902685	7,644646	7,400575	7,169513	6,950575
23	8,266432	7,984471	7,718434	7,467178	7,229658	7,004912
24	8,348137	8,057822	7,784316	7,526381	7,282883	7,052786
25	8,421745	8,123607	7,843139	7,579005	7,329985	7,094965
26	8,488058	8,182607	7,89566	7,625782	7,371668	7,132128
27	8,5478	8,235522	7,942554	7,667362	7,408556	7,16487
28	8,601622	8,282979	7,984423	7,704322	7,4412	7,193718
29	8,65011	8,325542	8,021806	7,737175	7,470088	7,219135
30	8,693793	8,363715	8,055184	7,766378	7,495653	7,241529
35	8,85524	8,503041	8,175504	7,870356	7,585572	7,319341
40	8,951051	8,583887	8,243777	7,928057	7,634376	7,360652
45	9,00791	8,630799	8,282516	7,960077	7,660864	7,382585
50	9,041653	8,65802	8,304498	7,977845	7,675242	7,394229

Продолжение табл. 2

<i>n</i>	Ставка процента					
	14	14,5	15	15,5	16	16,5
<b>A</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>
1	0,877193	0,873362	0,869565	0,865801	0,862069	0,858369
2	1,646661	1,636124	1,625709	1,615412	1,605232	1,595167
3	2,321632	2,302292	2,283225	2,264426	2,24589	2,227611
4	2,913712	2,884098	2,854978	2,826343	2,798181	2,770481
5	3,433081	3,392225	3,352155	3,312851	3,274294	3,236465
6	3,888668	3,836005	3,784483	3,73407	3,684736	3,63645
7	4,288305	4,223585	4,16042	4,098762	4,038565	3,979786
8	4,638864	4,562083	4,487322	4,414513	4,343591	4,274494
9	4,946372	4,857714	4,771584	4,68789	4,606544	4,527463
10	5,216116	5,115908	5,018769	4,92458	4,833227	4,744603
11	5,452733	5,341404	5,233712	5,129506	5,028644	4,93099
12	5,660292	5,538344	5,420619	5,306932	5,197107	5,090978
13	5,842362	5,710344	5,583147	5,460547	5,342334	5,228308
14	6,002072	5,860563	5,724476	5,593547	5,467529	5,346187
15	6,142168	5,991758	5,84737	5,708699	5,575456	5,447371
16	6,26506	6,106339	5,954235	5,808397	5,668497	5,534224
17	6,372859	6,206409	6,047161	5,894716	5,748704	5,608776

18	6,46742	6,293807	6,127966	5,969451	5,817848	5,672769
19	6,550369	6,370137	6,198231	6,034157	5,877455	5,727699
20	6,623131	6,436801	6,259331	6,090179	5,928841	5,774849
21	6,686957	6,495023	6,312462	6,138683	5,973139	5,815321
22	6,742944	6,545871	6,358663	6,180678	6,011326	5,850061
23	6,792056	6,590281	6,398837	6,217037	6,044247	5,87988
24	6,835137	6,629066	6,433771	6,248517	6,072627	5,905477
25	6,872927	6,66294	6,464149	6,275772	6,097092	5,927448
26	6,906077	6,692524	6,490564	6,29937	6,118183	5,946307
27	6,935155	6,718362	6,513534	6,319801	6,136364	5,962495
28	6,960662	6,740927	6,533508	6,33749	6,152038	5,976391
29	6,983037	6,760635	6,550877	6,352805	6,16555	5,988318
30	7,002664	6,777847	6,56598	6,366065	6,177198	5,998557
35	7,070045	6,836235	6,616607	6,409993	6,215338	6,031692
40	7,105041	6,865903	6,641778	6,431365	6,233497	6,047133
45	7,123217	6,880978	6,654293	6,441762	6,242143	6,054328
50	7,132656	6,888638	6,660515	6,44682	6,246259	6,05768

Продолжение табл. 2

n	Ставка процента					
	17	17,5	18	18,5	19	19,5
<b>A</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
1	0,854701	0,851064	0,847458	0,843882	0,840336	0,83682
2	1,585214	1,575373	1,565642	1,556018	1,546501	1,537088
3	2,209585	2,191807	2,174273	2,156978	2,139917	2,123086
4	2,743235	2,716432	2,690062	2,664116	2,638586	2,613461
5	3,199346	3,162921	3,127171	3,092081	3,057635	3,023817
6	3,589185	3,542911	3,497603	3,453233	3,409777	3,367211
7	3,92238	3,866307	3,811528	3,758003	3,705695	3,65457
8	4,207163	4,141538	4,077566	4,015192	3,954366	3,895037
9	4,450566	4,375777	4,303022	4,23223	4,163332	4,096266
10	4,658604	4,575129	4,494086	4,415384	4,338935	4,264657
11	4,836413	4,744791	4,656005	4,569944	4,4865	4,405571
12	4,988387	4,889184	4,793225	4,700375	4,610504	4,52349
13	5,11828	5,012071	4,909513	4,810443	4,714709	4,622168
14	5,229299	5,116657	5,008062	4,903327	4,802277	4,704743
15	5,324187	5,205665	5,091578	4,981711	4,875863	4,773843
16	5,405288	5,281417	5,162354	5,047857	4,9377	4,831668
17	5,474605	5,345887	5,222334	5,103677	4,989664	4,880057



18	5,533851	5,400755	5,273164	5,150782	5,033331	4,92055
19	5,584488	5,447451	5,316241	5,190534	5,070026	4,954435
20	5,627767	5,487192	5,352746	5,224079	5,100862	4,982791
21	5,664758	5,521015	5,383683	5,252387	5,126775	5,006519
22	5,696375	5,5498	5,409901	5,276276	5,14855	5,026376
23	5,723397	5,574298	5,43212	5,296436	5,166849	5,042993
24	5,746493	5,595147	5,450949	5,313448	5,182226	5,056898
25	5,766234	5,612891	5,466906	5,327804	5,195148	5,068534
26	5,783106	5,627992	5,480429	5,339919	5,206007	5,078271
27	5,797526	5,640845	5,491889	5,350143	5,215132	5,086419
28	5,809851	5,651783	5,501601	5,35877	5,2228	5,093238
29	5,820386	5,661092	5,509831	5,366051	5,229243	5,098944
30	5,82939	5,669014	5,516806	5,372195	5,234658	5,103719
35	5,858196	5,694072	5,538618	5,391192	5,251215	5,118157
40	5,871335	5,705261	5,548152	5,399323	5,258153	5,124082
45	5,877327	5,710256	5,552319	5,402802	5,261061	5,126513
50	5,880061	5,712487	5,554141	5,404291	5,262279	5,127511

Окончание табл. 2

<i>n</i>	Ставка процента					
	20	21	22	23	24	25
<b>A</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>
1	0,833333	0,826446	0,819672	0,813008	0,806452	0,8
2	1,527778	1,50946	1,491535	1,47399	1,456816	1,44
3	2,106481	2,073934	2,042241	2,011374	1,981303	1,952
4	2,588735	2,540441	2,493641	2,448272	2,404277	2,3616
5	2,990612	2,925984	2,86364	2,803473	2,745384	2,68928
6	3,32551	3,244615	3,166918	3,092254	3,020471	2,951424
7	3,604592	3,507946	3,415506	3,327036	3,242316	3,161139
8	3,83716	3,725576	3,619268	3,517916	3,421222	3,328911
9	4,030967	3,905434	3,786285	3,673102	3,565502	3,463129
10	4,192472	4,054078	3,923184	3,79927	3,681856	3,570503
11	4,32706	4,176924	4,035397	3,901846	3,775691	3,656403
12	4,439217	4,27845	4,127375	3,98524	3,851363	3,725122
13	4,532681	4,362355	4,202766	4,053041	3,91239	3,780098
14	4,610567	4,431698	4,264562	4,108163	3,961605	3,824078
15	4,675473	4,489007	4,315215	4,152978	4,001294	3,859263
16	4,729561	4,536369	4,356734	4,189413	4,033302	3,88741
17	4,774634	4,575512	4,390765	4,219035	4,059114	3,909928

18	4,812195	4,607861	4,41866	4,243118	4,079931	3,927942
19	4,843496	4,634596	4,441525	4,262698	4,096718	3,942354
20	4,86958	4,656691	4,460266	4,278616	4,110257	3,953883
21	4,891316	4,674951	4,475628	4,291558	4,121175	3,963107
22	4,90943	4,690042	4,48822	4,302079	4,12998	3,970485
23	4,924525	4,702514	4,498541	4,310634	4,13708	3,976388
24	4,937104	4,712822	4,507001	4,317588	4,142807	3,981111
25	4,947587	4,72134	4,513935	4,323243	4,147425	3,984888
26	4,956323	4,72838	4,519619	4,327839	4,151149	3,987911
27	4,963602	4,734199	4,524278	4,331577	4,154152	3,990329
28	4,969668	4,739007	4,528096	4,334615	4,156575	3,992263
29	4,974724	4,742981	4,531227	4,337086	4,158528	3,99381
30	4,978936	4,746265	4,533792	4,339094	4,160103	3,995048
35	4,991535	4,755875	4,54114	4,344724	4,164428	3,998377
40	4,996598	4,75958	4,543858	4,346724	4,165903	3,999468
45	4,998633	4,761008	4,544864	4,347435	4,166406	3,999826
50	4,999451	4,761559	4,545236	4,347687	4,166578	3,999943

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие автора-составителя .....	3
Тема 1. Операции по схеме простых процентов .....	4
Упражнения .....	13
Тема 2. Начисление по сложной процентной ставке .....	20
Упражнения .....	27
Тема 3. Дисконтирование и учет .....	37
Упражнения .....	44
Тема 4. Инфляция и налоги .....	51
Упражнения .....	58
Тема 5. Поток платежей или финансовая рента .....	65
Приведенная стоимость бессрочного аннуитета .....	69
Непрерывная рента .....	71
Погашение или амортизация долга .....	72
Погашение долга единовременным платежом .....	73
Погашение долга в рассрочку .....	76
Потребительский кредит .....	80
Упражнения .....	82
Тема 6. Финансовая эквивалентность обязательств .....	91
Уравнение эквивалентности .....	92
Объединение потока платежей в один .....	95
Замена одного потока платежей другим .....	98
Замена потока платежей рентой .....	101
Упражнения .....	104
Тема 7. Депозитные сертификаты и векселя .....	111
Векселя .....	113
Упражнения .....	115
Тема 8. Облигации .....	123
Упражнения .....	134
Ответы .....	142
Семестровое задание .....	150
Библиографический список .....	183
Приложение .....	184