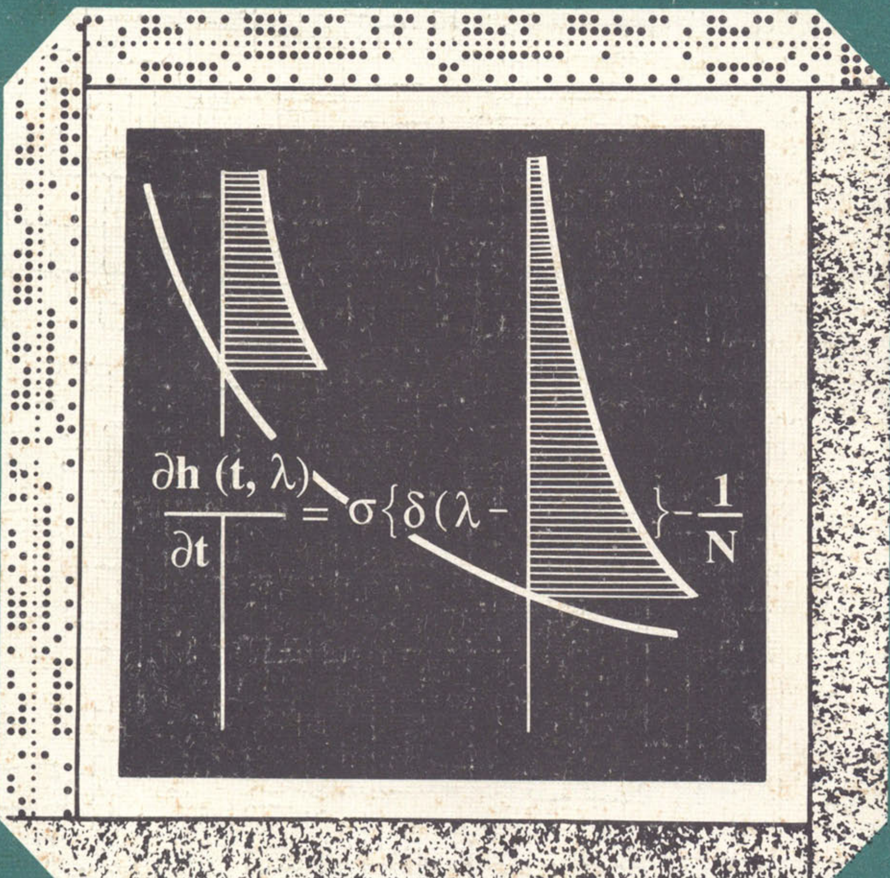
А. А. Петров

ЭКОНОМИКА МОДЕЛИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СЕРИЯ "КИБЕРНЕТИКА –
НЕОГРАНИЧЕННЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ
И ВОЗМОЖНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ"

Основана в 1963 г.

А.А. Петров

ЭКОНОМИКА МОДЕЛИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

МОСКВА «НАУКА»

1996

ББК 22.18
П 30
УДК 510.6:681.3

Рукопись книги подготовлена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код исследовательского проекта 95-01-01001)

Петров А.А.
П30 Экономика. Модели. Вычислительный эксперимент – М.: Наука, 1996. – 251 с. (Серия: "Кибернетика – неограниченные возможности и возможные ограничения").
ISBN 5-02-007060-2

В этой книге математическое моделирование экономики рассматривается в контексте методологии математического моделирования сложных систем и решений. Особенности экономики как объекта математического моделирования показаны на моделях равновесия и роста, а также на моделях системного анализа развивающейся экономики, при построении которых используются методы агрегирования как инструменты изучения экономических структур. На примере модели экономики России после реформы 1992 г. рассмотрены особенности математического моделирования в экономической области приложений.

Для широкого круга читателей, интересующихся математическим моделированием и применением его для изучения экономики и оценки последствий макроэкономической политики.

$П\frac{1402000000\text{-}046}{042(02)\text{-}96}$ 77–95, I полугодие **ББК 22.18**

ISBN 5-02-007060-2

ПРЕДИСЛОВИЕ

Начну с чисто практического вопроса. Известно, что наука переживает не лучшие времена, как и страна в целом. Науке не дают денег даже на простое воспроизводство интеллектуального потенциала страны. Страна остро нуждается в структурной перестройке хозяйства и экономических отношений для восстановления потенциала социально-экономического прогресса. Стране нужны инвестиции, науке — задачи, достойные ее и приносящие деньги. Есть такая задача — оценки эффективности инвестиционных проектов.

Актуальность ее несомненна, во-первых, потому, что никто серьезно не занимается проблемой инвестиций. Действительно, ни в одной из экономических программ не найти проектов механизмов возобновления инвестиционного процесса в России, обоснованных ясными, конкретными оценками.

Во-вторых, потому, что задача оценки эффективности инвестиционных проектов приобрела для России характер жизненно важной государственной проблемы. Я основываюсь на недавнем исследовании, проведенном С.М.Гуриевым в Вычислительном центре РАН [1]. История такова. Примерно год назад профессор Гуверовского института Стэнфордского университета (США) М.С.Бернштам предложил привлекательный проект одновременного: а) восстановления сбережений населения, утраченных в результате шокового скачка цен в начале 1992г.; б) восстановления нормальной кредитно-финансовой системы; в) запуска инвестиционного процесса в России.

Коротко суть предложения сводилась к следующему. Утраченные сбережения населения государство признает своим внутренним долгом, индексирует их и на всю сумму долга выпускает облигации государственного займа, которые передаются населению соответственно бывшим у него, скажем, на 30 декабря 1991г. (индексированным!) сбережениям. Облигации обращаются на внутреннем финансовом рынке наряду с другими ценными бумагами, так что, когда цена их становится ниже номинала, реальный процент по ним возрастает, и наоборот. Население вольно держать сбережения в облигациях, купить или продать их, положив вырученные деньги на депозит в сбербанк, либо купив другие ценные бумаги, либо, наконец, истратив деньги на потребление. Одновременно в стране создается система специализированных инвестиционных банков, которые на определенных условиях финансируют инвестиционные проекты в хозяйстве. Инвестиционный банк покупает облигации государственного займа, чтобы предъявить их государству к оплате в том случае, если найдет инвестиционный проект, который считает выгодным для себя финансировать. Под облигации, предъявленные инвестиционным банком для погашения, государство выпускает деньги и передает их банку целевым назначением только для финансирования выбраннного проекта.

Предложение М.С.Бернштама обладает видимыми достоинствами: восстанавливается доверие населения к государству, обеспечивается безинфляционная эмиссия денег, финансируются эффективные проекты, потому что какой коммерческий банк станет финансировать убыточный проект? С.М.Гуриев построил замкнутую математическую модель экономики, в которой явным образом описаны экономические отношения, предусмотренные проектом М.С.Бернштама, и исследовал ее. Результаты оказались несколько обескураживающими. Было показано, что проект действительно реализуем, т.е. в экономике существует равновесие с положительным темпом роста производства, выгодное всем экономическим агентам. Однако реализация его в современных российских условиях столкнется с большими трудностями: с одной стороны, технологическая инфраструктура, а с другой — финансовая инфраструктура российской экономики настолько неэффективны, что нужны технологически очень эффективные проекты, чтобы стал реальным экономический рост при низком темпе инфляции.

В-третьих, задача оценки эффективности инвестиционных проектов актуальна потому, что нет удовлетворительных методов ее решения. Сейчас во многих странах мира, в том числе и в нашей, широкое распространение получила методика UNIDO, в свое время разработанная для развивающихся стран. На ее базе создано еще несколько подобных методик, а недавно разработана и официально принята отечественная методика, представляющая собой некоторое сочетание госплановской методики оценки эффективности капитальных вложений с методикой UNIDO. Я специально обсуждал такого рода методики со многими специалистами, в том числе из наших инвестиционных фондов и компаний, и пришел к выводу, что все они имеют одни и те же узкие места: а) нет удовлетворительных методов описания самого проекта и процесса его реализации, которые дали бы надежную исходную информацию для исчисления финансовых показателей эффективности (а именно на исчисление финансовых показателей обращается основное внимание в методике UNIDO и подобных ей); б) нет удовлетворительного описания экономических условий выполнения проекта, т.е. методов прогнозирования эволюции экономики, описаний воздействия экономического окружения на проект и обратного воздействия проекта на экономику.

А ведь это — две фундаментальные проблемы, достойные самой высокой науки! Две проблемы математического моделирования — сложной технико-экономической системы и экономики страны в переходный период смены экономического уклада. Оказывается, к ним сводятся многие проблемы выхода страны из тяжелого кризиса, во всяком случае важность их несомненна. Скажем, проект разработки ракетно-космического комплекса страны был инвестиционным проектом большой длительности и стоимости, и смею утверждать, что одна из причин переживаемого кризиса в том, что в свое время не была оценена экономическая эффективность проекта. А сколько сил, средств, времени было растрачено, потому что не было хороших методов оценки последствий экономических решений, принимаемых на государственном уровне, методов прогнозирования эволюции экономики.

Мне казалось, что проблема оценки экономической эффективности инвестиционных проектов как раз та, на решение которой можно получить деньги. Увы, коммерческие фирмы и банки в лучшем случае осваивают или адаптируют зарубежные пакеты программ, а власти... Совсем недавно у меня состоялся разговор с одним из умнейших и достойнейших людей в стране по поводу так называемых президентских программ двойного назначения. Смысл разговора был в том, что время поджимает и надо бы быстренько оценить эффективность программ, а всего их десять. Я сказал, что̀, по моему мнению, надо сделать, чтобы "быстренько" решать такого рода задачи. Мой собеседник не скрыл разочарования — это ведь только то, что надо делать, а что делать сейчас? У нашего разговора была забавная (или грустная) предыстория: в течение последних трех лет я неоднократно писал ему записки, в которых доказывал необходимость и неотложность работ по математическому моделированию в интересах оценки эффективности инвестиционных проектов, притом конкретных проектов, которые уже разрабатывались.

Однажды кто-то сделал комплимент Наполеону, сказав, что Его Величество гениален, потому что всегда находит правильные решения, когда остальные пасуют. Наполенон ответил: действительно, это так, но не потому, что он умнее других, а потому, что думал об этом заранее, тогда как остальные не удосуживались.

Так мой практический и, конечно, провокационный вопрос подвел сразу к трем важным темам разговора о математическом моделировании сложных систем, в частности экономических.

Во-первых, математическое моделирование как методология научных исследований сочетает в себе опыт разных отраслей науки о природе и обществе, прикладной математики, информатики и системного програмирования для решения фундаментальных проблем, имеющих важное народнохозяйственное значение. Математическое моделирование объектов сложной природы — единый сквозной цикл разработок от фундаментального исследования проблемы до конкретных численных расчетов показателей эффективности объекта. Результатом разработок бывает система математических моделей, которые описывают качественно разнородные закономерности функционирования объекта и его эволюцию в целом как сложной системы в разных условиях. Вычислительные эксперименты с математическими моделями дают исходные данные для оценки показателей эффективности объекта. Поэтому математическое моделирование как методология организации научной экспертизы крупных проблем незаменимо при проработке народнохозяйственных решений.

Во-вторых, по своей сути математическое моделирование есть метод решения новых сложных проблем, поэтому исследования по математическому моделированию должны быть опережающими: надо заранее разрабатывать новые методы и готовить кадры, умеющие со знанием дела применять эти методы для решения новых практических задач.

В-третьих, те, от кого зависит распределение ресурсов, еще не осознали, что методы математического моделирования имеют большое народнохозяйственное значение и от их развития во многом зависит судьба социально-экономического и научно-технического прогресса страны. Соответственно нет материальной поддержки исследований, научные кадры не консолидируются на решении ключевых проблем, даже нет еще понимания, что математическое моделирование превратилось в самостоятельную отрасль науки с собственным подходом к решению проблем, хотя корни его остаются в науках о природе и обществе.

Все сказанное в высшей степени относится к математическому моделированию экономических систем. Кризис расколол наше общество, и высказывается множество противоречивых суждений о его причинах и путях его преодоления. Все они отмечены партийными пристрастиями и преувеличениями. Между тем снова растрачивается время, в невиданных масштабах расточаются ресурсы страны, а попытки преодоления кризиса обременяют большинство населения все большими тяготами. Опыт же показывает, что относительно компактные, но хорошо структурированные математические модели позволяют получить совершенно нетривиальные решения сложных экономических проблем. Как правило, эти решения наглядно демонстрируют однобокость партийных подходов к решению проблем, показывают, что рациональный подход лежит в их нетривиальном обобщении. Создается объективная база для устранения несущественных (для сути дела, а не для партийной выгоды!) идеологических разногласий.

Не хочу быть голословным и приведу несколько примеров выполненных исследований, которые демонстрируют, насколько эффективно могут решаться крупные проблемы методами математического моделирования. В период 1973-85гг. в Вычислительном центре РАН под руководством академика П.С.Краснощекова была создана система автоматизации проектирования объектов авиационной техники. Ученые работали в тесном содружестве с конструкторами одного из наших ведущих авиационных КБ, для которого создавалась система. Первая очередь системы предназначалась для решения кардинальной задачи проектирования: проработки облика будущего самолета. Известно, что именно на этой стадии проектирования допускается самое большое количество просчетов, что именно такие просчеты труднее всего устранять и что из-за них увеличивается время и стоимость создания нового самолета.

После фундаментального системного анализа проблемы был разработан комплекс математических моделей и алгоритмов, который давал возможность сочетать опыт конструкторов при выборе компановочной схемы самолета с методами оптимизации его тактико–технических характеристик при заданных ограничениях компановочной схемы. В результате для дальнейшей детальной проработки выдавались несколько вариантов облика будущего самолета с парето–оптимальными наборами тактико–технических характеристик. Интересно, что в первом эксперименте еще с макетом будущей системы среди других парето– оптимальных вариантов самолета заданной компановки был получен вариант с тактико-техническими характеристиками американского истребителя F -15 "Сейбр".

Созданная система использовалась в КБ при конструировании новых образцов техники, но не менее важно, что в процессе разработки самой системы были заложены основы математической теории проектирования сложных технических систем: построена теория декомпозиции и агрегирования задач проектирования, которая давала системную базу применения математических методов и вычислительной техники на всех его этапах, построена математическая теория сравнения динамических характеристик объектов, которая обосновывала методы выбора минимального набора тактико–технических характеристик и т.д. Представьте себе, какие экономические выгоды дала бы эта работа, если бы ее результаты распространить на другие отрасли машиностроения!

Другой пример. Весной 1990г. в СССР начали активно обсуждать проекты радикальной экономической реформы. Все говорили о "шоковой терапии" польской экономики, которая была проведена полгода назад. К тому времени мои ученики и я накопили пятнадцатилетний опыт математического моделирования экономических систем. Мы решили оценить, к каким последствиям привела бы шоковая либерализация цен в условиях тогдашней нашей экономики. Построили довольно простую математическую модель, описывающую краткосрочные последствия (примерно на год) будущей либерализации, в сводном отделе ЦСУ получили необходимые данные о народном хозяйстве СССР за 1988г. и использовали их при вычислительных экспериментах с моделью. Исследование модели и вычислительные эксперименты с нею показали, что советская экономика настолько отягощена государственным потреблением конечной продукции — попросту говоря, выпуском военной продукции, — что неминуем скачок цен в несколько десятков, а то и в сотни раз. Чтобы миновать его, потребовалось бы сократить государственное потребление в несколько раз в течение полугода, что было, конечно, нереально. Индексация доходов той части населения, которая получала их из государственного бюджета, только подхлестывала бы инфляцию. В результате "хозрасчетные" доходы одной части населения, не связанные с госбюджетом, и "бюджетные" доходы другой части населения (служащих, пенсионеров, военнослужащих и т.п.) очень быстро "разошлись" бы в шесть–десять раз.

Мы представили прогнозы в подкомитет по экономической реформе Верховного Совета СССР и некоторым из наиболее активных тогда наших экономистов–реформаторов. В подкомитете поахали, а от экономистов поступили положительные отзывы — и все. Уже после августовского путча 1991г. я докладывал эти результаты на международном симпозиуме по прикладным моделям экономического равновесия. Услышав о возможном скачке цен в десятки раз, участники выразили вежливое недоверие — такого не может быть. Забавный аргумент этому нашел Е.Т.Гайдар в газетном интервью уже накануне реформы: скачок цен не может быть более, чем в три–четыре раза, потому что просто не хватит денег. А скольких бед можно было бы избежать, если бы принять во внимание наш прогноз.

Третий пример касается вопроса о льготных кредитах Центрального банка России производителям, на котором оттачивали полемические стрелы экономисты–"рыночники" и "производственники", но он подробно разбирается в книге, поэтому здесь не буду его трогать. Вообще, должен сказать, я привел примеры наиболее близких мне разработок. Есть много других примеров использования математического моделирования, которые дали не менее важные и эффективные результаты.

Обратим внимание на такое характерное обстоятельство. Группа П.С.Краснощекова получила первые результаты к 1980г., а потом уже регулярно и быстро обсчитывала различные компановки самолетов именно потому, что потратила шесть–восемь лет на фундаментальное изучение проблемы проектирования. Мы смогли быстро дать прогноз последствий шоковой терапии экономики СССР потому, что до этого пятнадцать лет занимались фундаментальными исследованиями экономических механизмов регулирования процесса воспроизводства и в условиях рынка, и в условиях планового административного распределения, и в условиях смешанной экономики. Еще раз повторю: исследования по математическому моделированию должны быть опережающими, тогда они окупятся сторицей. Затраты на развитие математического моделирования — это инвестирование в очень эффективный долгосрочный проект, в результате выполнения которого появляются ноу–хау в высоких информационных технологиях, которые сейчас на мировом рынке ценятся дороже всего.

К счастью, в нашей стране есть люди, которые умеют смотреть вперед и мыслить по-государственному, хотя теперь, в разгул доморощенного либерализма, это — чуть ли не смертный грех. Академик А.А.Самарский в свое время руководил расчетами процессов при ядерном взрыве и сам активно в них участвовал. Он создал научную школу, которая стала ведущей в области математического моделирования не только в нашей стране, но и в мире. Ему и его ученикам принадлежат рекордные по сложности и качеству результаты математического моделирования нелинейных процессов в сплошных сжимаемых проводящих средах, в тонком слое на поверхности катализатора и другие. На таких сложных задачах ими была отработана методология математического моделирования и методы вычислительного эксперимента с математическими моделями объектов сложной природы. Более десяти лет А.А.Самарский энергично пропагандирует математическое моделирование, доказывает незаменимость его для решения важнейших проблем научно–технического и социально–экономического прогресса, добивается признания математического моделирования как методологии разработки наукоемких технологий и изделий. Академик Н.Н.Моисеев еще лет двадцать назад первым осознал необходимость готовиться к тому, чтобы эффективно использовать ЭВМ новых поколений. Он обратил внимание на то, что крупные народно–хозяйственные и социально–экономические проблемы могут быть удовлетворительно решены только при условии, что своевременно будут организованы и выполнены исследования междисциплинарного характера, а ЭВМ новых поколений дают подходящую базу для организации и проведения таких исследований. Вместе со своими учениками Н.Н.Моисеев начал разрабатывать методологию имитационного моделирования сложно организованных целенаправленных систем сначала на задачах моделирования экономики и боевых действий, затем на задачах автоматизации проектирования объектов сложной структуры и, наконец, на задачах экологии. Все эти годы он регулярно пишет и говорит о необходимости развития в стране междисциплинарных исследований, об огромных возможностях, которые открывают новые технологии обработки информации для оценки эффективности сложных систем и решений.

Я писал эту книгу с надеждой донести до широкого круга читателей идеи математического моделирования как метода научного анализа и синтеза сложных систем и решений. На содержательном материале математических моделей экономических процессов и систем я старался показать, в чем существо математического моделирования и где пределы возможного при исследовании сложных экономических проблем методами математического моделирования. Это итог двадцатилетних исследований. На долгом пути я встретил своих учеников, друзей и единомышленников, которые внесли существенный вклад в становление и развитие научного направления, которое я начал. Доктор физико-математических наук Игорь Гермогенович Поспелов получил фундаментальные результаты в моделировании природы рыночных механизмов. Доктору физико-математических наук Александру Алексеевичу Шананину принадлежат новые интересные результаты в теории агрегирования микроэкономических описаний. Кандидат физико-математических наук Николай Николаевич Оленев разработал новый класс математических моделей производства, а теперь с успехом занимается прикладными вопросами математического моделирования экономики России. Кандидат физико-математических наук Сергей Маратович Гуриев — еще совсем молодой ученый, но уже автор нескольких интересных и многообещающих работ по структурам экономики переходного периода. Доктор физико-математических наук Александр Владимирович Лотов и кандидат физико-математических наук Георгий Кириллович Каменев создали методы удобного и наглядного представления результатов вычислительных экспериментов для экспертного анализа и сравнения. Кандидат технических наук Людмила Яковлевна Поспелова участвует в разработке проекта интеллектуальной поддержки математического моделирования экономических систем и активно работает, чтобы создать действующую систему. Кандидат физико-математических наук Андрей Юрьевич Бузин разработал графический редактор, позволивший на порядок повысить эффективность поисковых исследований математических моделей экономики. В книге часто встречаются ссылки на их работы.

Считаю приятным долгом поблагодарить С.Н.Гоншорека, который благожелательной настойчивостью и помощью способствовал появлению этой книги.

Общеизвестно, что наша страна располагает высоким потенциалом научно–технического и социально–экономического прогресса. Мне хотелось бы, чтобы те, кто принимает решения, поняли, что наши научные школы в области математического моделирования сложных систем и решений, занимающие ведущее положение в мире, — существенная составляющая потенциала прогресса. Поэтому надо не только сохранить их, но как можно быстрее ввести в дело. Они к этому готовы, они этого добиваются.

Глава 1

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КАК ОБЪЕКТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Экономика существует независимо от нас как часть реального мира. Все без исключения вынуждены подчиняться сложившемуся порядку экономических вещей, а смена экономических явлений нам понятна не более, чем смена погоды. Однако в отличие от природы экономика есть продукт сознательной деятельности и социального развития людей на протяжении истории человечества. Экономика — эволюционирующая, самоорганизующаяся система, и этого достаточно, чтобы почувствовать, насколько сложны задачи, возникающие при математическом моделировании экономики. Известно, что в теоретической физике задачи фазовых переходов и описания формирования структур относятся к самым сложным и мало изученным. Например, синэргетика только-только начинает нащупывать общие принципы морфогенеза в нелинейных теплопроводных средах.

Широко распространены в нашей стране два крайних взгляда на природу экономики. Сторонники первого считают, что централизованно планируемая, административно регулируемая экономика дает полный простор развитию производительных сил и обеспечивает справедливое распределение общественного богатства. Сторонники второго полагают, что либеральная саморегулирующаяся экономика сама решает все проблемы и автоматически обеспечивает эффективное использование ресурсов на благо обществу.

Нам пришлось испытать последствия и того, и другого теоретического взгляда. Семьдесят лет господства плановой, командной экономики в СССР имели результатом расточение природных и человеческих ресурсов во имя создания народного хозяйства, структура которого была приспособлена к спросу бюрократии, прикрывавшейся высшими государственными интересами. В одной из ранних работ К.Маркс писал: ≪Бюрократия считает себя конечной целью государства. Так как бюрократия делает свои "формальные" цели своим содержанием, то она всюду вступает в конфликт с реальными целями. Она вынуждена поэтому выдавать формальное за содержание, а содержание — за нечто формальное. Государственные задачи превращаются в канцелярские задачи, или канцелярские задачи — в государственные. Бюрократия есть круг, из которого никто не может выскочить. Ее иерархия есть ИЕРАРХИЯ ЗНАНИЯ. Верхи полагаются на низшие круги во всем, что касается знаний частностей; низшие же круги доверяют верхам во всем, что касается понимания всеобщего, и, таким образом, они взаимно вводят друг друга в заблуждение.

Бюрократия есть мнимое государство наряду с реальным государством... Всеобщий дух бюрократии есть ТАЙНА, таинство. Соблюдение этого таинства обеспечивается в ее собственной среде ее иерархической организацией, а по отношению к внешнему миру — ее замкнутым корпоративным характером. Открытый дух государства, а также и государственное мышление представляется поэтому бюрократии ПРЕДАТЕЛЬСТВОМ по отношению к ее тайне. АВТОРИТЕТ есть поэтому принцип ее знания, и обоготворение авторитета есть ее ОБРАЗ МЫСЛЕЙ...» (*Маркс К., Энгельс Ф.* Соч., т.1, с. 271-272). Это — замечательная характеристика отношений, которые реально складываются в административно регулируемой экономике, основанной на государственной собственности. Деформация целей, искажение информации, необходимость поддерживать жесткую корпоративную изолированность и иерархию, всеобщее таинство, свойственные общественно-экономическому укладу СССР, в конечном счете стали причиной кризиса системы.

Наши реформаторы рассчитывали преодолеть кризис, разрушив старый экономический уклад и радикальным образом либерализовав экономические отношения. На деле оказалось, что можно быстро разрушить официальные экономические учреждения, но нельзя отменить ни сложившиеся реальные экономические структуры, ни реальные экономические отношения. Идеология экономического либерализма вообще ставит на первое место индивидуальную инициативу, индивидуальную ответственность за собственное благосостояние. А либерализация нашей экономики выпустила на волю стихию интересов людей, воспитанных старым экономическим укладом. Стремление к обогащению немногих, не стесненное прежними ограничениями, и пассивность большинства стали движущими силами формирования таких рыночных механизмов, которые вызвали невиданное доселе расточение всех ресурсов и дальнейшее обострение кризиса.

Между тем, именно сложившиеся экономические структуры и экономические отношения определяют характер развития экономики, поэтому они и должны быть предметом изучения и моделирования. В этой главе я рассмотрю, как политическая экономия подходит к анализу структур и отношений, и познакомлю с простейшими математическими моделями экономических структур.

1.1. Политэкономическое описание экономики

С тех пор, как начало складываться общество, отдельный человек никогда не производил всего, что потреблял. Более того, прогресс общества был следствием разделения труда и эффективной кооперации производителей материальных благ при том, что производители всегда оставались достаточно независимыми. Кооперация независимых производителей возникала по мере расширения обменов произведенными благами. На практике массовых обменов сложились специальные информационные структуры, которые давали людям сигналы об относительной ценности того, что они собирались произвести для обменов, и иерархические отношения, которые регламентировали правила обменов. Эти структуры, достаточно хорошо обеспечивающие кооперацию многочисленных независимых производителей и потребителей, и называются экономикой. Теперь в основном экономика регулирует физические, технологические, биологические, социальные процессы, из которых складывается материальная жизнь общества.

Система экономической иерархии представляет собой сложное переплетение отношений конкуренции, кооперации, подчинения и доминирования участников экономической деятельности. Деятельность верхних уровней иерархии — государственных экономических органов — у всех на виду, но не только и не столько она определяет течение экономических процессов. Даже самая жесткая централизация экономики не контролирует полностью индивидуальные экономические решения. При выработке и осуществлении экономической политики государство, не располагая полной информацией о состоянии каждой экономической ячейки, вынуждено полагаться на множество исполнителей. Каждый из них значительно лучше информирован о своей области деятельности, но имеет собственные интересы и в соответствии с ними нащупывает наилучший образ действий в сложившихся условиях. Именно более или менее независимая и повторяющаяся экономическая деятельность множества людей создает ту регулярность хозяйственных отношений, которую называют экономическими законами и механизмами. Государственные планы, заказы, законы изменяют условия деятельности, но часто люди реагируют на эти изменения совсем не так, как того ожидали инициаторы.

В этом отношении экономика принципиально сложнее любой технической управляемой системы. Техническая система создается ради достижения определенных целей, достаточно точно известны алгоритмы действия всех ее элементов, и для управления системой собирается вся необходимая информация о ее состоянии. У экономики не было и не может быть генерального конструктора, она — часть социального опыта всех ее участников. Никто из них не сможет собрать и обработать информацию, чтобы "думать за всех". Мало того, что пришлось бы составлять согласованный во времени и пространстве график производства, транспортировки сотен миллионов наименований продуктов для сотен тысяч предприятий, распределения продуктов через сотни тысяч промежуточных баз, складов, магазинов между сотнями миллионов потребителей. Люди, участвующие во всех операциях, устроены не проще, чем общество, которое они составляют, поэтому "думающий за всех" должен был бы учитывать индивидуальные вкусы, изменения моды, фантазию изобретателей, а самое главное — то, что знают и думают о его намерениях все остальные. Ему пришлось бы бесконечно рефлексировать, чтобы правильно спланировать согласованную экономическую деятельность.

От физических систем экономика отличается тем, что способна к саморазвитию, и в процессе эволюции в ней происходят необратимые качественные изменения. Общество накапливает и хранит исторический опыт, воплощенный в знаниях, идеологии, навыках, традициях, поэтому оно уже не то, что было прежде, и не может вернуться назад и повторить пройденное или выбрать иной путь развития. Упущенные возможности исчезают навсегда, и невозможно наблюдать всего, на что способна в принципе социально-экономическая система. Одни наблюдаемые экономические закономерности сменяются другими в отличие от физических законов.

Исторически возникло относительно немного экономических систем, было бы неверно считать их совсем обособленными, но и развивались они в разных условиях. Количественные данные об их развитии в сущности уникальны и их нельзя непосредственно сравнивать, как, например, физик сравнивает теплоемкость разных тел. Сравнивать можно только качественные особенности развития разных экономических систем, выявленные в результате содержательного теоретического анализа, а данные экономической статистики можно использовать, чтобы придать количественную определенность качественным выводам. Однако статистические данные приходится обрабатывать специальным образом, чтобы привести их в соответствие с понятиями и соотношениями теории.

Итак, экономика представляется открытой самоорганизующейся общественной системой, в рамках которой согласуется деятельность сотен миллионов независимых экономических субъектов, использующих природные и интеллектуальные ресурсы для создания материальных условий своего существования. Каждый из них так или иначе планирует свою деятельность, но чтобы планы были самосогласованными, им надо иметь необходимую информацию. Уже говорилось, что каждый экономический субъект имеет весьма ограниченную информацию о действиях остальных и о состоянии экономики в целом. Однако экономика, гениальное изобретение человечества, может всем доставлять информацию, достаточную для того, чтобы правильно планировать свою экономическую деятельность. Это — цены, которые дают денежное выражение эквивалентности разнородных материальных благ и видов деятельности. Планируя свою деятельность, экономический субъект ориентируется больше на цены, чем на знание намерений своих многочисленных контрагентов, тем более, что зачастую он не знает не только их планов, но и их самих. Изобретя деньги как всеобщий эквивалент полезности разнородных материальных благ, человечество упростило экономические отношения людей — сделало их в целом внеличностными.

Откуда же известны цены на сотни миллионов наименований товаров? Они устанавливаются рынками, специальными экономическими институтами, которые формируют правила обменов товарами между производителями и потребителями. Цены нащупываются на практике многочисленных сделок и становятся известными участникам рынка. Ясно, чем более открыт рынок, чем проще доступ на него, тем быстрее и точнее будет нащупана цена на товар. Поэтому принципы свободной конкуренции обеспечивают полную исходную информацию о возможностях всех продавцов и покупателей, а развитие коммуникаций и рыночных инфраструктур расширяет их круг и скорость распространения информации. В результате совершенствуется механизм формирования цен и повышается эффективность использования ресурсов. На наших глазах формируются международные рынки и образуются транснациональные корпорации, которые повышают эффективность экономики одних стран за счет эффективного использования природных и трудовых ресурсов других стран.

Заметим, что из сказанного следует, что цены нельзя рассчитать правильно заранее, "из головы". Можно, конечно, пытаться посчитать относительные цены по сложившимся нормам производственных затрат и экономическим связям производителей, но при этом надо иметь в виду, что сами нормы и связи формируются под влиянием цен или волевым образом. Опыт плановой административно регулируемой экономики показал, что волевым образом трудно установить экономически эффективные нормы и связи.

Что же такое рынок? Как ведут себя экономические субъекты, связанные рыночными отношениями? Какими понятиями и отношениями описывать состояние и эволюцию экономики? Эти вопросы стояли в центре внимания классической политической экономии, которая стала быстро развиваться в эпоху утверждения экономической свободы, на базе которой распространялся капиталистический способ производства. Собственник экономических благ, освобожденный от сословных и иных ограничений, взамен получал бремя заботы о выживании. Оно стимулировало в массе людей инициативность, предприимчивость, склонность к расчету на будущее и риску. Стимулы экономической деятельности людей становились более определенными, постоянными, потому что экономическая выгода стала залогом выживания. То же можно сказать и об отношениях экономически независимых людей — они сводились к отношениям обмена и распределения.

Классики политической экономии определяли предмет этой науки как регулярную жизнедеятельность человеческого общества, связанную с созданием и использованием материальных основ благосостояния. Политическая экономия исследовала благосостояние в связи со стимулами жизнедеятельности людей. Среди них выделялась фундаментальная категория — потребности человека, и экономическими (или материальными) благами назывались все вещи, которые могут непосредственно удовлетворять потребности или помогать производить такого рода вещи. Люди могут передавать их друг другу, обмениваться ими.

Большинство материальных благ не существуют готовыми в природе, а производятся, следовательно, удовлетворение потребностей сопряжено с затратой трудовых усилий. Каковы бы ни были внутренние побуждения, человек, затрачивая усилия, рассчитывает получить вознаграждение, чтобы удовлетворить потребности. В этом суть экономической деятельности людей. Поэтому очень разные люди ведут себя сходным образом в сходных экономических обстоятельствах, например, в магазине или в кресле управляющего. Только эти, обладающие определенной регулярностью и стабильностью, общие черты поведения (их называют "экономическим поведением") и следует учитывать при изучении экономики.

"Под микроскопом" экономика представляется полем деятельности множества отдельных лиц, групп и организаций, принимающих решения, что производить, чем обмениваться, как распределять, что потреблять, что запасать. В силу разделения труда разные люди занимаются разными делами и каждый из них выполняет в обществе определенную роль: наемного рабочего, торговца, управляющего, землевладельца, рантье и т.п. Почти всегда в обществе множество разных субъектов выполняют сходные роли, а каждый из субъектов играет множество ролей. Например, каждый наемный рабочий всегда и потребитель, а иногда и сберегатель.

С каждой ролью связана определенная свобода выбора тех или иных действий. Наемный рабочий может соглашаться или не соглашаться на данную зарплату, землевладелец может сдать землю в аренду, а может работать на ней сам, притом использовать ее поразному. Набор альтернатив определяется в первую очередь ролью, а не индивидуальностью субъекта. При выборе альтернативы субъект, исполняющий данную роль, преследует главным образом собственные интересы. Он находится в условиях неопределенности, потому что, как уже было сказано, не знает действий контрагентов. Продавцу неизвестно, кто у него будет покупать и когда придет покупатель;

предприниматель не знает, какую технологию или рыночную стратегию применит конкурент.

Согласование интересов, а затем и деятельности субъектов, играющих в экономике разные роли, обеспечивается механизмами рыночного отбора. Они могут быть самыми разными. Явными, как, например, законы, уставы, соглашения и санкции, или неявными, как, например, угроза разориться или цеховая этика. Отметив, что экономика — открытая система, я имел в виду не только то, что производство перерабатывает ресурсы природы, но и возможность выбытия из экономики одних субъектов и появление других. Угроза разорения — главный механизм отбора эффективного исполнения роли. Он обеспечивает эффективное использование ресурсов, но отнюдь не выживание слабого, неумелого или неудачливого, иными словами, не обеспечивает социальной справедливости. Например, если кто-то, занявшись коммерцией, не станет беспокоиться об увеличении прибыли, то быстро разорится, и его место займет другой. В результате почти всегда в роли коммерсанта мы будем видеть тех, чей интерес заключается в увеличении прибыли. Механизм отбора вырабатывает у субъектов интересы, объективно согласованные с исполняемой ими ролью. Типичного исполнителя данной роли в экономике называют экономическим агентом.

Механизмы отбора формируют интересы агентов, соответствующие системе ролей. Агенты нащупывают на опыте наиболее выгодную альтернативу из допустимых данной ролью. Большинство из них склонно без изменения повторять цикл своей деятельности, и этим обеспечивается регулярность экономических процессов и стабильность экономических структур "в большом". Но некоторые, проявляя присущую людям изобретательность в выборе средств достижения целей, изменяют функции, свойственные данной роли, и тем самым вызывают определенную перестройку системы ролей. В свою очередь, изменившаяся система ролей вызывает изменение интересов и целей экономических агентов, т.е. эволюцию экономики.

Не всегда этот процесс идет гладко. Бывает, что рассогласование интересов нарастает и вызывает социальный взрыв; иногда интересы согласуются за счет неэффективного использования материальных ресурсов, и тогда наступает экономический кризис. Старый экономический уклад разрушается, и начинается бурный, неустойчивый процесс самоорганизации нового экономического уклада. Уже десять лет, как мы свидетели такого процесса в СССР, а после его распада — в России и других бывших союзных республиках.

Если же эволюция идет более или менее гладко, условия согласованности ролей, интересов, целей, интеллектуальных и материальных ресурсов ограничивают возможные движения экономики и воспринимаются как экономические закономерности. Политическая экономия изучает "нормальную" постепенную эволюцию экономической деятельности и отношений. Более того, большинство известных экономистов отрицали плодотворность экономических скачков, не относя их к естественному развитию экономики.

В политической экономии нормальное состояние механизмов, регулирующих общественное воспроизводство, называется общим экономическим равновесием. В широком смысле равновесными называют такие состояния экономики, в которых сбываются планы большинства экономических агентов или, как принято говорить, реализуются их ожидания. Действуя более или менее независимо на основании ограниченной информации о внешних условиях, экономические агенты, в силу сложившихся отношений, действительно реализуют выгодную для себя комбинацию экономических благ. Можно сказать, что равновесие есть проявление свойства самоорганизации экономической деятельности массы людей.

Самоорганизация осуществляется посредством рынков. На рынках действуют две главные группы экономических агентов — покупатели и продавцы. За исключением торговцев-посредников, покупатели являются и потребителями, а продавцы — производителями. Это соответствует смыслу экономической деятельности агентов, который, как отмечено выше, заключается в затратах труда ради получения материальных благ, удовлетворяющих потребности. Политическая экономия начинает анализ рынков с описания законов потребительского спроса.

Для экономических агентов блага обладают полезностями, потому что каждая дополнительная единица блага полнее удовлетворяет потребности. Однако полезность единицы блага не постоянна. При прочих равных условиях каждая дополнительная единица удовлетворяет менее насущную потребность, поэтому полезность дополнительной единицы тем меньше, чем больше данного блага у экономического агента. Это — закон убывающей предельной полезности, первый основной постулат теории потребительского спроса.

Кроме того, экономическому агенту постоянно приходится соизмерять полезность одних и тех же благ в разные моменты времени. Экономическая наука основана на предположении, что при прочих равных условиях полезность ожидаемого блага меньше полезности блага, уже имеющегося в данный момент времени. Причин тому много: и объективные, выражающие некоторые надежды на неопределенное будущее состояние экономики, и субъективные, отражающие отношение экономического агента к неопределенному будущему. Действительно, в здоровой экономике объем предлагаемых благ увеличивается с течением времени — за счет того, что часть произведенных благ не потребляется, а накапливается. Экономический агент откладывает потребление известного блага сегодня, потому что вследствие общего роста ожидает в будущем получить и потребить больше того же блага. Если условия жизни и отношение к благам не изменяются, то оказывается, что теперешняя единица блага эквивалентна более, чем единице ожидаемого в будущем блага, и тем более, чем больше срок ожидания.

Соизмерение полезности одного и того же количества блага, ожидаемого в разные моменты времени, называют дисконтированием. С помощью дисконтирования полезность потребления блага (в том числе и денежного дохода) в разные моменты времени приводится к полезности его потребления в один и тот же выбранный момент времени, а норма дисконтирования, как следует из предыдущего, должна коррелировать с характерным темпом экономического роста. Фактор времени далее в расчет не принимается и рассуждения ведутся применительно к данному моменту времени.

По закону убывающей предельной полезности экономический агент согласен заплатить за каждую следующую дополнительную единицу блага все меньшую цену. Следовательно, в типичном, регулярном случае спрос на блага, удовлетворяющие повседневные потребности, убывает по мере роста цены. Это — закон спроса, и его можно пояснить следующим образом. Если рассматривать поведение покупателей на рынке на достаточно малых характерных временах, в течение которых можно считать неизменными не только образ жизни и вкусы экономических агентов, но их численность и доходы, то чем выше ожидаемая цена блага (при прочих равных условиях), тем меньше потребителей, желающих его приобрести, предпочтя другим благам; это будут только те потребители, у которых данного блага совсем мало, а таких относительно немного. Это верно в том случае, если потребители действуют независимо, не имея возможности договориться, чтобы совместными целенаправленными действиями влиять на цену.

Существуют так называемые товары Гиффина, спрос на которые увеличивается с ростом цены, однако я не буду их обсуждать.

Как уже говорилось, большинство благ, удовлетворяющих потребности экономических агентов и общества в целом, не существуют в готовом виде, а возникают в результате трудовых усилий. Трудовые усилия направлены на увеличение полезности вещей, которые являются предметами труда. Некоторые из возникающих благ нужны людям не сами по себе, а в помощь для создания других благ. Это — либо сырье, либо орудия труда; сырье перерабатывается в конечный продукт, а орудия труда оказывают услуги, повышая производительность труда.

Исследование рыночного равновесия в политической экономии продолжается описанием и анализом производства. Производитель, используя свои знания, опыт, организаторские способности, преобразует природные ресурсы и сырье с помощью средств производства и труда — собственного и людей, которых он нанимает, — в блага, которые он рассчитывает предложить потребителям. Все, что используется в производстве, называется факторами производства. Производитель должен приобретать их по определенным ценам в разные моменты времени. Комбинируя факторы производства, он рассчитывает в некоторые более или менее отдаленные моменты времени продать произведенные блага и получить за них выручку. Количество блага, поставляемого производителем на рынок за определенный промежуток времени, называют его предложением.

В расчет принимается та особенность производства, что расходы на приобретение факторов и ожидаемые выручки от продажи произведенных благ разнесены во времени, — как правило, расходы предшествуют выручкам. Среди факторов производства выделяются капитальные блага (капитал, или основные фонды), которые служат в течение времени, характерный масштаб которого больше характерного масштаба времени преобразования других материальных факторов (сырья, услуг) в производимые блага.

Стимулы деятельности производителей проявляются в соизмерении расходов на покупку факторов и выручки от ожидаемой продажи продуктов. Затрачивая деньги на покупку факторов производства, производитель тем самым отказывается от потребительских благ. Он предпочитает им будущие блага, которые рассчитывает получить за счет выручки. Сама по себе отсрочка удовлетворения потребностей является жертвой и заслуживает оценки, подобной дисконтированию полезности блага. Действительно, пусть сбережение одного рубля (чисто умозрительный пример для 1995 г.) через год приносит доход в пять копеек. Значит, один рубль, потраченный на приобретение фактора производства с расчетом получить выручку от продажи продукта через год, должен дать не меньше одного рубля и пяти копеек, иначе незачем было бы приобретать этот фактор производства. Как говорят экономисты, прошлые затраты накапливаются: они должны быть увеличены по правилу сложных процентов за период между затратой фактора производства и выпуском продукта. Соответственно, будущие расходы дисконтируются, так же как и будущие выручки.

Все выручки и все расходы с помощью процедур накопления и дисконтирования можно привести к одному, характерному для производства моменту времени. Тогда сумма всех расходов на факторы производства даст издержки производства, а сумма всех выручек — валовый доход. Производитель не будет начинать производство, если валовый доход не покрывает его издержек. Он будет стараться так организовать дело и выбрать такой объем предложения товара, при котором ожидает максимальную прибыль — разность валового дохода и издержек. Ясно, что прибыль будет увеличиваться до тех пор, пока выручка от дополнительно произведенной единицы продукта покрывает издержки на приобретение дополнительного количества факторов для ее производства. Значит, производитель спланирует такой объем производства, при котором издержки на последнюю единицу выпускаемого продукта (они называются предельными издержками) равны ожидаемой им цене на продукт. В политической экономии эту цену принято называть ценой предложения. Проблема сводится к изучению зависимости объема предложения от цены предложения.

Разница между дополнительной выручкой от применения в производстве дополнительной единицы фактора и дополнительной единицей издержек на покупку фактора называется предельной отдачей фактора производства. Политэкономическая теория производства опирается на закон убывающей предельной отдачи факторов производства. Закон гласит: при прочих равных условиях предельная отдача фактора уменьшается при увеличении количества фактора, используемого в производстве.

Как и другие законы политической экономии, закон убывающей предельной отдачи производственных факторов сформулирован как эмпирическое обобщение наблюдаемых факторов и справедлив только при определенных условиях. Отдача производственных факторов определяется технологией и организацией производства, если цены факторов производства и продуктов неизменны. Согласно политэкономическим воззрениям, технологию и организацию производства производитель нащупал по своим знаниям и разумению, сообразуясь с общей оценкой экономической конъюнктуры. Но вот она изменилась так, что появился стимул увеличить производство продукта. Здесь все зависит от характерного масштаба времени, в течение которого стимул будет действовать. Если этот масштаб меньше характерного масштаба времени, в течение которого производитель успеет расширить свое дело: построить новые помещения, установить дополнительное оборудование и т.п., — ему остается только изменить организацию производства. Например, ввести сверхурочные работы на имеющемся оборудовании, но тогда придется повысить зарплату работникам. В результате возрастут издержки на рабочую силу. Можно интенсифицировать работу оборудования, одновременно увеличив эксплуатацию работников, но тогда увеличится износ оборудования, участятся поломки. В результате снизится отдача основных фондов. Таким образом, закон убывающей предельной производительности справедлив на достаточно малых характерных временах, когда технологию и масштаб производства можно считать неизменными и надо учитывать лишь колебания цены предложения.

Цена предложения служит главным стимулом расширения производства и предложения товара на рынке. Из предыдущих рассуждений следует, что предложение товара будет расти при повышении цены предложения. В политической экономии принято говорить о нормальной цене предложения, которая зависит от издержек производителя.

Как и издержки производства, она зависит от характерного масштаба времени рассматриваемой экономической ситуации.

Рынок представляет собой экономический институт, посредством которого экономические агенты, предъявляющие спрос на товар, взаимодействуют с агентами, предлагающими товар. Рынок обеспечивает агентов необходимой информацией, предоставляет материальные условия для заключения сделок и удерживает контрагентов в рамках определенных, выработанных правил поведения.

Политическая экономия изучает процесс выравнивания спроса на товар и предложения товара в условиях рынка. Заранее предполагается, что рынок остается неизменным и что на нем в конечном счете устанавливается единая цена на товар, хотя в расчет принимается взаимодействие рынков разных товаров. Установившаяся единая цена выравнивает спрос и предложение товара. Эта цена называется равновесной, а соответствующее состояние рынка — равновесием. Традиционно политическая экономия занимается проблемой, как истолковать и установить границы, в которых справедлива теория, что рыночные механизмы самоорганизации приводят в соответствие предельную полезность товара, его меновую стоимость с рыночной ценой товара и предельными издержками его производства.

Исходная идея состоит в том, что в неизменных условиях сложившегося экономического уклада — при неизменных вкусах и предпочтениях, неизменной полезности денег, неизменных условиях производства и неизменных правилах поведения и взаимоотношений экономических агентов — экономические агенты в процессе рыночных взаимодействий самоорганизуются, т.е. каждый из них нащупывает такую комбинацию благ, которая имеет наибольшую полезность: производителю дает наибольшую прибыль, а потребителю наилучшим образом удовлетворяет потребности. Единица известного блага обменивается на рынке, если ее полезность для покупателя не меньше, чем для продавца, в противном случае сделка не состоится. Предельное состояние рынка, когда на нем остаются продавцы и покупатели, которые одинаково оценивают полезность блага, называют равновесием, а цену, выражающую эту полезность, — равновесной. Последние участники рынка совершают сделки, и совокупный спрос потребителей удовлетворяется совокупным предложением производителей. В этом состоянии цена товара равна, с одной стороны, его предельной полезности, а с другой — предельным издержкам производства. Предельные полезности товаров определяют их меновые стоимости, поэтому предельные издержки производства оказываются равными стоимости товара. Это гипотетическое состояние рынка экономисты называют статическим равновесием.

Все классики политической экономии в той или иной форме утверждали, что действие экономических сил, или невидимой руки, или человеческой мысли в конце концов приведет к тому, что издержки производства станут равными чему-то, что они называли стоимостью товара. Каждый раз так или иначе выражалась гипотеза о существовании статического равновесия и о способности рыночных механизмов самоорганизации привести экономическую систему в равновесие.

В политической экономии исходная идея развивалась в следующем направлении. Представим себе, что экономика эволюционирует, растет экстенсивным образом. Происходит чисто количественный рост при неизменных технологиях и организации производства и при неизменных условиях жизни, вкусах и предпочтениях потребителей. Пропорционально растут издержки, предложение товаров, спрос на них, богатство. В этих условиях структура экономики должна оставаться неизменной, и к изучению ее можно подходить как к статическому равновесию. Для каждого экономического агента все внешние показатели состояния экономики достаточно медленно изменяются примерно в неизменных пропорциях, так что каждый из них успевает нащупать новый экономически эффективный способ действия. Такое равновесие естественно назвать равновесным сбалансированным ростом.

Реальная же экономическая система никогда не находится ни в статическом равновесии, ни в состоянии равновесного сбалансированного роста. Поэтому политическая экономия ставит себе задачей изучение взаимодействия рыночного спроса на товары и предложения товаров с целью проанализировать соотношение цен на товары с издержками их производства. Общее правило, выведенное в политической экономии, таково: чем короче рассматриваемый период, тем сильнее на цену влияет спрос на товар, тем меньше связана она с издержками производства. Правило вытекает из обсуждения нормальной цены предложения, которое мы уже провели.

На этом закончу краткий очерк предмета и проблематики политической экономии, хотя он далеко не полон; более подробное изложение можно найти в книгах [2,3]. Я коснулся только совершенно конкурентного рынка товаров, тогда как экономическая наука детально изучает и олиголиполистические рынки товаров, и рынки труда, и финансовые рынки, и рынки природных ресурсов, и их взаимодействие. Пока же будет достаточно того, что было обсуждено, чтобы, во-первых, в следующих параграфах этой главы продемонстрировать, как классические математические модели экономического равновесия и роста придают строгость и содержательную определенность построениям политической экономии, а во-вторых, в следующей главе обсудить проблемы математического описания и анализа экономических структур, которые в этой главе, по существу, не затрагивались.

1.2. Математическая модель рыночного равновесия

Модели конкурентного равновесия основаны на гипотезе А.Маршалла о разделении времен. Они описывают результаты взаимодействия спроса на товары и их предложения на конкурентных рынках на характерных временах, в течение которых остаются неизменными вкусы и предпочтения потребителей, технологии и производственные мощности производителей, а также богатство экономических агентов. В этих условиях спрос на товары и их предложение регулируются только ценами спроса и ценами предложения; описание спроса основано на законе убывающей предельной полезности благ, а описание предложения — на законе убывающей предельной отдачи факторов производства. По классификации экономической науки — это среднесрочное равновесие, которое подстраивает комбинацию производственных факторов в пределах неизменных производственных мощностей под потребительский спрос.

Математическая экономика изучает условия, при которых существует равновесие, свойства равновесия и структуры равновесных цен спроса и предложения. Наверное, самым важным результатом теории равновесия было открытие глубокой взаимосвязи между задачами о рыночном равновесии и об оптимальном распределении ресурсов. Оказалось, что любую задачу распределения ресурсов можно переформулировать как задачу равновесия, а при некоторых условиях задачу равновесия — как задачу оптимального распределения ресурсов. Ценам в модели равновесия соответствуют множители Лагранжа в оптимизационной задаче. Этот факт в общей форме был установлен и изучен Л.В.Канторовичем [4].

Я рассмотрю простейшую модель рыночного равновесия и на ней постараюсь пояснить основные идеи математической теории общего экономического равновесия.

Представим себе рынок однородного товара, на котором некоторая совокупность независимых производителей предлагает товар. Производители находятся в отношениях совершенной конкуренции. Это означает, что предложение каждого из них мало по сравнению с общим предложением. Поэтому отдельный производитель не в состоянии своими действиями влиять на рыночную цену товара. Выбирая способ своей деятельности, производитель уверен, что сумеет реализовать весь свой продукт по рыночной цене.

Производственные возможности совокупности производителей задаются величиной их суммарной производственной мощности — максимально возможным выпуском продукта в единицу времени. Обозначим величину производственной мощности M и будем считать ее постоянной. Ради простоты рассмотрим только один фактор производства — однородную рабочую силу. Производители предъявляют спрос на рабочую силу, спрос каждого из них в отдельности не может влиять на цену единицы рабочей силы, используемой в единицу времени, — заработную плату. Заработная плата складывается на рынке рабочей силы под воздействием совокупного спроса всех независимых производителей, на нее и ориентируется каждый производитель, будучи уверенным, что по такой цене наймет необходимую рабочую силу.

Согласно воззрениям политической экономии, каждый производитель действует ради максимизации собственной прибыли при ожидаемой цене продукта p^s (цена предложения) и ожидаемой ставке заработной платы s^d (цена спроса). Вся совокупность производителей максимизирует суммарную прибыль в ценах p^s и s^d.

В неоклассической теории производства технологии и производственные возможности совокупности производителей описываются производственной функцией, которая задает зависимость максимального суммарного выпуска в единицу времени Y от производственной мощности M и количества используемой рабочей силы R. Постулируются следующие свойства производственной функции, которая обозначется $Y = F(M, R)$:

а) $Y = 0$, если $M = 0$ или $R = 0$ — производство невозможно, если нет хотя бы одного производственного фактора;

б) $Y = M$, если $R \geq R^*$, где $R^* = R^*(M)$ — количество рабочей силы, необходимой, чтобы полностью загрузить мощность; или если $M \leq M^*$, где $M^* = M^*(R)$ — мощность, которую полностью загружает количество рабочей силы R; смысл свойства в том, что выпуск ограничен производственной мощностью;

в) $\frac{\partial Y}{\partial M} > 0$ при $M > 0$, $\frac{\partial Y}{\partial R} > 0$ при $R < R^*$ — производственные факторы имеют ненулевую предельную отдачу;

г) $\frac{\partial^2 Y}{\partial M^2} < 0$ при $M > 0$, $\frac{\partial^2 Y}{\partial R^2} < 0$ при $R < R^*$ — закон убывающей предельной отдачи производственных факторов;

д) $\lambda Y = F(\lambda M, \lambda R), \lambda > 0$ — при изменении масштаба производства воспроизводятся прежняя технология и организация производства и нет экономии от увеличения масштаба производства.

В силу свойства д) производственную функцию можно представить в виде
$$Y = Mf(x), \quad x = R/M, \quad f(x) = F(1, x).$$

Очевидно
$$f(0) = 0, \quad f(x^*) = 1, \quad x^* = R^*/M;$$
$$f'(x) = \frac{df}{dx} = \frac{\partial Y}{\partial R} > 0, \quad f - xf'(x) = \frac{\partial Y}{\partial M} > 0 \text{ при } 0 \leq x < x^*;$$

$$f''(x) = \frac{d^2 f}{dx^2} = M\frac{\partial^2 Y}{\partial R^2} < 0 \text{ при } 0 \le x < x^*.$$

Таким образом, функция $f(x)$ — монотонно растущая, гладкая, вогнутая функция на полуинтервале $0 \le x < x^*$. Будем считать, что $f'(0)$ ограничена.

В гл. 2 будет представлено микроописание производства, из которого следуют свойства а) — д).

Суммарная прибыль производителей П равна разности ожидаемой выручки за предлагаемый товар и издержек производства, которые в данном случае состоят из оплаты занятой в производстве рабочей силы:

$$\Pi = p^s M f(x) - s^d R = M[p^s f(x) - s^d x].$$

Необходимые условия экстремума функции П:

$$p^s f'(x) - s^d = 0 \tag{1.2.1}$$

определяют спрос на рабочую силу, при котором, как легко видеть, прибыль максимальна.

Уравнение (1.2.1) выражает равенство предельных издержек s^d и предельной отдачи $p^s f'(x)$ рабочей силы при фиксированной производственной мощности. Функция $f'(x)$ монотонно убывает при $0 \le x < x^*$, и уравнение (1.2.1) однозначно разрешимо, если

$$f'(0) \ge s^d/p^s > f'(x^*).$$

Решение уравнения дает функцию спроса производителей на рабочую силу

$$x^d = x^d\left(s^d/p^s\right) = (f')^{-1}\left(s^d/p^s\right), \tag{1.2.2}$$

где $(f')^{-1}$ обозначает функцию, обратную к $f'(x)$. Функция спроса (1.2.2) — монотонно убывающая гладкая функция относительной цены s^d/p^s рабочей силы.

По спросу на рабочую силу легко найти функцию предложения товара

$$Y^s = Mf(x^d(s^d/p^s)) = Mf^s(s^d/p^s). \tag{1.2.3}$$

Функция предложения f^s — монотонно возрастающая гладкая функция относительной цены предложения p^s/s^d.

Наконец, можно построить функцию прибыли производителей:

$$\Pi\left(s^d/p^s\right) = p^s M\left[f^s\left(s^d/p^s\right) - \frac{s^d}{p^s}x^d\left(s^d/p^s\right)\right]. \tag{1.2.4}$$

Производители нанимают рабочую силу на рынке. Предлагает рабочую силу население, оно же является основным потребителем продукта. Население представляется однородной группой потребителей и работников. В соответствии с представлениями политической экономии, стимулом трудовой деятельности населения считают удовлетворение потребностей за счет оплаты рабочей силы.

Потребительское поведение населения описывается функцией полезности $U(C)$, где C — спрос на потребительский продукт. В неоклассической теории потребительского спроса постулируются следующие свойства функции полезности:

а) $\frac{\partial U}{\partial C} > 0$ при $C \geq 0$ — потребительский продукт полезен, каждая дополнительная единица повышает уровень удовлетворения потребностей;

б) $\frac{\partial^2 U}{\partial C^2} < 0$ при $C \geq 0$ — закон убывающей предельной полезности потребительских благ.

Иногда полагают, что функция полезности линейно-однородна относительно своих аргументов; в нашем простом случае это означает, что $U(C)$ линейно зависит от C; скажем, полезность потребления блага измеряется объемом его потребления в единицу времени. Далее при рассмотрении моделей равновесия и экономического роста $U(C)$ считается линейной.

Пусть количество работоспособного населения R_0 задано, оно ограничивает предложение рабочей силы. Население предлагает рабочую силу производителям, рассчитывая взамен получить наибольшее удовлетворение потребностей за счет купленного на рынке потребительского продукта. Размер покупки ограничен размером оплаты труда. Формально поведение населения описывается решением задачи

$$C \Rightarrow \max$$

при условиях

$$p^d C \leq s^s R, \quad R \leq R_0,$$

где p^d — цена спроса на потребительский продукт, а s^s — ожидаемая заработная плата (цена предложения рабочей силы), R — предложение рабочей силы.

Это — вырожденный вариант неоклассической модели потребительского спроса; ее достаточно, чтобы рассмотреть основные идеи теории равновесия.

Решение задачи выписывается очевидным образом и определяет функцию потребительского спроса населения

$$C^d = s^s R_0 / p^d \tag{1.2.5}$$

и функцию предложения рабочей силы

$$R^s = R_0. \tag{1.2.6}$$

Функция потребительского спроса монотонно убывает с ростом относительной цены спроса p^d/s^s, функция предложения рабочей силы от цен не зависит, а определяется условиями полной занятости.

Производители тоже предъявляют спрос на продукт. Размер их спроса ограничен ожидаемой прибылью $\Pi(s^d/p^s)$. Формально спрос производителей описывается так же, как и потребительский спрос населения — решением задачи оптимизации

$$J \Rightarrow \max$$

при условии

$$p^d J \leq \Pi(s^d/p^s),$$

где J — спрос производителей на продукт, а p^d — цена спроса. Функция спроса производителей выписывается очевидным образом

$$J^d = \frac{1}{p^d}\Pi(s^d/p^s). \tag{1.2.7}$$

Производители, будучи и потребителями, составляют часть населения. Свои усилия они включают в издержки на рабочую силу, назначая себе заработную плату. Прибыль образует еще один источник доходов производителей, часть ее они тратят на потребление. Однако в классической математической теории равновесия и экономического роста часто полагают, что вся прибыль инвестируется. Тем более, что до сих пор вопрос о разделении прибыли на потребляемую и инвестируемую части не имеет удовлетворительного решения. Соответственно считается, что купленный за счет прибыли продукт производители то ли откладывают в запас, то ли используют для расширения производства в будущем — одним словом, накапливают (или инвестируют, как принято говорить у экономистов).

И еще одно обстоятельство, которое следует пояснить. Вспомним, что модель описывает некоторую совокупность независимых производителей. Совокупный спрос производителей формируется как сложение множества независимых индивидуальных спросов. Формально считается, что они выпускают однородный продукт, а на самом деле подразумевается, что это суммарная стоимость многих разнородных продуктов. На рынке производители обмениваются между собой разными продуктами, в модели же описан обмен одним и тем же продуктом. Формально эта натяжка разрешается введением в функцию спроса J^d цены спроса p^d, отличной от цены предложения p^s. Спрос производителей монотонно уменьшается с ростом цены спроса и увеличивается с ростом цены предложения.

Равновесным называют такое состояние рынка, в котором на товар устанавливается единая цена, при которой суммарный спрос удовлетворяется предложением продукта, а суммарные доходы производителей покрываются суммарными потребительскими расходами. В общей теории условия равновесия выражаются неравенствами

$$Y^s(s/p) \geq J^d(s/p) + C^d(s/p), \qquad pY^s(s/p) \leq \Pi(s/p) + sR^s(s/p).$$

В нашем случае оба неравенства обращаются в равенства, в силу равенств (1.2.5)–(1.2.7). При этом оказывается, что второе из условий равновесия следует из первого. В математической экономике второе условие равновесия называют условием Вальраса. Оно описывает сохранение массы денег в обращении. Условие Вальраса замечательно тем, что экономисты много лет спорили, дает ли оно независимое уравнение равновесия.

Итак, равновесные рыночные цены определяются как решение уравнения

$$Y^s(s/p) = J^d(s/p) + C^d(s/p).$$

Подставим в него выражения (1.2.2)–(1.2.7) и приведем к виду

$$x^d(s/p) = x_0, \tag{1.2.8}$$

где $x_0 = R_0/M$ — относительное предложение рабочей силы на рынке рабочей силы, определяемое условием полной занятости. Последнее равенство выражает условие равновесия на рынке рабочей силы.

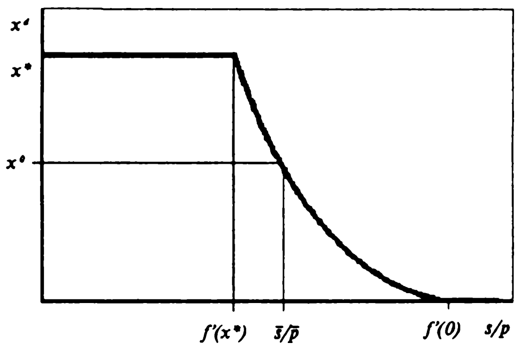


Рис. 1.1

На рис. 1.1 показан вид функции спроса $x^d(s/p)$ и равновесная относительная цена $\bar{s}/\bar{p}$. В нашем случае равновесие существует и единственно, если $x^0 \leq x^*$. Заметим, что в задаче нет характерного масштаба денежной массы, поэтому определяется только относительная цена. Масштаб цен остается неопределенным.

В обсуждаемой простой модели проявляется важное свойство конкурентного рыночного равновесия. Оно парето-оптимально или экономически эффективно, т.е. в равновесии полностью используются предлагаемая рабочая сила R_0 и произведенный продукт Y^s. Значит, равновесие надо искать среди парето-оптимальных распределений ресурсов и продуктов, и задаче о равновесии можно поставить в соответствие задачу об оптимальном распределении ресурсов.

Действительно, рассмотрим задачу

$$J + C \Rightarrow \max \tag{1.2.9}$$

при условиях

$$Mf(x) = J + C, \quad xM \leq R_0, \tag{1.2.10}$$

где R_0 — заданное количество рабочей силы. Выражение (1.2.9) получается сверткой спроса производителей и спроса населения с помощью относительных равновесных цен продуктов; в данном случае они одинаковы. Решение задачи очевидно: $\tilde{x} = \min(x_0, x^*)$, $\tilde{J}$ и $\tilde{C}$ любые, удовлетворяющие первому из условий (1.2.10). Тем не менее рассмотрим функцию Лагранжа, связанную с задачей. Ее можно привести к виду

$$L = (1-q)(J+C) + qMf(x) - rxM + rR_0,$$

где q и $r \geq 0$ — множители Лагранжа соответственно при первом и втором условиях (1.2.10). Если $q \neq 1$, то решение задачи либо вырождено, либо не существует. Невырожденное решение задачи сводится к отысканию максимума выражения $Mf(x) - rxM$ по $x \geq 0$. Из условия дополняющей нежесткости $r(R_0 - xM) = 0$ следует, что либо $xM < R_0$ и $r = 0$, либо $r > 0$ и $xM = R_0$. Если $R_0 > R^*$, то заведомо $r = 0$. Будем считать, что $R_0 \leq R^*$, и положим $r > 0$. Тогда рабочая сила используется полностью, и решение задачи сводится к отысканию максимума выражения прибыли $Mf(x) - rxM$. Условие максимума прибыли определяет в точности функцию спроса x^d (1.2.2), зависящую от множителя r. Значение r находится из условия $x^d(r) = x_0$, которое в точности совпадает с условием (1.2.8), и, следовательно, на решении $\bar{r} = \bar{s}/\bar{p}$ — равновесной относительной цене. Значит, равновесный дележ $\bar{J} = \Pi(\bar{s}/\bar{p})/\bar{p}$, $\bar{C} = (\bar{s}/\bar{p})R_0$ парето-оптимален.

Математическая модель экономического равновесия описывает состояние экономики, в котором она, строго говоря, никогда не бывает. Математическая теория отвечает на вопрос, при каких условиях на функции спроса и предложения равновесие существует и экономически эффективно. Или, иначе говоря, каковы должны были бы быть интересы экономических агентов, их отношения, чтобы равновесие было экономически эффективным и выгодным всем агентам.

Результаты теории равновесия замечательны, но при условии, что верна гипотеза: рыночные отношения порождают механизмы самоорганизации, которые всегда приводят рынок в состояние эффективного, выгодного для всех равновесия. На самом деле это не так, и кризисы рыночного хозяйства, регулярно возникавшие на протяжении новой истории западных стран, не оставляют в этом сомнений. Рыночное равновесие имеет ограниченную область устойчивости, и теряет устойчивость не потому, что равновесие кому-то стало невыгодным. Равновесие, его устойчивость надо изучать в общей постановке задачи об эволюции во времени экономических систем, на базе описания механизмов взаимодействия макроэкономических структур.

Еще Л.Вальрас рассматривал задачу об устойчивости равновесия, основываясь на локальных свойствах функций избыточного спроса. Однако, если считать функции спроса и предложения заданными, как это, кстати, принято в соответствии с гипотезой А.Маршалла о разделении времен, то равновесие оказывается либо устойчивым, либо неустойчивым. Хотелось бы нащупать границы устойчивости, оценить запас устойчивости, т.е. связать свойство устойчивости рыночных механизмов с параметрами, характеризующими производство и потребление, и медленным изменением этих параметров со временем вследствие общей эволюции экономики.

1.3. Математическая модель экономического роста

При описании рыночного равновесия предполагалось, что производственная мощность M не изменяется. Теперь будет показано, как учитывать изменение производственной мощности со временем на простейшем варианте модели экономического роста.

Модели роста описывают процессы производства, распределения и потребления на характерных временах, в течение которых не изменяются вкусы и предпочтения потребителей, а также технологии производства, но растет объем спроса и создаются новые производственные мощности.

В теории экономического роста изучаются программы распределения произведенной стоимости на потребление и накопление. Ставится задача о программе, максимизирующей общую дисконтированную полезность растущего потребления за выбранный период времени (горизонт планирования). Математические условия оптимальности программы дают возможность интерпретировать траекторию экономического роста как последовательность состояний равновесия рынка товаров. Если горизонт планирования достаточно велик, пропорции цен, спроса и предложения сохраняются постоянными на большей части оптимальной траектории. Это свойство, называемое магистральным, позволяет интерпретировать оптимальную траекторию роста как состояние долгосрочного равновесия.

Содержательные предпосылки моделей экономического роста заложены еще трудами Ф.Кенэ [5] и К.Маркса [6], которые изучали обращение разных частей общественного продукта в процессе общественного воспроизводства и выписывали натуральные и стоимостные балансы производства и распределения частей общественного продукта. Распространению моделей экономического роста способствовало открытие В.Леонтьевым относительной стабильности пропорций межотраслевых затрат [7]. Магистраль — особую траекторию роста, характеризующую структуру производства, — открыл автор первой модели роста Дж.фон Нейман [8].

Рассмотрим экономическую систему, в которой совокупность независимых производителей, находящихся в отношениях совершенной конкуренции, выпускает однородный продукт, используя в качестве производственного фактора однородную рабочую силу, предложение которой заданным образом изменяется со временем:

$$R^s = R_0 e^{\lambda_P t}, \quad t \geq 0, \tag{1.3.1}$$

где R^s — предложение рабочей силы; t — время; $\lambda_P \geq 0$ — темп роста рабочей силы; $R_0 \geq 0$ — постоянная.

При сделанных предположениях производственные возможности производителей в каждый момент времени задаются производственной функцией, описанной в предыдущем пункте. Произведенный однородный продукт может использоваться и как потребительский для удовлетворения потребностей населения, и как фондообразующий для создания новых производственных мощностей. Уравнение баланса производства и распределения продукта математически выражает сказанное:

$$Mf(x) = J + C, \quad x = R/M. \tag{1.3.2}$$

Здесь $J \geq 0$ — количество продукта, использованного в единицу времени в качестве фондообразующего; $C \geq 0$ — количество продукта, использованного в качестве потребительского; R — количество использованной в производстве рабочей силы. Каждая величина определена при $t \geq 0$, они относятся к одному и тому же моменту времени.

Использование рабочей силы в каждый момент времени ограничено ее предложением (1.3.1):

$$R \leq R^s. \tag{1.3.3}$$

С течением времени производственная мощность увеличивается за счет ввода в строй новой мощности и уменьшается в результате деградации из-за старения оборудования — учащения поломок, выхода из строя и т.п. В математической экономике процесс создания новой мощности описывается постоянной времени b — коэффициентом приростной фондоемкости. По определению b обозначает количество фондообразующего продукта, которое необходимо использовать для создания единицы новой мощности. Если вспомнить, что мощность определяется как максимально возможный выпуск продукта в единицу времени, то ясно, что постоянная b имеет размерность времени. Ее можно считать характерным масштабом времени, за которое мощность изменяется на величину порядка единицы. Если в единицу времени создается I единиц новой мощности, то необходимо использовать

$$J = bI \tag{1.3.4}$$

единиц фондообразующего продукта.

В математической экономике широко используется предположение, что деградация основных фондов приводит к уменьшению мощности во времени с постоянным темпом μ.

Итак, скорость изменения мощности во времени

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M, \tag{1.3.5}$$

и соотношения (1.3.1)–(1.3.5) образуют простейший вариант математической модели экономического роста.

Траектория экономического роста определяется начальным условием

$$M(0) = M_0 \tag{1.3.6}$$

и функцией $I(t)$, $\quad t \geq 0$, допустимой в смысле условий и ограничений (1.3.1)–(1.3.4). Таким образом, модель (1.3.1)–(1.3.6) допускает множество траекторий роста, которые зависят от степени использования предлагаемой рабочей силы $R^s(t)$ и от распределения продукта на фондообразующий $J(t)$ и потребительский $C(t)$.

Среди траекторий экономического роста выделяют характерные траектории сбалансированного экспоненциального роста, на которых выполняются два дополнительных условия: полной занятости в (1.3.3) и $x = const$ в (1.3.2). Из этих условий и уравнения (1.3.5) следует, что $M = M_0 e^{\lambda_P t}, R_0 = xM_0$ и $I = (\lambda_P + \mu)M$. Уравнение баланса (1.3.2) вместе с соотношением (1.3.4) дает ограничение, описывающее множество траекторий сбалансированного экспоненциального роста с заданным темпом λ_P:

$$f(x) = b(\lambda_P + \mu) + \omega x, \tag{1.3.7}$$

где $\omega = C/R^s$ — количество потребительского продукта на одного занятого в производстве. Множество траекторий экспоненциального сбалансированного роста определяется параметром $x = R_0/M_0$ из допустимого множества $0 \leq x \leq x^*$ и характеризуется показателем душевого потребления ω.

2. Петров А.А.

В этом множестве существует траектория, на которой показатель ω максимален. Чтобы определить ее, продифференцируем ω в силу уравнения (1.3.7):

$$f'(x) = \omega + x\frac{d\omega}{dx}.$$

Необходимое условие экстремума $\frac{d\omega}{dx} = 0$ выделяет искомую траекторию условием

$$f'(x) = \omega. \tag{1.3.8}$$

Действительно, дифференцируя равенство (1.3.7) еще раз, находим, что в точке экстремума

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} = \frac{f''(x)}{x} < 0$$

в силу свойств функции $f(x)$.

Величину x на траектории с максимальным ω находим из уравнения

$$f(x) = b(\lambda_P + \mu) + xf'(x). \tag{1.3.9}$$

Легко видеть, что положительное решение уравнения $x \leq x^*$ существует, если выполнено условие продуктивности $1 - x^* f'(x^*) - b(\lambda_P + \mu) > 0$. Самое простое необходимое условие продуктивности имеет вид $1 - \mu b > 0$ и допускает ясную экономическую интерпретацию. Величина μb — количество фондообразующего продукта, необходимое для компенсации уменьшения единицы мощности в единицу времени из-за ее деградации. Производство продуктивно, если это количество меньше единицы, т.е. того количества продукта, которое можно выпустить на единице мощности в единицу времени.

Условие (1.3.8) относится к классическим результатам математической экономики и называется "золотым правилом роста" Р.Солоу. Оно допускает ясную экономическую интерпретацию. Производная $f'(x)$ задает предельную производительность рабочей силы на траектории сбалансированного экспоненциального роста. Душевое потребление занятых на траектории максимально при условии, что оно (потребление на душу) в точности равно предельной производительности рабочей силы. Заметим, что если на траекториях сбалансированного экспоненциального роста относительная цена s/p постоянна и занятые покупают потребительский продукт на заработную плату, то можно полагать $\omega = s/p$. Тогда "золотое правило роста" (1.3.8) трансформируется в условие максимума прибыли производителей (1.2.1) на траектории "золотого роста". Это наводит на мысль, что траекторию "золотого роста" можно интерпретировать как равновесную структуру, самоподобно расширяющуюся с темпом роста количества используемой рабочей силы.

Чтобы проверить эту гипотезу, обратимся к главному объекту математической теории экономического роста — задаче об оптимальной программе экономического роста. Сформулируем простой вариант задачи, основываясь на модели роста (1.3.1)–(1.3.5).

В момент времени $t = 0$ ставится задача об оптимальном распределении произведенного продукта на накопление и потребление на заданном отрезке времени $[0, T]$. Качество распределения характеризуется суммарной дисконтированной полезностью потребительского продукта, накопленного на соответствующей траектории роста. Как и прежде, для простоты считаем, что полезность измеряется количеством потребительского продукта на единицу рабочей силы в единицу времени. Кроме того, опять-таки ради простоты, будем считать, что норма дисконтирования равна нулю, т.е. полезность ожидаемого в будущем блага та же, что и полезность того же блага, имеющегося сейчас.

При сделанных предположениях оптимальная программа определяется как следующая задача оптимального управления:

$$\int_0^T \frac{C(t)}{R^s(t)} dt \Rightarrow \max$$

при условиях

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M, \qquad M(0) = M_0, \qquad 0 \le t \le T,$$

$$Mf(R/M) = bI + C, \quad R \le R^s, \quad R^s = R_0 e^{\lambda_P t}, \quad 0 \le t \le T,$$

стесняющих управления $I(t), C(t), R(t)$. Чтобы привести задачу к стандартному виду, допускающему применение принципа максимума Понтрягина, введем новые переменные ρ, u и v, определенные соотношениями:

$$\rho = \frac{M}{R^s}, \quad \sigma = \frac{I}{R^s}, \quad \omega = \frac{C}{R^s}, \quad v = \frac{R}{R^s},$$

$$\sigma = \frac{u}{b} f\left(\frac{v}{\rho}\right) \cdot \rho, \quad \omega = (1-u) f\left(\frac{v}{\rho}\right) \cdot \rho.$$

В новых переменных задача об оптимальной программе принимает вид:

$$\int_0^T (1-u) f(v/\rho) \cdot \rho dt \Rightarrow \max,$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{u}{b} f\left(\frac{v}{\rho}\right) \cdot \rho - (\lambda_P + \mu)\rho, \quad \rho(0) = \rho_0, \tag{1.3.10}$$

$$0 \le u \le 1, \quad 0 \le v \le 1. \tag{1.3.11}$$

Вводим сопряженную переменную $p(t)$, составляем функцию Гамильтона

$$H = p\left[(u/b)f(v/\rho)\rho - (\lambda_P + \mu)\rho\right] + (1-u)f(v/\rho)\cdot\rho$$

и по ней выписываем уравнение для сопряженной переменной:

$$\frac{dp}{dt} = (\lambda_P + \mu)p - \left[((p/b) - 1)u + 1\right]\cdot\left[f(v/\rho) - (v/\rho)f'(v/\rho)\right]. \quad (1.3.12)$$

Конец оптимальной траектории не закреплен, поэтому при $t = T$ должно выполняться условие трансверсальности

$$p(T) = 0.$$

Согласно принципу максимума Понтрягина, в каждой точке оптимальной траектории функция Гамильтона достигает максимума на множестве допустимых управлений u, v (1.3.11). Используем это необходимое условие, чтобы исследовать структуру оптимального управления. Функция Гамильтона линейно зависит от u:

$$H = \left[((p/b) - 1)u + 1\right]\cdot f(v/\rho)\cdot\rho - (\lambda_P + \mu)p\rho, \quad (1.3.13)$$

поэтому каково бы ни было $v \neq 0$ на оптимальной траектории, из принципа максимума следует, что оптимальное управление $\tilde{u}$ имеет вид:

$$\tilde{u} = 0, \text{ если } p < b; \qquad 0 < \tilde{u} < 1, \text{ если } p = b; \qquad \tilde{u} = 1, \text{ если } p > b.$$

Чтобы построить оптимальное управление v, заметим, что на оптимальной траектории выражение $[(p/b) - 1]u + 1$ равно 1 при $0 \leq u < 1$ и p/b при $u = 1$. В силу свойств функции $f(v/\rho)$, функция Гамильтона монотонно возрастает по v, поэтому на оптимальной траектории $\tilde{v} = 1$, т.е. выполняется условие полной занятости.

Теперь можно построить картину оптимальных программ на фазовой плоскости (ρ, p) системы дифференциальных уравнений (1.3.10), ((1.3.12). Во-первых, заметим, что в силу условия трансверсальности (1.3.13) на последнем участке оптимальной траектории заведомо $\tilde{u} = 0$. Значит, в окрестности точки $p = 0$ в силу свойств функции $f(v/\rho)$ производная $\frac{dp}{dt} < 0$ при любом ρ, т.е. все оптимальные траектории содержатся в положительном квадранте плоскости (ρ, p). Во-вторых, на линии $p = b$ происходит переключение оптимального управления $\tilde{u}$.

Выше линии переключения, при $p > b$, точка, представляющая систему, движется по фазовой траектории в силу уравнений

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{b}f\left(\frac{1}{\rho}\right)\rho - (\lambda_P + \mu)\rho, \quad \frac{dp}{dt} = \left[b(\lambda_P + \mu) - f\left(\frac{1}{\rho}\right) + \frac{1}{\rho}f'\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]\cdot\frac{p}{b}. \quad (1.3.14)$$

Ниже линии переключения, при $p < b$, точка движется по фазовой траектории в силу уравнений

$$\frac{d\rho}{dt} = -(\lambda_P + \mu)\rho, \quad \frac{dp}{dt} = (\lambda_P + \mu)p - \left[f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho}f'\left(\frac{1}{\rho}\right)\right]. \quad (1.3.15)$$

На линии переключения, при $p = b$, находится точка, в которой $dp/dt = 0$ и в силу второго уравнения системы (1.3.14), и в силу второго уравнения из (1.3.15). Она определяется решением системы уравнений

$$uf\left(\frac{1}{\rho}\right) = b(\lambda_P + \mu), \quad f\left(\frac{1}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho}f'\left(\frac{1}{\rho}\right) - b(\lambda_P + \mu) = 0. \quad (1.3.16)$$

Из первого уравнения по известному $\hat{\rho}$ находим $\hat{u}$, а решая второе уравнение, находим стационарное значение $\hat{\rho}$. Второе уравнение (1.3.16) в точности совпадает с уравнением (1.3.9), следовательно, рассматриваемая точка представляет траекторию сбалансированного экспоненциального роста, на которой величина потребительского продукта на единицу рабочей силы ω максимальна.

Нетрудно представить себе фазовую картину оптимальных траекторий. Первое из уравнений (1.3.14) допускает устойчивую стационарную точку, которая определяется решением уравнения

$$f\left(\frac{1}{\rho}\right) = b(\lambda_P + \mu).$$

Если выполнено необходимое условие продуктивности $1 - \mu b > 0$, а темп роста λ_P достаточно мал, то решение уравнения $(\rho_c)^{-1} = x_c \leq x^*$ допустимо ограничением по мощности. Будем рассматривать только траектории роста, полагая $\rho_0 < \rho_c$. Тогда оптимальные траектории заполняют полуполосу $\rho \leq \rho_c, p \geq 0$, и выше линии переключения производная $d\rho/dt \geq 0$. Из уравнения (1.3.15) заключаем, что ниже линии переключения производная $d\rho/dt \leq 0$.

Выше линии переключения производная $dp/dt = 0$ на линии $\rho = \hat{\rho}$, а ниже линии переключения $dp/dt = 0$ на кривой

$$p = \frac{f(1/\rho) - (1/\rho)f'(1/\rho)}{\lambda_P + \mu},$$

которая проходит через стационарную точку $\rho = \hat{\rho}, p = b$ и монотонно падает с ростом ρ. Левее и ниже кривой, на которой $dp/dt = 0$, производная $dp/dt < 0$, а правее и выше $dp/dt > 0$.

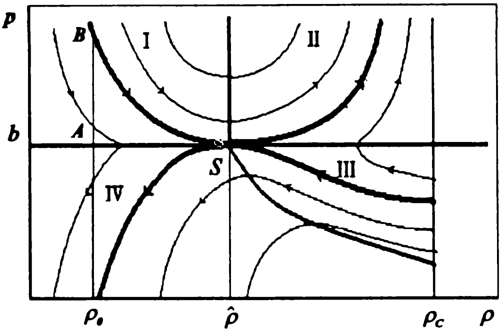


Рис. 1.2

Теперь можно построить поле направлений, а по нему и картину фазовых траекторий. Фазовая картина оптимальных программ представлена на рис. 1.2. В области I — $d\rho/dt > 0, dp/dt < 0$; в области II — $d\rho/dt > 0, dp/dt > 0$; в области III — $d\rho/dt < 0, dp/dt > 0$; в области IV — $d\rho/dt < 0, dp/dt < 0$. Буквой S обозначена стационарная точка.

Точка, представляющая систему, движется по фазовым траекториям с конечной скоростью, которая определяется уравнениями (1.3.14) и (1.3.15). Например, на рис. 1.2 показаны начальные точки A и B двух разных оптимальных траекторий, у которых одни и те же начальные ρ_0, но разные плановые горизонты $T_1 < T_2$ и, следовательно, разные p_0. Время движения по траектории B складывается из времени движения в стационарную точку, времени движения в режиме сбалансированного экспоненциального роста и времени перехода в конечную точку, которая определяется условием $p = 0$. Время выхода в стационарную точку и время перехода из нее в конечное состояние не зависят от длительности планового периода T_2. Следовательно, чем больше плановый период T_2, тем большую его часть оптимальная траектория будет стационарным режимом S, а при $T \to \infty$ — почти все время.

Значит, траектория сбалансированного экспоненциального роста в целом характеризует оптимальную программу экономического роста тем лучше, чем продолжительнее оптимальная программа. Бесконечные оптимальные программы почти целиком представляются траекторией сбалансированного экспоненциального роста, которая характеризует структуру модели экономического роста. В математической экономике ее называют неймановским лучом, или магистралью.

Так вольно описанное нами свойство оптимальных траекторий "притягиваться" к неймановскому лучу в теории экономического роста формулируется строго как теорема о магистрали и доказывается при разных предположениях относительно модели роста. Содержание теории экономического роста, можно сказать, исчерпывается теоремой о магистрали.

Обратимся к экономической интерпретации результатов теории экономического роста. В каждой точке оптимальной программы экономического роста выполнено условие максимума функции Гамильтона. В исходных переменных условие максимума записывается как следующая задача оптимального распределения ресурсов:

$$pI + C \Rightarrow \max \tag{1.3.17}$$

при условиях

$$\tilde{M}f(x) = bI + C, \quad x = \frac{R}{\tilde{M}}, \quad R \leq R^s, \quad 0 \leq t \leq T, \tag{1.3.18}$$

где $\tilde{M}$ — значение мощности на оптимальной траектории, а цена p определяется непрерывным решением уравнений (1.3.12), (1.3.13) с краевыми условиями на ρ и p.

В математической экономике обсуждаемую нами модель называют "макроэкономической моделью роста". Выпуск Y интерпретируют как валовый национальный продукт, часть его bI — как фонд накопления, C — как фонд потребления и т.п. Тогда условия (1.3.17), (1.3.18) гласят, что на оптимальной программе экономического роста в каждый момент времени валовый национальный продукт (1.3.17), исчисленный в специальных ценах, достигает максимума на технологическом множестве, определяемом оптимальной программой (1.3.18). Цены вновь создаваемых мощностей подчиняются уравнению (1.3.12). Его можно представить в виде

$$\frac{dp}{dt} = (\lambda_P + \mu)p - \left[\frac{p}{b}u + (1-u)\right]\frac{\partial Y}{\partial M}$$

и дать ему следующее экономическое истолкование. Дополнительная единица мощности дает дополнительный продукт в количестве $\frac{\partial Y}{\partial M}$ в единицу времени. Доля u этого количества используется как фондообразующий продукт и обеспечивает $(u/b)\frac{\partial Y}{\partial M}$ дополнительных единиц мощности, стоимость которых $p(u/b)\frac{\partial Y}{\partial M}$. Доля $1-u$ продукта, произведенного на дополнительной единице мощности, используется как потребительский продукт. Цена потребительского продукта при определении его полезности была принята равной единице, поэтому $[p(u/b) + (1-u)] \cdot \frac{\partial Y}{\partial M}$ задает суммарную стоимость дополнительного продукта в ценах, связанных с оптимальной программой. Как принято говорить у экономистов, эта стоимость переносится в единицу времени с мощности на произведенный продукт. Поэтому она вычитается из цены мощности каждую единицу времени. Далее, в единицу времени выбывает доля μ единицы мощности. Кроме того, так как ρ

измеряет мощность через количество рабочей силы R^s, которое растет с темпом λ_P, относительная единица мощности уменьшается на долю λ_P в единицу времени. Следовательно, чтобы восполнить единицу мощности, надо создать $\lambda_P + \mu$ новых единиц мощности в единицу времени. Соответственно в каждую единицу времени к стоимости единицы мощности надо добавлять стоимость $p(\lambda_P + \mu)$.

Таким образом, уравнение изменения цены мощности выражает некоторое правило ценообразования, сохраняющее стоимость. Его можно интерпретировать и так, что количество денег в системе остается неизменным. Составим производную по времени стоимости мощности $p\rho$ в силу уравнений (1.3.14), (1.3.15). Нетрудно показать, что

$$\frac{d}{dt}(\tilde{p}\tilde{\rho}) = -\tilde{\omega} + [(\tilde{p}/b)\tilde{u} + (1-\tilde{u})] \cdot f'(1/\tilde{\rho}).$$

Интегрируя это выражение по времени в пределах $0, T$ и учитывая свойства производной $f'(x)$, находим

$$\int_0^T \tilde{\omega}\,dt = \tilde{p}_0\rho_0 + \int_0^T \left[\frac{\tilde{p}}{b}\tilde{u} + (1-\tilde{u})\right] \cdot \left(\widetilde{\frac{\partial Y}{\partial R^s}}\right) dt.$$

Последнее слагаемое в правой части равно дополнительной стоимости, которую даст на оптимальной траектории дополнительная единица рабочей силы, привлеченная в начальный момент времени $t = 0$. По смыслу

$$s_0 = \int_0^T \left[\frac{p}{b}\tilde{u} + (1-\tilde{u})\right] \left(\widetilde{\frac{\partial Y}{\partial R^s}}\right) dt$$

является двойственной оценкой ограничения (1.3.3), ее можно интерпретировать как ставку заработной платы в момент времени $t = 0$, когда составляется программа. Таким образом, произведенная на оптимальной траектории стоимость равна начальной стоимости производственных факторов:

$$\int_0^T \tilde{\omega}\,dt = \tilde{p}_0\rho_0 + \tilde{s}_0.$$

Действительно, суммарная стоимость на оптимальной программе сохраняется.

Задача (1.3.17), (1.3.18) того же типа, что и задача (1.2.9),(1.2.10) об оптимальном распределении ресурсов. На технологическом множестве (1.2.10) ищется максимум спроса производителей и населения, который свернут с помощью относительных равновесных цен. Так же и выражение (1.3.17) можно считать сверткой спроса на расширение мощности и спроса на потребление с помощью равновесных цен, определяемых условиями (1.3.12), (1.3.13) на оптимальной траектории. Оптимальную траекторию можно интерпретировать как последовательность состояний рыночного равновесия при специальным образом определенных равновесных ценах.

На неймановской траектории равновесного сбалансированного роста задача (1.3.17), (1.3.18) в точности совпадает с задачей (1.2.9), (1.2.10):

$$bI + C \Rightarrow \max$$

при условиях

$$\tilde{M}_0 f(x) = bI + C, \quad x = \frac{R}{\tilde{M}_0}, \quad R \leq \tilde{R}_0,$$

где $\tilde{M}_0$ и $\tilde{R}_0$ — заданные постоянные. Среди решений этой задачи содержится и невырожденное равновесное распределение валового национального продукта, которое обсуждалось в разделе 1.2. Следовательно, неймановскую траекторию сбалансированного экспоненциального роста можно интерпретировать как состояние долгосрочного рыночного равновесия. Равновесие определяет структуру экономики, и эта структура воспроизводится в процессе экономического роста.

Неймановская траектория, или магистраль, описывает экстенсивный рост экономики, структура которой обеспечивает технологически максимально возможное потребление на душу рабочей силы.

Результат, полученный на простой модели, переносится на общий случай многопродуктового многофакторного производства. На траектории сбалансированного экспоненциального роста сохраняется структура выпусков продуктов и затрат факторов. Это те условия, при которых справедливы матричные линейные модели производства, в частности, модели межотраслевого баланса В.Леонтьева.

На этом закончим изложение основных результатов теории экономического равновесия и роста. Конечно, оно далеко не полно, не претендует на общность и строгость. Строгое и полное изложение теории равновесия и роста можно найти во многих известных книгах по математической экономике, например [9]. Нам же потребовалось только то, что раскрывает предпосылки теории и характеризует содержание результатов.

Оптимальное распределение валового национального продукта на фонды накопления и потребления могло бы быть реализовано некоторыми идеальными рыночными механизмами при условии, что рынок имеет точную информацию о будущей суммарной дисконтированной предельной отдаче производственных факторов, чтобы специальным образом регулировать равновесную цену. В действительности такого рода информацию дает экономическим агентам кредитно-финансовая система: рынки ценных бумаг, рынки ссуд и депозитов. На них складываются характерные величины нормы процента, которые позволяют оценивать экономическую эффективность вариантов инвестиций или выгодность сбережений. Такого рода рыночные механизмы регулируют действительный экономический рост.

И реальные процессы ценообразования не похожи на то, что интерпретируется как ценообразование в теории оптимального экономического роста. Система денежного обращения и кредитно-финансовая система существенно влияют на изменение цен во времени. Во-первых, экономический рост сопровождается увеличением денежного оборота для обслуживания растущего объема сделок, поэтому растет спрос на деньги и осуществляется их эмиссия, что ведет к росту общего уровня цен. Во-вторых, экономический рост стимулирует сбережения и требует инвестиций. В результате для экономического роста в современных условиях типична некоторая контролируемая инфляция. В модели оптимального роста экономическая интерпретация сопряженной переменной как цены, наоборот, дает представление, что уровень цен снижается в процессе роста.

Банковская система включает тех экономических агентов, которые контролируют финансовые рынки и регулируют их равновесие, а тем самым и экономический рост, поэтому в модели экономического роста надо включать описания денежного обращения и деятельности банковской системы.

Глава 2

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СТРУКТУР

После обсуждения содержательной политэкономической модели экономики остался открытым вопрос, кто же такой (или что же такое) экономический агент? Было только сказано, что это субъекты, удачно приспособившиеся к избранной роли в экономике. Но ведь ясно, что и в типовых ситуациях люди ведут себя бесконечно разнообразно. Скажем, для двух потребителей полезность единицы одного и того же блага в одном и том же месте, в одно и то же время, при одинаковом количестве блага и при одинаковом доходе может быть разной. Недаром австрийскую школу экономики называют субъективно-психологической.

Все великие экономисты подчеркивали, что политическая экономия претендует на то, чтобы изучать экономическую природу человека, не отвлекаясь от остального богатства проявлений личности. В то же время в трудах по политической экономии рассуждения ведутся о "типичном производителе", о "нормальных условиях производства в сложившихся условиях", "среднем потребителе" и т.п. Как можно понять, все это — не индивидуальные субъекты и условия, а представители каких-то групп, событий и т.п. Или — совокупности субъектов, каким-то образом классифицированных как некоторая группа или класс. Они чем-то похожи, и их объединили, охарактеризовав показателями совокупных результатов деятельности. Обратим внимание на то, что только сейчас мы заговорили о макроэкономических величинах, хотя неявно они использовались при описании математических моделей экономического равновесия и роста. В рассуждениях экономистов нельзя увидеть четкой грани между микроэкономическими и макроэкономическими объектами и структурами. Скорее, было условлено: если речь идет о фирме или о типичном потребителе, то это — микроэкономика, а если о национальной экономике, то это — макроэкономика.

Таким образом, окзывается, что объект исследования политической экономиии не вполне определен, да и наблюдать его непосредственно нельзя. В самом деле, как отыскать типичного или группу всех похожих? Можно только использовать данные экономической статистики, например, национальных счетов или балансов производства и распределения продукции, и кропотливо выуживать группы, совокупные показатели которых напоминают какие-то инварианты. Кстати, так и поступают при анализе структуры экономики.

Математические модели, как можно было видеть, не прояснили вопрос. Функция спроса и производственная функция были введены формально, единственными нетривиальными и ясными содержательными соображениями были законы убывающей предельной полезности и убывающей предельной производительности. Модели прояснили качественные свойства равновесия и роста, но осталось непонятным, как верифицировать продукт или цену. Сразу же возник разрыв между математической теорией политической экономии и практической экономикой.

Заметим, что с подобным положением вещей можно столкнуться в физике и даже в механике — самой старой и хорошо развитой физической дисциплине. Например, до сих пор дискутируется вопрос, могут ли уравнения движения вязкой жидкости Навье-Стокса описывать турбулентные течения.

Тем не менее в практической экономике, в экономической статистике уже давно нащупаны универсальные эмпирические приемы количественного выражения результатов экономической деятельности фирм или уровня потребления групп населения, индексов цен групп товаров и т.п. Более того, оказывается, что только такого рода величины дают возможность разобраться в тенденциях движения экономики или сравнивать эффективность разных фирм. Например, цена отдельного товара совершенно нерегулярно изменяется во времени, тогда как специальным образом построенный индекс цен на группу товаров изменяется плавно и дает возможность выявить тенденцию движения цен.

С помощью цен исчисляются разного рода экономические индексы. Возникает ощущение, что цены не только соизмеряют потребительные ценности разнородных благ, но являются своеобразными индикаторами, позволяющими наблюдать некоторые макроструктуры, образующиеся в результате процессов самоорганизации. Скалярные величины суммарных стоимостей характеризуют эволюцию этих структур, пока они остаются относительно стабильными. Примеры таких структур: чистые отрасли в межотраслевых балансах, потребительские группы в статистике потребления населения, отделимые группы продуктов в статистике потребительского спроса. Оказывается, что обмены суммарными стоимостями между макроструктурами достаточно хорошо отражают их внутреннее состояние. По этой причине сложнейшая система, экономика, достаточно хорошо регулируется простыми скалярными обратными связями — финансовыми механизмами. Стоимостных показателей бывает достаточно, чтобы экономические агенты принимали правильные решения, т.е. решения, обеспечивающие обществу в целом эффективное использование ограниченных ресурсов.

Как же описать экономические структуры? При каких условиях работают финансовые механизмы регулирования? На эти вопросы можно дать некоторые содержательные ответы. Им будет посвящена настоящая глава. Я рассмотрю некоторые вопросы математической теории агрегирования микроэкономических описаний потребительского спроса и производства и вычисления экономических индексов.

2.1. Элементы теории потребительского спроса: условия интегрируемости функций спроса

Потребительский спрос, т.е. количество приобретенных потребительских продуктов, зависит от многих факторов. Неоклассическая теория потребительского спроса основана на гипотезе А.Маршалла об иерархии характерных временных масштабов разных процессов, влияющих на спрос и предложение товаров. Предполагается, что характерное время изменения цен на рынках потребительских товаров много меньше характерного времени изменения остальных факторов, влияющих на потребительский спрос. Поэтому поведение потребителей описывается функциями спроса — зависимостью количества приобретенных продуктов от цен. Считается, что вид функциональной зависимости определяется "медленными" процессами, например, изменением социальной структуры общества.

Исследованием потребительского спроса занимались выдающиеся экономисты Дж.Антонелли, Дж. Хикс, П.Самуэльсон, Х.Хаутеккер. Существенный вклад в развитие математической теории агрегирования экономических описаний внес А.А.Шананин [10]. Излагая материал этой главы, я в основном пользуюсь его работами.

2.1.1. Постановка задачи об агрегировании функций спроса. Условия интегрируемости

Рассмотрим некоторую группу потребителей. Исходным описанием будем считать наборы продуктов X_1^0, $X_2^0, \ldots$, купленных по ценам $p_1, p_2, \ldots,$, т.е. статистику спроса. Структура потребительского спроса задается разбиением множества продуктов на отделимые группы. Отделимая группа состоит из таких продуктов $X_1^0, \ldots,$, X_N^0, у которых функции спроса $\mathbf{X}^0(\mathbf{p}) = (X_1^0(p_1, \ldots, p_N), \ldots, X_N^0(p_1, \ldots, p_N))$, обладают тем свойством, что пропорции спроса на продукты $X_1^0(\lambda\mathbf{p})$: $X_2^0(\lambda\mathbf{p})$: ... : $X_N^0(\lambda\mathbf{p})$ определяются лишь пропорциями цен $p_1 : p_2 :$

$\ldots : p_N$ и не зависят от скалярного масштаба цен $\lambda \geq 0$, а также от цен продуктов, которые не входят в группу. Содержательно отделимость означает, что данная группа продуктов, связанных отношениями взаимозаменяемости и взаимодополняемости, достаточно полна. Выражению свойства отделимости посвящены многочисленные исследования.

Будем считать, что существуют и обратные функции спроса $\mathbf{P}(\mathbf{X}^0) = (P_1(X_1^0, \ldots, X_N^0), \ldots, P_N(X_1^0, \ldots, X_N^0))$. Они выражают зависимость цен от объемов покупок продуктов.

Поставим задачу об агрегировании исходных продуктов $X_1^0, \ldots, X_N^0$ в индекс спроса — скалярную функцию $F(\mathbf{X}^0)$ — и исходных цен $p_1, \ldots, p_N$ в двойственный к нему индекс цен $q(\mathbf{p})$. Мы хотим построить оценку набора потребительских продуктов, которая согласовывалась бы с некоторыми достаточно очевидными экономическими соображениями. Во-первых, индекс должен сохранять масштаб потребления: изменение количества всех продуктов в λ раз должно изменять индекс в λ раз. Во-вторых, индекс должен непрерывно зависеть от изменения количества любого из потребляемых продуктов в группе. В-третьих, увеличение количества любого из потребляемых продуктов не должно уменьшать значения индекса. В-четвертых, разбиение набора потребляемых продуктов в сумму двух наборов не должно увеличивать значение индекса. Соответственно, накладываем на индекс $F(\mathbf{X}^0)$ следующие априорные условия. Будем говорить, что индекс $F(\mathbf{X}^0)$ принадлежит классу $\mathcal{A}$, если он: положительно однороден; принадлежит классу $C(R_+^N) \cap C_2(int R_+^N)$; монотонно не убывает по каждому аргументу; удовлетворяет неравенству

$$\sum_{i,j=1}^{N} \frac{\partial^2 F(\mathbf{X}^0)}{\partial X_i^0 \partial X_j^0} v_i v_j < 0$$

при $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_N) \neq 0$, удовлетворяющем условию $(\nabla F(\mathbf{X}^0), \mathbf{v}) = 0$.

Вид индекса спроса $F(\mathbf{X}^0)$ и индекса цен $q(\mathbf{p})$ определяется функциями спроса $X_1^0(\mathbf{p}), \ldots, X_N^0(\mathbf{p})$. Существует четыре эквивалентных способа определить индексы $F(\mathbf{X}^0)$ и $q(\mathbf{p})$.

Во-первых, можно потребовать, чтобы

$$\begin{aligned} &q(\mathbf{p})F(\mathbf{X}^0) \leq (\mathbf{p}, \mathbf{X}^0) \quad \text{при всех} \quad \mathbf{X}^0 \geq 0\,, \ \mathbf{p} \geq 0\,, \\ &q(\mathbf{p})F(\mathbf{X}^0(\mathbf{p})) = (\mathbf{p}, \mathbf{X}^0(\mathbf{p})) \quad \text{при всех} \quad \mathbf{p} \geq 0\,. \end{aligned} \tag{2.1.1}$$

Эти требования представляются разумными с экономической точки зрения. Зафиксируем набор цен $p_1, \ldots, p_N$. Тогда (2.1.1) означают, что агрегированное описание стоимости произвольного набора продуктов с помощью индексов не увеличивает стоимость исходного набора и сохраняет стоимость набора, заданного функциями спроса, по которым построены индексы.

Условия (2.1.1) показывают, что индексы $F(\mathbf{X}^0)$ и $q(\mathbf{p})$ не независимы:

$$q(\mathbf{p}) = \inf_{\mathbf{X}^0 \geq 0} \frac{(\mathbf{p}, \mathbf{X}^0)}{F(\mathbf{X}^0)}. \tag{2.1.2}$$

Доказано, что $q(\mathbf{p})$ двойственен к $F(\mathbf{X}^0)$ относительно преобразования (2.1.2):

$$F(\mathbf{X}^0) = \inf_{\mathbf{p} \geq 0} \frac{(\mathbf{p}, \mathbf{X}^0)}{q(\mathbf{p})}.$$

Во-вторых, индексы $F(\mathbf{X}^0)$ и $q(\mathbf{p})$ можно определить с помощью основной формулы теории экономических индексов:

$$q(\mathbf{P}(\mathbf{X}^0))\, dF(\mathbf{X}^0) = \sum_{i=1}^{N} P_i(\mathbf{X}^0) dX_i^0. \tag{2.1.3}$$

Формула (2.1.3) дает возможность вычислить приращение индекса спроса при заданных приращениях количеств приобретенных потребительских продуктов.

В-третьих, индексы $F(\mathbf{X}^0)$ и $q(\mathbf{p})$ можно определить формулой

$$F(\mathbf{X}^0(\mathbf{p}))dq(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^{N} X_i^0(\mathbf{p}) dp_i,$$

двойственной к формуле (2.1.3). Она показывает, как вычислить изменение индекса цен при изменении исходных цен на продукты.

В-четвертых, индекс спроса $F(\mathbf{X}^0)$ можно рассматривать как функцию полезности в известной задаче о рациональном поведении потребителей: найти максимум $F(\mathbf{X}^0)$ при бюджетном ограничении

$$(\mathbf{p}, \mathbf{X}^0) \leq 1, \mathbf{X}^0 \geq 0.$$

Решение этой задачи должно давать функции спроса $\mathbf{X}^0(\mathbf{p})$ с точностью до множителя $1/(\mathbf{p}, \mathbf{X}^0(\mathbf{p}))$.

Заметим, что формула (2.1.3) совпадает с условиями Куна–Таккера в задаче о рациональном поведении потребителей, а также в задаче оптимизации, которая соответствует (2.1.1).

В теории потребления рассматривается более общая задача о рациональном поведении потребителя: не предполагают положительной однородности функции полезности $F(\mathbf{X}^0)$. В теории агрегирования потребительского спроса естественно требовать выполнения сохранения стоимости при агрегировании:

$$q(\mathbf{p})F(\mathbf{X}^0(\mathbf{p})) = (\mathbf{p}, \mathbf{X}^0(\mathbf{p}),$$

из которого, в силу (2.1.3), следует тождество Эйлера для индекса $F(\mathbf{X}^0)$. Это значит, что индекс $F(\mathbf{X}^0)$ положительно однороден.

Первый основной результат теории агрегирования потребительского спроса гласит: для отделимой группы продуктов индекс спроса $F(\mathbf{X}^0)$ и индекс цен $q(\mathbf{p}) \in \mathcal{A}$ существуют тогда и только тогда, когда функции спроса $\mathbf{X}^0(\mathbf{p})$ удовлетворяют следующим условиям:

1) дифференциальная форма

$$\omega = \sum_{i=1}^{N} X_i^0(\mathbf{p}) dp_i$$

удовлетворяет условиям интегрируемости Фробениуса $\omega \wedge d\omega = 0$, т.е.

$$X_k^0(\mathbf{p}) \left(\frac{\partial X_j^0(\mathbf{p})}{\partial p_i} - \frac{\partial X_i^0(\mathbf{p})}{\partial p_j} \right) + X_i^0(\mathbf{p}) \left(\frac{\partial X_k^0(\mathbf{p})}{\partial p_j} - \frac{\partial X_j^0(\mathbf{p})}{\partial p_k} \right) +$$

$$+ X_j^0(\mathbf{p}) \left(\frac{\partial X_i^0(\mathbf{p})}{\partial p_k} - \frac{\partial X_k^0(\mathbf{p})}{\partial p_i} \right) = 0 \qquad (2.1.4)$$

для любых различных i,j,k из множества $\{1, 2, \ldots, N\}$;

2) функции спроса $\mathbf{X}^0(\mathbf{p})$ удовлетворяют закону Хикса, т.е. для любого вектора $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_N) \neq 0$ при условии $(\mathbf{v}, \mathbf{X}^0(\mathbf{p})) = 0$ выполняется неравенство

$$\sum_{i,j=1}^{N} \frac{\partial X_i^0(\mathbf{p})}{\partial p_j} v_i v_j < 0. \qquad (2.1.5)$$

А.А.Шананин показал, что если индексы потребления и цен существуют, исходное описание потребительского спроса можно сагрегировать в зависимость индекса потребления от индекса цен, причем это будет монотонно убывающая функция своего аргумента. Для этого необходимо и достаточно, чтобы исходные функции спроса, во-первых, удовлетворяли условиям интегрируемости:

$$\frac{\partial X_i^0}{\partial p_j} = \frac{\partial X_j^0}{\partial p_i}, \quad i, j = 1, \ldots, N$$

и, во-вторых, условию монотонности:

$$\sum_{i,j=1}^{N} \frac{\partial X_i^0(\mathbf{p})}{\partial p_j} v_i v_j < 0 \quad \text{для любого} \quad (\mathbf{v}, \mathbf{X}^0(\mathbf{p})) = 0 .$$

Таким образом, если в исходном микроописании выполнены условия интегрируемости функций потребительского спроса и закон спроса, можно построить макроописание потребительского спроса, при котором сохраняется закон спроса. Рассмотренная группа потребителей и отделимая группа продуктов образуют макроэкономическую структуру. При определенных условиях такую группу потребителей можно считать "типичным экономическим агентом".

Возникает вопрос, всегда ли выполняются условия существования экономических индексов. Закон Хикса выражается условием типа неравенства на функции спроса и поэтому может выполняться в случае общего положения. Наоборот, условия интегрируемости (2.1.4) выражаются условиями типа равенств, которые могут выполняться лишь в вырожденных случаях. Заметим, что условие интегрируемости совпадает с формулировкой Каратеодори второго закона термодинамики и имеет столь же фундаментальное значение в экономике. Вопрос о том, всегда ли выполняются условия интегрируемости, каков их экономический смысл, порождает одну из основных проблем экономической теории. Суть ее в том, чтобы нащупать принципы саморегулирования экономики: при каких условиях потоки разнородных конечных продуктов регулируются финансовыми механизмами по агрегированной стоимостной информации.

Попытки обосновать выполнение условий интегрируемости привели к созданию теории выявленного предпочтения, в терминах которой условия интегрируемости формулируются как некоторая система неравенств. Были разработаны численные методы проверки выполнения условий интегрируемости и построения экономических индексов по статистическим данным.

А.А.Шананин и С.Д. Вратенков провели исследование статистики потребления продуктов питания в Швеции и цен на них. В качестве исходной информации использовали опубликованные в литературе данные о потреблении масла, маргарина, мяса (без свинины), свинины, муки и сахара на душу населения и цен на них за 1921– 1938гг. Индекс потребления и индекс цен строились по временным рядам для всех продуктов и различных интервалов времени из периода 1921–1938 г. Процедура построения состояла в том, что к временному интервалу, для которого уже были построены индексы, последовательно добавлялись следующие годы. На рис. 2.1 показаны графики изменения цен продуктов и индекса цен, а на рис. 2.2 — графики потребления продуктов и индекса потребления, измеренных в соответствующих величинах 1921г. На обоих рисунках цифрой 1 обозначены, соответственно, кривые изменений цены и потребления масла, цифрой 2 — маргарина, 3 — мяса (без свинины), 4 — свинины, 5 — муки, 6 — сахара. Цифрой 7 обозначены, соответственно, кривые изменений индекса цен и индекса потребления набора продуктов. И тот, и другой индексы построены для периодов 1921–1932гг. и 1936–1938гг. Хорошо видно, что колебания индексов во времени сглажены по сравнению с колебаниями исходных данных.

В процессе исследований обнаружено очень интересное явление. Добавление во временной ряд, по которому строился индекс, хотя бы одного года из интервала 1933–1935 приводит к нарушению условий интегрируемости; индексы больше не существуют. Индексы существуют только для временного ряда 1921–1932гг. и всего временного ряда 1921–1938гг., но с исключенными 1933–1935 годами. Характерно, что оценки индексов по всем временным рядам, для которых они существуют, были практически одинаковыми: различались от одного ряда к другому не более,чем на 0.5%. При этом различия возникали, в основном, при включении в ряд данных любого из 1936–1938гг.

Следовательно, в 1933–1935гг. в Швеции происходило изменение

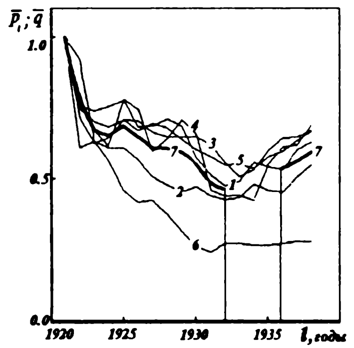


Рис. 2.1

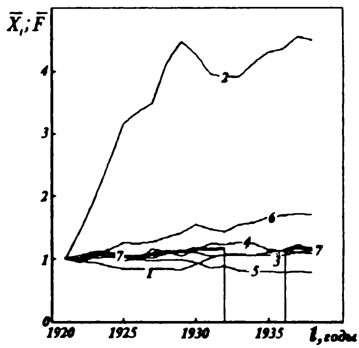


Рис. 2.2

структуры потребительского спроса. Известно, что 1929–1932гг. были периодом великой экономической депрессии, последовавшей за великим экономическим кризисом 1929г. По мнению многих экономистов, в эти годы происходила смена технологических укладов, в которой рождались новые виды товаров и потребностей. Возникает гипотеза: условия интегрируемости функций потребительского спроса нарушаются в период сильных структурных перестроек в экономике, когда изменяется технологическая основа производства и возникают новые общественные потребности.

Под руководством А.А.Шананина проводились и некоторые другие исследования потребительского спроса. Достаточно подробно была проанализирована статистика цен и объемов потребления почти двухсот наименований продуктов текущего и длительного пользования, а также услуг населением Венгрии за 1975–1984гг. В расчетах проверялось, удовлетворяют ли условиям интегрируемости данные о ценах и потреблении выделенных из общей наменклатуры групп продуктов и услуг. Если удовлетворяют, — строились индексы потребления и цен продуктов выделенной группы. Пусть некоторая группа допускает индексы. Выделим из нее подгруппу и проверим, допускает ли она индексы. Если допускает, заменим подгруппу в исходной "объемлющей" группе ее индексами и снова посчитаем индексы исходной группы. Если окажется, что результат совпал с первоначальным, делаем вывод, что нашли в исходной группе отделимую подгруппу продуктов.

Таким образом выявлялись отделимые группы и строились деревья отделимых групп, которые характеризуют структуру потребления продуктов населением Венгрии. Индексы наглядно показали, что в 1975–1984гг. структура потребления медленно менялась в сторону увеличения потребления продуктов длительного пользования за счет потребления продуктов текущего пользования. Структура отделимых групп отражала эти изменения, поэтому она не совпадала с деревом потребительских продуктов, принятом в статистике Венгрии.

В статистике потребления широко используется так называемый индекс Ласпейреса, который характеризует изменение уровня потребительских цен. Некоторый год выбирается в качестве базового и формируется потребительская корзина по фактическим объемам потребления выделенного фиксированного набора продуктов в базовом году. Далее, скажем, каждый год вычисляется стоимость корзины в текущих ценах и делится на стоимость ее в базовом году. Эта величина и называется индексом Ласпейреса. Она выражает соотношение уровней потребительских цен в текущем и в базовом году.

Пока экономика находится в равновесии или близка к нему, структура потребления изменяется не сильно, поэтому фиксированная потребительская корзина достаточно точно ее характеризует. Но если в экономике происходят структурные изменения, например, меняется экономический уклад, как, скажем, теперь в России, структура потребления изменяется. Действительно, в России после либерализации цен 2 января 1992г. большинство населения потеряло прежние доходы и радикально изменило свои потребительские стереотипы. В этих условиях фиксированная потребительская корзина неправильно отражает изменения уровня потребительских цен, потому что население фактически уже не потребляет некоторые из тех товаров, которые в нее входят. Во всяком случае относительное потребление продуктов изменяется. Метод же исчисления индексов, который мы обсуждаем в этой главе, автоматически учитывает изменение структуры потребления, поэтому незаменим для исчисления уровня инфляции в экономике переходного периода. Заканчивая обсуждение исследования венгерской статистики, заметим, что расчеты показали — если для некоторой отделимой группы существует индекс, величина его практически совпадает с индексом Ласпейреса. В 1975–1984гг. экономика Венгрии была близка к равновесию.

Как многие хорошие методы, разработанный А.А.Шананиным метод вычисления экономических индексов обладает большой эвристической силой. Например, его использовали для анализа статистики потребления плодо–овощных продуктов в Москве за период 1981–1989гг. Оказалось, что статистические данные были неполными, и в них не удалось выявить отделимые группы продуктов. Однако после того, как их дополнили данными о продажах на колхозных рынках, взвесили объемы продаж в государственной розничной торговле и объемы продаж на рынках соответствующими ценами и сложили, из таким образом модифицированной статистики удалось выудить отделимые группы. Пополнение статистики дало возможность выявить некоторую структуру потребительского спроса. Кроме того, были получены нетривиальные исходные данные для содержательного анализа структуры самой экономики.

К сожалению, наши статистические органы не проявляют интереса к строго обоснованным методам, поэтому исследования были немногочисленными.Но и тех, которые уже проведены, достаточно, чтобы понять — аппарат построения индексов спроса и цен открывает возможность анализировать глубокие связи, характеризующие экономические отношения обменов и распределения, и на основании этого — конкретные экономические структуры. Условия интегрируемости имеют фундаментальное значение, и просто необходимо проводить широкие систематические исследования потребительского спроса и по нашей статистике, и по статистике других стран.

2.1.2. Нарушение условий интегрируемости

Раз условия интегрируемости могут нарушаться, возникает задача об агрегировании конечного потребления при нарушении этих условий. Попробуем ввести не один индекс спроса, а целый набор $F_1(\mathbf{X}^0), \ldots, F_m(\mathbf{X}^0)$ и соответствующий набор индексов цен $q_1(\mathbf{p}), \ldots, q_m(\mathbf{p})$. Функция $F_i(\mathbf{X}^0)$ характеризует степень удовлетворения i-ой "потребности", а $q_i(\mathbf{p})$ — цену удовлетворения этой потребности. Функции $F_i(\mathbf{X}^0) \in \mathcal{A}$, $i = 1, \ldots, m$, а функции $q_i(\mathbf{p})$, $i = 1, \ldots, m$, полагаем положительно однородными и неотрицательными.

По аналогии с (2.1.1) естественно требовать выполнения условий

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{m} q_i(\mathbf{p})F_i(\mathbf{X}^0) \le (\mathbf{p}, \mathbf{X}^0) \quad \text{при всех } \mathbf{X}^0 \ge 0, \mathbf{p} \ge 0, \\ &\sum_{i=1}^{m} q_i(\mathbf{p})F_i(\mathbf{X}^0(\mathbf{p})) = (\mathbf{p}, \mathbf{X}^0(\mathbf{p})). \end{aligned} \tag{2.1.6}$$

Доказано, что при оговоренных условиях соотношения (2.1.6) эквивалентны равенству

$$\sum_{i=1}^{m} q_i(\mathbf{P}(\mathbf{X}^0))dF_i(\mathbf{X}^0) = \sum_{i=1}^{N} P_i(\mathbf{X}^0)dX_i^0, \tag{2.1.7}$$

которое аналогично основному уравнению теории экономических индексов (2.1.3). Задача состоит в том, чтобы в агрегированном описании (в левой части равенства (2.1.7)) перейти от показателей $\mathbf{X}^0$ и обратных функций спроса $\mathbf{P}(\mathbf{X}^0)$ к агрегированным показателям $\mathbf{F}(\mathbf{X}^0) = (F_1(\mathbf{X}^0), \ldots, F_m(\mathbf{X}^0))$ и агрегированным обратным функциям спроса $\mathbf{Q}(\mathbf{F}) = (Q_1(F_1, \ldots, F_m), \ldots, Q_m(F_1, \ldots, F_m))$. Агрегированные обратные функции спроса вводятся по правилу $\mathbf{Q}(\mathbf{F}(\mathbf{X}^0)) = \mathbf{q}(\mathbf{P}(\mathbf{X}^0))$. Если потребовать, чтобы существовали агрегированные обратные функции спроса, то на выбор системы экономических индексов накладывается дополнительное ограничение, при выполнении которого уравнение (2.1.7) приводится к виду

$$\sum_{i=1}^{m} Q_i(\mathbf{F}(\mathbf{X}^0))\, dF_i(\mathbf{X}^0) = \sum_{i=1}^{N} P_i(\mathbf{X}^0)\, dX_i^0. \tag{2.1.8}$$

Теперь ясно, что максимально агрегированное описание потребительского спроса получится, если выбрать экономические индексы так, чтобы число m агрегированных экономических индексов было бы минимальным.

Последующие рассуждения будем проводить локально, относительно достаточно малой окрестности точки $\mathbf{X}_*^0$, в которой $\mathbf{P}(\mathbf{X}_*^0) > 0$. Поскольку верно уравнение (2.1.8), задача о построении минимального числа m агрегированных индексов сводится к известной задаче Картана о приведении дифференциальной формы

$$\alpha = \sum_{i=1}^{N} P_i(\mathbf{X}^0)dX_i^0 \tag{2.1.9}$$

к наименьшему числу переменных. Чтобы определить наименьшее число независимых переменных, надо рассмотреть последовательность внешних дифференциальных форм $\alpha_1 = \alpha$, $\alpha_2 = d\alpha$, $\alpha_3 = \alpha \wedge d\alpha$, $\alpha_4 = d\alpha \wedge d\alpha, \ldots, \alpha_{2l} = (d\alpha)^l$, $\alpha_{2l+1} = \alpha \wedge (d\alpha)^l, \ldots$ и найти наименьшее целое число ρ, такое, что $\alpha_{\rho+1}(\mathbf{X}_*^0) = 0$ в окрестности $\mathbf{X}_*^0$. Число ρ называется классом дифференциальной формы. Класс формы $\rho(\mathbf{X}_*^0)$ является положительной, кусочно- постоянной, полунепрерывной снизу функцией с целыми значениями. Если в окрестности точки $\mathbf{X}_*^0$ класс формы $\rho(\mathbf{X}_*^0)$ постоянен, то наименьшее число переменных, к которому можно привести форму (2.1.9), $m = \rho(\mathbf{X}_*^0)$. Заметим, что в отличие от классической задачи Картана в задаче о наименьшем числе агрегированных индексов на индексы $F_i(\mathbf{X}^0)$, $i = 1, \ldots, m$ наложено дополнительное условие $F_i(\mathbf{X}^0) \in \mathcal{A}$. Доказано, что если функции спроса удовлетворяют закону Хикса, то можно выбрать такие $F_i(\mathbf{X}^0) \in \mathcal{A}$, $i = 1, \ldots, m$, что $m = \rho(\mathbf{X}^0_*)$ и агрегированные обратные функции спроса положительны, удовлетворяют закону Хикса и условию отделимости.

Построенная теория открывает возможность изучать изменение структуры потребительского спроса. В самом деле, изменение класса формы вследствие изменения функций спроса или вследствие изменения базового набора продуктов $\mathbf{X}^0_*$ можно интерпретировать как перестройку структуры потребительского спроса.

В разделе 2.3 мы покажем, что использование индекса спроса для агрегирования неоклассической балансовой схемы "затраты–выпуск" можно интерпретировать как описание результата действия рыночных механизмов обмена и распределения конечных продуктов в условиях совершенной конкуренции.

2.2. Элементы теории производства: производственная функция

Мы уже знаем, что политическая экономия при анализе производства опирается на закон убывающей предельной производительности производственных факторов. В неоклассическом анализе на основании этого закона постулируется свойство вогнутости производственной функции. Разбирая математические модели экономического равновесия и роста, мы это свойство сформулировали в простейшем случае как отрицательность вторых производных производственной функции по ее аргументам, выражающим интенсивность использования производственных факторов.

В этом параграфе я покажу, что производственнную функцию можно вывести агрегированием исходного микроописания технологической структуры производства в силу явных предположений об экономических отношениях производителей и потребителей и что она описывает макроструктуры экономики.

2.2.1. Производственная функция, заданная "замороженным" распределением мощностей по технологиям

Ввели эту производственную функцию Х.Хаутеккер и Л.Йохансен, а математическую теорию производственных функций, заданных распределением мощностей по технологиям, развил А.А.Шананин. Значительно расширил содержание понятия производственной функции

И.Г.Поспелов. Он ввел в обиход математического моделирования экономики несколько новых производственных функций и плодотворно использовал их в математических моделях экономики.

Сначала рассмотрим простой случай. Пусть отрасль выпускает однородный продукт, который отождествляется с добавленнной стоимостью, произведенной в отрасли за единицу времени. Добавленная стоимость — это стоимость всех произведенных в отрасли продуктов и услуг за вычетом стоимости затраченных материалов, сырья, энергии и т.п. Такая интерпретация выпуска принята не случайно, а потому, что в этом параграфе я буду предполагать, что отрасль действует в рыночной среде, которая, как мы уже знаем, вынуждает производителей самих заботиться о выборе эффективных комбинаций затрат.

В то же время добавленная стоимость — сумма затрат труда на производство многих разнородных продуктов. Это — уже сагрегированный макропоказатель и, строго говоря, его не следовало бы использовать в микроописании. Тем не менее пока сохраним его, а в следующем параграфе увидим, как можно строить агрегированные выражения выпусков разнородных продуктов.

Начнем с микроописания и учтем, что в отрасли продукт производится разными технологическими способами. Количество продукта, которое производится по некоторой технологии, будем характеризовать производственной мощностью, т.е. максимальным выпуском в единицу времени. Будем учитывать только затраты живого труда в производстве и характеризовать технологию нормой затрат труда на выпуск единицы продукта в единицу времени λ (норма трудоемкости единицы продукта). В действительности в производстве затрачивается труд разных специалистов разной квалификации. Введя затраты живого труда, я снова использовал агрегированный показатель, чего не следует делать при микроописании. Некоторые соображения относительно приведения сложного труда к простому можно найти в [11]. В общем же это — не последний случай, когда в микроописание приходится вводить макрохарактеристики стоимостного характера, и вовсе не каждый раз этому можно найти обоснование. Микроописания экономических объектов и отношений разработаны еще далеко не полно.

Для создания новой единицы производственной мощности, какую бы технологию она ни использовала, надо выполнять строительно-монтажные работы, устанавливать оборудование и т.д., в общем, как принято говорить — затрачивать фондообразующие продукты. Снова приходится вводить стоимостную агрегированную норму фондоемкости единицы мощности, т.е. количество b фондообразующего продукта, необходимое для создания дополнительной единицы производственной мощности.

В процессе производства с течением времени оборудование изнашивается, учащаются поломки, увеличиваются простои. В результате на том же оборудовании в единицу времени выпускается все меньше и меньше продукта. Говорят, что основные фонды изнашиваются, а производственная мощность выбывает. До сих пор нет хороших описаний процесса выбытия мощности и чаще всего просто считают, что каждая единица мощности выбывает с постоянным темпом μ. А.А.Шананин и М.Г.Данишевский показали, что это соответствует предположению о медленнном нарастании частоты пуассоновского процесса поломок оборудования.

Итак, построено простое микроописание технологической структуры отрасли, в котором технологии различаются только нормой λ, а нормы b и μ у всех технологий одинаковы. Новые мощности могут создаваться на любой технологии, но после того, как они созданы, они "замораживаются" в этой технологии и только выбывают.

Технологическая структура производства в момент времени t задается непрерывной функцией распределения мощностей по технологиям $m(t,\lambda)$. Будем считать, что $m(t,\lambda) > 0$ на отрезке $\nu(t) \le \lambda \le \nu^+(t)$. Параметр ν задает наилучшую технологию, используемую в производстве, а параметр ν^+ — наихудшую, которая еще используется в производстве. Вследствие процесса технологического обновления параметры ν и ν^+ зависят от времени.

Так как технология, на которой создана мощность, не изменяется со временем, изменение производственных мощностей подчиняется обычному уравнению

$$\frac{\partial m(t,\lambda)}{\partial t} = i(t,\lambda) - \mu m(t,\lambda), \tag{2.2.1}$$

где $i(t,\lambda) \ge 0$ — распределение вновь создаваемых мощностей по технологиям. Суммарный прирост вновь создаваемых мощностей

$$I(t) = \int_{\nu(t)}^{\nu^+(t)} i(t,\lambda)d\lambda,$$

а суммарная мощность производства

$$M(t) = \int_{\nu(t)}^{\nu^+(t)} m(t,\lambda)d\lambda. \tag{2.2.2}$$

Введем нормированные распределения мощностей $h(t,\lambda)$ и приростов мощностей $\kappa(t,\lambda)$:

$$m(t,\lambda) = h(t,\lambda)M(t), \quad i(t,\lambda) = \kappa(t,\lambda)I(t).$$

Переходя в уравнении (2.2.1) к новым переменным, получаем

$$\frac{\partial h}{\partial t} + (\mu + \frac{1}{M}\frac{dM}{dt})h = \sigma(t)\kappa(t,\lambda), \tag{2.2.3}$$

где $\sigma(t) = I(t)/M(t)$. Интегрируя уравнение (2.2.1) по λ от ν до ν^+ и дифференцируя по t выражение (2.2.2) для $M(t)$, получаем уравнение

$$\frac{dM}{dt} + \left[\mu + h(\nu(t),t)\frac{d\nu}{dt} - h(\nu^+(t),t)\frac{d\nu^+}{dt}\right] M = I(t). \tag{2.2.4}$$

Теперь из (2.2.3) находим уравнение для $h(t,\lambda)$:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \left[\sigma(t) - h(\nu(t),t)\frac{d\nu}{dt} + h(\nu^+(t),t)\frac{d\nu^+}{dt}\right] h(t,\lambda) = \sigma(t)\kappa(t,\lambda). \tag{2.2.5}$$

Начальные данные для уравнений (2.2.4) и (2.2.5) задаются в виде

$$M(t_0) = M_0, \quad h(t_0,\lambda) = h_0(\lambda), \quad \nu(t_0) \le \lambda \le \nu^+(t_0).$$

Функции $I(t)$ и $\kappa(t,\lambda)$ описывают долгосрочные управления производством — скорость создания новых мощностей (она зависит от инвестиций в основной капитал) и распределение вновь создаваемых мощностей по технологиям. Функции $\nu(t)$ и $\nu^+(t)$ выражают результаты процесса технологических изменений.

Положим для простоты, что в производстве не происходит технологических изменений: $\frac{d\nu}{dt} = 0$, $\frac{d\nu^+}{dt} = 0$, $\kappa(t,\lambda) = \kappa(\lambda)$. Тогда из (2.2.5) следует, что при достаточно больших t можно считать $h(t,\lambda) \equiv \kappa(\lambda)$ — технологическая структура производства не изменяется и задана. Уравнение (2.2.4) принимает вид:

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M.$$

Долгосрочное управление производством $I(t)$ связано с потоком инвестиций Φ^I и потоком фондообразующего продукта J:

$$\Phi^I = pbI, \quad J = bI, \tag{2.2.6}$$

где p — цена продукта. Механизм формирования инвестиций, задающий долгосрочное управление производством, надо рассматривать отдельно, но пока не будем заниматься этим.

Число рабочих мест в производстве

$$R^* = M\int_{\nu}^{\nu^+} \lambda\kappa(\lambda)d\lambda.$$

Если число занятых в производстве $R^L < R^*$, суммарный выпуск продукта $Y < M$. При заданном R^L выпуск Y максимален, если заполнить рабочие места, начиная с самых производительных ($\lambda = \nu$), без пропуска, пока хватит трудовых ресурсов. Формально максимальный выпуск определяется из условий

$$Y = M \int_{\nu}^{\xi} \kappa(\lambda) d\lambda, \qquad R^L = M \int_{\nu}^{\xi} \lambda\kappa(\lambda) d\lambda. \tag{2.2.7}$$

Получено параметрическое представление (2.2.7) производственной функции

$$Y = Mf(x),$$

где

$$f(x) = \int_{\nu}^{\xi(x)} \kappa(\lambda) d\lambda, \quad x = \int_{\nu}^{\xi(x)} \lambda\kappa(\lambda) d\lambda. \tag{2.2.8}$$

Дифференцируя (2.2.8) по параметру ξ, находим, что

$$f'(x) = 1/\xi(x). \tag{2.2.9}$$

Легко усмотреть, что производственная функция (2.2.8) обладает всеми свойствами неоклассических производственных функций, которые были постулированы в гл. 1.

Предположим, что отрасль находится в условиях совершенно конкурентного рынка. Иначе говоря, отрасль состоит из многочисленных мелких независимых фирм, каждая из которых использует чистую технологию, характеризующуюся значением параметра λ. Каждая из фирм максимизирует текущую прибыль при заданной цене продукта p и ставке заработной платы s, поэтому рентабельные фирмы, у которых $p - \lambda s > 0$, будут предъявлять спрос на рабочую силу, чтобы действовать на полную мощность. Нерентабельные фирмы, у которых $p - \lambda s < 0$, действовать не будут и не будут предъявлять спрос на рабочую силу. Спрос фирм удовлетворяется, нанятую рабочую силу фирмы заинтересованы использовать полностью, потому что весь предлагаемый продукт по рыночной цене p будет продан. Следовательно, в условиях совершенно конкурентного рынка краткосрочное управление отрасли таково, что выпуск действительно выражается производственной функцией. Ей соответствуют функции спроса на рабочую силу $R^d(p, s)$, предложения продукта $Y^s(p, s)$, которые, собственно, и описывают краткосрочное управление производством в условиях совершенно конкурентного рынка. В силу (2.2.8) и условия рентабельности функции предложения и спроса выражаются в виде

$$Y^s(p, s) = M(t) \int_{\nu}^{\frac{p}{s}} \kappa(\lambda) d\lambda, \quad R^d(p, s) = M(t) \int_{\nu}^{\frac{p}{s}} \lambda\kappa(\lambda) d\lambda.$$

Спрос и предложение можно найти и из условий

$$f'(x) = \frac{s}{p}, \quad Y^s(p,s) = Mf(x), \quad R^d(p,s) = xM. \tag{2.2.10}$$

В силу свойств функции $f(x)$ уравнение $f'(x) = s/p$ имеет единственное решение $x = x(p,s)$, если $\nu \le p/s \le \nu^+$. Если $p/s < \nu$, то $x = 0$, если $\frac{p}{s} > \nu^+$, то $x = x^*$, где $R^* = x^*M$.

Производственной функции соответствует и функция прибыли, которая очевидным образом выражается через функции спроса и предложения:

$$\Pi(p,s) = pY^s(p,s) - sR^d(p,s).$$

Нетрудно усмотреть, что производственная функция и функция прибыли двойственны относительно преобразования Лежандра:

$$\Pi(p,s) = \max_{x \ge 0} [pMf(x) - sxM]$$

и

$$F(x) = \min_{s \ge} \frac{1}{p} [\Pi(p,s) + sxM].$$

Последнее соотношение дает возможность по функции прибыли найти производственную функцию, кроме того, из функции прибыли нетрудно вывести функции спроса и предложения:

$$Y^s(p,s) = \frac{\partial \Pi}{\partial p}, \qquad R^d(p,s) = -\frac{\partial \Pi}{\partial s}.$$

Итак, построено агрегированное описание макроэкономической структуры — чистой отрасли в условиях совершенной конкуренции. Именно в этих условиях отрасль описывается неоклассической производственной функцией, а функции предложения продукта Y^s и спроса на рабочую силу R^d связывают краткосрочное управление производством с параметрами рыночных механизмов регулирования p и s.

Строго говоря, наше описание справедливо лишь в случае $x = x^*$. Если $x < x^*$, то некоторые фирмы не действуют, однако могут делать инвестиции (распределение инвестиций $\kappa(\lambda)$ неизменно и задано при $\nu \le \lambda \le \nu^+$). Это противоречит предположению о независимости фирм. И.Г.Поспелов и Н.Н.Оленев предложили микроописание, которое позволяет устранить эту неточность [12].

2.2.2. Распространение результата на общий случай чистой отрасли в условиях совершенной конкуренции

А.А.Шананин рассмотрел задачу об описании чистой отрасли производственной функцией в общем случае, когда технология описывается набором норм затрат производственных факторов на выпуск единицы продукта.

Как и прежде, рассматриваем чистую отрасль — производственную единицу, выпускающую однородный продукт с помощью некоторого набора технологий. Но теперь каждая технология характеризуется вектором $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n)$, компонента $v_i \geq 0$ которого задает норму затрат i-го производственного фактора на выпуск единицы продукта, и числом $m_{\mathbf{v}}$, задающим мощность этой технологии. Обозначим $M(\Lambda)$ суммарную мощность технологий, векторы норм затрат которых принадлежат некоторому множеству Λ в неотрицательном ортанте евклидова пространства R^n_+. Мера $M(\Lambda)$ задана на R^n_+ и называется распределением мощностей по технологиям.

Мощность отрасли задается выражением

$$M = \int\limits_{R^n_+} M(d\mathbf{v}),$$

потоки производственных факторов, обеспечивающие мощность M,

$$L_i = \int\limits_{R^n_+} v_i M(d\mathbf{v}\ ), \quad i = 1, \ldots, n.$$

Если потоки производственных факторов $l_i < L_i$, то суммарный выпуск Y отрасли будет меньше мощности M. Каков он будет на самом деле — зависит от экономических механизмов регулирования производства и распределения продуктов. Снова будем считать, что отрасль состоит из независимых фирм, каждая из которых использует свой собственный, бесконечно малый диапазон технологий. Фирмы предлагают продукт на рынке продуктов и предъявляют спрос на рынках производственных факторов. Мощности фирм настолько малы, что можно считать их действующими в условиях совершенной конкуренции. Тогда каждая фирма старается максимизировать прибыль при заданных ценах на продукт и производственные факторы. Если к тому же предположить, что характерное время изменения мощностей фирм, функций спроса на их продукт и функций предложения производственных факторов много больше характерного времени установления равновесных цен, можно считать, что фирма максимизирует прибыль при заданных мощностях $M(d\mathbf{v}\ )$ и заданном предложении первичных ресурсов $l_i, i = 1, \ldots, n$.

Пусть p_0 — равновесная цена продукта фирм, а $\mathbf{p} = (p_1, \ldots, p_n)$ — вектор равновесных цен на производственные факторы. Тогда на полную мощность будут действовать рентабельные фирмы, т.е. фирмы, технологии которых выделяются условием $p_0 - (\mathbf{v}\ , \mathbf{p}) > 0$. Нерентабельные фирмы, технологии которых таковы, что $p_0 - (\mathbf{v}, \mathbf{p}) < 0$, действовать не будут. Введем множество $D(p_0, \mathbf{p}) = \{\mathbf{v}\ | p_0 - (\mathbf{v}, \mathbf{p}) > 0\}$, чтобы выразить предложение продукта отраслью $g_0(p_0, \mathbf{p})$ и спрос отрасли на производственные факторы $g_i(p_0, \mathbf{p})$ в виде

$$g_0(p_0, \mathbf{p}) = \int\limits_{D(p_0, \mathbf{p})} M(d\mathbf{v}\ ), \quad g_i(p_0, \mathbf{p}) = \int\limits_{D(p_0, \mathbf{p})} v_i M(d\mathbf{v}\ ), \quad i = 1, \ldots, n. \tag{2.2.11}$$

При равновесных ценах $g_i(p_0, \mathbf{p}) = l_i$, $i = 1, \ldots, n$.

Рыночные механизмы совершенной конкуренции обеспечивают эффективное распределение ресурсов. Чтобы обсудить этот вопрос, уточним свойства введенных математических объектов. Будем считать, что мера $M(\Lambda)$ неотрицательна и абсолютно непрерывна на ортанте R^n_+, обозначим $m(\mathbf{v}\ )$ ее плотность. Введем измеримую по Лебегу функцию загрузки мощности $u(\mathbf{v})$, $0 \le u(\mathbf{v}\ ) \le 1$, определенную на ортанте R^n_+. Поставим задачу о максимуме выпуска продукта отраслью

$$Y = \int\limits_{R^n_+} u(\mathbf{v}) m(\mathbf{v}) d\mathbf{v}$$

при ограничениях на потоки производственных факторов

$$\int\limits_{R^n_+} v_i u(\mathbf{v}\ ) m(\mathbf{v}\ ) d\mathbf{v}\ \le l_i, \ i = 1, \ldots, n$$

и ограничении

$$0 \le u(\mathbf{v}\ ) \le 1.$$

А.А.Шананин доказал утверждение, аналогичное обобщенной лемме Неймана–Пирсона, о существовании решения поставленной задачи и его структуре. Решение задачи $Y = F(\mathbf{l}), \mathbf{l} = (l_1, \ldots, l_n)$ задает зависимость максимального выпуска от количеств факторов производства. Доказано, что существуют такие цены $p_0 > 0$, $\mathbf{p} = (p_1, \ldots, p_n) \ge 0$, что решение задачи $u(\mathbf{v}\ )$ выражается в виде:

$$\begin{aligned} u(\mathbf{v}\ ) &= 1, \quad \text{если} \quad p_0 - (\mathbf{v}, \mathbf{p}) > 0; \\ u(\mathbf{v}\ ) &= 0, \quad \text{если} \quad p_0 - (\mathbf{v}\ , \mathbf{p}) < 0. \end{aligned}$$

Цены $p_0, \mathbf{p}$ — двойственные переменные поставленной задачи оптимизации. Таким образом, формально выписанные выражения (2.2.1) получают обоснование. При этом

$$g_0(p_0, \mathbf{p}) \equiv F(g_1(p_0, \mathbf{p}), \ldots, g_n(p_0, \mathbf{p})).$$

Значит, рыночные механизмы совершенной конкуренции обеспечивают максимальный выпуск отрасли Y при заданном $\mathbf{l}$; при этих условиях чистая отрасль может быть описана производственной функцией

$Y = F(\mathbf{l})$ или функцией предложения $g_0(p_0, \mathbf{p})$ и функциями спроса $g_i(p_0, \mathbf{p})$, $i = 1, \ldots, n$.

Мы уже знаем, что для исследования свойств производственной функции удобно использовать оператор прибыли

$$\Pi(p_0, \mathbf{p}) = \int\limits_{R^n_+} (p_0 - (\mathbf{v}\ , \mathbf{p}))_+ m(\mathbf{v}\ ) d\mathbf{v}\ ,$$

где $(p_0 - (\mathbf{v}, \mathbf{p}))_+ = \max\{0, p_0 - (\mathbf{v}, \mathbf{p})\}$.
Доказано, что производственная функция $F(\mathbf{l})$ и функция прибыли $\Pi(p_0, \mathbf{p})$ связаны преобразованием Лежандра:

$$\Pi(p_0, \mathbf{p}) = \sup_{\mathbf{l} \geq 0} [p_0 F(\mathbf{l}) - (\mathbf{l}, \mathbf{p})]\,, \; F(\mathbf{l}) = \inf_{\mathbf{p} \geq 0} \frac{1}{p_0} [\Pi(p_0, \mathbf{p}) + (\mathbf{l}, \mathbf{p})]\,. \tag{2.2.12}$$

Через функцию прибыли легко выражаются функции предложения и спроса:

$$g_0(p_0, \mathbf{p}) = \frac{\partial \Pi(p_0, \mathbf{p})}{\partial p_0}, \quad g_i(p_0, \mathbf{p}) = -\frac{\partial \Pi(p_0, \mathbf{p})}{\partial p_i}, \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{2.2.13}$$

И в общем случае показано, что производственная функция, заданная распределением мощностей по технологиям, обладает свойствами, которые постулируются в неоклассической теории производства. Она вогнута, непрерывна, монотонно не убывает, обращается в нуль на $R^n_+ \backslash \mathrm{int}\ R^n_+$, удовлетворяет закону убывающей предельной производительности.

2.2.3. Описание изменения технологической структуры чистой отрасли в производственной функции

До сих пор во внимание принимался лишь процесс уменьшения производственной мощности, а старение самой технологии не учитывалось. Между тем по мере того, как стареет мощность, из–за износа оборудования увеличиваются затраты производственных факторов на выпуск единицы продукта. В результате мощность мигрирует по шкале технологий. Рассмотрим, как можно в микроописании учесть эволюцию технологической структуры производства и вывести из него производственную функцию.

Снова рассмотрим чистую отрасль, состоящую из производственных единиц, каждая из которых использует единственную технологию. Технология характеризуется нормой затрат живого труда λ на единицу выпуска. Производственную единицу будем отмечать моментом времени создания τ, используемой технологией λ и начальной мощностью I. Вообще говоря, в момент времени τ возникают мощности $I(\tau, \lambda)$. Сначала для простоты будем полагать функцию $I(\tau, \lambda)$ непрерывной и дифференцируемой по λ. Мощность и норма трудоемкости производственной единицы (τ, λ) изменяются с течением времени. Обозначим их соответственно $m(t, \tau)$ и $\lambda'(t, \tau)$. Вследствие износа мощность изменяется по закону

$$\frac{\partial m(t,\tau)}{\partial t} = -\mu m(t,\tau), \qquad t > \tau, \quad m(\tau,\tau) = I(\tau,\lambda). \tag{2.2.14}$$

Число рабочих мест на производственной единице равно $\lambda I(\tau, \lambda)$ и не изменяется с течением времени, поэтому

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\lambda'(t,\tau)m(t,\tau)\right] = 0, \qquad t > \tau; \quad \lambda'(\tau,\tau) = \lambda.$$

Отсюда и из (2.2.14) находим, что

$$m(t,\tau) = I(\tau,\lambda)\exp\left[-\mu(t-\tau)\right], \quad \lambda'(t,\tau) = \lambda\exp\left[\mu(t-\tau)\right], \quad t > \tau. \tag{2.2.15}$$

Можно сказать, что производственные единицы технологически стареют. Чтобы вывести уравнение для распределения мощностей по технологиям $m(t, \lambda)$, вычислим суммарную мощность производственных единиц, у которых в момент времени t норма затрат живого труда $\lambda'(t, \tau) \le \lambda$. Обозначим ее $M(t, \lambda)$. В силу (2.2.15)

$$\begin{aligned} M(t,\lambda) &= \int\limits_{\xi\exp[\mu(t-\tau)]\le\lambda} I(\tau,\xi)\exp[-\mu(t-\tau)]d\tau d\xi = \\ &= \int\limits_{-\infty}^{t} d\tau \int_0^{\lambda\exp[-\mu(t-\tau)]} I(\tau,\xi)\exp[-\mu(t-\tau)]d\xi. \end{aligned}$$

Заменяя переменную интегрирования $\xi = \eta\exp[-\mu(t-\tau)]$, получаем

$$\begin{aligned} M(t,\lambda) &= \int\limits_{-\infty}^{t} d\tau \int\limits_{0}^{\lambda} d\eta I\left(\tau,\eta\exp[-\mu(t-\tau)]\right)\exp[-2\mu(t-\tau)] = \\ &= \int\limits_{0}^{\lambda} d\eta \int\limits_{-\infty}^{t} d\tau I\left(\tau,\eta\exp[-\mu(t-\tau)]\right)\exp[-2\mu(t-\tau)] = \\ &= \int\limits_{0}^{\lambda} m(t,\eta)d\eta. \end{aligned}$$

Следовательно, функция распределения мощностей по технологиям

$$m(t,\lambda) = \int\limits_{-\infty}^{t} d\tau I\left(\tau,\lambda\exp[-\mu(t-\tau)]\right)\exp[-2\mu(t-\tau)]$$

дифференцируема. Дифференцируя выражение для $m(t,\lambda)$ по t, получаем уравнение

$$\frac{\partial m}{\partial t}+\mu\lambda\frac{\partial m}{\partial\lambda}+2\mu m(t,\tau)=I(t,\lambda), \qquad (2.2.16)$$

которое описывает эволюцию распределения мощностей по технологиям. Начальное условие для этого уравнения:

$$m(t_0,\lambda)=m_0(\lambda), \quad \nu\le\lambda.$$

Однако функцию $I(\tau,\lambda)$ не всегда следует считать непрерывной. Если в отрасли известна в каждый момент времени наилучшая технология $\nu(\tau)$, то естественно считать, что

$$\lambda=\nu(\tau) \quad \text{и} \quad I(\tau,\lambda)=\delta(\tau-\nu(\tau)),$$

где $\delta(.)$ — δ-функция Дирака. Тогда

$$M(t,\lambda)=\int\limits_{t-\theta(t,\lambda)}^{t} I(\tau)\exp[-\mu(t-\tau)]d\tau; \quad M(t,\lambda)=0, \text{ если } \lambda<\nu(t), \qquad (2.2.17)$$

и число рабочих мест на этих мощностях

$$R^L(t,\lambda)=\int_{t-\theta(t,\lambda)}^{t}\nu(\tau)I(\tau)d\tau. \qquad (2.2.18)$$

Функция $\theta(t,\lambda)$ находится из условия

$$\nu(t-\theta(t,\lambda))\exp[\mu\theta(t,\lambda)]=\lambda. \qquad (2.2.19)$$

Дифференцируя (2.2.17) и (2.2.19) по t и по λ и исключая производные по θ, получаем при $\lambda>\nu(t)$ уравнение

$$\frac{\partial M}{\partial t}=-\mu M(t,\lambda)+I(t)-\mu\lambda\frac{\partial M}{\partial\lambda}. \qquad (2.2.20)$$

Производная $\frac{\partial M}{\partial\lambda}=m(t,\lambda)$, т.е. равна плотности распределения M. Поэтому дифференцируя по λ уравнение (2.2.20), получаем уравнение

$$\frac{\partial m}{\partial t}+\mu\lambda\frac{\partial m}{\partial\lambda}+2\mu m=0. \qquad (2.2.21)$$

Дифференцируя (2.2.17) и (2.2.19) по λ, находим граничное условие для уравнения (2.2.21):

$$m(t,\nu(t)+0)=I(t)/\left(\mu\nu(t)-\frac{d\nu}{dt}\right).$$

Начальное условие для уравнения (2.2.21) задается в виде

$$m(t_0, \lambda) = m_0(\lambda) \text{ при } \nu(t) \le \lambda, \qquad m(t_0, \lambda) = 0 \text{ при } \lambda < \nu(t).$$

Естественно считать ограниченным полное число рабочих мест

$$R^* = \int_0^\infty \lambda m(t, \lambda) d\lambda.$$

Тогда необходимо, чтобы $\lambda m(t, \lambda) = \lambda \frac{\partial M(t,\lambda)}{\partial \lambda} \to 0$ при $\lambda \to \infty$. Из уравнения (2.2.20) следует, что суммарная мощность $M(t) = \lim_{\lambda\to\infty} M(t, \lambda)$ удовлетворяет обычному уравнению

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M(t). \tag{2.2.22}$$

Теперь построим производственную функцию, которая корректно описывает изменение технологической структуры производства. Она имеет вид

$$Y = M(t) f(t, x),$$

где

$$f(t, x) = \int\limits_{\nu(t)}^{\xi(t,x)} h(t, \lambda) d\lambda, \qquad x = \int\limits_{\nu(t)}^{\xi(t,x)} \lambda h(t, \lambda) d\lambda,$$

$$x = R^L / M(t), \qquad h(t, \lambda) = m(t, \lambda)/M(t).$$

Из (2.2.17),(2.2.18),(2.2.22) находим, что

$$M(t) f(t, x) = \int\limits_{t-\theta(x)}^{t} I(\tau) \exp[-\mu(t - \tau)] d\tau, \quad M(t) x = \int\limits_{t-\theta(x)}^{t} \nu(\tau) I(\tau) d\tau,$$

$$M(\tau) = M(t) \exp\left[-\int_\tau^t \sigma(s) ds + \mu(t - \tau)\right],$$

где $\sigma(s) = I(s)/M(s)$. Поэтому

$$\begin{aligned} f(t, x) &= \int\limits_{t-\theta(x)}^{t} \sigma(\tau) \exp\left[-\int_\tau^t \sigma(s) ds\right] d\tau, \\ x &= \int\limits_{t-\theta(x)}^{t} \nu(\tau) \sigma(\tau) \exp\left[\mu(t - \tau) - \int\limits_\tau^t \sigma(s) ds\right] d\tau. \end{aligned} \tag{2.2.23}$$

Будем считать, что темп роста производительности труда вследствие технологических нововведений $-\frac{1}{\nu}\frac{d\nu}{dt}$ пропорционален доле вновь создаваемых мощностей $I(t)$ в суммарной мощности $M(t)$, т.е.

$$\frac{1}{\nu}\frac{d\nu}{dt} = -\varepsilon\sigma(t), \tag{2.2.24}$$

где $\varepsilon > 0$ — постоянный множитель. Тогда можно вычислить интегралы в выражениях (2.2.23) и получить параметрическое представление производственной функции:

$$\begin{aligned} f(t,x) &= 1 - \exp\left[-\int_{t-\theta(x)}^{t} \sigma(s)ds\right], \\ (1-\varepsilon)x &= \mu\nu(t)\int_{t-\theta(x)}^{t} \exp\left[\mu(t-\tau) - \int_{\tau}^{t} \sigma(s)ds\right] d\tau + \\ &+ \nu(t)\left\{1 - \exp\left[\mu\theta(x) - (1-\varepsilon)\int_{t-\theta(x)}^{t} \sigma(s)ds\right]\right\}. \end{aligned} \tag{2.2.25}$$

Из общего представления (2.2.25) можно получить выражения для производственной функции в нескольких частных случаях. Во-первых, если мощности не изнашиваются, $\mu = 0$, и

$$f(t,x) = 1 - \left[1 - \frac{1-\varepsilon}{\nu(t)}x\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \text{ при } x \le \frac{\nu(t)}{1-\varepsilon}; \quad f(t,x) \equiv 1, \text{ при } x > \frac{\nu(t)}{1-\varepsilon}$$

Во-вторых, если $\sigma(t)$ постоянна,

$$\begin{aligned} f(t,x) &= 1 - \left[1 - \frac{1-\varepsilon-\frac{\mu}{\sigma}}{\nu(t)}x\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon-\frac{\mu}{\sigma}}}, && \text{при } x \le \frac{\nu(t)}{1-\varepsilon-\frac{\mu}{\sigma}}; \\ f(t,x) &\equiv 1, && \text{при } x > \frac{\nu(t)}{1-\varepsilon-\frac{\mu}{\sigma}}. \end{aligned}$$

В-третьих, если ν постоянно, то $\varepsilon = 0$. Если к тому же экономика развивается в режиме экспоненциального роста, то $\sigma(t)$ постоянна, $\sigma = \gamma + \mu$, и

$$\begin{aligned} f(t,x) &= 1 - \left[1 - \frac{1-\frac{\mu}{\sigma}}{\nu}x\right]^{\frac{1}{1-\frac{\mu}{\sigma}}}, && \text{при } x \le \frac{\nu}{1-\frac{\mu}{\sigma}}; \\ f(t,x) &\equiv 1, && \text{при } x > \frac{\nu}{1-\frac{\mu}{\sigma}}. \end{aligned}$$

Построив микроописание эволюции технологической структуры отрасли, мы получили производственную функцию неоклассического типа, которая содержит в явном виде как параметр краткосрочного x, так и параметр долгосрочного σ управления развитием отрасли. Кроме того, производственная функция отражает явным образом процесс технологических нововведений в отрасли, описанный в виде (2.2.24).

2.3. Модель межотраслевого баланса

В неоклассической теории производственная функция была введена феноменологически — ее свойства были определены априорно на основании соображений здравого смысла и закона убывающей предельной производительности. В предыдущих разделах мы убедились, что производственную функцию неоклассического типа можно вывести агрегированием исходного микроописания технологической структуры отрасли. При этом прояснилась внутренняя структура самого понятия неоклассической производственной функции и условия, при которых отрасль можно описывать этой функцией. Было сделано три существенных предположения. Во-первых, предполагалось, что рассматриваемая производственная единица использует различные технологии, но каждая технология выпускает один и тот же однородный продукт. Во-вторых, предполагалось, что технология характеризуется постоянными нормами затрат производственных факторов на выпуск единицы продукта. В-третьих, предполагалось, что технологии используются отдельными независимыми фирмами, которые находятся в отношениях совершенной конкуренции. Все три предположения заслуживают подробного обсуждения, чем я и предполагаю заняться в этом и следующих разделах.

На первых двух предположениях основана знаменитая схема "затраты- выпуск" межотраслевого баланса В.Леонтьева, которая обладает большой эвристической силой. Она оказала существенное влияние на развитие математической экономики и широко используется в теоретических и прикладных исследованиях. И в странах рыночной экономики, и в странах централизованной плановой экономики модель Леонтьева использовалась для анализа структуры межотраслевых связей в хозяйстве. Поэтому интересно обсудить содержательное обоснование схемы "затраты–выпуск" и попытаться строго обосновать границы ее применимости.

2.3.1. Содержательные предпосылки модели межотраслевого баланса

По-видимому, представление о постоянстве норм затрат производственных факторов на выпуск определенного количества продукта возникает в области чистых технологий. Специализированная технологическая линия для выпуска определенной продукции характеризуется паспортными данными: производительностью, нормами расхода материалов и энергии в стандартном режиме работы, количеством необходимого персонала и т.д. Вообще говоря, на эти данные можно смотреть как на исходное микроописание однородных технологических процессов. Если технологическая линия неспециализирована, то она переналаживается и формально каждый раз можно ее считать специализированной. Если выпускается не один продукт, то в стандартном технологическом режиме выпускается набор продуктов в определенных пропорциях, так что производительность можно характеризовать выпуском одного, выделенного продукта. Таким образом, казалось бы, возникает исходное понятие однородной технологии, которая может быть описана мощностью (производительностью за выбранный период времени) и нормами затрат производственных факторов на выпуск единицы продукта.

Но это описание относится только к области идеальных технологий, работающих в стандартном режиме. В действительности разного рода случайные сбои, поломки, вынужденный ремонт возмущают режим работы технологических линий. И мощность, и нормы затрат оказываются случайными величинами. Интуитивно ясно, что понятия мощности и норм затрат можно сохранить, если в качестве производственной единицы рассматривать совокупность единиц однородного технологического оборудования. Мощность такой производственной единицы можно было бы охарактеризовать математическим ожиданием $\mathsf{M}\varphi$ случайной величины числа работоспособных единиц оборудования φ при условии, что

$$\frac{\sqrt{\mathsf{D}\varphi}}{\mathsf{M}\varphi} \ll 1, \tag{2.3.1}$$

где $\mathsf{D}\varphi$ — дисперсия величины φ. Простые модельные соображения позволяют оценить условия, при которых выполняется соотношение (2.3.1). Представим себе, что производственная единица состоит из m единиц однородного технологического оборудования (станков). Каждый станок характеризуется случайными величинами времени безотказной работы ξ и времени ремонта η в случае выхода станка из строя. Показано, что при самых общих предположениях относительно случайных процессов ξ и η справедливо соотношение

$$\frac{\sqrt{\mathsf{D}\varphi}}{\mathsf{M}\varphi} = \sqrt{\frac{\mathsf{M}\eta}{m \cdot \mathsf{M}\xi}},$$

из которого следует, что условие (2.3.1) выполнено, если $m \gg \mathsf{M}\eta/\mathsf{M}\xi$. Отношение среднего времени ремонта к среднему времени безотказной работы единицы технологического оборудования дает характерную единицу для измерения "крупномасштабности" производственной единицы. Для "крупномасштабной" производственной единицы можно определить мощность и нормы затрат производственных факторов.

Сразу возникает вопрос: найдется ли на реальных предприятиях достаточное количество единиц однородного оборудования? Если нет

— придется, по-видимому, как-то объединять однотипные предприятия. Кроме того, если предприятие и выпускает однородный продукт, то короткое время, пока по какой-то из множества причин не переналаживается обрудование. Например, потому что оборудование может работать на сырье разного качества и при смене партии сырья изменяются нормативы затрат. Понятно, что неудобно считать, что после каждой переналадки возникает новая производственная единица. Надо было бы исходное микроописание усреднять по времени, одновременно агрегируя выпуски разнородных продуктов в индекс выпуска однородного продукта. На этом пути возникает множество трудностей, поэтому пока нет результатов, которые давали бы основание считать принятую схему распределения мощностей по технологиям с постоянными нормами затрат корректным исходным микроописанием.

Балансовые модели по леонтьевской схеме "затраты-выпуск" основаны на понятии чистой отрасли, но это — вовсе не те "крупномасштабные" производственные единицы, о которых я рассуждал. В.Леонтьев сформулировал линейную балансовую модель в результате эмпирических исследований балансовых таблиц межотраслевых связей, широко используемых для анализа структуры экономики.

Балансовая межотраслевая таблица наглядно представляет результаты экономической деятельности в сфере производства за определенный промежуток времени, чаще всего так называемый хозяйственный год. В балансовой таблице производство представлено набором условно выделенных чистых отраслей — производственных единиц, выпускающих однородный продукт. Выделение чистых отраслей, так же как и исчисление выпусков условных однородных продуктов, до сих пор — предмет искусства экономического анализа, а не строго обоснованной математической процедуры.

Балансовая таблица содержит величины валовых выпусков $x_i(t)$ чистых отраслей, поставок продукции i-й отрасли в j-ю отрасль z_{ij}, а также количества продукции y_i, которая пошла на конечное потребление: поставлена населению и использована для создания новых производственных мощностей за рассматриваемый промежуток времени t. Через N обозначено число выделенных чистых отраслей, поэтому $i, j = 1, \ldots, N$. Формально таблица выражает балансы производства и распределения произведенной продукции:

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^{N} z_{ij}(t) + y_i(t), \quad i = 1, \ldots, N,$$

почему и называется балансовой.

Изучая балансовые таблицы в течение многих последовательных промежутков времени $t = 1, \ldots, T$, В.Леонтьев заметил, что можно так выделить чистые отрасли, что величины z_{ij}/x_j будут слабо зависеть от времени, хотя сами x_j и z_{ij} изменяются со временем самым причудливым образом. В.Леонтьев понял, что при определенных условиях можно считать, что с достаточной точностью

$$z_{ij}(t) = a_{ij}x_j,$$

где a_{ij} — постоянные нормы затрат продукции i-ой отрасли на выпуск единицы продукции j-ой отрасли.

Составленная из a_{ij} матрица A называется леонтьевской матрицей прямых затрат. С учетом сделанного предположения о постоянстве прямых затрат балансы производства и распределения продукции записываются в виде

$$\mathbf{x}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{y}(t),$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_N)$, а $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_N)$. Таким образом, векторы валовых $\mathbf{x}$ и конечных $\mathbf{y}$ выпусков оказываются связанными линейным соотношением, которое называется леонтьевской моделью межотраслевого баланса.

Сам автор подчеркивал, что расчеты по матрице прямых затрат составляют ничтожно малую часть общей работы. Главная ее часть — в том, чтобы собрать данные и построить матрицу. Она строится в процессе длительного кропотливого анализа хозяйственных связей в сферах производства, распределения и потребления продукции.

Классификация чистых отраслей неформальным образом отражает и структуру производственных затрат на выпуск разных видов продукции, и структуру потребления конечной продукции. Можно представить себе, что структура затрат и потребления сохраняется относительно неизменной в условиях сложившегося технологического уклада, стабильных хозяйственных связей и механизмов обменов и распределения. Тогда к чистой отрасли можно отнести агрегат продуктов, близких по потребительским свойствам и в каком-то смысле однородных по затратам.

Матрицу прямых затрат можно использовать для прогнозных расчетов до тех пор, пока в экономике не произойдут структурные сдвиги. Возникает вопрос: какие изменения следует считать структурными сдвигами? Какие из них приведут к изменению отдельных элементов матрицы, а какие — к изменению числа отраслей, то есть размерности матрицы? Возникает задача обоснования леонтьевской модели межотраслевого баланса.

Замечено, что леонтьевская модель межотраслевого баланса хорошо работает, если число чистых отраслей не слишком велико —

порядка десятков. Если же выделить тысячи чистых отраслей, предположение о постоянстве норм прямых затрат перестает быть верным. Таким образом, в силу каких-то пока еще непонятных механизмов постоянные нормы затрат, которые возникают при микроописании "крупномасштабных" производственных единиц, пропадают при попытках макроописания производства большим числом чистых отраслей и снова возникают при достаточно агрегированном макроописании структуры производства с помощью относительно небольшого числа чистых отраслей.

2.3.2. Обобщенная схема "затраты-выпуск"

Балансовая модель Леонтьева получается в результате неформального агрегирования некоторого неясного исходного микроописания производства. Для ее обоснования остается только требовать, чтобы она была внутренне непротиворечивой. Требование будет выполнено, если модель межотраслевого баланса будет сохраняться при повторном агрегировании. Однако известно, что это возможно при очень жестких предположениях. Действительно, пусть

$$\mathbf{x} = A\mathbf{x} + \mathbf{y}. \tag{2.3.2}$$

Число отраслей совпадает с числом продуктов N, так что k-й продукт производится с помощью единственной технологии, которая характеризуется набором коэффициентов a_{ik}, образующих k-й столбец матрицы A, и мощностью M_k, ограничивающей выпуск x_k:

$$x_k \leq M_k. \tag{2.3.3}$$

Будем агрегировать модель (2.3.2), (2.3.3). Представим векторы $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ наборами $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$, $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n)$. В вектор $\mathbf{x}_s$ входят те компоненты вектора $\mathbf{x}$, которые образуют s-й агрегат x_s; множество их обозначим n_s. Аналогично устроен вектор $\mathbf{y}_s$. Агрегаты образуются по правилу

$$x_s = (\mathbf{e}_s, \mathbf{x}_s), \quad y_s = (\mathbf{e}_s, \mathbf{y}_s)$$

с помощью заданного вектора $\mathbf{e} = (\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_n)$. Если переписать (2.3.2) в виде системы

$$\mathbf{x}_s = \sum_{r=1}^{n} A_{sr}\mathbf{x}_r + \mathbf{y}_s, \quad r = 1, \dots, n,$$

где A_{sr} — блок матрицы A, составленный из элементов на пересечении строк $i \in n_s$ и столбцов $j \in n_r$, то легко видеть, что

$$x_s = \sum_{r=1}^{n} (\mathbf{e}_s A_{sr}, \mathbf{x}_r) + y_s, \quad s = 1, \dots, n. \tag{2.3.4}$$

Эта модель останется леонтьевской только если

$$\mathbf{e}_s A_{sr} = a^{sr}\mathbf{e}_r, \qquad s, r = 1, \ldots, n, \tag{2.3.5}$$

где a^{sr} — неотрицательные числа. Иначе говоря, после агрегирования снова получится леонтьевская модель, если окажутся одинаковыми агрегированные в пределах каждого агрегата затраты $(1/e_j)\sum_{i\in n_s} e_i a_{ij}$ на выпуск j-го продукта, $j \in n_r$, который дает единичный вклад в выпуск r-го агрегата.

Это очень жесткие условия. Дело можно спасти, если толковать леонтьевскую схему чуть иначе, а именно, считать, что каждый продукт может выпускаться несколькими технологиями. Тогда модель (2.3.4) остается леонтьевской независимо от выполнения условий (2.3.5). В самом деле, будем считать, что

$$x_s = \sum_{i\in n_s} z_i, \quad z_i = e_i x_i, \quad s = 1, \ldots, n,$$

и перепишем (2.3.4) в виде

$$x_s = \sum_{r=1}^{n} \sum_{j\in n_r} a_j^{sr} z_j + y_s, \qquad s = 1, \ldots, n,$$

где

$$a_j^{sr} = \frac{1}{e_j} \sum_{i\in n_s} e_i a_{ij}, \quad j \in n_r$$

норма затрат s-го продукта на выпуск единицы r-го продукта по j-й технологии.

Таким образом, в обобщенной модели межотраслевого баланса чистые отрасли описываются наборами технологий, которые характеризуются векторами затрат производственных факторов $\mathbf{a}_j^r = (\ldots, a_j^{sr}, \ldots)$, $j \in n_r$ и мощностями $m_j = e_j M_j$, ограничивающими выпуски:

$$z_j \le m_j, \quad j \in n_r.$$

Эта схема, с одной стороны, сохраняет эвристическую силу леонтьевского метода "затраты–выпуск," а с другой — оказывается достаточно гибкой, чтобы можно было на ее основе строить содержательную математическую теорию.

Если чистую отрасль, технологическая структура которой задана распределением мощностей по технологиям, можно описать производственной функцией, то и обобщенную модель межотраслевого баланса можно переписать, используя производственные функции. Каждая из чистых отраслей, вообще говоря, описывается производственной функцией

$$F_i(X_i^1, X_i^2, \ldots, X_i^N;\ l_i^1, \ldots, l_i^K),\ i = 1, \ldots, N,$$

где X_i^j, $i = 1, \ldots, N$, $j = 1, \ldots, N$ — затраты продукта j-й отрасли на выпуск продукта i-й отрасли; l_i^k, $i = 1, \ldots, N$, $k = 1, \ldots, K$ — затраты k-го первичного ресурса на выпуск продукта i-й отрасли. Кроме того, обозначим X_i^0, $i = 1, \ldots, N$ выпуск конечного продукта i-й отраслью, а l^k, $k = 1, \ldots, K$ — заданное количество k-го ресурса. Тогда модель межотраслевого баланса записывается в виде:

$$X_i^0 \le Y_i - \sum_{j=1}^{N} X_j^i, \quad i = 1, \ldots, N, \tag{2.3.6}$$

$$\sum_{i=1}^{N} l_i^k \le l^k, \qquad k = 1, \ldots, K, \tag{2.3.7}$$

$$Y_i = F_i(X_i^1, \ldots, X_i^N; l_i^1, \ldots, l_i^K), \quad X_j^i \ge 0, \quad l_i^k \ge 0, \tag{2.3.8}$$
$$i, j = 1, \ldots, N,\ k = 1, \ldots, K.$$

Обычно производственные функции считают неоклассическими, а модель называют нелинейным межотраслевым балансом. Надо помнить, что она годится только при условии, что чистые отрасли состоят из независимых фирм, находящихся в отношениях совершенной конкуренции.

Далее я хочу обсудить проблему агрегирования обобщенной модели межотраслевого баланса, и не только в условиях совершенной конкуренции. Мы увидим, что при определенных условиях можно дать удовлетворительное решение задачи агрегирования выпусков разнородных продуктов в индекс выпуска однородного продукта.

2.4. Агрегирование модели обобщенного межотраслевого баланса

Макросоотношения, которые получаются после агрегирования исходного микроописания, существенно зависят от того, что мы предполагаем относительно экономических отношений производителей. Мы уже знаем, что неоклассическая производственная функция получается при предположении о совершенно конкурентных отношениях фирм, образующих чистую отрасль. Насколько существенно это предположение можно убедиться, рассмотрев следующие два примера.

2.4.1. Показатель валового продукта

В течение десятков лет советские экономисты обсуждали возможные способы повышения эффективности плановых экономических механизмов. Дискуссия сосредоточивалась вокруг показателей, с помощью которых оценивали деятельность хозяйства. Долгое время в качестве главного показателя плана, по которому оценивали деятельность хозяйства, был принят валовый выпуск продукции. Экономисты критиковали показатель валового продукта, указывали, что рост валового выпуска сопряжен с ростом затрат и снижает эффективность производства, тем не менее этот показатель продолжал жить. Дело, по-видимому, в том, что он адекватно отражал экономические отношения, сложившиеся в административной системе регулирования производства и распределения продукции. Практически весь произведенный продукт распределялся централизованно через Госплан, министерства, Госснаб. Право распределять было экономической основой власти бюрократии, весьма влиятельной социальной группы командно-административной системы. Чтобы осуществить это право, надо было контролировать весь фонд распределения, т.е. валовый продукт. Этим в значительной степени объяснялась живучесть показателя валовой продукции.

Итак, пусть план вынуждает отрасли хозяйства максимизировать валовый выпуск в заданных фиксированных ценах. Производственные единицы отраслей, выполняя план, в рамках выделенных ресурсов обладают свободой деятельности, потому что центральный плановый орган не имеет полной информации о состоянии хозяйства и планирует в агрегатах. Можно предположить, что в рамках плана производственные единицы действуют эффективно.

Для простоты выделим в хозяйстве две отрасли и будем считать, что каждая отрасль на выпуск своего продукта затрачивает продукт другой отрасли и однородную рабочую силу. Технологические структуры отраслей заданы непрерывными функциями распределения мощностей по нормам материалоемкости продуктов $m_1(a_2)$ и $m_2(a_1)$ и нормами трудоемкости продуктов λ_1 и λ_2, для простоты принятыми одинаковыми для всех технологий отрасли. Рабочая сила может свободно перераспределяться между отраслями, а общее предложение ее l задано. Цены продуктов отраслей p_1 и p_2 в централизованной плановой экономике надо считать заданными. Обозначим $u_1(a_2)$ и $u_2(a_1)$ функции загрузки мощностей отраслей. Деятельность хозяйства, экономическим регулятором которого является показатель валового выпуска, описывается задачей о максимуме валового выпуска

$$p_1 \int_0^\infty u_1(a_2) m_1(a_2) da_2 + p_2 \int_0^\infty u_2(a_1) m_2(a_1) da_1 \qquad (2.4.1)$$

при условиях

$$\int_0^\infty u_1(a_2)m_1(a_2)da_2 \geq \int_0^\infty a_1 u_2(a_1)m_2(a_1)da_1 \ , \tag{2.4.2}$$

$$\int_0^\infty u_2(a_1)m_2(a_1)da_1 \geq \int_0^\infty a_2 u_1(a_2)m_1(a_2)da_2 \ , \tag{2.4.3}$$

$$\lambda_1 \int_0^\infty u_1(a_2)m_1(a_2)da_2 + \lambda_2 \int_0^\infty u_2(a_1)m_2(a_1)da_1 \leq l \ , \tag{2.4.4}$$

$$0 \leq u_1(a_2) \leq 1, \qquad 0 \leq u_2(a_1) \leq 1. \tag{2.4.5}$$

Обозначим $s > 0$ ставку заработной платы — двойственную переменную к ограничению (2.4.4); $q_1 > 0$ и $q_2 > 0$ — теневые цены продуктов первой и второй отрасли — двойственные переменные к балансовым соотношениям (2.4.2) и (2.4.3) соответственно. Согласно обобщенной лемме Неймана - Пирсона решение задачи (2.4.1)–(2.4.5) имеет следующий вид:

$$u_1(a_2) = 1, \quad \text{если } p_1 + q_1 - q_2 a_2 - \lambda_1 s > 0, \quad \text{иначе } u_1(a_2) = 0, \tag{2.4.6}$$

$$u_2(a_1) = 1, \quad \text{если } p_2 + q_2 - q_1 a_1 - \lambda_2 s > 0, \quad \text{иначе } u_2(a_1) = 0. \tag{2.4.7}$$

Пусть первая отрасль дает положительный выпуск продукта для конечного потребления, тогда из условий дополняющей нежесткости $q_1 = 0$. Если при этом $q_2 > 0$, то из тех же условий находим, что продукт второй отрасли целиком расходуется на производственное потребление. Отсюда можно вывести одно качественное свойство ценообразования в экономике с централизованными административными механизмами распределения. Рентабельные технологии отрасли, работающей на конечное потребление, удовлетворяют условию $p_1 - q_2 a_2 - \lambda_1 s \geq 0$, а рентабельные технологии сырьевой отрасли — условию $p_2 + q_2 - \lambda_2 s \geq 0$. Величина $q_2 > 0$ дает объективную денежную оценку дефицитности сырья. Оказывается, что даже если сырье становится все более дефицитным (при этом растет q_2), официально установленная цена на него p_2 может оставаться неизменной, но при этом экономические условия деятельности первой отрасли вынуждают её добиваться увеличения официальной цены на конечную продукцию,чтобы сохранить прежний уровень рентабельности. Иными словами, сырье относительно дешевеет по мере расширения производства.

Главной особенностью централизованно регулируемой экономики оказалась неэффективность производства. С расширением производства в ней возникают избыточные контуры. Избыточным контуром называется пара технологий a_2, a_1 в отраслях, у которой $1 - a_1 a_2 < 0$. Такая пара непродуктивна и поглощает продукты, произведенные с помощью других технологий.

На модели (2.4.1)–(2.4.5) можно показать, как возникают избыточные контуры. Примем для определенности, что $a_2 > a_2^0$, $a_1 > a_1^0$ и $p_1/\lambda_1 > p_2/\lambda_2$. Пусть $p_1 = \lambda_1 s$, тогда $p_2 - \lambda_2 s < 0$. Значит, необходимо, чтобы $q_2 > 0$. Второй продукт дефицитен и весь расходуется на производственное потребление. Решение задачи (2.4.1)–(2.4.5) можно записать в виде:

$$u_1(a_2) = 1, \quad \text{если } a_2^0 \le a_2 \le \xi, \quad \text{иначе } u_1(a_2) = 0,$$

$$u_2(a_1) = 1, \quad \text{если } a_1^0 \le a_1 \le \eta(\xi), \quad \text{иначе } u_2(a_1) = 0.$$

Величина $\eta(\xi)$ находится из условия

$$\int\limits_{a_1^0}^{\eta(\xi)} m_2(a_1)da_1 = \int\limits_{a_2^0}^{\xi} a_2 m_1(a_2)da_2, \tag{2.4.8}$$

дифференцируя которое находим, что

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{\xi m_1(\xi)}{m_2(\eta(\xi))}.$$

Кроме того, $\eta(a_2^0) = a_1^0$.

Построим производственную функцию $X(l)$. Параметрическое представление ее имеет вид:

$$X = \int\limits_{a_2^0}^{\xi} m_1(a_2)da_2 - \int\limits_{a_1^0}^{\eta(\xi)} a_1 m_2(a_1)da_1,$$

$$l = \lambda_1 \int\limits_{a_2^0}^{\xi} m_1(a_2)da_2 + \lambda_2 \int\limits_{a_1^0}^{\eta(\xi)} m_2(a_1)da_1.$$

Используя (2.4.8), легко вычислить

$$\frac{dY}{dl} = \frac{1 - \xi\eta(\xi)}{\lambda_1 + \xi\lambda_2}.$$

С ростом l растут ξ и $\eta(\xi)$. При некотором $l = l_0$ получается, что $\xi\eta(\xi) = 1$, затем возникают избыточные контуры. Рост занятости l приводит к уменьшению выпуска конечного продукта. Производственная функция оказывается немонотонной (см. рис. 2.3).

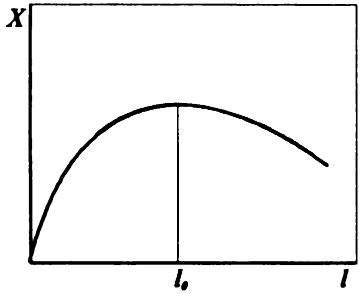


Рис. 2.3

2.4.2. Показатель нормативно чистого продукта

Советские экономисты давно осознали, что показатель валового выпуска плохо регулирует плановую экономику. Многие из них считали, что эффективность хозяйства решительно повысится, если показатель валового выпуска заменить показателем нормативно чистой продукции. Нормативно чистой продукцией они называли добавленную стоимость в установленных постоянных ценах.

Модифицируем модель (2.4.1)–(2.4.5), чтобы показать, к чему приводит использование показателя нормативно чистой продукции. Пусть снова p_1 и p_2 установленные цены на продукты отраслей. По определению, нормативно чистая продукция задается выражением

$$\int_{a_2^0}^{\infty} u_1(a_2)(p_1 - a_2p_2)m_1(a_2)da_2 + \int_{a_1^0}^{\infty} u_2(a_1)(p_2 - a_1p_1)m_2(a_1)da_1 =$$

$$= p_1X_1^0 + p_2X_2^0,$$

где

$$X_1^0 = \int_{a_2^0}^{\infty} u_1(a_2)m_1(a_2)da_2 - \int_{a_1^0}^{\infty} a_1u_2(a_1)m_2(a_1)da_1 ,$$

$$X_2^0 = \int_{a_1^0}^{\infty} u_2(a_1)m_2(a_1)da_1 - \int_{a_2^0}^{\infty} a_2u_1(a_2)m_1(a_2)da_2 .$$

Поэтому деятельность плановой экономики, регулируемой показателем нормативно чистой продукции, описывается задачей о максимуме

$$p_1X_1^0 + p_2X_2^0 \qquad (2.4.9)$$

при условиях

$$X_1^0 = \int\limits_{a_2^0}^{\infty} u_1(a_2)m_1(a_2)da_2 - \int\limits_{a_1^0}^{\infty} a_1u_2(a_1)m_2(a_1)da_1 \geq 0, \qquad (2.4.10)$$

$$X_2^0 = \int\limits_{a_1^0}^{\infty} u_2(a_1)m_2(a_1)da_1 - \int\limits_{a_2^0}^{\infty} a_2u_1(a_2)m_1(a_2)da_2 \geq 0, \qquad (2.4.11)$$

$$\lambda_1 \int\limits_{a_2^0}^{\infty} u_1(a_2)m_1(a_2)da_2 + \lambda_2 \int\limits_{a_1^0}^{\infty} u_2(a_1)m_2(a_1)da_1 \leq l, \qquad (2.4.12)$$

$$0 \leq u_1(a_2) \leq 1, \qquad 0 \leq u_2(a_1) \leq 1. \qquad (2.4.13)$$

Как и прежде, l — заданное предложение рабочей силы.

В тех же обозначениях решение задачи имеет вид:

$$u_1(a_2) = 1, \quad \text{если } p_1 + q_1 - a_2(p_2 + q_2) - \lambda_1 s > 0, \quad \text{иначе } u_1(a_2) = 0;$$

$$u_2(a_1) = 1, \quad \text{если } p_2 + q_2 - a_1(p_1 + q_1) - \lambda_2 s > 0, \quad \text{иначе } u_2(a_1) = 0.$$

Из этих условий несложно вывести, что если пара технологий $\tilde{a}_1$, $\tilde{a}_2$ используется для выпуска продуктов, то

$$(1 - \tilde{a}_1\tilde{a}_2)(p_1 + q_1) > (\lambda_1 + \tilde{a}_2\lambda_2)s \quad .$$

В силу того, что $p_1 > 0$, $q_1 > 0$ и $s > 0$, заключаем:

$$1 > \tilde{a}_1\tilde{a}_2 \quad .$$

Если оценивать деятельность плановой экономики показателем нормативно чистой продукции, избыточных контуров не возникает. Производство становится эффективным, но экономика от этого эффективной не становится.

Действительно, (2.4.9)–(2.4.13) можно интерпретировать как задачу о максимизации конечной продукции, спрос на которую выражен заданным индексом $X^0 = p_1X_1^0 + p_2X_2^0$. Однако индекс спроса зависит от поведения потребителей, а не от априорных соображений, как лучше оценивать производственную деятельность предприятий. Пусть истинный индекс спроса $F(X_1^0, X_2^0)$, а решение задачи (2.4.9)–(2.4.13) $X_1^0(l)$, $X_2^0(l)$.Тогда уровень удовлетворения потребительского спроса выражается как $\varphi(l) = F(X_1^0(l), X_2^0(l))$. Функция $\varphi(l)$ может не быть монотонно неубывающей относительно l. Это означает, что показатель нормативно чистой продукции не обеспечивает эффективное распределение ресурсов в экономике.

Что так может быть, легко убедиться на примере. Пусть для простоты $p_1 = p_2 = 1$ и $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$. Для определенности примем, что $a_1^0 = \frac{5}{16}$, $a_2^0 = \frac{1}{4}$. Распределение мощностей по технологиям зададим в виде

$$m_1(a_2) = 1 \text{ при } \frac{1}{4} \le a_2 < 1;$$

$$m_2(a_1) = \frac{1}{2} \text{ при } \frac{5}{16} \le a_1 \le \frac{1}{2}, \quad m_2(a_1) = \frac{3}{4} \text{ при } \frac{1}{2} < a_1 < 1.$$

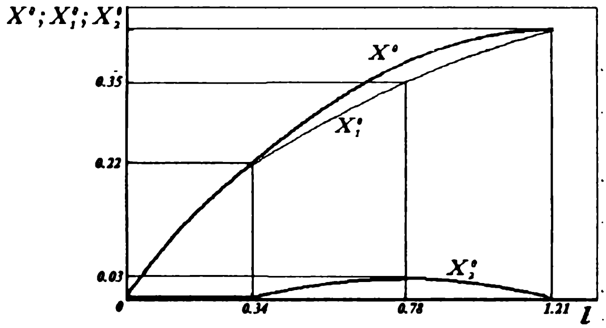


Рис. 2.4

По этим данным нетрудно построить решение задачи (2.4.9)–(2.4.13) (см. рис. 2.4). Представим себе, что потребители требуют продукты комплектами, так что индекс потребительского спроса

$$F(X_1^0, X_2^0) = \min(X_1^0, X_2^0).$$

Производство оказывается не согласованным со спросом: выпускается лишний продукт, который не находит спроса. Рабочая сила используется неэффективно.

Разобранные примеры свидетельствуют о том, что обобщенная модель межотраслевого баланса заключает в себе глубокое экономическое содержание. Ранее было показано, что описание чистой отрасли распределением мощностей по технологиям при условиях совершенной конкуренции внутри отрасли агрегируется в производственную функцию неоклассического типа, которая описывает эффективное использование ресурсов. Теперь мы убедились, что при других условиях из обобщенной модели межотраслевого баланса получаются производственные функции совсем другого типа, характеризующие деятельность плановой административно регулируемой экономики. Значит, чтобы сагрегировать обобщенную модель межотраслевого баланса, надо явным образом сформулировать предположения относительно взаимодействия процессов производства и формирования непроизводственного спроса на конечную продукцию. Иными словами, задача об агрегировании обобщенной модели межотраслевого баланса ставится в силу описания экономических механизмов регулирования обменов и распределения конечной продукции.

2.5. Равновесная теория агрегирования

В гл. 2 мы познакомились с теорией агрегирования потребительского спроса, в рамках которой удалось исследовать его структуру. Теперь я хочу использовать результаты теории агрегирования, чтобы показать, как агрегирование нелинейного межотраслевого баланса позволяет проанализировать равновесные экономические структуры.

2.5.1. Производственная функция группы чистых отраслей

Будем считать, что функции потребительского спроса $\mathbf{X}^0(\mathbf{p})$ удовлетворяют условиям интегрируемости. Тогда существует индекс потребительского спроса $F(\mathbf{X}^0)$ и двойственный ему индекс цен $q(\mathbf{p})$. Поставим задачу об агрегировании нелинейной модели межотраслевого баланса (2.3.6)–(2.3.8) с неоклассическими производственными функциями: найти максимум $F(\mathbf{X}^0)$ при условиях

$$X_i^0 \leq Y_i - \sum_{j=1}^{N} X_j^i, \quad i = 1, \ldots, N, \tag{2.5.1}$$

$$\sum_{i=1}^{N} l_i^k \leq l^k, \quad k = 1, \ldots, K, \tag{2.5.2}$$

$$Y_i = F_i(X_i^1, \ldots, X_i^N; l_i^1, \ldots, l_i^K), \tag{2.5.3}$$

$$X_i^0 \geq 0, \quad X_i^j \geq 0, \quad l_i^k \geq 0, \quad i, j = 1, \ldots, N, \quad k = 1, \ldots, K. \tag{2.5.4}$$

Рассмотрим функции предложения и спроса отраслей, заданные выражениями (2.2.13). Определим функцию предложения i-го конечного продукта $X_i^0(\mathbf{p},\mathbf{s})$, $i = 1, \ldots, N$ как разность функции предложения и функций спроса других отраслей на этот продукт. Здесь $\mathbf{p}$ — вектор цен на продукты; $\mathbf{s}$ — вектор цен на первичные ресурсы. Пусть $\mathbf{X}^0(\mathbf{p},\mathbf{s}) = (X_1^0(\mathbf{p},\mathbf{s}), \ldots, X_N^0(\mathbf{p},\mathbf{s}))$ — вектор функций предложения конечных продуктов.

Теперь можно сформулировать один из главных результатов, полученных А.А.Шананиным. Обозначим $\mathbf{p}^* = (p_1^*, \ldots, p_N^*)$ вектор двойственных переменных к ограничениям (2.5.1), $\mathbf{s}^* = (s_1^*, \ldots, s_K^*)$ вектор двойственных переменных к ограничениям (2.5.2) и q_0^* двойственную переменную к функционалу $F(\mathbf{X}^0)$. По теореме Куна–Таккера для оптимального решения $\mathbf{X}^0_*, \ldots$ найдутся двойственные переменные $q_0^* > 0$, $\mathbf{p}^* \geq 0$, $\mathbf{s}^* \geq 0$, такие, что $\mathbf{X}^0_* = \mathbf{X}^0(\mathbf{p}^*, \mathbf{s}^*)$ и

$$q_0^* \frac{\partial F(\mathbf{X}^0_*)}{\partial X_i} = p_i^*, i = 1, \ldots, N.$$

Вектор $\mathbf{p}^*$ можно интерпретировать как равновесные цены продуктов, а вектор $\mathbf{s}^*$ — как цены первичных ресурсов. В самом деле, из последнего условия следует, что вектор функций предложения $\mathbf{X}^0(\mathbf{p}^*, \mathbf{s}^*)$ конечных продуктов пропорционален вектору функций спроса на конечный продукт, по которым построен индекс $F(\mathbf{X}^0)$. Это означает, что предложение конечных продуктов сбалансировано со спросом на них при ценах $\mathbf{p}^*$, т.е. рынок конечных продуктов в равновесии. Используя положительную однородность $F(\mathbf{X}^0)$, можно показать, что $\mathbf{q}_0^* = q(\mathbf{p}^*)$.

Итак, установлено, что нелинейную модель межотраслевого баланса, в которой выделено N отраслей, можно сагрегировать в одну чистую отрасль при условиях: 1) экономические механизмы регулирования производства, обменов и распределения продуктов действуют как рыночные отношения купли–продажи продуктов и ресурсов экономическими агентами в условиях совершенной конкуренции; 2) отрасли, включенные в балансовую схему, производят конечные продукты, образующие отделимую группу; 3) функции спроса на конечные продукты удовлетворяют условиям интегрируемости.

Агрегированное описание неоклассической модели межотраслевого баланса задается производственной функцией неоклассического типа $F^A(l^1, l^2, \ldots, l^K)$. А.А.Шананин показал, что суммарная прибыль, спрос отраслей на первичные ресурсы и предложение агрегированного продукта $F(\mathbf{X}^0(\mathbf{p},\mathbf{s}))$ однозначно определяются индексом цен $q(\mathbf{p})$ и ценами первичных ресурсов $\mathbf{s}$, если цены $\mathbf{p}$ равновесны. Соответственно можно определить агрегированные функцию прибыли $\Pi^A(\mathbf{s}, q)$, функцию предложения $g_0^A(\mathbf{s}, q)$ и функции спроса на ресурсы $g_i^A(\mathbf{s}, q)$, $i = 1, \ldots, N$. Функция прибыли $\Pi^A(\mathbf{s}, q)$ и производственная функция $F^A(\mathbf{l})$ связаны соотношениями (2.2.12), а функции $\Pi^A(\mathbf{s}, q)$, $g_0^A(\mathbf{s}, q)$, $g_i^A(\mathbf{s}, q)$, $i = 1, \ldots, N$ — соотношениями (2.2.13). Агрегированная функция прибыли довольно просто выражается через функции прибыли отраслей $\Pi_i(\mathbf{p},\mathbf{s})$:

$$\Pi^A(\mathbf{s}, q) = \min_{\substack{\mathbf{p} \geq 0 \\ q(\mathbf{p}) \geq q}} \sum_{i=1}^{N} \Pi_i(\mathbf{p}, \mathbf{s}). \tag{2.5.5}$$

Агрегированная производственная функция $F^A(l^1, l^2, \ldots, l^k)$ и агрегированная функция прибыли $\Pi^A(\mathbf{s}, q)$ обладают свойствами, обычно постулируемыми в неоклассической экономической теории: 1) функция прибыли положительно однородна: $\Pi(\lambda \mathbf{s}, \lambda q) = \lambda \Pi(\mathbf{s}, q)$ при любых $q > 0$, $\mathbf{s} \geq 0$, $\lambda > 0$; 2) функция прибыли удовлетворяет граничным условиям:

$$\lim_{q \to 0} \Pi^A(\mathbf{s}, q) = 0; \quad \lim_{q \to 0} \frac{\partial \Pi^A(\mathbf{s}, q)}{\partial q} = 0;$$

$$\lim_{q \to \infty} \Pi^A(\mathbf{s}, q) = \infty;$$

3) функция прибыли непрерывно дифференцируема (это свойство выполняется, если плотности распределения мощностей по технологиям исходных отраслей непрерывны); 4) производные функции прибыли монотонны:

$$\frac{\partial \Pi^A(\mathbf{s}, q)}{\partial q} \geq 0; \quad \frac{\partial \Pi^A(\mathbf{s}, q)}{\partial s_i} \leq 0;$$

5) выражение

$$q \frac{\partial \Pi^A(\mathbf{s}, q)}{\partial q}$$

определяет денежные расходы конечных потребителей, а выражение

$$\frac{\partial \Pi^A(\mathbf{s}, q)}{\partial s_i}$$

— спрос на i-й первичный ресурс, монотонно не убывающий по q.

2.5.2. Агрегированное распределение мощностей по технологиям

В разделе 2.2 был сформулирован принцип непротиворечивости: описание, которое получается в результате агрегирования, должно быть того же типа, что и исходное. Следовательно, агрегированная производственная функция $F^A(\mathbf{l})$ так же, как и агрегированная функция прибыли $\Pi^A(\mathbf{s}, q)$, должна быть представимой агрегированным распределением мощностей по технологиям. Как показал А.А.Шананин, достаточно, чтобы функция прибыли $\Pi^A(\mathbf{s}, q)$ была представима распределением мощностей по технологиям, — тогда этим же свойством будут обладать функции $F^A(\mathbf{l})$, $g_0^A(\mathbf{s}, q)$ и $g_i^A(\mathbf{s}, q)$, $i = 1, \ldots, K$. Исследование представимости агрегированной функции прибыли распределением сводится к задаче об обращении преобразования Радона по неполным данным. В этой книге нет возможности углубляться в довольно сложные детали исследования существования и единственности агрегированного распределения мощностей по технологиям. Для доказательства существования решения задачи в классе неотрицательных мер Г.М.Хенкин и А.А.Шананин использовали теорему Бернштейна о вполне монотонных функциях. Основной результат их работы можно сформулировать содержательно примерно так: агрегированная функция прибыли $\Pi^A(\mathbf{s}, q)$ может и не быть представимой распределением мощностей по технологиям во всем положительном ортанте евклидова пространства норм затрат, но ее можно представить распределением в положительном конусе, который определяется ценами первичных ресурсов [13]. В общем результат можно пояснить на примере.

Рассмотрим две отрасли. Первая отрасль выпускает конечный продукт, используя в производстве продукт второй отрасли и два вида первичных ресурсов. Вторая отрасль производит сырье для первой отрасли и использует в производстве только первичные ресурсы. Предположим, что первая отрасль использует единственную технологию, характеризующуюся мощностью m_0, нормой затрат продукта второй отрасли на единицу выпуска a и нормами затрат первичных ресурсов на единицу выпуска $\mathbf{v}^0 = (v_1^0, v_2^0)$. Вторая отрасль использует две технологии, первая из которых характеризуется мощностью m_1 и нормами затрат $\mathbf{v}^1 = (v_1^1, v_2^1)$, а вторая — соответственно m_2 и $\mathbf{v}^2 = (v_1^2, v_2^2)$. При этом во второй отрасли нет лучшей технологии: $v_1^1 > v_1^2$, $v_2^1 < v_2^2$. Будем считать, что $am_0 < m_1 + m_2$.

Обозначим q цену продукта первой отрасли, $\mathbf{s} = (s_1, s_2)$ цены первичных ресурсов. В данном случае возникают две агрегированные технологии, первая из которых характеризуется нормами затрат $\mathbf{v}^0 + a\mathbf{v}^1 = (v_1^0 + av_1^1, \quad v_2^0 + av_2^1)$, а вторая — нормами $\mathbf{v}^0 + a\mathbf{v}^2 = (v_1^0 + av_1^2, \quad v_2^0 + av_2^2)$. В зависимости от структуры цен на первичные ресурсы интенсивнее используется та или иная технология. Поэтому агрегированное распределение мощностей по технологиям имеет вид:

$$\mu^A(\mathbf{v}) = \begin{cases} \min\left\{m_0 - \frac{m_2}{a}, 0\right\}\delta\left(\mathbf{v} - (\mathbf{v}^0 + a\mathbf{v}^1)\right) + \min\left\{m_0, \frac{m_2}{a}\right\} \times , \\ \times\delta\left(\mathbf{v} - (\mathbf{v}^0 + a\mathbf{v}^2)\right) \qquad\qquad \text{при} \quad (\mathbf{s}, \mathbf{v}^1) > (\mathbf{s}, \mathbf{v}^2) \\ \\ \min\left\{m_0, \frac{m_1}{a}\right\}\delta\left(\mathbf{v} - (\mathbf{v}^0 + a\mathbf{v}^1)\right) + \min\left\{m_0 - \frac{m_1}{a}, 0\right\} \times \\ \times\delta\left(\mathbf{v} - (\mathbf{v}^0 + a\mathbf{v}^2)\right) \qquad\qquad \text{при} \quad (\mathbf{s}, \mathbf{v}^1) < (\mathbf{s}, \mathbf{v}^2), \end{cases}$$

где $\delta(\cdot)$ — функция Дирака.

Таким образом, не существует агрегированного распределения мощностей по технологиям $\mu^A(\mathbf{v})$, при всех $\mathbf{s} \geq 0$. Пространство цен разбивается на два конуса $K_1 = \{\mathbf{s} \geq 0 | (\mathbf{s}, \mathbf{v}^1) > (\mathbf{s}, \mathbf{v}^2)\}$ и $K_2 = \{\mathbf{s} \geq 0 | (\mathbf{s}, \mathbf{v}^1) < (\mathbf{s}, \mathbf{v}^2)\}$, в каждом из которых существует единственное распределение. Это обстоятельство можно интерпретировать как изменение технологических связей при изменении структуры цен на первичные ресурсы. В агрегированном описании это выражается изменением технологической структуры мощностей в экономике. Так можно пытаться объяснить наблюдавшиеся резкие изменения технологической структуры в рыночной экономике, которые происходили быстрее, чем процессы физической конверсии производственных мощностей.

2.5.3. Обсуждение результатов

Обобщение исходной леонтьевской схемы "затраты–выпуск", которое было предложено в разделе 2.3, дало возможность построить содержательную математическую теорию неоклассического межотраслевого баланса. Теория позволяет уточнить экономическое содержание модели межотраслевого баланса и условия, в которых модель можно считать законной.

Исследуя процедуры агрегирования, мы исследуем принципы самоорганизации и структуру сложной системы, каковой является экономика. Содержательно процедуры агрегирования основаны на предположении об иерархии характерных масштабов времени процессов, протекающих в системе. Если система в каком-то смысле сохраняет структуру, то протекающие в ней процессы релаксируют; причем те, у которых характерный масштаб времени меньше, релаксируют быстрее. В общем виде процедура агрегирования сводится к замене описания быстрого процесса описанием равновесного его состояния, зависящего от медленных переменных. Зависимость равновесного состояния от медленных переменных дает агрегированное описание; оно качественно проясняет структуру системы. Нередко удается свести описание равновесного состояния к задаче об экстремуме некоторой функции при ограничениях: функция достигает экстремума в точке равновесия. Примером такой функции служит функция Ляпунова. Экстремальные принципы дают общий подход к описанию результата действия механизмов самоорганизации системы.

В точности так обстоит дело с описанием рыночных механизмов совершенной конкуренции в неоклассической теории. Предполагается, что рыночные механизмы ценообразования, уравновешивающие спрос и предложение товаров, действуют быстрее, чем процессы изменения поведения потребителей и производственных возможностей производителей. Соответственно, функции спроса и предложения считаются заданными. Формулируется принцип: рыночные механизмы совершенной конкуренции обеспечивают эффективное распределение ресурсов в равновесном состоянии рынков. Поэтому задача о результатах действия рыночных механизмов совершенной конкуренции формулируется как задача на максимум некоторой оценки производственной деятельности при ограничениях на первичные ресурсы. В раделе 2.2 это была задача на максимум выпуска чистой отрасли, в разделе 2.5 — задача на максимум выпусков группы чистых отраслей, которые оценивались по функциям спроса. Таким образом, решение задачи об агрегировании описания экономической системы дает описание результата действия быстрых механизмов самоорганизации системы (по сравнению с другими, характерный масштаб времени которых много больше). В нашем случае это были рыночные механизмы совершенной конкуренции, но в экономической системе другого типа действуют другие механизмы регулирования производства и распределения. Некоторые из них мы рассмотрели в разделе 2.4.

Эти предварительные замечания необходимы, чтобы обсудить содержательные результаты предложенной теории.

Мы последовательно агрегировали исходное микроописание технологической структуры чистой отрасли, заданной распределением мощностей по технологиям с леонтьевской производственной функцией типа

$$\min\left\{\dots\frac{l_k}{\lambda_k},\dots\right\}.$$

Рыночные механизмы совершенной конкуренции обеспечивают эффективное распределение ресурсов, поэтому агрегированное описание чис-той отрасли дает производственная функция — зависимость максимального выпуска от количеств используемых производственных факторов (первичных ресурсов). Естественно, что производственная функция оказывается функцией неоклассического типа и описывает взаимозаменяемость производственных факторов. Заметим, что агрегирование описания чистой отрасли не требовало агрегировать выпуски и затраты разнородных продуктов.

Эта проблема возникла, когда мы перешли к задаче агрегирования описания группы чистых отраслей, каждая из которых описывается неоклассической производственной функцией, — неоклассической модели межотраслевого баланса. Оказалось, что выпуски разнородных продуктов надо агрегировать индексом потребительского спроса на конечные продукты чистых отраслей. Процедура агрегирования формулируется как задача о максимуме индекса потребительского спроса при ограничениях неоклассического межотраслевого баланса. Решение задачи дает неоклассическую производственную функцию группы чистых отраслей — зависимость максимальной величины индекса потребительского спроса от количеств используемых производственных факторов. Производственная функция выражает результат действия рыночных механизмов совершенной конкуренции. Отрасли выпускают конечные продукты в той структуре, которую определяет потребительский спрос на конечные продукты, породивший индекс спроса, и в максимальной степени (в смысле индекса спроса) удовлетворяют спрос при заданных количествах используемых производственных факторов. Производственная функция корректно выражает в агрегированной форме зависимость выпуска конечных продуктов от первичных производственных факторов, потому что она выражает детальное равновесие на всех рынках продуктов.

Значит, проблема агрегирования межотраслевого баланса не сводится к исследованию межотраслевых связей и структуры производства отраслей. Наоборот, проблема агрегирования потребительского спроса замыкает проблему агрегирования межотраслевого баланса. Агрегированное описание межотраслевого баланса возможно при условии, что функции потребительского спроса допускают существование индекса спроса. А проблема существования индекса спроса сводится к фундаментальной проблеме интегрируемости функций спроса.

Особо следует отметить, что производственная функция группы отраслей не всегда порождается агрегированным распределением мощностей по технологиям. Агрегированное распределение, как правило, существует только в некоторой окрестности цен определенной структуры. При достаточно сильном изменении структуры цен агрегированное распределение становится другим. Этот эффект показывает, что технологическая структура экономики может изменяться вследствие перестройки связей между отраслями, а не только в результате физической конверсии мощностей.

Агрегируя неоклассический межотраслевой баланс в производственную функцию, мы решали проблему агрегирования выпусков разнородных продуктов, однако не возникала проблема агрегирования затрат разнородных продуктов. Но она появляется, если поставить задачу агрегирования межотраслевого баланса при дополнительном условии, что должен быть получен межотраслевой баланс агрегированных выпусков и затрат. А.А.Шананин показал, что эта задача разрешима при достаточно жестких условиях, выражающих самосогласованность структуры конечного потребительского спроса и технологической структуры производства в отраслях. Во-первых, агрегирование межотраслевого баланса в межотраслевой баланс имеет смысл, если номенклатура потребительских продуктов распадается на устойчивые группы товаров, связанных отношениями взаимозаменяемости и взаимодополняемости. Тогда агрегатами естественно становятся индексы спроса на группы отделимых продуктов, и снова возникает проблема интегрируемости функций потребительского спроса. Во-вторых, технологическая структура отраслей должна быть согласованной со структурой конечного потребительского спроса. Именно, распределение мощностей по технологиям должно быть таким, чтобы допускать комбинирование производственных факторов в группы, внутри которых допускается взаимозаменяемость. Агрегирование баланса в баланс возможно, если производственный спрос на продукты имеет ту же структуру, что и конечный потребительский спрос. Иными словами, функции производственного спроса отраслей на продукты должны допускать ту же систему индексов спроса, которую порождают функции конечного потребительского спроса. Таким образом, теория уточняет неформальные эмпирические соображения, на основании которых выполняется классификация чистых отраслей, и, главное, открывает возможность разработать строгие методы контроля и корректировки эмпирического анализа. Они сводятся к численным методам построения индексов спроса и соответствующих им индексов цен.

Чтобы технологическая структура отраслей была согласована со структурой потребительского спроса, необходимо существование самонастраивающегося механизма регулирования инвестиций, которые изменяют распределение мощностей по технологиям. Инвестициям надо так распределяться по технологиям производства, чтобы в отраслях возникали технологические структуры, которые допускают гибкую перестройку производства, обеспечивающую взаимозаменяемость производственных факторов в соответствии со структурой конечного потребительского спроса. В этом смысле механизм распределения инвестиций должен быть самосогласован с потребительским поведением общества. Экономисты, по-видимому, имеют в виду это обстоятельство, когда утверждают, что без рынка капитала невозможно устойчивое функционирование рынка товаров.

Возможность агрегированного описания экономической системы зависит, в конечном счете, от механизмов саморегулирования протекающих в ней процессов. Можно высказать предположение: если система допускает агрегированное описание, она имеет вполне сложившуюся структуру и это стабилизирует деятельность экономических агентов. Действительно, эмпирический анализ показывает, что выпуски X_i и соответствующие им цены p_i сильно и беспорядочно колеблются во времени. Однако индексы продуктов F_s и соответствующие им индексы цен q_s изменяются во времени много плавнее и упорядоченнее. Если группа отраслей может ориентироваться на индекс спроса F_s, то она (создав технологическую структуру, которая обеспечивает взаимозаменяемость производственных факторов, отслеживающую колебания спроса "в пределах" индекса) при исчислении прибыли вправе ориентироваться на индекс цен q_s, и это стабилизирует ее деятельность.

Агрегирование описания экономической системы (так же, как и механической, гидродинамической, термодинамической) — не формальная операция, но исследование структуры и механизмов, которые ее поддерживают. Наше обсуждение показало, что проблема агрегирования описания межотраслевого баланса замыкается на проблему интегрируемости функций спроса, поэтому последний раздел будет посвящен содержательному обсуждению этой проблемы.

2.6. Об экономическом содержании условий интегрируемости функций потребительского спроса

В экономической теории уже давно обсуждается проблема интегрируемости функций потребительского спроса. Некоторые теоретики высказывали соображение, что условия интегрируемости в реальности выполняются всегда, поэтому условия интегрируемости в экономике, подобно второму закону термодинамики, надо использовать как основной принцип описания системы. Однако мы видели, что условия интегрируемости нарушаются, по-видимому, в периоды перестройки структуры экономики — смены экономического уклада.

Можно предположить, что если потребительский спрос имеет структуру, выражающуюся индексом спроса, то поведение потребителей, несмотря на все случайности индивидуального поведения, упорядочено, подчинено некоторому стереотипу, согласующемуся с рутиной общественных отношений. Кажущаяся вариабельность потребительского поведения, по-видимому, согласуется с изменчивостью выпускаемых товаров, которая ограничена технологической структурой производства. То ли возникают новые общественные потребности, которые не укладываются в возможности производства, то ли происходит перестройка технологической структуры, и сложившаяся структура спроса перестает ей соответствовать — в результате ломаются стереотипы потребительского поведения, и индексы спроса больше не существуют. Формально это выражается нарушением условий интегрируемости и может быть описано изменением класса дифференциальной формы, построенной по обратным функциям спроса.

Такого рода гипотетические соображения мало проясняют экономическое содержание условий интегрируемости, скорее, они — призыв к развитию новых методов описания и анализа экономических систем. Природу условий интегрируемости до некоторой степени проясняют модели, к изложению которых мы и приступим.

2.6.1. Оценка влияния инвестиций на изменение производственных возможностей группы отраслей

Вернемся к задаче об агрегировании межотраслевого баланса, которая обсуждалась в разделе 2.5. Решение ее — неоклассическая производственная функция $F^A(l^1,\ldots,l^K)$, которая задает зависимость максимального значения индекса конечного спроса от суммарных количеств используемых отраслями первичных ресурсов. Предположим, что в рассматриваемую группу отраслей направляется заданный поток инвестиций Φ^I. Суммарные инвестиции можно по-разному распределить между отраслями и в каждой отрасли — между технологиями. От этого зависят приросты конечных выпусков отраслей. Выпуски соизмеряются индексом спроса, поэтому эффективным надо считать то распределение инвестиций, которое обеспечивает прирост индекса, т.е. прирост производственной функции при заданных количествах $(l^1,\ldots,l^K)=1$ используемых первичных ресурсов. Возникает вопрос, как оценить эффективность распределения инвестиций?

Введем некоторые величины и обозначения. Производственные функции отраслей (2.5.3) порождаются распределением мощностей по леонтьевским технологиям, которые характеризуются нормами материалоемкости $\mathbf{a} = (a_1, \ldots, a_N)$, т.е. затратами продуктов на выпуск единицы данного продукта, и нормами затрат первичных ресурсов $\mathbf{v} = (v^1, \ldots, v^K)$ на выпуск единицы продукта данной отрасли. Процесс наращивания производственных мощностей в отраслях характеризуется нормой капиталоемкости b, которая определяет денежные затраты на создание новой единицы мощности. Будем считать, что у каждой технологии своя норма капиталоемкости: $b = b_i(\mathbf{a}, \mathbf{v})$.

Если распределение прироста мощности в i-й отрасли обозначить $\delta m_i(d\mathbf{a}, d\mathbf{v})$, а распределение суммарных инвестиций по отраслям $\psi_i(d\mathbf{a}, d\mathbf{v})$, то

$$\delta m_i(d\mathbf{a}, d\mathbf{v}) = \frac{\psi_i(d\mathbf{a}, d\mathbf{v})}{b_i(\mathbf{a}, \mathbf{v})} \Phi^I.$$

По определению,

$$\sum_{i=1}^{N} \int_{R_+^{N+K}} \psi_i(d\mathbf{a}, d\mathbf{v}) = 1.$$

Распределение заданных инвестиций по отраслям и технологиям дает прирост мощностей, и это изменяет производственную функцию при тех же $(l^1, \ldots, l^K)$. Обозначим новую производственную функцию $F^A(l^1, \ldots, l^K; \Phi^I)$. Используя выражение для агрегированной функции прибыли (2.5.5) и соотношение двойственности (2.2.12) для выражения производственной функции через функцию прибыли, можно получить выражение для производной

$$\left.\frac{\partial F^A(l^1, \ldots, l^K; \Phi^I)}{\partial \Phi^I}\right|_{\Phi^I = +0} =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \int_{R_+^{N+K}} \frac{(p_i(\mathbf{l}) - (\mathbf{p}(\mathbf{l}), \mathbf{a}) - (\mathbf{s}(\mathbf{l}), \mathbf{v}))_+}{b_i(\mathbf{a}, \mathbf{v})} \psi_i(d\mathbf{a}, d\mathbf{v}).$$

В этом выражении $\mathbf{p}(\mathbf{l})$ и $\mathbf{s}(\mathbf{l})$ — равновесные цены на продукты и первичные ресурсы, соответствующие заданным количествам используемых первичных ресурсов.

Итак, если функции конечного спроса удовлетворяют условиям интегрируемости, есть простой экономический способ оценки эффективности распределения инвестиций. Эффективными оказываются прибыльные при данных равновесных ценах инвестиции. Банк, финансируя наиболее прибыльный проект, одновременно финансирует и наиболее экономически эффективный проект. Если условия интегрируемости нарушаются, последнее утверждение перестает быть верным.

Процедура агрегирования межотраслевого баланса отражает действие рыночных механизмов саморегуляции, приводящих к равновесию, в котором совокупность "микроскопических" экономических агентов обменивается эквивалентными стоимостями, выраженными через специфические равновесные цены. При этом оказывается, что спрос на блага эффективно удовлетворен. В то же время, процедура агрегирования выражает результаты действия рыночных механизмов как принцип максимизации "макроскопической" стоимости, выраженной через индексы спроса и цен. Этот агрегат в общем случае не есть сумма стоимостей его составляющих. И существует он не всегда, а только при условии, что функции конечного спроса удовлетворяют условиям интегрируемости.

Принцип максимизации прибыли, выраженной в равновесных ценах, дает описание эффективной деятельности совокупности "микроскопических" экономических агентов. Однако мы только что убедились, что законно распространить его на описание деятельности "макроскопических" экономических агентов, если функции конечного спроса удовлетворяют условиям интегрируемости.

2.6.2. Нарушение условий интегрируемости и кредитная эмиссия

Обсудим, как влияет нарушение условий интегрируемости на функционирование банковской системы. Банки не только финансируют инвестиционные проекты, но и выдают краткосрочные кредиты под обеспечение товарными запасами. Чтобы успешно выполнять эту функцию, банки должны оценивать товарные запасы, например, их стоимость в постоянных ценах, т.е. величину $(\mathbf{P}(\mathbf{X}(t)), \mathbf{X}(t))$ в каждый момент времени t. Однако реально банки имеют информацию о текущих ценах $\varphi(t)\mathbf{P}(\mathbf{X}(t))$ и оценивают приращение $\varphi(t)(\mathbf{P}(\mathbf{X}(t)), d\mathbf{X}(t))$. Если это приращение положительно, объем кредитов увеличивается. Действительно, если выполняются условия интегрируемости и существуют экономические индексы $F(\mathbf{X})$ и $q(\mathbf{p})$, из соотношения $\varphi(t)(\mathbf{P}(\mathbf{X}(t)), d\mathbf{X}(t)) > 0$ следует $dF(\mathbf{X}) > 0$ — возрастает объем товарных запасов, оцененных с помощью индекса спроса $F(\mathbf{X})$.

Известно, что уровень цен обнаруживает тенденцию постоянно возрастать, во всяком случае, он не падает. Уменьшение некоторых текущих цен обычно связано с изменением структуры потребительского спроса. Поэтому надо считать, что уровень цен изменяется так, что $(\mathbf{X}(t), d(\varphi(t)\mathbf{P}(\mathbf{X}(t)))) \geq 0$. Задача банков — сдерживать необоснованный рост денежной массы. Поэтому банки стремятся выбрать такую стратегию краткосрочного кредитования, при которой не изменяется уровень цен, т.е. $\varphi(t) \equiv$const. Однако если условия интегрируемости нарушаются, банковская система не может справиться с этой задачей.

Действительно, при нарушении условий интегрируемости существует замкнутая кривая $\mathbf{X}(t), t \in [0,1], \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}(1) = \mathbf{X}^0$, такая, что $(\mathbf{P}(\mathbf{X}(t)), d\mathbf{X}(t)) > 0$ при $t \in [0,1]$, за исключением, быть может , двух моментов времени. При изменении товарных потоков вдоль этой кривой

$$d(\varphi(t)(\mathbf{P}(\mathbf{X}(t)), \mathbf{X}(t))) = \varphi(t)(\mathbf{P}(\mathbf{X}(t)), d\mathbf{X}(t)) +$$
$$+(\mathbf{X}(t), d(\varphi(t)\mathbf{P}(\mathbf{X}(t)))) > 0$$

при всех t за исключением, быть может, двух моментов времени. Поэтому

$$\frac{\varphi(1)}{\varphi(0)} = \frac{\varphi(1)(\mathbf{P}(\mathbf{X}(1)), \mathbf{X}(1))}{\varphi(0)(\mathbf{P}(\mathbf{X}(0)), \mathbf{X}(0))} > 1 .$$

Следовательно, нарушение условий интегрируемости функций спроса может служить причиной инфляции в результате "раздувания" объема краткосрочных кредитов. Кроме того, при нарушении условий интегрируемости не существует оценки товарных потоков, увеличение которой соответствовало бы увеличению их стоимости. В этом случае банки не могут пользоваться правилом: увеличивать объем кредитов, если возрастает стоимость товарных потоков в текущих ценах.

Пусть класс дифференциальной формы (2.1.9), построенной по обратным функциям спроса в точке $\mathbf{X}^0_*$, равен ρ. Предположим, что $F_1(\mathbf{X}^0), \ldots, F_\rho(\mathbf{X}^0)$ — набор индексов из класса $\mathcal{A}$, через которые выражается приведенная дифференциальная форма. Надо требовать, чтобы банки увеличивали объемы кредитов при положительном приращении всех индексов $F_1(\mathbf{X}^0), \ldots, F_\rho(\mathbf{X}^0)$. В этом случае увеличение кредитов действительно обеспечено увеличением товарных потоков. Значит, для принятия решений о краткосрочных кредитах надо вести несколько различных счетов: надо иметь ровно ρ счетов. В частности, если условие интегрируемости выполнено, $\rho = 1$ и достаточно использовать только стоимостные показатели.

В политической экономии фундаментальное значение имеет закон стоимости. Понятие стоимости, цены товара, принцип эквивалентного по стоимости обмена товарами, принцип максимизации стоимости (в частности, прибыли) как оценка эффективности экономической деятельности воплощаются в уникальной системе механизмов саморегулирования, свойственных только экономике — финансовых механизмах регулирования. Нам представлятся, что исследование процедур агрегирования описаний экономической системы проясняет природу закона стоимости, механизма его действия, условий, в которых он справедлив.

Можно высказать предположение, что при выполнении условий интегрируемости функций конечного спроса закон стоимости справедлив для макроэкономических систем и они могут эффективно регулироваться финансовыми механизмами.

2.6.3. Условия интегрируемости, распределение доходов и социальная структура общества

В разделе 2.1 было установлено, что можно определить индексы спроса $F(\mathbf{X}^0)$ и цен $q(\mathbf{p})$ через неоклассическую модель потребительского спроса. Возникла идея использовать ее, чтобы попытаться установить взаимосвязь между свойствами структуры распределения доходов по группам населения и условиями интегрируемости функций потребительского спроса. Это исследование позволило по-новому понять содержание условий интегрируемости.

Начнем с того, что рассмотрим задачу о рациональном поведении потребителей: найти максимум $F(\mathbf{X}^0)$ при условиях

$$\mathbf{p}, \mathbf{X}^0) \leq \Phi^R, \quad \mathbf{X}^0 \geq 0, \tag{2.6.1}$$

где Φ^R — количество денег, выделенных на потребительские расходы. Функцию $F(\mathbf{X}^0)$ — индекс потребления или функцию полезности — будем считать принадлежащей классу $\mathcal{A}$. Решение задачи

$$\mathbf{X}^0 = \Phi^R \frac{\mathbf{X}^0(\mathbf{p})}{(\mathbf{p}, \mathbf{X}^0(\mathbf{p}))},$$

определяет функции спроса. Индекс цен $q(\mathbf{p})$, двойственный к индексу спроса $F(\mathbf{X}^0)$, определяется обычным образом:

$$q(\mathbf{p}) = \inf_{\mathbf{X}^0 \geq 0} \frac{(\mathbf{p}, \mathbf{X}^0)}{F(\mathbf{X}^0)}. \tag{2.6.2}$$

Введем нормированное решение задачи (2.6.1)

$$\mathbf{v}(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{X}^0(\mathbf{p})}{(\mathbf{p}, \mathbf{X}^0(\mathbf{p}))},$$

которое удовлетворяет условию

$$(\mathbf{p}, \mathbf{v}(\mathbf{p})) = 1.$$

В силу последнего условия из соотношения (2.6.2) следует, что

$$q(\mathbf{p}) = \frac{1}{F(\mathbf{v}(\mathbf{p}))}. \tag{2.6.3}$$

Будем использовать построенные неоклассические функции спроса для описания потребительского поведения общества. Предположим, что в обществе выделено M социальных групп по стереотипам их потребительского поведения. Стереотип потребительского поведения m-й группы будем описывать неоклассической функцией спроса $\Phi_m^R \mathbf{v}_m(\mathbf{p})$, где Φ_m^R — доход m-й группы, используемый на потребление. Суммарные потребительские расходы общества обозначим Φ^R:

$$\Phi^R = \sum_{m=1}^{M} \Phi_m^R \quad .$$

Распределение доходов по социальным группам будем считать зависящим от цен продуктов $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_N)$, как это принято в неоклассической теории. Обозначим $\varphi_m(\mathbf{p})$ долю доходов m-й социальной группы в общем фонде потребления Φ^R:

$$\varphi_m(\mathbf{p}) = \frac{\Phi_m^R}{\Phi^R}.$$

Предположим, что функции $\varphi_m(\mathbf{p})$ однородны нулевой степени относительно аргументов: $\varphi_m(\lambda\mathbf{p}) = \varphi_m(\mathbf{p})$, $m = 1, \dots, M$, $\lambda > 0$, $\mathbf{p} \geq 0$.

Суммарный потребительский спрос общества в целом складывается из спроса социальных групп, поэтому функции спроса $\mathbf{X}(\mathbf{p})$ общества в целом выражаются через функции спроса социальных групп $\varphi_m(\mathbf{p})\mathbf{v}_m(\mathbf{p})\Phi^R$ в виде

$$\mathbf{X}(\mathbf{p}) = \Phi^R \mathbf{v}(\mathbf{p}), \qquad \mathbf{v}(\mathbf{p}) = \sum_{m=1}^{M} \varphi_m(\mathbf{p})\mathbf{v}_m(\mathbf{p}). \tag{2.6.4}$$

По построению функций спроса $\mathbf{v}_m(\mathbf{p})$, справедливо соотношение

$$(\mathbf{v}_m(\mathbf{p}), d\mathbf{p}) = F_m(\mathbf{v}_m(\mathbf{p}))dq_m(\mathbf{p}),$$

в котором $F_m(\mathbf{X}^0)$ — индекс спроса, описывающий стереотип потребительского поведения m-й группы, а $q_m(\mathbf{p})$ — индекс цен, которым m-я группа оценивает уровень цен на потребительские продукты. В силу (2.6.3) последнее соотношение можно представить в виде:

$$(\mathbf{v}_m(\mathbf{p}), d\mathbf{p}) = \frac{dq_m(\mathbf{p})}{q_m(\mathbf{p})}.$$

Тогда из (2.6.4) следует, что функции потребительского спроса общества в целом удовлетворяют соотношению

$$(\mathbf{v}(\mathbf{p}), d\mathbf{p}) = \sum_{m=1}^{M} \varphi_m(\mathbf{p}) \frac{dq_m(\mathbf{p})}{q_m(\mathbf{p})}.$$

Интегрируемость левой части этого соотношения эквивалентна существованию индекса цен $q(\mathbf{p})$, удовлетворяющего соотношению

$$\frac{dq(\mathbf{p})}{q(\mathbf{p})} = \sum_{m=1}^{M} \varphi_m(\mathbf{p}) \frac{dq_m(\mathbf{p})}{q_m(\mathbf{p})}. \tag{2.6.5}$$

По виду правой части этого соотношения нетрудно вывести заключение, что дифференциальная форма $(\mathbf{v}(\mathbf{p}), d\mathbf{p})$ интегрируема только тогда, когда индекс цен $q(\mathbf{p})$ зависит от цен $\mathbf{p}$ только через индексы $q_m(\mathbf{p})$, $m = 1, \ldots, M$, т.е. $q(\mathbf{p}) = h(\mathbf{q}(\mathbf{p}))$, $\quad \mathbf{q}(\mathbf{p}) = (q_1(\mathbf{p}), \ldots, q_M(\mathbf{p}))$. При этом доли доходов социальных групп

$$\varphi_m(\mathbf{p}) = \varepsilon_m(\mathbf{q}(\mathbf{p})) = \frac{q_m(\mathbf{p})}{h(\mathbf{q}(\mathbf{p}))} \frac{\partial h(\mathbf{q}(\mathbf{p}))}{\partial q_m}, \quad m = 1, \ldots, M. \tag{2.6.6}$$

Получается содержательно интересный результат. Чтобы функции потребительского спроса общества $\mathbf{v}(\mathbf{p})$ были интегрируемыми, необходимо, чтобы распределение доходов по социальным группам $\varphi_m(\mathbf{p})$ зависело от цен специальным образом — через индексы цен $q_m(\mathbf{p})$, которыми разные социальные группы оценивают уровень цен потребительских продуктов. Распределение доходов в обществе должно быть самосогласованным с оценками уровня цен потребительских продуктов, сложившимися в обществе. Этот факт можно интерпретировать естественным образом: в обществе должны действовать механизмы саморегулирования распределения доходов. Экономисты утверждают, что рынки товаров не могут нормально функционировать, если нет рынка труда.

Результат самосогласованности трудовых и потребительских отношений социальных групп проявляется как интегрируемость функций спроса социальных групп. Это дает возможность представить потребительский спрос общества в целом единым индексом спроса, в предельно агрегированной форме. Оказывается, исследование индекса спроса открывает возможность высказать еще кое-какие соображения относительно механизмов социально- экономической саморегуляции.

Предположим, что функция $h(\mathbf{q})$ принадлежит классу $\mathcal{A}$, и построим двойственную ей функцию $W(u_1, \ldots, u_M)$ по формуле

$$W(\mathbf{u}) = \inf_{\mathbf{q} \geq 0} \frac{(\mathbf{q}, \mathbf{u})}{h(\mathbf{q})}, \tag{2.6.7}$$

где $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_M)$. Далее, используя построенную функцию $W(\mathbf{u})$, сформулируем задачу: найти максимум $W(\mathbf{u})$ при условиях

$$\sum_{m=1}^{M} q_m u_m \leq 1, \qquad u_1 \geq 0, \ldots, u_M \geq 0. \tag{2.6.8}$$

Это задача о распределении доходов $\varphi_m = q_m u_m$ между социальными группами; решением её будут функции $u_m = \varepsilon_m(\mathbf{q})/q_m$, которые выражаются через распределение доходов $\varepsilon_m(\mathbf{q})$, породившее в силу (2.6.5) индекс цен $h(\mathbf{q})$. Это легко проверить, используя основное соотношение теории экономических индексов типа (2.1.3) и условия оптимальности задачи (2.6.8).

Значит, максимум функции $W(\mathbf{u})$ достигается на распределении доходов $\varepsilon_m(\mathbf{q})$, $m = 1, \ldots, M$. Кроме того, оказывается, что индекс спроса $U(\mathbf{X}^0)$, двойственный индексу цен $h(\mathbf{q})$, является решением задачи: найти максимум функции $W(F_1(\mathbf{X}_1^0), \ldots, F_M(\mathbf{X}_M^0))$ при условиях

$$\mathbf{X}_1^0 + \ldots + \mathbf{X}_M^0 \le \mathbf{X}^0; \quad \mathbf{X}_m^0 \ge 0, \quad m = 1, \ldots, M. \tag{2.6.9}$$

В экономической теории функция $W(\mathbf{u})$ называется функцией благосостояния Бергсона.

В политической экономии изучается проблема справедливого распределения доходов в обществе. Высказывается некоторая концепция справедливости, которой должно соответствовать распределение доходов в обществе. Формальное выражение концепция получает через функцию Бергсона. Это специальным образом подобранная функция, максимум которой реализуется именно на том распределении доходов, которое соответствует избранной концепции. Через задачу (2.6.9) функция Бергсона связана с функцией общественной полезности потребительских продуктов $U(\mathbf{X}^0)$.

Значит, функция Бергсона выражает некоторое представление о компромиссе экономических интересов социальных групп, и её можно интерпретировать как политическую "партийную программу". Казалось бы, программу можно задать просто функциями распределения доходов $\varepsilon_m(\mathbf{q}(\mathbf{p}))$, $m = 1, \ldots, M$. Однако не любые функции такого вида порождают индекс цен $h(\mathbf{q}(\mathbf{p}))$ и, следовательно, обеспечивают интегрируемость функций спроса $\mathbf{v}(\mathbf{p})$. "Партийная программа", которая не сохраняет условия интегрируемости, ведет к дестабилизации экономической системы и не может считаться конструктивной. Экономические агенты, поведение которых рационально, такую программу не поддержат. Если все социальные группы согласны с ней, то другой программы нет, и решение задачи (2.6.8) порождает распределение доходов, которое обеспечивает выполнение условий интегрируемости функций конечного спроса. Можно сказать, что, в конечном счете, общественное соглашение порождает вполне сложившиеся экономические структуры, которые обеспечивают стабильность функционирования экономических агентов, дает полный простор для действия закона стоимости, делает финансовые механизмы регулирования максимально эффективными.

Однако в обществе могут соперничать несколько концепций компромисса экономических интересов социальных групп. Соответственно тогда имеется несколько функций Бергсона $W_1(\mathbf{u}), \ldots, W_s(\mathbf{u})$. Введем двойственные им индексы цен

$$h^s(\mathbf{q}) = \inf_{\mathbf{u} \geq 0} \frac{(\mathbf{q}, \mathbf{p})}{W_s(\mathbf{u})}, \quad s = 1, \ldots, S.$$

Они появляются вместо прежнего индекса $h(\mathbf{q})$. Возникает вопрос, связаны ли "партийные программы" с социальной структурой общества, которая определяется типами потребительского поведения?

Предположим, что условия интегрируемости функций потребительского спроса нарушены, и класс дифференциальной формы, составленной по функциям спроса, равен κ. В разделе 2.1 мы обсуждали этот случай. Оказывается, можно найти набор индексов спроса $\mathbf{U}(\mathbf{X}^0) = (U_1(\mathbf{X}^0), \ldots, U_\kappa(\mathbf{X}^0))$ и набор индексов цен $\mathbf{Q}(\mathbf{p}) = (Q_1(\mathbf{p}), \ldots, Q_\kappa(\mathbf{p}))$, которые удовлетворяют основному соотношению теории экономических индексов в неинтегрируемом случае:

$$(\mathbf{X}^0(\mathbf{p}), d\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^{\kappa} G_k(\mathbf{Q}(\mathbf{p})) dQ_k(\mathbf{p}).$$

Здесь $G_k(\mathbf{Q}(\mathbf{p})) = U_k(\mathbf{X}^0(\mathbf{p}))$, $k = 1, \ldots, \kappa$ — агрегированные функции спроса.

Предположим, что распределение доходов по социальным группам $\varphi_m(\mathbf{p}) = \varepsilon_m(\mathbf{q}(\mathbf{p}))$. Тогда выражение (2.6.5) заменяется выражением

$$\sum_{k=1}^{\kappa} \psi_k(\mathbf{h}(\mathbf{q}(\mathbf{p}))) \frac{dh^k(\mathbf{q}(\mathbf{p}))}{h^k(\mathbf{q}(\mathbf{p}))} = \sum_{m=1}^{M} \varphi_m(\mathbf{p}) \frac{dq_m(\mathbf{p})}{q_m(\mathbf{p})},$$

в котором $\mathbf{h}\ (\mathbf{q}) = (h^1(\mathbf{q}), \ldots, h^\kappa(\mathbf{q}))$. Следовательно, выполнено соотношение

$$(\mathbf{v}(\mathbf{p}), d\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^{\kappa} \psi_k(\mathbf{h}(\mathbf{q}(\mathbf{p}))) \frac{dh^k(\mathbf{q}(\mathbf{p}))}{h^k(\mathbf{q}(\mathbf{p}))}. \tag{2.6.10}$$

Индексы $h^k(\mathbf{q})$ двойственны функциям Бергсона $W_k(\mathbf{u})$ и соответствуют выработанным общественным сознанием "партийным программам" справедливого распределения доходов между социальными группами, которые сформировались в обществе. Программы выражают интересы разных коалиций социальных групп. Число коалиций может быть разным, но не меньше κ — класса дифференциальной формы, составленной из функций спроса. Это наименьшее число противоборствующих интересов, которое может возникнуть в результате общественных компромиссов. Число это объективно обусловлено существующей экономической структурой общества. Можно сказать, что партийная борьба в обществе, если она приводит к объединению "партийных программ", объективно должна вести к сокращению числа программ до κ. Существенно то обстоятельство, что функции $h^1(\mathbf{q}), \ldots, h^\kappa(\mathbf{q})$ в выражении (2.6.10) определены неоднозначно. Содержательно это означает, что ни одна из партий не в состоянии, вообще говоря, блокировать процесс объединения партийных программ. Число κ, агрегированные функции спроса $G_k(\mathbf{Q}(\mathbf{p}))$ и индексы цен $h^k(\mathbf{q}(\mathbf{p})) = Q_k(\mathbf{p})$ задают число и структуру существенно различающихся экономических интересов в обществе. Класс дифференциальной формы дает формальное выражение классовой структуры общества.

Вновь обратимся к эмпирическим результатам, которые обсуждались в разделе 2.1. В периоды структурной стабильности экономического развития условия интегрируемости выполняются. В это же время, как правило, социально-экономические программы различных партий оказываются очень близкими. Близость выражается тем, что принято называть преемственностью политики при смене правящей партии. Напротив, в период кризисов, структурной перестройки экономической системы условия интегрируемости нарушаются. Одновременно обостряется партийная борьба и даже множится число партий. Характерно, что выживают сравнительно немногие из них.

В эти периоды ослабляется эффективность финансовых механизмов регулирования производства и распределения. В предыдущем разделе мы уже отметили, что нельзя по изменению текущей стоимости товарных потоков регулировать краткосрочные кредиты, если нарушены условия интегрируемости. Надо требовать, чтобы увеличились значения всех индексов U_k, $k = 1, \ldots, \kappa$, — так сказать, требовать единогласия при "партийной" оценке целесообразности кредитов. Таким образом, необоснованная кредитная эмиссия возникает в результате "партийной борьбы".

Глава 3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЫНОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Теория агрегирования исходных математических описаний потребительского спроса и технологической структуры производства дает метод корректного определения объектов экономического анализа. По статистике потребительского спроса и семейных бюджетов можно анализировать реальную структуру потребления продуктов группами потребителей и выделять сами группы; можно анализировать распределение населения по доходам и выявлять реальную структуру групп с разными доходами, строить функцию Бергсона, но не по априорным принципам справедливого распределения, а по реальному распределению доходов в обществе.

По статистике производства и цен производственных факторов можно строить производственные функции. Л.Йохансен и его ученики строили распределение мощностей реальной отрасли хозяйства по технологиям. Со временем можно будет на основе статистики производства корректно выделять чистые отрасли, заполняя разрыв между экономической теорией и практикой.

Мы видели, что описания экономических структур существенно опирались на предположения относительно механизмов взаимодействия экономических агентов. Главные результаты относились к механизмам совершенной конкуренции, и можно сказать, что некоторые результаты их действия изучены достаточно хорошо. Теперь я хочу показать две замечательные модели, которые проясняют природу самих механизмов. Первая из них принадлежит И.Г.Поспелову; она показывает, как возникают фундаментальные экономические категории вроде меновой стоимости, и описывает механизмы формирования цены товара на рынке. Вторую предложил А.А.Шананин; она дает возможность проанализировать устойчивость рыночных механизмов установления равновесной цены.

3.1. Эволюционный принцип описания рыночного поведения и модель функционирования рынка

Теория рыночного равновесия основывается на нескольких постулатах, которые передаются от одного поколения экономистов следующему и стали общим местом от многократных повторений. Между тем, исходные постулаты заслуживают внимательного анализа, потому что заслоняют собой проблему самоорганизации рынка.

Первый постулат, на котором держится теория равновесия, утверждает, что на рынке складывается единая цена продукта. Эмпирически этот факт точно не установлен, да и установить его невозможно, потому что реальные цены продаж продуктов и равновесные цены — разные материи. Выше мы уже имели повод коротко обсудить этот вопрос.

Тем не менее, представление о равновесной цене полезно, потому что с теоретической точки зрения позволяет как-то осмыслить природу рыночных механизмов, а с практической стороны дает возможность планировать экономическую деятельность в условиях рынка. Из гл. 2 мы уже знаем, что равновесная цена может быть исчислена как некоторый индекс.

Природу рыночной цены можно понять, изучая механизм самоорганизации рынка товаров. Рынок — это экономический институт, обеспечивающий условия бесперебойных сделок независимых продавцов и покупателей известного товара (или близких товаров) и снабжающий участников рынка необходимой информацией. Какая информация необходима — это зависит от соглашения участников рынка и сложившейся практики сделок. Существуют разные правила, они-то и определяют рыночные механизмы.

В связи с этим выглядит интересным и многообещающим новое направление исследований в экономике, основанное на использовании сети компьютеров. Называется оно экспериментальной экономикой, а суть его в том, что на сети компьютеров создается лабораторный рынок. Участники рынка сидят за компьютерами, на экране дисплея отображается информация, обусловленная правилами изучаемого рынка, например, популярным правилом двойного аукциона. Общаясь через сеть компьютеров, участники совершают сделки, результаты которых фиксируются в протоколе хода торгов. Экспериментально обнаружен удивительный факт. Можно задать предложение продавцов и спрос покупателей (условия игры), основываясь на теоретических функциях спроса и предложения, подобных рассматривавшимся в разделе 1.2. Оказывается, что участники игры, не зная, откуда взялись условия игры, в процессе торгов через некоторое время нащупывают равновесную цену, совпадающую в пределах точности эксперимента с теоретической.

В нашей стране экспериментальная экономика начала развиваться всего несколько лет назад усилиями О.Р.Меньшиковой (Академия народного хозяйства при Правительстве РФ) и И.С.Меньшикова (Вычислительный центр РАН). Экспериментальная экономика открывает новые возможности для анализа и конструирования рыночных механизмов на компьютерных моделях рынка. Это — отдельная интересная тема для обсуждения, но она лежит за рамками нашей книги, поэтому продолжим прерванное изложение.

Рыночная цена товара формируется в процессе многочисленных сделок. Как ведут себя контрагенты при заключении сделок? Классическая теория отвечает: потребители максимизируют свои функции полезности, производители максимизируют прибыль. Оказывается, что такое описание слишком схематично. Попробуем использовать классическую модель чистого обмена, чтобы проанализировать типичную экономическую ситуацию. Представим себе, что на рынке один человек меняет сало на водку. Другой предлагает водку, но ему нужна колбаса. Третий готов обменять колбасу на сало. Ясно, что, торгуясь попарно, они не договорятся, не удовлетворят своих потребностей, следовательно, не придут к равновесию, хотя в рассмотренной ситуации равновесие теоретически существует. Чтобы достичь согласия, им надо было бы случайно сойтись одновременно втроем. Это куда более редкое событие, чем попарные встречи.

Априори навязанное участнику рынка правило поведения оказывается несостоятельным. А почему производители максимизируют прибыль? В каких ценах они ее исчисляют? Почему меновая стоимость товара, исчисляемая через цену, зависит от количества товара линейно, а его потребительная стоимость, оцениваемая функцией полезности, зависит от количества товара нелинейно? Теория рынка обязана давать ответы на такого рода "наивные" вопросы.

В основу теории рынка должна быть положена более простая, очевидная гипотеза относительно функционирования рынка, а не его состояния.

Только что обнаруженная трудность чистого обмена легко разрешается, если учесть, что кто-то из участников (а может быть, и не один) становится торговцем-посредником и требует товары не только для удовлетворения собственных потребностей, но и для того, чтобы обменивать их на товары третьих лиц. Происходит специализация участников, образуется группа торговцев-посредников, которые обеспечивают бесперебойный регулярный поток сделок. Посредники оказывают услуги продавцам и покупателям, вознаграждение за услуги дает им средства для ведения дела и поддержания существования.

Массе участников рынка не важно, кто именно посредничает, им важно только, чтобы услуги оказывали качественно и бесперебойно. Поэтому на рынке выживают и укореняются только те, кто сумел хорошо, правильно приспособиться к условиям спроса и предложения товаров. Ненужные, неумелые и неудачливые участники разорятся и исчезнут с рынка.

И.Г.Поспелов использовал общую гипотезу о природе самоорганизации в экономике — мы называем ее эволюционным принципом. Уже говорилось, что цели экономических агентов согласуются с их функциями в экономике таким образом, что агент приближается к своей цели по мере того, как он увеличивает устойчивость своего положения в экономике в качестве исполнителя определенной функции. Функции и интересы экономических агентов согласуются в процессе отбора их поведения самой экономической системой. Экономическая система, взаимодействие массы экономических агентов воспитывает у агентов интересы, соответствующие их функции в общественном разделении труда. В этом смысле можно говорить об "объективных интересах" экономических агентов.

Возвращаясь к описанию рынка, введем пока что интуитивно понимаемое событие: разорение участника рынка, после которого он с рынка исчезает. Интуитивно можно ввести и некоторую вероятность разорения участника. В этих терминах формулируется основная гипотеза: лишь те из экономических агентов укореняются на рынке, кто сознательно или неосознанно стремится минимизировать вероятность своего разорения. Это и есть эволюционный принцип описания рынка.

3.1.1. Математическая модель функционирования рынка

И.Г.Поспелов построил математическую модель, строго определяющую понятия, в которых сформулирован эволюционный принцип. В модели, во-первых, описаны участники рынка, совершающие сделки; во-вторых, определено событие "разорение"; в-третьих, описаны случайные факторы, от которых зависит вероятность разорения участника; в- четвертых, описан механизм быстрого разорения агента, систематически уклоняющегося от заключения сделок. Не будь такого механизма, рынок не обладал бы свойством жестко отбирать поведение экономических агентов.

Модель описывает рынок, на котором однородный продукт обменивается на деньги. Продукт имеется у производителей, а деньгами располагают потребители. Пусть $\mathcal{P}$ — множество производителей, а $\mathcal{C}$ — множество потребителей . Обмен продуктов на деньги происходит через независимых торговцев-посредников, множество которых обозначим $\mathcal{N}$. Каждый из них покупает продукт у производителей и других торговцев и продает его потребителям и другим торговцам.

Торговец i обладает запасом продукта Q_i, $i \in \mathcal{N}$. Вводится механизм разорения торговцев — считается, что каждый из них покупает товар в кредит, поэтому имеет задолженность $D_i, i \in \mathcal{N}$. На задолженность начисляется в единицу времени процент r, так что если торговец уклоняется от сделок, долг его будет расти. Впрочем, величины D_i могут быть отрицательными. Величина $D_i < 0$ считается вкладом торговца, на который начисляется тот же процент r.

Для торговца i определено множество $\mathcal{N}_i$ партнеров (производителей, потребителей или торговцев), с которыми он может вступать в сделки. В совокупности эти множества определяют граф Г, вершины которого изображают участников рынка, а дуги — возможности парных сделок. Сделку между агентами i и j будем кратко именовать "сделка (i,j)". Удобно различать сделки (i,j) и (j,i), тогда граф Г будет ориентированным.

Предполагается, что моменты встреч агентов образуют простейшую случайную последовательность — пуассоновский поток. В промежутке времени $(t, t+\Delta)$ участники i и j встречаются с вероятностью $\lambda_{ij}\Delta + o(\Delta)$, независимо от других встреч. Выражение $o(\Delta)$ обозначает величину, малую по сравнению с Δ. Очевидно, $\lambda_{ij} \geq 0$, причем $\lambda_{ij} = 0$, если j не принадлежит множеству $\mathcal{N}_i$ возможных контрагентов торговца i.

Если сделка (i,j) заключается в момент времени t, причем торговец i покупает товар, его запас скачком увеличивается на величину $w_{ij}(t) > 0$, и задолженность тоже скачком увеличивается на величину $W_{ij}(t) > 0$ — на количество денег, которое он заплатил за полученный товар w_{ij}. Ясно, что

$$w_{ij}(t) = -w_{ji}(t), \quad W_{ij}(t) = -W_{ji}(t), \quad i,j \in \mathcal{N}. \tag{3.1.1}$$

При этом в силу неотрицательности запасов должны выполняться ограничения:

$$-Q_i(t) \leq w_{ij}(t) \leq Q_j(t), \quad i,j \in \mathcal{N}. \tag{3.1.2}$$

Вообще говоря, производителей и потребителей следовало бы описывать так же, как и торговцев. Запас товара у производителя увеличивается вследствие производства и уменьшается при продажах. У потребителей запас товара увеличивается при покупках и уменьшается в процессе потребления. Однако при этом пришлось бы описывать, по крайней мере, процесс денежного обращения — формирование заработной платы и прибыли, доходов потребителей, нормы процента, а также разделение доходов на расходы и сбережения. Исключительно ради простоты опустим эти описания.

Считаем, что каждый из производителей имеет постоянный запас товара $Q_i^*, i \in \mathcal{P}$ и готов в любой момент продать любую его часть u, если за нее заплатят не менее $U_i(u)$ денег. Гладкие выпуклые функции $U_i(u)$ задают предложение производителями товара на рынке. В сделках между торговцами и производителями

$$0 \le w_{ij}(t) \le Q_j^*, \quad W_{ij}(t) = U_j(w_{ij}(t)), \quad i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{P}. \tag{3.1.3}$$

Аналогично, считаем, что потребители имеют необходимое количество денег и готовы в любой момент t купить любое количество товара v, если $0 \le v \le v_i^*, i \in \mathcal{C}$, и если за него не придется платить больше, чем $V_i(v), i \in \mathcal{C}$. Гладкие вогнутые функции $V_i(v), i \in \mathcal{C}$ описывают спрос потребителей на товар на рынке. В сделках между торговцами и потребителями

$$-v_j^* \le w_{ij}(t) \le 0, \quad W_{ij}(t) = -V_j(-w_{ij}(t)), \quad i \in \mathcal{N}, j \in \mathcal{C}. \tag{3.1.4}$$

Заметим, что функции предложения товара согласуются с законом возрастания предельных издержек, функции спроса — с законом убывания предельной полезности. Описания производителей и потребителей однотипны и основаны на самых общих соображениях. Функции предложения $U_i(u), i \in \mathcal{P}$ и функции спроса $V_i(v), i \in \mathcal{C}$ выполняют роль своеобразных граничных условий, с помощью которых изучаемый рынок товаров "вырезается" из целостной экономической системы. Можно было бы задать граничные условия в другом виде, однако показано, что от этого результаты качественно не изменятся.

Состояние рынка в момент времени t полностью описывается состоянием торговцев-посредников: их запасами Q_i и задолженностями $D_i, i \in \mathcal{N}$. Из построенного описания взаимодействий участников рынка следует, что состояние рынка изменяется в силу уравнений

$$\frac{dQ_i}{dt} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \sum_{\tau_{ij} < t} w_{ij}(\tau_{ij}) \delta(t - \tau_{ij}), \tag{3.1.5}$$

$$\frac{dD_i}{dt} = rD_i + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \sum_{\tau_{ij} < t} W_{ij}(\tau_{ij}) \delta(t - \tau_{ij}), \tag{3.1.6}$$

где τ_{ij} — случайные моменты сделок торговца i с его партнером j; w_{ij}, W_{ij} — объемы этих сделок, удовлетворяющие условиям (3.1.1)–(3.1.4); $\delta(\cdot)$ — δ-функция Дирака.

В результате парной сделки рынок переходит в новое состояние. Чтобы определить траекторию в пространстве состояний, кроме начальных условий надо задать стратегии участников рынка. Предполагается, что исходы парных сделок $\{w_{ij}, W_{ij}\} = \zeta_{ij}$ суть случайные величины, распределения которых зависят только от состояния рынка $\mathbf{S} = \{Q_i, D_i | i \in \mathcal{N}\}$ в момент сделки. Совместное распределение величин w_{ij}, W_{ij} обозначим Ω_{ij}. По определению,

$$\Omega_{ij}(Z|\mathbf{S}) = \mathsf{P}\{\zeta_{ij} \in Z | \mathbf{S}(t) = \mathbf{S}\}, \quad Z \subset R^2. \tag{3.1.7}$$

Распределения Ω_{ij} определены на w_{ij}, W_{ij}, удовлетворяющих условиям (3.1.1)-(3.1.4). Надо также потребовать, чтобы распределения Ω_{ij} исходов сделок между торговцами не зависели от того, кого из них считаем первым, а кого вторым. Значит, распределения Ω_{ij} должны быть симметричными:

$$\Omega_{ij}(Z|\mathbf{S}) = \Omega_{ji}(-Z|\mathbf{S}), \quad i, j \in \mathcal{N}. \tag{3.1.8}$$

В остальном распределения Ω_{ij} определяются соглашениями между контрагентами в рамках правил торгов. Само предположение о существовании распределений Ω_{ij} подразумевает некоторую регулярность поведения контрагентов при заключении сделок.

Уравнения (3.1.5),(3.1.6) вместе с условиями (3.1.7) задают марковский процесс изменения состояния рынка. Предположим для простоты, что вероятность обнаружения точки $\mathbf{S}$, характеризующей состояние рынка, в области G пространства состояний можно описать плотностью $F(t, \mathbf{S})$. Уравнение изменения плотности $F(t, \mathbf{S})$ со временем можно вывести известным в математической физике способом, приравняв вероятность находиться в области G в момент времени $t + \Delta t$ (величину $\int_G F(t+\Delta t, \mathbf{S})d\mathbf{S}$) вероятности попасть в эту область за время $(t, t+\Delta t)$. Во-первых, с вероятностью $1-\sum_{(i,j)\in\Gamma} \lambda_{ij}\Delta+o(\Delta)$ может не произойти ни одной встречи участников, тогда состояние рынка изменится только вследствие начисления процента на задолженность. Во-вторых, с вероятностью $\lambda_{ij}\Delta+o(\Delta)$ может случиться парная сделка (i, j), тогда состояние рынка скачком изменится в соответствии с распределением Ω_{ij} . В-третьих, может произойти более одной сделки, тогда состояние может измениться сколь угодно сложным образом, но вероятность такого события — бесконечно малая величина $o(\Delta)$. Учитывая все перечисленные возможности, получим уравнение

$$\frac{\partial F}{\partial t} + r\sum_{i\in\mathcal{N}} \frac{\partial}{\partial D_i}(D_i F) = \sum_{i\in\mathcal{N}_i} \sum_{(i,j)\in\Gamma} \lambda_{ij}\left[F - \int F(t, \tilde{\mathbf{S}}(\zeta_{ij}, \mathbf{S}))\Omega_{ij}(d\zeta_{ij}|\mathbf{S})\right], \tag{3.1.9}$$

где Ω_{ij} определено формулами (3.1.7),(3.1.8); $\int f(x)\Omega(dx)$ — интеграл от функции f по мере Ω; $\tilde{\mathbf{S}}(\zeta_{ij}, \mathbf{S})$ — состояние, в которое рынок переходит из состояния $\mathbf{S}$ в результате парной сделки ζ_{ij}. Очевидно, состояние $\tilde{\mathbf{S}}(\zeta_{ij}, \mathbf{S})$ однозначно определяется соотношениями (3.1.5),(3.1.6).

Переход от уравнений (3.1.5),(3.1.6) к уравнению (3.1.9) при описании стохастической системы широко используют в математической физике, где аналог уравнений (3.1.5),(3.1.6) называется уравнениями движения, а аналог уравнения (3.1.9) — кинетическим уравнением. Аналог интеграла в правой части уравнения (3.1.9) называют интегралом столкновений.

3.1.2. Вероятность разорения торговца

Теперь можно определить вероятность разорения торговца, чтобы придать эволюционному принципу математическую формулировку. Разорение торговца i естественно связать с ростом задолженности D_i. Например, можно было бы считать, что торговец i разоряется, если его задолженность превосходит некоторую критическую величину $\bar{D}_i$. Однако показано, что если $\bar{D}_i$ достаточно велика, то задолженность, превзойдя ее, почти наверное будет продолжать расти. Поэтому разорением торговца считается событие, которое состоит в том, что задолженность его растет неограниченно.

Если у торговца есть долг $D_i > 0$ и он отказывается от всех сделок, его долг будет неограниченно экспоненциально расти из-за начисления процента r. Такой торговец наверняка разорится. Таким образом, стремление избежать разорения действительно оказывается мощным постоянным стимулом вести посредническую торговлю.

Вероятность неограниченного роста задолженности — вероятность разорения торговца i при условии, что в момент t рынок находится в состоянии $\mathbf{S}$,— обозначим $\omega_i(t, \mathbf{S})$. Уравнение изменения функции $\omega_i(t, \mathbf{S})$ выводится из формулы полной вероятности. Согласно ей

$$\omega_i(t, \mathbf{S}) = \int f(t+\tau, \mathbf{S}'|t, \mathbf{S}) \cdot \omega_i(t+\tau, \mathbf{S}')d\mathbf{S}', \tag{3.1.10}$$

где $f(t+\tau, \mathbf{S}'|t, \mathbf{S})$ — вероятность перехода рынка из состояния $\mathbf{S}$ в состояние $\mathbf{S}'$ за время $(t, t+\tau)$. Вероятность f как функция τ и $\mathbf{S}'$ удовлетворяет уравнению (3.1.9) с начальным условием

$$f(t, \mathbf{S}'|t, \mathbf{S}) = \delta(\mathbf{S}' - \mathbf{S}). \tag{3.1.11}$$

Если продифференцировать соотношение (3.1.10) по τ, а затем положить $\tau = 0$ и использовать уравнение (3.1.9) и условие (3.1.11), то после некоторых преобразований получается, что вероятность разорения торговца i как функция состояния $\mathbf{S}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial\omega_i}{\partial t} + r\sum_{j\in\mathcal{N}} D_j \frac{\partial\omega_i}{\partial D_j} = \sum_{(j,k)\in\Gamma} \lambda_{ik}\left[\omega_i(t, \mathbf{S}) - \int \omega_i(t, \tilde{\mathbf{S}}(\zeta_{jk}, \mathbf{S}))\cdot\Omega_{jk}(d\zeta_{jk}|\mathbf{S})\right]. \tag{3.1.12}$$

Кроме того, функция ω_i удовлетворяет граничным условиям

$$\omega_i \to 1 \text{ при } D_i \to +\infty, \quad \omega_i \to 0 \text{ при } D_i \to -\infty. \tag{3.1.13}$$

Согласно эволюционному принципу, стратегия торговца, укоренившегося на рынке, $\Omega_{jk}(Z|\mathbf{S}), (j,k) \in \Gamma$ в каком-то смысле минимизирует решение краевой задачи (3.1.12),(3.1.13). Чтобы уменьшить вероятность разорения, нужно уменьшать правую часть равенства (3.1.10) или, что эквивалентно, уменьшать интеграл в правой части уравнения (3.1.12). Вид правой части (3.1.12) допускает интерпретацию, отчасти проясняющую принцип "оптимального поведения" торговца. Получается так, как если бы торговец оценивал исход сделки (j,k) функцией полезности

$$\Delta_{jk}\omega_i(t,\zeta_{jk}) = \omega_i(t,\mathbf{S}) - \omega_i(t,\tilde{\mathbf{S}}(\zeta_{jk},\mathbf{S})). \tag{3.1.14}$$

Эта функция зависит от состояния других торговцев, т.е. от конъюнктуры рынка.

В сделках между собой торговцы равноправны, поэтому стратегии $\Omega_{jk}(Z|\mathbf{S})$ при $j,k \in \mathcal{N}$ формируются как результат неких компромиссов, обсуждать которые пока не будем.

По иному обстоит дело, если обратиться к сделкам торговцев с производителями. Здесь инициатива принадлежит торговцу — он выбирает количество покупаемого товара w_{ij}. Плата за товар $W_{ij}(w_{ij})$ ограничена известной функцией предложения производителя j. Чтобы максимизировать правую часть(3.1.12) в сделке торговца i с производителем j, надо найти максимум функции $\Delta_{ij}\omega_i(t,\zeta_{ij})$ вида (3.1.14) при ограничениях (3.1.3) и сосредоточить распределение Ω_{ij} в точках максимума $\tilde{\zeta}_{ij} = \{\tilde{u}_j, U_j(\tilde{u}_j)\}$:

$$\Omega_{ij}(d\zeta_{ij}|\mathbf{S}) = \delta(w_{ij} - \tilde{u}_j)\cdot\delta(W_{ij} - U_j(\tilde{u}_j))d\zeta_{ij}. \tag{3.1.15}$$

Соответствующие слагаемые в правой части уравнения (3.1.12) приобретают вид:

$$\Delta_{ij}\omega_i = \max_{0\le u_i\le Q_j^*}[\omega_i(t,\mathbf{S}) - \omega_i(t,\tilde{\mathbf{S}}(\{u_j,U_j(u_j)\},\mathbf{S}))]. \tag{3.1.16}$$

Аналогичными рассуждениями показано, что в сделке торговца i с потребителем j

$$\Omega_{ij}(d\zeta_{ij}|\mathbf{S}) = \delta(w_{ij} + \tilde{v}_j)\cdot\delta(W_{ij} + V_j(\tilde{v}_j))d\zeta_{ij}, \tag{3.1.17}$$

$$\Delta_{ij}\omega_i = \max_{0\le v_j\le Q_i}[\omega_i(t,\mathbf{S}) - \omega_i(t,\tilde{\mathbf{S}}(\{-v_j,-V_j(v_j)\},\mathbf{S})]. \tag{3.1.18}$$

Итак, на сформулированном эволюционном принципе построена математическая модель функционирования рынка товаров и задача об описании "поведения" участников сведена к исследованию решений интегро-дифференциальных уравнений (3.1.9),(3.1.12). Я намеренно взял в кавычки слова и выражения, относящиеся к характеризации поведения торговцев, ибо вовсе не считается, что торговец, заключая сделку, исчисляет вероятность разорения с помощью такого рода уравнений. Расчет строится на том, что в результате исследования модели обнаружатся простые правила поведения, которые торговцы действительно могли выработать эмпирически на основе опыта, обучения и отбора. Например, критерий выгодности сделки (3.1.14) субъективно может выражаться как прибыль или разумное соотношение долга и запаса товара и т.п.

3.1.3. Модель элементарного рынка и результаты ее исследования

Систему уравнений (3.1.9),(3.1.12) удается исследовать до конца, если рассмотреть элементарный рынок, на котором продукт предлагает один производитель, деньги — один потребитель, и действует один торговец- посредник.

На первый взгляд такая модель кажется выхолощенной схемой, но это не так. Модель элементарного рынка позволяет получить нетривиальные качественные результаты, и более того, к ней в определенном смысле сводится полная модель.

На элементарном рынке стратегия торговца определяется выражениями (3.1.15)–(3.1.18), следовательно, уравнение (3.1.12) принимает вид:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + rD\cdot\frac{\partial\omega}{\partial D} = \lambda_1\cdot\max_{0\le v\le Q}[\omega(t,Q,D)-\omega(t,Q-v,D-V(v))]+$$

$$+\lambda_2\cdot\max_{0\le u\le Q^*}[\omega(t,Q,D)-\omega(t,Q+u,D+U(u))], \qquad (3.1.19)$$

где λ_1 — средняя частота встреч торговца с потребителем; λ_2 — средняя частота встреч торговца с производителем. Индексы у величин $\omega, D, Q, \ldots$ опущены, потому что ясно, к кому какие величины относятся.

Кинетическое уравнение (3.1.9) тоже сильно упрощается:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + r\frac{\partial}{\partial D}(Df) + (\lambda_1+\lambda_2)f =$$

$$= \int f(t,Q',D')\Big[\lambda_1\delta(D'-D-\tilde V(t,Q',D'))\cdot\delta(Q'-Q-\tilde v(t,Q',D'))+$$

$$+\lambda_2\delta(D'-D+\tilde U(t,Q',D'))\cdot\delta(Q'-Q+\tilde u(t,Q',D'))\Big]dQ'dD'. \quad (3.1.20)$$

Здесь $\tilde u(t,Q',D'), \tilde v(t,Q',D')$ — значения u, v, при которых правая часть уравнения (3.1.19) достигает максимума, $\tilde U(t,Q',D') = U(\tilde u(t,Q',D'))$, $\tilde V(t,Q',D') = V(\tilde v(t,Q',D'))$.

Правая часть уравнения (3.1.19) не содержит явно времени t, поэтому, как показал И.Г.Поспелов, минимальная вероятность разорения находится как стационарное решение этого уравнения, на котором $\partial\omega/\partial t = 0$. Введем безразмерные величины

$$\varepsilon = r/\Lambda, \quad \alpha = \lambda_1/\Lambda, \quad \beta = \lambda_2/\Lambda, \quad \Lambda = \lambda_1 + \lambda_2$$

и сформулируем краевую задачу, определяющую минимальную вероятность разорения торговца ω:

$$\varepsilon D \frac{\partial\omega}{\partial\delta D} = \alpha \cdot \max_{0\le v\le Q}[\omega(Q,D) - \omega(Q-v, D-V(v))] +$$

$$+\beta \cdot \max_{0\le u\le Q^*}[\omega(Q,D) - \omega(Q+u, D+U(u))], \tag{3.1.21}$$

$$\omega(Q,D) \equiv 0 \text{ при } D < 0, \quad \omega \to 1 \text{ при } D \to +\infty. \tag{3.1.22}$$

Краевая задача (3.1.21),(3.1.22) содержит малый параметр $\varepsilon = r/\Lambda$. Действительно, параметр Λ задает среднюю частоту всех сделок торговца. Даже если торговец совершает одну сделку в день, то $\Lambda \simeq 10^2 1/\text{год}$. Типичное значение нормы процента в отсутствие инфляции составляет 10-20% годовых, т.е. $r \simeq 10^{-1} 1/\text{год}$. Значит безразмерный параметр $\varepsilon \simeq 10^{-3}$, и можно смело считать, что $\varepsilon \ll 1$.

Решение удается найти в виде асимптотических рядов по малому параметру ε. Асимптотический анализ довольно кропотлив, поэтому здесь приводятся только его результаты, подробности читатель может найти в работе [14].

Поскольку малый параметр стоит при производной, решение задачи (3.1.21), (3.1.22) имеет характерный вид. Внутри относительно узкой криволинейной полосы

$$G = \{Q, D | D \simeq L(Q)(1 + O(\sqrt{\varepsilon}))\}$$

(так называемого "пограничного слоя") в плоскости (Q, D) решение $\omega(Q, D)$ резко возрастает по D , "склеивая" граничные условия $\omega = 0$ и $\omega = 1$.

Функция $L(Q)$ однозначно определятся уравнением

$$\varepsilon L(Q) =$$

$$= \alpha \cdot \max_{0\le v\le <Q}[L(Q-v) - L(Q) + V(v)] + \beta \cdot \max_{0\le u le Q^*}[L(Q+u) - L(Q) - U(u)]. \tag{3.1.23}$$

Функция $L(Q)$ неотрицательна, монотонно возрастает, вогнута, ограничена и дважды дифференцируема. Вид кривой $D = L(Q)$ показан на рис 3.1, там же штриховкой изображена полоса G.

Значения $\tilde{u}(Q)$ и $\tilde{v}(Q)$, при которых достигается максимум в правой части уравнения, единственны и непрерывно зависят от Q. Эти функции описывают с точностью до $O(\sqrt{\varepsilon})$ стратегию торговца: зависимость объема покупки и продажи от запаса товара.

Вероятность ω можно явно выразить через $\tilde{u}(Q), \tilde{v}(Q)$ и L, но это выражение довольно громоздко и не стоит его приводить. Укажем

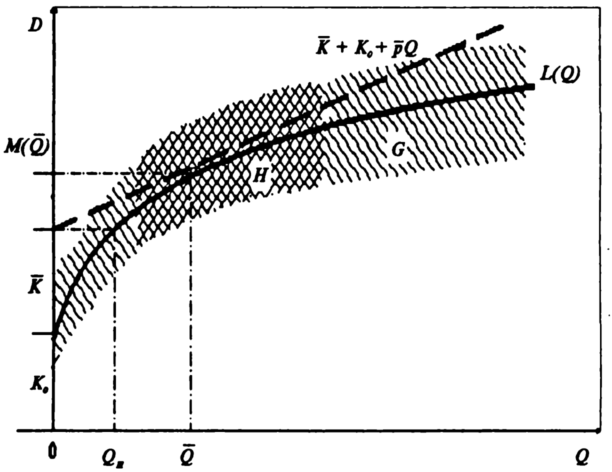


Рис. 3.1

лишь, что выше области G $\omega = 1 - O(\sqrt{\varepsilon})$ и $\omega \to 0$ при $D \to +\infty$. Ниже области G $\omega = O(\sqrt{\varepsilon})$ и $\omega \equiv 0$ при $D \leq 0$.

Уже из этих результатов можно сделать интересные выводы. Зависимость $L(Q)$ характеризует кредитоспособность торговца: максимальную задолженность, еще достаточно надежно обеспеченную запасом Q. Из оптимальности $\tilde{v}(Q), \tilde{u}(Q)$ следует, что $L(Q-\tilde{v}(Q))-L(Q)+V(\tilde{v}(Q)) \geq 0$ и $L(Q+\tilde{u}(Q))-L(Q)-U(\tilde{u}(Q)) \geq 0$. Из первого неравенства следует, что $V(\tilde{v}(Q)) \geq L(Q) - L(Q - \tilde{v}(Q))$, причем $\tilde{v}(Q) \leq Q$. Значит торговец не согласится продать запас товара Q, если получит за него $V(Q) < L(Q) - L(0)$. Из второго неравенства следует, что $U(\tilde{u}(Q)) \leq L(Q + \tilde{u}(Q)) - L(Q)$ при $0 \leq \tilde{u}(Q) \leq Q^*$. Отсюда заключаем, что торговец, у которого нет запаса товара, не согласится купить количество товара $u = Q$, если за него придется заплатить $U(Q) > L(Q) - L(0)$. Таким образом, торговец, применяющий оптимальную рыночную стратегию, дает запасу товара денежную оценку $L(Q) - L(0)$. Эта оценка складывается на рынке в зависимости от спроса и предложения товара, частоты сделок, условий кредита. Ее естественно назвать меновой стоимостью.

Интересно, что в типичном случае $L(0) > 0$. Величина $K_0 = L(0)$ показывает, какой кредит достаточно надежно обеспечивается местом на рынке — самим фактом укоренения на нем. Величину K_0 называют ценой фирмы, методика бухгалтерского учета в западных странах включает цену фирмы в ее активы. Значит кредитоспособность торговца L обеспечивается ценой фирмы K_0 и меновой стоимостью товарного запаса $L(Q) - L(0)$ (см. рис. 3.1).

Уравнение (3.1.23) показывает, что в каждой сделке торговец должен максимизировать торговую прибыль, которая исчисляется с учетом изменения меновой стоимости запаса как издержек $L(Q) - L(Q - \tilde{v}(Q))$ или как дохода $L(Q + \tilde{u}(Q)) - L(Q)$. Торговая прибыль неотрицательна. Если долг торговца равен его кредитоспособности, торговая прибыль в точности покрывает процентные платежи за кредит.

Стоит еще раз заметить, что никакие денежные оценки запасов торговца не вводились априорно. Меновая стоимость и прибыль возникли из эволюционного принципа — гипотезы о минимизации вероятности разорения — как экономические категории, характеризующие оптимальную стратегию торговца в стационарной случайной рыночной среде.

Чтобы больше узнать о свойствах оптимальной стратегии и возможных состояниях элементарного рынка, надо исследовать кинетическое уравнение (3.1.20). Оптимальные стратегии торговца в первом приближении задаются функциями $\tilde{u}(Q)$ и $\tilde{v}(Q)$, т.е. не зависят от D. Поэтому уравнение (3.1.20) можно проинтегрировать по D и получить уравнение для величины

$$\tilde{\theta}(t, Q) = \int f(t, Q, D)dD + O(\sqrt{\varepsilon}),$$

задающей вероятность торговцу иметь запас Q или, как удобно говорить, находиться в состоянии Q. Это уравнение имеет вид:

$$\frac{1}{\Lambda} \cdot \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial t} + \tilde{\theta} = \int_0^\infty \tilde{\theta}(t, Q')\left[\alpha \cdot \delta(Q' - Q - \tilde{v}(Q')) + \beta \cdot \delta(Q' - Q + \tilde{u}(Q'))\right] dQ'. \tag{3.1.24}$$

Оно описывает марковский процесс изменения во времени запаса товара при оптимальном поведении торговца.

Если в уравнении (3.1.24) функции $\tilde{u}(Q)$, $\tilde{v}(Q)$ заменить любыми другими борелевскими функциями $u(Q), v(Q)$, удовлетворяющими условиям $0 \le u(Q) \le Q^*, 0 \le v(Q) \le Q$, то соответствующее решение (3.1.24) $\theta(t, Q)$ будет удовлетворять неравенству

$$\int_0^\infty e^{-rt}dt \int_0^\infty \theta(t, Q')\left[\alpha\Lambda V(v(Q')) - \beta\Lambda U(u(Q'))\right] dQ' \le$$

$$\le \int_0^\infty e^{-rt}dt \int_0^\infty \tilde{\theta}(t, Q')\left[\alpha\Lambda V(\tilde{v}(Q')) - \beta\Lambda U(\tilde{u}(Q'))\right] dQ'.$$

Следовательно, на оптимальной стратегии $\tilde{u}(Q), \tilde{v}(Q)$ достигает максимума функционал

$$\Pi = \int_0^\infty e^{-rt} dt \int_0^\infty \theta(t, Q') \left[\alpha \Lambda V(v(Q')) - \beta \Lambda U(u(Q'))\right] dQ',$$

определенный в силу уравнения вида (3.1.24), правая часть которого зависит от функций $u(Q), v(Q)$, удовлетворяющих условиям $0 \leq u(Q) \leq Q^*, 0 \leq v(Q) \leq$Q.

Это — очень интересный результат. Заметим, что $\alpha \Lambda V(v(Q))$ выражает среднюю выручку торговца от продаж товара в единицу времени в состоянии Q. Аналогично, $\beta \Lambda U(u(Q'))$ выражает средние затраты торговца на покупки товара в единицу времени в состоянии Q. Следовательно, Π — математическое ожидание дисконтированной прибыли торговца. Оказывается также, что максимальное значение ожидаемой дисконтированной прибыли торговца, имеющего запас Q, в точности равно его кредитоспособности $L(Q)$, а (3.1.23) — это уравнение Беллмана в задаче максимизации ожидаемой дисконтированной прибыли.

Итак, выведена фундаментальная качественная характеристика оптимальной стратегии торговца: оптимальная стратегия доставляет максимум ожидаемой прибыли торговца, дисконтированной нормой процента. Эволюционный принцип минимизации вероятности разорения получил чисто экономическое выражение, обосновывающее один из основных постулатов классической теории общего экономического равновесия.

Показано, что этот результат справедлив не только в случае элементарного рынка. Существенно лишь то, что параметр $\varepsilon \ll 1$. Содержательно это означает, что агент совершает много сделок и исход отдельной сделки почти наверное не будет для него фатальным.

Детальное исследование решений уравнения (3.1.23) показывает, что элементарный рынок может быть качественно разным в зависимости от локальных характеристик функций спроса V и предложения U:

а) Рынок будет нерентабельным, если $V'(0) < U'(0)(1 + r/\lambda_1)$; штрих обозначает производную. При этом условии выручка $V(w)$ от продажи любого количества w товара не покрывает расходов торговца $U(w)$ на его покупку с учетом процента, начисленного на долг $U(w)$ за среднее время ожидания потребителя. В таком случае посредническая торговля невыгодна. В полном соответствии со здравым смыслом из уравнения (3.1.23) следует, что $\tilde{u}(Q) \equiv 0$ — торговец ничего не покупает,— $L(0) = K_0 = 0$ — цена нерентабельной фирмы равна нулю. Решение уравнения

(3.1.24) при $t \to +\infty$ стремится к вырожденному распределению $\delta(Q)$. Значит, торговец распродает запас и прекращает дело.

б) Рынок будет дефицитным, если $V'(0) > U'(Q^*)$. Этот случай противоположен случаю нерентабельного рынка, т.к. в силу свойств функции U справедливо неравенство $U'(Q^*) > U'(0)$ и дефицитный рынок может находиться в состоянии Q, в котором торговец хотел бы купить товара больше, чем имеет производитель:

$$\tilde{u}(Q) = Q^*, \quad \frac{d}{du}\left[L(Q+u) - L(Q) - U(u)\right]|_{u=Q^*} > 0.$$

в) Рынок будет рентабельным и свободным, если $U'(Q^*) > V'(0) > U'(0) \cdot (1 + r/\lambda_1)$. Этот случай — наиболее интересный и типичный с содержательной точки зрения. Посредническая торговля рентабельна, торговец закупает товар и спрос его удовлетворяется: $0 < \tilde{u}(Q) < Q^*$. Это и имеют в виду, когда говорят о свободном рынке.

Исследование случая свободного рентабельного рынка дало еще несколько интересных качественных результатов, которые можно отнести к числу фундаментальных в экономической теории.

Распределение вероятности $\tilde{\theta}$ в силу (3.1.24) быстро, за время порядка $1/\Lambda$, сходится к невырожденному стационарному (финальному) распределению $\tilde{\theta}_0$, форма которого показана на рис.3.2.

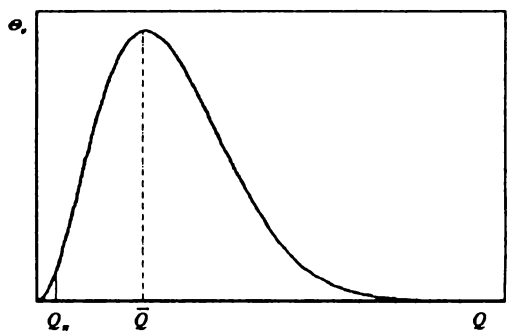


Рис. 3.2

Это распределение является стационарным решением уравнения (3.1.24) и приближенно представляется в виде

$$\tilde{\theta}_0(Q) = \vartheta(Q/Q_c)(1 + O(\varepsilon^{1/3})), \quad \vartheta(q) = [A(A_0 - q)/A'(A_0)]^2,$$

где $A(q)$ — функция Эйри (ограниченное решение уравнения $A''(q) + qA(q) = 0$); A_0 — ее первый корень; Q_c — некоторая постоянная, выражение которой через параметры модели приведено ниже.

Значит, рациональный торговец, находящийся в стационарной случайной рыночной среде, быстро приводит рынок в стационарное состояние. В этом состоянии товарный запас случайно колеблется около характерной величины Q_c, практически никогда не падая ниже уровня $Q_н$ (см.рис.3.2). Характерная величина запаса Q_c и объем "неприкосновенного" запаса $Q_н$ выражаются явно через средний размер покупки в стационарном состоянии $\hat{u} = \int_0^\infty \tilde{\theta}_0(Q)\tilde{u}(Q)dQ$, средний размер продажи в стационарном состоянии $\hat{v} = \int_0^\infty \tilde{\theta}_0(Q)\tilde{v}(Q)dQ$ и постоянную $\hat{p}$, имеющую размерность цены товара:

$$Q_{\text{Н}} \approx \hat{v} \ll Q_c = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{a}\hat{p}\varepsilon}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{3.1.25}$$

Здесь

$$\hat{\sigma} = \alpha\hat{v}^2 + \beta\hat{u}^2, \quad \hat{a} = 1/\left[\beta U''(\hat{u}) - \alpha V''(\hat{v})\right] > 0.$$

Сами же величины $\hat{u}, \hat{v}$, и $\hat{p}$ однозначно определяются условиями

$$V(\hat{v}) - \hat{p}\hat{v} \geq V(v) - \hat{p}v, \quad 0 \leq v \leq v^*, \tag{3.1.26}$$

$$\hat{p}\hat{u} - U(\hat{u}) \geq \hat{p}u - U(u), \quad 0 \leq u \leq Q^*, \tag{3.1.27}$$

$$\beta\hat{u} = \alpha\hat{v}. \tag{3.1.28}$$

Последнее равенство означает, что разумно действующий торговец в среднем удовлетворяет спрос потребителей $\Lambda\alpha\hat{v}$ за счет предложения производителей $\Lambda\beta\hat{u}$. Если постоянную $\hat{p}$ интерпретировать как цену товара, то первые два неравенства показывают, что в сделках с контрагентами рационально действующий торговец получает максимум прибыли, исчисленной через цену $\hat{p}$. Таким образом, (3.1.26)–(3.1.28) можно интерпретировать как условия рыночного равновесия, а постоянную $\hat{p}$ — как равновесную цену.

Однако результат имеет куда более глубокое содержание. Решение уравнения (3.1.23) — функция $L(Q)$ — обладает замечательным свойством. В окрестности характерной величины запаса Q_c кредитоспособность торговца допускает асимптотическое выражение

$$L(Q) = L_c + \hat{p}Q \cdot (1 + O(\varepsilon^{1/3} \ln \varepsilon)), \tag{3.1.30}$$

где L_c — постоянная, которая больше цены фирмы K_0 на меновую стоимость $K_c = L(Q_{\text{Н}}) - L(0)$ "неприкосновенного" запаса $Q_{\text{Н}}$. Прямая $L_c + \hat{p}Q = K_0 + K_c + \hat{p}Q$ показана на рис.3.1 штриховой линией.

Запас $Q_{\text{Н}} \approx \hat{v} \ll Q_c$ следует считать технологически необходимым оборотным фондом торговца, соответственно величину K_c следует исключить из меновой стоимости запаса. Величину K_c надо интерпретировать как некоторый полуликвидный актив и причислить скорее к неликвиду K_0.

Итак,

$$L(Q) = K_0 + K_c + M(Q),$$

где

$$M(Q) = \hat{p}Q(1 + O(\varepsilon^{1/3} \ln \varepsilon))$$

— меновая стоимость запаса. Оказывается, что в области наиболее вероятных состояний торговца меновая стоимость запаса пропорциональна запасу. Значит, в стационарной случайной рыночной среде возникает цена $\hat{p}$ единицы продукта, которую, в силу (3.1.26)–(3.1.28), можно считать равновесной ценой.

Однако на нашем рынке за единицу продукта вовсе не платят цену $\hat{p}$. Торговец покупает продукты дешевле, а продает дороже, получая положительную торговую прибыль. По цене $\hat{p}$ торговец лишь оценивает запас, формируя свое поведение.

Зависимость характерной величины (3.1.25) запаса Q_c от параметров качественно согласуется с той, которая наблюдается на рынке. Многие наблюдатели, например, отмечают, что для свободного рынка характерны огромные товарные запасы. В формуле (3.1.28) малый параметр ε входит в знаменатель, а это как раз и означает, что характерный запас Q_c должен быть велик по сравнению с характерным объемом продаж.

Случай малого β и близкого к единице α соответствует режиму деятельности торговца, когда он часто продает, но редко покупает. В таком случае теория управления запасами рекомендует держать запас $Q \simeq w^{1/2}$ при среднем потоке продаж w. В обсуждаемой модели средний поток продаж $w = \Lambda\alpha\hat{v}$, и при малых α $Q_c \simeq w^{2/3}$, что качественно вполне согласуется с рецептом теории управления запасами.

Пока что обсуждалась вероятность иметь запас Q. Вероятность иметь задолженность D существенно зависит от времени. Показано, что время порядка $(1/r)\ln(1/\varepsilon)$ торговец проводит в области состояний H, обозначенной на рис.3.1 двойной штриховкой. Если опять считать $r \simeq 10^{-1} 1/\mathit{год}$, $\varepsilon \simeq 10^{-3}$, это время будет порядка двух лет. По истечении этого времени торговец окажется либо выше области G (см. рис.3.1) и почти наверняка разорится, либо ниже области G и почти наверное расплатится с долгами. Время пребывания в области G много больше времени релаксации к финальному распределению процесса, описываемого уравнением (3.1.24).

Исследование даже простой грубой модели элементарного рынка показывает, насколько плодотворным оказался эволюционный принцип. Из единственной гипотезы о минимизации вероятности разорения удалось вывести важнейшие категории политической экономии: кредитоспособность, цену фирмы, оборотные фонды фирмы, меновую стоимость, торговую прибыль, цену товара. Оправдался расчет на то, что оптимальное поведение торговца получает простые экономически содержательные характеристики. Самый интересный вывод состоит в том, что рациональный торговец стремится к максимизации ожидаемой дисконтированной прибыли. Получил обоснование один из фундаментальных принципов классической политической экономии.

Кроме того, торговец может обнаружить правильную оценку $L(Q)$ и, используя ее, максимизировать текущую прибыль.

Параметры оптимального поведения торговца в стационарной случайной рыночной среде: цена товара $\hat{p}$, продажи $\hat{v}$, покупки $\hat{u}$ — удовлетворяют условиям (3.1.26)–(3.1.28), которые интерпретируются как условия рыночного равновесия.

Не менее существенно то, что к уравнению (3.1.23) сводится исследование общей модели функционирования рынка.

3.1.4. Модель рынка со многими участниками: оптимальные стратегии и агрегированное описание

В общей модели функционирования рынка (3.1.1)–(3.1.9), (3.1.12) используются результаты, полученные при исследовании модели элементарного рынка.

Был получен результат общего свойства: если торговец-посредник регулярно и часто заключает сделки и исход отдельной сделки, как правило, не бывает фатальным, то рациональной будет стратегия, которая максимизирует среднюю дисконтированную прибыль. Формально так можно считать, если $\varepsilon \ll 1$.

Трактуя этот результат расширительно, эвристически, И.Г.Поспелов считал, что интересы торговцев состоят в том, чтобы максимизировать математическое ожидание дисконтированной прибыли.

Дисконтированная прибыль при прочих равных условиях не зависит от начальной задолженности, и в ограничения (3.1.1)–(3.1.4) входят только запасы товара Q_i, поэтому состоянием рынка можно считать набор запасов торговцев $\mathbf{S} = \{Q_i | i \in \mathcal{N}\}$. Не ограничивая общности приводимых ниже результатов, можно рассматривать лишь детерминированные стратегии, т.е. такие, для которых распределения $\Omega_{ij}(Z|\mathbf{S})\}$ (3.1.7) при каждом $\mathbf{S}$ сосредоточены в некоторых точках $\tilde{w}_{ij}(\mathbf{S})$, $\tilde{W}_{ij}(\mathbf{S})$. Таким образом, допустимыми стратегиями теперь считается набор борелевских функций $\{\tilde{w}_{ij}(\mathbf{S}),\tilde{W}_{ij}(\mathbf{S})\}$, удовлетворяющих (3.1.1)–(3.1.4).

И.Г.Поспелов показал, что при заданной стратегии ожидаемая дисконтированная прибыль Π_i торговца i, $i \in \mathcal{N}$, как функция набора запасов $\mathbf{S}$ однозначно определяется уравнением

$$r\Pi_i(\mathbf{S}) = \sum_{j \in \mathcal{N}} \lambda_{ij} \tilde{W}_{ij}(\mathbf{S}) + \sum_{(j,k) \in \Gamma} \lambda_{jk}[\Pi_i(\tilde{\mathbf{S}}_{jk}(\mathbf{S})) - \Pi_i(\mathbf{S})],$$

где, как и в (3.1.9), $\tilde{S}_{jk}(\mathbf{S})$ — однозначно определяемое стратегией состояние, в которое рынок переходит из состояния $\mathbf{S}$ в результате парной сделки (j, k).

После того, как описаны критерии Π_i и допустимые стратегии участников, можно рассматривать рынок как кооперативную игру многих лиц с непротивоположными интересами. Стратегии надо считать кооперативными, потому что в сделке, рассматриваемой как единая операция, невозможно выделить индивидуальные решения.

Теория исследования операций не дает универсального однозначного определения оптимальной стратегии в такого рода играх. С нашей точки зрения, это означает, что в торгах существенную роль играет индивидуальность участников. Описать ее в модели в принципе невозможно. Из модели надо извлекать типичные характеристики поведения , которые не зависят от индивидуальности экономических агентов. (Вспомните обсуждение в разделах 1.1 и 1.2 объекта изучения классической политической экономии!) Поэтому надо заранее отказаться от однозначных прогнозов поведения участников рынка, а изучать классы рациональных решений. Это соответствует представлению о том, что экономические законы показывают, чего не может быть в обществе, допуская в рамках этих запретов любые возможности.

В качестве рациональных рассматривается класс стратегий, оптимальных по Парето. Кооперативная стратегия называется оптимальной по Парето, или эффективной, если для любой другой допустимой стратегии найдутся состояние рынка и торговец, у которого ожидаемая дисконтированная прибыль в этом состоянии будет строго меньше, чем при первой стратегии. Таким образом, ожидаемые дисконтированные прибыли, получаемые торговцами при эффективной стратегии, нельзя сменой стратегии увеличить у всех торговцев сразу.

В классе Парето-оптимальных стратегий, наконец, математически сформулирован эволюционный принцип применительно к модели со многими торговцами. И.Г.Поспелов показал, что в рамках предложенной модели во всех Парето-оптимальных стратегиях функции $\tilde{w}_{ij}(\mathbf{S})$ одинаковы. Объемы товара, передаваемого при обменах (но не платежи за него!), однозначно определяются условием эффективности стратегии торговцев так, что доставляют максимум суммарной ожидаемой дисконтированной прибыли всей совокупности торговцев в каждом возможном состоянии рынка. Максимально возможная в состоянии $\mathbf{S}$ суммарная величина дисконтированной прибыли $L(\mathbf{S})$ дает объективную денежную оценку набора запасов $\mathbf{S} = \{Q_i\}$ в том же смысле, в каком величина $L(Q)$ оценивает запас Q в модели элементарного рынка.

Более того, оказывается верным следующий замечательный результат. Если можно считать, что параметр ε мал, то оценку $L(\mathbf{S})$

можно приближенно заменить оценкой $L_0(\sum_{i\in\mathcal{N}} Q_i)$ суммарного запаса всех торговцев. Функция $L_0(Q)$, где $Q = \sum_{i\in\mathcal{N}} Q_i$, является главным членом асимптотического разложения по малому параметру ε решения уравнения Беллмана для $L(\mathbf{S})$. Она удовлетворяет уравнению

$$\varepsilon^{\text{эф}} L_0(Q) = \sum_{j\in\mathcal{C}} \alpha_j^{\text{эф}} \max_{0\le v\le Q^{\text{эф}}(Q)} [L_0(Q-v) - L_0(Q) + V_j(v)] +$$

$$+ \sum_{j\in\mathcal{P}} \beta_j^{\text{эф}} \max_{0\le u\le Q_j^*} [L_0(Q+u) - L_0(Q) - U_j(u)]. \qquad (3.1.31)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\varepsilon^{\text{эф}} = \frac{\varepsilon}{a}; \quad \alpha_j^{\text{эф}} = \frac{1}{a}\sum_{i\in\mathcal{N}} \alpha_{ij}, j\in\mathcal{C}; \quad \beta_j^{\text{эф}} = \frac{1}{a}\sum_{i\in\mathcal{N}} \alpha_{ij}, j\in\mathcal{P};$$

$$a = \sum_{i\in\mathcal{N}}\sum_{j\in\mathcal{C}} \alpha_{ij} + \sum_{i\in\mathcal{N}}\sum_{j\in\mathcal{P}} \alpha_{ij} < 1; \quad \varepsilon = \frac{r}{\Lambda}; \quad \Lambda = \sum_{(i,j)\in\Gamma} \lambda_{ij}; \quad \alpha_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\Lambda}.$$

Уравнение (3.1.31) по смыслу и по форме совпадает с уравнением (3.1.23). Следовательно, модель, описывающая функционирование рынка со многими торговцами-перекупщиками, которые действуют эффективно, может быть приближенно сагрегирована в модель элементарного рынка с одним рациональным торговцем- перекупщиком. То, что потребителей и производителей много, несущественно, потому что это не усложняет структуру агрегированной модели. Ясно, что $\varepsilon^{\text{эф}} > \varepsilon$, и это соотношение отражает задержку в движении товара от производителей к потребителям, возникающую в связи с ожиданием сделок между торговцами.

В уравнение (3.1.31) входит эффективная величина запаса $Q^{\text{эф}}(Q) \le Q$. Различие между эффективным запасом и суммарной величиной запасов всех торговцев выражает тот факт, что невозможно мгновенно передать весь запас тому торговцу, который в данный момент продает его потребителям. Если бы с потребителями был связан только один торговец, то оказалось бы, что $Q^{\text{эф}}(Q) = Q$, и модель приближенно агрегировалась бы в модель с одним торговцем в замкнутом виде. Но даже и в общем случае оказывается, что $Q^{\text{эф}}(Q) < Q$ только при малых Q. Следовательно, все качественные выводы, сделанные относительно модели элементарного рынка, остаются верными и относительно агрегированной модели (3.1.31).

Именно, величина $L_0(\sum_{i\in\mathcal{N}} Q_i)$ имеет смысл меновой стоимости товарных запасов. В области типичных состояний рынка $\sum_{i\in\mathcal{N}} Q_i \simeq \varepsilon^{-1/3}$ она почти линейно зависит от $\sum_{i\in\mathcal{N}} Q_i$, а коэффициент пропорциональности имеет смысл равновесной цены товара.

В заключение стоит заметить, что приближенное агрегирование исходного микроописания рынка удалось выполнить, не конкретизируя до конца поведения торговцев. Взаимные платежи между ними остались неопределенными. Оказалось, что достаточно предположения об эффективности совместного поведения совокупности торговцев.

Особо следует отметить, что фундаментальная экономическая категория меновой стоимости выявляется только после агрегирования модели. В исходной модели возникает оценка $L(\mathbf{S})$, которая не имеет простого экономического смысла. Это обстоятельство лишний раз свидетельствует о фундаментальном значении теории агрегирования для обоснования категорий классической политической экономии.

3.2. Об устойчивости рыночных механизмов

Как эмпирическое обобщение наблюдаемых фактов сформулирована гипотеза: рыночные механизмы допускают равновесие, при котором цены устанавливаются так, чтобы спрос на товары равнялся их предложению. Открытым оставался вопрос: как установить равновесные цены? Идея, что какая-либо организация может вычислить их централизованно, нереализуема потому, что номенклатура выпускаемых товаров огромна (в СССР, например, выпускалось порядка 25 миллионов наименований товаров). Рынок называют гениальным изобретением цивилизации потому, что на нем могут сложиться автоматические механизмы установления равновесных цен. В предыдущем разделе на простой модели мы выяснили природу равновесной цены как некоторой оценки запасов, возникающей у рационального торговца–посредника в типичных условиях его деятельности в стационарной случайной среде рынка. Предложение производителей и спрос потребителей считались заданными и не зависящими от времени. Вопрос об изменении цены вследствие изменения спроса и предложения не исследовался.

Из экономической истории известны периоды кризисов, во время которых рыночные цены оказывались неустойчивыми. Неустойчивость рыночных цен можно попытаться объяснить несоответствием сложившихся рыночных механизмов технологической структуре экономики. Ведь выход из кризиса обычно сопровождался изменениями структуры рыночных механизмов. Возникает интересная задача: исследовать, как влияет технологическая структура экономики на запас устойчивости рыночных механизмов.

Возможность продвинуться в решении этой задачи появилась благодаря развитию нового направления в теории динамических систем, связанного с понятием "странного аттрактора". Изучение стохастического поведения траекторий детерминированных динамических систем увенчалось открытием закона универсальности Фейгенбаума для бесконечной последовательности бифуркаций удвоения периода, приводящих к возникновению странного аттрактора. На этом эффекте, например, основаны модели возникновения турбулентности, динамики численности популяций с неперекрывающимися поколениями и др.

А.А.Шананин использовал результаты теории динамических систем при моделировании рыночных механизмов. Им была предложена математическая модель формирования рыночной цены, которая позволила исследовать устойчивость рыночных механизмов в зависимости от характеристик эволюции технологической структуры экономики. Предложенная модель ценообразования весьма схематично описывает реальные механизмы изменения цены. Интерес к этой модели оправдывается, в первую очередь, содержанием полученных на ней результатов. Удалось дать простое объяснение потере устойчивости рыночных механизмов и истолковать некоторые экономические явления.

Модель описывает рынок однородного товара. В соответствии с традиционными представлениями теории равновесия предполагается, что в каждый момент времени товар продается по единой цене p, а поведение потребителей и производителей описывается функциями спроса $C(p)$ и предложения $Y(p)$. Характерное время изменения функций спроса и предложения много больше характерного времени изменения цены, так что можно считать, что изменению цены соответствует быстрое время, а изменению функций спроса и предложения — медленное. Моделируя быстрый процесс изменения цены, время будем считать дискретным, изменяющимся с некоторым шагом.

Обозначим p_n цену на рассматриваемый товар на шаге n. Предположим, что покупатели товара на шаге n, ориентируясь на цену p_{n-1}, планируют израсходовать сумму денег $p_{n-1}C(p_{n-1})$, а производители планируют выпуск и продажу товара в количестве $Y(p_{n-1})$. Будем считать, что покупатели и производители действуют строго в соответствии со своими планами. Тогда на шаге n установится цена

$$p_n = \frac{p_{n-1}C(p_{n-1})}{Y(p_{n-1})}. \tag{3.2.1}$$

Отметим, что модель ценообразования (3.2.1) является дискретным аналогом модели изменения цены вальрасовского типа:

$$\frac{dp}{dt} = g\frac{C(p) - Y(p)}{Y(p)}p, \tag{3.2.2}$$

где $g > 0$ — параметр, имеющий размерность $1/$*время* и характеризующий скорость реакции цены на различие спроса и предложения. При условии, что функция избыточного спроса $C(p) - Y(p)$ монотонно убывает по p, параметр g характеризует скорость установления равновесной цены. Разностный аналог уравнения (3.2.2) с шагом по времени τ имеет вид

$$\frac{p(t+\tau)-p(t)}{\tau}=g\frac{C(p(t))-Y(p(t))}{Y(p(t))}p(t). \qquad (3.2.3)$$

Выбирая в качестве шага по времени $\tau = 1/g$, получаем из (3.2.3) уравнение (3.2.1).

В традиции математической экономики было исследовать задачу: какими свойствами должны обладать функции спроса и предложения, чтобы стационарная точка модели (3.2.2) была устойчивой. А.А.Шананин поступил по-иному. Он дал содержательные описания спроса и предложения, основанные на ясных исходных гипотезах, а затем исследовал устойчивость равновесия.

Предполагается, что товар производится отраслью, которая использует в качестве производственного фактора только однородную рабочую силу. Будем считать, что в каждый момент времени t технологическая структура отрасли описывается гладкой функцией плотности распределения мощностей по технологиям производства $m(\lambda, t)$, где λ — норма затрат труда на единицу выпускаемого продукта.

Переменная λ характеризует технологию производства. Множество технологий, используемых в отрасли, описывается полуинтервалом $[\nu, \infty)$, так что функция плотности $m(\lambda, t)$ распределения мощностей по технологиям определена при $\nu \leq \lambda < \infty$. Параметр $\nu > 0$ задает наилучшую технологию, т.е. характеризует технический уровень производства в отрасли.

Функция $m(\lambda, t)$ изменяется во времени в результате процессов старения существующих и строительства новых мощностей. Будем считать, что построенные в интервале $[t, t+dt]$ новые мощности $I(t)dt$ используют технологию с наименьшей нормой затрат труда ν. По мере старения мощностей экспоненциально уменьшается с темпом $\mu > 0$ количество выпускаемого на них продукта при прежних затратах трудовых ресурсов. Мощности, построенные в момент времени t, будут иметь в момент времени $\tau \geq t$ "постаревшую" технологию с нормой затрат труда

$$\lambda(\tau, t) = \nu \exp(\mu \cdot (\tau - t)).$$

Мощность $m(\nu, t)d\nu$ превращается в мощность $m(\lambda(\tau, t), \tau)d\lambda$ в момент времени $\tau \geq t$. Учитывая рассмотренное в разделе 2.2 описание старения мощности, находим, что

$$m(\lambda(\tau, t), \tau) = m(\nu, t)\exp(-2\mu(\tau - t)), \quad \mu\nu m(\nu, t) = I(t).$$

Следовательно, функцию $m(\lambda, \tau)$ можно определить как решение задачи Коши:

$$\frac{\partial m(\lambda,\tau)}{\partial \tau}+\mu\lambda\frac{\partial m(\lambda,\tau)}{\partial \lambda}=-2\mu m(\lambda,\tau), \quad m(\nu,\tau)=\frac{I(\tau)}{\mu\nu}. \qquad (3.2.4)$$

Суммарная мощность отрасли

$$M(t) = \int_{\nu}^{+\infty} m(\lambda, t) d\lambda.$$

По классическим представлениям считается, что на каждом шаге n производители планируют выпуск, максимизируя ожидаемую прибыль. Исчисляя прибыль, они ориентируются на цену p_{n-1} и ставку заработной платы s. Будем считать, что предложение рабочей силы больше спроса на нее, существует безработица и ставка заработной платы $s > 0$ — заданная постоянная.

Производители максимизируют прибыль, поэтому функция предложения определяется формулой

$$Y(p_{n-1}, t) = \int_{\nu}^{p_{n-1}/s} m(\lambda, t) d\lambda,$$

где t —медленное время, соответствующее процессам изменения мощностей, а n — дискретное, быстрое время, соответствующее процессам изменения цены.

Из уравнений (3.2.4) при известных начальном распределении мощностей по технологиям $m(\lambda, \tau_0)$ и программе строительства новых мощностей $I(t)$ на период $\tau_0 \le t \le \tau$ однозначно определяются распределение мощностей по технологиям $m(\lambda, t)$ и функция предложения $Y(p, t)$ при $\tau_0 \le t \le \tau$.

Особый интерес представляют режимы экспоненциального роста экономики. Как показывают численные эксперименты с замкнутыми моделями экономического роста [15], распределение мощностей по технологиям независимо от начальных условий $m(\lambda, \tau_0)$ асимптотически стремится к распределению, соответствующему режиму экспоненциального роста $M(t) = M_0 \exp[\gamma(t - \tau_0)]$, где $\gamma > 0$ — темп роста.

Режим экспоненциального роста с темпом γ возникает, если прирост мощности задан программой $I(t) = (\gamma + \mu) M(t)$. При $t \le \tau$ решение уравнения (3.2.4) имеет вид

$$m(\lambda, t) = M(t) \frac{\gamma + \mu}{\mu \nu} \left(\frac{\nu}{\lambda}\right)^{(\gamma + 2\mu)/\mu} \text{ при } \lambda \ge \nu.$$

Интегрируя это распределение, находим функцию предложения:

$$Y(p_{n-1}) = M(t) \cdot \left[1 - \left(\frac{s\nu}{p_{n-1}}\right)^{(\gamma+\mu)/\mu}\right]. \qquad (3.2.5)$$

Теперь обратимся к функции спроса. Можно классифицировать потребительские товары по виду функции спроса. Если с ростом цены p

потребительские расходы на товар монотонно убывают, такой товар называют предметом роскоши. Для товаров повседневного спроса характерны функции спроса, убывающие с ростом цены p, но так, что расходы $pC(p)$ возрастают. Если спрос на товар не зависит от цены, товар называется предметом первой необходимости. Если спрос возрастает с ростом цены, такой товар называется товаром Гиффина.

Предположим, что на рассматриваемом рынке продается товар, являющийся предметом первой необходимости, и что производящая его отрасль эволюционирует в режиме экспоненциального роста с темпом γ. Введем обозначения

$$x_n = s\nu/p_n, \quad \alpha = (\gamma + \mu)/\mu, \quad A(t) = M(t)/C.$$

Тогда из (3.2.1) с учетом (3.2.5) получаем

$$x_n = A(t)x_{n-1} \cdot (1 - x_{n-1}^{\alpha}). \tag{3.2.6}$$

Естественно предполагать, что наилучшая технология неубыточна, т.е. $s\nu/p_n \leq 1$. Следовательно, $0 \leq x_n \leq 1$. Чтобы отображение (3.2.6) переводило $x_{n-1} \in [0, 1]$ в $x_n \in [0, 1]$, необходимо и достаточно, чтобы

$$0 \leq A(t) \leq \frac{1}{\alpha} \cdot (1 + \alpha)^{(1+\alpha)/\alpha} = A_M(\alpha).$$

Отображение (3.2.6) определяет дискретную динамическую систему, в которой медленное время t является параметром.

Построенная модель ценообразования $x_{n+1} = f(x_n, A, \alpha)$, где $f(x, A, \alpha) = Ax(1 - x^{\alpha})$, по заданному начальному условию x_0 однозначно определяет бесконечную траекторию $x_0, x_1, \ldots, x_n, \ldots$ Поскольку принята гипотеза о разделении времен, содержательный интерес представляет изучение асимптотического (при $n \to \infty$) поведения решения уравнения (3.2.6).

Простейшими типами предельных траекторий динамической системы (3.2.6) являются неподвижные точки x, которые определяются условием $x = f(x, A, \alpha)$, и периодические траектории. Периодической траекторией периода T называется набор несовпадающих точек $x_1, x_2, \ldots, x_T$, таких, что $x_2 = f(x_1, A, \alpha)$, $x_3 = f(x_2, A, \alpha)$, ..., $x_T = f(x_{T-1}, A, \alpha)$, $x_1 = f(x_T, A, \alpha)$.

При всех $A \geq 0$, $\alpha \geq 1$ у динамической системы (3.2.6) имеется неподвижная точка $x = 0$, соответствующая бесконечно большой цене на товар. Кроме того, при $A \geq 1, \alpha \geq 1$ существует еще одна неподвижная точка $x_p(A, \alpha) = (1 - 1/A)^{1/\alpha}$, соответствующая равновесной цене. Траектория, порожденная точкой $x_p(A, \alpha)$, содержательно интересна, потому что это — единственная траектория, на которой прогноз цены потребителями и производителями товара совпадает с реализацией и производство согласовано со спросом. На периодических траекториях в среднем наблюдается избыток предложения над спросом.

Заметим, что увеличение параметра $A = M/C$ означает увеличение производства по отношению к суммарному спросу, с ним экономисты связывают кризисы перепроизводства, сопровождающиеся "бурями" в изменении цен.

Рассмотрим, как с увеличением параметра A изменяется асимптотическое поведение траекторий динамической системы (3.2.6). Если $0 \leq A \leq 1$, то при любом начальном x_0 траектория системы (3.2.6) стремится к 0. Содержательно условие $0 \leq A \leq 1$ означает, что для удовлетворения спроса не хватает производственных мощностей, при этом цена товара стремится к $+\infty$. При $A = 1$ происходит бифуркация, в результате которой неподвижная точка $x = 0$ становится неустойчивой и рождается устойчивая (при A близких к 1) неподвижная точка $x_p(A, \alpha)$. Известно, что для устойчивости неподвижной точки $x_p(A, \alpha)$ необходимо, чтобы

$$\left|\frac{df(x, A, \alpha)}{dx}\right| \leq 1 \text{ при } x = x_p(A, \alpha),$$

и достаточно, чтобы

$$\left|\frac{df(x, A, \alpha)}{dx}\right| < 1 \text{ при } x = x_p(A, \alpha).$$

Отсюда следует, что неподвижная точка $x_p(A, \alpha)$ устойчива при $1 < A < \frac{\alpha+2}{\alpha} = \frac{\gamma+3\mu}{\gamma+\mu} = A_1(\alpha)$ и неустойчива при $A > A_1(\alpha)$. Поскольку

$$\frac{df(x, A_1(\alpha), \alpha)}{dx} = -1 \text{ при } x = x_p(A_1(\alpha), \alpha),$$

то при $A = A_1(\alpha)$ неподвижная точка $x_p(A, \alpha)$ теряет устойчивость в результате бифуркации Хопфа.

Динамическая система (3.2.6) принадлежит к классу динамических систем $x_{n+1} = F(x_n)$ с отрицательной производной Шварца

$$S(F(x)) = \frac{F'''(x)}{F'(x)} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{F''(x)}{F'(x)}\right)^2.$$

Действительно, в нашем случае

$$S(f(x, A, \alpha)) = \frac{-\alpha(\alpha+1)(2(\alpha-1) + (\alpha+2)(\alpha+1)x^\alpha)x^{\alpha-2}}{2(1-(\alpha+1)x^\alpha)^2}.$$

Следовательно, $S(f(x, A, \alpha)) < 0$ при $x_1 \in [0, 1] \backslash x_c$ и $\alpha \geq 1$. Значит, динамическая система (3.2.6) при $\alpha \geq 1$ имеет не более одной устойчивой периодической траектории. Если устойчивая периодическая траектория существует, к ней притягиваются почти все траектории системы (3.2.6) и заведомо траектория с начальным условием $x_c = (1/(1+\alpha))^{1/\alpha}$.

Более полно в теории динамических систем изучено асимптотическое поведение траекторий системы (3.2.6) при $\alpha = 1$. У этой знаменитой динамической системы при увеличении параметра A наблюдается бесконечная последовательность бифуркаций удвоения периода $\{A_k(1)\}$. При $A_k(1)$ траектория периода 2^{k-1} теряет устойчивость, и в результате бифуркации Хопфа рождается устойчивая траектория периода 2^k, к которой притягиваются траектории динамической системы при почти всех начальных условиях. Существует предел

$$\lim_{n\to\infty} A_n(1) = A_\infty(1) \approx 3.57,$$

которому соответствует аттрактор динамической системы (3.2.6), при $\alpha = 1$ гомеоморфный канторову совершенному множеству. Отметим,

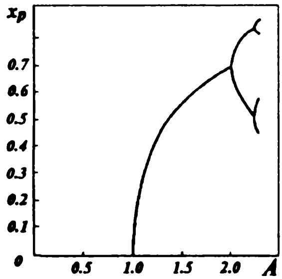


Рис. 3.3

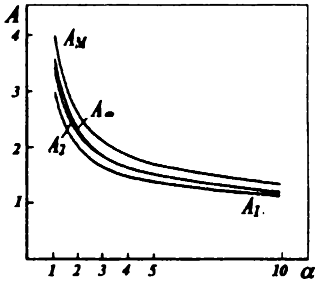


Рис. 3.4

что при $\alpha = 1$, $A = A_M(1)$ динамическая система (3.2.6) ведет себя как стохастическая: обладает абсолютно непрерывной инвариантной мерой с плотностью $\pi^{-1}(x(1-x))^{-1/2}$ и изоморфна сдвигу Бернулли.

С моделью (3.2.6) проводились вычислительные эксперименты, чтобы выяснить картину бифуркаций в общем случае $\alpha \geq 1$. На рис.3.3 показано дерево бифуркаций — зависимость аттракторов от параметра А при $\alpha = 2$. Вычислительными экспериментами установлены следующие факты. Во-первых, амплитуда колебаний периодических траекторий при $A \geq A_2(\alpha)$ имеет тот же порядок, что и равновесная цена. Во-вторых, величина $A_2(\alpha) - A_1(\alpha)$ в несколько раз больше величины $A_\infty(\alpha) - A_2(\alpha)$. Величину $A_\infty(\alpha)$ можно оценить с помощью принципа универсальности Фейгенбаума, согласно которому последовательность $\{A_k(\alpha)\}$ сходится к $A_\infty(\alpha)$ асимптотически как геометрическая прогрессия со знаменателем $1/\delta$, где $\delta \approx 4.669$ — универсальная постоянная Фейгенбаума.

Величины $A_1(\alpha), A_2(\alpha), \ldots, A_\infty(\alpha)$ характеризуют запас устойчивости рыночных механизмов. Чем меньше разности $A_2(\alpha) - A_1(\alpha)$ или $A_\infty(\alpha) - A_1(\alpha)$, тем меньше запас устойчивости. На рис. 3.2 показаны зависимости A_1, A_2, A_∞, A_M от параметра α. Параметр α увеличивается с увеличением темпа роста γ, поэтому из рис.3.2 заключаем, чем больше темп роста экономики γ, тем меньше запас устойчивости рыночных механизмов.

Складывается следующая картина. Пока избыток мощностей по производству товара, который характеризуется величиной А, не слишком велик, рыночные механизмы регулируют цену товара так, что она сходится к равновесной, балансирующей спрос и предложение. Если в результате излишних инвестиций избыток мощностей превысит критические значения, цена на рынке начинает колебаться, а потом и вовсе изменяться хаотически. Экономические агенты теперь не в состоянии прогнозировать изменение цены и сворачивают деловую активность. В экономике такие явления называют кризисами перепроизводства. Чем выше темп роста экономики, тем меньше критические значения избытка мощностей, провоцирующие кризис. В этом смысле экономисты понимают опасность "перегрева" экономики.

Оказывается, что запас устойчивости рыночных механизмов при данном темпе роста зависит от структуры технологических цепочек. Рамки книги не позволяют обсудить этот результат, и мы отсылаем читателей к работе [16].

Глава 4

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ ЭКОНОМИКИ

Ежедневно множество людей в своей экономической практике решают одну и ту же задачу: как с наибольшей пользой применить ресурсы, которыми они располагают. Однако совокупный результат их усилий совершенно различен в зависимости от того, как они могут распоряжаться ресурсами, как согласуются их действия, оцениваются результаты их усилий, распределяются плоды их труда. В общем — от экономического уклада жизни, изучение которого, собственно, и является предметом политической экономии. Известный экономист П.Самуэльсон в начале своего капитального труда "Экономика" [17] писал, что экономика не дает ответа, как вести свой бизнес или какие покупать акции, — это зависит от конкретных обстоятельств и от практического опыта каждого человека. (В скобках заметим, что с тех пор сильно развилась наука о принятии решений в условиях неопределенности — теория исследования операций, оценки которой дают полезные ориентиры даже опытным людям.) Экономика дает ответы на вопросы, как связаны динамика производства, динамика безработицы и динамика цен с политикой правительственных расходов, как инвестиционная активность связана с нормой процента или с темпом роста уровня цен и т.п.

Такого рода вопросы стали особенно актуальны с 30- х годов нашего века, когда правительства стали брать все больше и больше ответственности за состояние экономики: темп роста национального дохода, уровень занятости, распределение доходов. С одной стороны, положительный опыт плановой деятельности молодого Советского государства, с другой стороны, новаторские идеи Дж. М. Кейнса способствовали возникновению планового начала в рыночных экономиках развитых стран, а практические выгоды планирования национальной экономики стимулировали его развитие.

Идеи государственного контроля национальной экономики возникали по мере того, как новые проблемы вставали перед правительствами. Например, после второй мировой войны остро встала проблема сдерживания инфляции, и в ответ на нее возникла теория монетаризма, рекомендовавшая государству контролировать рост денежной массы. Теперь в экономике нет какой-нибудь одной господствующей теории, периодически одна сменяет другую в зависимости от состояния экономики и характера грозящего кризиса. При этом каждая теория всегда идеологически окрашена, потому что ее берет на вооружение определенная партия. Можно сказать, что после второй мировой войны друг друга сменяли идеи экономического либерализма и социального регулирования, как, например, в Англии в свое время Тетчер сменила лейбористов.

Как только главной задачей правительства становилось обеспечение благосостояния и высокой устойчивой конъюнктуры с помощью административных, фискальных и финансовых воздействий на экономику страны, усиливалось государственное регулирование экономики. Для этого создавались системы сбора и обработки экономической информации, в которых нельзя было обойтись без обоснованного количественного описания экономических категорий. Поэтому интерес к математическим моделям повышался с начала 30- х годов.

Математическая формализация, как правило, обедняет исходную описательную, гуманитарную концепцию, но зато основана на ясных посылках и дает средство пусть грубо, но конструктивно сравнивать конкурирующие концепции. Часто формализация содержательных положений ликвидирует противостояние идеологических предпосылок экономических теорий. Обнаруживается, что несовместимые, казалось бы, экономические концепции можно рассматривать как частные случаи единой модели, и это вполне оправдывает усилия, затраченные на построение и исследование математических моделей экономики.

Математические модели были нужны для того, чтобы анализировать сложившуюся структуру экономики, прогнозировать структурные сдвиги в экономике и оценивать последствия тех или иных вариантов экономической политики правительства. Этим требованиям соответствовали макроэкономические модели, так или иначе описывающие процесс общественного воспроизводства в целом. Прообразом таких моделей были экономические таблицы Кенэ и модели расширенного воспроизводства Маркса, которые уже в нашем веке были развиты в модели межотраслевого баланса Леонтьева и модели экономического роста Неймана.

Модели межотраслевого баланса описывали межотраслевые пропорции роста, но при условии, что заданы конечные выпуски продуктов и их распределение на конечное потребление и производственное накопление. В этом отношении модели межотраслевого баланса не были замкнутыми и чтобы замкнуть их, надо было привлекать экспертные оценки динамики фонда накопления и фонда потребления. Модели экономического роста замыкались принципом оптимальности, но такое замыкание, как мы уже знаем, не дает возможности описать все характерные качественные особенности эволюции экономики.

4.1. Принципы системного анализа развивающейся экономики

Можно предложить системный подход к описанию эволюции экономики, в частности, экономического роста. Мои ученики и я разрабатываем его уже в течение двадцати лет в Вычислительном центре РАН [18,19]. Наш подход основан на общих принципах, в явной, краткой форме выражающих те представления политической экономии, которые мы обсуждали в гл. 1, и на идеях теории агрегирования, изложенных в гл. 3.

1. Экономика — это динамическая самоорганизующаяся система, изменение состояния которой происходит в основном в силу ее внутренних механизмов.

2. Как система, экономика входит составной частью в ноосферу, взаимодействуя с другими общественными системами и с природной средой. Экономическая деятельность общества в конечном итоге сводится к преобразованию ресурсов природы в блага, потребление которых удовлетворяет разнообразные потребности общества. Экономика черпает из природной среды первичные ресурсы и возвращает в нее отходы производства и потребления.

3. Мы рассматриваем экономическую систему как органическое целое двух составляющих: множества взаимодействующих технологических процессов, с помощью которых первичные ресурсы преобразуются в полезные конечные продукты, и распределенной системы управления, согласующей взаимодействия всех технологических процессов.

4. Распределенность управленческих функций в экономике соответствует природе общественного воспроизводства. Ни один человек в принципе не может осуществить или проконтролировать все экономические процессы, которые обеспечивают условия его биосоциального существования. В обществе складывается разделение труда — разные люди занимаются разными делами, и каждый потребляет не только то, что сам производит. Все вместе люди нащупывают набор необходимых обществу дел и обязанностей (ролей), которые закрепляются отношениями собственности и власти.

5. Человек, изучающий экономику, так же как человек, действующий в ней, не может охватить ее во всех деталях, поэтому

исследователь вынужден оперировать сильно агрегированными показателями состояния экономической системы.

6. Всякая экономическая деятельность связана с принятием решений. Принимая решения, человек исходит из своих интересов (не обязательно сугубо эгоистических) и из доступной ему, всегда довольно ограниченной информации об условиях деятельности. Экономические решения независимых субъектов более или менее согласуются благодаря действию двух "сверхмеханизмов": согласования ролей и интересов и агрегирования информации.

7. Экономика складывается исторически, и в процессе ее самоорганизации происходит не только перераспределение решений между ролями, но и приспособление интересов исполнителей к своей роли. В результате у каждой роли формируется определенный стереотип ее исполнения. Типичный исполнитель роли, руководствующийся подходящими к роли интересами, называется экономическим агентом. Система ролей в обществе устроена иерархически, и согласование идет на всех уровнях иерархии, так что агентом может быть не только отдельное лицо, целый коллектив или организация, но и структура, которой можно приписать определенную функцию в процессе воспроизводства.

8. В процессе самоорганизации экономики вырабатывается система показателей, характеризующая ее состояние достаточно полно, чтобы каждый агент был способен принимать эффективные решения, базируясь лишь на этой информации. Важнейшими из таких показателей являются финансовые. Финансовая система не имеет аналогов в других сложных системах — биологических, технических, культурных. Финансовые активы представляют информацию в "квазивещественной" форме — они удовлетворяют законам сохранения, преобразуются друг в друга и т.д. Финансовые показатели, измеряя стоимость, придают квазивещественную форму и некоторым невещественным экономическим благам — услугам, труду и т.п.

9. Мировая экономика представляет собой иерархию относительно независимых "экономических организмов", каждый из которых выработал достаточно полный набор необходимых для его функционирования ролей. Основным примером такого организма служит национальная экономика.

Общие принципы определяют в целом структуру математических моделей системного анализа развивающейся экономики. В них ключевым является понятие "экономический агент", поэтому построение моделей сводится к фундаментальной проблеме — каким образом корректно описать экономических агентов и их отношения. Ведь в макромодели чаще всего экономический агент — не физическое и не юридическое лицо, а некоторая структура, которой приписана определенная функция в процессе воспроизводства. Эта структура плохо определяется словами, но, как мы уже знаем, вполне корректно определяется процедурами агрегирования. Производственная единица, описанная производственной функцией, или социальная группа, описанная долей доходов и индексом спроса, вполне определены, а границы корректности этих описаний ясны. Вот почему я называю проблему агрегирования фундаментальной проблемой системного анализа и математического моделирования экономики.

Однако проблема агрегирования еще далеко не решена. Мы видели, что главные достижения относятся к исследованию равновесных структур при условиях совершенно конкурентных рынков. Поэтому строгие результаты часто приходится эвристически расширять и опираться на них при неформальном описании экономических агентов в макроэкономических моделях.

Вспомним, что при агрегировании описания производства или потребительского спроса использовались принципы оптимальности, а при описании функционирования рынка исходный эволюционный принцип был сведен к принципу оптимальности. Этот подход к описанию распространяется и на неформально введенных экономических агентов — часто они как бы персонифицируются, и их функционирование описывается некоторыми принципами оптимальности.

Исследуя некоторую макроэкономическую проблему, мы явным образом выделяем экономических агентов, функционирование которых существенно в рассматриваемой ситуации, и в явном виде описываем и технологические связи в экономике, и обращение материальных и финансовых ценностей, и экономические отношения, которые определяют информационные обмены и механизмы регулирования процессов воспроизводства. Далее я покажу, как удается описать разнородные хозяйственные функции и проследить обращение разнородных ценностей в макроэкономических моделях.

Типичными экономическими агентами являются производители, которые регулируют процессы преобразования первичных ресурсов и сырья в потребительские блага — продукты и услуги. Для производства необходимы основные и оборотные производственные фонды, которые определяют производственные мощности. Характерная особенность производства — определенная продолжительность технологических циклов — вынуждает производителей авансировать затраты на создание основных и оборотных фондов относительно выручки от реализации продуктов и услуг. Поэтому в типичных ситуациях экономического роста производители выступают в роли заемщиков денег, которые они инвестируют в основные и оборотные фонды.

Другой экономический агент, население (или домашние хозяйства, как принято называть в западной литературе), потребляет часть произведенных продуктов и услуг и воспроизводит рабочую силу (или трудовые ресурсы) — один из главных первичных ресурсов. Население получает доходы в виде заработной платы, предпринимательских дивидендов, процентов по депозитам и т.п., часть доходов тратит на потребление, а часть доходов сберегает.

Часто приходится вводить еще одного экономического агента — торговцев, которые реализуют произведенные производителями продукты и услуги населению. Доходы торговцев складываются из выручки от продаж товаров за вычетом затрат на покупку продуктов у производителей, причем затраты им тоже приходится авансировать. В типичных случаях экономического роста торговцы относятся к заемщикам и инвесторам. Однако часто инвестициями торговцев пренебрегают. Если рассматривается открытая экономика, приходится выделять внешнюю торговлю — экспортеров и импортеров.

Важным экономическим агентом является банковская система — некоторая совокупность банков, относительно структуры которой могут делаться разные предположения. Однако в любом случае функция банковской системы в том, чтобы аккумулировать сбережения населения (и, может быть, других сберегателей) и выдавать кредиты заемщикам. Кроме того, банковская система обеспечивает взаимные расчеты всех экономических агентов и выпускает в обращение наличные деньги. Банковская система получает доходы от разницы процентов по кредитам и депозитам и от других финансовых услуг и операций. Если рассматривается открытая экономика, приходится описывать валютные обмены, внешние займы и инвестиции и т.п.

Государство (или правительство) тоже является одним из экономических агентов, но в отличие от других — это не экономическая структура, а, скорее, юридическое лицо. С полным основанием можно говорить о целях государства, специфическая функция которого — поддерживать целостность, стабильность экономической системы и снабжать других агентов общественными благами. Для исполнения этой функции требуются государственные расходы, для покрытия которых государство перераспределяет доходы и даже финансовые активы экономических агентов. Его реальные ресурсы управления (экономические рычаги, как любят говорить экономисты) зависят от типа экономики и определяются его информированностью относительно состояния экономики и тех факторов, которые ему не подконтрольны, например, "поведения " других экономических агентов. Типичными регулирующими воздействиями на экономику являются государственные закупки или заказы, налоги, пошлины и другие сборы с экономических агентов в государственный бюджет, разного рода выплаты из государственного бюджета экономическим агентам, государственные займы и т.п.

Каждый экономический агент характеризуется набором материальных и финансовых активов и пассивов. В экономике материальные активы передаются от агента к агенту в процессе обменов и обращения, кроме того, они имеют источники — производство, и стоки — потребление. Финансовые активы тоже передаются от агента к агенту в процессе обращения, но они не имеют ни источников, ни стоков. Каждый финансовый актив одного экономического агента возникает как финансовое обязательство другого агента, для которого оно является одновременно пассивом.

Финансовые активы различаются по степени ликвидности в зависимости от условий займов. Например, наличные деньги совершенно ликвидны, потому что в нормальных условиях их легко обменять на необходимые блага. Бессрочные депозиты (или вклады) тоже достаточно легко обменять на деньги, но все-таки их ликвидность меньше ликвидности денег, потому что сберкнижку не примут в качестве оплаты блага. Срочные депозиты нельзя обратить в деньги ранее обусловленного срока, поэтому они еще менее ликвидны. У сбербанка много независимых клиентов, вероятность того, что они одновременно потребуют выдать деньги по вкладам ничтожно мала, поэтому с некоторой долей риска банк может временно распоряжаться доверенными ему бессрочными вкладами по своему усмотрению, например, дать на короткое время в займы под процент, который станет его прибылью. Таким образом, банк заинтересован иметь бессрочные вклады, но заинтересован ли вносить их клиент? Да, потому что банк платит клиенту некоторый процент по бессрочным вкладам. Это плата за отсрочку обмена денег клиента на необходимые ему блага, т.е. плата за уменьшение ликвидности финансового актива клиента. Ясно, что срочный вклад заранее фиксирует определенную задержку в обмене денег клиента на блага и в то же время снижает риск банка, когда тот использует доверенные деньги для получения прибыли. Поэтому процент по срочным вкладам больше, чем процент по бессрочным. Общее правило таково — чем ниже ликвидность актива, тем выше по нему процент.

Состояние экономики описывается материальными запасами, производственными мощностями, финансовыми активами и пассивами экономических агентов. Изменения во времени переменных состояния происходят вследствие производства и потребления продуктов, износа производственных мощностей, амортизации основных производственных фондов, выпуска и погашения финансовых обязательств, обменов благами и передач их по технологическим и иным экономическим связям между агентами и описываются уравнениями материальных и финансовых балансов.

Экономические агенты регулируют процессы производства, обменов, распределения и т.п. Производство и потребление продуктов, выпуск и погашение обязательств, обмены и передачи описываются как реализации стратегий поведения экономических агентов, функционирующих в соответствии со своими интересами и имеющейся у них информацией. Поэтому описания поведения и отношений агентов в совокупности определяют механизмы регулирования этих процессов, т.е. механизмы саморазвития экономики.

Отношения экономических агентов описываются как правила их взаимодействия при обмене информацией и выработке коллективных решений и как механизмы выработки общей для всех агентов информации, необходимой им для реализации стратегий поведения. Например, описания механизмов формирования цен и правил, по которым агенты обмениваются благами, во многом определяют их отношения.

Все математические модели системного анализа развивающейся экономики основаны на системе уравнений материальных и финансовых балансов. Несмотря на то, что она имеет вполне стандартную форму, как будет видно из следующего раздела, составление системы уравнений балансов — отнюдь не формальная процедура. На этом этапе определяются, во-первых, состав экономических агентов и, во-вторых, набор материальных и финансовых активов, следовательно, — общая структура описания экономики или ее фрагмента и степень агрегированности описания. Так как экономика представляет собой целостную систему, то выделение фрагмента для изучения — это весьма нетривиальная операция. С формальной же точки зрения, на этом этапе определяется размерность фазового пространства модели, потому что запасы активов и мощности экономических агентов являются фазовыми переменными системы.

Описания поведения и отношений экономических агентов замыкают систему уравнений балансов. Таким образом, достаточно задать начальное состояние экономики — запасы активов и производственные мощности экономических агентов, — чтобы рассчитать траекторию эволюции экономики во времени и пространстве макроэкономических показателей, характеризующих состояния экономических агентов или экономики в целом. В модели государство описано как один из экономических агентов, поэтому варьируя стратегии государства, можно оценивать последствия соответствующих вариантов государственной макроэкономической политики.

В следующих разделах и главах книги я буду обсуждать математические модели системного анализа развивающейся экономики и вычислительные эксперименты с этими моделями. Начинать надо с рассмотрения уравнений материальных и финансовых балансов, но приступая к этому, необходимо сделать одно важное замечание общего характера.

Мы уже не раз замечали, что пока еще не найдены принципы описания экономических явлений, столь же элементарные, общие и хорошо проверенные, как и принципы описания физических явлений. По-видимому, не удастся построить математическую теорию экономических явлений столь же точную по прогностическим возможностям, как и некоторые физические теории. Но ведь в теории элементарных частиц уже возникает принципиальная неопределенность. Не все можно точно описать и в экономике. Тем не менее, понимание фундаментальных принципов организации и существования экономики позволит исключить невозможные варианты и очертить естественные границы неопределенности. В этом смысле экономическая теория может быть столь же строгой, как и физическая.

Это — в будущем, пока же, как мне кажется, системный анализ развивающейся экономики помогает нащупывать фундаментальные принципы. В связи с этим возникает проблема проверки адекватности моделей. Конечно, результаты анализа модели надо непременно сравнивать с данными об эволюции моделируемой системы. По моему мнению, популярная в настоящее время проверка адекватности модели по ее идентификации и верификации совершенно недостаточна. Действительно, в каждой модели всегда имеется достаточное количество параметров, чтобы можно было подогнать ее под конкретный массив данных. Необходимо добиваться, чтобы в рамках единой теории, основанной на немногих независимых гипотезах, воспроизводилась совокупность основных качественных особенностей моделируемой системы. Если модель не описывает совокупность качественных особенностей эволюции,— ее надо выбросить. Если описывает, это еще не значит, что модель хорошая. Хорошей можно считать модель, из анализа которой получаются или уточняются фундаментальные законы политической экономии. Идентифицировать и верифицировать модель следует после того, как исследованы ее качественные особенности и обнаружено, что в модели есть "изюминка".

4.2. Система уравнений балансов

Главный принцип системного анализа развивающейся экономики — начинать описание с выделения экономических агентов, деятельность и отношения которых определяют структуру изучаемой экономики и ее эволюцию. Деятельность экономических агентов сводится к производству материальных благ, обмену ими, их перераспределению и потреблению. Эта сторона деятельности естественным образом выражается материальными балансами, которые связывают изменения материальных запасов у экономических агентов с потоками обменов между ними.

Кредитно-финансовая система обеспечивает контроль и согласование деятельности экономических агентов, оперируя стоимостными эквивалентами результатов их настоящей и будущей деятельности: доходами, расходами, сбережениями, ссудами и т.п. Практически любому материальному потоку между экономическими агентами соответствует поток денежных платежей. Поэтому для каждого экономического агента, кроме материальных балансов, выписываются финансовые балансы, связывающие изменения финансовых пассивов и активов с потоками платежей и обязательств.

Все математические модели системного анализа развивающейся экономики основаны на полной системе уравнений балансов.

4.2.1. Система уравнений материальных балансов

Сначала рассмотрим систему материальных балансов для выделенных экономических агентов, а уж потом, в п.4.2.2 — систему финансовых балансов. Однако прежде стоит повторить важное замечание.

С самого начала, как только собираемся выделить экономических агентов и выписать систему уравнений балансов, мы сталкиваемся с фундаментальной проблемой агрегирования описаний экономических процессов и отношений. Во-первых, надо свести многочисленных физических и юридических лиц, действующих в экономике, к небольшому числу экономических агентов с четко очерченными функциями. Во-вторых, необходимо свести всю огромную номенклатуру обращающихся в экономике материальных благ к небольшому числу достаточно устойчивых их агрегатов в модели. Экономика как целостная система в принципе не может быть ни наблюдаема в полной номенклатуре, ни описана в ней. Систему уравнений балансов составляет набор макросоотношений относительно агрегатов, определенных на группах реально обращающихся в экономике ценностей между совокупностями реальных участников экономической деятельности. Таким образом, в модели экономические агенты, агрегаты-продукты и агрегаты-стоимости характеризуют определенную иерархически устроенную структуру экономики. Модель верна, пока сохраняется данная структура. Соответственно, проблема агрегирования продуктов не может иметь однозначного универсального решения. Финансовые потоки можно агрегировать вполне корректно, и на этом основаны современные системы сбора экономической информации, например, системы национальных счетов.

Значит, набор переменных, размерность полной системы уравнений балансов или, выражаясь формально, размерность фазового пространства зависит от того, какая экономическая система изучается, и даже от того, в каком состоянии она пребывает. Однако формальная схема системы уравнений балансов, по существу, сохраняется одной и той же. Поэтому приведем простейшую систему уравнений балансов, на которой можно продемонстрировать общую схему. Достаточно обсудить ее, чтобы выявить общую основу всех моделей, рассматриваемых далее в этой и следующей главах. Предполагаем, что потоки продуктов измерены самым простым и распространенным способом — их суммарной стоимостью в некоторых неизменных ценах.

В экономической системе выделим следующих экономических агентов: "производство", "торговля", "внешняя торговля", "население", "государство", "банковская система".

Предполагается, что производство выпускает однородный продукт — валовый внутренний продукт (ВВП) — в количестве Y в единицу времени, затрачивая единственный ресурс — однородную рабочую силу в количестве R^L и используя в процессе производства основные фонды. Последние определяют производственную мощность M — максимальный выпуск продукции при полностью заполненных рабочих местах. Производство, используя мощность и живой труд, преобразует внутренние потоки сырья в поток конечного продукта. Введя ВВП, я, как и выше, считаю, что материальные затраты в процессе производства регулируются самими производителями, и в модели рассматриваются только потоки конечных продуктов.

Изменение основных фондов, а следовательно, и мощности, зависит от затрат фондообразующих продуктов. Соответствующий баланс описывается уравнением изменения мощности:

$$b\frac{dM}{dt} = J_0 + \alpha_J J_1 - \mu b M, \tag{4.2.1}$$

где J_0 — отечественный фондообразующий продукт, купленный производством у торговли; J_1 — импортный фондообразующий продукт, купленный у внешней торговли; b — коэффициент фондоемкости единицы мощности; α_J — норма замещения отечественного фондообразующего продукта импортным; μ — темп выбытия мощности вследствие износа основных фондов.

У остальных экономических агентов мы пренебрегаем как текущими, так и капитальными затратами, связанными с их деятельностью.

Торговля скупает у производства весь произведенный продукт Y и продает для личного потребления населению продукт в количестве C_0, для общественного потребления государству — G_0, для расширения и возмещения выбытия мощности производству— J_0 и для экспорта внешней торговле — Y^E. Поэтому запас продукта в торговле Q^T изменяется в соответствии с уравнением:

$$\frac{dQ^T}{dt} = Y - J_0 - C_0 - G_0 - Y^E. \tag{4.2.2}$$

Внешняя торговля контролирует поток продукта Y^I, поступающий в систему извне, и поток продукта Y^E, уходящий из системы вследствие продаж на внешнем рынке. Соответственно внешняя торговля располагает запасами импортного и экспортного продуктов, Q^I, Q^E, которые изменяются в силу балансовых соотношений:

$$\frac{dQ^I}{dt} = Y^I - J_1 - C_1 - G_1, \quad \frac{dQ^E}{dt} = Y^E - \tilde{Y}^E. \tag{4.2.3}$$

Здесь J_1, C_1, G_1 — потоки импортного продукта, потребляемые производством, населением и государством, соответственно; $\tilde{Y}^E$ — поток реализации экспортного продукта на внешнем рынке.

Население потребляет отечественный C_0 и импортный C_1 продукты и предлагает производству рабочую силу. Государство также потребляет отечественный G_0 и импортный G_1 продукты (государственное и общественное потребление). Банковская система непосредственно в материальной сфере экономики не участвует и ее функции будут рассмотрены ниже.

4.2.2. Система уравнений финансовых балансов

Перейдем к описанию финансовых балансов. Их больше, чем материальных, так как денежные расчеты сопровождают не только обмены, но и преобразование материальных благ. Кроме того, имеется множество чисто финансовых операций.

Банковская система дает возможность экономическим агентам делать сбережения и использовать заемные средства, поэтому для каждого экономического агента мы рассматриваем два баланса — движение сберегательных или ссудных счетов и движение запаса наличности (кассовых остатков). К последним, как это часто делается, относятся остатки расчетных и текущих счетов. У каждого экономического агента учитываем лишь сальдо сбережений и займов и, соответственно, считаем производство, торговлю, внешнюю торговлю и государство чистыми заемщиками, а население и банковскую систему — чистыми сберегателями.

Снова начнем с производства. Его финансовые поступления складываются из выручки от продажи продукта Y торговле по оптовой цене p и потока банковских кредитов Φ_K^P (в явной форме не учитываем возможности привлечения акционерного капитала), а расходы — из оплаты нанятой рабочей силы R^L по ставке заработной платы s, оплаты потоков фондообразующих продуктов J_0, J_1 по ценам p, p^I соответственно, из платежей погашения и процентных платежей по ранее полученным кредитам H^P и налогов государству U^P. Оптовая цена так же, как и другие цены, имеет смысл индекса цен.

Наконец, часть средств производство отдает населению в виде дивидендов d^P. Соответственно для остатка текущих и расчетных счетов N^P у производства получаем балансовое соотношение

$$\frac{dN^P}{dt} = pY + \Phi_K^P - sR^L - p_1 J_0 - p^I J_1 - H^P - U^P - d^P. \qquad (4.2.4)$$

Общий объем задолженности производства L^P банковской системе увеличивается за счет кредитов Φ_K^P и начисления процента r_1 на всю сумму долга, а уменьшается за счет погашений H^P и, возможно, за счет списания части задолженности Ψ^P:

$$\frac{dL^P}{dt} = \Phi_K^P + r_1 L^P - H^P - \Psi^P. \qquad (4.2.5)$$

Банковская система требует обеспечения выданных производству кредитов. Вообще говоря, обеспечением служат некоторые активы производства. Один из главных активов производства — его основной капитал. (Есть и другие виды активов, из которых здесь учтен только остаток счетов N^P. Оборотный капитал и т.п. для простоты не учитывается. Уравнение (4.2.6) представляет группу балансовых уравнений для активов экономических агентов.) Чтобы охарактеризовать его, вводим балансовую стоимость основных фондов K, которая дает денежную оценку существующей производственной мощности. Она изменяется в силу уравнения

$$\frac{dK}{dt} = p_1 J_0 + p^I J_1 - \mu^* K, \qquad (4.2.6)$$

где μ^* — норма амортизации основных фондов (основного капитала). Отметим, что в отличие от темпа выбытия μ в уравнении (4.2.1), который характеризует физический процесс старения оборудования, норма амортизации является одним из параметров механизмов регулирования и устанавливается государством законодательным порядком. Как правило, $\mu^* > \mu$, и это правило оправдывается исследованием моделей.

Изменение остатка расчетного счета торговли N^T описывается уравнением, аналогичным (4.2.4) [ср. с уравнением (4.2.2)]:

$$\frac{dN^T}{dt} = p_1 J_0 + p_1 G_0 + p_1 C_0 + p^E Y^E + \Phi_K^T - pY - H^T - U^T - d^T, \qquad (4.2.7)$$

где Φ_K^T, H^T, U^T, d^T — соответственно кредиты, погашения кредитов, налоги и дивиденды торговли; p_1 розничная или продажная цена продукта на внутреннем рынке; p^E — цена экспортного продукта на внутреннем рынке; Y^E — поставки экспортной продукции внешней торговле. Разница продажных и оптовых цен дает торговле возможность платить налоги, погашать проценты за кредит и выплачивать дивиденды. Различие импортных, экспортных и внутренних цен обусловлено хотя бы существенно различным составом агрегатов Y^I, Y^E, Y. Именно поэтому мы в рамках односекторной модели рассматриваем отдельно экспорт и импорт, а не просто их сальдо $Y^I - Y^E$.

Уравнение движения задолженности торговли L^T совершенно аналогично уравнению (4.2.5):

$$\frac{dL^T}{dt} = \Phi_K^T + r_1 L^T - H^T - \Psi^T. \tag{4.2.8}$$

Внешняя торговля оперирует на двух рынках — внутреннем и внешнем. Движение остатка внутренних платежных средств N^F и задолженности банковской системе L^F описываются уравнениями, аналогичными (4.2.7), (4.2.8) [ср. с уравнениями (4.2.3)]:

$$\frac{dN^F}{dt} = p^I C_1 + p^I J_1 + p^I G_1 - p^E Y^E + \Phi_K^F - H^F - U^F - d^F, \tag{4.2.9}$$

$$\frac{dL^F}{dt} = \Phi_K^F + r_1 L^F - H^F - \Psi^F. \tag{4.2.10}$$

Операции на внешнем рынке могут привести к накоплению иностранной валюты в количестве W^v и образованию задолженности иностранным банкам L^v. Эти величины подчиняются следующим уравнениям балансов [ср. с уравнениями (4.2.3)]:

$$\frac{dW^v}{dt} = q^E \tilde{Y}^E - q^I Y^I + \Phi_K^v - H^v, \tag{4.2.11}$$

$$\frac{dL^v}{dt} = \Phi_K^v + \rho L^v - H^v - \Psi^v. \tag{4.2.12}$$

Здесь q^I, q^E — соответственно цены импортного и экспортного продукта на мировом рынке, выраженные в иностранной валюте; ρ — процент за кредиты в иностранных банках. Для простоты исключена возможность использования иностранной валюты во внутреннем обращении, поэтому не описывается возможность взимать налоги и получать дивиденды из валютной выручки. Соответственно в уравнении (4.2.11) нет членов, аналогичных последним двум членам в уравнении (4.2.9). Тем не менее, как увидим ниже, запас валюты, накопленный внешней торговлей, может влиять на денежное обращение через резервы банка.

Население, в котором для простоты не выделены отдельные социальные группы, получает доходы в виде заработной платы, дивидендов, процентов по депозитам, а также выплат из государственного бюджета S — пенсий, стипендий, пособий. Сюда же нужно отнести зарплату государственных служащих и денежное довольствие военных. Полученные средства население расходует на покупку потребительских продуктов, выплату налогов государству U^L и частично сберегает в виде депозитов D^L. Разницу вкладов и изъятий со сберегательного счета D^L обозначим B^L. Тогда для запаса наличности в руках у населения N^L получим уравнение:

$$\frac{dN^L}{dt} = sR^L + S + d^P + d^T + d^F + d^B - p_1 C_0 - p^I C_1 - B^L - U^L, \quad (4.2.13)$$

где d^B — банковские дивиденды. На депозит D^L банк начисляет процент r_2, поэтому

$$\frac{dD^L}{dt} = B^L + r_2 D^L. \quad (4.2.14)$$

Процент по депозитам дает населению один из видов дохода. Он может быть использован на оплату потребления за счет изъятий со сберегательного счета (отрицательное B^L).

Государство взымает налоги с экономических агентов и получает займы от банковской системы в количестве Φ_K^G . Из полученных средств оно оплачивает государственное и общественное потребление, выплачивает деньги населению и погашает (с процентом) ранее полученные займы H^G. Поэтому остаток расчетного счета государственного бюджета N^G подчиняется уравнению:

$$\frac{dN^G}{dt} = U^P + U^T + U^F + U^L + \Phi_K^G - S - pG_0 - p^I G_1 - H^G. \quad (4.2.15)$$

Если пренебречь небольшой величиной dN^G/dt, то, как легко видеть, величина Φ_K^G будет равна дефициту государственного бюджета. На сумму государственного долга L^G банк начисляет процент r_G, поэтому изменение L^G описывается уравнением:

$$\frac{dL^G}{dt} = \Phi_K^G + r_G L^G - H^G. \quad (4.2.16)$$

Балансы банковской системы занимают центральное место в финансовых балансах. Мы предполагаем, что платежными средствами в экономике служат банкноты, выпускаемые банковской системой. Бумажные деньги — это либо долговые расписки государства (ассигнации, казначейские билеты), либо долговые расписки банков, выданные ими взамен долговых расписок фирм (переучтенные векселя и т.п.). Различие между ними сейчас незначительно, так как банки, имеющие право на эмиссию банкнот, повсеместно действуют под строгим контролем государства и, как правило, не ведут обычных коммерческих операций. Банковская система имеет возможность восполнять недостаток платежных средств эмиссией ϵ (при этом $\epsilon > 0$)

новых платежных средств, а избыток сокращать изъятием банкнот из обращения (при этом $\epsilon < 0$). Тогда, как легко усмотреть из уравнений (4.2.4),(4.2.7),(4.2.9),(4.2.11),(4.2.13),(4.2.15), для кассового остатка банковской системы N^B получается уравнение

$$\frac{dN^B}{dt} == H^P + H^T + H^F + H^G - \Phi_K^P - \Phi_K^T - \Phi_K^F - \Phi_K^G + B^L - d^B + \epsilon. \tag{4.2.17}$$

Изменение собственного капитала банковской системы D^B выражает баланс операций, создающих ее собственные средства, и операций, использующих собственные средства. Основная функция банковской системы — собирать сбережения, платя за них процент r_2, и представлять их наряду с собственными средствами в кредит под проценты r_1, r_G. Поэтому взимание процентов по долгам $r_G L^G$, $r_1(L^P + L^T + L^F)$ увеличивает собственный капитал, а выплата процентов по депозитам $r_2 D^L$ и списание долгов его уменьшает. Уравнение изменения собственного капитала:

$$\frac{dD^B}{dt} = r_G L^G + r_1 L_1^P + r_1 L^T + r_1 L^F - r_2 D^L - \Psi^P - \Psi^T - \Psi^F - d^B + w. \tag{4.2.18}$$

Здесь d^B — банковские дивиденды; w — прирост собственного капитала при создании резерва. Это слагаемое требует особого комментария.

Эмиссия банкнот, как будет показано ниже, в принципе позволяет банковской системе неограниченно увеличивать поток денежного обращения. Чтобы предотвратить этот разрушительный для хозяйства процесс, деятельность банковской системы должна быть подчинена определенным правилам резервирования. Эти правила отчасти складываются стихийно в процессе конкуренции отдельных банков, отчасти устанавливаются законами и соглашениями экономических агентов и будут обсуждаться при рассмотрении конкретных моделей. Здесь важно только, что эти правила могут потребовать от банка часть средств, находящихся в его распоряжении, не выдавать в виде ссуд, а обращать в высоколиквидные (обычно, малоприбыльные) активы — резерв Ω^B, — которые сам банк создавать не может; например, в золото или иностранную валюту. Чтобы создать валютный резерв, банк должен либо скупить валюту у ее владельцев (внешней торговли), либо принять валютные вклады на депозит, либо принять владельцев валюты в число собственников банка. С точки зрения развития всей системы, эти способы создания резерва почти эквивалентны, а баланс проще всего записывается в последнем случае. Он и принят в (4.2.18): w — это стоимость потока привлеченных резервных активов. Соответственно резерв Ω^B банка растет в силу уравнения

$$\frac{d\Omega^B}{dt} = w. \tag{4.2.19}$$

В рассмотренном примере система уравнений (4.2.1)–(4.2.19) образует полную систему материальных и финансовых балансов.

Я предполагал, что задолженность обанкротившихся экономических агентов списывается за счет банковской системы. Можно было бы считать, что задолженность (или часть ее) списывается за счет государственного бюджета. Очевидным образом изменились бы соответствующие уравнения финансового баланса. Можно было бы учесть выплаты из госбюджета не только населению, но и другим экономическим агентам. Можно было бы учесть прямые государственные инвестиции в производство, депозиты производства, торговли, кредиты населению и т.д. В конце концов, все определяется отношениями экономических агентов в конкретной моделируемой экономической системе.

Из экономического смысла переменных следует, что все они, кроме B^L, w и ϵ, неотрицательны.

4.2.3. Некоторые следствия уравнений балансов

Из уравнений балансов выводятся несколько важных следствий. Сложим уравнения (4.2.4),(4.2.7), (4.2.10),(4.2.13), (4.2.15),(4.2.17) и получим

$$\frac{d}{dt}\left(N^P + N^T + N^F + N^G + N^L + N^B\right) = \epsilon. \tag{4.2.20}$$

Заметим, что $N = N^P + N^T + N^F + N^G + N^L + N^B$ выражает сумму наличности и остатков расчетных счетов у всех экономических агентов. Поэтому N дает оценку суммарного количества денег, обращающихся в экономической системе. Из (4.2.20) следует, что

$$\frac{dN}{dt} = \epsilon. \tag{4.2.21}$$

Это уравнение показывает, что эмиссия банкнот ϵ складывается как результат всех взаимных расчетов экономических агентов.

Далее легко показать, что в силу уравнений (4.2.5),(4.2.8),(4.2.10), (4.2.14),(4.2.16)–(4.2.19),(4.2.21)

$$\frac{d}{dt}\left(L^P + L^T + L^F + L^G + N^B + \Omega^B - N - D^L - D^B\right) = 0.$$

Отсюда следует, что

$$L^P + L^T + L^F + L^G + N^B + \Omega^B = N + D^L + D^B. \tag{4.2.22}$$

Постоянная интегрирования принята равной нулю, потому что по экономическому смыслу можно ограничиться изучением только тех траекторий системы, на которых выполнено основное правило бухгалтерского учета: равенство пассивов и активов всех экономических агентов. Это — формальное выражение уже известного нам свойства финансовых активов: они возникают у одних агентов как финансовые обязательства (пассивы) других агентов.

В левой части равенства (4.2.22) стоит сумма всех выданных банковской системой кредитов, кассовой наличности и резервного фонда банковской системы — активы банковской системы. В правой части стоит сумма денег, выпущенных в обращение, депозитов населения и собственных депозитов банковской системы — пассивы банковской системы. Выражение (4.2.22) утверждает равенство активов и пассивов банковской системы. Это — основной финансовый баланс банковской системы, выражающий правило корректности ведения банковских операций, когда каждая операция записывается один раз как дебет, а другой раз как кредит.

Из основного финансового баланса банковской системы можно извлечь общие законы денежного обращения. Во-первых, деньги, выпущенные банковской системой в обращение N, стоят в правой части баланса рядом с депозитами. Содержательно деньги в обращении аналогичны сбережениям. Действительно, агент имеет деньги и мог бы их потратить на потребление, тем самым увеличив свое благосостояние. Но он их сберег, причем не одолжил под процент, а сохранил в банке. Банковская система пользуется этим и одалживает их сама. При этом наличные деньги отличаются от остатков текущих и расчетных счетов только тем, что банковская система не может контролировать распределение наличности на руках экономических агентов. А по сути бумажные деньги — это долговые расписки банка, подтверждающие, что экономический агент получил через банк данную сумму, которая дает ему право на определенную долю произведенных благ. Это — обязательство банка от имени государства по требованию обменять сумму денег на определенное количество материальных благ.

Наличные деньги наряду с остатками текущих и расчетных счетов образуют статью пассивов банковской системы, и, как уже говорилось, эмиссия бумажных денег — не причина, а следствие деятельности всех экономических агентов. Например, пусть N^L — наличные деньги на руках населения. Тогда если "остановить печатный станок" и создать дефицит наличности, задержка выплаты зарплаты эффективно уменьшит поток обналичивания части счета N^P производства и тем самым сократит потребительские расходы населения. Фактически население будет вынуждено сберегать, отдавая часть своих денег в распоряжение банка, который может распорядиться ими временно по своему усмотрению. По-видимому, именно так правительство Гайдара в 1992г. частично кредитовало внутренний государственный долг.

Во-вторых, из баланса (4.2.22) видно, как банковская система может неограниченно раздувать денежную массу. Дело в том, что банковская система сама может создавать пассивы. Например, когда банковская система кредитует производство, она увеличивает L^P (делается запись в долговой книге) и одновременно увеличивает N^P (открывает текущий счет или выдает наличные деньги). Основной финансовый баланс не нарушается, но увеличиваются пассивы и активы и тем самым создается дополнительная денежная масса. Банковской системе эта операция выгодна, потому что она получает прибыль в виде процента за кредит. Расширяя такого рода операции, банки будут кредитовать все менее надежных клиентов. Если должник окажется неплатежеспособным, банк должен будет списать его долг, как мы знаем, с собственного депозитного счета. А если не хватит остатка собственного счета, то в силу баланса (4.2.22) придется списывать долг со счетов клиентов. Называется это банкротством банка. В замкнутой экономике банковская система в целом теоретически не может обанкротиться, потому что все деньги проходят через нее, но банкротство отдельного банка вполне вероятно.

Чтобы ликвидировать такого рода практику, банковская система теперь резервирует банкноты и депозиты. Мы уже знаем кое–что о резервировании. Добавлю, что долгое время резервным активом было золото, и банковская система поддерживала определенные пропорции между Ω^B, D^L, D^BиN. После второй мировой войны во всех странах отказались от золотого обращения и перешли к резервированию американскими долларами. А в самих США еще до второй мировой войны начали отказываться от золотого обращения и переходить на резервирование ценными бумагами федерального провительства. После войны денежная масса в обращении и внутренний государственный долг США росли пропорционально. Значит, мировая денежная система теперь в значительной мере держится на том, что американское правительство делает новые долги и считается надежным должником.

В-третьих, если записать основной финансовый баланс (4.2.22) в приращениях за некоторое время Δt и учесть соотношение (4.2.21), получим, что

$$\epsilon\Delta t - \Delta N^B = \Delta\left(L^P + +L^T + L^F\right) + \Delta L^G - \Delta D^L + \left(\Delta\Omega^B - \Delta D^B\right).$$

Слева стоит прирост денежной массы в обращении за вычетом прироста остатка денег в кассе банка, т.е. нетто–прирост денежной массы в обращении. Справа стоят основные источники роста денежной массы: кредитная эмиссия банковской системы $\Delta\left(L^P + +L^T + L^F\right)$, т.е. выданные в сферу производства и обращения кредиты, и прирост внутреннего государственного долга ΔL^G, который, как мы уже знаем, практически равен дефициту государственного бюджета. Следовательно, эмиссия бумажных денег есть следствие роста денежной массы при выдаче новых кредитов банковской системой. В то же время увеличение сбережений населения уменьшает рост денежной массы в обращении.

Последнее слагаемое $(\Delta\Omega^B - \Delta D^B)$ можно положить равным нулю. Действительно, если определить банковскую прибыль как

$$d^B = r_1 L^P + r_1 L^T + r_1 L^F + r_G L^G - r_2 D^L - \Psi^P - \Psi^T - \Psi^F, \quad (4.2.23)$$

т.е. как итог внутренних банковских операций над счетами экономических агентов в банковской системе, то оказывается, что

$$\frac{dD^B}{dt} = w, \quad \frac{d\Omega^B}{dt} = w,$$

и уравнение финансового баланса становится особенно простым:

$$L^P + L^T + L^F + L^G + N^B = N + D^L. \quad (4.2.24)$$

Можно было бы, наоборот, задать основной финансовый баланс банковской системы (4.2.24) как априорное правило корректного ведения банковских операций и из него в силу уравнений (4.2.5),(4.2.8),(4.2.10),(4.2.14),(4.2.16),(4.2.17),(4.2.21) получить выражение (4.2.23) для банковской прибыли d^B.

Система уравнений типа (4.2.1)–(4.2.19) составляет основу любой модели развивающейся экономики. Она описывает множество возможных режимов роста.

Система уравнений (4.2.1)–(4.2.19) не замкнута. В правые части уравнений входят переменные, выражающие действия экономических агентов. Чтобы замкнуть систему уравнений, надо задать эти переменные как функции от переменных состояния системы. Содержательно это означает, что надо задать стратегии экономических агентов. Для этого требуется описать интересы экономических агентов, их информированность о состоянии системы, а также описать отношения (взаимодействия) экономических агентов. Короче говоря, — описать экономические механизмы регулирования производства и обращения. В привычных экономистам терминах это означает, что надо описать спрос всех экономических агентов на все продукты и ресурсы, их предложение продуктов и ресурсов и механизмы согласования спроса и предложения.

Заметим, что проблема замыкания системы балансовых уравнений тесно связана с проблемой обоснования самой системы (4.2.1)–(4.2.19), именно, с выяснением условий, при которых законно описание в избранных переменных $Y, J_0, J_1, Q_0, \ldots$ Этот вопрос уже обсуждался выше. Вид операторов замыкания явным образом отражает структуру экономической системы и ее состояние. Проблема замыкания — главная проблема системного анализа развивающейся экономики, она сводится к проблеме агрегирования исходных микроописаний.

Далее я покажу, как решается проблема замыкания при описании рыночной и плановой административно регулируемой экономики. Несмотря на то, что еще не всегда удается дать строгое обоснование описаниям, используемым в моделях, результаты получаются обнадеживающими.

4.3. Обзор результатов системного анализа развивающейся экономики

Принципы системного анализа развивающейся экономики возникли не умозрительно, а постепенно осознавались нами по мере накопления опыта моделирования разного рода экономических систем. Исследования начались в 1976 г., и с тех пор было построено порядка двух десятков различных математических моделей. Я коротко расскажу о некоторых из них.

Мы начали с разработки моделей эволюции рыночной экономики, потому что можно было опираться на многочисленные результаты исследований рыночных механизмов регулирования производства, обменов и распределения. Все наши модели были построены на одних и тех же принципах описания экономических процессов и отношений экономических агентов, в них использовались одни и те же основные экономические переменные. Все они описывали главные качественные особенности эволюции рыночной экономики: экономический рост при отсутствии инфляции при условии, что выпуск денег согласован с потенциалом реального роста экономики; возникновение инфляции, когда по каким-то — не важно каким — причинам в экономику накачиваются лишние деньги; возникновение циклов деловой активности. Было показано, что темп реального роста экономики ограничен не только технологической производительностью факторов производства, например, производительностью труда, но и эффективностью финансовых механизмов.

Различались модели тем, что в каждой из них акцент делался на ту или иную проблему эволюции рыночной экономики.

В 1985 г. А.П.Крутов и А.В.Романко построили модель государственного регулирования развития рыночной экономики [20]. Они описали классические методы воздействия государства на рыночную экономику: государственные расходы, государственные займы, налоги — и показали, что рост государственных расходов может приводить к качественно разным распределениям реальных доходов в зависимости от того, в каком состоянии находится экономика, и что финансовая система, основанная на государственных обязательствах (такая, например, как в США) должна испытывать трудности в определении рационального уровня дефицита государственного бюджета: слишком большой дефицит вызывает инфляцию, а недостаточный — снижает темп роста. Следовательно, модель дает возможность очертить те ситуации, в которых данная экономическая политика может быть эффективной, и тем самым предлагает объективную основу для обсуждения разных концепций государственной экономической политики. Например, показано, что неоконсервативная политика оказывается подходящей в одних ситуациях и неэффективна в других.

В.В.Кришталь исследовал модель, в которой описано влияние энергетического сектора на развитие рыночной экономики [21] и показал, что, во-первых, она правильно описывает эволюцию технологической структуры производства вследствие замещения живого труда энергией и, во-вторых, дает правильную динамику индексов цен и уровней производства после скачкообразного повышения цены импортируемого энергетического сырья (энергетический кризис). Значит, относительно небольшие и хорошо структурированные модели могут адекватно описывать не только экстенсивный рост экономики, но и структурные изменения в ней.

Г.Б.Молдашева с помощью модели международной торговли [22] описала взаимозависимости макропараметров международной торговли: например, рост экспорта за счет внутреннего потребления, вызванный девальвацией валюты — и показала, что если структуры экономик стран — торговых партнеров не соответствуют друг другу, торговля может дестабилизировать экономический рост и той и другой страны. Сравнивая результаты вычислительных экспериментов на модели и данные статистики международной торговли, она обнаружила, что разные источники дают разные временные ряды колебаний показателя terms of trade — отношения величин экспорта и импорта Англии в торговле с Европой в XIXв. Только спектральным анализом модельного и статистических временных рядов удалось обнаружить их скрытое внутреннее сходство. Этот поучительный результат показывает, что не следует считать главным критерием адекватности модели ее способность воспроизводить статистические временные ряды. Статистические данные — всегда результат агрегирования некоторой первичной экономической информации. Методы агрегирования пока еще не вполне строго обоснованы и страдают субъективизмом. Поэтому для верификации модели надо использовать количественную экономическую информацию, которая не зависит от способа сбора и обработки статистической информации.

И.Г.Поспелов и Н.Н.Оленев корректным агрегированием исходного микроописания изменения технологической структуры производства построили математическую модель [15], которая описывает циклический характер роста, вызванный периодическим обновлением производственного капитала, дает возможность оценить период циклов и проанализировать их фазы в материальных (индексы производства, занятости, накопления, потребления), финансовых (цены, нормы процентов, сбережения, кредиты) и структурных (распределение капитала по возрасту, число банкротств) показателях, а также выяснить роль нормы амортизации капитала, которая является одним из важных рычагов государственной макроэкономической политики.

Системный анализ развивающейся рыночной экономики мог опираться на классические результаты политической экономии, результаты математической теории экономического равновесия и роста. Но когда возникла идея использовать системный анализ для изучения механизмов воспроизводства в плановой административно регулируемой экономике, оказалось, что опираться не на что. Политическая экономия социализма, имея в основном апологетический нормативный характер, трактовала, какой должна быть экономика, вместо того, чтобы изучать реальные экономические отношения социализма. Дискуссии на эту тему сводились к критике планового показателя валового продукта и предложениям заменить его показателем нормативно чистого продукта. (Содержательную основу этих дискуссий мы проанализировали в разделе 2.4.) Пожалуй, только в работах Я.Корнаи [23] делались попытки проанализировать реальные экономические отношения в странах социализма. Работы западных экономистов нам, к сожалению, были недоступны.

Математическая теория социалистической экономики тоже ограничивалась, главным образом, нормативными задачами оптимального планирования. Задача описания и анализа реальных механизмов регулирования воспроизводства не была поставлена, разве что толковали теорию равновесия и роста в терминах гипотетических хозрасчетных отношений.

Вместе со своими учениками я поставил задачу построить математическое описание плановых административных механизмов регулирования производства, обменов и распределения в экономике СССР. Для этого надо было описать и систему планирования, и механизмы реализации плана. Устойчивость сложившегося в СССР экономического уклада наводила на мысль, что административная система имеет свою логику и самосогласована. Понять эту логику и отразить ее в математической модели стало нашей целью. Едва ли мы достигли ее, если бы не получили поддержку Заместителя председателя правления Госбанка СССР В.А.Мясникова (ныне, к сожалению, покойного) и помощь ведущих специалистов Госбанка СССР.

Была построена модель предельно централизованной, плановой административно регулируемой экономики [24]. Исследования показали, что модель правильно описывала и объясняла феномен фиктивной "бумажной" экономики: по отчетам планы выполняются, растет производительность труда и увеличиваются выпуски продуктов, а в действительности снижается качество продуктов, выплачивается незаработанная заработная плата, растут дефициты потребительских продуктов и вынужденные сбережения населения, происходит перекредитование предприятий. Все эти явления были свойственны советской экономике 1970–80-х годов.

С началом перестройки возникли новые экономические проблемы, и они нашли отражение в наших моделях. В 1988 г. в модель плановой административно регулируемой экономики было введено описание кооперативного сектора, который арендует свободные от госзаказа производственные мощности государственного сектора,то есть работает в условиях закона о кооперации 1988г. Исследование модели показало, что кооперативный сектор, не имея возможности инвестировать в расширение производства, может лишь несколько уменьшить дефицит потребительских товаров, одновременно стимулируя рост инфляции [25]. "Экономическая ниша" такого частного сектора ограничена лишними деньгами, созданными в государственном секторе, поэтому он останется всего лишь придатком государственного сектора. Таким образом, принципы системного анализа были распространены на смешанную экономику.

В 1990-91 гг. мы использовали опыт моделирования рыночной и плановой экономики, чтобы оценить краткосрочные и долгосрочные последствия "шоковой терапии" централизованной плановой экономики. В частности, с помощью довольно грубой модели краткосрочных последствий "шоковой терапии" еще в 1990г. были правильно предсказаны уровень инфляции, снижение реальных доходов населения и их дифференциация, которые вызвала либерализация цен в России в начале 1992г. [26].

В 1992г. было выполнено исследование модели, основанной на сценарии экономических отношений, сложившихся в стране в 1991г. [30]. В то время еще сохранялись остатки плановой системы в виде госзаказа и его фондирования не только сырьем и материалами, но и потребительскими продуктами для снабжения трудовых коллективов. Однако государство уже потеряло контроль за производством и распределением, старые производственные связи распались, и широко практиковались бартерные обмены между предприятиями. Ко всему этому вполне сформировался черный рынок потребительских товаров. Исследование модели обнаружило, что в такой смешанной экономике будут идти разрушительные процессы. В то время как одни отрасли, в основном ВПК и связанные с ними, заинтересованы в сохранении госзаказа, другие — в основном сырьевые, ориентированные на экспорт, наоборот, заинтересованы в сокращении госзаказа. Самая большая опасность заключалась в том, что даже при заметном снижении уровня производства средний уровень потребления населения практически не снижался за счет увеличения экспорта. Естественно, возникала сильная дифференциация в доходах, это подрывало мотивацию к труду, уменьшало эффективность экономики и вело к дальнейшему спаду производства.

Глава 5

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИКИ РОССИИ ПОСЛЕ РЕФОРМЫ 1992г.

Распад СССР и экономическая реформа января 1992г. ускорили перестройку экономических отношений в России. К 1993г. они уже были не те, что в 1991г., поэтому надо было формировать новый сценарий, на основе его строить новую модель и проводить ее исследование. В 1993г. нашей исследовательской группе пришлось самостоятельно осмысливать новые экономические отношения, складывавшиеся в России после реформы 1992г., и приводить данные в систему. К сожалению, экономическая наука практически этим не занималась, ограничиваясь обсуждением вопроса, есть ли у нас рынок, и предложением новых вариантов реформы.

Разработка сценария экономических отношений становится ключевой проблемой системного анализа экономики переходного периода. Я уже достаточно подробно объяснял, что экономический агент — основное понятие в математических моделях, основанных на принципах системного анализа; экономический агент — не физическое и даже не юридическое лицо, а некоторая их совокупность, которая образует динамически стабильную структуру в системе сложившихся экономических отношений, потому что исполняет определенную функцию в общественном воспроизводстве. До самого последнего времени экономическая теория предпочитала иметь дело только со стабильными структурами. На этом основана классическая теория общего экономического равновесия.

Совсем иная картина предстает в переходный период смены экономического уклада. Одни экономические структуры разрушаются, вместо них возникают новые, изменяются экономические отношения. Миллионы случайностей могут оказаться решающими при возникновении новых структур, поэтому трудно спрогнозировать, какая структура возникнет на месте прежней. Точные науки, вообще, пока плохо справляются с задачами морфогенеза. Поэтому математические модели переходной экономики приходится строить на основе определенного сценария отношений экономических агентов.

При моделировании экономики переходного периода каждый раз возникают новые, отнюдь не тривиальные математические задачи. Использование накопленного опыта системного анализа экономики и прежних удачных решений помогает преодолевать возникающие трудности. Например, если разработка и исследование модели экономики 1991г. заняло почти год, то модель экономики России после реформы 1992г. была создана и исследована менее чем за полгода напряженной работы. В ней принимали участие И.Г.Поспелов, А.А.Шананин, Н.Н.Оленев и А.Ю.Бузин, позднее к работе подключился С.М.Гуриев. Полезные обсуждения мы имели в Центре экономической конъюнктуры и прогнозирования при Правительстве РФ с зам.директора Ю.А.Юрковым и начальником отдела А.М.Жандаровым.

В этой главе будут изложены некоторые результаты проделанной работы, которые демонстрируют методологию вычислительных экспериментов с математическими моделями экономических систем.

5.1. Экономика России 1992-93гг. и сценарий сложившихся экономических отношений

Система административного регулирования экономики начала распадаться уже в 60-х годах, когда экономика стала менее централизованной. В январе 1992г. экономическая реформа ликвидировала государственный контроль за производством и распределением, а также за расходами производителей. Власть партийной структуры исчезла, но вместе с тем резко усилились власть и влияние хозяйственной номенклатуры. Однако государство по традиции продолжало считать себя ответственным за производство. Сохранились также финансовые связи государства и предприятий.

Возросло и влияние трудовых коллективов. В 1992г. фонд заработной платы в промышленности рос быстрее, чем общие доходы населения, поглощая большую часть доходов предприятий. Поскольку производство в это время сокращалось, рост фонда заработной платы покрывался за счет кредитов Центрального банка.

Либерализация цен запустила механизмы монопольных рынков. Рост розничных цен сопровождался ростом оптовых цен, который, в свою очередь, вызывал новый рост розничных цен.

Реформа стимулировала коммерческую деятельность экономических агентов. В новых условиях сложившаяся структура производства и распределения оказалась далекой от равновесия. Это проявилось, во-первых, в спаде производства, потому что прекратился выпуск продукции, не находившей спроса. Во-вторых, самыми прибыльными оказались торгово-посреднические и экспортно- импортные операции, а также спекуляция валютой.

Возникли влиятельные группы экспортеров сырья и импортеров потребительских продуктов. Их деятельность существенно влияла на внутренний курс доллара и внутренние цены. Торгово-посреднические структуры и импортеры контролировали цены на внутреннем потребительском рынке.

Скачок цен обесценил сбережения населения и вызвал устойчивые инфляционные ожидания. Деньги в обращении стали главным кредитным ресурсом. Задержки платежей достигли нескольких недель. Возникли взаимные неплатежи предприятий, а льготные кредиты Цент-рального банка стали одним из главных инструментов государственной макроэкономической политики.

До лета 1993г. Центральный банк не вел активных операций на внутреннем валютном рынке. Во второй половине года он начинает активные интервенции на валютную биржу.

Чистые валютные доходы экспортеров и импортеров, можно считать, не возвращались на внутренний валютный рынок.

Данные о состоянии и структуре российской экономики в 1992г. и в первом квартале 1993г. были подвергнуты системному анализу, в результате которого был сформирован сценарий. В сценарии рассматривались следующие экономические агенты: население (домашние хозяйства), предприятия (производители), импортеры (неявно и другие торгово-посреднические структуры), экспортеры, коммерческие банки, государство (вместе с Центральным банком). Были описаны также следующие отношения между экономическими агентами:

1. Население получает доходы в виде выплат из государственного бюджета (зарплата служащих, пенсии, стипендии, пособия и т.п.) и в виде заработной платы на предприятиях. Спрос населения на деньги определяется необходимостью накопления их для покупки дорогостоящих товаров длительного пользования.

2. Межотраслевая структура хозяйства представлена в агрегированной форме тремя секторами. Первый сектор включает отрасли, производящие продукты первой необходимости, второй сектор — обрабатывающие отрасли, а третий сектор — базовые отрасли (сырьевые, энергетические и т.п., включая и сельское хозяйство).

3. Трудовые коллективы и администрация в секторах заинтересованы увеличивать фонд заработной платы. Следовательно, производство регулируется так, чтобы максимизировать добавленную стоимость. Главная часть чистых доходов секторов обращается в фонд заработной платы. Остальное тратится на уплату налогов, платежей по краткосрочным займам и возмещение выбытия основных фондов. Сокращение спроса и задержки

платежей вызывают рост задолженности предприятий. Чистые инвестиции отсутствуют. Производственные мощности уменьшаются.

4. Изменение условий производства влияет на заработную плату, а не на уровень занятости. Банкротств предприятий нет, безработица пренебрежимо мала.

5. Центральный банк как государственная структура сохраняет ответственность за поддержание производства и вынужден выдавать льготные кредиты фактически под взаимные неплатежи предприятий. Норма кредитования отражает компромисс между правительством и предприятиями.

6. Экспортируется только сырье, а импортируются только потребительские товары. Экспортно-импортные операции осуществляются через коммерческие банки и валютную биржу. Импортеры получают краткосрочные рублевые кредиты для покупки валюты по текущему обменному курсу. Валюту предлагают экспортеры, которым необходимы рубли для покупки сырья у предприятий. Экспортеры и импортеры вывозят чистые валютные доходы из страны. Центральный банк не ведет операций на валютной бирже. (Последнее относится только к сценарию на 1993г.)

7. Рынки контролируются иерархией олигополий:

   (а) производители ведут себя как единый синдикат, регулирующий оптовые цены так, чтобы получить максимальный чистый доход при заданном объеме льготных кредитов;

   (б) импортеры (неявно, вместе с другими торгово-посредническими структурами) регулируют цены потребительских товаров так, чтобы максимизировать свой чистый валютный доход при заданном спросе населения и известном производстве отечественных потребительских товаров, заданном внутреннем курсе доллара и заданной ставке процента по коммерческим кредитамж;

   (в) коммерческие банки определяют ставку процента по кредитам так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданном курсе доллара;

   (г) экспортеры занимают вершину олигополистической иерархии. Они регулируют внутренний курс доллара так, чтобы максимизировать свои чистый валютный доход;

(д) темпы инфляции существенно зависят от роста цен на сырье. Внутренние цены на сырье уравновешивают предложение сырья на экспорт предприятиями и рублевый спрос экспортеров.

8. В государственную макроэкономическую политику включаются решения:

   (а) о месячных объемах льготных кредитов Центрального банка;

   (б) о месячных объемах реальных государственных закупок (в ценах 1990г.);

   (в) о месячных выплатах населению из государственного бюджета;

   (г) о месячных дотациях предприятиям;

   (д) о ставках налогообложения экономических агентов.

9. Внешнеэкономические условия характеризуются мировыми ценами на экспортируемые и импортируемые товары. Внешний долг государства в расчет не принимается, потому что последнее время он определялся скорее политическими, нежели экономическими факторами.

На основе этого сценария была построена модель механизмов регулирования производства, обращения и распределения в российской экономике после реформы января 1992г. Модель модифицировалась и использовалась для анализа состояния экономики и краткосрочного прогнозирования последствий разных вариантов государственной макроэкономической политики в 1993–95гг.

Следует еще раз подчеркнуть, что и результаты анализа и прогнозы существенно определяются принятым сценарием. Именно поэтому изучение реальных экономических отношений главных экономических агентов становится фундаментальной проблемой экономического анализа переходного периода.

5.2. Содержательное обоснование математической модели экономики России после реформы

Математическая модель экономики России после реформы 1992г. действительно была построена по сценарию экономических отношений, который изложен в предыдущем разделе. Однако не стоит представлять себе дело так, как будто сценарий — это вербальное описание модели, которое затем переводится на формальный математический язык.

На самом деле процесс разработки модели вовсе не сводится к выполнению заранее определенной последовательности каких-то процедур. Он начинается с долгих, непрерывных попыток найти главные, ключевые явления, характеризующие изучаемую экономическую ситуацию, очистить их от несущественных деталей и понять простые внутренние причины, которыми их можно объяснить, найти аналогии, с помощью которых их можно описать математически или даже изобрести новые приемы описания. Разработка сценария происходит одновременно с такого рода попытками и продолжается после того, как они удались. Но до тех пор, пока не понята суть изучаемой ситуации и не найдено ей адекватное математическое выражение, сценарий остается не более чем старательным поверхностным описанием реальности. Зато как он оживает, становится органичным, когда, наконец, удается найти "изюминку" в массе фактов и обстоятельств, — даже несмотря на то, что во многих других частях он остается составленным из стандартных блоков и описаний.

Эти важные подробности мне хотелось бы донести до читателя на живом примере математической модели экономики России после реформы 1992г., но боюсь, что в полной мере с задачей не справлюсь. Создание моделей — часть жизни, а жизнь сложна, и только гении имеют силу открывать в ней сокровенное.

5.2.1. Общее равновесие инфляционной экономики

В экономике СССР никогда не было развитой, полноценной кредитно-финансовой системы, потому что государство контролировало непосредственно производство и распределение. В нормальной кредитно-финансовой системе источником заемных средств служат сбережения экономических агентов, причем главным сберегателем является население или домашние хозяйства. Это мы уже знаем из предыдущих глав.

Реформой 1992г. видимые, официальные, формальные механизмы административной системы распределения были сломаны, но сохранились невидимые, неформальные отношения, сложившиеся в рамках этой системы. Они-то, по-видимому, и определяли структурную перестройку экономики после реформы и дали повод Е.Т.Гайдару обидеться в 1992г. на директоров предприятий — ведут себя не по правилам, принятым в теории совершенного рынка. Либерализация цен и коммерческой деятельности привела к скачку цен, а не к перестройке структуры производства, к дифференциации доходов населения, а не к повышению общего уровня доходов. В результате большинство предприятий стали убыточными, производство сокращалось, но экономически неэффективные предприятия не закрывались, а продолжали существовать в долг. Кроме того, скачок цен совершенно обесценил сбережения населения, а инфляция подавила всякую склонность к новым накоплениям, так что будущая цивилизованная, как у нас любят выражаться, кредитно-финансовая система заранее начисто была лишена своего главного источника заемных средств.

В 1992–93гг. злободневными вопросами были инфляция и снижение реальных доходов большинства населения, спад производства и взаимные неплатежи производителей, задержки в обращении денег. Разногласия "производственников" и "рыночников" сосредоточились на льготных кредитах Центрального банка. Первые считали кредитование взаимных неплатежей производителей таким же нормальным явлением, как и кредитование оборотных фондов, а вторые — главной причиной инфляции. Но почему-то никто не задавался вопросом, что за экономика у нас возникла и по каким законам она действует, если оставить в стороне тривиальное соображение о невероятном терпении нашего населения. Мы стали искать ответ на этот совсем не тривиальный вопрос.

Равновесие с двумя системами цен. Вернемся к простой модели экономического равновесия, рассмотренной в разделе 1.2. Она основана на вроде бы очевидном и, как оказывается, существенном предположении, что все продукты и ресурсы имеют одну и ту же цену для всех экономических агентов. Освободимся от этого предположения и будем считать, что производители получают от продажи единицы продукта не его рыночную стоимость p, а только часть ее np. Население тоже получает за свой труд не его рыночную стоимость s, а часть ее νs. Таким образом, продукт имеет две цены: единица его стоит потребителю p, но производителю дает только np. То же самое можно сказать и о рабочей силе.

Тогда спрос на рабочую силу и предложение продукта найдутся из условий

$$npf'(x) - s = 0,$$
$$x^d = x\left(s/(np)\right) = (f')^{-1}\left(s/(np)\right),$$
$$Y^s = Mf(x(s/(np))) = Mf^s(s/(np)),$$

которые аналогичны (1.2.1)–(1.2.3). Соответствующим образом изменится выражение (1.2.4) для прибыли П. Спрос на потребительский продукт теперь выразится не в виде (1.2.5), а как

$$C^d = \nu s/pR_0.$$

Предложение рабочей силы остается прежним — $R_0 = x_0 M$.

Условия равновесия на рынке продукта и на рынке рабочей силы видоизменяются:

$$f^s\left(\frac{s}{np}\right) \geq nf^s\left(\frac{s}{np}\right) - \frac{s}{p}x\left(\frac{s}{np}\right) - \frac{\nu s}{p}x_0,$$

$$nf^s\left(\frac{s}{np}\right) \le nf^s\left(\frac{s}{np}\right) - \frac{s}{p}x\left(\frac{s}{np}\right) - \frac{\nu s}{p}x_0,$$

$$x_0 \ge x\left(\frac{s}{np}\right), \qquad \nu s x_0 \le s x\left(\frac{s}{np}\right).$$

Из второго и четвертого условий следует равенство

$$\nu s x_0 = s x\left(\frac{s}{np}\right),$$

из которого получается условие для определения равновесной относительной цены $\tilde{s}/\tilde{p}$:

$$\nu x_0 = x\left(\frac{s}{np}\right).$$

Так как $\nu \le 1$, из свойств неоклассической производственной функции следует, что $\tilde{s}/\tilde{p} \ge n\bar{s}/\bar{p}$, где $\bar{s}/\bar{p}$ — относительная равновесная цена, определенная условием (1.2.8).

Из первого условия равновесия следует, что $n \le 1$, т.е. в равновесии потребители и производители получают для конечного потребления не весь произведенный продукт. Из четвертого условия заключаем, что в равновесии используется не вся предлагаемая рабочая сила, следовательно, выпуск продукта сокращается относительно прежнего равновесного выпуска.

Итак, равновесие существует и в том случае, когда продукт или ресурс имеют не одну цену. Но это качественно иное равновесие — оно не парето-оптимально, т.е. не эффективно, потому что рабочая сила используется не полностью. К тому же не весь произведенный конечный продукт достается производителям и потребителям. Легко проверить, что в новом равновесии их конечное потребление $J+C$ уменьшается на $M\left(f(x_0) - nf(\nu x_0)\right)$. Следовательно, уже не верна теорема о благосостоянии: равновесная величина $J+C$ не совпадает с ее максимумом на технологическом множестве $J+C : J+C = Mf(x), x \le x_0$, как было показано в разделе 1.2. Нарушается фундаментальное положение теории экономического равновесия, которому придается важное значение в идеологии "рыночников".

Этот результат известен, он рассматривался в литературе в связи с вопросами налогообложения [27]. И.Г.Поспелов (позже к работе подключился С.М.Гуриев) обратил внимание на различие цен, возникающее в результате задержек в обращении денег в условиях инфляции [28]. Они построили динамическую модель рыночного равновесия с учетом задержек обращения и на ней проанализировали природу явлений, возникших в нашей экономике после реформы 1992г. Эти результаты стоит обсудить хотя бы кратко.

Модель общего равновесия экономики с учетом задержек обращения денег. В замкнутой экономике выделены экономические агенты: производители, потребители и банковская система.

Поведение производителей и спрос на кредиты. Пусть производители выпускают и затрачивают в производстве n видов продуктов. Обозначим $X_i(t)$ выпуск, а $V_i(t)$ затраты в единицу времени i-го продукта в момент времени t. Удобно ввести векторы выпусков $\mathbf{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ и затрат $\mathbf{V} = (V_1, \ldots, V_n)$. Производственные возможности производителей описываются технологическим множеством $\mathcal{T}$, т.е. допустимы только пары $\mathbf{X}; \mathbf{V} \in \mathcal{T}$. Как обычно, предполагается, что технологическое множество ограничено, замкнуто и строго выпукло в $R_+^n \times R_+^n$, содержит точку $(0,0)$ и удовлетворяет условию продуктивности $\mathcal{T} \cap intR_+^n \neq \emptyset$.

Сделаю небольшое отступление, чтобы пояснить понятие технологического множества, с которым мы уже встречались в гл. 2. Оно описывает производственные возможности производителей в общем случае, когда считается, что технология может производить целый набор продуктов. Обобщенная модель межотраслевого баланса описывает технологическое множество группы чистых отраслей — все наборы выпусков и затрат, допустимые заданными запасами первичных ресурсов. Мы знаем, как производственная функция связана с технологическим множеством: это зависимость от запасов первичных ресурсов решения задачи о максимуме на технологическом множестве некоторого функционала, определенного на выпусках. В простой модели равновесия производственные возможности описывались производственной функцией, но ей легко сопоставить технологическое множество. Это — пары (Y, R), удовлетворяюшие системе неравенств

$$0 \le Y \le Mf\left(\frac{R}{M}\right), \qquad 0 \le R \le R_0.$$

Возвращаюсь к основному изложению. Пусть p^i — цена i-го продукта, а $\mathbf{p} = (p^1, \ldots, p^n)$ — вектор цен . Предполагается, что цены $\mathbf{p}(t)$ меняются во времени, а выручка от реализации продукции $\mathbf{X}(t)$ поступает к производителям с задержкой θ. Производители вынуждены авансировать производственные затраты, поэтому естественно считать, что они имеют возможность получать кредит $K(t)$. Тогда их текущий доход имеет вид

$$\Pi(t) = (\mathbf{p}(t-\theta), \mathbf{X}(t-\theta)) - (\mathbf{p}(t), \mathbf{V}(t)) + K(t).$$

Как и прежде считается, что производители стремятся максимизировать дисконтированный ожидаемый доход

$$\int_t^{t+T} e^{-\Delta\tau}\{(\mathbf{p}(t-\theta), \mathbf{X}(\tau-\theta)) - (\mathbf{p}(\tau), \mathbf{V}(\tau)) + K(\tau)\}\, d\tau \Rightarrow max\ , \tag{5.2.1}$$

где Δ — коэффициент дисконтирования номинального дохода.

Производители получают выручку от реализации продукции с задержкой θ, поэтому у них накапливается недополученный доход B, который можно соотнести с неплатежами контрагентов :

$$\frac{dB}{dt} = (\mathbf{p}(t), \mathbf{X}(t)) - (\mathbf{p}(t-\theta), \mathbf{X}(t-\theta))\,. \tag{5.2.2}$$

В то же время, поток кредитов накапливается в виде задолженности производителей L:

$$\frac{dL}{dt} = rL + K, \tag{5.2.3}$$

где r — ставка процента по кредитам. Величина $K(t)$ имеет смысл разницы между потоком вновь получаемых кредитов и потоком платежей по обслуживанию долга. Поэтому K может быть меньше 0, причем и при отрицательном K долг может расти: $\frac{dL}{dt} > 0$. Это тот случай, когда должник, погасив старый кредит и выплатив по нему проценты, одновременно получает новый кредит в объеме, большем прежнего.

Естественно, сумма долга производителей не может расти до бесконечности. Обычно коммерческий кредит предоставляется под активы, обеспечивающие его возврат. Задолженность за реализованную продукцию образует актив производителей, и считается, что банковская система кредитует неплатежи по нормативу χ, $\chi \leq 1$:

$$L \leq \chi B. \tag{5.2.4}$$

Сформулирована задача оптимизации (5.2.1)–(5.2.4), решение которой определяет величины $K(t)$, $\mathbf{X}(t)$ и $\mathbf{V}(t)$. Ее можно использовать для описания планирования производства, если задаться прогнозом изменения $r, \mathbf{p}, \chi$. Пусть производители применяют процедуру скользящего планирования: в каждый момент времени решается задача оптимизации (5.2.1)–(5.2.4) при условии, что цены будут расти сбалансированно с темпом i, равным текущему темпу инфляции, а ставка процента r и норматив кредитования χ будут оставаться постоянными и равными их текущим значениям. Начальные значения функций–оптимальных управлений становятся текущими значениями $K(t)$, $\mathbf{X}(t)$ и $\mathbf{V}(t)$. Если параметры в силу каких-либо внешних обстоятельств меняются, производители подстраиваются к новым значениям параметров, используя зависимость решения задачи (5.2.1)–(5.2.4) от параметров.

Естественно, что в условиях инфляции производителей интересует не номинальный, а реальный доход, поэтому принято, что

$$\Delta = i + \delta_p, \tag{5.2.5}$$

где δ_p — коэффициент дисконтирования реального дохода; i — темп инфляции.

Решение задачи (5.2.1)–(5.2.4) приведено в [28]. Показано, что при $\Delta > r$ ограничение (5.2.4) выполняется как равенство, т.е. производители стремятся привлечь максимально возможный объем кредитных ресурсов:

$$L = \chi B, \tag{5.2.6}$$

$$K = \chi \left[(\mathbf{p}(t), \mathbf{X}(t)) - (\mathbf{p}(t-\theta), \mathbf{X}(t-\theta))\right] - \chi r B\ . \tag{5.2.7}$$

Если процентная ставка высока, $r > \Delta$, производителям невыгодно брать кредит, напротив, они сами стремятся стать кредитором. Этот случай не соответствует ни экономической ситуации в России после реформы 1992г., ни положению в нормальной рыночной экономике, поэтому он не рассматривается. Качественное изменение поведения производителей при $r = \Delta$ — следствие линейности задачи, но само правило $\Delta > r$ является решающим для осуществления инвестиционных проектов как в любой модели, так и в экономической действительности.

При постоянных Δ, r, θ, χ выпуски $\mathbf{X}$ и затраты $\mathbf{V}$ определяются как решение задачи о максимуме чистого дохода, но при условии, что потребляемые в производстве продукты стоят $\mathbf{p}$, а выпуск их дает производителям только $\kappa\mathbf{p}$:

$$\{\mathbf{X};\mathbf{V}\} = arg \max_{\{\mathbf{X};\mathbf{V}\}\in\mathcal{T}} \big(\kappa(\mathbf{p},\mathbf{X}) - (\mathbf{p},\mathbf{V})\big)\ , \tag{5.2.8}$$

где

$$\kappa = 1 - (1 - e^{-\Delta\theta})(1 - (1 - \frac{r}{\Delta})\chi)\ . \tag{5.2.9}$$

Таким образом, задержки обращения могут привести к установлению неэффективного равновесия в экономике.

Поведение потребителей и предложение депозитов. Чтобы построить замкнутое описание обращения благ, надо описать поведение потребителей и сберегателей во времени. Мы уже знаем, что рациональное поведение описывается некоторым принципом оптимальности, следуя которому, потребители определяют, какую сумму денег направить на потребление, а какую накопить и какое количество различных потребительских товаров приобрести при известных внешних условиях и прогнозе их изменения в будущем.

Обозначим $C_i(t)$ количество i-го продукта, которое потребители приобретают в единицу времени в момент времени t, и введем вектор $\mathbf{C} = (C_1, \ldots, C_n)$. Предполагается, что потребители желают увеличить дисконтированную полезность своего потребления

$$\int_t^{t+T} e^{-\delta\tau}\, U(\mathbf{C}(\tau))\, d\tau \Rightarrow max\ , \tag{5.2.10}$$

где δ — коэффициент дисконтирования будущей полезности, $\mathbf{C}(\tau)$ — вектор будущего потребления, $U(\cdot)$ — функция полезности, T — достаточно большой горизонт планирования потребителей.

Считается, что функция полезности потребителей квазивогнута и однородна степени $1-\beta$ (так называемая функция с постоянным относительным отвращением к риску по Эрроу-Пратту) :

$$U(\alpha\mathbf{C}) = \alpha^{1-\beta}U(\mathbf{C})\ ,\ \beta > 1\ . \tag{5.2.11}$$

Условие $\beta > 1$ необходимо для того, чтобы полезность обращалась в $-\infty$ при нулевом потреблении. Это предотвращает известный в линейных задачах артефакт — решение потребителей длительное время ничего не потреблять, а накопленное тратить либо в первый, либо в последний момент времени в зависимости от величины коэффициента дисконтирования. Понятно, что такое решение не будет стационарным, не говоря уже о его адекватности действительности.

Потребители получают в единицу времени доход $\Phi(t)$ и имеют возможность потратить его на потребление $\mathbf{p}(t)\mathbf{C}(t)$ или положить в банк под процент ρ в виде депозитного вклада D:

$$\frac{dD}{dt} = \rho D + \Phi - (\mathbf{p}, \mathbf{C})\ . \tag{5.2.12}$$

Потребительские расходы $(\mathbf{p}, \mathbf{C})$ могут превышать доходы потребителей Φ, и тем не менее, сбережения будут расти: $\frac{dD}{dt} > 0$. Это означает, что потребитель тратит часть процентов по депозитам ρD. Существенно, что потребители не могут брать деньги в долг, поэтому они не могут потратить больше денег, чем имеют на счету в банке:

$$D \geq 0\ . \tag{5.2.13}$$

Как и производители, потребители используют процедуру скользящего планирования, предполагая, что цены и доходы будут расти с одним и тем же постоянным темпом i, равным текущему темпу инфляции, а процент по депозитам останется постоянным. Решение задачи оптимизации (5.2.10)–(5.2.13) определяет потребление $\mathbf{C}$ в начальный момент времени как функцию от цен $\mathbf{p}$, дохода Φ и накопленных депозитов D. Найденная таким образом функция $\mathbf{C}(\mathbf{p},\Phi;D)$ используется для описания потребительского поведения. В следующий момент времени цены, доходы и ставка процента могут измениться, тогда задача (5.2.10)– (5.2.13) решается при других параметрах и снова определяется потребление.

Решение задачи приведено в [28]. Показано, что функция $\mathbf{C}(\mathbf{p},\Phi,D)$ находится из условия

$$\mathbf{C}(\mathbf{p},\Phi,D) = arg \max_{(\mathbf{p},\mathbf{C})\leq\Psi(\Phi,D)} U(\mathbf{C}) \ , \tag{5.2.14}$$

где величина потребительских расходов $\Psi(\Phi,D)$ определяется следующим образом: при $\rho - i - \delta > 0$

$$\Psi = \Phi(1 - \frac{1-\delta/(\rho-i)}{\beta})) + D(\rho - i - \frac{\rho-i-\delta}{\beta}) \ , \tag{5.2.15}$$

причем поток сбережений составляет

$$\Phi - \Psi = \Phi\frac{1-\delta/(\rho-i)}{\beta} - D(\rho - i - \frac{\rho-i-\delta}{\beta}) \ ;$$

при $\rho - i - \delta < 0$

$$\Psi = \Phi \ , \tag{5.2.16}$$

причем сбережений нет: $D = 0$.

Таким образом, решение задачи (5.2.10)–(5.2.13) существенно зависит от величины реальной дисконтированной ставки процента по депозитам $\rho - i - \delta$. Если $\rho - i - \delta > 0$, потребители действительно заинтересованы в депозитах. Если же инфляция слишком высока и $\rho - i - \delta < 0$, потребителям выгодно "проедать", а не накапливать свой доход.

Банковская система и замыкание модели. Замыкание описания обращения благ начинается с того, что выписывается баланс доходов потребителей. Доходы формируются за счет дохода Π и прибыли банка $rL - \rho D$:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Pi + rL - \rho D = \\ &= (\mathbf{p}(t-\theta),\mathbf{X}(t-\theta)) - (\mathbf{p}(t),\mathbf{V}(t)) + K(t) + rL - \rho D = \\ &= -\dot{B} + (\mathbf{p},\mathbf{X}) - (\mathbf{p},\mathbf{V}) + \dot{L} - \rho D \ , \end{aligned} \tag{5.2.17}$$

где $\dot{B} = \frac{dB}{dt}$, $\quad \dot{L} = \frac{dL}{dt}$.

Подстановка выражения для дохода (5.2.17) в (5.2.15) или (5.2.16) определяет потребительские расходы, которые, в свою очередь, через (5.2.14) определяют функцию спроса потребителей, зависящую от депозитов D, темпа инфляции i и процентов ρ, r как от параметров. Функция предложения производителей $\mathbf{X}(\mathbf{p}) - \mathbf{V}(\mathbf{p})$ определяется из соотношения (5.2.8).

Денежное обращение замыкается через банковскую систему. Основной финансовый баланс банковской системы — равенство суммы активов банковской системы сумме ее пассивов — описывает замкнутость денежного обращения в экономике. К активам банковской системы относятся выданные производителям ссуды L, а к пассивам — депозиты потребителей D и деньги в расчетах B. Пассивы служат кредитными ресурсами банковской системы. В силу основного финансового баланса

$$\frac{dD}{dt} + \frac{dB}{dt} = \frac{dL}{dt} .$$

Подставив это равенство в (5.2.17), можно убедиться, что при любых ценах функции спроса и предложения удовлетворяют закону Вальраса:

$$(\mathbf{p}, \mathbf{X}) - (\mathbf{p}, \mathbf{V}) = (\mathbf{p}, \mathbf{C}) .$$

Таким образом, поведение потребителей и производителей описано моделью с двумя системами цен. И.Г.Поспелов и С.М.Гуриев доказали, что модель допускает равновесие, т.е. в каждый момент времени t существуют цены, удовлетворяющие соотношениям

$$\mathbf{C}(\mathbf{p}) \leq \mathbf{X}(\mathbf{p}) - \mathbf{V}(\mathbf{p}), \quad (\mathbf{p}, \mathbf{X}(\mathbf{p})) - (\mathbf{p}, \mathbf{V}(\mathbf{p})) = (\mathbf{p}, \mathbf{C}(\mathbf{p})) .$$

Поскольку параметр κ (5.2.9) отличен от единицы, равновесие оказывается неэффективным:

$$U(\mathbf{C}_\kappa) < \max_{\{\mathbf{X};\mathbf{V}\}\in\mathcal{T}} U(\mathbf{X} - \mathbf{V}) .$$

В том простом примере, с которого мы начали обсуждение неэффективного равновесия, мерой неэффективности было отклонение от 1 параметров n и ν, которые характеризовали отличие вторых цен от рыночных. В рассматриваемом случае мерой неэффективности равновесия можно считать величину $|\kappa - 1|$. Из выражения (5.2.9) для κ видно, что причина неэффективности в задержках обращения θ — если $\theta = 0$, $\kappa = 1$, и чем больше θ, тем больше $|\kappa - 1|$.

В современной российской экономике продавцы предпринимают различные меры с целью снижения θ. В частности, широкое распространение получила предоплата покупаемой продукции. Часто она просто гарантирует оплату поставленной продукции в нестабильной экономике, однако известны и такие формы предоплаты, которые направлены именно на уменьшение эффективных задержек обращения. Например, некоторые организации отпускают проданную продукцию только по прошествии некоторого времени со времени отправления денег покупателем. В то же время существуют и экономические агенты, заинтересованные в увеличении θ. Это в первую очередь РКЦ (расчетно-кассовые центры), занимающиеся переводом денег. Чем больше задержки обращения, тем больше "бесплатных" (естественно, за переводимые деньги РКЦ не платит процентов) безналичных денег находится в распоряжении РКЦ. Так что в пореформенной российской экономике существенные задержки обращения возникли вследствие не только технического, но и институционального несовершенства финансовой системы.

Интересно, что кредитование производителей уменьшает неэффективность равновесия, вызванную задержками обращения. Действительно, кредитование производителей тем больше, чем больше χ. При $\chi = 0$ производители совсем не получают кредитов — в этом случае $L = 0$ и $K = 0$. Так как $r < \Delta$, то $1 - r/\Delta > 0$, и из (5.2.9) следует, что мера неэффективности равновесия

$$|\kappa - 1| = (1 - e^{-\Delta\theta})|1 - (1 - \frac{r}{\Delta})\chi|$$

уменьшается с ростом χ при $\chi < \chi^* = \frac{1}{1-r/\Delta} > 1$. При $\chi = \chi^*$ равновесие становится эффективным, а дальнейший рост χ снова увеличивает меру $|\kappa - 1|$ неэффективности равновесия. Но для рассматриваемого здесь коммерческого кредита существует естественный верхний предел норматива кредитования $\chi = 1$ — при $\chi > 1$ выдаваемые кредиты не обеспечены полностью ожидаемыми поступлениями.

Определив из условий равновесия цены, выпуски, затраты, доходы и расходы потребителей и подставив их в соотношения (5.2.2),(5.2.3), (5.2.12), получаем уравнения, определяющие изменение фазовых переменных L, B, D при заданных ставках процента и темпе инфляции. Описание поведения производителей и потребителей основано на предположении, что они прогнозируют пропорциональный рост цен с постоянным темпом и рассчитывают на стабильность процентных ставок. Поэтому полностью самосогласованными следует считать такие режимы изменения фазовых переменных, при которых равновесные цены меняются пропорционально с постоянным темпом, а ставки процента остаются постоянными. Такие режимы называются инфляционными равновесиями, и только они рассматриваются в этом разделе.

Потребительское поведение, выраженное функцией потребления $\mathbf{C}(\mathbf{p}, \Phi, D))$, оказывается существенно разным в зависимости от знака выражения $\rho - i - \delta$, поэтому случаи $\rho > i + \delta$ и $\rho < i + \delta$ надо рассмотреть отдельно.

Если реальная дисконтированная ставка процента по депозитам положительна, т.е. $\rho > i + \delta$, потребительские расходы

$$(\mathbf{p}, \mathbf{C}) = \Phi(\frac{1 - \delta/(\rho - i)}{\beta})) + D(\rho - i - \frac{\rho - i - \delta}{\beta}) ,$$

и из (5.2.17) с учетом закона Вальраса можно вывести, что

$$\Phi(1 - \frac{1 - \delta/(\rho - i)}{\beta})) + D(i + \frac{\rho - i - \delta}{\beta}) = \dot{L} - \dot{B} = (\chi - 1)iB ,$$

при этом $\dot{L} > 0$, $K < 0$, $\dot{D} > 0$, $\Phi - (\mathbf{p}, \mathbf{C}) < 0$. Однако $\chi > 1$, а это означает: кредиты не обеспечены ожидаемым поступлением денег, что противоречит основным принципам коммерческого кредитования.

Таким образом, коммерческий кредит не может поглотить все сбережения, образующиеся при положительной реальной дисконтированной ставке процента по депозитам. Естественным каналом использования избыточных средств являются долгосрочные капиталовложения. Следовательно, если по каким-либо нефинансовым причинам (нестабильность обстановки, отсутствие привлекательных инвестиционных проектов) нет долгосрочных инвестиций, в экономике невозможно равновесие с положительной реальной ставкой процента.

В настоящее время инвестиционная активность в России находится на чрезвычайно низком уровне, поэтому случай $\rho > i + \delta$, естественный для кредитной системы нормальной рыночной экономики, явно не соответствует нашей действительности. Надо рассмотреть второй случай, когда реальный процент по депозитам ниже коэффициента дисконтирования: $\rho - i - \delta < 0$. Он не рассматривается классической западной экономической теорией, однако больше соответствует положению дел в современной российской экономике.

Если реальный процент по депозитам ниже коэффициента дисконтирования, вклады потребителей равны нулю — они тратят весь полученный доход на текущее потребление: $\Phi = (\mathbf{p}, \mathbf{C})$. Основной финансовый баланс банковской системы принимает вид

$$\dot{B} = \dot{L} .$$

В силу (5.2.6) из этого условия следует, что

$$(\chi - 1)\dot{B} = 0 . \qquad (5.2.18)$$

Если $\chi < 1$, возможен только стационарный режим $\dot{B} = \dot{L} = 0$. В этом случае из (5.2.2),(5.2.8) вытекает, что $i = 0$, т.е.нет инфляции, и что ставка процента $r = 0$. Если $\chi = 1$, возможны режимы с инфляцией и ставкой процента $r < \Delta = i + \delta_p$. Представляется, что именно эти режимы лучше других описывают экономическую ситуацию в России после реформы. Важно заметить, что в силу зависимости меры неэффективности равновесия от норматива кредитования равновесие на рынке продуктов в условиях инфляции оказывается более эффективным, чем равновесие в гипотетических безинфляционных режимах при $\chi < 1$. Таким образом, модель показывает — облегчение условий кредитования, хотя и стимулирует инфляцию, одновременно стимулирует производство, частично компенсируя производителям потери, возникающие вследствие задержек обращения.

Подстановка $\chi = 1$ в выражение (5.2.9) дает

$$\kappa = 1 - (1 - e^{-\Delta\theta})\frac{r}{\Delta} . \tag{5.2.19}$$

Итак, положив постоянными $i, \theta, r < \Delta, \chi, \rho < i+\delta$, И.Г.Поспелов и С.М.Гуриев построили инфляционное равновесие — решение, на котором реальные величины, такие как $\mathbf{V}, \mathbf{X}, \mathbf{C}$, структура цен $\mathbf{p}/|\mathbf{p}|$, постоянны во времени, а номинальные величины, такие как B, L, Φ, K, растут с темпом изменения цен i. Инфляционное равновесие существует при любых процентных ставках и темпах инфляции, удовлетворяющих неравенствам $0 < r < i+\delta_p$, в том числе и при $0 < r < i$. Заметим, условие $r < i$ согласуется с исходным предположением $\rho < i + \delta$: так как $\rho < r$, выполняется неравенство $\rho < i$ и уж подавно $\rho < i + \delta$.

Возникает парадоксальная ситуация, которая объясняется в первую очередь тем, что банковская система использует в качестве кредитных ресурсов не привлеченные депозиты потребителей, а средства производителей, за которые не нужно платить процент. Можно предположить, что в этом случае ставка процента r назначается не из экономических, а из политических соображений, как некоторое соглашение между производителями и банковской системой, потому что при $0 < r < \Delta$ кредитование взаимовыгодно: банковская система получает прибыль, пропорциональную r, а производители — выигрыш от полученного кредита, пропорциональный разности между коэффициентом дисконтирования номинального дохода и платой за кредит $(\Delta - r)$. В то же время, на эффективность равновесия влияет соотношение темпа инфляции и процента. Все реальные величины существенно зависят от темпа инфляции i (нет так называемой "нейтральности" денег). Дело в том, что темп инфляции входит в коэффициент дисконтирования номинального дохода производителей $\Delta = i + \delta_p$, который, в свою очередь, входит в выражение для меры неэффективности

$$|\kappa - 1| = (1 - e^{-\Delta\theta})\frac{r(\Delta)}{\Delta} .$$

Следует ожидать, что ставка процента по кредитам увеличивается с ростом темпа инфляции, однако в данной модели эта зависимость не определяется, и ее можно задать только экзогенно. Например, если банки и предприятия делят выигрыш от неэффективности равновесия в постоянных долях, $r(\Delta)/\Delta = const$, мера неэффективности увеличивается с ростом темпа инфляции, оставаясь меньше, чем была бы без инфляции. Если же процент фиксирован, $r(\Delta) = const$, т.е. весь выигрыш от инфляции получают производители, то чем выше инфляция, тем выше уровень производства и ближе равновесие к точке благосостояния — функция $|\kappa - 1| = \frac{1-e^{-\Delta\theta}}{\Delta} r$ убывает с ростом Δ.

Итак, низкая ставка процента по кредитам не только помогает уменьшить неэффективность равновесия, но и позволяет системе нормально функционировать в условиях высокой инфляции.

Обсуждение результатов. Рассмотренная модель простого воспроизводства, в которой учтены задержки обращения, показывает: задержки обращения смещают рыночное равновесие, и оно становится неэффективным. Уровень производства оказывается ниже эффективного — происходит спад производства. Тем не менее, и в этом равновесии экономика вполне жизнеспособна. Даже в условиях высокой инфляции, несмотря на отрицательную реальную процентную ставку и отсутствие депозитов, банковская система выдает кредиты и извлекает прибыль за счет задержки платежей. Что касается производителей, то и они не так уж и страдают от задержки платежей, потому что под задержанные платежи можно взять кредит под низкий процент. Оказалось, что именно кредиты с отрицательной реальной процентной ставкой уменьшают неэффективность равновесия, возникающую вследствие задержек обращения в условиях высокой инфляции.

Главная причина, по которой экономика впадает в состояние неэффективного равновесия, — отсутствие долгосрочных инвестиций.

5.2.2. Модель поведения производителей в условиях льготного кредитования

Простая модель общего равновесия экономики в условиях инфляции дает качественное объяснение природы явлений, наблюдающихся в российской экономике после 1992г. Становится понятным, что они не случайны, а выражают внутренние закономерности экономических процессов и возникли как следствие опрометчивых действий реформаторов. Перестройка конца 80- х — начала 90- х годов, завершившаяся реформой 1992г., выбила экономику СССР из состояния специфического равновесия. Это было неэффективное равновесие с материально-финансовыми дисбалансами, но в окрестности его экономика была контролируемой. Выбитая из него, экономика развивалась под действием внутренних механизмов самоорганизации, вышедших из-под контроля, и пришла в состояние нового неэффективного равновесия.

Чтобы не повторять ошибок, нужна обоснованная и хорошо рассчитанная программа контролируемого, эволюционного перевода экономики в новое состояние эффективного равновесия.

Анализ модели разрешил спор "производственниеов" и "рыночников" относительно льготных кредитов Центрального банка. Оказалось, что обе точки зрения имеют основание, но обе крайности непродуктивны. Эффективное решение лежит в нетривиальном их сочетании, соответствующем реальным экономическим отношениям. Взаимные неплатежи производителей в условиях высокой инфляции возникают не случайно, а льготные кредиты Центрального банка могут быть элементом рациональной государственной макроэкономической политики.

Простая модель позволила прояснить суть новых экономических отношений, и это само по себе уже было хорошим прикладным результатом. Однако, как было сказано в предисловии, методология математического моделирования требует намного больше — с помощью вычислительных экспериментов доводить дело до практических расчетов характеристик изучаемой системы. В нашем случае полученнный качественный результат дал возможность завязать один из главных узлов сценария экономических отношений. После этого надо было подробно рассмотреть поведение производителей в возникших условиях и описать их, основываясь на идеях, положенных в основу простой модели. Это было сделано в работе И.Г.Поспелова [29]. Здесь я могу только лишь кратко изложить модель производственно-финансовой деятельности производителей, в которой описана самая характерная особенность экономических отношений производителей и государства, возникших вскоре после начала реформы.

Технологии производства и уравнения балансов производителей. Предполагается, что производство разделено на N секторов. В i-м секторе производится единственный однородный продукт, выпуск которого в единицу времени обозначен X_i , $i = 1,\dots,N$. В процессе производства i-й сектор затрачивает в единицу времени количество V_j^i продукта j-го сектора, $j = 1,\dots,N$. Затрачивается и живой труд, однако численность занятых в секторах следует считать заданной — это соответствует ситуации в российской экономике 1992-94гг. Поэтому выпуск продукта в i-м секторе не зависит от затрат труда.

Производственные возможности i-го сектора описываются производственной функцией

$$X_i = f_i(\mathbf{V}^i), \quad i = 1,2,\dots,N, \tag{5.2.20}$$

где $\mathbf{V}^i = (V_1^i,\dots,V_N^i)$ — вектор производственных затрат i-го сектора. Считается, что производственная функция $f_i(\mathbf{V}^i)$ задана распределением мощностей по технологиям и, следовательно, обладает свойствами неоклассических производственных функций, с которыми мы уже знакомы.

Материальный баланс производства и распределения продукта i-го сектора:

$$X_i \geq Z_i + Y_i + G_i, \quad i = 1, \ldots, N. \tag{5.2.21}$$

Здесь $X_i = f_i(\mathbf{V}^i)$ — выпуск i-го продукта; Z_i — потребление другими секторами, Y_i — потребление конечными потребителями (населением и экспортерами) i-го продукта; G_i — государственные закупки i-го продукта.

Финансовое состояние i-го сектора описывается остатками его расчетного счета N_i^P, ссудного счета L_i^P в банковской системе и накопленными неплатежами других секторов i-му сектору B_i^A и i-го сектора другим секторам B_i^{Π}.

Чтобы смоделировать возникновение неплатежей, вводятся три системы цен. Рыночные цены p_i на товары, обращающиеся на внешних по отношению к производству рынках. Эти цены формируются под воздействием предложения продавцов-импортеров и спроса конечных потребителей: населения и экспортеров. Внутренние цены производства q_i отражают оценки производителями текущих и будущих издержек производства. Как правило, государственные предприятия оплачивали поставщикам только часть издержек из-за своего неудовлетворительного финансового состояния, поэтому были введены еще и внутренние цены производственного потребления s_i, по которым получатели фактически расплачивались с поставщиками. Эти цены отражают общее финансовое положение производителей. Считается, что государственные закупки G_i оплачиваются по заявленным ценам q_i, несмотря на то, что и государство задерживает платежи.

Ссудный счет изменяется в силу очевидного уравнения

$$\frac{dL_i^P}{dt} = K_i, \tag{5.2.22}$$

где K_i — поток льготных кредитов, выдаваемых Центральным банком. Обычно льготные кредиты не возвращались, поэтому возврат кредитов не учитывается. Остаток расчетного счета N_i^P изменяется вследствие всех потоков поступлений и платежей i-го сектора. Расчетно-кассовые центры (РКЦ) банковской системы создавали задержку платежей, поэтому считается, что между моментом отправления платежного требования экономическим агентом и моментом зачисления платежа на расчетный счет адресата проходит время τ_{Π}, и деньги поступают на расчетный счет с задержкой τ_{Π}:

$$\frac{dN_i^P}{dt} = [q_i G_i + p_i Y_i + s_i Z_i]_{t-\tau_{\Pi}} + K_i - \sum_j s_j V_j^i - \rho L_i^P - \Phi_i - U_i. \tag{5.2.23}$$

Здесь ρ — процент по льготным кредитам, Φ_i — чистый доход трудовых коллективов сектора, U_i — налог на добавленную стоимость, исчисляемый по ставке n_P. В соответствии с принятыми правилами исчисления налога

$$U_i = n_P\left\{[q_iG_i + p_iY_i + s_iZ_i]_{t-\tau_\Pi} - \sum_j s_jV_j^i\right\}. \tag{5.2.24}$$

Счета взаимных неплатежей изменяются очевидным образом:

$$\frac{dB_i^A}{dt} = p_iY_i + q_iG_i + q_iZ_i - [p_iY_i + q_iG_i + s_iZ_i]_{t-\tau_\Pi}, \tag{5.2.25}$$

$$\frac{dB_i^\Pi}{dt} = \sum_j (q_j - s_j)V_j^i. \tag{5.2.26}$$

Выражение $[\ldots]_{t-\tau_\Pi}$ обозначает, что величины в квадратных скобках относятся к моменту времени $t - \tau_\Pi$, тогда как все остальные — к моменту времени t.

К описанию финансовой деятельности секторов привлекаются соображения, опирающиеся на количественную теорию денег. Чтобы выплачивать и использовать чистый доход Φ_i, оплачивать производственные издержки $\sum_j s_jV_j^i$, т.е. вести нормальную текущую финансовую деятельность, i-й сектор держит на расчетном счете операционный запас денег, пропорциональный потоку платежей. Остаток расчетного счета ограничен снизу этим запасом:

$$N_i^P \geq \theta_\Pi\left(\Phi_i + (1 - n_P)\sum_j s_jV_j^i\right). \tag{5.2.27}$$

Множитель $1 - n_P$ объясняется технологией изъятия налога на добавленную стоимость: доля n_P производственных затрат покрывается налоговым ведомством.

Для поддержания производства i-й сектор требует у Центрального банка выдачи кредитов, фактически имея единственный квази-актив — накопленную взаимную задолженность. Это выражается ограничением на задолженность i-го сектора

$$L_i^P \leq (1 - n_P)\left[\chi_A B_i^A + \chi_\Pi B_i^\Pi\right]. \tag{5.2.28}$$

Здесь $(1 - n_P)\chi_A$ и $(1 - n_P)\chi_\Pi$ — нормы кредитования взаимной задолженности производителей. (Множитель $1 - n_P$ введен только ради удобства). По-видимому, величины χ_A и χ_Π устанавливаются как компромисс банковской системы и производителей. В этом нет ничего необычного. Первое слагаемое в правой части неравенства (5.2.28) содержательно выражает практику переучета векселей, выданных поставщику, в банковской системе. Второе слагаемое выражает спрос производителей на кредиты для пополнения оборотных средств. Другое дело, что, распоряжаясь государственной собственностью, производители просят у Центрального банка льготные кредиты под необеспеченные долги.

Соотношения (5.2.20)-(5.2.28) описывают условия производственно-финансовой деятельности секторов.

Экономическая стратегия производителей. К сожалению, не было и нет сколько-нибудь серьезных данных относительно поведения экономических агентов в переходный период, поэтому приходится использовать общие гипотезы о рациональности их поведения при заданных внешних условиях. Внешние для экономического агента условия возникают как результат взаимодействий окружающих его агентов, при этом и сам он активно взаимодействует с ними. Сговариваясь, конкурируя, подчиняясь, агенты довольно быстро устанавливают неформальное соглашение, как делить общую выгоду. Это общее положение выражается гипотезой о равновесности отношений экономических агентов. Если агенты равноправны, возникает конкурентное равновесие, равновесие по Нэшу; если агенты неравноправны, возникает иерархическое равновесие, равновесие по Штакельбергу.

Описания экономического поведения и отношений агентов опираются на гипотезы о рациональности и о равновесии, хотя, конечно, в переходный период гипотеза о равновесии, в первую очередь, нуждается в критическом анализе.

Предполагается, что производители i-го сектора стремятся максимизировать суммарный дисконтированный чистый доход:

$$\int_0^\infty e^{-\delta t}\Phi_i(t)dt \Rightarrow \max \tag{5.2.29}$$

при условиях (5.2.20)–(5.2.28). В выражении (5.2.29) постоянная $\delta > 0$ — коэффициент дисконтирования. Производственно-финансовые решения производителей i-го сектора моделируются управляющими параметрами $X_i^s(t)$, $\mathbf{V}^{id}(t)$, $\Phi_i(t)$, K_i^d, на которые наложены условия (5.2.20)–(5.2.29) при заданных ценах p_i, q_i, s_i и государственном заказе G_i. (Далее значки s и d над буквами опускаю, если не надо специально подчеркнуть смысл величины.)

Решение задачи (5.2.20)–(5.2.29) приведено в работе [29]. Показано, что задача разрешима при условии

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\delta} \leq 1$$

и сводится к задаче на максимум эффективной добавленной стоимости сектора:

$$p_i^s f_i(\mathbf{V}^i) - \sum_j p_j^d V_j^i \Rightarrow \max\,, \tag{5.2.30}$$

исчисленной в эффективных ценах спроса i-го сектора на продукт j-го сектора

$$p_j^d = p_j - \tilde{\chi}\Delta p_j$$

и предложения продукта производителями i-го сектора на потребительском рынке

$$p_i^s = \left[1 + \chi_A(1-\tilde{\rho})(e^{\delta\tau_\Pi} - 1)\right] \cdot \frac{p_i e^{-\delta\tau_\Pi}}{1+\delta\theta_\Pi}\,.$$

Здесь введены обозначения: $\Delta p_i = q_i - p_i$ — наценка, заявляемая производителями i-го сектора к рыночной цене производимого продукта;

$$\tilde{\chi} = \frac{\chi_\Pi(1-\tilde{\rho})}{1+\delta\theta_\Pi} + \frac{\chi_A(1-\tilde{\rho})e^{\delta\tau_\Pi}}{1-\chi_A(1-\tilde{\rho})}\left(1 + \frac{\chi_\Pi(1-\tilde{\rho})}{1+\delta\theta_\Pi}\right).$$

Госзакупки G_i заданы и известны производителям.

Решение задачи (5.2.30) дает функцию эффективной добавленной стоимости i-го сектора:

$$\Pi_i(p_i^s, \mathbf{p}^d) = \max_{V_j^i \geq 0}\left[p_i^s f_i(\mathbf{V}^i) - \sum_j p_j^d V_j^i\right], \quad \mathbf{p}^d = (p_1^d, \ldots, p_N^d).$$

Функция $\Pi_i(p_i^s, \mathbf{p}^d)$ однородная, дифференцируемая, выпуклая, монотонно растущая по p_i^s и убывающая по всем p_j^d. Дифференцированием ее вычисляются предложение продукта X_i^s и спрос на производственные факторы V_j^{id}:

$$X_i^s = \frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i^s}, \quad V_j^{id} = -\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_j^d}$$

в зависимости от цен p_i^s , p_j^d. Получается так, как будто производители действуют на свободном рынке, реагируя на цены. Однако каждый продукт имеет не одну цену.

Цена предложения учитывает дисконтирование доходов за время задержки платежей τ_Π и за время θ_Π задержки их на расчетном счете (множитель $e^{-\delta\tau_\Pi}(1+\delta\theta_\Pi)^{-1}$). Кроме того, она включает дополнительный доход, который дает льготный кредит, с учетом дисконтирования за время задержки платежей и необходимости выплачивать проценты

ρ за кредит. В цену спроса входит наценка производителей на рыночную цену Δp_j. Мультипликатор $\tilde{\chi}$ можно представить в естественной форме

$$\tilde{\chi} = \frac{\chi_A(1-\tilde{\rho})e^{\delta\tau_\Pi} + \left[1 + \chi_A(1-\tilde{\rho})\left(e^{\delta\tau_\Pi} - 1\right)\right] \cdot \frac{\chi_\Pi(1-\tilde{\rho})}{1+\delta\theta_\Pi}}{1 - \chi_A(1-\tilde{\rho})},$$

которая выражает прямой и косвенный учет дополнительных доходов от кредита под "полученные векселя" (члены, содержащие множитель χ_A) и кредита под "выданные векселя" (члены, содержащие множитель χ_Π) в оценке производственных издержек.

Все упрощается, если считать, что льготный кредит выдается только на пополнение оборотных фондов. Тогда $\chi_A = 0$, $s_j = p_j$, и наценка $\Delta p_j = q_j - s_j$ в точности равна недоплате производителя за полученное сырье. В цене предложения p_i^s учитывается только дисконтирование доходов за время задержек τ_Π и θ_Π, а в цене спроса наценка мультиплицируется величиной

$$\tilde{\chi} = \frac{\chi_\Pi(1-\tilde{\rho})}{1+\delta\theta_\Pi},$$

которая выражает дополнительный доход с учетом выплаты процента и дисконтирования за время задержки θ_Π. (Вспомним, экономические агенты платежи не задерживают; задержки τ_Π возникают в РКЦ.)

Для моих целей достаточно рассмотреть только простой случай $\chi_A = 0$, который описывает наш традиционный спрос на льготные кредиты для пополнения оборотных фондов.

Проясняется смысл кредитования оборотных средств производителей. Если бы оборотные средства не кредитовались, надо было бы положить $\chi_\Pi = 0$. Тогда цены спроса производителей стали бы равны рыночным, однако цены предложения оставались бы ниже рыночных. Предложение продукта X_i^s уменьшилось бы, потому что функция прибыли монотонно растет по p_i^s и выпукла. Классическая теория равновесия при данных рыночных ценах предсказала бы большее предложение, соответствующее эффективному равновесию. Следовательно, если задержки в обращении существенны, только подходящей величиной кредита под оборотные средства можно восстановить эффективность рыночного равновесия. Если же дать лишний кредит, равновесие станет снова неэффективным.

Стратегии экономической деятельности производителей определены. Если заданы начальное состояние производителей и траектории цен q_i, p_i, то вычисляются спрос V_j^{id} и предложение X_i^s секторов на рынках продуктов, а также спрос секторов на кредит K_i^d и ожидаемые доходы Φ_i.

Интересно обсудить построенное решение. Может оказаться, что $p_j^d = p_j - \tilde{\chi}\Delta p_j < 0$. Тогда соответствующие $V_j^i \to \infty$, и потребительский рынок не может быть сбалансированным. С экономической точки зрения этот случай недопустим. Условие

$$p_j - \tilde{\chi}\Delta p_j \geq 0, \quad j = 1, \ldots, N \tag{5.2.31}$$

задает границу стабильности описанной экономической структуры.

Может оказаться, что $\Delta p_j < 0$, т.е. $p_j > q_j$ — рыночная цена продукта больше цены производства. При $\chi_A = 0$

$$K_i^d = (1 - n_P)\chi_\Pi \sum_j \Delta p_j V_j^i, \tag{5.2.32}$$

и соответствующее слагаемое отрицательно. Это обстоятельство можно интерпретировать как требование поставщика оплатить деньгами часть стоимости поставленного сырья — то, что у нас называется предоплатой. Соответствующая величина, в силу выражения (5.2.32) и уравнения (5.2.23), списывается с расчетного счета получателя.

Коллективные действия производителей. В наших условиях производители планируют свою хозяйственную деятельность в зависимости от рыночных цен p_j и внутренних цен производства q_j, рассчитывая на получение льготных кредитов. Эти специфические отношения "квазихозяйственного расчета" до сих пор характерны для пореформенной российской экономики, сохранившей государственно-монополистический характер. Известно, что с 1992г. администрация предприятий при поддержке трудовых коллективов свободно распоряжалась ценами производства и сражалась с правительством за льготные кредиты. На изменение рыночных цен и спроса производство реагировало изменением не выпусков продукции, а цен производства. Конечно, это не решало проблем со сбытом продукции, но ухудшало финансовое положение производителей. На это они отвечали взаимными задержками платежей, тем более, что с прежних времен сохранились механизмы их регулирования. Дело в том, что прежняя система материально-технического снабжения действовала в значительной степени благодаря личным связям администрации предприятий. Они явно проявились в 1991г., когда система маттехснаба распалась, но производство продолжало действовать на основе бартерных обменов.

Такого рода экономические отношения можно смоделировать, если предположить, что производители действуют согласованно и заявляют такие цены производства q_i, которые обеспечивают им максимальный суммарный доход при заданной величине K льготных кредитов.

Иначе рациональные производители и не могли бы действовать: изменяя собственную цену, каждый из них в наших условиях влияет не на собственный доход, а на доход смежника. Действительно, от Δp_j зависят издержки, а не выручка.

Коллективное поведение производителей всех секторов описывается функциями предложения и спроса, зависящими от рыночных цен p_i. Они определяются как решение задачи максимизации

$$\sum_i \left(q_i G_i + \Pi_i(p_i^s, \mathbf{p}_i^d)\right) \to \max \tag{5.2.33}$$

при ограничении

$$(1 - n_P)\chi_\Pi \sum_{i,j} \Delta p_j V_j^{id}(p_i^s, \mathbf{p}_i^d) \le K. \tag{5.2.34}$$

Здесь K — заданная величина выделенных Центральным банком льготных кредитов.

Следует иметь в виду, что решение задачи (5.2.33),(5.2.34) может оказаться таким, что $\Delta p_j < 0$. Это означает, что государство выделяет производителям настолько мало кредитов, что они вынуждены вносить поставщикам предоплату и сокращать производство. Значит, условие

$$\Delta p_i \ge 0$$

задает границу стабильности экономических отношений квазихозяйственного расчета.

Вообще говоря, может оказаться нарушенным и условие (5.2.31), которое задает границу стабильности рассматриваемой экономической структуры. Избыточные льготные кредиты разрушают потребительский рынок.

Показано, что решение задачи (5.2.33),(5.2.34) суть однородные первой степени относительно аргументов $\mathbf{p}$ и K функции $h_i = \tilde{\chi}\Delta p_i = \chi_\Pi(1-\tilde{\rho})(1+\delta\theta_\Pi)^{-1}\Delta p_i$ вида $h_i = h_i(\frac{1+\delta\theta_\Pi}{\chi_\Pi(1-\tilde{\rho})}\mathbf{G}_i, \frac{(1-\tilde{\rho})K}{(1-n_P)(1+\delta\theta_\Pi)}, \mathbf{p})$, где $\mathbf{G} = (G_1, \ldots, G_N)$.

Коллективную стратегию производителей можно представить примерно так. Они по опыту знают, что льготные кредиты распределяются пропорционально накопившимся неплатежам B_i^Π. Планируя собственную экономическую деятельность, производители оценивают норматив χ_Π по общему долгу и суммарным неплатежам:

$$\chi_\Pi = \frac{\sum_i L_i^P}{(1-n_P)\sum_i B_i^\Pi}.$$

Получив сведения о выделенных кредитах K, они исчисляют наценки Δp_i по правилу

$$\frac{\sum_i L_i^P}{(1-n_P)\sum_i B_i^{\Pi}} \cdot \frac{1-\tilde{\rho}}{(1+\delta\theta_{\Pi})} \Delta p_i =$$

$$= h_i\left(\frac{(1-n_P)\sum_i B_i^{\Pi}}{\sum_i L_i^P} \cdot \frac{1+\delta\theta_{\Pi}}{1-\tilde{\rho}} \mathbf{G}_i, \frac{(1-\tilde{\rho})K}{(1-n_P)(1+\delta\theta_{\Pi})}, \mathbf{p}\right),$$

а по информации о рыночных ценах заявляют цены $q_i = p_i + \Delta p_i$.

В итоге оказываются спланированными взаимные поставки секторов и определяется предложение секторами конечных продуктов $Y_i(\mathbf{p}, \mathbf{G}, K)$ на потребительский рынок.

5.3. Математическая модель экономики России после реформы

С 1992г. в нашей стране непрерывно спорят, есть ли у нас рынок или его нет. При этом явно (когда добавляют эпитет "цивилизованный") или неявно под рынком понимают теоретическую схему, излагаемую в западных учебниках по экономике. На самом деле в нашей стране рынок всегда существовал в той или иной форме, легальной или нелегальной. Даже в административной системе регулирования производства и распределения, как мы уже видели, существовали своеобразные рыночные отношения обмена информацией при составлении краткосрочного плана, не говоря о теневых рынках, которые не были описаны в модели. Следовательно, проблема в том, чтобы изучать реальные, сложившиеся рыночные механизмы и законы их эволюции.

Я достаточно подробно обсудил, как в условиях совершенного рынка задержки обращения денег в комбинации с высокой инфляцией могут сдвинуть равновесие, так что оно становится неэффективным; показал, что в этих условиях льготные кредиты становятся рычагом рационального государственного регулирования экономики, потому что в разумной дозе могут повысить ее эффективность. Но производители пользуются этим обстоятельством в собственных целях, решая финансовые проблемы выпуском безналичных квази-денег — взаимными неплатежами. Описывая это обстоятельство, я учитывал некоторые особенности несовершенных рыночных отношений, возникших после реформы.

Надеюсь, читатель уже смог проникнуться содержательным экономико-математическим подтекстом сценария, изложенного в предыдущем параграфе этой главы, и хотя бы в некоторой степени почувствовать, какую непростую работу приходится проделать, чтобы в конце

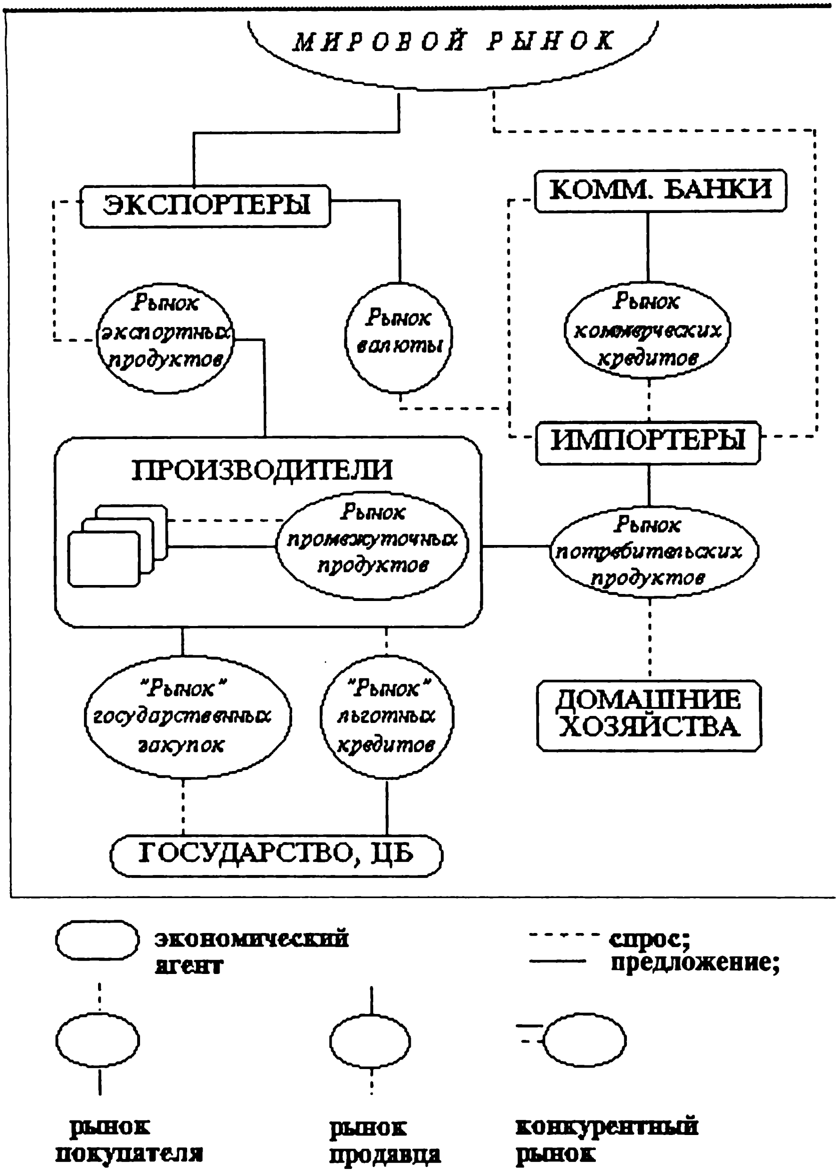


Рис. 5.1

концов получился доброкачественный сценарий, т.е. сценарий, основанный на немногих достаточно ясных, независимых, поддающихся конструктивному критическому анализу гипотезах.

Теперь я хочу изложить общую схему математической модели, основанной на сценарии экономических отношений из первого параграфа этой главы, чтобы показать, как качественные особенности структуры реальных экономических отношений выражаются в формальных математических описаниях. Подробное изложение модели содержится в книге [30]. В разработке модели активное участие принимали И.Г.Поспелов, А.А.Шананин, А.Ю.Бузин, Н.Н.Оленев.

Общая схема модели, показанная на рис. 5.1, изображает иерархию рынков, на которых экономические агенты играют разные роли. На одних — они продавцы, на других — покупатели, одни рынки контролируют как монополисты, на других подчиняются монополистам, на третьих выступают равноправными партнерами. Я буду последовательно рассматривать рынки, начиная с нижнего уровня иерархии, давать краткие математические описания поведения участников каждого рынка и их отношений.

5.3.1. "Рынок" продуктов производственного потребления

В предыдущем разделе фактически был рассмотрен в общем виде картельный квази-рынок продуктов производственного потребления. Теперь его описание используется в нашем сценарии. Напомню, что производство разделено на три сектора, в первом из которых производится продукт текущего потребления населения, во втором — продукт длительного пользования, который используется населением и государством как потребительский и производством как фондообразующий, в третьем — сырьевой продукт. Первый и второй секторы потребляют в производстве сырье, которое производит третий сектор, а третий, фондоемкий сектор — фондообразующий продукт второго сектора. Кроме того, во всех секторах затрачивается живой труд, но численность занятых в секторах постоянна и не зависит от уровня производства. Поэтому при описании производственных возможностей секторов труд не учитывается как производственный фактор, однако затраты его учитываются при описании распределения доходов секторов.

Производственные возможности секторов описываются производственными функциями, заданными распределениями мощностей по технологиям. Технологии характеризуются нормами затрат производственных факторов. В первом и во втором секторах это нормы затрат сырья на единицу выпуска продукта, соответственно, текущего потребления и длительного пользования. В третьем секторе — норма затрат фондообразующего продукта на единицу выпуска сырьевого продукта. По распределению находится явный вид производственной функции i- го сектора:

$$X_i = \frac{2V_j^i}{\bar{\nu}_j^i}\left(1 - \frac{V_j^i}{2\bar{\nu}_j^i M_i}\right), \quad 0 \le V_j^i \le \bar{\nu}_j^i M_i.$$

При $V_j^i > \bar{\nu}_j^i M_i$ выпуск $X_i \equiv M_i$. Здесь $\bar{\nu}_j^i = 2\nu_j^i$ — средняя норма затрат производственного фактора на единицу выпуска при полной загрузке мощности; ν — наименьшая предельная норма затрат, которая характеризует технический уровень производства в секторе. Параметр $\bar{\nu}_j^i$ удобно оценивать по данным межотраслевого баланса.

На нашем картельном рынке существуют две системы цен: цены предложения $p_i^s = \frac{p_i}{\sigma}$ производителей и цены спроса $p_i^d = p_i - \tilde{\chi}\Delta p_i$ потребителей продуктов производственного назначения. Здесь $\sigma = (1 + \delta\theta_{\Pi})e^{\delta\tau_{\Pi}}$; $\tilde{\chi} = \frac{\chi_{\Pi}(1-\bar{\rho})}{1+\delta\theta_{\Pi}}$; $\Delta p_i = q_i - p_i$ — наценка производителей к цене продукта p_i на внутренным потребительском рынке. Как и в условиях классического рынка, производители каждого из секторов планируют выпуски из расчета получить максимальную прибыль, но не в рыночных, а в ценах p_i^s и p_i^d. Отсюда определяются их функции предложения продуктов и спроса на производственное потребление, зависящие от обеих систем цен.

В безразмерных переменных

$$x_i = \frac{X_i}{M_i}, \quad v_j^i = \frac{V_j^i}{\bar{\nu}_j^i M_i}$$

выпуски и производственное потребление секторов выражаются через относительные цены

$$\bar{p}_1 = \frac{p_1}{\bar{\nu}_3^1 p_3}, \quad \bar{p}_2 = \frac{p_2}{\bar{\nu}_3^2 p_3}$$

и наценки

$$\Delta\bar{p}_2 = \frac{\Delta p_2}{\bar{\nu}_3^2 p_3}, \quad \Delta\bar{p}_3 = \frac{\Delta p_3}{p_3}$$

в виде

$$x_i = 2v_j^i\left(1 - \frac{v_j^i}{2}\right), \quad 0 \le v_j^i \le 1\,,$$

$$v_3^1 = \left(1 - \frac{\sigma}{2\bar{p}_1}\right) + \frac{\sigma\tilde{\chi}}{2\bar{p}_1}\Delta\bar{p}_3\,, \quad v_3^2 = \left(1 - \frac{\sigma}{2\bar{p}_2}\right) + \frac{\sigma\tilde{\chi}}{2\bar{p}_2}\Delta\bar{p}_3\,,$$

$$v_2^3 = 1 - \frac{\sigma\nu\bar{p}_2}{2} + \frac{\sigma\nu\tilde{\chi}}{2}\Delta\bar{p}_2, \quad \nu = \bar{\nu}_2^3\bar{\nu}_3^2.$$

Из условий стабильности экономических структур, описанных в предыдущем разделе, находятся области определения функций v_j^i в относительных ценах и наценках:

$$\frac{\bar{p}_2}{\bar{\chi}}\left(1-\frac{2}{\sigma\nu\bar{p}_2}\right) \le \Delta\bar{p}_2 \le \frac{\bar{p}_2}{\bar{\chi}}$$

$$\frac{1}{\bar{\chi}}\max\left\{1-\frac{2\bar{p}_1}{\sigma}, 1-\frac{2\bar{p}_2}{\sigma}\right\} \le \Delta\bar{p}_3 \le \frac{1}{\bar{\chi}}.$$

По функциям v_j^i вычисляются функции спроса секторов на льготный кредит:

$$K_i = (1-n_P)\chi_\Pi p_3 \bar{\nu}_3^i M_i k_i, \quad k_i = \Delta\bar{p}_3 v_3^i\ , i = 1,2$$

$$K_3 = (1-n_P)\chi_\Pi p_3 \nu M_3 k_3, \quad k_3 = \Delta\bar{p}_2 v_2^3\ .$$

В отличие от классического на картельном рынке производителей определяются не равновесные цены, а наценки Δp_i как решение задачи о максимуме суммарного чистого дохода производителей при заданном суммарном льготном кредите K:

$$m_1\bar{p}_1\left[\left(1-\frac{\sigma}{2\bar{p}_1}\right)+\frac{\sigma\bar{\chi}}{2\bar{p}_1}\Delta\bar{p}_3\right]^2 + m_2\bar{p}_2\left[\left(1-\frac{\sigma}{2\bar{p}_2}\right)+\frac{\sigma\bar{\chi}}{2\bar{p}_2}\Delta\bar{p}_3\right]^2 +$$

$$+\left[\left(1-\frac{\sigma\nu\bar{p}_2}{2}\right)+\frac{\sigma\nu\bar{\chi}}{2}\Delta\bar{p}_2\right]^2 + m_2 g_2\Delta\bar{p}_2 + m_2 g_2\bar{p}_2 \to \max\nolimits_{\Delta\bar{p}_i}$$

$$m_1\Delta\bar{p}_3\left[\left(1-\frac{\sigma}{2\bar{p}_1}\right)+\frac{\sigma\bar{\chi}}{2\bar{p}_1}\Delta\bar{p}_3\right] + m_2\Delta\bar{p}_3\left[\left(1-\frac{\sigma}{2\bar{p}_2}\right)+\frac{\sigma\bar{\chi}}{2\bar{p}_2}\Delta\bar{p}_3\right] +$$

$$+\nu\Delta\bar{p}_2\left[\left(1-\frac{\sigma\nu\bar{p}_2}{2}\right)+\frac{\sigma\nu\bar{\chi}}{2}\Delta\bar{p}_2\right] \le k.$$

Безразмерные параметры задачи:

$$m_1 = \frac{\bar{\nu}_3^1 M_1}{M_3}, \quad m_2 = \frac{\bar{\nu}_3^2 M_2}{M_3}, \quad g_2 = \frac{G_2}{M_2}, \quad k = \frac{K}{(1-n_P)\chi_\Pi p_3 M_3}.$$

Госзакупки G_2 надо считать заданными.

На этом описание картельной стратегии производителей завершается. В конечном счете из материальных балансов типа (5.2.21) определяются выпуски Y_1, Y_2, Y_3 секторами конечных продуктов на внутренний рынок потребительских продуктов в зависимости от относительных рыночных цен $\bar{p}_1$, $\bar{p}_2$, относительной величины льготных кредитов k и относительной величины госзакупок g_2.

Наконец, из уравнения (5.2.23) и условия (5.2.27), которое, как показано, обращается в равенство, определяются чистые доходы производителей:

$$\bar{\Phi}_i = (1-n_P)\frac{1-\bar{\rho}_L}{1-\bar{\rho}}\cdot\frac{1+\delta\theta_\Pi}{1+\gamma_{N_i}\theta_\Pi}\left\{\bar{p}_i(v_3^i)^2 - \vartheta^s\left[\bar{p}_i m_i 2v_3^i\left(1-\frac{v_3^i}{2}\right)+\Delta\bar{p}_i m_i g_i\right]\right.$$

$$\left.+\vartheta^d\bar{p}_i m_i v_3^i\right\}, \quad i = 1,2,$$

$$\bar{\Phi}_3 = (1-n_P)\frac{1-\tilde{\rho}_L}{1-\tilde{\rho}}\cdot\frac{1+\delta\theta_\text{П}}{1+\gamma_{N_i}\theta_\text{П}}\left\{(v_2^3)^2 - \vartheta^s 2v_2^3(1-\frac{v_2^3}{2}) + \vartheta^d \bar{p}_2 \nu v_2^3\right\},$$

$$\bar{\Phi}_i = \frac{\Phi_i}{p_3 M_3}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Здесь

$$\gamma_{N_i^P} = \frac{1}{N_i^P}\frac{dN_i^P}{dt}, \quad \gamma_{L_i^P} = \frac{1}{L_i^P}\frac{dL_i^P}{dt} = \frac{K_i}{L_i^P} —$$

темпы роста соответствующих переменных;

$$\vartheta^s = \frac{(1-\tilde{\rho}_L)e^{-\delta\tau_\text{П}} - (1-\tilde{\rho})\cdot\frac{[p_i(Y_i+Z_i)+q_iG_i]_{t-\tau_\text{П}}}{p_i(Y_i+Z_i)+q_iG_i}}{(1-\tilde{\rho}_L)(1+\delta\theta_\text{П})},$$

$$\vartheta^d = \frac{(1-\tilde{\rho}_L)(1+\delta\theta_\text{П}) - (1-\tilde{\rho})(1+\gamma_{N_i}\theta_\text{П})}{(1-\tilde{\rho}_L)(1+\delta\theta_\text{П})}, \quad \tilde{\rho}_L = \frac{\rho}{\gamma_{L_i}}.$$

Выражение для ϑ^s упрощается, если рассматривать равновесное состояние экономики с темпом инфляции γ. Тогда

$$\gamma_{N_i} = \gamma_{L_i} = \gamma, \quad \tilde{\rho}_L = \frac{\rho}{\gamma} = \tilde{\rho}_\gamma,$$

$$\vartheta^s = \frac{(1-\tilde{\rho}_\gamma)e^{-\delta\tau_\text{П}} - (1-\tilde{\rho})e^{-\gamma\tau_\text{П}}}{(1-\tilde{\rho}_\gamma)(1+\delta\theta_\text{П})},$$

$$\vartheta^d = \frac{(1-\tilde{\rho}_L)(1+\delta\theta_\text{П}) - (1-\tilde{\rho})(1+\gamma\theta_\text{П})}{(1-\tilde{\rho}_\gamma)(1+\delta\theta_\text{П})}.$$

Доходы i-го сектора разделяются на фонд оплаты труда занятых в секторе Φ_i^R и инвестиции Φ_i^I:

$$\Phi_i = \Phi_i^R + \Phi_i^I.$$

В соответствии с экономической ситуацией 1992-94 годов, надо полагать, что инвестиции направлялись в коммерческие структуры, например, в собственный капитал коммерческих банков.

5.3.2. Внутренний рынок потребительских продуктов

Внутренний рынок потребительских продуктов делится на два сегмента. В первом сегменте торгово–посреднические структуры и импортеры предлагают отечественные и импортные продукты текущего потребления и длительного пользования, а население покупает эти продукты. Во втором сегменте производители третьего сектора предлагают свой продукт на импорт, а экспортеры покупают его.

Население. Население делится на группу занятых в секторах производства и получающих доходы Φ_i^R (эту группу условимся называть "рабочими") и группу получающих доходы в виде прямых выплат из государственного бюджета S. В эту группу входят служащие государственных и подобных им организаций и учреждений, пенсионеры, студенты, безработные и т.п. Их будем называть условно "служащими". Уже сформировалась третья группа населения — получающих доход с капитала. Однако о них было известно немного, когда создавалась эта модель, поэтому пока их потребительские расходы не принимаются в расчет.

Численность занятых в секторах считается неизменной во времени и заданной, так же как и численность остальных групп.

Потребительское поведение населения зависит от реального дохода на душу населения. Сразу же после реформы началась сильная дифференциация реальных доходов населения, поэтому следовало бы делить население на бедных, среднюю группу и богатых. Бедные тратят все доходы на покупку продуктов текущего пользования. Средняя группа делит потребительские расходы между продуктами текущего потребления и длительного пользования. Богатые, кроме того, предъявляют спрос на валюту. Так было в 1993г., когда создавалась модель. При изменении реальных доходов численность групп изменяется, и таким образом можно описать изменение структуры потребления населения при изменении реальных доходов. В частности, можно было надеяться обнаружить эффект Гиффина: увеличение потребительского спроса на товар, относительная цена которого растет.

Однако от этого описания пришлось отказаться, потому что не было данных о распределении населения по доходам и по потребительским расходам. Пришлось использовать простое, стандартное описание потребительского поведения населения.

Население считается однородной потребительской группой, изменение структуры его потребительского спроса учитывается самым простым способом — считается, что население в фиксированной пропорции распределяет потребительские расходы между покупками продуктов первого и второго секторов (текущего потребления и длительного пользования):

$$p_1 C_1^L = \frac{1-\alpha_2}{\alpha_2} p_2 C_2^L \,. \tag{5.3.1}$$

Здесь C_1^L и C_2^L — соответственно, потребление населением продукта первого и второго сектора; α_2 — постоянная.

Из неоклассической теории потребительского спроса известно, что такое описание эквивалентно описанию потребительского поведения функцией полезности $(C^L)_1^{1-\alpha_2}(C^L)_2^{\alpha_2}$, которая характеризует взаимную заменяемость продуктов.

Количество денег у населения W изменяется в силу уравнения

$$\frac{dW}{dt} = (1 - n_L)\Phi - \Phi^L + r_2 W. \tag{5.3.2}$$

По смыслу величина W равна сумме наличности и бессрочных вкладов населения, тогда r_2 надо полагать величиной порядка процента по бессрочным вкладам. Доходы населения

$$\Phi = p_3 M_3 \sum_{i=1}^{3} \bar{\Phi}_i^R + S.$$

Здесь $\bar{\Phi}_i^R$ — определенные ранее доходы рабочих; S — доходы служащих; n_L — ставка подоходного налога с населения; Φ^L — потребительские расходы населения.

В условиях инфляции население не сберегает. Запас денег необходим, чтобы купить дорогие продукты длительного пользования. Поэтому согласно количественной теории денег можно положить $W = \theta_c p_2 C_2^L$, где θ_c — постоянная времени. Кроме того, в условиях инфляции стоимость покупок $p_2 C_2^L$, общие потребительские расходы Φ^L растут с темпом инфляции γ. Доходы разных групп населения изменяются неравномерно: медленнее всего растут доходы, получаемые из государственного бюджета, доходы занятых в производстве растут примерно в меру роста цен, а доходы занятых в коммерческих структурах растут быстрее цен. Приближенно считается, что в среднем доходы населения растут с тем же темпом, что и цены. До сих пор Сбербанк России платит по бессрочным вкладам процент, значительно меньший, чем темп инфляции. Поэтому можно считать, что r_2 пренебрежимо мал. Тогда из уравнения (5.3.2) следует, что

$$\gamma \theta_c p_2 C_2^L = (1 - n_L)\Phi - \Phi^L.$$

По определению

$$\Phi^L = p_1 C_1^L + p_2 C_2^L .$$

Из последних двух уравнений и равенства (5.3.1) получаются все величины, описывающие потребительское поведение населения:

$$\Phi^L = \frac{1 - n_L}{1 + \alpha_2 \gamma \theta_c} \cdot \Phi, \quad W = \frac{\alpha_2 \theta_c (1 - n_L)}{1 + \alpha_2 \gamma \theta_c} \cdot \Phi, \quad C_1^L = \frac{(1 - \alpha_2)(1 - n_L)}{1 + \alpha_2 \gamma \theta_c} \cdot \frac{\Phi}{p_1},$$

$$C_2^L = \frac{\alpha_2 (1 - n_L)}{1 + \alpha_2 \gamma \theta_c} \cdot \frac{\Phi}{p_2}. \tag{5.3.3}$$

В последних выражениях γ описывает инфляционные ожидания населения. Если ожидания сбываются не полностью, то количество денег у населения изменяется в силу уравнения (5.3.2).

В последних формулах можно перейти к относительным переменным, положив

$$p_1 = \bar{\nu}_3^1 p_3 \bar{p}_1, \qquad p_2 = \bar{\nu}_3^2 p_3 \bar{p}_2, \qquad \Phi^L = \bar{\phi}^L p_3 M_3, \qquad \Phi = \bar{\phi} p_3 M_3,$$

$$W = w\theta_c p_3 M_3, \quad C_1^L = \bar{C}_1^L M_3/\bar{\nu}_3^1, \quad C_2^L = \bar{C}_2^L M_3/\bar{\nu}_3^2.$$

Итак, описан потребительский спрос населения в зависимости от относительных рыночных цен, номинальных денежных доходов населения и темпа инфляции.

Импортеры. Либерализация внешнеэкономической деятельности и ослабление таможенного регулирования привели к тому, что внутренний рынок потребительских товаров России оказался открытым для импортных товаров. Импорт поступал по двум основным каналам: централизованный импорт (зерно и другие сельхозпродукты, комплектующие и оборудование, бытовая электроника) и нецентрализованный (в основном продукты текущего потребления и товары длительного пользования). Централизованный импорт осуществлялся, в основном, за счет льготных кредитов по решениям правительства, нецентрализованный импорт оплачивался за счет коммерческих кредитов.

В условиях экономической реформы производители отчасти сокращали производство, отчасти переориентировались на внешний рынок. Этому способствовал и распад прежней системы материально-технического снабжения и розничной торговли. Государственная розничная торговля сращивалась с коммерческими структурами, реализовавшими населению товары, в том числе импортные. Это приводило к тому, что отечественные товары замещались импортными, а цены на отечественные и импортные товары выравнивались. Коммерческие структуры, занимавшиеся импортом, все больше контролировали цены потребительских товаров.

Эти представления формализованы при описании деятельности продавцов на внутреннем потребительском рынке. Предполагается, что отечественные и импортные продукты полностью взаимозаменяемы и продаются по одной и той же цене. Поэтому в грубом приближении можно не отделять импортеров от других торгово-посреднических структур. В модели описан (исключительно ради простоты) только нецентрализованный импорт.

Предполагается, что на внутреннем потребительском рынке товары предлагают две однородные организованные группы импортеров, одна из которых специализируется на товаре текущего потребления, а другая — на товаре длительного пользования. По отношению к потребителям каждая из них играет роль монополиста, назначая цену товара такой, чтобы получить наибольшую чистую валютную выручку. Они имеют информацию о поведении потребителей (функциях потребительского спроса), уровне потребительских расходов, величине предложения отечественных товаров на внутреннем потребительском рынке, о ставке процента за коммерческий кредит и об обменном курсе твердой валюты. Потребители по установленным ценам на товары определяют объем спроса. Это модель равновесия Штакельберга.

По отношению друг к другу группы импортеров равноправны и устанавливают цены, которые обеспечивают каждому максимум чистого валютного дохода при фиксированной цене на товар другого. Это модель равновесия Нэша.

Чтобы описать, как импортеры-монополисты устанавливают цену на рынке, надо учесть их затраты, а для этого требуется описать полный технологический цикл импортных операций. Рассмотрим первую группу импортеров, вторая описывается аналогично. Чтобы закупить товар на внешнем рынке, импортер должен иметь конвертируемую валюту. Рубль не конвертируется, поэтому импортеры на внутренней валютной бирже покупают за рубли валюту по текущему обменному курсу κ. Для покупки валюты импортеры берут краткосрочный кредит в коммерческих банках под текущий процент r. Определяя спрос на коммерческий кредит K_1^k, импортеры исходят из того, что должны расплачиваться за кредит с процентами из выручки после реализации импорта на внутреннем рынке. При этом они берут в расчет среднюю цену реализации импортного товара $\langle p_1 \rangle = p_1 \beta_m$,

$$\beta_m = \frac{e^{\gamma\theta_I} - 1}{\gamma\theta_I},$$

за период реализации импортной сделки θ_I с учетом ожидаемого темпа инфляции γ. Итак, спрос на кредит

$$K_1^k = \beta_m e^{-r\theta_I} p_1 Y_1^I, \tag{5.3.4}$$

и спрос удовлетворяется. Планируя объем импорта Y_1^I, импортеры используют информацию о потребительском спросе $C_1^L(p_1, p_2, \Phi^L)$ и величине производства отечественного продукта Y_1:

$$Y_1^I = C_1^L(p_1, p_2, \Phi^L) - Y_1. \tag{5.3.5}$$

Взятый кредит импортеры тратят на покупку валюты. Часть валюты $(1+n^I)\pi_1^I Y_1^I$ тратится на приобретение товара на внешнем рынке по мировой цене π_1^I с учетом таможенной пошлины по нормативу n^I, оставшееся составляет чистый валютный доход d_1^I импортера. Таким образом,

$$\kappa(d_1^I + (1+n^I)\pi_1^I Y_1^I) = K_1^k. \tag{5.3.6}$$

Из выражений (5.3.4)–(5.3.6) находим, что

$$\kappa d_1^I = \left[\beta_m e^{-r\theta_I} p_1 - (1+n^I)\kappa\pi_1^I\right] \cdot \left(C_1^L(p_1, p_2, \Phi^L) - Y_1\right) \qquad (5.3.7)$$

и должно выполняться условие

$$C_1^L(p_1, p_2, \Phi^L) - Y_1 \geq 0. \qquad (5.3.8)$$

Принята гипотеза, что импортеры контролируют цену p_1 на потребительском рынке. При заданных цене p_2, потребительских расходах Φ^L, уровне предложения отечественного продукта Y_1, норме процента за кредит r, обменном курсе рубля κ и прогнозе темпа инфляции γ первая группа импортеров устанавливает цену p_1, которая дает максимум чистого валютного дохода (5.3.7) при условии (5.3.8).

В выражении (5.3.6) первый сомножитель увеличивается с ростом цены p_1, при этом он становится положительным, если $p_1 > (1+n^I)\kappa\pi_1^I / \left(\beta_m e^{-r\theta_I}\right)$. Второй сомножитель убывает с ростом p_1 и обращается в ноль при $p_1 = p_1^0$, которая находится из условия равновесия на рынке в отсутствие импорта: $C_1^L(p_1^0, p_2, \Phi^L) = Y_1$. Если $p_1 > p_1^0$, то $C_1^L < Y_1$, и импорт экономически неэффективен, потому что может остаться нереализованным. Естественно, что в таком случае импортеры планируют $Y_1^I = 0$. Следовательно, импорт экономически допустим только при условии $p_1 < p_1^0$.

Импорт приносит доход, если положителен первый сомножитель в выражении (5.3.7). Значит, условие (5.3.8) будет выполнено, и импортерам будет действительно выгодно ввозить товар, если

$$\frac{1+n^I}{\beta_m e^{-r\theta_I}}\kappa\pi_1^I < p_1 < p_1^0.$$

Это условие может быть выполнено, если

$$\frac{1+n^I}{\beta_m e^{-r\theta_I}}\kappa\pi_1^I < p_1^0. \qquad (5.3.9)$$

В противном случае $Y_1^I = 0$, и на рынке установится цена $p_1 = p_1^0$.

Аналогичным образом действуют импортеры второй группы. Теми же рассуждениями выводятся условия, при которых экономически допустим и выгоден импорт товара длительного пользования:

$$\frac{1+n^I}{\beta_m e^{-r\theta_I}}\kappa\pi_2^I < p_2^0. \qquad (5.3.10)$$

Здесь p_2^0 определена как равновесная цена из условия $C_2^L(p_1, p_2^0, \Phi^L) = Y_2$. Если неравенство (5.3.10) не выполнено, то $Y_2^I = 0$, и на рынке устанавливается цена $p_2 = p_2^0$.

Если считать, что одновременно выполнены неравенства (5.3.9) и (5.3.10), для вычисления цен p_1 и p_2 можно использовать необходимые условия экстремума функций d_1^I и d_2^I. Надо использовать функции потребительского спроса (5.3.3), выраженные в относительных переменных, чтобы из них получить систему уравнений, решение которой определяет относительные цены потребительских продуктов:

$$\bar{p}_1 = \sqrt{\frac{\beta\kappa}{\kappa_3^1}\bar{\Phi}^L\frac{1-\alpha_2}{y_1}}, \quad \bar{p}_2 = \sqrt{\frac{\beta\kappa}{\kappa_3^2}\bar{\Phi}^L\frac{\alpha_2}{y_2}}. \tag{5.3.11}$$

Введены обозначения

$$\bar{y}_1 = \frac{\bar{\nu}_3^1 Y_1}{M_3}, \quad \kappa_3^1 = \frac{\bar{\nu}_3^1 p_3}{\pi_1^I}, \quad \bar{\Phi}^L = \frac{\Phi^L}{p_3 M_3},$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\bar{\nu}_3^2 Y_2}{M_3}, \quad \kappa_3^2 = \frac{\bar{\nu}_3^2 p_3}{\pi_2^I}, \quad \beta = \frac{1+n^I}{\beta_m e^{-r\theta_I}}.$$

Поскольку относительные цены

$$\bar{p}_1^0 = \frac{1-\alpha_2}{\bar{y}_1}\bar{\Phi}^L, \quad \bar{p}_2^0 = \frac{\alpha_2}{\bar{y}_2}\bar{\Phi}^L$$

не зависят одна от другой, выражения (5.3.11) можно представить в виде

$$\bar{p}_1 = \bar{p}_1^0 \min\left\{1, \sqrt{\frac{\beta\kappa}{\bar{p}_1^0\kappa_3^1}}\right\}, \quad \bar{p}_2 = \bar{p}_2^0 \min\left\{1, \sqrt{\frac{\beta\kappa}{\bar{p}_2^0\kappa_3^2}}\right\}. \tag{5.3.12}$$

После того, как определились цены, импорт товаров вычисляется как $Y_1^I = C_1^*(r,\kappa,\gamma,\Phi^L,Y_1,Y_2) - Y_1$, $Y_2^I = C_2^*(r,\kappa,\gamma,\Phi^L,Y_1,Y_2) - Y_2$ в зависимости от параметров состояния экономики Φ^L, Y_1, Y_2 и конъюнктуры r, κ и γ.

Суммарный спрос импортеров на коммерческий кредит выражается в виде

$$K^k = \beta_m e^{-r\theta_I} p_3 M_3 \bar{\Phi}^L \bar{k}^k,$$

$$\bar{k}^k = 1 - (1-\alpha_2)\min\left\{1, \sqrt{\frac{\beta\kappa}{\bar{p}_1^0\kappa_3^1}}\right\} - \alpha_2 \min\left\{1, \sqrt{\frac{\beta\kappa}{\bar{p}_2^0\kappa_3^2}}\right\}. \tag{5.3.13}$$

Осталось выписать уравнения изменения финансовых активов и пассивов импортеров. Достаточно выписать уравнения изменения суммарных остатков N^I расчетных рублевых счетов, суммарных остатков N_ν^I расчетных валютных счетов и изменения суммарной задолженности L^I для всех импортеров вместе. Остаток N^I изменяется вследствие поступлений выручки от реализации импорта на внутреннем рынке, получения кредита K^k и списаний на выплату кредита H^k и выплату процента за кредит, а также из-за рублевой интервенции d^I на валютную биржу:

$$\frac{dN^I}{dt} = p_1 Y_1^I + p_2 Y_2^I + K^k - H^k - rL^I - d^I.$$

Задолженность L^I изменяется вследствие получения и выплаты кредитов:

$$\frac{dL^I}{dt} = K^k - H^k.$$

Остаток валютного счета N_ν^I импортеров изменяется вследствие поступлений купленной валюты $\frac{1}{\kappa}d^I$ и расходов на покупку импортируемых товаров, включая импортную пошлину:

$$\frac{dN_\nu^I}{dt} = \frac{d^I}{\kappa} - (1+n^I)(\pi_1^I Y_1^I + \pi_2^I Y_2^I).$$

Если считать, что коммерческие кредиты погашаются дисциплинированно, надо положить $H^k(t) = K^k(t-\theta_I)$. Поскольку $K^k - H^k \approx \theta_I \frac{dK^k}{dt}$, можно считать, что $L^I = \theta_I K^k$. Это некоторый род технической задолженности, необходимой, чтобы непрерывно вести операции. Соответственно, на величину $\theta_I K^k$ можно уменьшить остаток расчетного счета. Теперь уравнение остатка расчетного счета можно записать в виде

$$\frac{d}{dt}(N^I - \theta_I K^k) = p_1 Y_1^I + p_2 Y_2^I - r\theta_I K^k - d^I.$$

Полные эквивалентные денежные активы импортеров $N^I - \theta_I K^k + \kappa N_\nu^I$ изменяются в силу уравнения

$$\frac{d}{dt}(N^I - \theta_I K^k + \kappa N_\nu^I) =$$

$$= \left[p_1 - (1+n^I)\kappa\pi_1^I\right] Y_1^I + \left[p_2 - (1+n^I)\kappa\pi_2^I\right] Y_2^I - r\theta_I K^k.$$

Экспортеры. На втором сегменте внутреннего потребительского рынка производители третьего сектора продают сырьевой продукт, а покупают его экспортеры. Предложение продукта Y_3 в зависимости от относительных рыночных цен $\bar{p}_1$, $\bar{p}_2$ и относительной величины льготных кредитов k было определено в предыдущем разделе.

По сценарию, существенную роль в экономическом порядке, установившемся в России в 1992г., играли экспортеры. Изучение материалов печати и отчетных данных приводило к выводу, что либерализация внешнеэкономических связей значительно оживила экспортную деятельность. По-видимому, этому способствовала экономическая политика государства, которое надеялось за счет экспорта обеспечить приток валюты. Вырученную валюту рассчитывали использовать для решения задач реформирования и структурной перестройки народного хозяйства. В экспорте были заинтересованы и производители, надеявшиеся таким способом компенсировать нарушение хозяйственных связей и нестабильность отечественных денег, исчезновение прежних источников гарантированных доходов. Наконец, экспортная деятельность была просто выгодной из-за несоответствия структуры внутренних цен структуре цен на мировом рынке. В конечном итоге все это привело к тому, что государство утратило контроль за внешнеэкономической деятельностью, доллары начали обращаться внутри страны, причем рост обменного курса доллара на внутреннем валютном рынке России был выгоден экспортерам. Экспортеры очень быстро стали экономически сильными влиятельными группами, которые, по мнению экспертов, контролировали обменный курс доллара на валютной бирже, пока на ней Центральный банк не начал активных операций с валютой.

Сами производители сырья весьма активно участвовали в экспортных операциях, поэтому была принята гипотеза, что экспортеры и производители сырья договариваются об удовлетворении спроса на него. Предложение сырья — конечного продукта третьего сектора Y_3 в зависимости от относительных цен $\bar{p}_1$, $\bar{p}_2$, относительной величины льготных кредитов k и относительной величины госзакупок g_2 определилось в п.5.2.2. Теперь надо определить спрос экспортеров на продукт третьего сектора. Для этого надо рассмотреть технологию экспортных операций.

Экспортеры, получая на мировом рынке валютную выручку за проданный товар, выставляют часть ее на продажу на валютной бирже против рублевого спроса на валюту. Мы уже знаем, что спрос на валюту предъявляют импортеры. Кроме того, спрос на конвертируемую валюту предъявляет банковская система. В условиях сильной инфляции экономические агенты были склонны сбывать рубли, и в полной мере это относилось к коммерческим банкам. Анализ балансов различных коммерческих банков в 1992г. свидетельствовал в пользу такого заключения. Поэтому считается, что коммерческие банки склонны обратить в конвертируемую валюту всю рублевую прибыль от коммерческой деятельности. Как мы уже знаем, прибыль банков образуется в форме процентных платежей за кредит. Следовательно, вся рублевая выручка от импорта $p_1 Y_1^I + p_2 Y_2^I = \frac{1}{\beta_m} e^{r\theta_I} K^k$, разделенная между импортерами и банковской системой, предъявляется как спрос на валюту на внутренней валютной бирже. Итак, суммарный рублевый спрос на конвертируемую валюту выражается как

$$\frac{1}{\beta_m}e^{r\theta_I}K^k =$$

$$= \bar{\Phi}^L\left[1-(1-\alpha_2)\min\left\{1,\sqrt{\frac{\beta\kappa}{\bar{p}_1^0\kappa_3^1}}\right\}-\alpha_2\min\left\{1,\sqrt{\frac{\beta\kappa}{\bar{p}_2^0\kappa_3^2}}\right\}\right]\cdot p_3M_3. \tag{5.3.14}$$

Рублевую выручку от проданной валюты экспортеры тратят на приобретение конечного продукта третьего сектора и на оплату пошлин и сборов в государственный бюджет. Выпишем уравнение для остатка N^E рублевого расчетного счета экспортеров:

$$\frac{dN^E}{dt} = p_1Y_1^I + p_2Y_2^I - (1+n^E)p_3Y_3^E. \tag{5.3.15}$$

На расчетный счет поступает вся рублевая выручка от продажи валюты, а списываются с него расходы на оплату экспортируемого продукта по внутренней рыночной цене p_3 и на оплату пошлин и сборов в государственный бюджет по установленной государством ставке n^E.

Поскольку сырье экспортируется достаточно крупными партиями, надо иметь операционный запас денег, чтобы быть в состоянии закупить партию. В соответствии с количественной теорией денег, предполагается, что запас

$$N^E = \theta_E(1+n^E)p_3Y_3^E.$$

Кроме того, планируя экспорт, экспортеры принимают в расчет темп инфляции $\gamma \approx \frac{1}{p_3}\frac{dp_3}{dt}$. Отсюда выражается производная в уравнении (5.3.15), в его правую часть вставляется выражение (5.3.14) суммарной рублевой выручки от продажи валюты. Таким образом получается соотношение для оценки спроса на экспортируемое сырье

$$(1+\gamma\theta_E)(1+n^E)p_3Y_3^E = \frac{1}{\beta_m}e^{r\theta_I}K^k.$$

Запишем его в относительных безразмерных переменных:

$$(1+\gamma\theta_E)(1+n^E)\bar{y}_3 = \bar{\Phi}^L\bar{k}^k\left(\frac{\kappa\beta}{\bar{\Phi}^L},\bar{y}_1,\bar{y}_2\right). \tag{5.3.16}$$

Здесь $\bar{y}_3 = \frac{Y_3^E}{M_3}$, остальные переменные были введены ранее.

Согласно принятой гипотезе, спрос экспортеров удовлетворяется, поэтому в соотношении (5.3.16) $\bar{y}_3$ есть предложение сырья производителями, определенное в п.5.2.2. Тогда из равенства (5.3.16) определяется темп инфляции γ в зависимости от Y_1, Y_2, Φ^L и внутреннего обменного курса конвертируемой валюты κ.

Итак, из принятого сценария экономических отношений следует вывод, что темп инфляции в конечном счете формируется под воздействием спроса и предложения на внутреннем рынке экспротируемого сырья и связан как с уровнями производства составляющих внутреннего валового продукта, так и с внутренним обменным курсом доллара.

Описание внутреннего потребительского рынка закончено, оно оказалось не замкнутым, а сильно связанным с описаниями рынков коммерческого кредита и конвертируемой валюты, иерархически возвышающимися над ним.

5.3.3. Рынок коммерческого кредита

По сценарию, спрос на коммерческие кредиты предъявляют импортеры. В п.5.3.2, где рассматривалась технология импортных операций, был определен спрос импортеров на краткосрочный коммерческий кредит K^k (5.3.13) в зависимости от нормы процента r, обменного курса валюты κ, темпа инфляции γ и от состояния экономики Y_1, Y_2,Φ^L.

Ранее уже условились описывать банковскую систему как единое целое, объединив Центральный банк и коммерческие банки. Основными заемщиками являются производители, импортеры и государство, а сберегателем — сама банковская система. Наличный и безналичный оборот денег не разделяется, и денежной массой считается конгломерат из наличных денег и остатков расчетных счетов всех экономических агентов. Отдельно рассматриваются ссудные счета экономических агентов.

Банковская система выдает коммерческие кредиты экономическим агентам, действующим по правилам полного хозяйственного расчета: к ним относятся импортеры. Предоставляют краткосрочный коммерческий кредит коммерческие банки. Целью деятельности коммерческих банков на рынке кредита является извлечение прибыли. В нормальной, здоровой экономике это не так, но в нашей экономике, находящейся в переходном состоянии, далеком от глобального равновесия, происходит процесс перераспределения богатства. Поэтому принятая гипотеза представляется оправданной. Более того, современная российская финансовая система возникла на базе монопольных государственных банков и пока еще не развита. Коммерческие банки играют роль монополиста на рынке коммерческого кредита и стремятся извлечь максимальную прибыль.

Мы знаем, что банковская прибыль возникает в форме процента на выданные кредиты. Выдав ссуду K^k, коммерческие банки по истечении времени θ_I получат обратно количество денег $e^{r\theta_I}K^k$. Однако оценивая в момент выдачи кредита будущие доходы, банк дисконтирует их по норме $\delta > 0$, которая выражает степень уверенности в ценности будущих доходов. Чем больше δ, тем меньше ценятся будущие доходы. Дисконтированная выручка равна $e^{-\delta\theta_I} e^{r\theta_I} K^k$. Прибыль банка оценивается как разность этой величины и величины выданной ссуды K^k.

Согласно принятой гипотезе коммерческие банки–монополисты устанавливают норму процента по кредитам r на основании информации о функции спроса на кредит $K^k = \beta_m e^{-r\theta_I} p_3 M_3 \bar{\Phi}^L \bar{k}^k(\frac{\kappa\beta}{\bar{\Phi}^L}, \bar{y}_1, \bar{y}_2)$ так, чтобы получить максимальную прибыль:

$$\left(e^{-\delta\theta_I} - e^{-r\theta_I}\right) \beta_m \bar{\Phi}_L \bar{k}^k\left(\frac{\kappa\beta}{\bar{\Phi}^L}, \bar{y}_1, \bar{y}_2\right) p_3 M_3 \to \max_{r \geq 0}. \tag{5.3.17}$$

В этом выражении функция $\bar{k}^k$ задана формулой (5.3.13). Решение задачи (5.3.17) определяет норму процента r в зависимости от обменного курса валюты κ, темпа инфляции γ и состояния экономики Y_1, Y_2, Φ^L. После этого вычисляется величина коммерческого кредита K^k и суммарный рублевый спрос на конвертируемую валюту, который был представлен выражением (5.3.14) в зависимости от κ, γ и Y_1, Y_2, Φ^L.

Банковская система открывает собственный депозитный счет D^B, на который зачисляются поступления прибылей и вклады в собственный капитал банковской системы, а списываются с него убытки и распределяемая прибыль. Банковская система осуществляет интервенции на валютную биржу, обращая часть прибыли d^B в конвертируемую валюту. Таким образом, остаток D^B изменяется в силу уравнения

$$\frac{dD^B}{dt} = \rho(L_1 + L_2 + L_3) + r\theta_I K^k - d^B.$$

Остаток валютного счета банковской системы N_ν^B подчиняется очевидному уравнению

$$\frac{dN_\nu^B}{dt} = \frac{d^B}{\kappa}.$$

Через кассу банковской системы совершаются собственные операции с деньгами: зачисление и распределение прибыли — и денежные операции, связанные с конверсией одного вида финансового актива в другой. Это — выплата денег под выданные ссуды производителям $K = K_1 + K_2 + K_3$, импортерам $\theta_I \frac{dK^k}{dt}$, государству Φ^G. Наконец, это — эмиссия денег ϵ. Таким образом, остаток N^B собственного расчетного счета банковской системы подчиняется уравнению

$$\frac{dN^B}{dt} = \rho(L_1 + L_2 + L_3) + r\theta_I K^k - K - \theta_I \frac{dK^k}{dt} - \Phi^G - d^B + \epsilon.$$

При оценке рублевого спроса на конвертируемую валюту считалось, что $d^B = r\theta_I K^k$ и что $d^I + d^B = p_1 Y_1^I + p_2 Y_2^I$. Тогда уравнение остатка расчетного счета импортеров показывает, что можно считать $N^I = \theta_I K^k$. Поскольку импортные операции финансируются через коммерческий кредит, то величина K^k характеризует масштаб импортных операций, и мы получаем оценку спроса импортеров на деньги согласно количественной теории.

В связи с банковской системой возникает еще один счет — денег в расчетах. Вспомним, производители получают выручку за реализованный товар с задержкой τ_Π. Соответственно, изменение количества денег в расчетах N^0 задается уравнением

$$\frac{dN^0}{dt} = \sum_{i=1}^{3} \left\{ [p_i(Z_i + Y_i) + q_i G_i] - [p_i(Z_i + Y_i) + q_i G_i]_{t-\tau_\Pi} \right\}.$$

Описание монопольного рынка коммерческих кредитов закончено, но оно тоже не замкнуто, а связано с описанием внутреннего рынка конвертируемой валюты. В заключение замечу, что импортеры на рынке потребительских товаров играют роль монополистов, а на рынке коммерческого кредита они, наоборот, подчиняются монополистам–коммерческим банкам.

5.3.4. Внутренний рынок конвертируемой валюты

Мы уже знаем, что по сценарию спрос на конвертируемую валюту предъявляют импортеры и коммерческие банки. В п.5.3.3, где рассматривался сырьевой сегмент внутреннего потребительского рынка, определен рублевый спрос на конвертируемую валюту (5.3.14), а в п.5.3.4, где рассмотрен рынок коммерческого кредита, спрос на валюту выражен в зависимости от обменного курса κ, темпа инфляции γ и состояния экономики Y_1, Y_2, Φ^L.

Согласно принятой гипотезе экспортеры, зная рублевый спрос на валютной бирже (функции спроса на валюту), так регулируют обменный курс валюты κ, чтобы получить наибольший чистый валютный доход.

Чистый валютный доход экспортеров оценивается как разность выручки от экспорта и расходов на экспорт с учетом текущего обменного курса валюты κ:

$$d_\nu^E = \pi_3^E Y_3^E - \frac{1}{\kappa \beta_m} e^{r\theta_I} K^k,$$

где π_3^E — цена сырья на мировом рынке, которая считается заданной.

Соответственно копится валютный счет экспортеров:

$$\frac{dN_\nu^E}{dt} = \pi_3^E Y_3^E - \frac{p_1 Y_1^I + p_2 Y_2^I}{\kappa}.$$

Гипотеза состоит в том, что экспортеры так регулируют обменный курс κ, чтобы максимизировать функцию d_v^E. Выразив d_v^E в относительных безразмерных переменных и исключив $\bar{y}_3$ с помощью равенства (5.3.16), получаем задачу на максимум

$$\left(1 - \frac{\kappa_3^3}{\kappa}\right) \bar{k}^k\left(\frac{\kappa\beta}{\bar{\Phi}^L}, \bar{y}_1, \bar{y}_2\right) \to \max_{\kappa}, \tag{5.3.18}$$

решение которой определяет обменный курс валюты κ в зависимости от темпа инфляции γ и от состояния экономики Y_1, Y_2, Φ^L. Введено обозначение $\kappa_3^3 = (1 + \gamma\theta_E)(1 + n^E)p_3/\pi_3^E$.

Вспомним, что равенство (5.3.16) определяет темп инфляции γ в зависимости от Y_1, Y_2, Φ^L и внутреннего обменного курса конвертируемой валюты κ. Теперь κ можно исключить, и равенство (5.3.16) становится уравнением для определения темпа инфляции γ в зависимости от Y_1, Y_2, Φ^L. Описание замыкается, если задать параметры государственной макроэкономической политики n_P, G_i, K, ρ, n_L, S, n^I, n^E и цены мирового рынка π_1^I, π_2^I, π_3^E. Осталась не определенной и начальная цена p_3, на которую нормируются все финансовые показатели. Она тоже должна быть задана.

5.3.5. Анализ иерархии рынков

Построена иерархия рынков, которая соответствует принятому сценарию экономических отношений в нашей стране после экономической реформы и представлениям об иерархии характерных временных масштабов экономических процессов. В основании иерархической пирамиды находится производство. Производители действуют в условиях заданных рыночных цен на производимые продукты: на изменение цен они реагируют не изменением предложения продуктов, а изменением договорных цен производства, перераспределением взаимных неплатежей и, следовательно, перераспределением суммарной величины выданных льготных кредитов. Сверх того, производители оказывают давление на государство, добиваясь выделения дополнительных льготных кредитов. Однако не было необходимой информации, чтобы описать механизмы формирования льготных кредитов. Пока еще в российской экономике низка эластичность предложения товаров на рынке относительно цен, производство инерционно, и процессы регулирования уровней производства остаются относительно самыми медленными.

Договорные цены производства и суммарная величина льготных кредитов определяют доходы населения, которые вместе с выплатами населению из государственного бюджета, в свою очередь, определяют потребительские расходы населения и его спрос на потребительские товары в зависимости от относительных рыночных цен. Процессы регулирования доходов и, следовательно, потребительских расходов населения занимают следующее место в иерархии характерных временных масштабов.

Рынки потребительских товаров в пореформенной экономике России монополизированы продавцами. Они регулируют рыночные цены в зависимости от финансовой конъюнктуры, принимая в расчет потребительский спрос, в собственных интересах. Импортеры своей деятельностью влияют на потребительский спрос, но не на предложение отечественных товаров. Процессы регулирования рыночных цен быстрее процессов регулирования доходов и расходов населения.

Над рынками потребительских продуктов возвышаются еще более подвижные рынки коммерческого кредита и конвертируемой валюты. Рынок коммерческого кредита монополизирован коммерческими банками, которые в собственных интересах регулируют норму процента. Рынок валюты регулируется экспортерами. Отношения коммерческих банков и экспортеров весьма непросты. По мнению экспертов, экспортеры контролировали операции на валютной бирже, пока Центральный банк не вел на ней активных операций, поэтому и возникла идея описать экспортеров как лидеров на внутреннем валютном рынке, регулирующих обменный курс в собственных интересах. Это — равновесие по Штакельбергу на валютном рынке. Однако скоро коммерческие банки стали достаточно мощными экономическими агентами и, по-видимому, сращивались с экспортерами. Это заставляет считать их равноправными с экспортерами агентами, действующими рационально. Тогда каждый из них максимизирует собственную прибыль, считая фиксированными действия партнера. В результате банки и экспортеры так регулируют норму процента r и обменный курс κ, чтобы одновременно получить максимальную прибыль при фиксированных действиях партнера. Это равновесие по Нэшу на финансовых рынках.

Вообще говоря, равновесие по Штакельбергу не совпадает с равновесием по Нэшу. В задачах на максимум (5.3.17), (5.3.18) сделаем замену переменных

$$\bar{\kappa} = \frac{\kappa}{\kappa_3^3}, \quad \bar{\beta} = \frac{\beta}{b}, \quad b = \frac{1+n^E}{\beta_m e^{-\delta\theta_I}}$$

и переформулируем задачи:

$$\left(1 - \frac{1}{\bar{\beta}}\right) \bar{k}^k(\bar{\beta}\bar{\kappa}, \ldots) \to \max_{\bar{\beta}},$$

$$\left(1 - \frac{1}{\bar{\kappa}}\right) \bar{k}^k(\bar{\beta}\bar{\kappa}, \ldots) \Rightarrow \max_{\bar{\kappa}}.$$

Точками обозначено все, что не содержит ни $\bar{\beta}$, ни $\bar{\kappa}$. Решив первую задачу, найдем функцию $\bar{\beta} = \bar{\beta}(\bar{\kappa})$, реализующую максимум. Если подставить ее в выражение для функции, максимум которой ищется во второй задаче, найдется $\bar{\kappa}$, реализующий этот максимум, значение $\bar{\beta}$ и значение максимума в первой задаче. Это — равновесие по Штакельбергу на рынке валюты, который контролируют экспортеры. Однако можно поступить по-другому. Кроме функции $\bar{\beta} = \bar{\beta}(\bar{\kappa})$, найти функцию $\bar{\kappa} = \bar{\kappa}(\bar{\beta})$ как решение второй задачи. Это — равноправные отношения двух экономических агентов, действующих независимо друг от друга. Если оба действуют рационально, они должны принять решения $\bar{\beta}_0$, $\bar{\kappa}_0$, которые определяются как $\bar{\beta}_0 = \bar{\beta}(\bar{\kappa}_0)$, $\bar{\kappa}_0 = \bar{\kappa}(\bar{\beta}_0)$. Это решение — равновесие по Нэшу на финансовых рынках. В общем случае первый результат отличается от второго.

Пара задач оптимизации, представляющая игру коммерческих банков и экспортеров, эквивалентна задаче оптимизации

$$\mathcal{F} = \left(1 - \frac{1}{\bar{\beta}}\right)\left(1 - \frac{1}{\bar{\kappa}}\right)\bar{k}^k(\bar{\beta}\bar{\kappa}, \ldots) \to \max_{\bar{\beta},\bar{\kappa}}.$$

Очередность ходов определяет тип равновесия. Однако легко понять, что если функция выигрыша $\mathcal{F}$ имеет глобальный максимум по переменным $\bar{\beta}$ и $\bar{\kappa}$, то очередность ходов несущественна, и равновесия по Штакельбергу и Нэшу совпадают. Именно это и было показано непосредственной проверкой выполнения условий второго порядка максимума в стационарной точке функции $\mathcal{F}$.

5.3.6. Экономическая политика государства и основной финансовый баланс

Государство осуществляет макроэкономические регулирующие воздействия в рамках сложившихся экономических структур, поэтому результаты воздействий можно предсказать только в рамках этих структур или при определенных гипотезах, как будут перестраиваться структуры.

Параметры макроэкономической политики государства. Описания параметров экономической политики государства отражают характерные особенности положения России в 1992г. В государственную экономическую политику включены государственные заказы на продукты секторов G_i и бюджетные расходы на финансирование госзакупок и выплаты "служащим" из государственного бюджета S; государственные займы Φ^G; общая величина льготных кредитов K и процент по льготным кредитам ρ; налоги и сборы в государственный бюджет с добавленной стоимости по ставке n_P, подоходный налог с населения по ставке n_L, таможенная пошлина на импорт по ставке n^I, экспортная пошлина по ставке n^E. Описание схематизировано: например, ставки налогов считаются постоянными. Пока еще не учтены некоторые более или менее важные аспекты экономической политики. Самые важные из них — экономические связи с бывшими союзными республиками, централизованный импорт непотребительских продуктов, внешние займы.

В модели состояние экономического агента "государство" описывается расчетным счетом государственного бюджета N^G, ссудным счетом внутреннего государственного долга L^G и валютным счетом N_ν^G. Изменение остатка счета государственного бюджета происходит в меру доходов и расходов бюджета:

$$\frac{dN^G}{dt} = n_P \sum_{i=1}^{3} [p_i(Z_i + Y_i) + q_i G_i]_{t-\tau_\Pi} + n_L \left(\sum_{i=1}^{3} \Phi_i + S \right) +$$

$$+ n^E p_3 Y_3^E - n_P \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} p_j V_j^i - \sum_{i=1}^{3} q_i G_i - S + \Phi^G .$$

Остаток валютного счета N_ν^G изменяется вследствие поступлений пошлины с импорта и, возможно, интервенций на валютную биржу d^G:

$$\frac{dN_\nu^G}{dt} = n^I \left(\pi_1^I Y_1^I + \pi_2^I Y_2^I \right) - d^G .$$

Внутренний долг государства изменяется вследствие займов Φ^G, финансирующих дефицит государственного бюджета, или выплат, если $\Phi^G < 0$:

$$\frac{dL^G}{dt} = \Phi^G .$$

Параметры государственной экономической политики G_i, S, Φ^G, K, ρ, n_P, n_L, n^I, n^E рассматриваются как управляющие и варьируются при исследовании разных вариантов политики.

Основной финансовый баланс. Прежде чем выписывать основной финансовый баланс банковской системы, будет удобно выписать уравнения всех счетов всех экономических агентов (замечу, я ограничиваюсь случаем, когда только $G_2 \neq 0$).

$$\frac{dN_1^P}{dt} = (1 - n_P)\, [p_1 Y_1]_{t-\tau_\Pi} + K_1 - (1 - n_P) p_3 V_3^1 - \Phi_1 - \rho L_1^P , \quad (S.1)$$

$$\frac{dL_1^P}{dt} = K_1 , \quad (S.2)$$

$$\frac{dN_2^P}{dt} = (1 - n_P)\, [p_2(Z_2 + Y_2) + q_2 G_2]_{t-\tau_\Pi} + K_2 - (1 - n_P) p_3 V_3^2 - \Phi_2 - \rho L_2^P , \quad (S.3)$$

$$\frac{dL_2^P}{dt} = K_2, \qquad (S.4)$$

$$\frac{dN_3^P}{dt} = (1-n_P)\,[p_3(Z_3+Y_3)]_{t-\tau_\Pi} + K_3 - (1-n_P)p_2V_2^3 - \Phi_3 - \rho L_3^P, \qquad (S.5)$$

$$\frac{dL_3^P}{dt} = K_3, \qquad (S.6)$$

$$\frac{dW}{dt} = (1-n_L)(\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+S) - \Phi^L, \qquad (S.7)$$

$$\frac{dN^I}{dt} = \Phi^L - p_1Y_1 - p_2Y_2 - r\theta_I K^k - d^I + \theta_I\frac{dK^k}{dt}, \qquad (S.8)$$

$$\frac{dL^I}{dt} = \theta_I\frac{dK^k}{dt}, \qquad (S.9)$$

$$\frac{dN^E}{dt} = d^I + d^B - (1+n^E)p_3Y_3^E, \qquad (S.10)$$

$$\frac{dD^B}{dt} = \rho(L_1^P + L_2^P + L_3^P) + r\theta_I K^k - d^B, \qquad (S.11)$$

$$\frac{dN^B}{dt} = \rho(L_1^P + L_2^P + L_3^P) + r\theta_I K^k - K - \theta_I\frac{dK^k}{dt} - \Phi^G - d^B + \epsilon, \qquad (S.12)$$

$$\frac{dN^0}{dt} = p_1Y_1 + p_2(Z_2+Y_2) + q_2G_2 + p_3(Z_3+Y_3) -$$
$$-\,[p_1Y_1 + p_2(Z_2+Y_2) + q_2G_2 + p_3(Z_3+Y_3)]_{t-\tau_\Pi}, \qquad (S.13)$$

$$\frac{dN^G}{dt} = n_P\,[p_1Y_1 + p_2(Z_2+Y_2) + q_2G_2 + p_3(Z_3+Y_3)]_{t-\tau_\Pi} +$$
$$+n_L(\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+S) + n^E p_3Y_3^E - n_P(p_3(V_3^1+V_3^2)+p_2V_2^3) - q_2G_2 - S + \Phi^G, \qquad (S.14)$$

$$\frac{dL^G}{dt} = \Phi^G. \qquad (S.15)$$

Сначала сложим все уравнения расчетных счетов $(S.1)$, $(S.3)$, $(S.5)$, $(S.7)$, $(S.8)$, $(S.10)$, $(S.12)$, $(S.13)$, $(S.14)$. Сумма остатков всех счетов

$$N = N_1^P + N_2^P + N_3^P + W + N^I + N^E + N^B + N^0 + N^G$$

дает массу денег, называемую агрегатом M_1 (наличные деньги и сумма остатков бессрочных счетов). Оказывается

$$\frac{dN}{dt} = \epsilon, \qquad (S.16)$$

потому что $K = K_1 + K_2 + K_3$, $Z_2 = V_2^3$, $Z_3 + Y_3 = Y_3^E + V_3^1 + V_3^2$. Соотношение $(S.16)$ определяет эмиссию денег. Стоит еще раз повторить: оно показывает, что выпуск новых денег есть чисто технический итог решений, принятых всеми экономическими агентами, а не только государством.

Далее, в силу уравнений $(S.2)$,$(S.4)$,$(S.6)$,$(S.9)$,$(S.11)$, $(S.12)$,$(S.15)$

$$\frac{d}{dt}(L_1^P + L_2^P + L_3^P + L^I + L^G + N^B - D^B - N) \equiv 0.$$

Если постоянную интегрирования положить равной нулю, чтобы выполнялось правило двойного бухгалтерского счета, получается основной финансовый баланс банковской системы:

$$L_1^P + L_2^P + L_3^P + L^I + L^G + N^B = D^B + N \ , \qquad (S.17)$$

который гласит: сумма всех активов всех экономических агентов в каж-дый момент времени равна сумме всех их пассивов.

Валютные счета экономических агентов находятся не обязательно в рассматриваемой банковской системе, поэтому сложением уравнений валютных счетов импортеров, банковской системы и экспортеров получается уравнение баланса притока и расходования валюты экспортерами, импортерами и коммерческими банками:

$$\frac{dN_\nu}{dt} = \pi_3^E Y_3^E - (1 + n^I)(\pi_1^I Y_1^I + \pi_2^I Y_2^I), \qquad (S.18)$$

где $N_\nu = N_\nu^E + N_\nu^I + N_\nu^B$.

Наконец, вспомним, что суммарная величина льготных кредитов K связана с изменением суммы взаимных неплатежей производителей B уравнением

$$(1 - n_P)\chi_\Pi \frac{dB}{dt} = K. \qquad (S.19)$$

А так как $K = \frac{dL^P}{dt}$, где $L^P = L_1^P + L_2^P + L_3^P$, то можно считать

$$(1 - n_P)\chi_\Pi B = L^P. \qquad (S.20)$$

Часть взаимных неплатежей производителей льготным образом кредитуется Центральным банком. Такой ценой предотвращаются банкротства и сохраняется стабильность в обществе вместе со старой неэффективной технологической структурой производства.

5.3.7. Обсуждение результатов

Итак, представлена модель инфляционного равновесия экономики России после реформы 1992г. Система уравнений, представляющих модель, замкнута, если заданы параметры макроэкономической государственной политики. Решение ее описывает постоянные равновесные выпуски продуктов, импорт и экспорт, потребление населения, его реальные доходы, относительные цены, темп инфляции и т.п., а также растущие с темпом инфляции номинальные финансовые показатели.

Принципиально модель не отличается от простой общей модели инфляционного равновесия экономики, рассмотренной в п.5.2.1, и наследует ее основные качественные свойства. Но модель экономики России обременена массой описаний, отражающих конкретные детали экономических структур, сложившихся в России после либерализации экономики. Некоторые описания основаны на предположениях, которые трудно было заранее строго обосновать.

Встает задача проверки адекватности модели тем экономическим структурам, которые возникли в России после реформы. Проверка на адекватность, как мы уже знаем, не сводится к оценке параметров и в воспроизведении каких-то данных. Надо проверить, описывает ли модель совокупность основных качественных особенностей эволюции экономики России после реформы, а потом проводить численные эксперименты с моделью. Обсуждение простой модели инфляционного равновесия экономики и отдельных блоков большой модели показало, что основные качественные черты наших современных экономических структур модель отражает правильно. Теперь надо рассмотреть результаты систематических исследований модели.

5.4. Вычислительные эксперименты с моделью экономики России и оценки государственной макроэкономической политики

Построенная модель слишком громоздка, чтобы можно было исследовать ее аналитически в целом. Согласно методологии математического моделирования, исследования продолжались численно, с помощью вычислительных эксперименов. Результаты предыдущих аналитических исследований простой модели инфляционного равновесия помогли осмыслить результаты вычислительных экспериментов с большой моделью и сделать выводы о ее качественных свойствах. Сначала я расскажу о качественных результатах исследования большой модели, а после этого рассмотрю ее динамическую модификацию и познакомлю с некоторыми результатами вычислительных экспериментов, которые позволяют судить о возможностях макроэкономической политики государства в рамках тех экономических структур, которые сложились после реформы 1992г. Я обращаю внимание на то, что использование вычислительных экспериментов для оценки макроэкономической политики входит как завершающий этап в методологию математического моделирования. Таким образом, завершается цикл исследований сложной экономической системы, как его представляет методология математическиго моделирования, развиваемая школами академиков Н.Н.Моисеева и А.А.Самарского. В результате получаются количественные оценки, имеющие определенную прикладную ценность, потому что они позволяют понять внутренние механизмы эволюции сложной системы.

5.4.1. Структура и параметры модели

Модель характеризуется набором структурных параметров, которые задают технологическую базу производства, характерные временные масштабы разных видов экономической деятельности, поведение экономических агентов и т.п.

Секторы производства характеризуются эластичностью материальных затрат относительно цен спроса. Эластичность зависит от вида распределения производственных мощностей сектора по технологиям. Масштаб производства в каждом секторе задается суммарной производственной мощностью M_i, а технический уровень производства — средним нормативом материальных затрат $\bar{\nu}^i_j$, который характеризует производственные затраты факторов при полной загрузке мощности.

При определении номенклатуры секторов производства за основу была принята классификация 18-отраслевого межотраслевого баланса, разработанного в Центре экономической конъюнктуры при Правительстве РФ. К первому сектору отнесены отрасли: "легкая промышленность" и "пищевая промышленность"; ко второму сектору — "машиностроение и металлообработка", "прочие отрасли промышленности", "транспорт (грузовой) и связь (в части обслуживания производственной сферы)"; к третьему сектору — "электроэнергетика", "нефтегазовая промышленность", "угольная промышленность", "прочая топливная промышленность", "черная металлургия", "цветная металлургия", "химическая и нефтехимическая промышленность", "лесная, деревообрабатывающая и целлюлозно-бумажная промышленность", "промышленность строительных материалов (включая стекольную и фарфорово-фаянсовую)", "сельское и лесное хозяйство". Отрасли "строительство", "торговля и общественное питание, заготовки, материально-техническое снабжение и сбыт", "прочие виды деятельности сферы материального производства" были исключены.

Соответствующим образом был сагрегирован 18-отраслевой баланс. Мощности секторов оценивались по валовым выпускам, а средние нормы материальных затрат — по агрегированной матрице коэффициентов прямых затрат. Были использованы межотраслевые балансы в фактических ценах хозяйства СССР за 1985г. и хозяйства России за 1990г. Мощность первого сектора по данным за 1985г. была оценена в $182.5 \cdot 10^9$ *руб/год*, а по данным за 1990г. — в $215.3 \cdot 10^9$ *руб/год*. Мощность второго сектора оценена соответственно как $268.6 \cdot 10^9$ *руб/год* и $276.8 \cdot 10^9$ *руб/год*, а мощность третьего сектора — $344.4 \cdot 10^9$ *руб/год* и $438.1 \cdot 10^9$ *руб/год*.

По данным за 1985г. оказалось, что $\bar{\nu}_3^1 = 0.537$, $\bar{\nu}_3^2 = 0.307$, $\bar{\nu}_2^3 = 0.289$, а по данным за 1990г. $\bar{\nu}_3^1 = 0.647$, $\bar{\nu}_3^2 = 0.285$, $\bar{\nu}_2^3 = 0.249$. Не имея дополнительной информации трудно интерпретировать эти оценки. Можно лишь высказать предположение, что вариации средних нормативов материалоемкости секторов скорее вызваны изменением относительных цен, чем эластичностью производственных затрат. Поэтому проведенные выше оценки использовались как ориентировочные данные о порядке величин.

Характерное время оборачиваемости текущих производственных затрат $\theta_{\text{П}}$ оценить довольно трудно. Поскольку данных не было, оно считалось одинаковым во всех секторах. Эта величина связывает остаток текущего счета производителей-секторов с потоком материальных затрат и потоком выплат трудовым коллективам.

Параметр $\chi_{\text{П}}$ связывает поток льготных кредитов и прирост взаимных неплатежей производителей, следовательно, характеризует малопонятные, хуже всего описанные в модели механизмы компромисса правительства, Центрального банка, с одной стороны, и администрации предприятий, трудовых коллективов — с другой.

Постоянная времени θ_c характеризует среднее время между покупками продуктов длительного пользования населением — некоторое характерное время оборота части денег на потребительском рынке, от которого зависит спрос населения на деньги. Норматив α_2 задает пропорцию потребительских расходов населения на продукты текущего потребления и длительного пользования.

Постоянные времени θ_I и θ_E характеризуют время оборота денег у импортеров и экспортеров, соответственно.

Наконец, коэффициент дисконтирования δ характеризует степень уверенности экономических агентов в будущем, оценку ими сравнительной ценности будущих доходов.

Такие структурные параметры, как эластичность производственного спроса, производственные мощности, средние нормативы производственных затрат, пропорции потребительского спроса и расходов традиционно измеряются и изучаются экономической теорией, хотя, может быть и не в нашей стране. Последователи количественной теории денег изучают некоторые из характерных временных масштабов, но надо признать, что оценивать постоянные времени трудно. Что касается параметров типа $\chi_{\text{П}}$ или δ, то, чтобы их оценивать, надо выполнять обширные программы фундаментальных исследований. Поэтому пришлось использовать косвенные соображения при оценке постоянных времени и параметров $\chi_{\text{П}}$ и δ.

5.4.2. Результаты исследования модели методом сравнительной статики

Вспомним, при описании стратегий и отношений всех экономических агентов каждый раз принимались в расчет их инфляционные ожидания. Если ожидания оправдываются, т.е. все номинальные финансовые показатели растут с темпом роста цен γ, то индексы производства, потребительский спрос, относительные цены и другие относительные финансовые показатели остаются постоянными. Они описываются стационарным решением системы уравнений, представляющих нашу модель. При этом стационарное решение зависит, конечно, от параметров государственной экономической политики.

Можно использовать метод сравнительной статики, популярный в экономической теории: варьировать параметры государственной экономической политики и изучать, как при этом изменяются показатели, характеризующие состояние экономики. Это полезно, потому что наглядно показывает все системные связи между главными макропоказателями. А связи между макропоказателями характеризуют качественные особенности структур в экономической системе. Появляется возможность проследить, к каким структурным сдвигам приведут разные варианты экономической политики государства.

Рассмотрим некоторые результаты вычислительных экспериментов с моделью инфляционного равновесия экономики России, которые провел А.Ю.Бузин.

Должен заметить, что в обсуждаемой серии экспериментов было принято, что прибыль коммерческих банков накапливается на собственном счете банковской системы D^B, а не тратится на покупку валюты.

Исследовалось влияние параметров макроэкономической политики K, G_2, G_3, остальные параметры были фиксированы, причем считалось, что $n_L = 0, n^I = 0, n^E = 0$. Кроме того, результаты исследования влияния суммарной величины льготных кредитов K навели на мысль проанализировать влияние мировой цены на экспортируемое сырье π_3^E. Здесь мне будет достаточно рассмотреть только результаты исследования влияния льготных кредитов Центрального банка.

На рис. 5.2 и 5.3 показаны зависимости макропоказателей состояния экономики и показателей, характеризующих ее структуру, от величины льготных кредитов. По горизонтальной оси отложена относительная величина льготных кредитов $\bar{K}$, за единицу измерения которой принята предельная величина кредитов, характеризующая дефляционную границу стабильности описанных моделью структур, о которой будет сказано чуть ниже. По вертикальной оси отложены относительные величины макропоказателей и структурных показателей (кроме темпа инфляции, структуры импорта и структуры потребления), которые нормированы на соответствующие значения на дефляционной границе. Темп инфляции $\bar{\gamma}$ показан в % за время τ_{Π},

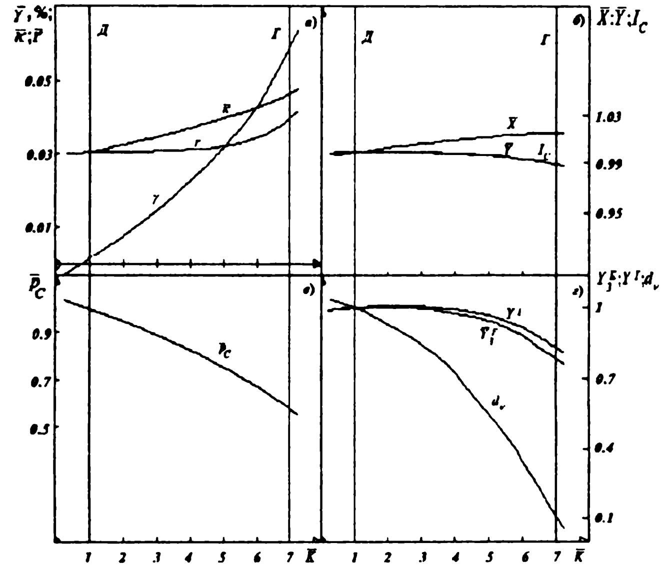


Рис. 5.2

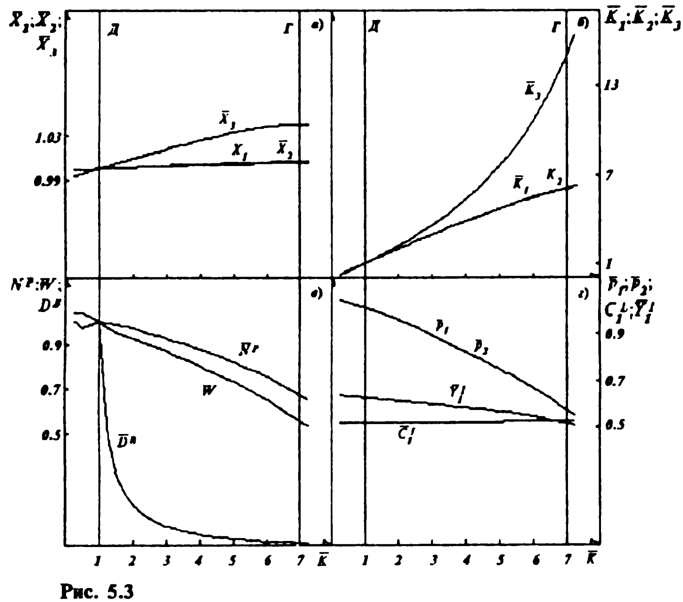


Рис. 5.3

структура импорта $\bar{Y}_1^I$ и потребления $\bar{C}_1^L$ представлены долями продукта I сектора в соответствующих суммарных величинах. Относительная цена потребления $\bar{p}_C$ определена как $(\bar{p}_1 C_1^L + \bar{p}_2 C_2^L)/(C_1^L + C_2^L)$, отнесенная к ее значению на дефляционной границе. Структура производства выражена долями валовых выпусков секторов $\bar{X}_i$ в суммарном валовом продукте хозяйства $X = X_1^1 + X_2^2 + X_3^3$, а структура льготных кредитов $\bar{K}_i$— долями кредитов, приходящимися каждому из секторов, отнесенными к соответствующим величинам на дефляционной границе. Структура цен представлена ценами продуктов $\bar{p}_1$, $\bar{p}_2$ I и II секторов, отнесенными к цене продукта III сектора и нормированными их значениями на дефляционной границе. Индекс потребления I_C построен по функции полезности $\left(C^L\right)_1^{1-\alpha_2} \left(C^L\right)_2^{\alpha_2}$.

Кривые на рис. 5.2, 5.3 наводят на некоторые нетривиальные заключения качественного порядка. Обнаруживаются дефляционный и гиперинфляционный пределы льготному кредитованию производителей. На рис. 5.2, 5.3 они показаны вертикальными линиями Д и Г соответственно. Формально дефляционный предел определяется условием: $\gamma = 0$ — цены не растут, нет инфляции. Собственный капитал коммерческих банков неограниченно растет при приближении к дефляционной границе (см. рис. 5.2 и 5.3). По существу при приближении к дефляционной границе сложившиеся структуры разрушаются, потому что они адаптированы к инфляции цен. При недостаточном льготном кредитовании производителей их доходы настолько сокращаются, что нужно уменьшать цены, чтобы сохранить прежние экономические отношения. По-видимому, разрушение структур начнется с массового бегства работников предприятий к альтернативным способам получения доходов. В результате спад производства резко ускорится. На рис. 5.2 видно, что сокращение льготного кредитования производителей вызывает спад относительного (к его значению на дефляционной границе) валового выпуска $\bar{X}$ и при сложившихся структурах.

Гиперинфляционный предел увеличению льготного кредитования производителей кладет разрушение структуры коммерческих банков. Дело в том, что планируя прибыль, коммерческие банки учитывают рост цен на внутреннем потребительском рынке. Пока темп инфляции не очень высок, даже грубые прогнозы обеспечивают устойчивую прибыль. При высоком темпе инфляции прогнозы становятся настолько неточными, что коммерческие банки начинают систематически терпеть убытки. Темп инфляции растет при увеличении льготного кредитования производителей, и гиперинфляционный предел — как раз тот объем льготных кредитов, при котором коммерческие банки терпят такие убытки, что их относительный собственный капитал $\bar{D}^B$ исчезает (см. рис. 5.3).

Заметим, что и импортеры терпят убытки в рублях на гиперинфляционной границе, хотя их валютная прибыль сохраняется, потому что с увеличением льготных кредитов растет не только темп инфляции, но и курс доллара.

Чем больше Центральный банк кредитует производителей, тем больше валовый выпуск и соответственно доходы производителей, в основном за счет базового сектора. Базовый сектор получает все большую долю льготных кредитов (см. рис. 5.3), цена сырья повышается по сравнению с ценами потребительских товаров — на рис. 5.2 это видно по уменьшению относительной цены потребления $\bar{p}_C$. Однако при этом эффективность экономики уменьшается: сокращается относительный ВВП $\bar{Y}$ (ВВП $Y = Y_1 + Y_2 + Y_3$, отнесенный к его значению на дефляционной границе) и уменьшается индекс потребления населения I_C, уменьшаются относительные экспорт $\bar{Y}_3^E$ и импорт $\bar{Y}^I$ (последний исчислен по величине $Y^I = Y_1^I + Y_2^I$); увеличивается темп инфляции $\bar{\gamma}$. Структура потребления населения смещается в сторону увеличения доли продуктов первой необходимости $\bar{C}_1^L$, тогда как структура импорта $\bar{Y}_1^I$ заметно сдвигается в противоположном направлении. Значит, отечественный продукт обрабатывающего сектора вытесняется импортным.

Структура цен потребительских товаров почти не изменяется — на рис. 5.3 кривые относительных цен $\bar{p}_1$ и $\bar{p}_2$ наложились одна на другую.

Номинальные доходы $\Phi = \Phi_1^R + \Phi_2^R + \Phi_3^R + S$ и потребительские расходы Φ^L населения, а также относительная величина наличности $\bar{W}$ у населения тем меньше, чем больше льготные кредиты. Эмиссия денег, наоборот, увеличивается с увеличением льготного кредитования производителей.

Итак, в данном эксперименте обнаружено, что излишние льготные кредиты снижают эффективность экономики, хотя и поднимают общий уровень производства. Характерно, что льготные кредиты влияют на финансовые показатели или цены значительно сильнее, чем на ВВП, уровень потребления населения и его структуру или экспорт и импорт. И еще одно характерное обстоятельство: влияние на экспорт $\bar{Y}_3^E$, импорт $\bar{Y}^I$ и особенно на валютные доходы $\bar{d}_\nu$ (они исчислены по величине $d_\nu = d_1^I + d_2^I + d_\nu^E$) куда существеннее, чем на потребление населения или ВВП. Складывается впечатление, что возникшие в России отношения экономических агентов образуют экономическую структуру, похожую на экономику стран "третьего мира". Экспортно-импортные структуры, интегрированные в мировой рынок и извлекающие сверхприбыли из поставок туда сырья для обработки, чувствительные к конъюнктуре мирового рынка и государственному регулированию, располагаются на и над отечественным хозяйством, в котором производство неэффективно, слабо реагирует на рыночные сигналы и государственное регулирование. Другие вычислительные эксперименты только укрепляют это впечатление.

Существенно, что в других вычислительных экспериментах обнаружены дефляционные и гиперинфляционные пределы других параметров государственной макроэкономической политики, например, государственных закупок продуктов второго и третьего секторов. Кроме того, обнаружено, что и цены мирового рынка на экспортируемое сырье имеют дефляционный и гиперинфляционный пределы. Таким образом, построенная модель не только описывает те свойства инфляционного равновесия, которые были обнаружены на простой модели, но и открывает новые. Главное из них — границы стабильности описанных экономических структур. Оказалось, что существуют потенциально экономически опасные сочетания параметров государственной макроэкономической политики. Они вызывают такие структурные сдвиги в экономике, которые лежат за границами существования сложившихся экономических структур. Кибернетики называют их границами гомеостазиса — области существования сложной организации. Потерявшая стабильность система продолжает эволюционировать в форме хаотических процессов самоорганизации многочисленных экономических субъектов, вышедших из рамок экономических и общественных структур. Очень сложно предсказать, к какому новому равновесию приведут эти процессы, поэтому макроэкономическую политику, которая выводит за границы стабильности, я называю потенциально опасной. В п.5.4.4, где рассматриваются результаты экспериментов с динамической модификацией модели, мы увидим, что происходит, когда экономика выходит на границу стабильности.

5.4.3. Динамическая модификация модели

В действительности инфляционные ожидания экономических агентов никогда не сбываются в точности. Кроме того, в условиях переходного периода стационарное состояние равновесия не успевает установиться — новые решения принимаются прежде того. Поэтому необходимо было создать динамическую модификацию модели, чтобы попытаться воспроизвести характерные особенности экономических процессов в российской экономике 1992–1995гг.

Динамическую модификацию модели образует система тех же уравнений материальных и финансовых балансов и описания экономических механизмов регулирования производства и распределения, которые замыкают систему уравнений балансов в модели инфляционного равновесия, если заданы параметры государственной макроэкономической политики и начальное состояние экономики. Однако теперь льготные кредиты $K(t)$ и государственные закупки у секторов $G_i(t)$ — заданы как функции времени. Вследствие этого переменные модели: выпуски Y_i, цены p_i и т.д. — теперь тоже зависят от времени.

Темпы инфляции вычисляются по фактическому изменению цен через оператор усреднения:

$$\frac{d\gamma_i}{dt} = \frac{1}{\Delta_i}\left(\frac{1}{p_i}\frac{dp_i}{dt} - \gamma\right), \quad i = 1, 2,$$

где $\Delta_i > 0$ — постоянная времени. Индекс инфляции, используемый в описании механизмов установления цен p_1, p_2, нормы процента r и т.д., определяется как

$$\gamma = \frac{\gamma_1 Y_1^I + \gamma_2 Y_2^I}{Y_1^I + Y_2^I}.$$

Темп роста цены на сырье p_3 определяется из уравнения

$$\frac{d\gamma_3}{dt} = \frac{1}{\Delta_3}\left\{\frac{1}{\theta_E}\left[\frac{e^{r\theta_I} K^k}{\beta_m(1+n^E)p_3 Y_3} - 1\right] - \gamma_3\right\},$$

стационарное решение которого удовлетворяет соответствующему уравнению модели инфляционного равновесия. Цена на сырье определяется по темпу роста γ_3:

$$\frac{dp_3}{dt} = \gamma_3 p_3.$$

Исследования показали, что в нашей экономике существенны постоянные составляющие производственных затрат. Вследствие этого спад производства сопровождается ростом средних нормативов затрат. Это обстоятельство было учтено, и в распределения мощностей по технологиям были введены постоянные составляющие затрат. Соответственно несколько изменились выражения для функций производственных затрат и спроса на льготные кредиты.

5.4.4. Результаты вычислительных экспериментов с модифицированной моделью и анализ экономического развития России в 1992–94гг.

С самого начала, как только была создана модифицированная модель, вычислительные эксперименты с ней проводит Н.Н.Оленев. Это весьма непростое дело, потому что ситуация в экономике России меняется постоянно, и приходится постоянно корректировать модель, подстраивая ее к новым данным. О некоторых самых существенных корректировках я расскажу в конце раздела 5.4.

Представление результатов вычислительных экспериментов. С помощью модифицированной модели была выполнена обширная программа вычислительных экспериментов. Некоторые из самых интересных и характерных результатов я рассмотрю в этой главе.

Результаты каждого из экспериментов представлены стандартным образом на пяти рисунках. Каждый из рисунков состоит из четырех частей, обозначенных буквами а), б), в), г). На них изображены кривые временных рядов макропоказателей, системным образом характеризующие изменение состояния экономики.

На всех графиках по оси абсцисс отложено время t в месяцах, 1 соответствует 31 января соответствующего года. В серии экспериментов, воспроизводивших развитие экономики России в 1992– 1993гг., — это 31 января 1992г.; в серии, воспроизводившей развитие в 1994 г., — 31 января 1994г.

На первом рисунке всегда показаны графики валовых выпусков секторов X_1, X_2, X_3 и реальные государственные закупки (в ценах 1990г.) G_1, G_2, G_3, измеренные в миллиардах рублей 1990г. в месяц; доходы I^G и расходы E^G (в некоторых вариантах и дефицит Δ^G) консолидированного федерального бюджета в миллиардах рублей в месяц.

На втором рисунке показаны графики индексов цен продуктов секторов p_1, p_2, p_3 и индекс потребительских цен p_C; принято, что $p_1 = 2.88$, $p_2 = 2.88$, $p_3 = 2.20$, $p_C = 2.88$ на 1 января 1992г.

На третьем рисунке показаны графики накопленных чистых валютных доходов экспортеров d_ν^E и импортеров $d_\nu^I = d_1^I + d_2^I$ в миллиардах долларов США нарастающим итогом с начала соответствующего года; процент за коммерческий кредит r в % за месяц; курс доллара США κ в рублях; денежная масса в обороте W в миллиардах рублей.

На четвертом рисунке показаны графики номинальных доходов Φ и потребительских расходов Φ^L населения в миллиардах рублей в месяц; реальных доходов населения (в ценах 1991г.) Ψ^L в миллиардах рублей в месяц; коммерческого кредита K^k в миллиардах рублей в месяц.

На пятом рисунке показаны графики темпов роста цен продуктов секторов $\hat{\gamma}p_1$, $\hat{\gamma}p_2$, $\hat{\gamma}p_3$ и потребительских цен $\hat{\gamma}p_C$ в % за месяц.

Если имеются статистические данные, то модельные временные ряды сопоставляются со статистическими временными рядами.

Таким образом, в результате одного вычислительного эксперимента с моделью получаются системно согласованные в рамках принятого сценария экономических отношений временные ряды основных материально-вещественных и финансовых макропоказателей, в агрегированной форме характеризующих состояние экономики. Далее их можно использовать как исходную информацию для оценки эффективности макроэкономической политики по разным критериям, характеризующим интересы разных экономических агентов.

Государственная макроэкономическая политика периода 1992–1993гг. Целью первых вычислительных экспериментов было проверить, пригодна ли модель для описания экономической ситуации в России после реформы 1992г. Для этого использовались статистические данные о состоянии экономики России в 1992–1993гг. [30,31] и о некоторых параметрах государственной макроэкономической политики.

Согласно имевшимся данным, макроэкономическая политика периода января 1992г. — марта 1993г. характеризовалась следующими параметрами. Государственные закупки в январе 1992г. поглощали 30%, 65% и 5% выпусков первого, второго и третьего секторов соответственно. В течение 1992г. закупки продукции первого, второго и третьего секторов падали с темпами 2%, 5% и 7% в месяц соответственно.

Размеры льготного кредитования секторов производства менялись в течение рассматриваемого периода довольно сложно. Их динамика представлена на рис. 5.4, где $\hat{K}_2 = K_1 + K_2$, а $\hat{K}_3 = K_1 + K_2 + K_3$.

Учтено, что фактически до предприятий доходило лишь 34% всего объема выделенных кредитов. 37% льготных кредитов попадало к торгово-посредническим структурам. Судьба остальных 29% процентов осталась неизвестной.

Предполагалось, что вследствие недостаточных инвестиций производственные мощности секторов в рассматриваемый период уменьшались с постоянным темпом 1.5% в месяц.

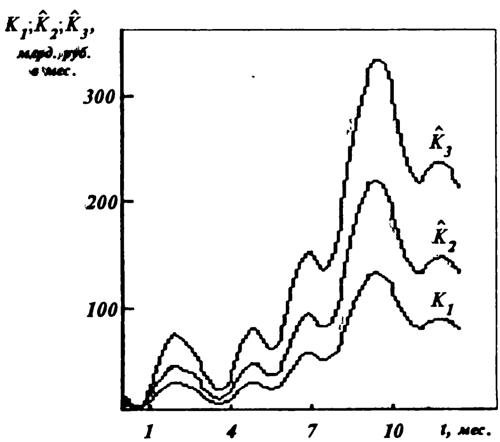


Рис. 5.4

Этой комбинацией темпа спада производства, политики государственных закупок и кредитной политики была описана действительная государственная макроэкономическая политика в период с января 1992 по март 1993гг. Она использовалась в вычислительном эксперименте, который проводился с целью оценить пригодность модели для описания послереформенных экономических структур.

Пригодность модели проверялась вычислительным экспериментом, в котором использовались оценки действительных параметров государственной макроэкономической политики (см. выше), и оценивалась по статистическим данным о состоянии экономики России в периоде января 1992г.–I кв. 1993г. [31,32]. Статистические временные ряды (кривые 2 на рис. 5.5-5.9) сравнивались с временными рядами, полученными с помощью модели (кривые 1 на рис. 5.5-5.9). Совпадение статистических и модельных рядов можно считать удовлетворительным (см. рис. 5.5-5.9). Хуже всего модель воспроизводит динамику производства (см.рис. 5.5), но и в этом случае отклонение не превышает 20%.

Я еще раз хочу обратить внимание на то, что оценка пригодности модели по статистическим данным происходит после того, как исследованы качественные свойства модели, установлено, что она правильно описывает главные качественные особенности изучаемых экономических структур и общую качественную картину взаимосвязей ма-

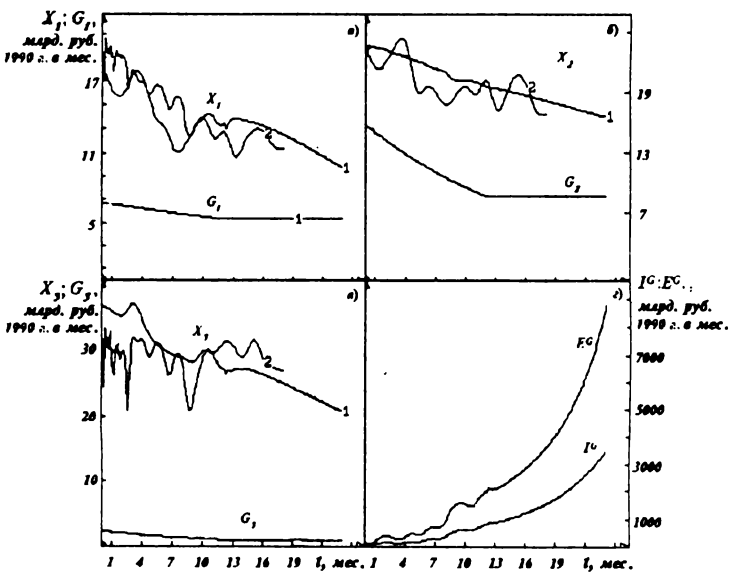
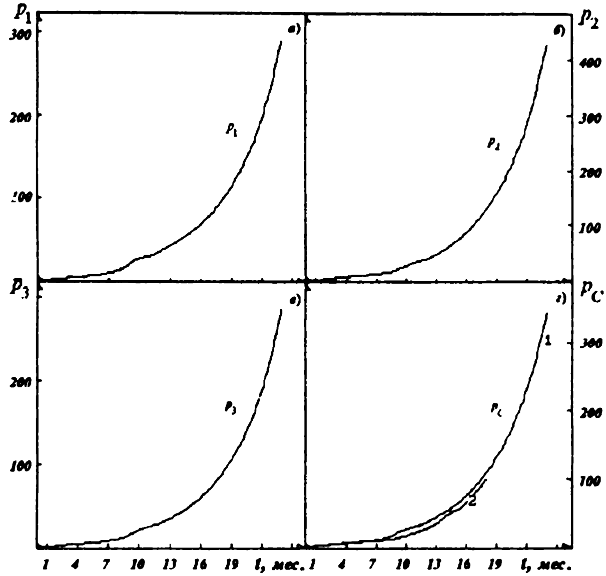
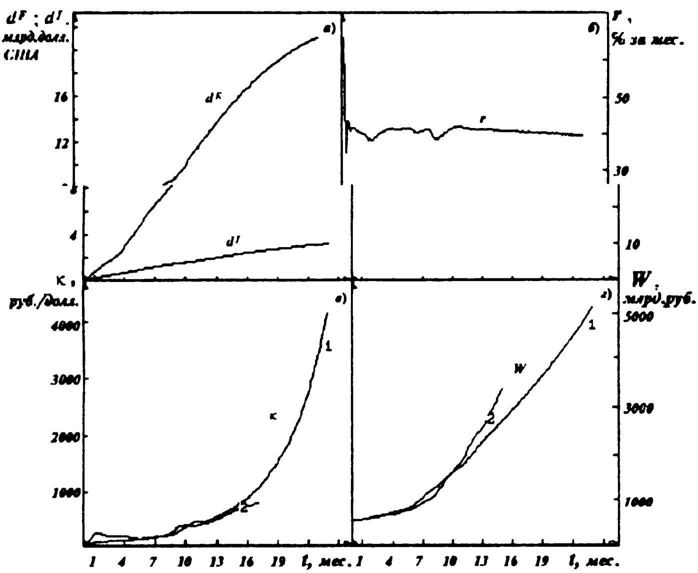


Рис. 5.5



p_1
300
200
100
а)
p_1
б)
p_2
400
300
200
100
p_2
p_3
200
100
в)
p_3
г)
p_C
300
200
100
p_C
1
2
1 4 7 10 13 16 19 t, мес.
1 4 7 10 13 16 19 t, мес.

Рис. 5.6



d^F; d^I,
млрд.долл.
США
16
12
8
4
а)
d^K
d^I
r,
% за мес.
б)
50
30
10
r
К,
руб./долл.
4000
3000
2000
1000
в)
1
2
К
W,
млрд.руб.
г)
5000
3000
1000
1
2
W
1 4 7 10 13 16 19 t, мес.
1 4 7 10 13 16 19 t, мес.

Рис. 5.7

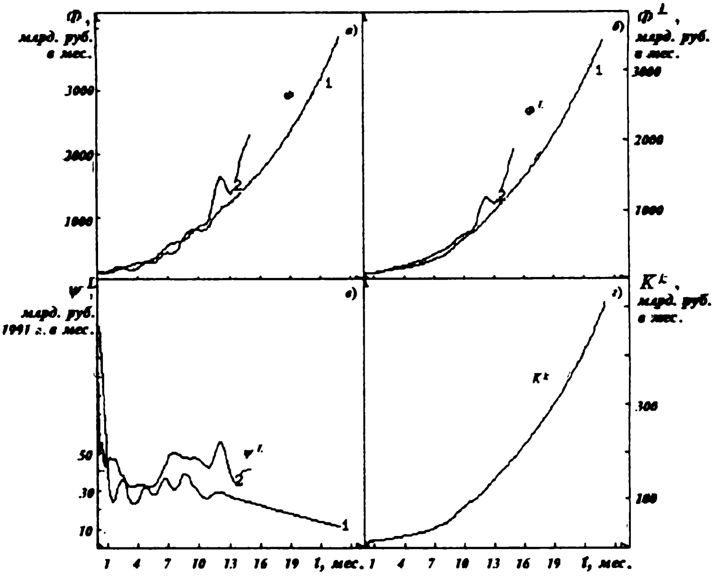


Рис. 5.8

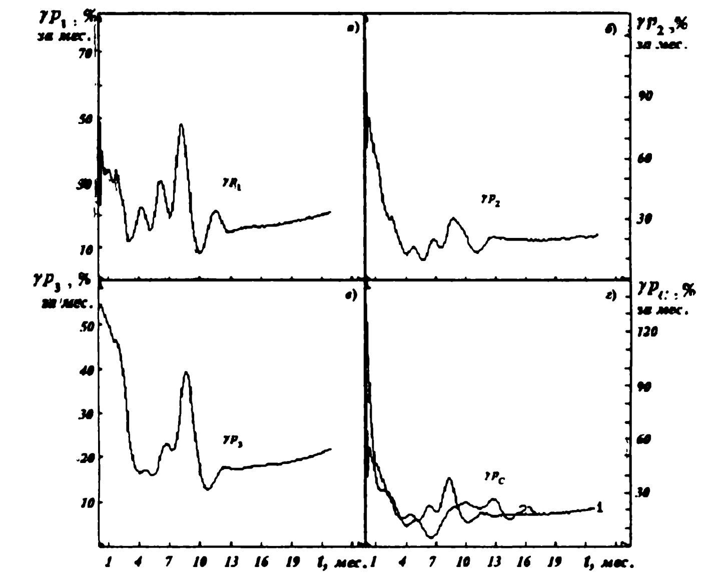


Рис. 5.9

кроэкономических параметров. Тогда можно искать количественные оценки пригодности модели в разных экономических ситуациях.

Экономически опасные варианты макроэкономической политики. После того, как мы убедились, что модель не только дает качественно верное описание экономических структур, но и удовлетворительные количественные оценки эволюции экономики, можно использовать ее для исследования того, что̀ могут дать разные варианты государственной макроэкономической политики в рамках сложившихся экономических структур. Следующей целью вычислительных экспериментов было получить результат качественного характера — нащупать потенциально опасные варианты макроэкономической политики.

Из рис. 5.4 можно понять, что в течение первых трех месяцев 1992г. правительство проводило жесткую кредитную политику. Если бы эта тенденция сохранилась, льготные кредиты прекратились бы к маю 1992г. (см. рис. 5.10).

Расчеты показали, что последствия кредитной политики, показанной на рис. 5.10, существенно зависели бы от политики государственных закупок. Останься она такой, как была, — динамика макроэкономических показателей качественно не отличалась бы от показанной на рис. 5.5-5.9, а количественно возможные вариации не превышали бы 20%. Но если бы жесткая кредитная политика сочеталась с менее жесткой политикой сокращения государственных закупок, а именно:

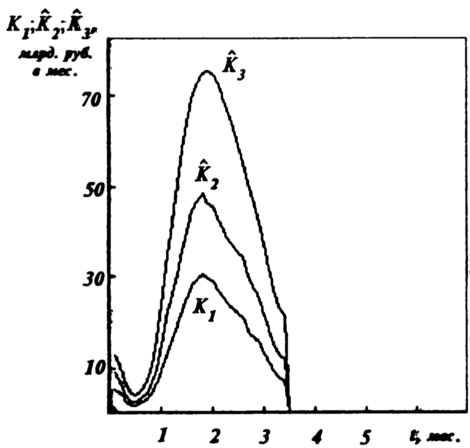


Рис. 5.10

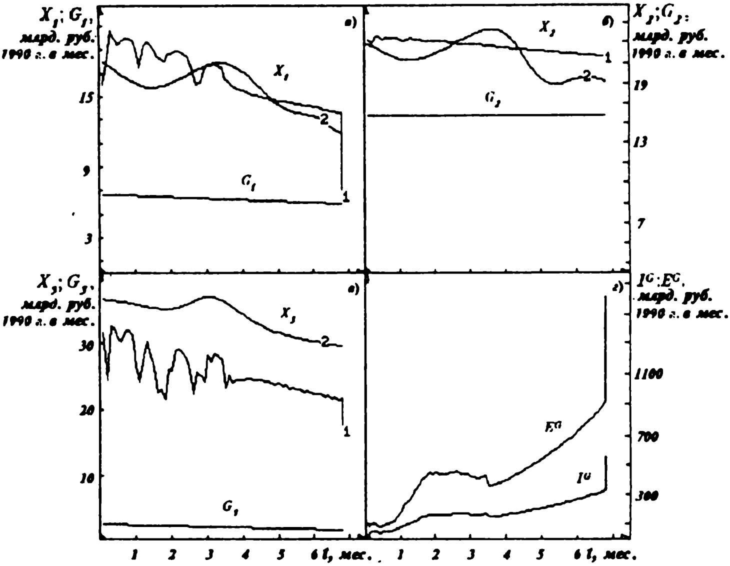


Рис. 5.11

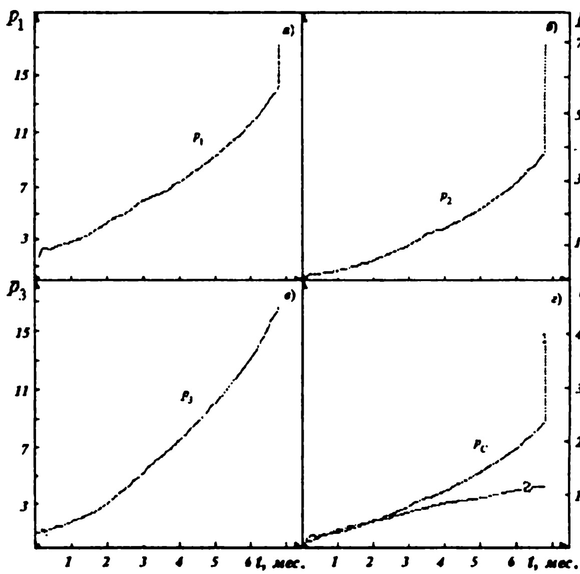


Рис. 5.12

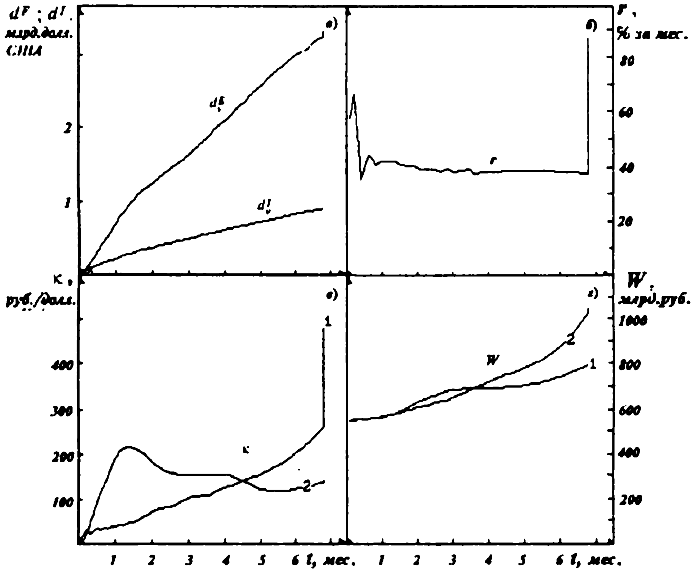


Рис. 5.13

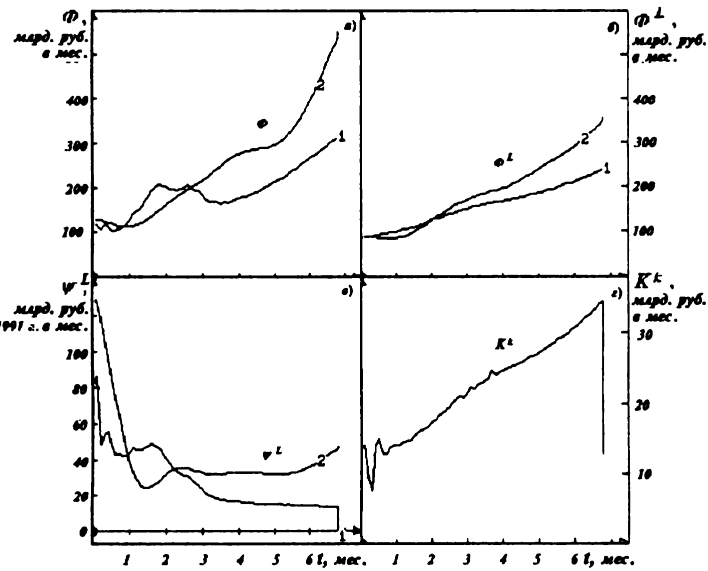


Рис. 5.14

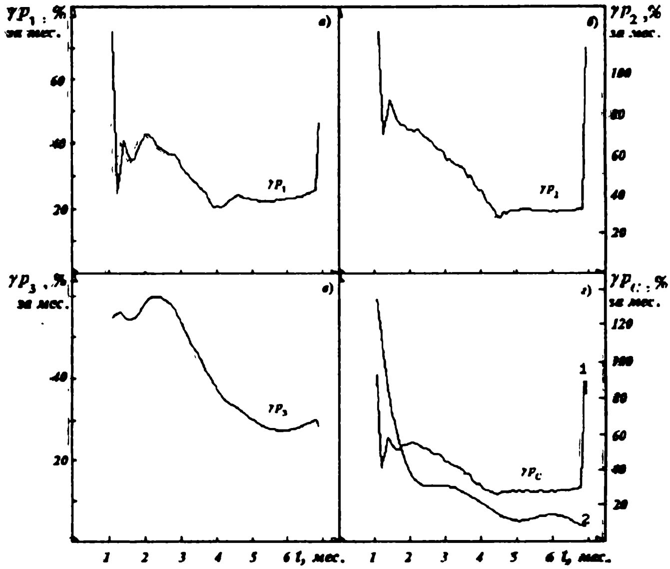


Рис. 5.15

закупки продукции второго сектора не уменьшались бы, — к июлю 1992г. экономика впала бы даже не в гипер-, а мегаинфляцию. Такие госзакупки оказались бы критическими: в полном соответствии с полученным на простой модели результатом сокращение льготных кредитов приводит к резкому спаду производства, за которым не успевает сокращение массы денег в обращении. "Лишние" деньги подхлестывают инфляцию, инфляция съедает оборотные фонды, что приводит к еще более сильному сокращению производства, и т.д. В результате производство останавливается, и экономика коллапсирует.

Эти результаты можно видеть на рис. 5.11-5.15, где цифрой 1 помечены модельные временные ряды, а цифрой 2 —статистические временные ряды, приведенные для сравнения. Кривые показывают последствия государственной макроэкономической политики, которая вызывает структурные сдвиги, выходящие за дефляционную границу стабильности описанных экономических структур. Шаг за шагом мы уточняем знания об экономической системе. Исследование модели равновесия открыло существование дефляционной и гиперинфляционной границ стабильности. Вычислительные эксперименты с динамической модификацией модели открыли характер эволюции экономики за дефляционной границей. Если раньше мы говорили о потенциально опасных вариантах государственной макроэкономической политики, то теперь мы имеем право называть их просто экономически опасными.

Модель дает возможность исследовать границы экономической безопасности вариантов государственной макроэкономической политики. Например, было исследовано, при каких условиях может быть экономически опасной забастовка производителей третьего сектора — так моделировались последствия угрозы массовой забастовки шахтеров в 1993г. Был исследован экономически опасный предел роста постоянной составляющей производственных затрат — так моделировались возможные последствия суровой зимы, прогнозировавшейся в 1993– 94гг. Были исследованы экономические последствия дополнительных государственных расходов, вызванных чеченским кризисом 1994–95гг. Подробности можно найти в книге [30].

Проблема экономической безопасности стала одной из основных забот Совета безопасности при Президенте РФ. Научная постановка этой проблемы совсем не проста из-за неопределенности самого понятия "экономическая безопасность". Попытки априорно сформулировать какие-то общие концепции и критерии экономической безопасности наверняка вызовут долгие и бесплодные дискуссии.

Но к 1993г. с практической стороны проблема экономической безопасности стала для страны жизненно важной. Ход экономической реформы ввергнул экономику России в глубокий кризис и расколол общество. Кто пугал голодом, кто — превращением России в сырьевой придаток развитых стран, кто — опасностью свалиться на обочину столбового пути развития цивилизации. Одним словом, у большинства населения росло ощущение надвигающегося развала, поэтому сочетание слов "экономическая безопасность" отнюдь не казалось бессодержательным. Следовательно, актуальной была и задача выработать научный подход к оценке экономической безопасности.

Результаты исследований, с которыми я уже познакомил читателей, показывают, что к проблеме экономической безопасности можно подойти как к специальной задаче оценки последствий макроэкономических решений и применить методы системного анализа развивающейся экономики для ее изучения. Решение — это целенаправленное действие, которое предпринимается в чьих-то интересах. Поэтому нет смысла говорить об экономической безопасности вообще, надо говорить об экономической безопасности экономических агентов как о большем или меньшем соответствии последствий принятого решения интересам каждого из них. Экономическая система — иерархически организованная система отношений экономических агентов, в которой каждый агент активно реагирует на решения, принимаемые на всех уровнях иерархии. Оценивая последствия макроэкономических решений, надо явным образом учитывать сложившуюся реальную систему отношений экономических агентов. Экономический агент — не физическое и даже не юридическое лицо, а некоторая их совокупность, которая образует динамически стабильную структуру в системе сложившихся экономических отношений, потому что исполняет определенную функцию в общественном воспроизводстве. До самого последнего времени экономическая теория предпочитала иметь дело только со стабильными структурами. В переходный период смены экономического уклада изменяются экономические отношения, одни экономические структуры разрушаются, а вместо них возникают новые. Миллионы случайностей могут оказаться решающими при возникновении новых структур, поэтому трудно прогнозировать, какая структура возникнет на месте прежней. Следовательно, потенциально экономически опасными надо считать те макроэкономические решения, которые приводят к потере стабильности системы отношений, описанной в модели. Потенциально опасные решения надо подвергать детальному экспертному анализу, исследовать на более детальных моделях, чтобы выделить действительно экономически опасные решения.

При таком подходе проблема экономической безопасности становится понятной не только эмоционально, но и содержательно, намечается метод ее конструктивного обсуждения. Сердцевиной метода становится конкретный, содержательный, системный анализ экономических отношений главных агентов в процессе смены экономического уклада. Инструментом анализа служат современные компьютерные технологии обработки информации, позволяющие синтезировать разнородные модели и процедуры в единую систему.

Исследование среднесрочных последствий вариантов государственной макроэкономической политики. Сочетание темпа изменения производственных мощностей, политики реальных государственных закупок, кредитной политики и других параметров государственной макроэкономической политики вместе с порожденными им с помощью модели временными рядами макропоказателей я буду называть "образ развития экономики". Образ развития экономики, который воспроизводил действительное развитие экономики России с января 1992г. по март 1993гг., был представлен выше. Он принят за базовый и с ним сравниваются другие, уже гипотетические, образы развития экономики, чтобы оценить влияние разных параметров государственной макроэкономической политики на развитие экономики.

Все образы развития экономики, в которых производственные мощности секторов уменьшаются с темпом 1,5% в месяц с начала 1992г. и до конца 1993г. назову пессимистическими. (Этот темп согласуется со статистическими данными об экономике России.) Все образы развития экономики, в которых падение производственных мощностей секторов прекращается к июлю 1993г. (напомню, расчеты проводились в июне 1993г.), назову оптимистическими.

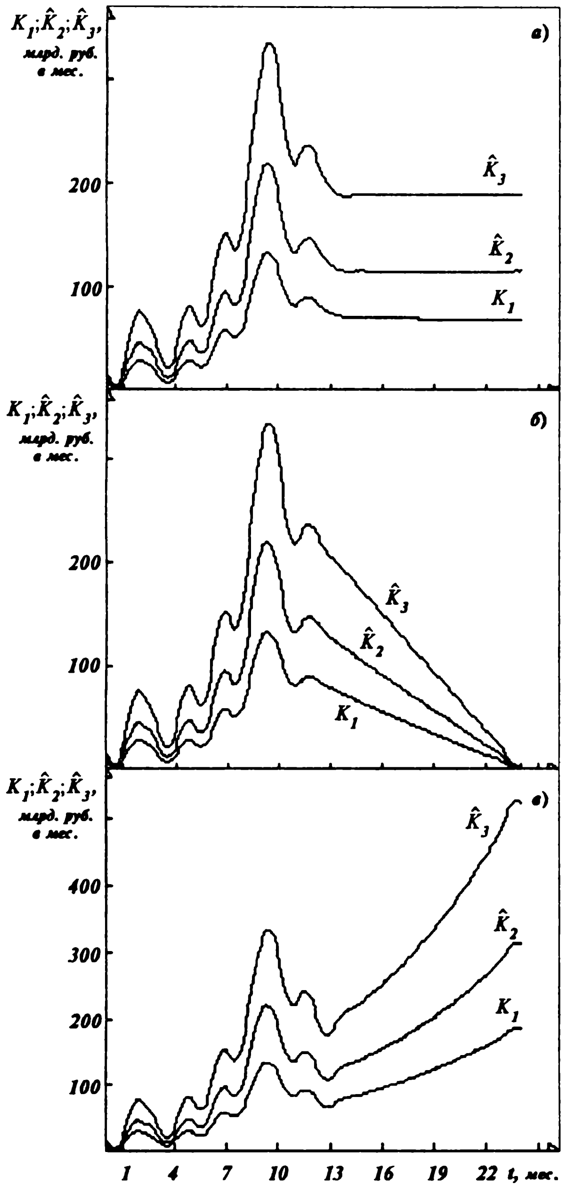


Рис. 5.16

Рассмотрим результаты сравнительного исследования разных сочетаний кредитной политики и политики государственных закупок с их базовым сочетанием в пессимистических образах развития экономики. На некоторых рисунках для сведения приводятся статистические временные ряды макроэкономических показателей.

Были исследованы три варианта политики льготного кредитования на апрель-декабрь 1993г.: а) умеренно жесткая кредитная политика (базовый вариант); б) жесткая кредитная политика; в) политика кредитной экспансии. Они представлены кривыми на рис. 5.16.

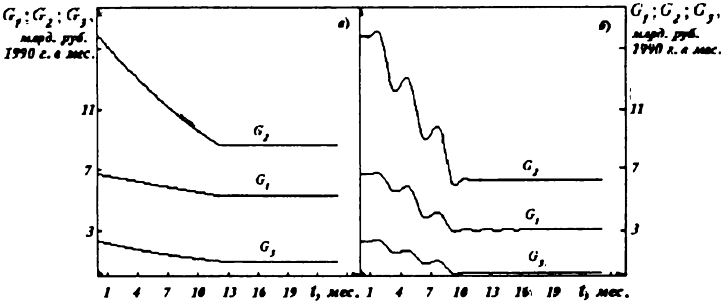


Рис. 5.17

Три варианта кредитной политики сочетались с двумя вариантами политики сокращения государственных закупок: а) умеренно жестким (базовый вариант); б) жестким (см. рис. 5.17).

Результаты эксперимента, в котором умеренно жесткая кредитная политика сочеталась с такой же политикой сокращения государственных закупок в пессимистическом образе развития экономики, показаны на рис. 5.5–5.9. Именно он использован в качестве базового. В оптимистическом образе развития экономики использовано только базовое сочетание умеренно жесткой политики льготного кредитования и такой же политики сокращения государственных закупок.

Некоторые результаты вычислительных экспериментов показаны на рис. 5.18–5.32 и обсуждаются ниже.

Пессимистические образы развития экономики: разные варианты кредитной политики. На рис. 5.18–5.22 представлены результаты вычислительных экспериментов, в которых исследованы разные варианты кредитной политики в сочетании с умеренно жесткой политикой сокращения государственных закупок. Значения показателей января 1993г. отнесены к их значениям в январе 1992г., показателей февраля 1993г. — к их значениям в феврале 1992г., и т.д. Кривые 1 соответствуют умеренно жесткой кредитной политике, кривые 2 — жесткой кредитной политике, кривые 3 — кредитной экспансии.

Кривые показывают, чем больше льготное кредитование производителей, тем выше индексы производства (см.рис. 5.18,а)–в)) и реальные доходы населения (см. рис. 5.21,в)). Однако при этом значи-

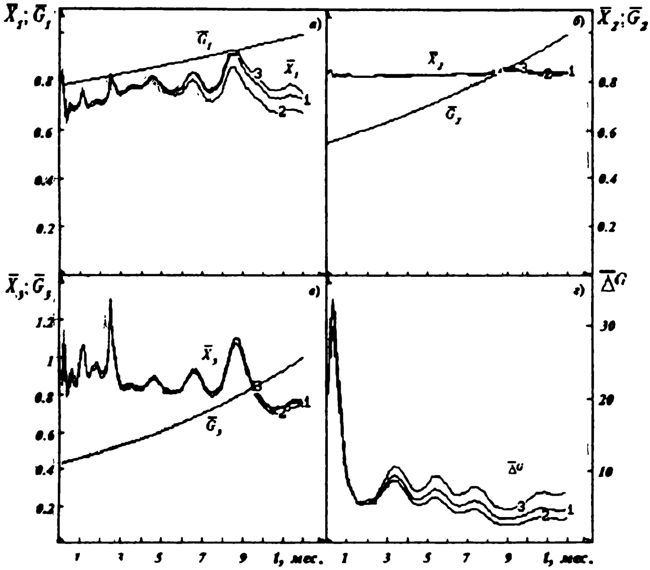


Рис. 5.18

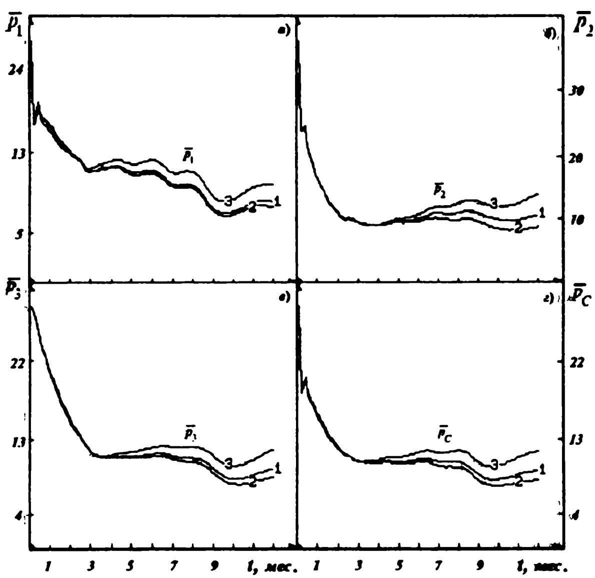


Рис. 5.19

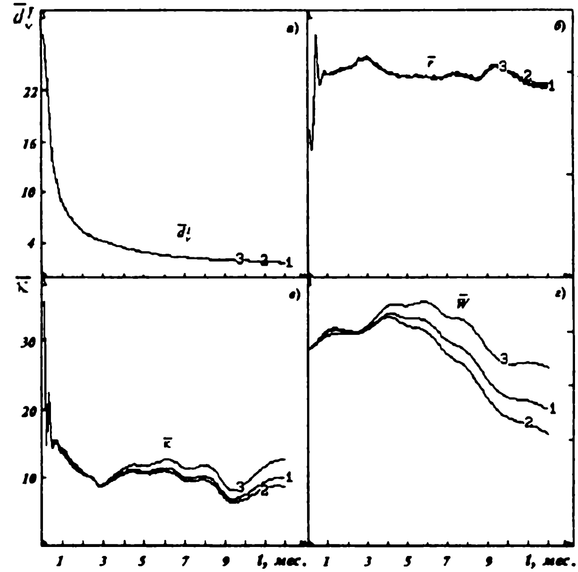


Рис. 5.20

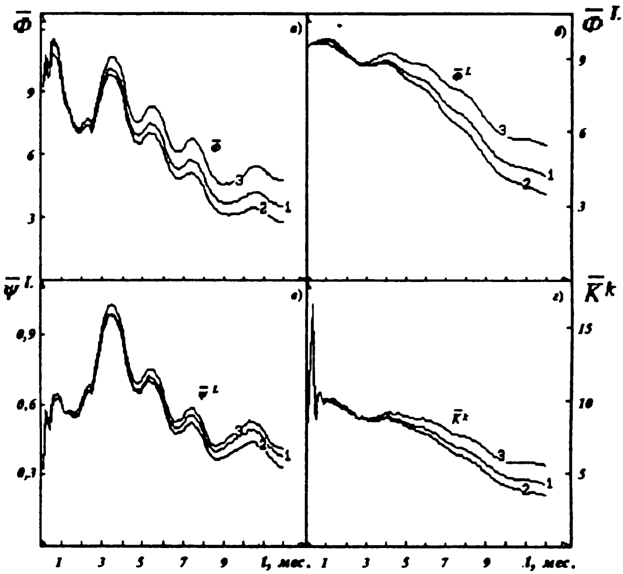


Рис. 5.21

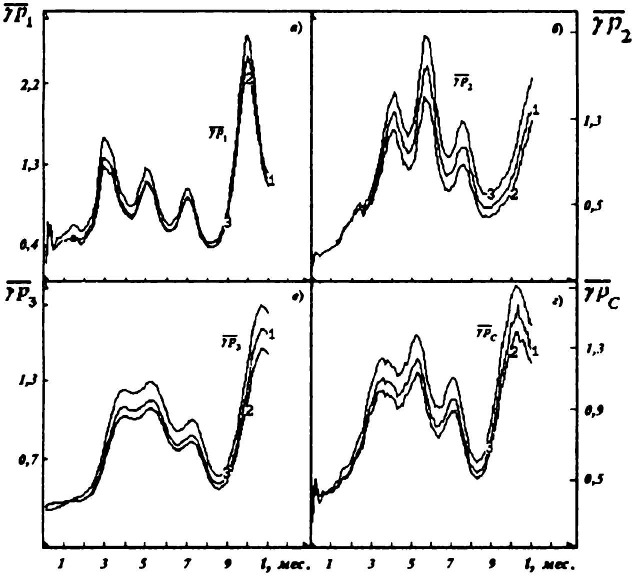


Рис. 5.22

тельно увеличиваются темпы инфляции (см. рис. 5.22а)–в)), дефицит государственного бюджета $\Delta^G = I^G - E^G$ (см. рис. 5.18,г)), денежная масса в обращении W (см. рис. 5.20,г)), т.е. экономика становится более инфляционной.

Примечательно, что значительные вариации политики льготных кредитов не изменяют качественный характер экономического развития. В любом случае в 1993г. производство сокращается на 10-20%, реальные доходы населения — примерно наполовину, цены и курс доллара возрастают примерно в 10 раз по сравнению с 1992г., и т.д.

Пессимистические образы развития экономики: разные варианты политики государственных закупок. На рис. 5.23–5.27 представлены результаты экспериментов, в которых исследованы разные варианты политики сокращения государственных закупок в сочетании с умеренно жесткой политикой льготных кредитов. Кривые 1 представляют базовый вариант с умеренно жесткой, кривые 2 — вариант с жесткой политикой сокращения государственных закупок, а кривые 3 — статистические временные ряды.

Во-первых, можно заметить, что политика государственных закупок влияет сильнее, чем политика льготных кредитов, на все макроэкономические показатели. Во-вторых, чем жестче политика снижения государственных закупок, тем благоприятнее образ развития экономики. Возрастает уровень производства, в основном за счет роста производства в базовом секторе (см. рис. 5.23,а)–в)). Увеличива-

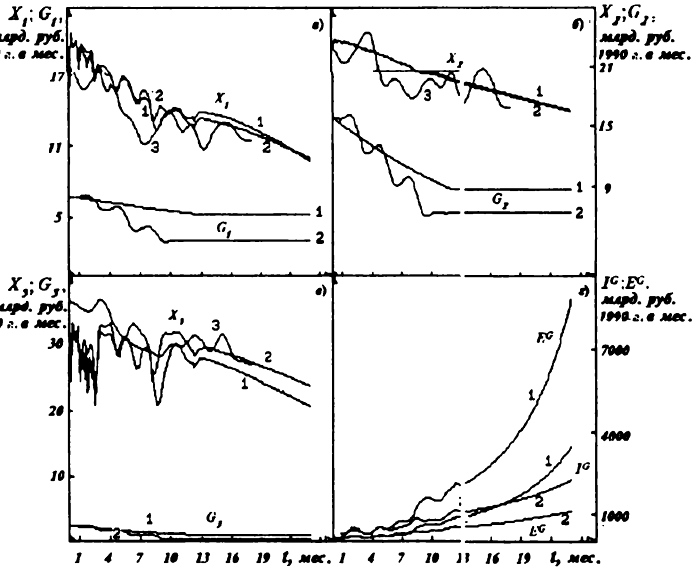


Рис. 5.23

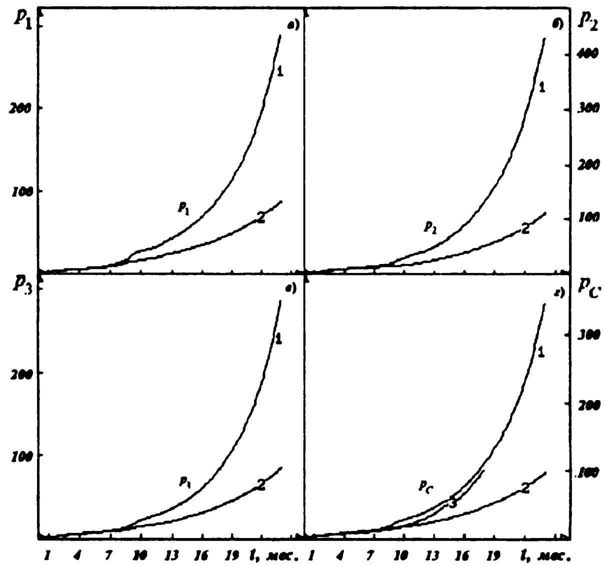


Рис. 5.24

ются реальные доходы населения (см. рис. 5.26,в)). Экономическое развитие существенно менее инфляционно: снижаются темпы инфля-

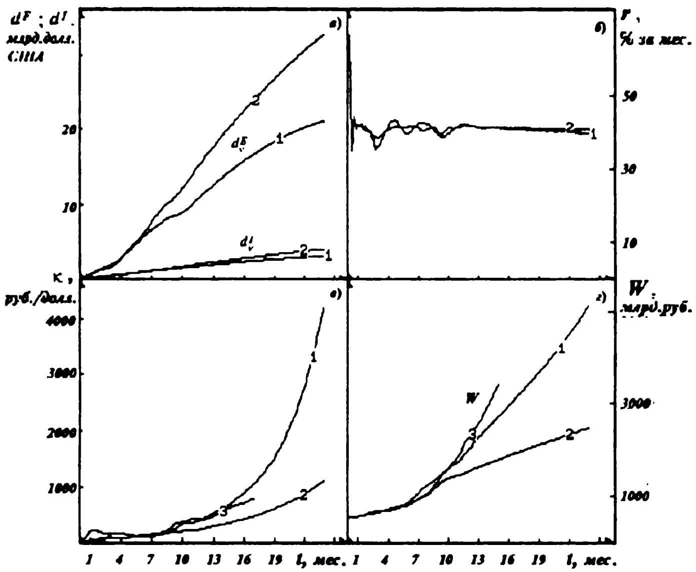


Рис. 5.25

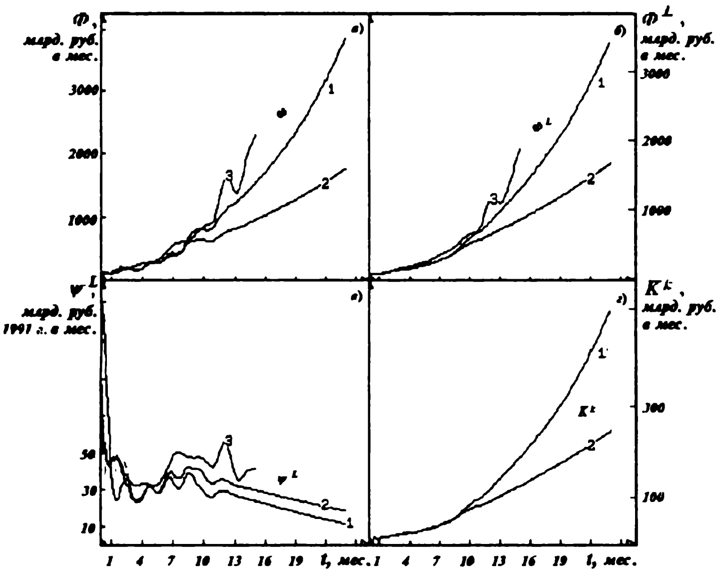


Рис. 5.26

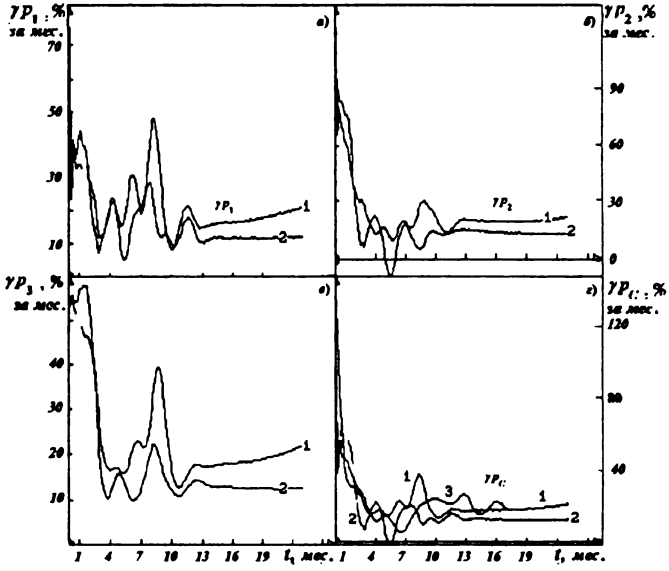


Рис. 5.27

ции (см. рис. 5.27), дефицит государственного бюджета $\Delta^G = I^G - E^G$ (см. рис. 5.23,г)), денежная масса в обращении W (см. рис. 5.25г)). Чем жестче политика снижения закупок, тем больше чистые валютные доходы экспортеров d_ν^E и импортеров d_ν^I (см. рис. 5.25,а)).

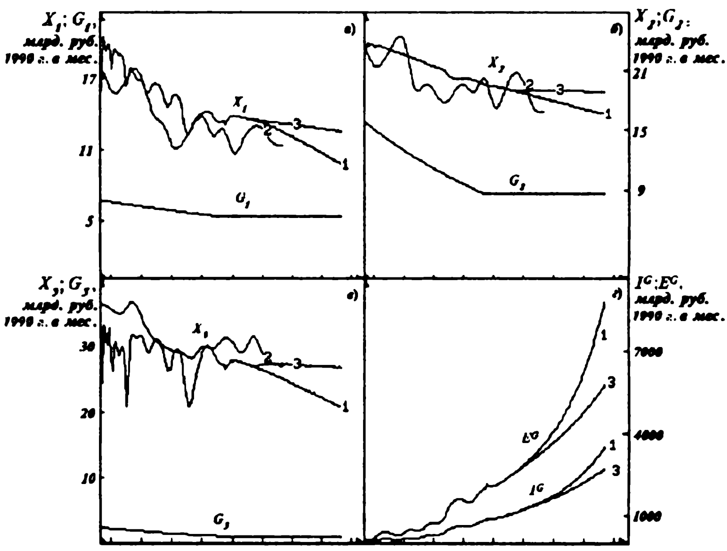


Рис. 5.28

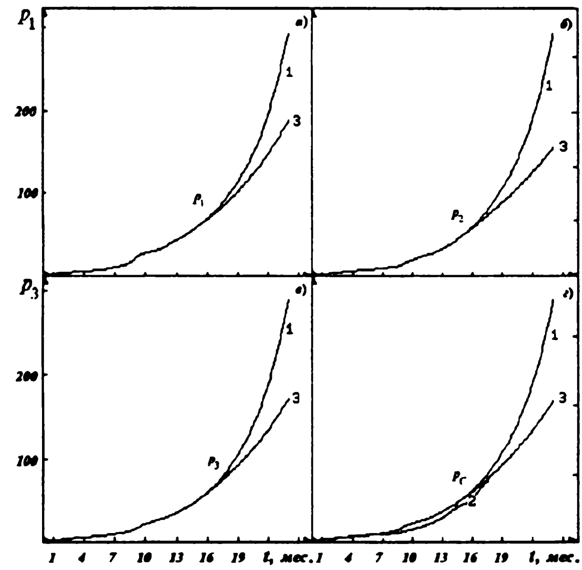


Рис. 5.29

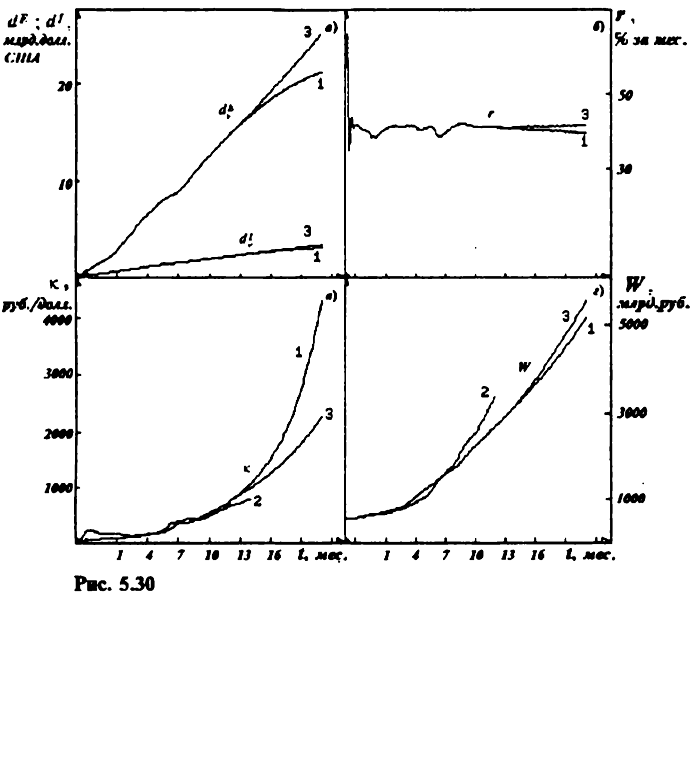


Рис. 5.30

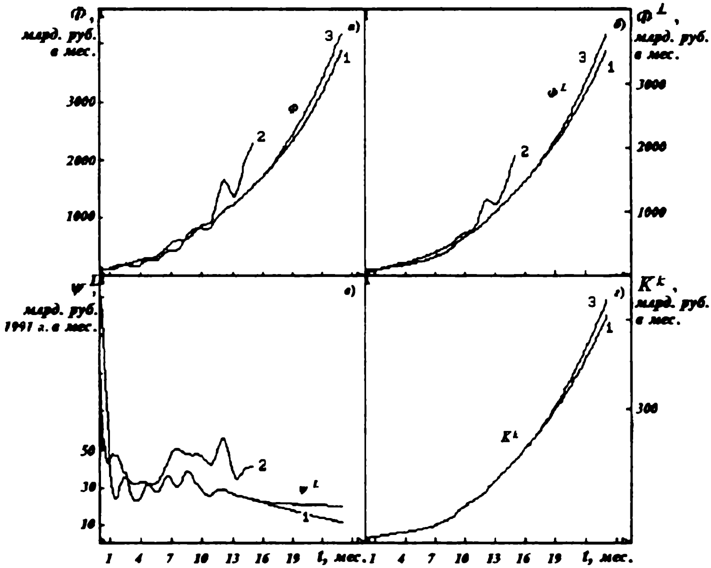


Рис. 5.31

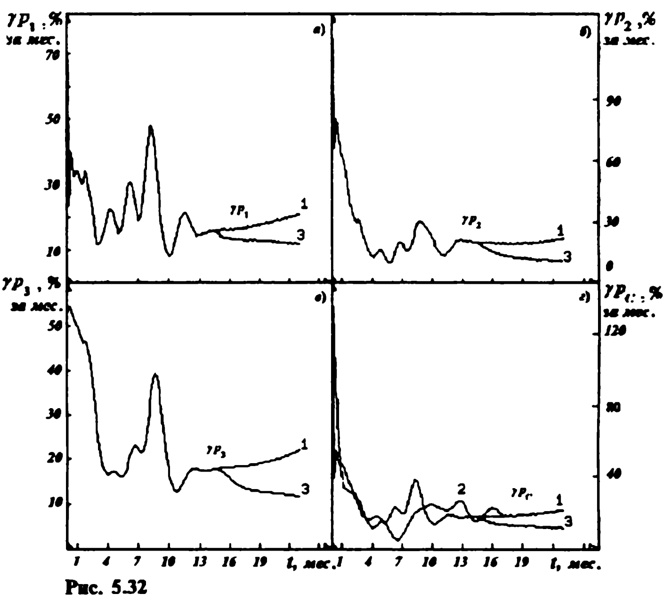


Рис. 5.32

Оптимистический образ развития экономики. На рис. 5.28–5.32 представлены результаты, которые позволяют сравнить базовый вариант пессимистического образа развития экономики (кривые 1) со статистическими временными рядами (кривые 2) и оптимистическим образом развития экономики (кривые 3).

Та же самая государственная макроэкономическая политика приводит к существенно разным последствиям в условиях спада мощностей и — прекращения спада. Если бы удалось прекратить спад мощностей, реальные доходы населения перестали бы снижаться (см. рис. 5.31,в)), а темпы инфляции снизились бы до 10% в месяц (см. рис. 5.32). Курс доллара рос бы существенно медленнее (см. рис. 5.30,в)).

Обсуждение результатов. Надо еще раз подчеркнуть, что все оценки и прогнозы верны постольку, поскольку верен принятый сценарий экономических отношений. Это утверждение хорошо иллюстрируют оценки роста курса доллара. По сценарию, Центральный банк не ведет активных операций на внутреннем валютном рынке. Соответственно по базовому варианту пессимистического образа развития экономики курс доллара должен был бы подняться до 4000 руб. в конце 1993г., в действительности же он поднялся только до 1300 руб. Оценка получилась сильно завышенной, потому что сценарий

Таблица 5.1

Прогноз рублевого курса доллара летом 1994г.

Дата	Биржевой курс	Расчетный курс	Дата	Биржевой курс	Расчетный курс
03.05	1820	1789	05.07	1998	1984
05	1854	1814	07	2011	2009
10	1859	1809	12	2020	2018
12	1869	1837	14	2022	2029
17	1877	1827	19	2028	2038
19	1881	1858	26	2052	2065
24	1895	1852	28	2052	2076
26	1901	1868	02.08	2060	2087
31	1916	1881	04	2081	2104
02.06	1918	1896	09	2087	2104
07	1940	1891	11	2108	2128
09	1952	1915	16	2117	2137
14	1952	1927	18	2141	2148
16	1959	1927	23	2161	2157
21	1971	1947	25	2156	2171
23	1977	1957	30	2153	2183
28	1985	1969	01.09	2204	2193
30	1989	1983			

экономических отношений не учитывал, что Центральный банк с лета 1993г. начал активные операции на внутреннем валютном рынке, а потом активно регулировал курс доллара. После того, как в модели были описаны операции Центрального банка на валютной бирже, статистический и рассчитанный по модели временные ряды курса доллара стали совпадать вполне удовлетворительно. Например, в Таблице 5.1 приведены фактический и рассчитанный по модели курсы доллара в период с мая по сентябрь 1994г.

Но описанная в модели структура экономических отношений правильно отражает высокий инфляционный потенциал экономики России после реформы. Во-первых, это подтверждается систематическим ростом курса доллара, а во-вторых, — известным скачком курса 11 октября 1994г., когда потенциал проявился явным образом. Ниже будут обсуждаться результаты анализа событий 11 октября, а теперь вернемся к обсуждению образов экономического развития.

Исследования показали, что возможности государственного макроэкономического регулирования экономики весьма ограничены. Макроэкономические решения не изменяют существенных структурных характеристик. При всех вариантах макроэкономической политики темп роста курса доллара меньше темпа инфляции цен. Относительное обесценение доллара было следствием сложившихся экономических отношений и структуры экономики, а не результатом государственной макроэкономической политики.

При всех вариантах макроэкономической политики сохраняется структура цен продукции секторов. Цена на продукцию второго (обрабатывающего) сектора растет быстрее, чем цена на продукцию других секторов.

Следовательно, только макроэкономической политикой не удастся добиться качественного изменения образа экономического развития. Можно и нужно выбирать вариант макроэкономической политики, который создает наиболее благоприятные условия для структурных преобразований. Но при этом макроэкономическая политика должна быть системно согласована со структурной политикой. Одной макроэкономической политикой можно только подвести сложившиеся структуры к потенциально опасным границам стабильности.

Хорошо известно, что экономика выходит из кризиса по пути структурной перестройки, следовательно, в переходный период структурная перестройка становится главной задачей государственной экономической политики. Для перестройки нужны значительные инвестиционные ресурсы. Из экономической истории известны разные схемы индустриализации и технологической перестройки хозяйства. Внутренние источники инвестиции всегда образуются ценой снижения уровня жизни большинства населения. Экспорт природных ресурсов и запасов сырья, накопленных в предшествующие годы из-за его неэффективного использования, мог быть для нас естественным источником инвестиционных ресурсов. Расчеты по модели показали, что при всех вариантах государственной макроэкономической политики чистые валютные доходы от экспортно-импортной деятельности сравнимы с теми иностранными кредитами, которых добивается правительство.

Накоплены достаточные инвестиционные ресурсы, которые пока не используются в интересах отечественной экономики. Одна из главных проблем, если не самая главная, — системно исследовать ситуацию и наметить сценарии рационального инвестирования накопленных валютных доходов в российскую экономику.

Исследование макроэкономической политики "в целом". В макроэкономическую политику государства входят программы льготных кредитов и государственных закупок продукции секторов, ставки налогов и т.д. Модель описывает множество образов развития экономики, каждый из которых порождается сочетанием параметров государственной макроэкономической политики. Можно исследовать макроэкономическую политику "в целом", используя математическое обеспечение, разработанное Г.К.Каменевым и Д.Л.Кондратьевым. Это эффективные методы анализа множества допустимых вариантов управления системами, если они описаны какими-либо математическими моделями. Методы эти использовались, чтобы численно проанализи-

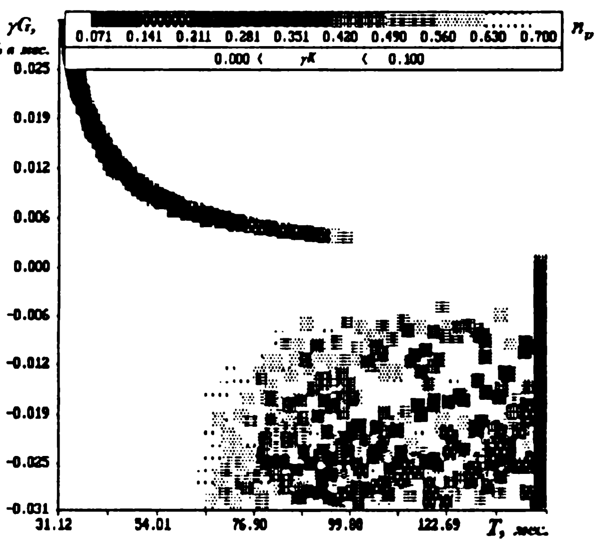


Рис. 5.33

ровать все множество возможных вариантов государственной макроэкономической политики.

Я приведу только один из многих результатов. Программы льготных кредитов и государственных закупок были параметризованы постоянными темпами их изменения; ставка налога на добавленную стоимость считалась постоянной во времени; производственные мощности секторов тоже считались постоянными. Были просчитаны траектории развития экономики на десять лет вперед при самых разных значениях этих параметров (разных вариантах макроэкономической политики). Некоторые варианты политики вызывали распад описанных моделью экономических структур раньше, чем через 10 лет. Тогда отмечалось "время жизни" экономики при данном варианте политики.

Результаты вычислительного эксперимента показаны на рис. 5.33. По вертикальной оси отложен темп изменения государственных закупок $\hat{\gamma}G$, по горизонтальной оси — "время жизни" экономики T. Узором и интенсивностью цвета обозначены разные диапазоны ставки налога на добавленную стоимость n_P.

Множество достижимых значений "времени жизни" экономики выглядит нетривиально, хотя структура его понятна. Два сгущения точек соответствуют политике увеличения государственных закупок ("хобот" на рис. 5.33) и политике их уменьшения ("куча" на рис. 5.33).

При ограниченных производственных возможностях секторов "время жизни" сложившихся экономических структур определяется в основном темпом увеличения государственных закупок. При высоких темпах роста государственных закупок "время жизни" мало зависит от налоговой политики. Раньше или позже должна начаться перестройка экономики. Однако при приближении темпа роста закупок к нулю, налоговой политикой можно значительно продлить "время жизни" сложившихся экономических структур.

Если проводится политика сокращения государственных закупок, темп роста отрицателен, и подходящей налоговой политикой можно существенно продлить "время жизни" описанных экономических структур (см. рис. 5.33). Только надо принимать в расчет, что, во-первых, не всякая величина ставки налогов, допустимая макроэкономически, реализуема и по микроэкономическим соображениям и, во-вторых, уменьшение государственных закупок означает деградацию оборонного сектора и вооруженных сил, системы образования, здравоохранения, науки, культуры. Последнее очень опасно и не только в узко экономическом понимании.

Исследование кризиса на внутреннем валютном рынке 11 октября 1994г. Я уже неоднократно подчеркивал, что критерием пригодности модели надо считать ее способность правильно описать качественно разнородные режимы эволюции моделируемой системы. В

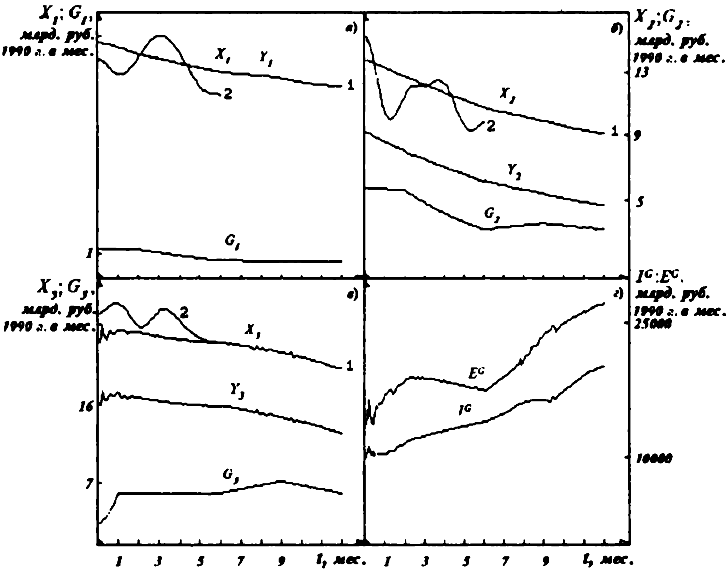


Рис. 5.34

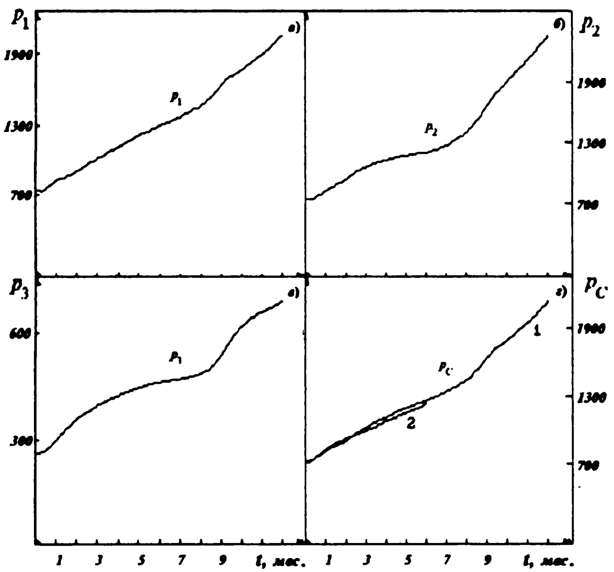


Рис. 5.35

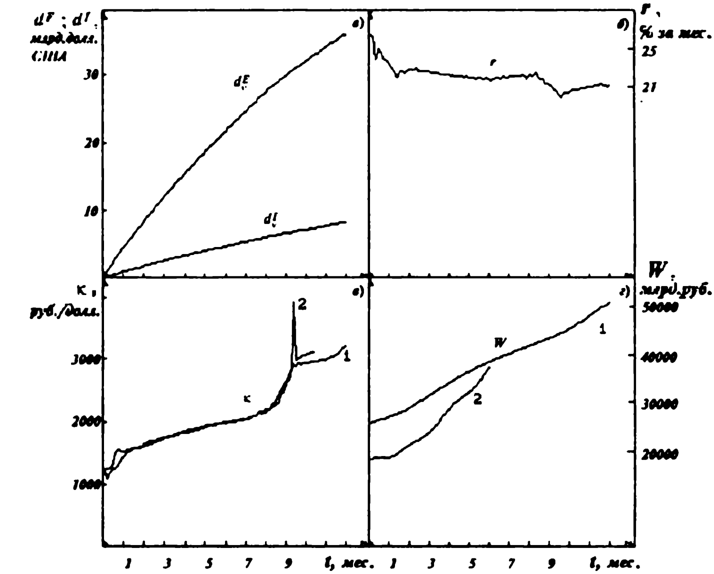


Рис. 5.36

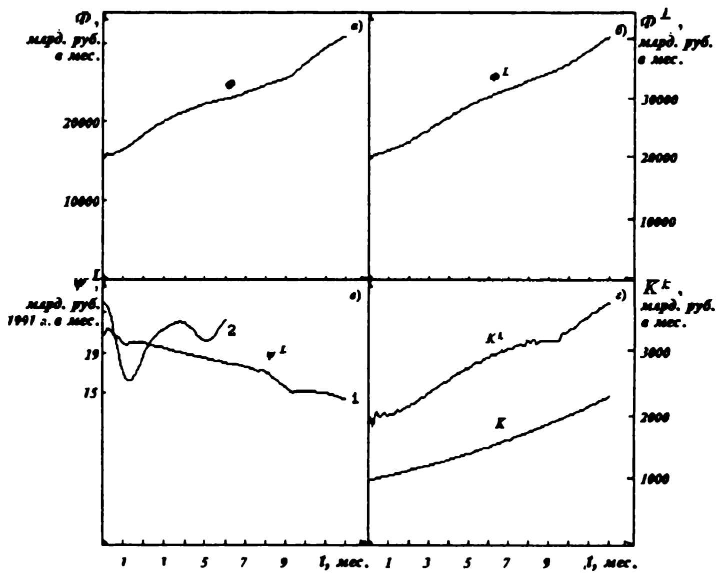


Рис. 5.37

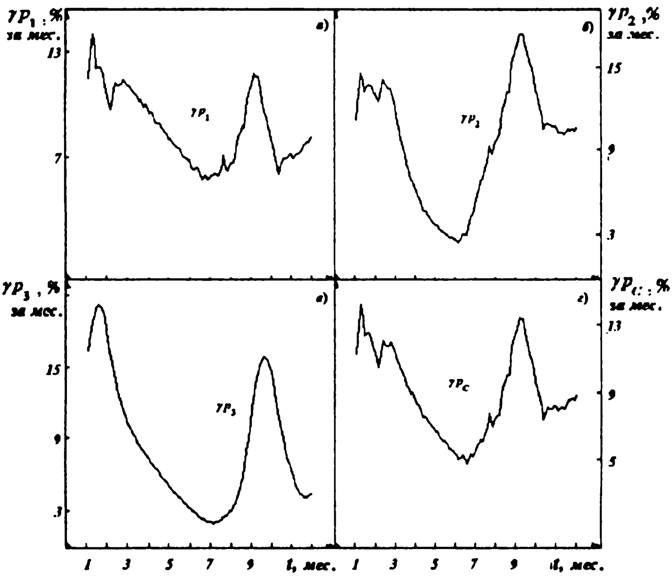


Рис. 5.38

этом случае можно считать, что модель верно описывает внутреннюю структуру системы. Что же до количественных совпадений, то, во- первых, модель содержит обычно достаточно параметров, чтобы аппроксимировать заданный набор данных, и, во-вторых, моделируя экономику переходного периода, трудно надеяться на точные количественные прогнозы, к тому же куда важнее понять качественные особенности взаимосвязей и структурных сдвигов.

В середине сентября 1994г. ускорился рост курса доллара на внутреннем валютном рынке, а во вторник, 11 октября, произошло резкое скачкообразное повышение курса. Высокий курс доллара продержался несколько дней, а потом спустился до уровня накануне 11 октября. Экономика откликнулась на эти события увеличением темпов инфляции. Скачок курса доллара привел к краткосрочному качественному изменению характера развития экономики и поэтому был интересен для оценки качества модели.

Вспомним, модель неправильно предсказывала изменение курса доллара на внутреннем валютном рынке в 1993г., потому что по принятому сценарию Центральный банк не вел активных операций на валютной бирже.

К концу 1993г. экономическая ситуация существенно изменилась. Центральный банк накопил валютные резервы и с середины 1993г. активно действовал на внутреннем валютном рынке. Экспортеры и импортеры были обязаны часть валютной выручки продавать за рубли по текущему курсу Центральному банку. Увеличился спрос населения на валюту. Чтобы правильно описать новую ситуацию, в соответствующие пункты прежнего сценария бы-

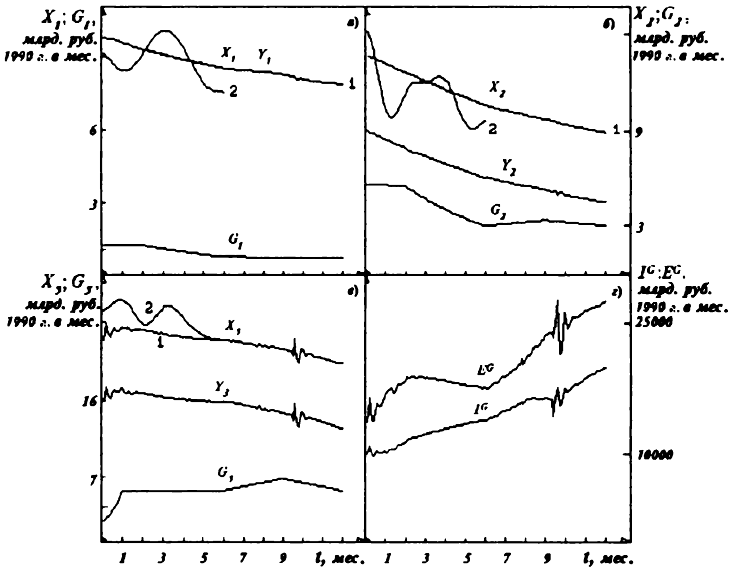


Рис. 5.39

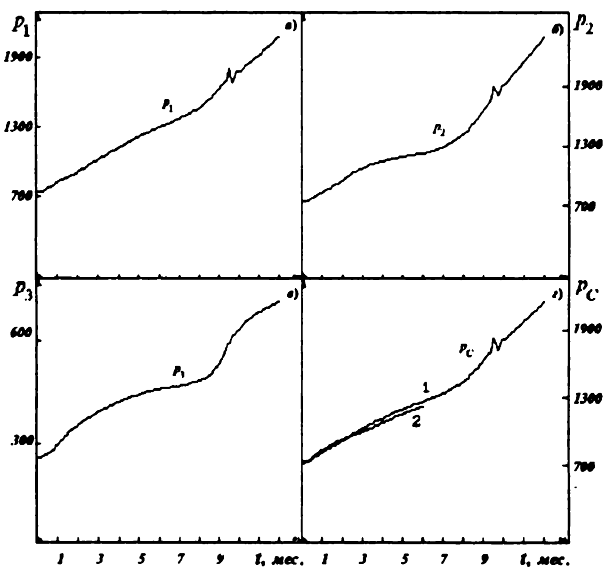


Рис. 5.40

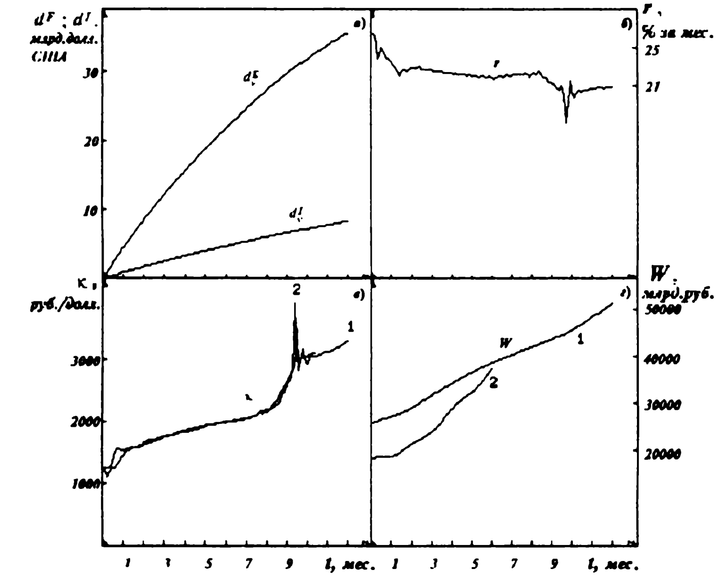


Рис. 5.41

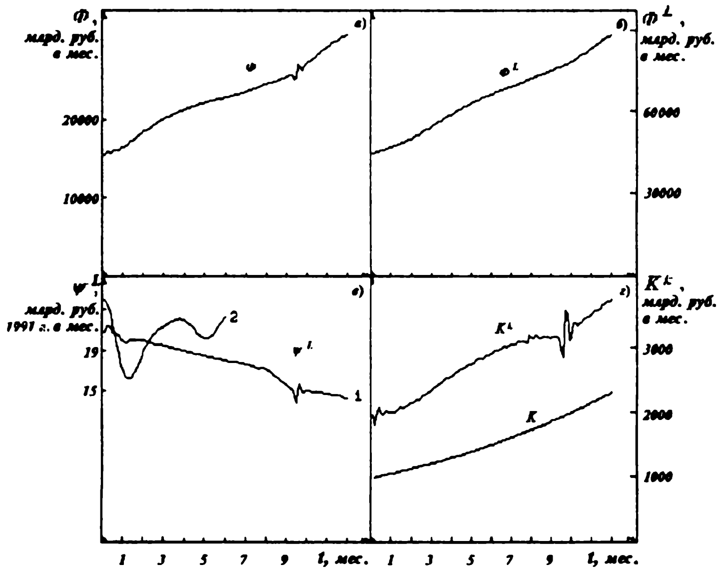


Рис. 5.42

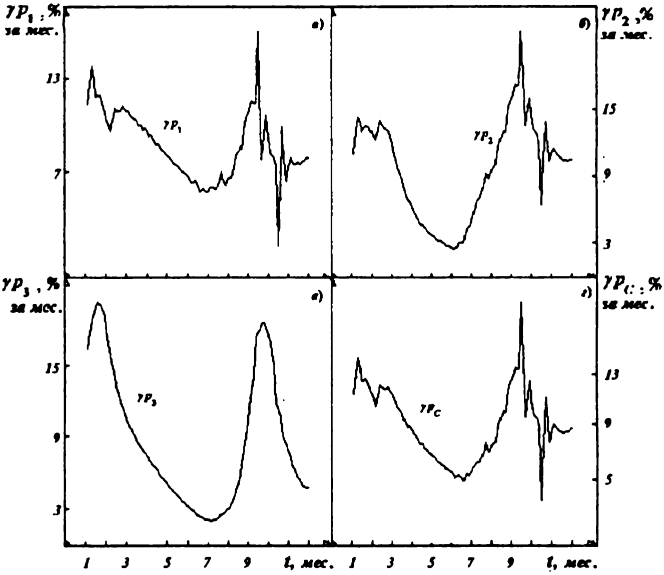


Рис. 5.43

ли внесены изменения. Во-первых, теперь считается, что население тратит часть доходов на покупку валюты на внутреннем рынке по текущему курсу. Купленная валюта используется населением как относительно защищенные от инфляции сбережения. Во-вторых, из валютных доходов от экспортно-импортных операций изымаются сборы, которые поступают на валютный счет Центрального банка. Экспортеры продают Центральному банку по текущему внутреннему курсу часть валютной выручки, равную определенной доле их расходов, исчисленных в валюте, импортеры — часть валютной выручки, равную определенной доле стоимости импорта в валюте. В-третьих, Центральный банк ведет операции на внутреннем валютном рынке, предлагая на продажу определенную долю валюты, купленной у экспортеров и импортеров.

Изменения в сценарии повлекли за собой достаточно очевидные изменения части блоков математической модели; при этом структура модели не изменилась, поэтому не буду приводить новые описания.

Как только новые описания были введены в модель, было получено хорошее согласие модельной и наблюдаемой динамики рублевого курса доллара. В этом можно убедиться по содержанию Таблицы 5.1, о которой упоминалось выше, и по рис. 5.34–5.38, на которых показаны временные ряды основных макроэкономических параметров за 1994г., рассчитанные по верифицированной модели (см. кривые 1). Для сравнения на этих же рисунках показаны статистические временные ряды тех макропоказателей, которые были доступны (см. кривые 2). Видно, что модельные и статистические временные ряды совпадают вполне удовлетворительно.

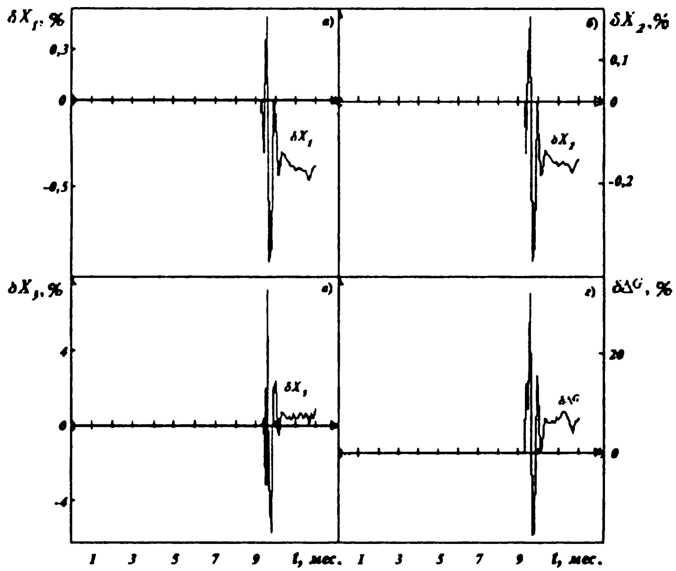


Рис. 5.44

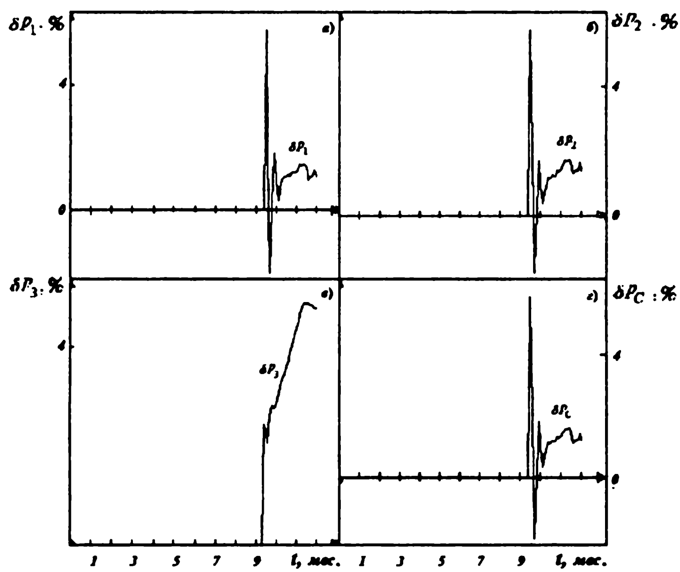


Рис. 5.45

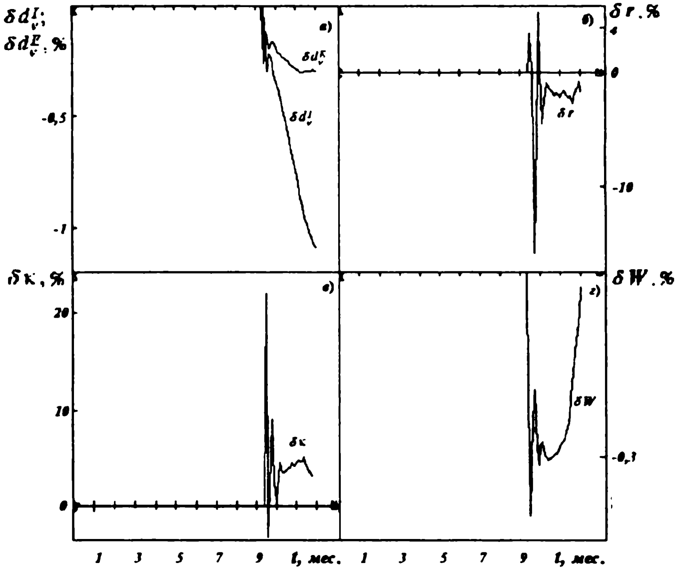


Рис. 5.46

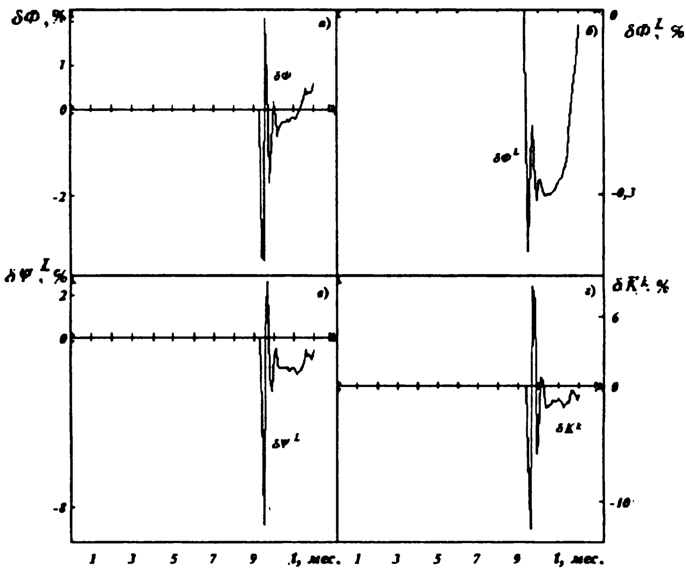


Рис. 5.47

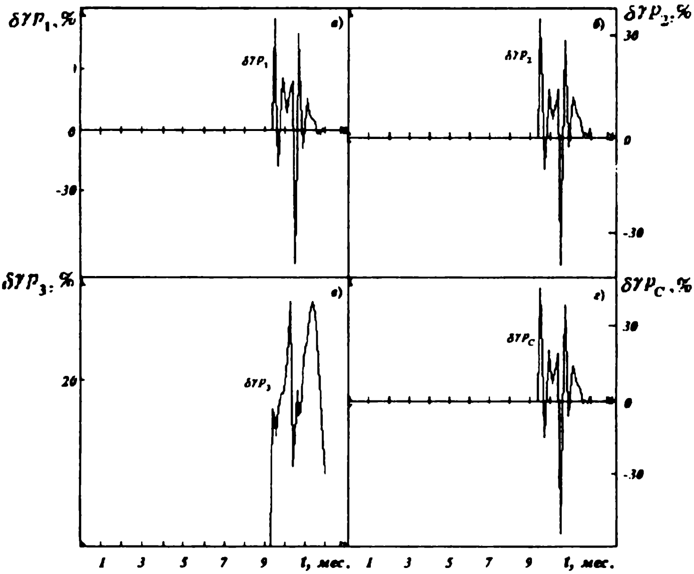


Рис. 5.48

Конечно, в начале 1994г. нельзя было предсказать обвального падения курса рубля, потому что ничего не было известно ни о политике правительства, ни о политике Центрального банка. Однако вспомним, в 1993г. было предсказано: без вмешательства Центрального банка курс доллара рос бы значительно быстрее, чем во второй половине 1993г. Модель достаточно точно описывает инфляционный потенциал экономических структур, который проявился в октябре 1994г.

В ноябре 1994г. был построен новый прогноз эволюции российской экономики, но уже с учетом событий конца сентября–начала октября этого года. "Черный вторник" 11 октября моделировался резкой сменой продаж валюты Центральным банком покупками, а потом — снова продажами. Результаты расчетов показаны на рис. 5.39–5.43 и на рис. 5.44–5.48.

Кривые, приведенные на рис. 5.39–5.43, дают основание утверждать, что модель адекватно оценивает реакцию экономики на действия Центрального банка в "черный вторник". Например, на рис. 5.41,в) можно видеть, что модельная кривая 1 совпадает с кривой биржевого курса 2. Но модель позволяет гораздо большее: сравнить реальную динамику макропоказателей с той, которая была бы, если бы вторник не стал "черным", и судить, в чьих интересах вольно или невольно действовал Центральный банк.

На рис. 5.44–5.48 показаны кривые, демонстрирующие вариации временных рядов вследствие операций на внутреннем валютном рын-

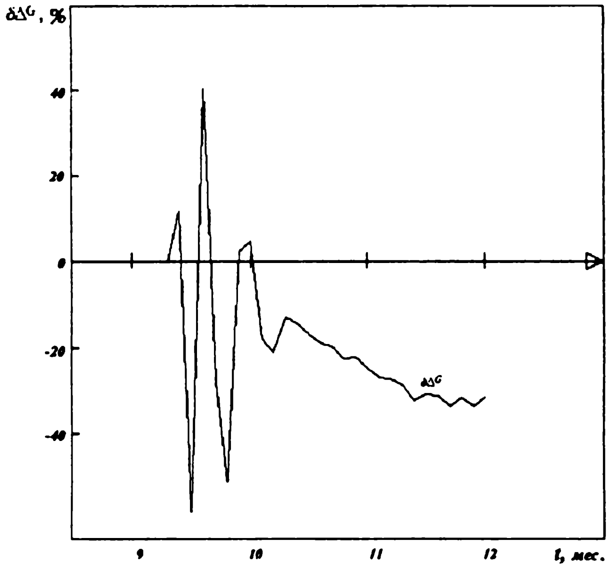


Рис. 5.49

ке, проведенных 11 октября и в последующие дни. Я называю вариацией макроэкономического показателя A кривую δA, которая изображает разность временных рядов A, показанных на рис. 5.39–5.43 и рис. 5.34–5.38, отнесенную к значениям временного ряда A, показанного на рис. 5.34–5.38. Таким образом, вариация явным образом показывает, как события 11 октября повлияли на макропоказатель A после 11 октября.

Анализ вариаций показывает, что в "черный вторник", по существу, был девальвирован рубль (см. рис. 5.46,в)), и момент для проведения операции был выбран мастерски — на самом пике темпов инфляции (см. рис. 5.38), когда легче всего было раздуть ажиотажный спрос на доллары.

Девальвация не имела необратимых последствий для экономики, но привела к некоторому сдвигу компромисса между основными экономическими агентами. В выигрыше остались базовые отрасли (третий сектор), у которого выросли и выпуск и цена (см. рис. 5.44,в) и 5.45,в)), и правительство, поправившее бюджет. Правда, на рис. 5.45,г) видно, что дефицит государственного бюджета возрастает. Однако так будет, если считать, что вся прибыль Центрального банка остается в его распоряжении. На самом деле это не так, — по крайней мере, часть ее составляет статью дохода государственного бюджета. На рис. 5.49 показана вариация дефицита государственного бюджета $\delta\tilde{\Delta}^G$, вычисленная с учетом того, что дополнительные валютные резервы, которые возникают у Центрального банка после 11 октября 1994года, поступают в доходы государственного бюджета. По оси времени отложены календарные даты октября–декабря 1994г. Рост дефицита бюджета Δ^G (см. рис. 5.44,г)) вполне компенсируется дополнительными доходами за счет прибыли, полученной Центральным банком, так что дефицит государственного бюджета может быть сокращен на 30% с лишним. На положение других секторов производства девальвация почти не повлияла — вызванный ею дополнительный спад производства (см. рис. 5.44,а), 5.44,б)) компенсирован дополнительным ростом цен (см. рис. 5.45,а), 5.45,б)).

Положение населения в целом ухудшается — его реальные доходы Ψ^L снижаются, а темп роста потребительских цен $\hat{\gamma} p_C$ возрастает (см. рис. 5.47,в), 5.48,г)). Чистые валютные доходы экспортеров d_ν^E практически не снижаются, но импортеров можно считать проигравшей стороной — их доходы d_ν^I к концу года снижаются (см. рис. 5.46,а)). Однако есть все основания ожидать, что и они не останутся в накладе. Инфляция потребительских цен будет выше, снижение реальных доходов населения — больше вследствие механизмов, не описанных в модели, в частности, меньшей эластичности потребительского спроса относительно цен из-за дифференциации доходов населения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гуриев С.М.* Математическая модель стимулирования экономического роста посредством восстановления сбережений // Математическое моделирование.1996. Т.8, №4. С.21-46.

2. *Бродель Ф.* Материальная цивилизация, экономика и капитализм, XV-XVIII вв.: Пер. с франц. / Под ред. Ю.Н.Афанасьева. М.: Прогресс, 1986. Т.1: Структуры повседневности: возможное и невозможное. 624 с.; 1988. Т.2: Игры обмена. 632с.; 1992. Т.3: Время мира. 679с.

3. *Макконнелл К.Р., Брю С.Л.* Экономика: Принципы, проблемы и политика. В 2т.: Пер. с англ. 11-го изд. / Под ред. А.А.Пороховского. М.: Республика, 1992. Т.1 399с., Т.2 400с.

4. *Канторович Л.В., Горстко А.Б.* Математическое оптимальное программирование в экономике. М.: Знание, 1968. 96с.

5. *Аникин А.В.* Юность науки. Жизнь и идеи мыслителей- экономистов до Маркса. Изд. 2-е, доп. и переработ. М.: Политиздат, 1975. 384с.

6. *Маркс К.* Капитал. Критика политической экономии. Т.2: Процесс обращения капитала. М.: Госполитиздат, 1954. 530с.

7. *Леонтьев В.В.* Экономические эссе.Теории, исследования, факты и политика: Пер. с англ. / Под ред. С.С.Шаталина, Д.В.Валового. М.: Политическая литература, 1990. 415с.

8. *Гейл Д.* Замкнутая линейная модель производства // Линейные неравенства и смежные вопросы / Сб. статей под ред. Г.У. Куна и А.У.Таккера: Пер. с англ. / Под. ред. Л.В.Канторовича, В.В.Новожилова. М.: ИЛ, 1959. С.382–400.

9. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984. 296 с.

10. *Петров А.А., Шананин А.А.* Экономические механизмы и задача агрегирования модели межотраслевого баланса // Математическое моделирование. 1993. Т.5, №9. С.18-42.

11. *Петров А.А., Шананин А.А.* Условия интегрируемости, распределения доходов и социальная структура общества // Математическое моделирование. 1994. Т.6, №8. С.3-23.

12. *Оленев Н.Н., Поспелов И.Г.* Модель инвестиционной политики фирм в экономической системе рыночного типа // Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах / Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1986. С.163-173.

13. *Хенкин Г.М., Шананин А.А.* Теоремы Бернштейна и преобразование Радона. Приложения в теории производственных функций // Проблемы кибернетики / Под ред. И.М.Гельфанда, С.Г.Гиндикина. М.: Наука, 1989. С.200-236.

14. *Поспелов И.Г.* Эволюционный принцип в описании экономического поведения. Дис....доктора физ.-мат.наук. М.: ВЦ АН СССР, 1989. 353с.

15. *Оленев Н.Н., Поспелов И.Г.* Исследование инвестиционной политики фирм в экономической системе рыночного типа // Математическое моделирование: Методы описания и исследования сложных систем / Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1989. С.175-199.

16. *Шананин А.А.* Об устойчивости рыночных механизмов // Математическое моделирование.1991. Т.3, №2. С.42-62.

17. *Самуэльсон П.* Экономика: Пер. с англ. / Под ред. А.В.Аникина, А.И.Шапиро, Р.М.Энтова. М.: Прогресс, 1964. 844с.

18. Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах / Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1986. С.7-196.

19. Математическое моделирование: Методы описания и исследования сложных систем / Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1989. С.121-266.

20. *Крутов А.П., Романко А.В.* Влияние государственного регулирования на развитие рыночной экономики // Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах / Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1986. С.19-45.

21. *Кришталь В.В., Петров А.А., Поспелов И.Г.* Системный анализ развивающейся экономики: исследование влияния энергетики на экономику. I,II // Изв. АН СССР Сер. техн.кибернетика. 1983, №4. С.17-24; 1984, №2.С.3-12.

22. *Молдашева Г.Б.* Математические модели международной торговли и валютного обмена. Дис.... канд. физ.-мат. наук. М.: ВЦ АН СССР, 1990. 145с.

23. *Корнаи Я.* Дефицит: Пер. с венгер. / Под ред. Д.Маркова, М.Усиевич. М.: Наука, 1990. 607 с.

24. *Крутов А.П., Петров А.А., Поспелов И.Г.* Системный анализ экономики: модель общественного воспроизводства в плановой экономике // Математическое моделирование: Методы описания и исследования сложных систем / Под ред. А.А.Самарского, Н.Н.Моисеева, А.А.Петрова. М.: Наука, 1989. С.200-232.

25. *Крутов А.П., Петров А.А., Поспелов И.Г.* Математическая модель воспроизводства в централизованной плановой экономике с товарно-денежными отношениями // Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ АН СССР, 1989. 49 с.

26. *Петров А.А., Бузин А.Ю., Крутов А.П., Поспелов И.Г.* Оценки последствий экономической реформы и крупных технических проектов для экономики СССР // Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ АН СССР, 1990. 44 с.

27. *Полтерович В.М.* Экономическое равновесие и хозяйственный механизм. М.: Наука, 1990. 256 с.

28. *Гуриев С.М., Поспелов И.Г.* Модель общего равновесия экономики переходного периода // Математическое моделирование.1994. Т.6, №2. С.3-21.

29. *Поспелов И.Г.* Модель поведения производителей в условиях рынка и льготного кредитования // Там же. 1995. Т.7, №10. С.19-31.

30. Россия - 1992. Экономическая конъюнктура. М.: Центр экономической конъюнктуры и прогнозирования при Правительстве РФ. 1992. 190 с.

31. Россия - 1993. Экономическая конъюнктура. М.: Центр экономической конъюнктуры и прогнозирования при Правительстве РФ. 1993. 274 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Научное издание

Петров Александр Александрович

ЭКОНОМИКА
МОДЕЛИ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Утверждено к печати
редколлегией серии
"Кибернетика – неограниченные возможности
и возможные ограничения"

Заведующая редакцией
"Наука – философия, социология, психология, право"
Е.А. Жукова

Редактор *Л.В. Пеняева*
Художественный редактор *В.Ю. Яковлев*

Оригинал-макет подготовлен
в Вычислительном Центре РАН
на компьютерной технике

ИБ № 1524
ЛР № 020297 от 27.11.1991

Подписано к печати 03.04.96. Формат $60 \times 90^{1}/_{16}$
Гарнитура Таймс. Печать офсетная
Усл.печ.л. 16,0. Усл.кр.-отт. 16,3. Уч.-изд.л. 15,7
Тираж 950 экз. Тип. зак. **234**

Издательство "Наука"
117864 ГСП-7, Москва В-485, Профсоюзная ул., 90

Санкт-Петербургская типография № 1 РАН
199034, Санкт-Петербург В-34, 9-я линия, 12