ЖАН ПИАЖЕ

ИЗБРАННЫЕ ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ТРУДЫ

Москва
Международная
педагогическая академия
1994

ЖАН ПИАЖЕ

ИЗБРАННЫЕ ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ТРУДЫ

Психология интеллекта

●

Генезис числа у ребенка

●

Логика и психология

Москва
Международная педагогическая академия
1994

ББК 88.1
П 34

Переводы с французского *А. М. Пятигорского, Л. С. Ильинской, В. Ф. Пустарнакова* и английского *Н. Г. Алексеева.*
Вступительная статья *В. А. Лекторского, В. Н. Садовского, Э. Г. Юдина.*

ПИАЖЕ Жан
П 34 Избранные психологические труды: Пер. с англ. и фр. / Вступ. статья В. А. Лекторского, В. Н. Садовского, Э. Г. Юдина. — М.: Международная педагогическая академия, 1994. — 680 с.

ISBN 5-87977-019-2

В книге отражен более чем тридцатилетний период деятельности Жана Пиаже — одного из виднейших современных зарубежных психологов. В книгу включены две работы, излагающие суть теоретической концепции, построение которой было осуществлено Ж. Пиаже в 30—40-х годах: «Психология интеллекта» и «Логика и психология», а также работа «Генезис числа у ребенка», написанная автором совместно с известным польским психологом А. Шеминской и являющаяся хорошим примером экспериментальных исследований женевской психологической группы. Знакомство с этими трудами — ключ к пониманию теоретических позиций и метода исследования Ж. Пиаже.

П $\frac{0303050000—16}{7Я6(03)—94}$ без объявл. **ББК 88.1**

ISBN 5-87977-019-2

СОДЕРЖАНИЕ

Часть вторая.

ПОЭЛЕМЕНТНОЕ КОЛИЧЕСТВЕННОЕ И ПОРЯДКОВОЕ СООТВЕТСТВИЕ

Часть третья.

АДДИТИВНЫЕ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЕ КОМПОЗИЦИИ

ОПЕРАЦИОНАЛЬНАЯ КОНЦЕПЦИЯ ИНТЕЛЛЕКТА В РАБОТАХ ЖАНА ПИАЖЕ

Жан Пиаже является одним из виднейших современных зарубежных психологов.

В области психологии, прежде всего общей и детской, Ж. Пиаже работает более сорока лет (его первая психологическая работа вышла в свет в 1920 г.). За этот промежуток времени он опубликовал около 30 монографий и большое число статей. Богатейший экспериментальный и теоретический материал, сконцентрированный в этих работах, к сожалению, слабо представлен в русских переводах. К моменту выхода в свет настоящего издания читатель располагает, по существу, лишь двумя работами Ж. Пиаже, переведенными на русский язык: его ранней работой «Речь и мышление ребенка»[1] и одной из его последних книг — «Генезис элементарных логических структур. Классификации и сериации» (совместно с Б. Инельдер, 1959)[2].

Вполне естественно, что названные работы не могут дать всестороннего представления о теоретической концепции Ж. Пиаже. В первой из них, которую сам автор рассматривал как набросок будущих идей, мы с большим трудом, и лишь хорошо представляя последующую эволюцию взглядов Ж. Пиаже, можем усмотреть те

---

[1] Ж. Пиаже. Речь и мышление ребенка. Под ред. и со вступительной статьей Л. С. Выготского. М-Л., Учпедгиз, 1932.

[2] Ж. Пиаже и Б. Инельдер. Генезис элементарных логических структур. Классификации и сериации. Послесловие А. Н. Леонтьева и О. К. Тихомирова. М., ИИЛ, 1963.

Кроме того, на русском языке опубликовано также пять статей Ж. Пиаже: Основные проблемы генетической психологии. «Вопросы психологии», 1956, № 3; Структуры математические и операторные структуры мышления. В сб. «Преподавание математики». М., Учпедгиз, 1960; Роль действия в формировании мышления. «Вопросы психологии», 1965, № 6; Как дети образуют математические понятия. «Вопросы психологии», 1966, № 4; Психология, междисциплинарные связи и система наук «Вопросы философии», 1966, № 12. Недавно вышла новая работа — «Экспериментальная психология». Редакторы-составители П. Фресс и Ж. Пиаже. Вып. I и II. М., «Прогресс», 1966, где Ж. Пиаже написана третья глава: «Характер объяснения в психологии и психофизиологический параллелизм» (стр. 157—194).

принципы и методы, которые в современной психологии связываются с именем Пиаже. Вторая опирается на многолетние исследования Пиаже и его школы, но сама по себе не содержит изложения основных положений операциональной концепции.

Таким образом, более чем тридцатилетний период деятельности Ж. Пиаже оказался очень плохо отраженным в нашей литературе. В какой-то степени восполнить этот пробел поможет настоящее издание «Избранных психологических трудов» Ж. Пиаже. В этот том включены, во-первых, две работы, излагающие суть теоретической концепции, построение которой было осуществлено Ж. Пиаже в 30—40-х годах: «Психология интеллекта» и «Логика и психология» и, во-вторых, книга «Генезис числа у ребенка», написанная Ж. Пиаже совместно с известным польским психологом А. Шеминской и являющаяся хорошим примером экспериментальных исследований, проводимых женевской психологической группой на базе основных принципов концепции Ж. Пиаже. Знакомство с этими работами является ключом к пониманию теоретической позиции и метода исследования Ж. Пиаже.

●

Многообразие проблем, поднятых в работах Ж. Пиаже, требует разностороннего критического анализа.

Некоторые исследования такого рода уже проведены и опубликованы в нашей печати[1], поэтому мы не намерены здесь повторять их результаты. Исходя из специфики настоящего издания — публикации избранных пси-

---

[1] См.: А. Г. Комм. Проблемы психологии интеллекта в трудах Ж. Пиаже. «Вопросы психологии», 1957, № 1; В. А. Лекторский, В. Н. Садовский. Основные идеи «генетической эпистемологии» Жана Пиаже. «Вопросы психологии», 1961, № 4; В. Н. Садовский. Психология мышления и математическая логика. «Тезисы докладов на II съезде Общества психологов», вып. 2. М., 1963; А. Н. Леонтьев, О. К. Тихомиров. Послесловие к книге Ж. Пиаже, Б. Инельдер. «Генезис элементарных логических структур». М., 1963; Н. И. Непомнящая. Анализ некоторых понятий психологической концепции Жана Пиаже. «Вопросы психологии», 1964, № 4; Н. И. Непомнящая. О связи логики и психологии в системе Ж. Пиаже. «Вопросы философии», 1965, № 4; В. Н. Садовский, Э. Г. Юдин. Жан Пиаже — психолог, логик, философ. «Вопросы психологии», 1966, № 4; Н. И. Непом-

хологических трудов Ж. Пиаже,— нам представляется целесообразным остановиться во вступительной статье на двух вопросах: 1) общей характеристике научного творчества Ж. Пиаже, выделении этапов его научной эволюции; 2) анализе подхода к исследованию психики, предложенного и реализованного в трудах Ж. Пиаже.

Ж. Пиаже родился 9 августа 1896 г. в Швейцарии[1]. Свою научную деятельность он начал еще в юношеском возрасте как биолог (ему принадлежит ряд работ по моллюскам), а начало его увлечения философскими и психологическими проблемами относится к 1917—1918 гг. Из философов, оказавших в те годы на него наибольшее влияние, сам Пиаже выделяет И. Канта, О. Конта, А. Бергсона, А. Лаланда.

В 1918 г. Пиаже издает работу «Исследование», в которой он попытался рассмотреть теоретико-познавательные и философские проблемы с использованием данных биологии. Интересно отметить, что эта работа раннего Пиаже (еще по сути дела не психологическая) содержит основные теоретико-познавательные принципы, детальной разработке которых Пиаже посвятил всю свою дальнейшую научную деятельность[2].

Представляется интересным указать основные тезисы, развиваемые Ж. Пиаже в «Исследовании».

1. Биология должна помочь в решении классических эпистемологических проблем. Пиаже, однако, не считает, что возможно простое перенесение данных биологии в гносеологию. Необходимо построить ряд посредствующих звеньев между этими двумя дисциплинами, в качестве которых впоследствии у Пиаже выступили психология развития и генетическая эпистемология.

н я щ а я. Понятия развития и научения в теории Ж. Пиаже. В сб.: «Обучение и развитие. Материалы к симпозиуму». М., «Просвещение», 1966; В. А. Лекторский, В. Н. Садовский. Генезис и строение интеллектуальной деятельности в концепции Ж. Пиаже. В кн.: «Основные направления исследований психологии мышления в капиталистических странах». М., «Наука», 1966.

[1] В изложении биографических данных и характеристике этапов научного развития Ж. Пиаже мы опираемся на следующие работы: J. Piaget. Autobiography. In «History of psychology in autobiography», ed. F. G. Boring and oth., vol. 4, Clark University Press, 1952; J. H. Flavell. Historical and Bibliographical Note. In «Thought in the Joung Child». «Monographs of the Society for Research in Child Development», vol. 27, No. 2, 1962, Serial No. 83.

[2] J. Piaget. Recherche. Lausanne, Edition La Concorde, 1918. Анализ этой работы см.: J. H. Flavell, ibidem, pp. 6—7.

2. Внешние действия, так же как и процессы мышления, обладают логической организацией, а сама логика, в свою очередь, порождается определенным типом спонтанной организации действий. Указание на рациональность действия, т. е. на наличие в нем имманентной логической структурированности, определяющей и формирование логики самого мышления, в высшей степени специфично для Пиаже. Оно свидетельствует о том, что Пиаже в исходном пункте своей научной деятельности отвергает иррационалистический подход к пониманию интеллекта и действия, имевший в те годы определенное распространение в психологии под влиянием А. Бергсона и У. Джемса. Он тяготеет скорее к интеллектуализму, который выражается у Пиаже не только в том, что он ищет логику самого действия, но также и в том, что эталон интеллектуального развития он склонен видеть прежде всего в сформированности математических и логических действий.

Утверждение Пиаже о том, что внешние действия и процессы мышления подчиняются логической организации, впоследствии привело к разработке двух важнейших положений его концепции: а) мышление представляет собой интериоризованные действия; б) логические структуры необходимы для описания конкретных, моторных действий и символической мысли.

3. Анализ споров реалистов и номиналистов о природе понятий и их отношении к обозначаемым объектам, споров сторонников школы «реальности общества» (Э. Дюркгейм) и «реальности индивида» (Г. Тард) в социологии и аналогичных споров в биологии привели Пиаже к мысли о принципиальной методологической важности для научного исследования решения проблемы взаимоотношения целого и части. Именно в решении этой проблемы Пиаже усматривает подход к такой эпистемологии, которая объединила бы биологический и философский способы исследования интеллекта.

Первые идеи Пиаже о целостностях и о возможных типах равновесия систем, сформулированные в 1918 г., предвосхищают важную составную часть его будущей концепции. По мнению Пиаже, в любой структуре (целом), представляющей собой сложное переплетение и взаимосвязь частей, возможны только три типа равновесия: 1) преобладание влияния частей, приводящее к последующему изменению целого (изменение способа взаимодействия частей приводит к изменению целого); 2) преобладание влияния целого (части изменяются, но целое остается неизменным); 3) взаимное сохранение целого и частей. В последнем, третьем случае имеет место «устойчивое» равновесие, тогда как в первых двух случаях наблюдаются отклонения от этого состояния [1]. В состоянии устойчивого равновесия Пиаже уже в тот период усматривал характерную особенность интеллекта.

Собственно психологическая деятельность Ж. Пиаже начинается с 20-х годов (сначала в Париже, а с 1921 г. в Женеве в Институте Жан Жака Руссо). Первые шаги его связаны с тем, что он подходит к проблеме взаимоотношений части и целого уже не с философской, а с психологической точки зрения. При этом Пиаже обнаруживает, что проблема распознавания взаимоотношений части и целого представляет для ребенка такие трудности, которые отсутствуют у взрослого. Пиаже наблюдает постепенное преодоление этих трудностей на базе развития логики у ребенка и приходит к выводу, что необходимо исследовать психологические операции, лежащие в основе логики. В качестве средства объяснения наблюдаемых фактов он решает использовать свою гипотезу о трех типах целостностей и взаимоотношении целого и части. Пиаже исходит в своих первых экспериментальных исследованиях из традиционной в то время схемы взаимоотношения логики и психологии: психология объясняет факты в терминах причинности, в то время как логика описывает их, абстрагируясь от причинно-следственной связи и пользуясь методом формализации.

Период деятельности Пиаже с 1917 по 1921 г. можно рассматривать как своеобразную теоретическую подготовку для последующих исследований. С 1921 по 1925 г. Пиаже провел первый цикл своих экспериментальных работ, результаты которых были отражены в книгах: «Речь и мышление ребенка» (1923), «Суждение и умозаключение у ребенка» (1924), «Представление о мире у ребенка» (1926), «Физическая причинность у ребенка» (1927), «Моральное суждение ребенка» (1932). По

---

[1] Подробнее см.: J. H. Flavell, ibidem, pp. 6—7, а также J. H. Flavell. The developmental psychology of J. Piaget. Princeton, London, Van Nostrand, 1963.

собственным словам Пиаже, все работы этого периода он сам рассматривал как сугубо предварительные, а поэтому не придавал особого значения строгости выводов.

В этих работах проводится идея о том, что мысль происходит от действия. Вместе с тем в этот период Пиаже ошибочно исходит из того, что речь непосредственно отражает действия и что поэтому для понимания логики мышления детей достаточно анализа их разговоров. Хорошо известная советскому читателю по русскому переводу работа Пиаже «Речь и мышление ребенка» построена именно на этом принципе. Лишь позже (в 30-е годы) Пиаже пришел к выводу о том, что между речью ребенка и его мышлением не существует такого строгого соответствия. Настаивая на необходимости генетического анализа формирования интеллектуальных структур из внешних предметных действий, Пиаже в последующий период своей деятельности изменяет исходный пункт рассмотрения: в качестве такового выступают внешние действия ребенка, его поведение, из чего постепенно выводятся и детская речь, и интеллектуальные структуры.

Важнейшей отличительной особенностью ранних работ Ж. Пиаже является их упор на «социализацию» как на главный фактор интеллектуального развития. В этом пункте взгляды Пиаже в 20-е годы тесно сближаются с рядом идей французской социологической школы (Э. Дюркгейм, Л. Леви-Брюль и др.), понимавшей процесс социализации как общение индивидуальных сознаний.

Следует, однако, отметить, что Ж. Пиаже даже в своих ранних работах отнюдь не встает полностью на позиции Дюркгейма. В концепции последнего ему импонируют социальный подход к интеллекту и идея развития мышления. Однако, по его мнению, Дюркгейму из его исходных предпосылок «никогда не удалось ничего вывести, кроме застывшего чистого рационализма» [1].

Аналогично отношение Ж. Пиаже и к концепции Л. Леви-Брюля. С одной стороны, он не согласен с тезисом Л. Леви-Брюля о случайном характере развития общества и эволюции разума. Вместе с тем, как извест-

---

[1] J. Piaget. Logique génétique et sociologie. «Revue philosophique de la France et de l'Etranger», vol. CV, 1928, p. 171.

но, Леви-Брюль описал в своих работах различные типы мышления, соответствующие различным типам общественной организации. Отсюда, в частности, следовало важное положение о качественно различных типах мыслительных структур, которое полностью одобряется Пиаже. Пиаже также принимает лежащий в основе рассуждений Леви-Брюля (в противоположность Дюркгейму) тезис о том, что разум является не единым и неподвижным, а внутренне расчлененным и пластичным. Вместе с тем Пиаже считает, что Леви-Брюль учитывает лишь структурные различия и на этой основе ошибочно вводит существование дологической стадии развития интеллекта[1]. Сам же Пиаже акцентирует внимание на постепенном формировании из действий субъекта специфически мыслительных логических структур.

Таким образом, идеи французской социологической школы, характеризующие в известном смысле ту интеллектуальную среду, в которой сформировался Пиаже, нашли сочувственное и одновременно критическое отношение молодого Пиаже. Критический дух Ж. Пиаже по отношению к французской социологической школе стимулировался в том числе также и идеями ряда других исследований, получивших распространение в тот период и оказавших заметное влияние на Пиаже.

Мы имеем в виду, прежде всего, работы французских логиков и гносеологов начала XX века (А. Лаланд, А. Гобло, Л. Бруншвиг и др.). Французы оказались в стороне от происходивших главным образом в Германии и Англии споров психологистов и антипсихологистов по поводу происхождения и природы знания вообще и законов логики в частности. Но эта дискуссия не прошла для них бесследно. Отбросив ряд очевидно ложных посылок психологизма, они — в значительной степени под влиянием идей социологизма — начали подчеркивать социальный характер логического мышления и необходимость исторического анализа развития знания. В таком общем виде эти идеи полностью одобряются и принимаются Пиаже. Его не устраивает лишь форма их конкретной реализации и, прежде всего, то обстоятельство, что французские исследователи имеют дело только с аристотелевской логикой при почти полном игнорировании новых тенденций в области логики. Логика, по-

[1] Ibidem, p. 176—180.

видимому, должна была пройти сравнительно долгий путь развития под знаком антипсихологизма, прежде чем оказались возможными реальные попытки ее применения в психологогенетических исследованиях (такие попытки Пиаже предпринял в конце 30-х годов).

Конкретная форма, которую принимают идеи социологизма в работах Пиаже 20-х годов, характеризуется понятием «эгоцентризма». В этот период Пиаже исходил из мысли о том, что эгоцентризм, т. е. примат субъективного отношения к миру над его объективным пониманием, доступным лишь социализированному, логичному мышлению, и есть то, что отделяет мышление ребенка от мышления взрослого. При этом социализация, бывшая для Пиаже тогда единственной основой развития психических функций, понималась им как накладываемая извне на изначально эгоцентрический интеллект. Недостаточная четкость в постановке этой важнейшей проблемы вызвала критику в адрес Пиаже. Мы имеем в виду прежде всего известные критические замечания Л. С. Выготского [1].

Л. С. Выготский упрекал Пиаже в неправильном выборе исходного пункта исследования — индивида как такового, который лишь постепенно вовлекается в систему общественных отношений, существенно трансформируя при этом свои познавательные средства. По мнению Л. С. Выготского, подобной исходной независимости индивида от общества нет, как нет и последующей социализации. Л. С. Выготский далее обратил внимание на серьезные трудности, встающие при предложенной Пиаже интерпретации феномена эгоцентрической речи, связанной с исходным предположением о ребенке как эгоцентрическом существе.

Эта критика, воспринятая позднее многими советскими психологами, фиксировала некоторые слабости концепции социализации, как она развивалась в то время Пиаже. Но надо сказать, что в одном принципиальном методологическом пункте сама критика не могла быть воспринята исследователями, сохранявшими традицион-

---

[1] См.: Л. С. Выготский. Проблемы речи и мышления ребенка в учении Ж. Пиаже. В кн.: Ж. Пиаже. Речь и мышление ребенка, М.-Л., 1932, стр. 3—54, а также: Л. С. Выготский. Избранные психологические исследования. М., изд. АПН РСФСР, 1956; Л. С. Выготский. Развитие высших психических функций. М., изд. АПН РСФСР, 1960.

ный психологический подход: Пиаже не мог отказаться от точки зрения индивида, не утеряв одновременно специфически психологический подход к исследованию (правда, такой подход, даже в соответствии с принципами, провозглашенными самим Пиаже, требовал выхода за рамки традиционной психологии и ее методов; Пиаже, однако, не осуществил такого выхода). Формирование личности, и в частности, формирование интеллекта, составляет предмет многостороннего исследования, выходящего за рамки одной только психологии. Л. С. Выготский, как известно, стремился построить такой предмет и именно в этой связи обращался к проблемам усвоения культуры, знака и т. д., т. е. к социологическим, педагогическим, логическим, семиотическим проблемам. Но отсюда не следует, что невозможно собственно психологическое исследование формирования интеллекта, которое по необходимости должно выступать как исследование индивида, хотя и с учетом решающего влияния на этот процесс социального окружения. Поэтому последовательная критика позиции Пиаже, на наш взгляд, должна идти по линии того, насколько эффективно увязаны эти два аспекта — индивидуальный и социальный, т. е. насколько реализован психологический подход к исследованию интеллекта. Сам Пиаже в какой-то мере попытался позднее именно таким образом уточнить свою концепцию.

Критикуя концепцию эгоцентризма, Л. С. Выготский отметил близость ряда идей Пиаже с психоаналитическим пониманием мышления. По его мнению, Пиаже исходит из психоаналитического положения о том, что «первичной, обусловленной самой психологической природой ребенка формой мышления является аутистическая форма; реалистическое же мышление является поздним продуктом». И далее: «Аутистическое мышление представляется, с генетической точки зрения, ранней, первичной формой мышления, логика возникает относительно поздно, и эгоцентрическая мысль занимает, с генетической точки зрения, среднее место, образует переходную ступень в развитии мышления от аутизма к логике» [1].

Следует, однако, отметить, что те заимствования,

[1] Л. С. Выготский. Проблема речи и мышления ребенка в учении Ж. Пиаже. В кн. «Избранные психологические исследования», М., изд. АПН РСФСР, 1956, стр. 64, 65.

которые Пиаже сделал у теоретиков психоанализа, оказались лишь внешне привнесенными в его собственную концепцию и не сыграли в ней заметной роли. Более того, даже первые его работы («Речь и мышление ребенка», а также ряд статей, относящихся к 1920—1923 гг.) показывают, что Пиаже, привлекая отдельные положения психоаналитической трактовки мышления, модифицирует их таким образом, что в них по сути дела мало что остается от психоанализа [1].

Отвечая много лет спустя на критические замечания Л. С. Выготского, Ж. Пиаже признал их в значительной степени справедливыми. Он, в частности, согласился с тем, что в своих ранних работах он «преувеличил сходство между эгоцентризмом и аутизмом, не показав в достаточной мере различий», и что «Выготский снова прав, когда он упрекает меня за слишком некритическое использование «принципа удовольствия» Фрейда» [2].

Специально вопрос об эгоцентризме был рассмотрен Ж. Пиаже в 1951 г. в статье «Эгоцентрическая мысль и социоцентрическая мысль». В этой работе Ж. Пиаже, в частности, отмечал, что процесс социализации определен не зависимостями какого-то одного типа, а различными типами взаимодействия индивида со средой (природной и социальной). В этой связи он пишет, что «в противоположность абстрактной социологии Дюркгейма, которая представляет общество как некое единое целое, воздействующее на индивида посредством социального «принуждения» (физического или духовного), конкретная социология, принять которую заставляют нас исследования интеллектуального развития ребенка, должна исходить не из глобальных целостностей, а из *конкретных систем отношений и взаимозависимостей»* [3].

---

[1] К аналогичным результатам в исследовании этого вопроса пришли Энтони (E. Y. Anthony. The system makers: Piaget and Freud. «British Journal for Medical Psyhology», 1957, vol. 30, pp. 255—269) и Флейвел (J. H. Flavell. «Thought in the Young Child», p. 9). Энтони говорит о «заигрывании» Пиаже с фрейдовской теорией, а Флейвел добавляет, что заигрывание не превратилось в прочный союз или супружество. «Можно с уверенностью сказать,— пишет Флейвел,— что Фрейд не оказал большого влияния на самого Пиаже и что Пиаже никогда не пытался объединить две системы» («Thought in the Young Child», p. 9).

[2] J. Piaget. Comments on Vygotsky's critical remarks concerning. «The Language and Thought of the Child», Cambridge, Mass., 1962.

[3] J. Piaget. Pensée égocentrique et pensée sociocentrique. «Cahiers Internationaux de sociologie», vol. X, 1951, p. 34.

В этот период решение проблемы эгоцентризма опирается у Пиаже на построенную им в 30—40-е годы операциональную концепцию интеллекта.

В 1962 г. Ж. Пиаже вновь обращается к проблеме социализации, эгоцентризма и т. д. Он подчеркивает, что в своих ранних работах он употребил термин «эгоцентризм» как обозначающий определенную стадию развития мышления (так называемую «репрезентативную мысль»), использующую всякого рода символы или знаки, однако не предполагающую еще собственно интеллектуальных операций. Слово «эгоцентризм», говорит Пиаже, было выбрано тогда за неимением лучшего. При этом Пиаже обращает внимание на то, что, выбирая слово «эгоцентризм», он хотел подчеркнуть, что на этой стадии ребенок бессознательно смешивает собственную точку зрения с точкой зрения другого. Ребенок на этом этапе не в состоянии различить в каждой из своих мыслей то, что идет от него, и то, что идет от другого. В своей наиболее индивидуализированной форме эгоцентрический интеллект выражается в игре воображения (которая есть иллюзорная форма удовлетворения непосредственных желаний).

В наиболее социализированной форме эгоцентричная мысль есть своеобразное копирование мысли взрослого человека (в этом случае мысль взрослого выступает для ребенка в авторитарной форме).

Истинный смысл эгоцентрического мышления, по Пиаже, состоит отнюдь не в том, что ребенок «не имеет в виду других». Понять познавательный эгоцентризм нельзя, если встать, подобно Ж. Ж. Руссо, на точку зрения чисто индивидуального сознания, предшествующего любым общественным отношениям. Истинный смысл познавательного эгоцентризма следует рассматривать в рамках теории адаптации, где устанавливается, что адаптация далеко не всегда является успешной, что равновесие между ассимиляцией объектов в структурах действия и аккомодацией этих структур к объектам может принимать не вполне адекватную форму, приводящую, в частности, к систематическим ошибкам, вызванным непосредственной точкой зрения, противоположной объективному мышлению. Логическое мышление управляется законом децентрации, снимающим примат непосредственной точки зрения. В детском мышлении превалирует изначальная неспособность децентрировать, менять данную познавательную перспективу. Именно это свойство мышления ребенка и характеризуется теперь Пиаже как эгоцентризм. Что же касается термина, то его, по мнению Пиаже, лучше было бы заменить термином «центризм».

На ранних стадиях развития интеллекта индивидуальные и социальные моменты мысли еще не объединены полностью, но для самого индивида они неразличимы и бессознательно смешаны. На высшей стадии достигается высшая степень социализации — «становится невозможным отличить индивидуальное и социальное в мысли не потому, что они смешиваются самим индивидом, а потому, что они образуют неразъединимые моменты одних и тех же индивидуальных и межиндивидуальных орудий координации» [1].

Таким образом, Пиаже в ходе собственных исследований был вынужден подвергнуть существенному уточнению свою исходную версию о «социализации» как условии интеллектуального развития.

Последующий период научной деятельности Ж. Пиаже, 1925—1929 гг., имеет очень важное значение в формировании психологической концепции женевского ученого. В это время Ж. Пиаже переходит от анализа словесного мышления к непосредственному исследованию деятельной стороны процесса мышления. «Потребовалось некоторое время,— писал позднее Ж. Пиаже,— чтобы понять, что корни логических операций лежат глубже лингвистических связей и что мое раннее исследование мышления было слишком сосредоточено на лингвистическом аспекте» [2].

В период 1925—1929 гг. Ж. Пиаже сформулировал ряд важнейших положений, выражающих его специфический подход к анализу мышления. Эти положения составили позднее одну из решающих основ операциональной концепции интеллекта, хотя в последующие годы некоторые из них уточнялись (иногда весьма значительно), конкретизировались и дополнялись. Как известно, суть операциональной концепции интеллекта заключается в понимании интеллекта как системы скоординированных между собой и обратимых операций, в

---

[1] См.: J. Piaget. Le langage et la pensée chez l'enfant. 3e éd., Paris, Delachaux et Niestlé, 1958, p. 77.

[2] J. Piaget. Comments on Vygotsky's critical remarks. Cambridge, 1962.

установлении производности таких интериоризованных мыслительных операций от внешних предметных действий и в определении последовательных стадий формирования интеллекта, т. е. стадий становления все усложняющихся операциональных систем.

В работах 1925—1929 гг. Пиаже сосредоточил свое основное внимание на эволюции интеллекта в раннем детском возрасте. Материалы экспериментальных исследований этого периода, полученные главным образом в результате наблюдений над собственными детьми, были опубликованы в книгах: «Возникновение интеллекта у ребенка» (1936), «Конструкция реальности у ребенка» (1937), «Формирование символа у ребенка» (1945), а также в ряде статей (например, «Первый год детства», «The British Journal of Psychology», 1927, vol. 18, pp. 97—190).

В этих работах анализу были подвергнуты следующие основные вопросы: 1) исследование действий ребенка при его оперировании с легко изменяющимися предметами — проблема сохранения объема, массы, веса и т. д.; 2) определение специфических особенностей организации интеллекта в начальный досимволический сенсо-моторный период его развития и анализ отношения досимволического интеллекта к последующим стадиям символического мышления.

Период 1929—1939 гг. образует новый этап научной биографии Ж. Пиаже. Именно в это время операциональная концепция интеллекта получила ту форму, в которой она вошла в современную психологическую науку. Для завершения построения этой концепции Пиаже пришлось провести исследования в двух направлениях. Прежде всего, это исследования в экспериментально-психологическом плане, в которых Ж. Пиаже, дополняя работы 1925—1929 гг., занялся анализом среднего детского возраста, имея в качестве основного предмета рассмотрения формирование понятий числа и количества у ребенка. Результаты этих исследований были опубликованы в ряде статей, относящихся к 1936—1939 гг., а также в двух книгах: «Генезис числа у ребенка» (совместно с А. Шеминской, 1941) и «Развитие количества у ребенка» (совместно с Б. Инельдер, 1941). Важным результатом этого периода творчества Пиаже явилось выделение в развитии интеллекта и систематическое исследование стадии конкретных операций.

Вторым направлением, в котором шла работа Пиаже в период 1929—1939 гг., было создание логической концепции, приспособленной специально для психологического анализа развития интеллекта. По ряду причин, подробно освещенных Ж. Пиаже во включенной в настоящее издание работе «Логика и психология», он не мог для этих целей просто воспользоваться одной из существовавших в то время логических теорий: требовалось построить логику интеллекта, а это можно было сделать только в результате специального логического исследования. Осуществляя это исследование, Пиаже-психолог выступает как глубокий и тонкий логик.

Важнейшее для логической теории Ж. Пиаже понятие «группировка» было введено им в 1937 г. (см., в частности, статью «Образуют ли группу отношения равенства, выражающие логическое сложение и вычитание?», «L'enseignement mathématique», 1937, vol. 36, p. 99—108). Систематическое изложение логическая концепция Ж. Пиаже получила в книгах: «Классы, отношения и числа» (1942), «Логический трактат» (1950), «Исследование трансформаций логических операций» (1952), а параллельно с этим и на этой основе формулировалось обобщенное выражение операциональной концепции интеллекта, выполненное Пиаже, в частности, в «Психологии интеллекта» (1946), а также в «Логике и психологии» (1953).

Рассматриваемый период творческой биографии Ж. Пиаже значителен еще одним моментом. Бывшие до этого эпизодическими «выходы» Ж. Пиаже в теоретико-познавательную, эпистемологическую область, теперь становятся систематическими и вытекают из необходимости гносеологического обоснования операциональной концепции, и эта область составляет теперь предмет его специальных занятий. Ж. Пиаже, подготавливая свои будущие публикации по генетической эпистемологии, интенсивно занимается историей математики, физики, биологии.

Начало нового периода исследований Ж. Пиаже можно отнести к 1940 г. Этот период, который продолжается примерно до 1955 г., специфичен не только тем, что в эти годы была опубликована добрая половина основных работ женевского ученого (шестнадцать важнейших книг!), но и тем, что Ж. Пиаже ведет интенсивные исследования в ряде областей, существенно важных для развертывания и уточнения его концепции.

Во-первых, это исследования в области собственно психологии мышления, в которых на базе операциональной концепции интеллекта подвергается анализу формирование у ребенка понятий движения и скорости, времени и случайности, представление пространства, становление спонтанной геометрии и т. д. (основные работы: «Понятия движения и скорости у ребенка» (1946), «Развитие понятия времени у ребенка» (1946), «Представление пространства у ребенка» (совместно с Б. Инельдер, 1947), «Спонтанная геометрия ребенка» (совместно с Б. Инельдер и А. Шеминской, 1948), «Генезис понятия «случай» у ребенка» (совместно с Б. Инельдер, 1951)).

Во-вторых, в этот период создаются обобщенные представления о развитии мышления ребенка к мышлению подростка и о характере элементарных логических структур классификации и сериации: «От логики ребенка к логике подростка» (совместно с Б. Инельдер, 1955); «Генезис элементарных логических структур. Классификации и сериации» (совместно с Б. Инельдер, 1959).

В-третьих, Ж. Пиаже проводит большой цикл специальных экспериментальных исследований восприятия и отношения структур восприятия к операциональным структурам интеллекта. Пиаже вскрывает вероятностную природу восприятия и показывает, что одного восприятия в генетическом плане недостаточно «для формирования элементов мышления или понятий, которые соответствуют операциональной деятельности», что одного восприятия недостаточно и «для образования операций как таковых»; в то же время само восприятие «не развивается автономно», его эволюция вызвана «необходимым для него вмешательством операций»[1]. Систематическое изложение концепции восприятия Ж. Пиаже дано в его книге «Перцептивные механизмы. Вероятностные модели, генетический анализ, взаимоотношения с интеллектом» (1961).

И наконец, в-четвертых, собственно психологическая и логическая концепции Ж. Пиаже составили тот кон-

[1] Ж. Пиаже. Роль действия в формировании мышления. «Вопросы психологии», 1965, № 6, стр. 42.

кретный материал, на основе которого в 40-х — начале 50-х годов была сформулирована общая теоретико-познавательная концепция «генетической эпистемологии», впервые в полном виде изложенная Пиаже в трех томах «Введения в генетическую эпистемологию» (I том — «Математическая мысль», II том — «Физическая мысль», III том — «Биологическая, психологическая и социальная мысль», 1950). Если логика, по мнению Пиаже, занимается формальным анализом познания, то эпистемология (теория познания) исследует познание с точки зрения взаимоотношений субъекта и объекта. Следовательно, эпистемологические проблемы шире собственно логических. Поэтому, говорит Ж. Пиаже, «эпистемология предполагает решенными проблемы логики» [1], она строится, опираясь на логический и психологический материал. Со своей стороны, построенная эпистемология оказывает неоценимую помощь специальным дисциплинам, исследующим мышление,— она указывает им приемы и способы анализа, выясняет ценность и взаимоотношение знаний разного рода, дает в конечном итоге обоснование частным наукам.

По мнению Пиаже, многочисленные попытки построить научную эпистемологию, имевшие место в истории, не привели к положительному результату потому, что они исходили из статической точки зрения. Только генетический и историко-критический подход к человеческому знанию может привести к научной эпистемологии. «Генетическая эпистемология», по замыслу Ж. Пиаже, должна разрабатывать общие вопросы методологии и теории познания, с одной стороны, исходя из результатов экспериментальных психологических исследований и фактов истории научной мысли, а с другой стороны, широко применяя при разработке общей теории методы современной логики и математики (например, булеву алгебру, теорию групп, теорию графов, теорию игр и т. д.).

В рамках генетической эпистемологии Ж. Пиаже обосновывает существование «диалектической связи» между субъектом и объектами, нераздельность субъекта S и объектов O. «Именно из этого нерушимого взаимодействия $S \rightleftarrows O$ и вытекает действие — источник познания. Исходным пунктом познания является не S,

---

[1] J. Piaget. Traité de logique. Paris, 1950, p. 5.

не O, а взаимосвязь $S \rightleftarrows O$, характерная для действия. Именно на основе этого диалектического взаимодействия и раскрывается постепенно объект и его свойства — путем децентрации, которая освобождает познание от внешних иллюзий. Отталкиваясь от этого взаимодействия $S \rightleftarrows O$, субъект, раскрывая и познавая объект, организует действия в стройную систему, составляющую операции его интеллекта или мышления»[1]. Генетическая эпистемология, таким образом, выступает у Ж. Пиаже, с одной стороны, как обобщение его психологических и логических принципов, а с другой — как основание его логико-психологической теории.

В 1955 г. в развитии школы Ж. Пиаже произошло важное событие — под его руководством в Женеве был создан Международный центр генетической эпистемологии[2], поставивший своей целью дальнейшее развитие идей генетической эпистемологии применительно к актуальным проблемам психологии, логики и лингвистики. Создание центра было началом следующего периода научной деятельности Ж. Пиаже, периода, который продолжается и в настоящее время.

В работе Международного центра принимают активное участие многие видные современные специалисты в области психологии, логики, кибернетики, лингвистики и т. д. (например, психологи: Дж. Брунер, Ф. Брессон, А. Морф, Б. Маталон — П. Греко, Я. Смедслунд, А. Джонкхир, Д. Берляйн; логики: Л. Апостель, У. Мэйс, Э. Бет, Ж.-Б. Гриз, С. Папер; специалист в области теории информации Б. Мандельброт и др.). В основании проведенных ими исследований лежат общие принципы генетической эпистемологии, и широкое их обсуждение несомненно способствует дальнейшему развитию этой концепции.

К настоящему времени участники Международного центра подвергли систематическому анализу следующие проблемы:

1. Цели и задачи генетической эпистемологии. Взаи-

---

[1] Ж. Пиаже. Роль действия в формировании мышления. «Вопросы психологии», 1965, № 6, стр. 43.

[2] Центр начиная с 1957 г. издает под редакцией Ж. Пиаже периодические сборники «Исследования по генетической эпистемологии» («Etudes d'épistémologie génétique». Paris, Presses Universitaires de France).

моотношение эпистемологии и психологического исследования[1].

2. Логический и психологический анализ интеллекта. Отношение между формальной логикой и реальным мышлением. Границы формализации[2].

3. Роль понятия равновесия в логике и психологии. Логика, язык и теория информации. Аналитические и синтетические связи в поведении субъекта[3].

4. Логика и восприятие. Соотношение перцептивных структур и операциональных структур интеллекта[4].

5. Научение и знание. Логика, научение и вероятность. Научение логическим структурам. Логика научения[5].

6. Проблемы построения числа. Формализация понятия группировки и построенной Пиаже концепции генезиса числа. Филиация структур[6].

Проведенные по названным темам исследования су-

---

[1] См.: E. W. Beth, W. Mays et J. Piaget. Epistémologie génétique et recherche psychologique. «Etudes d'épistémologie génétique». I. Paris, PUF., 1957.

[2] См.: E. W. Beth et J. Piaget. Epistémologie mathématique et psychologie. «Etudes...». XIV. Paris, PUF., 1961; E. W. Beth. J.-B. Grize, R. Martin, B. Matalon, A. Naess et J. Piaget. Implication, formalisation et logique naturelle. «Etudes...». XVI. Paris, PUF., 1963.

[3] См.: L. Apostel, B. Mandelbrot et J. Piaget. Logique et équilibre. «Etudes...». II. Paris, PUF., 1957; L. Apostel, B. Mandelbrot et A. Morf. Logique, langage et théorie de l'information. «Etudes...». III. Paris, PUF., 1957; L. Apostel, W. Mays, A. Morf et, J. Piaget. Les liaisons analytiques et synthétiques dans les comportements du sujet. «Etudes...». IV. Paris, PUF., 1957.

[4] См.: A. Jonckheere, B. Mandelbrot et J. Piaget. La lecture de l'expérience. «Etudes...». V. Paris, PUF., 1958; J.-S. Bruner, F. Bresson, A. Morf et J. Piaget. Logique et perception. «Etudes...». VI. Paris, PUF., 1958.

[5] См.: P. Gréco et J. Piaget. Apprentissage et connaissance. «Etudes...». VII. Paris, PUF., 1959; L. Apostel, A. R. Jonckheere et B. Matalon. Logique, apprentissage et probabilité. «Etudes...». VIII. Paris, PUF., 1959; A. Morf, J. Smedslund, Vinh-Bang et J. F. Wohlwill. L'apprentissage des structures logiques. «Etudes...». IX. Paris, PUF., 1959; M. Goustard, P. Gréco, B. Matalon et J. Piaget. La logique des apprentissages. «Etudes...». X. Paris, PUF., 1959.

[6] См.: P. Gréco, J.-B. Grize, S. Papert et J. Piaget. Problèmes de la construction du nombre. «Etudes...». XI. Paris, PUF, 1960; L. Apostel, J.-B. Grize, S. Papert et J. Piaget. La filiation des structures. «Etudes...». XV. Paris, PUF, 1963.

щественно обогатили все стороны — психологическую, философскую и логическую — концепции Ж. Пиаже.

В первой части вступительной статьи мы охарактеризовали в общем виде научную деятельность Ж. Пиаже, выделили основные этапы его научной биографии. Теперь следует остановиться на рассмотрении основных методологических предпосылок, из которых исходит Ж. Пиаже в своих исследованиях. Иначе говоря, речь должна пойти о методе исследования и описания интеллекта, предложенном Ж. Пиаже.

В науку XX века Ж. Пиаже вошел, прежде всего, как один из наиболее ярких представителей синтетического подхода к исследованию психики. Такой подход, основывающийся на стремлении органически объединить в одной системе отдельные принципы и методы, выработанные в различных исторически предшествующих концепциях, весьма характерен для ряда наук во второй половине XX века. Ж. Пиаже — активному борцу за подобный подход в психологии — принадлежит несомненная заслуга в его становлении и утверждении.

Психология конца XIX — начала XX века вскрыла некоторые принципиальные свойства психики и сформулировала ряд гипотез о ее строении. В недрах многих школ и направлений были предприняты первые шаги по исследованию психики как поведения. Французская социологическая школа сконцентрировала свое внимание на анализе зависимости психической жизни индивида от окружающих его социальных отношений. Гештальтпсихология («теория формы») резко подчеркнула целостный, структурный характер психических образований. Все шире стала пробивать себе дорогу идея генетического подхода к формированию психики. К этому надо добавить подчеркиваемую многими психологическими школами идею обусловленности субъективной, психической деятельности отношениями и свойствами мира объектов. Все эти принципы составляют, по сути дела, полный перечень тех установок, из которых исходит Ж. Пиаже в своих работах.

При этом Пиаже прекрасно осознает как внутренние трудности, возникшие при реализации указанных идей в соответствующих концепциях, так и общую принципиальную ограниченность каждой из них, ограниченность, вытекающую из самой постановки задачи — анализ одного принципа при фактически полном игнорировании всех остальных. В этой связи можно упомянуть, например, внутреннюю противоречивость социологической трактовки интеллекта, предложенной французскими исследователями (в первой части статьи мы кратко останавливались на критике Ж. Пиаже различных вариантов этой концепции), серьезные трудности, с которыми столкнулся бихевиоризм в своих попытках определить действие и дать интерпретацию психической жизни индивида в терминах поведения, и т. д.[1]

Суть позиции, занятой Ж. Пиаже по отношению к ряду ведущих направлений предшествующей ему (а иногда и современной) психологической науки, можно проследить на примере его отношения к гештальтпсихологии («теории формы»). Занимаясь анализом этой концепции в главе III «Психологии интеллекта», Ж. Пиаже приходит к следующим выводам. С одной стороны, «характер «целостности», свойственный психическим структурам (как перцептивным, так и интеллектуальным), существование законов «хорошей формы», сведе́ние изменений структуры к формам равновесия и т. д. обоснованы столь многочисленными экспериментальными работами, что эти понятия с полным правом широко используются в современной психологии»[2]. Но, с другой стороны, «теория формы, не вызывающая сомнений в определении ею форм равновесия или вполне структурированных целостностей, не может быть, однако, принята, так как и в перцептивной сфере, и в сфере интеллекта она не принимает во внимание ни реальности генетического развития, ни действенного конструирования, которое характеризует это развитие»[3]. Иначе говоря, гештальтпсихологии не хватает генетической ориентации и понимания психики как деятельности.

Выявив сильные и слабые стороны различных концепций психики, Пиаже формулирует идею синтеза, теоретического объединения и обобщения основных завоеваний предшествующей науки. И именно эта идея пронизывает всю научную деятельность Ж. Пиаже.

---

[1] Подробно этот вопрос рассмотрен в первой части статьи Н. И. Непомнящей «О связи логики и психологии в системе Ж. Пиаже». «Вопросы философии», 1965, № 4, стр. 133—140.

[2] См. стр. 113 настоящего издания.

[3] См. стр. 121 настоящего издания.

Если мы имеем несколько принимаемых утверждений (принципов), то задача их объединения, синтеза в единой теоретической системе может решаться, как правило, не одним, а несколькими путями. Причем в исходном пункте чрезвычайно трудно установить относительную ценность каждого из таких путей. Разработка методов подобной оценки представляет собой важную (и весьма далекую от общепринятого решения) задачу методологии и логики науки. Мы, к сожалению, не можем входить здесь в обсуждение деталей этой проблематики. Следует отметить лишь один момент: существенное значение при решении этого круга вопросов имеет сопоставление результатов, полученных при реализации предлагаемого способа синтеза, во-первых, с содержанием тех концепций, которые послужили исходным материалом объединения; с этой точки зрения несомненно, что концепция Пиаже сумела подняться над тем, что составляло ее исходную базу. Во-вторых, полученный результат надо сопоставить с дальнейшим развитием рассматриваемой отрасли знания (т. е. с тем, что составляет содержание современной точки зрения в строгом смысле). При этом очень важно, в частности, произвести сравнительный анализ концепции Ж. Пиаже и тех путей развития теоретической психологии, которые представлены в трудах Л. С. Выготского, С. Л. Рубинштейна, А. Н. Леонтьева и других советских психологов. В этом смысле оценка концепции Пиаже уже не является однозначной: при сопоставлении с другими современными психологическими концепциями (в частности, принятыми в отечественной психологии) теоретическая схема Пиаже обнаруживает как сильные, так и слабые стороны. Это, впрочем, вполне естественно и соответствует законам развития всякой науки.

Каковы же основные вехи построения теоретической психологии, намеченные Ж. Пиаже? Отвечая на этот вопрос, мы, естественно, будем вынуждены несколько нарушить историческую последовательность становления идей, чтобы выявить их логическую последовательность.

В центре теоретической концепции Ж. Пиаже стоит определение природы интеллекта и решение проблемы соотношения психологии и логики.

В «Психологии интеллекта» Ж. Пиаже последовательно отвергает ряд психологических теорий интеллекта — своеобразный вариант теории предустановленной гармонии, априористскую концепцию «психологии мышления», согласно которой интеллект представляет собой некое «зеркало логики», гештальтистскую теорию, основанную на понимании интеллекта как совокупности независимых от развития психики структурных образований, ассоцианизм физиологической ориентации, концепцию «проб и ошибок» с ее явно выраженной эмпиристской направленностью. Подвергая глубокому критическому рассмотрению эти концепции, Ж. Пиаже формулирует основные принципы своего подхода. Вот они:

1. Интеллект определяется в контексте анализа поведения, т. е. особого обмена (взаимодействия) между внешним миром и субъектом. «...В противоположность физиологическим обменам, носящим материальный характер и предполагающим внутреннее изменение тел, «поведения», изучаемые психологией, носят функциональный характер и реализуются на больших расстояниях — в пространстве (восприятие и т. д.) и во времени (память и т. д.), а также по весьма сложным траекториям (с изгибами, отклонениями и т. д.)»[1]. В рамках понимаемого таким образом поведения выделяются два важнейших и теснейшим образом связанных аспекта — аффективный и когнитивный, причем первый представляет собой энергетическую характеристику поведения, а второй — его структурные свойства. Интеллект, следовательно, вводится Ж. Пиаже как определенная форма когнитивного аспекта поведения, функциональное назначение которого — структурирование отношений между средой и организмом.

2. Интеллект, как и все остальные биологические процессы и функции, обладает, по Ж. Пиаже, адаптивной природой. Адаптация при этом понимается как равновесие между ассимиляцией (или усвоением данного материала существующими схемами поведения) и аккомодацией (или приспособлением этих схем к определенной ситуации). Совершенно очевидно, что адаптация может быть весьма различной по своей природе; например, материальной, когда равновесие достигается за счет «взаимопроникновения между той или иной частью живого тела и той или иной частью внеш-

[1] См. стр. 58 настоящего издания.

ней среды»[1], или функциональной, не сводящейся к такому материальному взаимопроникновению (обмену). Важнейшим моментом в понимании природы интеллекта является для Пиаже утверждение о специфически функциональном характере адаптации в интеллектуальной сфере.

3. Познание, осуществляемое интеллектом, не есть, согласно Ж. Пиаже, статическая копия реальности. Познавать объект — это значит воздействовать на него, значит динамически воспроизводить объект, и именно поэтому суть интеллекта — в его деятельной природе. Психическая и, следовательно, интеллектуальная жизнь начинается «с функциональных взаимодействий, т. е. с того момента, когда ассимиляция не изменяет более ассимилируемые объекты физико-химическим образом, а включает их в формы своей собственной деятельности»[2], иначе говоря, когда аккомодация влияет только на деятельность.

4. Интеллектуальная деятельность производна от материальных действий субъекта; ее элементы — операции — представляют собой интериоризованные действия, которые только в том случае оказываются операциями в собственном смысле слова, когда они координируются между собой, образуя обратимые, устойчивые и вместе с тем подвижные целостные структуры.

5. Такие целостные структуры могут существенно отличаться между собой как по степени их обратимости и характеру подвижности, так и по отнесенности к той или иной сфере объектов. Более того, другие когнитивные функции (например, восприятие) также характеризуются структурным строением. Возникающие в этой связи проблемы генетического родства когнитивных функций (и поведения в целом) и специфики интеллекта решаются Ж. Пиаже следующим образом. Интеллект «продолжает и завершает совокупность адаптивных процессов»: если органическая адаптация «обеспечивает лишь мгновенное, реализующееся в данном месте, а потому и весьма ограниченное равновесие», то простейшие когнитивные функции (восприятие, навык, память и т. д.) «продолжают это равновесие как в про-

---

[1] См. стр. 63 настоящего издания.

[2] Там же.

странстве, так и во времени», но лишь один интеллект «тяготеет к тотальному равновесию, стремясь к тому, чтобы ассимилировать всю совокупность действительности и чтобы аккомодировать к ней действие, которое он освобождает от рабского подчинения изначальным «здесь» и «теперь»[1]. Отсюда — принцип генетического выведения интеллектуальных операций, обратной стороной которого является невозможность указания строгих границ интеллекта,— последний приходится характеризовать лишь «тем направлением, на которое ориентировано его развитие»[2].

Таким образом, согласно Ж. Пиаже, интеллект есть особая форма взаимодействия между субъектом и объектами, специфическая деятельность, которая, будучи производной от внешней предметной деятельности, предстает как совокупность интериоризованных операций, скоординированных между собой и образующих обратимые, устойчивые и одновременно подвижные целостные структуры. Интеллект, говорит Ж. Пиаже, можно определить как «прогрессирующую обратимость мобильных психических структур» или, что то же самое, как «состояние равновесия, к которому тяготеют все последовательно расположенные адаптации сенсо-моторного и когнитивного порядка, так же как и все ассимилятивные и аккомодирующие взаимодействия организма со средой»[3].

Легко обнаружить в изложенной системе взглядов все те принципиальные идеи предшествующей психологии, которые выделял и принципиально принимал Ж. Пиаже. Теперь они действительно не образуют набора отдельных принципов, а взаимосвязаны между собой. Перед нами, таким образом, основы синтетической концепции, развиваемой Ж. Пиаже. С конкретными путями реализации этой концепции читатель познакомится по работам, включенным в настоящее издание. Нам же сейчас представляется необходимым обратить внимание на некоторые важные в методологическом плане пункты.

В своих исходных определениях Ж. Пиаже не выходит за рамки индивидуальной психологии с

---

[1] См. стр. 59—60 настоящего издания.
[2] См. стр. 62 настоящего издания.
[3] См. стр. 64 настоящего издания.

четко выраженной биологической направленностью. Для него субъект — это видно из приведенных нами исходных принципов и совершенно четко проявляется в экспериментальных исследованиях — является лишь активным действующим индивидом, причем общие закономерности, которым подчиняется развитие психической жизни субъекта, оказываются закономерностями, присущими всему биологическому миру (законы адаптации, ассимиляции, аккомодации, равновесия и т. д.). Правда, о «биологизме» Пиаже надо говорить cum grano salis, учитывая, что этот «биологизм» вплетается в психологический и социальный контекст и связан со стремлением построить психологию как науку, синтезирующую и биологические, и социальные, и логические принципы подхода к объекту исследования[1]. Тем не менее можно с полным правом сказать, что предлагаемые Ж. Пиаже основания синтетической психологической системы не столь радикально отличаются от предшествующей ему психологической науки и в то же время уступают общим исходным установкам развиваемого, прежде всего многими отечественными специалистами-психологами, понимания психики (и интеллекта) как общественно-исторического, социального образования. С этой точки зрения здание психологии, построенное Ж. Пиаже, — сколь бы внушительным и грандиозным оно ни было — оказывается построенным не на столь уж прочном фундаменте.

В противоположность концепциям субстанциональности психической жизни Ж. Пиаже выступает как яркий представитель функционально-структурного подхода к исследованию психики (интеллекта). Для него интеллект есть прежде всего особое функциональное взаимодействие, структурирующее взаимоотношения организма и среды. В последовательном проведении такого подхода — важная заслуга женевского ученого. Однако вместе с тем даже исходные предпосылки теории Ж. Пиаже дают возможность сделать вывод о том, что его функционализм и особенно структурализм еще крайне робки и по сути дела представляют собой лишь

---

[1] Подробнее об этом см.: В. Н. Садовский, Э. Г. Юдин. Жан Пиаже — психолог, логик, философ. «Вопросы психологии», 1966, № 4.

самые первые звенья в реализации соответствующих методических подходов.

Действительно, считая интеллект системой структурированных целостностей, Ж. Пиаже определяет эти целостности как некое конечное состояние, к которому стремится развитие ассимилятивных и аккомодирующих взаимодействий организма со средой. Речь, стало быть, идет не о внутренних закономерностях интеллектуальных механизмов, а о понимании стадий интеллектуального развития, в большей или меньшей степени удаленных от конечного состояния. Подобный способ рассуждения — не редкость для XX века: хорошо известны примеры его реализации в непсихологической сфере, например, в «теории открытых систем» Л. Берталанфи, где открытая система, находящаяся в постоянном обмене веществом и энергией со средой, описывается с помощью так называемых «телеологических» уравнений, показывающих степень отклонения данного состояния рассматриваемой системы от ее фиксированного конечного состояния[1]. Вполне очевидно, что в этом случае рассматриваются лишь некоторые внешние структурные характеристики исследуемого процесса. Подобный упрек в методологической незавершенности с полным основанием можно бросить и Ж. Пиаже.

Эти критические соображения становятся более строгими и точными, если обратиться к анализу взглядов Ж. Пиаже на соотношение логики и психологии в исследовании интеллекта.

При анализе интеллекта необходимо, считает Ж. Пиаже, сочетать психологический и логический планы исследования. В этом утверждении и в его четком осуществлении — одна из важнейших особенностей теории Ж. Пиаже. К необходимости такого объединения женевский психолог приходит прежде всего в результате осознания внутренних противоречий и ограниченностей предшествующих психологических теорий, стремящихся соблюсти «чистоту» психологического анализа и явным образом пытающихся абстрагироваться от данных логики.

Основная задача, которую решает Ж. Пиаже в своих исследованиях проблем логики, состоит в выяснении

---

[1] См.: L. von Bertalanffy. General System Theory: A Critical Review, «General Systems», vol. VII, 1962.

того, существует ли соответствие между логическими структурами и операциональными структурами, составляющими предмет психологического изучения.

В случае положительного решения этого вопроса процесс реального формирования мыслительных операций получает логическое обоснование.

Вопрос о соотношении психологических структур (как они, например, выявлены в работах Ж. Пиаже) и структур логики (представленных в современных формальнологических теориях) не является тривиальным. Специфический метод построения логики состоит в конструировании аксиоматических теорий, связь которых с интеллектуальной деятельностью индивидов далеко не очевидна. Ни отбор исходных элементов аксиоматической логической системы, ни процесс ее «развертывания» не говорят нам непосредственно о закономерностях мышления, о специфических особенностях интеллектуальной деятельности людей.

По мнению Ж. Пиаже, три основные трудности возникают при сопоставлении аксиоматических логических теорий с психологическим описанием реального развития интеллекта: 1) мышление взрослого не формализуемо; 2) развертывание аксиоматической логики в определенном отношении противоположно генетическому порядку построения операций (например, при аксиоматическом построении логика классов выводится из логики высказываний, в то время как с генетической точки зрения пропозициональные операции выводятся из логики классов и отношений); 3) аксиоматическая логика атомистична (ее основу составляют атомизированные элементы) и способ доказательства, используемый в ней, носит по необходимости линейный характер; реальные операции интеллекта, напротив, сорганизованы в некоторые целостные, структурные образования и только в этих рамках они и выступают как операции мышления[1].

Аксиоматическое построение логики не является, однако, исходным и в самой логике. И исторически, и теоретически ему предшествует некоторое содержательное рассмотрение логических понятий — в виде анализа систем логических операций (алгебра логики). Именно эти операционально-алгебраические структуры могут

[1] См. стр. 606—607 настоящего издания.

выступить, по мнению Ж. Пиаже, в качестве посредствующего звена между психологическими и логическими структурами.

Современная формальная логика при всем ее формализованном и весьма абстрактном характере в конечном итоге является, согласно Ж. Пиаже, специфическим отражением реально совершающегося мышления. Это означает, что логику можно рассматривать как аксиоматику мышления, а психологию мышления — как соответствующую логике экспериментальную науку. Аксиоматика является гипотетико-дедуктивной наукой, которая старается свести к минимуму апеллирование к опыту и воспроизводит объект, опираясь на ряд недоказуемых утверждений (аксиом), из которых она выводит все возможные следствия с помощью наперед заданных, строго фиксированных правил. Аксиоматику можно рассматривать как своеобразную «схему» реального объекта. Но именно в силу «схематического» характера всякой аксиоматики она не может ни заменить соответствующую экспериментальную науку, ни считаться лежащей в основе последней, так как «схематизм» аксиоматики — это свидетельство ее очевидной ограниченности.

Логика, будучи идеальной моделью мышления, не испытывает никакой нужды в апеллировании к психологическим фактам, так как гипотетико-дедуктивная теория непосредственно не анализирует фактов, а лишь в какой-то крайней точке соприкасается с экспериментальными данными. Однако поскольку определенная связь с фактическими данными все же присуща всякой гипотетико-дедуктивной теории и, следовательно, поскольку всякая аксиоматика является «схемой» некоего реально существующего объекта, постольку между психологией и логикой должно быть некоторое соответствие (хотя между ними никогда не существует параллелизма). Это соответствие логики и психологии имеет место в той мере, в какой психология анализирует конечные положения равновесия, которых достигает развитый интеллект.

С точки зрения Ж. Пиаже, психология должна исследовать, посредством каких механизмов интеллекту удается в процессе развития построить операциональные структуры мышления, выражением которых и является логика. Если психолог для объяснения факта существования операциональных интеллектуальных структур будет прибегать к ссылке на действие в мышлении принципов и законов логики (принципов непротиворечивости, тождества и т. д.), он не решит задачу, так как логические принципы и законы — это не некая самостоятельная действительность, существующая наряду с реальными процессами мышления, а лишь аксиоматическая «схема» этих процессов, идеальная модель мышления.

Но именно потому, что логика является аксиоматикой того процесса, экспериментальным изучением которого занимается психология, всякое открытие, совершающееся в одной из этих наук, выдвигает проблему перед другой, считает Ж. Пиаже. Так, логика, формулируя законы операциональных структур интеллекта, ставит перед психологией задачу исследования путей формирования этих структур. Разработанный в логике аппарат четко описывает особенности тех состояний интеллекта, генезис и функционирование которых исследует психология. В то же время психология, открывая особенности интеллектуальных структур, не учтенные в ныне существующем логическом аппарате, ставит перед специалистами по логике задачу соответствующего развития и расширения логического аппарата. Имеет место, таким образом, своеобразное взаимодействие логики и психологии, которое ни в малейшей мере не уничтожает самостоятельности их проблематики и методов исследования.

Для того чтобы данные современной формальной логики можно было использовать как средства объяснения в психологии, необходимо выделить операционально-алгебраические структуры логики. Решение этой задачи дано в ряде работ Ж. Пиаже[1].

Важнейшую роль в этих исследованиях Ж. Пиаже играет понятие группировки, производное от понятия группы. Под группой в алгебре понимают множество элементов, удовлетворяющих следующим условиям: 1) на этом множестве для каждой пары элементов (x, y) однозначно определена бинарная операция (например, «+»), так что для x, y, z из этого множест-

[1] См.: J. Piaget. Classes, relations et nombres. Paris, Vrin, 1942; J. Piaget. Traité de logique. Paris, Colin, 1949, а также в настоящем издании работу «Логика и психология» и вторую главу «Психологии интеллекта».

ва имеет место: $x+y=z$; 2) все элементы этого множества удовлетворяют условию ассоциативности: $(x+y)+z=x+(y+z)$; 3) в данном множестве существует элемент e такой, что для любого x единственным образом определяется элемент u, так что $x+u=e$, где e называется единицей группы, а u — обратным элементом по отношению к элементу x; 4) бинарная операция между любым элементом данного множества и единицей группы дает в результате тот же самый элемент, т. е. $x+e=x$, $e+x=x$. Группировка получается, если к четырем условиям группы добавить еще пятое условие: 5) наличие тавтологии (идемпотентности): $x+x=x$; $y+y=y$; и т. п.

Поясним приведенное определение. Пусть у нас имеется множество элементов $(a, b, c, \ldots)$. Для того чтобы это множество представляло собой группу, необходимо выполнение четырех указанных условий группы. Возьмем в качестве групповой операции сложение «+». Если для любых a и b мы имеем: 1) $a+b=c$; 2) $(a+b)+c=a+(b+c)$; 3) $a+(-a)=0$; 4) $a+0=a$, то данное множество представляет собой группу. В разбираемом случае обратным элементом по отношению к a является $(-a)$, а единицей группы 0.

Если для множества $(a, b, c, \ldots)$ в качестве групповой операции взять умножение («×»), то тогда мы будем иметь дело со следующей группой: 1) $a\times b=c$; 2) $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$; 3) $a\times a^{-1}=1$; 4) $a\times 1=a$ (обратным элементом по отношению к a здесь является a^{-1}, а единицей группы 1).

Для того чтобы перейти от группы к группировке, которую вводит Ж. Пиаже, надо к четырем условиям группы добавить пятое, наличие тавтологии: $a+a=a$ или $a\times a=a$.

Легко проверить, что для арифметических действий сложения и умножения это условие не сохраняется ($a+a=2a$, $a\times a=a^2$), но для абстрактных образований, исследуемых в алгебре, оно вполне допустимо[1].

В своих работах Ж. Пиаже устанавливает восемь элементарных группировок логики классов и отношений, сформированность которых в индивидуальном раз-

---

[1] Подробнее об алгебраических структурах логики см. комментарий *Логико-алгебраические структуры в концепции Ж. Пиаже*, стр. 633—638.

витии свидетельствует о том, что субъект достиг уровня конкретных операций. В настоящем издании читатель легко найдет соответствующие описания, как и характеристику более сложных логико-структурных систем, специфических для логики высказываний и для формального уровня развития мышления[1]. Весь этот аппарат выступает у Ж. Пиаже как строгое описание тех состояний интеллекта, которые должен пройти субъект в своем развитии.

Важность логических исследований Ж. Пиаже не подлежит никакому сомнению. Здесь мы имеем дело с одной из первых попыток в психологии не только декларировать значение логических методов, но и реализовать эти методы фактически — на огромном эмпирическом и теоретическом материале. Логика в системе Ж. Пиаже выполняет функцию формального описания состояний, которые проходит субъект, иначе говоря, служит тем формальным аппаратом, который придает всей концепции строгость и обеспечивает систематичность теоретического построения. Вместе с тем именно логика Ж. Пиаже является источником его многих затруднений.

Действительно, посмотрим, как строится эта система. Исходные предпосылки психологического исследования Ж. Пиаже, о которых мы уже говорили, представляют собой определенную абстракцию, построенную на базе накопленного в психологическом описании мышления (в том числе и в работах Ж. Пиаже) экспериментального материала и, как таковые, они должны выступать в качестве средств дальнейшего теоретического анализа. Но вместе с тем в самом по себе экспериментально-психологическом материале эти принципы непосредственно не содержатся: процесс их выявления (и особенно дальнейшей разработки) необходимым образом связан с привлечением особого аппарата, который может быть непосредственно не связан с психологией ребенка, однако, должен быть способен четко выразить эти принципы и обладать достаточными возможностями для их конкретизации. Для того чтобы содержание, первоначально выделяемое интуицией психолога, приобрело силу реального исследовательского

---

[1] См. стр. 97—103, 606—619 настоящего издания.

средства, необходимо найти или построить особый понятийный аппарат, в наибольшей степени соответствующий данным этой интуиции. Для Пиаже таким аппаратом явилась математическая логика и, в частности, алгебро-логические понятия, причем этот аппарат не просто оказался перенесенным в сферу психологии, а была предпринята широкая (и, на наш взгляд, перспективная) попытка его обоснования и последующего применения.

Логические структуры, входящие в операциональную концепцию интеллекта, представляют собой особое *переформулирование* содержания определенных разделов формальной логики (выступающей, как правило, в аксиоматической форме). Характер этого переформулирования задается, однако, отнюдь не соответствующими формальнологическими теориями, а прежде всего строением тех *интуитивно выделяемых* психических структур, особым способом описания которых в конечном счете должны выступить логические структуры. Поэтому при построении концепции Пиаже, наряду с отношением «формальная логика→логические структуры», важнейшую роль играло определение воздействия интуитивно выделяемых *психических структур на формулирование теории логических структур*, с тем чтобы впоследствии, после построения основ теории, эти последние выступили в качестве аппарата описания (а не интуитивного представления) первых. Подобный механизм становления концепции и привел к тому, что в созданной теории между логическими и психологическими структурами было установлено отношение *взаимовыражения*. «Ставшая» теория снимает процессы, приведшие к ее созданию, и оставляет лишь конечный результат — соответствие одних структур другим. Фактически Пиаже не строит *логической* теории интеллекта. В его концепции логическое выступает не в виде собственно логических форм, а в виде своего рода «поля логических структур», которое структурирует психологическую действительность. Такой способ понимания логического очень интересен, но вместе с тем и легко уязвим в ряде пунктов. Укажем некоторые из них.

Ж. Пиаже, начав с интуитивно понимаемого понятия деятельности, затем через призму своего логического аппарата вносит в это понятие известную строгость и определенность. Логический аппарат в его концепции служит именно тому, чтобы дать расчлененное представление о деятельности и превратить это понятие в действительное средство психологического анализа. Но, будучи с самого начала ограничен используемым им логическим аппаратом, Пиаже дает лишь предельно одностороннее представление деятельности. Анализируемая в рамках операциональной концепции интеллекта деятельность — это предмет, построенный на основе применения логических структур, и, как таковой, он, с одной стороны, может быть проанализирован в рамках возможностей, заложенных в психологически интерпретированных логических структурах, а с другой — ни в коей мере не может служить изображением деятельности в целом.

Еще одна трудность связана с тем, что чрезвычайно неясной остается в концепции Ж. Пиаже отнесенность выявленных им логических структур к реальному мышлению. Взяв в качестве основы своей логики формальнологические исчисления, Пиаже не смог освободить их от тех внемыслительных «наслоений», которые были внесены в них предшествующей историей логики. Защищая в *принципе* правильную позицию в решении проблемы взаимоотношения логики и психологии, Ж. Пиаже, однако, не находит всех тех средств, которые необходимы для последовательного решения этой проблемы. Во всяком случае, его логика без достаточных оснований рассматривается им именно как *логика мышления* (никакое последующее эмпирическое оправдание не может служить обоснованием решения этой теоретической проблемы).

С серьезными трудностями сталкивается Ж. Пиаже и при проведении своего генетического исследования. Очевидно, что понятие «генезис психических структур» является одним из центральных для Пиаже. По сути дела, вся его концепция, по замыслу ее автора, должна выступать как теория генезиса психики. При этом вскрыть каузальный механизм генезиса — это значит, по Пиаже, «во-первых, восстановить исходные данные этого генезиса... и, во-вторых, показать, каким образом и под влиянием каких факторов эти исходные структуры превращаются в структуры, являющиеся предметом нашего исследования»[1].

Давая более развернутое изложение критериев генетического анализа, Б. Инельдер пишет, что развитие интеллекта проходит ряд стадий, причем: 1) каждая стадия включает период подготоовки (генезиса) и период завершения; последний характеризуется прогрессивной организацией структуры мыслительных операций); 2) каждая структура есть в одно и то же время существование одной стадии и исходная точка следующей стадии, нового эволюционного процесса; 3) последовательность стадий постоянна, возраст достижения той или иной стадии варьируется в некоторых пределах в зависимости от опыта, культурной среды и т. д.; 4) переход от ранних стадий к более поздним совершается путем особой интеграции: предшествующие структуры оказываются частью последующих[2].

Что же реально получается в результате исследования, построенного на таких принципах? Фиксация последовательных ступеней, которые, согласно этой концепции, проходит ребенок в своем развитии как в области логического мышления и освоения действительности, так и в области аффективной жизни. Единственным работающим критерием при этом вновь выступают логические структуры. Они не только соответствуют реальным психическим структурам, но и предопределяют на каждом этапе развития то, что должно быть сформировано у индивида.

Генетическое исследование интеллекта, таким образом, выступает как фиксация стадий достижения соответствующих логических структур. Следовательно, хотя для Пиаже очень важен динамизм психических структур, логические структуры оказываются у него нединамичными, являясь лишь статическими характеристиками состояний интеллекта. Из исследования в результате этого выпадает анализ внутренних механизмов процесса развития, а генетическое рассмотрение в лучшем случае дает представление не о действительном развитии, а о схеме, построенной в соответствии с требованиями, вытекающими из системы

---

[1] Ж. Пиаже и Б. Инельдер. Генезис элементарных логических структур, стр. 10.

[2] См.: B. Inhelder. Some Aspects of Piaget's Genetic Approach to Cognition. «Thought in the Young Child», p. 23.

логических структур, т. е. о том, каким могло бы быть развитие при реализации заданных условий.

Та же самая трудность, но в несколько иной форме, выступает при рассмотрении процесса порождения внешними предметными действиями первичных интеллектуальных структур. Сенсо-моторный интеллект, согласно Пиаже, представляет собой неразвитую форму систем равновесия развитого интеллекта. Но в этом случае, как отметил А. Валлон, происходит ошибка предвосхищения следствия. Не имея возможности вывести интеллект, личность из системы действий, Пиаже, по мнению Валлона, внес интеллектуальные структуры в сами действия[1]. В значительной степени этот аргумент обоснован. Его, конечно, не следует понимать в том смысле, что сама идея выведения интеллектуальных структур из сенсорной моторики (конечно, с учетом того, что эта последняя строится и реализуется в социальной среде) является ложной. В систематическом рассмотрении этой возможности заключена важнейшая позитивная сторона работ Пиаже. Дело в другом — нормативные логические требования и здесь выступают в качестве единственного реального критерия и исследовательского принципа; но тем самым действительный генетический анализ неизбежно сводится к заведомо односторонней псевдогенетической реконструкции.

Наконец, еще одна ограниченность концепции Пиаже связана с тем, что ее автор доводит свой анализ лишь до рассмотрения периода образования формальных операций и фактически совершенно не занимается исследованием «зрелой» деятельности мышления (связанной, например, с решением различных, в том числе творческих задач), что существенно обедняет ценность его теории.

Таковы некоторые критические соображения, которые можно сделать в адрес Ж. Пиаже, прежде всего, в связи с предложенным им решением проблемы соотношения логики и психологии.

Наш анализ методологических основ концепции Ж. Пиаже был бы весьма абстрактным, если бы мы оставили совершенно без внимания конкретные эмпи-

---

[1] См.: А. Валлон. От действия к мысли. М., ИИЛ, 1956, стр. 43, 46—50.

рические исследования женевской психологической школы. Включенная в настоящий том работа «Генезис числа у ребенка» дает хороший материал в этом отношении.

Анализ формирования у ребенка понятия числа представляет для нашего читателя — педагога и психолога — особый интерес: как известно, над этими проблемами работает большая группа отечественных исследователей. Как же решается эта проблема Ж. Пиаже?

Его исходный тезис состоит в том, что понятие числа активно строится субъектом, а не дано готовым в его сознании. С этой точки зрения для него оказываются в равной мере неприемлемыми как сугубо психологические, так и сугубо логистические концепции происхождения числа. Э. Мах и Э. Риньяно полагали, что арифметические операции возникают в результате мысленного эксперимента — умственного воспроизведения реальных фактов и оперирования с этими фактами; согласно их точке зрения, арифметическое исчисление является лишь мысленным продолжением реальной деятельности пересчета. Ж. Пиаже подвергает эту точку зрения обстоятельной критике.

Центральный пункт его критики направлен против неясности, расплывчатости самого понятия «мысленный опыт»: оно вполне приемлемо (и действительно широко применяется), поскольку речь идет о простом описании фактов. В понятии мысленного опыта выражается тривиальное для психологии обстоятельство: тот факт, что всякий материально осуществляемый опыт может быть подвергнут последующей интериоризации, т. е. превращению в «мысленный» опыт, развертывающийся в воображении. Но при этом остаются нерешенными важнейшие гносеологические вопросы. Для Ж. Пиаже особенно существенно то, что мысленный опыт может быть как внешним для субъекта (в этом случае он состоит в воображении действительности), так и внутренним, когда он состоит в воображении самих действий, посредством которых субъект преобразует действительность. В свою очередь, воображение возможных действий может иметь место как относительно действий, которые плохо дифференцированы и координированы между собой и потому вынуждены опираться на внешнюю реальность, так и относительно действий, которые уже достаточно координированы и обратимы и благодаря этому образуют операциональные структуры. Развертыванию и экспериментальному обоснованию этого тезиса посвящена значительная часть работы «Генезис числа у ребенка».

Ж. Пиаже показывает, что на дооперациональной стадии развития интеллекта ребенок опирается исключительно на перцептивную наглядность, поэтому любое перемещение элементов внутри множества означает для него изменение и самого множества в целом. Отсюда возникают непреодолимые для данного уровня трудности с приведением элементов двух множеств во взаимно-однозначное соответствие. Лишь совершенствование структуры действия позволяет усовершенствовать и мысленный опыт. Но и в этом случае понятие мысленного опыта оказывается недостаточным: если оно выражает способность субъекта действовать посредством операций, то сам мысленный опыт вытекает из операций или опирается на них, но никоим образом не объясняет этих операций. Такое объяснение можно почерпнуть лишь в анализе становления самих операций на основе растущей координации действий.

Операциональная концепция позволяет Ж. Пиаже подвергнуть последовательной критике и точку зрения Г. Гельмгольца, согласно которой число возникает как абстракция от состояний субъекта, сменяющих друг друга и образующих последовательность; достаточно перенумеровать члены такой последовательности посредством некоторой конвенционально принятой процедуры, чтобы получить ряд «номеров порядка» и их простой последовательности. Этой точке зрения Пиаже противопоставляет взгляд, согласно которому понимание порядка не может сформироваться отдельно от понимания количества, и наоборот. В обосновании этого взгляда ярко обнаруживаются основные методологические принципы исследовательской работы Ж. Пиаже. Для него неприемлемы узкие концептуальные схемы чисто дедуктивного порядка, ориентированные на то или иное понятие и быстро обнаруживающие свою недостаточность при экспериментальной проверке. Формирование числа (как и любого другого понятия), по мнению Пиаже, может быть объяснено лишь в том случае, если объяснение с самого начала опирается на представление о некотором целостном процессе, структура которого задается соответствующей структурой действий, а развитие структуры действий означает для Пиаже прежде всего переход от интериоризованных действий к логической структуре операций.

В этом пункте заключен центральный момент всего анализа, проводимого Ж. Пиаже: чисто психологические объяснения происхождения числа оказываются для него недостаточными, поскольку для них логическая структура операций является лишь чем-то внешним, результирующим. Но в равной мере неприемлемы для него и чисто логицистские объяснения, игнорирующие механизмы становления понятия числа. В этой связи он подвергает критическому рассмотрению концепции Б. Рассела и А. Пуанкаре. Рассел стоит на атомистической точке зрения традиционной логики, согласно которой можно рассматривать отдельно взятое предложение, класс или отношение, поскольку то или иное выражение (например, «некий человек») всегда, независимо от контекста, имеет один и тот же смысл (например, выражение «некий человек» выражает логическое тождество человека самому себе). Пуанкаре и другие критики логицизма полагали, что высказывание «некий человек» выражает не логическое тождество, а математическое число 1 и имеет смысл «один человек»; отсюда делался вывод, что Расселу не удалось решить поставленную задачу — свести число к логическому тождеству, поскольку то, что Рассел принимает за логическое тождество, в действительности уже скрытым образом содержит понятие числа.

С точки зрения Ж. Пиаже, равно ошибочны обе концепции: нельзя ставить вопрос о смысле выражения, не выяснив предварительно принадлежности этого выражения к той или иной операциональной структуре. Например, выражение «некий человек» может иметь смысл числа 1, если оно включено в контекст операций, посредством которых осуществляется сравнение «некоего человека» с «двумя человеками» или «n человеками», так как в этом случае «некий» играет роль повторяемой единицы. Но это же выражение не предполагает никакого числа, если оно принадлежит к операциональной структуре, которая содержит лишь отношения индивида к классу или класса к подклассу.

Продолжением этой критики и одновременно формулированием исключительно важного для Ж. Пиаже принципа является проводимый им анализ операции взаимно-однозначного соответствия, при помощи которой Рассел строит понятие класса классов и, в конечном счете, понятие числа. Опираясь на широкую серию экспериментов, Ж. Пиаже показывает, что взаимно-однозначное соответствие нельзя рассматривать как чисто логическую операцию, что в нем необходимо различить два разных типа соответствия: качественное (логическое) соответствие, когда элементы двух множеств соответствуют друг другу в силу некоторой общности качеств, а не как любые элементы (поэлементное соответствие), и математическое соответствие, устанавливаемое не между элементами с общим качеством, а между любыми элементами одного класса и любыми элементами другого. Рассел оперирует понятием математического взаимно-однозначного соответствия, в котором понятие числа уже присутствует в скрытом виде. Это и определяет его ошибку.

По мнению Ж. Пиаже, действительный выход состоит в том, чтобы признать, что формирование арифметических операций предполагает формирование логических (хотя это не значит, конечно, что формирование числа переносится в сферу логики). Число можно рассматривать как синтез классов и логических отношений в одном операциональном целом. Экстенсивная операциональная структура сменяет интенсивную (логическую) тогда, когда элементы классов выступают для субъекта как повторимые единицы.

Как показывает Пиаже, для такого превращения необходимо, чтобы слились воедино принципы иерархии эквивалентных классов и сериации ассиметричных отношений, благодаря чему элементы множеств становятся одновременно и взаимозаместимыми без ограничения, и приводимыми в последовательность без ограничения. Считать — это одновременно классифицировать и сериировать. Таким образом, число оказывается несводимым к логике, поскольку в арифметической операциональной структуре слиты воедино операции сериации и классификации, которые в логике исключают друг друга; в то же время число выводится из логической операциональной структуры, поскольку оно состоит исключительно из классов и асимметричных отношений, лишь сгруппированных новым способом.

Так Ж. Пиаже завершает свою концепцию генезиса числа. Если при анализе психологической стороны вопроса он в большой степени опирался на аргументы из сферы логики, то при выяснении логических аспектов проблемы он, наоборот, широко использует психологическую аргументацию, апеллируя к реальным процессам генезиса психических структур, которые одновременно оказываются и логическими структурами. Все сильные и слабые стороны такого метода, отмеченные нами ранее, здесь представлены, так сказать, в своей «чистоте»: формальная строгость исследования, точность результатов, последовательная интерпретация богатейшего эмпирического материала и одновременно психологическое содержание, выявляемое с точностью лишь до выражающих его логических структур. Реальные психологические механизмы, в частности механизмы генетического развития, остаются в стороне.

Работа Ж. Пиаже и А. Шеминской «Генезис числа у ребенка» подчеркивает еще одну очень важную, прежде всего в методологическом плане, сторону концепции Ж. Пиаже (проходящую, впрочем, через все его работы в качестве одной из центральных идей), а именно — ее системную направленность. Представить исследуемый объект как систему, т. е. как множество взаимосвязанных элементов, составляющих некоторую целостность, вскрыть методологические принципы такого исследования и т. д.— такого рода задачи приобрели в науке середины XX века первостепенное значение. В настоящее время можно с полным основанием говорить о становлении системно-структурной науки и соответствующей ей методологии, дающей возможность более глубокого, чем ранее, проникновения в сложные объекты, с которыми имеет дело современное научное познание[1]; несомненная заслуга в выработке подобного подхода в психологии принадлежит Ж. Пиаже.

Одна операция для него не существует. «Об «одной» операции мы можем говорить только в результа-

[1] Подробнее об этом см.: В. А. Лекторский, В. Н. Садовский. О принципах исследования систем. «Вопросы философии», 1960, № 8; Г. П. Щедровицкий. Проблемы методологии системного исследования. М., изд. «Знание», 1964; В. Н. Садовский. Методологические проблемы исследования объектов, представляющих собой системы. «Социология в СССР» т. I. М., изд. «Мысль», 1965.

те абсолютно незаконной абстракции: единичная операция не могла бы быть операцией, поскольку сущность операций состоит в том, чтобы образовывать системы»[1]. Исходя из этого, Пиаже не только вскрывает общие условия системы операций, но и подробно описывает различные такие системы. Он решительно выступает против логического атомизма, разлагающего процесс рассуждения на отдельные, не связанные между собой элементы (например, «атомарные высказывания»), и ратует за построение логики целостностей. Отталкиваясь от гештальтистских структур восприятия, необратимых и неассоциативных (т. е. если $A+B=C$, то $C-B\neq A$, а $A+B+C\neq(A+B)+C$), Ж. Пиаже строит теорию обратимых, устойчивых и одновременно подвижных психических структур. В «Генезисе числа у ребенка» принцип системности положен в само основание определения понятия числа.

Этот перечень системных устремлений Пиаже можно было бы продолжить, и если сегодня мы еще говорим о чрезвычайной неразработанности системно-структурного подхода в науке (в частности, в психологии и логике), то не вина Ж. Пиаже, что он начал свои исследования в тот период, когда наука делала в этом направлении самые первые робкие шаги и когда не было ни адекватных задачам системного исследования средств анализа, ни соответствующей методологии.

В заключение необходимо остановиться на общих т е о р е т и к о - п о з н а в а т е л ь н ы х (эпистемологических) представлениях Ж. Пиаже. Эта сторона его концепции представляет тем больший интерес, что Пиаже, начиная со своих первых работ, постоянно подчеркивает важность гносеологического анализа для психологического исследования.

Основное внимание Пиаже-философ концентрирует вокруг проблем взаимоотношения объекта и субъекта и субъекта-индивида и общества (индивидуального и социального).

Ж. Пиаже исходит из н е р а з р ы в н о г о е д и н с т в а субъекта и объекта. Он отказывается как от априористической или идеалистической позиции, которая стремится «оттолкнуться от субъекта для того, чтобы понять объект», так и от эмпиристской или позити-

---

[1] См. стр. 91 настоящего издания.

вистской перспективы, пытающейся «оттолкнуться от объекта независимо от действий субъекта». «Вся история наук,— говорит Ж. Пиаже,— показывает, что объективность не является исходной точкой, а строится и постигается неустанным, кропотливым трудом, потому что последовательные приближения помогают действиям субъекта в процессе познания и реконструкции объекта» [1].

Развитие познания, считает Ж. Пиаже, ведет к тому, что знание субъекта об объекте становится все более **инвариантным** по отношению к изменяющимся условиям опыта, к изменению позиции субъекта в отношении объекта. На этом пути создатель «генетической эпистемологии» приходит к мысли о возможности применения теории инвариантов, в частности математической теории групп, к изучению процессов познания. Познавательные структуры, складывающиеся на различных стадиях развития интеллекта, Ж. Пиаже математически представляет в виде различных структур, в частности алгебраических групп (и группировок), структур порядка, топологических структур. С точки зрения Пиаже, инвариант группы преобразований в интеллектуальной структуре является знанием о самом объекте, о его собственных свойствах, т. е. независим от той или иной частной системы отсчета, в которой обнаруживаются эти свойства. Обратимость операций в интеллектуальных структурах непосредственно связана с наличием в них инвариантов. Таким образом, возрастание обратимости операциональных интеллектуальных структур, характеризующее развитие интеллекта, свидетельствует прежде всего о росте инвариантности знания в отношении «точки зрения» субъекта.

Нужно сказать, что к решению проблемы инвариантности знания об объекте Пиаже идет более интересным и перспективным путем, чем многие другие зарубежные психологи и философы. Если с точки зрения гештальтпсихологов константность восприятия (и вообще всех познавательных структур) складывается в результате стихийной игры физических сил в «феноменальном поле» (а поэтому сама константность, инвариантность образа оказывается в сущности случайной, так как она не обусловлена однозначно объектом), то в

[1] Ж. Пиаже. Роль действия в формировании мышления. «Вопросы психологии», 1965, № 6, стр. 43.

теории Пиаже инвариантность знания об объекте по отношению к той или иной субъективной «перспективе» обеспечена реальным взаимодействием субъекта и объекта, связана с действием субъекта и вполне однозначно определяется собственными свойствами объекта. В противоположность гештальтпсихологии Ж. Пиаже подчеркивает важность понимания субъекта как активного, действующего, оперирующего существа. Решающий факт для опровержения гештальтпсихологии, считает он, состоит в том, что инвариантность знания прогрессирует по мере интеллектуального развития, находясь в прямой зависимости от возрастания опыта субъекта по оперированию реальными предметами.

Следует, однако, отметить, что при всей важности критерия инвариантности как индикатора объективности истины он не является единственным таким индикатором, и на высших ступенях развития познания, особенно при построении научного знания, это обнаруживается со всей отчетливостью. Поскольку Ж. Пиаже фактически сводит критерий объективности к инвариантности, это обусловливает ограниченность его гносеологической позиции [1].

Ж. Пиаже справедливо подчеркивает, что так же, как объект не «дан» субъекту в готовом виде, а воссоздается последним в структуре знания, как бы «строится» им для себя, так и субъект не «дан» себе со всеми своими внутренними структурами; организуя для себя объект, субъект конструирует и свои собственные операции, т. е. делает себя реальностью для самого себя [2].

Однако из этих интересных и, безусловно, правильных положений Ж. Пиаже иногда делает весьма спорные выводы: отождествляя субъективность с субъектом, а объективность с объектом, он затем, исходя из отмеченной им диалектики субъективного и объективного в процессе интеллектуального развития, приходит к утверждению, что в познании не существует вообще ни субъекта, ни объекта, а лишь их взаимоотношение.

С этим же связано и выступление Ж. Пиаже про-

---

[1] Анализ идеи инвариантности у Ж. Пиаже см.: В. А. Лекторский, В. Н. Садовский. Основные идеи «генетической эпистемологии» Жана Пиаже. «Вопросы психологии», 1961, № 4.

[2] См.: D. E. Berlyne et J. Piaget. Théorie du comportement et opérations. Paris, 1960, p. 107.

тив гносеологического реализма, который отождествляется им с точкой зрения «данности» объекта субъекту, с позицией, утверждающей наличие готовых структур знания об объекте в деятельности субъекта.

Следует, однако, сказать, что эти утверждения Ж. Пиаже не определяют существа как психологической, так и философской его концепции. Наряду с отождествлением субъекта с субъективностью, а объекта с объективностью, у Ж. Пиаже можно встретить энергичное подчеркивание того, что объект существует независимо от субъекта [1]. Стихийно-материалистическая точка зрения, утверждающая реальность как субъекта, так и объекта, является главным в теории Пиаже, лежит в основе всей его психологической и эпистемологической концепции, поскольку, не признавая реальности и относительной самостоятельности субъекта и объекта, невозможно говорить об их взаимодействии.

Анализ познания как взаимодействия субъекта и объекта, рост инвариантности знаний субъекта об объекте и т. д.—все это приводит Ж. Пиаже к формулированию одного из важнейших его тезисов: «... Физические законы объектов соответствуют правилам сохранения (или идентичности), транзитивности, коммутативности и т. д. точно так же, как и действиям сложения (и его обратного разъединения и вычитания) и умножения (и обратного ему — логической абстракции...), иначе говоря, наиболее общим логическим структурам» [2]. Таким образом, операциональные структуры логики, и в частности группировка, оказываются тем связующим звеном, которое обеспечивает единство объекта и субъекта.

Аналогично решается вопрос и о взаимоотношении субъекта-индивида и общества. Переработав и уточнив свою первоначальную версию о социализации как условии интеллектуального развития ребенка, Ж. Пиаже впоследствии перешел к попыткам решения этой проблемы в рамках своей операциональной теории.

Является ли логическая группировка причиной или результатом социализации — так ставится им вопрос.

---

[1] См.: Ж. Пиаже. Проблема генетической психологии. «Вопросы психологии», 1956, № 3, стр. 38.
[2] См.: Там же.

На него, по мнению Ж. Пиаже, следует дать два различных, однако дополняющих друг друга ответа. Во-первых, необходимо отметить, что без обмена мыслями и без кооперации с другими людьми индивид никогда не смог бы сорганизовать свои мыслительные операции в единое целое — «в этом смысле операциональная «группировка» предполагает ... в качестве своего условия социальную жизнь»[1]. Но, с другой стороны, обмен мыслями сам подчиняется закону равновесия, который является не чем иным, как логической группировкой — в этом смысле социальная жизнь предполагает логическую группировку. Таким образом, группировка выступает в качестве формы равновесия действий как межиндивидуальных, так и индивидуальных. Другими словами, группировка представляет собой некоторую структуру, которая содержится и в индивидуально-психической, и в социальной деятельности.

Вот почему, продолжает Пиаже, операциональную структуру мысли можно вычленить и из исследования мышления индивида на высшей стадии развития, и из анализа способов обмена мыслями между членами общества (кооперации)[2]. «Внутренняя операциональная деятельность и внешняя кооперация являются ... лишь двумя дополнительными аспектами одного целого, ибо равновесие одного зависит от равновесия другого»[3].

Таким образом, в концепции Жана Пиаже оказываются связанными воедино гносеологический, психологический, логический и социальный аспекты исследования развития интеллекта. Средством, с помощью которого это делается, является группировка, которая, по Ж. Пиаже, отнюдь не является только логической структурой, она в равной мере имеет и логико-психологическую, и социальную природу.

Избранный в качестве основного метода анализа, аппарат группировок делает отчетливыми границы разрабатываемой Ж. Пиаже концепции. Эти границы определяются, во-первых, принципиальной невозможностью для Пиаже выхода за сферу индивидуальной психологии и, во-вторых, относительной «простотой» используемых им средств.

Ж. Пиаже прекрасно осознает уязвимость индиви-

---

[1] См. стр. 221 настоящего издания.

[2] См. стр. 220 настоящего издания.

[3] См. стр. 224 настоящего издания.

дуально-психологической ориентации исследования. Он все время стремится выйти за ее рамки: отсюда его постоянный интерес к логической, социальной и гносеологической проблематике. Но подобное направление исследования предполагает нахождение адекватных средств, дающих возможность анализировать психическое развитие как социальный по своей природе процесс. Однако таких средств у Пиаже не оказалось. Аппарат операциональных группировок дает ему возможность выделить лишь некоторое инвариантное содержание гносеологического, психологического, социального и логического планов анализа и оставляет в стороне многие существенные моменты этих предметов исследования. Гносеологический и социальный «миры» оказываются, таким образом, у Ж. Пиаже как бы заключенными в его индивидуально-операциональной конструкции.

Ж. Пиаже выдвинул в качестве своего предмета исследования чрезвычайно сложное структурное образование, включающее в себя элементы как психологии и логики, так и гносеологии и социологии. В основание проведенного им синтеза теоретической психологии были положены конструктивные, но порою упрощенные средства, причем в ходе развития своей концепции женевский психолог проделал массу исследовательских «движений», выходящих за рамки созданной им схемы. Поэтому подлинное значение научной деятельности Ж. Пиаже может быть оценено только на основе успешной разработки новой, более совершенной синтетической системы психологии. Большая заслуга женевской психологической школы состоит в том, что ее работы позволили представить в развернутом виде требования, которым должна удовлетворять такая система. Несомненно также и то, что многие достижения Пиаже будут восприняты подобной системой.

В конце книги помещены комментарии к публикуемым работам Пиаже, а также терминологический словарь и библиография работ Ж. Пиаже. Комментарии преследуют цель разъяснить наиболее важные понятия, употребляемые в книге, и в этом смысле являются продолжением вступительной статьи.

В. А. Лекторский
В. Н. Садовский
Э. Г. Юдин

ПСИХОЛОГИЯ ИНТЕЛЛЕКТА

Перевод с французского

А. М. ПЯТИГОРСКОГО

(предисловия автора, гл. I) и

Л. С. ИЛЬИНСКОЙ

(гл. II—VI, заключение).

ПРЕДИСЛОВИЕ

к первому изданию

Книга под названием «Психология интеллекта» могла бы охватить добрую половину всего предмета психологии. Но на страницах этой книги автор ограничится тем, что очертит одну общую концепцию, а именно концепцию образования «операций», и покажет, возможно более объективно, ее место в ряду других принятых в психологии концепций. Сначала речь пойдет о том, чтобы охарактеризовать роль интеллекта в его отношении к адаптивным процессам в целом (гл. I), затем — о том, чтобы, рассматривая «психологию мышления», показать, что деятельность интеллекта состоит, по существу, в «группировке» операций в соответствии с определенными структурами (гл. II). Психология интеллекта, понимаемая как особая форма равновесия, к которой тяготеют все познавательные процессы, ставит такие проблемы, как взаимоотношение интеллекта и восприятия (гл. III), интеллекта и навыка (гл. IV), а также вопросы развития интеллекта (гл. V) и его социализации (гл. VI).

Несмотря на обилие ценных работ в этой области, психологическая теория интеллектуальных механизмов еще только появляется на свет, и пока можно лишь смутно догадываться, какой степенью точности она будет обладать. Отсюда и то чувство поиска, которое я пытался здесь выразить.

Эта маленькая книга излагает наиболее существенное из курса лекций, который я имел честь прочитать в «Коллеж де Франс» в 1942 г., в то время, когда все преподаватели университета стремились перед лицом насилия выразить свою солидарность и свою верность непреходящим ценностям. Оформляя эту книгу, я не могу забыть прием, оказанный мне моей аудиторией тех лет, так же как и те контакты, которые я имел с моим учителем П. Жане и с моими друзьями А. Пьероном, А. Валлоном, П. Гийомом, Г. Башеляром, П. Массон-Урселем, М. Мауссом и многими другими, не говоря уже о моем дорогом И. Мейерсоне, который «сопротивлялся» совсем в другом месте[1].

Ж. П.

[1] Ж. Пиаже имеет в виду участие И. Мейерсона в движении «Сопротивления» — *Ред.*

ПРЕДИСЛОВИЕ

ко второму изданию

Прием, оказанный этому маленькому сочинению, был в общем вполне благосклонным, что побудило нас переиздать его без изменений. Вместе с тем по поводу нашей концепции интеллекта было высказано много критических замечаний в связи с тем, что она не связана с высшей нервной деятельностью и с процессом ее формирования в онтогенезе. Нам кажется, что этот упрек основан на простом недоразумении. Как понятие, «ассимиляции», так и переход от ритмических действий к регуляциям, а от них к обратимым операциям требуют и нейрофизиологической, а вместе с тем и психологической (и логической) интерпретаций. Отнюдь не являясь противоречащими друг другу, эти две интерпретации, в конце концов, могут быть согласованы. В другом месте мы остановимся на этом существенном моменте, но ни в коем случае не считаем себя вправе приступать к решению этого вопроса, пока не будут завершены детальные психогенетические исследования, обобщением которых и является эта маленькая книга.

Ж. П.

Октябрь 1948 г.

Часть первая

ПРИРОДА ИНТЕЛЛЕКТА

ГЛАВА I. ИНТЕЛЛЕКТ И БИОЛОГИЧЕСКАЯ АДАПТАЦИЯ

Всякое психологическое объяснение рано или поздно завершается тем, что опирается на биологию или логику (или на социологию, хотя последняя сама, в конце концов, оказывается перед той же альтернативой). Для некоторых исследователей явления психики понятны лишь тогда, когда они связаны с биологическим организмом. Такой подход вполне применим при изучении элементарных психических функций (восприятие, моторная функция и т. д.), от которых интеллект зависит в своих истоках. Но совершенно непонятно, каким образом нейрофизиология сможет когда-либо объяснить, почему 2 и 2 составляют 4 или почему законы дедукции с необходимостью налагаются на деятельность сознания. Отсюда другая тенденция, которая состоит в том, чтобы рассматривать логические и математические отношения как несводимые ни к каким другим и использовать их для анализа высших интеллектуальных функций. Остается только решить вопрос: сможет ли сама логика, понимаемая как нечто выходящее за пределы экспериментально-психологического объяснения, тем не менее послужить основой для истолкования данных психологического опыта как такового? Формальная логика, или логистика, является аксиоматикой состояний равновесия мышления, а реальной наукой, соответствующей этой аксиоматике, может быть только психология мышления. При такой постановке задач психология интеллекта должна, разумеется, учитывать все достижения логики, но последние никоим образом не могут диктовать психологу его собственные решения: логика ограничивается лишь тем, что ставит перед психологом проблемы.

Двойственная природа интеллекта, одновременно логическая и биологическая,— вот из чего нам следует исходить. Две последующие главы имеют своей целью очертить эти предварительные вопросы и прежде всего — в максимальной степени показать единство (насколько это возможно при современном состоянии знаний) этих двух, на первый взгляд не сводимых друг к другу, основных аспектов жизни мышления.

Место интеллекта в психической организации. Всякое поведение, идет ли речь о действии, развертывающемся во вне, или об интериоризованном действии в мышлении, выступает как адаптация, или, лучше сказать, как реадаптация. Индивид действует только в том случае, если он испытывает потребность в действии, т. е. если на короткое время произошло нарушение равновесия между средой и организмом, и тогда действие направлено на то, чтобы вновь установить это равновесие, или, точнее, на то, чтобы реадаптировать организм (Клапаред). Таким образом, «поведение» есть особый случай обмена (взаимодействия) между внешним миром и субъектом. Но в противоположность физиологическим обменам, носящим материальный характер и предполагающим внутреннее изменение тел, «поведения», изучаемые психологией, носят функциональный характер и реализуются на больших расстояниях — в пространстве (восприятие и т. д.) и во времени (память и т. д.), а также по весьма сложным траекториям (с изгибами, отклонениями и т. д.). Поведение, понимаемое в смысле функциональных обменов, в свою очередь, предполагает существование двух важнейших и теснейшим образом связанных аспектов: аффективного и когнитивного.

Вопрос об отношениях между аффективной сферой и знанием был предметом многочисленных дискуссий. Согласно П. Жане, следует различать «первичное действие», или отношение между субъектом и объектом (интеллект и т. д.), и «вторичное действие», или реакцию субъекта на свое собственное действие: эта реакция, образующая элементарные чувства, состоит в регуляции первичных действий и обеспечивает выход избыточной внутренней энергии. Однако нам кажется, что наряду с регуляциями такого рода, которые, по существу, определяют энергетический баланс или внутреннюю экономику поведения, должно существовать место и для таких регуляций, которые обусловливали бы финальность поведения, устанавливали бы его ценности. И именно такими ценностями должен характеризоваться энергетический или экономический обмен субъекта с внешней средой. По Клапареду, чувства предписывают поведению цель, в то время как интеллект ограничивается тем, что снабжает поведение средствами («техникой»). Но существует и такое понимание, при котором цели рассматриваются как средства и при котором финальность действия беспрерывно меняется. Поскольку чувство в какой-то мере направляет поведение, приписывая ценность его целям, психологу следует ограничиться констатацией того факта, что именно чувство дает действию необходимую энергию, в то время как знание налагает на поведение определенную структуру. Отсюда возникает решение, предложенное так называемой «психологией формы»: поведение представляет собой «целостное поле», охватывающее и субъект, и объект; динамику этого поля образуют чувства (Левин), в то время как его структуризация обеспечивается восприятием, моторной функцией и интеллектом. Мы готовы согласиться с такой формулировкой при одном уточнении: и чувства, и когнитивные формы зависят не только от существующего в данный момент «поля», но также от всей предшествующей истории действующего субъекта. И в связи с этим мы бы просто сказали, что всякое поведение предполагает как аспект энергетический, или аффективный, так и структурный, или когнитивный, что, на наш взгляд, действительно объединяет изложенные выше точки зрения.

В самом деле, ведь все чувства выступают или как регуляторы внутренней энергии («фундаментальные чувства» у П. Жане, «интерес» у Клапареда и т. д.), или как факторы, регулирующие у субъекта обмен энергией с внешней средой (всякого рода реальные или фиктивные «ценности», затем «желаемости», связанные с «целостным полем» К. Левина, «валентности» Е. С. Рассела, вплоть до межиндивидуальных или социальных ценностей). Сама воля может пониматься как своего рода игра аффективных и, следовательно, энергетических операций, направленных на создание высших ценностей и на то, чтобы сделать эти ценности обратимыми и сохраняемыми (моральные чувства и т. д.); эти операции существуют параллельно системе логических операций, с помощью которых создаются понятия.

Но если во всяком без исключения поведении заложена «энергетика» (или «экономика»), представляющая его аффективный аспект, то вызываемые этой «энергетикой» обмены со средой необходимо предполагают существование некой формы или структуры, определяющей те возможные пути, по которым проходит связь субъекта с объектом. Именно в таком структурировании поведения и состоит его когнитивный аспект. Восприятие, сенсо-моторное научение (навык и т. д.), акт понимания, рассуждение и т. д.— все это сводится к тому, чтобы тем или иным образом, в той или иной степени структуировать отношения между средой и организмом. Именно на этом основании все они объединяются в когнитивной сфере поведения и противостоят явлениям аффективной сферы. Мы будем говорить об этом в связи с когнитивными функциями, понимаемыми в самом широком смысле (включая сюда и сенсо-моторные адаптации организма).

Аффективная и когнитивная жизнь являются, таким образом, неразделимыми, оставаясь в то же время различными. Они неразделимы, поскольку всякий взаимообмен со средой предполагает одновременно и наложение структуры, и создание ценностей (структуризацию и валоризацию); но от этого они не становятся менее различными между собой, поскольку эти два аспекта поведения никак не могут быть сведены друг к другу. Вот почему даже в области чистой математики невозможно рассуждать, не испытывая никаких чувств, и, наоборот, невозможно существование каких бы то ни было чувств без известного минимума понимания или различения. Акт интеллекта предполагает сам по себе известную энергетическую регуляцию как внутреннюю (интерес, усилие, легкость и т. д.), так и внешнюю (ценность изыскиваемых решений и объектов, на которые направлен поиск), которые обе по своей природе аффективны и сопоставимы со всеми другими регуляциями подобного рода. И наоборот, никакая из интеллектуальных или перцептивных реакций не представляет такого интереса для когнитивной жизни человека, как те моменты восприятия или интеллекта, которые обнаруживаются во всех проявлениях эмоциональной жизни. То, что в жизни здравый смысл зовет «чувством» и «умом», рассматривая их как две «способности», противостоящие одна другой, суть две разновидности поведения, одна из которых направлена на людей, а другая — на идеи или вещи. При этом каждая из этих разновидностей, в свою очередь, обнаруживает и когнитивный, и аффективный аспекты действия, аспекты, всегда объединенные в действительной жизни и ни в какой степени не являющиеся самостоятельными способностями.

Более того, сам интеллект невозможно оторвать от других когнитивных процессов. Он, строго говоря, не является одной из структур, стоящей наряду с другими структурами. Интеллект — это определенная форма равновесия, к которой тяготеют все структуры, образующиеся на базе восприятия, навыка и элементарных сенсо-моторных механизмов. Ведь в самом деле, нужно понять, что если интеллект не является способностью, то это отрицание влечет за собой необходимость некой непрерывной функциональной связи между высшими формами мышления и всей совокупностью низших разновидностей когнитивных и моторных адаптаций. И тогда интеллект будет пониматься как именно та форма равновесия, к которой тяготеют все эти адаптации. Это, естественно, не означает ни того, что рассуждение состоит в согласовании перцептивных структур, ни того, что восприятие может быть сведено к бессознательному рассуждению (хотя оба эти положения могли бы найти известное обоснование), так как непрерывный функциональный ряд не исключает ни различия, ни даже гетерогенности входящих в него структур. Каждую структуру следует понимать как особую форму равновесия, более или менее постоянную для своего узкого поля и становящуюся непостоянной за его пределами. Эти структуры, расположенные последовательно, одна над другой, следует рассматривать как ряд, строящийся по законам эволюции таким образом, что каждая структура обеспечивает более устойчивое и более широко распространяющееся равновесие тех процессов, которые возникли еще в недрах предшествующей структуры. Интеллект — это не более чем родовое имя, обозначающее высшие формы организации или равновесия когнитивных структурирований.

Этот способ рассуждения приводит нас к убеждению, что интеллект играет главную роль не только в психике человека, но и вообще в его жизни. Гибкое и одновременно устойчивое структурное равновесие поведения — вот что такое интеллект, являющийся по своему существу системой наиболее жизненных и активных операций. Будучи самой совершенной из психических адаптаций, интеллект служит, так сказать, наиболее необходимым и эффективным орудием во взаимодействиях субъекта с окружающим миром, взаимодействиях, которые реализуются сложнейшими путями и выходят далеко за пределы непосредственных и одномоментных контактов, для того чтобы достичь заранее установленных и устойчивых отношений. Однако, с другой стороны, этот же способ рассуждения запрещает нам ограничить интеллект его исходной точкой: интеллект для нас есть определенный конечный пункт, а в своих истоках он неотделим от сенсо-моторной адаптации в целом, так же как за ее пределами — от самых низших форм биологической адаптации.

Адаптивная природа интеллекта. Если интеллект является адаптацией, то нам, прежде всего, следует дать определение последней. Чтобы избежать чисто терминологических трудностей финалистского языка, мы бы охарактеризовали адаптацию как то, что обеспечивает равновесие между воздействием организма на среду и обратным воздействием среды. Действие организма на окружающие его объекты можно назвать ассимиляцией (употребляя этот термин в самом широком смысле), поскольку это действие зависит от предшествующего поведения, направленного на те же самые или на аналогичные объекты. В самом деле, ведь любая связь живого существа со средой обладает той характерной особенностью, что это существо, вместо того чтобы пассивно подчиняться среде, само активно ее преобразует, налагая на нее свою определенную структуру. Физиологически это означает, что организм, поглощая из среды вещества, перерабатывает их в соответствии со своей структурой. Психологически же происходит, по существу, то же самое, только в этом случае вместо изменений субстанциального порядка, происходят изменения исключительно функционального порядка, обусловленные моторной деятельностью, восприятием и взаимовлиянием реальных или потенциальных действий (концептуальные операции и т. д.). Таким образом, психическая ассимиляция есть включение объектов в схемы поведения, которые сами являются не чем иным, как канвой действий, обладающих способностью активно воспроизводиться.

С другой стороны, и среда оказывает на организм обратное действие, которое, следуя биологической терминологии, можно обозначить словом «аккомодация». Этот термин имеет в виду, что живое существо никогда не испытывает обратного действия как такового со стороны окружающих его тел, но что это действие просто изменяет ассимилятивный цикл, аккомодируя его в отношении к этим телам. В психологии обнаруживается аналогичный процесс: воздействие вещей на психику всегда завершается не пассивным подчинением, а представляет собой простую модификацию действия, направленного на эти вещи. Имея в виду все вышесказанное, можно было бы определить адаптацию как равновесие между ассимиляцией и аккомодацией, или, что, по существу, одно и то же, как равновесие во взаимодействиях субъекта и объектов.

В случае органической адаптации эти взаимодействия, будучи материальными, предполагают взаимопроникновение между той или иной частью живого тела и той или иной частью внешней среды. В противоположность этому психическая жизнь, как мы уже видели, начинается с функциональных взаимодействий, т. е. с того момента, когда ассимиляция не изменяет более ассимилируемые объекты физико-химическим образом, а включает их в формы своей собственной деятельности (равным образом можно сказать, что она начинается с того момента, когда аккомодация влияет только на эту деятельность). И тогда становится понятным, каким образом на прямое взаимопроникновение организма и среды с появлением психической жизни налагаются опосредствованные взаимодействия субъекта и объектов, осуществляющиеся на все более значительных пространственно-временных расстояниях и по все более сложным траекториям. Все развитие психической деятельности от восприятия и навыков к представлениям и памяти вплоть до сложнейших операций умозаключения и формального мышления является, таким образом, функцией от все увеличивающихся масштабов взаимодействий и тем самым функцией от равновесия между ассимиляцией организмом все более и более удаленной от него действительности и его аккомодацией к ней.

И именно в этом смысле можно было бы сказать, что интеллект с его логическими операциями, обеспечивающими устойчивое и вместе с тем подвижное равновесие между универсумом и мышлением, продолжает и завершает совокупность адаптивных процессов. Ведь органическая адаптация в действительности обеспечивает лишь мгновенное, реализующееся в данном месте, а потому и весьма ограниченное равновесие между живущим в данное время существом и современной ему средой. А уже простейшие когнитивные функции, такие, как восприятие, навык и память, продолжают это равновесие как в пространстве (восприятие удаленных объектов), так и во времени (предвосхищение будущего, восстановление в памяти прошлого). Но лишь один интеллект, способный на все отклонения и все возвраты в действии и мышлении, лишь он один тяготеет к тотальному равновесию, стремясь к тому, чтобы ассимилировать всю совокупность действительности и чтобы аккомодировать к ней действие, которое он освобождает от рабского подчинения изначальным «здесь» и «теперь».

Определение интеллекта. Чтобы определить интеллект (что, без сомнения, весьма важно, ибо необходимо ограничить область, выступающую под этим названием, если собираются ею заниматься), достаточно указать на степень сложности тех дистантных взаимодействий, начиная с которых мы будем употреблять термин «интеллектуальный». Здесь серьезным препятствием является то, что нижняя граница сложности всегда остается произвольной. Для одних ученых, таких, как Клапаред и Штерн, интеллект — это психическая адаптация к новым условиям. Клапаред в силу этого противопоставляет интеллект инстинкту и навыку, которые являются наследственными или приобретенными адаптациями к повторяющимся условиям. Для него интеллект начинается с простейших эмпирических поисков, являющихся источником тех интериоризованных поисков, которые затем, уже на высшем уровне, характеризуют деятельность по созданию гипотезы. Для Бюлера, который также делит структуры на три типа (инстинкт, дрессура, интеллект), это определение слишком широко: интеллект возникает только вместе с актом внезапного понимания (Aha-Erlebnis), в то время как поиск относится к навыку. Так же поступает и Кёлер, сохраняя термин «интеллект» только для актов резкого изменения структур и исключая из него поиск. Несомненно, что поиск появляется вместе с возникновением простейших навыков, которые сами в момент их выработки являлись адаптациями к новым условиям. С другой стороны, вопрос, гипотеза и проверка, совокупность которых, по Клапареду, и образует интеллект, находятся в зародыше уже в потребностях, пробах и ошибках, так же как и в эмпирических утверждениях, свойственных наименее развитым сенсо-моторным адаптациям. Остается, следовательно, одно из двух: либо удовлетвориться функциональным определением, рискуя включить в интеллект почти все когнитивные структуры, либо избрать критерием какую-нибудь одну особую когнитивную структуру, но при таком (конечно, условном) выборе мы рискуем пренебречь естественной преемственностью этих структур.

Имеется, однако, возможность определить интеллект тем направлением, на которое ориентировано его развитие, и не настаивать при этом на решении вопроса о границах интеллекта; последние при таком подходе предстают как определяемые последовательными стадиями или формами равновесия. Тогда можно одновременно исходить из точек зрения как функциональной ситуации, так и структурного механизма. Исходя из первой, можно сказать, что поведение тем более «интеллектуально», чем сложнее и многообразнее становятся траектории, по которым проходят воздействия субъекта на объекты, и к чем более прогрессирующим композициям они ведут. Кривые, по которым осуществляется восприятие, очень просты, даже при большой удаленности воспринимаемого объекта. Навык представляется чем-то более сложным, но его пространственно-временные звенья сочленены в единое целое, части которого не могут ни существовать самостоятельно, ни образовывать друг с другом особые сочетания. В отличие от них, интеллектуальный акт — состоит ли

он в том, чтобы отыскать спрятанный предмет или найти скрытый смысл образа — предполагает определенное число путей (в пространстве и времени), одновременно самостоятельных и способных к сочетанию друг с другом (т. е. к композиции). С точки зрения структурного механизма простейшие сенсо-моторные адаптации неподвижны и однoплановы, тогда как интеллект развивается в направлении обратимой мобильности. Именно в этом, как мы увидим далее, и состоит существенная черта операций, характеризующих живую логику в действии. Но одновременно мы видим, что обратимость — это не что иное, как сам критерий равновесия (как этому нас учат физики). Определить интеллект как прогрессирующую обратимость мобильных психических структур — это то же самое, что в несколько иной формулировке сказать, что интеллект является состоянием равновесия, к которому тяготеют все последовательно расположенные адаптации сенсо-моторного и когнитивного порядка, так же как и все ассимилятивные и аккомодирующие взаимодействия организма со средой.

Классификация возможных интерпретаций интеллекта. С точки зрения биологии, интеллект появился как один из видов деятельности организма, тогда как объекты, к которым он адаптируется, образуют особую сферу окружающей среды. Но по мере того как вырабатываемые интеллектом знания приводят к некоему привилегированному равновесию как к необходимому пределу сенсо-моторного взаимодействия и представления и по мере того как расстояния, на которых реализуется это равновесие, бесконечно расширяются во времени и пространстве, интеллект порождает саму научную мысль, включая и биологическое знание. Следовательно, вполне естественно, что психологические теории интеллекта располагаются как бы между биологическими теориями адаптации и общими концепциями познания. В том, что существует родство между психологическими теориями и эпистемологическими учениями нет ничего удивительного, ибо, хотя психология и освободилась от философской опеки, к счастью, еще остались пути, связывающие изучение психических функций с исследованием процессов научного познания. Существует также параллелизм (и даже довольно тесный) между важнейшими биологическими учениями об эволюционной изменчивости (а следовательно, также и об адаптации) и узкоспециальными теориями интеллекта как явления чисто психологического; в этом смысле особенно интересен следующий момент. Дело в том, что очень часто психологи сами не осознают тех биологических течений, которые вливают жизнь в их чисто психологические концепции, что, впрочем, наблюдается и у биологов, которые иной раз незаметно для самих себя принимают среди прочих возможных также и психологическую позицию (например, роль навыка у Ламарка или борьбы за существование и конкуренции у Дарвина). Естественно, что, чем родственнее проблемы, тем более вероятно сходство в их решениях, причем одно из них подкрепляет другое.

В биологии отношение между организмом и средой имеет сейчас шесть возможных интерпретаций, строящихся как комбинации нижеприведенных исходных положений (все эти положения определяют различные — классические или современные — решения).

Идея эволюции в собственном смысле этого слова либо (I) отбрасывается, либо (II) принимается; с другой стороны, в обоих случаях (I и II) адаптация может приписываться (1) факторам, внешним для самого организма, (2) внутренним факторам или (3) их взаимодействию. С неэволюционистской («фиксистской») точки зрения (I) адаптацию можно выводить (I_1) как из «предустановленной гармонии» между организмом и свойствами среды, так и из (I_2) преформизма, полагающего, что организм реагирует на любую ситуацию, актуализируя свои потенциальные структуры, или даже из (I_3) «эмерджентности» структурированного целого, не сводимого к своим элементам и определяемого одновременно изнутри и извне[1]. Что касается эволюци-

[1] «Предустановленная гармония» (I_1) — это решение проблемы, внутренне присущее классическому креационизму, и она является единственно возможным объяснением адаптации, которым располагает витализм в его чистой форме. Преформизм (I_2) иногда связывался с виталистскими решениями проблемы, но он может освобождаться от витализма и делает это довольно часто, выступая в форме мутационизма у тех авторов, которые отрицают за эволюцией какой-либо конструктивный характер и рассматривают все новое в поведении живых существ как актуализацию потенций, до той поры остававшихся просто скрытыми. Эмерджентная точка зрения (I_3), напротив, сводится к объяснению всего нового, что появляется в иерархии существ, посредством целостных струк-

онистских взглядов (II), то они объясняют адаптивные изменения либо (II_1) влиянием среды (ламаркизм), либо (II_2) эндогенными мутациями с последующим отбором (мутационизм)[1], либо (II_3) прогрессирующим вмешательством внешних и внутренних факторов.

Просто поразительно, сколько существует общих течений мысли, по-разному объясняющих как познание само по себе, так и отношение между мыслящим субъектом и объектами. Так, предустановленной гармонии креационистского витализма отвечает тот вид (I_1) реализма, который видит в разуме врожденные идеи, адекватные вечным формам или сущностям. С преформизмом согласуется априоризм (I_2), объясняющий знание наличием внутренних структур, предшествующих опыту. Концепции эмерджентного возникновения внутренних структур, не создающихся генетически, соответствует современная феноменология (I_3), которая просто анализирует различные формы мышления, отказываясь выводить их генетически одну из другой или различать в них субъективный и объективный аспекты.

Эволюционистские истолкования находят себе место в тех эпистемологических течениях, которые стоят на точке зрения постепенного создания и совершенствования разума. Ламаркизм вполне отвечает эмпиризму (II_1), который объясняет знание воздействием внешних объектов. Мутационизму соответствуют конвенционализм и прагматизм (II_2), которые объясняют явление адекватности духа реальности тем, что происходит свободное и необусловленное создание субъективных идей, а затем — отбор их на основе принципа наибольшего удобства. Наконец, концепция интеракционизма влечет за собой релятивизм (II_3), рассматривающий познание как продукт совместной деятельности неразрывно связанных друг с другом опыта и дедукции.

Не настаивая на отмеченном параллелизме (в его

тур, не сводимых к элементам предшествующего генетического уровня. Из этих элементов «эмерджирует» некая новая целостность, которая адаптивна и объединяет в одно неразложимое целое как внутренние механизмы, так и их связи с внешней средой. Эмерджентная гипотеза, хотя и принимает факт эволюции, но сводит эволюцию к серии синтезов, не сводимых один к другому, дробит ее, превращая, по существу, в ряд новых сотворений.

[1] В мутационистских интерпретациях эволюции последующий отбор относится за счет самой среды. У Дарвина он объясняется конкуренцией.

наиболее общей форме), следует, однако, подчеркнуть тот факт, что современные теории интеллекта, как общие, так и собственно психологические, в действительности вдохновляются идеями одних и тех же течений, вне зависимости от того, преобладает ли в этих теориях чисто биологический подход или они испытывают на себе сильное влияние философских систем (в отношении истолкования познания как такового).

Нет, однако, никакого сомнения в том, что все интерпретации интеллекта можно разделить, исходя из одного существенного признака, на две группы: 1) те, которые хотя и признают сам факт развития, но не могут рассматривать интеллект иначе, чем как некое исходное данное, и, таким образом, сводят всю психическую эволюцию к своего рода постепенному осознанию этого исходного данного (без учета реального процесса его создания), и 2) те интерпретации, которые стремятся объяснить интеллект исходя из его собственного развития. При этом отметим, что оба направления ведут совместную работу по нахождению и анализу новых экспериментальных данных. Именно потому-то и следует различать все современные истолкования интеллекта в соответствии с тем, в какой мере все они стремятся осветить тот или иной особый аспект подлежащих истолкованию фактов; линию же разграничения между психологическими теориями и философскими учениями надо усматривать в различном отношении к опыту, а не в исходных гипотезах.

Среди «фиксистских» теорий следует, прежде всего, отметить те, которые, несмотря ни на что, остаются верными идее, что и интеллект представляет собой способность непосредственного, прямого знания физических предметов и логических или математических идей, т. е. знания, обусловленного «предустановленной гармонией» между интеллектом и действительностью (I_1). Надо признать, что весьма немногие из психологов-экспериментаторов придерживаются этой гипотезы. Но вопросы, возникшие на границах психологии и анализа математического мышления, дали возможность некоторым логикам, как например Б. Расселу, наметить подобного рода концепцию интеллекта и даже попытаться применить ее к психологии как таковой[1].

[1] См.: B. Russell. The Analysis of Mind. London, 1921.

Более распространенной является гипотеза (I_2), согласно которой интеллект определяется как совокупность внутренних структур; эти структуры также не создаются, а постепенно проявляются в процессе развития психики, благодаря осознанию мышлением самого себя. Эта априористская идея пронизывает большую часть работ немецкой школы «психологии мышления» (Denkpsychologie) и лежит в основе многочисленных экспериментальных исследований процесса мышления, осуществлявшихся по методам, известным под названием «провоцируемой интрспекции» и разрабатывающимся с 1900—1905 гг. до сего времени. Но сказанное выше вовсе не означает, что всякое применение подобных методов в экспериментальном исследовании должно с необходимостью привести к такому объяснению природы интеллекта; работа Бине свидетельствует об обратном. Однако у К. Бюллера, Зельца и ряда других интеллект, в конце концов, становится неким «зеркалом логики», причем последняя привносится извне без какого бы то ни было возможного каузального объяснения.

И наконец, эмержентным и феноменологическим взглядам (I_3), при том влиянии, которое оказали последние на историю науки, соответствует сравнительно недавно выдвинутая теория интеллекта, весьма ярко поставившая ряд новых проблем,— «теория формы» (Gestalt'a). Основанная на экспериментальных исследованиях в области восприятия, концепция «формы целого» исходит из того, что целостность не может быть сведена к составляющим ее элементам, поскольку существование последних регулируется ее же собственными законами организации и равновесия. Подвергнув анализу эти законы структуризации в области восприятия, а затем обнаружив их существование в моторной сфере, памяти и т. д., теория формы стала прилагаться к самому интеллекту, как к его рефлексивной стороне (логическое мышление), так и к сенсо-моторной сфере (интеллект детей до развития у них речи, интеллект животных). Именно поэтому и Вертгеймер по поводу силлогизма, и Кёлер по поводу психики шимпанзе — оба одинаково говорили о «мгновенных реструктурированиях», стремясь в обоих случаях объяснить акт понимания «прегнантностью» высокоорганизованных структур, которые не являются ни эндогенными, ни экзогенными, а объединяют субъекта и объекты как звенья одной целостной цепи. Более того, эти гештальты, которые суть одни и те же для восприятия, моторной деятельности и интеллекта, согласно взглядам сторонников «теории формы», не эволюционируют, а являются постоянно существующими формами равновесия, независимыми от развития психики (в этом можно увидеть все промежуточные звенья между априоризмом и «теорией формы», хотя последняя обыкновенно исходит из физического или физиологического реализма своих структур).

Таковы три главные негенетические теории интеллекта. Можно утверждать, что первая из них сводит когнитивную адаптацию к чистой аккомодации, поскольку мышление является для нее не чем иным, как «зеркалом» уже созданных идей, вторая сводит адаптацию к чистой ассимиляции, поскольку интеллектуальные структуры рассматриваются ею как исключительно эндогенные, а третья — соединяет аккомодацию с ассимиляцией в единое целое, поскольку единственное, что существует с точки зрения гештальтистской концепции,— это цепь, связывающая объекты с субъектом, причем отрицается как самостоятельная активность последнего, так и обособленное существование первых.

Что касается генетических интерпретаций, то среди них есть такие, которые объясняют интеллект, исходя из одной внешней среды (например, ассоцианистский эмпиризм, соответствующий ламаркизму), такие, которые исходят из идеи собственной активности субъекта (теория слепого поиска в плане индивидуальных адаптаций, соответствующая мутационизму, если брать его в плане наследственных изменений), а также и такие интерпретации, которые объясняют интеллект взаимодействием субъекта с объектами (операциональная теория).

Эмпиризм (II_1), в его ассоцианистской форме поддерживается сейчас лишь несколькими авторами, главным образом физиологического направления, которые полагают, что интеллект можно свести к «игре обусловленных актов поведения». Но эмпиризм в более гибких формах мы встречаем и в интерпретациях Риньяно, который сводит рассуждение к психическому опыту, и в особенности в интересной теории Спирмена, одновременно статистической («анализ факторов» интеллекта) и описательной.

В этом втором аспекте Спирмен сводит все операции интеллекта к «восприятию опыта» и к «выявлению» отношений и «коррелят», т. е. к более или менее полному учету отношений, данных в действительности. Но эти отношения не создаются интеллектом, а открываются посредством простой аккомодации к внешней среде.

Концепция «проб и ошибок» (II_2) приводит к ряду интерпретаций научения и интеллекта. Теория поиска, разработанная Клапаредом, пошла в этом отношении дальше других: интеллектуальная адаптация состоит в поисках или гипотезах, которые создаются в процессе деятельности субъекта и в процессе последующего отбора, производимого под воздействием результатов опыта (т. е. «успехов» и «неудач»). Этот эмпирический контроль вначале производит отбор среди попыток субъекта, затем интериоризируется в форме предвосхищения, производимого в осознании отношений. Таким же образом чисто двигательный поиск продолжается в представлении или в работе воображения по созданию гипотез.

Наконец, подход, при котором упор делается на взаимодействие организма и среды, приводит к операциональной теории интеллекта (II_3). Согласно этой точке зрения, интеллектуальные операции, высшей формой которых являются логика и математика, выступают как реальные действия в двояком смысле: как результат действий субъекта самого по себе и как результат возможного опыта, возникающего из взаимодействия с окружающей действительностью. И тогда основная проблема сводится к тому, чтобы понять, каким образом, начиная с материального действия, происходит выработка этих операций и посредством каких законов равновесия регулируется их эволюция. Операции, таким образом, выступают обязательно сгруппированными в целостные системы, которые можно сравнить с «формами» гештальт-психологии, но, в отличие от последних, эти системы отнюдь не являются неподвижными и данными изначально. Напротив, они мобильны, обратимы и определяются как таковые только в конце процесса своего создания. Этот одновременно индивидуальный и социальный генетический процесс и определяет характер таких операциональных систем[1].

Сформулированная шестая точка зрения является как раз той, которую мы собираемся развить в данной книге. Что касается «теорий поиска» и эмпирических концепций, то мы разберем их главным образом в связи с сенсо-моторной стороной интеллекта и его взаимоотношением с навыком (гл. IV). «Теория формы» нуждается в особом обсуждении, которое мы предпримем в связи с рассмотрением отношений между восприятием и интеллектом (гл. III). Что же касается, наконец, двух учений, трактующих интеллект как нечто изначально приспособленное к существующим «в себе» логическим сущностям или как мышление, отражающее некую априорную логику, то мы рассмотрим их в начале следующей главы. В обоих учениях в действительности ставится вопрос, который можно назвать «предварительной проблемой» психологического изучения интеллекта: можно ли надеяться на то, чтобы найти объяснение природы интеллекта в собственном смысле этого слова, или он — явление первичного порядка, не сводимое ни к чему иному, некое зеркало действительности, предшествующее всякому опыту и само являющееся логикой?

ГЛАВА II. «ПСИХОЛОГИЯ МЫШЛЕНИЯ» И ПСИХОЛОГИЧЕСКАЯ ПРИРОДА ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

Возможность психологического объяснения интеллекта зависит от того, как мы будем интерпретировать логические операции: будем ли мы понимать их как отражение уже готовой реальности или как выражение подлинной деятельности. Избежать этой альтернативы позволяет, несомненно, лишь аксиоматика: реальным операциям мышления можно дать генетическую интерпретацию (полностью сохраняя при этом несводимый характер их формальных связей) только в том случае, если они анализируются аксиоматически. Логик выступает как геометр, дедуктивно конструирующий прост-

[1] В этом отношении следует отметить, что социальная природа операций составляет одно целое с их действенной стороной и с их постепенной группировкой в системы. Но для большей стройности изложения мы оставим сейчас дискуссию о социальных факторах мышления, чтобы вернуться к этому вопросу в главе VI.

ранство, а психолога можно уподобить физику, измеряющему пространство самого реального мира. Иными словами, психолог изучает, каким образом устанавливается фактическое равновесие действий и операций, тогда как логик анализирует само равновесие в его идеальной форме, т. е. каким оно должно нормативно быть в сознании при условии его полной реализации.

Интерпретация Б. Рассела. Начнем с теории интеллекта Б. Рассела, в которой психология максимально подчинена логистике. Когда мы воспринимаем белую розу, говорит Рассел, мы постигаем одновременно два понятия — понятия розы и белизны. Это происходит в результате процесса, аналогичного процессу восприятия: мы схватываем непосредственно и как бы извне «универсалии», соответствующие ощущаемым объектам, которые «существуют» и ощущаются независимо от мышления субъекта. Ну, а как быть в этом случае с ложными идеями? Это такие же мысли, как и любые другие, и свойства ложности и истинности прилагаются к понятиям так же, как свойства красноты и белизны к розам. Что касается законов, управляющих универсалиями и регулирующих их отношения, то они вытекают только из логики, и психология может лишь склониться перед этим предварительным знанием, которое дано ей в совершенно готовом виде.

Такова гипотеза Рассела. Бессмысленно было бы относить ее к метафизике или метапсихологии на том основании, что она противоречит здравому смыслу экспериментаторов; ведь здравый смысл математиков приспосабливается к ней вполне успешно, а психология должна считаться с математиками. Однако столь радикальный тезис заставляет задуматься. Прежде всего, он устраняет понятие операции, потому что если универсалии берутся извне, то их не надо конструировать. В выражении «$1+1=2$» знак «+» не означает тогда ничего иного, кроме отношения между двумя единицами, и не включает никакой деятельности, порождающей число «2»; как предельно четко говорит Кутюра, понятие операции по существу «антропоморфно». Следовательно, теория Рассела a fortiori резко отделяет субъективные факторы мышления (убежденность и т. п.) от факторов объективных (необходимость, вероятность и т. п.). Наконец, этот тезис устраняет генетическую точку зрения: стремясь подчеркнуть бесполезность исследований мышления ребенка, один английский сторонник Рассела сказал как-то, что «логик интересуется истинными мыслями, тогда как психолог находит удовольствие в том, чтобы описывать мысли ложные».

Однако мы не случайно начали настоящую главу с обращения к концепции Рассела: это было сделано для того, чтобы сразу показать, что пограничная линия между логистическим знанием и психологией не может безнаказанно нарушаться логистикой. Ибо если даже, как это делают сторонники аксиоматической точки зрения, признать операцию лишенной значения, то уже сам присущий ей «антропоморфизм» превращает ее в психическую реальность. В самом деле, генетически операция является действием в собственном смысле слова, а не только констатацией или постижением отношений. Прибавляя один к одному, субъект объединяет эти единицы в единое целое, хотя мог бы оставить их изолированными. Это действие, осуществляясь в мысли, несомненно, приобретает характер sui generis, отличающий его от любого другого действия; оно обратимо, т. е. после того, как субъект объединил две единицы, он может их разъединить и вернуться, таким образом, в исходную точку. Но тем не менее оно остается действием в собственном смысле слова, весьма отличным от простого чтения такого отношения, как «$2>1$».

Сторонники Рассела возражают против этого довода лишь экстрапсихологическим аргументом: это действие, по их мнению, иллюзорно, потому что «$1+1$» объединяются в «2» испокон веков (или, как говорят Карнап и фон Витгенштейн, потому что «$1+1=2$» — это не что иное, как тавтология, характерная для такого языка, каким является «логический синтаксис», и не относящаяся к реальному мышлению, функционирование которого является специфически эмпирическим). Вообще математическое мышление самообольщается, считая, что оно нечто конструирует или изобретает; в действительности оно ограничивается тем, что раскрывает различные аспекты мира, рассматривая его как законченный и неизменный (и, добавляют сторонники «Венского кружка», как полностью тавтологический). Но если даже отказать психологии интеллекта в праве заниматься природой логико-математических сущностей, то индивидуальная мысль все равно не могла бы проявить пассивность ни по отношению к идеям (или знакам логического языка), ни по отношению к физическим сущностям, и для того чтобы их ассимилировать, она должна реконструировать их посредством психологически реальных операций.

Добавим, что утверждения Б. Рассела и представителей «Венского кружка» о независимом существовании логико-математических сущностей от породивших их операций и с чисто логистической точки зрения являются не менее произвольными, чем с точки зрения психологической: в самом деле, эти утверждения постоянно наталкиваются на кардинальную трудность, порождаемую признанием реальности классов, отношений и чисел,— трудность антиномий «класса всех классов» и бесконечного актуального числа. С операциональной же точки зрения, напротив, бесконечные сущности являются лишь выражением операций, способных к бесконечному повторению.

Наконец, гипотеза непосредственного постижения мышлением универсалий, существующих независимо от него, еще более химерична с генетической точки зрения. Допустим, что ложные мысли взрослого аналогичны в плане своего существоования мыслям истинным. Как быть в таком случае с теми понятиями, которые ребенок последовательно конструирует на различных стадиях своего развития? А «схемы» довербального практического интеллекта? «Существуют» ли они вне субъекта? А схемы интеллекта животного? Если зарезервировать «вечное существование» за одними только истинными мыслями, то в каком возрасте начинается их постижение? И вообще, если этапы развития просто показывают последовательное приближение интеллекта к овладению неизменными «идеями», то где доказательство того, что нормальному взрослому или логику из школы Рассела уже удалось постичь эти идеи и что последующие поколения не будут без конца превосходить их в таком постижении?

«Психология мышления». К. Бюлер и О. Зельц. Трудности, с которыми мы только что столкнулись в концепции Б. Рассела, отчасти вновь возникают в той интерпретации интеллекта, которую дает немецкая «психология мышления» (Denkpsychologie), хотя на этот раз речь идет уже о работах чистых психологов. Правда, с точки зрения сторонников этой школы, логика вносится в сознание не извне а изнутри. Это, несомненно, смягчает конфликт между требованиями психологического объяснения и требованиями дедукции, характерной для логики, но, как мы сейчас увидим, полностью он не устраняется. Тень формальной логики как чего-то заданного и ни к чему не сводимого продолжает довлеть над объяснительным и каузальным исследованием психолога; и так продолжается до тех пор, пока он безоговорочно не встанет на генетическую точку зрения. Однако немецкие «психологи мышления» в действительности руководствуются либо собственно априористскими, либо феноменологическими концепциями (в чем особенно заметно влияние Гуссерля), со всеми промежуточными вариантами между тем и другим.

Как метод «психология мышления» зародилась одновременно во Франции и Германии. Бине, полностью отказавшись от ассоциационизма, который он отстаивал в своей небольшой книге «Психология умозаключения»[1], вновь вернулся к вопросу о взаимоотношении мышления и образов и, опираясь на весьма интересное использование процесса провоцируемой интроспекции, открыл наличие безобразного мышления: оказалось, что отношения, суждения, занимаемые позиции и т. п. выходят за пределы системы образов, и тогда процесс мышления уже не может быть сведен к «созерцанию галереи образов», как писал Бине еще в 1903 г.[2]. Что же касается определения этих актов мышления, не укладывающихся в рамки ассоцианистской интерпретации, то здесь Бине весьма осторожен. Он ограничивается констатацией наличия близости между интеллектуальными и моторными «позициями» и приходит к выводу, что рассмотренное с точки зрения одной лишь интроспекции, «мышление представляет собой неосознанную деятельность сознания». Урок бесконечно поучительный, но, несомненно, вводящий в заблуждение относительно возможностей метода, который плодотворен скорее для постановки проблем, чем для их решения.

В 1900 г. Марбе[3] также задался вопросом, чем отличается суждение от ассоциации, и равным образом

---

[1] A. Binet. La psychologie du raisonnement. Paris, 1886.
[2] См.: A. Binet. Etude expérimentale de l'intelligence. Paris, Schleicher, 1903.
[3] См.: K. Marbe. Experimentelle Untersuchungen über das Urteil, 1900.

надеялся решить вопрос на основе метода провоцируемой интроспекции. Марбе имеет дело с самыми различными состояниями сознания — вербальными представлениями, образами, ощущениями движений, занимаемыми позициями (сомнение и т. д.),— но не обнаруживает при этом ничего устойчивого. Постоянно отмечая, что необходимым условием суждения является интенциональный характер отношения, он не считает это условие достаточным и в конечном итоге приходит к отрицательному утверждению, напоминающему формулу Бине: не существует такого состояния сознания, которое было бы всегда связано с суждением и могло бы расцениваться как его детерминант. Однако Марбе добавляет (и добавление это, по нашему мнению, прямо или косвенно оказало влияние на всю немецкую Dehkpsychologie), что суждение подразумевает вмешательство экстрапсихологического фактора, присущего чистой логике. Теперь ясно, что мы не преувеличиваем, когда говорим, что в этой новой плоскости вновь возникают трудности, внутренне присущие еще логицизму платоников.

Затем появились работы Уатта, Мессера и К. Бюлера, отразившие на себе влияние Кюльпе и представляющие концепцию «вюрцбургской школы». Уатт, изучая ассоциации, возникающие у субъекта в связи с определенным предписанием (например, ассоциации посредством субординации и т. п.), и неизменно опираясь при этом на провоцируемую интроспекцию, обнаруживает, что предписание может действовать или в сопровождении образов, или через безобразное сознание (Bewusstheit), или, наконец, в неосознанном виде. Исходя из этого, он выдвинул гипотезу, что «интенция», о которой говорит Марбе,— это как раз и есть результат предписаний (внешних или внутренних), и надеялся решить проблему суждения, превратив его в последовательный ряд состояний, которые обусловлены психическим фактором, осознанным ранее и в течение длительного времени сохраняющим свое влияние.

Мессер находит описание Уатта слишком расплывчатым (поскольку оно с равным успехом приложимо к регулируемому функционированию и к суждению) и, вновь возвращаясь к этой проблеме и используя аналогичную технику, проводит различие между регулируемой ассоциацией и самим суждением, представляющим собой принимаемое или отвергаемое отношение. Основные работы Мессера посвящены анализу различных мыслительных типов суждения.

И наконец, завершение трудов вюрцбургской школы связано с именем К. Бюлера. Скудность начальных результатов метода провоцируемой интроспекции, по его мнению, объясняется тем, что предлагаемые вопросы относятся к слишком простым процессам; поэтому он начинает анализировать, каким образом испытуемые осуществляют решение проблем в собственном смысле этого слова. Выделенные в результате этого элементы мышления распределяются им на три категории: образы (роль которых оказывается вспомогательной, а не основной, вопреки утверждениям ассоцианизма), интеллектуальные чувства и занимаемые позиции и, наконец, сами мысли (Bewusstheit). Эти последние, со своей стороны, предстают либо в форме «сознания отношений» (например, «$A<B$»), либо в форме «сознания правил» (например, думать о некоторой величине как о квадрате какого-то расстояния, не зная, ни о каких объектах, ни о каких расстояниях идет речь), либо в форме «чисто формальных интенций» (в схоластическом смысле), например, думать о построении системы. Итак, психология мышления, понимаемая таким образом, завершается точным и подчас весьма тонким описанием интеллектуальных состояний, но описание это строится параллельно логическому анализу и совершенно не объясняет операций как таковых.

В противоположность этому в работах Зельца результаты, достигнутые вюрцбургской школой, превзойдены по линии анализа самой динамики мышления, а не только его изолированных состояний. Зельц, подобно Бюлеру, изучает, как субъект осуществляет решение проблем, но он скорее стремится выяснить, каким образом удается достичь решений, чем описывает элементы мышления. Изучив, таким образом, в 1913 г. «репродуктивное» мышление, он в 1922 г. делает попытку проникнуть в тайну умственного конструирования [1]. Небезынтересно констатировать, что в той мере, в какой исследователи обращаются к активности мыш-

[1] См.: O. Selz. Zur Psychologie des produktiven Denkens und des Irrtums. Bonn, 1922.

ления, как таковой, они (уже благодаря самому этому обстоятельству) отходят от логического атомизма, сводящегося к классификации изолированных отношений, суждений и схем, и приближаются к анализу живых целостностей, модель которых предложена психологией формы (с этой моделью мы встретимся вновь, хотя по своему виду она будет отлична от той, которая имела место при анализе операций).

В самом деле, согласно Зельцу, всякая работа мышления состоит в том, чтобы дополнить «комплекс» (Komplexergänzung); решение проблемы не сводится к схеме стимул — реакция, а состоит в том, чтобы заполнить пробелы, существующие внутри «комплексов» понятий и отношений. Когда проблема поставлена, может иметь место один из двух случаев. Либо речь будет идти лишь о восстановлении в памяти (реконструкции), не требующей новой конструкции, тогда решение состоит просто в обращении к уже существующим «комплексам»; в этом случае имеет место «актуализация знания», следовательно, просто «репродуктивное» мышление. Либо же речь идет о подлинной проблеме, обнаруживающей наличие пробелов в составе ранее приобретенных комплексов; в таком случае необходимо актуализировать уже не знания, а методы решения (применение известных методов к новому случаю) или даже вычленять, строить новые методы, отталкиваясь от старых. В двух последних случаях речь идет о продуктивном мышлении, которое в том собственно и состоит, чтобы дополнять уже существующие целостности или комплексы. Что касается «заполнения пробелов», то оно всегда направляется «антиципирующими схемами» (сравнимыми с «динамическими схемами» Бергсона), которые создают между новыми данными и соответствующим комплексом систему предварительных глобальных отношений, образующих канву искомого решения (и, следовательно, направляющую гипотезу). Наконец, эти отношения сами детализируются на базе механизма, подчиняющегося точным законам; эти последние представляют собой не что иное, как законы логики, по отношению к которым мышление является по сути дела зеркальным отображением.

Здесь уместно вспомнить и работу Линдворского, которую можно поместить между двумя работами Зельца, поскольку в ней повторяются выводы последнего. Что касается очерков Клапареда относительно генезиса гипотезы, то к ним мы вернемся в связи с анализом поиска вслепую (гл. IV).

Критика «психологии мышления». Не вызывает сомнения, что перечисленные работы немало способствовали изучению интеллекта. Они освободили анализ мышления от преклонения перед образом, рассматриваемым в качестве конститутивного элемента, и вторично после Декарта открыли, что суждение является актом. Они дали точное описание различных состояний мышления и тем самым показали, вопреки мнению Вундта, что интроспекция может быть возведена в ранг позитивного метода, когда она «спровоцирована», т. е. фактически находится под контролем наблюдателя.

Правда, вюрцбургская школа даже в плане простого описания слишком упрощает отношения между образом и мышлением. Но это не умаляет того ее открытия, что образ не составляет элемента самого мышления, а лишь сопровождает мышление и служит для него символом — индивидуальным символом, дополняющим коллективные знаки языка. «Школа значения», вышедшая из логики Брэдли, ясно показала, что любое мышление представляет собой систему значений, и именно эту концепцию Делакруа и его ученики, в частности И. Мейерсон, распространили на область взаимоотношений между мышлением и образом. В самом деле, значения включают в себя не только «обозначаемые», представляющие собой мысли как таковые, но также «обозначающие», образованные вербальными знаками или образными символами, создающимися в тесной связи с самим мышлением.

Но, с другой стороны, несомненно, что сам метод «психологии мышления» не дает ее сторонникам возможности выходить за пределы чистого описания и что они терпят провал, когда пытаются объяснить интеллект в его собственно конструктивных механизмах, поскольку интроспекция, даже контролируемая, относится, несомненно, только к продуктам мышления, а не к его формированию. Более того, этот метод применим лишь к субъектам, способным к рефлексии, тогда как тайну интеллекта, быть может, следовало бы искать как раз до 7—8 лет!

«Психология мышления», которой недостает, таким образом, генетической перспективы, анализирует исключительно конечные стадии интеллектуальной эволюции. И нет ничего удивительного, что, оставаясь в рамках завершенных состояний и завершенного равновесия, она приходит в конечном итоге к панлогизму и вынуждена прервать психологический анализ перед лицом ни к чему не сводимой данности законов логики. Логическое остается необъяснимым в рамках психологии для всех этих авторов, начиная с Марбе, который просто обращается к логическому закону как к фактору экстрапсихологическому, вмешивающемуся каузально и заполняющему пробелы психической каузальности, и вплоть до Зельца, который пришел в конечном итоге к своего рода логико-психологическому параллелизму, превратив мышление в зеркало логики.

Конечно, Зельц частично освобождается от слишком узкого метода анализа состояний и элементов, стремясь следовать динамизму интеллектуального акта. Поэтому ему и удается открыть как целостности, которые характеризуют системы мышления, так и роль, которую играют в решении проблем антиципирующие схемы. Но, постоянно фиксируя аналогии между этими процессами, с одной стороны, и органическими и моторными механизмами — с другой, он не реконструирует их генетического формирования. Поэтому и он приходит к панлогизму вюрцбургской школы и даже делает это весьма парадоксальным образом. Этот пример особенно поучителен: он дает пищу для размышлений всякому, кто хочет освободить психологию от пут логистического априоризма, не утрачивая при этом стремления объяснить логический аспект проблемы.

В самом деле, раскрывая существенную роль целостностей в функционировании мышления, Зельц мог бы отсюда сделать вывод о том, что классическая логика неспособна перевести рассуждение в действие, т. е. показать его в том виде, в каком оно выступает и образуется в «продуктивном мышлении». Классическая логика, даже в той существенно более гибкой форме, которую ей придает тонкая и точная техника логистического исчисления, остается атомистической. Классы, отношения, высказывания анализируются здесь с точки зрения элементарных операций (логические сложение и умножение, импликации и несовместимости и т. п.). Чтобы выразить функционирование антиципирующих схем и дополнение комплекса (Komplexergänzung), т. е. интеллектуальных целостностей, которые вторгаются в живое и действенное мышление, Зельцу следовало бы использовать логику самих целостностей, и тогда проблема взаимоотношений между интеллектом как явлением психологическим и логикой, как таковой, была бы поставлена в тех новых рамках, которые могли бы привести к собственно генетическому решению. Зельц же, напротив, слишком педантично придерживается априорных логических рамок, несмотря на их прерывный и атомистический характер, и в конечном итоге приходит, естественно, к тому, что берет их в качестве субстрата психологического анализа, обусловленного в своих деталях психической деятельностью.

Короче говоря, «психология мышления» завершается тем, что превращает мышление в зеркало логики, и именно здесь лежит источник тех трудностей, которые она не в состоянии преодолеть. Но тогда возникает вопрос: нельзя ли просто перевернуть проблему и сделать из логики зеркало мышления, чтобы восстановить его конструктивную независимость?

Логика и психология. Из предшествующего изложения выяснилось, что вначале над нами долгое время довлел постулат несводимости логических принципов, которым вдохновлялись сторонники «психологии мышления». Изучение формирования операций у ребенка привело нас, напротив, к убеждению, что логика является зеркалом мышления, а не наоборот [1].

Иными словами, логика — это аксиоматика разума, по отношению к которой психология интеллекта — соответствующая экспериментальная наука. Нам представляется необходимым остановиться на этой стороне дела несколько подробнее.

Аксиоматика — это наука исключительно гипотетико-дедуктивная, т. е. такая, которая сводит обращение к опыту до минимума (и даже стремится полностью его устранить), с тем, чтобы свободно строить свой предмет на основе недоказуемых высказываний (аксиом) и комбинировать их между собой во всех возмож-

---

[1] См.: J. Piaget. Classes, relations et nombres. Essai sur les groupements de la logistique et la réversibilité de la pensée. Paris, Vrin, 1942.

ных вариантах и с предельной строгостью. Так, например, геометрия сделала большой шаг вперед, когда, стремясь отвлечься от какой бы то ни было интуиции, построила самые различные пространства, просто определив первичные элементы, взятые гипотетически, и операции, которым они подчинены. Аксиоматический метод является, таким образом, преимущественно математическим методом и находит многочисленные применения как в чисто математических науках, так и в различных областях прикладной математики (от теоретической физики до математической экономики). Аксиоматика по самому своему существу имеет значение не только для доказательства (хотя строгий метод она образует лишь в этой области): когда речь идет о сложных областях реальности, не поддающихся исчерпывающему анализу, аксиоматика дает возможность конструировать упрощенные модели реального и тем самым предоставляет незаменимые средства для его детального изучения. Одним словом, аксиоматика, как это хорошо показал Ф. Гонсет, представляет собой «схему» реальности, и уже в силу одного того, что всякая абстракция ведет к схематизации, аксиоматический метод в целом является продолжением самого интеллекта.

Но именно вследствие своего «схематического» характера аксиоматика не может претендовать ни на то, чтобы образовать фундамент, ни тем более на то, чтобы выступить в качестве замены соответствующей экспериментальной науки, т. е. науки, относящейся к той области реальности, схематическим выражением которой является аксиоматика. Так, например, аксиоматическая геометрия бессильна показать нам, что представляет собой пространство реального мира (точно так же, как «чистая экономика» никогда не исчерпает сложности конкретных экономических фактов). Аксиоматика не могла бы заменить соответствующую ей индуктивную науку по той основной причине, что ее собственная чистота является лишь пределом, который полностью никогда не достигается. Как это говорил еще Гонсет, в самой очищенной схеме всегда сохраняется интуитивный остаток (и точно так же во всякую интуицию входит уже элемент схематизации). Уже одного этого вывода достаточно для того, чтобы стало совершенно ясно, почему аксиоматика никогда не сможет «образовать фундамента» экспериментальной науки и почему всякой аксиоматике может соответствовать экспериментальная наука (соответственно, конечно, и наоборот).

На этой основе проблема отношений между формальной логикой и психологией интеллекта получает решение, аналогичное тому, которое после многовековой дискуссии положило конец конфликту между дедуктивной геометрией и геометрией реальной, или физической. Как и в случае этих двух дисциплин, логика и психология мышления вначале совпадали, не будучи дифференцированы. Аристотель, формулируя законы силлогизмов, несомненно считал, что он создал естественную историю разума (как, впрочем, и самой физической реальности). Когда же психология стала независимой наукой, психологи хорошо поняли (на что, однако, потребовалось немалое время), что рассуждения о понятии, суждении и умозаключении, содержащиеся в учебниках логики, не освобождают их от необходимости искать разгадку каузального механизма интеллекта. Однако в силу сохранившегося воздействия первоначальной нерасчлененности они еще продолжали рассматривать логику как науку о реальности, лежащую, несмотря на ее нормативный характер, в той же плоскости, что и психология, но занимающуюся исключительно «истинным мышлением», в противоположность мышлению вообще, взятому в абстракции от каких бы то ни было норм. Отсюда та иллюзорная перспектива «психологии мышления», согласно которой мышление в качестве психологического явления представляет собой отражение законов логики. Напротив, как только мы поняли, что логика представляет собой аксиоматику, сразу же — в результате простого переворачивания исходной позиции — исчезает ложное решение проблемы отношений между логикой и мышлением.

Итак, совершенно очевидно, что в той мере, в какой логика отрекается от неопределенности словесного языка, для того чтобы под названием логистики заняться построением алгоритмов, по точности не уступающих математическому языку, она оказывается трансформированной в аксиоматическую технику. Вместе с тем известно, насколько быстро эта техника слилась в наиболее общих чертах с математикой, благодаря чему логистика приобрела в настоящее время научную ценность, независимую от философских систем тех или иных логиков (платонизма Рассела или номинализма «Венского кружка»). Уже один тот факт, что философские интерпретации оставляют внутреннюю технику логистики неизменной, показывает, что техника эта достигла аксиоматического уровня. Логистика является, таким образом, не чем иным как идеальной «моделью» мышления.

Но тогда отношения между логикой и психологией значительно упрощаются. У логистики нет необходимости прибегать к психологии, потому что ни один фактический вопрос никак не вторгается в гипотетико-дедуктивную теорию. И напротив, было бы абсурдно обращаться к логистике, чтобы решать такой вытекающий из опыта вопрос, как вопрос о реальном механизме интеллекта. Тем не менее в той мере, в какой психология стремится анализировать конечные состояния равновесия мышления, имеет место не параллелизм, а соответствие между экспериментальным знанием психологии и логистикой, подобно тому как существует соответствие между схемой и той реальностью, которую она представляет. Каждому вопросу, поднимаемому одной из этих дисциплин, соответствует тогда вопрос в другой, хотя ни их методы, ни специфические для них решения не могут совпадать.

Такая независимость методов может быть проиллюстрирована на очень простом примере, анализ которого к тому же будет полезен нам для дальнейшего (гл. V и VI). Обычно говорят, что мышление (реальное) «использует принцип противоречия». При буквальном понимании это предполагало бы вмешательство логического фактора в каузальный контекст психологических явлений и противоречило бы, следовательно, тому, что мы только что утверждали. Таким образом, если буквально следовать терминологии, подобное утверждение, по сути дела, лишено смысла. Действительно, принцип противоречия сводится к тому, что запрещает одновременно утверждать и отрицать определенное свойство: *A* несовместимо с *не-A*. Но в функционировании мышления реального субъекта трудность возникает тогда, когда встает вопрос, можно ли одновременно утверждать *A* и *B*, поскольку логика сама никогда не определяет, имплицирует ли *B не-A*. Можно ли, например, говорить о горе́, высота которой только сто метров, или это является противоречием? Можно ли представить себе квадрат с неравными углами? И т. д. Чтобы решить этот вопрос, существует лишь два способа. Логический способ состоит в том, чтобы формально определить *A* и *B* и попытаться выяснить, имплицирует ли *B не-A* или не имплицирует. Но тогда принцип противоречия применяется исключительно к определениям, т. е. к аксиоматизированным, а не к живым понятиям, которыми фактически оперирует мышление. Второй способ, тот, которому следует реальная мысль, состоит, напротив, не в рассуждении относительно одних только определений, что не представляет для этого способа большого интереса (определение является с этой точки зрения всего лишь ретроспективным осознанием, к тому же часто неполным), а в том, чтобы действовать и оперировать, конструируя понятия согласно возможностям композиции этих действий или операций. В самом деле, понятие является не чем иным, как схемой действия или операции, и только выполняя действия, порождающие *A* и *B*, мы можем констатировать, совместимы они или нет. Далекие от того, чтобы «применять принцип», эти действия организуются согласно внутренним условиям связи между ними, и именно структура этой организации составляет реальное мышление и соответствует тому, что в аксиоматическом плане принято называть принципом противоречия.

Правда, помимо индивидуальной связи действий, в мышление вторгаются межиндивидуальные действия коллективного порядка и, следовательно, «нормы», навязанные самим этим сотрудничеством. Но кооперация — это не что иное, как система действий или даже операций, выполняемых коллективно, поэтому только что приведенные рассуждения можно отнести и к коллективным представлениям, которые также остаются в плоскости реальных структур, в противоположность аксиоматизации формального порядка.

Таким образом, для психологии в полной мере сохраняется необходимость выяснения того, при помощи какого механизма удается интеллекту конструировать связные структуры (structures cohérentes), допускающие операциональные композиции. Взывать в этом случае к «принципам», которые непосредственно прилагаются к интеллекту, совершенно бесполезно, потому что логические принципы относятся к теоретической схеме, сформулированной постфактум, когда мысль уже сконструирована, а не к самому живому конструированию. Интеллект, как тонко заметил Л. Бруншвиг, можно сравнить с победами на поле брани или с сложнейшим процессом поэтического творчества, тогда как логическая дедукция может быть уподоблена описанию военной стратегии или поэтического искусства, которое лишь выражает прошлые победы в области действия или духа в кодифицированной форме, не обеспечивая при этом поля для будущих завоеваний [1].

Между тем и именно потому, что аксиоматическая логика схематизирует постфактум реальную работу разума, всякое открытие в одной из этих двух областей может порождать проблему в другой. Нет сомнения, что логические схемы, если они искусно построены, всегда помогают анализу психологов; хорошим примером этого служит психология мышления. Однако после того, как психологи вместе с Зельцем, «гештальтистами» и другими открыли роль целостностей и структурированных организаций в работе мышления, уже нет никакого основания рассматривать ни классическую логику, ни даже современную логистику (которые остановились на прерывном и атомистическом способе описания мышления) как не подлежащие изменению и окончательные, а тем более делать из них эталон, «зеркалом» которого было бы мышление. Напротив, если мы хотим, чтобы логика служила схемой, адекватной состояниям равновесия сознания, то следует построить особую логику целостностей и проанализировать операции, не сводя их к изолированным элементам, недостаточным с точки зрения психологических требований.

Операции и их «группировки». Основным камнем преткновения для теории интеллекта, базирующейся на анализе высших форм мышления, является то гипнотическое действие, которое оказывают на сознание

---

[1] См.: L. Brunschvicg. Les étapes de la philosophie mathématique. Paris, 2 éd, p. 426.

исследователей возможности вербального мышления. П. Жане блестяще показал, как язык отчасти заменяет действие,— настолько, что наибольшей трудностью, стоящей перед интроспекцией, становится распознавание (при помощи одних лишь ее средств) того, что язык выступает еще и как подлинное поведение. Вербальное поведение — это действие, пусть сокращенное и интериоризованное, некий эскиз действия, который даже рискует постоянно оставаться в состоянии проекта, но это все равно действие, которое просто замещает вещи знаками, а движения — их восстановлением в памяти, и которое функционирует в структуре мышления при помощи этих посредников. Пренебрегая этим действенным аспектом вербального мышления, интроспекция не видит в нем ничего, кроме рефлексии, рассуждения и понятийного представления; отсюда возникают как иллюзия интроспективных психологов, сводящая интеллект к этим привилегированным конечным состояниям, так и иллюзия логиков, согласно которой наиболее адекватной логистической схемой является, по существу, теория высказываний.

Поэтому, чтобы понять реальное функционирование интеллекта, следует перевернуть только что охарактеризованный путь исследования и дать анализ с позиций самого действия: только тогда предстанет в полном свете роль такого интериоризованного действия, каким является операция. И благодаря самому этому факту будет твердо установлена преемственность, связывающая операцию с подлинным действием — источником и средой интеллекта. Эта перспектива наиболее ясно вырисовывается при анализе языка такого типа, как математический язык, все еще остающийся языком, но языком чисто интеллектуальным, максимально четким и чуждым обманчивости образа. В любом выражении, например, таком, как «$x^2+y=z-u$», каждый термин обозначает в конечном счете действие: знак «$=$» выражает возможность замены, знак «$+$» — объединение, знак «$-$» — разделение; квадрат «x^2» — действие, состоящее в том, что x берется x раз, а каждая из величин «u, y, z» — действие воспроизведения единицы некоторое число раз. Каждый из этих символов относится, таким образом, к действию, которое могло бы быть реальным, но в отношении которого математический язык ограничивается тем, что выражает его абстрактно в форме интериоризованных действий, т. е. операций мышления [1].

И если это обстоятельство очевидно в случае математического мышления, то оно не менее реально и в логическом мышлении, и даже в разговорном языке, причем с двоякой точки зрения — логистического анализа и анализа психологического. Так, например, два класса могут быть сложены как два числа. В высказывании «позвоночные и беспозвоночные суть животные» слово «и» (или логистический знак «+») представляет действие объединения, которое может быть осуществлено материально в виде образования совокупности объектов, но мысль может произвести это действие и в уме. Аналогичным образом можно классифицировать, учитывая одновременно несколько оснований, как это, например, имеет место в таблице с двойным входом, и такая операция (которую логистика называет логическим умножением: знак «$\times$») столь естественна для сознания, что психолог Спирмен усмотрел в ней одну из характерных особенностей интеллектуального акта (назвав ее «выявлением коррелят»): «Париж находится во Франции, подобно тому как Лондон — в Великобритании». Можно произвести сериацию отношений: $A<B$; $B<C$, и тогда двойное отношение, позволяющее заключить, что C больше A, является воспроизведением в мысли действия, которое мы могли бы осуществить материально, если бы расположили в ряд три объекта по их возрастающим величинам. Равным образом можно упорядочить объекты, учитывая одновременно ряд отношений, и тогда мы будем иметь дело с другой формой логического умножения, или корреляции, и т. д.

Если теперь обратиться к терминам как таковым, т. е. к так называемым элементам мышления, к понятиям классов или отношений, то так же, как и в случае их комбинаций, мы вновь столкнемся с их опера-

---

[1] Этот активный характер математического рассуждения хорошо показал Гобло в своем «Трактате о логике» («Traité de logique»). «Делать вывод,— говорил он,— это значит конструировать». Но операциональные конструкции казались ему просто регулируемыми ранее принятыми высказываниями, тогда как на самом деле регулирование операций имманентно им и создается их способностью к обратимым композициям, иными словами, тем, что по своей природе они суть «группы».

циональным характером. Понятие класса психологически является не чем иным, как выражением идентичности реакции субъекта по отношению к объектам, которые объединяются им в один класс; логически эта активная ассимиляция выражается качественной эквивалентностью всех элементов класса. Точно так же асимметричное отношение («более (менее) тяжелый», «больше», «меньше») выражает различные степени интенсивности действия, т. е. различия по отношению к эквивалентностям, что логически выражается структурами сериации.

Короче говоря, основное свойство логического мышления состоит в том, что оно операционально, т. е. продолжает действие, интериоризируя его. По этому вопросу объединяются мнения представителей самых различных течений, начиная с эмпирических и прагматических теорий, которые ограничиваются этим элементарным утверждением, приписывая мышлению форму «умственного опыта» (Мах, Риньяно, Каслин), и вплоть до интерпретаций априористского внушения (Делакруа). Более того, такая гипотеза согласуется с логическими схематизациями в тех случаях, когда эти последние ограничиваются лишь конструированием техники и не превращаются в философию, отрицающую существование самих операций, которыми практически постоянно пользуются.

Однако этим сказано отнюдь не все, поскольку операция не сводится к любому действию; и хотя операциональный акт вытекает из акта действия, однако расстояние между этими актами остается пока еще весьма значительным, что мы и рассмотрим детально, когда будем изучать развитие интеллекта (гл. IV и V). Операцию разума можно сравнить с простым действием только при условии, что она рассматривается изолированно. Но спекуляция на изолированных операциях — это как раз и есть основная ошибка эмпиристских теорий «психического опыта»: единичная операция не является операцией, а остается на уровне простого интуитивного представления. Специфическая природа операций, если их сравнивать с эмпирическими действиями, заключается, напротив, в том, что они никогда не существуют в дискретном состоянии. Об «одной» операции мы можем говорить только в результате абсолютно незаконной абстракции: единичная операция не могла бы быть операцией, поскольку сущность операций состоит в том, чтобы образовывать системы. Именно здесь и необходимо особенно энергично возразить против логического атомизма, схема которого ложилась тяжким бременем на психологию мышления. Чтобы осознать операциональный характер мышления, надо достичь систем как таковых, и если обычные логические схемы не позволяют увидеть такие системы, то нужно построить логику целостностей.

Остановимся прежде всего на наиболее простом примере. Психология, как и классическая логика, рассматривает понятие в качестве элемента мышления. Сам по себе один «класс» не мог бы существовать даже независимо от того, что его определение требует обращения к другим понятиям. В качестве инструмента реального мышления абстрагированный от своего логического определения класс представляет собой элемент «структурированный», а не «структурирующий», или во всяком случае он уже структурирован настолько, чтобы быть структурирующим: реальностью он обладает только в зависимости от всех тех элементов, которым противостоит или в которые включен (или которые включает сам). «Класс» предполагает «классификацию», и основным является именно это, потому что именно операции классификации порождают отдельные классы. Вне связи с классификацией целого родовой термин обозначает не класс, а лишь интуитивно схватываемую совокупность.

Аналогичным образом асимметричное транзитивное отношение (типа $A<B$) не существует в качестве отношения (но может расцениваться лишь как перцептивная или интуитивная связь), пока не построена вся последовательность других отношений, расположенных в ряд, таких, как $A<B<C$... И когда мы говорим, что оно не существует в качестве отношения, то это отрицание нужно понимать в самом конкретном смысле слова, поскольку, как мы увидим (гл. V), ребенок не способен мыслить отношениями до тех пор, пока он не научился проводить «сериации». Сериация является, таким образом, первичной реальностью, любое асимметричное отношение которой есть лишь временно абстрагированный элемент.

Можно привести другие примеры подобного рода: «коррелят» в понимании Спирмена (собака по отношению к волку является тем же, чем кошка по отношению к тигру) имеет смысл только применительно к таблице с двойным входом; отношения родства (брат, дядя и т. д.) входят в совокупность, образованную генеалогическим древом, и т. д. Равным образом не вызывает сомнения, что целое число как психологически, так и логически существует (вопреки мнению Рассела) только в системе натурального ряда чисел (порождаемого операцией «+1»), что пространственное отношение предполагает целостность пространства, а временно́е отношение включает понимание времени как единой схемы. И, обращаясь к другой сфере, нужно ли доказывать тот факт, что величина имеет значение только применительно к полной «шкале» величин, временной или постоянной?

Короче говоря, в любой области конституированного мышления (в прямую противоположность неравновесным состояниям, характеризующим его генезис) психологическая реальность состоит из операциональных систем целого, а не из изолированных операций, понимаемых в качестве предшествующих этим системам элементов. Следовательно, только в качестве действий или интуитивных представлений операции организуются в такие системы, в которых они приобретают — уже в силу одного факта своей организации — природу «операций». Основная проблема психологии мышления в таком случае состоит в том, чтобы выявить законы равновесия этих систем; точно так же, как центральная проблема логики, если она хочет быть адекватной реальной работе сознания, состоит, по нашему мнению, в том, чтобы формулировать законы этих целостностей как таковых.

Ведь математический анализ уже давно открыл ему взаимную зависимость операций, образующих некоторые строго определенные системы; понятие «группы», которое применяется к последовательности целых чисел, к пространственным, временным структурам, к алгебраическим операциям и т. п., становится в результате этого центральным понятием в самой структуре математического мышления. В случае же качественных систем, характерных для простейших форм логического мышления (таких, как простые классификации, таблицы с двойным входом, сериации отношений, отношения генеалогического древа и т. п.), мы будем называть соответствующие системы целого «группировками». Психологически «группировка» состоит в определенной форме равновесия операций, т. е. действий, интериоризованных и организованных в структуры целого, и проблема сводится к тому, чтобы охарактеризовать это равновесие одновременно и по отношению к различным генетическим уровням, которые его подготавливают, и в противопоставлении к формам равновесия с иными, нежели у интеллекта, функциями (перцептивные или моторные «структуры» и т. п.). С логистической же точки зрения «группировка» представляет собой структуру, строго определенную (родственную структуре «группы», но отличную от нее в ряде существенных моментов) и выражающую последовательность дихотомических различий. Операциональные правила «группировки» образуют, таким образом, как раз ту логику целостностей, которая выражает в аксиоматической или формальной схеме фактическую работу разума на операциональном уровне его развития, т. е. в конечной форме его равновесия.

Функциональное значение и структура «группировок». Попытаемся связать только что проведенные рассуждения с тем, что дает нам «психология мышления». Согласно Зельцу, решение определенной проблемы предполагает прежде всего «антиципирующую схему», соединяющую поставленную цель с «комплексом» понятий, в котором проблема создает определенный пробел; затем происходит «заполнение» этой антиципирующей схемы при помощи понятий и отношений, дополняющих «комплекс» и располагающихся в нем согласно законам логики. Здесь возникает ряд вопросов: каковы организации целого «комплекса»? Какова природа антиципирующей схемы? Можно ли устранить дуализм между формированием антиципирующей схемы и конкретными процессами, которые определяют ее заполнение?

Возьмем в качестве примера интересный опыт, поставленный нашим сотрудником Андре Реи. На квадратном листе бумаги (со сторонами от 10 до 15 *см*) нарисован квадрат величиной в несколько сантиметров. Испытуемому предлагается нарисовать квадраты, самый маленький, какой только он может начертить карандашом, и самый большой, какой только возможно изобразить на этом листе. Взрослым (и детям старше 7—8 лет) удается сразу нарисовать как квадрат со сторонами в 1—2 *мм*, так и квадрат, почти дублирующий края бумаги. Дети же в возрасте менее 6—7 лет сначала рисуют квадраты лишь ненамного меньше или больше, чем модель, а затем продвигаются вперед путем постепенного и нередко бесплодного поиска вслепую. Это заставляет думать, что ни в какой момент ребенок этого возраста не предвосхищает конечного решения. Таким образом, мы непосредственно видим, что действие «группировки» асимметричных отношений ($A<B<C...$) имеет место у детей старшего возраста и, по-видимому, отсутствует в возрасте менее 7 лет: с появлением «группировки» воспринимаемый квадрат располагается в мышлении в ряду возможных квадратов, соответственно все бо́льших и все меньших по сравнению с первым. Исходя из этого, можно допустить, во-первых, что антиципирующая схема — это не что иное, как схема самой «группировки», т. е. осознание упорядоченной последовательности возможных операций; во-вторых, что заполнение схемы является результатом простого приведения в действие этих операций и, в-третьих, что организация «комплекса» предварительных понятий зависит от самих законов «группировки». Таким образом, если предложенное решение имеет общий характер, то можно говорить о том, что понятие «группировки» устанавливает единство между предшествующей системой понятий, антиципирующей схемой и ее контролируемым заполнением.

Обратимся теперь к ряду конкретных проблем, которые ставит мышление. Что это такое? Это больше или меньше, тяжелее или легче, дальше или ближе? И. т. п. Где? Когда? По какой причине? С какой целью? Сколько? И т. д. и т. п. Мы констатируем, что каждый из этих вопросов обязательно является функцией предварительных «группировок» или «групп»: каждый индивид обладает классификациями, сериациями, системами объяснений, субъективным пространством и хронологией, шкалой ценностей и т. п., точно так же, как и математизированными пространством и временем, числовыми рядами и т. д. И эти «группировки» и «группы» возникают не в связи с тем или иным частным вопросом, а сохраняются на протяжении всей жизни; с детства мы классифицируем, сравниваем (различия или эквивалентности), упорядочиваем в пространстве и во времени, объясняем, оцениваем наши цели и наши средства, считаем и т. п. По отношению ко всем этим системам целого проблемы ставятся только в той мере, в какой появляются новые факты, которые еще не классифицированы, не подверглись сериации и т. д. Вопрос, который направляет антиципирующую схему, вытекает, таким образом, из предварительной «группировки», и сама антиципирующая схема есть не что иное, как направление, предписанное для поиска самой структуры этой «группировки». Каждая проблема, как в отношении антиципирующей гипотезы решения, так и в отношении детальной проверки этого решения, состоит, следовательно, в особой системе операций, которые должны быть осуществлены в рамках соответствующей целостной «группировки».

Чтобы продвигаться вперед, нет необходимости проводить реконструкцию всего пространства, достаточно просто дополнить его определенную сферу. Чтобы предвидеть какое-либо событие, починить велосипед, рассчитать свой бюджет или составить программу действия, нет необходимости резко изменять уже принятые представления о причинности и времени, пересматривать все принятые ценности и т. д. Искомое решение является лишь продолжением и дополнением отношений, сгруппированных ранее, — в этом случае достаточно лишь исправить отдельные ошибки в «группировке» и прежде всего расчленить и дифференцировать эту «группировку», не изменяя при этом ее в целом. Что же касается проверки, то она возможна только согласно самой «группировке», путем согласования новых отношений с предшествующей системой.

Действительно, в этой непрерывной ассимиляции интеллектом реальности особенно примечательно равновесие ассимилирующих рамок, образованных «группировкой». В процессе своего формирования мышление находится в состоянии неравновесия или неустойчивого равновесия: всякое новое приобретение видоизменяет предшествующие понятия или рискует повлечь за собой противоречие. Начиная же с операционального уровня, напротив, постепенно возникающие рамки классификации и сериации (пространственные, временные и т. д.) беспрепятственно включают новые элементы; та отдельная клеточка, которую нужно найти и дополнить, не колеблет тогда прочности целого, а находится в гармонии с ним. Возьмем наиболее характерный пример такого равновесия понятий. Точная наука, несмотря на все те «революционные скачки» и существенные изменения, которые она стремится подчеркнуть для доказательства своей жизненной силы, тем не менее представляет собой некоторый свод понятий, отдельные аспекты которых сохраняются и даже сужаются с каждым новым добавлением фактов или принципов, поскольку новые принципы, какими бы революционными они ни были, поддерживают старые как свои собственные первые аппроксимации. Непрерывный и не поддающийся предвидению процесс создания нового, знаменующий развитие науки, бесконечно связан, таким образом, с ее собственным прошлым. С тем же явлением, хотя и в неизмеримо меньшем масштабе, мы сталкиваемся в мышлении каждого сложившегося человека.

Более того, в сравнении с частичным равновесием перцептивных или моторных структур, равновесие «группировок» в сущности является «подвижным равновесием»; поскольку операции — это действия, то равновесие операционального мышления отнюдь не представляет собой некоего состояния покоя, а является системой уравновешивающихся обменов и трансформаций, бесконечно компенсирующих друг друга. Это равновесие полифонии, а не системы инертных масс, и оно не имеет ничего общего с той ложной стабильностью, которая возникает иногда с возрастом в результате замедленности умственной деятельности.

Следовательно, вся проблема «группировки» состоит именно в том, чтобы определить условия этого равновесия и получить затем возможность выяснить генетически, каким образом оно образуется. Эти условия могут быть открыты одновременно психологическим наблюдением и психологическим опытом и сформулированы в соответствии с теми уточнениями, которых требует аксиоматическая схема. Они образуют, таким образом, с психологической точки зрения факторы каузального порядка, объясняющие механизм интеллекта, в то время как логистическая схематизация дает правила логики целостностей.

Таких условий для «групп» математического порядка — четыре, а для «группировок» качественного порядка — пять.

1. Два любых элемента «группировки» могут быть

соединены между собой и порождают в результате этого новый элемент той же «группировки»; два различных класса могут быть объединены в один целостный класс, который их включает; два отношения $A<B$ и $B<C$ могут быть соединены в отношение $A<C$, в которое они входят, и т. д. Психологически это первое условие выражает возможную координацию операций.

2. Всякая трансформация обратима. Например, два класса или два отношения, объединенные на какое-то время, могут быть снова разъединены; так, в математическом мышлении каждая прямая операция группы предполагает обратную операцию (вычитание для сложения, деление для умножения и т. д.). Несомненно, что эта обратимость является наиболее характерной особенностью интеллекта, ибо, хотя моторике и восприятию известна композиция, они, однако, остаются необратимыми. Моторный навык действует в одном-единственном направлении, и умение осуществлять движение в другом направлении означает уже приобретение нового навыка. Восприятие необратимо, поскольку при каждом появлении в перцептивном поле нового элемента имеет место «перемещение равновесия», и, если даже объективно восстановить исходную ситуацию, восприятие все равно оказывается видоизмененным промежуточными состояниями. Интеллект же, напротив, может сконструировать гипотезы, затем их отстранить и вернуться к исходной точке, пройти путь и повторить его в обратном направлении, не меняя при этом используемых понятий. И как раз (мы увидим это в гл. V), чем меньше ребенок, тем в большей степени необратимо и тем ближе к перцептивно-моторным или интуитивным схемам начального интеллекта его мышление; обратимость характеризует, следовательно, не только конечные состояния равновесия, но и сами эволюционные процессы.

3. Композиция операций «ассоциативна» (в логическом смысле термина), т. е. мышление всегда сохраняет способность к отклонениям (détours), и результат, получаемый двумя различными путями, в обоих случаях остается одним и тем же. Эта особенность также свойственна только интеллекту; для восприятия, как и для моторики, всегда характерна единственность путей действия, поскольку навык стереотипен и поскольку в восприятии два различных пути действия завер-

шаются разными результатами (например, одна и та же температура, воспринимаемая при сравнении с различными тепловыми источниками, не кажется одинаковой). Появление отклонения является характерным признаком уже сенсо-моторного интеллекта, и чем активней и мобильней мышление, тем большую роль в нем играют отклонения; однако только в системе, обладающей постоянным равновесием, эти отклонения приобретают способность сохранять инвариантность конечного результата поиска.

4. Операция, соединенная со своей обратной операцией, аннулируется (например: «$+1-1=0$» или «$\times 5:5=\times 1$»). В начальных же формах мышления ребенка, напротив, возврат в исходное положение не сопровождается сохранением этого исходного положения; например, после того как ребенок высказал гипотезу, которую затем отбросил, он не может восстановить проблему в прежнем виде, потому что она оказывается частично деформированной гипотезой, хотя последняя и отвергнута.

5. Когда речь идет о числах, то единица, прибавленная к самой себе, в результате композиции (см. п. 1) дает новое число: имеет место итерация. Качественный же элемент, напротив, при повторении не трансформируется; в этом случае имеет место «тавтология»: $A+A=A$.

Если выразить эти пять условий «группировки» в логистической схеме, то мы придем к следующим простым формулам: 1) Композиция: $x+x'=y$; $y+y'=z$, и т. д. 2) Обратимость: $y-x=x'$ или $y-x'=x$. 3) Ассоциативность: $(x+x')+y'=x+(x'+y')=(z)$. 4) Общая идентичная операция: $x-x=0$, $y-y=0$, и т. д. 5) Тавтология, или специальная идентичная операция: $x+x=x$; $y+y=y$, и т. д. Само собой разумеется, что в этом случае возможно исчисление трансформаций, но для этого необходимо — из-за наличия тавтологий — определенное число правил, в детали которых мы здесь не будем входить [1].

Классификация «группировок» и основных операций мышления. Изучение проявлений мышления ребенка в эволюции ведет к признанию не только существования «группировок», но и их взаимосвязи, т. е. отношений, позволяющих классифицировать и распола-

[1] См. нашу работу — J. Piaget. Classes, relations et nombres. Paris, Vrin, 1942.

гать эти «группировки» в определенном порядке. В самом деле, психологическое существование «группировки» легко опознать по явно выраженным операциям, на которые способен субъект. И даже более того: пока нет «группировки», нет и сохранения совокупностей или целостностей, в то время как появление «группировки» характеризуется появлением принципа сохранения. Например, субъект, способный с появлением структуры «группировки» к операциональному рассуждению, будет заранее убежден, что целое сохранится независимо от расположения его частей, тогда как раньше он это оспаривал. Формирование этих принципов сохранения мы будем изучать в главе V, где покажем роль «группировки» в развитии интеллекта. Но для ясности изложения важно прежде всего описать конечные состояния равновесия мышления, с тем чтобы затем проанализировать генетические факторы, способные объяснить образование этого равновесия. Поэтому даже рискуя дать несколько абстрактное и схематическое изложение, мы дополним предыдущие рассуждения перечислением основных «группировок», вместе с тем оговаривая, что эта картина будет представлять собой лишь конечную структуру интеллекта и что полностью сохраняется проблема объяснения процессов формирования этих «группировок».

I. Первая система «группировок» образована так называемыми логическими операциями, т. е операциями, которые имеют исходным пунктом индивидные элементы, рассматриваемые в качестве инвариантных; при осуществлении таких операций ограничиваются тем, что классифицируют эти элементы, подвергают их сериации и т. п.

1. Самая простая логическая «группировка» — это «группировка» классификации, или иерархического включения классов. Она покоится на первой основной операции — объединении индивидов в классы и классов между собой. Классическим образцом такой «группировки» являются зоологические или ботанические классификации, однако по той же дихотомической схеме строятся и любые другие качественные классификации.

Возьмем вид A, составляющий часть рода B семейства C и т. д. В род B, помимо A, входят и другие виды: назовем их A' (при этом $A'=B-A$). Аналогично и семейство C будет включать, помимо B, и другие роды: назовем их B' (где $B'=C-B$) и т. д. Мы имеем тогда композицию: $A+A'=B$; $B+B'=C$; $C+C'=D$ и т. д.; обратимость: $B-A'=A$ и т. д.; ассоциативность: $(A+A')+$ $+B'=A+(A'+B')=C$ и т. д., и все остальные признаки группировки. Именно эта первая группировка и порождает классический силлогизм.

2. Вторая элементарная «группировка» использует операцию, состоящую не в объединении индивидов, рассматриваемых как эквивалентные (как в первой группировке), а в соединении асимметричных отношений, которые выражают различия этих индивидов. Объединение этих различий предполагает тогда последовательный порядок, и, следовательно, «группировка» образует «качественную сериацию».

Если отношение $0<A$ назвать a, отношение $0<B$ — b, а отношение $0<C$ — соответственно c, то отношение $A<B$ можно назвать тогда a', отношение $B<C$ — b' и т. д., и мы получаем группировку $a+a'=b$; $b+b'=c$ и т. д. Обратная операция состоит в вычитании отношения, что эквивалентно прибавлению обратного отношения. Группировка эта, таким образом, параллельна предыдущей, с той единственной разницей, что операция сложения в этом случае включает порядок последовательности (и, следовательно, не является коммутативной); на транзитивности, свойственной этой сериации, основывается умозаключение $A<B$, $B<C$, следовательно, $A<C$.

3. Третья основная операция — это операция замещения, основа эквивалентности, которая объединяет в составной класс различные простые классы, полученные в результате предшествующего объединения.

В самом деле, между двумя элементами A_1 и A_2 одного и того же класса B нет такого же равенства, какое имеет место между равными числами в математике; в этом случае мы имеем дело просто с качественной эквивалентностью, т. е. возможным замещением, но лишь в той мере, в какой можно заменить A'_2 (т. е. «другие» по отношению к A_2 элементы) на A'_1 (т. е. «другие» по отношению к A_1 элементы). Отсюда группировка: $A_1+A'_1=A_2+$ $+A'_2(=B)$; $B_1+B'_1=B_2+B'_2(=C)$ и т. д.

4. Если операции предшествующей «группировки» перевести в отношения, то они порождают реципрокность, свойственную симметричным отношениям. Эти последние являются не чем иным, как отношениями, объединяющими между собой элементы одного и того же класса, т. е. отношениями эквивалентности (в противоположность асимметричным отношениям, которые

выражают различие). Симметричные отношения (например, родственные отношения между братьями, двоюродными братьями и т. п.) группируются, следовательно, по образцу предшествующей «группировки», но обратная операция в этом случае идентична прямой, что выражается, по существу, в самом определении симметрии: $(Y=Z)=(Z=Y)$.

Четыре рассмотренные группировки — это «группировки» аддитивного порядка, причем две из них (первая и третья) относятся к классам, а две другие — к отношениям. Существуют, кроме того, еще четыре «группировки», в основе которых лежат мультипликативные операции, т. е. операции, относящиеся одновременно к более чем одной системе классов или отношений. Эти «группировки» строго соответствуют первым четырем.

5. Прежде всего, если дано два ряда включенных друг в друга классов $A_1B_1C_1$... и $A_2B_2C_2$..., то можно располагать индивиды, исходя из двух рядов одновременно: в этом состоит метод таблиц с двойным входом. «Мультипликация классов», которая образует операцию, свойственную этому роду группировки, играет существенную роль в механизме интеллекта; именно ее под названием «выявление коррелят» описал в психологических терминах Спирмен.

Прямая операция двух классов B_1 и B_2 — это произведение $B_1 \times B_2 = B_1B_2$ $(= A_1A_2 + A_1A'_2 + A'_1A_2 + A'_1A'_2)$. Обратная операция — это логическое деление $B_1B_2 : B_2 = B_1$, что соответствует «абстракции («B_1B_2, абстрагированное от B_2, есть B_1»).

6. Точно так же можно умножить друг на друга два ряда отношений, т. е. найти все отношения, существующие между расположенными в ряд объектами, исходя одновременно из двух типов отношений. Наиболее простым случаем такой группировки является качественное «взаимно-однозначное соответствие».

7 и 8. Наконец, можно сгруппировать индивиды не по принципу таблиц с двойным входом, как в двух предыдущих случаях, а путем приведения одного члена в соответствие многим (например, отец по отношению к сыновьям). В этом случае «группировка» принимает форму генеалогического древа и строится или для классов (7), или для отношений (8), причем эти последние асимметричны, если их рассматривать с точки зрения одного из данных двух элементов (отец и т. п.), и симметричны с точки зрения другого (братья и т. п.).

Таким образом, мы получаем посредством простейших комбинаций восемь основных логических «группировок», одни из которых (1—4) — аддитивны, другие (5—8) — мультипликативны; одни относятся к классам, другие — к отношениям; и наконец, одни выражаются во включениях, сериациях или простых соответствиях (1, 2 и 5, 6), а другие — в реципрокности и одно-многозначных соответствиях (3, 4 и 7, 8). Итак, всего имеется $2 \times 2 \times 2 = 8$ возможностей.

Заметим также, что лучшее доказательство естественного характера целостностей, образованных этими «группировками» операций, состоит в том, что достаточно объединить между собой «группировки» простого включения классов (1) и сериации (2), чтобы получить уже не качественную «группировку», а «группу», образованную последовательностью целых (положительных и отрицательных) чисел. В самом деле, объединение индивидов в классы означает, что они рассматриваются как эквивалентные, в то время как их сериация в соответствии с некоторым асимметричным отношением выражает их различия. При рассмотрении свойств объектов нельзя одновременно группировать их и как эквивалентные, и как различные; но если абстрагироваться от свойств, то уже тем самым мы делаем эти индивиды эквивалентными между собой и способными к сериации соответственно некоторому числовому порядку; мы, таким образом, трансформируем их в упорядоченные «единицы», а именно в этом и состоит конститутивная аддитивная операция целого числа. Аналогичным образом объединяя мультипликативные «группировки» классов (5) и отношений (6), мы получаем мультипликативную «группу» положительных (целых и дробных) чисел.

II. Приведенные выше различные системы не исчерпывают всех элементарных операций интеллекта. Действительно, интеллект не ограничивается оперированием с объектами для объединения их в классы, сериации или пересчета. Сфера его действия распространяется равным образом и на построение объекта как такового, и этот процесс начинается (как мы увидим в гл. IV) уже с появления сенсо-моторного интеллекта. Разложить объект и вновь его составить — это, таким образом, действия, свойственные второй совокупности «группировок», основные операции которых могут быть названы «инфралогическими», потому что логические операции комбинируют объекты, рассматриваемые как инвариантные. Эти инфралогические операции имеют не меньшее значение, чем операции логические, поскольку они являются конститутивными элементами понятий пространства и времени, построение которых занимает почти все детство. И как бы резко они ни отличались от логических операций, они в точности им параллельны. Вопрос о генетических взаимоотношениях между этими двумя операциональными системами образует, таким образом, одну из наиболее интересных проблем развития интеллекта.

1. Включению классов соответствует включение в иерархические целостности частей, ранее просто объединявшихся; конечный предел таких включений — объект в целом (при этом неважно, на какой ступени он берется — вплоть до пространственно-временного универсума). Именно эта первая «группировка» сложения частей дает возможность сознанию до какого бы то ни было собственно научного опыта понять атомистическую композицию — атомарное строение объектов.

2. Сериации асимметричных отношений соответствуют операции размещения (пространственного или временного) и качественного перемещения (простого изменения порядка, независимо от меры).

3—4. Логическим подстановкам и симметриям соответствуют пространственно-временные симметричные подстановки и отношения.

5—8. Мультипликативные операции представляют собой просто комбинации предшествующих операций в соответствии со многими системами или элементами.

Подобно тому, как числовые операции могут рассматриваться как выражение простого слияния группировок классов и асимметричных отношений, так и операции измерения представляют собой объединение в единое целое операций деления и перемещения.

III. Аналогичная ситуация имеет место и в операциях, относящихся к ценностям; эти операции выражают отношения средств и целей, которые играют существенную роль в практическом интеллекте (и квантификация которых характеризует экономические ценности).

IV. Наконец, совокупность этих трех систем операций (I—III) может быть выражена в форме простых высказываний, что приводит к логике высказываний, построенной на основе импликаций и несовместимостей между пропозициональными функциями; именно эта система образует как логику в обычном смысле этого слова, так и гипотетико-дедуктивные теории, характерные для математики.

Равновесие и генезис. Цель настоящей главы состояла в том, чтобы найти такую интерпретацию мышления, которая не приходила бы в столкновение с логикой, заданной как первичная и ни к чему не сводимая система, а учитывала бы характер формальной необходимости, присущей аксиоматической логике, полностью сохраняя при этом за интеллектом его психологическую, по существу активную и конструктивную природу.

Существование «группировок» и возможность их строгой аксиоматизации удовлетворяет первому из этих двух условий: теория «группировок», упорядочивающая совокупности логических элементов и операций в целостности, способна достичь формальной точности именно потому, что эти целостности аналогичны тем общим системам, которые использует математика.

Вместе с тем, с психологической точки зрения операции являются действиями, способными к композиции и обратимыми, но все же еще действиями, что обеспечивает преемственность между актом интеллекта и совокупностью адаптивных процессов.

Однако в предшествующем рассмотрении нам удалось только поставить проблему интеллекта, и перед нами еще в полной мере остается задача найти ее решение. Из факта существования описанных выше «группировок» вытекает лишь то, что мышление на определенном уровне достигает состояния равновесия. Мы узнали также свойства этого равновесия; оно является одновременно мобильным и постоянным, так что структура операциональных целостностей сохраняется при ассимиляции новых элементов. Кроме того, мы знаем, что это подвижное равновесие предполагает обратимость (именно это, впрочем, и составляет содержание определения состояния равновесия, которое дается в физике, и обратимость механизмов сложившегося интеллекта следует рассматривать именно исходя из этой реальной физической модели, а не из абстрактной обратимости логистической схемы). Но ни констатация этого состояния равновесия, ни даже формулировка его необходимых условий не составляют еще объяснения.

Психологическое объяснение интеллекта состоит в том, чтобы очертить путь его развития, показать, каким образом он с необходимостью завершается охарактеризованным равновесием. С этой точки зрения труд психолога можно сравнить с трудом эмбриолога: сначала это — описание, сводящееся к анализу фаз и периодов морфогенеза вплоть до конечного равновесия, образованного морфологией взрослого; но как только факторы, обеспечивающие переход от одной стадии к следующей, выявлены, исследование сразу же становится «каузальным». Наша задача, следовательно, вполне ясна: необходимо реконструировать генезис или фазы формирования интеллекта, пока мы, таким образом, не дойдем до конечного операционального уровня, формы равновесия которого мы только что описали. И поскольку высшее нельзя свести к низшему (если только не искажать высшее или не обогащать низшее за счет высшего), постольку генетическое объяснение может состоять только в том, чтобы показать, каким образом на каждой новой ступени механизм уже имеющихся факторов, приводя к еще неполному равновесию, подводит само уравновешивание этих факторов к следующему уровню. Так мы подходим шаг за шагом к тому, чтобы понять постепенное образование операционального равновесия, не преформируя его с самого начала и не вызывая его из небытия.

Таким образом, объяснение интеллекта, короче говоря, сводится к тому, чтобы поставить высшие операции мышления в преемственную связь со всем развитием, рассматривая при этом само это развитие как эволюцию, направляемую внутренней необходимостью к равновесию. Такая функциональная преемственность вполне согласуется с различиями между последовательными структурами. Как мы видели, иерархию поведений, рефлексов и восприятий, глобальных с самого начала, можно представить в качестве прогрессирующего расширения расстояний и прогрессирующего усложнения путей, характеризующих обмены между организмом (субъектом) и средой (объектами); каждое из этих расширений или усложнений представляет, таким образом, новую структуру, тогда как их преемственность подчиняется требованиям равновесия, которое должно быть в зависимости от сложности все более и более мобильным. Операциональное равновесие осуществляет эти условия при максимуме возможных расстояний (ибо интеллект стремится охватить универсум) и максимальной сложности путей действия (ибо дедукция способна на самые большие из «отклонений»). Это равновесие должно, следовательно, пониматься как предел эволюции, этапы которой нам необходимо установить.

Организация операциональных структур, таким образом, уходит своими корнями за пределы рефлексивного мышления, достигая источников самого действия. И поскольку операции сгруппированы во вполне структурированные целостности, их следует сравнивать со всеми структурами низшего уровня — перцептивными и моторными. Итак, путь, по которому должно идти наше исследование, полностью определен: сначала следует проанализировать взаимоотношения интеллекта с восприятием (гл. III) и моторным навыком (гл. IV), затем изучить формирование операций в мышлении ребенка (гл. V) и его социализацию (гл. VI). Только после такого исследования структура «группировки», характеризующая живую логику в действии, выявит свою подлинную природу, либо врожденную, либо эмпирическую и просто навязанную средой, либо, наконец, являющуюся выражением все более многочисленных и сложных обменов между субъектом и объектами — обменов сначала неполных, нестабильных и необратимых, но затем вследствие самой необходимости равновесия, которой они подчинены, приобретающих постепенно форму обратимой композиции, свойственной «группировке».

Часть вторая

ИНТЕЛЛЕКТ И СЕНСО-МОТОРНЫЕ ФУНКЦИИ

ГЛАВА III. ИНТЕЛЛЕКТ И ВОСПРИЯТИЕ

Восприятие — это знание, приобретаемое нами об объектах или их движениях в результате прямого и непосредственно осуществляющегося контакта с ними, тогда как интеллект — это знание, существующее лишь тогда, когда в процессе взаимодействия субъекта с объектом имеют место различного рода отклонения и когда возрастают пространственно-временные расстояния между субъектом и объектами. В силу этого можно было бы предположить, что интеллектуальные структуры и, в частности, операциональные «группировки», характеризующие конечное равновесие в развитии интеллекта, с самого начала существуют целиком или частично в форме организаций, общих восприятию и мышлению. Такова, в частности, центральная мысль «теории формы», сторонники которой — как бы они ни игнорировали понятие обратимой группировки — описали тем не менее законы структурирования целого, которые, по этой теории, одновременно управляют как восприятием, моторностью и элементарными функциями, так и самим умозаключением, в частности силлогизмом (Вертгеймер). Нам также следует исходить из перцептивных структур, чтобы выяснить, возможно ли вывести из них объяснение всего мышления, включая «группировки», как таковые.

Исторический экскурс. Гипотеза о тесной связи между восприятием и интеллектом всегда поддерживалась одними и отвергалась другими. Мы здесь будем упоминать лишь тех авторов, которые проводили экспериментальные исследования, и не будем останавливаться на взглядах многочисленных философов, ограничивающихся лишь рассуждениями по этому поводу. При этом мы будем излагать взгляды как тех экспериментаторов, которые объясняют восприятие вмешательством интеллекта, так и тех, кто стремится вывести интеллект из восприятия.

Первым проблему отношений между перцептивными и операциональными структурами (в ее современной форме) поставил, несомненно, Гельмгольц. Известно, что визуальное восприятие способно достигать определенной «константности». Этому посвящалось и посвящается немало работ. Величина воспринимается нами более или менее правильно в перспективе, несмотря на заметное уменьшение образа на сетчатке и перспективное уменьшение; форму мы различаем и при изменении положения, а цвет узнаем не только при полном освещении, но и в тени и т. д. Гельмгольц стремился объяснить эту перцептивную константность вмешательством «неосознанного рассуждения», которое, по его мнению, корректирует непосредственное ощущение, опираясь на приобретенные знания. Стоит вспомнить, сколько внимания уделял Гельмгольц образованию понятия пространства, чтобы стало ясно то значение, которое имела для него эта гипотеза. И не случайно Кассирер (в свою очередь занимавшийся этими вопросами) предположил, что крупный физиолог, физик и геометр стремился объяснить перцептивную константность вмешательством своего рода геометрической «группы», внутренне присущей интеллекту, еще не осознанному, поскольку речь идет о восприятии.

Сказанное представляет немалый интерес для проводимого нами сравнения интеллектуальных и перцептивных механизмов. В самом деле, перцептивную константность в сенсо-моторном плане можно сравнить с различными понятиями «сохранения», характеризующими первые достижения интеллекта (сохранение совокупностей, сохранение вещества, веса, объема и т. д. при деформациях, осуществляемых в созерцании). Эти понятия сохранения обязаны своим происхождением вмешательству «группировки» или «группы» операций, и поэтому если бы визуальную константность можно было приписать неосознанному рассуждению в форме «группы», то в результате этого имела бы место непосредственная структурная преемственность между восприятием и интеллектом.

Однако Геринг в свое время уже ответил Гельмгольцу, что вмешательство интеллектуального знания не видоизменяет восприятия: та же оптическая иллюзия или иллюзия веса и т. д. остаются и тогда, когда нам известны объективные величины воспринимаемых объектов. Отсюда можно сделать вывод, что рассуждение отнюдь не вмешивается в восприятие и что константности обязаны своим происхождением чисто физиологическим регуляциям.

Однако и Гельмгольц, и Геринг были убеждены в наличии ощущений, предшествующих восприятию, и рассматривали в силу этого перцептивную константность как корректирование ощущений, которое Гельмгольц приписывал интеллекту, а Геринг — нервным механизмам. По-новому проблема была поставлена после того, как Эренфельс в 1891 г. открыл целостные перцептивные гештальты — гештальты-качества (Gestaltqualitäten). Таким гештальтом является, например, мелодия, которая узнается, несмотря на транспозицию, изменяющую все ноты (в этом случае, следовательно, ни одно элементарное ощущение не может остаться тем же самым). Это открытие положило начало двум психологическим школам, одна из которых продолжила идеи Гельмгольца в его обращении к интеллекту, а другая — идеи Геринга в отрицании им роли этого последнего.

В самом деле, «школа Граца» (Мейнонг, Бенусси и др.) основывалась на ощущениях, и поэтому гештальты-качества интерпретировались как продукт синтеза: будучи транспонированы, они воспринимаются как вызываемые интеллектом. Мейнонг даже построил, исходя из этой интерпретации, развернутую теорию мышления, основанную на идее целостности («коллективные объекты», обеспечивающие связи перцептивного и концептуального). В противоположность этому «Берлинская школа», идеи которой лежат у истоков «психологии формы», исходит из совершенно иной позиции: ощущения не рассматриваются этой школой в качестве элементов, предшествующих восприятию или независимых от него (они суть не «структурирующие», а «структурированные содержания»), и целостная форма (понятие которой теперь обобщается для всякого восприятия) понимается не как результат синтеза, а как первооснова, функционирующая неосознанно и обладающая физиологической природой не в меньшей мере, чем психологической. Целостные формы (гештальты) существуют, согласно взглядам «Берлинской школы», на всех ступенях психической жизни, и поэтому можно надеяться на объяснение интеллекта, исходя из перцептивных структур, вместо того чтобы совершенно непонятным образом вмешивать рассуждение в восприятие, как таковое.

В последующих исследованиях так называемая школа Gestaltkreis, к которой принадлежали фон Вейцзекер, Ауэрсперг и др., пыталась расширить идею структуры целого, с самого начала включая в нее восприятие и движение, которые рассматриваются как действующие по необходимости совместно; в этом случае восприятие предполагает вмешательство антиципаций и моторных восстановлений в памяти, которые, не предопределяя собой интеллекта, тем не менее возвещают о нем. Таким образом, это направление можно рассматривать как продолжающее (в несколько обновленном виде) гельмгольцевскую традицию, тогда как другие современные авторы, дающие чисто физиологическую интерпретацию восприятия (Пьерон и др.), остаются под влиянием Геринга.

Теория формы и ее интерпретация интеллекта. Теория формы заслуживает специального рассмотрения. Дело не только в том, что большое количество проблем ставится в ней в обновленном виде. Основное — это то, что она дает развернутую теорию интеллекта, которая остается даже для ее противников образцом последовательной психологической интерпретации.

Центральная идея теории формы сводится к тому, что системы психики никогда не образуются путем синтеза или объединения элементов, данных до их соединения изолированно, а с самого начала представляют собой организованные целостности — гештальты или структуры целого. Именно в силу этого восприятие не является синтезом предшествующих ощущений, а управляется на всех уровнях «полем», элементы которого зависимы друг от друга уже благодаря тому, что они воспринимаются вместе. Например, черная точка на большом листе бумаги, даже будучи единственной, не может быть воспринята как изолированный элемент, потому что она выделяется в качестве «фигуры» на «фоне», образованном бумагой, и это отношение «фигура»$\times$«фон» предполагает организацию всего визуального поля. Это тем более верно, что, строго говоря, лист бумаги можно воспринимать как объект («фигуру»), а черную точку — как отверстие, т. е. как единственную видимую часть «фона». Почему же тогда предпочтение отдается первому способу восприятия? И почему если вместо одной точки мы видим три или четыре на достаточно близком расстоянии друг от друга, то невозможно воспрепятствовать их объединению в возможные формы треугольников или четырехугольников? Это происходит потому, что элементы, воспринимаемые в одном и том же поле, немедленно объединяются в структуры целого, подчиняющиеся точным законам — «законам организации».

Эти законы организации, управляющие всеми отношениями поля, являются в гештальтистской гипотезе ни чем иным, как законами равновесия; они управляют одновременно как нервными токами, возникающими вследствие психического контакта субъекта с внешними объектами, так и самими этими объектами, включенными в целостную цепь, охватывающую, следовательно, одновременно и организм, и его ближайшую среду. С этой точки зрения перцептивное (или моторное и т. п.) «поле» сравнимо с силовым (электромагнитным и т. п.) полем и управляется аналогичными принципами: принципом минимума, наименьшего действия и т. д. При наличии множества элементов мы придаем им такую форму целого, которая является не любой, а предельно простой формой, выражающей структуру поля: воспринимаемую форму в этом случае будут определять правила простоты, регулярности, близости, симметрии и т. д. Отсюда вытекает основной закон целостных форм (так называемый закон «прегнантности»): из всех возможных форм та форма, которая реализуется, всегда является «наилучшей», т. е. наилучшим образом уравновешенной.

Более того, «хорошая форма» всегда способна к «транспозиции», как мелодия, у которой переменили все ноты. Такая транспозиция, свидетельствующая о независимости целого по отношению к частям, также объясняется законами равновесия: в этом случае имеют место те же самые отношения между новыми элементами, и завершаются они той же самой формой целого, что и отношения, которые были между предшествующими элементами, причем происходит все это не благодаря акту сравнения, а вследствие повторного образования равновесия (подобно тому как вода в канале после открытия шлюзов вновь принимает горизонтальную форму, но уже на другом уровне). Характеристике таких «хороших форм» и изучению их транспозиций посвящено огромное число экспериментальных работ, представляющих определенный интерес, однако в детали этих работ здесь не стоит углубляться.

Следует, однако, подчеркнуть наиболее существенную часть рассматриваемой теории, а именно то, что законы организации характеризуются ее сторонниками как независимые от развития и, следовательно, как общие для всех уровней. Это утверждение следует с неизбежностью, если ограничиваться рассмотрением лишь функциональной организации или «синхронным» равновесием поведений, так как необходимость такого равновесия выступает в качестве закона для всех уровней развития, а отсюда вытекает и функциональная непрерывность, на которой мы всегда настаивали. Но обычно такому инвариантному функционированию противопоставляют последовательные структуры, рассматриваемые с «диахронной» точки зрения, которые как раз и изменяются от одного уровня к другому. Сущность же гештальта — в объединении функции и структуры в единое целое под названием организации и в рассмотрении ее законов как неизменных. Поэтому сторонники теории формы стремятся показать, привлекая внушительный материал, что перцептивные структуры — одни и те же не только у маленького ребенка и взрослого, но вообще у позвоночных всех категорий, а единственное различие между ребенком и взрослым состоит лишь в относительной значимости некоторых общих факторов организации (например, фактора близости), тогда как в совокупности эти факторы остаются одними и теми же, а вытекающие из них структуры подчиняются одинаковым законам.

В частности, в решении гештальтистами знаменитой проблемы константности восприятия следует выделить два момента: во-первых, константность (например, константность величины) не корректирует начального искажения ощущения, возникающего из-за уменьшения образа на сетчатке, поскольку не существует начального изолированного ощущения и поскольку образ на сетчатке — это лишь рядовое звено в целостной цепи, соединяющей объекты с мозгом посредством соответствующих нервных токов; следовательно, объекту, воспринимаемому в перспективе, немедленно и непосредственно гарантируется его реальная величина просто в силу законов организации, делающих именно эту структуру наилучшей. Во-вторых, перцептивная константность, следуя этой теории, не приобретается субъектом, а дана в готовом виде на всех уровнях развития, равным образом и у животного, и у грудного младенца, и у взрослого. Явные же исключения, обнаруживаемые при экспериментах, объясняются сторонниками этой концепции тем, что перцептивное поле не всегда достаточно структурировано: константность является наилучшей тогда, когда цель (объект восприятия) составляет часть «конфигурации» целого (как это имеет место в последовательном ряду объектов).

Интеллект в этом случае получает изумительно простую интерпретацию, которая, окажись она верной, дала бы возможность почти непосредственно связать высшие структуры (в частности, рассмотренные нами в гл. II «операциональные группировки») с наиболее элементарными гештальтами сенсо-моторного и даже перцептивного порядка. Особого внимания заслуживают три применения теории формы к изучению интеллекта: применение теории формы Кёлером к сенсо-моторному интеллекту, Вертгеймером — к структуре силлогизма и Дункером — к интеллектуальному акту в целом.

По Кёлеру, о появлении интеллекта можно говорить тогда, когда восприятие не продолжается непосредственно в движениях, способных обеспечить достижение цели. Шимпанзе, находящийся в клетке, стремится достать фрукт, до которого невозможно дотянуться рукой; в этом случае необходимо промежуточное средство, употребление которого и определит то усложнение, которое свойственно интеллектуальному действию. В чем же оно состоит? Если палка, предоставленная обезьяне, помещена параллельно руке, она тотчас же воспринимается ею как возможное продолжение руки, тогда как в любом другом положении она будет рассматриваться как индифферентный объект.

Таким образом, палка, бывшая до определенного момента нейтральной, фактически приобретает значение только в результате ее включения в структуру целого. В результате этого происходит «переструктурирование» поля, и именно такие внезапные переструктурирования и характеризуют, по Кёлеру, интеллектуальный акт. В переходе от структуры менее хорошей к лучшей структуре состоит сущность этого «схватывания»; интеллект, следовательно, оказывается простым продолжением восприятия, но продолжением опосредованным или косвенным.

С аналогичным принципом объяснения мы встречаемся у Вертгеймера в его гештальтистской интерпретации силлогизма. Бо́льшая посылка является «формой», которую можно сравнить с перцептивной структурой: «все люди» образуют в соответствии с этим совокупность, расположенную внутри совокупности «смертных». Подобный же принцип положен в основу и меньшей посылки: «Сократ» — это индивид, расположенный внутри круга «людей». Операция получения из этих посылок заключения — «следовательно, Сократ смертен» сводится просто к переструктурированию целого путем удаления промежуточного круга («люди»), после того как этот круг вместе с его содержанием помещен внутрь большого круга («смертные»). Умозаключение, следовательно, представляет собой, согласно Вертгеймеру, «перецентровку»: «Сократ» как бы децентрируется из класса «людей», для того чтобы оказаться перецентрированным в класс «смертных». Силлогизм, таким образом, подчиняется общей организации структур; в этом он аналогичен переструктурированиям, характеризующим практический интеллект, по Кёлеру, с той только разницей, что здесь мы имеем дело уже не с действием, а с мышлением.

Наконец, Дункер, изучая отношение к опыту внезапных пониманий (Einsicht, или интеллектуальных переструктурирований), нанес решительный удар ассоцианистскому эмпиризму, которому в принципе чуждо понятие гештальта. Для этого Дункер проанализировал различные сферы интеллекта и пришел к выводу, что во всех сферах приобретенный опыт играет в рассуждении лишь вспомогательную роль: он может иметь значение для мышления только в отношении к уже имеющейся организации. Именно эта последняя, т. е.

структура актуального поля, и определяет возможные обращения к прошлому опыту, либо делая его бесполезным, либо используя его. Рассуждение, таким образом, является «битвой, которая кует свое собственное оружие»; оно, согласно Дункеру, полностью объясняется законами организации, независимыми от истории индивида и обеспечивающими целому присущее ему единство структур любого уровня, начиная от элементарных перцептивных форм и вплоть до самых развитых форм мышления.

Критика психологии формы. Теперь нам следует рассмотреть обоснованность утверждений, выдвигаемых теорией формы. Характер «целостности», свойственный психическим структурам (как перцептивным, так и интеллектуальным), существование законов «хорошей формы», сведéние изменений структуры к формам равновесия и т. д. обоснованы столь многочисленными экспериментальными работами, что эти понятия с полным правом широко используются в современной психологии. В частности, способ анализа, в ходе которого факты помещаются в рамки целостного «поля», является единственно приемлемым методом психологического исследования, тогда как сведение их к атомизированным элементам всегда искажало единство реальной действительности.

Нужно, однако, твердо усвоить, что если не выводить законы организации из абсолютно общих «физических форм», т. е. не выносить их за сферу психологии и биологии (Кёлер) [1], то язык целостностей оказывается всего лишь способом описания, и наличие целостных структур в этом случае требует объяснения, которое отнюдь не заключено в самом факте существования целостностей. Именно из этого мы исходили при рассмотрении наших «группировок», и это следует также принять и для элементарных форм или структур.

Что же касается общего и даже физического существования законов организации, то оно подразумевает по меньшей мере их инвариантность в ходе психического развития (и теоретики формы первые это ут-

[1] «Физические формы» играют у Кёлера по отношению к мыслительным структурам ту же самую роль, что и вечные идеи Рассела по отношению к понятиям или априорные схемы по отношению к живой логике.

верждают). Поэтому предварительным вопросом ортодоксальной доктрины формы (а здесь мы ограничиваемся именно ею, хотя некоторые более осторожные сторонники гештальт-психологии, такие, как Гельб и Гольдштейн, отвергают гипотезу «физических форм») является вопрос о неизменяемости в процессе психического развития некоторых основных форм организации, в частности форм перцептивных «константностей».

Однако по этому основному вопросу приходится констатировать, что имеющиеся в настоящее время факты явно противоречат такому утверждению. В самом деле, не входя в детали и все время оставаясь на почве психологии ребенка и рассматривая лишь константность величин, можно выявить следующее:

1. Г. Франк[1] считал, что константность величин можно установить у одиннадцатимесячного ребенка. Но не говоря уже о том, что техника его экспериментов вызвала дискуссию (Бёрл), даже если этот факт в общих чертах и точен, одиннадцать месяцев — это уже значительное развитие сенсо-моторного интеллекта. Э. Брунсвик и Круикшанк констатировали прогрессирующее развитие этой константности в течение первых шести месяцев жизни ребенка.

2. Совместно с Ламберсье мы провели опыты на детях от 5 до 7 лет; дети должны были сравнивать высоту пары предметов, расположенных на разном расстоянии в глубину. Эти опыты позволили нам выявить фактор, который экспериментаторы ранее не принимали в расчет: во всяком возрасте существует «систематическая ошибка эталона», которая состоит в том, что элемент, выбранный в качестве эталона, подвергается переоценке по отношению к тем переменным величинам, которые он измеряет; и вызвано это именно тем, что он функционирует в качестве эталона (это относится как к случаям, когда он помещен в глубине, так и к тем случаям, когда он расположен вблизи испытуемого). Эта систематическая ошибка субъекта в сочетании с его оценками, относящимися к перспективе, может вызвать, казалось бы, явную (но, однако, иллюзорную) константность: со скидкой на «ошибку эталона-

[1] См.: H. Frank. Untersuchung über Sehgroßenkonstanz bei Kindern. «Psychologische Forschung», Berlin, Bd. VII, 1926, S. 137—154.

на» наши испытуемые 5—7 лет давали в среднем заметную недооценку величины при сравнении предметов в глубину, тогда как взрослые в среднем приходят в конечном итоге к «сверхконстантности» («surconstance») [1].

3. Бурцлаф [2], который также получил вариации в попарных сравнениях предметов в зависимости от возраста, считал, что гештальтистская гипотеза константности величин подтверждается в том случае, когда сравниваемые элементы включены в «конфигурацию» целого и особенно когда они расположены в ряд. Однако Ламберсье, который по нашей просьбе путем тщательно подготовленных опытов проверил сравнение предметов в глубину по рядам [3], сумел показать, что константность, относительно независимая от возраста, существует только в одном случае (единственном случае, правильно отмеченном Бурцлафом): когда эталон равен среднему из сравниваемых элементов. И напротив, если берется эталон, заметно больший или меньший, чем средний элемент, сразу же возникают систематические искажения при сравнении расположенных в глубине предметов. В результате этого становится совершенно ясным, что константность среднего элемента зависит от иных причин, чем константность в глубину: инвариантность среднего элемента обеспечивается именно его привилегированным положением (он обесценивается всеми элементами, высшими по отношению к нему, и симметрично восстанавливается всеми низшими элементами, откуда и вытекает его стабильность). Измерения же, проведенные на остальных элементах, лишний раз показывают, что у ребенка не существует специфической константности при сравнении расположенных в глубине предметов, тогда как с возрастом можно установить заметное возрастание регуляций, стремящихся к образованию такой константности.

---

[1] См.: J. Piaget et M. Lambercier. Le problème de la comparaison visuelle en profondenr et l'erreur systématique de l'étalon. «Archives de psychologie», vol. XXIX, 1943, p. 255—308.

[2] См.: W. Burzlaff. Methodologische Beiträge zum Problem der Farbenkonstanz. «Zeitschrift für Psychologie», Leipzig, Bd. 119, 1931, S. 177—235.

[3] См.: M. Lambercier. La constance des grandeurs en comparaisons sériales. «Archives de psychologie», vol. XXXI, 1946, p. 79—282.

4. Известно, что Бёрл[1], анализируя константность величины у школьников, обнаружил, что в среднем такая константность возрастает приблизительно до 10 лет, т. е. до уровня развития, начиная с которого реакции ребенка становятся, наконец, аналогичными реакциям взрослого (та же самая эволюция была отмечена Э. Брунсвиком и в отношении константности формы и цвета).

Существование связанной с возрастом эволюции механизмов, завершающихся перцептивными константностями (а в дальнейшем мы увидим немало других генетических трансформаций восприятия), требует, несомненно, пересмотра тех объяснений, которые дает теория формы. Прежде всего, если подтверждается реальная эволюция перцептивных структур, то тогда невозможно уклониться ни от проблемы их образования, ни от возможного влияния опыта на процесс их генезиса. В отношении последнего Э. Брунсвик выявил частоту «эмпирических форм (Gestalt)» по сравнению с «геометрическими формами». Так, например, фигура, занимающая промежуточное положение между образом открытой руки и геометрической схемой с пятью точно симметричными ответвлениями, дала в тахископическом видении у взрослого 50 на 100 в пользу руки («эмпирическая форма») и 50 на 100 в пользу геометрической «хорошей формы».

После того как отброшена гештальтистская гипотеза о неизменных «физических формах», основной становится проблема генезиса «форм». В этой связи прежде всего следует отметить незаконность самой дилеммы: «целостность» или атомизм изолированных ощущений. В действительности имеются не две, а три возможности: или восприятие — это синтез элементов, или оно образует единую целостность, или же, наконец, — это система отношений (при этом каждое отношение само является целостностью, но целостностью совокупности, которую можно анализировать, отнюдь не впадая при этом в атомизм). Поэтому нет никаких препятствий для того, чтобы понимать целостные структуры как продукт прогрессирующего конструирования,

[1] См.: F. Beyrl. Uber die Größenauffassung bei Kindern. «Zeitschrift für Psychologie», Leipzig, Bd. 100, H. 5—6, 1926, S. 344—371.

появляющийся не в результате «синтеза», а вследствие аккомодирующих дифференциаций и комбинированных ассимиляций, и ничто тогда не препятствует поставить это конструирование в связь с интеллектом, понимаемым как реальная деятельность, а не как функционирование предустановленных структур.

Что касается восприятия, то здесь узловым моментом является вопрос о транспозиции. Должны ли мы вместе со сторонниками теории формы интерпретировать транспозиции (например, транспозиции мелодии из одного тона в другой или одной визуальной формы в другую) как простые повторения одной и той же формы равновесия между новыми элементами, сохраняющими, однако, прежние отношения (сравните взаимоотношения между горизонтальными уровнями в системе шлюзов), или же здесь следует видеть продукт ассимилирующей деятельности, которая интегрирует подобные элементы в одну и ту же схему? Нам представляется, что второе решение подсказывается уже тем фактом, что чем старше ребенок, тем легче ему даются транспозиции (см. конец настоящей главы). Более того, к обычно рассматриваемым транспозициям, которые являются внешними по отношению к анализируемым фигурам, следует, несомненно, добавить внутренние транспозиции между элементами одной и той же фигуры, объясняющие роль факторов регулярности, равенства, симметрии и т. д., внутренне присущих «хорошей форме».

Таким образом, две указанные интерпретации транспозиции содержат весьма различную оценку отношений между восприятием и интеллектом и совершенно различное понимание природы интеллекта.

«Теория формы» в своем стремлении свести механизмы интеллекта к механизмам, характеризующим перцептивные структуры, которые сами сводятся к «физическим формам», в сущности приходит, хотя и значительно более рафинированным путем, к классическому эмпиризму. Единственное различие (которое, как бы значительно оно ни было, уже не играет большой роли после такого сведения) состоит в том, что новая доктрина заменяет «ассоциации» структурированными «целостностями». Но и в том и в другом случае операциональная деятельность растворяется в чувствовании и подменяется пассивностью автоматических механизмов.

Нет необходимости ломиться в открытую дверь, настаивая на том, что операциональные структуры связаны со структурами перцептивными целым рядом промежуточных ступеней; мы охотно соглашаемся с этим. Следует, однако, подчеркнуть, что имеется существенное смысловое различие между неподвижностью воспринятой «формы» и обратимой мобильностью операций. В силу этого оказывается явно недостаточным сравнение, которое стремился провести Вертгеймер между силлогизмом и статическими «формами» восприятия. Самое существенное в механизме группировки (из чего и выводится силлогизм) — это не структуры, воплощенные в посылках или характерные для заключений, а сам процесс композиции, позволяющий переходить от посылок к заключениям. Этот процесс, несомненно, продолжает перцептивные переструктурирования и перецентровки (такого рода, как, например, те, которые позволяют видеть «двухплановый» рисунок попеременно то в одном, то в другом плане). Однако для понимания этого процесса композиции надо идти еще дальше: он образуется совокупностью подвижных и обратимых операций включения и исключения ($A+A'=B$; $A=B-A'$; $A'=B-A$; $B-A-A'=0$ и т. д.). Таким образом, не статические формы, имеющиеся в интеллекте, и не простой однонаправленный переход из одного состояния в другое (или колебание между двумя состояниями) порождают структуры: они обусловливаются общей мобильностью и обратимостью операций. Отсюда следует, что рассматриваемые нами структуры весьма различны: для перцептивной структуры характерна, как на этом настаивают и сами сторонники теории формы, ее несводимость к аддитивной композиции; она, следовательно, необратима и неассоциативна. В системе умозаключений мы видим нечто большее, чем простую «перецентровку» (Umzentrierung): здесь имеет место общая децентрация, которая предполагает как бы «растворение» или «оттаивание» статических перцептивных форм в формы операциональной мобильности. На этой основе возможно безграничное конструирование новых структур, как относящихся к восприятию, так и выходящих за пределы какого бы то ни было реального восприятия.

Совершенно очевидно, что в сенсо-моторном интеллекте, проанализированном Кёлером, перцептивные структуры играют значительно более важную роль. Но сам тот факт, что теория формы рассматривает эти структуры в качестве непосредственно вытекающих из ситуаций как таковых, без учета их генезиса, вынудил Кёлера вывести из сферы интеллекта, с одной стороны, поиск вслепую, который предшествует открытию решений, а с другой стороны — корректирование и контроль, которые следуют за решением. Изучение первых двух лет жизни ребенка подводит нас к совершенно иному выводу: в сенсо-моторном интеллекте ребенка, конечно, имеют место также и структуры целого или «формы», но они весьма далеки от того, чтобы быть статичными и не имеющими истории; они образуют «схемы», которые сменяют друг друга в результате последовательной дифференциации и интеграции и которые, таким образом, должны непрерывно аккомодироваться к ситуациям (путем поиска вслепую и корректирований), одновременно ассимилируя их. Отсюда становится ясным, что проанализированное Кёлером поведение обезьяны с палкой на самом деле подготовлено целой серией предшествующих схем, таких, как схема притягивания к себе цели при помощи «продолжений» палки (бечевки или подставки) или схема удара одним предметом по другому.

Таким образом, к рассмотренному выше тезису Дункера следует сделать следующие оговорки. Не вызывает сомнений то обстоятельство, что интеллектуальный акт определяется прошлым опытом лишь в той мере, в какой он обращается к этому опыту. Но установление такой связи предполагает наличие схем ассимиляции, которые, в свою очередь, произошли путем дифференциации и координации из предшествующих схем. Схемы, следовательно, имеют историю: им внутренне присуще взаимодействие между прошлым опытом и актуальным актом интеллекта, а не одностороннее воздействие прошлого на настоящее, как бы этого ни хотелось эмпиризму, и не одностороннее обращение настоящего к прошлому, как этого хочет Дункер. Это взаимоотношение между настоящим и прошлым можно уточнить, сказав, что равновесие достигается тогда, когда все прошлые схемы включены в настоящие и когда, следовательно, интеллект может с равным успехом реконструировать схемы прошлого при помощи схем настоящего, и наоборот.

В итоге мы приходим к выводу, что теория формы, не вызывающая сомнений в определении ею форм равновесия или вполне структурированных целостностей, не может быть, однако, принята, так как и в перцептивной сфере, и в сфере интеллекта она не принимает во внимание ни реальности генетического развития, ни действенного конструирования, которое характеризует это развитие.

Различия между восприятием и интеллектом. Теория формы поставила несколько по-новому проблему отношения между интеллектом и восприятием, показав преемственность между специфическими структурами этих двух сфер. Однако для того чтобы разрешить эту проблему, учитывая сложность генетических факторов, необходимо, прежде чем прибегать к аналогиям, ведущим к возможным объяснениям, систематизировать сами различия между восприятием и интеллектом.

Перцептивная структура — это система зависимых друг от друга отношений. Идет ли речь о геометрических формах, о весе, цвете или звуках, всегда можно выразить целостность в отношениях, не нарушая при этом единства целого как такового. В таком случае, для того чтобы выявить как различия, так и сходства между перцептивными и операциональными структурами, достаточно выразить эти отношения на языке «группировки», аналогично тому, как это делают физики, когда они, формулируя термодинамические явления в терминах обратимых процессов, констатируют при этом, что эти явления, в сущности, не могут быть выражены на таком языке ввиду их необратимости. Фактическое несоответствие символического языка тому, что на нем выражается, ярко подчеркивает существующие здесь различия. Для уяснения этого обстоятельства достаточно обратиться к хорошо известным геометрическим иллюзиям (варьируя имеющиеся факторы) или к фактам, вытекающим из закона Вебера, и т. д. и сформулировать в терминах «группировки» все имеющиеся в данном случае отношения, а также их трансформации, вызываемые внешними модификациями.

Результаты, которые можно получить, идя этим путем, совершенно ясны. На уровне перцептивных структур не осуществляется ни одно из пяти условий «группировки». В тех же случаях, когда восприятие приближается к осуществлению этих условий, что имеет место, например, в области «константностей», предвещающих операциональное сохранение, то здесь операция заменяется простыми регуляциями, обратимыми лишь частично. Такие регуляции, следовательно, находятся на полпути между спонтанной необратимостью и операциональным регулированием.

Возьмем в качестве примера упрощенную форму иллюзии Дельбёфа[1]: окружность A_1 с радиусом в 12 *мм*, помещенная внутри окружности B с радиусом в 15 *мм*, кажется большей, чем расположенная изолированно окружность A_2, равная A_1. Начнем изменять внешнюю окружность B, последовательно уменьшая ее радиус с 15 до 13 *мм*, а затем увеличивая с 15 до 40 или 80 *мм*. При изменении радиуса окружности с 15 до 13 *мм*, а также с 15 до 36 *мм* иллюзия уменьшается и совсем исчезает при радиусе B, равном 36 *мм* (т. е. когда диаметр A оказывается равным отрезку, заключенному между B и A_1), а за этим пределом становится отрицательной (действительные размеры внутренней окружности A_1 преуменьшаются).

1. Если выразить отношения, действующие в этих перцептивных трансформациях, на операциональном языке, то, прежде всего, очевидно, что их композиция не может быть аддитивной из-за отсутствия сохранения элементов системы. Впрочем, именно в этом заключается важнейшее открытие теории формы, выраженное в понятии перцептивной «целостности». Мы действительно не можем установить равенство $A_1+A'=B$ (где A' обозначает промежуточную зону между A_1 и B), поскольку A_1 деформируется в силу того, что оно включено в B, в свою очередь B деформируется тем, что оно включает в себя A, а зона A' в большей или меньшей степени увеличивается или уменьшается в зависимости от отношений между A_1 и B. Это несохранение целостности можно доказать следующим образом. Если, взяв в качестве исходных определенные значения величин A_1, A' и B, а затем, оставив B постоянным, начать расширять (объективно) A_1, уменьшая тем самым A', то в результате этого B будет выглядеть то меньше, чем в исходном пункте (оно будет, следовательно, что-то терять в процессе трансформации), то больше (в этом случае оно нечто приобретает). Таким образом, задача сводится к тому, чтобы сформулировать эти «некомпенсированные трансформации».

2. Выразим с этой целью трансформации в терминах композиции отношений, и это даст нам возможность констатировать необратимую природу этой композиции; в другой форме эта необратимость будет выражаться в отсутствии аддитивной композиции.

---

[1] См.: J. Piaget, M. Lambercier, E. Boesch, B. von Albertini. Introduction à l'étude des perceptions chez l'enfant et analyse d'une illusion relative à la perception visuelle de cercles concentriques. «Archives de psychologie», vol. XXIX, 1942, p. 1—107.

Обозначим увеличение сходства (по размеру) между A_1 и B через r, а увеличение различия между ними (по размеру) — через d. Эти два отношения в исходном пункте должны быть обратными по отношению друг к другу и оставаться такими в дальнейшем, т. е. $+r=-d$ и $+d=-r$ (где минус указывает на уменьшение сходства или различия). Начав с нулевой иллюзии (при $A_1=12$ *мм* и $B=36$ *мм*), мы приходим к выводу, что при увеличении объективного сходства между окружностями (при их сближении) субъект преувеличивает это сходство: восприятие, следовательно, преувеличивает сходство в процессе объективного увеличения сходства между окружностями и оставляет без должного внимания различия в ходе их объективного уменьшения. Аналогичная ситуация имеет место и при увеличении объективных различий между окружностями (в процессе увеличения различий между их радиусами); такое увеличение также преувеличивается субъектом. Таким образом, на осуществление рассматриваемых трансформаций оказывает существенное влияние недостаток компенсации. Поэтому такие трансформации мы можем выразить в следующей форме, подчеркивающей их неаддитивный с логической точки зрения характер:

$$r>-d \text{ или } d>-r.$$

В самом деле, если рассматривать каждую данную фигуру изолированно, то отношение сходства, естественно, всегда обратно отношению различия; однако переход от одной фигуры к другой не сохраняет постоянства суммы сходств и различий, поскольку не сохраняются целостности (см. п. 1). Именно в этом смысле и можно с полным основанием говорить о том, что увеличение сходства одерживает вéрх над уменьшением различия, и наоборот.

Эту мысль можно выразить более лаконично, просто сказав, что трансформация отношений необратима, так как она сопровождается «некомпенсированной трансформацией» P:

$$r=-d+P_{rd} \text{ или } d=-r+P_{rd}.$$

3. Более того, никакая композиция перцептивных отношений не является независимой от пройденного пути (в ней, стало быть, нет ассоциативности), а, напротив, каждое воспринятое отношение зависит от тех отношений, которые ему непосредственно предшествовали. Так, например, восприятие одной и той же окружности A дает существенно различные результаты в зависимости от того, в возрастающем или нисходящем порядке расположены контрольные окружности, с которыми она сравнивается. Наиболее объективные измерения в этом случае можно получить при концентрическом порядке сравниваемых элементов, когда ряд состоит из элементов попеременно то больших, то меньших, чем A (благодаря этому деформации, вызываемые предшествующими сравнениями, компенсируют друг друга).

4 и 5. Таким образом, совершенно очевидно, что в перцептивных структурах ни один элемент не остается идентичным самому себе, а меняется в зависимости от результатов сравнения его с другими элементами, отличными от него или равными ему по размерам: величина такого элемента бесконечно варьируется в зависимости от данных отношений, как актуальных, так и имевших место ранее.

Из проведенного рассмотрения становится ясным, что перцептивную систему невозможно свести к «группировке», поскольку нельзя свести неравенства к равенствам даже путем введения «некомпенсированных трансформаций» P, которые определяют меру деформаций (иллюзий) и свидетельствуют о неаддитивности или нетранзитивности перцептивных отношений, об их необратимости, неассоциативности и неидентичности.

Проведенный анализ (благодаря которому к тому же видно, чем было бы мышление, если бы его операции не были «сгруппированы»!) показывает, что форма равновесия, присущая перцептивным структурам, весьма отлична от формы равновесия операциональных структур. В последних равновесие одновременно и мобильно, и постоянно; трансформации, внутренне присущие таким системам, не изменяют этого равновесия, потому что они всегда точно компенсируются обратными — реальными или потенциальными — операциями (обратимость). В восприятии же, напротив, каждое изменение значения одного из действующих отношений влечет за собой трансформацию целого, вплоть до образования нового равновесия, отличного от того, которое характеризовало предыдущее состояние; здесь, следовательно, имеет место отнюдь не постоянное равновесие, а «перемещение равновесия» (если воспользоваться физическим термином, употребляемым при описании таких необратимых систем, какими являются термодинамические системы). Именно такой характер имеет только что описанная иллюзия: с каждым новым значением величины внешней окружности B иллюзия или увеличивается, или уменьшается, но не сохраняет своего первоначального значения.

Более того, «перемещения равновесия» подчиняются законам максимума: данное отношение порождает иллюзию, т. е. производит «некомпенсированную трансформацию» P, только в пределах определенного значения этого отношения, причем с учетом значения других отношений. Если выйти за эти пределы, то иллюзия уменьшается, потому что в этом случае деформация частично компенсируется под влиянием новых отношений целого: перемещения равновесия дают, таким образом, место *регуляциям,* или частичным компенсациям, что легко определяется изменением значения P (иллюзия Дельбёфа уменьшается, когда два концентрических круга слишком сближены или отдалены друг от друга). Таким образом, эти регуляции, которые ограничивают или, как говорят в физике, «смягчают» перемещения равновесия, в некоторых отношениях можно сравнить с операциями интеллекта. Если бы система была операциональной, то всякому увеличению значения одного из ее элементов соответствовало бы уменьшение значения другого, и обратно (следовательно, была бы обратимость, т. е. $P=0$). С другой стороны, если бы имели место неограниченные деформации, вызываемые каждой новой внешней модификацией, то системы, как таковой, просто бы не существовало. Следовательно, существование регуляций свидетельствует о наличии промежуточной структуры между полной необратимостью и операциональной обратимостью.

Однако каким образом можно объяснить эту относительную противоположность (дополняемую относительным родством) между перцептивными и интеллектуальными механизмами? Отношения, образующие структуру целого (например, такую, как структура зрительного восприятия), выражают законы субъективного пространства, или пространства перцептивного; эти законы можно проанализировать и сравнить с законами пространства геометрического, или операционального. В этом случае иллюзии (или «некомпенсированные трансформации» системы отношений) можно рассматривать как деформации этого пространства в направлении его расширения или сжатия[1].

С этой точки зрения имеется один основной факт, доминирующий над всеми отношениями между восприятием и интеллектом. Когда два элемента сравниваются друг с другом при помощи интеллекта, как это происходит, например, в случае измерения одного элемента посредством другого, то ни сравнивающее, ни сравниваемое (иными словами, ни измеряющее, ни измеряемое) не деформируются самим процессом сравнения. И напротив, в случае перцептивного сравнения, в частности, когда один элемент служит постоянным эта-

---

[1] Так, например, в иллюзии Дельбёфа в том случае, когда длина зоны A', расположенной между внешней и внутренней окружностями, меньше диаметра внутренней окружности A_1, происходит видимое расширение площади вписанной окружности A_1 за счет площади зоны A'; если же $A'>A_1$, то имеет место обратный эффект.

лоном для оценки изменяющихся элементов, происходит систематическая деформация, которую мы вместе с Ламберсье назвали «ошибкой эталона»: элемент, на котором преимущественно сосредоточено внимание, систематически переоценивается. Таким элементом, как правило, является сам эталон, особенно когда переменная величина от него удалена, но иногда в такой функции выступает также и переменная величина, когда эталон находится вблизи от нее и хорошо известен. Сказанное относится как к сравнениям, осуществляемым во фронтально-параллельном плане, так и к сравнениям предметов, расположенных в перспективе[1].

Приведенные факты являются лишь частными случаями весьма общего процесса. Если эталон (или, в некоторых случаях, переменная величина) переоценивается, это происходит просто потому, что элемент, на который субъект смотрит дольше (или чаще, или интенсивней и т. п.), увеличивается в силу самого этого факта, так, словно бы объект или область, на которых сосредоточено внимание, приводят к расширению перцептивного пространства. С этой точки зрения достаточно смотреть поочередно на два равных предмета, чтобы убедиться, что каждый раз увеличиваются размеры того из них, на котором фиксируется внимание (если при этом отвлечься от того, что эти последовательные деформации в общей сложности компенсируются). Перцептивное пространство, таким образом, не является однородным, а в каждое мгновение имеет определенный центр, и зона центрации соответствует пространственному расширению, тогда как периферия этой центральной зоны оказывается сжатой тем сильнее, чем больше она удалена от центра. Аналогичную роль «центрации» и ошибки эталона мы встретим также и в сфере осязания.

Но если «центрация» является причиной деформа-

[1] Доказательством того, что речь идет об ошибке, связанной именно с функциональным положением измеряющего, служит тот факт, что для уменьшения и даже для ликвидации этой ошибки достаточно внушить субъекту, что эталон меняется при каждом сравнении (для этого надо показывать эталон каждый раз заново). Для того чтобы разрушить перцептивную ошибку, достаточно также потребовать от ребенка перенесения вербального суждения с измеряемого на измеряющее (если он говорит $A<B$, от него следует добиться суждения $B>A$), что изменяет функциональные позиции на противоположные.

ций, то несколько различных центраций корректируют действие каждой. «Децентрация», или координация различных «центраций», оказывается в таком случае корректирующим фактором. Здесь сразу же виден принцип возможного объяснения необратимых деформаций и регуляций, о которых мы только что говорили. Иллюзии зрительного восприятия могут быть объяснены механизмом центраций, когда элементы рассматриваемой фигуры столь близки друг к другу (относительно), что децентрация просто не может возникнуть (иллюзии Дельбёфа, Оппеля-Кундта и т. п.). И напротив, по мере возникновения децентрации (автоматической или вызванной активными сравнениями) появляется регуляция.

Итак, теперь мы можем выявить отношение, которое существует между перцептивными процессами и процессами, характеризующими интеллект. Ошибка (относительная) имеет тенденцию к центрации, а объективность (относительная) — к децентрации не только в сфере восприятия. Всякая эволюция мышления ребенка, начальные интуитивные формы которого исключительно близки к перцептивным структурам, характеризуется переходом от общего эгоцентризма (о котором мы будем еще говорить в гл. V) к интеллектуальной децентрации. Этот процесс можно сравнить с тем, результаты которого мы только что описали. Сейчас перед нами стоит задача осознать различия между восприятием и завершенным интеллектом, и в этом отношении вышеизложенные факты позволяют нам глубже понять основное из этих различий, а именно: различие между «интеллектуальной относительностью» и тем, что можно было бы назвать «перцептивной относительностью».

Поскольку центрации характеризуются и могут быть описаны соответствующими деформациями, а последние, как мы видели, определяются путем установления их отношения (по контрасту) к группировке, постольку проблема состоит в том, чтобы измерить эти деформации (когда это возможно) и проинтерпретировать результаты измерения. Все это нетрудно сделать в тех случаях, когда два однородных элемента сравнимы между собой (как, например, две продолжающие друг друга прямые линии). В этом случае можно установить закон «относительных центраций», независимый от абсолютного значения результатов центрации и выражающий относительные деформации в форме простой вероятной величины, т. е. посредством отношения реальных центраций к числу возможных центраций.

В самом деле, известно, что линия A недооценивается при ее сравнении с другой линией A', если $A<A'$, и переоценивается в противном случае, т. е. когда $A>A'$. Используемый для этого явления принцип расчета состоит в том, что в каждом из этих двух случаев последовательные центрации на A и A' рассматриваются как поочередно расширяющие эти линии, пропорционально их длине; различие этих деформаций, выраженное в относительных величинах A и A', характеризует в общих чертах переоценку или недооценку A, которые затем делятся на общую длину смежных линий $A+A'$, ибо децентрация пропорциональна величине целой фигуры. Таким образом, мы имеем следующие соотношения:

$$\frac{(A-A')A'/A}{A+A'}, \text{ если } A>A', \text{ и } \frac{(A'-A)A/A'}{A+A'}, \text{ если } A<A'.$$

Кроме того, если эталоном является A, то эти отношения нужно умножить на $A^2/(A+A')^2$, т. е. на квадрат отношения между измеряемой частью и целым.

Полученное таким образом теоретическое соотношение вполне соответствует эмпирическим измерениям деформаций и описывает с достаточной точностью измерения, относящиеся к иллюзии Дельбёфа[1] (если A помещено между двумя A' и если эту величину A' удваивают в формуле).

Качественное выражение закона относительных центраций просто означает, что всякое объективное различие субъективно выделяется при восприятии даже в тех случаях, когда внимание рассредоточено на сравниваемых элементах в равной степени. Иными словами, восприятие преувеличивает всякий контраст, что сразу же указывает на вмешательство относительности, свойственной восприятию и отличной от относительности интеллекта. Это подводит нас к закону Вебера, анализ которого особенно поучителен в этом отношении. Если брать его в узком смысле, то он, как известно, утверждает, что величина «дифференциальных порогов» (наименьших воспринимаемых различий) пропорциональна величине сравниваемых элементов; так, например, если субъект воспринимает различие между 10 и 11 *мм* и не воспринимает различие между 10 и 10,5 *мм*, то он воспримет также различие между 10 и 11 *см* и не воспримет различие между 10 и 10,5 *см*.

---

[1] См. примечание на стр. 122.

Допустим, что значения величин упоминавшихся уже линий A и A' очень близки друг к другу или даже равны. Если они равны, то центрация на A приводит к расширению A и недооценке A', а последующая центрация на A' в тех же самых пропорциях расширяет A' и вызывает недооценку A; соединение этих двух процессов приводит к исчезновению деформаций. Если же эти линии близки по величине настолько, что их неравенство меньше, чем вызываемые центрацией деформации, то центрация на A дает восприятие $A > A'$, а центрация на A' — восприятие $A' > A$. В этом случае оценки противоречивы (в противоположность общему случаю, когда неравенство, оцениваемое в обоих вариантах, однотипно и просто кажется то более, то менее значительным, в зависимости от того, фиксируется ли внимание на A или на A'). Это противоречие выражается в специфических колебаниях (подобных резонансу в физике), которые могли бы завершиться перцептивным равновесием только в результате уравнивания $A = A'$. Но это уравнивание остается субъективным, и, следовательно, оно иллюзорно; иными словами, две почти равные величины смешиваются при восприятии. Именно эта недифференцированность и характеризует дифференциальный порог, и поскольку она, в силу закона относительных центраций, пропорциональна длинам A и A', мы, таким образом, вновь приходим к закону Вебера.

Следовательно, в применении к дифференциальному порогу закон Вебера выражается законом относительных центраций. Более того, поскольку он в равной мере распространяется на любые различия (независимо от того, доминирует ли сходство над различием, как внутри порога, или, наоборот, различие над сходством, как в рассмотренном выше случае), его можно рассматривать во всех случаях просто как выражение фактора пропорциональности, присущего отношениям относительных центраций (для осязания, веса и т. д. точно так же, как и для зрительного восприятия).

Теперь мы можем более четко сформулировать то, несомненно, существенное различие, которое отделяет интеллект от восприятия. Излагая закон Вебера, нередко говорят, что всякое восприятие относительно. В этом случае не схватывают абсолютных различий, потому что один грамм, прибавленный к десяти, может быть воспринят, но, будучи добавлен к ста граммам, он уже не воспринимается. С другой стороны, когда элементы заметно отличаются друг от друга, имеющие место в этом случае контрасты, как показывают обычные примеры относительных центраций, усиливаются; такого рода усиление также является релятивным по отношению к действующим величинам (так, комната кажется или теплой или холодной в зависимости от того, вошел ли в нее субъект из более холодного или более теплого места). Таким образом, идет ли речь об иллюзорных сходствах (порог равенства) или иллюзорных различиях (контрасты), все это в перцептивном отношении относительно. Но разве нет того же самого также и в интеллекте? Разве класс не релятивен по отношению к классификации, а отношение — к совокупности других отношений? В действительности, однако, в этих двух случаях для интеллекта и для восприятия слово «релятивен» выражает весьма различный смысл.

Перцептивная относительность — это относительность деформирующая, в том смысле, в каком в разговорном языке говорят «все относительно», отрицая возможность объективности: перцептивное отношение искажает элементы, которые оно связывает, и мы понимаем теперь, почему это происходит. Относительность интеллекта — это, напротив, само условие объективности; так, относительность пространства и времени — это условие их собственной меры. Таким образом, восприятие, вынужденное продвигаться шаг за шагом путем хотя и непосредственного, но все же частичного контакта с объектом, деформирует этот объект самим актом центрации (мы оставляем пока в стороне смягчение этих деформаций децентрациями, которые точно так же являются частичными). Что же касается интеллекта, то он, подвижно и гибко охватывая в единое целое значительно больший отрезок реальности, достигает объективности посредством значительно более широкой децентрации.

Итак, эти две относительности, одна деформирующая, другая объективная, несомненно, являются одновременным выражением и глубокой противоположности между актами интеллекта и восприятия, и существующей между ними преемственности, предполагающей наличие общих механизмов. Почему, в самом деле, если восприятие, так же как и интеллект, состоит из структурирования и установления отношений, эти отношения в одном случае являются деформирующими, а в другом — не вызывают никакой деформации? Не происходит ли это потому, что первые не только неполны, но и недостаточно поддаются координации, тогда как вторые основываются на координации, способной к неограниченному обобщению? И если «группировка» является принципом такой координации, а ее обратимая композиция составляет продолжение перцептивных регуляций и децентраций, то не следует ли допустить, что центрации потому приводят к деформациям, что они слишком малочисленны, отчасти случайны и по сути дела представляют собой лишь некоторую случайно выделившуюся часть тех центраций, которые необходимы для обеспечения полной децентрации и объективности?

Мы, следовательно, можем теперь задаться вопросом, не состоит ли существенная разница между интеллектом и восприятием в том, что восприятие — это процесс статистического порядка, связанный с определенной ступенью развития, тогда как процессы интеллектуального порядка определяют отношения целого, связанные с гораздо более совершенной ступенью развития. Если это верно, то тогда восприятие являлось бы по отношению к интеллекту тем же, чем является в физике область необратимого (т. е. случайного) и перемещений равновесия по отношению к сфере механики в собственном смысле слова.

Итак, вероятностная структура перцептивных законов, о которой мы только что говорили, вполне доступна органам чувств, и именно она объясняет необратимый характер процессов восприятия, противоположных в этом смысле операциональным композициям, хорошо определенным и одновременно обратимым. В самом деле, почему ощущение выступает как логарифм возбуждения (а именно это и утверждает закон Вебера)? Известно, что закон Вебера может быть применен не только к фактам восприятия или физиологического возбуждения, но, кроме всего прочего, и к печатанию на фотографической пластинке; в этом случае он просто означает, что интенсивность печатания является функцией вероятности встречи между бомбардирующими пластинку фотонами и частицами образующих ее солей серебра (отсюда и логарифмическая форма закона: отношение между умножением вероятностей и сложением интенсивностей).

Когда же речь идет о восприятии, то величину (такую, например, как длина линии) точно так же можно понимать как совокупность точек возможной фиксации внимания (или сегментов, *возможных для центрации*). Поэтому при сравнении двух неравных линий совпадающие точки будут являться основой комбинаций или ассоциаций (в математическом смысле) сходства, а несовпадающие — ассоциаций различия (очевидно, что при этом ассоциации возрастают мультипликативно, а длина линии — аддитивно). Если бы восприятие охватывало все возможные комбинации, то не было бы никакой деформации (ассоциации завершались бы постоянным отношением, и мы бы всегда имели $r = -d$). Но в действительности процесс восприятия совершается совсем иначе — так, словно бы реальный взгляд основывается на чем-то вроде игры жребия и фиксирует лишь некоторые точки воспринимаемой фигуры, оставляя остальные без внимания. Тогда законы, о которых шла речь выше, не трудно интерпретировать, основываясь на вероятностях того, что ориентирование центраций в каком-то одном направлении будет преобладать над ориентированием их в других направлениях. В случае значительных различий между двумя линиями, бóльшая из них, естественно, будет привлекать внимание в бóльшей степени, что определит избыток ассоциаций различия (закон относительных центраций в направлении контраста), тогда как в случае минимальных различий будут доминировать ассоциации сходства; так возникает порог Вебера[1]. Можно даже подсчитать эти различные комбинации, и подсчет вновь приведет нас к формулам, о которых говорилось выше.

Наконец, отметим, что этот вероятностный характер перцептивных композиций, столь противоположный детерминистскому характеру композиций операциональных, в сущности, выражает лишь деформирующую субъективную относительность первых, в отличие от объективной относительности вторых. Это имеет решающее значение в объяснении того основного факта (на котором настаивает психология формы), что в перцептивной структуре целое несводимо к сумме частей. В самом деле, когда в систему вторгается случай, она не может быть обратимой, ибо вмешательство случая всегда так или иначе меняет систему, и эти перемены необратимы. Отсюда следует, что в системе, включающей элемент случайности, аддитивная композиция невозможна (тем более, что и сама действительность не реализует комбинации, вероятность которых мала),

---

[1] См.: J. Piaget, B. von Albertini, M. Rossi. Essai d'interprétation probabiliste de la loi de Weber et de celle des centrations relatives. «Archives de psychologie», vol. XXX, 1944, p. 95—138.

в противоположность детерминистским системам, которые обратимы и операционально аддитивны[1].

Таким образом, в итоге можно сказать, что основное отличие восприятия от интеллекта заключается в том, что перцептивные структуры нетранзитивны, необратимы и т. д., т. е. не могут быть соединены по законам группировки. Это вытекает из статистической природы восприятия, которая выражается в характере присущей им деформирующей относительности. Такая статистическая по своему характеру композиция, свойственная перцептивным отношениям, оказывается по сути дела неотделимой от их необратимости и неаддитивности, тогда как интеллект ориентируется на полную и, следовательно, обратимую композицию.

Аналогии между перцептивной деятельностью и интеллектом. Как же в таком случае объяснить неоспоримое родство между этими двумя видами структур, каждая из которых основана на конструктивной деятельности субъекта и образует целостные системы отношений, частично завершаемые в обеих сферах «константностями» или понятиями сохранения? И как учесть наличие многочисленных промежуточных ступенек, которые связывают элементарные центрации и децентрации, а также вытекающие из этих последних регуляции с интеллектуальными операциями?

По нашему мнению, в перцептивной сфере следует различать восприятие как таковое (совокупность отношений, данных целиком и непосредственно во время каждой центрации), и перцептивную деятельность, вмешивающуюся в сам факт центрации внимания или изменения центрации. Ясно, что это различие относительно, но вместе с тем настолько показательно, что его вынуждены в той или иной форме признавать все школы. Так, теория формы, которая по всему своему духу направлена на преуменьшение роли деятельности субъекта и преувеличение роли структур целого, подчиняющихся одновременно физическим и физиологическим законам равновесия, и та вынуждена тем не менее

[1] Лучшим примером неаддитивной композиции перцептивного порядка может служить иллюзия веса, когда часть A (кусок литья) воспринимается как более тяжелая по сравнению с целым B, образованным из A плюс A' (пустой коробки из легкого дерева, вплотную накладываемой на A). В этом случае мы имеем в восприятии $B<A+A'$ и $A>B$, тогда как объективно $B=A+A'$!

принимать в расчет поведение субъекта; чтобы объяснить, каким образом может происходить частичное разъединение целостностей, сторонники этой теории ссылаются на так называемое «аналитическое поведение», а установку (Einstellung) или ориентацию духа субъекта признают причиной многочисленных деформаций восприятия в зависимости от предыдущих состояний.

Что касается школы Вейцзекера, Ауэрсперга и Бурместера, то ее сторонники обращаются к перцептивным предвосхищениям и восстановлениям в памяти, которые предполагают обязательное вмешательство моторной функции в каждое восприятие, и т. д.

Итак, если перцептивная структура сама по себе имеет статистическую и неаддитивную природу, то понятно, что всякая деятельность, направляющая и координирующая последовательные центрации, будет уменьшать долю случайного и трансформировать функционирующую структуру в сторону операциональной композиции (конечно, в различной степени и при этом никогда не достигая ее полностью).

Таким образом, между восприятием и интеллектом существуют как явные различия, так и не менее очевидные аналогии; поэтому нелегко точно определить, где кончается перцептивная деятельность и начинается интеллект. А это значит, что мы не можем говорить об интеллекте, не уточняя его отношений с восприятием.

Основной момент в этих отношениях — развитие восприятия в зависимости от умственной эволюции в целом. Психология формы не без основания настаивает на относительной инвариантности некоторых перцептивных структур: большая часть иллюзий встречается в любом возрасте, причем как у животного, так и у человека; точно так же общими на всех уровнях являются факторы, определяющие «формы» целого и т. д. Но эти общие механизмы касаются, главным образом, восприятия как такового, взятого в некотором роде рецептивно[1] и непосредственно, тогда как перцептивная деятельность рассматривается в зависимости от развития интеллекта и обнаруживает глубокие трансформации. Не только «константности» величины

[1] Что, однако, не означает «пассивно», поскольку свидетельствует уже о «законах организации».

и т. д., относительно которых опыт, вопреки утверждениям сторонников теории формы, свидетельствует, что они строятся в процессе прогрессирующего развития, на базе все более и более точных регуляций, но и простое измерение иллюзий говорит о таких трансформациях, связанных с возрастом и необъяснимых без учета тесной связи восприятия с интеллектуальной деятельностью в целом.

Здесь нужно различать два случая, соответствующих в общих чертах тому, что Бине называл врожденными и приобретенными иллюзиями, но что лучше было бы называть просто первичными и вторичными иллюзиями. Первичные иллюзии могут быть сведены к простым факторам центрации и, следовательно, вытекают из закона относительных центраций. Их значимость постоянно уменьшается с возрастом («ошибка эталона», иллюзии Дельбёфа, Оппеля, Мюллера-Ляйера и т. д.). Это легко объясняется увеличением децентраций и обусловливаемых ими регуляций, происходящим параллельно с ростом активности субъекта по отношению к фигурам. В самом деле, там, где большие дети или взрослые люди сравнивают, анализируют и на этой основе приходят к активной децентрации, ведущей к операциональной обратимости, малыш остается пассивным. Но, с другой стороны, существуют иллюзии, интенсивность которых увеличивается с возрастом и развитием. Такова, например, иллюзия веса (отсутствующая у дефективных), которая возрастает к концу детства, а в дальнейшем несколько уменьшается. Известно, однако, что именно эта иллюзия содержит в себе своеобразное предвосхищение отношений веса и объема, и ясно, что подобное предвосхищение предполагает как раз деятельность такого рода и что она, естественно, должна усиливаться вместе с интеллектуальной эволюцией. Будучи продуктом интерференции первичных перцептивных факторов и перцептивной деятельности, такая иллюзия может быть названа вторичной, и мы сейчас обратимся к другим примерам иллюзий того же типа.

Исходя из сказанного, мы можем утверждать, что перцептивная деятельность знаменуется прежде всего вмешательством децентрации, корректирующей результаты центрации и тем самым создающей регуляцию перцептивных деформаций. И как ни элементарны эти децентрации и регуляции, и сколько они ни зависят от сенсо-моторных функций, ясно, что они образуют целостную деятельность сравнения и координации, имеющую точки соприкосновения с деятельностью интеллекта. Смотреть на объект — это уже акт; и в зависимости от того, останавливает ли малыш свой взгляд на первой попавшейся точке или фиксирует им целый комплекс отношений, можно уже почти наверняка судить о его умственном уровне. Когда нужно сопоставить объекты, которые, ввиду их большой удаленности друг от друга, нельзя включить в одни и те же центрации, перцептивная деятельность продолжается в форме «перенесений» в пространстве — так, как будто видение одного из объектов накладывается на другой. Эти перенесения, сближающие центрации, создают возможность для появления «сравнений» в собственном смысле слова, т. е. двойных «перенесений», посредством возвратно-поступательных деформаций, вызванных «перенесением» в одном направлении. Проведенное нами изучение этих «перенесений» показало, что деформации явно уменьшаются с возрастом [1], т. е. имеет место явный прогресс в оценке величин на расстоянии. И это вполне понятно, поскольку на этот процесс накладывается поправка со стороны подлинной деятельности.

Таким образом, нетрудно показать, что именно эти децентрации и двойные перенесения (вместе со специфическими регуляциями, влекущими за собой различные разновидности таких децентраций и перемещений) обеспечивают пресловутые «константности» формы и величины. В самом деле, в высшей степени показательно, что в лаборатории почти никогда не получают абсолютных «константностей» величин: ребенок на расстоянии недооценивает величины (здесь мы должны принять во внимание «ошибку эталона»), тогда как взрослый всегда несколько переоценивает их! Эти «сверхконстантности» (которые исследователи часто наблюдали, но обычно проходили мимо них, как будто речь шла о неудобных исключениях), по нашему убеждению, являются правилом, и ничто иное не могло бы быть лучшим подтверждением вмешательства регуля-

---

[1] См.: J. Piaget et M. Lambercier. La comparaison visuelle des hauteurs à distances variables dans le plan fronto-parallèle. «Archives de psychologie», vol. XXIX, 1943, p. 173—253.

ций в действительное построение «константностей». Поэтому, наблюдая, как маленькие дети именно в том возрасте, когда отмечается появление таких «константностей», предаются опытам в подлинном значении этого слова, преднамеренно приближая или удаляя от глаз рассматриваемые ими предметы[1], мы с необходимостью должны поставить перцептивную деятельность перенесений и сравнений в связь с проявлениями сенсо-моторного интеллекта (отнюдь не прибегая к «неосознанным рассуждениям» Гельмгольца). С другой стороны, представляется очевидным, что «константность» формы объектов связана с самим построением объекта, к анализу которого мы обратимся в следующей главе.

Короче говоря, перцептивные «константности» являются скорее всего продуктом действий в собственном смысле слова, состоящих в реальных или потенциальных перемещениях взгляда или функционирующих органов. При этом движения координируются в системы, организация которых может варьироваться от простого направленного поиска вслепую до структуры, напоминающей «группировку».

Однако подлинная «группировка» в сфере восприятия не достигается никогда, и в роли группировок здесь выступают лишь регуляции, порожденные этими реальными или потенциальными перемещениями. Вот почему перцептивные «константности», напоминая операциональные инвариантности или понятия сохранения, опирающиеся на обратимые и сгруппированные операции, никогда не достигают уровня идеальной точности, которая одна могла бы обеспечить им полную обратимость и мобильность интеллекта. Тем не менее перцептивная деятельность, лежащая в их основе, уже близка к интеллектуальной композиции.

Та же перцептивная деятельность аналогичным образом предвещает появление интеллекта и в области временны́х перенесений и предвосхищений. В интересном опыте по зрительным аналогиям иллюзии веса Узнадзе[2] в течение нескольких мгновений предъявлял

---

[1] См.: J. Piaget. La construction du réel chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1937, p. 157—158.

[2] См.: D. Usnadze. Uber die Gewichtstäuschung und ihre Analoga. «Psychologische Forschung», Berlin, Bd. XIV, 1931, S. 366—379.

испытуемым сначала два круга с диаметрами 20 и 28 *мм*, затем два круга с диаметром 24 *мм*; тот 24-миллиметровый круг, который помещался там, где сначала был 28-миллиметрвый круг, в этом случае казался меньше другого (а тот 24-миллиметровый круг, который занимал место 20-миллиметрового, напротив, переоценивался) из-за контраста, вызванного перенесением во времени (которое Узнадзе называет установкой (Einstellung). Мы вместе с Ламберсье измерили эти иллюзии на детях 5—7 лет и на взрослых[1], и нам удалось обнаружить два результата, совместное рассмотрение которых весьма поучительно для понимания взаимоотношений между восприятием и интеллектом. С одной стороны, эффект Узнадзе у взрослого значительно сильнее, чем у малыша (как и сама иллюзия веса), но зато и исчезает быстрее. После нескольких предъявлений двух кругов диаметром 24 *мм* взрослый постепенно приходит к объективной оценке, тогда как ребенок находится во власти остаточного эффекта. Эту двойную разницу, следовательно, нельзя объяснить простыми мнемическими отпечатками, заставив себя поверить, что память взрослого сильнее, но быстрее забывает! Все происходит противоположным образом — так, как могло бы быть только в том случае, если принять, что деятельность перемещения и предвосхищения с возрастом развивается в двояком направлении — к мобильности и к обратимости. Это служит еще одним примером перцептивной эволюции, направленной в сторону операций.

Остроумный опыт Ауэрсперга и Бурместера состоит в том, что субъекту предъявляют простой квадрат, расчерченный белыми линиями и вращаемый на черном диске. При вращении на малых скоростях виден сам квадрат, хотя образ на сетчатке уже и в этом случае представляет собой двойной крест, окруженный четырьмя линиями, расположенными под прямым углом. На больших скоростях виден только образ, соответствующий тому, что возникает на сетчатке, но на промежуточных скоростях видна переходная фигура, образованная простым крестом, окруженным четырьмя линиями. В этот феномен, как уже подчеркивалось исследователями, несомненно, вмешивается сенсо-моторное предвосхищение, которое дает субъекту возможность восстановить квадрат либо целиком (первая фаза), либо частично (вторая фаза); при слишком высоких

[1] См.: J. Piaget et M. Lambercier. Essai sur un effet d'Einstellung survenant au cours de perceptions visuelles successives. «Archives de psychologie», vol. XXX, 1944, p. 139—196.

скоростях восстановить квадрат не удается (третья фаза). Повторив совместно с Ламберсье и Деметриадом этот опыт на детях от 5 до 12 лет, мы нашли, что вторая фаза (простой крест) появляется тем позднее (т. е. при все большем и большем количестве поворотов), чем старше ребенок. Таким образом, восстановление или предвосхищение движущегося квадрата совершается тем легче (т. е. может производиться при все более и более высоких скоростях), чем более развит субъект.

Более существенные выводы мы можем получить из рассмотрения следующего примера. Субъектам предъявляются для сравнения две палочки, расположенные на разных расстояниях в глубину: A — на расстоянии 1 *м*, а C — на расстоянии 4 *м*. Сначала определяют восприятие палочки C (недооценка или «сверхконстантность» и т. д.). Затем в стороне, в 50 *см*, помещают палочку B, равную A, или же между A и C — целую серию промежуточных палочек B_1, B_2 и B_3, равных A (отодвинув их на то же расстояние). Взрослый и ребенок старше 8—9 лет сразу же видит, что $A=B=C$ (или соответственно $A=B_1=B_2=B_3=C$), потому что он тотчас же переносит перцептивные равенства $A=B$ и $B=C$ на отношение $C=A$, замыкая, таким образом, рассматриваемую фигуру, образованную палочками. Малыши, напротив, видят, что $A=B$ и $B=C$, но A кажется им отличным от C, поскольку они не могут перенести на прямое отношение между A и C тех равенств, которые видят вдоль кривой ABC. Следовательно, до 6—7 лет ребенок совершенно неспособен произвести операциональную композицию транзитивных отношений: $A=B$, $B=C$, следовательно, $A=C$ (любопытно, что между 7 и 8—9 годами существует промежуточная фаза, когда субъект интеллектуально сразу делает вывод о равенстве A и C, но перцептивно при этом видит C несколько отличным от A!). Из этого примера очевидно, что и перемещение (являющееся «переносом» отношений, в отличие от «переноса» изолированной величины) зависит от перцептивной деятельности, а не от общего для всех возрастов автоматического структурирования и что между перцептивным перемещением и операциональной транзитивностью лежат отношения, которые еще предстоит определить.

Таким образом, перемещение не является чем-то внешним по отношению к воспринимаемым фигурам:

наряду с внешними перемещениями следует различать также перемещения внутренние, дающие возможность определять внутри фигур повторяющиеся отношения, симметрию (или перевернутые отношения) и т. д. В этом смысле относительно умственного развития сказано еще далеко не все, поскольку маленькие дети совершенно неспособны к структурированию комплексных фигур, как бы мы ни стремились стимулировать их в этом направлении.

На основании всех этих фактов можно сделать следующий вывод. Развитие восприятия свидетельствует о наличии перцептивной деятельности как источника децентраций, перенесений (пространственных и временных), сравнений, перемещений, предвосхищений и вообще все более и более мобильного анализа, приближающегося к обратимости. Эта деятельность усиливается с возрастом; и именно недостаточное овладение ею является причиной того, что маленькие дети воспринимают объекты «синкретически», «глобально» или же путем нагромождения не связанных между собой деталей.

Восприятие как таковое характеризуется необратимыми системами статистического порядка; перцептивная же деятельность, напротив, вводит в такого рода системы, обусловленные случайной или просто вероятностной децентрацией, прогрессирующую связность и способность к композиции. Составляет ли эта деятельность уже форму интеллекта? Мы видели (гл. I и конец гл. II), как мало смысла содержит в себе вопрос такого рода. В то же время можно сказать, что действия, координирующие внимание в направлении децентрации, а также действия, состоящие в перенесении, сравнении, предвосхищении и особенно перемещении, тесно связаны в своей исходной точке с сенсо-моторным интеллектом, о котором мы будем говорить в следующей главе. В частности, перемещение как внутреннее, так и внешнее, которое как бы резюмирует все прочие акты перцептивного порядка, можно сравнить с ассимиляцией, характерной для сенсо-моторных схем, особенно с обобщающей ассимиляцией, допускающей перенесение схем.

Хотя перцептивная деятельность близка к сенсо-моторному интеллекту, все же нельзя забывать, что развитие ее идет только до порога операций. По мере того как перцептивные регуляции, обязанные своим происхождением сравнениям и перемещениям, приближаются к обратимости, они образуют одну из тех мобильных опор, от которых может оттолкнуться операциональный механизм. Такой механизм, если он уже образовался, будет воздействовать на эти регуляции, интегрируя их в результате обратного воздействия, аналогичного тому, какое мы только что рассматривали на примере с перемещениями равенства. Но до того, как это произойдет, перцептивные регуляции подготавливают операции, придавая все больше и больше мобильности сенсо-моторным механизмам, которые образуют как бы их подструктуру. В самом деле, для возникновения операций достаточно, чтобы деятельность, дающая жизнь восприятию, вышла за пределы непосредственного контакта с объектом и начала прилагаться к нему на все бо́льших и бо́льших расстояниях как в пространстве, так и во времени, т. е. вышла за пределы собственно перцептивного поля, освободившись, таким образом, от ограничений, которые препятствуют ей в достижении полной мобильности и полной обратимости.

Однако перцептивная деятельность — это не единственная исходная питательная среда, которой располагают в своем генезисе операции интеллекта. Нам предстоит проанализировать также роль моторных продуктивных функций навыков, которые, впрочем, очень тесно связаны с тем же восприятием.

ГЛАВА IV. НАВЫК И СЕНСО-МОТОРНЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

Различение моторных и перцептивных функций правомерно лишь в сфере анализа. Как убедительно показал фон Вейцзекер[1], классическое деление явлений на сенсорные возбудители и моторные ответы, основанное на схеме рефлекторной дуги, в такой же мере ошибочно и относится к таким же искусственным результатам лабораторного эксперимента, как и само понятие рефлекторной дуги, если рассматривать его изолированно. Дело в том, что восприятие с самого начала находится под влиянием движения, а движение,

[1] См.: von Weizsäcker. Der Gestaltkreis. Leipzig, 1940.

в свою очередь, — под влиянием восприятия. Именно эту мысль выражали, со своей стороны, и мы, говоря о сенсо-моторных «схемах» при описании ассимиляции; уже в поведении грудного ребенка такая «схема» является одновременно и перцептивной, и моторной[1].

Поэтому то, что мы извлекли из проведенного в предыдущей главе анализа восприятия, необходимо расположить в его реальном генетическом контексте и попытаться прежде всего ответить на вопрос, как строится интеллект до появления языка.

Как только младенец переступает через порог чисто наследственных построений, каковыми являются рефлексы, он начинает приобретать навыки на основе опыта. Здесь возникает проблема, аналогичная той, которую мы ставили относительно восприятия: подготавливают ли эти навыки формирование интеллекта, или же они не имеют ничего общего с ним? Поскольку есть основания полагать, что и в этом случае ответ будет таким же: подготавливают, — мы получаем возможность быстрее продвинуться вперед и представить развитие сенсо-моторного интеллекта через комплекс обусловливающих его элементарных процессов.

Навык и интеллект. I. Независимость или непосредственные отклонения. Ничто не создает возможности лучше почувствовать преемственность между проблемой рождения интеллекта и проблемой образования навыков, чем сопоставление различных решений этих двух проблем: и в том и в другом случае выдвигаются однотипные гипотезы, исходящие из идеи, что интеллект порождается теми же механизмами, автоматизация которых образует навык.

И действительно, при анализе навыка мы обнаруживаем аналогичные генетические «схемы» — ассоциации, схемы проб и ошибок или структурирования в процессе ассимиляции. С точки зрения характеристики отношений между навыком и интеллектом ассоцианизм сводится к утверждению, что навык берется как первичный фактор, объясняющий интеллект; с позиции метода проб и ошибок навык трактуется как автоматизация движений, отобранных после поиска вслепую,

---

[1] См.: J. Piaget. La naissance de l'intelligence chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1936.

а сам поиск рассматривается при этом как признак интеллекта; для точки зрения ассимиляции интеллект выступает как форма равновесия той же самой ассимилирующей деятельности, начальные формы которой образуют навык.

Что касается негенетических интерпретаций, то их можно свести к трем вариантам, соответствующим витализму, априоризму и точке зрения теории формы: навык, проистекающий из интеллекта; навык, не связанный с интеллектом; и навык, объясняемый, подобно интеллекту и восприятию, структурированием, законы которого независимы от развития.

Под углом зрения отношений между навыком и интеллектом (единственный вопрос, который нас здесь интересует) важно прежде всего выяснить, можно ли рассматривать обе эти функции как независимые; затем необходимо установить, можно ли говорить о происхождении одной функции из другой; и наконец — посмотреть, из каких общих форм организации могли бы происходить они на разных уровнях развития.

В логике априористской интерпретации интеллектуальных операций имеет место отрицание какой бы то ни было их связи с навыками, поскольку эти операции рассматриваются как вытекающие из внутренней структуры, независимой от опыта, тогда как относительно навыков полагают, что они приобретаются в непосредственном опыте. И действительно, когда мы интроспективно рассматриваем эти два вида реальностей в их законченном виде, то противоположности, разделяющие их, кажутся глубокими, а аналогии — поверхностными. По поводу этих противоположностей и аналогий тонкое замечание сделал А. Делакруа: когда привычное движение применяется к изменившимся обстоятельствам, оно кажется окутанным своего рода обобщением, но бессознательный автоматизм этого обобщения интеллект заменяет общностью совсем иного качества, в основе которой лежат преднамеренные отборы и понимание. Все это совершенно верно, но здесь анализируется скорее образование навыка, в противоположность его автоматизированному упражнению, и констатируется сложность, возникающая в самом начале деятельности. С другой стороны, если восходить к сенсо-моторным истокам интеллекта, то можно обнаружить его связь с *научением* вообще. Следовательно, прежде чем делать вывод о том, что эти два вида структур не сводимы друг к другу, необходимо задаться вопросом, не существует ли (при всем различии форм поведения на разных уровнях в вертикальном направлении и с учетом степени их новизны и автоматизированности в горизонтальном направлении) некоторой преемственности между теми кратковременными и сравнительно негибкими координациями, которые обычно называют навыками, и значительно более длительными координациями, обладающими большей подвижностью и характеризующими интеллект.

Это хорошо видел Бойтендайк, который дал глубокий анализ образования элементарных навыков у животных, в частности у беспозвоночных. Однако, чем глубже вскрывает этот автор сложность факторов навыка, тем больше он стремится — в силу виталистской интерпретации, из которой он исходит, — подчинить свойственную навыкам координацию самому интеллекту, т. е. способности, присущей организму как таковому. Для образования навыка основным условием всегда является отношение средства к цели: действие никогда не является рядом механически соединенных движений, а всегда ориентировано в направлении удовлетворения потребности (например, соприкосновение с пищей или серия движений у пресноводных, которые, будучи перевернуты, стремятся как можно быстрее вернуться к своей нормальной позиции). Поэтому именно отношение «средство $\times$ цель» характеризует интеллектуальные действия; с этой точки зрения навык является выражением интеллектуальной организации, впрочем, коэкстенсивной всякой живой структуре. Витализм делает отсюда вывод, что навык — это в конечном счете результат бессознательного органического интеллекта, точно так же, как Гельмгольц объяснял в свое время восприятие вмешательством неосознанного рассуждения.

Нельзя не согласиться с мыслью Бойтендайка о сложности самых простых приобретений в развитии навыков и о несводимости их к отношению между потребностью и ее удовлетворением. Это отношение является источником, а не результатом ассоциаций. Но, с другой стороны, было бы слишком поспешным пытаться решительно все объяснить интеллектом, придавая ему значение первичного фактора. Такой тезис вызвал бы ряд трудностей, аналогичных трудностям сходной интерпретации в области восприятия. Во-первых, навык, как и восприятие, необратим, потому что всегда ориентирован в единственном направлении к одному и тому же результату, когда как интеллект обратим: подвергнуть навык инверсии (писать буквы наоборот или справа налево и т. д.) — значит приобрести новый навык, тогда как обратная операция интеллекта в психологическом плане неотделима от прямой операции (и логически означает такую же трансформацию, но в обратном направлении). Во-вторых, подобно тому как интеллектуальное понимание лишь в незначительной степени видоизменяет восприятие (как отмечал уже Геринг, возражая Гельмгольцу, знание почти не влияет на иллюзию) и, с другой стороны, развитие элементарного восприятия не может непосредственно привести к интеллектуальному акту, — так и приобретенный навык очень мало видоизменяется интеллектом, а образование навыка, тем более, отнюдь не всегда сопровождается развитием интеллекта. С генетической точки зрения между появлением этих двух видов структур имеется даже заметный разрыв. Актинии Пьерона, которые закрываются во время отлива и таким образом удерживают необходимую им воду, не обладают достаточно подвижным интеллектом и поэтому, в частности, сохраняют свой навык и в аквариуме в течение нескольких дней, пока он не угаснет сам по себе. Гобиусы Гольдшмидта выучиваются проходить для получения пищи через отверстие в стеклянной пластинке и сохраняют выработанный таким образом навык маршрута даже тогда, когда пластинка удалена. Такого рода поведение можно назвать некорковым интеллектом, но оно намного ниже того, что обычно называют просто интеллектом.

Из этих соображений рождается гипотеза, долгое время казавшаяся наиболее простой: навык выступает как первичный факт, объяснимый в рамках пассивно пережитых ассоциаций, интеллект же постепенно формируется из навыка на основе возрастания сложности освоенных ситуаций. Не будем повторять здесь возражений, выдвигаемых обычно против ассоцианизма, — они столь же распространены, как и различные попытки возрождения подобной интерпретации, каждый раз, правда, выступающей в новой форме. Применительно к проблеме образования структур интеллекта и их фактического развития нам достаточно напомнить сейчас, что даже самые элементарные из навыков оказываются не сводимыми к схеме пассивной ассоциации.

Таким образом, понятие условного рефлекса или обусловленности вообще дает ассоцианизму новый прилив жизненных сил, предлагая ему точную физиологическую модель, а вместе с ней и обновленную терминологию. Отсюда ряд применений этого понятия, в частности, использование его психологами при интерпретации интеллектуальных функций (язык и т. д.), а иногда и самого акта интеллекта.

Но если наличие обусловленного поведения является реальным и даже весьма значительным фактом, то интерпретация его отнюдь не требует рефлексологического ассоцианизма, с которым слишком часто связывают такое поведение. Когда движение ассоциируется с восприятием, то здесь уже имеет место нечто большее, чем пассивная ассоциация, т. е. формируемая в результате лишь одного повторения. Здесь налицо уже целый набор значений, поскольку ассоциация образуется в данном случае на основе потребности и ее удовлетворения. Каждый знает на практике (но об этом слишком часто забывают в теории), что условный рефлекс закрепляется только в той мере, в какой он подтвержден или подкреплен: сигнал, ассоциирующийся с кормлением, не вызывает длительной реакции, если реальные продукты питания не предъявляются периодически одновременно с сигналом. Ассоциация, таким образом, вставляется в общий контекст поведения, исходной точкой которого является потребность, а последним этапом — ее удовлетворение (реальное, предвосхищенное или же игровое). Иными словами, здесь имеет место не ассоциация в классическом смысле этого термина, а образование такой схемы построения целого, которая связана с внутренним содержанием. Более того, если изучать систему обусловленного поведения в его исторической последовательности (а то обусловленное поведение, которое интересует психологию, всегда представляет собой такую последовательность и отлично от слишком простой, прямой психологической обусловленности), то роль целостного структурирования видна еще яснее. Так, например, Андре Реи, поместив морскую свинку в отделение *А* ящика с тремя последовательно расположенными отделениями *А, В, С,* действует на *А* электрическим разрядом, которому предшествует сигнал. При повторении сигнала свинка прыгает в *B*, затем возвращается в *A*; однако достаточно нескольких разрядов, чтобы она начала прыгать из *A* в *B*, из *B* в *C* и возвращаться из *C* в *A*. Следовательно, в данном случае обусловленное поведение является не простой перестановкой начальных движений, возникающей из простого рефлекса, а новой формой поведения, приобретающей стабильность лишь благодаря структурированию всей среды[1].

Но если уже здесь имеют место наиболее элементарные виды навыков, то это тем более несомненно в отношении все более и более сложных «ассоциативных переносов», подводящих навык к порогу интеллекта: всюду, где движения ассоциируются с восприятиями, так называемая ассоциация фактически состоит в том, чтобы объединить новый элемент с предыдущей схемой деятельности. Независимо от того, является ли эта предыдущая схема рефлекторной, как это имеет место в условном рефлексе, или она принадлежит к более высоким уровням развития, ассоциация в любом случае представляет собой ассимиляцию, так что никогда ассоциативная связь не является простым слепком отношения, полностью данного во внешней реальности.

Именно поэтому анализ образования навыков, как и анализ структуры восприятия, прежде всего связан с проблемой интеллекта. Если бы формирование интеллекта состояло только в развертывании специфической для него деятельности более высокого порядка, возникающей позже и в уже построенном мире ассоциаций и отношений, раз и навсегда вписанных во внешнюю среду, то сама эта деятельность в действительности была бы иллюзорной. Поэтому в перцептивной деятельности и генезисе навыков с самого начала принимает реальное участие организующая ассимиляция, которая в конечном итоге завершается операциями, свойственными интеллекту. Отсюда следует, что эмпирические схемы, в которых пытаются представить завершенный интеллект, ни на одном уровне их развития не могут быть признаны достаточными, поскольку в них не учитываются ассимилятивные конструкции.

Мах и Риньяно, как известно, рассматривают рас-

---

[1] См.: A. Rey. Les conduites conditionnées du cobaye. «Archives de psychologie», vol. XXV, n° 99, 1936, p. 217—312.

суждение как «умственный опыт». Это положение, в принципе правильное, можно было бы считать объяснением, если бы опыт был совершенно точной копией внешней реальности. Но поскольку это совсем не так и поскольку уже в навыке приспособление к реальности предполагает, что эта реальность должна быть ассимилирована в «схемах» субъекта, постольку подобное объяснение образует круг: чтобы приобрести опыт умственной активности, нужна вся деятельность интеллекта. Сложившийся и развитый умственный опыт является воспроизведением в мысли не реальности, а действий или операций, направленных на эту реальность, и проблема генезиса этих действий или операций продолжает существовать в полном объеме. Об умственном опыте в смысле простой внутренней имитации реального можно говорить только на уровне первых шагов детской мысли, но на этом уровне рассуждение еще не является логическим.

Спирмен сводит интеллект к трем основным моментам: «восприятию опыта», «выявлению отношений» и «выявлению коррелят». К этому опять-таки нужно добавить, что опыт не строится без участия конструктивной ассимиляции. Под так называемыми «выявлениями отношений» в данном случае имеются в виду операции в собственном смысле слова (сериации или включение симметричных отношений). Что касается «выявления коррелят» («предъявление свойства, связанного с отношением, имеет тенденцию немедленно вызывать знание о коррелятивном свойстве»[1]), то оно адекватно таким совершенно определенным «группировкам», как мультипликативные «группировки» классов и отношений (гл. II).

Навык и интеллект. II. Поиск вслепую и структурирование. Таким образом, ни навык, ни интеллект не могут быть объяснены системой ассоциативных координаций, непосредственно соответствующих данным во внешней реальности отношениям, — то и другое предполагает деятельность самого субъекта. В этой связи возникает вопрос: а нельзя ли построить самое простое объяснение за счет сведения этой деятельности к серии

---

[1] Ch. Spearman. The Nature of Intelligence. L., 1923, p. 91 (см. отрывок, переведенный Э. Клапаредом в «La genèse de l'hypothèse». «Archives de psychologie», vol. XXIV, 1934).

проб, осуществляемых сначала наугад (т. е. без прямой связи со средой), но постепенно отбираемых в зависимости от завершающих их успехов или неудач? Торндайк, например, для выявления механизма научения помещал животных в лабиринт и измерял достигнутые приобретения уменьшением количества ошибок. Сначала животное нащупывает, т. е. его пробы случайны, но постепенно ошибки устраняются, а удачные пробы удерживаются, пока, наконец, животное не начинает точно определять последующие маршруты. Принцип такого отбора на основе достигнутых результатов Торндайк назвал «законом эффекта». Гипотеза и в самом деле весьма соблазнительна: действие субъекта выражается в пробах, действие среды — в отборе, а закон эффекта не нарушает роли потребностей и их удовлетворения — факторов, составляющих рамки всякого активного поведения.

Более того, в такой схеме объяснения учтена преемственность, которая связывает самые элементарные навыки с самым развитым интеллектом: Клапаред в этой связи вновь обращается к понятиям поиска вслепую и эмпирического контроля постфактум, рассматривая их как принципы теории интеллекта, которые он последовательно прилагает к интеллекту животного и далее через практический интеллект ребенка вплоть до психологии мышления взрослого, изучению которой посвящен его «Генезис гипотезы»[1]. Однако в целом ряде работ женевских психологов настолько ясно обрисована в высшей степени характерная эволюция поиска вслепую и эмпирический контроль постфактум, что уже само по себе описание этой эволюции выступает как развернутая критика понятия поиска вслепую.

Клапаред начинает с того, что противопоставляет интеллект, выполняющий функцию адаптации к новой обстановке, навыку (автоматизированному) или инстинкту — адаптациям к повторяющимся обстоятельствам. Итак, каково же поведение индивида перед лицом новых обстоятельств? Индивид всегда — от инфузорий Дженнингса вплоть до человека (включая и самого ученого перед лицом непредвиденного) — прежде всего

[1] Ed. Claparède. La genèse de l'hypothèse. «Archives de psychologie», vol. XXIV, 1934, p. 1—155.

пытается нечто нащупать. Этот поиск вслепую может быть просто сенсо-моторным, либо он может интериоризоваться в форме одной лишь мысленной «пробы», но его функция всегда одна и та же: находить решения, которые опыт будет отбирать постфактум.

Полный акт интеллекта предполагает, таким образом, наличие трех основных моментов: вопроса, ориентирующего поиск, гипотезы, предваряющей решения, и контроля, отбирающего их. Но при этом нужно различать две формы интеллекта: практическую (или «эмпирическую») и рефлексивную (или «систематическую»). В первой из них вопрос выступает в виде простой потребности, гипотеза — в виде сенсо-моторного поиска вслепую, а контроль — в виде простого ряда неудач или успехов. И лишь во второй форме интеллекта потребность отражается в вопросе, поиск вслепую интериоризуется в поиск гипотез, а контроль предвосхищает опытные решения путем «осознания отношений», вполне достаточного для отстранения ложных гипотез и сохранения правильных.

Таковы были общие теоретические представления, когда Клапаред приступил к анализу проблемы генезиса гипотезы в рамках психологии мышления. Постоянно подчеркивая очевидную роль, которую сохраняет поиск вслепую в самых развитых формах мысли, Клапаред в то же время был вынужден, отдавая дань своему методу «высказанной рефлексии», помещать такой поиск не в исходной точке интеллектуального движения, а, так сказать, за его пределами, в крайнем случае непосредственно перед ним (причем все это могло иметь место только в том случае, когда имеющиеся данные значительно превышают возможности понимания субъекта). Исходной же точкой, по мнению Клапареда, является следующий акт поведения, важность которого до тех пор не была выявлена: при наличии определенных данных относительно проблемы и при условии, что поиск однажды уже был ориентирован потребностью или задачей (посредством механизма, который сам по себе пока рассматривается как таинственный), сначала осуществляется понимание совокупности отношений на основе простых «импликаций». Эти импликации могут быть правильными или ложными. Если они правильны, опыт удерживает их. Если же они ложны и противоречат опыту, то тогда и только тогда начинается поиск вслепую. Он, следовательно, появляется только как суррогат или дополнение, т. е. как акт поведения, производный по отношению к исходным импликациям. Поэтому поиск вслепую никогда не бывает чистым, заключает Клапаред; он частично направляется задачей и импликациями и фактически может быть случайным лишь в той мере, в какой исходные данные слишком сильно выходят за пределы возможностей этих предвосхищающих схем.

В чем же состоит такая импликация? Именно в ответе на этот вопрос концепция Клапареда наиболее широко выявляет свое значение и переходит в сферу проблем, непосредственно связанных как с навыком, так и с самим интеллектом. Импликация оказывается в сущности почти тем же самым, чем была старая ассоциация у классических психологов, с той разницей, что она подкрепляется чувством необходимости, вытекающим теперь уже изнутри, а не извне. Она является проявлением «примитивной тенденции», вне которой субъект ни на одном уровне не мог бы использовать опыт (р. 104). Она не только не обязана своим происхождением «повторению пары элементов», а, наоборот, сама является источником повторения сходного и «рождается уже во время первой встречи элементов этой пары» (р. 105). Опыт может, следовательно, ломать ее или подтверждать, но он не в состоянии ее создать. И именно тогда, когда подкрепление опыта требует сопоставления, субъект достигает этого с помощью импликации. Ее корни следовало бы, по сути дела, искать в «законе сращения» В. Джемса, объясняющем ассоциацию: «Закон сращения порождает импликацию в плане действия и синкретизм в плане представления» (р. 105). Клапаред приходит, таким образом, к тому, что при помощи импликации интерпретирует условный рефлекс: собака Павлова выделяет слюну при звуке колокольчика после того, как она слышала его одновременно с видом пищи, потому что в этом случае звук имплицирует пищу.

Теория поиска вслепую оказывается перевернутой, и сам процесс этого переворачивания заслуживает внимательного изучения. Начнем с внешне второстепенного момента. Не является ли псевдопроблемой попытка выяснить, каким образом задача или потребность ориентируют поиск, словно они существуют независимо от поиска? В самом деле, задача и сама потребность выражают действие механизмов, уже образовавшихся ранее и находящихся просто в состоянии мгновенной неуравновешенности: потребность сосать грудь предполагает наличие завершенной организации аппаратов сосания, а если обратиться к другому полюсу развития, то за вопросами типа «что это?», «где?» и т. п. стоят уже сконструированные целиком или частично классификации, пространственные структуры и т. д. (см. гл. II). Следовательно, схема, ориентирующая поиск, — необходимая предпосылка для объяснения появления потребности или задачи. Потребность, задача и, наконец, поиск выражают, таким образом, лишь акт ассимиляции реальности в рамках этой схемы.

Правомерно ли, исходя из этого, понимать импликацию как первичный фактор, одновременно и сенсомоторный, и интеллектуальный, источник как навыка, так и понимания? Само собой разумеется, что этот термин употребляется в данном случае не в логическом смысле — как необходимая связь между суждениями, а в очень общем смысле — как отношение какой-либо необходимости. Итак, порождается ли такое отношение двумя элементами, которые индивид впервые видит вместе? Иными словами, повторяя пример Клапареда, порождает ли черная кошка, впервые увиденная младенцем, отношение «кошка имплицирует черное»? Если субъект реально увидел два элемента впервые, без аналогий и без предвосхищений, то они, несомненно, окажутся сразу же включенными в одно перцептивное целое — в гештальт, в другой форме выражающий закон сращения Джемса или синкретизм, на который ссылается Клапаред. Тот факт, что здесь имеет место нечто большее, чем просто ассоциация, становится еще очевиднее в ситуациях, когда целое образуется не за счет объединения двух элементов, сначала воспринятых по отдельности, а за счет их непосредственного слияния путем структурирования целого. Но это еще не связь необходимости, а лишь начало возможной схемы, которая будет порождать отношения, воспринимаемые как необходимые, только при условии превращения ее в реальную схему на базе перестановки или обобщения (т. е. применения к новым элементам), т. е. если она будет открывать путь ассимиляции. Следовательно, именно ассимиляция является источником того, что Клапаред называет импликацией. Выражаясь схематически, индивид не будет приходить к отношению «A имплицирует x» при восприятии первого A вместе со свойством x, а будет подведен к отношению «A_2 имплицирует x» в результате ассимиляции A_2 в схеме (A), которая создана именно ассимиляцией $A_2=A_1$. Поэтому у собаки, выделяющей слюну при виде пищи, выделение слюны при звуке колокольчика будет происходить только в том случае, если она ассимилирует этот звук как указатель или как часть всего акта в данной схеме действия. Клапаред совершенно прав, когда говорит, что импликация порождается не повторением, а появляется только в ходе повторения, потому что импликация — это внутренний продукт ассимиляции, который обеспечивает повторение внешнего акта.

Таким образом, необходимое вмешательство ассимиляции, о котором шла речь, еще больше усиливает оговорки, которые сам Клапаред вынужден сформулировать относительно общей роли поиска вслепую. Прежде всего, само собой разумеется, что поиск вслепую, когда он имеет место, нельзя было бы объяснить механическими факторами, т. е. на основе гипотезы простого прокладывания пути: с этой точки зрения ошибки должны были бы воспроизводиться точно так же, как и пробы, увенчавшиеся успехом. И если так не происходит, т. е. если действует «закон эффекта», то это достигается только благодаря тому, что при повторении действия индивид предвосхищает свои возможные успехи и неудачи. Иными словами, каждая проба воздействует на следующую не как канал, открывающий дорогу новым движениям, а как схема, позволяющая придать значение последующим пробам[1]. Следовательно, поиск вслепую отнюдь не исключает ассимиляции.

И даже более того. Уже первые пробы трудно свести к простой случайности[2]. Д. К. Адамс в своих опытах с лабиринтом обнаруживает движения, которые ориентированы с самого начала. В. Деннис, а затем Дж. Дешейл доказывают, что индивид стремится

[1] См.: J. Piaget. La naissance de l'intelligence chez l'enfant. Neuchâtel, Paris, 1936, ch. V; P. Guillaume. La formation des habitudes. Paris, 1936, p. 144—154.

[2] См.: P. Guillaume. La formation des habitudes. Paris, 1936, p. 65—67.

продолжать движение в направлении, избранном вначале. Э. Толмен и Кречевский, описывая движения крыс, говорят даже о «гипотезах» и т. п. Данные такого рода определили важные соображения, к которым пришли К. Халл и Э. Толмен. Халл настойчиво противопоставляет психические модели, включающие средства и цели, механическим моделям прокладывания пути: если последним предписывается лишь прямой путь, то у первых имеется несколько возможных вариантов пути, причем их тем больше, чем сложнее акт поведения. Иными словами, уже начиная с уровня сенсо-моторного поведения, на переходной ступени между научением и интеллектом, нужно принимать в расчет то, что превратится в «ассоциативность» операций в их конечных «группировках» (гл. II).

Что же касается Толмена, то он показывает роль обобщения в процессе формирования навыков. Например, при появлении нового лабиринта, отличного от уже известного, животное учитывает наличие аналогии между двумя системами и применяет к новому случаю те формы поведения, которые принесли ему успех в прошлом (особые маршруты). Таким образом, целое всегда структурируется, но действующие структуры не являются для Толмена простыми «формами» в смысле теории Кёлера: это — знаки-гештальты, т. е. схемы, наделенные значениями. Этот двойственный характер структур, рассматриваемых Толменом, — наличие в них элементов как обобщения, так и обозначения, — достаточно ясно показывает, что речь идет о том, что мы называем схемами ассимиляции.

Таким образом, накопление опыта на всех уровнях, от элементарного научения до интеллекта, как представляется, влечет ассимилирующую деятельность, которая в равной мере необходима для структурирования как самых пассивных форм навыка (обусловленное поведение и ассоциативные переносы), так и для проявлений интеллекта со свойственной им очевидной активностью (ориентированный поиск вслепую). В этом смысле проблема отношений между навыком и интеллектом тождественна проблеме отношений между навыком и восприятием. Как перцептивная деятельность не идентична интеллекту, но тотчас же соединяется с ним, едва освободится от центрации на непосредственном и актуальном объекте, так и ассимилирующая деятельность, порождающая навыки, не смешивается с интеллектом, а находит в нем завершение сразу же после дифференциации и координации необратимых и цельных сенсо-моторных схем в подвижные сочленения. Родство этих двух видов элементарной деятельности очевидно еще и потому, что восприятие и привычные движения всегда нерасчленимо объединены в схемы единого целого, а также потому, что свойственные навыку «перенос» или обобщение в моторном плане являются совершенно точным эквивалентом «перестановки» в плане пространственных фигур: и то и другое предполагает обобщающую ассимиляцию.

Сенсо-моторная ассимиляция и возникновение интеллекта у ребенка. Выяснить, каким образом из ассимилирующей деятельности, которая до этого порождала навыки, рождается интеллект — это значит показать, каким образом, начиная с того момента, когда умственная жизнь отчленяется от органической, сенсо-моторная ассимиляция воплощается во все более подвижных структурах, имеющих все более широкое применение.

Это значит, что начиная уже с наследственных установок, мы можем проследить, наряду с внутренней и физиологической организацией рефлексов, также и кумулятивные эффекты упражнения и первые истоки поиска, связанные с необходимостью действовать на расстоянии в пространстве и во времени; эти факторы мы использовали в определении «поведения» (гл. I). Новорожденный, которого уже начали кормить с ложки, после этого будет испытывать некоторое затруднение, беря грудь. Когда он сосет грудь, ловкость его все время возрастает; если его поместить в стороне от груди, он найдет удобную позицию и будет находить ее все быстрее и быстрее. Он может сосать все, что подвернется, однако при этом быстро отказывается от пальца, но не выпускает грудь. В промежутках между кормлениями он будет сосать впустую и т. д. Эти тривиальные наблюдения показывают, что уже внутри замкнутого поля наследственно регулируемых механизмов (первый уровень развития) появляются истоки воспроизводящей ассимиляции функционального порядка (упражнение), обобщающей или транспозитивной ассимиляции (расширение рефлекторной схемы на новые объекты) и рекогнитивной ассимиляции (опознавание ситуаций).

Именно в этом контексте, т. е. в контексте деятельности, и появляются на основе опыта первые продукты развития (рефлекторное упражнение еще не дает такого реального продукта, а лишь ведет к простой консолидации). Идет ли речь о такой внешне пассивной координации, как обусловленность (например, сигнал, своим содержанием предвосхищающий сосание), или о спонтанном расширении поля применения рефлексов (например, систематическое сосание пальца на основе координирования движений руки с движениями рта), элементарные формы навыка в любом случае развиваются из ассимиляции новых элементов предыдущими схемами, в данном случае рефлекторными. Однако важно понять, что само по себе расширение рефлекторной схемы путем включения нового элемента ведет к образованию схемы более высокого порядка (навыка как такового), которая, следовательно, уходит своими корнями в схему более низкого порядка (рефлекс). С этой точки зрения ассимиляция нового элемента предыдущей схемой выступает как включение нового элемента в более высокую схему.

Но, конечно, на уровне этих первых навыков еще нельзя говорить об интеллекте. По сравнению с рефлексами навык характеризуется значительно более широким полем применения как в пространстве, так и во времени. Однако даже в расширенном виде эти первые схемы еще не являются целостными образованиями; в них еще нет внутренней подвижности и взаимной скоординированности. Обобщения, возможные на их основе, представляют пока еще только моторные переносы, которые можно сравнить с самыми простыми перцептивными перестановками, и несмотря на их функциональную преемственность по отношению к следующим этапам, в них еще нет ничего, что позволило бы сравнить их по структуре с интеллектом.

Новые формы поведения, образующие переходную ступень между простым навыком и интеллектом, возникают на третьем уровне, который начинается вместе с координацией зрения и хватания (между тремя и шестью, но обычно к четырем — шести месяцам). Обратимся к младенцу, лежащему в своей колыбельке. Верх колыбели поднят и на нем висит ряд погремушек и свободный шнур. Ребенок хватает этот шнур и с его помощью раскачивает все устройство, не разбираясь, естественно, в деталях пространственных или причинных отношений. Удивленный результатом, он вновь отыскивает шнур и повторяет все сначала, и так несколько раз. Это активное воспроизведение результата, первый раз достигнутого случайно, Дж. Болдуин назвал «круговой реакцией». Такая реакция является типичным примером воспроизводящей ассимиляции. Первое произведенное движение вместе с сопровождающим его результатом образует целостное действие, которое создает новую потребность, как только объекты, к которым оно относится, возвращаются в свое первоначальное состояние: объекты оказываются теперь ассимилированными предыдущим действием (возведенным тем самым в ранг схемы), что вызывает его воспроизведение, и т. д. Мы видим, что описанный механизм тождествен тому, который обнаруживается уже в исходной точке образования элементарных навыков, с той разницей, что там круговая реакция относится к собственному телу (поэтому реакцию предыдущего уровня, построенную по схеме сосания пальца, можно назвать первичной круговой реакцией), тогда как с этого момента она, благодаря тому что ребенок научился хватать, начинает относиться к внешним объектам (эти формы поведения, относящиеся к объектам, можно назвать вторичной круговой реакцией, постоянно памятуя, однако, о том, что они еще отнюдь не выступают для ребенка как субстанциальные).

Таким образом, в своем отправном пункте вторичная круговая реакция входит еще в структуры, свойственные простым навыкам. И действительно, в целостном поведении, которое полностью повторяется без предварительно поставленной цели и в котором используются попутные случайные факторы, нет ничего от полного акта интеллекта. Поэтому нужно остерегаться приписывать уму ребенка те различения между исходным средством (тянуть шнур) и конечной целью (встряхивать верх колыбели), которые сделали бы мы сами на его месте, равно как и считать его владеющим понятиями объекта и пространства, связанными для нас с такой ситуацией, ибо для ребенка она является глобальной и неподдающейся анализу. Тем не менее, как только поведение воспроизведено несколько раз, в нем без труда замечается двоякая тенденция: с одной стороны, к внутреннему расчленению и повторному сочленению этих элементов, а с другой — к обобщениям или активным перестановкам их перед лицом новых данных, не имеющих непосредственной связи с предыдущими. Учитывая первую тенденцию, мы можем констатировать, что после того, как события прослежены в порядке: шнурок — колебание — погремушки, в поведении появляется способность к какому-то началу анализа: вид неподвижных погремушек или открытие на верхе колыбели нового объекта, только что вызвавшего удивление, стимулирует поиск шнура. Конечно, здесь еще нет подлинной обратимости, но ясно, что можно говорить о прогрессе мобильности и что применительно к средствам (реконструированным постфактум) и цели (поставленной постфактум) поведение является уже почти сочлененным. С другой стороны, если ребенок поставлен перед совершенно новой ситуацией (например, видит какое-то движение в 2—3 м от себя или слышит какой-либо звук в комнате), он начинает искать и тянуть тот же самый шнур как бы для того, чтобы продолжить на расстоянии прерванное зрелище. Отсюда с очевидностью следует, что это новое поведение (полностью подтверждающее отсутствие пространственных контактов и понимания причинности) уже образует начало обобщения в собственном смысле слова. Таким образом, как внутреннее сочленение, так и эта внешняя перестановка круговой схемы предвещают близкое появление интеллекта.

На четвертом уровне происходит уточнение. Начиная с 8—10 месяцев схемы, построенные в ходе предыдущей стадии, благодаря вторичным реакциям приобретают способность координироваться между собой; при этом одни из них используются в качестве средств, а другие определяют цель действия. Так, например, чтобы схватить намеченный предмет, расположенный за щитом, который закрывает его полностью или частично, ребенок сначала отодвинет этот щит (применяя схемы схватывания или отталкивания и т. д.), а затем достигает цели. Отныне, следовательно, сначала ставится цель, а затем уже определяются средства, ибо у субъекта сначала возникает намерение схватить цель, и лишь затем он стремится сдвинуть препятствие. Это предполагает подвижное сочленение элементарных схем, объединяемых в целостную схему. В свою очередь, новая целостная схема создает возможности для значительно более широких обобщений, чем это имело место раньше.

Эта мобильность, сочетающаяся с одновременным прогрессом в построении обобщений, проявляется, в частности, в том факте, что при появлении нового объекта ребенок последовательно испытывает последние из приобретенных им схем (схватывать, ударять, встряхивать, тереть и т. д.), причем эти схемы применяются, если можно так сказать, в качестве сенсо-моторных понятий, когда субъект стремится как бы понять новый объект через его употребление (по образцу «определений через употребление», которые мы значительно позднее обнаружим в вербальном плане).

Поведение, относящееся к этому четвертому уровню, свидетельствует, таким образом, о двояком прогрессе — в направлении мобильности и в направлении расширения поля применения схем. Пути, проходимые действием от субъекта к объектам, а также предвосхищениями и сенсо-моторными восстановлениями в памяти, теперь уже не являются, как на предшествующих стадиях, прямыми и простыми — прямолинейными, как в восприятии, или стереотипными и однонаправленными, как в круговых реакциях. Маршруты начинают варьироваться, а использование предыдущих схем — проходить все более значительные расстояния во времени. Это как раз то, что характеризует соединение средств и целей, которые отныне являются дифференцированными, и именно поэтому можно уже говорить о подлинном интеллекте. Но наряду с преемственностью, которая соединяет этот рождающийся интеллект с предыдущими формами поведения, надо указать и на его ограниченность: ему не доступны ни изобретения, ни открытие новых средств, он способен лишь на простое применение уже известных средств к непредвиденным ситуациям.

Следующий уровень отмечен двумя новыми приобретениями, и оба они относятся к использованию опыта. Схемы ассимиляции, о которых говорилось до сих пор, естественно и непрерывно приспосабливаются к внешним данным. Но эта аккомодация, если ее можно так назвать, скорее пассивная, чем активная: субъект действует в соответствии со своими потребностями, и это действие или согласуется с реальностью, или встречает сопротивление, которое стремится преодолеть. Случайно возникающие новшества либо игнорируются, либо ассимилируются предыдущими схемами и воспроизводятся через посредство круговой реакции. Однако наступает момент, когда новшество становится интересным само по себе. Это, конечно, предполагает определенный уровень оснащения схем, делающий возможными сравнения. При этом новый факт должен быть достаточно сходным с ранее известным, чтобы пробудить интерес, и вместе с тем достаточно отличным от него, чтобы не вызвать пресыщения. Круговые реакции состоят в таких случаях в воспроизведении нового факта, но воспроизведении с вариациями и активным экспериментированием, целью которого является как раз выделение из этого факта новых возможностей. Так, открыв траекторию падения объекта, ребенок будет стремиться бросить его различными способами или из разных исходных точек.

Такого рода воспроизводящая ассимиляция с дифференцированной и преднамеренной аккомодацией может быть названа «третичной круговой реакцией».

Следовательно, когда схемы начинают координироваться между собой, выступая в качестве средств и целей, ребенок уже не ограничивается простым применением известных схем к новым ситуациям: он дифференцирует те из схем, которые играют роль средств, при помощи своего рода третичной круговой реакции и таким образом приходит в конечном счете к открытию новых средств. Именно так и вырабатывается целый ряд форм поведения, интеллектуальный характер которых уже ни у кого не вызывает сомнения: притянуть к себе цель, используя подставку, на которой она расположена, или бечевку, составляющую ее продолжение, или даже палку, применяемую в качестве независимого вспомогательного средства. И как бы ни было сложно такое поведение, нужно ясно отдавать себе отчет в том, что обычно оно не возникает ex abrupto, а, наоборот, подготавливается целым рядом отношений и значений, обязанных своим происхождением функционированию предшествующих схем, таких, как отношение средства к цели, понимание того, что один предмет может привести в движение другой, и т. п. Поведение с подставкой является в этом смысле наиболее простым: не будучи в состоянии достигнуть цели непосредственно, субъект привлекает объекты, расположенные между ним и этой целью (ковер, на котором находится игрушка, которую он хочет достать, и т. п.). Движение, в которое вовлекается намеченный объект, когда тянут ковер, на предыдущих уровнях не осмысливалось субъектом; теперь же, усвоив необходимые отношения, он сразу понимает возможное использование подставки. В подобных случаях с самого начала очевидна подлинная роль поиска вслепую в интеллектуальном акте. Направляемый схемой, определяющей цель действия, и одновременно схемой, выбранной в качестве начального средства, поиск вслепую в ходе последовательных проб все время ориентируется, кроме того, и схемами, способными придать значение случайным событиям, в результате чего эти случайные события начинают использоваться сознательно. Поиск вслепую, таким образом, никогда не бывает чистым, а образует лишь периферию активной аккомодации, совместимой с ассимилирующими координациями, которые составляют сущность интеллекта.

Наконец, шестой уровень, частично охватывающий и второй год жизни ребенка, знаменуется завершением образования сенсо-моторного интеллекта: если на предыдущем уровне новые средства открываются исключительно в процессе активного экспериментирования, то теперь открытие неизвестных субъекту способов может совершаться посредством быстрой внутренней координации. Именно к этому последнему типу и относятся факты резкого переструктурирования, описанные Кёлером на примере шимпанзе, чувство внезапного понимания (Aha Erlebnis), проанализированное К. Бюлером. Например, у детей, которым до полутора лет не приходилось экспериментировать с палками, можно наблюдать случаи, когда при первом же соприкосновении с палкой сразу возникает понимание ее возможных отношений с предметом, к которому ребенок тянется как к цели, и такое понимание достигается практически без поиска вслепую. Совершенно очевидно, что и некоторые из субъектов Кёлера догадались применить палку, так сказать, с ходу, без предшествующего упражнения.

Если это так, то важно понять механизм этих внутренних координаций, которые предполагают одновременно открытие без поиска вслепую и умственное предвосхищение, близкое к представлению. Мы уже видели, что теория формы объясняет дело простым перцептивным переструктурированием, не обращаясь к приобретенному опыту. Однако в поведении ребенка на этой шестой стадии нельзя не видеть завершения всего развития, проделанного на пяти предыдущих этапах. Действительно, если ребенок уже привык однажды к третичным круговым реакциям и интеллектуальному поиску вслепую, составляющим подлинное активное экспериментирование, то ясно, что рано или поздно он должен стать способным к интериоризации этих форм поведения. Иногда, оставляя в стороне данные стоящей перед ним задачи, ребенок кажется погруженным в размышления. Например, один из наблюдаемых нами детей после безуспешного поиска вслепую прерывает свои попытки увеличить отверстие в спичечной коробке, внимательно смотрит на щель, а затем открывает и закрывает свой собственный рот. Это, как нам кажется, указывает на то, что он продолжает поиск, но путем внутренних проб или интериоризованных действий (подражательные движения рта в приведенном примере являются весьма четким показателем такого моторного размышления). Что же тогда происходит и как объяснить открытие, которое составляет суть внезапного решения? Сенсо-моторные схемы, ставшие вполне мобильными и координируемыми друг с другом, дают место взаимным ассимиляциям, достаточно спонтанным, чтобы не нуждаться более в двигательном поиске вслепую, и достаточно быстрым, чтобы создать впечатление немедленных переструктурирований. Внутреннюю координацию схем можно было бы при таком подходе рассматривать по отношению к внешней координации предыдущих уровней так же, как мы рассматриваем внутренний язык — этот интериоризованный и быстрый, простой эскиз действенного слова — по отношению к внешнему языку.

Но достаточны ли эта спонтанность и эта более высокая скорость ассимилирующей координации схем для того, чтобы объяснить интериоризацию форм поведения, или же на этом уровне уже возникают истоки представления и тем самым появляется провозвестник перехода от сенсо-моторного интеллекта к мышлению в собственном смысле слова? Независимо от появления языка, которым ребенок начинает овладевать к этому возрасту (но который отсутствует у шимпанзе, способных тем не менее к поразительно умным изобретениям), имеются два ряда фактов, свидетельствующих о первых зачатках представления на этой, шестой стадии, хотя эти зачатки почти не превышают весьма рудиментарного уровня представления, свойственного шимпанзе. С одной стороны, ребенок становится способным к отсроченной имитации, т. е. у него впервые начинает возникать копия после исчезновения модели из поля восприятия. Независимо от того, возникает ли отсроченная имитация из образного представления или же, напротив, она сама является причиной этого образного представления, тесная связь между ними несомненна (к этой проблеме мы вернемся в главе V). С другой стороны, в этом же возрасте ребенок приходит к наиболее элементарным формам символической игры, состоящей в том, что, используя собственное тело, он осуществляет действие, чуждое актуальному контексту (например, для развлечения притворяется спящим, совершенно не будучи при этом сонным). Здесь опять-таки возникает нечто вроде игрового и, следовательно, еще моторного образа, который, однако, находится уже почти на уровне представления. Вмешиваются ли эти образы, основанные на действии и свойственные отсроченной имитации и рождающемуся игровому символу, как нечто значимое в интериоризованную координацию схем? Нам кажется, что на этот вопрос дает ответ только что приведенный пример ребенка, имитирующего ртом увеличение щели на коробке, когда в плане действия перед ним стоит задача реально открыть эту коробку.

Построение объекта и пространственных отношений. В предшествующем изложении была зафиксирована замечательная функциональная преемственность, связывающая последовательно конструируемые ребенком структуры — от образования элементарных навыков вплоть до актов спонтанных и внезапных открытий, характерных для самых развитых форм сенсо-моторного интеллекта. С этой точки зрения родство навыка и интеллекта становится совершенно очевидным: и тот и другой, хотя и на различных уровнях, вытекают из сенсо-моторной ассимиляции. К этому остается лишь добавить то, что говорилось ранее (гл. III) по поводу родства между интеллектом и перцептивной деятельностью: и то и другое опирается на сенсо-моторную ассимиляцию на ее различных уровнях — на одном из них ассимиляция порождает перцептивную перестановку (весьма родственную переносу привычных движений), тогда как для другого характерно прежде всего специфически интеллектуальное обобщение.

Для выявления связей между восприятием, навыком и интеллектом — связей столь простых с точки зрения общности их источника и вместе с тем столь сложных с точки зрения их многочисленных дифференциаций — самый подходящий материал дает анализ сенсомоторного построения основных схем объекта и пространства (которые, кстати, неотделимы от схем причинности и времени). В самом деле, с одной стороны, построение таких схем тесно связано с этапом развития, который мы называем довербальным интеллектом. Но, с другой стороны, для него крайне необходима организация перцептивных структур и структур, которые нераздельно слиты с моторикой, развитой в навыках.

Итак, что же такое схема объекта? Это схема, в построении которой главную роль играет интеллект; иметь понятие об объекте — значит приписывать воспринятую фигуру субстанциальной основе, благодаря чему фигура и представляемая ею субстанция продолжают существовать вне поля восприятия. Постоянство объекта, рассматриваемого под этим углом зрения, является не только продуктом интеллекта, а образует также первое из тех основных понятий сохранения, которые развиваются только в недрах мысли (см. гл. V). Но поскольку твердое тело (единственное, что вначале может оцениваться субъектом) сохраняется, и, более того, его сущность в этом контексте может быть сведена к сохранению, как таковому, постольку остаются неизменными также его размеры и форма. А это значит, что константность формы и величины является схемой, которая по меньшей мере столько же зависит от восприятия, сколько и от интеллекта. Наконец, само собой разумеется, что объект, в силу перцептивных постоянств и в силу сохранения его за границами актуального поля восприятия, связан с целой серией моторных навыков, являющихся одновременно и источником, и результатом построения этой схемы. Все это позволяет увидеть, насколько построение схемы объекта по самой своей природе облегчает понимание истинных отношений между интеллектом, восприятием и навыком.

Каким же образом строится схема объекта? На уровне рефлекса объект, естественно, не существует, поскольку рефлекс является таким ответом на ситуацию, когда ни стимул, ни вызываемый им акт не требуют ничего иного, кроме свойств, приписываемых перцептивным картинам, в частности, не требуют субстанциональной основы: когда грудной ребенок ищет и находит грудь, нет нужды, чтобы он делал из нее объект, и точного расположения груди вместе с постоянством положений вполне достаточно для того, чтобы строить такое поведение без участия более сложных схем. Точно так же и на уровне первых навыков опознавание не включает в себя объекта, поскольку процесс опознавания перцептивной картины не связан с наличием убежденности в существовании воспринятого элемента за пределами актуальных восприятий и опознаваний. С другой стороны, зов, обращенный к отсутствующему лицу, свидетельствует лишь о предвосхищении возможного возвращения этого лица (выступающего в качестве перцептивной картины известного), но отнюдь не о том, что данное лицо пространственно локализуется в организованной ребенком действительности как ее субстанциальный объект. В противоположность этому, когда ребенок следит глазами за движущейся фигурой и продолжает искать ее в момент исчезновения или когда он поворачивает голову, чтобы посмотреть в направлении звука, и т. д., — во всех этих случаях уже образуются истоки практического постоянства, хотя оно пока еще связано только с текущим действием; это перцептивно-моторные предвосхищения и ожидания, но определяются они непосредственно предшествующими восприятием и движением, а отнюдь еще не таким активным поиском, который был бы отличен от движения, уже намеченного или определенного актуальным восприятием.

На третьей стадии (вторичные круговые реакции) эта интерпретация может быть проверена, поскольку ребенок уже может схватить то, что он видит. Согласно наблюдениям К. Бюлера, субъекту на этом уровне уже удается снять платок, которым закрыли его лицо. Но нам удалось показать, что на той же самой стадии ребенок совсем не стремится отодвинуть платок, положенный на объект, который он хочет взять, — даже в том случае, если движение схватывания уже было намечено им, когда цель была еще видна; следовательно, он ведет себя так, словно предмет исчез в платке и прекратил свое существование как раз в тот момент, когда вышел из поля восприятия, иначе говоря, ребенок не обладает еще никакими формами поведения, позволяющими искать исчезнувший предмет при помощи действия (снять покрытие) или мысли (вообразить). А между тем на этом уровне более, чем на предыдущем, он придает цели текущего действия своего рода практическую непрерывность или мгновенное продолжение: стремится вернуться к игрушке после того, как его что-то отвлекло (отсроченная круговая реакция), предвосхитить позицию объекта при падении и т. д. При этом мгновенное сохранение сообщается объекту именно действием, а после его окончания оно утрачивается.

Искать объект за прикрытием ребенок начинает на четвертой стадии развития (координация известных схем). Это кладет начало дифференцированным формам поведения по отношению к исчезнувшему объекту и тем самым — начало субстанциального сохранения. Но здесь нередко можно наблюдать интересную реакцию, показывающую, что эта рождающаяся субстанция еще не является индивидуализированной и, следовательно, остается связанной с действием, как таковым: если ребенок ищет объект в точке A (например, под подушкой, расположенной справа от него) и на его глазах этот объект переносят в точку B (другая подушка, но слева от него), то он поворачивается сначала к A, как будто объект, исчезнувший в B, может обнаружиться в своей начальной позиции! Иными словами, объект еще тесно слит с ситуацией целого, которая определяется действием, только что увенчавшимся успехом, и во всяком случае еще не содержит ни субстанциальной индивидуализации, ни координации последовательных движений.

На пятой стадии эти ограничения исчезают, за исключением случая, когда решение задачи связано с необходимостью представления невидимого пути; и, наконец, на шестой стадии и этот случай не является препятствием для субъекта.

Таким образом, ясно, что, будучи продолжением привычных для субъекта движений, сохранение объекта является вместе с тем продуктом координаций схем. а это составляет содержание сенсо-моторного интеллекта. Выступая прежде всего как продолжение координаций, свойственных навыку, объект, следовательно, строится самим интеллектом и образует его основной инвариант. Этот инвариант необходим для выработки понятия пространства, связанной с ним причинности и всех форм ассимиляции, выходящих за пределы актуального поля восприятия.

Но если очевидны эти связи объекта с навыком и интеллектом, то не менее очевидны и его связи с перцептивным постоянством формы и величины. На третьем из указанных уровней развития ребенок, которому дают соску в перевернутом виде, пытается, если он не видит с другой стороны резинового кончика, сосать стеклянное дно; если же он видит этот кончик, то переворачивает соску (опыт, в котором нет препятствий моторного порядка). Но если после попытки сосать стеклянное дно он видит всю соску целиком (которую ему показывают вертикально), а затем наблюдает ее переворачивание, то он еще не догадывается повернуть соску, как только резиновый кончик становится невидимым. Это значит, что резиновый кончик представляется ему «растворившимся» в стекле (кроме того случая, когда он видим). Таким образом, это поведение, типичное для несохранения объекта, влечет за собой и несохранение самих частей соски, т. е. несохранение формы. На следующей стадии, напротив, построив постоянный объект, ребенок сразу же переворачивает соску, и, следовательно, она воспринимается им как форма, в основном сохраняющая постоянство, несмотря на вращение. И на том же уровне можно наблюдать, как ребенок медленно поворачивает голову, проявляя интерес к изменениям формы объекта под влиянием перспективы.

Что касается константности величин, отсутствие которой в первые месяцы жизни ребенка недавно подтвердил Э. Брунсвик, то она также вырабатывается в течение четвертой и особенно пятой стадии. Например, можно часто наблюдать, как младенец то отдаляет, то приближает объект к глазам, держа его так, словно он изучает изменения величины в зависимости от глубины. Это означает, что имеется определенная связь между выработкой этих перцептивных константностей и интеллектуальным сохранением объекта.

Таким образом, отношение, объединяющее эти два вида реальностей, не представляет труда для понимания. Если постоянство является продуктом переносов, перестановок и их регуляций, то ясно, что эти регулирующие механизмы зависят как от моторики, так и от восприятия. Поэтому перцептивные постоянства формы и величины скорее всего обеспечиваются сенсо-моторной ассимиляцией, «переносящей» или переставляющей функционирующие отношения при изменении позиции или удалении от воспринимаемого объекта. Точно так же и схема постоянного объекта обязана своим происхождением той же сенсо-моторной ассимиляции: именно она вызывает поиск объекта, вышедшего из поля восприятия, и тем самым придает этому объекту постоянство, берущее начало из продолжения собственных действий, а затем проектируемое на внешние свойства. Поэтому можно допустить, что одни и те же схемы ассимиляции, с одной стороны, регулируют путем «переносов» и перестановок константность формы и величины воспринимаемого объекта, а с другой — определяют поиск объекта, когда он исчезает из поля восприятия. Именно потому, что объект воспринимается константным, и начинается его поиск после исчезновения, и именно потому, что наличие объекта позволяет начать активный поиск при его исчезновении, он и воспринимается константным после своего нового появления. Но дифференциация этих двух аспектов — перцептивной деятельности и интеллекта — в сенсо-моторном плане намного ниже, чем дифференциация восприятия и рефлексивного интеллекта: рефлексивный интеллект опирается на обозначающие, существующие в форме слов или образов, тогда как сенсо-моторный интеллект опирается только на сами восприятия и на движения. Следовательно, перцептивную деятельность вообще и в частности то, что относится к формированию константностей, можно рассматривать как один из аспектов сенсомоторного интеллекта, — аспект, ограничивающийся случаем, когда объект вводится в непосредственные и актуальные отношения с субъектом; когда же сенсомоторный интеллект выходит за пределы поля восприятия, он становится способным предвосхищать и восстанавливать отношения, которые предстоит воспринять или которые уже были восприняты раньше. Таким образом, мы сталкиваемся с полным единством механизмов, относящихся к сенсо-моторной ассимиляции, и заслуга выявления этого единства принадлежит теории формы; однако интерпретация его должна идти не по линии статичных форм, возникающих независимо от психического развития, а по линии деятельности субъекта, т. е. ассимиляции.

В таком случае встает проблема, анализ которой связан с изучением пространства. Перцептивные константности являются продуктом простых регуляций, и мы видели (гл. III), что отсутствие абсолютных константностей, свойственное всем возрастам, и наличие «сверхконстантностей», свойственное взрослым, выражет регулятивный, а не операциональный характер системы. Это особенно относится к двум первым годам жизни. Но нельзя ли допустить, что построение пространства, напротив, достаточно быстро находит завершение в структуре группировок и даже групп, согласно гипотезе Пуанкаре о психологически первичном влиянии «группы перемещений»?

Генезис пространства в сенсо-моторном интеллекте целиком подчинен прогрессирующей организации движений, а они действительно стремятся к структуре «группы». Но в противоположность мнению Пуанкаре, исходившего из априорного характера «группы перемещений», эта последняя вырабатывается постепенно и является конечной формой равновесия моторной организации: именно последовательные координации (композиция), возвраты (обратимость), отклонения (ассоциативность) и сохранения позиций (идентичность) постепенно порождают группу как фактор необходимого равновесия действий.

На уровне, характерном для двух первых стадий (рефлексы и элементарные навыки), нельзя даже говорить о пространстве, общем для различных полей восприятия: здесь имеется столько разнородных между собой пространств, сколько и качественно различных полей (вкусовое, визуальное, осязательное и т. д.). И только на третьей стадии развития взаимная ассимиляция этих различных пространств становится систематической в результате координации зрения и хватательных движений. По мере установления такой координации и происходит образование элементарных пространственных систем, заключающих в себе зачатки композиции, свойственной группе. Например, стремясь возобновить прерванную круговую реакцию, субъект возвращается к исходной точке; следя взглядом за движущимся телом, скорость которого превышает скорость его собственного взгляда (падение тела и т. д.), субъект иногда достигает цели посредством собственных перемещений, скорректированных с перемещениями внешнего по отношению к нему движущего тела.

Если иметь в виду точку зрения субъекта, а не только математика-наблюдателя, то надо отдавать себе отчет в том, что построение группы предполагает наличие по крайней мере двух условий: понятия объекта и децентрации движений на основе корректирования и даже конверсии первоначального эгоцентризма. В самом деле, совершенно очевидно, что обратимость, свойственная группе, предполагает наличие понятия объекта, и наоборот, потому что вновь найти объект значит не что иное, как получить возможность возврата (путем перемещения самого объекта или собственного тела): объект есть лишь инвариант, порожденный обратимой композицией группы. С другой стороны, и это хорошо показал сам Пуанкаре, понятие перемещения как такового предполагает возможность дифференциации изменений состояния на необратимые и обратимые (или такие, которые можно корректировать при помощи движений собственного тела). В свете этого становится совершенно очевидным, что без сохранения объектов из них невозможно было бы получить «группу», потому что тогда все казалось бы изменнием состояния. Таким образом, объект и группа перемещений оказываются нерасчленимыми, причем объект образует статический, а группа — динамический аспект одной и той же реальности. Более того, мир без объекта — это некий универсум, в котором отсутствует систематическая дифференциация реальностей на субъективные и внешние, т. е. некий «адуалистический» мир (Дж. Болдуин). Это значит, что такой универсум центрирован на собственном действии, и субъект находится под властью этой эгоцентрической перспективы тем сильнее, чем более неосознанным для него самого остается его «я». Группа же предполагает прямо противоположную позицию, т. е. настолько полную децентрацию, что собственное тело оказывается лишь одним из элементов среди многих других в системе перемещений, и это дает возможность отличить движения субъекта от движений объектов.

Проведенный анализ с очевидностью показывает, что на первых двух и даже еще на третьей стадии оба упоминавшиеся условия построения группы не выполняются: понятие объекта еще не сформировано, а пространства (и единственное пространство, возникающее затем на основе тенденции к их координации) остаются еще центрированными на субъекте. Поэтому даже в тех случаях, где внешне имеет место возврат (практический) и координация в форме группы, эту видимость нетрудно отличить от реальности, состоящей в том, что привилегированное положение всегда занимает центрация. Так, младенец третьей стадии развития, увидев движущееся тело, которое проходит по линии AB и входит в B позади экрана, будет искать его не в C (на другом конце экрана), а снова в A, и т. д. Следовательно, движущееся тело еще не является отделенным от субъекта независимым объектом, движущимся по прямолинейной траектории, а рассматривается с точки зрения привилегированной позиции, занимаемой A, где субъект увидел его впервые. Применительно к вращению можно указать на приводившийся пример с перевернутой соской, которую ребенок сосет с обратной стороны, вместо того чтобы повернуть ее; это опять-таки свидетельствует о примате эгоцентрической перспективы и об отсутствии понятия объекта, а вместе с тем и об отсутствии «группы».

С поиском исчезнувших позади экрана предметов (4-я стадия) начинается объективация координаций, т. е. построение сенсо-моторных групп. Но сам факт, что субъект не учитывает последовательных перемещений объекта, на который направлены его действия, и ищет его под первым из экранов (см. выше), достаточно ясно показывает, что возникающая здесь «группа» частично остается еще «субъективной», т. е. центрированной на собственном действии субъекта, поскольку и сам объект остается зависимым от этого действия и стоит лишь на полпути к окончательному выделению своей специфики.

И только на пятой стадии, когда поиски объекта осуществляются в соответствии с его последовательными перемещениями, «группа» становится действительно объективированной, т. е. приобретает композицию перемещений, их обратимость и сохранение позиции («идентичность»). Здесь из-за отсутствия достаточных предвосхищений недостает еще только возможности отклонений («ассоциативности»), но эта возможность вырабатывается в ходе шестой стадии. Более того, на основе этих завоеваний конструируется комплекс отношений между самими объектами такого типа, как «поставленный на», «внутри» или «вовне», «вперед» или, «назад» (с упорядочиванием перспективы, коррелятивной константности величин).

Таким образом, можно сделать вывод, что выработка перцептивных константностей объекта в процессе сенсо-моторных регуляций осуществляется параллельно с прогрессирующим конструированием систем, попрежнему остающихся сенсо-моторными, но выходящих уже за пределы сферы восприятия и стремящихся к структуре группы (структуре, естественно, совершенно практической, а не представленной в плане восприятия). Почему же восприятие не использует этой структуры и остается на уровне простых регуляций? Теперь причина ясна: как бы ни было «децентрировано» восприятие по отношению к начальным центрациям зрения или его специального органа, оно всегда остается эгоцентрическим и сосредоточено на актуальном объекте в соответствии с собственной перспективой субъекта. Даже более того, вершиной того вида децентрации, который характерен для восприятия (координация между последовательными центрациями), является композиция лишь статистического порядка, т. е. неполная композиция (гл. III). Поэтому перцептивная композиция не может превысить уровня того, что мы только что называли «субъективной» группой, т. е. уровня системы, центрированной в соответствии с собственным действием субъекта и способной максимум на корректировку и регуляции. Такое положение сохраняется даже тогда, когда субъект, выходя за рамки поля восприятия (чтобы предвосхитить и восстановить в памяти невидимые движения и объекты), в области практического ближнего пространства овладевает объективированной структурой группы.

Теперь мы можем сделать общий вывод относительно глубокого единства между сенсо-моторными процессами, порождающими перцептивную деятельность, образованием навыка и собственно довербальным или дорепрезентативным интеллектом. Этот последний, следовательно, возникает отнюдь не как новая сила, надстраивающаяся ex abrupto над предшествующими вполне готовыми механизмами, а является лишь выражением тех же самых механизмов, когда они, выходя за пределы актуального и непосредственного контакта с вещами (восприятие) и коротких, быстро автоматизируемых связей между восприятиями и движениями (навык), начинают становиться подвижными и обратимыми, действуя на все более значительных расстояниях и по все более сложным траекториям. Таким образом, рождающийся интеллект является лишь формой подвижного равновесия, к которому стремятся механизмы, свойственные восприятию и навыку, но которого они достигают лишь после выхода за пределы соответствующих им начальных сфер применения. Более того, уже на этих первых сенсо-моторных ступенях интеллекту удается (в случае наиболее благоприятного для этого пространства) создать такую уравновешенную структуру, как группа перемещений. Правда, она строится в предельно практической или эмпирической форме и в очень узком плане ближнего пространства. Вполне очевидно, что эта организация, столь узкая из-за ограниченного характера самого действия, еще не образует специфических форм мысли. Мысль должна пройти все этапы развития, от появления языка и до конца раннего детства, чтобы завершенные и даже скоординированные в форме эмпирических групп сенсо-моторные структуры развились в операции в собственном смысле слова — операции, посредством которых эти группировки и группы смогут строиться и преобразовываться в плане представления и рефлексивного рассуждения.

Часть третья

РАЗВИТИЕ МЫШЛЕНИЯ

ГЛАВА V. ФОРМИРОВАНИЕ МЫШЛЕНИЯ. ИНТУИЦИЯ (НАГЛЯДНОСТЬ)[1] И ОПЕРАЦИИ

В первой части работы мы установили, что операции мышления для достижения форм своего равновесия должны организоваться в такие системы целого, которым свойственна обратимость композиции группировки или группы. Но форма равновесия показывает лишь границу эволюции, не объясняя сама по себе ни ее начальных фаз, ни конструктивных механизмов.

Вторая часть позволила нам различить в сенсо-моторных процессах исходный момент операций — сенсомоторные схемы интеллекта, образующие практический эквивалент понятий и отношений, и их координацию в пространственно-временные системы объектов и движений, результатом которой (также выступающим в чисто практической и эмпирической форме) является сохранение как объекта, так и структуры, коррелятивной группе (экспериментальная «группа перемещений» А. Пуанкаре). Но совершенно очевидно, что эта сенсо-моторная группа образует просто схему поведения, т. е. уравновешенную систему различных способов, при помощи которых возможно материальное передвижение в

---

[1] В работах Ж. Пиаже значение терминов «intuition», «pensée intuitive» и т. д. несколько шире, чем у близких к ним по смыслу русских терминов «наглядность», «наглядное мышление» и т. д., и вместе с тем уже, чем у терминов «интуиция», «интуитивное мышление» в русском языке. Поэтому в переводе в зависимости от контекста используются оба русских варианта.— *Ред.*

пределах близкого пространства, — схему, которая никогда не достигает ранга инструмента мышления[1].

Конечно, сенсо-моторный интеллект находится у истоков мышления и будет продолжать воздействовать *на него в течение всей жизни* через восприятия и практические ситуации. Поэтому, в частности, было бы ошибкой пренебречь воздействием восприятия на сложную и высокоразвитую мысль, как это делают некоторые авторы, слишком быстро переходя от нейрофизиологии к социологии; насколько ошибочна такая поспешность, можно судить по тому прочному влиянию на развитие интеллекта, которое сохраняют начальные схемы. Но, с другой стороны, между довербальным интеллектом и операциональным мышлением пролегает весьма длительный путь, который должен быть пройден, прежде чем образуются рефлексивные группировки; и если действительно имеет место функциональная преемственность между крайними точками, то на различных ступенях с необходимостью должны образовываться многочисленные промежуточные структуры.

Структурные различия между понятийным и сенсо-моторным интеллектом. Чтобы постичь механизм образования операций, важно предварительно понять, что именно должно быть создано, т. е. чего не хватает сенсо-моторному интеллекту, чтобы превратиться в понятийное мышление. Действительно, весьма поверхностным было бы представление о том, что построение интеллекта на этой стадии в практическом плане уже завершено и что можно сразу обратиться непосредственно к языку и образному представлению для объяснения того, каким образом этот уже созданный интеллект будет интериоризоваться в логическом мышлении.

В самом деле, ведь только основываясь на функциональной точке зрения, в сенсо-моторном интеллекте можно найти практический эквивалент классов, отношений, рассуждений и даже групп перемещений, выраженный в эмпирической форме самих перемещений.

[1] Если выделить в поведении три большие системы: органические наследственные структуры (инстинкт), структуры сенсо-моторные (приобретаемые) и структуры репрезентативные (которые образуют мышление), то группу сенсо-моторных перемещений можно поместить на вершине второй из этих систем, тогда как операциональные группы и группировки формального порядка находятся на вершине третьей.

С точки же зрения структуры и, следовательно, эффективности между сенсо-моторными координациями и координациями понятийными имеется ряд кардинальных различий, которые относятся как к природе самих координаций, так и к расстояниям, которые проходит действие, т. е. к широте поля применения этого действия.

Во-первых, функция актов сенсо-моторного интеллекта состоит единственно в том, чтобы координировать между собой последовательные восприятия и последовательные реальные движения; при этом сами эти акты могут образовывать только последовательности состояний, связываемых посредством кратких предвосхищений и восстановлений в памяти, но никогда не могут сами по себе привести к образованию представлений целого; эти последние образуются только при условии, что мышление выразит состояния как одновременные и, следовательно, абстрагирует их от действия, развертывающегося во времени. Иными словами, сенсо-моторный интеллект представляет собой как бы пленку, полученную при замедленной съемке: на ней можно увидеть последовательно все картины, но раздельно, по очереди, следовательно, без одновременного, связного видения, необходимого для понимания целого.

Во-вторых, акт сенсо-моторного интеллекта направлен лишь на практическое удовлетворение, т. е. на успех действия, а не на познание как таковое. Он не направлен ни на объяснение, ни на классификацию, ни на констатацию как таковые, и если в нем все же устанавливается причинная связь, классификация или констатация чего-то, что это преследует только субъективную цель, далекую от поиска истины. Сенсо-моторный интеллект является, таким образом, интеллектом просто «пережитым», а отнюдь не рефлексивным.

Что касается области его применения, то сенсо-моторный интеллект «работает» только на реальном материале, поэтому каждый из входящих в него актов ограничен лишь очень короткими расстояниями между субъектами и объектами. Конечно, он способен к отклонениям и возвратам, но речь всегда идет лишь о реально осуществленных движениях и реальных объектах. От этих коротких расстояний и этих реальных путей освободится только мышление в его стремлении охватить весь окружающий мир в целом, вплоть до невидимого и подчас даже непредставляемого: именно в этом бесконечном расширении пространственных расстояний между субъектом и объектами и состоит основное новшество, создающее собственно понятийный интеллект, и то особое могущество, которое делает этот понятийный интеллект способным порождать операции.

Имеется, следовательно, три основных условия перехода от сенсо-моторного плана интеллекта к плану рефлексивному. Это, прежде всего, увеличение скоростей, позволяющее слить в одновременный комплекс знания, каждое из которых связано с определенной фазой в последовательности действия. Затем осознание уже самого действия, в отличие от просто желаемых его результатов; сама констатация этого, понятно, усиливает поиск успешных результатов. И наконец, расширение расстояний, позволяющее дополнить действия, направленные на реальности, символическими действиями, которые направлены на представления и выходят, следовательно, за пределы близкого пространства и близкого времени.

Таким образом, мышление не может быть ни выражением, ни даже простым продолжением сенсо-моторной сферы в репрезентативную. Необходимо осуществить нечто значительно большее, чем просто сформулировать или продолжить начатое действие; прежде всего надо реконструировать целое в новом плане. В своем первоначальном, исходном виде будут по-прежнему осуществляться только восприятие и действенная моторика, которые могут наполниться новыми значениями и врасти в новые системы понимания. Структуры же интеллекта должны быть полностью перестроены, прежде чем они смогут быть пополнены: умение повернуть объект (сравните с упоминавшейся в главе IV соской) еще не предполагает умения представить себе мысленно ряд вращений; факт материального перемещения с полным отклонением и возвращением в исходную точку еще не влечет за собой понимания системы перемещений, представленных в воображении, и даже предвосхищение сохранения объекта в действии не ведет само по себе к пониманию сохранений, относящихся к системе элементов.

Более того, при построении этих систем в мышлении субъект столкнется с теми же самыми трудностями (но перенесенными в этот новый план), которые в непосредственном действии он уже преодолел. Чтобы построить пространство, время, мир причин и сенсомоторных или практических объектов, ребенок должен освободиться от своего перцептивного и моторного эгоцентризма; только благодаря ряду последовательных децентраций ему и удается воссоздать эмпирическую группу материальных перемещений, располагая свое собственное тело и свои собственные движения среди совокупности других тел и движений.

Построение операциональных группировок и групп мышления требует инверсии в том же направлении, но пути движения в этой области бесконечно сложнее: здесь речь пойдет о децентрации мысли не только по отношению к актуальной перцептивной центрации, но и по отношению к собственному действию в целом. Действительно, мысль, рождающаяся из действия, является эгоцентрической в самой своей исходной точке, причем именно по тем соображениям, по которым сенсо-моторный интеллект центрируется сначала на актуальных восприятиях или движениях, из которых он развивается. Поэтому построение транзитивных, ассоциативных и обратимых операций должно предполагать конверсию этого начального эгоцентризма в систему отношений и классов, децентрированных по отношению к собственному «я», и эта интеллектуальная децентрация занимает практически все раннее детство (мы опускаем здесь социальный аспект этой децентрации — о нем пойдет речь в главе VI).

Следовательно, развитие мысли приходит прежде всего к повторению, на основе широкой системы смещений, той эволюции, которая в сенсо-моторном плане казалась уже совершенной, пока она не развернулась с новой силой в бесконечно более широком пространстве и в бесконечно более мобильной во времени сфере, чтобы дойти вплоть до структурирования самих операций.

Этапы построения операций. Чтобы схватить механизм этого развития, форму конечного равновесия которого образуют, как уже говорилось, операциональные группировки, мы выделим (упрощая и схематизируя) четыре основных периода, идущих непосредственно вслед за тем периодом, который характеризуется образованием сенсо-моторного интеллекта.

С появлением языка или, точнее, символической функции, делающей возможным его усвоение (от 1,5 до 2 лет), начинается период, который тянется до 4 лет и характеризуется развитием символического и допонятийного мышления.

В период от 4 до 7—8 лет образуется, основываясь непосредственно на предшествующем, интуитивное (наглядное) мышление, прогрессивные сочленения которого вплотную подводят к операциям.

С 7—8 до 11—12 лет формируются конкретные операции, т. е. операциональные группировки мышления, относящиеся к объектам, которыми можно манипулировать или которые можно схватывать в интуиции.

Наконец, с 11—12 лет и в течение всего юношеского периода вырабатывается формальное мышление, группировки которого характеризуют зрелый рефлексивный интеллект.

Символическое и допонятийное мышление. Имитировать отдельные слова и придавать им глобальное значение ребенок способен, начиная уже с последних стадий сенсо-моторного периода, но систематическое овладение языком начинается только к концу второго года.

Как непосредственное наблюдение за ребенком, так и анализ некоторых расстройств речи делают очевидным тот факт, что использование системы вербальных знаков обязано своим происхождением упражнению более общей «символической функции», сущность которой состоит в том, что представление реального осуществляется посредством различных «обозначающих», отличных от «обозначаемых» — вещей.

В этой связи следует отличать символы и знаки, с одной стороны, от признаков или сигналов — с другой. Не только всякое мышление, но вообще всякая когнитивная и моторная деятельность — от восприятия и навыка до понятийного и рефлексивного мышления — состоит в том, чтобы соединять значения, а всякое значение предполагает отношение между обозначающим и обозначаемой реальностью. Однако в том случае, когда речь идет о признаках, обозначающее образует часть или объективный аспект обозначаемого или, иначе говоря, соединено с ним причинно-следственной связью: следы на снегу являются для охотника признаком дичи, а видимый край почти целиком спрятанного объекта служит для младенца признаком наличия этого объекта. Равным образом и сигнал, даже если он искусственно вызван экспериментатором, образует для субъекта простой частичный аспект события, о котором он возвещает (в обусловленном поведении сигнал воспринимается как объективный антецедент). Что же касается символа и знака, то они, напротив, содержат в себе дифференциацию между обозначающим и обозначаемым с точки зрения самого субъекта. Для ребенка, который играет в обед, камешек, представляющий конфету, осознанно признается символизирующим, а конфета — символизируемым. Когда тот же самый ребенок посредством «прилепливания знака» определяет название как нечто присущее называемой вещи, то, даже если он делает из него своего рода этикетку, субстанциально приложенную к обозначаемому предмету, это название все равно рассматривается им в качестве обозначающего.

Уточним еще, что согласно употреблению этих терминов лингвистами (употреблению, которому небесполезно следовать и в психологии), символ содержит в себе связь сходства между обозначающим и обозначаемым, тогда как знак произволен и обязательно базируется на конвенции. Знак, следовательно, может быть образован лишь в социальной жизни, тогда как символ может вырабатываться одним индивидом (как в игре маленьких детей). Впрочем, само собой разумеется, что символы могут быть социализированы, и тогда такой коллективный символ является вообще полузнаком-полусимволом; чистый же знак, напротив, всегда коллективен.

После того, как все это изложено, можно констатировать, что у ребенка овладение языком, а следовательно — системой коллективных знаков, совпадает с образованием символа, т. е. системы индивидуальных обозначающих. Поэтому неправильно было бы говорить о символической игре во время сенсо-моторного периода, и К. Грос пошел слишком далеко, когда приписал животным сознание вымысла. Примитивная игра — это простая игра-упражнение, а подлинный символ появляется только тогда, когда объект или жест начинают выступать для самого субъекта как нечто отличное от непосредственно воспринимаемых им данных. В этом смысле характерные явления можно наблюдать на шестой стадии развития сенсо-моторного интеллекта, когда появляются «символические схемы», т. е. схемы действия, вышедшие из своего контекста и обращенные к отсутствующей ситуации (например, притвориться спящим). Но там символ, как таковой, возникает только с появлением представления, отделенного от собственно действия: например, уложить спать куклу или медвежонка. И как раз на том уровне, когда в игре появляется символ в узком смысле слова, язык развивает и нечто большее — понимание знаков.

Что касается генезиса индивидуального символа, то вопрос становится яснее, если проследить развитие имитации. В сенсо-моторный период имитация является только продолжением аккомодации, свойственной схемам ассимиляции; научившись осуществлять определенный жест, субъект, когда он воспринимает аналогичное движение (обнаруживаемое у другого субъекта или на вещах), ассимилирует это движение со своим жестом и на основе этой ассимиляции, столь же моторной, сколь и перцептивной, пускает в ход собственную схему. Впоследствии новая модель вызывает аналогичный ассимилированный ответ, но активизированная схема приспосабливается в этом случае к новым особенностям. На шестой стадии такая имитирующая аккомодация становится возможной даже в отсроченном состоянии, что является предвестником представления. Однако собственно репрезентативная имитация начинается только на уровне символической игры, потому что, как и символическая игра, она предполагает наличие образа. В этой связи возникает вопрос: является ли образ причиной или он представляет результат интериоризации имитирующего механизма? На наш взгляд, образ — не первичный факт, как это долгое время полагали сторонники ассоцианизма: как и сама имитация, он является аккомодацией сенсо-моторных схем, т. е. активной копией, а не следом или сенсорным субстратом воспринимаемых объектов. Он является, таким образом, внутренней имитацией и продолжает аккомодацию схем, свойственных перцептивной деятельности (в противоположность восприятию как таковому), подобно тому как внешняя имитация предыдущих уровней продолжает аккомодацию сенсо-моторных схем (которые находятся как раз у истоков самой перцептивной деятельности).

Итак, образование символа может быть объяснено следующим образом: отсроченная имитация, т. е. аккомодация, находящая продолжение во фрагментах подражания, приводит к появлению обозначающих, и игра или интеллект прилагают эти обозначающие к различным обозначаемым, в соответствии с теми способами свободной или адаптированной ассимиляции, которые характеризуют эти поведения. Следовательно, как символическая игра всегда содержит в себе элемент имитации, функционирующей в качестве обозначающего, точно так же и интеллект в его начальных стадиях использует образ в качестве символа или обозначающего[1].

Теперь становится понятным, почему языком (который, кстати, также выучивается путем имитации, но имитации вполне готовых знаков, тогда как имитация форм и т. п. просто поставляет обозначающие для индивидуальной символики) ребенок овладевает в тот же самый период, когда образуется символ: именно использование знаков в качестве символов и предполагает ту совершенно новую по сравнению с сенсо-моторными поведениями, способность, которая состоит в умении представить одну вещь посредством другой. Таким образом, к ребенку может быть применено понятие общей «символической функции» (о которой иногда говорят в связи с изучением афазии), ибо именно образование подобного механизма и характеризует одновременно появление репрезентативной имитации, символической игры, образного представления и вербальной мысли[2].

Итак, обобщая, можно сказать, что рождающееся мышление, продолжая сенсо-моторный интеллект, вытекает из дифференцировки обозначающих и обозначаемых и, следовательно, опирается одновременно на изобретение символов и на открытие знаков. Но само собой разумеется, что чем меньше ребенок, тем меньше ему хватает вполне готовой и законченной системы этих коллективных знаков, потому что они, во многих недоступные и неподчиняющиеся ребенку, еще долго не могут выразить то индивидуальное, на котором центрирован субъект. Вот почему в той мере, в какой преобладает эгоцентрическая ассимиляция реального системой собственной деятельности, ребенок всегда будет нуждаться в символах; отсюда символическая игра, или игра воображения — наиболее чистая форма эгоцентрического и символического мышления, отсюда же ассимиляция реального системой собственных интересов и выражение его через образы, созданные собственным «я».

---

[1] См.: I. Meyerson. Les images. В кн.: G. Dumas. Nouveau traité de psychologie, vol. 2. Paris, 1932.

[2] См.: J. Piaget. La formation du symbole chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1945.

И даже в области адаптированной мысли, т. е. начальной стадии репрезентативного интеллекта, в той или иной мере связанного с вербальными знаками, важно отметить роль образных символов и констатировать, насколько далек субъект в течение первых лет жизни от того, чтобы достичь понятий в собственном смысле слова. В самом деле, период от появления языка и приблизительно до четырех лет можно выделить как первый период развития мышления, который может быть назван периодом допонятийного интеллекта и который характеризуется предпонятиями или партиципациями, а в плане возникающего рассуждения — «трансдукциями», или допонятийными рассуждениями.

Предпонятиями являются те понятия, которые ребенок соединяет с первыми вербальными знаками по мере овладения последними. Характерная особенность, свойственная этим схемам, состоит в том, что они расположены где-то на полпути между обобщенной природой понятия и индивидуальностью составляющих его элементов, не являясь по сути дела ни тем, ни другим. Ребенок двух-трех лет будет говорить «улитка» или «улитки», «луна» или «луны», не придавая этому различию никакого значения и не решая, являются ли улитки, встречающиеся ему во время прогулки, или лунные диски, которые он время от времени видит на небе, одним индивидом (единственной улиткой или единственной луной) или классом различных индивидов. Действительно, с одной стороны, ребенок в этом возрасте еще не может выделять общие классы, поскольку у него отсутствует различение «всех» и «некоторых». С другой стороны, построение понятия постоянного индивидуального объекта для сферы близкого действия еще не означает, что вместе с тем построено аналогичное понятие для большего пространства или повторных появлений объекта через определенные промежутки времени: ребенок еще продолжает считать, что гора действительно меняет свою форму во время прогулки (как раньше соска при вращении) и что одна и та же улитка вновь и вновь появляется в разных точках. Отсюда иногда возникают подлинные «партиципации» между различными объектами, отдаленными друг от друга: еще в 4 года тень, отбрасываемую при помощи экрана на стол в закрытой комнате, дети объясняют той тенью, которая бывает «под деревьями в саду» или ночью и т. д., и полагают, будто эти тени проникли в комнату непосредственно в тот момент, когда на стол был поставлен экран (но при этом нет стремления объяснить причину явления из ничего).

Ясно, что такая схема, оставаясь в целом на полпути между индивидуальным и общим, не является еще логическим понятием и напоминает отчасти схему действия и сенсо-моторную ассимиляцию. Однако это уже репрезентативная схема, позволяющая, в частности, представлять большое количество объектов через посредство отдельных избранных элементов, которые принимаются за экземпляры-типы допонятийной совокупности. Вместе с тем, поскольку сами эти индивиды-типы конкретизируются как посредством слова, так и — в той же мере (если даже не больше) — посредством символа, то предпонятие, с другой стороны, зависит от символа — в той мере, в какой оно обращается к этим родовым экземплярам. Одним словом, здесь имеет место схема, которая с точки зрения способа ассимиляции расположена на полпути между сенсо-моторной схемой и понятием, а с точки зрения своей репрезентативной структуры участвует в конструировании образного символа.

Рассуждение, строящееся на основе соединения подобных предпонятий, свидетельствует о наличии точно таких же допонятийных структур. Эти примитивные умозаключения, вытекающие не из дедукции, а из непосредственных аналогий, Штерн назвал «трансдукцией». К этому можно добавить, что допонятийное рассуждение — трансдукция — покоится лишь на неполных включениях и, следоовательно, обречено на провал при переходе к обратимой операциональной структуре. Если же оно порой приводит к успеху на практике, то только потому, что подобное умозаключение представляет собой всего лишь ряд действий, символизированных в мышлении,— «умственный опыт» в собственном смысле, т. е. внутреннюю имитацию актов и их результатов, со всеми ограничениями, которые несет с собой такого рода эмпиризм воображения. Таким образом, мы обнаруживаем в трансдукции одновременно как недостаток общности, присущий предпонятиям, так и символичность или образность, позволяющие перемещать действия в сферу мышления.

Интуитивное (наглядное) мышление. Только что описанные формы мышления можно анализировать лишь путем наблюдения: опрос в данном случае бесполезен, поскольку интеллект маленьких детей слишком нестабилен. Начиная же приблизительно с четырех лет, напротив, становится возможным получать регулярные ответы и прослеживать их устойчивость, проводя с испытуемым краткие опыты, в которых он должен манипулировать заранее определенными объектами. Этот факт уже сам по себе является показателем формирования новой структуры в мышлении.

В самом деле, от 4 до 7 лет мы можем наблюдать постепенную координацию репрезентативных отношений и связанную с ней возрастающую концептуализацию, которая подводит ребенка от символической, или допонятийной, фазы к операциям. Но весьма показательно, что такой интеллект, прогресс которого (и нередко быстрый) можно проследить, все время остается дологическим, и это имеет место даже в тех областях, где он достигает максимальной адаптации [1]. Подобный дологический интеллект вплоть до завершения ряда последовательных уравновешиваний, знаменуемых появлением «группировки», выполняет функции дополнения еще незавершенных операций за счет полусимволической формы мышления, в качестве которой выступает интуитивное рассуждение. Этот интеллект может контролировать суждения лишь посредством интуитивных «регуляций», аналогичных — в плане представления — тому, чем являются перцептивные регуляции в сенсо-моторной сфере.

Возьмем в качестве примера опыт, который мы проводили вместе с А. Шеминской. Два небольших сосуда A и A_2, имеющие равную форму и равные размеры, наполнены одним и тем же количеством бусинок. Причем эта эквивалентность признается ребенком, который сам раскладывал бусинки: он мог, например, помещая одной рукой бусинку в сосуд A, одновременно другой рукой класть другую бусинку в сосуд A_2. После этого, оставляя сосуд A в качестве контрольного образца, пересыпаем содержимое сосуда A_2 в сосуд B, имеющий другую форму. Дети в возрасте 4—5 лет делают в

---

[1] Мы не касаемся здесь чисто вербальных форм мышления, таких, как анимизм, детский артифисиализм, номинальный реализм и т. п.

этом случае вывод, что количество бусинок изменилось, даже если они при этом уверены, что ничего не убавлялось и не прибавлялось. Если сосуд *B* тоньше и выше, они скажут, что «там больше бусинок, чем раньше», потому что «это выше», или что их там меньше, потому что «это тоньше», но во всяком случае все они согласятся с тем, что целое не осталось неизменным.

Отметим прежде всего преемственность такого рода реакции по отношению к реакциям предыдущих уровней. Обладая понятием сохранения индивидуального объекта, субъект не обладает еще понятием сохранения совокупности объектов: целостный класс, следовательно, еще не построен, так как он отнюдь не всегда признается инвариантным. Это определяет два взаимосвязанных последствия: во-первых, в отношении объекта продолжаются те реакции, которые он вызывал и прежде (со смещением, вызванным тем, что речь идет уже не об изолированном элементе, а о совокупности), во-вторых, продолжает отсутствовать общая целостность, о которой мы говорили в связи с анализом предпонятия. С другой стороны, ясно, что причины ошибки — это причины почти перцептивного порядка: ребенка обманывает подъем уровня или уменьшение толщины столбика и т. д. Однако дело здесь не в перцептивной иллюзии: восприятие отношений в основном является точным, но из него строится неполная интеллектуальная конструкция. Это тот дологический схематизм (еще вплотную имитирующий перцептивные данные, хотя и рецентрирующий их при этом по-своему), который может быть назван интуитивным (наглядным) мышлением. Сразу же бросается в глаза его связь с образным характером как предпонятия, так и тех умственных опытов, которые стоят за трансдуктивным умозаключением.

Тем не менее это интуитивное (наглядное) мышление означает прогресс в сравнении с предпонятийным или символическим мышлением: относясь главным образом к конфигурациям целого, а не к простым полуиндивидуальным-полуродовым фигурам, интуиция (наглядность) ведет к зачаткам логики, выступающей, правда, пока еще в форме репрезентативных регуляций, а не операций. С этой точки зрения можно говорить об интуитивных «центрациях» и «децентрациях», аналогичных механизмам, о которых шла речь в связи с сенсо-моторными схемами восприятия (гл. III).

Рассмотрим тот вариант, когда ребенок считает, что в сосуде *B* бусинок больше, чем в сосуде *A*, потому что поднялся уровень; в этом случае он «центрирует» свою мысль или свое внимание[1] на отношении между высотами *A* и *B* и оставляет без внимания ширину сосудов. Начнем, однако, пересыпать содержимое сосуда *B* в сосуды *C* или *D* и т. д., еще более тонкие и более высокие; в конечном счете обязательно наступит момент, когда ребенок скажет: «Это меньше, потому что это слишком узко». Отсюда можно заключить, что имеет место корректировка центрации на высоте путем децентрации внимания на ширине. В противоположном варианте, когда испытуемый считает количество бусинок в *B* меньшим, чем в *A*, из-за уменьшения толщины, пересыпание в *C, D* и т. д. приведет его, напротив, к изменению суждения в пользу высоты. Этот переход от одной центрации к двум, осуществляемым одна за другой, уже возвещает о появлении операции: как только ребенок начнет рассуждать относительно двух отношений одновременно, он действительно сделает вывод о сохранении. Здесь же пока нет еще ни дедукции, ни действительной операции: ошибка просто исправляется, но с опозданием, как реакция на собственный перегиб (как в сфере перцептивных иллюзий), и два отношения рассматриваются попеременно, а отнюдь не умножаются логически. Здесь, таким образом, вступает в действие лишь своего рода интуитивная регуляция, а не собственно операциональный механизм.

Более того, чтобы изучить одновременно различия между интуицией и операцией и переход от интуиции к операции, следует рассмотреть не только установление, соответственно двум измерениям, связи между величинами, но и само соответствие как таковое, либо в логической (качественной) либо в математической форме. Предъявим испытуемому одновременно сосуды различной формы *A* и *B* и попросим его класть одновременно по одной бусинке в каждый сосуд — одну левой рукой, другую — правой. За небольшими исключениями (4 или 5 детей), ребенок сразу же понимает эквивалентность обеих совокупностей, что является уже

[1] Внимание, сконцентрированное на одной мысли, является не чем иным, как именно центрацией мышления.

предвестником операции; но когда формы сосудов резко меняются, он отказывается признать равенство, хотя соответствие и сохраняется! Латентная операция оказывается, таким образом, побежденной чрезмерными требованиями со стороны интуиции.

Выложим теперь на стол шесть красных жетонов и, предложив испытуемому набор голубых жетонов, попросим его разложить их так же, как разложены красные. В возрасте примерно между четырьмя и пятью годами ребенок не может построить соответствия и довольствуется рядом равной длины (из элементов, прижатых друг к другу теснее, чем модель). В возрасте 5—6 лет (в среднем) испытуемый будет помещать шесть голубых жетонов напротив шести красных. Но овладел ли он в этом случае операцией, как это могло бы показаться? Отнюдь нет. Достаточно раздвинуть элементы одного из рядов, собрать их в кучу и т. д., и ребенок откажется верить в их эквивалентность. Пока длится оптическое соответствие, эквивалентность воспринимается как нечто само собой разумеющееся, но как только это оптическое соответствие изменяется, исчезает и эквивалентность, а вместе с ней — неизменность целого.

Итак, эта промежуточная реакция представляет большой интерес. Интуитивная схема стала достаточно гибкой, для того чтобы сделать возможным предвосхищение и построение точной конфигурации соответствий. Неискушенный наблюдатель обнаружит здесь все аспекты операции. Но оказывается, что это логическое отношение эквивалентности, которое неизбежно сохранялось бы, если бы оно действительно было продуктом операции, исчезает при видоизменении интуитивной (наглядной) схемы.

Следовательно, перед нами та форма интуиции (высшая по сравнению с интуицией предыдущего уровня), которую можно было бы назвать «сочлененной интуицией» — в противоположность простым интуициям. Но эта сочлененная интуиция, приближаясь к операции (и впоследствии достигая ее путем совершенно незаметных подчас переходов), остается негибкой и необратимой, как само интуитивное мышление в целом; поэтому она отнюдь еще не представляет «группировки» в собственном смысле слова, а является всего лишь продуктом последовательных регуляций, которые завершаются тем, что сочленяют отношения, вначале глобальные и не поддающиеся анализу.

Это различие между интуитивными (наглядными) и операциональными методами становится еще менее значительным, если рассматривать включение классов и сериации асимметричных отношений, составляющих наиболее элементарные «группировки». Но само собой разумеется, что ставить проблему следует лишь относительно интуитивной сферы — единственно доступной на этом уровне,— а не для сферы формального, связанного только с языком. Для выяснения того, что представляет собой включение классов, поместим в коробку десятка два бусинок, относительно которых ребенок признал, что они «все из дерева», и которые, следовательно, образуют единое целое B. Большая часть этих бусинок коричневого цвета. Они образуют часть A. Некоторые же из них белые. Они образуют дополнительную часть A'. Чтобы определить, способен ли ребенок понять операцию $A+A'=B$, т. е. соединение частей в целое, можно поставить перед ним следующий несложный вопрос: каких бусинок, деревянных или коричневых, больше в этой коробке, т. е. $A<B$? При этом все бусинки остаются видимыми для ребенка.

Ребенок вплоть до 7 лет почти всегда отвечает, что больше коричневых, «потому что белых всего две или три». Тогда мы уточняем: «Коричневые сделаны из дерева? — *Да.*— Если я достану из коробки все деревянные бусинки и положу их сюда (вторая коробка), останутся ли бусинки в первой коробке? — *Нет, потому что они все деревянные.*— А если я достану коричневые, бусинки останутся? — *Да, белые.*» Затем повторяем первоначальный вопрос, и ребенок вновь начинает утверждать, что в коробке больше коричневых бусинок, чем деревянных, потому что только две белые бусинки, и т. д.

Механизм этого типа реакций легко объяснить: ребенок легко центрирует свое внимание отдельно на всем B или на частях A и A', уже раз изолированных в мысли, но трудность состоит в том, что, центрируя свое внимание на A, он разрушает этим целое B, так что часть A тогда не может сравниваться больше ни с чем, кроме другой части A'. Следовательно, здесь вновь имеет место распадение целого из-за недостатка мобильности в последовательных центрациях мышления. Но можно идти еще дальше. Попросив ребенка представить, что произойдет, если сделать ожерелье из деревянных бусинок B, или из коричневых A, мы вновь сталкиваемся с предыдущими трудностями, но со следующим уточнением: если я сделаю ожерелье из коричневых, отвечает иногда ребенок, то я не смогу сделать другого ожерелья из тех же бусинок, и ожерелье из деревянных бусинок будет состоять только из белых! Именно рассуждения такого рода (в которых нет ничего абсурдного) выявляют различие, отделяющее интуитивное мышление от операционального: в той мере, в какой интуитивное мышление имитирует реальные действия на основе образного умственного опыта, оно сталкивается с подобным препятствием, когда ребенок не знает, как практически сделать два ожерелья одновременно из одних и тех же элементов; но в той мере, в какой работает операциональное мышление (посредством интериоризованных действий, ставших полностью обратимыми), ничто уже не препятствует субъекту выдвинуть одновременно две гипотезы и сравнить их между собой.

Не менее поучителен пример с сериацией линеек *A*, *B*, *C* и т. д., размеры которых различны, но близки друг к другу (и которые должны сравниваться попарно). Малышам 4—5 лет удается образовать только не координированные между собой пары: *BD*, *AC*, *EG* и т. д. Затем ребенок конструирует короткие ряды, но при этом ему еще не удается расположить в ряд 10 элементов каким-либо другим путем, кроме последовательных нащупываний. Более того, когда его ряд закончен, он не может вставить туда новый член, не разрушая при этом целого. Для того чтобы сериация удавалась сразу, например методом, состоящим в выборе сначала самого маленького из всех членов, затем самого маленького из оставшихся и т. д., нужно достичь операционального уровня. Но именно на операциональном уровне становится возможным и умозаключение $(A<B)+(B<C)=(A<C)$, тогда как на интуитивных уровнях ребенок отказывается вывести из двух перцептивно построенных неравенств $A<B$ и $B<C$ заключение, что $A<C$.

Прогрессирующие сочленения интуиции, а вместе с ними и различия, еще отделяющие их от операции, особенно отчетливо обнаруживаются, когда в качестве объекта действий выступают пространство и время. Эта сфера к тому же весьма поучительна и с точки зрения возможности сравнений между интуитивными (наглядными) и сенсо-моторными реакциями. Вспомним пример с усвоением младенцем действия переворачивания соски. Умение повернуть объект посредством интеллектуального действия не ведет автоматически к умению переворачивать его и в мышлении. Более того, этапы этой интуиции вращения представляют собой в общих чертах повторение этапов реального или сенсо-моторного вращения: и в том и в другом случае мы встречаемся с одним и тем же процессом прогрессирующей децентрации, начинающимся с эгоцентрической перспективы, с той лишь разницей, что в первом случае эта децентрация является просто перцептивной и моторной, а во втором — репрезентативной.

В этой ситуации исследователь может действовать двумя способами: либо путем мысленного движения субъекта вокруг объекта, либо же путем мысленного вращения самого объекта. В первом случае ребенку предъявляют, например, сделанные из картона горы, помещенные на квадратном столе, и просят его выбрать среди нескольких очень простых рисунков те, которые соответствуют возможному виду того, что находится на столе (при этом ребенок сидит с одного края стола и, глядя, как кукла меняет позиции вокруг стола, должен отыскать картинки, которые соответствуют этим позициям). Маленькие остаются всегда под властью той позиции, с которой они смотрят в момент выбора, даже если они сами до этого перешли с одной стороны стола на другую. Повороты вправо-влево, вперед-назад сначала являются непреодолимой трудностью, и ребенок овладевает ими лишь постепенно, путем интуитивных регуляций, приблизительно к 7—8 годам.

Вместе с тем, вращение самого объекта позволяет сделать интересные выводы относительно интуиции порядка. Например, на одну и ту же проволоку нанизывают три бусинки одного и того же цвета *A*, *B* и *C*, или же пропускают три шарика *A, B* и *C* через картонную трубку (так, чтобы они не громоздились друг на друга). После этого просят ребенка нарисовать целое, сделав нечто вроде шпаргалки; затем проводят элементы *A, B, C* позади экрана или через трубку и просят ребенка предсказать прямой порядок, в каком они будут выходить с другого конца, и обратный порядок, в каком они появятся при возвращении. Прямой порядок угадывается всеми детьми, тогда как обратный порядок постигается ребенком лишь к 4—5 годам, к концу допонятийного периода. После этого поворачивают на 180° все устройство (проволоку или трубку) и просят угадать порядок выхода (ставший теперь, естественно, обратным). После того как ребенок сам проверил результат, начинают снова; затем осуществляют два полуоборота (360°), три и т. д.

Этот опыт позволяет проследить шаг за шагом все приобретения интуиции вплоть до возникновения операции. В возрасте от четырех до семи лет ребенок сначала не в состоянии предвидеть того, что в результате одного полуоборота порядок ABC переворачивается в CBA; затем, вынужденный констатировать такое переворачивание, он решает, что два полуоборота тоже дадут CBA; выведенный благодаря опыту из этого заблуждения, он далее не может предвидеть результата трех полуоборотов. Более того, маленькие дети (в возрасте 4—5 лет), после того как они увидели, что первым выходит то A, то C, решают, что и для B придет очередь быть первым (игнорируя ту аксиому Гильберта, согласно которой B, если оно находится между A и C, с такой же необходимостью находится между C и A!). Понятием инвариантности позиции «между» ребенок овладевает также через ряд последовательных регуляций — этих источников, благодаря которым осуществляются сочленения интуиции. Только к семи годам ребенок начинает осмысливать совокупность трансформаций, причем на последней фазе это нередко происходит достаточно внезапно, посредством общей «группировки» действующих отношений. Таким образом, уже здесь можно сделать вывод, что операция развивается из интуиции не тогда, когда прямой порядок («+») может быть просто мысленно перевернут («—») посредством первого интуитивного сочленения, но только тогда, когда два порядка, обратных по отношению друг к другу, вновь дают прямой порядок («—» на «—» дает «+»; в данном частном случае понимание этого достигается к 7—8 года).

То же самое можно констатировать и по поводу временных отношений. Интуитивное время — это время, связанное с объектами и отдельными движениями и не обладающее ни однородностью, ни ровным течением. Когда два движущихся тела, выходящих из одной и той же точки A, прибывают в два различных пункта B и B', ребенок 4—5 лет принимает одновременность отправления, но большей частью оспаривает одновременность прибытия, хотя она легко воспринимается: признавая, что когда остановилось одно из движущихся тел, не движется больше и другое, ребенок, тем не менее, отказывается понять, что движения закончились «в одно и то же время», именно потому, что для него не существует еще понятия общего времени для различных скоростей. Точно так же «до» и «после» он оценивает в соответствии с пространственной, но еще не временной последовательностью. С точки зрения продолжительности «более быстро» влечет за собой «больше времени», причем такой вывод делается без всякого участия вербального анализа благодаря простому наблюдению за данными (ибо «быстрее» = «дальше» = «больше времени»).

И даже тогда, когда эти первоначальные трудности уже преодолены на основе сочленения интуиций (сочленения, вызванного децентрациями мышления, привыкающего сравнивать две системы позиций одновременно, что и порождает постепенную регуляцию оценок), еще продолжает существовать систематическая неспособность объединить отдельные проявления локального времени в единое время. Например, если два равных количества воды при одинаковой подаче растекаются по двум рукавам одной и той же трубы (имеющей форму буквы Y) в два сосуда различной формы, то ребенок 6—7 лет признает одновременность пусков и прекращений подачи воды, но не согласен, что вода текла в один сосуд столько же времени, сколько в другой. То же можно сказать и о рассуждениях ребенка относительно возраста: если A родился раньше B, это не означает, что он старше, и если он старше, это не исключает для B возможности догнать или даже перегнать его в возрасте!

Такие интуитивные понятия параллельны тем понятиям, которые можно встретить в сфере практического интеллекта. Андре Реи показал, что, когда испытуемые сталкиваются с проблемами комбинирования инструментов (например, вытащить крючком некоторые объекты из трубки, скомбинировать перемещение контактов, вращений и т. д.), их поведение остается иррациональным, пока им не удается найти адаптированные решения[1]. Что касается представлений, в которых манипуляции невозможны (таких, как объяснение движения рек, облаков, плавания кораблей и т. д.), то можно констатировать, что в подобных случаях причинные связи копируются субъектом с собственной деятельности: физические движения являются для него свидетельством конечной цели, активной внутренней силы, река «пускается бежать», чтобы пройти по камешкам, облака создают ветер, который, в свою очередь, их толкает, и т. д.[2].

Таково интуитивное (наглядное) мышление. Как и допонятийное, символическое мышление, из которого оно непосредственно вырастает, интуитивное мышление продолжает развитие в направлении, намеченном сенсо-моторным интеллектом. Подобно тому как сенсомоторный интеллект ассимилирует объекты в схемах действия, так и интуиция представляет собой прежде всего мысленно осуществленное действие: перелить, привести в соответствие, включить, расположить в ряд и т. д.— все это пока еще схемы действия, в которых представление ассимилирует реальную действительность. Но аккомодация этих схем к объектам несет в себе уже не только чисто практический элемент, в ней вырабатываются подражательные или образные обозначающие, благодаря которым оказывается возможной фиксация в мысли самой этой ассимиляции. Интуиция, следовательно, выступает и как образное мышление. Оно является более рафинированным, чем в предыдущем периоде, ибо относится уже к конфигурациям целого, а не к простым синкретическим наборам, символизирующим экземпляры-типы; но оно еще использует репрезентативный символизм и поэтому всегда содержит часть ограничений, присущих этому последнему.

Ограничения эти очевидны. Интуиция может дать завершение непосредственного отношения между схемой интериоризованного действия и восприятием объектов лишь в виде конфигураций, «центрированных» на этом отношении. Такая неспособность выйти за

---

[1] См.: André Rey. L'intelligence pratique chez l'enfant. Paris, Alcan, 1935.
[2] См.: J. Piaget. La causalité physique chez l'enfant. Paris, Alcan, 1927.

пределы сферы образных кнфигураций делает отношения, образуемые интуицией, не разложимыми по отношению друг к другу. Обратимость оказывается здесь недостижимой в силу того, что сохраняется как односторонность действия, воплощенного в простом воображаемом опыте, так и (столь же неизбежно) односторонность ассимиляции, центрированной на перцептивной конфигурации. Этим определяется, в свою очередь, отсутствие транзитивности (ибо каждая центрация деформирует или отменяет другие) и ассоциативности (ибо отношения зависят от того пути, который проходит мысль при их выработке). Одним словом, отсутствие транзитивной, обратимой и ассоциативной композиции определяет отсутствие как гарантированной идентичности элементов, так и сохранения целого. Поэтому можно сказать, что интуиция остается феноменалистической (ибо имитирует контуры реальности, не корректируя их) и эгоцентрической (ибо постоянно центрирована в соответствии с актуальным действием). Следовательно, ей не хватает равновесия между ассимиляцией объектов в схемы мышления и аккомодацией этих схем к реальной действительности.

Но это начальное состояние, которое можно встретить на любом уровне интуитивного мышления, подвергается прогрессивно усиливающемуся корректирующему воздействию, осуществляемому через систему регуляций, которая предвещает появление операций. Интуиция, которая вначале подчинена непосредственной связи между явлением и точкой зрения субъекта, эволюционирует в сторону децентрации. Каждая деформация, доведенная до крайности, влечет за собой вмешательство отношений, которые в свое время игнорировались. Каждый факт установления связи благоприятствует возможности возврата. Каждое отклонение завершается интерференциями, которые обогащают и расширяют точки зрения субъекта. Таким образом, всякая децентрация интуиции выражается в регуляции, которой свойственна тенденция к обратимости, транзитивной композиции и ассоциативности, иными словами — к сохранению — путем координации — точек зрения. Так возникают сочлененные интуиции, прогресс которых идет в направлении к обратимой мобильности и подготавливает операцию.

Конкретные операции. Появление логико-арифметических и пространственно-временных отношений ставит проблему, представляющую большой интерес с точки зрения механизмов, свойственных развитию мышления. В самом деле, ведь не простая же договоренность, основанная на предварительно выбранных определениях, обозначает границу того момента, когда сочлененные интуиции преобразуются в операциональные системы. Самое большее, что можно сделать, это разделить непрерывное развитие на стадии, определяемые какими-либо внешними критериями. С этой точки зрения, когда речь идет о возникновении операций, решающий поворот знаменуется своего рода уравновешиванием (всегда быстрым и иногда внезапным), которое оказывает влияние на весь комплекс понятий данной системы и которое должно находить объяснение в самом себе. Здесь имеет место нечто сходное с внезапными структурированиями целого, описанными теорией формы. Однако в данном случае происходит явление, противоположное структурной кристаллизации, объединяющей комплекс отношений в единое статическое сплетение; напротив, операции вызывают своего рода размягчение интуитивных структур и внезапную мобильность, которая делает их как бы одушевленными и координирует конфигурации, на всех предыдущих ступенях остававшиеся негибкими, несмотря на их прогрессирующее сочленение. Так, например, когда временные отношения объединяются в идею единого времени, или когда элементы целого начинают пониматься как составная часть инвариантного целого, или когда неравенства, характеризующие комплекс отношений, располагаются в ряд по единой шкале и т. д., в каждый из этих моментов образуется нечто весьма знаменательное в развитии: на смену нащупывающему воображению приходит — подчас внезапно — чувство связности и необходимости, удовлетворенность от завершенности системы, одновременно замкнутой в самой себе и способной к бесконечному расширению.

Проблема, следовательно, заключается в том, чтобы понять, каков внутренний процесс осуществления этого перехода от фазы прогрессирующего уравновешивания (интуитивное мышление) к достигаемому как бы на его границе мобильному равновесию (операции). Если понятие «группировки», описанное в главе II, действительно имеет психологический смысл, то именно здесь он и должен проявиться.

Таким образом, суть нашей гипотезы состоит в том, что интуитивные (наглядные) отношения рассматриваемой системы в определенный момент внезапно группируются. Приняв эту гипотезу, прежде всего следует определить, по какому внутреннему, или умственному, критерию будет фиксироваться наличие «группировки». Ответ очевиден: там, где есть «группировка», имеет место сохранение целого, причем само это сохранение субъект не просто допускает в качестве одного из возможных следствий индукции, а утверждает с полной уверенностью.

С этой точки зрения имеет смысл вернуться к первому примеру, который мы приводили в связи с интуитивным мышлением — пересыпанию бусинок. После первого длительного периода, в течение которого ребенок считает, что каждое пересыпание изменяет количество, и промежуточной фазы (сочлененная интуиция), когда некоторые пересыпания он рассматривает как изменившие целое, а другие (если разница между сосудами незначительна) заставляют его допустить, что целое сохраняется,— после этого всегда наступает момент (в возрасте 6; 6—7; 8 лет), когда ребенок меняет позицию: у него нет больше потребности в размышлении, он твердо знает, и он даже удивлен, когда ему ставят подобные вопросы, он уверен в сохранении. Но что же здесь произошло? Если ребенка просят привести доводы, он отвечает, что ничего не убавили и не прибавили; но маленькие дети знали это не хуже, а между тем они не делали вывода об идентичности величин. Следовательно, отождествление, вопреки мнению Э. Мейерсона, должно рассматриваться не как первичный процесс, а как результат ассимиляции группировки как целого (как продукт, получаемый из прямой операции путем ее инверсии). Ребенок может дать и другой ответ: что ширина, утраченная новым сосудом, компенсируется за счет высоты и т. д. Однако сочлененная интуиция уже и раньше приводила к подобным децентрациям данного отношения, с той лишь разницей, что они не завершались при этом ни одновременными координациями отношений, ни обязательным сохранением целого. Наконец, ребенок может привести в обоснование своего утверждения довод, что пересыпание из A в B

может быть восстановлено обратным пересыпанием, и эта обратимость имеет, конечно, существенное значение. Однако маленькие дети тоже иногда допускали возможность возвращения к исходной точке, и сам по себе такой «эмпирический возврат» не составлял еще целостной обратимости как таковой. Следовательно, возможен лишь один правомерный ответ на поставленный вопрос: различные трансформации, к которым обращается ребенок (обратимость, композиция компенсированных отношений, идентичность и т. д.), фактически опираются друг на друга, и именно потому, что все они имеют своим основанием организованное целое, каждая из них является действительно новой, несмотря на свое родство с соответствующим интуитивным отношением, уже выработанным на предыдущем уровне.

Другой пример. В случае вращения на пол-оборота (180°) расположенных по порядку элементов *A, B, C* ребенок мало-помалу интуитивно открывает почти все отношения: что *B* остается в неизменном положении «между» *A* и *C* и «между» *C* и *A*, что один поворот меняет порядок *ABC* и *CBA* и что два оборота восстанавливают порядок *ABC* и т. д. Но эти отношения, открытые друг за другом, остаются интуитивными, т. е. за ними нет ни связи, ни необходимости. К 7—8 годам, напротив, испытуемые без каких бы то ни было проб предвидят: 1) что *ABC* переворачивается в *CBA*; 2) что две инверсии приводят к прямому порядку; 3) что три инверсии равноценны одной и т. д. Здесь каждое из отношений еще может соответствовать интуитивному открытию, но все вместе они образуют новую реальность, в силу того что строятся теперь дедуктивно и не зависят уже от последовательных опытов, совершаемых в действии или в мысли.

Итак, нетрудно видеть, что во всех этих случаях (а они бесчисленны) говорить о достижении мобильного равновесия можно тогда, когда одновременно производятся следующие трансформации: 1) два последовательных действия приобретают способность координироваться в одно; 2) схема действия, уже существующая в интуитивном мышлении, становится обратимой; 3) одна и та же точка может быть достигнута без каких бы то ни было искажений двумя различными путями; 4) возврат в отправную точку позволяет оценить ее как тождественную самой себе; 5) одно и то же действие, повторяясь, или ничего не добавляет к самому себе, или же становится новым действием с кумулятивным результатом. В этих трансформациях нетрудно узнать транзитивную композицию, обратимость, ассоциативность и идентичность, выраженную в логической тавтологии (пункт 5), или числовую итерацию, которые характеризуют соответственно логические «группировки» и арифметические «группы».

Однако для того чтобы постичь подлинную природу «группировки» — в противоположность формулированию ее в логическом языке,— нужно предельно четко понимать, что эти различные взаимосвязанные трансформации фактически являются выражением одного и того же целостного акта — акта полной децентрации или полной конверсии мышления. Сущность сенсо-моторной схемы (восприятие и т. п.), предпонятийного символа и самой интуитивной конфигурации состоит в том, что они всегда «центрированы» на частном состоянии объекта и с частной точки зрения субъекта, а поэтому всегда свидетельствуют одновременно как об эгоцентрической ассимиляции, осуществляемой субъектом, так и о феноменалистической аккомодации к объекту. Сущность же мобильного равновесия, характеризующего «группировки», состоит, напротив, в том, что децентрация, уже подготовленная прогрессирующими регуляциями и сочленениями интуиции, внезапно становится систематической, достигая своей границы. С этого момента мысль уже не относится больше к частным состояниям объекта, а следует за самими последовательными трансформациями со всеми их возможными отклонениями и возвратами; она не выступает более как выражение частной точки зрения субъекта, а координирует все существующие точки зрения в систему объективных взаимосвязей. Группировка, таким образом, впервые реализует равновесие между ассимиляцией объектов в действии субъекта и аккомодацией субъективных схем к модификациям объектов. Действительно, в исходной точке ассимиляция и аккомодация действуют в противоположных направлениях, чем и определяется деформирующий характер ассимиляции и феноменалистский — аккомодации. Затем ассимиляция и аккомодация мало-помалу уравновешиваются. Это происходит благодаря предвосхищениям и восстановлениям в памяти, продолжающим действия в двух направлениях и на все бóльшие расстояния — от коротких предвосхищений и восстановлений в памяти, свойственных восприятию, навыку и сенсо-моторному интеллекту, вплоть до антиципирующих схем, выработанных интуитивным представлением. Именно завершение этого равновесия объясняет обратимость — конечную границу сенсо-моторных и мысленных предвосхищений и восстановлений в памяти, а вместе с тем и обратимую композицию — признак группировки. В самом деле, то обстоятельство, что операции сгруппированы, выражает не более чем создание совокупных условий для координации последовательных точек зрения субъекта (с возможным возвратом во времени и предвосхищением их продолжения) или одновременной координации поддающихся восприятию или представлению модификаций объекта (в прошлом, в настоящее время или в результате последующего развития).

Операциональные группировки, образующиеся к 7—8 годам (иногда несколько раньше), находят завершение в структурах следующего типа. Прежде всего, они ведут к логическим операциям сериации асимметричных отношений и включения в классы (вопрос о коричневых бусинках A, которых меньше, чем деревянных бусинок B, решается к 7 годам). Отсюда открытие транзитивности, которая лежит в основе дедукции вида $A=B$, $B=C$, следовательно, $A=C$; или $A<B$, $B<C$, следовательно, $A<C$. Кроме того, едва субъект овладевает этими аддитивными группировками, как ему тотчас же становятся понятны мультипликативные группировки в форме соответствий. Научившись осуществлять сериацию объектов, согласно отношениям $A_1<$ $<B_1<C_1...$, он не будет больше испытывать трудностей при сериации двух или нескольких наборов (таких, как $A_2<B_2<C_2...$), члены которых взаимно соответствуют друг другу: ряду бусинок, расположенных по возрастающей величине, семилетний ребенок сумеет поставить в соответствие ряд палочек, и даже если все эти предметы перемешаны, он сумеет определить, какому элементу одного из рядов соответствует такой-то элемент другого (поскольку мультипликативный характер этой группировки не создает никаких дополнительных трудностей в осуществлении только что открытых аддитивных операций сериации).

Более того, одновременное построение группировок включения в классы и количественной сериации ведет к появлению системы чисел. Нет сомнения, что маленький ребенок не дожидается этого операционального обобщения для построения первых чисел (согласно А. Декедр, между одним и шестью годами он каждый год вырабатывает по новому числу); но числа от 1 до 6 для него еще интуитивны, ибо они связаны с перцептивными конфигурациями. С другой стороны, можно научить ребенка считать, но опыт показал, что вербальное употребление названий чисел остается не связанным с самими операциями счета; иногда эти операции предшествуют устному счету, иногда идут вслед за ним, во всех случаях не подчиняясь необходимой связи. Что касается операций, образующих число, т. е. взаимно-однозначного соответствия (с сохранением, несмотря на трансформации фигур, достигнутой эквивалентности), или простой итерации единицы («1+2=3», «2+1=3» и т. д.), то эти операции не требуют ничего, кроме аддитивных группировок включения в классы и сериации асимметричных отношений (упорядочивание). Эти группировки, однако, должы быть слиты в одно операциональное целое, так что единица является одновременно элементом и класса (1 включено в 2; 2 включено в 3 и т. д.), и ряда (первая единица перед второй единицей и т. д.). Действительно, пока субъект имеет дело с индивидуальными элементами в их качественном различии, он может или объединять их на основе эквивалентных свойств (тогда он конструирует классы), или располагать их в порядке по их различиям (тогда он конструирует асимметричные отношения), но он не может группировать их одновременно и как эквивалентные, и как различные. Число же, напротив, является набором объектов, воспринимаемых одновременно и в качестве эквивалентных, и в качестве поддающихся сериации, поскольку единственное различие между ними будет тогда сводиться к их порядковому положению. Объединение различия и эквивалентности, осуществляемое в этом случае, предполагает отвлечение от свойств, а именно благодаря этому происходит образование однородного единства «1» и переход от логического к математическому. В высшей степени интересно, что этот переход генетически совершается в тот же самый момент, что и построение логических операций; это означает, что классы, отношения и числа образуют единое целое, психологически и логически нерасчленимое, где каждый из трех членов дополняет два других.

Рассмотренные логико-арифметические операции образуют лишь один аспект основных группировок, построение которых характерно для возраста примерно 7—8 лет. В самом деле, этим операциям, объединяющим объекты для классификации, сериации или счета, соответствуют конститутивные операции самих объектов — объектов полных и вместе с тем единственных, таких, как пространство, время и материальные системы. Нет ничего удивительного, что эти инфралогические или пространственно-временные операции группируются в соответствии с логико-математическими операциями: ведь это те же самые операции, но отнесенные к другому масштабу. Включение объектов в классы и классов друг в друга становится здесь включением частей или «кусков» в целое; сериация, выражающая различия между объектами, предстает в форме отношений порядка (операции размещения) и перемещения, а числу здесь соответствует мера.

Итак, мы видим, как действительно одновременно с формированием понятий классов, отношений и чисел конструируются — и притом удивительно параллельно — исходные качественные группировки времени и пространства. Именно к 8 годам отношения временнóго порядка («до» и «после») координируются с продолжительностью («более» или «менее долго»), тогда как в интуитивном плане эти две системы понятий остались независимыми. И едва объединившись в единое целое, они порождают понятие общего времени для различных движений на разных скоростях (как внешних, так и внутренних). Особенно важно, что именно к 7—8 годам образуются качественные операции, структурирующие пространство: порядок пространственной преемственности и включение интервалов или расстояний; сохранение длины, поверхностей и т. п.; выработка системы координат; перспективы и сечения и т. д. В этом отношении изучение спонтанной меры, которая берет начало от первых оценок (вырабатываемых путем перцептивных «переносов») и завершается к 7—8 годам транзитивностью операциональных соответствий ($A=B$, $B=C$, следовательно, $A=C$) и выработкой единства (путем синтеза разделения и перемещения), предельно ясно показывает, каким образом непрерывное развитие сначала перцептивных, а затем интуитивных приобретений завершается конечными обратимыми операциями как своей необходимой формой равновесия.

Важно отметить, что эти различные группировки, как логико-математические, так и пространственно-временные, еще далеки от того, чтобы образовать формальную логику, применимую к любым понятиям и к любым умозаключениям. Именно здесь заключается существенный момент, выявление которого необходимо как для теории интеллекта, так и для педагогики, если мы хотим, в противоположность логицизму школьной традиции, согласовывать обучение с результатами психологии развития.

Действительно, те же самые дети, которые уже достигли только что описанных операций, обычно становятся неспособными к ним, как только они прекращают манипулировать объектами и оказываются вынужденными строить рассуждение при помощи одних лишь вербальных предложений. Следовательно, операции, о которых здесь идет речь, являются «конкретными операциями», но еще не формальными: всегда связанные с действием, они логически структурируют это действие вместе с сопровождающими его словами, но они совершенно не заключают в себе возможности строить логическую речь независимо от действия. Так, например, классификацию в конкретном примере с бусинками ребенок понимает, начиная с 7—8 лет (см. выше), тогда как задачу того же типа, но выраженную в вербальном тексте, он сможет решить лишь значительно позднее (ср. с одним из тестов Бурта: «Некоторые цветы в моем букете желтые»,— говорит мальчик своим сестрам. Первая отвечает: «Тогда все цветы желтые»; «Часть желтых», — отвечает вторая, а третья говорит: «Никакие». Кто из сестер прав?»).

И даже более того. У одного и того же ребенка одни и те же «конкретные» умозаключения; такие, как умозаключения, ведущие к идее сохранения целого, к транзитивности равенств ($A=B=C$) или различий ($A<B<C...$), могут оказаться легко доступными в какой-то одной определенной системе понятий (такой, например, как количество материи) и лишенными какого бы то ни было смысла в другой системе понятий (например, такой, как вес). С этой точки зрения представ-

ляется особенно неправомерным говорить об овладении формальной логикой до конца периода детства, пока «группировки» относятся только к определенным типам конкретных понятий (т. е. осмысленных действий), которые они действительно структурируют. Но структурирование других типов конкретных понятий, интуитивная природа которых более сложна, поскольку они опираются еще и на другие действия, требует такой перестройки этих «группировок», которая допускала бы смещение действий во времени.

Это становится особенно ясным из следующего примера, связанного с понятиями сохранения целого (которые являются показателями самой «группировки»). Предъявляя испытуемому два сделанных из пластилина шарика, одинаковых по форме, размеру и весу, и видоизменяя затем один из них (в валик и т. п.), спрашиваем, сохранилась ли материя (то же самое количество пластилина), вес и объем (одинаково ли поднимается вода в двух стаканах, куда мы погружаем объекты). Начиная с 7—8 лет дети признают обязательность сохранения количества материи, опираясь при этом на рассуждения, о которых мы говорили в связи с сохранением совокупностей. Но вплоть до 9—10 лет эти же дети возражают против сохранения веса и при этом опираются на те самые интуитивные рассуждения, посредством которых они до 7—8 лет мотивировали несохранение материи. Что же касается рассуждений, только что (иногда несколько мгновений тому назад) проделанных этими же детьми для доказательства сохранения материи, то они оказываются совершенно не связанными с рассуждениями по поводу веса. Ход их мысли таков: если валик стал более тонким, чем шарик, то материя сохраняется потому, что уменьшение толщины компенсируется удлинением, но вес при этом уменьшается, потому что в этом отношении действие уменьшения толщины абсолютно! К 9—10 годам положение меняется: ребенок принимает сохранение веса, причем делает это из тех же соображений, из которых он раньше принимал сохранение материи, однако вплоть до 11—12 лет он продолжает отрицать сохранение объема, опираясь на противоположные интуитивные рассуждения! Точно в таком же порядке происходит развитие сериации, составления равенств и т. д.: в 8 лет два количества материи, равные третьему, признаются равными между собой, но такое рассуждение не переносится на два веса (не говоря уже о восприятии объема!), и т. д. Понятно, что причины такого рода смещений следует искать в интуитивном характере представлений о свойствах материи, веса и объема, который или облегчает, или, наоборот, затрудняет становление операциональных композиций. Таким образом, до 11—12 лет одна и та же логическая форма еще не является независимой от разных проявлений своего конкретного содержания.

Формальные операции. Смещения, примеры которых мы только что рассмотрели, относятся к операциям одних и тех же уровней, хотя и прилагаются к различным областям действий или понятий. Тот факт, что они встречаются на протяжении одного и того же периода, дает основание назвать их «горизонтальными смещениями». Переход же сенсо-моторных координаций в репрезентативные, как мы это наблюдали, открывает путь перестройкам, сходным со смещениями; но поскольку эти смещения уже не могут быть отнесены к одним и тем же уровням, их можно назвать «вертикальными». Таким образом, условием построения формальных операций, начинающегося к 11—12 годам, является, кроме всего прочего, полная перестройка интеллекта, которая должна обеспечить перемещение конкретных «группировок» в новую плоскость мышления, причем эта перестройка характеризуется целой серией вертикальных смещений.

Становление формального мышления происходит в юношеский период. В противоположность ребенку, юноша — это индивид, который рассуждает, не связывая себя с настоящим, и строит теории, чувствуя себя легко во всех областях, в частности в вопросах, не относящихся к актуальному моменту. Ребенок же способен рассуждать только по поводу текущего действия и не вырабатывает теорий, хотя наблюдатель, отмечая периодическое повторение аналогичных реакций, и может различить в его мыслях спонтанную систематизацию. Характерное для юношества рефлексивное мышление зарождается с 11—12 лет, начиная с момента, когда субъект становится способен рассуждать гипотетико-дедуктивно, т. е. на основе одних общих посылок, без необходимой связи с реальностью или собственными убеждениями, иными словами, отдаваясь необходимости самого рассуждения в силу одной его формы (vi formae), в противоположность согласованию выводов с результатами опыта.

Однако подобный процесс рассуждения, непосредственным содержанием которого являются высказывания и который сообразно этому соответствующим образом формализован, предполагает другие операции, нежели рассуждение по поводу действия или реальности. Рассуждение, относящееся непосредственно к самой реальности, состоит в группировке операций, если можно так сказать, первой ступени, т. е. интериоризованных действий, которые могут сочленяться между собой и стали в силу этого обратимыми. Формальное же мышление в противоположность этому означает размышление (в собственном смысле) над этими операциями, т. е. оперирование операциями или их результатами и как итог — группировку операций второй ступени. Несомненно, содержания операций и здесь остаются такими же: проблема всегда будет заключаться в том, чтобы классифицировать, произвести сериацию, пересчитать, измерить, поместить или переместить в пространстве или во времени и т. д. Но посредством формальных операций осуществляется группировка не самих этих классов, рядов или пространственно-временных отношений как таковых (когда группировка направлена на структурирование действий и реальности), а высказываний, в которых выражаются или «отражаются» эти операции. Таким образом, содержанием формальных операций будут импликации (в узком смысле термина) и несовместимости, устанавливаемые между высказываниями, которые, в свою очередь, выражают классификации, сериации и т. д.

С этой точки зрения становится понятным, почему вертикальное смещение от конкретных к формальным операциям возникает даже тогда, когда вторые в известной степени повторяют содержание первых: действительно, речь идет об операциях отнюдь не одной и той же психологической трудности. Именно поэтому стоит только выразить простую проблему сериации представленных в беспорядке трех членов в форме высказывания, как прибавление к ряду становится исключительно затрудненным; в то же время в форме конкретной сериации и даже в форме мысленных транзитивных координаций по поводу действия такое прибавление, начиная с семи лет, не вызывает никаких трудностей. В этом смысле красивым примером является один из тестов Бурта: «Эдит более светлая (или блондинка), чем Сюзанна; Эдит более темная (или брюнетка), чем Лили; какая из трех девочек самая темная?» Решение этого вопроса достигается только к 12 годам. До этого мы встречаемся с рассуждениями вроде следующего: Эдит и Сюзанна — светлые, Эдит и Лили — темные, значит, Лили — более темная, Сюзанна — более светлая, а Эдит — между ними. Иными словами, десятилетний ребенок формально рассуждает так же, как рассуждали малыши 4—5 лет по поводу палочек, которые нужно было расположить в ряд, и только к 12 годам способен достичь в формальном плане того уровня, на котором в конкретном плане он умел оперировать с величинами уже к семи годам. И причина здесь просто в том, что теперь посылки даны в виде чисто вербальных гипотез, а заключение должно быть найдено формально (vi formae), без обращения к конкретным операциям.

Теперь нетрудно понять, почему формальная логика и математическая дедукция остаются недоступными для ребенка и кажутся образующими автономную область — область «чистого мышления», независимого от действия.

И действительно, независимо от того, идет ли речь об особом языке математических знаков (это знаки, в которых нет ничего от символов в определенном выше смысле, и как всякий язык, они требуют изучения для своего применения) или об обычной системе знаков — словах, выражающих простые высказывания,— во всех случаях гипотетико-дедуктивные операции оказываются расположенными в другой плоскости по сравнению с конкретными рассуждениями, ибо действие со знаками, отделенными от области реального, это нечто совершенно иное, чем действие, относящееся к реальности как таковой или к тем же знакам, но связанным с этой реальностью. Именно поэтому логика, вырывая эту конечную стадию из целостной системы умственной эволюции, на деле ограничивается тем, что аксиоматизирует характерные для данной стадии операции, а отнюдь не рассматривает их место в соответствующем им живом контексте. Впрочем, именно такова роль логики, но роль эта, конечно, полностью развертывается в том случае, когда ее сознательно учитывают. С другой стороны, логику толкает на этот способ движения и природа формальных операций, которые (поскольку операции второй ступени могут развертываться только на знаках) сами вступают на путь схематизации, свойственной аксиоматике. Поэтому именно психология интеллекта должна установить каноны формальных операций в их реальной перспективе и показать, что они не могли бы приобрести никакого значения для интеллекта, если бы не опирались на конкретные операции, одновременно и подготавливающие их и дающие им содержание. С этой точки зрения формальная логика не является адекватным описанием никакого живого мышления: формальные операции образуют структуру лишь конечного равновесия, к которому стремятся конкретные операции, когда они переносятся в более общие системы, комбинирующие между собой выражающие их высказывания.

Иерархия операций и их прогрессирующая дифференциация. Как мы видели, поведение представляет собой функциональный обмен между субъектом и объектами. Мы можем располагать формы поведения в ряд в соответствии с порядком генетической преемственности, который основан на возрастающих расстояниях в пространстве и времени, характеризующих все более и более сложные пути, проходимые таким обменом.

Таким образом, перцептивная ассимиляция и аккомодация выражают не что иное, как прямой обмен по прямолинейным путям. Навык характеризуется более сложными, но более короткими путями, которые стереотипны и идут в одном направлении. Сенсо-моторный интеллект вводит возвраты и отклонения; он настигает объект за пределами перцептивного поля и привычных путей, расширяя, таким образом, начальные расстояния в пространстве и времени, но всегда остается в поле собственного действия субъекта. С появлением репрезентативного и особенно с прогрессом интуитивного мышления интеллект приобретает способность обращаться к отсутствующим объектам и благодаря этому может вырабатывать отношение к невидимой реальности — прошедшей и отчасти будущей. Но такой интеллект оказывается действенным пока еще только по отношению к более или менее статичным фигурам. В случае предпонятия — это полуиндивидуальные-полуродовые образы, на протяжении интуитивного периода — это репрезентативные конфигурации целого, все лучше и лучше сочлененные; но в обоих случаях — это только фигуры, т. е. нечто выхваченное на мгновение из движущейся реальности и представляющее лишь некоторые состояния или некоторые пути из всего комплекса возможных путей. Таким образом, интуитивное мышление строит карту реального (чего не мог сделать сенсо-моторный интеллект, который сам был частью ближайшей реальности), но карта эта еще воображаемая, с большими белыми пятнами, и еще нет таких координирующих моментов, которые обеспечивали бы переход от одной ее точки к другой. С возникновением конкретных «группировок» операций эти фигуры растворяются или сливаются в плане целого; на этой основе совершается решающий прогресс в овладении расстояниями и дифференциации путей: теперь это уже не неподвижные состояния или пути, выхваченные мыслью, а сами трансформации, всегда позволяющие перейти из одной точки в другую, и наоборот. С этого момента становится доступной вся окружающая реальность. Но теперь она превращается вместе с тем и в представляемую реальность: с появлением формальных операций она становится даже более чем реальностью, потому что открывается целый мир того, что может быть построено, и потому что мышление становится свободным по отношению к реальному миру. Иллюстрацией такой способности является математическое творчество.

Если рассмотреть теперь механизм этого развития, а не только его прогрессирующее расширение, то можно констатировать, что каждый его уровень характеризуется новой координацией элементов, получаемых из процессов предыдущего уровня, причем получаемых уже в состоянии целостности, хотя и низшего порядка.

Так, сенсо-моторная схема — единица, свойственная системе досимволического интеллекта,— вбирает в себя перцептивные схемы и схемы, относящиеся к привычному действию (схемы восприятия и схемы навыка — это схемы одного и того же низшего порядка, только одни связаны с актуальным состоянием цели, а другие — с элементарными трансформациями состояний). Символическая схема, в свою очередь, вбирает в себя сенсо-моторные схемы с дифференциацией функций, подражательной аккомодацией (развивающейся в образные обозначающие) и ассимиляцией (определяющей обозначаемые). Интуитивная схема выступает как одновременно координирующая и дифференцирующая образные схемы. Операциональная схема конкретного порядка — это группировка интуитивных схем, самим фактом их группировки возведенных в ранг обратимых операций. И наконец, формальная схема — это, как мы только что видели, не что иное, как система операций второй ступени, т. е. группировка, оперирующая конкретными группировками.

Каждый из переходов от одного из этих уровней к следующему характеризуется, таким образом, одновременно как новой координацией, так и дифференциацией систем, составляющих единицу предыдущего уровня. В конечном счете эти последовательные дифференциации ретроспективно проливают свет на недифференцированную природу начальных механизмов и благодаря этому оказывается возможным постичь одновременно как генеалогию операциональных группировок — на основе постепенной дифференциации, так и природу дооперациональных уровней — на основе недифференцированности действующих процессов.

Так, например, сенсо-моторный интеллект завершается (как мы это видели в главе IV) своего рода эмпирической группировкой движений, которая с психологической стороны характеризуется поведениями возврата и отклонения, а геометрически — тем, что Пуанкаре назвал группой (экспериментальной) перемещений. Но само собой разумеется, что на этом элементарном уровне, предшествующем всякому мышлению, группировку нельзя рассматривать как операциональную систему, потому что, по существу, она является системой лишь выполненных движений. Именно поэтому она фактически является недифференцированной, а перемещения, о которых идет речь, всегда направлены в одно и то же время в сторону непосредственной цели и в сторону практической конечной цели. Можно, следовательно, сказать, что на этом уровне пространственно-временные, логико-арифметические и практические (с точки зрения средств и цели) группировки образуют еще единое целое и оно, ввиду отсутствия дифференциации, не может образовать операционального механизма.

В конце указанного периода и в начале периода репрезентативного мышления, напротив, благодаря появлению символа возникает возможность первой дифференциации — на практические группировки (цели и средства), с одной стороны, и представление — с другой. Но это последнее еще недифференцировано, поскольку логико-математические операции не в состоянии отчлениться от операций пространственно-временных. Эот и понятно: на интуитивном уровне нет ни классов, ни отношений в собственном смысле, поскольку и те и другие остаются одновременно и пространственными совокупностями, и пространственно-временными отношениями; отсюда их интуитивный и дооперациональный характер. И напротив, появление операциональных группировок к 7—8 годам как раз и характеризуется явной дифференциацией ставших независимыми логико-математических операций (классы, операции и не связанные с пространством числа), с одной стороны, и пространственно-временных или инфралогических операций — с другой. Наконец, уровень формальных операций знаменуется последней дифференциацией — дифференциацией между операциями, связанными с реальным действием, с одной стороны, и гипотетико-дедуктивными операциями, относящимися к чистым импликациям между высказываниями-посылками,— с другой.

Определение «умственного уровня». Знания, приобретенные в психологии интеллекта, имеют три возможных применения, которые непосредственно не относятся к нашей теме, но полезны как средство проверки теоретических гипотез.

Общеизвестно, каким образом Бине для определения степени отставания отклоняющихся от нормы форм поведения ввел свою замечательную метрическую шкалу интеллекта. Тонкий аналитик процессов мышления, Бине больше чем кто бы то ни было понимал, насколько трудно добиться измерения самого механизма интеллекта. Но именно по этой причине он был вынужден прибегнуть к своего рода психологической вероятности. Собрав вместе с Симоном результаты самых различных опытов, он стремится определить частоту правильных решений в зависимости от возраста: интеллект тогда может быть оценен или по степени превосходства над средним статистическим возрастом, соответствующим правильным решениям, или по степени отставания от него.

Неоспоримо, что такие тесты, выполненные для каждого уровня, дают то, чего от них ждут: быструю и практическую оценку глобального уровня индивида. Но не менее очевидно и то, что они измеряют просто «успеваемость», не затрагивая конструктивных операций как таковых. Как очень точно сказал Пьерон, понимаемый таким образом интеллект выражает, по существу, суждение о ценности, отнесенное к сложному поведению.

С другой стороны, после Бине количество тестов было значительно увеличено, причем стремились дифференцировать их в зависимости от тех или иных склонностей. Так, в области интеллекта выработали тесты рассуждения, понимания, знания и т. д. Тем самым проблема была сведена к тому, чтобы выделить отношения между этими статистическими результатами в надежде расчленить и измерить различные факторы, функционирующие в тонком механизме мышления. Этой задачей — с ее точными статистическими методами[1] — особенно увлекаются Спирмен и его школа, которые в конечном итоге пришли к гипотезе вмешательства некоторых постоянных факторов. Наиболее общий из этих факторов был назван Спирменом фактором g; его величина находится в определенном соотношении с интеллектом индивида. Но, как подчеркивал сам автор, фактор g выражает просто «общий интеллект», т. е. степень общей действенности комплекса способностей субъекта: поэтому можно было бы говорить о качестве нервной и психической организации, приводящей к тому, что одни индивиды выполняют умственную работу с большей легкостью, чем другие.

Имели место и другие реакции против эмпиризма простых измерений успеваемости, сводившиеся к попыткам определить сами операции, которыми располагает данный индивид. Граница операции бралась при этом в ограниченном направлении и по отношению к генетической конструкции, как делали это и мы в настоящей работе. Так, например, Б. Инельдер использовала понятие «группировки» в диагностике рассуждения. Ей удалось показать, что у умственно отсталых в

[1] Исчисление «тетраэдр-различий» или корреляций корреляций.

полной мере можно найти тот же самый порядок овладения понятиями сохранения материи, веса и объема, что и у нормальных индивидов. Б. Инельдер особо отмечает, что невозможно встретить ни последнего из этих инвариантов (который, впрочем, имеет место только у умственно отсталых и чужд слабоумным) без двух других, ни второго без первого, тогда как вполне можно найти сохранение материи без сохранения веса и объема и сохранение материи и веса без сохранения объема. Б. Инельдер сумела противопоставить дебильность, с одной стороны, имбецильности, взяв за критерии различения наличие конкретных группировок (на которые имбецильный неспособен), и с другой — простой умственной отсталости, характеризующейся неспособностью к формальному рассуждению, т. е. незавершенностью операциональной конструкции[1]. В этой работе впервые был применен тот метод, который можно было бы широко использовать для определения уровней интеллекта вообще.

ГЛАВА VI. СОЦИАЛЬНЫЕ ФАКТОРЫ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ

Человеческое существо с самого своего рождения погружено в социальную среду, которая воздействует на него в той же мере, как и среда физическая. Более того, подобно тому как это делает физическая среда, общество не просто воздействует на индивида, но непрестанно трансформирует самую его структуру, ибо оно не только принуждает его к принятию фактов, но и представляет ему вполне установившиеся системы знаков, изменяющие мышление индивида, предлагает ему новые ценности и возлагает на него бесконечный ряд обязанностей. Это позволяет сделать очевидный вывод, что социальная жизнь трансформирует интеллект через воздействие трех посредников: языка (знаки), содержания взаимодействий субъекта с объектами (интеллектуальные ценности) и правил, предписанных мышлению (коллективные логические или дологические нормы).

Конечно, общество в социологии необходимо рас-

[1] См.: B. Inhelder. Le diagnostic du raisonnement chez les débiles mentaux. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1944.

сматривать как нечто целое, хотя это целое, весьма отличное от суммы индивидов, есть не что иное, как совокупность отношений или взаимодействий между индивидами. Каждое такое отношение между индивидами (включающее минимум двоих) существенно видоизменяет его участников и, таким образом, формирует некоторую целостность; при этом целостность, охватывающая все общество, является скорее системой отношений, чем субстратом, сущностью или причиной. Надо иметь в виду, что эти отношения крайне многочисленны и сложны, реально они образуют непрерывную канву истории как через посредство воздействия одних поколений на другие, так и благодаря синхронной системе равновесия в каждый момент истории. Это позволяет говорить об обществе как связном целом на языке статистики (подобно тому, как гештальт слагается из статистической системы отношений). При этом важно лишь помнить о статистической природе выражений социологического языка: если забыть об этом, то слова могут приобрести совершенно фантастический смысл. В социологии мышления может даже возникнуть вопрос, не лучше ли заменить обычный глобальный язык ссылкой на типы действующих отношений (остающиеся, разумеется, статистическими)?

Но когда речь идет о психологии, т. е. когда основной единицей анализа становится уже не совокупность (или совокупности) отношений как таковых, а индивид, измененный социальными отношениями, тогда слишком общие статистические термины оказываются явно недостаточными. Выражение «воздействие социальной жизни» столь же расплывчато, как и понятие «воздействие физической среды», если отказаться от его детализации. Разумеется, от самого рождения вплоть до зрелого возраста человеческое существо является объектом социальных давлений, но давления эти осуществляются в соответствии с определенным порядком развития, и типы их весьма разнообразны. Подобно тому как физическая среда не внедряется в эволюционирующий интеллект сразу и вся целиком, а постепенно в соответствии с опытом появляются отдельные приобретения (причем эти приобретения и особенно регулирующие их способы ассимиляции и аккомодации, крайне различные для разных уровней, могут быть прослежены буквально шаг за шагом), точно так же и социальная среда дает место для взаимодействий между развивающимся индивидом и его окружением, взаимодействий, весьма различающихся и вместе с тем сохраняющих закономерную преемственную связь друг с другом. Именно эти типы взаимодействий и законы их преемственности психолог должен установить с особенной тщательностью, иначе он рискует упростить свою задачу настолько, что сведет ее к чистой социологии. Но как только мы признаем значительность факта видоизменения структуры индивида в результате этих взаимодействий, тотчас исчезают какие бы то ни было основания для конфликта между социологией и психологией: обе эти дисциплины выигрывают, если они выходят за рамки одного лишь глобального анализа и встают на путь анализа указанных отношений.

Социализация индивидуального интеллекта. В зависимости от уровня развития индивида природа его взаимодействия с социальной средой может быть весьма различной и, в свою очередь, может, соответственно, по-разному видоизменять индивидуальную психическую структуру.

Уже в сенсо-моторный период младенец является объектом многочисленных социальных воздействий: ему доставляют максимальные удовольствия, доступные его небольшому опыту — от кормления до проявлений определенных чувств (его окружают заботой, ему улыбаются, его развлекают, успокаивают); ему внушают также навыки и регулятивы, связанные с сигналами и словами, взрослые запрещают ему определенные виды поведения и ворчат на него. Короче говоря, если смотреть со стороны, грудной младенец находится в центре множества отношений, предвещающих знаки, ценности и правила последующей социальной жизни. Но с точки зрения самого субъекта социальная среда по существу еще не отделяется от среды физической, по крайней мере до пятой из выделенных нами в сенсо-моторном интеллекте стадий (гл. IV). Знаки, употребляемые по отношению к ребенку в этом возрасте, являются для него лишь указателями или сигналами. Правила, которые ему предписывают, еще не составляют осознанных обязанностей и смешиваются с закономерностями, свойственными навыкам. Что касается лиц, то они выступают для него как определенные картины, аналогичные всем тем картинам, которые образуют реальность, только особенно активные, неожиданные и являющиеся источником более интенсивных чувств. Младенец старается воздействовать на них так же, как на вещи, различными криками и эффективными жестами, заставляя их продолжать заинтересовавшие его действия; но в этой ситуации еще нет никакого мыслительного взаимодействия, потому что для ребенка на этом уровне не существует мысли, а следовательно, и никакого сколько-нибудь глубокого изменения интеллектуальных структур, вызываемого воздействием окружающей социальной жизни[1].

Только на базе овладения языком, т. е. с наступлением символического и интуитивного периодов, появляются новые социальные отношения, которые обогащают и трансформируют мышление индивида. Но в этой проблеме следует различать три разные стороны.

Во-первых, надо иметь в виду, что система коллективных знаков сама по себе не порождает символической функции, а лишь естественно развивает ее в таком объеме, который для отдельно взятого индивида мог бы представляться излишним. С другой стороны, знак как таковой, чисто условный («произвольный») и полностью сконструированный, не является достаточным средством выражения мышления маленького ребенка: он не довольствуется тем, чтобы говорить,— ему нужно играть в то, что он думает, выражать свои мысли символически, при помощи жестов или объектов, представлять вещи посредством подражания, рисования и конструирования. Короче говоря, с точки зрения собственно выражения мысли ребенок вначале остается в промежуточном положении между применением коллективного знака и индивидуального символа. Впрочем, наличие и того и другого необходимо всегда, но у малышей индивидуальный символ развит значительно больше, чем у взрослых.

Во-вторых, язык передает индивиду вполне готовую, сформировавшуюся систему понятий, классификаций, отношений — иными словами, неисчерпаемый потенциал идей, которые заново строятся каждым индивидом по модели, выработанной в течение многих ве-

---

[1] Если рассматривать все это с точки зрения аффектов, то несомненно, что только на уровне построения понятия объекта появляется аффективное отношение к лицам, которые после этого начинают восприниматься как центры независимых действий.

ков предыдущими поколениями. Но само собой разумеется, что в этом наборе ребенок заимствует только то, что ему подходит, гордо проходя мимо того, что превышает его уровень мышления. И то, что он заимствует, ассимилируется им в соответствии со сложившейся у него в данное время интеллектуальной структурой: слово, предназначенное для выражения общего понятия, сначала порождает лишь полуиндивидуальное-полусоциализированное предпонятие (так, например, слово «птица» вызывает в представлении домашнюю канарейку и т. д.).

Наконец, в-третьих, остаются сами отношения, в которые индивид вступает со своим окружением; это «синхронные» отношения, противоположные тем «диахронным» процессам, со стороны которых ребенок испытывает влияние, овладевая языком и связанными с ним способами мышления. Эти синхронные отношения с самого начала занимают ведущее место: разговаривая со своими близкими, ребенок каждое мгновение наблюдает, как подтверждаются или опровергаются его мысли, и он постепенно открывает огромный мир внешних по отношению к нему мыслей, которые дают ему новые сведения или различным образом производят на него впечатление. Таким образом, с точки зрения интеллекта (а только о нем одном здесь и идет речь) субъект идет по пути все более интенсивного обмена интеллектуальными ценностями и подчиняется все большему и большему количеству обязательных истин (под которыми понимаются вполне оформленные мысли или нормы рассуждения в собственном смысле).

Однако и здесь было бы ошибочным как преувеличение этих способностей к ассимиляции, свойственных интуитивному мышлению, так и смешение их с тем, во что они превратятся на операциональном уровне. В самом деле, рассматривая адаптацию мышления к физической среде, мы видели, что для интуитивного мышления, преобладающего до конца раннего детства (7 лет), характерна сохраняющая постоянное значение неуравновешенность между ассимиляцией и аккомодацией. Интуитивное отношение, в противоположность «группировке» всех действующих отношений, всегда проистекает из «центрации» мысли в зависимости от собственной деятельности; так, эквивалентность двух рядов объектов оказывается понятой ребенком этого уровня только по отношению к действию приведения их в соответствие, но понимание сразу же утрачивается, едва это действие заменяется другим. Таким образом, интуитивное мышление всегда свидетельствует о деформирующем эгоцентризме, ибо отношение, принимаемое субъектом, всецело связывается с его действием и не децентрируется в объективной системе[1]. С другой стороны, сам по себе тот факт, что интуитивная мысль в каждый момент «центрируется» на данном отношении, делает ее элементом мира феноменов; поэтому она, как мысль, может приближаться к реальности только по своей перцептивной видимости. Интуитивная мысль, следовательно, находится во власти непосредственного опыта, который она копирует и имитирует, вместо того чтобы корректировать. Реакция интеллекта этого уровня на социальную среду абсолютно параллельна его реакции на физическую среду, что, впрочем, вполне естественно, поскольку эти два вида опыта в реальной действительности неразделимы.

Как бы ни был зависим маленький ребенок от окружающих интеллектуальных влияний, он ассимилирует их по-своему: все эти явления он сводит к своей собственной точке зрения и тем самым, сам того не замечая, деформирует их; своя собственная точка зрения еще не отчленилась для него от точки зрения других, поскольку у него нет координации или «группировки» самих точек зрения. Поэтому, из-за отсутствия сознания своей субъективности, он эгоцентричен как в социальном, так и в физическом плане. Например, ребенок может показать свою правую руку, но, глядя на стоящего против него партнера, будет путать отношения, не умея встать на другую точку зрения как в социальном, так и в геометрическом смысле; аналогичную ситуацию (когда ребенок сначала приписывает другим свой собственный взгляд на вещи) мы фиксировали при анализе выработки понимания перспективы; при оперировании понятием времени случается даже и так, что маленький ребенок, признавая себя намного младше отца, тем не менее полагает, что отец родился после него; в основе такого вывода лежит не-

[1] А. Валлон, который критиковал понятие эгоцентризма, сохраняет между тем само его содержание, которое он удачно выразил, сказав, что маленький ребенок мыслит в желательном, а не в изъявительном наклонении.

умение вспомнить, что он делал до этого. Короче говоря, интуитивная центрация (противоположная операциональной децентрации) подкрепляется неосознанным и в силу этого постоянным преобладанием собственной точки зрения. Этот интеллектуальный эгоцентризм в любом случае скрывает за собой не что иное, как недостаток координации, отсутствие «группировки» отношений с другими индивидами и вещами. И это вполне естественно: преобладание собственной точки зрения, как и интуитивная центрация на основе собственного действия, является лишь выражением исходной неотделимости от деформирующей ассимиляции, поскольку все определяется единственно возможной в начальном пункте точкой зрения. Подобная недифференцированность не содержит в себе, по сути дела, ничего удивительного: умение различать точки зрения и координировать их предполагает целостную деятельность интеллекта.

Но поскольку начальный эгоцентризм вытекает из простой недифференцированности между ego и alter, как раз в этот период субъект особенно подвержен любому влиянию и любому принуждению со стороны окружения; он приспосабливается к такому влиянию и принуждению без всякой критики из-за отсутствия своей собственной точки зрения (в подлинном смысле слова); так, маленькие дети часто не сознают, что они подражают, считая, что инициатива в создании образца принадлежит им, и, наоборот, нередко они приписывают другим свойственные им мысли. Именно поэтому в развитии ребенка апогей эгоцентризма совпадает с апогеем силы влияния примеров и мнений окружающих, а смесь ассимиляции в «я» и аккомодации к окружающим образцам может быть объяснена из тех же соображений, что и смесь эгоцентризма и феноменализма, свойственная начальному интуитивному пониманию физических отношений.

Однако надо оговориться, что сами по себе одни эти условия (которые, как было показано, сводятся к отсутствию «группировки») недостаточны для того, чтобы принуждение со стороны окружения могло породить в уме ребенка логику, даже если истины, внушаемые посредством этого принуждения, рациональны по своему содержанию; ведь умение повторять правильные мысли, даже если субъект при этом думает, что они исходят от него самого, еще не ведет к умению правильно рассуждать. Напротив, если мы хотим научить субъекта рассуждать логично, то необходимо, чтобы между ним и нами были установлены те отношения одновременной дифференциации и реципрокности, которые характеризуют координацию точек зрения.

Иными словами, на дооперациональных уровнях, охватывающих период от появления языка приблизительно до 7—8 лет, структуры, свойственные формирующемуся мышлению, исключают возможность образования социальных отношений кооперации, которые одни только и могут привести к построению логики.

Ребенок, колеблющийся между деформирующим эгоцентризмом и пассивным принятием интеллектуальных принуждений, не может еще выступать как объект социализации, способной глубоко изменить механизм его интеллекта.

И напротив, на уровне построения «группировок» операций (сначала конкретных, затем — что особенно важно — формальных) вопрос о роли социального обмена и индивидуальных структур в развитии мышления ставится со всей остротой. Действительно, формирование подлинной логики, происходящее в течение этих двух периодов, сопровождается двумя видами специфически социальных явлений, относительно которых мы должны точно установить, вытекают ли они из появления группировок или же, наоборот, являются их причиной.

С одной стороны, по мере того как интуиции сочленяются и в конечном итоге группируются в операции, ребенок становится все более и более способен к кооперации — социальному отношению, отличающемуся от принуждения тем, что оно предполагает наличие реципрокности между индивидами, умеющими различать точки зрения друг друга. В плане интеллекта кооперация является, следовательно, объективно ведущейся дискуссией (из нее и на основе ее возникает позднее та интериоризованная дискуссия, какую представляет собой размышление или рефлексия), сотрудничеством в работе, обменом мыслями, взаимным контролем (источником потребности в проверке и доказательстве) и т. д. С этой точки зрения становится ясным, что кооперация находится в исходной точке ряда поведений, имеющих важное значение для построения и развития логики.

С другой стороны, сама логика не является (с психологической точки зрения, которой мы в данном случае придерживаемся) только системой независимых операций: она воплощается в совокупности состояний сознания, интеллектуальных чувств и поведений с такими характеристиками, социальную природу которых трудно оспаривать, независимо от того, первична она или производна. Если рассматривать логику под этим углом зрения, то очевидно, что ее содержание составляют общие правила или нормы: она является моралью мысли, внушенной и санкционированной другими. В этом смысле, например, требование не впадать в противоречия есть не просто условная необходимость («гипотетический императив»), предписывающая подчинение правилам операционального функционирования, но также и моральный императив («категорический»), поскольку это требование выступает как норма интеллектуального обмена и кооперации. И действительно, ребенок стремится избежать противоречий прежде всего из чувства обязанности перед другими.

Точно так же объективность, потребность в проверке, необходимость сохранять смысл слов и высказываний и т. д.— все это в равной мере и условия операциональногоо мышления, и социальные обязанности.

В этом пункте неизбежно встает вопрос: является ли «группировка» причиной или следствием кооперации? «Группировка» — это координация операций, т. е. действий, доступных индивиду. Кооперация — это координация точек зрения или, соответственно, действий, исходящих от различных индивидов. Таким образом, родство «группировки» и координации очевидно, но важно выяснить, операциональное ли развитие, внутренне присущее индивиду, делает его способным вступать в кооперацию с другими индивидами или же, напротив, извне данная и затем интериоризованная индивидом кооперация заставляет его группировать свои действия в операциональные системы.

Операциональные «группировки» и кооперация. На вопрос о соотношении «группировки» и кооперации, несомненно, следует давать два различных, но взаимодополняющих ответа. С одной стороны, без интеллектуального обмена и кооперации с другими людьми индивид не сумел бы выработать способность группировать операции в связное целое, и в этом смысле операциональная «группировка» предполагает, следовательно, в качестве своего условия социальную жизнь. Но, с другой стороны, сами процессы интеллектуального обмена подчиняются закону равновесия, представляющему собой, по сути дела, не что иное, как операциональную «группировку», ибо кооперация, помимо всего прочего, означает также и координацию операций.

Поэтому «группировка» выступает как форма равновесия не только индивидуальных, но и межиндивидуальных действий, и с этой точки зрения она является автономным фактором, коренящимся в недрах социальной жизни.

В самом деле, очень трудно понять, каким образом смог бы индивид без интеллектуального обмена точно сгруппировать операции и, следовательно, трансформировать свои «интуитивные представления в транзитивные, обратимые, идентичные и ассоциативные операции. «Группировка» состоит, по существу, в том, что восприятия и спонтанные интуитивные представления индивида освобождаются от эгоцентрической точки зрения и создается система таких отношений, при которых оказывается возможным переход от одного члена или отношения к другому, независимо от той или иной определенной точки зрения. Следовательно, группировка по самой своей природе есть координация точек зрения, что фактически означает координацию наблюдателей, т. е. координацию многих индивидов.

Предположим, однако, что какой-то супериндивид после бесконечного ряда сопоставлений точек зрения сумел бы сам скоординировать их между собой таким образом, что построил «группировку». Но каким образом один индивид, даже обладающий достаточно длительным опытом, смог бы вспомнить свои предшествующие точки зрения, т. е. комплекс отношений, которые он воспринимал раньше, но теперь уже не воспринимает? Если бы он действительно обладал такой способностью, то это означало бы, что он сумел построить своего рода обмен между своими различными последовательными состояниями, т. е. посредством непрерывного ряда соглашений с самим собой сумел создать для себя систему условных обозначений, способных консолидировать его воспоминания и перевести их на язык представлений; тем самым было бы построено общество, состоящее из его различных «я»! Ведь, в сущности, именно постоянный обмен мыслями с другими людьми позволяет нам децентрировать себя и обеспечивает возможность внутренне координировать отношения, вытекающие из разных точек зрения. В частности, без кооперации было бы чрезвычайно трудно сохранять за понятиями постоянный смысл и четкость их определения. Поэтому сама обратимость мышления оказывается связанной с сохранением коллектива, вне которого индивидуальная мысль обладает значительно меньшей мобильностью.

Сказав это и тем самым признав, что логически правильно построенная мысль обязательно является социальной, нельзя упускать из виду и того, что законы «группировки» образуют общие формы равновесия, в равной мере выражающие равновесие как межиндивидуальных обменов, так и операций, которые способен осуществлять всякий социализированный индивид, когда он начинает строить рассуждение во внутреннем плане, опираясь при этом на глубоко личные и наиболее новые из своих мыслей. Следовательно, утверждение, что индивид овладевает логикой только благодаря кооперации, сводится просто к принятию тезиса, что сложившееся у него равновесие операций основывается на его бесконечной способности к взаимодействию с другими индивидами, т. е. на полной реципрокности. Однако этот тезис совершенно очевиден, поскольку сама по себе «группировка» есть система реципрокностей.

Более того, можно сказать, что и интеллектуальный обмен между индивидами представляет собой, по сути дела, систему приведений в соответствие, т. е. совершенно точно определенные группировки: такому-то отношению, установленному с точки зрения A, соответствует (как результат обмена) такое-то отношение с точки зрения B, а такая-то операция, осуществленная A, соответствует такой-то операции, осуществленной B (независимо от того, эквивалентна ли она первой операции или просто реципрокна с ней). Именно эти соответствия определяют согласие (или несогласие, когда речь идет о несоответствии) партнеров относительно каждого высказывания, выдвинутого A или B; их можно рассматривать как обязательства, которые берут на себя партнеры для сохранения принятых высказываний и приписывания им в течение длительного промежутка времени единого значения: и то и другое необходимо для последующих обменов. Интеллектуальный обмен между индивидами можно сравнить с огромной по своим размерам и непрерывной партией в шахматы, где каждое действие, совершенное в одном пункте, влечет за собой серию эквивалентных или дополнительных действий со стороны партнеров; законы группировки — это не что иное, как различные правила, обеспечивающие реципрокность игроков и согласованность (cohérence) их игры.

Точнее, следовало бы сказать, что каждая группировка, будучи внутренней для индивида, есть система операций, а кооперация образует систему операций, осуществляемых сообща, т. е. систему операций в собственном смысле слова.

Однако отсюда еще не следует, что законы группировки определяют одновременно как законы кооперации, так и законы индивидуальной мысли. Они составляют, как мы уже говорили, всего лишь законы равновесия и выражают просто ту частную форму равновесия, которая реализуется при двух условиях: во-первых, когда общество уже не деформирует индивида своим принуждением, а воодушевляет и поддерживает свободное функционирование его психической деятельности; во-вторых, когда такое свободное функционирование мысли каждого индивида, в свою очередь, уже не деформирует ни мысли других индивидов, ни вещи, а базируется на реципрокности между различными деятельностями. В соответствии с этим определением, такая форма равновесия не может рассматриваться ни как результат одной лишь индивидуальной мыслительной деятельности, ни как исключительно социальный продукт: внутренняя операциональная деятельность и внешняя кооперация являются, в самом точном смысле слова, двумя дополняющими аспектами одного и того же целого, ибо равновесие одного зависит от равновесия другого. Более того, поскольку в реальной действительности равновесие никогда не достигается полностью, мы вынуждены рассматривать определенную идеальную форму, которую бы оно приняло, если бы было реализовано, и именно это идеальное равновесие аксиоматически описывает логика. Логик оперирует, таким образом, в области идеального (в противоположность реальному) и имеет на это право, потому что равновесие, которое он изучает, никогда не может быть полностью реализовано; напротив, новые эффективные построения делают его достижение все более и более отдаленным. Что же касается социологов и психологов, то когда они исследуют, каким образом фактически осуществляется это уравновешивание, им не остается ничего другого, как прибегать к помощи друг друга.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. РИТМЫ, РЕГУЛЯЦИИ И «ГРУППИРОВКИ»

Интеллект в целом появляется как структурирование, придающее определенные формы обменам (взаимодействиям) между одним или несколькими субъектами и окружающими объектами, находящимися близко от субъектов или расположенными весьма далеко. Специфика интеллекта зависит, по существу, от природы «форм», которые он конструирует.

Сама жизнь, как говорил Браше, уже является творцом «форм» [1]. Конечно, эти биологические «формы» есть «формы» организма — каждого из его органов и материального обмена со средой. Но с появлением инстинкта анатомо-физиологические формы дополняются функциональными обменами, т. е. «формами» поведения. Действительно, инстинкт — это не что иное, как функциональное продолжение структуры органов: клюв дятла продолжается в ударном инстинкте, лапа, способная рыть, — в роющем инстинкте, и т. д. Инстинкт — это логика органов, и именно поэтому он способен достигать таких «форм» поведения, осуществление которых в операциональном плане в собственном смысле предполагало бы (при всей кажущейся аналогичности соответствующих форм) наличие, как правило, исключительно высокоразвитого интеллекта (в качестве примера можно привести поиск объекта, расположенного за пределами поля восприятия и на различных расстояниях).

Навык и восприятие образуют уже другие «формы» (на этом настаивала гештальттеория, выявлявшая законы их организации). Следующий тип «форм» дает нам интуитивное мышление. Что касается операционального интеллекта, то он, как мы это неоднократно видели, характеризуется мобильными и обратимыми «формами», образующими «группы» и «группировки».

Если мы хотим добавить к рассмотренным в начале (гл. I) биологическим соображениям то, чему научил

---

[1] С этой точки зрения схемы ассимиляции, направляющие развитие интеллекта, можно сравнить с «организаторами», действующими в эмбриональном развитии.

нас анализ интеллекта, речь должна идти, по существу, о том, чтобы, подводя итоги, определить место операциональных структур в общем ряду всех возможных «форм». Операциональный акт по своему содержанию может быть очень сходным с интуитивным, сенсо-моторным или перцептивным и даже инстинктивным актом; так, геометрическая фигура может появиться в результате логического построения, дооперациональной интуиции, восприятия, автоматизированного навыка и даже строительного инстинкта. Следовательно, разница между различными уровнями — не в содержании акта (т. е. до некоторой степени не в материализованной «форме», выражающей его результат)[1], эта разница — в «форме» самого акта и в его развивающейся организации. В случае рефлексивного интеллекта, достигшего своего равновесия, эта «форма» состоит в определенной «группировке» операций. В случаях, занимающих промежуточное положение между восприятием и интуитивным мышлением, «форма» поведения выступает как «форма» регулирования, более медленного или, наоборот, более быстрого, иногда даже почти мгновенного, но всегда именно как «регуляция». И наконец, в случае инстинктивного поведения или рефлекса речь идет о принявшей относительно законченный вид и неподвижной установке, выступающей как единое целое и реализуемой через периодические повторения или «ритмы». Таким образом, в развитии интеллекта имеет место следующая последовательность основных структур или «форм»: ритмы, регуляции, группировки.

Органические или инстинктивные потребности, лежащие в основе мобильности элементарных «форм» поведения, действительно являются периодическими и подчиняются, следовательно, структуре *ритма:* голод, жара, половое влечение и т. д. Что касается рефлекторных установок, обеспечивающих удовлетворение этих потребностей и образующих особую подсистему психической жизни, то в настоящее время нам достаточно хорошо известно, что они составляют целостные системы и отнюдь не вытекают из сложения элементарных реакций; передвижение двуногого и особенно четвероно-

[1] Следует отметить, что именно на этой внешней форме и настаивает обычно «теория формы», что приводит ее сторонников к пренебрежению генетической конструкцией.

гого (организация которого свидетельствует, согласно Грэхему Брауну, о ритме целого, господствующего над дифференцированными рефлексами и даже предшествующего им), такие сложные рефлексы, как рефлекс сосания у новорожденного, и т. д. вплоть до импульсивных движений, характеризующих поведение грудного младенца, — все эти системы представляют собой функционирование, ритмическая форма которого совершенно очевидна. Аналогичным образом и инстинктивные поведения животного, нередко поразительно специализированные, состоят из совершенно определенной последовательности движений, которые создают некоторый ритм, ибо повторяются периодически через постоянные промежутки времени. Таким образом, ритм характеризует виды функционирования, находящиеся на стыке органической и психической жизни, и это настолько неоспоримо, что даже в области элементарных восприятий или ощущений различие в степени восприимчивости делает совершенно очевидным наличие примитивных ритмов, полностью ускользающих от сознания субъекта; точно так же ритм лежит и в основе всякого движения, включая движения, в которые в качестве составной части входит моторный навык.

Итак, ритм представляет собой структуру, которую нельзя не учитывать при определении места интеллекта в общем ряду живых «форм», ибо способ образования последовательной цепи, который предполагается ритмом, в элементарном виде предвещает то, что позднее выступит как собственно обратимость, свойственная высшим операциям. Независимо от того, рассматриваем ли мы особые рефлекторные подкрепления и торможения или вообще последовательность движений, ориентированных попеременно во взаимно-противоположных направлениях, схема ритма всегда так или иначе требует чередования двух антагонистических процессов, один из которых функционирует в направлении $A \rightarrow B$, а другой — в обратном направлении: $B \rightarrow A$. Правда, процессы, ориентированные во взаимно-противоположных направлениях, имеют место и в системе перцептивных и интуитивных регуляций, а также в регуляциях, которые релятивны по отношению к движениям, координируемым на основе опыта; однако во всех этих случаях такие процессы следуют друг за другом без характерной для ритма последовательности (регулярности) и лишь в соответствии с «перемещениями равновесия», вызываемыми новой внешней ситуацией. Антагонистические же движения, присущие ритму, напротив, регулируются самой внутренней (и наследственной) установкой и представляют, следовательно, значительно менее гибкую и внутренне жестко связанную целостную систему регулярности. Еще более значительна разница между ритмом и свойственными интеллектуальной обратимости обратными операциями, которые являются преднамеренными и связаны с весьма мобильными операциями «группировки».

Наследственный ритм обеспечивает, таким образом, определенное сохранение форм поведения, которое совершенно не исключает ни их сложности, ни даже относительной гибкости (негибкость инстинктов обычно преувеличивается). Но в той мере, в какой мы имеем дело с врожденными установками, это сохранение периодических схем свидетельствует о систематическом отсутствии аккомодаций субъекта к возможным модификациям внешней ситуации.

И напротив, по мере накопления опыта аккомодация дифференцируется, а элементарные ритмы в той же самой мере интегрируются более широкими системами, уже более не характеризующимися регулярной периодичностью. Вот здесь-то и появляется вторая общая структура, продолжающая ритмику начального периода и выступающая в форме *регуляций*[1]: именно с регуляциями мы сталкивались, начиная с восприятия и кончая дооперациональными интуициями. Восприятие, например, всегда представляет собой целостную систему отношений и с этой точки зрения может рассматриваться как мгновенная форма равновесия множества элементарных сенсорных ритмов, различными способами объединенных между собой или включенных друг в друга. Эта система стремится к самосохранению в качестве целостной системы до тех пор, пока остаются неизменными внешние данные, но как только они изменяются, аккомодация к новым данным влечет за собой «перемещение равновесия». Однако такие перемещения не могут быть безграничными, и равновесие, устанав-

[1] Мы говорим здесь, естественно, о структурных регуляциях, а не о тех энергетических регуляциях, которые, согласно П. Жане и др., характеризуют аффективную жизнь ребенка на тех же самых уровнях его развития.

ливаемое на основе ассимиляции прошлых перцептивных схем, свидетельствует о тенденции воздействовать в направлении, обратном внешней модификации[1]. Это и есть регуляция, т. е. включение в структуру поведения антагонистических процессов, сравнимых с теми, которые уже проявлялись в периодических движениях, но разворачивающихся теперь на высшей ступени, намного более сложной и широкой, и не связанных с обязательной периодичностью.

Структуру, для которой свойственны регуляции, отнюдь нельзя считать специфической только для восприятия. Она в такой же мере обнаруживается и в «корректировках», характерных для развития моторики. Системы такого рода присущи вообще всему сенсо-моторному развитию, вплоть до различных уровней сенсомоторного интеллекта. Есть только один случай, занимающий привилегированное положение, — случай перемещений в собственном смысле слова с возвратами и отклонениями, когда система имеет тенденцию к достижению обратимости и тем самым предвещает появление группировки (хотя и с ограничениями, о которых уже шла речь). В общем же случае, ввиду отсутствия полного урегулирования между ассимиляцией и аккомодацией, регуляция никогда не достигает полной обратимости, хотя она, несомненно, уменьшает и корректирует противодействующие индивиду изменения и действует в направлении, обратном предыдущим трансформациям.

Если, в частности, иметь в виду складывающееся мышление, то можно сказать, что интуитивные центрации и эгоцентризм, свойственные последовательно конструируемым отношениям этого периода, способствуют сохранению необратимости мышления, как это было показано при анализе несохранений (гл. V). Следовательно, интуитивные трансформации «компенсируются» только действием регуляций, мало-помалу приводящих интеллектуальные ассимиляцию и аккомодацию в состояние гармонии и обеспечивающих ассимиляции и аккомодации функцию регулятора неоперационального

---

[1] См., например, иллюзию Дельбёфа, о которой говорилось на стр. 122—123.

мышления в процессе внутренних движений, ощупью ведущих к построению представления.

Итак, нетрудно увидеть, что регуляции (различные типы которых последовательно располагаются от восприятий и элементарных навыков вплоть до появления операций) развиваются с достаточной непрерывностью из начальных «ритмов». Здесь следует напомнить, что те первые приобретения, которые непосредственно сменяют собой функционирование наследственных установок, еще имеют форму ритма: «круговые реакции», лежащие в исходной точке активно приобретенных навыков, состоят в повторениях с хорошо выраженной периодичностью. Еще одним свидетельством наличия постоянных колебаний вокруг определенной точки равновесия являются перцептивные измерения, относимые к величинам или сложным формам (а не только к абсолютной чувствительности). С другой стороны, можно предположить, что составляющие типа тех, которые определяют чередующиеся и антагонистические фазы, свойственные ритму ($A \to B$ и $B \to A$), вновь встречаются в целостной системе, способной к регуляциям, но в этом случае они выступают одновременно и в состоянии мгновенного равновесия, а не функционируют последовательно друг за другом. Именно поэтому при нарушении равновесия имеет место «перемещение равновесия» и появление тенденции противостоять внешним модификациям, т. е. «ослабить» возникшие изменения (как говорят в физике по поводу известного механизма, описанного Ле Шателье). Теперь нетрудно понять, что когда составляющие действия образуют статические целостные системы, то движения, ориентированные в обратных по отношению друг к другу направлениях (их чередование определяет различные и последовательные фазы ритма), синхронизируются и выражают элементы равновесия системы. При внешних модификациях равновесие перемещается путем перенесения центра тяжести на одну из действующих тенденций, но такое перенесение рано или поздно ограничивается вмешательством противоположной тенденции: именно такая инверсия направления и характеризует регуляцию.

В свете сказанного становится совершенно понятной природа обратимости, свойственная операциональному интеллекту, и способ, каким обратные операции «*груп-*

пировки» вытекают из регуляций не только интуитивных, но также из сенсо-моторных и перцептивных. Рефлекторные ритмы, как таковые, не обратимы, а всегда ориентированы в каком-то одном определенном направлении. Осуществить движение (или комплекс движений), остановиться и вернуться в исходную точку, для того чтобы повторить движение в том же направлении, — таковы последовательные фазы ритма. И хотя фаза возврата (или антагонистическая фаза) является обратной по отношению к начальному движению, в этом случае речь не идет о втором действии, имеющем то же самое значение, что и на первой позитивной фазе, а лишь о возобновлении движения, ориентированного в том же самом направлении. Тем не менее антагонистическая фаза ритма является исходной точкой регуляции и даже обратных операций интеллекта. Поэтому каждый ритм можно, по сути дела, рассматривать как систему, образованную рядом чередующихся и объединенных в единую целостность регуляций. Что же касается регуляции, выступающей как продукт целостного ритма, когда составляющие системы действуют одновременно, то она характерна для тех форм поведения, которые еще не стали обратимыми, но у которых вместе с тем степень обратимости значительно выросла по сравнению с предшествующими формами. Уже в сфере восприятия инверсия иллюзии предполагает, что прямое отношение (например, сходство) превосходит обратное (различие), когда это последнее возрастает выше определенной точки, и наоборот. В сфере интуитивного мышления положение вещей еще очевиднее: отношение, не принимаемое в расчет в результате центрации внимания, направленной на другое отношение, в свою очередь, одерживает верх над этим последним, когда ошибка переходит определенные границы. Децентрация — источник регуляции — находит завершение в этом случае в интуитивном эквиваленте обратных операций. В частности, это имеет место, когда репрезентативные антиципации и восстановления в памяти увеличивают широту регуляции и делают ее почти мгновенной; это в возрастающем масштабе выступает на уровне «сочлененных интуиций» (гл. V). Следовательно, достаточно регуляции дойти до уровня полных компенсаций (к чему как раз и стремятся «сочлененные интуиции»), чтобы благодаря самому этому факту появилась операция; в самом деле, операции представляют собой не что иное, как систему трансформаций, скоординированных и ставших обратимыми вне зависимости от их конкретных комбинаций.

Таким образом, мы можем все конкретнее и точнее рассматривать операциональные группировки интеллекта как «форму» конечного равновесия, к которому стремятся в процессе своего развития сенсо-моторные и репрезентативные функции. Такая концепция позволяет понять глубокое функциональное единство психической эволюции, не затушевывая при этом различий в природе различных структур, свойственных последовательным этапам этой эволюции. Как только достигнута полная обратимость (т. е. достигнут предел непрерывного процесса, где, однако, свойства данного состояния весьма отличны от свойств предшествующих фаз, ибо только на этом этапе наступает равновесие), ранее негибкие элементы приобретают способность к мобильной композиции, которая как раз и обеспечивает их стабильность, поскольку аккомодация к опыту — вне зависимости от характера выполняемых в этом случае операций — находится тогда в постоянном равновесии с ассимиляцией, возведенной самим этим фактом в ранг необходимой дедукции.

Ритм, регуляция и «группировка» образуют, таким образом, три фазы эволюционирующего механизма, связывающего интеллект с морфогенетическими свойствами самой жизни и дающего ему возможность осуществлять специфические адаптации, одновременно безграничные и уравновешенные между собой, которые в органическом плане были бы невозможны.

БИБЛИОГРАФИЯ

ГЛАВА I

Bühler K. Die Krise der Psychologie. — Jena, Fischer, 2-e ed., 1929.
Claparède Ed. La psychologie de l'intelligence. — «Scientia», 1917, vol. 22, p. 253—268.
Köhler W. Gestalt Psychology. — New York. Liveright, 1929.
Lewin K. Principles of Topological Psychology. — London, MacGraw-Hill, 1935.
Montpellier G. Conduites intelligentes et psychisme chez l'animal et chez l'homme. — Louvain et Paris, Vrin, 1946.

ГЛАВА II

Binet A. Etude expérimentale de l'intelligence. — Paris, Schleicher, 1903.
Burloud A. La pensée d'après les recherches expérimentales de Watte, de Messer et de Bühler. — Paris, Alcan, 1927.
Delacroix H. La psychologie de la raison. «Traité de psychologie» de Dumas, 2e ed. Paris, Alcan, 1936, vol. I, p. 198—305.
Lindworsky I. Das Schlußfolgende Denken. — Fribourg-en-Brisgau, 1916.
Piaget J. Classes, relations et nombres. Essai sur les groupements de la logistique et la réversibilité de la pensée. — Paris, Vrin, 1942.
Selz O. Zur Psychologie des produktiven Denkens und des Irrtums. — Bonn, 1924.

ГЛАВА III

Duncker K. Zur Psychologie des produktiven Denkens. — Berlin, 1935.
Guillaume P. La psychologie de la forme. — Paris, Flammarion, 1937.
Köhler W. L'intelligence des singes supérieures. — Paris, Alcan, 1928.
Piaget J. et Lambercier M. Recherches sur le développement des perceptions, I—VIII. — «Archives de psychologie», Genéve, 1943—1946.
Wertheimer M. Über Schlußprozessen im produktiven Denken.— Berlin, 1920.

ГЛАВА IV

Claparède Ed. La genèse de l'hypothèse. — «Archives de psychologie», Genève, 1934.
Guillaume P La formation des habitudes. — Paris, Alcan, 1936.
Hull C. Principles of Behavior. — New York, Appleton, 1943.
Krechevski I. The Docile Nature of Hypotheses. — «Journal of Comp. Psychology», 1933, vol. 15, pp. 425—433.
Piaget J. La naissance de l'intelligence chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1936.

Piaget J. La construction du réel chez l'enfant. — Ibidem, 1937.
Spearman Ch. The Nature of Intelligence. — London, 1923.
Thorndike E. L. The Fundamentals of Learning. — New York, 1932.
Tolman E. C. A Behavioristic Theory of Ideas. — «Psychological Review», 1926, vol. 33, pp. 352—369.

ГЛАВЫ V И VI

Bühler Ch. Kindheit und Jugend. — Leipzig, Hirzel, 1931.
Bühler K. Die geistige Entwicklung des Kindes. — Jena, Fischer, 1918.
Inhelder B. Le diagnostic du raisonnement chez les débiles mentaux. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1944.
Janet P. L'intelligence avant le langage. — Paris, Flammarion, 1935.
Janet P. Les débuts de l'intelligence. — Ibidem, 1936.
Piaget J. La formation du symbole chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1945.
Piaget J. Le développement de la notion de temps chez l'enfant.— Paris, PUF, 1946.
Piaget J. Les notions de mouvement et de vitesse chez l'enfant.— Paris, PUF, 1946.
Piaget J. et Szeminska A. La genèse du nombre chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1941.
Piaget J. et Inhelder B. Le développement des quantités chez l'enfant. — Ibidem, 1941.
Rey A. L'intelligence pratique chez l'enfant. — Paris, Alcan, 1935.
Wallon H. De l'acte à la pensée. — Paris, Flammarion, 1942.
Wallon H. L'origine de la pensée chez l'enfant. — Paris, PUF, 1945.

ГЕНЕЗИС ЧИСЛА У РЕБЕНКА

Книга «Генезис числа у ребенка» написана
Ж. ПИАЖЕ

совместно с
А. ШЕМИНСКОЙ

Перевод с французского
В. Ф. ПУСТАРНАКОВА

ПРЕДИСЛОВИЕ

В свое время мы изучили различные вербальные и понятийные аспекты мышления ребенка («Речь и мышление ребенка», «Суждение и умозаключение у ребенка», «Представление о мире у ребенка» и «Физическая причинность у ребенка»)[1], а затем попытались проанализировать практические и сенсо-моторные источники развития интеллекта («Возникновение интеллекта у ребенка» и «Конструкция реальности у ребенка»)[2]. Теперь, чтобы выйти за рамки этих двух предварительных этапов и выявить механизмы, формирующие разум, следует изучить способ организации сенсо-моторных схем интеллектуальной ассимиляции в операциональные схемы в плоскости мышления. Речь идет, следовательно, о том, чтобы рассмотреть множество операций, которое выступает в качестве продолжения практической деятельности ребенка в тот период, когда у него еще отсутствуют в собственном смысле вербальные построения; именно эти операции порождают число, непрерывные величины, пространство, время, скорость и т. д. и определяют — в пределах, охватываемых этими основными понятиями,— переход от наглядной и эгоцентрической предлогики к дедуктивной и одновременно экспериментальной рациональной координации.

Этим новым проблемам должны, конечно, соответствовать и надлежащие методы. Из методов, применявшихся нами прежде, мы сохранили способ свободной беседы с ребенком, когда она направляется заранее сформулированными вопросами, причем теперь в ходе такой беседы экспериментатор при каждом ответе пытается проследить все нюансы спонтанных построений испытуемого. Базируясь на нашем опыте работы с данными сенсо-моторного интеллекта, мы вновь будем настаивать на существенно важном значении практических действий.

Как можно было заметить в некоторых главах нашей книги «Физическая причинность у ребенка» (хотя это и не получило там должного развития), беседа с испытуемым оказывается гораздо

---

[1] J. Piaget. Le langage et la pensée chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1923; Le jugement et le raisonnement chez l'enfant. Paris, Alcan, 1924; La représentation du monde chez l'enfant. Paris, Alcan, 1926; La causalité physique chez l'enfant. Paris, Alcan, 1927. — *Ред.*

[2] J. Piaget. La naissance de l'intelligence chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1936; La construction du réel chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1937. — *Ред.*

более надежной и одновременно более плодотворной, когда она ведется в связи с экспериментами, построенными на основе адекватного материала, причем ребенок, вместо того чтобы тщетно размышлять, сначала действует и говорит лишь о своих собственных действиях. Для изучения числа это условие является даже необходимым. Талант А. Шеминской дал возможность разработать ряд методик, примененных к различным проблемам, каждую из которых следует разобрать и проанализировать отдельно. Другое исследование, проведенное при участии Ипельдер, в котором те же методы применяются к описанию непрерывных величин, являющихся следствием квантификации физических свойств (вес, объем и т. д.), будет опубликовано в скором будущем [1].

Впрочем, в настоящей работе было невозможно собрать все, что мы хотели бы сказать об эволюции понятия числа. В частности, имеется неисчерпаемый источник документов, к которому мы еще не обращались: это наблюдения, собранные Одмар и Лафендель в Женевском Доме ребенка по материалам, разрабатываемым и используемым ими уже более двадцати лет. Все мы надеемся на появление в скором будущем сводной работы о возникновении активной арифметики в школе, которую эти замечательные воспитательницы собираются написать. Разумеется, мы учитываем дух их исследований больше, нежели об этом сейчас можно сказать. С другой стороны, читатель сам легко заметит, что мы многим обязаны целому ряду работ по арифметике ребенка и, в частности, основополагающим работам К. Бюлера, А. Декроли, О. Декедр и многих других. Если мы не вступаем в подробное обсуждение существующих работ по этим проблемам, то только потому, что наш подход является сознательно ограниченным: нас интересует лишь проблема формирования числа в связи с логическими операциями.

Гипотеза, из которой мы исходили, состоит в том, что формирование числа коррелятивно развитию самой логики и что предлогическому уровню соответствует предчисловой период. Полученные нами результаты свидетельствуют о том, что число, действительно, организуется поэтапно в тесной связи с постепенной выработкой систем включений (иерархия логических классов) и асимметричных отношений (качественные сериации), причем числовой ряд оформляется как операциональный синтез классификации и сериации. Логические и арифметические операции выступают, следовательно, как единая целостная и психологически естественная система, причем арифметические операции являются результатом обобщения и слияния логических операций в их двух дополняющих друг друга аспектах — включения классов и сериации отношений (при абстрагировании от качества). Если испытуемый применяет эту операциональную систему к множествам, определяемым свойствами их элементов, то в таком случае необходимо рассматривать отдельно классы, основывающиеся на качественных эквивалентностях этих элементов, и асимметричные отношения, которые выражают их различия, поддающиеся сериации. Отсюда проистекает дуализм логики классов и логики асимметричных отношений. Но если та же система применяется к множествам, абстрагированным от этих свойств,

[1] См.: J. Piaget et B. Inhelder. Le développement des quantités chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1941. — *Ред.*

то тогда происходит слияние включения и сериации элементов в одно единое операциональное целое, создаваемое классами и асимметричными отношениями, и это целое образует последовательность конечных целых чисел — одновременно количественных (кардинальных) и порядковых (ординальных).

В настоящей работе такой вывод прослеживается буквально на каждом шагу. Однако этот вывод, к которому ведут факты эксперимента почти без всяких усилий по их истолкованию, обеспокоил нас своей простотой. В самом деле, хорошо известно, сколько поводов для дискуссий дала проблема отношений между числом и логикой. Логицисты во главе с Б. Расселом пытались свести количественное число к понятию «класса классов», а порядковое число, оторванное от количественного,— к понятию класса отношений, тогда как их противники во главе с А. Пуанкаре и Л. Бруншвигом отстаивали синтетическое и ни к чему не сводимое свойство целого числа. Правда, наша гипотеза в определенном смысле дает возможность избежать этой альтернативы, ибо если число является одновременно классом и асимметричным отношением, то оно не вытекает из той или иной отдельной операции, а является результатом их соединения, что примиряет непрерывность с несводимостью и ведет к пониманию отношений между логикой и арифметикой как отношений взаимных, а не односторонних. Но тем не менее отсюда не следует, что установленные в психологических экспериментах связи не нужно подвергать верификации при помощи средств логистики; поэтому мы сразу же попытались произвести такую верификацию.

Однако, изучая логистическую литературу, мы были поражены тем, насколько «реалистической»и малооперациональной является обычная точка зрения (за исключением, пожалуй, лишь очень интересной работы Арнольда Реймона). Отсюда проистекают установленные Расселом переходы, нередко искусственные, в которых логическое исследование насильственно отделено от психологического анализа, хотя сами переходы от одного к другому установлены — подобно тому как это имеет место в математике или экспериментальной физике — очень хорошо.

Если же, наоборот, конструировать логистику, опираясь на реальность операций как таковых, в согласии, а не в противоречии с психогенетическими процессами, то легко обнаружить, что такие естественные психологические системы мышления, как простые классификации, сложные классификации (таблицы с двойным признаком), простые или сложные сериации (соответствия), включения симметричных отношений (например, родственников по боковой линии) или генеалогическое древо и т. д., соответствуют с логистической точки зрения операциональным структурам, очень близким к математическим «группам», которые мы назвали «группировками». Более того, после того как были сформулированы законы этих «группировок», они существенно помогали нам в самом психологическом анализе. Вот почему на многих страницах настоящей работы мы употребляли выражение «группировка», думая тем самым сделать более ясным обсуждение экспериментальных фактов. Специальная работа, посвященная логистическому изложению, в ближайшее время выйдет в свет в издательстве Врэн, в Париже: в оккупированной Франции она произвела известное впечатление, однако мы до сих пор так и не смогли проследить за ее корректурой[1]. Впрочем, читатель, заинтересовавшийся логистической верификацией излагаемых в этой книге экспериментальных материалов, найдет в «Отчете о заседаниях Общества физики и естественной истории в Женеве» (т. 58, 1941) доказательство четырнадцати теорем, обобщающих теорию группировок и излагающих взаимоотношения аддитивных и мультипликативных групп целых чисел с группировками классов и отношений[2].

Упомянем, наконец, что первая глава данного тома уже публиковалась в 1939 г. в «Journal de psychologie», а первые параграфы главы VII извлечены из исследования, появившегося в 1937 г. в «Recueil de travaux de l'Université de Lausanne, publié à l'occasion du IV sentenaire de la fondation de l'Université.

Жан Пиаже

Женева, 1941

---

[1] См.: J. Piaget. Classes, relations et nombres. Essai sur les groupements de la logistique et sur la réversibilité de la pensée. Paris, Vrin, 1942. — *Ред.*

[2] См.: «Compte-rendu des séances de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève», vol. 58, pp. 21—27, 102—125, 149—157, 192—201. — *Ред.*

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

СОХРАНЕНИЕ ВЕЛИЧИН И ИНВАРИАНТНОСТЬ МНОЖЕСТВ

ГЛАВА I. СОХРАНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ВЕЛИЧИН

Всякое знание, независимо от того, является ли оно научным или просто вытекающим из здравого смысла, предполагает — явно или скрыто — систему принципов сохранения. Нет необходимости напоминать о том, каким образом введение принципа сохранения прямолинейного и равномерного движения (принцип инерции) в области экспериментальных наук сделало возможным развитие современной физики, или о том, как постулат сохранения веса дал Лавуазье возможность противопоставить рациональную химию качественной алхимии. Что касается здравого смысла, то нет нужды специально подчеркивать применение в нем принципа тождества: по мере того как всякое мышление стремится организовать систему понятий, оно вынуждено вводить известное постоянство в свои определения. Более того, начиная уже с восприятия — этой чрезвычайно существенной схемы постоянного предмета, воспроизведению генезиса которой была посвящена другая наша работа [1], — происходит выработка подлинного принципа сохранения, правда, в наиболее элементарной его форме. То, что сохранение, являющееся формальным условием всякого эксперимента, как и любого рассуждения, не исчерпывает ни представления реальности, ни динамизма интеллектуального построения — это другой вопрос: в данном случае мы просто утверждаем, что сохранение составляет необходимое условие всякой рациональ-

[1] См.: J. Piaget. La construction du réel chez l'enfant, ch. I.

ной деятельности, и не занимаемся вопросом о том, достаточно ли этого условия для понимания этой деятельности или для выражения природы реальности.

Если признать справедливым сказанное выше, то очевидно, что арифметическое мышление отнюдь не является исключением из общего правила. Множество (или совокупность) постигается лишь тогда, когда его общее значение остается неизменным вне зависимости от изменений, внесенных в отношения между элементами. Операции внутри одного и того же множества, которые называются «группой перестановок», доказывают как раз возможность совершения любой перестановки элементов при сохранении инвариантности общей «мощности» множества. Число также может быть постигнуто интеллектом лишь в той мере, в какой оно остается тождественным самому себе, независимо от размещения составляющих его единиц: именно это свойство и называется «инвариантностью» числа. Такая непрерывная величина, как длина или объем, может быть использована в деятельности разума лишь в той мере, в какой она образует постоянное целое, независимо от возможных комбинаций в размещении ее частей. Короче говоря, идет ли речь о непрерывных или дискретных величинах, о воспринимаемых количественных аспектах чувственного мира или о множествах и числах, постигаемых мышлением, идет ли речь об элементарном контакте числовой деятельности с экспериментом или о самой чистой аксиоматизации любого наглядного содержания, всегда и всюду сохранение чего-то постулируется разумом в качестве необходимого условия всякого математического мышления.

С психологической же точки зрения потребность в сохранении составляет разновидность функционального *априоризма* мышления, означающего, что по мере развития мышления или исторического взаимодействия, устанавливающегося между внутренними факторами его созревания и внешними условиями опыта, эта потребность выступает как необходимая.

Однако нужно ли отсюда делать вывод о том, что арифметические понятия прогрессивно структурируются под влиянием развития этих требований сохранения, или же следует считать, что сохранение предшествует любой числовой и даже количественной организации и составляет не только функцию, но также и *априорную* структуру, особую разновидность врожденной идеи, с необходимостью возникающую с первых актов интеллекта и первых контактов с опытом? Психогенетический анализ должен решить этот вопрос, и мы попытаемся доказать, что лишь первое решение соответствует фактам.

§ 1. Применяемая методика и общие результаты. Исследования, результаты которых будут рассмотрены в данной и последующих главах, касались как непрерывных, так и дискретных величин. В самом деле, нам казалось необходимым рассмотреть их одновременно, хотя непрерывные величины не являются арифметическими и мы должны посвятить им специальный том [1]. Однако в этой работе мы анализируем их вместе, для того чтобы обеспечить общность выводов.

Сначала испытуемому дают два цилиндрических сосуда равных размеров (A_1 и A_2), содержащих одинаковое количество жидкости (причем равенство величин оценивается по равенству уровней), затем переливают содержимое A_2 в два меньших и подобных друг другу сосуда (B_1 и B_2) и спрашивают ребенка, осталось ли количество A_2, перелитое в (B_1+B_2), равным количеству A_1. Впоследствии можно перелить жидкость, содержащуюся в B_1, в два равных, но еще меньших по объему сосуда (C_1 и C_2) и далее, если нужно, перелить B_2 в два сосуда C_3 и C_4, тождественные C_1 и C_2; в таком случае перед ребенком ставятся вопросы о равенстве (C_1+C_2) и B_2 или $(C_1+C_2+C_3+C_4)$ и A_1 и т. д. Таким образом, в этом эксперименте жидкости подвергаются всевозможным преобразованиям, и каждый раз перед ребенком выдвигается проблема сохранения в форме вопроса о равенстве или неравенстве полученного результата с сосудом-эталоном. Конечно, можно было бы действовать и обратным путем, а именно — наполнить сосуд определенной формы и попросить ребенка составить равное количество жидкости с помощью сосудов другой формы, а затем анализировать его ответы. Но и в этом случае главной проблемой остается проблема сохранения как таковая.

Полученные результаты, как нам кажется, доказы-

---

[1] См.: J. Piaget et B. Inhelder. Le développement des quantités chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1941. — *Ред.*

вают, что непрерывные величины не сразу рассматриваются ребенком как постоянные; их сохранение создается постепенно на основе интеллектуального механизма, который мы постараемся объяснить. Классифицируя ответы на различные вопросы, поставленные ребенку, можно различить три последовательные стадии, через которые он проходит. На первой стадии ребенок считает естественным, что количество жидкости изменяется в соответствии с формой и размером сосудов, в которые переливается жидкость; значит, восприятие видимых изменений совершенно не корректируется системой отношений или операций, обеспечивающих существование инвариантности величины. На второй стадии, составляющей переходный период, постепенно появляется сохранение, причем обнаруживаясь в некоторых переливаниях (их характер нам нужно будет определить), оно не распространяется еще на все случаи. Наконец, начиная с третьей стадии испытуемый сразу постулирует сохранение величин при каждой трансформации, которую мы совершаем вместе с ним, что, разумеется, отнюдь не означает, что на данной стадии эта генерализация постоянства выходит за пределы освоенной ребенком области.

Что касается истолкования отмеченных фактов, то мы будем на протяжении всего изложения рассматривать ряд гипотез, некоторые из которых привели нас к постановке проблем, проанализированных в данной главе, а другие возникли в ходе экспериментов. Можно задаться вопросом, не происходит ли здесь полного смешения выработки понятия сохранения величины с построением самой величины: ведь ребенок не может сначала прийти к понятию величины, а затем наделять ее постоянством; он открывает действительную квантификацию лишь в тот момент, когда становится способным к построению сохраняющихся целостностей. На первой стадии величина сводится, таким образом, к данным асимметричным отношениям между свойствами, т. е. к сравнениям, использующим термины «больше» или «меньше», которые входят в такие суждения, как «это более высоко», «менее широко» и т. д. Но эти отношения остаются перцептивными и отнюдь не составляют еще «отношений» в собственном смысле слова, так как они не могут координироваться друг с другом соответственно аддитивным и мультипликативным операциям. Такая координация, возникающая на второй стадии, приводит затем к понятию интенсивной величины, т. е. величины без единиц, но обладающей логической связностью. Как только эта интенсивная квантификация оформляется, она дает ребенку возможность понять — до и независимо от всякого другого измерения — пропорциональность различий и, следовательно, постигнуть понятие общей величины экстенсивного порядка. Именно это открытие делает возможным развитие понятия числа у ребенка, и оно должно вытекать, таким образом, из прогресса самой логики на только что рассмотренных стадиях развития.

§ 2. Первая стадия — отсутствие сохранения. По мнению детей, находящихся на первой стадии, количество переливаемой жидкости увеличивается или уменьшается в зависимости от формы или числа сосудов. Основания, приводимые в пользу несохранения (разность уровня, ширина, число стаканов и т. д.), варьируются в зависимости от испытуемых или от времени эксперимента, однако во всех случаях любое воспринимаемое изменение рассматривается как причина модификации общего значения жидкости. Приведем примеры:

Блаз (4; 0[1]). «У тебя есть подруга? — *Да, есть, ее зовут Одетта.* — Так вот, Клеретта, тебе дают стакан красного сиропа (A_1, наполненный на 3/4), а Одетте — стакан голубого сиропа (A_2, наполненный так же). У кого из вас сиропа больше? — *Одинаково.* — Посмотри, что делает Клеретта: она переливает свой сироп в два других стакана (B_1 и B_2, наполненные до половины). Теперь у Клеретты столько же, сколько у Одетты? — *У Одетты больше.* — Почему? — *Потому что налили меньше* (в B_1 и B_2). (Блаз показывает уровни, не учитывая того, что имеется два стакана.) — (Сироп Одетты также переливают в B_3 и B_4.) — *Теперь одинаково.* — А теперь? (Переливают сироп Клеретты из B_1+B_2 в L_1, длинную узкую пробирку, которая оказывается почти полной.) — *У меня больше* (т. е. в L_1 у Клеретты). — Почему? — *В этот стакан* (L_1, Блаз показывает уровень) *налили, а сюда* (B_3 и B_4) *нет.* — Но до этого было поровну? — *Да.* — А теперь? — *У меня больше*». Затем вновь переливают розовый сироп Клеретты (L_1) в стаканы B_1 и B_2. «Смотри, Клеретта наливает так же, как Одетта. Теперь синего сиропа (B_3+ $+B_4$) столько же, сколько красного (B_1+B_2)? — *Поровну* (убеж-

---

[1] Здесь и далее цифры в скобках означают возраст ребенка в годах и месяцах. Следует иметь в виду, что Ж. Пиаже при описании экспериментов употребляет как условные (Блаз, Сим и т. д.), так и подлинные (Клеретта, Одетта и т. д.) имена тех же самых детей. — *Ред.*

денно).— Тогда посмотри, что делает Клеретта. (Переливают B_1 в C_1, который в результате этого заполняется, а B_2 остается заполненным наполовину.) Теперь вы можете выпить поровну? — *Я — больше.*— Но откуда становится больше? — *Отсюда* (B_1).— А что нужно сделать, чтобы у Одетты было столько же? — *Нужно взять этот маленький стакан.* (Переливает часть из B_3 в C_2.) — А теперь поровну или у кого-то больше? — *У Одетты больше.*— Почему? — *Потому что налили в этот маленький стакан (C_2).*— Но у вас сиропа поровну, или одна из вас может выпить больше? — *Одетта может выпить больше.*— Почему? — *Потому что у нее три стакана* (B_3 — почти пустой, B_4 и C_2, тогда как у Клеретты имеется C_1 — полный стакан и B_2)».

Некоторое время спустя проводится новый эксперимент. Предлагают еще раз стаканы A_1 и A_2, заполненные на 3/4, один — с красным сиропом, для Клеретты, а другой — с голубым, для Одетты. «Сейчас совершенно поровну? — *Да.* (Блаз проверяет уровни.) — Смотри, Одетта сейчас перельет из своего стакана (A_2) вот в эти стаканы (C_1, C_2, C_3 и C_4, наполняемые в результате этого приблизительно до середины). У вас сиропа одинаково? — *У меня больше. А у нее меньше. Меньше из-за стаканов.* (Блаз внимательно смотрит на уровни.) — А до этого у вас было поровну? — *Да.*— А теперь? — *Здесь* (показывает уровень A_1) *больше, а здесь* (показывает все четыре стакана C) *меньше*».

Наконец, Блаз получает только большой стакан A_1, почти полностью заполненный красной жидкостью. «Смотри, что делает Клеретта: она наливает вот так (в B_1 и B_2, которые оказываются наполненными прифлизительно на 4/5). Теперь сиропа можно выпить больше, чем раньше, или меньше, или столько же? — *У нее сиропа меньше* (уверенно).— Объясни мне, как это происходит? — *Когда перелили, то стало меньше.*— Но разве в маленьких стаканах во всех вместе не получается столько же? — *Нет, получается меньше*».

Сим (5; 0). Ей предлагают наполовину заполненные стаканы A_1 и A_2. «В этих стаканах воды поровну, не правда ли? — (Она проверяет.) — *Да.*— А теперь смотри: Рене, у которой синий сироп, разливает его вот так (разливают A_1 в B_1 и B_2, наполняющиеся приблизительно на 3/5). Вы все еще можете выпить поровну? — *Нет. Рене — больше, потому что у нее два стакана.*— А ты могла бы что-нибудь сделать, чтобы у тебя было столько же? — *Тоже налить в два стакана.* (Переливает A_2 в B_3 и B_4.) — Теперь у вас поровну? — (Долго смотрит на 4 стакана.) — *Да.* — Теперь Мадлена (она сама) разольет свои два стакана в три (B_3 и B_4 в C_1, C_2 и C_3). Оказалось поровну? — *Нет.*— Кто может больше выпить? — *Мадлена, потому что у нее три стакана. Рене также должна налить в три стакана.* — (Разливают стаканы B_1 и B_2, принадлежащие Рене, в C_5, C_6 и C_7.) — Вот так? — *Теперь одинаково.*— Но смотри: Мадлена наливает в четвертый стакан (C_4, заполняемый на 1/3 из C_1, C_2 и C_3 — из каждого стакана берется понемногу). Вы можете выпить поровну? — *Я — больше.*— Какого сиропа можно больше выпить, синего (C_5, C_6 и C_7) или красного (C_1, C_2, C_3 и C_4)? — *Красного.*— Однако посмотри. (Перед ребенком ставят оба больших стакана A_1 и A_2.) Сейчас сольем весь синий сироп сюда (A_1), как было раньше, а весь красный сироп — сюда. До каких пор дойдет синий сироп? — (Показывает некоторый уровень.) — А красный? — (Показывает более высокий уровень.) — Красный сироп поднимается выше, чем синий? — *Да. Красного больше* (показывает предсказываемый уровень), *потому что красного сиропа больше* (показывает четыре стакана C_1 — C_4). — Ты говоришь, что красный сироп поднимется до сих пор? — *Да.* — (Отмечают предсказываемый уровень резинкой. Затем Сим сама переливает жидкость и с удовольствием отмечает, что вода поднимается до указанной отметки, но потом, при переливании синего сиропа, очень удивляется, констатируя, что он достигает такой же точки.) *Одинаково!* — Как это произошло? — *Я думаю, что немножечко долили и теперь стало поровну»*.

Таким образом, до сих пор Сим оценивала изменения величины только в зависимости от числа стаканов. Но в результате предыдущего вопроса она начинает учитывать и уровень. «Смотри. Теперь Мадлена переливает красный сироп в этот стакан. (Переливают A_2 в L_1 более узкий и более высокий; жидкость доходит до 4/5 высоты, а в стакане A_1 синий сироп достигает половины.) — *Красного сиропа больше, потому что здесь выше.* — Красного сиропа действительно можно больше выпить, или ты просто говоришь, что можно больше выпить? — *Можно больше выпить.* — А теперь? (Переливают синий сироп в B_1 и B_2, а красный — в широкие и низкие стаканы D_1 и D_2.) — *Красного сиропа больше, потому что здесь* (в стаканах D) *его много.* — А если перелить синий и красный сироп сюда (в A_2 и A_1), то красный поднимется выше или будет одинаково? — *Выше»*. Сим переливает D_1 и D_2 в A_2, а B_1 и B_2 в A_1; она снова очень удивлена, увидев один и тот же уровень.

Лак (5; 6). «Вот два стакана с сиропом. (A_1 — заполнен наполовину синей жидкостью, а A_2 — розовой, в нем сиропа немного меньше.) Синий сироп — для тебя, а розовый — для Люсьена. Люсьен сердится, потому что у него меньше. Он делит свой сироп на два стакана (разливают A_2 в B_1 и B_2). У кого больше? — (Лак смотрит на уровни.) *У меня.* — Ты тоже делишь свой сироп на два стакана (B_3 и B_4, уровни которых оказались, немного выше, чем в B_1 и B_2). У кого больше? — *У меня.* — А теперь Люсьен берет этот стакан (B_1) и разливает в эти два (C_1 и C_2, которые оказываются полными; B_2 остается заполненным наполовину). У кого больше? — (Лак сравнивает уровни и показывает стаканы C.) *У Люсьена.* — Почему? — *Потому что они* (стаканы) *становятся меньше* (а их уровни становятся, следовательно, более высокими). — Но как это произошло: до этого у тебя было больше, а теперь у него? — *Потому что много воды.* — Но как это произошло? — *Взяли воду.* — Откуда взяли? — ... — И как взяли? — ... — У кого-нибудь сейчас больше? — *Да. У Люсьена больше* (убежденно). — А если бы я перелил весь розовый сироп и весь синий сироп в два больших стакана (A_1 и A_2), то у кого было бы больше? — *У меня* (он, следовательно, вспоминает первоначальные условия). — В таком случае куда делся сироп, ведь у тебя раньше его было больше? — ... — Что ты мог бы сделать, чтобы иметь столько же, сколько у Люсьена? Можешь взять любой из этих стаканов». Лак берет тогда B_3; из которого он переливает часть в пустой стакан C_3. Наполняет его и ставит рядом с C_1 и C_2 Люсьена. Затем он сравнивает B_3 с B_2 Люсьена и устанавливает, что в B_3 жидкости меньше, чем в B_2. Тогда он вновь берет C_3 и переливает его в B_3, разочарованно смотрит и спрашивает: *«Почему этот стакан (C_3) был полным, а этот (B_3) теперь уже не полный?»*

Мус (5; 0) ссылается не только на число сосудов или их уровень, как предыдущие испытуемые, но и на один новый фактор, который, впрочем, имеют в виду несколько испытуемых. Речь идет о величине самого сосуда, об его «объемности». Мус приводит не менее трех последовательных систем мотивировок:

I. *Величина сосудов.* Предлагаются, например, стаканы A_1 и A_2, заполненные на 3/4. «У вас обеих поровну? — *Да.*— Ольга переливает вот так (A_2 в B_1 и B_2, ставшие почти полными). У нее все еще столько же? — *Нет.*— Кто может больше выпить? — *Гертруда* (A_1).— Почему? — *Потому что у нее стакан больше.*— А как случилось, что у Ольги становится меньше? — ... — А если я снова перелью отсюда (B_1 и B_2) сюда (A_2), то что получится? — *Столько же* (как в A_1).— (Переливают.) А если Ольга перельет вот так (снова переливают A_2 в B_1 и B_2, которые становятся почти полными). Стало столько же? — *Нет.*— Почему? — *Становится меньше».*

II. *Уровень.* «Теперь Гертруда переливает вот так (A_1 в C_1 и C_2, которые заполняются до верха, 1/3 воды остается в A_1). А так у кого больше: у Гертруды (синий сироп — $A_1+C_1+C_2$) или у Ольги (красный сироп — B_1+B_2)? — (Мус смотрит на уровни, которые равны.) *У обеих одинаково.*— Ольга отливает сироп еще в один стакан (третий стакан B, что понижает общий уровень ее сосудов).— *У Гертруды будет больше. У Ольги меньше.*— Теперь Ольга наливает еще в эти стаканы (переливают B_1 и B_2 в C_3 и C_4, оказывающиеся полными).— *У нее будет больше* (уровень).— Но до этого у нее было меньше, а теперь больше? — *Да.*— Почему? — *Потому что перелили сюда* (в C) *то, что было в больших стаканах* (B)». Таким образом, приводимая здесь аргументация оказывается обратной той, которую мы имели в пункте I.

III. *Объединение числа стаканов и уровня.* «Если тебе дадут кофе один раз в чашке, а другой раз перельют из этой чашки в два стакана, то будет поровну? — *У меня немного больше.*— Где?— *Ну, конечно, в двух стаканах.*— Твоя мама дает тебе два стакана кофе (B_1 и B_2). А затем переливает отсюда (B_2) сюда (C_1 и C_2).— *Здесь больше* (C_1 и C_2); *здесь два полных стакана. А здесь только один.*— А какие стаканы ты предпочитаешь: B_1 или все эти (четыре стакана C)? — *Самый большой стакан* (B_1).— Почему? — *Потому что здесь больше: стакан — большой».*

Таковы самые элементарные реакции ребенка, которые можно наблюдать, исследуя проблему сохранения величин. Их значение вполне ясно: испытуемый совершенно не склонен допускать, что одно и то же количество жидкости может остаться инвариантным в ходе изменений формы, вызванных переливанием жидкости.

Правда, иногда можно задаться вопросом: правильно ли ребенок понимает то, что от него хотят, всегда ли он понимает, что вопрос относится к общей величине, или же он просто думает, что его спрашивают об изменениях числа стаканов, их уровня или величины? Однако проблема как раз и состоит в том, чтобы узнать, способен ли ребенок понять величину как целостность, являющуюся результатом координации различных воспринимаемых отношений; тот факт, что дети, как например те, о которых мы только что говорили, рассматривают одно из этих отношений изолированно, может проистекать как из их неспособности постигать имеющиеся в данном случае понятия, так и из непонимания самого вопроса.

Можно было бы, наоборот, задаться вопросом: не предполагают ли переливания, которым подвергается жидкость на глазах у ребенка, воздействия перцептивных иллюзий, противодействующих его суждению о сохранении? В самом деле, известно, какой обильный материал собрал Эгон Брунсвик[1] для того, чтобы, исходя из точки зрения постоянства предмета, установить, что восприятие длины, веса и т. д., — короче говоря, всех данных, поддающихся квантификации, подвержено ряду систематических деформаций и что постоянство как таковое воспринимается чрезвычайно трудно. Но само собой разумеется, что эти факты, вместо того чтобы быть препятствием для исследования, которое мы здесь начали, оказываются, наоборот, весьма ценными для уточнения предварительных условий нашего анализа. Там, где постоянство воспринимается непосредственно, там для нас нет проблемы; единственный вопрос, которым мы интересуемся, состоит в том, чтобы узнать, каким образом интеллекту удается выработать понятие постоянной величины, несмотря на противодействие непосредственного восприятия. Таким образом, здесь мы стараемся решить вопрос о суждении, а не о восприятии.

Суждение функционирует лишь тогда, когда одного восприятия оказывается недостаточно для испытуемого: открытие того факта, что данное количество жидкости не меняется, если ее переливают из сосуда формы *А* в один или два сосуда формы *В*, предполагает со стороны ребенка акт интеллектуального понимания, который оказывается тем более важным и тем более легко анализируемым, чем более обманчивым является непосредственное восприятие. Стоящая перед нами проблема заключается, следовательно, не в том, чтобы изучить, почему восприятие обманчиво, а лишь в том, чтобы узнать, почему испытуемые определенного уров-

---

[1] См.: E. Brunswick. Wahrnehmung und Gegenstandwelt. Leipzig und Wien, 1939.

ня доверяются ему, тогда как другие исправляют и дополняют его интеллектом. В конечном счете следует выбрать одно из двух: либо реализм Э. Брунсвика является вполне законным, т. е. восприятие следует изучать «под углом зрения объекта», и тогда именно интеллект составляет в последнем счете источник постоянства, либо же восприятие подразумевает организацию, постепенно вырабатывающую постоянство уже в своих собственных рамках. В последнем случае функционирование интеллекта и его последовательные структуры предполагают сенсо-моторную деятельность, которая с самого начала является интеллектуальной, что мы и стремились в свое время показать в связи с построением ребенком «предмета» на первом году его жизни. В рамках этой второй интерпретации развитие понятия инвариантных величин продолжает в новой и абстрактной плоскости деятельность, уже осуществлявшуюся сенсо-моторным интеллектом в области сохранения предмета как такового.

Постараемся истолковать с этой второй точки зрения факты, характерные для первой стадии. В этом отношении поразительным обстоятельством, объясняющим, по нашему мнению, вопрос, почему ребенку не удается сразу овладеть понятием сохранения величины, является недостаточность квантификации воспринимаемых свойств и некоординированности количественных отношений, действующих в восприятии. Начнем, например, с первых ответов, которые дала Блаз (4 года). Этот ребенок начинает с утверждения о том, что количество жидкости уменьшается, когда переливают всю жидкость из заполненного на 3/4 большого стакана в два меньших стакана, но думает, что величина увеличивается, когда переливают содержимое этих маленьких стаканов в удлиненную пробирку; следовательно, лишь уровень, а не число и не ширина стаканов является, видимо, критерием для испытуемой. Но затем в трех маленьких стаканах, в которые вылили содержимое первоначального сосуда, жидкости оказывается «больше», чем в двух стаканах среднего размера, заполненных тем же первоначальным количеством жидкости.

В этой реакции удивляют две характерные черты. Первая состоит в том, что испытуемый все время сам себе противоречит: то он считает, что синей жидкости больше, чем красной, то склоняется к противоположному мнению, не думая, что раньше он ошибался. Несомненно, если в отношении жидкости возводить в принцип возможность увеличиваться или уменьшаться без сохранения какого бы то ни было постоянства, то тогда здесь нет никакого противоречия. Однако для подтверждения своих противоречивых утверждений ребенок ссылается на мотивы, которые он не согласует между собой и которые ведут к несовместимым друг с другом утверждениям. И здесь возникает настоящее противоречие: так, например, Блаз в одном случае путается в уровне сосудов, и тогда, если жидкость переливают из большого стакана в несколько маленьких, она считает, что величина уменьшается, а в другой раз она ссылается на число стаканов, и тогда то же самое переливание рассматривает как приводящее к увеличению величины. В других же случаях ребенок использует для оценки изменения величину (ширину) сосудов и забывает число стаканов и уровень, а затем он думает об одном из этих факторов и приходит к противоположному выводу. Отсюда вытекает и вторая характерная черта деятельности ребенка в этот период, имеющая место наряду с его склонностью к логическим противоречиям: все происходит так, как будто ребенок не знает о понятии общей, или многомерной, величины и может мыслить только об одном отношении, без одновременной координации его с другими. Следует подчеркнуть, что все моменты, характерные для Блаз, относятся ко всем упомянутым выше испытуемым.

Итак, реакции данной стадии можно, по-видимому, истолковать следующим образом. Анализируя самый элементарный перцептивный контакт с предметом, нужно прежде всего отыскать принцип дифференциации величины и свойства. В самом деле, любое восприятие и любое конкретное суждение приписывают предметам свойства, но они не могут отобразить эти свойства, поскольку не в состоянии поставить их в отношения друг с другом. Сами эти отношения могут быть лишь двух видов: симметричные отношения, выражающие сходство, и асимметричные отношения, выражающие различие. Однако сходства между свойствами постигаются лишь при их классификации (например, стаканы C_1, C_2, C_3 являются «одинаково маленькими»), а асимметричные различия подразумевают кванторы «самый большой» и «самый маленький» и означают, таким образом, начало квантификации (например: «A_1 больше B_1» или «стакан A_1 менее широкий, чем P»).

Следовательно, в своей элементарной форме величина дана одновременно со свойством: она образуется асимметричными отношениями, с необходимостью связывающими между собой свойства, вне зависимости от их специфических особенностей. В самом деле, не существует свойства самого по себе, а есть только сравнительные и дифференцированные свойства, и эта дифференциация, поскольку она охватывает отношения асимметричных различий, есть не что иное, как зародыш величины. С этой точки зрения ясно, что суждения, свойственные рассматриваемой первой стадии, являются уже количественными в определенном выше смысле: когда Сим, например, заявляет: «Красного сиропа больше, потому что здесь выше», — она лишь выражает в понятии величины перцептивное отношение различия между двумя свойствами (высотой жидкостей).

Однако на данном первом уровне, который мы можем назвать стадией «брутто-величины», квантификация не выходит за пределы непосредственного перцептивного отношения, равно как «брутто-свойство», или непосредственно воспринимаемое свойство, само по себе не может породить законченную классификацию. Конечно, рано или поздно отношения сходства между свойствами приведут к системе классификаций, но эта классификация станет возможной лишь после того, как ребенок сможет построить ряды иерархических включений, подразумевающих всю логику классов и асимметричных отношений. Что касается отношений различия или брутто-величины, которые нас интересуют прежде всего в данный момент, то они дают повод для систематической квантификации, главные этапы которой мы изучим на последующих стадиях.

Но чтобы привести к этому, они должны предварительно удовлетворять двум важным условиям, которые на данной стадии оказываются невыполненными, и именно этим объясняется отсутствие у ребенка на этом этапе измеримой величины и сохранения.

Первое условие заключается в том, чтобы простые перцептивные отношения стали отношениями в собственном смысле и породили в результате этого системы градуирования и системы интенсивных величин. В самом деле, совершенно ясно, что перцептивное или практическое отношение не составляет отношения как такового. Критерием психологического существования отношений является возможность их композиции, или, говоря другими словами, возможность построения их логической транзитивности (или обоснования их нетранзитивности, если они не могут стать транзитивными). Однако перцептивные отношения брутто-величины, используемые детьми данного уровня, не поддаются ни аддитивной, ни мультипликативной композициям.

Сложение асимметричных отношений — это их сериация в действии ли в мышлении со всеми последствиями, вытекающими отсюда в отношении градуирования разложенных по сериям элементов. Умножение этих же самых отношений — это их сериация с точки зрения двух или нескольких отношений одновременно. Мы не просили детей, о которых только что говорилось, строить простые сериации, но зато они должны были все время сравнивать две величины одновременно с нескольких точек зрения (высота уровня, ширина, число стаканов и т. д.), что как раз и составляет умножение отношений. Причем главная характерная черта данной стадии состоит, как было видно, в неспособности ребенка осуществить такие координации: когда испытуемый делает вывод о том, что количество увеличивается, потому что уровень поднимается, он забывает учитывать ширину сосуда, а если он помнит о ширине, то забывает уровень, и т. д.

Все это легко проверить с помощью следующего опыта. Ребенку дают 2 сосуда A и L одинаковой высоты, причем один из них — широкий, а другой — узкий; стакан A наполняют до определенного уровня (на 1/4 или 1/5) и просят испытуемого налить в L равное количество жидкости («столько же сиропа»). Размеры сосудов A и L выбираются такими, что для получения в L количества жидкости, равного количеству жидкости в A, нужно, чтобы жидкость в L достигла уровня, в 4 раза более высокого, чем в A (т. е. если A заполнен на 1/4, то в L жидкость должна дойти до кромки, а если на 1/5, то до 4/5 высоты L). Однако, несмотря на столь значительное различие в пропорциях, испытуемые рассматриваемой стадии неспособны понять, что меньшему диаметру L должен соответствовать более высокий уровень. Действительно, в наиболее типичных случаях данного периода дети ограничиваются тем, что наливают в L жидкость до уровня, точно совпадающего с уровнем в сосуде A, и думают, что они тем самым получили такое же количество сиропа.

Б л а з (4; 0). «Смотри, твоя мама налила себе стакан сиропа (A), а тебе дает вот этот стакан (L_1). Ты должна налить столько же сиропа, сколько у мамы в ее стакане.— (Блаз резко льет и превышает уровень, равный A, которого она хотела добиться.) — Так у вас обеих будет поровну? — *Нет.*— У кого будет больше? — *У меня.*— Покажи, до каких пор нужно налить, чтобы выпить можно было поровну? — (Наливает до уровня, равного уровню A.) — И ты сможешь выпить столько же, сколько мама? — *Да.*— Ты уверена?— *Да.*— Посмотри, что мы сейчас сделаем (рядом с L_1 ставят стакан L_2): перельем вот отсюда (A) сюда (в L_2). Здесь (L_2) будет столько же, сколько здесь (в L_1)? — *Да.*— (Переливают.) — (Ребенок смеется.) *У мамы больше.*— Почему? — ...»

М у с (5; 0). «Смотри (начало аналогично эксперименту с Блаз). Покажи пальцем, до каких пор я должен налить.— *До сих пор* (показывает такую же высоту в L_1, как и в A).— (Наливают немного выше.) А сейчас сиропа можно выпить столько же? — *Налили слишком много. Здесь* (в L_1) *немного больше. Я могу выпить немного больше.*— А что бы ты могла сделать, чтобы увидеть, что сиропа поровну? (Ставят L_2 рядом с L_1.) ... — До каких пор дойдет жидкость, если перелить вот отсюда (A) сюда (в L_2)? — *До сих пор* (показывает тот же уровень, что и в A).— (Переливают.) — *У нее больше* (очень удивляется.) — Почему это произошло? — *Потому что стакан* (L_2) *меньше.* (Кажется, что Мус понимает отношение высоты, умноженной на ширину, но, как мы сейчас увидим, это лишь временный проблеск.) — А если я снова перелью отсюда (L_2) сюда (в A), то где сиропа будет больше: здесь (A) или здесь (L_1)? — *И здесь и там будет мало, в обоих стаканах поровну.*— (Переливают.) Кто может больше выпить? — *Обе меньше*».

Таковы типичные реакции испытуемых первой стадии на контрольный вопрос. Можно, таким образом, видеть, что в исходном пункте ребенку не удается одновременно учесть отношения уровня и ширины сравниваемых столбиков воды. Это не значит, что он не замечает ширину стакана A, когда факты заставляют его сделать это сравнение (как Мус при переливании A в L_2). Но как только речь заходит об оценке количеств жидкости, имеющихся в A и в L_1, ребенок снова пренебрегает шириной и принимает во внимание лишь уровни.

Короче говоря, из-за отсутствия композиции отношений различия (т. е. композиции различий в уровнях и различий по ширине) ребенок рассматриваемой стадии не может прийти к понятию общей, или многомерной, величины. В самом деле, для него количество жидкости не является произведением различных отношений уровня, ширины, большего или меньшего числа стаканов и т. д., так как каждое из этих отношений рассматривается им отдельно и независимо от других. Каждое из этих отношений составляет, таким образом, лишь брутто-величину, обязательно одномерную. Даже когда среди используемых ребенком критериев оказывается отношение толщины или величины (объемности), это свойство также остается, как показывает случай с Мус, просто некоторой перцептивной данностью. Будучи таковым, оно не поддается композиции с другими свойствами в мультипликативной системе отношений и представляет собой в силу этого одномерную (соответственно с данной, мультипликативной точки зрения) брутто-величину.

Таким образом, имеющие место на данной стадии перцептивные отношения a fortiori не могут удовлетворить второму условию действительных квантификаций (второму после условия интенсивного градуирования, — см. стр. 254), а именно разбиению множества на равные единицы или его разложению в пропорциональных размерах. В самом деле, для того чтобы допустить сохранение жидкости и для того чтобы, таким образом, выработать понятие общей величины экстенсивного, а не только интенсивного порядка, необходимо понять, что всякое увеличение уровня компенсируется уменьшением ширины, поскольку эти два параметра обратно пропорциональны. На этом основании совершенно ясно, что простые перцептивные отношения, являющиеся источником брутто-величины, не могут быть достаточными для решения рассматриваемой проблемы раньше, чем они будут подвергнуты композиции — не только логической, но и математической в собственном смысле слова. Однако интересно отметить, что даже при рассмотрении такого простого вопроса, как увеличение числа стаканов, детям на данной стадии не удается понять, что количество жидкости, перелитой из одного сосуда в два или три меньших, остается тем же самым. Следовательно, здесь нет композиции — ни композиции на основе разбиения, ни композиции отношений.

В итоге можно сказать, что если испытуемые данного уровня не понимают сохранения величины, то это значит, что они не дошли еще до построения понятия самой величины (как целостного образования). Это им не удается, потому что они не могут составлять композиции наличных отношений или частей, так как их сознание не поднимается над уровнем свойств или брутто-величин.

§ 3. Вторая стадия — промежуточные ответы. Между реакциями детей, которым недоступно понятие сохранения величин, и реакциями детей, постулирующих это понятие как физическую и одновременно как логическую необходимость, можно разместить некоторое число случаев промежуточного поведения, характеризующего вторую стадию (причем, конечно, не все дети проходят через этот переходный этап). Следует остановиться по крайней мере на двух из этих переходных реакций. В первом случае ребенок способен постулировать сохранение жидкости, когда жидкость переливают из стакана A в два стакана B_1 и B_2; но если вводят три сосуда или больше, то он вновь не верит в сохранение. Вторая переходная реакция состоит в утверждении сохранения в случае небольших разностей уровня, ширины или объема жидкости, но в случае больших различий вновь возникают сомнения.

Приведем примеры первого типа.

Эди (6; 4). «В этих двух стаканах (A_1 и A_2) поровну? — *Да.* — Твоя мама говорит: «Вместо того чтобы давать тебе молоко в этом стакане (A_1), я тебе дам его вот в этих двух стаканах (B_1 и B_2), один — утром, а другой — вечером». (Переливают.) Откуда можно выпить молока больше: отсюда (A_2) или отсюда (B_1+B_2)? — *Это одно и то же.* — Хорошо. Тогда, вместо того чтобы давать тебе твое молоко в этих двух стаканах (B_1 и B_2), она дает тебе его в трех (переливают A_2 в C_1, C_2 и C_3), один — утром, один — в полдень, один — вечером. В этих двух и в этих трех стаканах молока одинаково? — *Столько же в трех, что и в двух... Нет, в трех стаканах больше.* — Почему? — ... — (Переливают B_1 и B_2 в A_1.) — А если ты обратно перельешь три стакана ($C_1+C_2+C_3$) сюда (в A_2), то до каких пор дойдет молоко? — (Показывает уровень более высокий, чем уровень A_1.) — А если перелить эти три стакана в четыре стакана (переливают в $C_1+C_2+C_3+C_4$, в результате чего происходит общее понижение уровня) и если обратно перелить все это в большой стакан (A_2), то до каких пор молоко дойдет? — (Показывает еще выше.) — А если из пяти стаканов? — (Уровень еще выше.) — А если из шести? — *В стакане не хватило бы места».*

Пи (5; 0). «Здесь (A_1) и здесь (A_2) одинаково? — (Пи проверяет уровни.) — *Да.* — (Переливают A_1 в B_1+B_2.) Откуда можно выпить сиропа больше: из этих двух стаканов вместе или из этого одного стакана? — (Изучает уровни B_1 и B_2, более высокие, чем в A_1.) *Здесь больше.*— Почему? — *Ах, да! Одинаково.*— А если я перелью два стакана (B_1 и B_2) вот в эти три ($C_1+C_2+C_3$), то будет одно и то же? — *В трех стаканах больше.*— А если я обратно перелью в два? — *В таком случае* (в B_1+B_2) *будет столько же, сколько и здесь* (в A_2)».

Приведем пример второго типа.

Фред (6; 5) констатирует, что $A_1=A_2$. Переливают A_1 в B_1+ $+B_2$. «Синего сиропа столько же, сколько красного? — *Да.*— Почему? — *Потому что они* (B_1+B_2) *меньше, чем эта* (A_2).— А если красный сироп (A_2) также перелить в два стакана (B_3+B_4, причем в B_3 наливают больше, чем в B_4), то будет одинаково? — *Красного сиропа больше, чем синего.* (Следовательно, количество B_3+B_4 кажется ему большим, чем B_1+B_2)».

Некоторое время спустя Фреду дают стакан A_1, заполненный наполовину, и стакан A_2, заполненный лишь на 1/3. «Поровну? — *Нет, здесь больше* (A_1). — (Переливают A_1 в несколько стаканов B.) — *Теперь поровну* (в A_2 и в B_1+B_2... и т. д.)». В конце концов Фред заявляет: *«Нет, ничего не меняется, потому что это один и тот же сироп* (значит, $A_1=B_1+B_2+B_3+B_4$ и $A_1>A_2$)».

Оба типа промежуточных реакций являются весьма важными: они дают возможность отвести возражение, несомненно появившееся у того, кто прочел § 2. Вместо того чтобы выводить генезис понятия сохранения из квантификации в собственном смысле слова, которая сама возникает в результате прогрессивной координации наличных отношений, можно было бы спросить: а не объясняется ли отсутствие сохранения просто тем, что испытуемый не понимает вопроса о величине в целом? При таком предположении ребенок должен был бы сравнивать уровни только с уровнями или ширину с шириной, не думая о всей жидкости, хотя этот факт сам по себе не мог бы быть достаточным для того, чтобы доказать, что ребенок не способен думать об общей величине. Если исходить из второй интерпретации, то в какой-то момент, когда у ребенка появилась бы идея общей величины, он с необходимостью пришел бы к внезапному открытию сохранения: ребенок понял бы сразу, что жидкость остается постоянной, потому что ничто не отнимается и ничто не прибавляется. И действительно, когда Эди и многие другие испытуемые заявляют в начале беседы, что в (A_2) и в (B_1+B_2) «одинаково», создается впечатление, что различие между ними и детьми, описанными в § 2, состоит лишь в другом способе понимания вопроса. Если это так, то правильное решение в этом случае находится с помощью некоторого непосредственного отождествления и нет никакой необходимости во вмешательстве сложного процесса квантификации.

Однако промежуточные ответы, свойственные рассматриваемой второй стадии, как раз дают возможность отбросить это слишком простое истолкование: если есть колебания, есть правильные ответы при небольших изменениях и сохранение отрицается при более значительных изменениях целостной формы, то очевидно, что ребенок правильно понимает проблему, но ни в коей мере не убежден a priori в инвариантности общей величины.

Однако каким же образом можно истолковать прогрессивное движение, проявляемое испытуемыми на этой стадии? Можно утверждать, что именно здесь начинают выполняться два условия, описанные в § 2 в качестве определяющих переход от брутто-величины к квантификации в собственном смысле слова.

Действительно, ребенок на этой стадии старается координировать наличные перцептивные отношения и преобразовывать их в силу этого в действенные, т. е. операциональные отношения. Мы хорошо помним, что если ребенку первой стадии дают стакан формы *A*, наполненный на 1/4 или 1/5, и просят его налить равное количество жидкости в стакан *L* (узкий и высокий), то в таком случае испытуемый ограничивается тем, что наливает в *L* столбик жидкости такого же уровня, что и в *A*, не учитывая соответствующей ширины сосудов. Испытуемые же второй стадии, наоборот, стремятся учесть оба отношения одновременно, однако при этом — и это весьма любопытно — им не удается, во всяком случае сразу, добиться успеха, и они все время колеблются между попытками к координации и подчинением иллюзиям восприятия. Эта картина бесплодных попыток координации наблюдается уже у самых развитых детей первой стадии (промежуточные случаи между первой и второй стадиями), но в общем она типична для настоящего периода. Приведем несколько примеров, начиная с одного из случаев с развитыми детьми первой стадии, а затем рассмотрим типичные случаи второй стадии.

Лак (5; 6). «У твоего брата Люсьена — вот этот красный сироп ($A=1/5$). Налей вот в этот стакан (*L*) столько же сиропа, сколько его имеется у Люсьена.— (Наливает в *L* выше уровня *A*.)

Нет, у меня слишком много. (Вновь переливает и доводит до уровня, равного 1/5.) — Сейчас одинаково? — *Нет.*— (Сближает L и A и сам себя спрашивает). *У кого больше?* — Да, у кого больше? — (Показывает стакан A.) *Здесь, потому что он больше.*— Но у тебя должно быть столько же, сколько у Люсьена.— (Снова добавляет немного жидкости в L и сравнивает оба уровня.) *Слишком много.* (Вновь переливает в L и начинает заново. Он доводит уровень в L до уровня в A, а затем добавляет в L небольшое количество жидкости, так что уровень в L оказывается равным 2/5.) *О! Слишком много. Это не одно и то же.* (Для восстановления равенства величин между своим стаканом L и стаканом A Лак уравнивает уровни.) — Так ты говоришь, что сейчас можно выпить сиропа поровну? — *Да.*— (Тогда переливают A в L.) — (Он очень удивлен). *О! Здесь больше»*. Можно видеть, что Лак остается все же испытуемым первой стадии, хотя начало его реакции предвещает вторую стадию.

Эди (6; 4). Стакан A заполнен на 1/5. «Ты должен налить столько же сиропа сюда (L), сколько его здесь (A).— (Наливает до одинаковой высоты.) — Сейчас сиропа можно выпить поровну? — *Да.*— Совершенно одинаково? — *Нет.*— Почему нет? — *Этот стакан* (A) *толще.*— Что нужно сделать, чтобы было одинаково? — *Добавить.* (Наполняет L.) — Сейчас правильно? — *Нет.*— У кого больше? — *У меня.* (Отливает излишек.) *Нет, у мамы больше* (A). (Еще раз добавляет, снова отливает и т. д., не приходя к удовлетворительному результату.)»

Вир (7; 0). «Можешь ли ты налить сюда (L) столько же сиропа, сколько его там ($A=1/4$)? — *Столько же?* (Наливает до одинакового уровня.) — Сейчас одинаково? — *Нет.* (Добавляет в L до половины и затем сравнивает высоты.) *Нет, слишком много.* (Восстанавливает равенство уровней.) — Кто может выпить сиропа больше? — *Мама* (A), *потому что ее стакан толще* (вновь добавляет в L).— Теперь у вас поровну? — *Нет, у меня больше* (отливает излишек).— Сейчас одинаково или у кого-то больше? — *У мамы* (A) *больше, потому что у нее стакан толще.* (Добавляет в L.) *Нет, теперь у меня больше.* (Вновь переливает и восстанавливает равенство уровней.) *Нет, у мамы больше.* (Таким образом, Вир не находит удовлетворительного решения.)»

Приведенные эксперименты представляются очень интересными. В каждом из указанных случаев ребенок, как и на первой стадии, начинает с того, что наливает жидкость в узкий стакан L до такого же уровня, как в более широком сосуде A. Но, в противоположность испытуемым предыдущей стадии, он, сравнивая оба столбика одинаковой высоты, тут же замечает, что один из них шире другого. После этого он заявляет, что первый стакан содержит жидкости больше, потому что он «толще», «больше» и т. д. Таким образом, наряду с отношением уровней ребенок на этой стадии явным образом ссылается и на второе отношение, т. е. отношение ширины, и в силу этого оба эти отношения подвергаются «логической мультипликации». В самом деле, для того чтобы добиться равенства величин, ребенок наливает немного жидкости в стакан L, т. е. совершает действие, подтверждающее, что здесь действительно имеет место умножение отношений. Однако именно здесь и проявляются со всей очевидностью трудности этой операции умножения. Как только уровень столбика превышает в узком стакане L уровень жидкости, содержащейся в широком стакане A, ребенок забывает о высоте и думает, что первый из этих сосудов содержит жидкости больше, чем второй. С другой стороны, как только он восстанавливает равенство уровней, он снова поражается неравенству ширины, и так без конца. Короче говоря, когда ребенок рассматривает неравные уровни, он забывает ширину, а когда он воспринимает неравную ширину, то забывает о том, что только что думал об отношениях уровней. Следовательно, лишь при равных уровнях он пытается логически умножить отношения высоты на отношения ширины; однако, как только эта операция намечается, одно из отношений берет верх над другим и все начинается сначала.

Следует отметить, что, даже если бы операция логического умножения отношений совершалась детьми этой стадии полностью, одной ее было бы далеко не достаточно для того, чтобы подвести их к пониманию сохранения общей величины, если не считать того случая, когда высота и ширина просто меняются местами: столбик воды, увеличивающийся по высоте и уменьшающийся по ширине по отношению к другому столбику, может иметь больший объем, меньший или быть равным объему второго столбика. Для того чтобы добиться понимания равенства, нужно, чтобы экстенсивная квантификация дополнила бы интенсивное градуирование. А это значит, что нужно иметь возможность установить пропорцию в собственном смысле слова, а не только качественную корреляцию между тем, что выиграно в высоте, и тем, что потеряно в ширине. Говоря другими словами, нужно, чтобы любое разбиение дублировалось установлением отношений.

Необходимо также подчеркнуть, что в тесной связи с координацией логического порядка, о которой мы только что говорили, ребенок на второй стадии начинает также понимать, что целое остается тождественным самому себе, если его делить на две половины. Именно это утверждали, например, Эди и Пи (т. е. испытуемые первой стадии), когда они переливали A_1 в B_1+B_2. Но, аналогично тому как умножение отношений остается на этой стадии неполным, точно так же и это понимание разбиения оказывается кратковременным и фрагментарным: достаточно перелить B_1 и B_2 в $C_1+C_2+C_3$, чтобы Эди и Пи больше не верили в сохранение. «В трех стаканах больше», — говорят они, а Эди доводит эту мысль до абсурда, допустив, что если последовательно делить одну и ту же величину, то можно увеличить ее общее значение до бесконечности.

В итоге можно сказать, что умножение отношений и разбиение целого функционируют параллельно, т. е. они появляются и развиваются на одной и той же (второй) стадии развития ребенка, причем их дальнейшему совершенствованию препятствуют одни и те же ограничения. Какова же связь, соединяющая эти два вида операций? На этот вопрос должен ответить анализ третьей стадии.

§ 4. Третья стадия — необходимое сохранение. В ответах детей, характерных для третьей стадии, сразу или почти сразу утверждается сохранение количества жидкости, причем независимо от числа и характера совершенных переливаний. В тот момент, когда ребенок открывает эту инвариантность, он утверждает ее как нечто столь простое и очевидное, что она кажется независимой от какого бы то ни было умножения отношений и разбиения. Стало быть, проблема заключается в том, чтобы узнать, является ли эта независимость действительной или только кажущейся, и если верно последнее, то необходимо определить связи между факторами, определяющими инвариантность. Приведем сначала экспериментальный материал.

Аес (6; 6). После заполнения стаканов A_1 и A_2 на 3/4 переливают A_1 в стакан P_1 (широкий и низкий). «Сейчас столько же сиропа, сколько его было в другом стакане? — *Сейчас меньше.*— (Переливают A_2 в P_2.) И ты (A_2 считается его стаканом) можешь выпить столько же сиропа? — *Да. Столько же. Кажется, что меньше, потому что этот стакан больше* (шире), *но это одно и то же.*— (Переливают обратно P_1 и P_2 в A_1 и A_2 и затем разливают A_1 в B_1+B_2.) А теперь у Роже больше, чем у тебя? — *У него, как и у меня* (уверенно).— А если я разолью твой сироп в четыре стакана (A_2 в $C_1+C_2+C_3+C_4$), то сколько будет у тебя? — *Опять столько же*».

Гео (6; 6). Ее стакан A_1 заполнен наполовину, а стакан A_2, который принадлежит Мадлене, лишь на 1/3. «У кого больше? — *У меня больше.*— Хорошо. Но Мадлена хочет иметь столько же. Она разливает свой сироп в два стакана (C_1+C_2) и говорит: «Теперь у меня больше или во всяком случае столько же, сколько у тебя». У кого сейчас больше? — (Думает.) *Все еще у меня.*— Тогда Мадлена переливает свой сироп в три стакана ($C_1+C_2+C_3$). У кого теперь больше? — *Опять у меня.*— В таком случае перельем сироп во много стаканов (переливают сироп из C_1, C_2, C_3 в A_2 и разливают содержимое A_2 в шесть маленьких стаканов C). У кого сейчас больше? — *У Мадлены больше, потому что перелили в другие бутылки.*— А если все снова перелить (шесть стаканов C) сюда (в A_2), то до каких пор поднимется сироп? — (Думает.) *Нет, у Мадлены меньше. Я думала, что у нее больше, но это неправда.*— А нельзя сделать больше? — *Нет.*— (Переливают все стаканы C в A_2, затем A_2 в восемь маленьких стаканов.) А теперь? — *Нет, опять столько же. Все время столько же».* Наконец, дают два новых сосуда A_3 и A_4, из которых каждый заполнен наполовину, и переливают A_3 в B_1+B_2. *«У нее столько же.*— Ты уверена, что столько же? — *Да, ведь только переливают!»*

Берт (7; 2). «Красный сироп (A_1 — на 3/4) — для Жаклины, а голубой (A_2 — на 1/2) — для тебя. У кого больше? — *У Жаклины.*— Ты разливаешь это (A_2) вот в эти стаканы (B_1+B_2; они оказываются полными). У кого больше? — *Все равно у Жаклины.*— Почему? — *Потому что у нее больше.*— А если ты перельешь это (B_1) сюда (C_1+C_2)?— *Все равно у Жаклины больше, потому что у нее много».* Все другие преобразования приводят к тому же результату: *«У Жаклины больше, потому что я видела раньше, что у нее было больше».* Наконец, берем $A_3=A_4$, затем A_3 переливается в C_1+C_2.— *«Это все равно, потому что я до этого видела в другой бутылке, что было одинаково.*— Но как это происходит, что все время получается одно и то же? — *Вы опорожняете* (одну) *бутылку, чтобы перелить в другие!»*

Еус (7; 2). A_1 заполнен на 2/3, а A_2 — на 1/2. Переливают A_2 в ($C_1+C_2+C_3$). «Сейчас поровну? — *Нет. Переливают из одного и того же стакана (A_2). Так никогда нельзя сделать поровну».* Затем берем $A_1=A_2$ и A_2 переливаем в B_1+B_2 и т. д.— *«Всегда одно и то же, потому что всегда берется из одной и той же бутылки».*

Этих нескольких примеров, иллюстрирующих подход к правильному ответу, достаточно для того, чтобы показать, какая из двух гипотез, сформулированных в § 3, соответствует действительному развитию ребенка. Если рассматривать ответы только двух детей семилетнего возраста — Берта и Еуса, то может показаться, что, для того чтобы утверждать сохранение независимо от какого бы то ни было умножения отношений или разбиения, вполне достаточно глобального сравнения первоначального и конечного (получаемого после преобразований) состояний. «Всегда одно и то же, — говорит Еус, — потому что всегда берется из одной и той же бутылки». На определенном уровне развития кажется, что сохранение возникает вследствие априорной и аналитической дедукции, делающей бесполезным как наблюдение отношений, так и сам эксперимент. Но если изучать ответы Аес и Гео, которые некоторое время еще колеблются, прежде чем достигают уверенности в утверждении сохранения, то можно совершенно ясно увидеть механизм их построения и признать, что рассуждение, приводящее к утверждению сохранения, состоит в сущности из координации отношений в ее двойном аспекте — логического умножения отношений и математической композиции частей и пропорций.

Аес, например, начинает с мысли о том, что содержимое стакана *А*, перелитое в более широкий стакан *Р*, дает меньшую величину, но тотчас добавляет: «Кажется, что меньше, потому что этот стакан больше (шире), но это одно и то же». Говоря другими словами, Аес исправляет свою ошибку, координируя между собой отношения высоты и ширины. Таким образом, когда испытуемым этой стадии предлагают вопрос о стаканах *А* и *L*, то получают ответы, которые, в отличие от ответов предыдущей стадии, свидетельствуют о правильной координации наличных отношений.

Аес (6; 6) начинает, правда, с того, что наливает в стакан *L* (высокий и узкий) столбик такой же высоты, как и в *А*, надеясь тем самым получить одинаковое количество жидкости, но вскоре он исправляется. «Сейчас одинаково? — *Да, такая же высота... А! Нет. Этот (L) тоньше, а этот (А) шире.* (Добавляет жидкости в *L*.)»

Гео (6; 6) сразу наливает 3/4 стакана *L*, чтобы уравнять $^1/_5$ стакана A_1. «Так правильно? — *Конечно.*— Сиропа можно выпить поровну? — *Поровну.*— Почему? — *Потому что этот (L) ýже, а этот* (A_1) *шире.*— А что ты можешь сделать, чтобы удостовериться, что здесь поровну? (Дают ему стаканы. Гео берет стакан A_2 и переливает туда жидкость из *L*; оказывается приблизительно такое же количество, что и в A_1.)»

Берт (7; 2) начинает с того, что устанавливает такой же уровень в *L*, что и в *А*, затем добавляет жидкости в *L*, *«потому что стакан* (этот) *меньше: можно подумать, что здесь столько же, но это неправда».*

Еус (7; 2) сразу же устанавливает в *L* столбик жидкости выше (он равен приблизительно 3/4), чем в *А* (1/5) и мотивирует это так: *«Этот стакан (А), ниже, но здесь столько же, сколько там (L)».*

Эла (7; 0). *«В этот (L) нужно налить больше, потому что он ýже»*, а *«в другом — места больше, потому что он шире».*

Можно видеть, насколько легко в данном эксперименте всем детям, пришедшим к утверждению сохранения величины, удается умножение отношений высоты и ширины, вытекающее из сравнения стаканов A и L. Однако — и на этом следует настаивать — вопрос об отношениях между A и L ставится испытуемыми до утверждения сохранения величин; значит, не открытие сохранения вызывает возможность умножения отношений, а как раз наоборот. И это тем более верно, что данный вопрос несколько легче, чем вопрос о сохранении вообще, и правильные ответы на него немного опережают правильные ответы, в которых утверждается инвариантность. Здесь, таким образом, появляется новое основание для допущения того, что сохранение величин, даже когда оно утверждается в целом, т. е. аналогично априорному суждению, предполагает более сложное построение, чем это кажется на первый взгляд.

Однако достаточно ли логического умножения отношений для открытия инвариантности общих величин? Очевидно, что нет, и сейчас самое подходящее время ответить на вопрос, почему это так. Когда после оценки величин лишь с точки зрения одномерных перцептивных отношений (брутто-величины) ребенок координирует эти отношения друг с другом, он конструирует в результате этого многомерное целое, однако это такое целое, которое остается «интенсивным» и не поддается «экстенсивным» измерениям до тех пор, пока ребенок не овладеет иными, кроме логического умножения, средствами математического порядка.

В самом деле, что такое логическое умножение отношений высоты и ширины? Предположим, что у нас есть ряд сосудов формы A,. содержащих жидкости с постепенно возвышающимися уровнями: $A_1 \uparrow a_1 A_2 \uparrow \uparrow a'_1 A_3 \ldots$ и т. д.

Мы скажем, что ребенок умеет складывать эти отношения, если из $A_1 \uparrow a_1 A_2$ и из $A_2 \uparrow a'_1 A_3$ он может сделать вывод $A_1 \uparrow b_1 A_3$. «Сложение» отношений имеет место в любой сериации, например, в следующем рассуждении: если $A_1 < A_2$ и если $A_2 < A_3$, то $A_1 < A_3$. Однако в наших экспериментах эта операция выступает лишь в своем практическом аспекте, так как уровни жидкости непосредственно даны восприятию и в силу этого подвергаются наглядной сериации без какого-либо участия рассуждения.

Возьмем, с другой стороны, ряд бокалов с постепенно увеличивающейся шириной $L \xrightarrow{a_2} B \xrightarrow{a'_2} A \xrightarrow{b'_2} P \ldots$

и т. д. Одномерную координацию таких отношений мы также будем называть сложением. Если же ребенок будет сравнивать бокалы между собой *одновременно* с точки зрения этих двух отношений, то тогда мы будем говорить о «логическом умножении отношений». Например, если в L столбик жидкости более высокий и более узкий, чем в A, то имеет место $L{\downarrow}a_1 \xrightarrow{a_2} A$, или $A{\uparrow}a_1 \xleftarrow{a_2} L$, и т. д. (отсюда, если $L{\downarrow}a_1 \xrightarrow{a_2} A$ и если $A{\downarrow}a'_1 \xrightarrow{a'_2} P$, то $L{\downarrow}b_1 \xrightarrow{b_2} P$, и т. д.).

В решениях, принимаемых детьми на рассматриваемой стадии, легко обнаружить такие логические умножения отношений, причем испытуемые не приписывают никакого числового значения этим двум измерениям и не могут в силу этого математически перемножить их между собой. Более того, именно эта логическая операция дает испытуемому возможность постигнуть новое отношение, а именно отношение общей величины, логического произведения высоты и ширины.

Если, например, предлагают стакан A, заполненный на $1/5$, и стакан P, наполненный до краев, причем вторая масса жидкости является одновременно более широкой и более высокой, чем предыдущая, то никакой ребенок не поколеблется сделать вывод о том, что P содержит больше жидкости, чем A (мы запишем $A \xrightarrow{q} P$). Следовательно: $A{\uparrow}h \xrightarrow{l} P = A \xrightarrow{q} P$. Когда Гео сравнивает стакан A_1, заполненный на $1/2$, с A_2, заполненным на $1/3$, он также, не колеблясь, заключает, что при равной ширине менее высокий столбик указывает на меньшую величину, что можно записать так: $A_1{\downarrow}{\downarrow}h \xleftrightarrow{l} A_2 = A_1 \xleftarrow{q} A_2$. Короче говоря, умножение отношений появляется в качестве необходимого промежуточного звена между брутто-величиной (или одномерной величиной) и экстенсивной квантификацией, о которой речь пойдет ниже.

Рассматриваемые элементарные операции могут, разумеется, привести лишь к простым сериациям, или «интенсивным» градуированиям. В самом деле, единственными возможными заключениями в этом случае могут быть следующие:

1. ${\uparrow}h \times \xrightarrow{l} = \xrightarrow{q}$ или ${\downarrow}h \times \xleftarrow{l} = \xleftarrow{q}$;

$$2.\ \updownarrow h \times \overset{l}{\rightarrow} = \overset{q}{\rightarrow} \text{ или } \uparrow h \times \overset{l}{\leftrightarrow} = \overset{q}{\rightarrow};$$

$$3.\ \updownarrow h \times \overset{l}{\leftrightarrow} = \overset{q}{\leftrightarrow}$$

Говоря другими словами, узнать о том, увеличивается, уменьшается или остается тождественной общая величина, можно лишь в следующих случаях: 1) если оба отношения изменяются в одном и том же направлении, 2) если одно отношение остается тождественным и изменяется только второе и, наконец, 3) если оба отношения остаются инвариантными. Но если высота увеличивается, а ширина уменьшается, или наоборот, то невозможно определить, увеличивается, уменьшается или остается постоянной эта общая величина. Таким образом, при определенных условиях испытуемый может постигнуть восходящие и нисходящие серии, но не может узнать, насколько какая-либо величина больше другой, а также увеличивается или уменьшается общая величина при изменении составляющих ее отношений в противоположных направлениях.

Однако понятие сохранения общих величин, к которому подходят дети этой стадии, предполагает как квантификацию, охватывающую тот случай, когда элементарные отношения изменяются в противоположном направлении, так и, следовательно, открытие «экстенсивных» величин. В самом деле, для того чтобы утверждать сохранение, испытуемому недостаточно знать, что при переливании A_1 в A_2, когда высота и ширина столбика остаются равными, общая величина не изменяется: ему нужно, кроме того, сделать вывод о том, что если переливают, например A_2 в L, то величина остается постоянной, хотя высота увеличивается, а ширина уменьшается, т. е. $A_2 \uparrow h \overset{l}{\leftarrow} = A_2 \overset{q}{\leftrightarrow} L$. Но это заключение невозможно, если ограничиться логическим умножением отношений. Каким же образом ребенок преодолевает эти границы без числовых данных и без измерений в собственном смысле слова? В этом заключается вся проблема перехода от интенсивной к экстенсивной величине.

Дойдя до этого пункта, можно было бы попытаться отказаться от предварительного анализа суждений сохранения и сделать вместе с Гео лишь вывод о том, что «только переливают», или сказать вместе с Еусом, что «все всегда берется из одной и той же бутылки». В результате этого получилось бы сохранение на основе простого логического отождествления без вмешательства какой-либо математики.

Однако такому упрощенному пониманию генетического процесса всегда правомерно противопоставить следующее: почему ребенку нужно доходить до третьей стадии, чтобы открыть это отождествление? При данном подходе этот вопрос остается нерешенным.

В самом деле, так же как и взрослые, малыши 4—5 лет знают, что «только переливают» и что «все всегда берется из одной и той же бутылки», и тем не менее величина, по их мнению, изменяется; почему же они в этом возрасте не могут отождествить конечное состояние с первоначальным, тогда как в 6 или 7 лет они это делают без всяких трудностей?

Именно здесь проявляется второй процесс, который — что очень важно — оказывается синхронным с предыдущим и одновременно отличным от него. Необходимо тщательно установить связи с этим процессом, так как они доминируют над всем развитием математических понятий; речь идет о появлении понятия «единицы», т. е. экстенсивной квантификации, либо в виде арифметического разбиения, либо — что сводится к тому же самому — в виде пропорций в собственном смысле слова.

Начнем с конкретного примера. Когда Аес стремится получить в L количество жидкости, равное количеству, содержащемуся в A (наполнен на $^1/_5$), он наливает более высокий столбик и говорит: «Это одно и то же... потому что этот (L) у́же, а этот (A) шире». Что это значит? Если бы он ограничился логическим умножением $(A \uparrow h \xrightarrow{l} L)$, он не смог бы сделать вывода о том, что $A = L$ (или $A \leftrightarrow L$), если не считать случая, когда A и L просто замещали бы h и l. Значит, в его рассуждении есть нечто большее: именно чувство точной пропорции, т. е. понимание того, что то, что стакан теряет в ширине, он выигрывает в высоте. Если мы обозначим высоту A и L через hA и hL, ширину A и L — через lA и lL, то выходит, что Аес постулирует новое отношение, которое можно было бы записать так: $\frac{hA}{lA} = \frac{hL}{lL}$, или, если выразить это в терминах качественных отношений: $(A\uparrow hL)\times(A\overset{l}{\leftarrow}L)=(A=L)$, иначе говоря, высота A так относится к своей ширине, как высота L относится к своей ширине (или проще — увеличение высоты A по отношению к L равносильно уменьшению соответствующей ширины).

Если мы все это выразим на языке символических формул, то станет еще более явным, что здесь с необходимостью выступает новая операция. В самом деле, на первой стадии ребенок ограничивается установлением простых или одномерных качественных разностей: $A\rightarrow P$ или $A\uparrow hL$ и т. д. На следующих стадиях, когда он пользуется чистыми логическими умножениями отношений, он, кроме того, градуирует эти разности в зависимости от одного или нескольких измерений в «интенсивные» сериации из двух или нескольких членов. Но эти серии, если не считать случая полного равенства $A_1=A_2$, содержат в себе лишь асимметричные отношения разностей: пока эти разности поддаются сериации, т. е. градуированию, они обеспечивают интенсивную квантификацию, но когда за тождественными отношениями высоты и ширины две величины не обнаруживаются, то ничто не даст возможности их уравнять. Другими словами, умножение отношений — это сериация с несколькими измерениями, но такая сериация всегда ведет лишь к новым сериациям, и ничто не дает возможности вывести из этой операции новое разбиение данной величины на единицы, которые рассматривались бы как равные друг другу и одновременно различные. Наоборот, числовое разбиение $(A_1=B_1+$ $+B_2)$, как и пропорция $\frac{hA}{lA}=\frac{hL}{lL}$, или $(A\uparrow hL)\times(A\overset{q}{\leftarrow}L)$, подразумевает слияние асимметричных отношений разности ($\uparrow$ или $\leftarrow$) с отношением равенства ($=$), и именно это сочетание равенства и разностей, или, короче говоря, уравнивание разностей, составляет переход от интенсивной величины к экстенсивной и объясняет арифметизацию логического умножения.

Постараемся объяснить это на языке реальных психологических операций. Прежде всего, ясно, что если бы ребенка просто заставили сравнивать различные величины A_1 и (B_1+B_2) или P, L и т. д., то у него не было бы никакого способа решения вопроса об их равенстве или неравенстве. Равенство, бесспорно, подсказывается действием переливания жидкости из одного сосуда в другой. Но мы только что видели, что одного этого недостаточно для объяснения сохранения, так как изменение формы рассматривается малышами как нечто приводящее к изменению самой величины. Переливание ведет к понятию инвариантности величины лишь тогда, когда оно структурируется определенными операциями.

Возьмем пустой бокал A (будем называть Q_0 нулевую величину). Заполним его на $1/5$. Введенная величина (будем называть ее A) отличается от Q_0 шириной и высотой ($\uparrow a_1$ и $\underset{\rightarrow}{b_2}$), т. е. ($Q_0 \uparrow a_1 \xrightarrow{b_2} A$). Если теперь перелить жидкость (действительно или мысленно) из A в L, то масса жидкости, содержащаяся в L, будет выше на $\uparrow a'$ и у́же на $\xleftarrow{a'}$. Следовательно, $A \uparrow a'_1 \xleftarrow{a'_2} L$, причем отношения a'_1 и a'_2 означают просто разности между A и L.

Пока испытуемый остается в рамках качественной или интенсивной сериации, он может координировать между собой два новых отношения уровня $Q_0 \uparrow a_1 A + A \uparrow a'_1 L = Q_0 \uparrow b_1 L$), или ширины ($Q_0 \xrightarrow{b_2} A + A \xleftarrow{a'_2} L = Q_0 \xrightarrow{a_2} L$), или оба отношения одновременно. Психологически это значит, что, сравнивая жидкости, содержащиеся в A и в L, он сразу видит, что L выше A, так как уровень L является равным $b_1 > a_1$, т. е. равным уровню A (a_1) плюс добавляемая к нему разность (a'_1). Таким же образом, сравнивая жидкости, он видит, что L у́же A, так как ширина L равна ширине A (т. е. b_2) минус определенная разность (a'_2), т. е. ($b_2 — a_2$).

Однако в простых сравнениях или качественных (или интенсивных) сериациях нет никаких оснований для квантификации этих отношений иначе, чем в кванторах «больше» или «меньше»: ни a_1, ни b_1, ни a'_1, не имеют числового значения, равно как и a_2, b_2 или a'_2; ребенок только видит, что $b_1 > a_1$, и т. д.

Мы, однако, утверждаем — и именно в этом состоит наша гипотеза — что в какой-то данный момент испытуемый понимает, что разности компенсируются: значит, ему удается уравнять $\uparrow a'_1$ с a'_2 (или говоря более точно: $a'_1 \times a_2 = a'_2 \times a_1$) и именно таким образом возникает экстенсивная квантификация, так как в таком случае два качественных гетерогенных отношения (увеличение уровня $+a'_1$ и уменьшение ширины $-a'_2$) постигаются как равные при сохранении их асимметричной разности. Таким образом, путем сочетания равенства с асимметричными отношениями рождается *пропорция*.

Пропорция является уже в определенном смысле разбиением. Утверждать $+a'_1 = -a'_2$, — это значит не только понимать общую величину как качественную целостность, изменяющую свое значение при любой деформации, но структурировать ее как сумму, разложимую на единицы. Даже не зная числового отношения, существующего между a'_1 и b_1 или между a'_2 и b_2, испытуемый с необходимостью представляет себе a'_1 и a'_2, по мере того, как он утверждает $a'_1 = a'_2$ (или $a'_1 \times a_2 = a'_2 \times a_1$) в качестве двух правильных частей, а не только в качестве двух качественных разностей. В данном случае используется следующий критерий: арифметическое разбиение появляется в тот момент, когда элементы целого могут быть уравнены между собой, продолжая оставаться различными; но когда целостное отношение или класс разлагается на подотношения или подклассы, их соединения не подразумевают никакого равенства между ними, а только совключение в целое. С этой точки зрения утверждение $a'_1 = a'_2$ означает понимание разности уровня или ширины по образцу арифметического разбиения, а не простого логического сложения (классов или отношений).

Более того. Уравнивание разностей, из которого мы только что вывели принцип экстенсивной квантификации, порождает именно на этой третьей стадии числовое в собственном смысле слова разбиение, которое не только синхронно открытию пропорций, но и дополняет его. Для Аес, например, ответы которого о величинах A и L мы только что привели вновь, само собой разумеется, что A_1, перелитый в $2B$ или в $4C$, всегда дает A_1. Гео колеблется при утверждении, что $6C$ вместе равны A_2, но затем высказывает положительное утверждение и распространяет его на $8C$, и т. д. Однако мы помним, что на первой стадии целое совсем не понимается как нечто сохраняющееся, если оно разделяется на две или четыре части и т. д., и что на второй стадии сохранение целого утверждается лишь при немногочисленных разбиениях и отрицается при слишком большом числе делений. Как же объяснить генезис этих отношений?

Если величина A, сравниваемая с нулевой величиной Q_0, есть $Q_0 \uparrow b_1 \xrightarrow{b_2} A$, то в таком случае ясно, что каждый из стаканов B_1 и B_2, куда перелито содержимое A, отличается от A уменьшением уровня $A \downarrow a'_1 B_1$ (и $A \downarrow a'_1 B_2$) или ширины $A \xleftarrow{a'_2} B_1$ (и $A \xleftarrow{a} B_2$). Назовем $a_1 B_1$ высоту B_1; $a_1 B_2$ — высоту B_2; $a_2 B_1$ — ширину B_1 и $a_2 B_2$ — ширину B_2. Назовем, с другой стороны, $a'_1 B_1$ — разность высоты между B_1 и A (и $a'_2 B_2$ — разность с B_2); $a_2 B_1$ — разность ширины между B_1 и A (и $a'_2 B_2$ — разность с B_2). Понять, что $B_1 + B_2 = A$, значит понять не только, что $B_1 = B_2$, но также и то, что $a_1 B_1 = a_1 B_2$ и $a_2 B_1 = a_2 B_2$, что B_1 уравнивает разность между A и B_2 и что B_2 уравнивает разность между A и B_1, т. е. $(a'_1 B_1 \times a'_2 B_1 = a_1 B_2 \times a_2 B_2)$ и $(a'_1 B_2 \times a'_2 B_2 = a_1 B_1 \times a_2 B_1)$.

С психологической точки зрения все это сводится к утверждению, что половина является не только единицей, равной другой единице, когда она соединена с последней и вместе с ней составляет целое, а также к утверждению о том, что половина равна разности между целым и другой половиной. Без этого второго условия отношение между половиной и целым не может быть понято, и понятие целого исчезло бы после разделения. Числовое разбиение является, следовательно, в своей сущности уравниванием разностей (равно как и пропорцией); но в случае $A = B_1 + B_2$ обе половины $B_1 + B_2$ понимаются как равные, тогда как в случае A=L уравниваются друг с другом только разности (дифференцированные части $a'_1 = a'_2$), причем общие части не принимаются в расчет.

В заключение можно указать, насколько простым в своей основе является процесс квантификации, о чем свидетельствует открытие ребенком сохранения величин. Испытуемый начинает — и это наблюдается на протяжении всей первой стадии — с того, что принимает во внимание лишь некоординированные между собой перцептивные отношения качественного равенства или качественной разности, составляющие, таким образом, соответственно свойства и брутто-величины, не поддающиеся композиции. Затем на второй стадии начинается процесс логической координации, завершающийся на третьей стадии и приводящий к классификации равенств и к сериации (аддитивной и мультипликативной) разностей, причем эта сериация приводит к возникновению интенсивных величин. Наконец, третья стадия примечательна образованием экстенсивных величин, возникающих вследствие уравнивания интенсивных разностей и, следовательно, вследствие арифметизации логических группировок [1].

ГЛАВА II. СОХРАНЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ ВЕЛИЧИН И ЕГО СВЯЗЬ С ВЗАИМНО-ОДНОЗНАЧНЫМ СООТВЕТСТВИЕМ [2]

Все предыдущие эксперименты можно повторить на дискретных совокупностях таким образом, чтобы ребенок сразу приходил к их глобальной оценке, если элементы этих совокупностей собраны вместе, или к их пересчету, если они разобщены. Совокупности бусинок бисера оказываются удобными здесь в двояком отношении. Собранные в сосудах, о которых шла речь в главе I, они приводят к таким же оценкам, что и жидкости (уровень, ширина и т. д.). Кроме того, они делают возможной квантификацию глобального характера, хорошо известную детям и основывающуюся на длине бус, составляемых рядоположением бусинок. Благодаря этому оценка этой длины в любом случае может верифицировать квантификацию содержимого разных используемых бокалов. Но, с другой стороны, если рассматривать эти бусинки по одной, то, поскольку они входят в состав данных глобальных совокупностей, их можно использовать в операциях соответствия. Легко, например, попросить ребенка заполнить бусинками бокал так, чтобы он бросал по одной бусинке в один бокал, а экспериментатор также по одной бусинке — в

[1] Для упрощения изложения мы ограничиваемся здесь объяснением открытия сохранения количества жидкости пропорцией количественного порядка, установленной ребенком между разностями высоты и разностями ширины водяных столбиков, ибо этим методом ограничивались наши испытуемые. Но само собой разумеется, что можно было бы понять и сохранение чисто логического порядка (а не арифметического) в том случае, когда перемещенные части были бы названы индивидуально, а также в том случае, когда разности высоты и ширины компенсировались бы простой подменой, т. е. когда высота становится шириной и наоборот.

[2] При участии Ж. Жаэна.

другой бокал, а затем поставить вопрос о равенстве полученных двух общих величин при тождестве формы сосудов или без такого тождества.

Таким образом, переход от анализа непрерывных величин к анализу величин дискретных не будет для нас лишь простым средством верификации ранее сделанных выводов: кроме такой верификации, мы постараемся провести в настоящей главе изучение отношения между сохранением величин и развитием взаимно-однозначного соответствия, которое, как известно, составляет один из источников понятия числа. После этого нам будет легче подойти к проблеме количественного и порядкового соответствия как такового.

Отметим, наконец, что стадии, о которых пойдет речь в данной главе, совершенно аналогичны стадиям предыдущей главы.

§ 1. Первая стадия — отсутствие сохранения. На первой стадии не наблюдается сохранения совокупностей бусинок, так же как нет сохранения количества жидкости: ребенок не только верит в изменения глобальной величины, когда пересыпают какую-либо совокупность бусинок из одного сосуда в другой, отличный по форме, но и думает при этом, что бусы из бисера не будут в обоих случаях одинаковой длины.

Порт (5; 0). «Что здесь? — *Зеленые* (A_2) *и красные* (A_1) *бусинки.* — В этих двух стаканах их поровну? — *Да.* — Если бы сделали бусы из красных и из зеленых бусинок, то они были бы одинаковой длины? — *Да.* — Почему? — *Потому что и у зеленых и у красных бусинок одинаковая высота.* — Если бы положили бусинки сюда (L), то что произошло бы? — *Высота будет больше.* — А бусинок было бы столько же? — *Нет.* — Где будет больше всего? — *Здесь* (L). — Почему? — *Потому что этот стакан тонкий.* — (Пересыпают A_1 в L.) Здесь (L) действительно больше бусинок, чем здесь (A_2)? — *Да.* — Почему? — *Потому что этот стакан тонкий и здесь поднимается выше.* — Если я высыплю все бусинки (делают вид, что высыпают на стол с одной стороны красные бусинки из L, а с другой — зеленые из A_2), то бусинок будет одинаково или нет? — *Больше красных.* — Почему? — *Потому что этот* (бокал L) *узкий.* — А если я сделаю бусы из красных бусинок и бусы из заленых бусинок, то они будут одинаковые или нет? — *Красные бусы будут длиннее.* — Почему? — *Потому что бусинок будет больше здесь* (в L) — (Пересыпают красные в A_1.) А теперь? — *Снова одинаковая высота.* — Почему? — *Потому что пересыпали сюда* (в A_1). — Зеленых больше или красных? — *Одинаково.* — (Пересыпают красные из A_1 в M.) — *Здесь выше.* — Но это то же самое? — *Нет. Здесь* (M) *больше.* — Откуда лишние бусинки? — *Оттуда* (A_1). — А если я снова пересыплю красные бусинки в этот стакан (A_1), то что произойдет? — *Будет одинаково* (красных и зеленых). — А если я сделаю бусы из этих бусинок (M) и из этих (A_2)? — *Красных бусинок будет больше.*— А если я пересыплю из этого стакана (M) вот в этот (G)? — *Будет столько же, сколько там (A_1), потому что пересыпают в очень толстый стакан.*— Где будет больше? — *Здесь (G) бусинок будет меньше, чем здесь (M), потому что пересыпают отсюда (M) сюда (G), а этот стакан больше.*— (Пересыпают бусинки из M в G). Если бы я сделал двое бус: одни из этих бусинок (красные из G), а другие из этих (зеленые из A_2), то это было бы одно и то же? — *Зеленых (A_2) будет больше, чем красных (G).*— Какие будут длиннее? — *Красные бусы будут длиннее, потому что до этого они были здесь (M), а здесь (M) их было больше. Если вы пересыпете зеленые бусинки сюда (M), а потом сюда (E), то увидите, будет ли больше зеленых или красных.*— А если я пересыплю отсюда (A_2 — зеленые) сюда (E), то что произойдет? — *Это будут маленькие бусы, потому что пересыпают в очень маленький стакан.*— А если я возьму себе зеленые бусинки отсюда (A_2), сделаю бусы, измерю их, а потом пересыплю бусинки сюда (E), чтобы затем снова сделать бусы? — *Они будут короче, потому что пересыпают в совсем маленький стакан (E).*— Но бусинок будет больше, меньше или столько же? — *Бусинок будет меньше.*— (В ответ на это молча пересыпают зеленые бусинки в E.) — *О! Стало больше!* — А ты думал? — *Что их должно быть меньше.*— Почему? — *Потому что этот стакан (E) меньше, чем этот (M), а этот выше, чем тот. Нет, этот тоньше.*— Сейчас бусинок больше или меньше, чем было раньше? Или одинаково? — *Больше, потому что пересыпали.*— А если бы сделали бусы из этих бусинок, то они были бы такие же, как другие бусы? — *Длиннее!*»

В другом случае Порта просят перекладывать правой рукой красную бусинку в A_1 и одновременно левой рукой — зеленую бусинку в A_2. Некоторое время спустя его прерывают: «У тебя одинаково в обоих стаканах? — *Да.*— (Пересыпают A_1 в B.) Одинаково? — *Нет. Здесь меньше (B), а здесь больше (A_2).*— Почему? — *Потому что пересыпали в маленький стакан»*, и т. д.

Гфе (5; 0). «A_1 содержит столько же красных бусинок, сколько в A_2 зеленых? — *Одинаково.*— Слушай. Если я надену красные бусинки на нитку, а зеленые на другую, то бусы будут одинаковой длины? — *Да, и те другие будут одинаковы.*— (Объявляют, что сейчас пересыплют зеленые бусинки в P.) Будет то же самое? — *Нет. Зеленых бусинок больше.*— Почему? — *Потому что все они лягут ровно: ни одна бусинка не ляжет на другую.* (Пересыпают A_2 в P, и Гфе утверждает, что в P зеленых бусинок больше, чем красных в A_1.) — А если я пересыплю красные бусинки отсюда (A_1) сюда (в L)? — *Больше красных.*— А если сделать красные бусы и зеленые бусы, то они будут одинаковые? — *Нет, красные будут длиннее, потому что здесь (L) больше»*.

Затем Гфе просят перекладывать по одной крупной фасолине в V_1, а экспериментатор одновременно кладет фасолину в V_2. «Когда мы закончим, то будет одинаково или нет? — *Одинаково.*— (Пересыпают из V_1 в L.) А теперь? — *Здесь (L) больше, чем здесь (V_2). Потому что этот выше. Этот (L) продолговатый, а этот (V_2) — низкий.*— Ну и что же? — *А то, что фасолин больше.*— Почему? — *Потому что они находятся в другом стакане.*— А если их съесть, то было бы поровну? — *Здесь (L) больше»*, и т. д.

Рок (5; 0). Красные бусинки находятся в A_1, а зеленые — в A_2. «Одинаково? — *Да.*— А если сделать двое бус... (и т. д.)? — *Бу-*

сы будут одинаковой длины.— Почему? — *Потому что одинаково бусинок.*— (Пересыпают зеленые бусинки из A_2 в L.) — *Зеленых бусинок больше.*— А если сделать двое бус? — *Зеленые бусы будут длиннее, потому что бусинок больше».*

Бесполезно увеличивать число примеров. С одной стороны, они подтверждают то, что мы видели при изучении сохранения количества жидкости. Достаточно пересыпать определенное количество бусинок в сосуды различной формы и размеров, чтобы ребенок немедленно стал думать, что количество бусинок увеличивается или уменьшается, — то в силу достигнутого бусинками уровня, то по причине ширины стакана, то в связи с числом бокалов. Короче говоря, как и в случае с жидкостями, эти величины оцениваются первоначально просто в зависимости от некоординированных между собой перцептивных отношений (брутто-величины), и именно эта первоначальная несвязность объясняет как постоянные противоречия между последовательными суждениями ребенка, так и отсутствие какого бы ни было критерия сохранения.

С другой стороны, эти же факты дают возможность ввести полезные уточнения. Пока речь шла о непрерывных величинах, таких, как жидкости, использованные в опытах главы I, можно было ставить перед собой вопрос, не зависит ли усматриваемое ребенком несохранение от оснований скорее физических, чем математических в собственном смысле слова, поскольку жидкости можно было понимать как расширяющиеся или сжимающиеся в соответствии с формой сосудов. Рассмотрение дискретных величин добавляет в этом смысле новый элемент: в зависимости от формы, которую принимает совокупность, переходя из одного сосуда в другой, она считается увеличивающейся или уменьшающейся по количеству ее элементов, хотя сами элементы при этом остаются дискретными. Так, например, если множество бусинок пересыпано из A в L, то ребенок думает, что бусы, сделанные из бусинок, взятых из L, будут более длинными, чем в случае, когда бусинки берут из A. Несомненно, ребенок не считает бусинки по одной, но оценка величины по длине бус приводит его, конечно, к мысли о том, что совокупность состоит из дискретных единиц, и если в отношении одной и той же совокупности ребенок допускает возможность того, что она дает бусы то более длинные, то более короткие, то значит, в данном случае имеется несохранение в математическом смысле слова.

Для того чтобы дать почувствовать не глобальное, а почленное равенство двух сравниваемых совокупностей, ребенка заставляют перекладывать по одной бусинке в определенный сосуд и одновременно кладут другую бусинку в соседний сосуд. Однако это взаимнооднозначное соответствие, равноценное практическому пересчету, также недостаточно для обеспечения сохранения. Ребенок очень хорошо понимает, что две соответствующие совокупности равны, когда они размещены в двух сосудах одинаковой формы, но достаточно переместить A_2 или V_2 в L, чтобы совокупность, содержащаяся в A_1 или V_1, не рассматривалась как равная совокупности L!

В связи с этим можно проделать еще более убедительный эксперимент: привести в соответствие элементы, складываемые по одному в сосуды различной формы, и посмотреть, господствует ли эквивалентность над глобальной видимостью. На первой стадии такое соответствие не приводит даже к первоначальной эквивалентности.

Баб (4; 6) кладет на стол бусинку всякий раз, когда то же делает экспериментатор. «Одинаково? — *Да*». Затем он кладет по бусинке в L, а экспериментатор одновременно — в P. В этом случае Баб непроизвольно говорит при каждой новой бусинке: *«Одинаково»*. Но когда он доходит до десятка с обеих сторон и L наполняется наполовину, он кричит: *«У меня много.* — А у меня? — *У меня почти полный.* — Это одно и то же? — *У меня много!* — А у меня? — *Но смотри. У тебя совсем мало.* — Почему? — *Смотри* (показывает уровни)».

Затем Баб кладет по бусинке в E, а экспериментатор кладет одновременно по бусинке в P. «Смотри хорошенько, будет ли одинаково у тебя и у меня. (Баб всякий раз громко называет число каждой совокупности.) — *У меня одна и у тебя одна; у меня две и у тебя две; у меня три и у тебя три...* (и т. д. до шести; стакан E заполняется тогда до краев). — Одинаково? — ... — (Конфликт между видимостью и установленным соответствием.) — Если бы сделали бусы из твоих бусинок, а другие бусы из моих, то они были бы одинаковы? — *Нет, у меня длиннее.* — Но если бы взяли все твои бусинки и все мои? — *Нет, твои не такие длинные: нужно заполнить такой стакан, чтобы получить такие же длинные бусы.* — Считай. (Считает: один... шесть в E и один... шесть в P.) — Ну и что? — *У тебя маленькие бусы.* — Но почему у тебя много? — *Смотри, у тебя ниже, а у меня много, у меня полный»*.

Кок (5; 0). Сначала кладет по бусинке в A_1, а экспериментатор одновременно — по бусинке в стакан A_2, потом непроизвольно говорит: *«У обоих одинаково.* — Откуда ты знаешь? — *Потому что* *кладут обе* (обе соответствующие бусинки) ... *Нет, потому что оба стакана одинаковые».* (Примечательна ссылка на критерий целостной формы, который рассматривается в качестве более верного критерия, чем критерий соответствия!) Затем ребенку предлагают перекладывать бусинку в P всякий раз, когда экспериментатор кладет в L. «Сейчас одинаково? — *Нет. Здесь (L) больше.*— Почему? — *Потому что этот стакан совсем маленький* (вытянутый), *а этот толстый».*

Мы видим, насколько любопытны реакции этого последнего типа, самые показательные из всей первой стадии. Если исключить конфликт, вызываемый влиянием противоположного фактора, то очевидно, что взаимно-однозначное соответствие между двумя совокупностями должно было бы вести к выводу об эквивалентности соответствующих совокупностей. Это и произойдет на второй стадии, и тогда соответствие вступит в конфликт с перцептивной видимостью, создаваемой отношениями высоты, ширины и т. д.

Однако на уровне рассматриваемой нами первой стадии квантификация столь мало развита, что соответствие даже не вступает в конфликт с противоположной ей видимостью и сразу подчиняется пространственному восприятию. Например, Кок меньше верит в равенство A_1 и A_2, определяемое тем, что туда кладут «обе» соответствующих бусинки одновременно, чем в равенство, основывающееся на том, что «оба стакана одинаковые», как будто второй критерий является более правильным, чем первый. Что касается Баба, то он напрасно говорит «одинаково» при каждом новом откладывании соответствующих бусинок, ибо он совершенно не учитывает оценку такого рода, и как только стакан L заполняется наполовину, он ограничивается рассмотрением уровней. Более того, он затем считает (до шести) бусинки, положенные в E и P, и тем не менее делает вывод о том, что бусы, сделанные из бусинок, лежащих в E, будут длиннее потому, что в E «бусинок много», «полный стакан»!

Таким образом, не только поэлементное соответствие, но еще и сам счет кажутся ребенку первой стадии менее надежными способами квантификации, чем непосредственная оценка, вызванная глобальными перцептивными отношениями (брутто-величины). В самом деле, устный счет, который социальная среда навязывает иногда ребенку этого уровня, остается совершенно вербальным и лишенным операционального значения. Что же касается поэлементного соответствия, то в следующих главах мы увидим, насколько ошибочным является желание рассматривать его сразу как квантифицирующую операцию, не считаясь с тем, что оно начинается с состояния простого качественного сравнения.

§ 2. Вторая стадия — возникновение постоянных множеств. Как и в случае с непрерывными величинами, в развитии понятия сохранения можно выделить вторую стадию, которая характеризуется промежуточными решениями, находящимися на полпути между брутто-величинами без инвариантности и квантификацией в собственном смысле слова. В целом положение представляется следующим образом. С одной стороны, ребенок приближается к мысли о сохранении либо потому, что он проверил равенство двух совокупностей, перекладывая их предварительно в два равных стакана (A_1 и A_2), либо потому, что он сам составил эти две совокупности методом поэлементного соответствия. Но, с другой стороны, эта тенденция к фиксации сохранения вступает в конфликт с противостоящей ей видимостью, т. е. с разностью уровня или ширины и т. д. На этой стадии наблюдаются два новых момента, противоположные тому, что было свойственно поведению на первой стадии. Сначала возникает подлинный конфликт, означающий, что факторы сохранения не подчиняются факторам изменения, причем возникает борьба между факторами, все перипетии которой оказываются все более и более поучительными. Затем, и именно по этой причине, перцептивные отношения координируются, выступая как отношения в собственном смысле слова, и включаются, таким образом, в систему, позволяющую обосновать сохранение с учетом сопровождающих изменений.

Приведем сначала два примера, которые не связаны с установлением поэлементного соответствия.

Марг (5; 6). «Здесь бусинок поровну (в A_1 и A_2)? — *Одинаково.* — А если сделать бусы (и т. д.)? — *Будут одинаковой длины.* — Почему? — ... — А если я пересыплю (A_1 в L)? — *Здесь больше* (A_2). — Почему? — *Потому что здесь поднимается* (показывает уменьшение толщины столбика L). — В каком больше? — *В большом* (широкий стакан A_2) — А если сделать двое бус (из бусинок L и A_2)? — *Они будут одинаковой длины.* — А если пересыпать (L) вот в эти два (M_1 и M_2)? — *Бусинок будет больше в обоих маленьких.* — Почему? — ... — А если сделать бусы? — *Из бусинок двух ма-*

леньких стаканов бусы будут длиннее.— А как было раньше, когда бусинки были здесь (A_1 и A_2)? — *Бусы были одинаковой длины.*— А если я переложу отсюда (A_2) сюда ($E_1+E_2+E_3+E_4$), то двое бус будут одинаковы (т. е. $2M$ и $4E$)? — *Нет. Из бусинок маленьких стаканов ($4E$) бусы будут длиннее».*

Ари (5; 6). A_1 и A_2. «Одинаково? — *Одно и то же.*— А если сделать двое бус (и т. д.)? — *Будут одинаковой длины.*— А если пересыпать (A_2 в L)? — *Здесь (L) будет больше.*— Почему? — *Потому что здесь выше.*— А если сделать двое бус? — *Они будут одинаковой длины.*— А если пересыпать (A_1 в $4E$)? — *Здесь ($4E$) бусинок будет больше.*— А если сделать бусы? — *Они будут длиннее».*

Прежде всего, можно констатировать, как мы уже заметили в связи с непрерывными величинами (вторая стадия), что ребенок данного уровня способен утверждать определенное сохранение в случае малозначительных изменений, но это не удается ему при более значительном преобразовании: так, для Марга и Ари и те и другие бусы остаются равными по длине, если бусинки перемещают из A в L, но они уже не утверждают этого, если бусинки пересыпают в $2M$ или $4E$. Но дело не только в этом: изучение дискретных величин позволяет нам включить в рассмотрение новые факты.

Уже в силу самих по себе колебаний по поводу допущения сохранения в случае изменения формы совокупности ребенок подводится к различению оценок, основанных только на восприятии отношений высоты или ширины, и оценок, вытекающих из представления длины бус. Например, Марг и Ари думают, что величина A изменяется в L, потому что уровень груды поднимается вместе с пересыпанием, но вместе с тем они полагают, что бусы, сделанные из бусинок стакана L, будут иметь такую же длину, как и бусы из бусинок стакана A. Это значит, что сохранение возникает, если ребенок думает о линейном построении дискретных элементов, а несохранение появляется тогда, когда он думает о том или ином изменении глобальной формы.

Такие разграничения между даваемыми оценками в высшей степени интересны: с одной стороны, они показывают, сколько различных операций, которые ребенок с трудом координирует между собой, подразумевает квантификация; с другой стороны, эта квантификация, по-видимому, указывает, что, по мере того как оценки, основанные на умении представить бусы, оказываются более правильными, чем оценки по другим основаниям, в сохранение вмешивается разложение на элементы.

Это как раз то, что сейчас необходимо рассмотреть с помощью метода приведения в соответствие.

Приведем сначала несколько фактов:

Тис (5; 1). Кладет бусинку в V_1, а экспериментатор одновременно в V_2. «Сейчас одинаково? — *Да, потому что я клал каждый раз столько же, сколько и вы.* — Если сделать двое бус (и т. д.)? — *Они будут такой же длины, потому что бусинок много, а у вас тоже много бусинок.* — (Пересыпают V_1 *в* $L+M$.) — Сейчас одинаково? — *У вас* ($L+M$) *много.* — А у тебя? — *Не много.* — А если сделать бусы (и т. д.)? — *Ваши бусы будут длиннее, а мои короче.* — Почему? — *Потому что у вас больше бусинок.* — Но как клали бусинки? — *Каждый раз две.* — Почему же у меня больше? — *Смотрите. У вас два больших столбика».* До сих пор реакция Тиса является характерной для первой стадии, но сейчас можно будет увидеть переход от этой первоначальной реакции к типичным конфликтам второй стадии.

Тис кладет бусинки в L, а экспериментатор кладет одновременно другую бусинку в P. Тис отсчитывает каждую перекладываемую бусинку и приходит к правильному результату — 12 бусинок. Когда L наполняется, прекращают перекладывание. Тогда Тис непроизвольно вскрикивает: *«У меня больше.* — Почему? — *Внутри больше.* — А если сделать двое бус? — *Эти* (из бусинок L) *будут длиннее.* — Почему? — *Банка больше, а эта* (P) *меньше.* (Показывает высоту.) — Но у кого больше бусинок? — *У вас* (L). — Почему? — *Эта банка больше.* — А как клали бусинки? — *Каждый раз две.* — У нас одинаково или у тебя больше или меньше? — *Одинаково у обоих.* — Почему? — *Потому что каждый раз клали две.* — Какие будут бусы? — *Ваши будут длинные и мои будут такие же длинные.* — Почему? — *Потому что эта банка* (L) *большая, а моя* (P) *маленькая, у вас много бусинок.* — А у тебя? — *Не так много, но все же много».* Как видно, при напоминании взаимно-однозначное соответствие вступает в конфликт с восприятием размеров, но поскольку первый фактор стремится к равенству, а второй — к разности, то Тис не приходит к действительному синтезу.

Вон (5; 10). Ему также не удается примирить данные соответствия с данными перцептивных отношений. Когда кладут по одной 11 розовых бусинок в E и 11 голубых бусинок в P, то он заявляет, что и там и там одинаково, хотя E оказывается полным. «Почему? — *Потому что я считал, и я знаю, что это правильно.* — А если сделать розовые бусы и голубые бусы? — *И те и другие бусы будут одинаковой длины.* — Откуда ты знаешь? — *Я считал. Бусинок одинаково.* — Но почему тогда здесь так (показывают уровень E)? — *У вас* (E) *стакан круглый и более узкий, а у меня* (P) *круглый и больше* (жест, указывающий ширину). — Ну и что? — *Бусинок поровну, потому что я считал. Перекладывали поровну, я всегда перекладывал, как и вы* (соответствие)».

Затем Вон кладет по одной бусинке в G, а мы одновременно кладем бусинку в L. *«В обоих стаканах одинаково.* — Почему? — *Клали одновременно* (соответствие). — А если сделать двое бус? — *Будут одинаковые.* — А почему стакан L заполнен, а другой нет? — *Потому что он* (L) *круглый и длинный, а этот* (P) — *круглый и небольшой* (широкий), *но положили так же много.* — (Пересыпают из G в другой стакан G_1 такой же формы, но поменьше, который оказывается заполненным до краев.) Ну, а эти бусинки (L) и эти (G_1)? — *Одно и то же.* — Почему? — *Потому что он* (G_1) *меньше* (ниже) *и более плоский, а этот* (L) *длиннее и больше, и поэтому здесь больше.* — Где больше? (G_1 и L наполнены до краев, и, следовательно, Вон не различает количество бусинок по объему сосудов). — *Здесь* (L) *больше бусинок.* — А если бы сделали двое бус? — *У вас* (L) *больше и голубые бусы* (L) *длиннее.* — А розовые (G_1)? — *Короче, потому что меньше бусинок».*

Эти промежуточные реакции представляют большой интерес как с точки зрения квантификации вообще, так и с точки зрения значения соответствия.

В самом деле, у Тиса, Вона и во всех аналогичных случаях, характерных для этой стадии, можно констатировать наличие систематического конфликта между фактором равенства и сохранения, с одной стороны, и фактором разностей — с другой. Перекладывая в какой-либо сосуд X один элемент, всякий раз, когда экспериментатор помещает один элемент в Y, каждый ребенок этой стадии приближается к выводу о том, что $X = Y$, даже в том случае, если формы этих двух сосудов отличны одна от другой. Наоборот, если ребенок созерцает постфактум полученный результат в тех случаях, когда соответствующие совокупности имеют различную форму, его вера в эквивалентность уничтожается оценкой, основанной на перцептивных отношениях.

Действительно, хотя сам ребенок только что осуществил поэлементное соответствие, при рассмотрении общей совокупности он не спешит, как на первой стадии, с предположением о том, что любое увеличение высоты (или ширины и т. д.) вызывает изменение величины. В противоположность тому, что происходило на первой стадии, когда факторы восприятия прямо аннулировали веру в эквивалентность соответствующих совокупностей, теперь возникает безысходный конфликт, поскольку ни одна из двух тенденций не берет решительно верх над другой: когда ребенок смотрит на совокупность бусинок, он верит в несохранение, а когда он вспоминает образовавшее их соответствие, он снова верит в эту эквивалентность. Даже когда он, кажется, уже принял окончательное решение (как Тис), его словесное выражение («У вас много, а у меня не так много, но все же много») выдает неуверенность.

Каким же образом ребенку удается примирить эти две противоречивые тенденции? Интересно, что, несмотря на дискретный характер сравниваемых совокупностей, выявляемый поэлементным соответствием, ребенок решает проблему бусинок точно так же, как и проблему непрерывных величин. Именно координацией наличных отношений он осуществляет синтез действительной эквивалентности с видимыми изменениями, а эта координация также начинается в форме простого логического умножения и сразу же продолжается в приведении к пропорциям. Это двойное движение вырисовывается уже со второй стадии, однако завершается оно на третьей.

Например, Вон, начинающий на основе соответствия с веры в эквивалентность, объясняет видимые изменения величины тем, что ширина P компенсирует высоту L. Но операция умножения отношений, которую он таким образом намечает своим заявлением «это одно и то же... потому что этот стакан (L) круглый и длинный, а этот (P) — круглый и небольшой», остается в его сознании столь непостоянной, что во второй раз он по ходу дела забывает согласовать высоту L с шириной другого бокала и внезапно заключает, что L «длиннее и больше, и поэтому значит здесь больше!»

§ 3. Третья стадия — сохранение и квантифицирующая координация. Теперь мы должны изучить вопрос о том, каким образом завершаются наметившиеся на второй стадии интенсивная и экстенсивная квантификации.

Приведем прежде всего примеры реакций на вопросы по простому сохранению, независимому от проблемы соответствия.

Лин (6; 0) констатирует равенство A_1 и A_2. «Если я пересыплю это (A_1) сюда (L)? — *Опять то же самое.* — А если я пересыплю это (L) сюда (G)? — *Опять одинаково.* — Правда? — *Конечно. Потому что здесь, в маленьком* (узкий L) *больше* (показывает высоту; следовательно, увеличение высоты компенсируется уменьшением толщины столбика)».

Жуп (5; 0) «Если я пересыплю это (A_2) сюда (M_1+M_2)? — *То же самое.* — Почему? — *Потому что бусинок одинаково.* — Сколько стаканов? — *Два и один.* — А в двух не больше? — *Нет, потому что оба они — меньше.* — А если я отсюда (M_1+M_2) пересыплю их сюда ($E_1+E_2+E_3+E_4$)? — *Одно и то же.* — А если сделать бусы из этого (A_1) и бусы из этого ($4E$)? — *Одинаково.* — А если я пересыплю это (A_1) сюда (G)? — *Все равно*».

Пел (6; 0). Такие же ответы: *«В маленьких стаканах столько же, сколько в большом»*.

Совершенно очевидно, что различие между этими и всеми рассмотренными ранее ответами сводится к тому, что ребенку, чтобы удостовериться в сохранении общего значения величины, больше не надо размышлять: он в этом убежден априори. На первый взгляд может показаться, что инвариантность множества является следствием суждения, утверждающего глобальное отождествление, которому до сих пор противодействовали перцептивные факторы и которое начинает явственно обнаруживаться тогда, когда происходит освобождение от этих перцептивных факторов.

Однако аргументация, избираемая этими испытуемыми, сразу же показывает, что осуществленные на предыдущей стадии координации отношений продолжают оставаться существенно важными. Но вместо того чтобы постепенно оформиться, они концентрируются теперь в едином акте. Так, например, Лин просто говорит «в маленьком (L) больше», чтобы мотивировать полную инвариантность, относительно которой он совершенно уверен. Точно так же Жуп сразу видит, что целое, разделенное на две части, остается постоянным, «потому что оба они меньше».

Значит, для понимания действительного значения того решающего этапа квантификации, каким является открытие инвариантности целостностей, необходимо предварительно постараться проанализировать операции координации, подразумеваемые в предыдущих ответах. Но чтобы сделать это, недостаточно исследовать конфликт между поэлементным соответствием и изменениями формы, так как на этой стадии фактор эквивалентности сразу берет верх над другим фактором. Вот почему мы несколько модифицируем предшествующие экспериментальные методы: мы будем предлагать ребенку две совокупности различной формы, с тем чтобы он не имел возможности удостовериться в их равенстве, и будем спрашивать его мнение об этом равенстве, а затем, как только гипотеза будет сформулирована, используем метод поэлементного соответствия с ретроспективным объяснением.

Приведем примеры.

Сум (6; 10). (Сравнивает бокалы L и P, содержащие по 18 бусинок; но он не сосчитал их предварительно и не установил их соответствия друг с другом.) «Как ты думаешь, здесь поровну или нет? — ... — Что нужно сделать, чтобы узнать это? — *В этом*

(P) больше.— Почему? — *Потому что он толще. Сюда (L) можно положить меньше».*

Опорожняем бокалы *L* и *P*, после чего Сум кладет в *L* по бусинке, а экспериментатор одновременно — в *P*. *«Одинаково.*— Почему? — *Этот (P) толще, но он не заполнен, а этот тоньше, но он заполнен.*— Откуда ты знаешь, что одинаково? — *Потому что клали вместе».*

Затем Сум получает стакан *G*, в котором бусинки образуют лишь один слой, и его просят положить столько же в *L*. Сум заполняет *L* на 2/3 и говорит: *«Я не знаю, как сделать. Думаю, что здесь (G) больше.*— (Наполняют *L*.) — *Думаю, что одинаково.*— Почему? — *Этот (G) больше, но если бы его удлинили* (Сум как бы поднимает *G* в высоту и за счет этого располагает бусинки вертикально), *то было бы столько же, сколько здесь (L)».*

Леа (7; 7) сравнивает *L* и *P* (в каждом по 16 элементов). *«Здесь (L) больше, он выше.*— Ну и что же? — *Этот у́же, но выше. Этот (P) шире, но меньше, и если бы его заполнили, здесь было бы больше бусинок.*— Почему? — *Потому что этот шире.*— Объясни мне.— *Если бы разрезали стакан (L) посредине и обе половины положили бы сюда* (в *P*), *то все равно было бы не так широко.*— Почему? — *Потому что этот стакан узкий».*

Затем опорожняют *L* и *P* и заполняют их, используя метод взаимно-однозначного соответствия. *«Одинаково.* — Почему? — *Потому что все время клали одновременно.*— Но здесь (*L*) выше, объясни мне.— *Если бы я пересыпал этот стакан (P) сюда (L) или этот стакан (L) сюда (P), то было бы одно и то же.*— Почему? — *Если бы я их* (элементы *P*) *разместил столбиком, то было бы одинаково.*— И что это значит? — *Этот (P) шире, он расширяется* (жестом показывает ширину), *тогда как этот стакан (L) у́же, и он не расширяется, а поднимается в высоту».*

Дур (7; 8). Заявив сначала, что в *L «больше»*, чем в *P*, он заполняет стакан *L* по методу соответствия, т. е. когда экспериментатор одновременно перекладывает элементы в *P*. *«В обоих одинаково.*— Откуда ты знаешь? — *Потому что закончили одновременно, одновременно начали и одновременно закончили.*— Но этот стакан (*L*) у́же? — *Уже, но выше, а этот (P) ниже, но толще».*

Дур должен положить в *G* ($=4E$) количество, равное количеству *E* (полного). Он отмечает приблизительно $^1/_3\,G$. «Откуда ты знаешь? — *Я заполняю в уме и смотрю, до каких пор доходит.*— Как понять, до каких пор? — *Я накрываю стакан (E) и вижу, что здесь больше, потому что еще остается место».*

Лер (7; 8). Такое же начало; затем, после приведения в соответствие, беседуем. *«Поровну, потому что клали вместе, значит, не может быть, чтобы в одном стакане было больше, чем в другом.*— Почему? — *Потому что этот стакан (P) шире, а этот (L) выше».* Таким же образом он сравнивает *E* и *G* и находит точное отношение. «Как ты узнал? — *На глаз! Я накрываю этот стакан (E), и когда его накрываю, то видно, что остается место».*

Шаи (7; 8). *«Сюда (L) нужно класть одну на другую* (т. е. класть бусинки друг на друга), *потому что он узкий, а сюда (P) можно класть сразу много в ряд* (горизонтальный)». Что касается стаканов *E* и *G*, то Шаи предвидит, что множество, содержащееся в *E*, достигнет половины высоты *G*. «Почему? — *Этот стакан (G) в два раза шире* (чем *E*), *и если я положу одну бусинку, это будет* *половина ряда* (горизонтального), *и тогда можно положить еще одну».*

Гар (8; 2). *«Здесь (P) — плотно в куче.* — Ну, и что это значит? — *Этот (P) — широкий. Если бы я сжал это* (содержимое L), *то было бы одинаково* (с P)*».*

Кор (8; 6). *«Этот стакан (P) шире, он больше раздается в стороны и меньше поднимается в высоту* (чем L)». Что касается сравнения G и E, то Кор сразу заявляет, что G содержит больше, чем E. «Почему? — *Если бы его (G) сузили и подняли в высоту, он был бы таким же узким, как другой (E), но выше».* Кор сопровождает свои рассуждения жестами, показывающими, как, сжимая широкий столбик G, можно получить узкий столбик, но более высокий, чем столбик L.

Гуи (9; 0). *«В маленьком стакане (L) одна бусинка лежит на другой* (сравни пример с Шаи), *а здесь (P) больше: есть два этажа, но все равно столько же* (как и в L)». А в отношении E и G: *«В четыре раза больше.* — Откуда ты знаешь? — *Я делю посредине и еще раз. Делаю четверти, заполняю каждую четверть и вижу, что в четыре раза больше».* С другой стороны, Гуи считает G большим, чем L, на основе следующего рассуждения: *«Я разделил (G) черточками* (эти черточки, намечаемые им для объяснения своей мысли, показывают окружность G, разделенную на 4 полосы, соответствующие ширине L) *и потом сравнил вот с этим стаканом (L). Я сделал вот так* (стакан L лежит) *и измерил отрезком вот этого стакана* (L, поделенный на две неравные части, одна из которых соответствует ширине G)». Гуи сравнивает, следовательно, ширину G с высотой L. Что касается ширины L и толщины G, то он сравнивает их следующим образом: *«Я разделил этот стакан (G) вот так* (на два этажа) *и увидел, что этот* (один этаж) *будет как раз таким же, как этот (L), разделенный на два* (по высоте)». Следовательно, $1/2$ столбика L равноценна одному этажу G!

Эти различные способы сравнения — все они открыты ребенком стихийно — дают возможность проверить объяснения, изложенные в предыдущей главе, и одновременно точнее поставить проблему соответствия.

Что касается первого аспекта, то мы уже знаем, каким образом ребенку — лишь только он становится способным координировать разности высоты и ширины путем «умножения отношений», являющегося источником интенсивной квантификации,— удается также уравнять и разности или подчинить их общим измерениям, основанным на нахождении единицы. Тем самым он осуществляет экстенсивную квантификацию. Правда, в случае с непрерывными величинами мы наблюдали лишь обратную пропорцию, установленную испытуемым между высотой двух водяных столбиков и их шириной, или разбиение данной величины на два или несколько стаканов — единиц. Однако методика поэлементного соответствия ведет ребенка к анализу элементов, и несомненно, что именно по этой причине реакции данной стадии на вопросы о сохранении и оценке дискретных величин дали применительно к проблеме генезиса экстенсивной квантификации более богатые и более точные результаты.

Отметим, прежде всего, что каждый из предыдущих ответов (как и ответы, приведенные нами в начале этого параграфа) первоначально проистекает из логического умножения наличных отношений высоты и ширины. В самом деле, чтобы устранить противоречие между поэлементным соответствием двух совокупностей, которое является источником эквивалентности, с одной стороны, и кажущимися изменениями — с другой, испытуемый сразу строит предположение, что кажущиеся изменения образуют целое. Так, для Сума стакан *P* «толще, но он не заполнен», тогда как *L* «тоньше, но полный»; для Леа стакан *L* «у́же, но выше» и т. д., причем каждое отношение умножается на другое отношение и прежде всего на отношение, обратное первому.

Однако, как мы уже видели в примере со сравнением *L* и *P* без предварительного установления эквивалентности содержимого двух этих стаканов, этой операции совершенно недостаточно для образования понятий постоянной величины или равенства двух величин. Единственно, что она дает,— если к тому же известно это общее равенство — так это вывод о том, что увеличению высоты должно соответствовать уменьшение ширины, и наоборот. Вот почему очень важно, что когда ребенок уже подведен поэлементным соответствием к идее инвариантности и когда речь идет лишь об объяснении кажущихся изменений, он обращается к умножению отношений, ибо в этом случае только оно дает возможность координировать все наличные отношения в интенсивной квантификации. Однако само по себе умножение не приводит здесь к оформлению этой инвариантности (оно привело бы к этому лишь в том случае, если бы отношения высоты и ширины просто замещали друг друга).

С другой стороны, как только ребенок овладевает операцией координации разностей, т. е. умножением отношений, он способен предположить, что разности могут быть уравнены. В случае с только что рассмотренными дискретными величинами он формулирует эту гипотезу с наибольшей ясностью. Так, например, для

Сума совокупность, помещенная в G, равна совокупности L, потому что «если бы его (G) удлинили, то было бы столько же», другими словами, потому что разность высоты между G и L точно равна разности их ширины. Аналогичным образом Леа констатирует, что P «шире», чем L, и что он «расширяется», следовательно, уменьшается по высоте; но если бы их разместили столбиком, то было бы одинаково (такая же высота).

Гар также заявляет: «Если бы я сжал (если бы расширил) этот стакан (L), то было бы одинаково (как и в P)». Наконец, Кор: «Если бы его (G) сузили и сделали выше, он был бы такой же узкий, как и другой стакан (L), но только выше», и т. д. Короче говоря, как только воспринимаемые разности координируются операционально, они начинают измеряться, а при отсутствии числовых данных их измеряют друг через друга, так как всякое увеличение ширины уравнивается или сравнивается с сопровождающим его уменьшением высоты и наоборот.

Эксперименты с большинством испытуемых рассматриваемой стадии ясно показали, что эта пропорция, составляющая начало интенсивной квантификации, развивается вместе с арифметическим разбиением, как мы и предполагали в предыдущей главе. Для Леа, например, стакан L содержит меньше элементов, чем P (если P — полный), потому что «если бы разрезали стакан (L) посередине и обе половины положили бы сюда (в P), то все равно было бы не так широко». В свою очередь Шаи делит высоту G на два этажа, из которых каждый равен E. Что касается более взрослого Кора, то его пример показывает, до каких пределов могут идти эти разложения при отсутствии какого бы то ни было счета элементов.

В общем можно констатировать, что указанные пропорции, уравнивания разностей и числовые разбиения оформляются под воздействием обратных операций, которыми ребенок овладевает уже в силу того факта, что делает «операциональными» преобразования, постигавшиеся до сих пор в качестве простых перцептивных отношений. Когда Леа, например, заявляет, «если бы я пересыпал этот стакан (P) сюда (L), а этот стакан (L) — сюда (P), то было бы одно и то же», он выражает обратимость, свойственную любой логической и математической операции: именно эта обратимость дает возможность постигать уравнивания и разложения. Дур демонстрирует это с наибольшей точностью. «Я наполняю в уме и смотрю, до каких пор доходит» и «я накрываю стакан (E) и вижу, что здесь больше, потому что еще остается место» (сравни также ответы Лера, Гара и особенно Гуи).

Если мы теперь сравним эти процессы с конфликтом поэлементного соответствия и перцептивных отношений, то станет понятно, почему этот конфликт не заканчивается на третьей стадии победой соответствия над восприятием. В самом деле, положение можно представить следующим образом. На всех уровнях, начиная с первой стадии, ребенок склонен считать, что совокупности, приведенные во взаимно-однозначное соответствие, эквивалентны друг другу. Но если изменяют форму одной из двух совокупностей или если каждую из них помещают в сосуды различной формы, то эта вера в эквивалентность, как мы видели на первых двух стадиях, разрушается противоположной ей перцептивной видимостью. На первой стадии конфликта нет, потому что перцептивные отношения сразу берут верх над эквивалентностью. На протяжении второй стадии наличные факторы оказываются равными по силе. Наконец, на третьей стадии эквивалентность сразу побеждает перцептивные отношения: две совокупности, однажды приведенные в поэлементное соответствие, понимаются как эквивалентные, вне зависимости от изменений их формы, поскольку перцептивные отношения в этом случае, как мы только что видели, координируются между собой. Однако какова связь между поэлементным соответствием и координацией отношений?

До сих пор мы представляли себе проблему односторонне, поскольку рассматривали постепенную координацию отношений просто как предоставленную ребенку возможность учета изменения формы совокупности с двойной точки зрения — интенсивной и экстенсивной квантификации, а также как возможность примирения этих изменений с инвариантной эквивалентностью поставленных в соответствие совокупностей. При этом соответствие понималось нами как первоначальное основание инвариантности. Однако здесь существует трудность, причем весьма значительная: возникает вопрос, почему ребенок должен дойти до третьей стадии, прежде чем поэлементное соответствие вызовет прочную эквивалентность совокупностей, а на протяжении первых двух периодов его оказывается недостаточно для победы над перцептивной видимостью?

Относительно первой стадии, конечно, можно ответить, что из-за отсутствия координации перцептивные отношения навязывают ребенку такое правдоподобное по видимости изменение, т. е. неравенство, что ребенок не считает эквивалентность прочной. Но уже на второй стадии возникает координация отношений, и тем не менее этой рождающейся координации отнюдь не достаточно для победы эквивалентности над перцептивной видимостью, так как поэлементное соответствие оказывается неспособным породить прочную эквивалентность. Как же истолковать столь малую эффективность поэлементного соответствия?

Возможно, что в действительности координация отношений появляется с началом осуществления самого соответствия и что таким образом механизмы, действующие в этой эволюции, образуют гораздо более интегрированное целое, чем могло казаться до сих пор. В самом деле, можно поставить перед собой такой вопрос: является ли установление соответствия определенных совокупностей, ведущее к прочной эквивалентности, такой же операцией, как и установление их поэлементного соответствия, но без прочной эквивалентности? Если бы с помощью других экспериментов можно было прийти к разграничению этих двух форм соответствия, тогда было бы естественно, что чисто перцептивное соответствие первой стадии сразу подчиняется кажущимся изменениям и что только соответствие, свойственное третьей стадии, развивается в систему координаций наличных отношений, потому что оно их уже предполагает. Промежуточная стадия была бы в таком случае стадией организации самого соответствия. Две последующие главы ответят на эти вопросы.

Часть вторая

ПОЭЛЕМЕНТНОЕ КОЛИЧЕСТВЕННОЕ И ПОРЯДКОВОЕ СООТВЕТСТВИЕ

ГЛАВА III. ВЫЗВАННОЕ СООТВЕТСТВИЕ И ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ СООТВЕТСТВУЮЩИХ СОВОКУПНОСТЕЙ

Анализ возникновения квантификации привел нас к постановке проблемы соответствия. В самом деле, сравнивать две величины — значит устанавливать взаимную пропорциональность их размеров или ставить их элементы во взаимно-однозначное соответствие. Но начиная с Кантора этот последний способ стали рассматривать как составную часть определения самого целого числа, поскольку он дает простейшее и самое непосредственное измерение эквивалентности множеств. Если, как хорошо показал Л. Бруншвик, открытие операции взаимно-однозначного соответствия наступает на сравнительно поздней стадии развития интеллекта, то значит оно является первичным в процессе построения числа. С этой точки зрения роль соответствия в синтезе понятия числа раскрывает как счет на пальцах, так и обмен предметами в соотношении 1 к 1.

Однако тот факт, что поэлементное соответствие появляется в качестве инструмента, используемого интеллектом для разложения сравниваемых между собой целостностей, означает, что ни в одной из своих первоначальных форм оно недостаточно для придания соответствующим совокупностям эквивалентности в собственном смысле слова. Иначе говоря, его недостаточно для приписывания данным совокупностям одинаковой «мощности» или количественного значения, которое выступает как константа, являющаяся результатом соответствия как такового.

В самом деле, вначале, как мы видели в предыдущей главе, соответствие либо обречено на поражение — в силу факторов перцептивного порядка, не дающих ему возможности подняться до уровня прочной эквивалентности соответствующих совокупностей; либо же оно эволюционирует от простого глобального соответствия целостных фигур, лишь предварящего квантификацию, к действительно квантифицирующему соответствию. Последнее является источником необходимой эквивалентности и, следовательно, количественной инвариантности. Проблему возможной эволюции соответствия нам и требуется сейчас рассмотреть.

С чисто психологической (а не логической) точки зрения следует различить два вида ситуаций, в которых ребенок приходит к открытию или использованию поэлементного соответствия. В одних случаях ребенку предлагается оценить количество данных предметов с помощью других таких же предметов, которые он должен поставить в соответствие с первыми. Если, например, ребенок в игре ставит на пол 4 или 6 шаров, то его партнер должен поставить столько же; даже при неумении считать ему легко удается составить эквивалентную совокупность. Такого рода соответствие между однородными предметами выдвигает общую проблему определения количественного числа; поэтому мы отложим анализ этих отношений до главы IV, где будет рассмотрен в целом вопрос о формировании стихийного соответствия.

Имеют место, однако, и другие случаи (с изучения которых мы и начнем наш анализ), когда ситуация оказывается еще более простой: речь идет о соответствии между разнородными, но качественно дополняющими друг друга предметами, т. е. о соответствии, так сказать, вызванном самими внешними обстоятельствами. Например, ребенку во время завтрака может быть предложено взять по яйцу — на подставку, по стакану — на бутылку, по цветочку — на вазу и т. д. Обмен предметами в соотношении 1 к 1, например, повторяющийся обмен цветка или конфеты на монету и т. п., требует особенно внимательного изучения. Именно такими ситуациями вызванного соответствия мы и ограничили в данной главе наше исследование, имея в виду единственную цель — установить, можно ли говорить о том, что поэлементное соответствие, осуществленное самим ребенком или вместе с ним, с необходимостью вызывает в его сознании мысль о прочной эквивалентности соответствующих множеств. Так как мы постараемся доказать, что ничего подобного не происходит, то нет нужды проявлять излишнюю осторожность в выборе примеров. Поэтому мы начнем с анализа элементарных форм деятельности ребенка, учитывая, что изучение соответствия в целом будет проведено в следующей главе.

Содержание настоящей главы сводится к следующему: Сначала мы изучим соответветствие между n стаканами и n бутылками (от 6 до 10). В силу того, что этот опыт не приводит к понятию прочной эквивалентности, мы перейдем в § 2 к анализу более явного соответствия между цветами и вазами, более явного потому, что цветы размещаются не только рядом, но и в вазах. Однако и в этом случае результат окажется таким же; поэтому мы проведем проверку с помощью еще более простого отношения, а именно — отношения подставки и яйца. В самом деле, на каждой подставке имеется только одно яйцо, тогда как отношение между числом стаканов и бутылок или цветов и ваз является произвольным. Поскольку нам не удастся обнаружить изменения реакции в этом случае, мы перейдем в § 3 к изучению обмена в соотношении 1 к 1 без устного счета, а в § 4 — с устным счетом. Мы увидим, что счет совершенно не меняет результатов опытов, которые будут описаны в § 1—3.

§ 1. Поэлементное соответствие между стаканами и бутылками. На стол ставят 6 маленьких бутылок (бутылки длиной в 2—3 *см* для игр с куклами), выстраивают их в ряд и показывают испытуемому поднос с набором стаканов: «Посмотри. Это бутылочки. Что нужно, чтобы из них выпить? — Стаканы! — Хорошо. Вот стаканы. Возьми с подноса столько же стаканов, сколько стоит бутылок, по стакану на бутылку». Ребенок сам строит соответствие, ставя стакан перед каждой бутылкой. Если он ошибается (в ту или иную сторону), его спрашивают: «Ты думаешь, что поровну?» Этот вопрос повторяют до тех пор, пока не убедятся, что ребенок сделал все, на что он способен на данном уровне развития. Впрочем, ошибка возможна лишь у детей первой стадии (4—5 лет), о которых мы как раз и будем сейчас говорить. Достижение соответствия можно облегчить, предлагая переливать содержимое бутылок в стаканы: каждая бутылка заполняет один стакан. Как только соответствие устанавливается, все 6 стаканов сдвигают в небольшую груду и снова спрашивают: «А сейчас стаканов и бутылок поровну?» Если ребенок говорит: «Нет», то продолжают: «Где больше?» и «Почему здесь больше?» Затем стаканы снова расставляют в ряд, а бутылки сдвигают в груду, и т. д., при этом каждый раз повторяют вопросы.

Полученные результаты мы будем классифицировать по трем стадиям, для которых характерно следующее: I. Отсутствие поэлементного соответствия и эквивалентности. II. Наличие поэлементного соответствия, но без прочной эквивалентности. III. Наличие соответствия и прочной эквивалентности.

I. Первая стадия — отсутствие точного соответствия и эквивалентности. К этой стадии мы относим всех детей, которые не могут сразу установить поэлементное соответствие и действуют методом простого глобального соответствия, основанного только на восприятии длины рядов. Очевидно, что у этих испытуемых отсутствие прочной эквивалентности между соответствующими множествами проистекает из отсутствия поэлементного соответствия, так как длина рядов изменяется в зависимости от пространства между предметами.

Бон (4; 0). «Посмотри на все эти бутылочки. Чего не хватает, если бы мы захотели выпить воду? — *Стаканов.* — Хорошо, вот здесь много стаканов (ставят их на стол). Поставь эти стаканы сюда, но столько же, сколько бутылок, по стакану на бутылку.— (Берет 12 стаканов, но ставит их так плотно, что 6 бутылок образуют более длинный ряд.) — Где больше всего? — *Здесь* (бутылки).— В таком случае поставь по стакану к каждой бутылке.— (Расставляет 12 стаканов в ряд такой же длины, что и ряд из 6 неплотно стоящих бутылок.) — Поровну? — *Да.* — (Бутылки еще больше отдаляют друг от друга.) Одинаково стаканов и бутылок? — *Да.* (Но при этом он немного раздвигает стаканы).— (Снова разуплотняют бутылки.) — *Здесь мало* (12 стаканов), *здесь много* (6 бутылок)».

Гол (4; 0). Начинает с переливания содержимого каждой бутылки в стакан. Дойдя до 4-й бутылки, он непроизвольно вскрикивает, увидев, что ему не удается привести в соответствие 6 бутылок и 12 стаканов. *«Бутылок немного.»* — В таком случае можешь убрать стаканы.— (Останавливается на 7 стаканах для 6 бутылок, уплотняя немного стаканы.) — Стаканов и бутылок поровну? — *Да.* — (Ставят стаканы перед каждой бутылкой, и тогда обнаруживается, что один стакан остался без бутылки.) — *Нужно взять еще одну* *бутылку.*— (Дают ему бутылку.) А теперь хорошо? — (Гол упорядочивает предметы таким образом, что первая бутылка соответствует второму стакану и т. д. до 7-й бутылки, у которой нет соответствующего стакана.) *Нет, здесь не хватает стакана, а здесь есть стакан, у которого нет бутылки.*— И что же нужно сделать? — *Нужно взять еще бутылку и стакан.* (Ему их дают, но он ставит их друг перед другом и вновь не может установить соответствие.)»

Кар (5; 2). «Сделай так, чтобы у каждой бутылки был свой стакан.— (Ребенок берет все стаканы, затем часть убирает, оставляет 5 штук и старается привести их в соответствие с 6 бутылками, разуплотняя их так, чтобы составить ряд такой же длины.) — Стаканов и бутылок поровну? — *Да.*— Совершенно одинаково? — *Да.*— (Тогда 6 бутылок ставят более плотно перед 5 стаканами, так что оба ряда оказываются разной длины.) Одинаково стаканов и бутылок? — *Нет.*— Почему? — *Бутылок мало.*— Больше стаканов или больше бутылок? — *Больше стаканов.* (Он их немного уплотняет.) — Сейчас стаканов и бутылок поровну? — *Да.*— А почему ты так сделал? — *Потому что так получается мало».*

Эти случаи демонстрируют нам стадию, предшествующую соответствию в собственном смысле слова. На данной стадии оценка осуществляется путем глобального сравнения длин (или плотностей и т. п.) рассматриваемых совокупностей. В этом отношении пример Кара особенно характерен; в самом деле, этот ребенок считает, что ряд из 5 разуплотненных стаканов больше ряда из 6 плотно сдвинутых бутылок, но, с другой стороны, он думает, что когда уплотняют ряд стаканов, то «получается мало», и, таким образом, этот ряд становится эквивалентным 6 бутылкам! Поэтому само собой разумеется, что эквивалентность двух совокупностей на этом уровне не может быть прочной, ибо она зависит от таких изменчивых факторов, как, например, длина ряда.

II. Вторая стадия — установление поэлементного соответствия, но без прочной эквивалентности соответствующих друг другу совокупностей. Дети, о которых мы сейчас будем говорить, прекрасно могут сразу приводить в соответствие бутылки и стаканы. Но если в момент визуального соответствия между двумя рядами они заявляют, что имеется столько же стаканов, сколько и бутылок, то как только мы разделяем пары соответствующих элементов, разуплотняя или уплотняя элементы одной из двух совокупностей, они перестают верить в эту эквивалентность:

Хок (4; 3). «Смотри. Это — бутылки в кафе. Ты — гарсон и должен взять стаканы из буфета. На каждую бутылку должен быть один стакан.— (Ставит точно один стакан перед каждой бутылкой и игнорирует другие стаканы.) — Поровну? — *Да.*— (Тогда сдвигают бутылки в груду.) Бутылок и стаканов поровну? — *Нет.*— Где больше? — *Стаканов больше.* (Снова ставят бутылки перед стаканами точно друг перед другом, а затем сдвигают в кучу стаканы). Одинаково стаканов и бутылок? — *Нет.*— Где больше? — *Больше бутылок.*— Почему больше бутылок? — *Потому что больше* (с решительным видом)».

Мог (4; 4) берет на глаз 9 стаканов для 6 бутылок, затем приводит их в соответствие 1 к 1, отодвигая 3 оставшихся стакана, и непроизвольно говорит: «*Нет, было неправильно.*— А сейчас поровну? — *Да.*— (Стаканы ставят плотнее, а бутылки немного разуплотняют.) Одинаково стаканов и бутылок? — *Нет.*— Где больше? — *Больше бутылок*».

Гин (4; 11). «Возьми с этого подноса ровно столько же стаканов, сколько стоит бутылок, по стакану на каждую бутылку.— (Берет все стаканы.) — Ты думаешь, что одинаково? — *Нет.*— Тогда убери лишние.— (На глаз устанавливает поэлементное соответствие и, не считая, оставляет на подносе 6 стаканов!) — Одинаково? — *Да.*— Тогда поставь их, чтобы можно было увидеть, что все правильно.— (Ставит стаканы точно перед бутылками). *Вот.*— Одинаково? — *Да.*— (Сдвигают стаканы в кучу.) Одинаково? — *Нет.*— Где больше? — *Бутылок больше.*— Почему? — *Потому что здесь их больше.* (Показывает 6 расставленных в ряд бутылок.) — (Стаканы ставят свободнее, а бутылки сдвигают в кучу.) Одинаково? — *Нет.*— Где больше? — *Здесь* (стаканы)».

Гал (5; 1) приводит в соответствие 6 стаканов и 6 бутылок. Стаканы ставят плотнее. «Стаканов и бутылок поровну? — *Нет. Здесь больше* (бутылки), *а здесь меньше* (стаканы).— (Изменяют положение на обратное.) — *Теперь больше стаканов.*— Почему? — *Потому что бутылки стоят в куче* (уплотненно), *а все стаканы — по отдельности.*— Посчитай стаканы.— *Один, два, . . ., шесть.*— Значит, поровну? — *Да.*— Почему же ты сказал, что неодинаково? — *Потому что все бутылки маленькие*».

Мюл (5; 3), производя оценку на глаз и поставив сначала 2 лишних стакана, затем приводит в точное соответствие бутылки и стаканы. «Было поровну? — *Нет, были лишние стаканы.*— А теперь? — *Да, одинаково.*— (Стаканы ставят плотнее, а бутылки разуплотняют.) Одинаково? — *Нет, потому что здесь длиннее.*— Ты умеешь считать? — *Да.*— Сколько стаканов? — *Шесть.*— А бутылок? — *Шесть.*— В таком случае бутылок и стаканов поровну? — *Больше там, где длиннее*».

Ос (5; 10) сразу устанавливает соответствие. «Стаканов и бутылок поровну? — *Да, я сосчитал.*— (Сдвигают стаканы в груду.) Стаканов и бутылок поровну? — *Нет.*— Почему? — *Потому что здесь много* (бутылки), *а здесь мало.*— (Сдвигают бутылки плотнее и разуплотняют стаканы.) Теперь одинаково? — *Нет.*— Почему? — *Потому что здесь* (стаканы) *много, а здесь мало*».

Фу (5; 9) переливает содержимое 6 бутылок в 6 стаканов и ставит их перед пустыми бутылками. «Бутылок и стаканов поровну? — *Да.*— (Бутылки собирают в кучу перед стаканами.) Одинаково? — *Нет.*— Где больше? — *Больше стаканов.*— (Проделывают противоположное). А теперь? — *Больше бутылок.*— Что нужно сделать, чтобы было поровну? — *Стаканы нужно подвинуть вот так* (разуплотнение жестом). *Нет, нужно добавить стаканы*».

Фра (6; 3). Такая же реакция: когда плотнее сдвигают стаканы, оказывается больше бутылок, и наоборот: *«Больше потому, что больше раздвинуто»*. Когда в конце беседы его просят: «Сделай так, чтобы было поровну», он восстанавливает поэлементное соответствие на основе пространственного контакта.

Таковы реакции второй стадии. Прежде всего можно констатировать, что все эти дети способны устанавливать поэлементное соответствие. Но — и здесь как раз обнаруживается факт, на который мы хотели бы обратить внимание,— достаточно уничтожить наглядное или визуальное соответствие между каждой бутылкой и каждым стаканом, т. е. соответствие на основе оптического и пространственного контакта, и придать одному из множеств форму груды, оставив другое в виде разуплотненного ряда, чтобы в глазах ребенка количественная эквивалентность и даже качественное соответствие исчезли. Все происходит так, как будто в данном случае величина меньше зависит от числа (которое, если принять эту гипотезу, остается, по-видимому, чисто вербальным даже тогда, когда ребенок считает правильно) или от поэлементного соответствия между дискретными предметами, нежели от глобального вида совокупности и, в частности, от занимаемого рядом пространства. Мюл, например, который умеет считать, полагает, что «больше там, где длиннее», даже в том случае, если он устанавливает, что сдвинутые в кучу стаканы образуют 6 единиц, т. е. столько же, сколько бутылки, расставленные по прямой.

Но нельзя ли в таком случае предположить, что здесь имеет место словесное недоразумение? Это означало бы, что ребенок считает число бутылок и число стаканов все время одинаковым, но когда одну из двух совокупностей сдвигают в кучу, он отвечает, что на одной стороне «имеется больше», лишь с целью выразить мысль о том, что изменились форма совокупности и занимаемое ею пространство. В связи с этим возражением, а также потому, что вне опыта трудно опровергнуть возможность вербального недоразумения, мы обратимся в этой и последующей главах еще к нескольким ситуациям и примерам. По мере изучения новых фактов мы сможем сделать выбор между двумя указанными объяснениями.

Однако уже сейчас необходимо сделать несколько замечаний. Во-первых, естественно, что в возрасте 4—

6 лет трудно найти хорошо понимаемые выражения для передачи количественной эквивалентности, и потому у нас нет никаких доказательств того, что пятилетний ребенок, как например Мюл, употребляет термины «шесть стаканов» или «шесть» вообще в том же смысле, что и мы. Единственное, что мы видим,— это то, что Мюл умеет применять к шести предметам шесть первых названий чисел, т. е. он умеет приводить в соответствие слова и стаканы, так же как стаканы и бутылки. Но доказывает ли это, что с точки зрения ребенка вербальный пересчет лучше выражает квантификацию, чем занимаемое пространство, и что приписывание предметам цифр отвечает на вопрос «сколько» в действительно числовом смысле?

Конечно, у нас нет никаких оснований для такого утверждения, поскольку возможно, что соответствие между названиями чисел и предметами остается на данном уровне чисто вербальным и ребенок еще не овладел понятиями, необходимыми для построения самого числа и определяемыми постоянством и эквивалентностью множеств, независимо от расположения составляющих их элементов. Значит, аргумент, апеллирующий к речи, легко переворачивается, и было бы большой неосторожностью выводить из него что-нибудь более значительное, чем простую констатацию несоответствия между приписыванием названий («цифр») и визуальной наглядностью.

Во-вторых, когда ребенок выражает количественное изменение, он не всегда ограничивается утверждениями «больше» или «меньше»: наличие такого ограничения давало бы основание заключить о существовании чисто пространственной оценки (т. е. не относящейся к дискретным величинам). Ребенок часто уточняет (Хок, Мог, Гин, Фу и т. д.): «больше стаканов» или «больше бутылок». Ос говорит: «Здесь много, а здесь мало». Гал, который в противоположность Мюлу до конца остается убежденным в эквивалентности двух совокупностей, открыв, что у них одно и то же число элементов — 6, хорошо помогает нам понять суть проблемы: первоначальное выражение «больше» означает затем «больше стаканов», причем по той причине, что однажды сдвинутые в кучу бутылки стали «маленькими». Что же может означать это последнее утверждение, если не то, что ребенок надеялся на уменьшение самой величины, и что, обнаружив, вопреки своему ожиданию, то же самое число, он примиряет это экспериментальное постоянство числа 6 с противодействием занимаемого пространства путем уменьшения значения оцениваемых элементов.

В-третьих, мы легче подойдем к правильному ответу, если будем учитывать то, о чем ребенок думал в предшествующий период. В данном случае это представляется нам решающим аргументом. В самом деле, мы сейчас увидим, каким образом на третьей стадии ребенок открывает (и явным образом выражает это), что уплотнение или разуплотнение элементов совершенно не меняет их числа. Именно в этом состоит приобретение, достигаемое на этом, высшем уровне — ведь на предшествующей стадии модификации пространственного расположения элементов представляются ребенку относящимися к квантификации самих элементов.

III. Третья стадия — установление поэлементного соответствия и прочной эквивалентности соответствующих совокупностей. Приведем два примера правильных ответов, которые послужат нам основанием для последующих выводов.

Пел (5; 6) начинает с расстановки 5 стаканов перед 6 бутылками, затем добавляет один стакан. «Одинаково? — *Да.*— А теперь? (Сдвигают стаканы.) — *Да, одинаково.*— Почему? — *Это ничего не меняет!* — А если так? (Сдвигают бутылки и разуплотняют стаканы.) — *Да, поровну*».

Лау (6; 2) приводит в соответствие 6 стаканов и 6 бутылок. Стаканы сдвигают в груду. «Одинаково? — *Да, стаканов столько же. Вы только их сдвинули вот так, но все же поровну.*— А теперь больше бутылок (в груде) или стаканов (разуплотнены)? — *Все равно одинаково. Вы только оставили их* (бутылки) *вместе*».

Как видно для этих детей множества, однажды приведенные во взаимно-однозначное соответствие и ставшие, таким образом, эквивалентными в момент установления этого соответствия, остаются эквивалентными и далее, независимо от расположения их элементов. Именно это наиболее отчетливо показывает Лау, как будто бы он хочет отметить различие, отделяющее его от предыдущей стадии: стаканы сохраняют одно и то же число, если «их только сдвигают», и т. д. Короче говоря, смысл этих ответов состоит в том, что при модификации занимаемого пространства величины остаются эквивалентными. Это достаточно хорошо показывает, что до сих пор стоявшая перед ребенком проблема сводилась к вопросу: изменяется ли число с изменением фигуры? Таким образом, операция приведения во взаимно-однозначное соответствие оформляется за пределами простого и наглядного, или оптического, сравнения.

Теперь можно, следовательно, истолковать значение трех стадий, характеризующих данную конструкцию, или, по крайней мере, наметить гипотезы, которые надо будет проверить в ходе последующих экспериментов.

Что касается первой стадии, то ее значение очевидно: чтобы оценить совокупности предметов, ребенок удовлетворяется разновидностью целостного сравнения или глобального отношения без поэлементного соответствия, а также пространственной оценкой (длина рядов и т. д.). Третья стадия также вполне понятна: на ней устанавливается взаимно-однозначное соответствие с прочной эквивалентностью соответствующих совокупностей. Поэтому для истолкования второй стадии достаточно, по-видимому, установить преемственность между двумя другими стадиями, а чтобы ее зафиксировать, надо лишь принимать реакции испытуемых данного уровня такими, какие они есть, преодолевая стремление перевести мысли детей в понятия более высокого уровня: количественная эквивалентность двух множеств проявляется у них на основе поэлементного соответствия, но соответствия, если можно так выразиться, перцептивного или наглядного порядка. Такое соответствие предполагает доступный восприятию контакт между соответствующими элементами. В частном случае этот контакт оказывается визуальным, но он может быть акустическим, тактильным и т. д. Когда предметы утрачивают взаимный контакт между элементами, наличие этого ограничения оказывается достаточным для того, чтобы соответствие исчезло, и в таком случае для оценки обеих совокупностей у ребенка остается лишь критерий предыдущей стадии, т. е. глобальный и пространственный критерий: как говорит Мюл, умеющий считать до шести, «больше там, где длиннее».

Что же означает выражение «больше» у ребенка, знающего, что имеется шесть стаканов и шесть бутылок? И вообще, что он хочет сказать, утверждая, что имеется «больше стаканов» или «здесь много», а «здесь мало»? Абсурдно приписывать детям мысль об изменении самого числа предметов, так как любое наше объяснение исходит из того, что дети данного уровня еще не владеют понятием числа.

С другой стороны, именно потому же, что мысль о числе еще не оформилась, этот факт не может просто означать, что пространство увеличилось, а число осталось таким же. Единственная возможность дать объяснение этой проблеме состоит, следовательно, в том, чтобы признать наличие недифференцированности между числом и занимаемым пространством, т. е. признать существование глобальной (не аналитической) оценки, поскольку единственная аналитическая оценка, имеющаяся в распоряжении ребенка,— это визуальное, или перцептивное, соответствие. Этот факт очень хорошо выражает Фу, когда он заявляет, что для установления соответствия между шестью сдвинутыми стаканами и шестью разуплотненными бутылками нужно разуплотнить стаканы или добавить к ним еще несколько, как будто эти два решения равноценны.

Таким образом, перед нами встают две проблемы. Во-первых, проблема перехода от глобальной квантификации по перцептивным отношениям длины или занимаемого пространства к наглядному поэлементному соответствию; во-вторых, проблема преобразования этого наглядного соответствия в операциональное соответствие с прочной эквивалентностью. Но чтобы успешно обсуждать эти вопросы, необходимы новые факты.

§ 2. Соответствие между цветами и вазами, яйцами и подставками. Совершенно очевидно, что чем теснее связь между предметами, находящимися в поэлементном соответствии, тем прочнее эквивалентность соответствующих совокупностей. Когда, например, ставят цветы в вазу или кладут яйцо на подставку, то для ребенка связь между соответствующими предметами оказывается более тесной, чем при простом расположении стакана рядом с бутылкой: содержимое и вместилище, в которое нужно его поместить, представляются ему лучше дополняющими друг друга, чем стакан и стоящая перед ним бутылка. Следовательно, в первом случае у ребенка будет меньше трудностей с пониманием того, что количество цветов или яиц остается эквивалентным количеству ваз или подставок, если цветы вынимают из ваз, а яйца снимают с подставок, складывая те и другие в груду.

Это обстоятельство ценно с двух точек зрения. Во-первых, оно является лишним аргументом в пользу обоснованности нашей интерпретации: если одни и те же дети лучше отвечают на одни вопросы, поставленные в экспериментах с наглядно выраженной прочностью соответствия, то это значит, что речь идет не о вербальном недоразумении, а о том, что соответствие оказывается в большей или меньшей степени квантифицирующим, в зависимости от содержания поставленных проблем. Во-вторых, это различие в степенях трудности вопросов облегчает возможность анализа по сравнению со случаем полного непонимания со стороны ребенка.

Примененная нами методика заключается в следующем. В случае с цветами и вазами опыт начинается с пробуждения интереса испытуемого с помощью небольшой игры: «Что можно поставить в эти вазы? — *Цветы.* — В таком случае нужно пойти в сад за цветами и принести по одному цветку на каждую вазу, столько же (или одинаково много) цветков, сколько ваз». Перед ребенком кладут определенное число цветков (превышающее число ваз) и наблюдают, каким способом он устанавливает соответствие; можно положить цветок перед каждой вазой или же разместить их в более или менее плотный ряд, но такой же длины. Затем просят провести проверку методом размещения цветов по всем вазам. После того как поэлементное соответствие устанавливается ребенком, берут цветы и делают из них букет (или сдвигают вазы в кучу) и спрашивают, как и раньше, поровну ли тех и других. Применительно к яйцам и подставкам методика такая же: испытуемый должен приготовить столько же яиц, сколько он видит подставок, затем, после размещения яиц, их снова вынимают и собирают в кучу, чтобы таким образом убедиться, является ли эквивалентность прочной. Кроме того, рекомендуется располагать яйца сначала в непосредственной близости от подставок, а затем на определенном расстоянии от них, чтобы проверить, играет ли оптический контакт роль в формировании суждения об эквивалентности.

I. Первая стадия — глобальное сравнение без поэлементного соответствия и без прочной эквивалентности. Приведем несколько примеров, в которых дети, оставляя две равные совокупности, удовлетворяются размещением цветов в ряд, имеющий ту же длину, что и ряд ваз.

Фум (4; 4) начинает перебирать цветы по одному, поглядывая поочередно на каждую вазу, но, взяв несколько штук, отказывается от такого метода и удовлетворяется глобальной оценкой. «Поровну? — *Да.*— Нельзя ли посмотреть? — (Он кладет цветы в вазы и устанавливает, что не хватает трех цветов.) *Здесь не хватает цветов* (добавляет их).— А теперь поровну? — *Да.*— Слушай, сейчас на время цветы уберут и сменят воду (вазы сдвигают, цветы расставляют более свободно). Теперь ваз и цветов поровну? — *Цветов больше.*— Проверь.— (Он раздвигает вазы.) *Нет, одинаково.*— (Снова сдвигают вазы.) — *Цветов больше.*— Почему? — *Потому что здесь есть один цветок* (показывает на цветок, против которого нет вазы).— Как ты думаешь, все цветы поместятся в вазы? — *Я думаю, что поместятся; нужно убрать это* (указывает на оба цветка, выходящие за пределы ряда ваз). *Я хочу их расставить* (проверяет и устанавливает, что убранных им двух цветов не хватает; добавляет их).— Хочешь, чтобы я сменил воду? (Снова вынимают цветы и сдвигают их.) Если снова поставить эти цветы в эти вазы, то их будет поровну или нет? — *Я думаю, что одинаково... Нет, ваз больше.*— В таком случае сам сделай так, чтобы было поровну.— (Сдвигает вазы плотнее!) — Ты думаешь, что теперь одинаково? — *Думаю, что так будет хорошо*».

Гуи (4; 4) размещает в ряд 13 плотно сдвинутых цветов перед 10 свободно стоящими вазами, хотя перед этим он пересчитал их. Поскольку ряды оказываются одинаковой длины, Гуи думает, что цветов и ваз одинаково. «А ты можешь расставить цветы по вазам? — *Да.*— (Ставит, и у него остается 3 цветка.) — (Вынимают цветы и собирают их в кучу перед вазами.) Цветов и ваз поровну? — *Нет.*— Где больше? — *Больше ваз.*— А если снова поставить цветы в вазы, то в каждой вазе будет по одному цветку? — *Да.*— Почему? — *Потому что цветов достаточно.*— (Сдвигают вазы и расставляют цветы свободнее.) А теперь? — *Больше цветов*» . . . и т. д.

Приведем три примера реакций этой стадии в экспериментах с яйцами и подставками. В самых элементарных из этих реакций у детей не возникает даже подозрения о том, что изменение перцептивных факторов совершенно не влияет на первоначальное положение (как и в реакции Фума с цветами).

Фра (4; 3). «Возьми столько же яиц, сколько имеется подставок, не больше и не меньше, по одному яйцу на каждую подставку.— (Ребенок строит ряд одинаковой длины, но яиц в нем намного больше.) Сейчас яиц и подставок поровну? — *Да.*— Тогда разложи яйца, чтобы посмотреть, так ли это.— (Проделывает.) — Было одинаково? — *Нет.*— А теперь? — *Да.*— (Убирает излишек.) — (Тогда убирают все яйца, складывают их в кучу перед подставками.) Теперь одинаково? — *Нет.*— Почему? — *Больше подставок.*— Для подставок яиц достаточно? — *Я не знаю.*— (Сдвигают подставки плотнее, а яйца раскладывают свободно.) Посмотри. Теперь яиц и подставок поровну? — *Нет, яиц больше.*— Для этих яиц подставок достаточно? — *Нет. Я не знаю».*

Зу (4; 9) точно так же начинает с раскладывания перед рядом подставок равного ему по длине ряда плотно сдвинутых яиц. Затем кладет яйца на подставки, отодвигая излишек. После этого сам снимает яйца с подставок и кладет их перед ними в кучу. «Яиц и подставок поровну? — *Нет. Подставок много, яиц меньше.*— Для подставок яиц достаточно? — *Нет.*— (Тогда убирают все яйца и кладут только 4 штуки в ряд с очень большими промежутками, для 7 подставок.) Достаточно яиц для этих подставок? — *Да.* (Длина рядов одинаковая.) — Разложи их сам, чтобы посмотреть, так ли это.— (Раскладывает и очень удивляется, что яиц не хватает.) — А теперь одинаково? (Убрали 4 яйца и разместили перед 7 подставками ряд такой же длины из 12 яиц).— *Да.*— Совершенно поровну? — *Да.*— А если их разложить по подставкам, то яйца останутся? — *Нет, все войдут.*— Попробуй.— (Зу снова очень удивлен). *Яйца еще остаются!»* И только при очень широко расставленных трех яйцах для 7 подставок Зу правильно отвечает: *«Останутся пустые подставки»,* но при 5 свободно расставленных яйцах он снова думает, что будет точное соответствие.

Как мы видим, этим детям не удается самостоятельно установить поэлементное соответствие, и они не в состоянии открыть его, если даже их подталкивают к этому отношения вместилища и содержимого, выражаемые вазами и цветами, подставками и яйцами. Что же касается эквивалентности двух множеств на этой стадии, то можно констатировать, что она полностью основывается на перцептивном сравнении длин рядов; в самом деле, достаточно уплотнить или разуплотнить элементы одной из двух совокупностей, чтобы она уже больше не воспринималась как эквивалентная другой совокупности. Так, Фум после расстановки цветов по вазам приходит к выводу, что раз цветы вынули и разложили свободно, то они больше не находятся с вазами в поэлементном соответствии, и он даже убирает часть из них, чтобы восстановить соответствие. Аналогичным образом Зу придает оценке по занимаемому пространству столь большое значение, что поочередно предполагает возможность размещения 4, 12 и 5 яиц на 7 подставках, но в то же время считает невозможным привести их в соответствие с 7 яйцами, которые сам разложил, а потом вынул и разместил в плотно сдвинутый ряд!

Здесь мы являемся свидетелями удивительного поведения, показывающего, до какой степени на первой из рассматриваемых нами стадий недифференцированы дискретная величина и занимаемое пространство. Даже когда на этом уровне самой логикой вещей устанавливается поэлементное соответствие, ребенок сомневается в возможности возвращения к этому соответствию путем восстановления первоначального состояния, если изменяется перцептивный аспект одной из двух приводимых в соответствие совокупностей. Когда ребенок, как например Гуи, верит в возможное возвращение к первоначальному положению, то это, разумеется, можно объяснить простым воспоминанием воспринятого раньше соответствия, причем все это не может служить доказательством того, что здесь сохраняется эквивалентность; в самом деле, Гуи полагает, что цветов больше, когда вазы сдвигают плотнее, и наоборот.

II. Вторая стадия — наглядное поэлементное соответствие без прочной эквивалентности. Дети второй стадии отличаются от детей первой стадии тем, что они сразу могут установить поэлементное соответствие, но вместе с тем не делают вывода об эквивалентности, которая продолжает сохраняться независимо от пространственного расположения элементов.

Приведем характерные для этой стадии примеры с цветами и вазами.

Дал (4; 6), внимательно осмотрев 10 ваз, берет 9 цветов, думая, что он на глаз нашел точное соответствие. Дойдя до 7-й вазы, он обнаруживает, что цветов ему не хватает, и берет еще один цветок. После размещения цветов по вазам их вынимают оттуда и складывают в кучу. «Цветов и ваз одинаково? — *Нет.*— Почему? — *Ваз больше.*— А теперь (проделывают обратное)? — *Цветов больше».*

Сим (5; 7) кладет по одному цветку в каждую вазу. Их вынимают и складывают в кучу. «Цветов и ваз поровну? — *Нет.*— Почему? — *Ваз больше.*— Цветов для ваз достаточно? — *Да.*— (Тогда проделывают обратное). А теперь? — *Цветов больше.*— Ваз для цветов достаточно? — *Да.*— Значит, их поровну? — *Нет, здесь* (вазы) *больше, потому что здесь раздвинули».*

Приведем далее примеры с яйцами и подставками.

Сим (5; 7) приводит в соответствие 6 яиц и 6 подставок, при этом раскладывает яйца по подставкам. Яйца снимают с подставок и раскладывают свободно. «Яиц и подставок одинаково? — *Нет.*— Где больше? — *Здесь* (яйца).— А если на каждую подставку положить по одному из этих яиц, то все войдут? — *Да... Не знаю»*.

Дум (5; 8) также приводит в соответствие 6 яиц и 6 подставок и сам их раскладывает. Когда яйца снимают с подставок и складывают перед ними в кучу, Дум полагает, что стало неодинаково. «Почему? — *Потому что сделали вот так* (жест уплотнения).— А яиц для подставок достаточно? — *Нет.*— (Сдвигают подставки и раздвигают яйца.) А теперь одинаково? — *Нет, потому что яиц больше»*.

Этих нескольких случаев достаточноо для подтверждения существования второй стадии, находящейся между стадией стихийного несоответствия и стадией прочной эквивалентности. На данной стадии возникает непосредственное поэлементное соответствие, но оно остается чисто наглядным, ибо достаточно преобразовать конфигурацию множества, чтобы эквивалентность нарушилась. Если, с другой стороны, некоторые испытуемые на этой стадии считают возможным возврат к первоначальному состоянию, то он не выступает для них как необходимый возврат. Например, Сим, утверждающий, что каждый из плотно сдвинутых или свободно разложенных цветов окажется в соответствующей вазе, не решается утверждать то же самое по поводу яиц и подставок. Более того, даже в том случае, когда ребенок допускает возможность возвращения к первоначальному состоянию, он не делает отсюда вывода об инвариантности эквивалентности; так, тот же Сим считает, что «цветов больше», чем ваз, когда вазы плотно сдвинуты (хотя можно снова поставить по одному цветку в каждую вазу), и когда мы спрашиваем: «Поровну ли стало в таком случае?», он уточняет: «Нет, здесь больше, потому что раздвинули».

Нет лучшей возможности показать, что для ребенка этого уровня квантификация основывается не на числе (большинство из этих испытуемых умеет считать до 10) и не на взаимнооднозначном соответствии, а сводится к наглядному соответствию, связанному с перцептивной конфигурацией анализируемого множества.

III. Промежуточные ответы между второй и третьей стадией и ответы третьей стадии: операциональное соответствие с прочной эквивалентностью. Настоящие эксперименты интересны тем, что, будучи несколько более легкими, чем эксперименты со стаканами и бутылками, они дают возможность наблюдать промежуточные случаи, когда детям не удается решить задачу со стаканами и бутылками, но постепенно удается сделать это с вазами и подставками. Такие случаи позволяют лучше проанализировать механизм правильного решения. Приведем несколько примеров подобных переходных случаев.

Ду (5; 8) в опыте со стаканами и бутылками (см. § 1) продолжает оставаться на второй стадии. Что касается цветов, то он приводит их в точное соответствие с вазами, а когда цветы вынимают, чтобы сложить их в кучу, он начинает с утверждения *«больше ваз»*. Если проделывают обратную операцию, он соответственно говорит *«больше цветов»*. Но затем мы предлагаем Ду новый букет цветов другой окраски. «Поставь их так же по одному в каждую вазу.— (Проделывает.) — (Затем цветы вынимают и сдвигают перед вазами.) — А теперь цветов и ваз поровну? — *Да.*— Почему? — *Потому что все они были поставлены сюда* (в вазы)». Однако, когда сдвигают вазы, а цветы расставляют на некотором удалении, он снова ошибается.

Му (5; 8) точно так же говорит, что ваз все равно остается столько же, сколько и цветов, когда цветы сложены плотно. Но если сдвинуть вазы, он думает, что их «больше».

Ос (5; 10) в опыте со стаканами и бутылками также остается на второй стадии. Что касается цветов, то и он колеблется между решениями второй и третьей стадий. Начав с отсчета 10 ваз, он затем отсчитывает 10 цветов, поочередно расставляя их в вазы. Цветы вынимают и плотно ставят их рядом с вазами. «Одинаково? — *Да, потому что здесь* (вазы) *десять и здесь* (цветы) *десять.*— (Сдвигают вазы, свободно раскладывая цветы.) А теперь? — *Нет. Здесь* (вазы) *мало.*— Смотри, вот теперь перед тобой розовые цветы. Возьми их столько же, сколько ваз (вазы снова поставлены в ряд.) — (Он осторожно считает их и кладет в вазы.) — (Вынимают розовые цветы, раскладывают их с другой стороны ваз, а голубые остаются со стороны ребенка.) Розовых цветов и голубых цветов одинаково? — *Да, здесь десять и здесь десять.*— А розовых цветов и ваз одинаково? — *Нет»*.

Приведем еще несколько подобных реакций, наблюдавшихся при опытах с яйцами и подставками (нужно специально отметить тот факт, что в нескольких случаях ребенок верит в эквивалентность, когда одна из совокупностей уплотнена в непосредственной близости от другой, причем чувство эквивалентности уменьшается с увеличением расстояния).

Гал (5; 1), ответы которого на второй стадии мы приводили в § 1, сразу устанавливает соответствие между 7 яйцами и 7 подставками. Когда яйца снимают с подставок и собирают их перед подставками в кучу, он еще верит в эквивалентность. «Почему ты говоришь, что одинаково? — *Потому что одинаково.*— (Раскладывают яйца на некотором расстоянии от подставок). А сейчас одинаково? — *Нет.*— Почему? — *Потому что здесь* (яйца без подставок) *раздвинуты, а здесь* (подставки) — *сдвинуты.*— А если бы их снова положили, то яиц и подставок было бы поровну? — *Да»*.

Ос (5; 10) отсчитывает одинаковое число яиц и подставок. Яйца снимают с подставок и сдвигают их перед подставками. «Одинаково? — *Да.*— (Раскладывают яйца на некотором расстоянии от подставок). Одинаково? — *Нет.*— Где больше? — *Больше яиц.*— Все яйца поместились бы на подставки? — *Да»*.

Нетрудно понять, чем интересны эти промежуточные случаи. В общем они означают начало освобождения операционального соответствия от оптического или наглядного соответствия. Так, Ду, после отрицания эквивалентности, в случае, когда поэлементное соответствие не было очевидно, приходит к пониманию того, что плотно сдвинутых около ваз цветов столько же, сколько ваз; при этом он находит для этого прекрасное основание: «Потому что все они были поставлены сюда», т. е. он имеет в виду, что чуть раньше цветы были содержимым ваз. Но он не может вернуться к своему рассуждению, когда те же цветы кладут менее плотно, и считает, что их больше, потому что они находятся на более отдаленном расстоянии от ваз. Му приписывает такое же постоянство количеству цветов, но считает, что ваз больше, когда их сдвигают (нужно заметить, что роль критерия величины здесь играет уже не занимаемое пространство, а плотность). Что касается Оса, то он представляет собой чрезвычайно интересный случай умения отождествлять число ваз и цветов, когда последние плотно сдвигают, и неумения этого сделать, если цветы кладут свободно. Кроме того, он прекрасно демонстрирует умение отождествлять число розовых и голубых цветов, когда те и другие рассредоточены, и неумение отождествлять число свободно лежащих розовых цветов и число плотно сдвинутых ваз.

Причина такого явления очевидно кроется в том, что плотно сдвинутые вблизи ваз цветы напоминают ему, что все они были внутри ваз, тогда как свободно лежащие цветы теряют это свойство из-за отсутствия оптического контакта. То же самое можно видеть в более простом случае, когда Ос верит в эквивалентность совокупностей подставок и яиц, если яйца плотно сдвинуты рядом с подставками, но перестает верить в эту эквивалентность, если между ними есть некоторое расстояние. Когда Гал думает о возможном возврате яиц на подставки, он также явным образом выражает сохранение веры в эквивалентность; но он утрачивает эту веру, если яйца размещаются слишком далеко от подставок. Короче говоря, эти эксперименты показывают, как ребенок начинает освобождаться от восприятия и приходит к соответствию с интеллектуальной в собственном смысле слова эквивалентностью. Когда яйца плотно сдвинуты, но находятся рядом с подставками, изменение конфигурации не дает никаких последствий, так как оптический контакт остается достаточным для напоминания о соответствии, и ребенок признает эквивалентность; но если яйца рассредоточиваются на некотором расстоянии друг от друга и, следовательно, от подставок, то эквивалентность нарушается, потому что операция соответствия еще не освободилась в достаточной степени от восприятия.

Наоборот, в типичных случаях третьей стадии операция освобождается, наконец, от наглядности, и ребенок приходит тем самым к обратимости и эквивалентности.

Фет (5; 5) размещает в ряд 10 цветов перед вазами, потом ставит их в вазы. Цветы вынимают и складывают их в кучу. «Все еще поровну? — *Да.*— А так (при рассредоточении цветов на некотором расстоянии от ваз)? — *Да.*— Почему? — *Потому что они были там внутри»*.

Бет (5; 8). Беседа с ним проводится после того, как он, не считая, устанавливает соответствие. Сдвигают цветы в кучу на некотором расстоянии от ваз. «Одинаково? — *Да.*— Почему? —*Потому что так подойдет* (цветы можно поставить в вазы)».

Опыт с яйцами, плотно сдвинутыми перед подставками. «Все еще одинаково? — *Да.*— Почему? — *Потому что сделали вот так* (жест уплотнения).— А теперь (при рассредоточенных яйцах и плотно сдвинутых подставках)? — *Поровну.*— Почему? — *Если вы возьмете яйца, хоть они и отодвинуты друг от друга, все равно будет поровну»*.

Пит (6; 11). Аналогичная реакция. Когда яйца разуплотнены, они остаются эквивалентными, *«потому что все они размещаются на подставках»*.

При изучении этих столь простых ответов может возникнуть вопрос, как могло случиться, что ребенок так запоздал с пониманием прочной эквивалентности соответствующих друг другу совокупностей. Однако разница между этими испытуемыми и испытуемыми предыдущих стадий оказывается существенной. Она состоит в том, что теперь имеет место примат операции в собственном смысле слова над восприятием.

В самом деле, единственная квантификация, на которую ребенок был способен до сих пор, основывалась на преобразованиях пространственного и перцептивного порядка, тогда как само по себе поэлементное соответствие не было квантифицирующим. Другими словами, свойства, воспринимаемые ребенком на протяжении первых стадий, дают повод лишь для простых количественных отношений (более или менее «большой», «длинный», «маленький», «плотно сдвинутый» и т. п.) без операций в собственном смысле слова.

Действительно, эти свойства между собой не координируются и не умножаются: например, в случае, когда разуплотняют элементы ряда, ребенок полагает, что их число уменьшено вследствие изменения длины или что это относительное число увеличивается, если их уплотнить. Так, на первой стадии ребенок оценивает величины с помощью большей или меньшей длины ряда, не умножая это отношение на отношение «размещенный перед», т. е. не устанавливая даже наглядных соответствий. На этом интуитивном уровне поэлементное соответствие может определяться как соответствие, вытекающее из умножения отношений «одинаковое расстояние» между N_1 и N_2 и между N'_1 и N'_2; между N_2 и N_3 и между N'_2 и N'_3... и т. д. и отношений «размещенный перед», которые существуют между N_1 и N'_1, между N_2 и N'_2, и т. д.

На уровне второй стадии ребенок становится способным к координации, но в чисто наглядной сфере, т. е. он умеет приводить в соответствие лишь тогда, когда соответствующие члены размещены друг перед другом.

Однако достаточно изменения расположения одной из совокупностей — будь то уплотнение или разуплотнение ее элементов,— чтобы ребенок перестал верить в эквивалентность. Дело в том, что квантифицирующее соответствие предполагает, кроме простого перцептивного соответствия, даже если оно качественно точно, более высокую операцию — уравнивание разностей, т. е. такую координацию перемещений, при которой эти перемещения компенсируют друг друга, становясь обратимыми. Пока ребенку не удается это математическое, а не только качественное умножение, его усилия по приведению в соответствие не ведут к прочной эквивалентности. Вот почему логически обратимой операции еще нет даже в случае, когда малыши, верящие, что плотно сдвинутых цветов меньше, чем ваз, которым они соответствовали, допускают одновременно, что эти цветы можно было бы снова разместить по одному в вазы. Здесь имеет место лишь простое предвидение эмпирического возврата, поскольку отсутствует координация отношений. Между тем, только координация отношений делает такой возврат необходимым.

На третьей стадии умножение отношений выполняется. Это становится возможным благодаря открытию ребенком того факта, что всякое пространственное преобразование в размещении элементов может быть исправлено обратной операцией. Именно это выражают Фет и Бет, когда для обоснования эквивалентности, установленной ими между вазами и плотно сдвинутыми или разуплотненными цветами, они просто говорят: «поровну, потому что они были там внутри» и «потому что это войдет» (туда, внутрь), или «если вы возьмете яйца, хотя они и отодвинуты друг от друга, все равно будет поровну» и «все они разместятся на подставках». В самом деле, эти основания, не имеющие никакой ценности для детей предыдущих стадий, получают свое значение лишь в том случае, если обратимость понята, причем понята как источник эквивалентности.

Таким образом, мы устанавливаем, что примат операции над перцептивной наглядностью оказывается результатом поступательной обратимости мышления. Восприятие является в сущности необратимым, но по мере того, как оно превращается в суждения отношений, формирующиеся на этой основе обратимые операции становятся способными подняться над ним и тем самым заменить наглядное соответствие операциональным и квантифицирующим соответствием, обеспечив, в противоположность видимости непосредственного восприятия, необходимую и прочную эквивалентность соответствующих друг другу совокупностей.

§ 3. Обмен в соотношении 1 к 1 монет и товаров. После изучения статического, если можно так сказать, соответствия взаимодополняющих предметов (рядоположенных или включенных друг в друга) необходимо рассмотреть динамическое соответствие, использовав в в качестве материала обмен предметами в соотношении 1 к 1. Мы начнем наш анализ, опираясь на методику, которая является простым продолжением методики, применявшейся в предшествующих опытах. Ребенку объявляют, что будет игра «в базар», и дают ему для этой цели несколько монет для покупки цветов, конфет и т. п., при условии, что каждый предмет стоит одну монету. Однако сначала следует узнать, сколько предметов сможет «купить» ребенок (при этом мы вновь столкнемся с методами либо глобального сравнения, либо поэлементного соответствия, либо пересчета). Затем надо провести обмен в соотношении 1 к 1 и посмотреть, получается ли в итоге у ребенка соответствие между монетами и купленными предметами. Однако поскольку эти методы установления соответствия сводятся к тем, которые мы будем изучать в следующей главе, и поскольку в данном случае нас интересует проблема эквивалентности соответствующих друг другу совокупностей, то на этом последнем пункте мы и сосредоточим наш анализ.

I. Первая стадия — глобальное сравнение и отсутствие эквивалентности после обмена в соотношении 1 к 1. Все дети на этом уровне уже умеют, конечно, правильно менять свои монеты на предложенные предметы в соотношении 1 к 1. Но, во-первых, они не могут предвидеть, опираясь на соответствие, количества элементов, которое им нужно будет обменять, а во-вторых, они не делают вывода об эквивалентности совокупностей, участвовавших в обмене.

Приведем три примера.

Гуи (4; 4) кладет на глаз 5 цветов и 6 монет, затем поочередно обменивает 6 монет на 6 цветов (заимствуя один цветок из резервной коробки). Монеты располагают в ряд, а цветы собирают в кучу. «Что мы сделали? — *Обменяли.* — В таком случае цветов и монет одинаково? — *Нет.* — С какой-то одной стороны больше? — *Да.* — Где? — *Здесь* (монеты). — (Снова проводят обмен, но монеты кладут в кучу, а цветы в ряд.) — Одинаково цветов и монет? — *Нет.* — Где много? — *Здесь* (цветы). — А здесь (монеты)? — *Меньше*».

Мик (4; 4) также не умеет до опыта установить соответствие между цветами и монетами. Обменивают по одному 6 элементов на 6, причем цветы расположены в ряд, а монеты собраны в кучу. «Одинаково? — *Нет, цветов больше.* — Почему? — *Потому что цветы больше раздвинуты...*»

Дук (4; 6). Ему также удается лишь предварительная оценка глобального порядка. Затем обменивают 6 цветов на 6 монет (рассредоточенных). «У нас цветов и монет поровну? — *Нет, монет больше.* — (Возвращают деньги и снова проводят обмен, постепенно собирая в кучу монеты.) — А теперь? — *Нет, цветов больше*».

Нет необходимости комментировать эти несколько случаев до того, как мы рассмотрим вторую стадию, демонстрирующую вместе с первой отсутствие понимания прочной эквивалентности.

II. Вторая стадия — предварительное соответствие и обмен в соотношении 1 к 1 без прочной эквивалентности. Единственный шаг вперед на второй стадии состоит в правильной оценке, на основе визуального соответствия, того, что нужно обменять, чтобы обмен в соотношении 1 к 1 был успешным. Но несмотря на это предвидение и на экспериментальное подтверждение, которое получает такой обмен, испытуемый так же мало верит в необходимую эквивалентность участвовавших в обмене совокупностей, как и испытуемые предыдущей стадии.

Ник (4; 1) отсчитывает 10 цветов и 10 монет, но не выражает итог отсчета количественным числом. «Сколько сейчас монет? — *Одна, две, три, четыре, . . ., десять* (счет на память).— В таком случае покупай.— (Он дает одну монету за один цветок и т. д. до 10, а мы расставляем монеты в ряд, оставив цветы у него в руке.) — Цветов и монет поровну? — *Монет больше.* (При этом он непроизвольно приводит в соответствие цветы и монеты, размещая каждый из своих цветов перед монетой.) *Ах, да! Одинаково.*— (Складывают цветы в кучу.) А теперь? — *Монет больше.*— (Складывают монеты в кучу, а цветы — в ряд.) — А теперь? — *Нет, неодинаково, потому что цветов много*».

Лид (4; 5) кладет 4 монеты перед 4 цветами. «Монет и цветов поровну? — *Да, одинаково.*— Очень хорошо. Тогда иди за цветами. Вот тебе монеты (шесть). За каждый цветок ты дашь одну монету.— (Мы обмениваем 6 цветов за 6 монет, причем монеты выстраиваем в ряд, а цветы остаются у него в руке.) — Одинаково цветов и монет? — *Да, одинаково... Нет, неодинаково. Здесь больше* (показывает цветы).— Можно ли положить по цветку перед каждой монетой? — *Нет, цветов слишком много* (проверяет и обнаруживает точное соответствие). *Да, одинаково.*— Если хочешь, можно повторить. (Снова проводят обмен, свободно раскладывая монеты, а цветы оставляя в руке.) Ну и как? — *Цветов слишком много, вот увидишь* (приводит в соответствие и очень удивляется результату!)».

Пар (5; 2). «За каждый цветок ты будешь платить одну монету. Сколько цветов ты можешь купить вот за эту (1)? — *Один.*— А за эти (3)? — *Три цветка за три, потому что три монеты.*— Хорошо. Тогда пойдем покупать вот это все.— (Он обменивает 6 монет на 6 цветов, причем цветы располагают в ряд, а монеты — в кучу.) — Одинаково? — *Нет.*— Почему? — *Потому что цветов больше.*— А если я захочу купить эти цветы за эти монеты (т. е. за 6 монет, которые мы дали ребенку по одной), то я смог бы это сделать? — *Нет. Да.*— Значит, одинаково? — *Нет, цветов больше.*— А если я положу перед каждым цветком монету? (Кладут монеты перед двумя первыми цветами для лучшего понимания.) — *Нет, цветы останутся*».

Фур (5; 9) обменивает 7 монет на 7 цветов, после того как правильно установил соответствие 5 к 5. Цветы остаются у него в руке, а монеты размещают в ряд. «Одинаково? — *Нет, монет много, а цветов немного.*— (Цветы размещают в ряд, но сдвинув их чуть плотнее, чем монеты.) Поровну? — *Нет. Монет больше. Одна из них торчит.*— Посчитай цветы.— *Семь.*— А теперь посчитай монеты.— *Одна, . . ., семь.*— В таком случае поровну? — *Нет. Несколько штук торчит.*— Посмотри. (Повторяют с успехом обмен в соотношении 1 к 1). Одинаково? — (Молчит, очевидно, поколебленный в своем убеждении.) — А если бы сосчитали монеты и цветы (цветы теперь разложены более свободно), то нужно было бы считать дальше или же было бы поровну? — *Цветы нужно было бы считать дальше*».

Ауд (6; 7). «Мы будем играть в цветочный базар. Вот тебе деньги.— (Он правильно считает.) *Восемь монет.*— Каждый цветок стоит одну монету. Сколько цветов можно купить? — *Восемь.* (Проводят обмен в соотношении 1 к 1. Ауд держит цветы в руках. Монеты размещены в ряд.) — Цветов и монет поровну? — *Нет. Здесь* (монеты) *больше.*— Почему? — *Потому что раздвинуто.*— А можно положить по цветку на каждую монету? — *Да.*— Значит, поровну? — *Нет. Здесь* (монеты) *больше, потому что раздвинуто*».

Эти несколько примеров, как нам кажется, с достаточной ясностью показывают, что обмен в соотношении 1 к 1 совершенно недостаточен для обеспечения количественного подхода к пониманию прочной эквивалентности двух целостностей.

Отметим, прежде всего, что в отношении к эквивалентности как таковой не наблюдается никакой разницы между реакциями первой и второй стадий. В целом нет ничего удивительного в том, что Гуи, Мик и Дук(первая стадия), которые до обмена в соотношении 1 к 1 не умеют привести в соответствие несколько предметов с несколькими другими предметами и оценивают величины по занимаемому пространству, после обмена в соотношении 1 к 1 не знают, что две участвовавшие в обмене совокупности с необходимостью остаются эквивалентными. Удивительно, однако, то, что после осуществления обмена в соотношении 1 к 1 допустить эквивалентность обмениваемых совокупностей оказываются неспособными и такие дети, как Ник, который стихийно устанавливает соответствие, чтобы посмотреть, равнозначны ли участвовавшие в обмене монеты и цветы, а также Лид, в предварительных опытах правильно приводящий в соответствие 4 монеты и 4 цветка, Пар, предвосхищающий обмен в соотношении 3 к 3 в числовых терминах, и т. д.

Что же касается применения устного счета, то наиболее курьезными в этом отношении являются реакции Пара и особенно Фура и Ауда. Так, например, Пар до эксперимента заявляет, что можно купить три цветка за три монеты, но как только цветы кладут свободно, эквивалентность для него исчезает. Фур делает еще лучше: он глядит на плотно сдвинутые монеты и 7 свободно лежащих цветов, пересчитывает цветы и монеты и устанавливает таким образом, что численно обе совокупности тождественны, но отказывается допустить их эквивалентность: «Нет, монет больше, одна из них торчит!» Ауд аналогично насчитывает 8 монет, заявляет, что он купит 8 цветов, проводит обмен и отрицает эквивалентность: «Больше, потому что раздвинуто». Здесь можно видеть, насколько восприятие пространственных величин берет верх даже над устным счетом. Вот почему мы вернемся к этой проблеме в § 4.

Когда мы рассматривали проблему возврата к первоначальному состоянию, то, если ребенок оспаривал эквивалентность участвовавших в обмене цветов и монет, мы спрашивали его, можно ли положить цветок перед каждой монетой (на каждую монету) или вернуть его на прежнее место. Мы констатируем, что почти все испытуемые данной стадии еще отрицают эту возможность: «Цветов слишком много, вот увидишь»,— говорит Лид; «Нет, цветы останутся»,— говорит Пар. Только Ауд допускает такую возможность, но он не делает отсюда вывода об эквивалентности, хотя и приближается к нему.

III. Промежуточные ответы и третья стадия: временная, а затем прочная эквивалентность. Приведем описание двух реакций детей, являющихся промежуточными между второй и третьей стадиями.

Пит (6; 11). Обменивает 10 цветов на 10 монет. Пит держит цветы в руке, а монеты располагают в ряд. «Цветов и монет поровну? — (Молча размещает в ряд цветы перед каждой монетой для проверки.) *Да, цветов так же много, как и монет.*— (Раздвигают монеты, а цветы собирают в кучу.) Одинаково? — *Нет, здесь* (монеты) *больше.*— А теперь? (Цветы лежат свободно, а монеты в груде.) — *Не одинаково. Цветов много* (вновь без внешнего побуждения устанавливает соответствие).— *Ах, да! Одинаково.*— Но перед этим ты говорил, что цветов больше? — *Да, но было вот так* (жест сдвигания монет)».

Фран (6; 3). Сразу считает данные ему 10 монет. «Сколько ты можешь купить цветов, если каждый цветок стоит одну монету? — *Десять.*— (Проводят обмен, причем цветы остаются у него в руке, а монеты кладут свободно.) Одинаково цветов и монет? — *Да.*— Почему? — *Потому что одинаково.*— (Вновь производят обмен. Монеты лежат свободно.) Одинаково? — *Да.*— (Плотно сдвигают монеты и рассредоточивают цветы.) А теперь? — *Нет.*— Почему? — *Здесь* (показывает на плотно сдвинутые монеты) *больше.*— А можно спрятать каждую монету под одним цветком? — *Да.*— Ну и что? — *Одинаково*».

Эти два случая приближения к правильному ответу в высшей степени поучительны, особенно непроизвольно осуществляемые верификации Пита, явно пытающегося преодолеть чувственную видимость при помощи операций, в которые он мысленно, в абстрактном плане очень мало верит. Что касается Франа, то он в конце концов приходит к этой абстракции, т. е. к мобильности операции как таковой.

Приведем, наконец, несколько правильных ответов.

Гин (4; 11) считает свои 10 монет и предвидит, что цветов будет 10. После обмена он говорит: *«Одинаково»*, независимо от конфигурации, но при этом не приводит никаких мотивов.

Ду (5; 8) после обмена в отношении 1 к 1 10 монет на цветы (цветы остаются у него в руках, а монеты лежат свободно). «Монет и цветов поровну? — *Да.*— Почему? — *Потому что все закончили* (потому что обе обмениваемые совокупности исчерпаны одновременно).— (Цветы кладут свободно, монеты плотно сдвигают.) А теперь одинаково? — *Да.*— Почему? — *Потому что все закончили*».

Лер (5; 8). После обмена цветы остаются у него в руке. «Одинаково? — *Да.*— Почему? — *Потому что это подходит сюда* (здесь он непроизвольно кладет по цветку перед каждой монетой)».

Клав (5; 8). Аналогичная ситуация: «Одинаково? — *Да.*— Совершенно одинаково? — *Да.*— Почему? — *Потому что я вам отдал свои монеты*».

Как видно, эквивалентность стала для детей очевидной и логически необходимой. Основания, приводимые в подтверждение этого постулата, интересны своим операциональным характером: для Бета — это возможность поэлементного соответствия, т. е. возврата от обмена к видимому соответствию; для Ду и Клава — это сам обмен, понимаемый как выражение того, что одновременно исчерпаны обе совокупности: «Я вам отдал свои монеты» или «потому что все закончили».

В конечном счете опыты на обмен в соотношении 1 к 1 дают точно такие же результаты, как и опыты по статическому или видимому соответствию предметов. В этом случае получается, однако, результат, ценный для уяснения понятия соответствия: хорошо известный способ обмена в соотношении 1 к 1, в котором многие авторы искали начало определения количественного числа, не ведет, как таковой, к признанию необходимой эквивалентности обмениваемых совокупностей. Чтобы прийти к этому результату, обмен в соотношении 1 к 1, как и наглядное соответствие, должен предварительно стать операциональным, т. е. понимаемым как обратимая система перемещений или отношений.

§ 4. Обмен в соотношении 1 к 1 с устным счетом. На примерах Пара, Фура, Ауда мы только что могли видеть, что устный счет оказывает, по-видимому, лишь слабое воздействие на понимание эквивалентности, вытекающей или не вытекающей из поэлементного соответствия. Уже в предыдущих параграфах у нас часто был повод отмечать отсутствие связи между выученным счетом и действительными операциями, на которые способен ребенок.

Сейчас имеет смысл рассмотреть этот вопрос систематически. Сначала мы определим, до каких пор ребенок может считать без труда. Затем проведем опыт обмена в соотношении 1 к 1, выбрав число пар предметов, которое меньше предела устного счета испытуемого. Мы попросим его посчитать полученные им предметы, спрятав у себя под ладонью монеты, которые он дал нам в обмен (чтобы ребенок не мог их сосчитать), т. е. попросим его просто угадать, сколько монет спрятано.

Устный счет не меняет положения дел, поэтому мы опять исходим из того же расчленения на стадии, что и в предыдущих опытах.

I. Первая стадия — глобальное сравнение и отсутствие эквивалентности, несмотря на обмен в соотношении 1 к 1. Прежде всего, приведем примеры.

Рас (3; 6) умеет считать только до 4 или 5. Мы даем ему 2 монеты и просим его дать нам «столько же конфет». Он дает их 5, потом 2. За 3 монеты он дает 4, и т. д. Тогда мы обмениваем 4 монеты на 4 конфеты в соотношении 1 к 1. Когда мы прячем конфеты, а затем вынимаем из-под ладони 3 штуки, он думает, что их больше не осталось. Потом, после того как вынули четвертую конфету, он думает, наоборот, что осталась еще одна.

Бер (3; 11) считает до 5 правильно, но почти не умеет приводить в соответствие две совокупности с числом элементов свыше 2 или 3. Обмениваем в соотношении 1 к 1 3 монеты на 3 конфеты и прячем все три монеты. Вынимаем одну и спрашиваем: «Еще осталось? — *Да.*— Сколько? — ... — А теперь? (Остается одна.) — *Нет.*— А теперь? (Вынули последнюю.) — *Да.*— Сколько? — *Осталась одна монета»*. При обмене в соотношении 1 к 1 двух монет на две конфеты Бер отвечает правильно, но начиная с 3 и 4 ответы снова оказываются ошибочными. Наконец, обмениваем в соотношении 1 к 1 4 монеты на 4 конфеты и спрашиваем: «Сколько я тебе дал конфет? — *Одна, две, три, четыре.*— А сколько у меня в руке монет? — ... — Как ты думаешь, сколько? — *Не знаю»*.

II. Вторая стадия — правильное соответствие, но без прочной эквивалентности, несмотря на обмен в соотношении 1 к 1. Единственное отличие данной стадии от предыдущей относится к установлению соответствия, предшествующего обмену в собственном смысле слова.

Мард (5; 6). «Смотри. Я хочу купить у тебя конфеты. Здесь я кладу свои монеты (7 в ряд). Дай мне столько же конфет, сколько имеется монет.— (Считает.) *Один, два, три, . . ., семь.*— А монет? — *Один, два, три, . . ., семь.*— Очень хорошо. А сколько ты мне дал конфет? (Конфеты прикрыты ладонью.) — ... — За одну монету ты мне сколько дал конфет? — *Одну.*— Очень хорошо. А за две? — *Две.*— Очень хорошо. А за три? — *Три.*— Очень хорошо. А сколько монет здесь? — *Один, два, три, . . ., семь.*— Очень хорошо. А сколько же ты мне дал конфет? Сколько конфет здесь? (На мгновение их раскрывают, потом снова прикрывают ладонью.) — *Один, два, три, четыре, пять»*. Новый опыт: «Смотри. Вот монеты (5 в ряд), сколько их? — *Один, два, . . ., пять.*— Очень хорошо. (Монеты снова забирают.) Когда я дам тебе монету, ты мне дашь конфету. (Обменивают в соотношении 1 к 1 до трех.) Сколько у тебя монет? — *Один, два, три.*— (Еще два обмена.) А теперь сколько у тебя монет? — *Один, . . ., пять.*— Хорошо. А сколько у меня конфет? (Спрятали все пять конфет.) — ...*Девять»*.

Кох (5; 6) также умеет привести в поэлементное соответствие конфеты с монетами, когда монеты расположены в ряд, в количестве до 15—17 и больше штук. Он может сосчитать 10 и больше предложенных ему монет. Но из обмена 8 монет в соотношении 1 к 1 на 8 конфет он не делает вывода о необходимом соответствии. «Сколько я дал тебе конфет? —(Считает.) *Восемь.*— Хорошо. Сколько ты дал мне монет? (Монеты спрятаны под ладонью.) — *Десять»*.

Пер (6; 0) приводит в соответствие 7 конфет с 7 монетами, потом обменивает их в соотношении 1 к 1. «Сколько у тебя монет? — (Считает.) *Семь.*— А сколько ты мне дал конфет? (Спрятаны под ладонью.) . . .». Вновь начинаем с 5: «Сколько у тебя монет? — *Пять.*— А сколько ты мне дал конфет? — *Семь»*. Третий опыт: Пер отсчитывает 10 монет и думает, что получил 9 конфет, и т. д.

Легко истолковать приведенные факты. В момент обмена в соотношении 1 к 1 ребенок хорошо знает, что имеется эквивалентность: Мард, например, знает, что за одну монету он дает одну конфету, за две — две, за три — три и т. д. Но как только обмен закончен и одна из совокупностей оказывается вне поля его зрения, ребенок перестает считать ее эквивалентной той совокупности, которая находится у него перед глазами. Наблюдаемые реакции оказываются в точности такими же, как и реакции соответствующих стадий, изученных в предыдущих параграфах: ниже определенного порога понимания, т. е. ранее начала третьей стадии, устный счет, по-видимому, совершенно не преобразует механизмов мышления, оперирующего с числом.

III. Промежуточные ответы и третья стадия: временная, а затем прочная эквивалентность. Если обмен в соотношении 1 к 1 сопровождается устным счетом (как это происходит при избранной нами в данном случае экспериментальной методике), то иногда в момент подхода к правильному ответу можно наблюдать интересные случаи, когда для определения эквивалентности ребенок называет число обменов, но еще не относит это число к самим множествам, соответствующим друг другу.

Мад (5; 6) проводит обмен в соотношении 1 к 1 7 монет на 7 конфет, сопровождая его пересчетом. «Сколько у тебя конфет? — *Одна, две, . . ., семь.* — А сколько ты дала мне монет? — *Одну, две, . . ., семь»*. Но когда Мад не считает элементы в момент обмена, то она остается на предыдущем уровне: при обмене 5 конфет на 5 монет Мад думает, что *«имеется пять конфет»*. «А под моей ладонью сколько монет? — *Четыре»*, и т. д.

Ферд (6; 0) также обменивает 5 конфет на 5 монет и правильно оценивает обе совокупности, повторяя ряд чисел: *«один, . . ., пять»*. Но потом, когда мы спрашиваем у ребенка, сколько спрятано монет, у него не возникает мысли сосчитать 7 конфет, размещенные перед ним в ряд.

Совершенно ясно, что поведение, наблюдающееся в этих случаях, оказывается более развитым по сравнению с тем, что мы видели в предыдущих опытах, и оно ведет к установлению действительной эквивалентности между рассматриваемыми совокупностями. Но эквивалентность, к которой приходят Мад и Ферд, фактически является еще эквивалентностью самих операций, совершенных непосредственно перед этим, т. е. эквивалентностью действий перемещения конфеты и монеты. Если ребенок избирает в качестве метода пересчет поэлементных обменов, он приходит к выводу о прочности соответствия. Но когда он пытается отвлечься от количества самих операций, создавших возможность получить это количество, необходимость эквивалентности оказывается недоступной для него[1].

Приведем, наконец, примеры с испытуемыми, способными из обмена в соотношении 1 к 1 сделать вывод о прочной эквивалентности (чистые случаи третьей стадии).

Сим (6; 6). Обмениваем 6 монет на 6 конфет в соотношении 1 к 1. «Сколько у тебя монет? — *Шесть.* — А сколько у меня конфет? — *Шесть.* — Ты в этом уверен? — *Уверен.* — Почему? — . . .»

Фар (6; 6) обменивает 8 монет на 8 конфет. «Сколько конфет? — *Восемь.* — А сколько здесь монет? (Поднимаем ладонь, так что можно видеть монеты в куче.) — *Восемь.* — Уверен? — *Да*». Такой же результат с 11 элементами, и т. д.

Такова эволюция суждений об эквивалентности, сопровождаемых устным счетом. Можно без всякого преувеличения сказать, что наличие этого словесного фактора почти не играет роли в развитии соответствия и эквивалентности. В последних опытах обнаруживаются такие же стадии, как и те, кооторые мы видели в § 1—3, причем относятся они к явно одинаковым возрастам. Несомненно, что в момент, когда соответствие становится квантифицирующим и приводит к возникновению эквивалентности, устный счет может ускорить процесс эволюции. Но сами по себе названия числа не порождают этого процесса, и именно это мы хотели показать.

После того как анализ отношений между соответствием и эквивалентностью закончен, стоило бы объяснить эти отношения. Но чтобы сделать это, нужно еще предварительно изучить эволюцию соответствия как такового, т. е. самого его механизма, причем в его стихийной, а не вызванной какими-либо дополнительными обстоятельствами форме. Именно это мы и попытаемся сделать в следующей главе, стараясь понять, каким образом ребенок оценивает величины, как он открывает в этой связи поэлементное соответствие и каким образом использует его в случае установления соответствия между однородными, а не качественно дополняющими друг друга предметами.

---

[1] A. Rey («L'Educateur», mai, 1931, p. 151) также наблюдал детей, которые считают совершаемые ими операции, но не приходят, однако, к идее эквивалентности.

ГЛАВА IV. СТИХИЙНО ОСУЩЕСТВЛЯЕМОЕ СООТВЕТСТВИЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ МНОЖЕСТВ[1]

В предыдущей главе мы пытались показать, что существует несколько типов соответствия, различающихся по крайней мере тем, что они по-разному связаны с вызываемой ими у испытуемых мыслью об эквивалентности. Если высший тип может быть определен как «квантифицирующее соответствие», поскольку он приводит к понятию необходимой и прочной эквивалентности соответствующих друг другу множеств, то низшие типы являются наглядными, так как здесь эквивалентность совокупностей признается лишь в том случае, если их соответствие воспринимается при оптическом (или акустическом и т. д.) контакте, и прекращается, как только соответствующие друг другу совокупности перестают находиться в поле восприятия.

Прежде чем продолжить наше исследование, необходимо проанализировать механизм самого соответствия, но рассмотренного не по его результатам, а в стихийном развитии, т. е. в ситуациях, когда ребенок сам вынужден изобретать соответствие и использовать его в подходящей для себя форме. Следовательно, речь должна пойти о том, чтобы выявить, каким образом ребенок сам, без посторонней помощи строит оценку количественного значения какой-либо совокупности; это даст нам возможность, с одной стороны, установить типы используемых им соответствий, а с другой — выяснить методы, предшествующие поэлементному соответствию или непосредственно за ним следующие.

Для этой цели нет ничего более подходящего, нежели установление соответствия между однородными предметами. В этом случае ребенку дается в качестве модели какое-либо множество и он должен найти равную ему величину. Конечно, такая проблема сходна с проблемами, которые мы разбирали в предыдущей главе, поскольку до того, как ребенку ставились вопросы об эквивалентности, мы просили его самого выбрать соответствующее число предметов, дополняющих другие предметы. Однако теперь, во-первых, мы не будем

[1] При участии З. Трампидис и Р. Мехмед-Шемин.

больше испоользовать в качестве материала предметы, соответствие которых строится на основе их качественной дополнительности, а возьмем однородные предметы, что, возможно, позволит установить новые моменты. Во-вторых, и это главное, поставленный перед ребенком вопрос не будет более звучать в форме требования: «Поставь *A* перед каждым *B* (или на каждое *B*, например, яйцо на подставку)», или: «Дай одно *A* за каждое *B* (например, монету за каждый цветок)». Задача теперь будет ставиться в следующем виде: «Дано некоторое количество предметов; возьми столько же» (такой вопрос не подразумевает никакого метода соответствия). Говоря другими словами, в то время как сама постановка предыдущих задач вела к соответствию и требовалось лишь проанализировать его результат, вопрос, который мы будем изучать теперь,— это проблема оценки или измерения величины (количественного значения совокупности), которая сама по себе не подразумевает никакого метода установления соответствия, а служит как раз для того, чтобы посмотреть, какой метод выберет ребенок.

Изложим теперь использованную нами методику. В первой серии экспериментов мы последовательно предлагали ребенку ряд фигур, составленных из жетонов, и просили его дать столько же жетонов, сколько он находил их в каждой из фигур. Если, как мы уже видели в предыдущей главе, приведение в сооответствие вытекает из качественного сравнения, то необходимо сначала проанализировать, каким образом осуществляется квантификация сравнения двух совокупностей, представленных в виде каких-либо фигур. В этой связи мы предлагали испытуемым следующие пять видов фигур: I — целостные, «плохо структурированные» формы, например простой агломерат из 15 произвольно расположенных жетонов (они не касаются и не накладываются друг на друга); II — серии, т. е. структурированные, но не замкнутые целостные фигуры, например полукруг из пар жетонов; III — фигуры замкнутой целостной формы, которая не зависит от числа составляющих их элементов, например, окружность из 9 жетонов, дом из 19 жетонов или две перекрещивающиеся под прямым углом линии, состоящие одна из 3 жетонов, а другая — из 4; IV — фигуры замкнутой (и известной ребенку) формы, для которых существенно число входящих в них жетонов, например квадрат из 9 жетонов (3 по сторонам и 1 в центре) или крест из 4 жетонов, прямоугольный треугольник из 6 жетонов (по 3 жетона на каждой стороне); V — фигуры, также определяемые числом жетонов, но более сложной и незнакомой ребенку формы, например ромб из 13 жетонов, и т. д. Конечно, при проведении данного эксперимента не следует акцентировать внимание именно на форме фигур, ибо в противном случае ребенок будет просто копировать эти фигуры, а не давать оценку числа входящих в них жетонов. Испытуемому следует просто говорить: «Посмотрим на эти жетоны. Дай столько же (или то же самое количество) жетонов, сколько их имеется здесь».

Во второй серии экспериментов ребенку показывают 6 фасолин, размещенных в линейный ряд и расположенных на расстоянии 1—2 *см* друг от друга. Испытуемому объясняют, что это — конфеты или монеты, которые даны маленькому брату, и что испытуемый должен взять для себя столько же. Хорошо видно, что этот вопрос, напоминающий методику, использованную в предыдущей главе, в действительности представляет собой лишь частный случай первого эксперимента.

Результаты, полученные в этих двух экспериментах, можно разделить на три типа, причем у испытуемых среднего возраста очень отчетливо выступает наличие трех стадий (соответствущих стадиям предыдущих глав). На первой стадии ребенок ограничивается глобальным сравнением, имитирующим целостную форму фигуры-модели без попытки точной квантификации; в случае с линейными рядами он воспроизводит ряд одинаковой длины, но различной плотности. На второй стадии возникает потребность в точной оценке, а следовательно, и поэлементное соответствие, однако если фигура изменяется, то сохранение нарушается. Наконец, на третьей стадии появляется точное соответствие и прочная эквивалентность.

§ 1. Воспроизведение фигур. I. Первая стадия — глобальное качественное сравнение. Известно, что Лей[1] очень тщательно изучил в плане восприятия числа вопрос о том, каким образом различные фигуры из 3, 4,

---

[1] См.: W. A. Lay. Führer durch Rechen. Unterricht gegründet auf didaktische Experimente. Leipzig, Nemnich, 1907.

5 и т. д. предметов, образующих треугольники, квадраты и т. д., дифференцируются ребенком. Число 4, например, узнается легче тогда, когда предметы расположены по четырем углам квадрата, нежели при случайном расположении, и т. д. Известна также соответствующая точка зрения Декедр[1] и Декроли[2], основывающаяся на результатах исследований по развитию счета. Но как бы ни были интересны все эти работы, мы будем изучать вопрос не в этом аспекте. В то время как указанные авторы изучали то, что принято называть восприятием числа, т. е. анализировали применение уже выработанных числовых схем к дискретным предметам, воспринимаемым в одном и том же поле, мы, наоборот, будем изучать то, что можно было бы назвать операциями определения числа или величины, т. е. элементарные операции соответствия, уравнивания и т. д., составляющие саму логику числа. Короче говоря, мы пренебрегаем проблемами восприятия, чтобы сосредоточиться на проблеме генезиса операций, как таковых. С этой точки зрения анализ воспроизведения фигур послужит нам лишь введением в изучение механизма соответствия. Вот почему мы не будем рассматривать каждую из разных фигур в отдельности, а опишем одновременно совокупность реакций, полученных в указанном первом эксперименте.

Особенность детей первой стадии состоит в том, что они совершенно не испытывают потребности в количественной оценке из-за отсутствия точного понятия количественного числа и при квантификации данных им совокупностей ограничиваются качественными сравнениями (+, — или =). Эти сравнения являются глобальными, причем сравниваемые свойства рассматриваются без координации между собой. Приведем сначала примеры неструктурированных агломератов.

Па (4; 6) приводит в соответствие с совокупностью из 15 элементов агломерат жетонов, который он собирает небольшими кучками, отыскивая для каждой из них чувственно аналогичное размещение. «Поровну? — *Нет*.— Почему? — *Здесь больше*. (Действительно, в совокупности, которую он только что собрал, имеется два лишних элемента.) — Ну и что же? — (Он не убирает ни одного жетона, но перемещает их таким образом, чтобы добиться конфи-

---

[1] См.: A. Descoeudres. Le développement de l'enfant de 2 à 7 ans. Delachaux et Niestlé, 1920.
[2] См.: O. Decroly. Etudes de psychogenèse. Lamertin, 1932.

гурации, более похожей на конфигурацию модели.) — Поровну жетонов? — *Нет, да, я положил столько же».*

Хуг (5; 0) говорит об агломерате из 15 жетонов: *«Не знаю, сколько их здесь. Не знаю, как сделать.* (Он должен взять столько же жетонов.) — Попытайся.— (Он собирает несколько жетонов и размещает их так, чтобы получить сходство с моделью).— Одинаково? — *Да.*— Сколько здесь (модель)? — *Не знаю.*— В таком случае откуда ты знаешь, что одинаково? — *Я два раза смотрел* (модель и копию). *Так пойдет».*

Что касается рядов (случай с линейными рядами мы отложим до следующих параграфов), то испытуемые рассматриваемой первой стадии и здесь стараются воспроизвести форму целого и размеры модели, но равным образом не заботятся о деталях элементов.

Мюл (4; 1) воспроизводит криволинейно расположенный ряд попарно соединенных жетонов с помощью ряда такой же формы и приблизительно такой же длины, но с более плотно расположенными элементами (5 пар вместо 4) и думает, что *«имеется столько же жетонов».*

Ли (4; 9) для воспроизведения аналогичного ряда пар жетонов сначала размещает полукругом 5 жетонов, а затем к 4 из этих жетонов добавляет четыре других. «Поровну? — *Да.*— Почему? — (Она делает жест рукой, чтобы показать полукруговое направление.) — Жетонов одинаково? — *Да.*— (Смотрит на модель и устанавливает, что ее копия оказалась немного короче. Добавляет два жетона: теперь в ее ряду 11 жетонов против 8 в модели, но по длине он одинаков.) — Где больше? — *Здесь* (указывает на копию).— Я хочу, чтобы было одинаково.— (Ли убирает два жетона, так что у нее остается 9 жетонов против 8, но у ряда-модели бо̀льшая длина. Поэтому она разуплотняет свои жетоны, с тем чтобы удлинить свой ряд.) — Одинаково? — *Да».*

Что касается замкнутых фигур, то детям первой стадии удается правильно воспроизвести те фигуры, целостная форма которых предполагает определенное число элементов, если эта форма хорошо известна ребенку (категория IV); но если эта форма мало известна (категория V) или если она не подразумевает определенного числа элементов (категория III), то копия с числовой точки зрения не оказывается точной.

Мюл (4; 1), например, для того чтобы взять столько же элементов, сколько их имеется в окружности из 10 жетонов, строит круг из 14 жетонов. Аналогичным образом для воспроизведения круга из 6 спичек (сходящихся в одной точке) Мюл делает круг из 12 палочек. «Палочек совершенно поровну? — *Да.*— Где вот такие? (Показывают на некоторые палочки, расположенные в копии очень близко друг к другу.) — *Здесь* (любые на модели)».

Для воспроизведения прямого угла из 6 жетонов (стороны из 4 и 3 элементов) Мюл строит три раза подряд углы из 4 жетонов (стороны по 3 и 2 элемента). «Жетонов одинаково? — *Нет, я не знаю.*— Попытайся выяснить. (Строит угол из 8 жетонов.) — Совершенно одинаково? — *Да.*— У кого больше? — *У меня.*— Тогда убери лишние.— (Убирает 2 элемента и меняет интервалы между жетонами, чтобы добиться сходства с моделью.) — Одинаково? — *Да.*— У кого больше? — *У меня.*— (Это неверно, потому что теперь жетонов поровну, по 6. Мюл снова кладет 2 убранных элемента)». Таким же образом для воспроизведения дома из 6 жетонов Мюл строит дом из 13 жетонов, потом убирает один элемент, «чтобы было правильно», и т. д.

Что касается фигур, форма которых зависит от числа элементов (категория IV), то Мюлу удается воспроизвести квадрат из 4 жетонов и треугольник из 6 жетонов, но не удается крест из 5 жетонов (он использует 6 жетонов). Ему также не удается построить квадрат из 9 жетонов: он тщательно приводит в соответствие элементы, расположенные по четырем углам, но в свою копию включает один лишний жетон. Наконец, ромб из 13 жетонов (категория V) копируется им в форме нечетко выраженного четырехугольника из 15 элементов.

Мар (4; 6). Из фигур, форма которых зависит от числа элементов, ему удается воспроизвести крест из 5 жетонов, квадрат из 4 жетонов и даже треугольник из 6 элементов, но не удается квадрат из 9 элементов, хотя при этом он хорошо делает квадрат из 15 жетонов. Что же касается фигур категории III, то круг из 9 жетонов, а также прямой угол и т. д. воспроизводятся им с бóльшим числом элементов.

Реакции настоящей стадии представляют большой интерес для понимания психологии числа. В самом деле, может показаться, что эти дети совершенно не чувствуют потребности в количественной оценке и ограничиваются более или менее удачным копированием фигуры-модели, заботясь лишь о качественном сходстве. Однако такое истолкование явно оказывается ошибочным. Если даже случается, что испытуемый во время воспроизведения фигур-копий забывает данное ему указание «взять столько же жетонов», это указание хорошо им понимается, когда задают контрольные вопросы: «Поровну?», «Где больше?» и т. д. Так, например, Па отвечает относительно жетонов группы I: «Здесь больше», а Ли признает неравенство и старается его исправить, и т. д. Однако выражения «больше жетонов» или «меньше жетонов» для ребенка этой стадии имеют совсем другое значение, нежели для нас, и не имеют еще смысла количественной оценки.

В самом деле, независимо от того, является ли число следствием операции соответствия или простого сложения единиц, мы при количественной оценке всегда рассматриваем эти единицы в их отношениях с соответствующими им элементами или в отношении к элементам, с которыми эти единицы связаны. Существо же реакций настоящей стадии состоит, наоборот, в том, что оценка основывается лишь на глобальных свойствах рассматриваемых совокупностей, когда квантификации этих свойств осуществляются методом сравнения «больше» или «меньше» и без координации таких сравнений между собой. Говоря другими словами, в экспериментах, описываемых в главах I и II, единственная квантификация, на которую способен ребенок данной стадии, заключается в отношениях между свойствами типа «больше» или «меньше» (брутто-величины). Чаще всего наблюдаются ссылки на свойства: более длинный или менее длинный (Мюл и Ли — в отношении рядов пар жетонов), более широкий или менее широкий (Мюл — в отношении круга), более плотный или менее плотный (Па — в отношении агломерата из 15 жетонов) и т. д.

Но когда речь идет о сравнении модели и копии, то вместо согласования друг с другом этих различных количественных отношений (брутто-величин) между воспринимаемыми глобальными свойствами ребенку за один раз удается принять во внимание лишь одно и только одно свойство (поскольку он использует лишь одно отношение). Так, например, Мюл считает свой непрямолинейно расположенный ряд пар жетонов равным модели по причине равенства длины, при этом он пренебрегает плотностью элементов (в его копии они расположены более тесно). Па считает свою совокупность более многочисленной, чем модель-агломерат, по той причине, что у него элементы находятся ближе друг к другу; он ограничивается разуплотнением своих жетонов, не убирая ни одного из них, и т. д. Таким же образом Мюл считает, что в кругу из 12 спичек находится такое же количество элементов, что и в кругу из 6 спичек,— по причине равенства диаметра, причем на плотность элементов он не обращает внимания.

Однако, в отличие от предыдущих экспериментов, последние опыты дают нам возможность установить, что такая некоординированность количественных отношений (т. е. отношений между свойствами) появляется в действительности лишь в момент рефлексии, т. е. в момент эксплицитных суждений сравнения. Первоначально же ребенок исходит, по существу, из координации воспринимаемых свойств. Но эта координация отнюдь еще не является операциональной, а следовательно, и логической: она остается наглядной, т. е. перцептивной, и состоит лишь в поиске глобального сходства между копией и моделью. Вот почему в случае, когда ребенок хочет взять столько жетонов, сколько их от него требуют, он ограничивается попыткой воспроизвести в целом фигуру или конфигурацию совокупности, являющейся моделью. Но именно из-за неумения анализировать эту фигуру методом разложения свойств на отношения, поддающиеся логической координации и перекомбинации с помощью обратимых операций, эта копия остается у него глобальной и приблизительной. Одним словом, критерием количественной оценки для ребенка данного уровня является целостная форма, т. е. некоторая общая поверхность, сопровождаемая более или менее смутно осознаваемым структурным сходством (без анализа деталей). В случае, если целостная форма подразумевает число и достаточно хорошо известна испытуемому (категория IV), то, кроме всего прочего, имеет место поэлементное соответствие, которое, однако, является лишь результатом качественного сходства и не обосновывается ребенком. В самом деле, когда глобальная форма независима от числа (категории I—III) или мало знакома испытуемому (категория V), возможного соответствия уже нет.

Короче говоря, наиболее общая черта рассматриваемой стадии состоит в необратимости ее реакций. Чисто перцептивный характер оценок детей данного уровня выражается простым отношением между свойствами, которые не могут сравниваться между собой и синтез которых может быть лишь глобальным. Это означает не что иное, как то, что в синкретическую наглядность еще не вмешиваются операции, способные соединить между собой фрагменты, изолированные в ходе анализа. Ведь именно операциональная, или логическая, способность придает суждению обратимую подвижность и поэтому отсутствие композиции, которое характеризует используемые на данной стадии отношения брутто-величины, означает лишь одно — явную необратимость мышления. В самом деле, отношения, которые не сравниваются между собой, не являются еще операциями, и именно этот неоперациональный, т. е. необратимый, аспект оценок первой стадии объясняет в конечном счете тот факт, что они не могут привести к определению количественного числа в собственном смысле слова.

§ 2. Воспроизведение фигур. II. Вторая стадия — качественное наглядное соответствие. III. Третья стадия — операциональное соответствие (качественное и числовое). Уточним сначала смысл употребляемых нами терминов. Мы называем *качественным* такое соответствие, которое основано лишь на свойствах соответствующих элементов: например, вершинам углов модели-ромба или треугольника соответствуют вершины углов копии, независимо от того, умеет ли ребенок их считать или понимает, что их «столько же» (точно таким же образом, как частям одного лица соответствуют части другого лица). *Числовое* или квантифицирующее соответствие, наоборот, есть соответствие, абстрагированное от свойств частей и рассматривающее их как состоящие из некоторого числа единиц: например, n голубым жетонам соответствует n красных жетонов независимо от их размещения. *Наглядным* мы будем называть любое соответствие, основанное лишь на восприятии (или, возможно, на репрезентативных образах) и которое, следовательно, не сохраняется вне актуального поля восприятия (или вне его отчетливого воспоминания). Наконец, **операциональное** соответствие образуется отношениями интеллектуального порядка и его отличительным признаком является поэтому его сохранение, независимое от актуального восприятия, а также подвижность композиции, одним словом, его «обратимость». Таким образом, качественное соответствие может быть или наглядным (если оно связано с двумя подобными фигурами), или операциональным (если оно приводит в соответствие две различные фигуры), тогда как числовое соответствие с необходимостью является операциональным (исключение — для первых трех или четырех чисел).

Введя эти определения, мы можем констатировать, что вторая стадия (качественное наглядное соответствие) является последовательным продолжением первой стадии. В самом деле, по мере того как более точной становится копия фигур-моделей, возникает и почленное соответствие с довольно высокой степенью точности. Однако, в силу того, что это соответствие вытекает из перцептивного сравнения, оно, несмотря на видимость, отнюдь не сразу становится числовым, а остается одновременно качественным и наглядным. В этом легко убедиться, если изменять конфигурацию соответствующих совокупностей: в таком случае эквивалентность тотчас же оспаривается испытуемым. Именно это наглядное соответствие без прочной эквивалентности позволяет нам выделить вторую стадию, отличающуюся от первой систематическим использованием соответствия, а от третьей стадии тем, что это соответствие еще не основано на необходимой эквивалентности. Отметим, кроме того, что, в отличие от испытуемых первой стадии, которые вообще начинают с размещения на столе груды жетонов, чтобы затем создать фигуру, имитирующую модель (добавляя или убирая элементы, признаваемые нужными или лишними), дети второй стадии сразу действуют методом соответствия: берут по одному жетону и воспроизводят последовательные части модели.

Приведем сначала примеры, касающиеся агломератов (категория I).

Ха (4; 5) сначала внимательно смотрит на груду из 15 жетонов, затем размещает по одному 16 элементов, имитируя часть за частью конфигурацию модели, причем соответствие осуществляется на глаз (с ошибкой из-за того, что один элемент считается дважды). «Одинаково? — *Эта* (копия) *толще. Сейчас я уберу.* — (Убирает лишний жетон.) — Одинаково? — *Да.* — Ты уверен? — (Тогда он несколько разуплотняет элементы модели.) — Жетонов поровну? — *Да... нет.* — (Добавляет новые жетоны к модели, для того чтобы имитировать новую конфигурацию копии.)»

Затем размещаем перед Ха 13 жетонов, группируя некоторые из них соединениями по 2—3 элемента и придавая целому форму знакомой конфигурации; просим его взять столько же спичек, сколько имеется жетонов. «Возьми столько же спичек.— (Ха размещает 11 спичек, воспроизводя некоторые подробности фигур, состоящих из 2—3 элементов.) — Жетонов и спичек поровну? — *Здесь* (жетоны) *мало, а здесь* (спички) *много.*— Сделай так, чтобы в обоих случаях было поровну.— (Тогда Ха разуплотняет жетоны.)»

Наконец, перед Ха кладут 8 спичек. «Дай столько же жетонов.— *Я не умею делать рисунок.*— Попробуй все же». Ха немного разуплотняет спички, затем берет по одному 14 жетонов, пытаясь воспроизвести схему фигуры. Таким образом, если имеются разнородные предметы, то соответствие не устанавливается, так как разнородность мешает точному воспроизведению фигуры; в случае же с одними жетонами построение копии сопровождается точным поэлементным соответствием.

Ба (4; 9) размещает свои жетоны по одному, глядя поочередно на все жетоны агломерата из 15 элементов. «Одинаково? — *Да.*— Ты уверен? — *Да.*— Покажи, почему так? — *Этот и этот* и т. д. (показывает пальцем соответствующие члены оригинала и копии)». Таким же образом при имитации фигуры ему удается привести в соответствие жетоны и спички. Но когда конфигурацию фигур изменяют, причем даже не используют спичек, он уже не уверен в эквивалентности.

Приведем далее примеры, касающиеся рядов парных элементов (категория II).

Мину (5; 0) сразу удается воспроизвести ряды из 4 пар или даже большего числа элементов, но при разуплотнении жетонов эквивалентность им не признается. Когда, с другой стороны, речь идет о приведении в соответствие спичек с жетонами, ему удается лишь приблизительное соответствие, например 10 спичек и 8 жетонов. «Одинаково? — *Да.*— Посчитай.— (Он правильно отсчитывает 8 и 10.) — Поровну? — *Да»*. Это означает, что у ребенка данного уровня отсутствует точное соотношение между устным счетом и количественной оценкой; последняя осуществляется с помощью метода соответствия при качественной эквивалентности сравниваемых элементов (жетоны и жетоны). В том же случае когда речь идет о сравнении жетонов и спичек, происходит смешение соответствия и глобальных отношений занимаемого пространства.

Гис (5; 5) также демонстрирует интересное расхождение между *аспектом устного* счета и аспектом действительных *операций*. На словах Гис правильно считает до 27, показывая один за одним жетоны, размещенные перед нею в ряд. После 27 координация между показываемыми ею жетонами и цифрами исчезает, но Гис способна считать на память до 54. Таким образом, как только Гис выходит за пределы первых чисел, ее устный счет не соответствует более никакому систематическому сцеплению; так, правильно утверждая, что 12>8 и 10>7, она одновременно говорит, что 9>13, а 19>21. «Где больше всего (даны жетоны, которые она только что сосчитала)? — *Девятнадцать.*— Почему? — *Потому что их здесь много.*— А здесь? — *Двадцать один.*— Ну и что же? — *Это меньше, потому что здесь немного»*.

Следует отметить, что в плане действительных операций Гис находится на второй стадии, для которой характерно точное качественное соответствие без прочной эквивалентности. Она, например, правильно приводит в соответствие 4 пары с 4 парами (или больше), но отказывается верить в эквивалентность, как только жетоны разуплотняют.

Что касается фигур, относящихся к категориям III—V, то реакции на них детей аналогичны только что приведенным: имеет место точное копирование с поэлементным соответствием, но как только изменяют конфигурацию одной из двух совокупностей, сохранение и прочная эквивалентность тотчас же исчезают.

Нил (5; 0) начинает с того, что при копировании креста из 9 жетонов кладет 2 лишних элемента, но быстро самостоятельно исправляется, указывая уже после совершенного действия на соответствующие элементы. Он сразу и правильно воспроизводит квадрат из 9 жетонов, дом из 11 жетонов, особенно хорошо — круг из

9 жетонов. Этот круг он копирует с учетом величины диаметра. Когда у Нила спрашивают, действительно ли «жетонов поровну», он с помощью пальцев устанавливает поэлементное соответствие. Тогда перед каждым элементом круга-модели кладут жетон таким образом, чтобы построить на основе поэлементного соответствия концентрическую окружность большего диаметра. «Жетонов достаточно, чтобы положить перед каждым? — *Да.*— Почему? — *Потому что поровну*». Но как только построение большой окружности заканчивается, Нил уже больше не верит в эквивалентность. «Жетонов поровну? — *Нет.*— Почему? — *Потому что больше*».

Ба (4; 9) удается воспроизвести с одной-двумя, к тому же временными, ошибками фигуры типа III, а также круг из 9 жетонов, прямой угол из 11 жетонов и т. д., фигуры типа IV (квадрат из 9 элементов и т. д.); кроме того, он умеет приводить в соответствие жетоны со спичками в различных сочетаниях, причем ему всегда удается воспроизвести воспринимаемую фигуру. Для воспроизведения фигуры типа V (ромб из 13 жетонов) Ба помещает в центр ряд из 5 элементов (правильно), а под ним — треугольник из 4 жетонов (правильно). Но вверху он кладет только 2 элемента вместо 4. «Столько же? — *Да.*— Откуда ты знаешь? — (Тогда он указывает пальцем на каждый элемент модели и на каждый соответствующий жетон копии и, дойдя до вершины, кричит.) *Я ошибся, я плохо сделал.* (Сразу исправляется.)».

Но, несмотря на эти удачи, Ба не верит в необходимую эквивалентность, когда изменяют размещение одной из двух совокупностей, которые он только что привел в соответствие. Достаточно, например, перестроить построенный им прямоугольник из 12 жетонов на прямоугольник с большей высотой, как он перестает верить в его соответствие модели.

Таковы реакции второй стадии. Общность их несомненна: заключается она в поэлементном соответствии, опирающемся на качественные особенности фигур; если этого нет, то испытуемые более уже не принимают эквивалентности двух совокупностей. Легко выделить возникающие здесь проблемы: с одной стороны, проблема генезиса качественного соответствия, начиная с глобальных отношений, действующих на первой стадии, а с другой стороны, вопрос о том, почему поэлементное соответствие качественного порядка не является сразу числовым и почему оно не ведет,— как в приведенных экспериментах, так и во многих других, — к понятию прочной и необходимой эквивалентности. Но для ответа на эти вопросы лучше всего изучить сначала реакции третьей стадии, а также факты, относящиеся к простым рядам.

В самом деле, на третьей стадии соответствие освобождается от наглядности фигуры, и появляются спонтанные контрольные операции, осуществляемые путем диссоциаций целостностей и сериаций. Соответствие становится, таким образом, операциональным либо в качественном, либо в числовом отношении. Приведем сначала примеры, относящиеся к агломератам категорий I и II.

Хен (5; 0). Дана груда из 11 жетонов. «Возьми столько же.— (Берет 14 штук по одному или по два.) — Поровну? — (Проверяет методом соответствия.) — *Нет.* — (Убирает 3 элемента.) — А теперь? (Его 11 жетонов располагаются произвольно, без сходства с грудой-моделью.) — *Да.*— (Разбрасывают элементы модели.) А теперь? — *Опять одинаково».*

Кха (6; 0). Когда ему предлагается группа из 12 элементов, он воспроизводит 11 жетонов, взятых по одному методом зрительного соответствия с жетонами модели (без воспроизведения фигуры), затем добавляет еще один элемент. Если элементы модели разуплотняют, то эквивалентность сохраняется. Такая же реакция обнаруживается в отношении сериированных 4 пар: ребенок сразу берет 8 жетонов, расположенных в простом ряду, не воспроизводя фигуру.

Примеры, касающиеся фигур категорий III—V.

Фав (5; 6). Ему сразу удаются фигуры III—IV; он, кроме того, копирует форму и признает эквивалентность совокупностей в случае изменения их расположения. При воспроизведении фигур типа V Фав начинает с копирования модели, затем устно считает: *«Нужно еще добавить 3»* и т. д., а потом, запутавшись, отказывается одновременно как от визуального копирования, так и от устного счета и, что очень характерно для данной стадии, действует методом «любого» соответствия: он диссоциирует элементы модели и размещает их по два в двойной вертикальный ряд, затем так же поступает с жетонами своей собственной совокупности, но размещает их по два в двойной горизонтальный ряд. В результате этого он быстро замечает, что ему не хватает одного элемента, и добавляет его.

Мав (6; 0) также безошибочно воспроизводит комплексные фигуры, такие, как фигуры типа V, однако при проверке он доверяется только соответствию. «Поровну? — (Насчитывает 12 и 13). *Один лишний.* (Ошибочно убирает один элемент, просто сбившись при счете.) — Но тогда почему здесь пустое место? (От убранного жетона.)» Мав в этой ситуации поступает так же, как и Фав: он разрушает свою собственную фигуру и располагает жетоны в ряд, затем с помощью пальца приводит их в соответствие с оставшимися на месте элементами фигуры-модели. Тогда он видит, что ему не хватает одного жетона, и, наконец, добавляет его.

В другом эксперименте Фав, приводя в соответствие 22 спички с 22 жетонами, размещенными в виде комплексной фигуры, тихонько считает спички. «Столько же? — *Да.*— Сколько? — *Я не знаю* (забыл последнее названное им число).— В таком случае откуда ты знаешь, что одинаково? — *Каждый раз, когда я брал одну спичку, я брал* (отмечал) *один жетон.*— А откуда ты знаешь, что ни разу не ошибся? — (Тогда он размещает элементы в ряд и кладет по спичке над каждым жетоном.)»

Само собой разумеется, что Фав и Мав верят в прочную эквивалентность соответствующих совокупностей, так как они сами диссоциируют фигуры для проверки их числового равенства.

Трудно найти более ясное поведение, которое показывало бы, что ребенок начинает понимать значение операции соответствия раньше, чем у него возникает уверенность, присущая устному счету. Таким образом, в развитии ребенка существует стадия операционального соответствия, для которой характерно понимание необходимой (качественной и числовой) эквивалентности соответствующих совокупностей и сохранения величин. Эта стадия лежит между простым наглядным соответствием и установлением соответствия предметов с цифрами, т. е. стадией устного счета. Что же касается последнего, то, поскольку его правильное использование, превалирующее над любым практическим соответствием, характеризует четвертую стадию, нет нужды подробно говорить о нем в данной работе, ибо здесь предметом является изучение построения числа, а устный счет принимает в собственном смысле слова числовое значение после логического оформления операций в практическом плане. Для доказательства сказанного вполне достаточно примеров Фава и Мава, к которым можно добавить все то, что мы уже видели до сих пор.

§ 3. Простые ряды I. Первая стадия — глобальное сравнение и оценка, основанная на занимаемом пространстве или на плотности элементов. Прежде чем пытаться выводить какие-либо заключения из предшествующих фактов, нам кажется полезным возвратиться к анализу соответствия между простыми рядами. Эта тема, разумеется, не дублирует тему главы III, так как там речь шла только о поисках ответа на вопрос, почему поэлементного соответствия, даже если оно имеет место между качественно дополняющими друг друга предметами, вовсе не достаточно для появления необходимой и прочной эквивалентности соответствующих совокупностей. Теперь же, наоборот, речь идет о том, чтобы включить соответствие в совокупность приемов количественной оценки, т. е. изучить его с помощью экспериментов с однородными предметами, из которых ребенку надо составить два равных множества. Хотя, с другой стороны, эти способы оценки с очевидностью выявились у нас уже при рассмотрении фактов предыдущих параграфов, все же имеет смысл еще более упростить проблему и изучить вопрос, сохранятся ли наши результаты неизменными в случае не комплексных фигур, а простых линейных рядов. Под этим двойным углом зрения мы и обратимся здесь к изучению соответствия между простыми рядами, следуя второму из двух методов, изложенных во введении к настоящей главе.

Однако первая из стадий, наблюдаемых в связи с простыми рядами, сразу оказывается параллельной первой стадии, описанной в § 1: когда ребенка просят дать столько фасолин (монет, конфет и т. д.), сколько их имеется в ряду, служащем моделью, то испытуемый, вместо того чтобы действовать методом поэлементного соответствия или с помощью анализа дискретных единиц, основывает свои оценки лишь на одном или на двух глобальных свойствах данного ряда — на занимаемой длине или на плотности элементов, причем без координации этих двух отношений друг с другом. Приведем примеры первого способа.

Дон (4; 1). У него есть сестра Мириам. «Мама отдает Мириам все деньги, чтобы она пошла покататься на карусели. Ты возьмешь столько же денег, сколько взяла Мириам, столько же монет.— (Дон берет горстью наугад 5 монет, но размещает их так, что ряд-копия стал длиннее ряда-модели.) — *Но здесь больше, это неправильно!* — Один из вас богаче или у вас поровну? — *Да, я богаче.*— Тогда сделай так, как нужно.— (Он снова кладет все в коробку, потом берет оттуда 4 монеты, расставляет их плотно, затем также плотно подгоняет еще одну монету.) — *Но сейчас будет меньше* (его ряд). *Нужно сюда добавить.* (Добавляет по одной монете на каждый конец, и получается ряд из 7 монет, длина которого равна длине ряда-модели). — А сейчас одинаково или один из вас богаче? — *Точно поровну»*.

Шар (4; 4). Аналогичным образом начинает с размещения 11 конфет в плотном ряду, чтобы приравнять их 6 разуплотненным элементам модели; но так как его ряд оказывается длиннее, то он убирает 3 крайних элемента и добивается таким образом одинаковой длины. «Поровну? — *Да.*— Совершенно? — *Да.*— (Разуплотняют 6 элементов ряда-модели и снова уплотняют 8 элементов его ряда.) — А теперь? — *Здесь больше* (ряд из 6 элементов)».

Бок (4; 7). «Положи сюда столько же конфет, сколько их здесь. Эти (6) для Роже. Тебе нужно взять ровно столько же.— (Размещает в плотном ряду десяток конфет, но без уравнивания с десятком из ряда-модели.) — Одинаково? — *Нет еще.* (Добавляет.) — А теперь? — *Да.*— Почему? — *Потому, что здесь вот так* (показывает длины рядов).— (Разуплотняют шесть элементов модели.) У кого больше? — *У Роже.*— Почему? — *Потому что у него доходит вот до сих пор.*— Что нужно сделать, чтобы было поровну? — *До-*

бавить (прибавляет 1).— (Уплотняют эти 7 элементов и разуплотняют его ряд.) — *Теперь у меня больше»*.

В конце беседы мы предлагаем Боку два ряда конфет, один — из 3 разуплотненных элементов, а второй — из 4 сдвинутых, причем первый ряд длиннее второго. «Где конфет больше? — *Здесь* (ряд из 3 элементов).— Почему? — *Эта линия больше»*.

Арк (4; 9). «Твоя мама отдает эти конфеты (8) Люку. У тебя тоже должны быть конфеты, причем ровно столько же.— (Арк размещает 13 штук в плотный ряд, тщательно заботясь о том, чтобы этот ряд был такой же длины, как и ряд модели.) — У тебя столько же? — *Да.*— А теперь (немного разуплотняем 8 конфет Люка)? — *Нет. Люк съест больше»*.

Рил (5; 2) кладет 9 монет, чтобы приравнять их к ряду из 6 элементов. *«Готово.*— Ты так же богат, как и Даниель, или у тебя больше? — *У обоих одинаково.*— (Уплотняют еще больше 9 монет Рила и немного раздвигают 6 монет Даниеля.) Кто может купить вещей больше? — *Даниель»*.

Лер (5; 3) кладет 8 плотно сдвинутых монет перед рядом из 6 монет, а потом, когда разуплотняют 6 элементов, он находит, что получается больше, чем в ряду из 8 монет, *«потому что этот ряд больше»*.

Кроме этого метода оценки по занимаемому пространству или по длине ряда, можно также обнаружить (правда, значительно реже) случаи суждений, основанных на плотности элементов (более или менее плотном расположении монет, фасолин или жетонов). Приведем один-два примера.

Дон (4; 1). Некоторое время спустя после указанных выше оценок он кладет 7 красных плотно сдвинутых жетонов под 6 голубыми. «Одинаково? — *Да.*— (Уплотняют ряд-модель и немного разуплотняют жетоны Дона.) А теперь? — *У меня* (7 красных) *больше, потому что этот ряд больше. Ах, нет, у Мириам* (6 голубых) *больше.*— Почему? — *Потому что здесь плотно: здесь много»*.

Лин (5; 3) утверждает аналогичное два или три раза, хотя при обычной оценке величины с помощью длины говорит, что 6 плотных элементов составляют больше, чем n разуплотненных элементов, *«потому что здесь толще»*.

Хотя результат этих измерений по плотности противоположен тем результатам, которые основывались на измерении длины ряда, тем не менее ясно, что принцип их остается одинаковым: критерием оценки является глобально воспринимаемое свойство, а не число или поэлементное соответствие.

Таким образом, мы снова вернулись к проблемам, поднятым в § 1. Однако теперь эти проблемы удалось упростить, поэтому их легче разрешить: с одной стороны, следует изучить вопрос о том, какова природа квантификации, предшествующей поэлементному соответствию, с другой стороны, надо выяснить, почему такое соответствие невозможно на уровне первой стадии.

Относительно первого из этих вопросов мы вновь приходим точно к тем же выводам, какие получили в главах I и II и в § 1 настоящей главы: элементарные величины, или брутто-величины, есть не что иное, как отношения, выраженные кванторами «больше», «равно» или «меньше»: эти отношения непосредственно воспринимаются применительно к данным свойствам, но они еще не поддаются композиции. Так, например, два свойства, присущие любому ряду предметов (независимо от свойств самих предметов),— это общая длина и плотность элементов. Действительно, невозможно сравнить два каких-либо ряда без соотнесения свойств одного ряда со свойствами другого, т. е. без того, чтобы один из двух рядов оказался более длинным, более коротким или одинаковой длины или же более плотным, менее плотным или одинаковой плотности. Только эти отношения, столь же первичные (элементарные), как и сами сравниваемые свойства, используются ребенком данного уровня для их предколичественных оценок. Так, например, когда Дон заявляет: «У меня больше, потому что этот ряд больше» — или когда Лер говорит о 6 разуплотненных монетах, сравниваемых с 8 плотно сдвинутыми монетами: «Здесь больше, потому что этот ряд больше»,— то они прямо выражают длину рядов в терминах количественного значения.

Несомненно, что если бы речь шла о сравнении большего числа соединенных рядов или об абстрактном сложении таких отношений, то рано или поздно возникли бы трудности (см. главы V и VI о сериации). Но, пока речь идет о непосредственно воспринимаемых отношениях, такой способ оказывается достаточным для элементарной оценки. С другой стороны, очевидно, что испытуемому данного уровня удается сравнение двух рядов под углом зрения интервалов между элементами: он хорошо видит, что в одном ряду элементы «более (или менее) плотные», чем в другом, и умеет также выразить это практическое восприятие в элементарных количественных отношениях. Так, Дон заявляет, что здесь много, «потому что здесь плотно»; Лин — здесь больше, когда «здесь толще». Таким же образом в главе III Му (§ 2, стадия III), Лид (§ 2, стадия II), Фран (§ 3, стадия III) и т. д. ссылаются на плотность как на критерий большей величины. Следовательно, эти два отношения общей длины или плотности, взятые каждое в отдельности, образуют начало того, что позднее станет количественной оценкой, ибо сравниваемые свойства сами, по своему происхождению неотделимы от величины, поскольку они воспринимаются в соответствии с взаимоотношениями, существующими между ними.

Однако представляют ли эти элементарные количественные отношения сразу рациональную структуру или они являются простыми практическими схемами, которые хотя и возвещают своим функционированием о вступлении в действие разума, но остаются еще дологическими, поскольку предшествуют любой операции в собственном смысле слова? Очевидно, что только второе решение является правильным, так как эти рождающиеся величины отнюдь не обладают свойством сохранения. Для рационального сознания ряд из n разуплотненных элементов сохраняет одно и то же количественное значение n и тогда, когда длина ряда уменьшается, так как в этом случае над его элементами производится лишь одно действие — они просто уплотняются. Таким образом, сохранение множества определяется отношением между длиной ряда и интервалами между его элементами, а отношения суммарной длины и плотности оказываются изменяющимися. Но именно эту координацию, т. е. логическую композицию двух наличных отношений, не может осуществить ребенок данной стадии, и именно по этой причине пока не возникает ни сохранения совокупностей, ни даже поэлементного соответствия.

А теперь мы можем приступить ко второму из только что поставленных вопросов: почему поэлементное соответствие невозможно на первой стадии? Правда, в зависимости от того, идет ли речь о наглядном соответствии, свойственном второй стадии, или об операциональном (качественном или числовом) соответствии, свойственном третьей стадии, этот вопрос следует разбить на два. Если операциональное соответствие предполагает появление специальных операций, о которых мы будем говорить в дальнейшем, то соответствие наглядное, если оно качественно точное, объясняется элементарным умножением отношений. И поэтому становится ясно, почему такое соответствие не может быть понято на первой стадии: на этом уровне, когда в основе лежит отношение длины и плотности рядов, еще совершенно не поддается композиции даже соответствие без необходимой и прочной числовой эквивалентности.

В самом деле, как только начинают приниматься во внимание одновременно общая длина сравниваемых рядов и плотность элементов, т. е. длина интервалов между ними, приходится уже рассматривать наличные целостности не как простые единицы (более или менее длинные ряды или более или менее плотные бусы), а как множества, состоящие из частей или элементов. Наоборот, пока рассматривается лишь одно из двух отношений, совокупность образует одно нераздельное целое и может привести лишь к глобальным оценкам. Когда, например, Бок предпочитает три раздвинутые конфеты четырем плотно сдвинутым, потому что «эта линия больше», то он, очевидно, не принимает во внимание элементы, как таковые, равно как и их интервалы. А когда Дон после рассуждения такого же типа приходит к другому критерию — шесть голубых жетонов больше семи разуплотненных красных жетонов, «потому что здесь плотно»,— то не менее очевидно, что он пренебрегает соответствующими длинами рядов и, значит, не может сравнивать их элементы как таковые. Лишь в том случае, когда два ряда имеют одновременно одинаковую длину и одинаковую плотность, их эквивалентность подразумевает их соответствие и выходит за рамки глобальной оценки: соответствие появляется, таким образом, как выражение реального построения, причем появляется оно начиная с уровня качественного наглядного соответствия, т. е. до всякого числового соответствия (или качественного соответствия операционального порядка), так как операция в таком случае просто облегчается или наполовину замещается восприятием фигур.

В чем состоит такое построение? Во-первых, в разложении, делающем возможным самую композицию. В самом деле, слить в одно целое глобальные отношения общей длины ряда и его плотности — это значит, прежде всего, понять, что общая длина составляется суммой интервалов, отделяющих каждый элемент от следующего, и что, следовательно, для плотного (или частого) ряда интервалов будет значительно больше и они будут более короткими, тогда как для менее плотного ряда общая длина может оставаться такой же, в то время как интервалов становится меньше и они оказываются более длинными. Во-вторых, по мере того как два ряда сравниваются друг с другом, конструкция, на которой основывается соответствие, предполагает мультипликативную композицию отношений: оба ряда будут пространственно соответствовать друг другу, если у них окажется одновременно одинаковая длина и одинаковая плотность, т. е. если каждый элемент одного из них может быть помещен под каждым элементом другого.

В этом смысле нет ничего убедительнее колебаний самых развитых детей данной стадии и процесса открытия соответствия у тех детей, которые подходят в конце эксперимента к границе второй стадии. Когда после оценки своих рядов лишь с точки зрения длины испытуемые (как и в случае предыдущей стадии) начинают обращать внимание на плотность, они некоторое время колеблются между двумя возможными точками зрения, а затем, смущаясь этим чередованием и вызываемыми им противоречиями, стараются учесть одновременно обе точки зрения; именно тогда они с необходимостью начинают приводить в пространственное соответствие сами элементы сравниваемых рядов, а также разделяющие их интервалы. Приведем один пример.

Сту (5; 11) стремится построить ряд, равный ряду из 6 конфет. Она берет несколько единиц (8) и размещает их рядом: «*Сейчас больше.*— Откуда это видно? — *Можно видеть по линии.*— (Уплотняют 8 элементов и разуплотняют 6.) — *Нет. Здесь* (6) *больше.*— Почему? — *Этот* (ряд из 8) *меньше. Их сдвинули.*— Конфет меньше? — *Да.*— (Тогда показывают два ряда, один — из 6 плотно сдвинутых элементов, а другой — из 4 разуплотненных.) Где больше? — *Здесь* (6).— Почему? — *Потому что больше* (плотно).— (Показывают два ряда по 6 элементов, один плотный, другой разуплотненный.) А здесь? — *Здесь* (разуплотненный ряд) *конфет больше, потому что здесь длиннее.*— (Снова показывают два ряда, из которых более короткий содержит больше элементов.) А теперь? — *Здесь* (короткий) *больше, потому что много.*— (Вновь кладут первоначальные 6 конфет.) Дай столько же конфет.— (Теперь Сту строит точное соответствие, пересекает, таким образом, границу, отделяющую первую стадию от второй.)»

Как видно, (достаточно было Сту показать с помощью небольших чисел (6 и 4), что плотный ряд может содержать больше элементов, чем более длинный ряд, как она начала комбинировать отношения длины и плотности, пришла в результате этого к разложению предложенных множеств и, наконец, открыла поэлементное соответствие. Это позволяет нам перейти к изучению последующих стадий.

§ 4. Простые ряды. II. Вторая стадия — оценка методом наглядного соответствия без прочной эквивалентности. III. Третья стадия — операциональное соответствие с необходимой эквивалентностью. Мы только что выдвинули гипотезу о том, что качественное соответствие возникает из логической координации наличных отношений, следовательно,— в частном случае рядов — из отношений общей длины и плотности (интервалы между элементами). Теперь нам следует, с одной стороны, проверить эту гипотезу на материале второй стадии (стадии качественного наглядного соответствия), а с другой стороны, объяснить переход от этого соответствия без прочной эквивалентности к соответствию в собственном смысле слова, т. е. операциональному (качественному и числовому) соответствию с необходимой и прочной эквивалентностью соответствующих совокупностей.

Когда детей второй стадии просят взять столько же элементов, сколько их имеется в ряду-модели из 6 элементов, то они реагируют сразу (или почти сразу) установлением оптического и пространственного соответствия между рядом-копией и рядом-моделью. Но как было исчерпывающе показано экспериментами главы III, они перестают верить в эквивалентность, как только исчезает непосредственное восприятие соответствия.

Жон (4; 5). «Возьми себе столько же, сколько здесь (6 жетонов). (Кладет 7 плотно сдвинутых жетонов, затем приводит их в точное соответствие с моделью.) — Одинаково? — *Да.*— (Разуплотняют ряд-копию.) Поровну? — *Нет.*— У кого-нибудь больше? — *У меня.*— Сделай так, чтобы было поровну. (Он уплотняет свои жетоны.) — Одинаково? — *Да.*— Почему? — *Потому что я подвинул* (уплотнил)».

Прет (4; 11). Ему удается приведение в соответствие сразу после того, как он положил одну лишнюю фасолину; но когда уплотняют элементы ряда-модели, он говорит: *«Здесь больше, потому что здесь одна большая линия. Нужна такая же линия, тогда будет одинаково.*— А как это сделать? — (Восстанавливает оптическое соответствие.)» Прет демонстрирует аналогичные реакции во время опытов с вопросами противоположного характера.

Хаб (5; 3) начинает размещение 9 фасолин перед 6 фасолинами модели, но конструирует при этом ряд такой же длины. *«Готово.*— Одинаково? — *Я не уверена.*— Где больше? — *Здесь.* (Ряд из 9 плотно расположенных элементов.) — А как нужно сделать? — (Кладет 6 элементов напротив 6 из модели и убирает излишек.) — (Уплотняют 6 элементов модели.) Одинаково? — *Нет.*— Здесь (модель) столько же, сколько здесь? — *Нет. Здесь* (копия) *больше.*— Откуда можно больше съесть: отсюда, или отсюда, или везде поровну? — *Я съела бы больше.*— Тогда сделай одинаково.— (Хаб убирает два элемента, затем приводит в соответствие 1 к 1 модель и копию и вновь кладет две фасолины, установив, что ей их не хватает.)»

Пер (5; 7) сразу строит ряд-копию из 6 фасолин по соответствию с моделью. Уплотняют элементы модели. *«У меня больше.*— Почему? — *Потому что здесь более длинная линия.*— (Проделывают обратное.) — *Теперь здесь больше, потому что здесь большая линия».* Но некоторое время спустя Пер говорит противоположное: «Отсюда (разуплотненный ряд) можно съесть больше? — *Нет.*— Почему нет? — *Потому что здесь длинная линия.*— А отсюда (плотный ряд)? — *Здесь больше, потому что здесь маленькая куча* (плотно).— В маленькой куче больше, чем в большой линии? — *Да».* После этого Пер возвращается к примату длины, затем восстанавливает визуальное соответствие и говорит: *«Теперь одинаково».*

Плюс (5; 7) также действует методом соответствия, для того чтобы построить совокупность, равную модели, он предпочитает взять 3 разуплотненные конфеты, нежели 4 плотно расположенные, *«потому что здесь больше».* Для восстановления равенства между 6 плотными элементами и 6 разуплотненными он просто раздвигает первые.

Хорошо видно, насколько испытуемые второй стадии подтверждают намеченную в конце § 3 гипотезу о генезисе качественного соответствия. В самом деле, какой бы элементарной ни была эта форма соответствия в том случае, когда она осуществляется непосредственно на основе наглядности, она тем не менее образует сложное отношение, подразумевающее систему сравнений т. е. логических умножений (и, возможно, делений, или «абстракций»). Так, например, для сравнения сторон или углов двух расположенных рядом ромбов испытуемый должен разложить эти фигуры (отвлечься по возможности от их величин, или их положения, так чтобы выделить сходства положений отдельно для одних сторон или для одних углов). Однако подобное употребление координированных отношений (например, «вершина левого ромба соответствует вершине правого ромба» и т. д.) выходит, разумеется, за пределы уровня недифференцированных и глобально воспринимаемых отношений, характеризующих предыдущую стадию.

Как было видно в § 3, в случае с двумя рядами элементов к соответствию ведет конъюнкция отношений, выражающих длину ряда и отношений плотности этих рядов. Пока ребенок судит о величине по одной длине или по одной плотности рассматриваемых рядов, соответствия быть не может. Наоборот, только что рассмотренным испытуемым удается — и это как раз определяет соответствие, свойственное настоящей стадии,— построить ряд-копию, который имеет одновременно такую же общую длину, как и ряд-модель, и такую же плотность (одинаковые интервалы между элементами), причем это двойное равенство обеспечивается тем, что каждый элемент копии расположен напротив определенного элемента модели. Так, например, Хаб (так же, как Жон, Прет и т. д.), которая, как и дети первой стадии, начинает с размещения лишних элементов под рядом-моделью, говорит, что она «не уверена» в эквивалентности, и находит путь к установлению соответствия через разуплотнение своих элементов, т. е. через координирование отношения плотности с отношением общей длины.

С другой стороны, когда для вынесения суждения об эквивалентности после разуплотнения или уплотнения одного из рядов ребенка просят восстановить соответствие, в которое он теперь уже не верит, у испытуемых этой стадии наблюдается иная реакция, нежели у испытуемых первой стадии. В то время как испытуемые первой стадии вообще ограничиваются тем, что добавляют или убирают элементы для восстановления одинаковой длины или одинаковой плотности, у Жона мы видим обратное: он уплотняет разуплотненные элементы и, зафиксировав равенство, мотивирует это заявлением: «Сейчас одинаково, потому что я подвинул». Таким же образом Прет, Пер, Фил и Хаб (последняя после того, как она убрала, а затем возвратила две фасолины) восстанавливают эквивалентность путем воспроизведения оптического соответствия, т. е. путем координирования плотности с длиной рядов.

Но хотя,— и здесь мы возвращаемся к проблеме предыдущей главы,— с момента, когда ребенок думает одновременно о длине рядов и об их плотности (т. е. об интервалах между элементами), начинает осуществляться поэлементное соответствие, тем не менее это соответствие не сразу, конечно, ведет к прочной эквивалентности соответствующих совокупностей и, следовательно, к понятию их количественного постоянства в случае изменения конфигурации этих совокупностей. Поэтому именно сейчас было бы очень важно объяснить, почему эта эквивалентность (или сохранение) отсутствует в частном случае множеств дискретных предметов, находящихся в поэлементном соответствии.

Каким образом получается, что эквивалентность сохраняется лишь постольку, поскольку соответствие непосредственно воспринимается (по оптическому контакту и т. д.), и исчезает, как только уничтожается такое перцептивное соответствие? Если поэлементное соответствие вытекает из композиции двух отношений длины и плотности, то почему эта координация не ведет сразу к необходимой и прочной эквивалентности? Для понимания этой проблемы важно различить два вопроса, хотя они и взаимосвязаны: вопрос об общей или внешней координации и вопрос о внутренней природе операций.

Если иметь в виду первый вопрос, то очевидно, что мы наблюдаем в данном случае непрерывный процесс координации, этапы которого свидетельствуют о последовательном структурировании. Во-первых, имеются элементарные и глобальные перцептивные отношения, присущие восприятию длин, восприятию более или менее плотно расположенных рядов и т. д. Во-вторых, когда эти перцептивные отношения, бывшие до сих пор глобальными и некоординирующимися между собой, начинают координироваться испытуемыми с помощью сериаций и логических умножений, то эти координации первоначально осуществляются в аспекте наглядности и восприятия, т. е. еще полуоперационально и без немедленного достижения уровня обратимой, или полностью освободившейся от восприятия, операции. Именно это происходит на данной стадии; отношения длины и плотности рассматриваются ребенком симультанно, поскольку ряд-копия и ряд-модель сразу оказываются равными как по длине, так и по плотности, причем каждый элемент одного ряда располагается напротив соответствующего элемента другого ряда. Однако эта рождающаяся координация не выходит еще за рамки аспекта восприятия, а это значит, что как только изменяется перцептивная фигура, давшая возможность установить соответствие, не только исчезает это соответствие (что естественно, ибо, как мы увидим в дальнейшем, условием для его сохранения являются числовые, а не только качественные операции), но вместе с тем исчезает и всякая координация между длиной и плотностью.

В самом деле, когда разуплотняют или уплотняют один из двух рядов, ребенок не говорит: «Здесь короче, но плотнее, и ничего большего сказать нельзя». Наоборот, он выбирает произвольно один из двух критериев и судит об общей величине по одному этому критерию. Пример с Пером в этом отношении очень показателен. Этот ребенок умеет приводить в поэлементное соответствие ряд-модель и ряд-копию, однако он дезориентируется, как только разуплотняют элементы одного из рядов; тогда он колеблется между двумя наличными отношениями: общей длиной и плотностью — и в одном случае говорит, что 6 разуплотненных элементов составляют больше, чем 6 плотно сдвинутых, «потому что здесь большая линия», а в другом случае утверждает противоположное, потому что, по его мнению, 6 плотных элементов образуют «маленькую кучу». Это как раз и доказывает, что Пер, которому удается координировать эти два отношения в плане восприятия (когда элементы рядов находятся в визуальном контакте и он имеет возможность привести их в поэлементное соответствие), не может в достаточной степени увязать их друг с другом так, чтобы эта координация вышла за рамки наглядности и образовала систему действительных операций.

Однако, начиная со второй стадии, мы видим, как робко возникает операциональная координация, которая завершится на третьей стадии. В самом деле, если операция является обратимым действием, как мы стремимся доказать во всем настоящем исследовании, то ясно, что реакция Жона, Пера, Прета, Мюла и т. д., т. е. реакции, о которых мы только что говорили и которые заключаются в уплотнении или в разуплотнении элементов для восстановления равенства, уже предвещают образование действительных операций.

Если мы далее перейдем от внешнего анализа этих координаций к их логическому, или внутреннему, анализу, то можно установить следующий параллелизм.

Первому уровню, т. е. уровню некоординированных между собой перцептивных отношений, соответствуют глобальные отношения: «более или менее длинный» или «более или менее плотный», которые характеризуют ряды как таковые, а не специфические свойства отношений, соединяющих каждый элемент с каждым другим. Что касается рождающейся координации между этими двумя видами отношений, совершающейся на второй стадии только в аспекте наглядности, то по своей природе она является одновременно аддитивной (сериация) и мультипликативной (соответствие), что в точности соответствует возникновению операций, описанному нами в связи со второй стадией сохранения величин (гл. I и II).

Действительно, с одной стороны, плотность ряда есть не что иное, как последовательность (воспринимаемая или понимаемая) интервалов, отделяющих каждый элемент от последующего, а сумма этих длин тождественна общей длине ряда; координировать общую длину и плотность — значит просто разложить длину на отрезки, сумма которых определяет плотность, что и образует аддитивную сериацию (сложение отношений). С другой стороны, процесс приведения визуальным или пространственным контактом в поэлементное соответствие двух рядов представляет собой построение двух серий, которые были бы одновременно одинаковыми по длине и с одинаковыми интервалами между элементами, т. е. оказываются рядами, элементы которых находятся точно друг против друга. В этом случае мы имеем умножение отношений между элементами, «расположенными на определенном расстоянии по горизонтали», на отношения между элементами, «расположенными друг над другом». Осуществляя поэлементное соответствие перцептивного порядка, ребенок открывает начало сериации и умножения качественных отношений положения, и это пока все. Когда плотность одного из рядов или его общая длина изменяются, то испытуемый не верит более в соответствие, так как в этом случае ему нужно было бы понять, что перемещения компенсируются, и он должен был бы уравнять разности, что предполагает уровень более высокий, чем уровень простой качественной группировки. Единственное, что ребенок умеет делать в этот период, — это восстанавливать чистое равенство двух рядов; однако из этого эмпирического возврата к исходному пункту он еще не в состоянии вывести понятие всегда возможной операциональной обратимости.

На третьей же стадии мы видим, как соответствие освобождается от своих пространственных и перцептивных ограничений и продолжает существовать независимо от перемещений, производимых над элементами. Говоря другими словами, как только эквивалентность устанавливается, испытуемый понимает необходимость ее существования, несмотря на возможные преобразования конфигурации соответствующих совокупностей. Поэлементное соответствие становится в результате этого действительно квантифицирующим и отныне выражает числовое равенство, а не только качественную эквивалентность. Приведем примеры.

Фет (5; 5). «Возьми столько же монет, сколько здесь (6 монет). (Он размещает в ряд 6 монет под рядом-моделью, но располагает свои монеты в гораздо более плотный ряд, чем монеты модели, т. е. так, что между соответствующими элементами двух рядов нет пространственного контакта: первоначальный ряд оказывается длиннее копии с обеих сторон.) — У тебя столько же? — *Да.*— Вы оба одинаково богаты, и он и ты? — *Да.* — (Уплотняют монеты модели и разуплотняют его монеты.) А теперь? — *Одинаково.*— Совершенно одинаково? — *Да.*— Почему одинаково? — *Потому что их сблизили* (просто уплотнили)».

Кран (5; 8). Дается 6 разуплотненных фасолин. Он начинает с размещения по фасолине под каждой из фасолин модели. Уплотняют элементы ряда-копии. «Одинаково? — *Да.*— Можно поровну съесть? — *Да.*— Откуда ты знаешь? — *Я вижу*». Однако когда речь идет о числовой оценке наличных величин и если элементов больше шести, то Кран не дает никакого уверенного ответа.

Лан (6; 2) для воспроизведения ряда из 6 спичек берет в руку 4 спички, не считая их и приводя в соответствие на глаз. Дойдя до 4-й спички, он кладет указательный палец на 4-ю спичку модели, берет еще 2 спички, затем размещает свои 6 спичек перед рядом-моделью, но в куче и без пространственного контакта. Тогда мы размещаем его 6 спичек в ряд, а другие уплотняем в перпендикулярно поставленный пучок. «Одинаково? — *Конечно.*— Почему? — *Потому что перед этим вот эти* (его спички) *были в куче, а вы их теперь положили вот так* (разуплотненно), *а эти* (модель) *до этого были отодвинуты; а теперь вы их сложили в кучу*».

Совершенно очевидны явные различия между этими детьми и детьми предыдущей стадии. Прежде всего, эти дети даже в момент приведения рядов в поэлементное соответствие не отыскивают обязательно перцептивный контакт между элементами. Так, например, Фет сразу образует ряд-копию более плотную, чем модель, а Лан кладет свои спички в кучу перед 6 спичками модели, расположенными в ряд. Одновременно с этим изменением в отношении актуального восприятия имеет место и другое обстоятельство, особенно важное для нас: дети рассматриваемой стадии умеют связать друг с другом последовательные конфигурации соответствующих совокупностей путем правильного координирования их отношений. Например, Фет, для того чтобы доказать, что монеты модели всегда эквивалентны монетам его копии, пользуется даже аргументом, который малыши использовали для доказательства противоположного: «потому что их просто сблизили». Эта мотивировка может иметь только один смысл: сблизить эти монеты, ничего не отняв и ничего не прибавив,— значит уменьшить общую длину, но увеличить плотность. Ребенку удается, следовательно, принять во внимание одновременно отношение длины и плотности не только в случае, когда сравниваемые ряды совмещаются друг с другом, но также (в этом как раз и состоит прогресс по сравнению с предыдущей стадией) и в тех случаях, когда ряды различаются длиной и плотностью одновременно.

Другими словами, если общая длина рядов и их плотность рассматриваются как два различных отношения — как это делает сам ребенок до их координации или при определении их плотности по большей или меньшей длине интервалов, разделяющих элементы серии (длины узнаются по восприятию их «плотного» или «разуплотненного» характера),—то в таком случае можно сказать, что третья стадия означает завершение качественного умножения этих двух отношений. Правда, это умножение вырисовывается уже на второй стадии. Но тогда единственно возможными для ребенка являются, с одной стороны, операции построения двух соответствующих рядов (если их длина и плотность равны), а с другой стороны — суждения о том, что ряд, одновременно более длинный и более плотный, нежели другой ряд, является более многочисленным (или менее длинный и менее плотный ряд — менее многочисленным), что при равенстве длины более плотный ряд оказывается более многочисленным (а менее плотный — менее многочисленным) или что при равенстве плотности более длинный ряд является более многочисленным (а менее длинный — менее многочисленным). При наличии же ряда, ставшего одновременно более коротким и более плотным, чем ряд, который только что ему соответствовал, ребенок второй стадии отказывается учитывать оба отношения одновременно и считает более многочисленным один из двух рядов либо потому, что он длиннее, либо потому, что он плотнее. Наоборот, на третьей стадии ребенок впервые обобщает операцию умножения этих двух отношений и понимает, что ряд одновременно более короткий и более плотный, нежели другой, может быть ему равным.

Таким образом, отношения плотности и длины являются отныне умножаемыми независимо от актуального восприятия или, лучше сказать, включают каждое данное восприятие в систему всех возможных восприятий; освобождение от непосредственного восприятия является в действительности освобождением от восприятия вообще, поскольку в этом случае каждое восприятие наличной в данный момент конфигурации рассматриваемых множеств включается в связную систему преобразований, регулируемую логикой отношений, каждая композиция которых соответствует возможному восприятию этих множеств.

Это освобождение означает возникновение операций в собственном смысле слова. Становится еще яснее, что операции возникают вследствие поступательной обратимости мышления. В этом отношении примечательна используемая Ланом формула для обозначения отношений, объединяющих оба последовательно воспринимаемых состояния соответствующих множеств. Ее можно выразить следующим образом (груда→ →ряд) = (ряд→груда). Говоря другими словами, оба множества остаются эквивалентными, потому что их преобразования являются лишь обратимыми изменениями положения, т. е. они возникают вследствие операций, которые можно подвергнуть инверсии.

Важно отметить, наконец, что простого логического умножения качественных отношений недостаточно для того, чтобы прийти к числовому соответствию с прочной эквивалентностью, точно так же, как такой тип операций сам по себе не может привести ребенка к пониманию сохранения дискретных и непрерывных величин (см. эксперименты гл. I и II). Действительно, умножение длины двух рядов на их плотность дает возможность сделать вывод о соответствии лишь в том случае, если оба вида отношений являются равными. Если есть равенство одного из отношений и нет равенства другого или если один из рядов является одновременно более длинным и более плотным, нежели другой, то отсюда можно сделать вывод о том, какой ряд является более многочисленным. Но если один из рядов оказывается одновременно более плотным и более коротким, нежели другой, то нельзя сделать вывода ни о соответствии, ни о несоответствии. Такой вывод стал бы возможным лишь в случае, если бы наличные элементы были бы качественно определены каждый в отдельности.

Если ребенок третьей стадии утверждает, что однажды установленное между двумя рядами соответствие остается постоянным, так как для его восстановления достаточно вернуть элементы рядов к их первоначальному положению, то это, несомненно, лишь обобщение качественного умножения, что означает просто следующее: так как качественное соответствие является операцией, дающей возможность поставить друг перед другом элементы двух рядов одинаковой длины и плотности, то всегда можно восстановить это соответствие после его нарушения. Несомненно, эта операциональная обратимость вырисовывается уже на второй стадии, но она приобретает необходимый и общий характер лишь на третьей стадии. Наоборот, когда испытуемый утверждает, что даже при нарушении качественного подобия двух рядов соответствие остается или что даже без построения обоих сходных (топографически) рядов возможно привести обе совокупности во взаимно-однозначное соответствие, то совершенно ясно, что речь идет о другой операции, вытекающей из качественного соответствия, но выходящей за его пределы, поскольку она является «любой» операцией, т. е. независимой от условий наглядности пространства и времени. Однако очень интересно отметить, что в случае соответствия (например, соответствия отношений, присущих сохранению величин) переход от качественной операции к арифметической операции объясняется уравниванием разностей, следовательно, путем имплицитного или эксплицитного введения понятия единицы.

В самом деле, допустить, что короткий, но плотный ряд соответствует более длинному и менее плотному,— значит понять две истины, существенные для построения числа. До сих пор элементы соответствующих рядов рассматривались ребенком как элементы, определяемые наглядными свойствами пространственного порядка (а в случае сигналов и т. д.— и временнóго порядка): первый жетон большого ряда слева, жетон справа и т. д. Однако если соответствие понимается как соответствие, существующее независимо от этих положений, то это значит, что элементы становятся простыми, совершенно эквивалентными единицами, а соответствие в таком случае основывается на понятии равных единиц, отличающихся друг от друга лишь их относительным порядковым номером. Говоря точнее, соответствие сводится, таким образом, к мысли об одинаковом порядке счета, применяемого к двум совокупностям однородных единиц.

Если мы, далее, примем теперь во внимание интервалы, разделяющие эти единицы между собой, то обнаружим аналогичный механизм. До третьей стадии ребенок постигал поэлементное соответствие между двумя рядами элементов лишь в том случае, если, с одной стороны, были равны их общие длины и если, с другой стороны, были равны плотности, т. е. интервалы. Отныне, наоборот, он признает, что при уплотнении одного из рядов соответствие остается, а это значит, что разность общей длины компенсируется разностями интервалов. Таким образом, когда о самих элементах, рассматриваемых в качестве единиц, ставших однородными, судят независимо от их пространственно-временных свойств, и когда дети утверждают, что плотный ряд остается эквивалентным тому же самому рассредоточенному ряду,— в обоих этих случаях открытие «любого», или арифметического (в собственном смысле слова), соответствия всегда предполагает операцию, новую по отношению к операциям простой качественной логики. Этой операцией является уравнивание разностей или, говоря более конкретно, сериация единиц, рассматриваемых как совершенно равные, за исключением временнóго и относительного пространственного положения, занимаемого каждой из них в серии.

§ 5. Заключение. Приведенные в данной главе факты прекрасно согласуются между собой, а также с фактами предыдущей главы. Поэтому они подводят нас к выявлению общей картины стадий соответствия и дают тем самым единый метод для краткого общего объяснения последовательных способов квантификации.

Прежде всего напомним в двух словах, в какой форме постепенно уточнялась вся проблема в ходе нашего исследования. Установив в главах I и II, что в глазах ребенка первоначально не сохраняются ни непрерывные величины, ни дискретные совокупности, если изменяется их перцептивная конфигурация, мы задались вопросом о том, достаточно ли поэлементного соответствия, например, в таких его формах, как соответствие между вместилищем и содержимым или обмен в соотношении 1 к 1, для обеспечения сохранения (в данном случае прочной и необходимой эквивалентности) после того, как совокупности были приведены в соответствие. Глава III привела нас к отрицательному ответу на этот вопрос: оказалось, что существует уровень перцептивного соответствия, характеризующийся прекращением эквивалентности, как только уничтожается контакт между соответствующими элементами. Кроме того, эти реакции несоответствия образуют остаток первой стадии, на которой поэлементное соответствие, даже когда оно вызывается внешней ситуацией, не понимается в принципе, причем эквивалентность оценивается в зависимости от глобальных отношений занимаемого пространства и от непосредственно воспринимаемых размеров. Следовательно, нужно было приступить непосредственно к изучению стихийных способов квантификации, используемых ребенком для определения количественного значения множеств или дискретных величин; одним из таких способов является стихийное соответствие. Целью данной главы VI как раз и являлось изучение такого соответствия.

Предлагая детям задачи на простое воспроизведение либо различных фигур (§§ 1 и 2), либо линейных рядов (§§ 3 и 4), мы имели возможность вызвать у наших испытуемых активность, которая прямо продолжает их деятельность в обыденной жизни и в которой ярко проявляются стихийные способы установления соответствия, следующие друг за другом в правильном порядке; это — глобальная оценка, соответствие без прочной эквивалентности и числовое соответствие с необходимой эквивалентностью. Отсюда вытекают три проблемы: почему ребенок сначала не испытывает потребности в разложении глобальных целостностей, которые представляются ему поддающимися оценке; как появляется первая форма разложения — качественное наглядное соответствие и, наконец, каковы условия преобразования качественного соответствия, ставшего операциональным, в числовое соответствие?

Впрочем, у нас уже есть схема объяснения, намеченная в связи с рядами (§§ 3 и 4). Однако теперь ее нужно обобщить. С этой целью мы различим психологический анализ, являющийся каузальным и генетическим (I), от логического анализа построения операций (II). Как легко можно будет заметить, эти два вида объяснения оказываются параллельными.

I. Все предыдущие опыты,— независимо от того, шла ли речь о воспроизведении совокупностей, представленных в виде простых агломератов, открытых или замкнутых фигур или простых линейных рядов и т. д.,— показали нам, что на первом уровне (в среднем до 4; 6—5 лет) ребенок оценивает дискретные величины или множества так, как будто бы он имеет дело с непрерывными величинами, т. е. с пространственными размерами; следовательно, он основывает свои количественные суждения на целостности формы совокупности и на таких глобальных отношениях, как «более (менее) длинный», «более (менее) широкий», «более (менее) плотный» и т. д.

Такую первоначальную реакцию можно объяснить двумя причинами: либо тем, что ребенок не испытывает потребности в разложении воспринимаемых и оцениваемых им целостностей, либо тем, что он еще неспособен на такое разложение. Само собой разумеется, потребность и возможность психологически очень близки друг другу. Однако мы будем рассуждать так, как будто они являются различными. Пусть ребенок исходит первоначально из неанализируемых целостностей, т. е. начинает не с собрания элементов, рассматриваемых как таковые, а берет их в качестве глобальных целостностей, и пусть он не испытывает потребности в их разложении, пока неудача опыта не принудит его к этому (все это полностью соответствует тому, что известно о психологии мышления на таком уровне развития[1]).

[1] В свое время мы показали («Речь и мышление ребенка), что характерная особенность восприятия детей, называемая Декроли «глобальным», а Клапаредом «синкретическим» свойством, относится ко всему мышлению ребенка.

Поэтому ребенок, которого просят дать «столько же» жетонов, сколько их имеется в какой-либо совокупности, в плане своего интеллектуального развития совсем еще не подготовлен к рассмотрению этой совокупности как соединения единиц, т. е. как $1+1+1$... и т. д., ибо в противном случае это означало бы, что у него уже есть общее понятие целого числа. Следовательно, «столько же», или, как он говорит, «одинаково много», означает просто совокупность, подобную модели, имея в виду ее свойства как целого. Но если он не испытывает спонтанной потребности в разложении, то способен ли он вообще к нему? Предыдущие опыты, как нам кажется, дали решительный ответ именно на этот вопрос.

В самом деле, в случае, когда выполненная ребенком копия сразу же его не удовлетворяет или когда мы изменяем конфигурацию одной из фигур, то становится ясно, что у испытуемого нет еще никакого инструмента, который давал бы ему возможность координировать элементарные отношения, модель которых он строит, и, следовательно, нет инструмента их разложения. Даже если фигура, построенная для уравнивания с моделью, соединяет в себе различные свойства длины, ширины и плотности, а также основные составные части формы (углы, загущенные места, крайние положения рядов и т. д.), эти некоторые глобальные отношения перестают координироваться между собой, как только фигура изменяется. Другими словами, единственным принципом синтеза, имеющимся в распоряжении ребенка первой стадии, является сама целостная форма как нечто наглядное, основанное на глобальном восприятии, причем «операции» не дают возможности связать разбросанные фрагменты этой перцептивной наглядности в том случае, когда она исчезает. Вот почему, как только происходит изменение в данных глобального сравнения, испытуемые первой стадии основывают свои оценки, по-видимому, лишь на одном критерии — либо на длине рядов, либо на их плотности и т. д., но ни одно из этих отношений они не могут координировать с другими. Нет нужды возвращаться здесь к фактам.

Может быть, в таком случае следует сказать, что в самом акте копирования имеет место координация глобальных свойств, т. е. по крайней мере некоторая наметка разложения, поскольку модель воспроизводится в целом? Но, строго говоря, копирование является правильным лишь глобально. Замкнутые фигуры, зависящие от числа элементов, воспроизводятся хорошо только потому, что они предполагают «Gestalt», «хорошую форму». Но ни агломераты, ни ряды, ни открытые формы, ни даже замкнутые формы с произвольным числом элементов правильно не копируются. В частности, линейные ряды оцениваются лишь по их общей длине, независимо от плотности.

Короче говоря, на элементарном уровне нет возможности для синтеза вне целостной перцептивной формы. Если такая форма должна быть разложена по какому-либо основанию, то единственный анализ, к которому способен ребенок, состоит в том, чтобы рассмотреть независимо друг от друга определенное число глобальных отношений, причем не отношений между элементами, так как понятие единицы у него еще не появилось. Поэтому можно сказать, что если метод глобального сравнения позволяет сравнивать в целом две совокупности, имеющие одинаковую целостную форму, занимающие одинаковое пространство и похожие друг на друга по плотности, то этот метод уже недостаточен для решения стоящей перед ребенком задачи, как только указанные свойства диссоциируются: если ребенок отождествил глобально две совокупности, то достаточно разуплотнить элементы одной из них, чтобы он уже не верил в эквивалентность. Тот факт, что в случае изменения целостной формы, а вместе с ней и размещения частей, целое остается тождественным, непонятен ему; это вполне естественно, так как для ребенка этого уровня целого еще нет, а есть лишь перцептивные целостности. Значит, сохранение совокупности, как таковой, также отсутствует, поскольку элементарные отношения, представленные лишь в перцептивном плане, не скоординированы между собой, а только рядоположены.

Метод глобального сравнения является, следовательно, не только неясным, но и статически немобильным, так как он связан с отдельными перцептивными состояниями сравниваемых совокупностей, причем операциональный механизм не дает возможности связать эти различные последовательные состояния в динамическую сумму или в систему отношений. Таким образом, первую стадию или исходный пункт этой эволюции в конечном счете определяет почти полная необратимость мышления. Бесспорно, каждое из установленных ребенком глобальных качественных отношений, такое, как «более длинный» и т. д., может породить обратное отношение, такое, как «менее длинный» и т. д. Но так как эти отношения не разлагаются ребенком на качественные или числовые единицы и не координируются между собой, а просто собираются в одно неструктурированное целое, то они еще не могут составить обратимую систему. Отсюда следует превосходство перцептивной наглядности над операциями, поскольку ребенок не способен образовывать возможные операции.

На второй стадии развития ребенок использует второй метод соответствия, состоящий в сравнении фигур и в качественном наглядном соответствии. Здесь совершается шаг вперед, но не такой значительный, как может показаться на первый взгляд: он заключается в уточнении, вносимом в анализ форм и свойств, а следовательно, в более глубокой обработке интуитивных данных. На уровне глобальных сравнений единственными обнаруживаемыми деталями являются детали, необходимые для выражения конститутивных форм (углы, крайние точки рядов и т. д.). На следующем уровне уже нет более или менее привилегированных деталей: воспринимаются и сравниваются все части целостности. Вот почему они теперь не просто собираются, но анализируются, т. е. ребенок принимает во внимание различные критерии и начинает их координировать. В самом деле, по мере того как он делает упор поочередно на длину, ширину, плотность и т. д., он подходит к различным оценкам, наличие которых порождает колебания и препятствия, вынуждающие его к координации.

С интересующей нас здесь точки зрения этот успех комбинированного анализа и синтеза в воспроизведении различных геометрических конфигураций совокупностей объясняется, в противоположность синкретизму целостных форм первого уровня, оформлением нового полуоперационального метода или, лучше сказать, развитием схемы, которая содержится уже в глобальном сравнении, но диссоциируется и утверждается лишь на данном уровне. Речь идет о качественном наглядном соответствии. Психологически приведение в соответствие есть не что иное, как систематизация суждений сходства и сравнений. Действительно, ребенок воспринимает детали фигуры лишь по сходству или различию с деталями другой фигуры, с которой он производит сравнение; отсюда вытекает приведение в соответствие углов, сторон и т. д., короче говоря,— всех аналогичных друг другу частей, а не только ярких деталей и форм целого. Именно это качественное соответствие, или «сравнение частей», дает испытуемому возможность воспроизвести все фигуры § 2, а не только фигуры, форма которых зависит от числа элементов. И даже если это соответствие не удается при воспроизведении некоторых фигур со слишком плотно сдвинутыми элементами, оно представляет собой новый и гораздо более совершенный метод воспроизведений совокупностей.

Хотя этот метод является более точным, нежели первый, он, однако, едва ли более мобилен. Пока что он дает возможность сравнивать лишь определенные привилегированные и статические состояния рассматриваемых совокупностей — те состояния, в которых совокупности представлены фигурами. Можно вспомнить, например, случай с Ба (§ 2), который колеблется в отождествлении двух совокупностей из 12 жетонов, построенных в сходные прямоугольники, поскольку один из прямоугольников ориентирован вверх, а другой — по горизонтали, а также случай с Нилом (§ 2), отказывающимся допустить соответствие между жетонами двух концентрических окружностей, хотя каждый элемент большой окружности размещен напротив каждого элемента вписанной окружности! Конечно, точное сравнение фигур дает бóльшие возможности, нежели глобальное сравнение, поскольку фигуры можно изменять до бесконечности, тогда как общие формы малочисленны. Но с точки зрения координации отношений и сохранения величин прогресс, достигаемый в данном случае, ограничен, так как достаточно переместить жетоны и немного изменить образуемую ими фигуру, чтобы в глазах ребенка изменить их сумму.

Правда, на этом уровне отношения длины, ширины, плотности и т. д., характеризующие каждую фигуру, начинают координироваться, но еще в чисто практическом или наглядном аспекте. Инструментом координации этих различных критериев или отношений является еще не операция как таковая, а по-прежнему сама фигура. Конечно, для приведения фигуры, создаваемой ребенком, в соответствие с фигурой-моделью ребенок должен сразу учесть размеры, плотность, формы и т. д. По сравнению с первой стадией шаг вперед состоит в появлении координации всех этих отношений при самом построении фигуры, но как только эта фигура изменяется, ребенок не может осуществить отвлеченную или операциональную координацию наличных отношений и остается привязанным к одному принципу унификации — наглядности фигуры. Вот почему достаточно перевернуть прямоугольник, увеличить длину круга или разуплотнить элементы ряда, чтобы испытуемый этой стадии перестал верить в постоянство или в соответствие и начал — в силу некоординированности, напоминающей некоординированность первой стадии,— основывать свою оценку, как и прежде, на одном критерии (длина и т. д.).

Короче говоря, второй метод есть не что иное, как продолжение первого метода. Он более точен, более богат, несколько мобильнее, но он по-прежнему ограничен чувственной наглядностью и еще не может привести к операциональным и логическим в собственном смысле слова диссоциациям и композициям. Если говорить точнее, то можно утверждать, что этот метод является полуоперациональным, так как в аспекте практики или перцептивного опыта он уже приводит к осуществлению качественного соответствия, что предполагает наглядную координацию наличных отношений. Интересно отметить, что эта полуоперациональность сопровождается шагом вперед в обратимости мышления, ибо обратимость является психологическим выражением операции. В самом деле, хотя дети данного уровня еще не верят, что преобразованная фигура всегда соответствует в отношении числа элементов своей первоначальной форме и является эквивалентной ей, но они тем не менее допускают, что можно вернуться к этой первоначальной форме, отправляясь от измененной формы. Так, например, для уравнивания разуплотненного ряда с плотным рядом, который ему соответствовал раньше, они ограничиваются разуплотнением элементов плотного ряда, вместо того чтобы добавлять к нему новые элементы. Однако ясно, что эта обратимость остается неполной, поскольку наличные отношения не поддаются композиции друг с другом в случае изменения фигур и поскольку отнюдь еще не оформилась необходимая константность. Следовательно, отношения все еще не образуют обратимой целостной системы, а это опять-таки означает, что операция еще недостаточно освободилась от наглядности.

Лишь при использовании третьего метода осуществляется решительный шаг вперед: соответствие приводит к прочной и необходимой эквивалентности, т. е. к понятию о том, что соответствующие совокупности остаются эквивалентными независимо от их конфигурации, или размещения элементов. Отметим прежде всего, что этот шаг вперед последовательно осуществляется путем прогрессирующего освобождения от влияния целостной фигуры, от перцептивной наглядности. В самом деле, достаточно качественному соответствию или взаимному соответствию частей двух фигур хотя бы немного освободиться от своей точной формы, чтобы наличные элементы стали взаимно обмениваемыми единицами и чтобы соответствие приняло, таким образом, «любой» или числовой характер. Но это освобождение предполагает прочную координацию наличных отношений, причем нет уже нужды прибегать к такой объединяющей наглядности, как актуальная фигура. Говоря более точно, это освобождение предполагает установление связей между последовательным рядом наглядностей, считавшихся до сих пор ни к чему не сводимыми и не поддававшихся координации.

Основным результатом этого развития, как нам кажется, является полная мобильность и полная обратимость, осуществление которых достигается в результате особого типа деятельности, имеющей место в создаваемых ребенком конструкциях. В самом деле, осуществленная операция уже не поглощается немедленно полученным наглядным результатом: она освобождается от него, т. е. действие уже способно возвратиться назад. Любое преобразование может быть компенсировано обратным преобразованием так, что любое размещение может породить любое другое размещение, и наоборот. Так, например, вместо того чтобы апеллировать к фигуре, от определяющего воздействия которой ребенок уже освободился, он действует путем бесконечных повторений поэлементных соответствий (1 к 1), и эти повторения впервые дают истинное разложение целостностей и истинную координацию наличных отношений. Другими словами, осуществленные действия образуют целостную систему, обратимость которой является источником константности. Эта система представляет собой одновременно принцип обобщения качественных соответствий (логических координаций отношений) и числового («любого») соответствия. При таком соответствии каждый элемент рассматривается как единица, независимая от ее свойств, т. е. как единица, равная другим и отличная от них лишь своим временны́м положением в сериации.

II. Рассмотренной психологической эволюции от глобального восприятия до операции, осуществляемой благодаря поступательной обратимости действий и мышления, соответствует логическое структурирование суждений, ведущее от простого неразложимого на элементы отношения к «любому» взаимно-однозначному соответствию через ряд преобразований, которые мы хотели бы сейчас наметить в общих чертах, чтобы показать внутренние, или логико-арифметические характеристики только что рассмотренного процесса.

Интересно, что логическое построение соответствия, осуществляемое ребенком в ходе трех основных стадий его развития, рассмотренных в главах III и IV, хорошо согласуется со становлением квантификации, описанным нами в связи с сохранением непрерывных и дискретных величин (гл. I и II). При этом брутто-величине соответствует глобальная оценка, интенсивной величине — качественное соответствие, а экстенсивной величине — числовое соответствие, причем логическое умножение, являющееся источником качественного соответствия, возникает на второй стадии и лишь в наглядном или полуоперациональном виде, а обобщается оно на третьей стадии в тесной связи с теми формами логического умножения, которые являются источником числового соответствия.

Как мы только что видели, на уровне глобальной квантификации единственными отношениями, устанавливаемыми ребенком при сравнении двух целостных форм, являются отношения типа «более (менее) длинный», «более (менее) широкий», «более (менее) плотный» и т. д. Однако мы постоянно доказывали, что при изолировании одного из этих отношений ребенку не удается принять одновременно во внимание другие отношения. Под углом зрения логических операций это означает, что еще совершенно отсутствует возможное умножение этих отношений между собой, т. е. ребенок не рассматривает некоторый ряд, например, как одновременно столь же длинный и столь же плотный, как и второй ряд и т. д. С другой стороны, такие отношения не являются также разложимыми на отрезки, которые создавали бы сумму. Так, например, отношение плотности является для испытуемого лишь глобальным свойством, вызванным перцептивной видимостью, а не системой более или менее коротких или длинных интервалов: ребенок, например, скажет о груде, что она плотная, но не разместит ряд из 8 жетонов под рядом из 6 жетонов без учета отдельных интервалов. Следовательно, эти отношения не предполагают никакой аддитивной сериации. Поскольку такие отношения не поддаются логическому сложению и умножению, они не являются отношениями в собственном смысле этого слова. Они просто выражают свойства, воспринятые при сравнениях типа «больше», «меньше» или «равно»; это, следовательно, то, что мы называли в главах I и II брутто-величинами, или отношениями между брутто-свойствами.

Если это так, то как же поступает ребенок при преобразовании этих глобальных отношений в отношения в собственном смысле слова и при построении, благодаря этим отношениям, качественного соответствия? Как мы неоднократно констатировали, в опытах это построение возникает на второй стадии (но возникает только в аспекте наглядности), а завершается на третьей стадии. Этот второй логический этап, соответствующий тому, что мы назвали интенсивной величиной (гл. I и II), характеризуется следующими операциями (осуществляемыми наглядно — вторая стадия, или абстрактно— третья стадия): аддитивной сериацией и умножением аддитивных серий, так как соответствие заключается именно в этом умножении.

В самом деле, как мы пытались показать в связи с линейными рядами (§§ 3 и 4), ребенку, чтобы прийти к правильному приведению в соответствие, необходимо учесть сразу длину и плотность, т. е. с одной стороны, разложить общую длину ряда на отрезки, являющиеся интервалами между элементами, из которых состоит этот ряд, а с другой стороны, наделить ряд-копию не только такой же длиной, но еще и такой же плотностью; следовательно, он должен наделять этот ряд такими же интервалами, т. е. помещать каждый раз один элемент ряда-копии под одним элементом ряда-модели. Но эти две дополняющие друг друга операции — разложение на отрезки и воспроизводящая композиция — образуют, строго говоря, аддитивную сериацию и умножение отношений, о которых мы только что говорили.

Аддитивная сериация отношений заключается в установлении того, что общая длина ряда l образуется суммой интервалов, отделяющих каждый элемент от следующего, т. е. $l=a+a'+b'...$, где a — интервал, отделяющий первый элемент от второго, a' — интервал, отделяющий второй элемент от третьего, и т. д. Можно говорить о том, что ребенок на уровне второй стадии не понимает, что любая геометрическая длина l представляет композицию из соответствующих линейных отрезков. Однако это совсем другая проблема, которой мы в данном случае не будем касаться, ибо рассматриваемые интервалы a, a', b' и т. д. являются просто отношениями положения, а при осуществлении ребенком качественного соответствия хорошо видно, что он принимает во внимание именно эти положения элементов.

Что касается умножения отношений, дающего возможность осуществить качественное соответствие, то оно,— если дан ряд, определенный положением его элементов (следовательно, общей длиной l и интервалами $l=a+a'+b'$),— заключается в построении другого ряда, в точности воспроизводящего такую же длину и такие же интервалы. Значит, этот другой ряд, поскольку он может быть построен под первым или сбоку от него и т. д., находится с первым рядом в произвольном отношении, означающем, что у любого отношения между рядами — x ($\downarrow x$ и $\uparrow x$) имеется свое соответствие между элементами (например, $\downarrow x$=«отношение размещения элементов над рядом», а $\uparrow x$=«отношение размещения элементов под рядом»). Поэтому качественное соответствие имеет место тогда, когда два ряда $l_1=a_1+a'_1+$ $+b'_1...$ и т. д. и $l_2=a_2+a'_2+b'_2...$ и т. д. соумножены на отношение $\downarrow x$ так, что в результате получается, $a_1=$

$=\downarrow x \xrightarrow{a_2} \uparrow x$; $a'_2=\downarrow x \xrightarrow{a'_2} \uparrow x$ и т. д. или, сокращенно, $a_1=a_2$; $a'_1=a'_2$ и т. д. Таким образом:

$$\begin{array}{llll} a_1 & a'_1 & b'_1 & \ldots \text{ и т. д.} \\ .\rightarrow & .\rightarrow & .\rightarrow & \\ \downarrow x & \downarrow x & \downarrow x & \\ a_2 \cdot & a'_2 \cdot & b'_2 & \ldots \text{ и т. д.} \\ \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & \end{array}$$

Легко заметить, что именно эту операцию интуитивно осуществляет ребенок второй стадии, когда для приведения в соответствие с рядом жетонов эквивалентной совокупности он строит сходный ряд, помещая элемент под каждым из элементов ряда-модели: иначе говоря, он умножает отношения положения a_1, a'_1, b'_1 и т. д. ряда-модели на отношения $\downarrow x=$«над». С другой стороны, как только изменяются положения одного из этих двух рядов, он не верит больше в эквивалентность, поскольку перед его глазами имеется лишь топографическое подобие, а не числовое соответствие, как таковое.

То же самое можно выразить не только в терминах отношений, но и в терминах индивидуальных или составных классов, определенных их наглядными свойствами пространственного порядка, т. е. соответственными положениями их элементов (такие же результаты, несомненно, можно было бы получить в области временны́х свойств, например, в случае соответствия между последовательными сигналами). Пусть M_1 — совокупность жетонов, A_1 — первый жетон, расположенный на самом краю слева; A'_1 — жетон, расположенный справа от A_1; B_1 — соединение $A_1+A'_1$; B_1' — жетон, расположенный справа от A'_1; C_1—соединение $A_1+A'_1+$ $+B'_1$, и т. д. Привести в качественное соответствие совокупность M_1 и совокупность M_2 — значит разместить M_2 таким же образом, как и M_1 (т. е. поместить A_2 на крайнем левом месте, A'_2 — справа от A_2 и т. д.), и, кроме того, расположить элементы M_1 и M_2 так, чтобы можно было образовывать классы пар (A_1+A_2); $(A'_1+$ $+A'_2)$ и т. д., в которых A_1 будет над A_2; A'_1— над A'_2, и т. д. Значит, в конечном итоге получается:

$$\begin{array}{ccccccc} A_1 & \xrightarrow{a_1} & A'_1 & \xrightarrow{a'_1} & B'_1 & \xrightarrow{b'_1} & C'_1 \ldots \\ \downarrow x & & \downarrow x & & \downarrow x & & \downarrow x \\ A_2 & \xrightarrow{a_2} & A'_2 & \xrightarrow{a'_2} & B'_2 & \xrightarrow{b'_2} & C'_2 \ldots, \end{array}$$

что можно выразить как на языке отношений, так и на языке классов качественно определенных элементов.

Теперь легко показать, что осуществляемые ребенком качественные соответствия между различными фигурами (§ 2) подчиняются одинаковым принципам: они в равной степени могут сводиться к подобию отношений или к умножениям классов, выражающих наглядные сходства, воспринимаемые между формами или между элементами, качественно определенными их положением. Однако нет нужды подробно останавливаться на доказательстве этого.

Акцент же следует сделать на том, что ребенку второй стадии, с одной стороны, не удается довести предыдущие операции до их крайних следствий, поскольку он их совершает лишь в интуитивной (наглядной) плоскости, т. е. полуоперационально, и что, с другой стороны, даже когда он на третьей стадии выведет из них все, что они логически предполагают, он не сможет непосредственно дедуцировать из этих операций понятие прочной эквивалентности соответствующих совокупностей, так как эти операции отнюдь еще не подразумевают числа.

Привести в качественное соответствие два ряда элементов — это значит разместить эти элементы друг перед другом с одинаковыми интервалами и одинаковой общей длиной. Назовем l_1 общую длину первого ряда и l_2 общую длину второго ряда: между рядами возможны следующие соотношения: $l_2>l_1$; $l_2<l_1$ или $l_2=l_1$, что непосредственно узнается при качественном восприятии рядов без использования какой бы то ни было единицы измерения. Пусть d_1 — плотность первого ряда и d_2 — плотность второго ряда. Если $d_2=d_1$, то это значит, что каждый из элементов второго ряда расположен напротив одного и только одного из элементов первого ряда; если $d_2>d_1$, то это значит, что по крайней мере несколько интервалов второго ряда короче, чем интервалы первого ряда (причем другие могут быть равными), и если $d_2<d_1$, то это значит, что по крайней мере несколько интервалов второго ряда длиннее интервалов первого ряда (причем другие могут быть равными). Обозначим, наконец, количество элементов двух рядов соответственно через n_1 и n_2; $n_1=n_2$ означает, что в обоих рядах элементов поровну, $n_2>n_1$ — что во втором их больше, а $n_2<n_1$ — что во втором ряду элемен-

тов меньше. Заметим, что ни отношения d, ни отношения n не подразумевают числа в собственном смысле слова, а лишь понятия «больше», «меньше» и «равно» в установлении соответствия, т. е. лишь «интенсивные» понятия, которыми пользуются испытуемые данной стадии. Из умножения этих отношений логически можно вывести следующее:

(1) $(l_1=l_2)\times(d_1=d_2)=(n_1=n_2)$.

(2) $(l_1>l_2)\times(d_1>d_2)=(n_1>n_2)$; $(l_1<l_2)\times(d_1<d_2)=$
$=(n_1<n_2)$.

(3) $(l=l_2)\times(d_1>d_2)=(n_1>n_2)$; $(l_1=l_2)\times(d_1<d_2)=$
$=(n_1<n_2)$.

(4) $(d_1=d_2)\times(l_1>l_2)=(n_1>n_2)$; $(d_1=d_2)\times(l_1<l_2)=$
$=(n_1<n_2)$.

(5) $(l_1<l_2)\times(d_1>d_2)=\mathrm{n}\gtrless n_2)$ или $(n_1=n_2)$;
$(l_1>l_2)\times(d_1<d_2)=(n_1\gtrless n_2)$ или $(n_1=n_2)$.

Ребенку второй стадии очень хорошо удается наглядно понять первые четыре из этих композиций. В самом деле, первая композиция есть не что иное, как выражение качественного соответствия; вторая композиция означает, что если один ряд одновременно длиннее и плотнее, чем другой ряд, то в нем содержится больше элементов; третья — что при равенстве длины большая плотность подразумевает большее число элементов, а четвертая композиция — что при равной плотности более длинный ряд содержит большее число элементов. Ни для одного из этих умножений не требуется наличия абстрактных операций, так как их результат очевиден при самом восприятии. Что же касается композиции (5) (если некоторый ряд одновременно короче и плотнее другого, то он может содержать или больше элементов, чем другой ряд, или меньше или быть равным ему), то ребенок второй стадии не может ее понять, хотя она и подразумевается предыдущими композициями. Можно ли сказать, что в этом случае неопределенность вывода является препятствием для понимания? Ведь можно было бы записать отношения (5) в следующем виде, где всякая неопределенность исчезает:

(6) $(n_1=n_2)\times(l_1>l_2)=(d_1<d_2)$; $(n_1=n_2)\times(l_1<l_2)=$
$=(d_1>d_2)$ или

$$(6')\quad (n_1=n_2)\times(d_1>d_2)=(l_1<l_2);\ (n_1=n_2)\times(d_1<d_2)= = (l_1>l_2).$$

Эти соотношения означают, что если два ряда содержат одинаковое количество элементов, то более длинный ряд с необходимостью является менее плотным, и наоборот. Как же получается, что ребенок второй стадии, прекрасно понимающий композиции (1) — (4), не понимает композиций (6) и (6′), хотя каждый раз, когда у него на глазах уплотняют или разуплотняют определенный ряд для того, чтобы он сравнил его с другим, он сразу устанавливает эквивалентность $n_1=n_2$ методом поэлементного соответствия (1 к 1)?

Именно теперь нам следует проанализировать оба только что указанных обстоятельства. Прежде всего, отметим, что ребенок второй стадии исходит только из перцептивной наглядности и не использует обратимые в собственном смысле слова операции. Но оставаясь в сфере наглядности, можно констатировать, что свойства l и d рядов являются изменяющимися, так как любой ряд можно удлинить или укоротить, уплотнить или разуплотнить. Почему же в таком случае при преобразовании l и d не должно изменяться отношение n? Ребенок вполне последователен в своей наглядной или перцептивной точке зрения, когда он без особого обсуждения допускает это возможное изменение, но именно оно мешает ему осуществить композицию (6). Наоборот, там, где ребенок перестает быть логичным при наличии измененного ряда, он из-за отсутствия операционального механизма не понимает, что уменьшение l вызывает увеличение d; вместо того, чтобы высказаться при композиции (5) за неопределенность, он диссоциирует в таком случае l и d и ошибочно делает вывод, что количество элементов n зависит только от длины l или только от плотности d. Однако, дойдя до третьей стадии, т. е. освободив операцию от наглядности (благодаря обратимости преобразований), испытуемый может уже преодолеть эту трудность и обобщает тогда систему качественного соответствия до возможности осуществления логических умножений (5) и (6), равно как и (1) — (4). Иными словами, он понимает обратное отношение, связывающее d и l, ускользавшее от него до сих пор, потому что он уже вышел за границы перцептивной наглядности.

Но каким образом ребенок открывает в таком случае постоянство n? Здесь нужно различать две вещи. Прежде всего, следует выяснить, идет ли здесь речь просто об экстенсивной структуре класса (мультипликативной), например, «все голубые жетоны, приведенные в соответствие с красными жетонами», т. е., следовательно, о том, что мы только что назвали отношением $\pm n$ — «более (или менее) многочисленные». Если это так, то ясно, что обобщение логического умножения достаточно для установления постоянства совокупностей, причем происходит это по причине операциональной обратимости качественного соответствия: соответствие может устанавливаться или исчезать, значит, обе совокупности (или оба ряда отношений) можно умножить на третью совокупность (которая обе их соединяет), а затем отвлечься от нее. Однако при этом обе первые совокупности продолжают оставаться «соумножаемыми третьей», что образует определенный тип постоянства или эквивалентности (который сводится в конечном счете к утверждению, что никакой жетон не может потеряться в обоих соответствующих классах). Если, например, ряд голубых жетонов может быть поэлементно размещен под рядом красных жетонов, то легче всего провести абстрагирование от этого соответствия, ибо его всегда можно восстановить, и с этой точки зрения оба ряда остаются соумноженными отношением «над», что обеспечивает их эквивалентность с этой частной точки зрения[1].

Однако это постоянство классов или рядов отношений не является еще постоянством числа, а эквивалентность, о которой мы только что говорили, не есть числовое равенство. Пусть, например, три голубых жетона расположены треугольником; между этими жетонами и тремя красными жетонами будет качественное соответствие, если красные жетоны также будут размещены в виде треугольника. Если расставить красные жетоны в ряд, то остается возможность вновь разместить их треугольником, и с этой — и только с этой — точки зрения они остаются эквивалентными голубым жетонам.

[1] Предполагает ли для своего образования эта первая форма постоянства классов или рядов отношений понятие числа? Логически можно перейти от одного понятия к другому; психологически же оба понятия появляются синхронно, и все указывает на то, что здесь, по-видимому, имеется взаимодействие (см. гл. VII и VIII).

Таким образом, здесь речь идет об особой эквивалентности, о которой можно было бы сказать, что ряды являются «соумножаемыми одинаковой конфигурацией». Во всяком случае они сохраняют одинаковую структуру объема классов, и это хорошо понимает ребенок третьей стадии, когда, как это делает Лан, он говорит, что две совокупности, поскольку они соответствовали друг другу, являются одинаковыми, так как из груды можно построить ряд столь же легко, как и груду из ряда. Но можно сделать еще один шаг и допустить, что три жетона, размещенные в ряд, продолжают соответствовать трем жетонам, расположенным треугольником, а также любой совокупности из трех жетонов независимо от ее формы. Это тоже хорошо понимают испытуемые третьей стадии, так как очень часто они сразу устанавливают соответствие, не заботясь о форме совокупностей или о пространственно-временных свойствах элементов.

Таким образом, мы приходим к третьему этапу логического построения соответствия — к построению числового (в собственном смысле слова), или «любого» соответствия. Это соответствие развивается параллельно тому, что мы назвали в главах I и II «экстенсивными величинами», и оно завершается синхронно с завершением операций логического умножения, т. е. с открытием постоянства классов по объему и серий отношений.

Легче всего разъяснить переход от качественного соответствия к числовому на языке классов. Пусть даны три голубых жетона, о которых мы только что говорили. Рассмотрим их как элементы трех индивидуальных классов: A_1 определяется как класс, образуемый жетоном, расположенным в левом углу треугольника (если он построен на своем основании); A'_1 — жетон вершины, B'_1 — жетон, расположенный в правом углу, и мы добавим еще C'_1, который будет означать жетон, расположенный в середине треугольника. Если соединить между собой индивидуальные классы, то получим $A_1+A'_1=B_1$, т. е. жетоны, размещенные в конечных точках левой стороны треугольника; $A_1+A'_1+B'_1=C_1$ или $B_1+B'_1=C_1$, т. е. жетоны, размещенные в трех углах треугольника, и, наконец, $C_1+C'_1=D_1$, т. е. все жетоны, образующие данную фигуру. Если теперь привести в соответствие эти голубые жетоны и совокупность из красных жетонов, обладающих такими же свойствами, то будем иметь: A_2 — жетон в левом углу нового треугольника; A'_2 — жетон в вершине; B'_2 — в правом углу и C'_2 — жетон в центре (с равной возможностью создавать композиции B_2, C_2 и D_2). Само собой разумеется, что любой жетон может стоять на месте A_1, A'_1 и т. д. Но если жетон расположен в фигуре, то он определяется своим абсолютным положением, т. е. пространственными свойствами, носителями которых он является, пока занимает это положение. Поэтому нельзя привести в соответствие A_1 с A'_2, или A'_1 с A_2, или A_1 с C'_2 и т. д.: соответствие определяется лишь эквивалентностью свойств. Наконец, в определении общих классов D_1 и D_2 порядок элементов не имеет значения: можно было бы начать с центрального жетона, с правого и т. д. (и называть их A_1, A'_1 и т. д.); общие классы определяются не этим порядком, а свойствами, носителями которых они являются в фигуре. Таковы специфические черты качественного соответствия, используемого ребенком, которое, впрочем, часто применяют и взрослые (например, анатом при сравнении частей скелета).

Если теперь вместо воспроизведения с помощью красных жетонов фигуры, образуемой голубыми жетонами, испытуемый ограничивается тем, что будет размещать их в линию, складывать в кучу или в произвольном порядке раскладывать перед собой, то, конечно, это будет еще поэлементное соответствие (1 к 1), однако оно является соответствием нового типа: каждый жетон рассматривается теперь не как носитель свойств, которых достаточно, чтобы отличить его от других жетонов, а как единица, равная другим. Допустим, что нам даны красные жетоны, расположенные в линию; A_2 при этом представляет или A_1, или A'_1, или B'_1 и т. д.; A'_2 — любой член D_1, за исключением члена, который уже приведен в соответствие с A_2, и т. д. и т. д. Поэтому соединение $A_2+A'_2+B'_2+C'_2=$ $=D_2$ приобретает смысл числа 4, а не класса жетонов, расположенных треугольником; $A_2+A'_2=B_2$ означает в этом случае число 2, а не класс жетонов, помещенных в двух конечных точках левой стороны треугольника, и т. д. Более того, любое соединение двух элементов $A'_2+B'_2$, а также $A_2+A'_2$ или $B'_2+C'_2$ порождает один и тот же класс B, означающий 2 элемента независимо от их свойств.

Но если «любое», или числовое, соответствие, в противоположность качественному, отвлекается от частных и специальных свойств каждого жетона, т. е. если оно уже не определяет жетоны по абсолютному положению, которые они занимают в данной фигуре (треугольник, ряд и т. д.), то чем же в таком случае они отличаются друг от друга? Просто порядком приведения в соответствие (или порядком сериации), который является относительным и изменяющимся в зависимости от операции (мы можем назвать его по этому основанию «заменяющим» порядком). Например, для того чтобы собрать столько же красных жетонов, сколько имеется голубых в какой-либо сложной фигуре, ребенок будет, скажем, отмечать пальцем каждый голубой жетон в каком-нибудь порядке, лишь бы не сосчитать один и тот же дважды, и каждый раз он будет добавлять один красный жетон к предыдущим, размещенным в линейном ряду; другой ребенок соберет в кучу красные жетоны; третий будет просто перемещать каждый раз один элемент из груды, находящейся у него справа в резерве, с тем чтобы поместить его без всякого порядка слева, и т. д. Единственный допускаемый порядок в этом случае — это порядок самого акта указывания, но этот порядок необходим, чтобы соответствие удалось.

Короче говоря, легко увидеть, при каких условиях совершается арифметизация поэлементного соответствия: соответствие перестает быть качественным и становится числовым, как только элементы начинают пониматься как равные (эквивалентные со всех точек зрения) между собой и как только дифференциальные свойства, противопоставляющие их друг другу внутри одной и той же совокупности, замещаются одним различием, совместимым с их равенством, т. е. их относительным положением в порядке приведения в соответствие. Таким образом, мы еще раз убеждаемся в том, что именно уравнивание разностей является источником появления единицы, а тем самым и числа.

Если мы теперь рассмотрим протекающую параллельно эволюцию, касающуюся отношений, то обнаружим тот же самый механизм арифметизации. Пусть

$\underrightarrow{l_1}$ — общая длина некоторого ряда, а $\underrightarrow{l_2}$ — общая длина другого соответствующего ему ряда. Пусть $\underrightarrow{a_1}$, $\underrightarrow{a'_1}$, $\underrightarrow{b'_1}$... и т. д. — интервалы, выражающие плотность первого ряда, а сумма их равна общей длине: $a_1+a'_1+b'_1+...=$ $=l_1$; аналогично $a_2+a'_2+b'_2+...=l_2$. Если $l_1=l_2$ и $a_1=a_2$; $a'_1=a'_2$ и т. д., то само собой понятно, что имеется соответствие, и именно его интуитивно открывает ребенок уже второй стадии. Наоборот, если уплотнить второй ряд, т. е. если $l_1>l_2$ и $a_1>a_2$; $a'_1>a'_2$ и т. д., то в таком случае его общая длина уменьшается, но возрастает плотность. Тогда ребенок второй стадии дезориентируется и отрицает наличие сохранения. А каким образом поступают испытуемые третьей стадии, утверждающие эквивалентность, несмотря на это преобразование?

Если оставаться на чисто качественной точке зрения, то можно утверждать лишь одно, а именно — возможность вернуться к первоначальному состоянию путем разуплотнения второго ряда. Но ребенок утверждает большее: он заявляет, что соответствие существует даже в том случае, когда второй ряд остается в «плотном» состоянии, а это значит, что он заменяет качественное соответствие математическим. Он утверждает, что (менее длинный ряд)$\times$(более плотный ряд) = (одинаковое число элементов) и что, таким образом, уменьшение общей длины ряда в точности компенсируется увеличением плотности, следовательно, уменьшением длины интервалов. В самом деле, если мы примем l_1- $-l_2=x$ и $a_1-a_2=y$; $a'_1-a'_2=y'$; $b'_1-b'_2=y''$ и т. д., то получим $x=y+y'+y''+...$ Это значит, что умножение качественных отношений отныне дополняется более высокой по уровню операцией — уравниванием разностей. Но если это так, то абсолютная общая длина ряда и длина интервалов теряют всякое значение: в глазах испытуемого получает значение только их инвариантное отношение. Поэтому каждый интервал становится единицей, эквивалентной другим единицам, ибо если $a=$ $=a'=b'=...$ и т. д., то отношение остается одинаковым; а любой интервал означает просто $+1$ по отношению к первоначальному элементу, причем число элементов остается при этом постоянным. Короче говоря, как только к чистым координациям свойств прибавляется уравнивание разностей, так появляются числовая композиция и понятие единицы.

Таким образом, нетрудно обнаружить, что и рассуждение, относящееся к элементам, как таковым (классы), и рассуждение, направленное на отношения, представляют — с точки зрения обеспечения перехода от качественного соответствия к числовому — процесс, выходящий за рамки простой качественной логики: речь идет о построении единиц, одновременно равных между собой и тем не менее поддающихся сериации, о построении, осуществляющемся методом уравнивания разностей. Действительно, класс является соединением элементов (индивидов или подклассов), рассматриваемых как эквивалентные, независимо от их разностей (например, жетоны ряда образуют класс, которому крайние члены принадлежат в той же мере, как и другие члены). А если соединяют два класса в один, то это можно сделать, лишь пренебрегая различиями, разделяющими слагаемые классы; так, красные жетоны и голубые жетоны равным образом являются жетонами, независимо от их цвета.

Асимметричное отношение (выражающееся кванторами «больше» или «меньше»), наоборот, является выражением разности, а не эквивалентности: если, например, жетон B расположен справа и на определенном расстоянии от жетона A, то A и B понимаются на основе этого как различные. А если соединяют два асимметричных отношения в одно, то разности складываются: если B расположен на определенном интервале $\vec{a}$ справа от A и C — на определенном интервале $\vec{a}'$, справа от B, то C расположен на интервале $\vec{b}$ справа от A, где $b=a+a'$ и где, следовательно, $b>a$ и $b>a'$, так как обе разности складываются в еще большую разность.

Что касается симметричных отношений или отношений эквивалентности, то они являются отношениями, соединяющими между собой члены одного и того же класса, и в этом смысле не вносят ничего нового. Поэтому ни одна из этих качественных композиций не дает возможности определить единицы в собственном смысле слова; два класса, соединенные в общий класс, не образуют двух единиц, так как они соединены лишь благодаря их общим свойствам, причем различающие их свойства не выступают в определении общего класса; два асимметричных отношения, соединенные в общее отношение, также не составляют двух единиц, так как, хотя общее отношение хорошо складывает в одно целое разности, выраженные каждым слагаемым отношением ($b=a+a'$), эти две частные разности не являются эквивалентными (т. е. $a \neq a'$).

Наоборот, построение числа,— и в этом состоит смысл всего того, чему нас только что научил анализ «любого» соответствия,— заключается в уравнивании разностей, т. е. в соединении в одно операциональное целое класса и асимметричного отношения; рассматриваемые элементы оказываются в таком случае эквивалентными друг другу (именно благодаря этому они выступают как класс) и одновременно различающимися друг от друга своим порядком рассмотрения (именно благодаря этому они выступают как асимметричные отношения). Кроме того, эти разности, зависящие только от чистой последовательности, являются совершенно эквивалентными друг другу (имеется, следовательно, $a=a'$, так как $a=+1$ и $a'=+1$), откуда следует, что достаточно в любом качественном ряду (таком, как ряд жетонов, разделенных интервалами, о чем только что шла речь) рассматривать каждое элементарное отношение как эквивалент других отношений, чтобы придать этому ряду числовой характер.

ГЛАВА V. СЕРИАЦИЯ, КАЧЕСТВЕННОЕ ПОДОБИЕ И ПОРЯДКОВОЕ СООТВЕТСТВИЕ [1]

Изученные нами в главах III и IV различные формы соответствия и эквивалентности в качестве своего условия предполагают наличие как порядкового, так и количественного признаков. Но до сих пор мы обращали внимание лишь на количественный аспект. Теперь пришло время рассмотреть как проблему сериации, соответствия между двумя рядами асимметрических отношений, т. е. «качественное подобие», так и проблему порядкового соответствия, т. е. подобия, принявшего числовой вид.

Приведение в поэлементное соответствие элементов

[1] При участии З. Гликэн.

двух совокупностей не подразумевает никакого априорного примата количественного числа над порядковым; в самом деле, можно утверждать, как это было сделано в заключении к предыдущей главе, что, для того чтобы каждый элемент был сосчитан и притом сосчитан лишь один раз, необходимо упорядочить элементы в серию, дающую возможность отличать каждый элемент от всех других. Когда речь идет о какой-нибудь совокупности, составленной из равных элементов и даже элементов, различающихся между собой лишь положением, сериацию таких элементов можно осуществлять любым образом, лишь бы существовал порядок, позволяющий сосчитать каждый элемент один и только один раз. Такой порядок, названный нами в предыдущей главе «заменяющим», означает, что из двух элементов один может быть первым, а другой вторым, и наоборот. Но при этом всегда должен быть один первый элемент и один второй. При этих условиях можно абстрагироваться от порядка, и тогда соответствие получит преимущественно количественное значение, так как оно даст возможность устанавливать эквивалентность между множествами независимо от избранного порядка. В свою очередь, такое приведение в соответствие может представлять более значительный интерес с точки зрения порядка. Когда элементы наличных совокупностей различаются между собой свойствами, поддающимися сериации, и когда установленные таким образом в одной из совокупностей ранги соответствуют рангам, установленным в других совокупностях (причем созданный благодаря этому порядок не является больше заменяющим), мы будем говорить для сокращения о порядковом соответствии, хотя любое соответствие между конечными множествами всегда предполагает, конечно, коррелятивное количественное значение.

Пусть дан, например, ряд кукол-человечков, различающихся по росту, и ряд тросточек различной длины; трости и куклы приводятся в соответствие по их соответственным размерам, причем это соответствие рангов всегда можно легко вновь обнаружить после смешения обеих совокупностей. Здесь возможны три операции: простая качественная сериация, качественное соответствие между двумя сериациями (подобие) и числовое (порядковое) соответствие между двумя сериями.

Сообразно этому мы сейчас рассмотрим поведение ребенка относительно этих трех операций. Дает ли наглядность серий, отношения между которыми должны быть установлены, возможность для более стабильного соответствия? Приведут ли, в частности, эти соответствия к более прочным количественным эквивалентностям? Или, если этого не случится, ребенок, может быть, придет по крайней мере к разновидности порядкового сохранения, или постоянства порядка, т. е. к пониманию того, что данному рангу совокупности *A* соответствует (даже при смещении элементов) определенный ранг совокупности *B*? Таким образом, проблемы, возникающие в связи с порядковым соответствием, совершенно аналогичны проблемам, которые мы обсуждали в связи с количественным соответствием. Этот вывод, как мы постараемся сейчас установить, имеет весьма большое основание, так как реакции испытуемого оказываются в этом случае аналогичными его реакциям при количественном соответствии, а прогресс упорядочивания опирается на прогресс в определении испытуемым количественного числа, и наоборот.

§ 1. Техника эксперимента и общие результаты. Пусть даны 10 деревянных кукол. Эти куклы можно поставить на ноги или положить горизонтально, а различаются они размером так, что каждая из них явно отличается от самых близких к ней, причем самая большая кукла по крайней мере в два раза больше, чем самая маленькая. Пусть, с другой стороны, даны 10 тросточек, также различающихся размерами, но в меньшей прогрессии; эти тросточки соответствуют 10 куклам. Кроме того, в качестве контрольных материалов у нас имеется 10 глиняных шаров для лепки, тоже заметно различающихся по объему и изображающих туристические мешки в соответствии с ростом деревянных человечков.

Первый вопрос состоит в том, чтобы найти соответствие между куклами, тростями или мешками, когда различные совокупности находятся в хаотичном состоянии. Ребенку рассказывается нечто вроде истории с прогулкой, с мотивировкой соответствия, но без явной ссылки на рост: «Расставь человечков и трости так, чтобы человечки быстро смогли найти каждый свою трость». И, конечно, наставление продолжается до тех пор, пока ребенок не поймет принцип сериального соответствия.

После построения соответствующих друг другу двух рядов на глазах у ребенка их преобразуют следующим образом: оставив оба ряда параллельными, сдвигают друг с другом куклы, уплотнив шары и трости так, чтобы соответствующие члены ряда кукол и ряда тростей более не находились друг перед другом. И тогда, указав пальцем на какую-нибудь куклу, спрашивают: «С какой тростью гуляет эта кукла?» Эти вопросы ставят, указывая на куклы и трости либо в их последовательном порядке, либо перескакивая с одного предмета на другой, в зависимости от ответов ребенка. Таков второй рассматриваемый в этом эксперименте вопрос.

Третий вопрос: после нескольких опытов предыдущего типа один из двух рядов (например, ряд тростей) подвергают инверсии (переворачивают задом наперед) таким образом, чтобы ряды продолжали оставаться параллельными, а наименьший член одного из рядов оказался напротив наибольшего члена другого ряда и наоборот. После этого перед ребенком ставят те же вопросы, что и во время предыдущего опыта.

Четвертый вопрос: перемешивают члены одного из рядов, оставив другой ряд сериированным, или (в зависимости от уровня развития ребенка) перемешивают оба ряда одновременно и просят испытуемого определить, какой шар или какая трость соответствует одной из кукол, или наоборот.

Наконец, можно уточнить уровень понимания ребенка в форме пятого вопроса: смешиваем элементы обоих рядов, затем называем определенную куклу (например, 6-ю), говоря: «Теперь куклы пойдут гулять, но не все, а только те, которые больше (или меньше), чем эта. Поэтому найди трости для тех кукол, которые идут гулять, и для тех, которые остаются дома».

Эти пять вопросов, которые полезно различать во время беседы, с точки зрения систематизации полученных результатов сводятся к трем проблемам: к проблеме построения сериального соответствия, или подобия (вопрос I), проблеме определения сериального соответствия, когда оно непосредственно уже не воспринимается, и, следовательно, проблеме перехода к порядковому соответствию (вопросы II и III), и проблеме восстановления порядкового соответствия, когда наглядные серии нарушены (вопросы IV и V). Решение каждой из этих проблем проходит через три приблизительно синхронные стадии, и, что интересно, они вполне синхронны со стадиями количественного соответствия и стадиями, которые мы установим в следующей главе в связи с соотношениями упорядочивания и определения количественного числа.

В самом деле, построение сериального соответствия проходит через три этапа: глобальное сравнение без точной сериации и без стихийного поэлементного соответствия, затем поступательные и наглядные сериации (и соответствия) и, наконец, непосредственные и операциональные сериации (и соответствия).

Что касается определения соответствия при незначительно перемешанных наглядных сериях (вопросы III и IV), то здесь также обнаруживаются три стадии, согласующиеся с предыдущими стадиями. На протяжении первой стадии ребенок не находит соответствия между одной определенной куклой и ее тростью или шаром, как только оба элемента перестают находиться друг против друга. На второй стадии ребенок или пытается считать, или прибегает к новому поэлементному соответствию, облегчаемому полунаглядным размещением сравниваемых рядов, но в обоих случаях он совершает различные систематические ошибки, наиболее заметной из которых является смешение искомого ранга и ранга предыдущего члена. Наконец, на третьей стадии ребенок находит соответствие, комбинируя порядковые и количественные понятия.

Что же касается восстановления соответствия в том случае, когда один из двух рядов или оба ряда разрушены (вопросы IV и V), то и здесь обнаруживаются три стадии, дополняющие наши предыдущие сведения. На первой стадии ребенок самостоятельно не может реконструировать серию или серии и решает вопрос о соответствии на глаз, произвольно. На второй стадии он прибегает к счету, но не принимает во внимание порядка или же путает искомый ранг с рангом предыдущего члена. Наконец, на третьей стадии ребенку удается найти правильное соответствие, согласуя сериацию с определением количественного числа.

Поскольку факты, которые мы получим в следующих параграфах, окажутся сложными для анализа, рассмотрение следует провести по каждой из этих трех проблем отдельно, а не по трем общим стадиям, ибо единство этих стадий достаточно вырисовывается из общей картины, только что намеченной нами.

§ 2. Формирование сериального соответствия (качественное подобие). Одной из самых интересных проблем, которую ставит формирование сериального соответствия, является, несомненно, следующая. Что легче для испытуемого: построить одну и только одну серию предметов, упорядоченных, например, по степени возрастания их размеров, или же построить две соответствующие друг другу серии, причем место каждого предмета первой серии определялось бы не только его отношением к большим или меньшим предметам своей собственной серии, но и, кроме того, его отношением к размерам предметов параллельной серии? Представляется, что легче построить одну серию, без внешнего сопоставления: серия предполагает множество составляющих ее отношений, и, следовательно, в случае двух параллельных серий общая сложность удваивается (если соответствие действительно является результатом логического умножения, а не только аддитивной композиции). Но, с другой стороны, если провести сравнение с количественным соответствием, то можно предположить, что любое приведение в соответствие представляет для испытуемого средство анализа и что, таким образом, построение двух «сходных» серий психологически может быть делом более легким, чем построение только одной серии.

Весьма поучительный ответ, который вытекает из полученных в этой связи фактов, заключается в том, что построение только одной серии и приведение двух серий во взаимно-однозначное соответствие совершенно равнозначны, так как координация отношений, необходимая в случае одной серии, по степени трудности оказывается тождественной задачам, выдвигаемым установлением соответствия. Действительно, примеры, которые мы сейчас приведем, показывают, что на уровне, когда ребенку не удается установить соответствие между куклами и шарами, он не может и правильно разложить их изолированными сериями, но как только сериация становится возможной, сразу же становится возможным и соответствие.

Приведем сначала примеры первой стадии, на которой не наблюдается ни стихийной сериации, ни стихийного соответствия.

Г у и (4; 6) начинает с самостоятельного размещения кукол в следующем порядке: 2, 7, 1, 6, 9, 5, 8, 3, 4, 10. «А ты можешь поставить их по росту, сначала самую большую, потом немного поменьше, затем еще меньше, еще меньше и так до самой маленькой? — *Да.* (Расставляет 7, 6, 1, 10, 2, 9, 8, 4, 5).— Какой шар будет у этой куклы (10)? — *Вот этот* (10).— Хорошо. А у этой (1)? — *Вот этот* (1).— Хорошо. А ты можешь поставить куклы по росту так, чтобы они могли легко отыскать свои шары? Поставь здесь самую маленькую, затем побольше, еще побольше и так до самой большой.— (Расставляет 1, 3, 2, 4, 5, 6. 10, 9, но 8 и 7 оставляет отдельно и затем хочет включить их между 5 и 6.)»

Мы помогаем ему построить правильную серию, переделывая все и последовательно обсуждая куклу за куклой, пока не достигается конечный результат. «Теперь дай им шары. Нужно дать маленькие — маленьким, самые большие — самым большим и так до конца. Какие шары дашь вот этим (1 и 10)? — *Вот эти* (1 и 10).— Правильно. В таком случае сделай, что нужно.— (Тогда он расставляет против правильной серии кукол (1—10) следующий ряд шаров, причем каждый шар находится напротив куклы: 1, 5, 6, 7, 8, 9, 4, 3, 2, 10.) — Но ведь эти куклы будут плакать, потому что им дали слишком маленькие шары? — (Он сразу убирает шары 4, 3 и 2 и пытается вставить их в другое место, но перемещает первые шары, так что все размещается теперь в следующем порядке: 1, 3, 4, 2, 5, ...) — Одинаково кукол и шаров? — *Да.*— Сколько шаров? — (Считает.) *Десять.*— А кукол? — (Ему надо снова считать.) *Десять*».

В а л (5; 6). «Покажи трость этой куклы (*К* 10)[1].— (Показывает *Т* 10.) А этой (*К* 1)? — (Показывает *Т* 1.) — Хорошо. А других кукол? — ... — Расставь куклы.—(7, 9, 6, 5, 2, 3, 1, 10, 8, 4.)— Какая трость пойдет с этой (*К* 8)? — *Вот эта* (*Т* 6).— А с этой (*К* 4)? — (Показывает *Т* 4.) — Чтобы лучше искать, как нужно расставить? — ... — Расставь куклы: самую большую здесь, затем немного поменьше, еще поменьше и так до самой маленькой.—(10, 9, 7, 4, 6, затем 10, 9, 6, 7, 4, 8, 5, 2, 3, 1.) — Попытайся поставить самую большую; смотри: это (10) — правильно, затем немного поменьше; видишь (9) — это тоже правильно, затем еще поменьше, а здесь (7) правильно? И т. д. Валу удается дойти до 10, 9, 8, 7, 6, 5. Для остальных он делает 3, 1, 2, 4, затем 4, 1, 2, 3, затем 4, 2, 3, 1.— Здесь правильно (2, 3)? — *Нет* (исправляет).— Теперь покажи для каждой куклы ее трость.— (Кладет 9, 10, 8, 7, 4.) — Это правильно? — (Меняет 9 и 10.) — А здесь (4)? — (Включает 5.) — ... и т. д.».

К л а н (5; 8) пытается привести в соответствие без предварительной сериации одного из рядов: *К* 6 — для *Ш* 10 и *К* 1 для *Ш* 1. «Где самая большая кукла? — (Ставит *К* 9 и *Ш* 10, затем *К* 3 и *Ш* 4, *К* 2 с *Ш* 2, исправляет *Ш* 10 и *К* 10; *Ш* 9 с *К* 9; *К* 4 с *Ш* 6 и т. д.) — Что нужно сделать, чтобы знать, что у каждой куклы свой шар? — (Немного меняет, но без сериации.) — А если бы ты поставил самую большую, затем поменьше и т. д.? — (Тогда Клан пытается раскладывать по сериям, но с теми же трудностями, что и у предыдущих испытуемых.)»

Р о с (5; 6), после того как проходит через все трудности при

---

[1] *К* = кукла; *Т* = трость; *Ш* = шар. — *Ред.*

сериации кукол, ставит *Ш* 1 перед *К* 1, затем *Ш* 3 с *К* 2, *Ш* 4 с *К* 3, *Ш* 8, а затем *Ш* 6 с *К* 4, *Ш* 8 с *К* 5 и *Ш* 9 с *К* 6. Потом он берет *Ш* 6 и говорит: *«Не знаю, куда он должен подойти»*. Убирает *Ш* 4 и ставит *Ш* 5 на это место вместе с *К* 3. Просматривая весь ряд, он остается недовольным, убирает все шары, затем строит под рядом *К*(10—1) следующий ряд: *Ш* 10, — , 9, 7, 8, — , 6, 5, 4, 1, причем два шара 2 и 3 остаются без употребления, а куклы 9 и 6 — без шаров.

Ясно, что решение поставленной проблемы соответствия возможно только на основе одного из трех методов. Первый состоит в сериации кукол, затем в сериации шаров и тростей, осуществляемой отдельно в таком же порядке, и, наконец, в приведении каждого члена первой серии в соответствие с членами такого же ранга второй серии: это то, что мы будем называть методом двойной сериации. Второй метод состоит в сериации элементов одной из совокупностей и в непосредственном приведении в соответствие с ними элементов другой совокупности, выбранных по одному соответственно их рангу и в таком же порядке: это простая сериация с соответствием. Третий метод состоит в том, что сразу устанавливается взаимно-однозначное соответствие кукол и шаров без предварительной сериации, но, разумеется, с расположением их по сериям (действительным или только мысленным) в ходе самого установления соответствия: это непосредственное соответствие.

Однако применительно к первой стадии — и в этом ее очевидная отличительная особенность — мы должны сделать вывод, что никто из детей этой стадии не только не проявил способности правильно использовать, но не смог даже понять или представить себе метод двойной сериации. Действительно, понимание двойной сериации предполагает, что проблема по сути дела уже решена, т. е. оно требует способности представить себе совокупность конститутивных отношений серии и соответствия, так сказать, в чистом виде. Но поскольку ребенку данной стадии сразу не удается правильно построить даже серию кукол, то вполне естественно, что для приведения в соответствие с ними тростей и шаров он не пытается заранее разложить по сериям эти предметы, а рассматривает их последовательно, по одному.

Второй факт: когда дети используют метод простой сериации с соответствием, то на первой стадии они неспособны к точной стихийной сериации, например, первичный ряд Гуи начинается с рангов 2, 7, 1, 6, 9 и т. д., а ряд Вала — с рангов 7, 9, 6, 5. Несомненно, эти испытуемые даже не пытаются вначале составить серию с правильным возрастанием и ограничиваются расстановкой кукол в произвольном порядке. Но, конечно, уже эта первая реакция (в сравнении с реакцией старших детей) представляет интерес и демонстрирует по крайней мере поведение, которое еще остается глобальным и противоречит требованиям анализа, лежащего в основе сериации. В самом деле, когда ребенку сначала предоставляют возможность произвольно построить свой глобальный ряд, а затем просят его сделать настоящую серию («сначала самую большую, затем немного поменьше и т. д.»), то это ему все равно не удается. Дело в том, что для сериации определенного числа элементов по их размерам нужно, чтобы высота каждого члена была одновременно больше, чем у предыдущих членов, и меньше, чем у последующих. Но очевидно, что когда Гуи и Вал хотят построить серию, то они забывают об этом последнем условии. Например, Гуи для нисходящего ряда ставит сначала 7, 6, 1, пренебрегая другими членами, а затем добавляет 10, 2 и, наконец, 9, 8, 4, 5. Таким же образом Вал после нескольких исправлений строит нисходящий ряд и ставит 10, 9, 7, 4, 6, пренебрегая членами 8 и 5, затем добавляет 8, 5, 2, 3, 1.

Третий факт: устанавливаемые детьми соответствия не выходят за пределы уровня этих сериаций, т. е. они остаются как глобальными, так и предсериальными. Нужно различать два случая: во-первых, случай второго метода, когда испытуемые, как Гуи, Вал и Рос, приводят в соответствие шары и трости с предварительно серированными куклами (причем серия становится правильной лишь после наших подсказок), и, во-вторых, случай третьего метода, когда ребенок, как например Клан, сразу начинает с соответствия без предварительной сериации. Однако в случае второго метода можно констатировать, что хотя ребенок пришел к точной сериации кукол с помощью экспериментатора, тем не менее соответствие между шарами и куклами он устанавливает точно так же, как строил стихийный ряд кукол (до подсказок взрослого). Например, Гуи приводит в соответствие с куклами 1—10 шары 1, 5, 6, 7, 8, 9, 4, 3, 2, 10, затем, несмотря на наши подсказки, у него не получается правильного соответствия и он заканчивает опыт включением шара 2 между шарами 4 и 5. Таким же образом Вал приводит в соответствие с куклами 1—6 трости 1, 3, 4, 6, 8, 9, а затем для серии кукол 10—1 он строит 10, —, 9, 7, —, 8, 6, 5, 4, 1, оставляя два шара без кукол и две куклы без шаров. И Клану (3-й метод — непосредственное соответствие) удается построить лишь следующие пары: 6—10, 1—1, 2—2, 9—10, 3—4, затем 10—10 и 9—9, но потом 4—6, 7—7, 5—3, 6—5 и, наконец, 5—4, 6—5 и 3—3.

Таким образом, очевидно, что трудности приведения в сериальное соответствие оказываются такой же природы, как и трудности самой сериации, и что присущее этому соответствию свойство двойной сериации совершенно не облегчает, как, впрочем, и не затрудняет, понимания самой сериации. Может быть, это дает основание сказать, что в сериальном соответствии сериация первенствует над соответствием и что это последнее лишь добавляется извне, не принося ничего нового? Но такой вывод означал бы, что мы пренебрегли тем, что сериация, или упорядочивание, предполагает или даже представляет собой разновидность соответствия, в которой каждый член связан с последующим; можно было бы сказать, что сериация — это внутреннее соответствие, а сериальное соответствие — внешнее соответствие между двумя сериями. Впрочем, и напротив, можно сказать, что любое соответствие предполагает сериацию, каким бы ни был ее тип. Короче говоря, там, где невозможна стихийная сериация, в равной мере невозможно и сериальное соответствие, и наоборот. Однако нужно вспомнить, что на этом уровне столь же невозможно и количественное соответствие и даже несериальное качественное соответствие и что поэтому любая операция заменяется глобальной оценкой. Не предвосхищая доказательств, которые мы постараемся дать в следующих параграфах относительно этой связи между порядковым и количественным соответствием, уже сейчас можно заметить, насколько только что указанные испытуемые далеки от порядкового соответствия; например, Рос в конечном счете приводит в соответствие лишь 8 шаров с 10 куклами; Вал же сначала кладет 9 шаров против 10 кукол, а затем, после линейного построения рядов из 10 элементов друг против друга и пересчета 10 шаров, он не может сразу сделать вывод о том, что имеется 10 кукол.

Если мы теперь перейдем к изучению реакций второй стадии, то сможем наблюдать двойной прогресс: с одной стороны, ребенок становится способен стихийно строить правильные серии после некоторых хаотичных поисков и исправлений, а с другой стороны, он тем самым приходит (но при этом второе открытие не сливается с первым) к решению проблемы сериального соответствия, в частности, методом двойной сериации.

Приведем три примера этого уровня.

Тис (5; 6) смотрит на хаотично расположенные куклы и трости. «Эти куклы одинаковы? — *О, нет, одни меньше, другие еще меньше, а эта совсем маленькая.* — А ты не знаешь, какая трость принадлежит каждому человечку? Что надо сделать? — *Нужно расставить так: меньше, меньше, меньше»*. Здесь Тис принимается стихийно серировать трости в следующем порядке: 9, 10, 8, потом говорит: *«Нет, две одинакового размера»*. Измеряет 10 и 8 и ставит 10, затем сравнивает 9 и 8 и ставит 9, 8, 7 (он, следовательно, не сравнил 10 и 9 и случайно исправил свою первоначальную ошибку). Затем берет 6, 5, 4 и измеряет их друг с другом, далее продолжает 6, 5, 4, 3, 2, 1. После этого он смотрит на куклы и, не говоря ни слова, ставит 10 и 1 перед двумя концами серий тростей. Затем правильно ставит куклу 9, далее 7, 8 (и исправляется после сравнения) и заканчивает: 6, 5, 4, 3, 2, так что вся серия кукол в конечном счете расположена против серии тростей. Но, как мы увидим в § 2, несмотря на это блестящее начало, Тис растерялся, когда лишь чуточку уплотнили ряд тростей, не трогая серии кукол.

Шу (7; 0). «Какой человечек пойдет вот с этим шаром (самым большим)? — *Самый большой.* — В таком случае расставь шары с человечками.— (Он расставляет куклы в порядке 4, 6, 7, 8, 3, 10, 9, 5, 2, 1.) — Правильно? — *Нет»*. Тогда без всякой подсказки он ставит: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, затем с некоторыми колебаниями ставит куклы 4 и 8. «Ну, а дальше? — *Нужно по росту поставить мячи»*. Начинает устанавливать соответствие со смещением на один ранг: 6 к 5, 7 к 6, 9 к 8 и т. д., потом, посмотрев на ряд в целом, поправляется.

Ша (6; 6). «Как найти шары для каждого человечка? — ... — Вот этому (10) какой шар? — (Показывает 10.) — А этому (5)? — *Этот* (7). — А что нужно сделать, чтобы мы были уверены? — *Я поставлю вот так* (строит серию 10, 8, 9, затем 10, 9, 7, 8, затем 8, 7, 5, 6, затем 6, 5, 4, 3, 2, 1)». После этого кладет шары против кукол, но делает ошибку в ранге, так что в итоге один шар остается без куклы, а кукла без шара. «Одинаково шаров и кукол? — *Человечков больше.* — Сколько? — (Насчитывает 10 кукол.) — А шаров? — (Считает). *Десять.* — В таком случае поровну? — *Да.* — (И приводит в соответствие)».

Нет нужды увеличивать число примеров для определения значения этой стадии. Отличия ее от первой стадии совершенно ясны: они заключаются в появлении правильных и стихийных сериаций и стихийного соответствия. Но отличие ее от третьей стадии, с которой она связана рядом промежуточных звеньев, является несколько более тонким. Принципиальное различие, проявляющееся в типичных случаях, установить легко: на второй стадии сериация и приведение в соответствие остаются наглядными и перцептивными, а на третьей стадии они становятся операциональными и дублируются теперь порядковым соответствием в собственном смысле слова, т. е. соответствием числового характера. Различие становится очевидным, когда сравнивают сериацию с результатами последующих экспериментов (§§ 3 и 4), дающих возможность разобрать, если можно так выразиться, механизм сериального соответствия. Но было бы интересно найти критерии различия между уровнем наглядности и операциональным уровнем в самом способе, которым ребенок строит свои серии и соответствия, что мы сейчас и постараемся сделать.

Прежде всего сериация осуществляется всеми испытуемыми данной стадии так, что экспериментатор больше не вмешивается в детали: значит, отныне ребенок уже может упорядочить элемент в серии таким образом, что он оказывается самым большим (или самым маленьким) из остающихся для сериации элементов и самым маленьким (или самым большим) из уже размещенных. Но является ли наблюдаемая здесь логика операциональной, т. е. является ли она системой обратимых действий, делающей ребенка способным разлагать и восстанавливать серии в зависимости от возникающих проблем, или же возможность приближения к этому первому результату основывается на простом восприятии практических отношений, т. е. когда сериация или упорядочивание не стали еще операциональными и рефлексивными? Начиная анализ с метода, используемого ребенком, мы получаем возможность определить некоторые признаки, которые сами по себе могли бы показаться второстепенными, но на фоне совокупности фактов данного уровня представляются бесспорно значительными. Одним словом, можно сказать, что вместо симультанного овладения целостностью отношений, необходимых для сериации, ребенок второй стадии открывает их постепенно в ходе эмпирических хаотичных поисков.

Так, например, Тис, наиболее развитый из детей, о которых мы только что говорили, начинает с расстановки 9, 10, 8, затем сравнивает друг с другом элементы 10 и 8, затем 9 и 8 (но не 9 и 10). Таким же образом Шу начинает с произвольного ряда, затем испытывает градуированную сериацию, но проявляя при этом забывчивость и прибегая к исправлениям. Ша тоже действует с куклами наугад, прибегая к постоянным перестановкам, которые он затем исправляет, и раскладывает шары по сериям, забывая при этом о самом большом шаре. Конечно, хаотичный поиск возможен на всех уровнях, и даже математик, возможно, шел бы ощупью при сериации шестов, если бы их было неудобно охватить взглядом. Но интересен не сам чистый факт хаотичного поиска, интересно поведение, которое этот поиск обнаруживает: когда наглядность берет верх над операцией, то ребенок, все еще хорошо зная о том, что он строит возрастающую шкалу, тем не менее сравнивает элементы небольшими группами или по два, как например Ша, до самого конца забывающий о шаре 10. Но когда операция берет верх над наглядностью, то ребенок испытывает необходимость непрерывно сравнивать между собой всю совокупность данных, т. е. необходимость выбирать, например, сначала «самый маленький из всех», затем «самый маленький из всех остающихся» и т. д. Эти оттенки, подвижные и без четко фиксированных градаций, конечно, очень трудно определить (например, Тис ближе к третьей стадии, чем Шу и Ша), так что лишь сравнение совокупности реакций дает возможность наверняка истолковать поведение испытуемого. Но точность предложенного нами истолкования легко можно будет доказать впоследствии, когда мы обнаружим (в гл. VI, § 1) неспособность детей данного уровня к повторному безошибочному включению элементов в серию или (§ 3 этой главы) неспособность восстановить серию в уме, если хотя бы немного изменяется перцептивный порядок соответствия.

Что касается сериального соответствия, то оно снова появляется на данной стадии, причем возникает оно в тесной связи с самой сериацией, но не совпадая с ней, так что эти две операции опираются друг на друга, продолжая оставаться различными. Отметим сначала тесную аналогию, существующую у каждого ребенка между его способом сериации и способом соответствия: Шу начинает с произвольных соответствий так же, как он начинал с произвольной сериации; Ша, переставляющий 9, 8, затем 8, 7, далее 6, 5, в осуществлении сериации доходит до смещения ранга соответствия, а Тис, раскладывающий по сериям более симметрично, осуществляет соответствие методом двойной сериации.

Короче говоря, вне зависимости от того, идет ли речь о построении серии или об осуществлении сериального соответствия, в обоих случаях, это означает такую координацию отношений $A \rightarrow B \rightarrow C \ldots$,[1] что если $E \rightarrow F$, то, следовательно, $E \leftarrow A$, B, $C \ldots$, D и одновременно $F \rightarrow G$, A, I и т. д. Если с этой точки зрения сравнить реакции данной стадии с реакциями первой стадии, то между ними можно установить существенную разницу. Заключается она в том, что на первой стадии ребенок действует не с помощью таких отношений, а опираясь на «предрелятивные» свойства, т. е. свойства, между которыми отсутствует всякая связь, либо его сериации и соответствия остаются произвольными (что, впрочем, бывает не всегда), либо он ставит цепями или парами «маленькие» элементы с одной стороны, а «большие» — с другой. Во втором случае он действует, опираясь на свойства «большой» и «маленький» (с объединяющими их перцептивными отношениями), а не на отношения «больше» и «меньше» и тем более не на координации типа «больше, чем X, и одновременно меньше Y», ибо именно такие координации составляют действительный критерий отношения. Понятно, что такой метод делает невозможной как сериацию, так и сериальное соответствие. Наоборот, лишь только установленные между элементами отношения получают действительную относительность, как оформленная таким образом координация ведет к сериальному соответствию и к простой сериации; в самом деле, если два отношения (т. е. отношения минимум трех элементов) координированы между собой, то уже не трудно координировать такие отношения в большом числе. Трудность состоит в переходе от свойства к отношению, но как только это отношение открывается, оно ведет к со-

[1] Выражение $A \rightarrow B$ означает, что B «больше» A $(B > A)$.

ответствующим двойным сериациям, равно как и к изолированным аддитивным сериям.

Однако в это описание нужно сразу же внести ограничение: открытые на данной стадии отношения, как мы только что утверждали, вырабатываются наглядно и экспериментально, т. е. лишь полуоперационально, и они отнюдь не образуют действительных операций, которые можно было бы отделить от восприятия и действовать с ними абстрактно. Этот последний шаг вперед совершается испытуемыми третьей стадии. Приведем соответствующие примеры.

Шен (6; 6) сразу без предварительной сериации приводит в соответствие самый большой шар (10) с самой большой куклой (10), затем *Ш*9 с *К*9, *Ш*8 с *К*8 и т. д. Всякий раз он ищет самый большой шар и самую большую куклу из остающихся и даже не испытывает необходимости расставить их в линию, когда размещает разбросанные по столу пары. «Расставь куклы по рангу.— (Расставляет их от 10 до 1.) — А теперь шары (их снова перемешали).— (Немедленно раскладывает шары в серию против кукол.)»

Дерк (6; 10) точно так же действует методом непосредственного соответствия. «Что нужно сделать, чтобы сразу же найти шар каждого человечка? — *Я не знаю.*— Подумай хорошенько. Что нужно привести в порядок? — (Берет *К*10 с *Ш*10, *К*9 с *Ш*9, *К*8 с *Ш*8 и т. д., всякий раз отыскивает самые большие из оставшихся элементов и одновременно раскладывает их по сериям.) — Столько же шаров, как и кукол? — *Да».* Потом он меняет *Ш*7 на *Ш*6 и говорит: «Если бы было вот так, то было бы неправильно».

Пот (7; 2) сначала строит серию кукол лишь с одной перестановкой, которая немедленно исправляется, а затем на глаз раскладывает в серию трости.

Нетрудно заметить, в чем заключается новизна данной стадии: на каждом шагу ребенок рассматривает совокупность отношений между всеми элементами, так как ищет при каждом новом отношении самый большой (или самый маленький) из остающихся элементов. Таким образом, серия строится без колебаний и без хаотичного поиска. Однако интересно — и это, между прочим, подтверждает данное нами ранее истолкование,— что испытуемые этой стадии одинаково легко оперируют как методом непосредственного соответствия (например, Шен и Дерк, без отдельной предварительной сериации кукол и, соответственно, шаров), так и методом простой сериации с последующим соответствием.

Таким образом, построение сериального соответствия (или качественного подобия) завершается системой операций в собственном смысле слова, т. е. операций, способных координировать как обратные, так и прямые отношения. Более того, если в данном параграфе мы ограничились описанием чисто логического, или качественного, аспекта этой эволюции, то теперь мы увидим, что начиная с момента, когда операция открывается от восприятия, этот аспект дублируется другим, арифметическим, образующим порядковое соответствие, или обобщенное подобие.

§ 3. От сериального соответствия к порядковому соответствию. Когда посредством только что описанных нами процессов осуществляется построение сериального соответствия, появляется возможность выявить действие операционального механизма, используя для этого нарушение наглядного порядка серий и соответствий. Оба эксперимента, результаты которых мы рассмотрим одновременно, включают в себя, во-первых, смещение одной из соответствующих серий относительно другой (когда, например, уплотняют шары, не трогая кукол), а во-вторых, инверсию одной серии по отношению к другой. И в том и другом случае указывают на куклу и просят ответить на вопрос, какой шар ей соответствует, и наоборот (анализ проводится, конечно, сразу же после построения испытуемым серий).

В этом эксперименте также обнаруживаются все три стадии, уже рассматривавшиеся нами, но на этот раз — с некоторыми интересными уточнениями. На первой стадии ребенок утрачивает всякое понимание соответствия, как только перемещают один из двух рядов, и в ответ на вопросы ограничивается указанием на элементы, расположенные в данный момент друг перед другом. На второй стадии, опираясь либо на эмпирические методы, либо на пересчет, ребенок старается восстановить точное соответствие, но постоянно путает искомый ранг с рангом предыдущего элемента. Наконец, на третьей стадии он решает проблему, координируя определение искомого ранга с определением количественного значения соответствующих совокупностей; в этом последнем случае качественное сериальное соответствие дублируется порядковым числовым соответствием.

Приведем сначала примеры первой стадии.

Гуи (4; 6). С нашей помощью он уже пришел к сериации кукол и шаров. «Смотри. Сейчас мы будем немного сдвигать шары, а ты мне будешь говорить, какой шар будет у каждой куклы.

(Шары сдвигают так, что шар 10 оказывается перед куклой 9, а шар 1 — перед куклой 1, причем порядок сохраняется, и соответствие остается еще видимым.) — Какой шар будет у этой куклы (7)? — *Вот этот* (8, стоящий перед *К*7).— А у этой (*К*8)? — *Этот шар* (*Ш*9). — А у этой (*К*9)? — *Этот шар* (*Ш*10)». Еще немного уплотняют шары, так что *Ш*1 остается перед *К*1, но *Ш*10 — перед *К*8. Тогда Гуи относит *Ш*9 к *К*7, которая расположена против него, *Ш*10 к *К*8 и т. д. Когда же идут в обратном порядке, от *К*10 к *К*5, Гуи правильно определяет соответствие. Но как только возвращаются к произвольным выборам, он снова ошибается.

Рос (5; 6) относительно плотно сдвинутых шаров: «Покажи шар этой куклы (*К*10).— (Показывает *Ш*10.) — А этой (*К*9)? — (Показывает *Ш*9.) — А вот этой (*К*5)? — (Показывает *Ш*6.).— А этой (*К*8)? — Показывает *Ш*8, 7, 8 и снова 7.) — А этой (*К*9)? — (Показывает *Ш*8.)» И т. д.

Еще немного перемещают серию и идут систематически от *К*10 до *К*1. Рос показывает каждый раз соответствующую куклу, делая при этом две ошибки. Но когда возвращаются к произвольным выборам, он снова показывает элементы, расположенные друг против друга, не умея построить сериацию в уме.

Переходят к вопросу III, т. е. переворачивают на глазах у ребенка серию шаров, оставляя нетронутой серию кукол; ряд кукол ориентирован, следовательно, в направлении от *К*10 до *К*1, а ряд шаров — от *Ш*1 до *Ш*10. Рос хорошо понимает инструкцию, что доказывают его первые ответы. «Покажи шар этой куклы (*К*10).— (Показывает сначала *Ш*1, находящийся напротив, затем отыскивает *Ш*10.) — А этой (*К*1)? — (Показывает сначала *Ш*10, находящийся напротив, потом говорит: *Нет, он здесь* (*Ш*1)». Но как только указывают произвольно выбранную куклу, он ограничивается показом шара, расположенного напротив, и совершенно не принимает во внимание изменение отношений на обратные.

Вал (5; 6), после того как трости уплотнили: «Покажи мне трость этой куклы (*К*10).— (Показывает *Т*10.) — А этой (*К*1)? — (Показывает *Т*1.) — Одинаково кукол и тросточек? — *Кукол больше.* (Потому что ряд кукол длиннее; см. гл. IV § 1.) — Раздай все трости куклам.— (Выполняет.) — Кукол больше? — *Одинаково.*— (Отбирают трости, раскладывают их так, как было раньше, и снова предлагают показать *Т*10 для *К*10 и *Т*1 для *К*1.) Покажи мне теперь трость этой куклы (*К*7).— (Показывает *Т*6, расположенную напротив.) — А этой (*К*9)? — (Показывает *Т*10.) — А этой (*К*8)? — (Показывает *Т*6.) — А этой (*К*6)? — (Показывает *Т*4.) — А этой (*К*4)? — (Показывает *Т*2.)»

Подвергают инверсии порядок тростей (вопрос III). Вал хорошо понимает инструкцию, так как он показывает *Т*10 для *К*10 и *Т*1 для *К*1, но потом совершенно не справляется с задачей: он показывает *Т*8 для *К*7; *Т*3 для *К*2; *Т*4, 5, 6, 5 и, наконец, *Т*6 для *К*4, и т. д.

Этих трех примеров достаточно, для того чтобы можно было дать объяснение первой, относительно простой, стадии. Можно вспомнить, что дети данного уровня не могут стихийно прийти к правильной сериации и правильному сериальному соответствию. Но с нашими подсказками, т. е. когда с ними говорят об их ошибках, это им удается. В этой связи возникает вопрос: а не способен ли ребенок в конце концов достичь правильной сериации? Только что полученные нами результаты дают возможность решительно ответить на этот вопрос: испытуемые данного уровня остаются столь далекими от действительного понимания сериации, что они уже не постигают соответствий, как только элементы перестают находиться непосредственно друг перед другом, хотя бы даже обе серии оставались параллельными и были лишь немного смещены.

Однако ребенок хорошо понимает поставленные вопросы. Доказательством является то, что если соблюдается порядок кукол от 1 до 10 или от 10 до 1, то он каждый раз показывает пальцем соответствующие шары. Ему также всегда удается найти правильное соответствие двух крайних элементов рядов. Но как только показывают на какой-нибудь элемент, расположенный в середине, и не следуют при этом наглядному порядку серии, испытуемый ошибается: вместо того, чтобы самому, взглядом или пальцем, наметить соответствие, начиная с концов рядов, он ограничивается указанием на элемент, расположенный напротив. Следовательно, установленные с помощью взрослого серии и соответствия являются для ребенка данного уровня лишь глобальными, систематически еще не разложимыми фигурами. Если ребенок, как кажется, понимает соответствие, когда следует порядку серии, то это значит, что он ограничивается простой персеверацией без какого-либо установления действительных связей, и как только перескакивают через один или два элемента, глобальный характер фигуры начинает довлеть над любым точным анализом. Короче говоря, можно констатировать, что ребенок данной стадии с точки зрения сериального соответствия находится как раз на том уровне, который описан нами в главах III и IV применительно к количественному соответствию, т. е. на уровне глобального сравнения, даже без наглядного понимания имеющих здесь место отношений.

Приведем теперь примеры второй стадии, которая, как мы помним, является стадией наглядной (эмпирической) сериации и наглядного (эмпирического) соответствия.

Л и (5; 6) построил с пробами и ошибками (перестановки 5 и 6, 7 и 8 и т. д.) серию кукол и установил с такими же ошибками соответствие с шарами. Затем, после разуплотнения шаров у него на глазах, его просят вновь найти соответствие (при этом шар 9 оказывается перед куклой 10, а шар 6 — перед куклой 1). «Шаров и кукол все еще поровну? — *Шаров больше.*— Сколько шаров? — (Считает.) *Десять.*— А кукол тоже десять? — *Нет.*— Посчитай их.— (Считает.) *Ах, да! Тоже десять.*— В таком случае какой шар подойдет этой кукле (*К*5)? — (Показывает *Ш*7.) — А этой (*К*1)? — (Показывает *Ш*1.) Он также показывает *Ш*10 для *К*10, *Ш*9 для *К*9, *Ш*8 для *К*8, *Ш*7 для *К*7, но если перескакивают от куклы к кукле, он систематически показывает *Ш*8 для *К*7, *Ш*2 для *К*3 (потому что он указал пальцем оба элемента, предшествующие *К*3, т. е. *К*1 и *К*2), *Ш*4 для *К*3 (на этот раз он указал на все три элемента, предшествующие *Ш*4, чтобы найти соответствие с *К*3, и т. д.). Когда возвращаются к последовательному установлению соответствия от *К*10 до *К*1, то он отвечает правильно (всегда указывая пальцем), затем, при новом перескакивании, снова делает ту же самую ошибку.

На вопрос III (куклы построены в серию, обратную по сравнению с рядом шаров) он отвечает правильно, если следуют порядку от *К*1 к *К*10, но ошибается в ранге всякий раз, когда элементы называют произвольно.

К е л (6; 6). Уплотняют ряд тростей. Кел показывает *Т*1 для *К*1 и *Т*10 для *К*10, но затем *Т*7 для *К*6 с последующим исправлением.

Ставят шары в обратном порядке. «*А!* — кричит Кел.— *Я понимаю игру»*, и хочет вновь вернуть элементы к прямой сериации. Ему мешают это сделать. Он правильно показывает *К*9 для *Ш*9 и *К*7 для *Ш*7, но для *Ш*5 показывает *К*6. «Ты уверен? — (Приводит с помощью пальца в поэлементное соответствие обе серии от *К*10 до *К*5, от *Ш*10 до *Ш*5.) — В таком случае чей это шар (*Ш*5)? — (Снова показывает шестую куклу, путая ранг с числом предшествующих элементов.) — А этот (*Ш*4)? (Показывает *К*7, ошибаясь в направлении.) — А этот (*Ш*5)? — (Показывает *К*6, смешивая ранг и множество предшествующих элементов.) — А этот (*Ш*4)? — (Показывает *К*8, ошибаясь в направлении и одновременно смешивая ранг с совокупностью предшествующих элементов *Ш*1, *Ш*2 и *Ш*3.)» Таким же образом показывает *К*4 для *Ш*3 и *К*3 для *Ш*2, опять из-за той же самой систематической ошибки. Последовательно указывают на все шары от 1 до 10; Кел правильно приводит их в соответствие с куклами 1—10. Затем показывают шар 6; Кел снова показывает куклу 7!

П е л (6; 10) в эксперименте с перемещенными тростями сначала правильно показывает трости 1 и 10 для соответствующих кукол. «А для этой куклы (*К*8)? — (Правильно показывает *Т*8.) — А как ты нашел? — *Потому что я видел, что здесь две* (*К*10 и *К*9, предшествующие *К*8), *а потом две здесь* (*Т*10 и *Т*9).— А для этой куклы (*К*4)? — (Показывает *Т*3.)— А для этой (*К*1)? — (Показывает *Т*1.) — А для этой (*К*4)? — (Снова показывает *Т*3, после того как решил установить прямое соответствие.) А для этой (*К*6)? — (Показывает *Т*6, потом поправляется.) *Нет, вот эта* (*Т*5).— А для этой (*К*4)? — (Показывает *Т*3.)»

В обратной сериации (вопрос III) Пел для нахождения шара, соответствующего *К*6, осуществляет соответствие указательным пальцем: он показывает *К*10 и *Ш*10; *К*9 и *Ш*9, но затем *К*7 и *Ш*6 и останавливается в нерешительности. Снова начинает и снова теряется, затем считает: 1, 2, 3, 4, 5 — для *К*6, считает шары от 1 до 5 и указывает на *Ш*5 (!) и т. д. «Сколько шаров? — *Десять.* — А кукол? — *Здесь тоже десять. Ах, нет, одиннадцать, потому что эта вылезает*».

Шу (7; 0). Трости размещены более плотно по сравнению с куклами. «Это чья трость (*Т*1)? — (Показывает *К*1.) — А эта (*Т*10)? — (Показывает *К*10.) — А эта (*Т*4)? — *Вот этой куклы* (*К*3). — Почему? — *Потому что здесь две* (*К*1 и *К*2), *а здесь тоже* (*Т*1, *Т*2)... *Ах, нет!* (Показывает *К*4.) — А эта (*Т*7)? — (Показывает *К*8.) — А эта (*Т*10)? — (Показывает *К*10.) — А эта (*Т*7)? — (Снова показывает *К*8.) — Откуда ты знаешь? — *Потому что здесь* (*Т*10, *Т*9 и *Т*8)... *Ах, нет! Вот этой куклы* (*К*7), *потому что здесь* (*Т*10, *Т*9 и *Т*8) *три, а здесь тоже* (*К*10—8). — А эта чья (*Т*6)? — (Показывает *К*7.) — Почему? — *Потому что здесь* (*Т*10—*Т*7) *четыре, а здесь тоже.* (Показывает от *К*10 до *К*7.)»

Что касается вопроса III (перевернутый ряд шаров), то реакции такие же. Шу правильно показывает *Ш*10 для *К*10 и *Ш*1 для *К*1, но для шестой куклы он называет пятый шар. «Почему? — *Потому что поровну.* (Показывает с одной стороны куклы от 1 до 5, а с другой считает шары от 1 до 5 и указывает *Ш*5.)»

Таковы начальные стадии восстановления соответствий при перемещении одной из серий относительно другой. Мы помним, что такая же ситуация, рассмотренная применительно к проблеме количественного соответствия, вела испытуемых к отрицанию сохранения числовой эквивалентности. Аналогично и в данном случае: Ли думает, что шаров больше, чем кукол, потому что куклы уплотнены; Пел думает, что кукол больше, потому что они разуплотнены, и т. д. А ведь эти испытуемые только что сами привели в соответствие обе совокупности, причем не только поэлементно, но и ранг к рангу! Нетрудно убедиться, что сериальное соответствие, как и вообще качественное соответствие, присущее данному уровню, не обеспечивает количественной эквивалентности. Впрочем, это не мешает испытуемому стремиться вновь найти соответствующие ранги, потому что если ребенок данного уровня отрицает количественную эквивалентность, когда элементы перестают находиться друг перед другом, то, как мы помним, он считает возможным вернуться к ней путем размещения элементов на старом месте. Поиск соответствующего ранга как раз и является действием, ориентированным в этом направлении, и на третьей стадии он ведет к понятию прочной как количественной, так и порядковой эквивалентности. Пока же ребенок не в состоянии построить себе такую операциональную систему. Но тогда каким образом он действует, пытаясь вновь найти соответствующие ранги?

В случае, когда ребенок перестает указывать лишь на элементы, расположенные друг перед другом, наиболее простая реакция состоит в том, что он показывает пальцем или следит глазами за поэлементным соответствием, начиная с концов серий. Именно так поступают Ли и Кел в ходе всего эксперимента и Пел при вопросе III, и т. д. Но у детей, не привыкших к счету, этот метод приводит к частым пропускам или к двойным пересчетам. С другой стороны, в случае, когда речь идет о прослеживании обратно ориентированных серий (вопрос III), часто встречается ошибка в направлении. В какой-то определенный момент ребенок иногда предпочитает второй метод, т. е. метод устного счета: он считает куклы с первой или с десятой до той куклы, которую нужно привести в соответствие, а с другой стороны, считает трости или шары до полученного числа (сравни эксперимент с Шу).

Однако независимо от того, используется ли детьми первый или второй метод, все дети, о которых мы только что говорили и которые являются очень характерными представителями данного уровня, постоянно ошибаются на единицу. Например, Ли показывает шар 8 для куклы 7, шар 2 для куклы 3 и т. д. Кел, после правильного установления соответствий для кукол 1 и 10, показывает куклу 6 для трости 7, а затем, при обратном методе, куклу 6 для трости 5, 4-ю для трости 3 и т. д. Пел начинает с правильного показа соответствия для элементов 10, 1 и даже 8 (с мотивировкой), но затем показывает трость 3 для куклы 4, трость 5 для куклы 6 и т. д. Шу, пользующийся лишь устным счетом, показывает куклу 3 для трости 4, куклу 8 для трости 7 и т. д. Однако эти испытуемые сами очень четко мотивируют систему своих действий, и причину такой четкости нам предстоит еще объяснить; когда речь идет о нахождении соответствия элемента n, они считают предшествующие элементы, т. е. $n-1$, затем ищут в соответствующей серии $(n-1)$-й элемент и останавливаются на нем. С другой стороны, поскольку они отсчитывают $(n-1)$-й элемент, начиная то с 1, то с 10, найденный ранг оказывается либо на единицу меньше, либо на единицу больше. Например, Шу в конце беседы выбирает шар 5 для куклы 6, «потому что поровну»: он сосчитал куклы 1—5, предшествующие шестой, и указал на пятый шар. Но он также выбирает куклу 7 для трости 6, потому что после трости 6 «имеется 4» (т. е. члены 7—10) и потому что кукла 7 четвертая, начиная от 10! Этот ребенок в ходе беседы несколько раз стихийно исправлял аналогичную ошибку, но постоянно вновь в нее впадал. Таким же образом Пел, начинающий с указания трости 8 для куклы 8 («потому что я видел, что здесь две (9 и 10) и здесь тоже две»), показывает затем трость 5 и шар 5 для куклы 6, пересчитывая куклы от одной до пяти. У Кела и Ли, не пользующихся устным счетом, но осуществляющих соответствия указательным пальцем, наблюдается такое же явление: Ли приписывает шар 2 кукле 3, показывая пальцем соответствие между шаром 1 и куклой 1 и между шаром 2 и куклой 2, и т. д.

Как же объяснить этот тип ошибки и ее столь удивительную регулярность? Пока соответствующие элементы находятся друг перед другом, соответствие обеспечивается самим качественным подобием и в таком случае проблема просто отсутствует. Она возникает тогда, когда нарушается перцептивный контакт. Предположим, мы, указывая на куклу 5, спрашиваем испытуемого: «Какую трость возьмет эта кукла?» Кукла 5 должна в таком случае характеризоваться своим рангом. Но для определения этого ранга в связи с рангом тростей уже недостаточно установить абсолютное положение данного элемента, нужно оценить его относительное положение, а единственный способ сделать это состоит в том, чтобы оценить величину, или число предшествующих элементов. Тем самым в уме ребенка устанавливается диссоциация между искомым рангом (рангом куклы 5) и совокупностью предшествующих элементов (куклы 1—4). Если же для определения этого ранга ребенок считает не до 5, а только до 4, то это происходит потому, что, по его мнению, числа от 1 до 4 и, с другой стороны, число 5 выполняют в данном случае неодинаковую функцию: числа 1—4 составляют множество (количественное), отделяющее куклу 5 от исходного пункта серии, тогда как число 5 составляет ранг (порядковый), характеризующий куклу. Вот почему ребенок говорит «перед этим имеется 4» или просто «имеется 4»: с его точки зрения у ранга еще нет числа такого же рода, как числа, которыми он пользуется для счета предшествующих элементов. Таким же образом при оценке числа указанием на каждый элемент пальцем он диссоциирует совокупность четырех первых элементов от пятого элемента, ранг которого нужно определить. Наоборот, при последующем отыскивании ранга соответствующего элемента (трости) наблюдается противоположное явление: поскольку элемент не был указан заранее (как это было с куклой, которую показывал экспериментатор), он остается в течение всего поиска в таком же положении, как и все другие элементы, а не отдельно. Поэтому, если ребенок насчитал 4 (устно или жестом) для куклы 5, он приложит это число 4 к соответствующей серии (тростей), но иным образом, так как a priori ничто уже не отличает элемент, ранг которого нужно найти, от предшествующих элементов. Распространяя на последовательно расположенные трости числа 1, 2, 3, 4, ребенок придает, следовательно, этим числам столь же порядковый, сколь и количественный смысл (если не количественный по преимуществу), так что, дойдя до четвертого элемента, он будет думать, что достиг элемента соответствия, и припишет таким боразом трость 4 кукле 5.

При описании данной проблемы в строгих терминах логики и арифметики могло бы показаться, что эта столь яркая некоординированность механизмов количественного и порядкового типа является результатом нарушения равновесия или следствием временной диссоциации. Однако на деле она означает, наоборот, возникновение координации. Она выступает как некоординированность лишь с точки зрения последующих стадий, но эта некоординированность составляет шаг вперед во всех отношениях по сравнению с первой стадией, на которой не было еще и самой проблемы.

Короче говоря, пока ребенок не был способен ни на правильную сериацию, ни на правильное сериальное соответствие, вопрос об определении количественного числа и не возникал, поскольку в случае разобщенных рядов ребенок не стремился ни считать ранги, ни даже вновь наглядно искать их и поскольку в случае оптически сходных рядов ранг определялся простым пространственным контактом. По мере прогресса сериации мы видим, как устанавливается первая связь между рангом и определением количественного числа, поскольку для повторного нахождения ранга элемента в случае оптически-разобщенных серий нужно сосчитать ранги предшествующих элементов или оценить их методом поэлементного соответствия. Но так как сериация, присущая второй стадии, остается наглядной и так как она не достигла действительно операционального уровня, определение количественного числа останется внешним по отношению к этой сериации: ранг определяется положением в качественной шкале, причем без соотнесения с количественным значением, откуда и вытекает существующая на данном уровне некоординированность.

Однако здесь наблюдается и нечто большее. Присущие данному уровню колебания в действительности свидетельствуют о начале диссоциации (хотя пока еще и не завершенной) между качественными и числовыми отношениями и, следовательно, между сериальным соответствием (или качественным подобием) и порядковым соответствием (или обобщенным подобием). Качественное подобие между двумя сериями отношений возникает в том случае, если две совокупности предметов серируются с помощью одинакового ряда асимметричных качественных отношений, причем ранг каждого элемента первой серии соответствует рангу определенного элемента второй серии. Следовательно, когда ребенок ограничивается сериацией тростей и кукол по их размерам и приведением в соответствие этих двух серий, возникает простое качественное подобие. Но в таких сериациях каждый элемент отличается от всех остальных (в частном случае «больше» или «меньше»), а, с другой стороны, каждое отношение отличается от других (при этом не обязательно, чтобы различие в росте между куклами 1 и 2 было таким же, как между куклами 2 и 3).

Наоборот, в порядковой сериации каждый элемент считается единицей, эквивалентной всем другим, за исключением своего ранга в серии. Этот порядок может быть порядком качественной серии (но тогда, в частном случае, каждая кукла или каждая трость считается за 1, как и другие, а единственное различие, существующее между ними с числовой точки зрения, состоит в том, что имеется 1-й, 2-й и т. д. элементы) или иным, но во всех случаях каждое порядковое отношение, связывающее два элемента, эквивалентно всем другим отношениям (имеется одинаковое различие порядка между 1-м и 2-м элементом, как между 2-м и 3-м и т. д.). Если это так, то ясно, что как только обе качественные серии оптически разобщаются, ребенок данной стадии вынужден дублировать простое сериальное соответствие порядковым соответствием, т. е. рассматривать куклы и трости как одинаковое количество единиц, которые можно как разложить, так и сериировать. Но если — и здесь мы возвращаемся к только что высказанным соображениям — каждый элемент порядковой серии считается за единицу, равную всем другим, то единственное различие, дающее возможность отличить элемент n от элемента $n+1$, состоит в том, что элемент n следует за $n-1$ других элементов, а элемент $n+1$ следует за n элементами; порядковый ранг предполагает, следовательно, определение количественного числа (причем наблюдается также и обратное явление, как мы видели в заключении к гл. IV).

Однако именно здесь у детей данного уровня возникает непреодолимое препятствие: стремясь найти ранг данного элемента, они хорошо понимают, что нужно пересчитать предыдущие элементы как некоторое количество эквивалентных между собой единиц, но они не идут по пути арифметизации серии настолько далеко, чтобы включить в счет заданный элемент и рассмотреть его ранг как однородную с другими элементами единицу. Поэтому для определения какого-нибудь ранга пересчетом ребенок рассматривает отдельно качественное положение данного элемента и отдельно количественное значение совокупности предшествующих элементов: он не понимает, что каждый ранг сам есть число, что это число неотделимо от всей совокупности, часть которой составляет упорядоченный таким образом элемент.

Перейдем теперь к реакциям третьей стадии, которые дадут нам возможность увидеть двойной прогресс уже не наглядного, а операционального построения сериальных и порядковых соответствий и, следовательно, позволят стать свидетелями открытия необходимой связи между упорядочиванием и определением количественного числа.

Бос (6; 6). Вопрос II (разобщенные серии). «Чей это шар (8)? — (Показывает К8.) — Откуда ты знаешь? — *Я вижу три* (*Ш*10, 9 и 8), *а здесь тоже три* (*К*10, 9 и 8.— А этот (*Ш*6)? — *Вот* *этой куклы* (*К*6), *потому что перед этим было три, а сейчас перескочили на шесть.* (Он, следовательно, сосчитал шары 1—6.) — Что сделали? — *Перед этим было три* (10, 9, 8), *а сейчас перескочили на пять.* (На этот раз он считает шары 10, 9, 8, 7, 6 и куклы 10—6 и снова показывает *К*6 и *Ш*6.)»

При обратных сериях он указывает *К*7 для *Ш*7, затем *К*4 для *Ш*4 и т. д. При этом он всякий раз считает предыдущие элементы, но не ошибается в соответствующей серии. Например, в случае с *Ш*4 он говорит: *«Здесь три на краю* (*Ш*1, 2, 3)» — и считает *К*1, 2, 3, чтобы назвать *К*4.

Виг (6; 6). Начинает с обратных серий (вопрос III): «Чей этот шар (*Ш*10)? — (Показывает *К*10.) — А этот (*Ш*8)? — *Вот этой куклы* (*К*8).— Как ты узнал? — *Здесь три* (*К*10, 9, 8).— А чей этот (*Ш*5)? — *Вот этой куклы* (*К*5).— Почему? — *Я смотрел, четыре ли здесь* (он считает предыдущие элементы)». Таким же образом показывает *Ш*6 для *К*6 и т. д.

Вопрос II. «У этой куклы (*К*6) какая будет трость? — (Показывает *Т*6.) — Как ты узнал? — *Я смотрел, сколько их остается* (*Т*7, 8, 9, 10)», и т. д.

Нел (7; 0). Вопрос III (обратные сериации). «У каждой ли куклы будет своя трость? — *Да.*— Вот эта трость (*Т*6) для какой куклы? — *Вот для этой* (*К*6).— А эта трость (*Т*3)? — (Показывает сначала *К*8, потом *К*3.)»

Вопрос II. «Какую трость нужно дать вот этой кукле (*К*5)? — *Вот эту (Т*5*), потому что здесь четыре куклы (К*1—4*), а здесь — четыре трости* (*Т*1—4).— А эту трость (*Т*7)? — *Вот этой (К*7*), потому что впереди шесть тростей (Т*1—6*) и шесть кукол тоже впереди* (*К*1—6)».

Прежде всего, можно констатировать, что с количественной точки зрения эти дети, как например Нел, уже не колеблются в допущении того, что число тростей или шаров всегда равно числу кукол, если даже порядок подвергается инверсии, и серии разобщаются. Этот факт, сам по себе совершенно новый, является, конечно, основой для арифметизации сериального соответствия. С другой стороны, для определения ранга n все дети используют пересчет, считая от 1 до n или от 10 до n (порядок здесь безразличен). Когда (сравни эксперимент с Нелом) они считают только предшествующие члены (следовательно, $n - 1$), то действуют аналогичным образом и в соответствующей серии. В других случаях (Виг) они считают остаток (например, 7—10 для 6-го). Наконец, они (Бос и Виг) столь же хорошо считают как элемент, ранг которого отыскивается, так и предшествующие элементы (например, 6-й для ранга 6), причем в обоих направлениях (6-й — это 5-й, начиная с 10). Короче говоря, благодаря этому двойному прогрессу в определении количественного числа — определении которое стало теперь независимым как от частей, так и от упорядочивания, уже не связанного со свойством, и которое теперь обобщено на все элементы совокупности, понимаемые как эквивалентные единицы,— эти два механизма стали коррелятивными, а элемент n отныне означает для ребенка одновременно n-й ранг и количественную сумму n.

§ 4. Восстановление количественного соответствия. Только что построенные нами объяснения можно проверить путем расширения сферы эксперимента: вместо разграничения соответствующих серий при помощи оптического разобщения или применения инверсии к одной из них мы будем теперь разрушать их полностью или по частям и будем анализировать то, что остается от соответствия, а также методы, применяемые ребенком для его восстановления.

Понятно, что в ходе применения этого метода мы снова обнаружим те же три стадии, которые наблюдались раньше: на первой из них соответствие нарушается и не наблюдается возвращения к сериации, а выбор элементов при возврате к размещению по два осуществляется произвольно; на второй стадии имеется более или менее развитый поиск, но без возврата к сериации и без систематического определения количественного числа; на третьей стадии восстановление выступает как полное согласование упорядочивания и определения количественного числа.

Приведем примеры первой стадии.

Гуи (4; 6). Все ранее сериированные трости и куклы только что перемешаны. «Смотри. Все куклы, которые меньше вот этой ($K6$), пойдут теперь спать. Ты их поставь вот сюда.— (Ставит $K4$, 1, 3, 2, 6.)— А какие трости останутся в таком случае в шкафу? — (Он начинает с добавления куклы 7 к группе остающихся дома, затем кладет в шкаф трости 1, 2, 4, 6, 3. На столе он оставляет 5, 7, 8, 9, 10.)— А какие куклы пойдут гулять? — (Показывает оставшуюся группу, т. е. 5, 8, 9 и 10.)— Сколько тростей осталось в шкафу? — (Считает.) *Пять.*— А сколько кукол остается дома? — *Шесть.*— Так что же? — ... (Отсутствие соответствия совсем не смущает его.)»

Вал (5; 6). «Смотри. Все куклы, меньшие, чем эта ($K7$), пойдут гулять. Какие куклы останутся в таком случае дома? — (Показывает $K9$ и $K10$.)— А какие трости останутся в шкафу? — (Показывает $T10$, $T8$ и $T9$.)— А теперь пойдут гулять все куклы, которые меньше вот этой ($K5$). Какие трости останутся дома? — (Вал строит серию $T10$, 9, 8, 7.)— А какие трости пойдут? — (Показывает остальные.)— (А какие куклы остаются дома? — (Показывает $K9$, 10, 8, 7, 6.)»

Реи (5; 6). (Все куклы, бо́льшие, чем эта ($K6$), пойдут гулять. В таком случае какие трости пойдут с ними? — (Называет *Т*10, 9 и 8.) — Какие куклы гуляют? — (*К*10, 9, 6, 7.) — А теперь куклы, оставшиеся дома, хотят поиграть в мяч. Приготовь мячи.— (Реи выстраивает ряд *Ш*4, 1, 3, 2, 5, 6.)»

Что касается вопроса IV (смешение одной или обеих серий и предложение восстановить соответствие), то он, конечно, не дает ничего нового для этой стадии, так как испытуемый не в состоянии стихийно усвоить ни сериацию, ни соответствие. Однако реакция, только что указанная нами (вопрос V), блестяще подтверждает, причем по-новому, то, что мы видели до сих пор относительно данной стадии с точки зрения как сериации и сериального соответствия, так и отношений между упорядочиванием и определением количественного числа.

Прежде всего, можно констатировать, что если испытуемого просят найти куклы, которые больше или меньше одной определенной куклы (*К*6, например), то ребенок, вместо измерения и сериации других элементов или по крайней мере последовательного рассмотрения их для распределения, таким образом, на две группы, глобально классифицирует их по признаку «маленькие» и «большие» и не вникает в детали. Так, Гуи ставит элемент 7 во множество, которое больше 6, а элемент 6 — в совокупность, которая меньше 6. Вал забывает об элементе 8 между 7 и 10, и т. д. С другой стороны, когда те же самые испытуемые стараются собрать трости, соответствующие этим глобальным совокупностям, они вместо приведения в соответствие или счета снова ограничиваются общей оценкой, складывая большие трости с большими куклами, а маленькие — с маленькими.

Такой способ действия детей полностью подтверждает то, что мы видели относительно сериации и сериального соответствия, присущих данной стадии.

Наоборот, отношения между сериацией и определением количественного числа, о которых свидетельствуют эти способы действия, являются и новыми, и очень поучительными для проверки объяснений, данных в предыдущем параграфе. В самом деле, когда ребенка просят сразу найти куклы, большие или меньшие *n*, и соответствующие им трости, то возникает как порядковая, так и количественная проблема, ибо речь идет о нахождении одинакового числа как тростей, так и кукол. Отметим, что этого не было в вопросах I—III, поскольку там ряды должны были строиться с уже данным числом кукол и тростей (10+10), а соответствие могло быть найдено оптическим путем. Однако самый главный вывод из реакции первой стадии в данном эксперименте заключается в том, что если эти дети удовлетворяются сериациями и сериальными соответствиями глобального типа, то они одновременно демонстрируют свое полное безразличие к определению количественного числа и количественного соответствия. Так, Гуи приписывает пять тростей шести куклам, остающимся дома, и оставляет на столе пять тростей для четырех кукол, отправляющихся гулять. Таким же образом Вал оставляет три трости для двух кукол, затем кладет в шкаф четыре трости для пяти остающихся кукол. Реи также оставляет три трости для четырех уходящих кукол, и т. д.

Следовательно, совершенно очевидно, что отсутствие стихийной сериации сопровождается параллельным отсутствием стихийного количественного соответствия. Мы уже видели, что отсутствию сериации соответствует отсутствие сохранения, или прочной эквивалентности. Поэтому фактически речь здесь идет о большем, ибо на данном уровне нет даже стихийного количественного соответствия при постановке проблемы двойной сериации. А теперь приведем примеры второй стадии.

Тис (5; 6). Вопрос IV. Обе серии перемешаны после того, как ребенок построил их (см. § 2). «А ты мог бы мне сказать, какая трость будет у этой куклы ($K6$)? — *Могу, но нужно сделать так, как было* (он строит серию кукол, а не тростей и приписывает $T5$ $K6$). — А у этой куклы ($K3$)? — *Вот эта* ($T3$)», и т. д.

Вопрос V. Куклы и трости снова перемешаны. «Все куклы, меньшие, чем эта ($K6$), пойдут гулять. — (Он объединяет $K10$, 9, 8, 7, 6, 5 и говорит, указывая на $K1$, 2, 3, 4: «*Они пошли гулять*». Затем добавляет $K6$ и $K5$ к множеству $K1$—4.) — А теперь покажи, с какими тросточками они пошли. — *О! Это трудно.* (Он кладет $T5$ с $K6$, $T4$ с $K5$, $T3$ с $K4$, $T2$ с $K3$ и $T1$ с $K1$.) *Нет, одной не хватает.* (Добавляет $T6$ и восстанавливает соответствие после ряда проб и ошибок.) — (Снова собирают трости, перемешивают их и предлагают задачу.) Положи в шкаф трости кукол, остающихся дома. — (Кладет $T10$, 9, 8 и 7.) — Ты уверен? — *Да, это все большие трости*».

Тал (5; 6). Куклы остаются сериированными, трости лежат хаотически. Вопрос IV. Просят трость для $K7$, и Тал выбирает без сериации $T5$. Для $K10$ он правильно дает $T10$, но для $K7$ еще раз считает четыре куклы (т. е. $K10$, 9, 8 и 7), затем размещает в ряд четыре трости (т. е. *T*10, 8, 5 и 9) и указывает тогда на трость 9 как соответствующую *K*7!

Наоборот, вопрос V разрешается правильно, так как куклы остаются сериированными. «Сколько тростей остается в шкафу? — (Считает.) *Пять.* — А сколько кукол остается дома? — (Не считая.) *Пять*».

Ш а (6; 0). Трости остаются сериированными, куклы перемешаны. Вопрос IV. «Какая трость пойдет вот с этой куклой (К6)? — (Ша кладет *K*10 на некотором расстоянии от серии тростей, потом строит серию *K*9, *K*8, *K*7 и *K*6 вслед за *K*10, не обращая внимания на трости. При этом *K*6 случайно оказывается перед *T*4, и Ша кричит: *Вот эта!*) — Где трость этой куклы (*K*10)? — *Вот эта* (*T*10). — Где тогда нужно положить куклу (*K*10)? — (Кладет ее под *T*10 и строит правильную серию от *K*10 до *K*1.)»

О р а (6; 0). Куклы сериированы, а трости расположены хаотически. Вопрос IV. «Ты можешь найти трость вот этой куклы (*K*4)? — (Отсчитывает семь кукол, начиная с 10-й, и строит ряд тростей 1—7, указывая на трость *T*7.) — А для этой (*K*6)? — (Считает предшествующие четыре куклы и называет 4-ю трость, начиная с 10-й, т. е. *T*7.)»

Вопрос V. «Посмотри. Все куклы, бо́льшие, чем эта (*K*6), пойдут гулять. Какие тогда трости останутся в шкафу? — (Приводит в соответствие трости от *T*6 до *T*10 с куклами *K*6—*K*10 и показывает оставшиеся трости.)»

Ш у (7; 0). Вопрос V. И трости и куклы лежат хаотически. «Все куклы, бо́льшие, чем вот эта (*K*6), пойдут гулять. — (Строит серию кукол *K*6—*K*10.) — Положи в шкаф трости, остающиеся дома. — (Ставит с одной стороны *T*1, 5, 4, потом отдельно *T*10—6 и кладет в шкаф *T*1, 5, 4 и две остающиеся.) — Посчитай остающиеся куклы. — (Наугад и с ошибкой называет шесть.) — А сколько тростей останется? — (Насчитывает пять и добавляет трость 6, чтобы было соответствие с предполагаемым числом кукол.)»

Прогресс, наблюдающийся на данной стадии по сравнению с первой стадией, представляет большой интерес. Начнем с анализа ответов на вопросы, связанные с прогулкой, которые в общем являются более легкими, чем вопрос IV. Мы увидим, почему это так.

Важным новым моментом на второй стадии является установление связи между определением количественного числа и упорядочиванием: в самом деле, в противоположность испытуемым первой стадии, здесь каждый из детей заранее знает, что число тростей, остающихся в шкафу, равно числу кукол, остающихся дома, а число тростей, которые надо убрать, равно числу кукол, отправляющихся гулять. Так, например, Тис, осуществляя второе из этих соответствий, устанавливает, что одна кукла остается без трости, и тотчас ищет ее. Тал, насчитавший пять тростей, оставшихся в ящике, делает из этого вывод, что лишь пять кукол осталось дома. Шу, ошибочно допустивший, что шесть кукол не пойдут на прогулку, заключает отсюда, что в шкафу нужно найти шесть тростей, и поэтому добавляет одну, и т. д. Впрочем, надо отметить, что этот результат нисколько не противоречит непродолжительности количественных эквивалентностей, наблюдавшихся на второй стадии (гл. III и IV или § 3 данной главы): по сути дела, речь идет здесь не о сравнении двух разобщенных рядов, находящихся друг перед другом, а о фиксировании возможности возврата к соответствию, т. е. возврата, о котором испытуемые часто говорили на второй стадии количественного соответствия и который облегчается здесь сериальным соответствием.

Но хотя у указанных испытуемых сериальное соответствие предполагает возникновение количественного значения, это еще отнюдь не доказывает, что они уже открыли постоянные отношения, соединяющие два данных аспекта понятия числа, как можно было бы подумать, если бы мы ограничились изучением эксперимента с прогулкой и не проанализировали очень важные результаты, полученные в эксперименте с вопросом IV. Действительно, для решения проблемы V достаточно распределить куклы в две совокупности или два класса, один из которых $\geqslant n$, а другой $<n$ (или один $>n$, а другой $\leqslant n$), и проделать то же самое с тростями. Однако здесь еще не предполагается наличие операциональной системы, которая каждый новый ранг позволяет представить как еще одну количественную единицу, и наоборот; при этом просто подразумевается, что два ряда или два отрезка рядов, между которыми существует сериальное соответствие, находятся также и в количественном соответствии. Однако здесь есть очень важная деталь. Во втором случае ребенок отвлекается от отношений порядка, за исключением отношений $\geqslant n$ и $<n$, и, таким образом, просто определяет два класса: например, Тис собирает трости $>T6$ и говорит: «Это все большие трости»; Ора после сериации тростей $T6$ до $T10$ собирает лишь остальные, как остающиеся в шкафу; Шу поступает таким же образом, и т. д. Следовательно, в действительности это суть классы, элементы которых ребенок оценивает количественно методом пересчета, не принимая во внимание связи порядкового числа с количественным числом. Наоборот, в первом случае речь идет о понимании прямого отношения, связывавшего порядковые числа с количественными, а этого как раз ребенок данной стадии не понимает.

В самом деле, если мы перейдем от вопроса V к вопросу IV, то те же самые испытуемые демонстрируют удивительные трудности, с которыми они сталкиваются в попытках примирить порядковый и количественный аспекты соответствий; более того, им совсем еще не удается прийти к этим числовым понятиям в плане операций, и они ограничиваются их интуитивным предчувствием. В этой связи мы наблюдаем четыре вида попыток синтеза упорядочивания и определения количественного числа.

Самый элементарный метод состоит лишь в угадывании соответствия или в упорядочивании только одной из серий, а затем в угадывании соответствия с другой серией. Именно так поступает Тис, ошибочно приписывающий *Т*5 *К*6, но правильно указывающий на такие элементы, как *К*3 и *Т*3. Аналогичным образом Тал угадывает *Т*5 для *К*7, и т. д. Поступая таким образом, ребенок, естественно, использует имплицитную сериацию, но чисто качественного рода, и, следовательно, об упорядочивании в собственном смысле слова еще нет и речи.

Второй метод, примеры которого несколько раз встречались и который мы будем наблюдать также в связи с проблемой барьеров (гл. VI, § 3, 2-я стадия, случай с Женом), — это метод использования определения количественного числа, но при игнорировании упорядочивания. Случай с Талом очень хорошо это иллюстрирует: чтобы найти трость, соответствующую кукле 7, он считает куклы 10, 9, 8, 7, что составляет четыре, затем ищет четыре трости, правда, среди больших по размеру, но выбранных в произвольном порядке (10, 8, 5 и 9), и в конечном счете называет трость 9, так как она выбрана последней и должна поэтому соответствовать кукле 7! (Однако Тал правильно отвечает на вопросы в связи с «прогулкой», что хорошо показывает отсутствие прямой связи между этими двумя вопросами.)

Третий метод состоит в использовании упорядочивания, или, точнее говоря, сериации, но при этом упускается из виду определение количественного числа, вследствие чего установленное ребенком соответствие также не является точным; например, Ша для нахождения трости куклы 6 (прости были уже сериированы) упорядочивает по прямой линии куклы 10, 9 и т. д. до 6, но не ставит их напротив тростей (оба ряда начинаются в различных точках), в результате чего кукла 6 случайно оказывается под тростью 4, и это дает основание ребенку думать, что он открыл желаемое соответствие...

Наконец, четвертый метод состоит в одновременном использовании упорядочивания и определения количественного числа, но без координации искомого ранга с количественной характеристикой множества элементов; например, Ора, отыскивая трость для куклы 6, считает четыре предыдущие куклы, начиная с 10-й (10, 9, 8, 7), и затем называет трость 7, т. е. последнюю из четырех сосчитанных (также начиная с 10-й) тростей. Таким образом, при четвертом методе мы вновь обнаруживаем ошибки второй стадии, наблюдавшиеся в связи с вопросами II и III (см. предыдущий параграф).

Таковы отношения, устанавливаемые на данной стадии между упорядочиванием и определением количественного числа в том случае, когда речь идет о возврате к соответствию между двумя рангами, а не только между двумя совокупностями, количественное значение которых является бо́льшим или меньшим, чем количественное значение данного элемента. Мы ясно видим, что, продолжая стремиться к примирению порядка с количественным значением, ребенок не может думать о них одновременно: если он думает о количественном значении, то забывает о ранге (метод 2), если он думает о ранге, то забывает количественное число (метод 3), а когда он учитывает то и другое вместе, то при этом диссоциирует их в деталях (метод 4). Все, чему научился ребенок с первой стадии, заключается, следовательно, в том, что если у каждой из десяти кукол разных размеров есть трость, соответствующая ее росту, то общее число тростей также будет равно 10, и что если пять самых больших из этих кукол гуляют со своими тростями, то этими тростями будут пять самых больших тростей из совокупности. Однако ребенок не научился тому, что трость, соответствующая кукле *n*, будет не только *n*-й в серии тростей, но что она еще будет составлять вместе с предыдущими элементами количественное множество n тростей или, проще говоря, что сама n-я кукла является с необходимостью последней из n кукол. Может показаться, что первое из этих утверждений влечет за собой второе. Но это совсем не так, поскольку между ними есть два существенных различия, причем первое зависит от логической структуры операций, а второе — от их психологического механизма.

Действительно, с логической точки зрения вопрос V может быть полностью решен на уровне качественной логики.

1. Сериация кукол или тростей — это лишь вопрос асимметричных качественных отношений, так как каждый элемент понимается как отличный от всех других и каждое отношение различия между двумя элементами также отличается от всех других отношений.

2. Построение совокупности $\geqslant n$ или $<n$ состоит в простом определении двух классов, так как каждый элемент одного из этих классов является эквивалентным другим элементам того же класса (когда, например, Тис говорит «это все большие трости», с точки зрения этого соединения любая из них эквивалентна любой другой), но, конечно, каждый подкласс (или элементарный класс) отличается от каждого другого своими собственными свойствами, дающими, кроме всего прочего, возможность их сериации.

3. Общий класс кукол равен классу $\geqslant n$ плюс класс $<n$.

4. Наконец, эквивалентность между классом $<n$ кукол, т. е. классом $<(Kn)$, и классом n тростей, т. е. классом $<(Tn)$, может быть обеспечена простым качественным соответствием между элементарными классами, так как оба класса — класс $<Kn$ и класс $<Tn$ — имеют одинаковый объем; конкретно это означает, что у каждой куклы есть своя трость (и это, конечно, не мешает осуществлению соответствия классов $<Kn$ и $<Tn$ с помощью количественного числа, если испытуемый отдает ему предпочтение). Наоборот, проблема IV, или, точнее говоря, понимание того, что n-я кукла с необходимостью является крайним членом n кукол, предполагает отвлечение от тех свойств, по которым каждый элемент рассматривается одновременно как эквивалентный каждому другому и как отличающийся от них своим порядковым положением (причем, каж-

дое различие между двумя соседними рангами эквивалентно каждому из других различий). Другими словами, это предполагает, что элементы рассматриваются уже не поочередно и отдельно, как в предыдущей системе, а одновременно как члены классов и члены отношений, т. е. симультанно, как одно операциональное целое. Нетрудно заметить, что это и составляет смысл нашего определения числа.

Этому логическому противоречию соответствует следующее различие в психологическом функционировании. Вопрос V, относящийся лишь к качественной логике, может быть решен наглядно (не потому, что он относится к качественной логике, а потому, что нет нужды для обобщения наличных качественных операций во всех их последствиях). В самом деле:

1) Качественная сериация осуществляется на данной стадии наглядно.

2) Классы $\geqslant n$ и $<n$ тоже легко разграничить наглядно.

3) Операция сложения классов (класс $\geqslant n +$ + класс $<n =$ весь класс K или T), которая не могла бы быть осуществлена наглядно, если бы речь шла о симультанном рассмотрении целого (класс K или T) и части (класс $<Kn$ и т. д.), может, наоборот, очень хорошо выполняться наглядно в том случае, когда речь идет лишь о делении на два подкласса при определенном разбиении целого.

4) Качественное соответствие между классами $<Kn$ и $<Tn$ на данной стадии также легко осуществляется наглядно. Наоборот, числовые операции, используемые нашими испытуемыми для решения вопроса IV (методы 2—4), не могут хорошо осуществляться наглядно и предполагают операциональную координацию. Именно поэтому испытуемые данной стадии не могут найти решения и только детям третьей стадии удается без труда это сделать. Эти утверждения лишний раз показывают, что сериальное соответствие качественного порядка осваивается на второй стадии в той мере, в какой оно может быть осуществлено наглядно. Обобщение качественных операций и построение порядкового соответствия осуществляется, однако, лишь на третьей стадии, так как эти операции предполагают операциональный механизм в собственном смысле слова, в частности, для осуществления координации поряд-

кового и количественного числа. В целом же мы можем сделать вывод (подобно тому, как мы это сделали в § 3) о том, что вторая стадия характеризуется возникновением связи между упорядочиванием и определением количественного числа, однако эта связь не является еще прочной.

В противоположность этому на третьей стадии, как мы увидим ниже, решается не только вопрос V, но сразу же удается правильно решить и вопрос IV (после хаотичного поиска деталей или даже без него); оформление порядкового соответствия завершается, наконец, установлением необходимой связи с завершением поступательного развития определения количественного числа (что уже было проанализировано в главах III и IV). Приведем примеры этой третьей стадии.

Шен (6; 6). Куклы и трости в беспорядке. Вопрос V. «Куклы, бóльшие, чем эта (*К*5), пойдут гулять. Положи в шкаф трости, остающиеся дома. — (Шен внимательно смотрит на куклы, потом берет трости в порядке *Т*1, 2, 3, 4 и 5 и кладет их в шкаф.) — Сколько кукол остается дома? — *Пять*. — Откуда ты знаешь? — *Я их сосчитал от одного до пяти*. — Этот человечек (*К*5) тоже пойдет гулять. — *Тогда останется четыре трости*. (Ищет трость в шкафу). — Что ты делаешь? — *Я смотрю, какую трость нужно вытащить*. (Сериирует трости и вынимает *Т*5.)»

С другой стороны, когда Шен уже сосчитал куклы от 1 до 5, его спрашивают: «Какая кукла самая большая? — *Последняя* (*К*10). — А можно было бы также сказать, что она первая? — *Да, можно*. — А эта (*К*9)? — *Вторая*. — А эта (*К*8)? — *Третья* (и т. д.). — А если говорят, что человечек четвертый, то сколько перед ним? — *Три*. — А если восьмой? — *Семь*. — Почему? — *Я в уме сосчитал, сколько останется*».

Вопрос IV. «С какой куклой пойдет эта трость (*Т*5)? — *Вот с этой* (*К*5). — Почему? — *Я в уме сосчитал*. (Показывает *К*10—5 и *Т*10—5.)»

Виг (6; 6). Вопрос IV. Куклы и трости в беспорядке. «Какую трость нужно взять для этой куклы (*К*7)? —)Виг строит серию *К*10, *К*9 и *К*8 и показывает *Т*8, но непроизвольно продолжает сериацию и, дойдя до середины, кричит.) *«Нет, вот эту* (*Т*7), *потому что у них у всех свои трости!»* Иными словами, он исправляет свою ошибку, согласуя ранг и определение количественного числа. «А для этой куклы (*К*6)? — *Вот эту* (*Т*6). — Как ты узнал? — *Я посмотрел, сколько их»*.

Эти примеры демонстрируют установившуюся координацию между порядком и количественным числом. Виг, например, начинающий с приписывания *Т*8 к *К*7, т. е. совершающий ошибку второй стадии, стихийно исправляется, вспоминая принцип количественного соответствия. Что касается Шена, то он не только согласен осуществить инверсию своей нумерации и обозначить через 1, 2, 3, ... то, что он до сих пор обозначал в порядке 10, 9, 8, ... (это показывает, что для него ранг стал соотносительным с порядком чистой последовательности), но, кроме того, он понимает, что при любом порядке перед 8-м элементом всегда имеется 7, и т. д. Таким образом, в результате установления связи с определением количественного числа порядковое соответствие усваивается операционально.

ГЛАВА VI. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАНГА И КОЛИЧЕСТВЕННОГО ЧИСЛА[1]

Изучение сериального соответствия (или качественного подобия) и порядкового соответствия (или подобия, распространенного на любую последовательность единиц) привело нас к гипотезе о том, что упорядочение (определение ранга) всегда предполагает определение количественного числа, и наоборот, причем этот вывод совпадает с выводом, полученным при изучении генезиса количественного соответствия.

В самом деле, если между двумя совокупностями установлено соответствие с прочной и необходимой эквивалентностью, то возникает вопрос: каким образом ребенку удается придавать этим множествам количественное значение, не имея в своем распоряжении даже хорошо усвоенных названий числа? Это можно сделать путем упорядочивания элементов в двух соответствующих рядах, т. е. с помощью сериации. Но тогда каким образом испытуемый различает разные единицы, которые следуют «друг за другом»? Он их различает потому, что второй элемент вместе с первым дает в сумме больше, чем один первый, а третий вместе с двумя первыми составляет еще большую совокупность, и т. д. Следовательно, лишь соединение каждого элемента с предыдущими дает возможность определять ранги точно так же, как лишь посредством рангов можно дифференцировать единицы, которые в другом аспекте являются эквивалентными.

С другой стороны, определение ранга и определение количественного числа оказываются связанными и в

[1] При участии З. Гликэн.

случае поэлементного соответствия, еще не приводящего к необходимой эквивалентности (вторая стадия), но связанными, если можно гак выразиться, негативно. Действительно, если сумма членов не считается постоянной, то это делает невозможным приведение в соответствие их рангов, как мы только что видели в предыдущей главе.

Но можно ли утверждать, что эта взаимная связь определения ранга и определения количественного числа, на которой с позиций математической логики особенно настаивали Л. Бруншвик, А. Реймон и др., подтверждается в плане психологического генезиса понятий? Складывается впечатление, что изучение различных типов соответствия доказало такую возможность. Однако эту проблему еще нужно рассмотреть с точки зрения устного счета, разумеется, опираясь на конкретный материал, который, с одной стороны, поддается сериации, а с другой — количественной оценке. В этой связи мы провели три вида экспериментов. Самый простой заключается в том, что испытуемому предлагают разложить по сериям палки, изображающие ступеньки лестницы, а затем, разрушив серию и указывая на одну из палок, его просят определить число уже пройденных ступенек. Второй эксперимент состоит в том, что испытуемому предлагают построить серию картонок таким образом, чтобы вторая картонка была в два раза больше первой, третья — в три раза и т. д., а затем, перемешав картонки, его просят ответить на вопрос: сколько единиц можно вырезать из одной картонки? В третьем эксперименте ребенку предлагают осуществить сериацию барьеров разной высоты, разделенных матами так, чтобы было $n+1$ матов для n барьеров, а затем, после перемешивания экспериментального материала, просят ответить на вопрос, скольким матам соответствует барьер, преодоленный спортсменом, либо на вопрос: какому барьеру соответствует данное число матов? Результаты этих трех экспериментов мы будем рассматривать в данной главе, а затем подведем общий итог обсуждению проблемы упорядочивания, сравнив эти результаты с результатами анализа порядкового соответствия (гл. V и VI).

§ 1. Эксперимент с палками и проблема сериации. В предыдущей главе мы уже приступили к изучению сериации. Но эксперимент с палками, поскольку он дает возможность несколько модифицировать предлагаемые ребенку вопросы, принесет нам некоторые дополнительные данные. Поэтому возникает необходимость вновь вернуться к проблеме сериации, рассматривая ее как введение в проблему числового упорядочивания.

В этой связи мы применяли следующую экспериментальную методику. Ребенку (вопрос I) предлагают совокупность из 10 маленьких палочек разной длины и просят сериировать их, начиная с самой маленькой палки (A) до самой большой (K). Когда серия построена, испытуемому (вопрос II) дают (на этот раз по одной, но в любом порядке) 9 новых палок (которые мы будем называть $a-i$), говоря, что их забыли и что теперь их нужно включить точно по их рангу[1]. Отсюда серия: A, a, B, b, C, c, D, d, E, e, F, f, G, g, H, h, I, i, K. Затем ребенку (вопрос III) предлагают сосчитать все элементы серии (в том числе и включенные палки) и оставляют перед ним некоторое количество элементов, соответствующее очень хорошо знакомой ему цифре (если, например, он начинает колебаться в счете с 10, то оставляют 8 палок, и т. д.). Далее, оставляя серию на месте, показывают на какую-нибудь палку и спрашивают, сколько ступенек лестницы уже преодолела кукла, дойдя до данного пункта (можно осуществить действительное движение маленькой куклы от одной палки к другой или наметить ее движение символическим жестом, как будто бы она поднималась по лестнице). Испытуемого спрашивают также, сколько ступенек кукла оставила за собой и сколько их ей осталось пройти, чтобы подняться до конца лестницы. Наконец, в последнем виде эксперимента (вопрос IV) смешивают палки и ставят те же самые вопросы, причем испытуемый, прежде чем ответить на вопрос, должен восстановить сериацию.

В самой сериации палок можно различить три этапа (вопросы I и II). Во-первых, это стадия, когда дети совершенно не в состоянии построить любую полную сериацию, даже для палок $A-K$, или им удается составить лишь небольшие рядоположенные серии, не объединенные общим порядком. В лучшем случае им

[1] Длины палок A, B, C и т. д. различаются примерно на 0,8 *см*, а палки a, b, c и т. д. различаются от предыдущих приблизительно на 0,4 *см*, причем все размеры находятся в пределах примерно между 9 и 16 *см*.

удается построить лестницу с учетом только верхней части каждой палки, но поскольку они пренебрегают нижней частью, а следовательно, и общей длиной каждого элемента, в силу этого их лестница оказывается правильной лишь с точки зрения целостной фигуры, образуемой вершинами; если же учесть, что палки не стоят на горизонтальной линии, то их последовательность не соответствует действительному порядку их размеров. На второй стадии ребенок строит правильную лестницу методом хаотичного поиска, но ему не удается прийти к системе отношений, посредством которой он мог бы контролировать свои пробы и ошибки и, в частности, получить возможность безошибочно включать дополнительные палки. Наконец, на третьей стадии каждый элемент сразу занимает нужное положение, так что он оказывается одновременно больше предыдущих и меньше последующих элементов.

И в развитии отношений между упорядочиванием и определением количественного числа (вопросы III и IV) можно также различить три стадии, соответствующие grosso modo предыдущим. На первой стадии ребенок не понимает, что для оценки того, сколько ступенек, начиная с самой маленькой (*A*), преодолела кукла, нужно определить ранг рассматриваемой палки *N*, и удовлетворяется произвольной оценкой. На второй стадии ребенок понемногу понимает, что ему нужно восстановить лестницу, но думает, что необходимо вновь построить всю серию от палки *A* до *N* и от *N* до *K*, как будто более высокие, чем *N*, элементы столь же полезны для определения ранга *N*, как и менее высокие. У этих испытуемых наблюдается характерная трудность в осуществлении диссоциации отрезка серии и целостности, поэтому они часто смешивают элементы от *A* до *N* (уже пройденные ступеньки) с элементами от *N* до *K* (которые еще нужно преодолеть). Наконец, на третьей стадии ребенок понимает, что для определения места *N* ему достаточно отрезка от *A* до *N* и что ранг равнозначен числу уже пройденных ступенек.

Приведем сначала два примера первой стадии, для которой характерна неудача в осуществлении сериации и отсюда, естественно, полное непонимание отношений между упорядочиванием и определением количественного числа.

Лил (4; 0). Вопрос I. «Покажи самую маленькую ступеньку. — (Показывает правильно.) — Теперь поищи ступеньку немного побольше, чем эта. — Она берет значительно бо́льшую и ставит рядом с *A*.) — Покажи самую большую. — (Показывает произвольно выбранную большую палку, не пытаясь сравнивать.) — Попробуй теперь положить самую маленькую палку, потом палку побольше, чем побольше и т. д. — (Лил берет *I* и кладет рядом с *A*, потом *E*, потом *H* и т. д. без всякого порядка.) — Смотри, сначала кладут вот так (*A, B, C*). Получается вроде лестницы. Продолжай. — (Лил продолжает: *K, F, D, I, G*, т. е. в беспорядке.) *Вот так?*» Дойдя до этого пункта, Лил открывает способ построения лестницы, свойственный этой стадии: она берет палку *B* и кладет за ней палку *H*, но так, чтобы вершина *H* немного возвышалась над вершиной *B*, не обращая, однако, внимания на основания. Затем добавляет *K, F, D, I, G* и т. д., серийруя лишь вершины. Тогда ее просят начать сначала, но с помощью четырехгранной линейки, служащей горизонтальной поддержкой; Лил строит серию *A, C, H, G, E*. Разрушаем эту серию и показываем, как должна строиться вся лестница, затем разрушаем ее и просим Лил построить ее снова; она кладет *A, B, C, D, H, F, E, G*.

Вопрос III. Не может дать никакой оценки.

Эли (4; 0). I. «Положи самую маленькую. — (Правильно.) — А самую большую? — (Показывает произвольно выбранную большую палку.) — Расставь теперь... и т. д. (правило лестницы). — (Строит серию *A, B, G, K, H* и т. д., потом линейно размещает *A, B, K* и т. д., так что вершины образуют лестницу, причем не обращает внимания на основания.) (После проб такого рода испытуемому показывают, как делать лестницу на горизонтальной основе, потом ее разрушают, а Эли пытается восстановить: получается *A, I, H, F, D*. Когда речь идет о пересчете палок, Эли считает: *один, два, три, пять, десять, три, четырнадцать* и т. д.)»

Рассматриваемые с точки зрения поставленной проблемы реакции этих испытуемых свидетельствуют об уровне, предшествующем даже наглядной сериации. Конечно, уже с первых лет жизни и особенно после непродолжительных попыток освоения этой проблемы ребенок может упорядочить три предмета от наименьшего к наибольшему (например, три кольца пирамиды) — и это составляет начало определения ранга. Точно так же с возникновением к десятому — двенадцатому месяцу сенсо-моторного интеллекта он может различить, что в этих трех элементах имеется «больше» предметов, чем в паре, — и это означает начало определения количественного числа. Но так же как с количественной точки зрения ребенок 3 или 4 лет остается неспособным решить вопрос, какое из разных множеств от 20 до 25 фасолин является более многочисленным (поскольку он не умеет приводить совокупности в поэлементное соответствие и не может глобально судить об их соответствующих значениях), так и с точки зрения порядка тому же ребенку будет затруднительно раскладывать по сериям кубики или палки, если их количество превышает определенный предел или если разница объема или длины, разделяющая их, слишком малозаметна, чтобы привести к систематическим сравнениям. Следовательно, никоим образом не желая утверждать, что таким испытуемым, как Лил и Эли, недоступна никакая сериация и что они должны поэтому быть включены в предсериальный период в абсолютном смысле слова, мы просто утверждаем, что с точки зрения рассматриваемой здесь проблемы, — т. е. проблемы манипулирования с 10 данными палками (плюс 9 включенных элементов), различающимися лишь по длине, — этим детям не удается какая-либо правильная сериация без посторонней помощи. Именно в отношении к этой проблеме наши испытуемые остаются на предсериальном уровне. Что же касается определения количественного числа, то они, как это выяснилось, не умеют оценивать совокупности, состоящие более чем из двух или трех предметов, так как счет предполагает определение ранга. Например, Эли в своей попытке счета дважды повторяет число 3. Следовательно, здесь нет никакого реального отношения между определением ранга и определением количественного числа.

Но тем интереснее выяснить вопрос, что же мешает этим испытуемым строить лестничные серии, т. е. наиболее наглядные из серий, так как эти трудности, в силу своей относительной устойчивости, могут пролить свет на последующие стадии, т. е. на возникновение порядкового периода в собственном смысле слова.

Следует отметить, во-первых, что хотя эти дети сразу могут показать «самую маленькую палку», они тем не менее называют произвольно выбранную большую палку, когда их просят дать «самую большую», как будто бы самая большая палка — это какая-то палка, большая сама по себе, независимо от ее отношений с другими палками. Уже это первоначальное поведение является поучительным; в самом деле, когда ребенок данного уровня старается определить ранг одной из палок, то все происходит так, как будто бы он не сравнивал ее со множеством других или по крайней мере со множеством оставшихся палок, а просто искал по отношению к первой попавшейся или к любой из «маленьких» одну «большую», еще одну «большую» палку и т. д. Во-вторых, серия предполагает наличие постоянного направления при установлении связей между элементами, а это направление, по-видимому, здесь также отсутствует.

И вдруг в какой-то определенный момент ребенок находит способ построения лестницы с учетом одних лишь вершин и независимо от оснований. В этот момент оба предыдущих условия оказываются частично выполненными. Однако так как общая длина палок еще не учитывается, то ребенок отнюдь не испытывает необходимости в сравнении на основе постоянной прогрессии каждой палки с теми, которые предстоит еще классифицировать, а также с предыдущей палкой. Таким образом, этот способ действия заменяет теперь систему отношений, осуществляемых посредством восприятия простой наглядной целостной фигуры. Однако это значит, что здесь еще нельзя говорить об определении ранга в собственном смысле слова, так же как груда сама по себе подразумевает лишь глобальную и нерасчлененную оценку, но еще совершенно не предполагает выделения действительных связей. Лестница, построенная методом простой подборки вершин, оказывается поэтому формой перехода от предпорядкового хаоса к определению ранга, а этот переход совершается с помощью перцептивной структуры. Аналогичное положение имеется и в случае определения количественного числа, когда для перехода от глобальной оценки к поэлементному соответствию ребенок действует методом сравнения более или менее хорошо проанализированных фигур.

Приведем теперь примеры второй стадии, начав с интересного случая, составляющего промежуточное звено между первой и второй стадиями и показывающего переход от предотносительных суждений к эмпирической сериации.

Кла (4; 6). I. Начинает с показа самой маленькой и самой большой из палок, потом, не производя выравнивания других палок по одной горизонтальной линии, строит два ряда, учитывая отношения остальных элементов к *A* и *K*. Слева он ставит маленькие элементы *A, C, F, D, E, G, B, H*, а справа, вытащив из первого множества элемент *G*, ставит большие — *G, I, K*. Затем исправляет на *A, C, H, F*, потом на *A, B, C, H, E, F, D*, далее на

A, B, C, D, E, F, H и рядом с *H* кладет последние три элемента — *G, I, K*. После этого Кла выравнивает основания, исправляет конец ряда на *F, G, I, K*, H, потом три последние — на *D, H, G*, далее на *F, H, K* и, наконец, находит правильную расстановку. После каждой расстановки мы ограничивались вопросом: «Так правильно?»

II. Что касается дополнительных палок, то он помещает *d* между *C* и *D*, затем после *E*, перед *B* и, наконец, правильно, перед *E*. Элемент *a* размещает правильно, потом ставит *f* между *B* и *C* и т. д.

III. После этого ему предлагают сосчитать палки, оставив лишь *A, a, B, b, C, c, D, d;* Кла понимает вопрос IV. Смешивают восемь палок и говорят: «Кукла — здесь (*b*). Сколько ступенек за ней? — *Две, потому что эта (a) — позади нее.* — Сколько ступенек она прошла? — *Две, нет три* (ставит *A, B* и *a* перед *b*). — Сколько ступенек ей еще нужно пройти? — (Считает пустое пространство после *b*.) *Восемь.* — Почему восемь? — *Потому что их всех восемь.* — (Снова перемешивают.) Посмотри, кукла — здесь (*C*). Сколько ступенек она прошла? — (Приводит в порядок всю лестницу и считает.) *Четыре.* — Сколько ступенек ей остается пройти? — *Десять, нет три».*

Вот (4; 10). I. Сразу показывает самую маленькую палку, но вместо самой большой выбирает произвольно просто большую палку (*H*), затем приводит в порядок свою серию, не интересуясь общим основанием: *A, H*, затем *A, B, H*, далее *A, B, C, D, E, F, G, H, I, K*.

II. Ставит *g* перед *K*. Ставит *C* на место *A*, потом делает правильно. Ставит *g* между *C* и *D*, потом *i* между *H* и *I* и т. д.

III. Упорядочив серию, мы оставляем 8 элементов, и Вот правильно понимает вопрос IV. Но когда палки смешивают, он думает, что кукла, находящаяся на *b*, преодолела ступеньки *a, d* и *D* и т. д. «Сколько ей еще нужно пройти? — (Насчитывает 8.)»

Сан (5; 0). I. Правильно выбирает наименьшую и наибольшую палку, затем упорядочивает *A, B, C*. Дойдя до *D*, он сравнивает этот элемент с каждым другим отдельно, даже с самыми большими, и помещает его после *C*. Палки *E—K* раскладываются по сериям с пробами и ошибками (исправления вносятся в самую серию).

II. Правильно включает элемент *i* перед *K*, затем сравнивает *e* с *E, F, D, E*, потом, прежде чем его разместить, сравнивает со всеми остальными в серии. Так же поступает с *g*. Элемент *h* ставит перед *G*, потом кричит: «*Нет, так не выйдет, это слишком трудно».*

III. Правильный счет до 9. Оставляют 8 элементов, и Сан считает правильно.

IV. Палки лежат хаотически. Сан показывает ступеньки *A, b* и *B*, как уже пройденные, когда кукла находится на *C* (забывает *a*), и т. д. Когда речь идет о ступеньках, предшествующих *D*, он восстанавливает всю лестницу. Когда речь идет о ступеньках, которые нужно еще пройти, он опять-таки показывает всю лестницу.

Брю (5; 6). I. С несколькими пробами и ошибками строит правильную серию от *A* до *K*.

II. Для включения элемента *h* он перемещает *K, I, H*, затем размещает его правильно. Для включения *g* он убирает *G*, ставит *g* перед *H*, убирает *E*, ставит *G* после *F* и т. д. Таким же образом он начинает с размещения *e* перед *E*, потом после *F*.

III. Правильные ответы до 8.

IV. Палки перемешаны. Брю дезориентируется когда нужно определить, сколько ступенек имеется перед *C*: он берет элемент *d*, который помещает сначала перед, потом после *C*, ставит *A* перед *C*, далее строит всю серию правильно: «Сколько уже пройдено? — *Пять* (правильно). — А сколько еще остается пройти? — *Восемь*».

Дит (5; 6). I. Начинает с построения ряда некоординированными парами *AB, HG, EF, IC, DK*, потом добивается правильной серии без элемента *H*, который добавляет позднее.

II. Большие трудности: ставит *h* после *K*, *g* после *H*, *d* между *c* и *D* и т. д. Добивается ряда *A, a, B, b, C, c, D, d, E, e, F, f, H, g, G, I, h, K, i*. «Твоя лестница построена правильно? — *Нет, не очень*». Постепенно исправляет. В какой-то момент он замечает, что элемент слишком мал для предоставленного ему положения; тогда он просто его приподнимает на несколько миллиметров.

III. Правильные ответы до восьми элементов.

IV. Палки лежат хаотически; испытуемому показывают *B*, и Дит правильно отвечает, но без сериации двух уже пройденных ступенек. «Сколько ступенек еще нужно пройти? — *Может быть, одиннадцать*, (следовательно, он считает 5 остающихся элементов). — Если бы ступенек было всего одиннадцать, а кукла была бы на 3-й ступеньке, вот здесь (*B*), то сколько она еще должна была бы пройти, чтобы добраться до конца? — *Тогда она должна еще пройти одиннадцать*».

Приведем, наконец, два случая с детьми, правильно отвечающими на вопросы о ступеньках, которые еще нужно пройти, но благодаря эмпирическому методу, характерному для данной стадии.

Миг (5; 8). I. Упражнение удается после нескольких исправлений.

II. Включает элемент *e* между *D* и *E*, затем решает задачу правильно. Ставит *i* после *H* и т. д., но каждый раз исправляется, прежде чем продолжить сериацию.

III. Правильные ответы при восьми элементах.

IV. Восемь ступенек расположены хаотически; чтобы узнать, сколько ступенек находится перед *D*, он считает пустые места на столе, которые до этого были заняты, доходит, таким образом, до 7, затем ищет палки, меньшие, чем *D*, и заканчивает сериацией всех элементов, чтобы найти 6 (правильно). Когда кукла находится на *C*, Миг правильно считает предшествующие 5 ступенек, но в отношении остающихся элементов думает, что он должен построить серию, вместо того чтобы просто сосчитать остаток.

Шал (5; 10). I и II вопросы решает так же, как и предыдущие испытуемые.

III. Правильные ответы для десяти элементов.

IV. (Расположение хаотическое.) Чтобы сосчитать ступеньки, предшествующие *D*, он строит серию *A, a, B, b, C, c*, затем продолжает *d, E*. «Сколько она уже прошла? — *Шесть* (правильно). — А если она здесь (*G*), то сколько ей еще остается пройти? — (Строит всю серию и правильно считает.)»

Эти несколько случаев дают общее представление об эволюции, совершенной на второй стадии, т. е. между уровнем, на котором ребенок неспособен к сериации палок *А—К* (1-я стадия), и уровнем, на котором серия строится без колебаний, даже в отношении элементов, включаемых после выполненного действия (3-я стадия). С точки зрения самой сериации вторая стадия является весьма однородной. Каждому из этих детей удается с пробами и ошибками (но без посторонней помощи) построить серию *А—К*. С другой стороны, ни одному из них не удается без ошибок и без длительных хаотичных поисков включить дополнительные палки после того, как первая серия уже построена. Эта противоположность между удачным результатом для первой серии и неудачей включения новых элементов хорошо определяет, как нам кажется, действительный достигнутый уровень со всеми вытекающими отсюда последствиями (о которых мы будем говорить ниже) для отношений между определением ранга и определением количественного числа.

Прежде всего, возникает вопрос: за счет чего этим испытуемым удается осуществить сериацию 10 палок, симультанно данных в начале опыта, тогда как дети первой стадии не могут этого сделать? Для осуществления сериации логически необходимо, как мы уже говорили в главе V (§ 2), чтобы каждый элемент сразу выбирался как самый маленький из всех остающихся и как самый большой из предшествующих. Следовательно, с одной стороны, устанавливаются связи каждого элемента со всеми другими, а с другой — устанавливается постоянное направление следования в этой координации. Например, Клан и Вот, начинающие (как и испытуемые первой стадии) один — с распределения палок на маленькие и большие (как будто серия не является непрерывной), а другой — с указания на какую-нибудь большую палку (*H*) (как будто она самая большая), затем правильно осуществляют сериации, хотя и через множество перестановок и исправлений, по-видимому, предполагаемых этими отношениями. Точно также Сан самым очевидным образом демонстрирует эту рождающуюся относительность, когда после классификации *А*, *В*, *С* он сравнивает *D* со всеми остальными элементами, примеряя его к каждому, в том числе и к самым большим элементам. С другой стороны, оказывается, что без общего направления, ориентирующего сравнения всегда в одну и ту же сторону, установления связи самой по себе недостаточно для построения серии; это хорошо подтверждается экспериментом с Дитом, который действует методом составления разнородных пар с последующим их подбором друг к другу в единой серии. Однако, по сравнению с методом, присущим третьей стадии, у этого способа действия есть свои пределы. Когда Тис, например, сознательно сравнивает элемент D с каждым из других, он, конечно, оказывается выше испытуемых первой стадии. Однако ясно, что только одно из его измерений приводило к серии других измерений. В случае с Дитом, когда он строит свои пары, как и вообще в каждом хаотичном поиске, осуществляемом этими детьми, создается еще более ясное впечатление, что этому уровню не хватает именно симультанной координации множеств: серия конструируется шаг за шагом, причем она заранее не дана в логическом действии, которое «группировало» бы все отношения. Причина такого положения ясна: данные испытуемые просто заменяют логический порядок наглядностью, т. е. сериацию — перцептивным сравнением. В самом деле, если нельзя установить аддитивную или мультипликативную связь каждого разчлененного отношения со всеми другими отношениями, то достаточно построить общую фигуру путем проб и ошибок. Именно это делают уже наиболее развитые испытуемые первой стадии при построении лестницы с помощью вершин. Дети второй стадии поступают таким же образом, и фигура становится благодаря этому аналитической и точной, но она является лишь наглядным эквивалентом операциональной серии.

Лучшим доказательством того, что эти испытуемые останавливаются на указанном виде фигуры, является трудность, обнаруживающаяся у них при включении дополнительных элементов a — i в первоначальный ряд. Действительно, здесь наблюдается примечательное и, по-видимому, постоянное явление: построение серии является более легким делом, чем включение новых элементов. Дети, которым удается с минимальным поиском (Миг и Шал, например) решить первую из этих двух проблем, несколько раз ошибаются при включении элементов a—i; дети, у которых поиск в первой серии оказывается продолжительнее, делают при включении грубые ошибки (Кла, Вот, Дит и т. д.). Сан, у которого наблюдалось систематическое установление отношений в серии $A—K$, включает h перед D (т. е. ошибается на 4 ранга) и заканчивает восклицанием: «Нет, так не выйдет, это слишком трудно». Однако включение нового элемента предполагает операции установления связей, которые гораздо труднее заменить наглядностью, чем в случаях построения de plano первоначальной серии. Конечно, прежде всего, возникает проблема восприятия: законченная серия образует замкнутую целостную фигуру, и, следовательно, новую палку труднее сравнить с палками, уже составляющими часть этой глобальной структуры, нежели соизмерять ее с изолированными элементами.

Но это различие перцептивного порядка показывает, что построение серии зависит от наглядности, тогда как при включениях этого нет.

Для построения серий без логической, в собственном смысле слова, координации достаточно поставить *последовательно* наименьший из всех элементов+наименьший из всех остающихся + ... и т. д., тогда как для размещения элемента x в ряду $A<B<C<...$ нужно включить его между X и Y так, чтобы сразу (и выражение «*сразу*» получает теперь действительный смысл психологической симультанности) имело место $x>X$ и $x<Y$. Однако координация двух отношений не может быть делом простого восприятия, поскольку X и Y не даны (как в случае, когда ребенок поставил A, B, C и отыскивает D лишь из группы следующих элементов), а должны быть определены в одно и то же время и в зависимости друг от друга. По-видимому, лучшим доказательством того, что эта проблема не является исключительно перцептивной по своему характеру, служит тот факт, что ребенок не только проводит хаотичный поиск при включении элементов $a—i$ (в этом нет ничего удивительного и интересного), но что он удовлетворяется своими ошибочными включениями. Например, Вот не исправляет без наших подсказок ни одного из своих включений. Аналогичным образом Дит оказывается доволен рядами C,c,d,D и H,g,G,I,h,K,i, а Миг — рядом D, e, E до тех пор, пока мы не вмешиваемся. Итак, здесь уже нет проблемы восприятия, ибо, если уж ошибочная серия построена, ее легко было бы упорядочить, а если ребенок затрудняется сделать это,

значит, он чувствует, что возникает какая-то новая проблема, которая выше его понимания.

Если мы теперь перейдем к рассмотрению отношений между определением ранга и определением количественного числа, то окажемся точно в таком же положении; только по мере того, как сериация станет операциональной, т. е. будет основываться на одновременной координации всех отношений, или, говоря более точно, на их «группировке», испытуемый получит возможность соединить в одно целое определение количественного числа и определение ранга. До этого момента в глазах испытуемого ранг остается качественным и его понимание не включает в себя точного числа элементов. Вот почему мы видим, как у испытуемых (от Кла и Вота до Мига и Ша) начинается непрерывная эволюция от почти полного непонимания к правильному эмпирическому решению (с многочисленными хаотичными поисками).

Напомним, что пока ряд остается упорядоченным (вопрос III), все дети данной стадии могут безошибочно указать, сколько ступенек преодолела кукла, сколько ступенек осталось позади нее и сколько ей еще нужно пройти. Конечно, такая способность ничего не доказывает в отношениях между определением количественного числа и определением ранга: это — простое перцептивное чтение с применением устного счета и без операций в собственном смысле слова. Настоящее же понимание ребенка проявляется в момент разрушения ряда. И что здесь оказывается необычным — так это то, что, продолжая хорошо понимать вопросы, которые ему были только что предложены в вопросе III, ребенок уже не может на них ответить.

Уже на самом начальном уровне данной стадии Кла, Вот и Сан могут восстанавливать небольшие ряды из двух и трех палок, что свидетельствует о хорошем понимании ими смысла поставленных вопросов. Так, Клан знает, что находящаяся в B кукла уже преодолела три ступеньки — A, a и B, а Сан говорит, что если кукла находится в C, то ступеньки A, B и b находятся за нею (он забывает a). Но хотя при коротких рядах они и приходят к этому наглядному пониманию, все происходит так, как будто бы им не удалось разложить общую серию на два отрезка, разделенных ступенькой, на которой находится кукла. Например, Кла и Вот, знающие, что находящаяся в b кукла преодолела 3 ступеньки, отвечая на вопрос, сколько ей осталось пройти, перечисляют 8 членов серии. На среднем уровне Брю и Дит также могут хорошо понять, что счет уже пройденных ступенек зависит от ранга ступеньки, на которой находится кукла. Но если Брю правильно считает, что кукла, находящаяся в C, преодолела пять ступенек, он все же не может определить, сколько ей осталось пройти, и считает всю серию в целом. Дит отвечает так же, но еще более четко. Однако во избежание недоразумения следует еще раз напомнить, что эти дети правильно отвечали на тот же вопрос, пока серия была целой; когда же ее разложили, они растерялись. Что касается Мига и Ша, т. е. испытуемых, стоящих на границе между второй и третьей стадиями, то им удается решить проблему лишь на основе полной сериации ступенек до конца, т. е. для них явно недостаточно ограничиться счетом тех ступенек, которые не входят в серию уже пройденных.

Действительное объяснение этих трудностей становится очевидным, как только мы обратимся к рассмотрению способа, при помощи которого ребенок строит серию. Когда сериация начинает осуществляться методом операций в собственном смысле слова, т. е. путем одновременной координации всех отношений, тогда становится ясно, что любой элемент, упорядоченный по его высоте, испытуемый сразу понимает как более высокий в сравнении с предшествующими и как более низкий в сравнении с последующими. Поэтому, пока речь идет о выражении этой качественной (но уже ставшей операциональной) сериации в терминах числового определения ранга и определения количественного числа, т. е. об установлении соответствия между уже упорядоченной суммой элементов и порядковым номером данного элемента, до тех пор из этих отношений, участвующих в построении серии, будет непосредственно вытекать тот факт, что серия все время оказывается разделенной на два отрезка, причем один идет от начального элемента A и доходит до заданного элемента N, а другой — от этого элемента N до крайнего элемента T. Отсюда тем более ясно, что рассматриваемое порядковое число N может выражаться количественным числом N, представляющим собой сумму элементов $A \dots N$, и что второй отрезок равен количественному числу T (соответствующему рангу T) без элементов $A \dots N$, т. е. $T—N$. Когда же серия строится не методом операциональной координации отношений, а просто с помощью ряда перцептивных отношений, эта наглядная сериация не может быть выражена во взаимосвязанных понятиях числового определения ранга и числового определения количественного числа, потому что серия остается неразложимой.

Если встать на эту точку зрения противоположности между наглядными качественными рядами и операциональными, или числовыми, рядами, то становится вполне понятным, почему у ребенка возникает больше трудностей при счете ступенек, которые кукла еще должна пройти, чем при счете уже пройденных ступенек. Если наглядный ряд представляет собой лишь рядоположенность перцептивных отношений, то ребенку, когда он видит куклу в N, относительно легко восстановить ряд $A \dots N$, т. е. осуществить качественную сериацию пройденных ступенек, а затем сосчитать их. Наоборот, еще не пройденные ступеньки предполагают сложное отношение $A \dots < N < \dots T$, т. е. координацию (предполагающую одновременно сложение и вычитание) двух обратных отношений $N > \dots A$ и $N < \dots T$, которая выражается в количественном плане вычитанием $T — N$, а не простым аддитивным рядом $A \dots N$. Это обстоятельство объясняет, например, трудности, возникающие у Дита при понимании отношения 8—5=3 и при попытке сосчитать остающиеся палки, не прибегая к восстановлению всей лестницы. В целом же это объясняет, почему в случае, когда ребенка просят выразить осуществленную им качественную сериацию в порядковых и количественных числах, ему это удается, пока серия остается целой и поддается восприятию, и не удается, как только ее разрушают (при этом любой наглядный ряд колеблется между ригидностью и хаосом).

Таким образом, испытываемые ребенком трудности при выражении ранга в числах после уничтожения серии оказываются вполне сходными с трудностями, испытываемыми им при включении новых элементов в уже завершенные серии, тогда как легкость при счете элементов ряда, воспринятого ребенком, можно уподобить легкости при сериации им палок в наглядный ряд. В обоих случаях наблюдается одинаковая противоположность между полуоперациональной наглядностью и теми операциями, благодаря которым число выступает как основанное на рациональных отношениях. Следовательно, в конечном счете мы обнаруживаем, что полученные здесь результаты подтверждают и дополняют те выводы, к которым нас привел анализ порядкового соответствия.

Перейдем, наконец, к изучению примеров третьей и последней стадии, для которой характерно понимание операций, относящихся одновременно как к логике числа, так и к логике сериации асимметричных отношений.

Син (6; 0). I. Сразу упорядочивает ряд *A, B, C, D, F,* затем заменяет *F* на *E* и продолжает: *F, G, H, I, K*.

II. Ему предлагают палку *c*; он соизмеряет ее с *C* и ставит справа от нее (верно). Потом соизмеряет *d* с *D* и тоже размещает правильно. Правильно ставит *i* между *K* и *I,* и т. д. (9 последовательных и безошибочных включений).

III. Правильно.

IV. 19 перемешанных палок. «Если кукла находится здесь (*c*), то сколько она прошла ступенек? — (Син, держа палец на палке *c,* начинает считать предполагаемые вершины предыдущих элементов, затем пытается сосчитать предполагаемые положения в пространстве *A* — *c,* но без размещения *A* и, наконец, говорит.) *Нужно восстановить лестницу.* (Упорядочивает палки перед *c*.) — В таком случае сколько она прошла? — *Шесть.* — На какой ступеньке она находится? — *На шестой.* — А сколько ступенек осталось за нею? — *Пять* (не считая). — Сколько ступенек еще нужно пройти? — (Считает хаотично размещенный остаток, не пытаясь осуществить сериацию). *Тринадцать* (правильно). — А если мы ее поставим сюда (*F*), то на какой ступеньке она находится? — (Упорядочивает лестницу до *F*). *На одиннадцатой* (правильно)».

Алд (6; 6). I—III. Без колебаний строит серию *A—K,* почти без колебаний включает дополнительные элементы и хорошо понимает вопросы, относящиеся к числу ступенек, когда лестница целая.

IV. Перемешивают 19 палок. «Смотри, кукла вот здесь (*f*). Сколько она прошла ступенек? — (Алд начинает так же, как и Син, когда ему указывали на элемент *c,* а затем говорит.) *Нужно привести в порядок до сих пор* (проделывает). *Значит, двенадцать.* — А сколько ступенек за нею? — (Не считая). *Одиннадцать.* — А сколько ей их осталось пройти? — (Считает отдельно палки, не классифицируя их.) *Семь* (правильно)».

Нетрудно увидеть, насколько эти реакции отличаются от реакций второй стадии. Хотя с точки зрения первоначальной сериации *A—K* между обеими стадиями имеется ряд переходов (сравни, например, перестановки у Сина), различие поведения в отношении к дополнительным элементам сразу бросается в глаза. В то время как испытуемые второй стадии рассматривают их как своего рода чужеродные тела, Син и Алд относятся к ним так же, как и к другим, сравнивают их, если нужно, измеряют и размещают с одновременным учетом отношений «>» и «<». Примечательно, что этот шаг вперед сразу сопровождается очень тонким пониманием связей между определением ранга и определением количественного числа.

В самом деле, хорошо видно, что эти дети сразу, до всякого опыта знают, что число пройденных ступенек или число ступенек, которые нужно еще пройти, определяется рангом палки, на которой находится кукла, причем принцип остается одним и тем же независимо от того, стремятся ли они сосчитать число предшествующих палок по пустотам, обозначающим их места, по вершине данной палки или путем действительного восстановления серии. При этом понимание ими отношений между порядковыми и количественными числами лучше всего показывает тот факт, что после восстановления серии и подсчета пройденных ступенек дети не испытывают никакой необходимости строить серию ступенек, которые нужно еще пройти, чтобы сосчитать их: они хорошо знают, что ступеньки, которые нужно пройти, представлены палками, оставшимися на столе в беспорядке после упорядочивания уже пройденных ступенек. Другими словами, восстановив серию $A \dots N$, ребенок хорошо понимает, что ступеньки $N \dots T$ могут быть представлены вычитанием $T—N$ или $(A \dots T) — (A \dots N)$. Вот почему Син и Алд ограничиваются счетом остатка палок: 13 и 7. Однако эта реакция, кажущаяся простой, в действительности является совершенно новой и указывает на взаимную близость на операциональном уровне как логической, так и числовой точек зрения. В подтверждение этого отметим, что дети, не считая, сразу знают о том, что количество ступенек за куклой равно $(N — 1)$: следовательно, они хорошо понимают, что N-й ранг соответствует количественному значению, которое одновременно выше значения множества элементов $A \dots (N—1)$ и ниже, чем значение множества элементов $(N+1 \dots T)$, и что он включается, таким образом, между этими двумя отрезками.

§ 2. Лестница из картонок. Предположим, у нас есть картонный квадрат *A*, выступающий в качестве единицы, прямоугольник *B*, имеющий такую же ширину, что и *A*, но вдвое большую высоту (т. е. состоящий из двух единиц), прямоугольник C, представляющий 3 наложенные друг на друга единицы (с одинаковой шириной и втрое большей высотой), и т. д. Иными словами, имеется $A=1$; $B=2A$; $C=3A$; $D=4A$; $E=5A$; $F=6A$; $G=7A$; $H=8A$; $I=9A$; $K=10A$. В совокупности эти картонки образуют лестницу, но построенную не на произвольных отношениях элементов, как это было с лестницей из § 1, а на основе определенной композиции единиц.

Эксперимент начинают с того, что ребенка, для выработки у него осознания принципа определения ранга, просят построить серию и предлагают ему сосчитать картонки, останавливая его счет на 10 или на той границе, до которой он считает без колебаний. После этого спрашивают: «Сколько таких картонок, как (A), можно было бы сделать из (B) или (C) и т. д.» — до тех пор, пока ребенок не поймет, что вторую картонку можно разрезать на $2A$, третью — на $3A$ и т. д. После того как это усвоено, указывают на какую-нибудь картонку (например, F), причем лестница остается целой, и спрашивают, сколько единиц можно было бы сделать из этой картонки. В этом эксперименте нас интересуют ответы, которые ребенок дает именно на третий тип вопросов; если испытуемый может сразу установить соответствие количественной величины (6 единиц картонки F) с ее рангом (6-м), то отсюда с очевидностью следует, что отношение между определением ранга и определением количественного числа им усвоено. Наоборот, если ребенку всякий раз требуется измерять, сколько раз A может уложиться в E, F и т. д., то мы вправе допустить, что это отношение он еще не усвоил. Отсюда и три стадии, соответствующие стадиям § 1; на первой сериация остается глобальной, а отношения между порядком и определением количественного числа — недоступными пониманию, если речь идет о трех-четырех и более элементах (даже при следовании порядку $A \rightarrow K$). На второй стадии наглядная сериация приводит к правильному результату после проб и ошибок, а отношение между определением ранга и количественным значением оказывается понятым, когда следуют порядку, но его перестают понимать, когда перемешивают картонки. На третьей стадии успешно решается и этот последний вопрос. Приведем примеры первой стадии.

Тес (4; 6). Правильно сериирует картонки до D, затем совершает обычные ошибки данного уровня. Он умеет считать до 15. «Сколько таких картонок, как вот эта (A), можно было бы сделать из этой (B)? — *Две*. — А из этой (C)? — *Четыре... Нет, столько же, сколько здесь* ($B+A$). (Считает.) *Один, два, три, ...три. Значит, три*. — А из этой (D)? — (Считает пальцем.) *Четыре*. — И т. д. — А из этой ($I=9$)? — (Опять считает, следя пальцем за предполагаемыми линиями разреза картонки.) *Один, два, ..., восемь*. — А из этой (C)? — *Один, два, ..., пять*. — И из этой (другая картонка C)? — *Из этой — четыре картонки»*.

Фив (5; 0) также довольствуется глобальной сериацией, которую мы потом вместе с ним исправляем, и правильно считает. «Сколько таких картонок, как эта (A), можно было бы сделать вот из этой (B)? — *Две*. — А из этой (C)? — *Три*. — А из этой (D)? — *Пять*. — Почему? — ... — Откуда видно, что эта (D) больше, чем эта (C)? — *Вот отсюда* (показывает разницу в высоте). — На сколько каждый раз становится больше? — *На одну картонку*. — В таком случае, сколько таких картонок, как эта (A), можно сделать из этой (D)? — *Пять, нет две*. — Сколько? — (Считает всю серию от A до K.) — *Один, два, ..., десять*. — Сколько в таком случае маленьких картонок можно сделать из этой (A)? — *Одну*. — Из этой (B)? — *Две*. — Из этой (C)? — *Три*. — Из этой (D)? — *Пять»*.

Легко понять, чем интересны эти факты. Испытуемые способны без затруднений сосчитать элементы серии и даже понять, когда сравнивают два последовательных элемента, что их разность равна A или 1. Так, Тес отождествляет C с $B+A$, а Фив заявляет, что каждый раз «больше на одну картонку». Тем не менее, когда их спрашивают, сколько единиц A содержится в какой-нибудь картонке N, им не удается найти решение простым рассмотрением ранга и сказать, например, что в картонке содержится 4 единицы, потому что она 4-я. Более того, они даже не улавливают этого соответствия между рангом и количественным значением, когда называют одну за другой различные картонки в поступательном порядке: они его устанавливают непосредственным восприятием до трех, но потом или снова каждый раз считают возможные линии разреза, как Тес, или же оценивают на глаз, как Фив. Короче говоря, они владеют всеми эмпирическими элементами, позволяющими им понять закон, но не понимают его.

Парадоксальная ситуация, характерная для второй стадии, дает возможность еще лучше понять интересующую нас проблему: испытуемые, о которых пойдет речь ниже, по-видимому, открывают закон, когда движение идет в поступательном порядке, но теряются при обратном порядке движения, при перескакивании с картонки на картонку или при уничтожении визуальной сериации. Приведем примеры этой второй стадии.

Бет (5; 0) сначала строит следующую серию: *A, B, C, D, F, G,* потом включает *E* и т. д., т. е. сам приходит к правильному ряду, но с пробами и ошибками. «Если эту картонку (*B*) разрезать, то сколько может получиться вот таких маленьких, как эта (*A*)? — *Три* (прикладывает *B* к *A*). *Нет, две.* — А из этой (*C*)? — *Три.* — А из этой (*D*)? — *Четыре;* и т. д. до 10. — А вот из этой? (Снова показывают *I.*) — *Девять.* — А из этой (*H*)? — *Десять.* — А из этой (*G*)? — *Одиннадцать.* — А из этой (*F*)? — *Двенадцать».* Следовательно, когда серию подвергают инверсии, Бет сначала спускается до 9, но потом продолжает: 10, 11, 12... и замечает абсурдность своего метода, лишь дойдя до *B*! Когда, наконец, перемешивают картонки, Бет правильно приписывает 4 единицы *D* (на глаз), но 5 — *G,* снова 4 — *D,* затем 6 — *G* и те же 6 — *H* (причем он все время следит пальцем за возможными линиями разреза на самой картонке).

Мик (5; 0). Ему удается линейное построение и правильный счет 10 картонок. «Сколько таких (*A*) можно сделать из этой (*B*)? — *Две.* — А из этой (*C*)? — *Четыре, нет три.* — Из этой (*D*)? — *Пять;* и т. д.». Но когда, не разрушая ряда, ему показывают картонку *F,* он не обнаруживает намерения использовать найденную им систему, а просто приписывает *F* 4*A* (считая на самой картонке), 6 — *G* (так же), 5 — *E* и *«восемь, нет двенадцать»* — *F* (таким же методом).

Брю (5; 0). «Покажи первую. — (Показывает *A.*) — Вторую? — (*B*). — Если эту (*B*) разрезать, то сколько можно сделать вот таких маленьких, как эта (*A*)? — *Две.* — А из этой (*C*)? — *Три.* — А из этой (*D*)? — *Четыре;* и т. д. до 10». Но когда, оставляя ряд в целости, выбирают картонки наугад, он приписывает 4 — *E,* 6 — *H,* 3 — *D,* 7 — снова *E* и т. д.

Дит (5; 0). Ему, после хаотичного поиска, удается упорядочивание лестницы из 10 картонок, и он немедленно понимает закон: *«Эта (A) — одна картонка; из этой (B) получается две; из этой (C) — три; из этой (I) — четыре; из этой (E) — пять; из этой (F) — шесть...* и т. д., *а из этой (K) получается десять маленьких картонок».* Разрушают ряд и показывают картонку *F* (6). «Сколько здесь получается? — *Четыре маленьких.* — Ты уверен? — *Нет, но я думаю так.* — Что нужно сделать, чтобы удостовериться? — *Снова построить лестницу.* (Осуществляет и считает.) *Шесть маленьких* (правильно)». Но в отношении *D* (4) Дит ошибается, потому что он переворачивает порядок. Начинает с сериации 6 первых картонок. «А по этим картонкам можно узнать, сколько получается? — *Нет, сначала нужно поставить другие».* Упорядочивает таким образом — все 10, потом считает от 10-й до 4-й и говорит: *«Из этой* (т. е. *D*) *получается семь, можно сделать семь маленьких.* — Почему? — *Потому что имеется семь мест.* — Как это? — (Он 7 раз кладет картонку *A* на *D* и говорит.) *Вот так семь».*

Эти примеры, конечно, в высшей степени показательны и ретроспективно они проливают свет на экспериментальные факты первой стадии. В самом деле, бесспорно, что дети данного уровня понимают закон серии и приводят в соответствие каждое новое количественное число с каждым новым порядковым, когда придерживаются порядка $A \to K$. Однако достаточно, даже не разрушая построенной самим ребенком лестницы, показать какую-нибудь картонку, бо́льшую, чем картонка 3 или 4, как он отказывается оценивать количественное число ее единиц по ее рангу и пытается сначала восстановить это количественное значение путем непосредственной оценки, показывая пальцем предполагаемые линии разреза на самой картонке (случаи с Бетом, Миком и Брю). Что касается Дита, ребенка более развитого и демонстрирующего верхнюю границу второй стадии, то он хорошо понимает, что если картонки перемешаны, то для определения значения каждой из них нужно восстановить серию и вновь найти соответствующие ранги. Но в то же время он считает необходимым восстановить всю серию от A до K и думает, что ему недостаточно рассмотрения первых четырех картонок для суждения о том, что 4-я картонка равна 4 единицам, а с другой стороны, после восстановления всей серии он считает ранг D в обратном порядке и получает, таким образом, 7 вместо 4.

Факт существования столь странных способов действия ребенка позволяет думать, что не будет слишком сильным предположение о наличии у этих детей систематической трудности в понимании отношений между определением ранга и определением количественного числа. Но каким образом объяснить эту трудность, если учесть, что в данном упражнении с лестницей из картонок материал с максимально наглядной ясностью выражает закон образования первых десяти конечных целых чисел (ведь здесь каждое порядковое число соответствует каждому количественному числу, и наоборот)?

Несомненно, наиболее естественная гипотеза, которую можно было бы построить в этой связи, состоит в том, чтобы увязать это непонимание с отношениями, проанализированными нами в связи с определением количественного числа множеств. Возьмем множество из 6 предметов, которое ребенок может воспроизвести в форме другого, поэлементно соответствующего ему множества. Мы помним, что на определенном уровне развития, средний возраст которого точно соответствует возрасту данной стадии, достаточно изменить расположение элементов одного из этих множеств, чтобы ребенок перестал верить в их количественную эквивалентность. Следовательно, под видимостью поэлементного соответствия, ведущего к стабильному связыванию, мы обнаруживаем систему, лишенную сохранения и поэтому лишенную подлинного определения количественного числа. Единственная форма связности, действующая в данной системе, остается наглядной, т. е. отнесенной к восприятию фигуры или к пространству, занимаемому рассматриваемыми множествами. И если даже ребенок умеет употреблять названия чисел, чтобы перечислить элементы, этот счет еще не имеет в виду действительных количественных чисел. Точно так же вполне возможно, что кажущееся понимание порядковой серии в данном случае связано с наглядным актом, с помощью которого можно обозреть эту серию элемент за элементом от начала до конца, но как только заменяют нагляднее обозрение серии рефлексией по поводу одного из ее элементов, это понимание тотчас же исчезает.

Такая аналогия между трудностями определения количественного числа и трудностями определения ранга тем более обоснованна, что, после того как эти определения сформированы, они оказываются связанными друг с другом необходимым образом. Если ребенку не удается составить понятие постоянного значения величины совокупности независимо от расположения ее элементов, то это, видимо, означает, что на этом уровне у него также нет стабильного определения ранга.

Короче говоря, выдвигаемая нами гипотеза сводится к предположению, что наглядная сериация выступает в качестве действительного определения ранга лишь тогда, когда она становится операциональной, а операциональной она становится, в свою очередь, только тогда, когда согласуется с определением количественного числа. Вместе с тем связность и наглядное соответствие могут преобразоваться в действительное определение количественного числа лишь с того момента, когда они станут операциональными, а операциональными они становятся лишь после согласования с определением ранга. С этой точки зрения сериация в том виде, как ее применяют испытуемые данной стадии, может привести лишь к разновидности «ригидных серий», когда ранги оказываются связанными с общим актом сериации и не могут породить расчлененных операций, если эти ранги уже рассмотрены отдельно. До того как операциональное соответствие приведет к мысли о прочной эквивалентности соответствующих совокупностей, ребенку удается оценить их с помощью некоторой разновидности ригидной связности, т. е. без согласования сохранения целого с подвижностью элементов. Поэтому на данной стадии ему удается построить количественное значение на основе ранга лишь в том случае, если ранги связаны друг с другом в непрерывном общем ряду; но как только для изучения отношений отдельного элемента с другими элементами серию разлагают, не придерживаясь поступательного порядка, понятия «перед» и «после» теряют свое количественное значение (т. е. количественное значение перестает выражаться в этих понятиях).

Наконец, в качестве контрэксперимента рассмотрим третью стадию, на которой для испытуемых характерно полное понимание проблемы, т. е. операциональное определение ранга и операциональное определение количественного числа.

Лет (6; 0). «Сколько здесь картонок? — *Десять.* — Сколько можно сделать таких (*A*) из этой (*B*)? — *Две.* — А из этой (*C*)? — *Три.* (Сосчитал на картонке.) — А из этой (*D*)? — (Начал вновь считать на картонке, потом восклицает.) *Четыре!* — А из этой (*E*)? — *Пять, потому что я знаю, как идут цифры!* — (Тогда перескакивают через элемент.) — А из этой (*G*)? — *Семь*»; и т. д. Перемешивают картонки и показывают *G*. «А сколько из этой? — (Он считает, потом сразу же принимается строить серию от *A* до *G* и говорит: *Да, семь*».)

Алд (6; 6). Строит серию без колебаний, потом ему сразу указывают картонку *C* и спрашивают: «Сколько таких (*A*) можно сделать из нее?» Он отвечает: *«Три. Я думаю, что нужно считать также вот эту (A).* (Следовательно, он сразу сосчитал ранги.) — А из этой (*F*)? — *Шесть, потому что имеется три картонки* (показывает *K, I, H*), *получается девять, восемь, семь, потом вот эта (G) — шесть».* Когда серия разрушена, он восстанавливает лестницу до соответствующего ранга и таким образом находит 5 для *E*; и т. д.

Эти дети стали способными сразу определять величину одной из картонок, независимо от того, выбирают ли ее произвольно в лестнице или из разрушенного ряда. Другими словами, серия, какой бы ригидной она ни была, стала мобильной и операциональной, поскольку каждый элемент может рассматриваться как сам по себе, так и в его отношении с другими элементами, причем в любом заданном порядке. Так, Алд восстанавливает количественное значение элемента F, определяя его ранг в нисходящем порядке, а Лет при поступательном порядке находит вопрос столь легким, что говорит: «Я знаю, как идут цифры!»

Таким образом, проведенный анализ хорошо показывает, насколько такое постепенное согласование определения ранга с определением количественного числа подтверждает (теперь уже в числовом аспекте) то, что мы до сих пор узнали о качественной сериации и сериальном соответствии.

§ 3. Маты и барьеры. Поскольку в обычном счете существуют трудности в отделении порядкового числа от количественного и для изучения этих трудностей необходимо увеличить число опытов, мы применили следующий дополнительный метод, дающий возможность отметить расхождение порядкового числа с количественным. Когда о ком-нибудь говорят: «Ему двадцатый год», то это значит, что ему лишь девятнадцать полных лет; поэтому в подобных случаях (как и тогда, когда оба понятия совпадают) для анализа легче (хотя труднее для испытуемого) делать различие между порядковым аспектом, т. е. текущим годом, и количественным, т. е. истекшими годами. Однако поскольку измерение времени особенно трудно дается ребенку, мы нашли пространственный эквивалент данной проблемы.

Допустим, что школьник выполняет гимнастические прыжки; он преодолевает первый барьер, затем второй, более высокий, третий, еще более высокий, и т. д. до седьмого. Он в гимнастических тапочках. Но для разбега и нормального приземления перед и за барьерами нужно положить небольшие маты, всего 8 штук. Испытуемому показывают экспериментальный материал, состоящий из семи небольших, но постепенно возрастающих по высоте барьеров, восьми небольших матов одинакового размера и куклы, изображающей гимнаста. Если кукла находится на третьем мате, то это значит, что она преодолела два барьера, а если она преодолела пятый барьер, значит, она приземлялась на шести матах и т. д.

Предлагаются следующие вопросы. Сначала, разместив два первых мата до и после первого барьера, можно спросить: «Сколько нужно положить матов при этих барьерах?» После построения ребенком серии барьеров и матов куклу заставляют прыгать и, воспользовавшись каким-нибудь поводом, останавливают ее после трех барьеров, т. е. на четвертом мате. В этом месте предлагают второй вопрос: «Сколько барьеров преодолено и на скольких матах кукла приземлялась?» Понятно, что к этому вопросу возвращаются в самых различных ситуациях. Третий вопрос: убирают все восемь матов, а также несколько барьеров и спрашивают: «Сколько нужно матов для оставшихся барьеров?» Четвертый вопрос: перемешивают барьеры, выбирают один из них (например, 4-й) и спрашивают, сколько барьеров преодолено перед этим барьером. Пятый вопрос: барьеры смешивают, а несколько (например, 5) матов расставляют в ряд и спрашивают: «Сколько преодолено барьеров и какие это барьеры по порядку?» Шестой и последний вопрос: снова ставят n матов и спрашивают: «Какой из барьеров был преодолен в последнюю очередь (перед n-ым матом)?»

Таким образом, здесь поставлены следующие проблемы: 1) сериация; 2) соответствие между числом матов и числом барьеров, т. е. $n+1$ матов для n барьеров; 3) количественное число барьеров, определяемое рангом данного барьера; 4) порядковое и количественное число барьеров, определяемое количественным числом матов. Проблемами 1 и 3 мы будем заниматься немного, поскольку ранее они уже были изучены в других формах, а вот проблемы 2 и 4 по-новому ставят вопрос об отношениях между определением ранга и определением количественного числа.

Вопрос о сериации (вопрос 1) дает возможность вновь обнаружить такие же стадии, что и раньше: глобальная сериация, наглядная сериация с хаотичным поиском, контролируемым восприятием, и систематическая сериация, возникающая в результате группировки отношений.

Проблема отношения между числом матов и числом барьеров также приводит к трем стадиям, соответствующим предыдущим. На первой стадии нет понимания закона: ребенок или не может удержаться от мысли о том, что число матов равно числу барьеров, или же, освободившись на основе фактов от ошибки, каждый раз прибегает к пересчету без всякой системы. На второй стадии ребенок открывает закон путем эмпирических проб и ошибок, а на третьей он дедуцирует его с первого же опыта, причем при любом числе барьеров.

Аналогичным образом и проблема числа барьеров, соответствующего данному рангу, приводит к тем же трем стадиям: неудача на первой стадии, удача на второй, но при условии восстановления всей серии, и понимание на третьей.

Что касается проблемы числа барьеров и их порядковой композиции как барьеров, определяемых данным числом матов, то на первой стадии наблюдается непонимание; на второй стадии ребенку удается положить число матов, которое на один превышает число барьеров, но с различными трудностями в определении порядка; на третьей стадии мы являемся свидетелями полной удачи, в частности и в том случае, когда спрашивают о ранге барьера, преодоленного последним по отношению к данному числу матов (тогда как на второй стадии наблюдается смешение этого ранга с числом матов).

Приведем примеры первой стадии, на которой нет ни правильной сериации, ни понимания свойственных этой проблеме отношений между порядковыми и количественными числами.

Лик (4; 0) умеет считать только до шести. Ему дают пять барьеров, которые он не может построить в серию без наших подсказок. «А теперь нужно с каждой стороны барьера положить маты, чтобы человечек не ушибся о землю. (Кладут первые два мата.) Сколько всего будет матов? — (Наугад.) *Четыре.* — Сколько сейчас барьеров? — *Я не знаю.* (Пересчитывает.) *Пять.* (Сам кладет 6 матов.) — Сколько сейчас матов? — (Считает.) *Шесть.* — А барьеров? — (Думает и смотрит.) *Шесть.* — Посчитай барьеры. — *Один, два, пять, шесть.* — Еще раз попытайся. — (Указывает на каждый барьер пальцем.) *Пять.* — А сколько матов? — *Пять.* — Посчитай их — *Шесть.* — А сколько барьеров? — *Шесть*».

Берут куклу-человечка, и Лик сам заставляет его прыгать, начиная с 1-го мата; человечек преодолевает 1-й и 2-й барьеры и останавливается на 3-м мате. «Сколько барьеров перепрыгнул человечек? — *Три.* — (Вновь повторяется перепрыгивание.) Посмотри хорошенько. — *Два барьера.* — А на скольких матах человечек приземлялся? — *На двух.* — Покажи их. — *Один, два, три.* — А сколько барьеров? — (Не считая.) *Один, два, три.* — (Тогда предлагается преодолеть 3 барьера, и человечек оказывается на 4-м мате.) Сколько барьеров он преодолел? — *Три.* — А на скольких матах приземлялся? — *На трех.* — Посчитай. — *Один, два три, четыре.* — Хорошо. А сколько барьеров? — *Три.* — А сколько матов? — *Три*».

Весь материал убирают и ставят перед ребенком 3 первых барьера, расположенных в серии. «Сколько сейчас барьеров? — *Три.* — Сколько матов нужно положить, чтобы не ушибиться? — (Кладет по одному мату впереди и сзади 1-го барьера, затем стихийно добавляет 2.) *Четыре.* — А сколько сейчас барьеров? — (Считает.) *Один, два, три...* — Почему больше матов? — ...»

Рей (4; 6). Без наших подсказок сериация 7-и барьеров ему не удается (он их размещает парами, не координированными между собой). Тогда ему предлагают положить 6 матов для 5 первых барьеров (убрав 2 других). «Сколько сейчас матов? — *Шесть.* — Смотри. (Заставляют человечка прыгнуть через 2 первых барьера и останавливают его на 3-м мате.) На скольких матах он приземлялся? — *На трех.* — А сколько барьеров он преодолел? — *Три.* — Сосчитай их. — *Один, два.* — А на скольких матах приземлялся? — *На двух.* — (Теперь заставляют человечка преодолеть 3 первых барьера и останавливают его на 4-м мате.) На скольких матах он приземлялся? — *На четырех.* — Хорошо. (Заставляют преодолеть 4 барьера; человечек находится на 5-м мате.) На скольких матах он приземлялся? — *На пяти.* — А сколько барьеров он перепрыгнул? — *Пять*».

Убирают маты и оставляют только 3 первых сериированных барьера. «Сколько барьеров он перепрыгнет? — *Три.* — А сколько нужно положить матов, чтобы он не ушибся? — *Три.* — (Ставит их.) *А! Четыре.* — А сколько теперь барьеров? (Ставят первые 4 барьера.) — *Четыре.* — А сколько матов нужно положить? — *Четыре*»; и т. д.

Смешивают барьеры и указывают на 3-й, спрашивая, сколько барьеров преодолел человечек. Рей показывает 2-й барьер. «А еще? — (Показывает 1-й.) — А сколько перепрыгнул всего? — *Три*». Но при четырех барьерах он не может ответить правильно.

Смешивают, наконец, 7 барьеров и 8 матов, затем кладут 3 мата перед ребенком. «Посмотри. Человечек приземлялся на этих матах. Тогда сколько барьеров он перепрыгнул? — *Три.* — Покажи их. — (Рей ставит *Б*1 с *М*1, *Б*4 с *М*2 и *Б*5 с *М*3.)» [1].

Таковы реакции первой стадии. Прежде всего, ясно, что эти дети не умеют ни строить серии из одних барьеров, ни восстанавливать количественное число уже преодоленных барьеров, когда указывают на какой-нибудь из них (если они при этом расположены в беспорядке). Но все это хорошо известно, и мы не будем останавливаться на данной проблеме.

Отношение между числом барьеров n и числом матов $n+1$ остается совершенно непонятым детьми данной стадии. Конечно, имеется известная конвенциональность в принятом нами способе размещения матов, но ведь ребенок сам размещает маты, и он хорошо знает, почему размещает их именно таким образом. Наконец, и это особенно важно, в том случае, когда ему

[1] *Б* — барьер; *М* — мат. — *Ред.*

удается предвидеть число матов, построенный ряд барьеров и матов находится у него перед глазами. Тем не менее он делает одну и ту же ошибку: неуклонно отождествляет число барьеров и число матов, как будто их соответствие является поэлементным. Например, Лик, сосчитав 5 барьеров, сам кладет 6 матов, считает их и делает отсюда вывод о том, что имеется 6 барьеров. Установив, что их 5, он отказывается верить в наличие 6 матов и заявляет, что их 5, затем, снова пересчитав маты, опять делает вывод, что имеется 6 барьеров! Аналогичным образом Рей, заранее предположив, что для 5 барьеров ему потребуется 5 матов, в действительности кладет 6 штук, однако он постоянно колеблется между двумя выводами: имеется n матов, потому что n барьеров, и имеется $n+1$ барьеров, потому что $n+1$ матов!

Такое смешение, характерное для восприятия полностью упорядоченного ряда, равно как и предвидение, предшествующее построению этого ряда, представляют определенный интерес для изучения определения ранга, хотя на первый взгляд кажется, что они связаны лишь с количественным соответствием. Прежде всего отметим, что речь идет не об изолированном факте, а о явлении, аналогичном тем, которые обнаруживались, например, в экспериментах деления бумажной ленты, когда ребенок, желающий разделить ее на три части, делает три надреза ножницами, не понимая, что тем самым он осуществляет деление на четыре части. В обоих случаях ошибка объясняется несогласованностью определения количественного числа и ранга. В самом деле, понять, что при размещении каждого барьера между двумя матами необходимо иметь $n+1$ матов для n барьеров, это значит симультанно учесть план отношений «перед» и «после», тогда как у ребенка рассматриваемой стадии появляется непреодолимая тенденция к оценке либо с точки зрения отношения «перед» (один мат перед каждым барьером), либо в плане отношения «после» (один мат сзади каждого барьера); поэтому он забывает либо о последнем, либо о первом мате. Таким образом, хотя практически испытуемый очень хорошо может строить правильный ряд $n+1$ матов для n барьеров, количественно он выражает его в форме простого поэлементного соответствия и отождествляет число матов и число барьеров.

Перейдем теперь к реакциям второй стадии, где имеет место наглядная сериация и эмпирическое открытие отношения между числом матов и барьеров, но без понимания этого отношения.

Рис (5; 0) успешно серирует 7 барьеров, но с хаотичным поиском. По обеим сторонам первого барьера кладут маты. «Сколько будет всего матов, если положить их по обе стороны каждого барьера? — (Не отвечая, ставит другие барьеры и говорит.) *Они все одинаковые по величине.* — Сколько матов? — (Считает.) *Восемь.* — А сколько сейчас барьеров? — (Снова считает.) *Семь*».

Куклу-человечка заставляют перепрыгнуть через 4 барьера подряд и оставляют его на 5-м мате. «Сколько барьеров он преодолел? — (Считает.) *Четыре.* — А на скольких матах он приземлялся? — (Считает.) *На пяти.* — А сколько барьеров это составляет? — (Снова считает.) *Четыре.* — А сколько нужно матов для четырех барьеров? — (Еще раз считает.) *Пять*». Хорошо видно, с каким недоверием Рис относится к дедуцированию закона; при каждом вопросе он вновь прибегает к полному пересчету!

Перед ребенком оставляют 4 серированных барьера, но без матов. «Сколько здесь барьеров? — *Четыре.* — А сколько нужно положить матов, чтобы человечек не касался земли? — (Считает места перед первым барьером, между барьерами и после 4-го барьера.) *Пять.* — А сколько барьеров он перепрыгнет? — (Снова пересчитывает.) *Четыре*».

Барьеры перемешивают на столе. Показывают на 5-й; Рису удается упорядочить с хаотичным поиском 4 предыдущих элемента, но при обязательной сериации целого. «Сколько барьеров человечек преодолел? — *Пять.* — А сколько матов нужно положить? — (Вновь пересчитывает места.) *Шесть*».

Перемешивают барьеры и кладут перед ребенком 4 мата, сдвинутые друг с другом. «Сейчас я тебе загадаю загадку. Какие барьеры преодолел человечек? — (Рис вставляет *Б*2 между *М*1 и *М*2, *Б*3 между *М*2 и *М*3 и *Б*4 между *М*3 и *М*4. Он правильно определил самый маленький барьер, но отставил его в сторону и начал с *Б*2, чтобы дойти до *Б*4.) — Разве человечек начинает прыгать с этого (*Б*2)? — *Нет.* (Ставит *Б*1 перед *М*1.) — Правильно? — (Убирает *Б*1.) — Но через какой барьер он прыгает сначала? — *Через первый.* — Ну и что же? — (Снова ставит *Б*1 перед *М*1.) — Сколько матов? — *Четыре.* — Сколько нужно в таком случае барьеров? — *Четыре*».

Наконец, ребенку показывают 5 матов, размещенных в ряд, и спрашивают: «Какой барьер человечек преодолел последним, если он прыгает, наступая на маты? (Куклу ставят на *М*5.)» Здесь Рис не может удержаться от мысли, что *Б*7 будет последним барьером, и строит серию барьеров от *Б*7 (между *М*4 и *М*5) до *Б*4.

Жен (6; 0) с исправлениями серирует 7 барьеров, затем раскладывает 8 матов, считает те и другие, но потом, когда речь заходит о 4-х преодоленных барьерах, думает, что нужно 4 мата, а для 5 серированных барьеров готовит 5 матов и исправляется лишь при пересчете занимаемых мест.

Кладут 4 плотно сдвинутых мата. «Сколько барьеров преодолел человечек, чтобы добраться до сих пор (человечек находится на *М*4)? — (Берет барьеры 1—4 и ставит их: *Б*1 перед *М*1, *Б*2 перед *М*2, и т. д. Потом добавляет *Б*5, но немедленно убирает.)» Снова ставят вопрос при 4 матах: «Сколько он перепрыгнул барьеров? — *Четыре.* — Которые? — (Он вставляет *Б*1 между *М*1 и *М*2 и т. д.) *Ах, да! Три*». Однако ставит *Б*4 между *М*3 и *М*4, чтобы *Б*4 соответствовал *М*4.

Далее кладут 5 плотно сдвинутых матов и спрашивают, какой барьер преодолен последним (человечек на *М*5). Жен показывает *Б*7 и делает разного рода пробы и ошибки, прежде чем заявить: *«Ах, да, четвертый»*.

Преемственность между реакцией данной стадии, на которой возникает понимание наличных отношений, и реакциями первой стадии представляет большой интерес для нашего анализа.

Прежде всего, совершенно ясно, что, как и все дети данного уровня, наши испытуемые овладевают сериацией наглядно и эмпирически. С другой стороны, когда речь идет об определении числа барьеров, преодоленных до барьера данного ранга, испытуемому удается ответить, как обычно, лишь при восстановлении общей серии. Однако применительно к новым вопросам, поднимаемым проблемой барьеров и матов, реакция данной стадии прекрасно согласуется с поведением, уже известным из предыдущих опытов.

Во-первых, вместо систематического искажения в сторону отождествления, как это было на первой стадии, отношение между числом барьеров и числом матов приводит к аккомодации мышления ребенка, хотя она и является чисто эмпирической. Например, Рис правильно, но без всякого обращения к дедукции пересчитывает при каждом вопросе число барьеров и матов. Жен, наоборот, как и все наиболее развитые испытуемые этой стадии, подходит к элементарной индукции закона, но добивается не действительного понимания, а простого обобщения осуществленных экспериментов.

С точки зрения узловых вопросов — о числе барьеров, соответствующем данному рангу матов, о порядке этих барьеров и ранге последнего барьера — реакции данной стадии оказываются промежуточными, хотя и с некоторыми существенными особенностями. Что касается проблемы количества, то ребенок почти вынужден включить правильное число барьеров, так как их местонахождение определяется каждой парой матов; вот почему Рис сразу правильно ставит три барьера для четырех матов. Но если вместо таких эмпирических действий при включении барьеров по одному ребенок старается сформулировать отношение и заранее приготовить барьеры, то он снова впадает в ошибку первой стадии: например, Рис берет 4 барьера для 4 матов, Жен поступает таким же образом. Очевидно, закон еще мало понят.

Во-вторых, с точки зрения проблемы порядка представляют определенный интерес две особенности рассматриваемого периода. В самом деле, в одном случае ребенок, в силу присущей ему тенденции к простому соответствию, стремится, несмотря ни на что, разместить барьер прямо перед матом *n*, а в другом, наоборот, размещает последний, 7-й барьер перед матом *n* и затем осуществляет соответствие по убывающей степени. В подтверждение первого случая можно сослаться на пример Риса, который включает между четырьмя матами барьеры 2, 3, 4, но не может поставить *Б*1 на место *Б*2. Что же касается противоположного случая, то мы хорошо видели, как дети включают барьеры 4, 5, 6, 7 между данными пятью матами, чтобы *Б*7 оказался последним.

В заключение можно сказать, что рассмотренные реакции второй стадии являются еще одним подтверждением неспособности ребенка данного уровня к согласованию сериации с определением количественного числа. Когда испытуемый думает о количественном числе барьеров, он забывает об определении ранга или же строит серию в зависимости лишь от последнего барьера, то забывает о числе матов и строит серии типа 4→7.

Перейдем теперь к реакциям третьей стадии, когда на все вопросы приблизительно одновременно даются правильные ответы. Приведем примеры, начиная с промежуточного случая между второй и третьей стадиями:

Брю (5; 0) строит серию барьеров без ошибок. «Сколько здесь барьеров? — *Семь.* — Сколько будет матов? (Кладут два первых мата.) — *Семь.* — Положи их. — *Восемь.* — Почему матов больше, чем барьеров? — *Потому что на два мата больше.* (Показывает края.)»

Куклу заставляют прыгать до 4-го мата. «Сколько барьеров преодолел человечек? — *Четыре.* — А сколько здесь матов? — *Три, нет четыре.* — А барьеров? — *Три*».

Оставляют первых 4 серированных барьера без матов. «Сколько барьеров? — *Четыре.* — А сколько матов нужно положить? — *Пять».*

Перед ребенком кладут 4 плотно сдвинутых мата. «Сколько барьеров перепрыгнет человечек? — *Три.* — (Затем предлагают 5 плотно сдвинутых матов.) Сколько барьеров? — *Четыре.* — Покажи мне последний. — (Немедленно строит серию 1→4 и показывает 4-й барьер.)»

Шен (6; 6) правильно сериирует 7 барьеров. «Если с каждой стороны барьера положить маты, то сколько получится? — *Шесть, потому что семь барьеров.* (Кладет их между барьерами.) — Нет, ты посмотри. (Кладут *М*1 и *М*2.) — *В таком случае восемь.* (Кладет.)».

Человечка заставляют прыгать до 4-го мата. «Сколько барьеров он преодолел? — *Три.* А на скольких матах приземлялся? — *На четырех.* — Почему? — *Потому что три барьера».*

Предлагают 6 сериированных барьеров без матов. «На скольких матах приземлялся человечек? — *На восьми, потому что семь барьеров.* — Посмотри. — *Ах, да, на семи, потому что шесть барьеров».* Показывают на 4-й барьер. «Сколько матов? — (Ставит барьеры 1—3 и отвечает.) *Пять матов, потому что четыре барьера».*

Предлагают 6 плотно сдвинутых матов. «Сколько барьеров перепрыгнет человечек? — *Пять, потому что шесть матов. А если бы было шесть барьеров, то один барьер пришлось бы поставить на последний мат».* Сериирует *Б*1→5, а затем включает их в серию матов.

Ауг (6; 0) строит серию из 7 барьеров, затем, положив маты 1 и 2, отвечает на вопросы. «Сколько будет матов? — *Семь.* — Почему? — *Я посчитал барьеры. Ах, нет, восемь матов, потому что семь барьеров. Ведь один мат нужно положить впереди».*

Затем человечка ставят на 4-й мат. Ауг делает вывод, что он преодолел 3 барьера. Затем показывают 5-й барьер. Ауг строит серию из 4 предшествующих элементов и делает вывод, что матов будет 6. Для четырех плотно сдвинутых матов последним он называет *Б*3, и т. д.

Прежде всего можно констатировать, во-первых, что каждый из этих детей умеет строить серии без колебаний, т. е. они способны координировать эти отношения с учетом их одновременной данности. Во-вторых, если дается изолированный элемент, то ребенок этого уровня повторно находит и упорядочивает предшествующие элементы, не испытывая потребности в восстановлении всей наглядной серии.

Что касается отношения числа барьеров и числа матов, составляющего предмет исследования в данном разделе, то испытуемые показывают, что такая проблема доступна их пониманию и может быть разрешена на уровне 7 лет. Правда, только Шен понимает заранее, т. е. по одной устной формулировке задачи, что при

n барьерах будет $n+1$ матов. Но, с другой стороны, хотя Брю и Ауг сначала думают, что они должны положить столько же матов, сколько и барьеров, они тем не менее, построив ряд, немедленно постигают это отношение, и именно в этом состоит характерная черта данной стадии. В этой связи очень поучительными являются приводимые детьми основания: по мнению Брю, если имеется $n+1$ матов, то потому, что «имеется на 2 мата больше», т. е. по одному на каждом краю; по мнению Шена, если бы было n матов для n барьеров, то нужно было бы поставить один барьер на последний мат, т. е. за последним барьером не должно было бы быть мата; Ауг считает, что «нужно положить один мат впереди». Как видно, объяснение этих детей всегда сводится к утверждению: если оставаться на точке зрения «после», то нужно прибавить один мат впереди, а если стоять на точке зрения «впереди», то нужно прибавить один мат сзади.

Как только это отношение понято, вопрос о числе матов, необходимых для n уже сериированных барьеров, очевидно, решается сразу. Интересно отметить, что проблема n матов, которые нужно привести в соответствие с данным числом сериированных барьеров, начиная с 1-го, решается одновременно с предыдущими вопросами. В той мере, в какой ребенок начинает устанавливать связь между nX и $(n+1)Y$, поскольку все X включены между элементами Y, и делает это осознанно и систематически, у него появляется способность (и в этом заключается новый момент данной стадии) упорядочивать барьеры, начиная с наименьшего, причем ребенок уже не называет последними самые большие барьеры, независимо от числа предложенных матов.

Короче говоря, решение рассмотренной в данном параграфе проблемы, как и проблем, встающих в связи с построением лестниц из картонок или упорядочиванием палок, показывает, что операциональное определение ранга, поднимаясь над уровнем наглядной сериации, с необходимостью опирается на определение количественного числа, и наоборот. Действительно, понимание количественного отношения между nX и $(n+1)Y$ предполагает операциональное определение ранга с установлением связи между отношениями «перед» и «после», а определение ранга, в свою очередь, предполагает понимание количественного отношения.

§ 4. Заключение — определение ранга и определение количественного числа. Поскольку в этом разделе завершается анализ формирования у ребенка порядкового числа, представляется необходимым суммировать воедино результаты, полученные в предыдущей и настоящей главах, и сравнить их с данными, относящимися к количественному соответствию.

Эксперимент с палками научил нас различать три разновидности сериации, соответствующие трем последовательным уровням развития детей: глобальную сериацию без правильной последовательности в деталях; наглядную сериацию с хаотичным поиском при ее построении и с трудностями включения новых элементов в построенную серию, представляющую собой, в силу этого, некоторое ригидное целое; операциональную сериацию, являющуюся результатом систематической координации наличных отношений.

Указанная последовательность видов сериации обнаруживалась нами в каждом эксперименте. Даже в случае с картонками — когда сериацию особенно легко осуществить, поскольку элементы значительно отличаются друг от друга и заданы по принципу правильной шкалы с прибавлением одной единицы для каждого нового элемента, — мы также столкнулись с этими тремя стадиями. Аналогичным образом обстоит дело с барьерами, а также с куклами, шарами и тростями, рассматриваемыми как три независимые серии.

Этот первый результат можно принять с большой долей уверенности, тем более, что он полностью согласуется с результатом анализа второго вопроса относительно сериального и порядкового соответствия. В этом отношении данные, полученные от испытуемых в опытах с куклами и их тростями или шарами, существенно дополняют результаты опытов на чистую сериацию. Дело в том, что для ребенка приведение в поэлементное соответствие двух серий, которые должны быть построены одновременно, представляет такую же трудность, как и упорядочивание одной изолированной серии. В самом деле, в развитии сериального соответствия вновь обнаруживаются те же три этапа, что и в простой сериации: неудача соответствия, остающегося глобальным и предотносительным (грубая дифференциация «маленьких» и «больших» элементов серии), наглядное соответствие с хаотичным поиском и систематическое соответствие методов операциональной координации отношений. Более того, с наступлением второй стадии, а также на третьей стадии происходит диссоциация, с одной стороны, качественной сериации и сериального соответствия, а с другой — числового (в собственном смысле слова) определения ранга и порядкового соответствия, так что на операциональном уровне одновременно завершаются как качественные, так и числовые операции.

Однако прежде чем продолжать наше изложение, имеет смысл сразу же пояснить, почему эти три стадии сериации и порядкового соответствия параллельны уровням связывания и количественного соответствия.

Первой стадии сериации, являющейся предпорядковой (поскольку поступательный порядок элементов не достигается спонтанно), соответствует — как по средним возрастам, так и структурно, — первая стадия определения количественного числа, т. е. стадия, на которой нет никакого сохранения непрерывных и дискретных величин (гл. I и II) и на которой ребенок, если ему предлагают воспроизвести ряд или фигуру, не устанавливает поэлементного соответствия, а ограничивается построением другого ряда такой же длины или общей фигуры, глобальная конфигурация которой подобна конфигурации первой фигуры (гл. III и IV). Действительно, этим разным реакциям свойственны по крайней мере две общие черты: их глобальная природа и их подчинение непосредственному перцептивному опыту, а не логической и операциональной композиции. Когда ребенок наугад строит ряд палок или кукол, просто противопоставляя большие элементы маленьким, или когда он имитирует лишь общую фигуру лестницы, рядополагая вершины и не интересуясь основаниями, он действует точно так же, как испытуемые, которые для нахождения количества, эквивалентного шести линейно расположенным жетонам, рядополагают 7—9 жетонов, позаботившись лишь о том, чтобы ряд-копия был бы точной такой же длины, как и ряд-эталон: в обоих случаях преобладает глобальный аспект. Это настолько верно, что когда речь идет о восстановлении отрезков соответствующих серий (например, когда нужно узнать, какая трость соответствует n-й кукле), ребенок не заботится о количественном числе перегруппированных им самим элементов. С другой стороны, если эти общие глобальные свойства характерны для элементарных реакций порядковой и числовой природы, то отсюда следует, что критерии их истинности основываются лишь на перцептивном опыте, а не на системе операций, поддающихся композиции. Доказательством является тот факт, что, если изменяют размещение одной из совокупностей, считавшихся эквивалентными, ребенок перестает верить, с одной стороны, в их количественную эквивалентность, а с другой — в существование сериального соответствия между элементами, так как больше нет их оптического контакта друг с другом.

Если же говорить о второй стадии определения ранга (наглядная сериация и наглядное соответствие с пробами и ошибками) и если при этом опираться не только на сами по себе результаты опытов, а попытаться выявить лежащие в их основе аналогичные механизмы, то очевидно, что эта стадия соответствует вторым стадиям, установленным в связи с определением количественного числа (возникновение сохранения величин, но лишь при определенных преобразованиях, установление соответствия и воспроизведение величин методом точного анализа фигур, но без прочной эквивалентности и т. д.). Однако в каждом из проявлений этой стадии — как в порядковых, так и в количественных, — обнаруживаются те же самые специфические черты: ребенок уже не действует глобальным методом и становится способным к правильному анализу, хотя этот анализ никогда не выходит за рамки перцептивных данных и отнюдь еще не достигает уровня операциональной композиции. В самом деле, дети, которые способны осуществить поэлементное соответствие, но перестают верить в эквивалентность двух совокупностей после уплотнения или разуплотнения одной из них, — это испытуемые, которые, конечно, способны к анализу, поскольку они могут устанавливать соответствие, но вместе с тем они верят в установленные отношения лишь в том случае, если их воспринимают (соответствующие элементы, находящиеся друг перед другом или занимающие аналогичное положение в фигуре, и т. д.), т. е. они отнюдь еще не опираются на систему отношений, независимых от расстановки элементов. Именно эти особенности дают нам возможность выделить вторую стадию в опытах на определение ранга, т. е. стадию, находящуюся на полпути между глобальным и операциональным уровнями.

С одной стороны, можно констатировать, что в процессе сериации ребенок не может заранее овладеть всеми наличными отношениями, что он идет вслепую и оказывается вынужденным прибегать к бесконечным исправлениям. С другой стороны, после осуществления сериации ребенок испытывает определенные систематические трудности по включению новых элементов, как будто построенный ряд представляет собой ригидное и замкнутое в себе множество. Более того, эту аналогию можно продолжить и на те случаи, когда в той или иной форме изменяют две соответствующие серии: испытуемые данного уровня обнаруживают поэлементное соответствие при уплотнении, разуплотнении или инверсии с такими же трудностями, как и при постулировании количественной эквивалентности. Они, конечно, способны найти это порядковое соответствие, но только потому, что их просят об этом, и потому, что они считают возможным возврат к первоначальному состоянию. При разрушении же серий они не уверены в том, что каждый элемент сохраняет свое возможное соответствие (см. случаи с Ша в гл. V, § 2, с Ли и Пелом, там же, § 3 и т. д.). Конечно, между открытием количественной эквивалентности и открытием постоянства рангов может обнаружиться известное расхождение, но верным остается то, что в обеих этих областях (как на второй, так и на первой их стадии) имеют место одни и те же способы действия детей.

Что касается экспериментов на третьей стадии становления порядковых и количественных отношений, то совершенно ясно, что они могут рассматриваться как равнозначащие с точки зрения их структур и результатов, поскольку как те, так и другие характеризуются победой операций над наглядностью: в обоих случаях происходит предварительная координация системы наличных отношений, так как операциональная композиция берет, наконец, верх над перцептивной констатацией, или, точнее говоря, перцептивная констатация отныне включается в рамки операциональной композиции.

Таким образом, на этапах развития определения ранга легко вновь обнаружить те же самые уровни, что и в развитии определения количественного числа. Но само собой разумеется, что прежде чем пытаться выразить все это в статистической форме и распространить на эти опыты различные формулы и соотношения теории вероятностей, нужно было бы предварительно разрешить вопросы, которые, строго говоря, еще не были предметом нашего рассмотрения: можно ли считать, что трудности, возникающие у ребенка при определении ранга, как и трудности в определении количественного числа, относятся к самим определениям ранга и количественного числа как таковым, а не зависят от того способа, посредством которого мы рассматривали эту проблему?

В самом деле, ясно, что в каждом опыте проявляется масса разнородных факторов, таких, как употребляемые слова, длительность инструкции, ее характер, ее отношение к индивидуальному опыту испытуемого, число рассматриваемых предметов, влияние выученного ребенком счета и т. д. Например, в различных испытаниях на количественное соответствие мы могли наблюдать очень заметные расхождения между результатами разных детей, так что меру понимания этого количественного соответствия никогда нельзя было определить в чистом виде, а можно было только охарактеризовать применительный к данной конкретной проблеме и данному конкретному материалу. Вот почему исчисление корреляций между уровнями определения количественного числа и уровнями определения ранга может дать лишь по видимости точный результат, если оно не сопровождается весьма строгим качественным анализом, по крайней мере преобразованием опытов в «тесты», в которых статистическая точность может быть, конечно, достигнута без излишних трудностей, но при условии определенного отвлечения от содержания того, что мы измеряем.

Рассмотрим теперь совпадение между различными данными, полученными нами при изучении поступательной координации от порядкового к количественному числу, и постараемся найти для него объяснение.

На первой стадии еще не существует координации между процессами количественной природы и процессами порядковой природы. В этой связи можно различить две разновидности экспериментов: опыты, ставящие целью определить какой-либо класс с помощью ранга в серии или количественное значение с помощью порядкового значения, и противоположные опыты, которые состоят в предложении определить ранг с помощью класса или прядковое значение с помощью количественного значения. К первой группе опытов относится, например, проблема палок: найти, какие ступеньки (класс) и сколько ступенек (число) преодолела кукла, когда указывают на какую-нибудь ступеньку (качественный ранг или порядковое число). Однако ребенок, понимающий, конечно, вопрос, когда лестница построена (в таком случае нужно лишь исчислить ступеньки до указанного пункта), на первой стадии оказывается неспособным понять, что для разрешения этого вопроса было бы достаточно сосчитать палки от низшего до указанного ранга. Опыт с картонками также входит в эту первую группу, но с тем отличием, что он сразу подразумевает процесс композиции единиц и что, таким образом, у ребенка имеется возможность владеть визуальной наглядностью серии (1), (1+1), (1+ +1+1) и т. д. Но даже и тогда, когда у ребенка перед глазами имеется серия картонок и когда следуют порядку от 1 до 10, ребенку первой стадии не удается открыть количественное значение (число единиц) картонки, определяемое ее рангом, если берутся картонки со значением больше 2—3 единиц. Что касается опытов с барьерами и матами, то они подпадают под оба типа, только что выделенные нами. Если дан барьер какого-нибудь ранга, то, когда речь идет о том, чтобы определить, какой барьер и сколько барьеров преодолел человечек и на скольких матах он приземлялся, мы находимся еще в сфере первого типа экспериментов. Однако на первой стадии ребенку как раз не удается это определение.

Что же касается опытов второго типа (определение ранга с помощью количественного значения), то они дают нам результат, точно дополняющий предыдущий. Например, в вопросе о барьерах (определить ранг барьера, преодоленного последним, если дано какое-нибудь число матов) ребенок оказывается совершенно беспомощным. Аналогичным образом обстоит дело, когда в вопросах II—V о куклах и тростях речь идет о том, чтобы определить, какой кукле принадлежит данная трость, и о восстановлении предыдущей серии; осуществление этого предполагает учет совокупности или количественного значения заданного множества предшествующих элементов, причем учет в форме либо соответствия, либо прямого счета. Действительно, в случае перемещения или простой инверсии одной из серий ребенок первой стадии стремится вновь найти соответствующие ранги, не принимая во внимание числа предшествующих элементов, а в случае, когда по крайней мере одна из серий находится в беспорядке, он по той же причине оказывается неспособным восстановить ранги. Более того, когда ребенка просят лишь собрать трости и куклы, бо́льшие или меньшие, чем данный элемент (вопрос о прогулке), некоординированность порядковых и количественных значений заходит у него так далеко, что он даже не в состоянии собрать равное число тростей и кукол! Эта реакция, характерная для первой стадии, является самой показательной из всех, которые мы сейчас упоминали, и она сама по себе синтезирует результаты ответов на оба типа вопросов, только что названные нами.

В общем же мы можем допустить, что на уровне первой стадии ребенок еще не способен перейти от данного ранга к определенному количественному значению, когда это значение не дано как таковое в восприятии, и, наоборот, ему не удается сделать вывод о ранге, отправляясь от данного количественного значения, когда он должен восстановить его даже чисто эмпирически.

Реакции второй стадии являются гораздо более сложными, так как они свидетельствуют о возникновении координации между количественными и порядковыми структурами. Вот почему нужно специально рассмотреть вопрос, до какой степени совпадают результаты проведенных нами различных экспериментов. В отношении опытов первого типа можно сказать, что в общем ребенок начинает понимать отношения между порядком и количеством, но только в зависимости от серии в целом, и не понимает того, что отдельный ранг с необходимостью соответствует точному количественному значению. Например, в опыте с картонками ребенок второй стадии приходит к тому, что может указать значение каждой картонки, когда следуют порядку $1 \rightarrow 10$. Но если ему показывают произвольно выбранную одну картонку — причем ряд остается целым перед глазами ребенка, — то ему не удается восстановить ее количественное значение при простом счете от 1 до ее ранга. К концу стадии ему удается достичь этого результата, но его снова ждет неудача, если разрушают ряд и после этого указывают на какую-нибудь картонку, причем, конечно, испытуемому разрешается восстановить серию по своему усмотрению. Если в эксперименте с палками лестница остается целой, то относительно каждой палки ребенку удается показать, сколько ступенек кукла уже преодолела и сколько ей осталось их пройти. Так же обстоит дело, когда указывают на случайно выбранную ступеньку без соблюдения поступательного порядка, поскольку здесь задача не требует учета закона композиции, как в случае с картонками, а предполагает простой пересчет одного или двух воспринимаемых множеств. Но если лестницу разрушают и указывают на какую-нибудь палку n, то ребенок испытывает систематическую трудность при ответе на те же вопросы, т. е. на вопросы о восстановлении серии палок от 1 до n и особенно от n до последнего элемента t. Говоря более точно, если ему после многочисленных проб и ошибок удается сказать, сколько ступенек пройдено (от 1 до n), то чтобы сосчитать, сколько еще осталось пройти, ему нужно восстановить всю серию в целом (как будто недостаточно сосчитать остающиеся ступеньки), и тогда он путает целое с частью $n...t$.

Эти две реакции — понимание отношений между рассматриваемой в целом наглядной серией и взятым также в целом количественным значением, но непонимание необходимой связи между данным рангом и соответствующим количественным числом — представляются нам типичными для данной стадии. Эксперимент с барьерами полностью это подтверждает. С одной стороны, с помощью опыта ребенок приходит к допущению того, что серия из n барьеров соответствует серии из $n+1$ матов, но ему не удается сделать такой вывод, как только разлагают серию и спрашивают, например, сколько нужно иметь матов при 3 или 5 барьерах. С другой стороны, если называют какой-нибудь барьер при разрушенном ряде, ему нужно восстановить весь ряд в целом (как и для палок), чтобы узнать число преодоленных куклой барьеров, и т. д. Однако если испытуемые данной стадии не могут, как выяснилось, определить количественное значение в зависимости от частного ранга, то точно так же им не удается и обратная операция (опыты второго типа), т. е. задача определения частного ранга в зависимости от числа или от качественно определенной совокупности. Так, например, ребенку не удается правильно ответить на заключительный вопрос о барьерах, когда речь идет об определении барьера, преодоленного последним (причем число n матов дано); в частности, при n матах он путает последний из всех барьеров (7-й) с (n—1)-м. Аналогичным образом мы видели, что в вопросах на соответствие между куклами и тростями (вопросы II, III и IV) многочисленные типы наблюдавшихся ошибок сводятся к тому, что ребенок забывает количественное число, если думает о ранге, и наоборот. В частности, при разрушенной серии ребенок второй стадии из-за отсутствия координации между рангами и количественными совокупностями оказывается неспособным вновь найти трость, соответствующую данной кукле, или наоборот (вопрос V). Правильно разрешается лишь один вопрос о прогулке (вопрос V), т. е. ребенок способен собрать все куклы $\geqslant n$ или $<n$ и найти соответствующие трости, в частности n-ю.

Может показаться, что здесь возникает противоречие по сравнению с результатами опытов с палками, в которых ребенку, если он не видит всей лестницы, не удается сказать, сколько ступенек преодолено и сколько осталось пройти. Но как мы уже говорили в связи с вопросом V о куклах и тростях, для решения этой проблемы не требуется ничего иного, кроме построения двух классов — класса $\geqslant n$ и класса $<n$, соответствующих двум выражениям качественного порядка: «Эта кукла и все куклы, бо́льшие, чем эта» и «все куклы, меньшие, чем эта»; а такое построение может быть осуществлено чисто наглядным путем. Наоборот, вопрос IV предполагает понимание того, что n-я кукла является последним элементом количественного числа n кукол, а это отношение, поскольку оно основывается на отвлечении от обусловливаемых им свойств, психологически является операциональным, а не наглядным. Точно так же обстоит дело в проблеме с палками: вопрос «Сколько ступенек преодолено до n-й ступеньки?» предполагает, что n-я ступенька является последним членом из n ступенек, а вопрос «Сколько ступенек остается пройти до t?» предполагает отношение $t—n=$ $=(n+1)\ldots t$. Поэтому если испытуемым второй стадии не удается наглядным методом и без многочисленных проб и ошибок восстановить серию $1\ldots n$, то им, естественно, не удается установить и число $t—n$, предполага-

ющее наличие операционального отношения между целым и его частями. Эта противоположность между результатами вопросов V и IV о куклах, как и между результатами, получаемыми в проблеме с палками, служит еще одним доказательством специфики данной стадии, заключающейся в осуществимости координации между рангами и общими количественными значениями, пока речь идет о сериях, взятых в целом, или о замкнутых классах, и в отсутствии координированности между составными частями отдельных количественных значений. Одним словом, речь идет о наглядной координации и операциональной некоординированности.

Наконец, на третьей стадии, в противоположность предыдущим, все оказывается очень простым; просят ли ребенка определить количественное значение с помощью частного ранга или частный ранг с помощью количественного значения, ему удаются все эти опыты. Это значит, что он понял тесное соответствие определения ранга и определения количественного числа. Координация составных частей целого свидетельствует об операциональном характере данного уровня, в противоположность полной некоординированности первой стадии и лишь наглядной координации второй стадии.

Зафиксировав эти общие особенности, попытаемся теперь их объяснить. Это нетрудно сделать, так как три стадии координации между количественными и порядковыми значениями вполне соответствуют трем стадиям самой сериации, поскольку, как мы только что видели, эти три стадии сериации, в свою очередь, соответствуют трем стадиям определения количественного числа и количественного соответствия.

Если на первой стадии еще полностью отсутствуют возможные отношения между определением ранга и определением количественного числа, то это очень просто объясняется отсутствием на этом уровне определения ранга и определения количественного числа в собственном смысле слова. В самом деле, количественная оценка на этой стадии заключается лишь в глобальной оценке без сохранения и даже без поэлементного соответствия, причем эта оценка основана просто на общей фигуре совокупности, занимаемом ею пространстве и большей или меньшей плотности ее элементов. А сериация, со своей стороны, состоит лишь в рядоположности элементов в ряду, в котором не действует закон последовательности, распространяющийся на все элементы, а есть лишь возможность противопоставить, парами или некоординированными друг с другом элементарными сериями, «большие» элементы «маленьким». Между этими двумя процессами не может, следовательно, существовать связи. В известном смысле можно даже сказать, что они являются антагонистами. К этому имеются следующие причины. Во-первых, можно констатировать, что эти процессы несут на себе следы своей неотдифференцированности от соответствующих механизмов логического или качественного порядка; определение ранга не отделено от качественной сериации, а определение количественного числа — от построения качественно определенных целостностей или совокупностей, относящихся по своей природе к классам. Но сериировать — значит различать каждый элемент в качестве неэквивалентного другим элементам, тогда как классифицировать — значит соединять в одно целое определенное количество элементов, рассматривая их как эквивалентные. В частном же случае, когда качественные операции сериации и классификации столь же не завершены, как и числовые операции, можно видеть, что, когда ребенок стремится осуществить сериацию, он отказывается от построенных им ранее целостностей, а когда он стремится к оценке методом глобальных целостностей, он не устанавливает никакого порядка.

На второй стадии все меняется. Прежде всего, наблюдается возникновение систематизации качественных операций в границах поля восприятия или сферы наглядности. Например, с одной стороны, ребенок становится способным на правильную сериацию эмпирическим хаотичным поиском, а с другой — он научается строить эквивалентные совокупности методом качественного поэлементного соответствия. Но хотя класс и асимметричные отношения не могут находиться в композиции друг с другом, если иметь в виду лишь качественный аспект (поскольку один из компонентов соединяет элементы, рассматриваемые как эквивалентные, а другой — как неэквивалентные), тем не менее сериация легко выражается в терминах классов, и, наоборот, из сериации вытекает первичная связь между обеими системами, основанная на методе дополнительности. Так, например, в проблеме с куклами и тростями ребенок второй стадии умеет разделить серии на два класса:

$\geqslant n$ и $<n$, при любом n, и может, наоборот, привести в сериальное соответствие определенные таким образом совокупности. Но такие построения остаются полуоперациональными, не выходят за пределы поля наглядности и не приводят к вытекающим из них общим логическим следствиям.

С другой стороны, поскольку эти операции уже намечаются, возникает дифференциация между механизмами качественного порядка, о которых только что шла речь, и механизмами числового порядка, которые основываются на понятии однородных единиц, подлежащих одновременно сериации и связыванию. Однако построение числа с необходимостью выводит за пределы поля перцептивной наглядности (если не считать такие первые элементы, как 1-3 — к 3 годам, 1-4 — к 5 годам, 1-5 — к 5 годам), и поэтому оно может завершиться лишь на операциональной основе, тогда как качественные операции в силу своей простоты способны к соответственно более значительному развитию в плане наглядности. Поэтому связь между порядковыми и количественными процессами, составляющая сущность числа, на данной стадии лишь намечается и еще не приводит к координации в собственном смысле слова.

Например, до тех пор, пока испытуемые остаются в поле восприятия, количественная оценка, характерная для второй стадии, осуществляется с помощью поэлементного соответствия, предполагающего определение ранга. Наоборот, в любой наглядной сериации ребенок понимает, что каждый элемент может быть сосчитан и что он образует вместе с предыдущими элементами совокупность, которая может быть исчислена количественно. Следовательно, возникает элементарная координация между двумя процессами. Но количественное соответствие еще не вызывает необходимой и прочной эквивалентности, и это происходит, во-первых, потому, что оно еще недостаточно отдиссоциировалось от качественного (топологического) соответствия, а во-вторых, потому, что оно остается связанным с перцептивным контактом, т. е. остается ограниченным непосредственной наглядностью. С другой стороны, определение ранга также остается относительно неотдифференцированным от качественной сериации, а качественная сериация, в свою очередь, остается наглядной, т. е. порядок понимается лишь в зависимости от актуально воспринимаемой общей серии, а значение ранга или сериальных и порядковых соответствий утрачивается, когда серия с точки зрения восприятия распадается.

Этих двух видов ограничений — еще не завершенной дифференциации между качественным и числовым аспектами и полуоперационального функционирования, не выходящего за пределы восприятия, — достаточно для объяснения того факта, что рождающаяся координация порядкового и количественного числа на данной стадии не может быть ни обобщена, ни систематизирована.

В самом деле, для однозначного выражения ранга элемента определенным количественным значением нужно, чтобы множество, образуемое этим элементом вместе с предыдущими, обладало сохранением, достаточным для его возможного разложения на части, сумма которых вновь составляла бы целое. Например, в эксперименте с палками ребенок должен понять, что, если кукла находится на 3-й ступеньке лестницы из 8 элементов и что если даже лестница разрушена, целое продолжает представлять собой $8=3+5$, а ступенек, которые нужно еще пройти, будет $8—3=5$. Однако на этой стадии количественное целое существует именно и только в той мере, в какой оно воспринимается как целое и не может быть безнаказанно разложено, т. е ранг каждого из элементов еще не может быть выражен количественным значением. Для того же, чтобы количественное значение могло точно соответствовать рангу, нужно, наоборот, чтобы каждый порядковый n-й элемент мог постоянно рассматриваться как $>(n—1)$-го и $<(n+1)$-го, а это опять-таки предполагает инвариантность совокупностей $(n—1)$, (n), $(n+1)$ и т. д. Короче говоря, наглядный и полуоперациональный характер количественных целостностей и серий объясняет наличие несохранения множеств и рангов. В свою очередь, отсутствие операций композиции в собственном смысле слова, невозможных из-за отсутствия сохранения, приводит к тому, что числовые механизмы не могут в достаточной степени отдифференцироваться от качественных механизмов и потому не могут породить сначала действительного взаимодействия классов и отношений, а затем, на этой основе, — кардинального и порядкового чисел.

И наоборот, благодаря победе операции над перцептивной наглядностью, т. е. обратимой «группировки» над статической констатацией, на третьей стадии, по-видимому, осуществляется эта общая координация. Следствиями этого являются: 1) обобщение качественных операций; 2) их дифференциация от числовых операций; 3) необходимое взаимодействие между порядковым и количественным числами.

1. Что касается обобщения качественных операций, то нет нужды в связи с сериацией еще раз останавливаться на том, что было зафиксировано в связи с обратимостью операций при несериальном соответствии (гл. IV, § 5, п. 1). И действительно, ясно, что реакция третьей стадии (как и в случае сохранения величин и прочной количественной эквивалентности) приобретают операциональный характер потому, что наличные отношения стали обратимыми. Произвольная сериация первой стадии не способна ни на какую обратимость. Наглядная сериация также утрачивается, лишь только разрушается перцептивное представление. Только операциональная сериация оказывается способной победить колебания поля восприятия, причем в той мере, в какой она основывается на отношениях, поддающихся композиции и строгой инверсии. Как мы видели, операциональная сериация означает координацию двух обратных отношений ($s>r$ и $s<t$), что предполагает возможность развертывать серию в обоих направлениях.

После усвоения обратимости как в сфере сериации, так и в сфере классов последующие «группировки» операций, т. е. системы обратимых композиций, становятся доступными ребенку и определяют область его качественной логики (в ее конкретном аспекте, безусловно присущем умственному уровню детей 7—11 лет, но отнюдь еще не в формальном аспекте, при котором эти построения могут повторяться после перерыва в несколько лет).

Допустим, мы имеем множество элементов, данных в восприятии, таких, как куклы в главе V. Испытуемый может, с одной стороны, понять их как аналогичные, т. е. отвлечься от их различий и обращать внимание лишь на их общие свойства; эта первая точка зрения — точка зрения *эквивалентности* элементов — ведет к формированию понятий по объему, или логических *классов*. Например, две куклы могут отличаться своим ростом, но обе они по одному и тому же качеству принадлежат к классу кукол, положенных на стол. Если P есть множество таких кукол $A+A'+B'+\ldots=P$, причем знак «+» является знаком соединения, а каждый элемент A, A', B',... является единичным классом каждой индивидуальной куклы. Но, с другой стороны, поскольку ребенок вместе с тем отличает эти элементы друг от друга, он вынужден понимать их не только со стороны общего им свойства — быть куклами, — но и со стороны свойств, отличающих их друг от друга. Это второе понимание, т. е. точка зрения *неэквивалентности,* является точкой зрения асимметричных *отношений.* Любое асимметричное отношение есть неравенство, причем не только в том случае, если $A'>A$ и $B'>A$ и т. д., но даже в том случае, если A, A', B',... неразличимы во всех отношениях, кроме того, что A' находится «рядом» или «после» A. Поэтому, когда испытуемый различает A, A', B',..., мы можем сказать, что тем самым он строит отношения $(A\rightarrow A')$ или $(A'\rightarrow B')$, которые становятся в собственном смысле отношениями, как только оказывается возможным осуществить их композицию $(A\rightarrow A')+(A'\rightarrow B')=(A\rightarrow B')$, где $A\rightarrow A'$ означает, например, что A' «больше» A и т. д., и подвергнуть их инверсии $(A\rightarrow A')=(A'\leftarrow A)$, где $\leftarrow$ означает «меньше».

Классы и асимметричные отношения *дополняют* друг друга. Это значит, что нельзя строить классы без отношений, дающих возможность качественно определить элементы, как нельзя строить и отношения без классов, дающих возможность определить соединенные элементы. Но они являются лишь взаимно дополняющими друг друга, т. е. не существует качественных отношений, которые были бы классами и отношениями одновременно. Действительно, класс — это абстрагирование от различий, а асимметричное отношение — отвлечение от эквивалентностей. Так, например, соединение двух элементов $A+$ $+A'=B$ в класс делает их тем самым эквивалентными с точки зрения класса B, тогда как соединение двух отношений $(A\xrightarrow{a}A')+(A'\xrightarrow{a'}B')$ в одно отношение $A\xrightarrow{b'}B'$ приводит к сериации членов этих отношений, но не делает их эквивалентными. Поэтому ясно, что классы выступают как основания *иерархических целостностей* $(A+A'=B$; $B+B'=C$; и т. д. до $P)$, а транзитивные асимметричные отношения — как основания *сериаций*. Но пока не введено число, из этих иерархических целостностей нельзя вывести никакого определения количественного числа в собственном смысле слова, как и из этой серии — никакого действительного определения ранга. Понятие является лишь синтезом свойств, а класс — лишь соединением качественно определенных и не сосчитанных индивидов. С другой стороны, асимметричное отношение, как отношение между свойствами, является с необходимостью квантифицирующим, и, так как оно различает, а не сливает индивиды, оно подготавливает путь к числу. Но постольку, поскольку число еще не сформировалось, это отношение со свойственными ему композициями приводит лишь к тем величинам, которые Кант называл интенсивными, так как они несводимы к системе единиц.

Таковы основные аддитивные композиции (мультипликативные композиции мы уже рассмотрели в гл. IV, § 5), к которым ребенок третьей стадии становится способным на основе обобщения качественных отношений.

2. Но как только ребенок приходит к этому типу логических композиций, в силу самого этого факта он становится способным вывести из них соответствующие числовые композиции и дифференцировать их друг от друга. В самом деле, *число* оформляется по мере того, как (в противоположность тому, что мы только что рассматривали) элементы A, A', B', ... понимаются не как эквивалентные *или* неэквивалентные, а как эквивалентные и неэквивалентные одновременно. Если предпочесть менее парадоксальную форму выражения, то можно сказать, что число оказывается не только обобщающим классом и не только серирующим отношением, но *одновременно* иерархическим классом и серией. Однако мы только что видели, что в качественном аспекте не может быть логического отношения, которое было бы одновременно классом и отношением. Следовательно, такое положение возможно лишь при условии элиминирования свойств и рассмотрении каждого элемента как единицы, эквивалентной другим единицам. Поэтому мы имеем одновременно $A=A'=B'$ ... и т. д., что выражает эквивалентность, свойственную классам, и $A \rightarrow A' \rightarrow B'$ ..., что соответствует неэквивалентности, присущей любой системе асимметричных отноше-

ний. Следовательно, $(A+A'=B)$ становится $(A+A=2A)$, а $(B+B'=C)$ становится $(2A+A=3A)$ и т. д., что определяет итерацию единицы в системе целых чисел.

Разумеется, мы не собираемся утверждать тем самым, что число сводится к классам и отношениям; мы просто хотим показать их взаимоотношения. Такое недоразумение необходимо предупредить тем более, что, как мы увидим в следующей главе, класс не предшествует числу: его формирование завершается одновременно с формированием числа, опирается на него, и наоборот. В самом деле, без понятия количественного числа, имплицитно выступающего в терминах «один» «ни один», «некоторые» и «все», невозможно понять включение одних классов в другие. Следовательно, в известном смысле классы являются несериированными числами, а числа — сериированными классами; психологическое же, как и логическое построение классов, отношений и чисел представляет собой сложный процесс развития, соответствующие составляющие которого являются синхронными и взаимосвязанными.

3. В свете изложенного объяснение координации порядковых и количественных чисел на третьей стадии выступает во всей ясности и во всей своей простоте. Количественное число является, следовательно, классом, элементы которого понимаются как эквивалентные, но отличные друг от друга «единицы», причем единственное различие здесь состоит в том, что их можно подвергать сериации, а значит, и упорядочивать. Наоборот, порядковые числа представляют собой серию, элементы которой, следуя друг за другом в соответствии с отношениями порядка, предписанного им их соответствующими рангами, являются также единицами, эквивалентными друг другу, и, следовательно, могут соединяться количественно. Это значит, что конечные числа с необходимостью являются одновременно количественными и порядковыми, что вытекает из самой природы числа, которое должно быть системой классов и асимметричных отношений, слитых в одно операциональное целое. Следовательно, порядковые числа являются результатом абстрагирования от отношения, причем это абстрагирование не меняет природы операций над ними, так как все порядки, которые можно придать n членам, сводятся к одинаковой количествен-

ной сумме n. В свою очередь, порядковые числа являются результатом абстрагирования от класса, абстрагирования столь же законного по той причине, что n-й конечный элемент всегда будет соответствовать количественному множеству n. Но это двойное абстрагирование совершенно не мешает конечному целому числу оставаться единым, как не подрывает оно и предположения о неразрывной связи целостностей и порядка.

Часть третья

АДДИТИВНЫЕ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЕ КОМПОЗИЦИИ

ГЛАВА VII. АДДИТИВНАЯ КОМПОЗИЦИЯ КЛАССОВ И ОТНОШЕНИЯ КЛАССА И ЧИСЛА

Четыре последних главы настоящей работы имеют двойную цель. Во-первых, нужно изучить вопрос, каким образом формирование целого положительного числа дополняется открытием аддитивных и мультипликативных операций. Конечно, в этой связи мы не будем изучать адаптацию ребенка (практически лишь словесную) к школьным таблицам сложений, вычитаний и т. д., так же как для понимания выработки самого числа мы не анализировали устный счет. В действительности аддитивные и мультипликативные операции подразумеваются уже в числе как таковом, поскольку число является аддитивным соединением единиц, а поэлементное соответствие двух совокупностей включает умножение. Если же мы попытаемся уяснить корни этих операций, то подлинная проблема заключается, следовательно, в изучении вопроса о том, каким образом ребенок осознает необходимость этих операций, открывая их внутри числовых композиций.

К решению этой проблемы мы и будем стремиться. Но в таком случае мы сталкиваемся со вторым вопросом, решение которого явится второй целью этих глав. Так же как формирование числа неразрывно связано с формированием классов и логических отношений, так и овладение числовыми операциями связано с овладением качественными операциями. Эта общность приводит нас к необходимости дальнейшего анализа взаимосвязей между числом, классом и отношением, по поводу чего мы до сих пор ограничились несколькими беглыми замечаниями. Главы VII и VIII дадут нам возможность изучить одновременно отношения класса и числа, а также их аддитивные композиции. Наконец, главы IX и X будут посвящены генезису умножения путем развития соответствия между несколькими симультанно данными множествами и их отношениями.

До сих пор мы рассматривали число как сериированный класс, т. е. как произведение класса и асимметричного отношения. Но это совсем не значит, что класс и асимметричное отношение предшествуют числу; наоборот, можно понимать число как нечто необходимое для завершения логических, в собственном смысле слова, структур. Как раз это мы и попытаемся показать в данной главе. В самом деле, вместо выведения числа из класса, класса из числа или рассмотрения класса и числа как принципиально независимых друг от друга можно рассматривать их как дополняющие друг друга и как развивающиеся во взаимодействии, хотя и в двух различных направлениях.

В самом деле, если рассматривать объем понятий, не отрывая его от их содержания, то становится очевидно, что поскольку понятие соответствует классу[1], понятия и числа имеют важное общее основание, образуемое аддитивной операцией, соединяющей в целостность отдельные элементы или разлагающей эту целостность на части (как говорил уже Лейбниц, логика классов или предложений основана на алгоритме целого и части). Различие же класса и числа состоит в том, что части в числе являются однородными единицами или дробями единиц, тогда как части класса (если, например, разлагать класс животных на два подкласса: позвоночные и беспозвоночные) являются классами лишь с качественной точки зрения, т. е. соединениями лишь в силу их общих свойств. Но какими бы качественными ни

[1] С точки зрения психологии было бы большой ошибкой считать, что мышление осуществляется всегда содержаниями понятия или с помощью только классов. Разум постоянно колеблется между этими двумя аспектами понятия в зависимости от потребностей момента. Вполне возможно, что при рассмотрении предложений «Птицы имеют позвоночник» или даже «Птицы являются позвоночными» большинство испытуемых ограничивается квалификацией по содержанию. Однако в предложении «Птицы составляют лишь часть позвоночных» объем с очевидностью выступает на первый план.

были мотивы этого сложения и каким бы неопределенным ни было число наличных элементов, квалификация «интенсивной» природы с необходимостью выступает в отношениях включения, присущих любой аддитивной композиции. В самом деле, с аддитивной точки зрения в целом с необходимостью имеется больше элементов, чем в одной из его частей, так что четыре основных детерминанты любого сочетания классов, т. е. «один», «ни один», «некоторые» и «все», имеют очевидное количественное значение.

Проблема же, которую мы должны поставить перед собой в первую очередь, заключается в следующем. Если количественные отношения, присущие включению части в целое, могут быть бесспорно и точно управляемыми в аспекте наглядности, свойственном второй из указанных до сих пор стадий, то можно ли совершать с ними операции ранее третьей стадии, т. е. до оформления самого числа? Другими словами, может ли аддитивная композиция классов, которая соединяет классы в связную «группировку» иерархических включений и определяет их точную структуру, быть психологически связанной с аддитивной композицией самих чисел, или, короче, нуждается ли класс в числе для завершения своего формирования? В самом деле, поскольку отсутствуют понятия инвариантности и сохранения числовых целостностей, возможно, что именно поэтому ребенку не удается достичь понимания отношений части к целому в сфере классов как отношений постоянных, следовательно, не удается построить связные отношения включений. Если это так, то для нас будет представлять чрезвычайную важность вопрос о том, как образуются эти понятия и каким образом класс и число развиваются из одинакового операционального механизма «группировки».

§ 1. Используемые приемы и общие результаты. Для изучения аддитивной композиции классов, т. е. включения частных классов в общий класс в той форме, в которой этот вопрос больше всего сближается с проблемой сохранения величин, нужно было изучить отношение логического объема между терминами «некоторые» и «все» для выявления элемента квантификации, присущего любому сложению (как сложению классов, так и сложению чисел). В этой связи мы провели ряд следующих опытов. Пусть имеется совокупность индивидуальных предметов B, образующих логический класс, который можно определить чисто качественными терминами, и часть этой совокупности A, образующая подкласс, также определяемый качественными терминами. Проблема состоит в ответе на вопрос: «больше» ли элементов в общем классе B, чем во включенном классе A (другими словами, является ли класс B больше или «многочисленнее» подкласса A)?

Мы начали с использования такого же материала, который уже употреблялся при изучении вопросов соответствия и сохранения величин. Возьмем, например, коробку с одними только деревянными бусинками (класс B), большинство которых коричневые (коричневые бусинки — класс A), но две бусинки белые (белые бусинки — класс A'). Ребенку предлагается вопрос: «Чего больше в коробке: деревянных бусинок B или коричневых бусинок A?» Как видно, аддитивная композиция классов выступает здесь в самой элементарной форме: $A+A'=B$, откуда $A=B—A'$ и $A<B$. Однако, поскольку эта проблема сразу представила большую трудность для малышей от 4 до 6 лет, то мы задавали вопрос в еще более наглядных терминах. С одной стороны, мы спрашивали, какие из двух бус были бы самыми длинными: бусы, которые можно было бы сделать из деревянных бусинок (B) или из коричневых бусинок (A). При этом для лучшего уяснения разницы между A и B мы предварительно ставили рядом с коробкой с бусинками две пустые коробки и уточняли: «Если я выну коричневые бусинки и положу их сюда (первая пустая коробка), то останутся ли бусинки в коробке (в полной)?» И еще: «Если я выну деревянные бусинки и положу их сюда (вторая пустая коробка), то останутся ли...?» И т. д. Нужно отметить, что понимание двух последних вопросов совершенно не ведет к правильному решению вопросов о бусах. С другой стороны, мы различным образом меняли исходные данные проблемы: например, в качестве класса B предлагали совокупность голубых бусинок, большинство которых квадратные (класс A), а две или три — круглые (класс A'), и т. д. Предлагали также совокупность цветов (класс B), содержащую два десятка маков (класс A) и два или три василька (класс A'), после чего спрашивали: «Какой букет будет самым большим: из всех цветов или из всех маков?» И т. д.

Результаты этих различных типов экспериментов последовательно размещаются по трем стадиям, соответствующим трем этапам, которые мы различали до сих пор в эволюции сохранения величин и количественного и порядкового соответствия. На первой стадии ребенок остается неспособным понять, что классы B всегда будут содержать больше элементов, чем классы A, причем происходит это именно потому, что психологически ребенку не удается одновременно думать о целом B и частях A и A', а логически это значит, что он еще не понимает класс B как результат сложения $B=A+A'$, а класс A как результат вычитания $A=B-A'$. На второй стадии ребенку понемногу удается установить, что классы типа B содержат больше элементов, чем включенные в B классы типа A, но это открытие он делает наглядно, не вступая еще на дедуктивный и операциональный путь. В самом деле, так как ребенок вынужден зрительно воспринимать бусы или совокупность бус, то при наличии включения, вытекающего из аддитивной композиции, он открывает отношение $B>A$, но не знает его заранее. В частности, ребенок часто открывает отношение $B>A$ в момент размышления о точном числе элементов класса A' (или класса A) при их счете. Наконец, на третьей стадии ребенок сразу понимает, что включающий класс B многочисленнее включенного класса A; в этом случае он становится на точку зрения аддитивной композиции ($B=A+A'$ и $A=B-A'$).

§ 2. Первая стадия — отсутствие аддитивной композиции. Проанализируем сначала реакции малышей на вопрос о коричневых бусинках (A) и деревянных бусинках (B). Приведем несколько примеров.

Стро (6; 0). «В этой коробке больше деревянных бусинок или больше коричневых? — *Больше коричневых.* — Почему? — *Потому что деревянных всего две.* — Но разве коричневые бусинки не деревянные? — *Ах, да!* — В таком случае больше коричневых или больше деревянных бусинок? — *Больше коричневых*».

Так как в ответах типа ответов Стро наблюдалось постоянство, то мы постепенно конкретизировали вопрос, начиная подводить ребенка к пониманию того, какие бусы можно сделать с помощью коричневых и деревянных бусинок.

Бис (6; 8). «Больше деревянных бусинок или коричневых? — *Коричневых больше, потому что есть только две белые.* — А белые из дерева? — *Да.* — А коричневые? — *Тоже.* — В таком случае больше коричневых или больше деревянных бусинок? — *Коричневых больше.* — А какого цвета были бы бусы из деревянных бусинок? — *Коричневые и белые.* (Как видно, Бис очень хорошо понимает исходные условия задачи!) — А бусы из коричневых бусинок? — *Коричневые.* — В таком случае какие бусы были бы самыми длинными: бусы из деревянных бусинок или бусы из коричневых бусинок? — *Из коричневых.* — Нарисуй мне бусы. — (Бис рисует ряд черных кружков для бус из коричневых бусинок и ряд черных кружков плюс два белых кружка для деревянных бус.) — Очень хорошо. В таком случае какие бусы будут самыми длинными: из коричневых бусинок или из деревянных бусинок? — *Из коричневых бусинок».* Хорошо видно, что Бису совсем не удается разрешить эту проблему путем включения класса коричневых бусинок в класс деревянных бусинок, несмотря на точное понимание и правильное графическое представление исходных данных проблемы!

Фат (7; 3). «Больше деревянных бусинок или больше коричневых? — *Коричневых больше».* Мы рисуем на большом белом листе коричневые бусинки и две белые бусинки. «Обведи кружком все коричневые бусинки. — (Ребенок обводит карандашом коричневые бусинки.) — Теперь обведи деревянные бусинки. — (Фат обводит только две белые бусинки.) — А коричневые разве не из дерева? — *Ах, да!* (Обводит обе белые бусинки, а затем всю совокупность бусинок.) — А если сделать бусы из деревянных бусинок и бусы из коричневых, то какие были бы самыми длинными? — *Из коричневых».*

Так как трудность для ребенка осталась, мы попытались еще более упростить проблему, поставив рядом с коробкой с бусинками две пустые коробки, чтобы символически собирать в одной коричневые бусинки, а в другой — деревянные. Тем не менее проблема остается для малышей неразрешимой.

Бес (6; 2). «Эти все бусинки деревянные или нет? — *Все они деревянные.* — Больше бусинок деревянных или бусинок коричневых? — *Коричневых бусинок больше.* — Если я положу коричневые бусинки в эту коробку, то в этой коробке бусинки останутся? — *Да, останутся белые.* — А если я положу деревянные бусинки в другую пустую коробку, то здесь бусинки останутся? — *Нет.* — А если бы сделали бусы из всех деревянных бусинок, которые были бы в этой коробке (первая пустая), и если бы сделали другие бусы из коричневых бусинок, которые были бы в этой другой коробке (вторая пустая), то какие бусы были бы самыми длинными? — *Бусы из коричневых».*

Еуг (5; 6). «И чего эти бусинки? — *Из дерева.* — Какого они цвета? — *Коричневые.* — А эти? — *Белые.* — А они из чего? — *Тоже из дерева.* — А если я положу все деревянные бусы в эту пустую коробку, то бусинки останутся? — *Нет.* — А если я положу все коричневые бусинки в эту другую пустую коробку, бусинки останутся? — *Да, белые останутся.* — В таком случае какие бусы были бы самыми длинными: бусы, которые сделали бы из деревянных бусинок из этой коробки (пустой), или бусы, которые сделали бы из коричневых бусинок из этой другой коробки (пустой)? — *Из коричневых»*.

Оли (5; 2). «Эти бусинки все коричневые? — *Нет, две штуки белые.* — Они все деревянные? — *Да.* — Если бы пересыпали все деревянные бусинки сюда, бусинки остались бы? — *Нет.* — Если бы пересыпали сюда все коричневые бусинки, бусинки остались бы? — *Да, две белые.* — Тогда какие бусы были бы самыми длинными: бусы, которые можно было бы сделать из коричневых бусинок этой коробки, или бусы, которые можно было бы сделать из деревянных бусинок этой другой коробки? — *Из коричневых»*.

Наконец, была сделана последняя попытка упростить проблему, которая, как оказалось, еще более усложнила для ребенка условия опыта, но дала возможность выявить одну из главных трудностей решения рассматриваемой задачи.

Лаур (5; 5). «Если я положу коричневые бусинки в эту коробку, бусинки останутся? — *Да, две бусинки останутся.* — А если я положу деревянные бусинки в эту другую коробку, то бусинки останутся? — *Нет.* — Почему? — *Потому что они все деревянные.* — В таком случае допустим, что две маленькие девочки захотели бы сделать из этих бусинок бусы: одна захотела бы сделать себе бусы из коричневых бусинок, а другая — из деревянных. Понимаешь? — *Да, но девочка, делающая бусы из деревянных, берет только белые?* — Нет. — *Коричневые тоже?* (Следует отметить стихийный характер этих двух вопросов.) — А как ты думаешь? — *Думаю, что да.* — Почему? — *Они также деревянные.* — В таком случае, какие бусы были бы самыми длинными: из коричневых бусинок или из деревянных? — *Из коричневых.* — Почему? — *Потому что их больше.* — Покажи мне бусинки, которые взяла бы девочка, желающая сделать бусы из коричневых бусинок. — (Показывает правильно.) — А покажи мне бусинки, которые взяла бы девочка, желающая сделать себе бусы из деревянных бусинок. — *Вот эти.* (Показывает две белые бусинки.) — Только эти? — *Других нет!»*.

Соут (6; 10). «Если я положу коричневые бусинки в эту коробку, бусинки останутся? — *Да, белые останутся.* — А если я положу деревянные бусинки в эту другую коробку, бусинки останутся? — *Нет.* — Тогда слушай. Две маленькие девочки хотели бы сделать бусы из бусинок: одна хотела бы сделать себе бусы из коричневых бусинок, а другая — из деревянных. Какие бусы были бы самыми длинными? — *Бусы из коричневых бусинок были бы самыми длинными, потому что их больше.* — Какие бусинки взяла бы девочка, которая брала бы коричневые бусинки? — *Вот эти.* (Коричневые.) — А та, которая хочет сделать себе бусы из деревянных бусинок? — *Она берет белые.* — Почему? — *Потому что другая девочка взяла коричневые бусинки»*.

Здесь хорошо видно, насколько систематической у ребенка до 7—8 лет является трудность при включении класса в другой класс и при понимании того, что общий класс больше или многочисленнее, чем включенный класс. Но относительно предыдущих экспериментов могут быть выдвинуты по крайней мере два вида возражений: первый касается роли речи, а второй — роли восприятия.

Действительно, во-первых, логический класс может быть выделен и определен лишь тогда, когда он обозначен словом или сочетанием слов. Пользуясь совершенно готовой речью, переданной взрослыми, ребенок овладевает, и сравнительно рано, системой уже иерархированных и включенных друг в друга классов, благодаря их очень определенному и коллективно регулируемому употреблению. Так, например, обучаясь пользоваться словами «воробей», «утка», «курица» и т. д., а также словом «птица», ребенок оказывается вынужденным включать классы, соответствующие первым из этих слов, в общий класс «птиц». То, что это не удается сразу, с очевидностью обнаруживается наблюдением и опытом, но этот факт лишь доказывает постоянство трудностей, относящихся ко включению. Однако рано или поздно, благодаря системе самих слов, ребенку удается включение. Поэтому в случае с нашими бусинками создается впечатление, что трудность увеличивается из-за того, что общий класс и особый класс обозначаются не одним отдельным словом, а только сочетаниями слов («деревянные бусинки», «коричневые бусинки» и «белые бусинки»), каждое из которых содержит один и тот же первичный термин — «бусинка». Что же произойдет, если произвести эксперимент с классами, каждый из которых носит специфическое название (например, маки и васильки, входящие в класс «цветы»)?

Во-вторых, можно было бы задаться вопросом: не создает ли в сознании ребенка факт противоположения четырех десятков коричневых бусинок только двум белым бусинкам систематическую иллюзию? Ясно, что такая форма опыта представляется необходимой для того, чтобы рефлексия взяла верх над простым чтением данных восприятия. Но, может быть, эти данные как раз не противодействуют рефлексии, пока они поляризованы с чисто перцептивной точки зрения? Что же произойдет, если изменять пропорции или воспринимаемые свойства?

Чтобы ответить на первое возражение, мы предлатали ребенку те же вопросы, но использовали при этом логические классы, каждый из которых называется одним отдельным словом: «маки»+«васильки»=«цветы» и «мальчики»+«девочки»=«дети». Приведем несколько ответов, относящихся к цветам.

Арл (5; 0). «Посмотри. На этой поляне (рисунок, изображающий 20 маков и 3 василька) цветов много или мало? — *Много.* — Какие они? — *Красные и голубые.* — Красные — это маки, а голубые — это васильки? — *Да.* — Я хотел бы сделать очень большой букет. В таком случае нужно нарвать васильков или маков? — *Маков.* — Покажи маки. — (Показывает правильно.) — Покажи цветы. — (Круговым жестом показывает на весь рисунок.) — Если я возьму цветы или возьму маки, то какой будет тогда будет самым большим? — *Из маков.* — Если я сорву маки, то что останется? — *Голубые цветы.* — А если я сорву васильки, то что останется? — *Маки.* — А если я сорву цветы, то что останется? — (Размышляет.) — *Ничего не останется.* — Тогда какой букет будет самым большим: букет из цветов или букет из маков? — *Но я уже тебе сказала.* — Подумай. (Повторяют вопрос.) — *Букет из маков будет самым большим.* — А букет из цветов? — *Он не будет таким.* — Больше или меньше? — *Меньше.* — Почему? — *Потому что взяли большую кучу маков».*

Рик (5; 11). «Посмотри на эти маки и на эти два василька. Какой букет будет самым большим: если я возьму все эти цветы или если я возьму маки? — *Букет из маков, потому что их больше.* — Покажи маки. — (Правильно.) — Покажи цветы. — (Показывает всю совокупность.) — В таком случае какой букет будет самым большим? — *Из маков».*

Стро (6; 0) смотрит, как мы рисуем пятнадцать лютиков и два василька. «Что это такое? — *Лютики.* — А здесь? — *Васильки.* — Все это цветы? — *Да.* — Больше цветов или лютиков? — *Лютиков больше.* — Почему? — *Есть только два василька.* — Но лютики-то цветы? — *Да.* — В таком случае больше лютиков или больше цветов? — *Лютиков больше».*

Приведем два примера ответов на вопросы о девочках и детях.

Жуил (5; 6) смотрит, как мы рисуем двенадцать девочек и двух мальчиков. «В этом классе больше девочек или больше детей? — *Больше девочек.* — Но ведь девочки — дети? — *Да.* — Тогда больше детей или больше девочек? — *Больше девочек».*

Бес (6; 2). «Здесь больше девочек или больше детей? — *Больше девочек.* — Почему? — *Есть только два мальчика.* — Но ведь девочки — дети? — *Да.* — В таком случае больше девочек или детей? — *Больше девочек».*

Таким образом, хорошо видно, что в принципе эти два вопроса приводят к ответам, идентичным ответам на вопросы о бусинках. Тем не менее вопрос о девочках и детях явно легче, чем вопрос о бусинках. Так, например, половина наблюдавшихся нами шестилетних детей и даже часть пятилетних могут успешно с ним справиться. Что же касается проблемы цветов, то по своей трудности она оказывается промежуточной между двумя другими проблемами. В целом эти данные представляют несомненный интерес, поскольку они показывают, что обозначение общих и частных классов специальными именами помогает дифференцировать эти классы и располагать их иерархически. Но поскольку в случае с бусинками ребенок должен строить эти классы без принудительного влияния речи, соответствующий вопрос можно рассматривать как средство, которое позволяет выявить трудности, присущие мышлению опрашиваемого испытуемого.

Имея в виду второе возражение, относящееся к факторам восприятия, мы провели три серии контриспытаний для устранения препятствий, которые создавались первоначально примененной методикой.

1. Во-первых, мы предложили детям один комплект бусинок, принадлежность которых к одному общему классу определяется цветом (в нашем случае — голубым), а не веществом, так, чтобы это общее свойство было более ярким. В такой ситуации частные классы выбирались в соответствии с их формой (круглые или квадратные).

2. Во-вторых, мы возобновили эксперимент с коричневыми и деревянными бусинками, но предложили лишь два десятка коричневых против 15—17 белых (или зеленых) бусинок для лучшего привлечения внимания испытуемых.

3. Наконец, в-третьих, когда речь шла о гипотетическом изготовлении двух бус, одних — из общего класса (голубые и деревянные бусинки серий, названных нами, соответственно, в пунктах 1 и 2), а других — из частного класса (квадратные бусинки — в пункте 1 и коричневые — в пункте 2), мы предложили два комплекта бусинок в двух разных коробках для облегчения диссоциации целого и части.

Однако эти новые приемы, немного облегчая подход к правильному ответу (по крайней мере два последних приема), тем не менее дали реакции, тождественные предыдущим, и это хорошо показывает, что трудность включения по сути дела независима от факторов восприятия.

1. Приведем сначала примеры ответов, относящихся к общему классу, определяемому цветом.

Арл (5; 0). Перед ней десяток голубых конусов («крыши») и три круглых (и тоже голубых) бусинки. «Посмотри: больше крыш или больше голубых вещей? — *Крыш больше.* — А круглые бусинки какие? — *Голубые.* — А крыши? — *Тоже голубые.* — В таком случае больше крыш или голубых предметов? — *Больше крыш.* — Почему? — *Потому что их много.* — А голубых вещей? — *Все голубое.* (!) — В таком случае больше голубых предметов или больше крыш? — *Больше крыш*».

Дур (5; 6). Перед ним десять квадратных голубых бусинок и три круглых, тоже голубых. «Какие это бусы? — *Голубые.* — Они все квадратные? — *Есть круглые и есть квадратные.* — Если я выну все квадратные, то бусинки останутся? — *Останутся круглые.* — Если я выну голубые, бусинки останутся? — *Больше не остается.* (Показывает пальцем всю совокупность.) — Маленькая девочка хотела сделать бусы из голубых бусинок. Какие бусы будут самыми длинными: те, которые сделали бы из квадратных бусинок, или те, которые сделали бы из голубых? — *Бусы из квадратных бусинок*».

Жеа (6; 0). Такое же начало беседы. «Какие бусы были бы самыми длинными: те, которые сделали бы из квадратных бусинок, или те, которые сделали бы из голубых? — *Из квадратных.* — Почему? — *Потому что их больше.* — Почему? — *Потому что квадратных больше*». Затем Жеа рисует двое бус, одни только из квадратных бусинок, другие — из круглых и квадратных (десяток квадратов для первых бус и восемь квадратов плюс два кружочка для вторых). «Очень хорошо. Теперь скажи, какие бусы будут самыми длинными? — *Бусы из квадратных бусинок.* — Почему? — *Потому что их больше*».

Хуб (5; 6). Такое же начало беседы. «Маленькая девочка хочет сделать бусы из квадратных бусинок. Другая девочка хотела бы сделать бусы из голубых. — (Хуб смеется и говорит: *Они все голубые!*) — Да. Но тогда какие бусы будут самыми длинными? — *Бусы из квадратных бусинок, потому что их больше*».

Итак, нетрудно убедиться, что даются ответы точно такого же порядка, как и ответы, получаемые в связи с деревянными и коричневыми бусинками.

2. Приведем теперь несколько примеров реакций на вопросы о деревянных и коричневых бусинках, когда предлагаются две примерно равные части.

Тап (5; 6). Такое же начало беседы (перекладывание бус и т. д.). «Какие бусы были бы самыми длинными: те, которые сделали бы из коричневых бусинок (20 штук), или бусы из деревянных бусинок (20 коричневых плюс 18 зеленых)? — *Бусы из коричневых бусинок.* — Почему? — *Потому что их больше*». Тогда мы даем Тапу два комплекта бусинок (см. п. 3) в двух отдельных ящиках, в каждом из которых 20 коричневых и 18 зеленых бусинок, причем все они деревянные «Смотри. Маленькая девочка вот с этим ящиком делает себе бусы из коричневых бусинок, а девочка вот с этим ящиком делает бусы из деревянных бусинок, находящихся внутри ее ящика. Какие бусы будут самыми длинными? — *Коричневые, потому что коричневых бусинок больше.* — А какого цвета были бы бусы из деревянных бусинок? — *Только зеленого».*

Жеа (6; 0). Аналогичные ответы.

Рос (5; 6). Другие вопросы ему не задавались. Перед ним совокупность из 20 коричневых и 18 зеленых бусинок, относительно которых мы задаем вопросы по той же схеме, но называем целое «круглые бусинки». «Какого цвета эти бусинки? — *Коричневые.* — А эти? — *Зеленые.* — А какой формы? — *Все они круглые.* — А если я положу коричневые бусинки в эту крышку, бусинки в коробке останутся? — *Да, зеленые бусинки останутся.* — А если я положу в эту крышку круглые бусинки, то бусинки в коробке останутся? — *Нет. Они все круглые.* — А если я положу зеленые бусинки в эту крышку, то бусинки в коробке останутся? — *Да, коричневые бусинки останутся.* — А если я положу круглые бусинки в эту крышку, то бусинки в коробке останутся? — *Нет. Они все круглые.* — В таком случае, если ты сделаешь бусы из коричневых бусинок, а потом, когда их разберут, бусы из зеленых бусинок, а потом, когда разберут и зеленые, ты сделаешь другие бусы, из круглых бусинок, то какие бусы будут самыми длинными? — *Бусы из коричневых бусинок.* — Почему? — *Потому что их больше».* Росу дают два тождественных комплекта зеленых и коричневых бусинок в двух отдельных коробках и спрашивают его: «У тебя в школе есть два друга? — *Да, Андре и Оливье.* — Я дам одну из этих коробок Андре (ставят ее справа), а другую — Оливье (слева от него). Коробки одинаковые? — *Да.* — Андре будет брать из своей коробки коричневые бусинки и делать из них бусы, а Оливье, чтобы сделать бусы для себя, будет брать круглые бусинки, имеющиеся в его ящике. Какие из этих двух бус будут самыми длинными? — *Бусы Андре, потому что он берет больше бусинок: коричневых бусинок больше».*

Наконец, применительно к составленным таким же образом пропорциям мы ставим вопросы, основанные на характеристике целого по цвету.

Бе (5; 6) получает коробку с 10 желтыми крупными бусинками и с 15 желтыми мелкими бусинками. Начало беседы аналогично предыдущим случаям. Потом спрашиваем: «Какие бусы будут самыми длинными: те, которые можно было бы сделать из маленьких бусинок, или бусы из всех (!) желтых? — *Бусы из маленьких бусинок.* — Почему? — *Их больше.* — Но они тоже желтые? — *Да.* — В таком случае какие бусы будут самыми длинными? (И т. д.) — *Бусы из маленьких бусинок».*

Таким образом, хорошо видно, что примерно равная пропорция между двумя частями лишь в незначительной степени меняет получаемые ответы, даже в тех случаях, когда это условие комбинируется с определением целого цветом или формой.

3. Наконец, предложение детям двух тождественных комплектов бусинок несколько облегчает подход к правильному ответу, потому что испытуемый может одновременно смотреть на один из комплектов, говоря себе, что он вынимает оттуда лишь коричневые бусинки, и на другой комплект, говоря, что он его использует целиком. Но такое облегчение не снимает всех трудностей проблемы. Только что мы уже видели это на примере Тапа и Роса, но приведем и другие примеры.

Эр (5; 6). У него два комплекта голубых бусинок по 10 квадратных и 3 круглых. «Какие бусы будут самыми длинными? — *Бусы из квадратных бусинок.* — Почему? — *Потому что их больше.* — Они голубые или нет? — *Голубые.* — В таком случае какие бусы были бы самыми длинными: бусы, которые А. сделает из квадратных бусинок, находящихся в этой коробке, или бусы, которые М. сделает из голубых бусинок, находящихся вот в этой коробке? — *Бусы из квадратных бусинок*».

Суз (6; 0). Такие же вопросы. «*Бусы из квадратных бусинок будут самыми длинными.* — Сколько квадратных бусинок? — *Десять.* — А голубых? — *Три.* — А квадратные какие? — *Тоже голубые.* — Ну и что же? — *Это бусы из голубых бусинок. Квадратные — тоже голубые.* — Но тогда если Ж. возьмет квадратные бусинки из этой коробки, чтобы сделать себе бусы, а Л. возьмет голубые бусинки из своей коробки, чтобы себе сделать бусы, какие бусы будут самыми длинными? — *Бусы из квадратных бусинок.* — Почему? — *Потому что квадратных бусинок больше*».

Нет нужды увеличивать число примеров, сводящихся к одному и тому же типу и подтверждающих, таким образом, ответы, полученные до этих модификаций первого применявшегося нами приема.

Поскольку факты установлены, нужно попытаться дать им объяснение.

Все дети, ответы которых мы изложили, поняли природу целостностей, рассматриваемых в поставленных нами проблемах включения. Они поняли, что все предложенные бусинки деревянные (или голубые и т. д.), и показали это либо устно, либо графически, либо путем гипотетической операции пересыпания. Устно Бис, Бес, Еуг и т. д. сразу утверждают, что воспринимаемые бусинки «все из дерева»; Стро, начинающий с утверждения о том, что деревянных бусинок только две (обе белые), признает потом, что все коричневые бусинки плюс белые являются деревянными, и т. д. Значит, эти дети, по-видимому, научились строить общее предложение, в котором фиксируется рассматриваемое целое. Во-вторых, они очень хорошо умеют графически изобразить пару бус, образуемых либо всеми бусинками, либо одними коричневыми бусинками, причем первые включают обе белые бусинки. В-третьих, всем детям без всякой трудности удается понять, что если бы вынули из их коробки все деревянные бусинки и положили их в другую коробку, то не осталось бы ни одной бусинки, тогда как если бы вынули только коричневые бусинки, то остались бы белые! Значит, нельзя оспаривать наличия у этих испытуемых понятия целого, или общего, класса, о котором идет речь в наших вопросах, как бесспорно и то, что они приходят к формулированию общего предложения, определяющего этот класс: «Все эти бусинки — деревянные».

Именно поэтому наши испытуемые хорошо знают, что коричневые бусинки образуют часть этого целого и что они одновременно коричневые и деревянные.

Но лишь только дело доходит (как это предусмотрено нашим вопросом) до симультанного размышления о целом и части, сразу возникают трудности. Все происходит так, как будто ребенок, думая о части, забывает целое, и наоборот. Или, вернее, когда ребенок думает о целом, ему удается представить недиссоциированные части (ибо он, например, правильно рисует бусы, соответствующие целому, и хорошо различает в этом целом два десятка коричневых бусинок и обе белые бусинки), но когда он старается диссоциировать одну из частей, то ему не удается уже вспомнить целое или принять его во внимание и он ограничивается сравнением части, которой он занимается, с оставшейся частью, т. е. остатком первичного целого. По сути дела, когда ребенок думает о коричневых бусинках, он их сравнивает лишь с белыми, а не со всеми деревянными бусинками. Иными словами, детям, ответы которых мы привели, не удается установить иерархию или постоянное включение между целым и частями: как только целое диссоциируется, даже в мышлении, части перестают в него включаться и просто рядополагаются без синтеза.

Значит, в конечном счете отношение включения оказывается непонятым нашими детьми или они еще его не выработали: рассматриваемые ими целостности еще не образуют логических классов, а являются элементарными схемами ассоциаций или синкретических агрегатов, так что для ребенка отношение между частью и целым не является еще ни количественным отношением, ни даже отношением, подлежащим интенсивной квантификации, т. е. оно не является ни отношением дроби, ни отношением включения, а выступает как простая качественная причастность. Ребенок хорошо знает, что коричневые бусинки также деревянные и что они образуют, следовательно, часть того же целого, что и белые; именно поэтому он очень хорошо умеет рисовать бусы из деревянных бусинок, соединяя белые бусинки с коричневыми, и именно поэтому он, с другой стороны, может очень хорошо сказать, что если из коробки вынуть все деревянные бусинки, то больше ни одной бусинки не останется. Но если речь идет об одновременном учете класса деревянных бусинок и класса коричневых бусинок, т. е. о том, чтобы встать на количественную точку зрения включения двух классов по их объему, то трудности вновь появляются и ребенок уже не может включить в класс деревянных бусинок элементы, только что им сосчитанные в классе коричневых.

Следовательно, можно сказать, что с качественной точки зрения ребенок хорошо понимает, что бусинка может быть одновременно коричневой и деревянной, но с точки зрения включения или количественной классификации он не может считать или просто размещать эти же самые бусинки в двух множествах одновременно: если ограничиваются счетом деревянных бусинок, то ребенок включает в них коричневые, но если считают, с одной стороны, коричневые, а с другой — деревянные бусинки, ребенок считает коричневые бусинки только в первом множестве, но не считает во втором и не понимает, что само первое множество входит во второе, как часть в целое.

Короче говоря, в том случае, когда ребенок думает об одной из частей, рассматривая ее саму по себе, целостность как таковая разлагается, перенося свои свойства лишь на другую часть. Если обозначить целое — B, рассматриваемую часть — A и другую часть — A', то можно сформулировать вывод, что трудность, возникающая у детей этой первой стадии в понимании отношения включения или отношения части к целому, по сути дела, есть трудность понимания целого как итога аддитивной композиции частей: $B=A+A'$ и $A=B-A'$. Для ребенка целое является просто совокупностью B, характеризуемой двумя свойствами a (=коричневые) и a' (=некоричневые), тогда как отдельная от целого часть A становится новой совокупностью, характеризуемой только свойством a; но если A диссоциируется от B, то тогда прежняя целостность B понимается как нечто сводящееся к маленькой остающейся совокупности A', характеризуемой свойством a', а отсюда $A > (B=A')$. Если же целостность B характеризуется свойством b (=деревянные), общим для всех ее элементов, и если части A и A' определяются свойствами a (=коричневые) и a' (=некоричневые), то $B=A$ $(=ab)+A'$ $(=a'b)$; для ребенка же, наоборот, если часть A диссоциируется от целого B, то в таком случае A уже не характеризуется свойством a, и целое B исчезает, замещаясь A', определяемой одним b.

Но на этом основании не следует думать, что целостность B всегда исчезает как таковая, если одна из ее частей диссоциируется от нее. Может случиться наоборот, что целое выступает как сохраняющееся и даже как воздействующее на последующую оценку частей, вытекающую из его диссоциации. В связи с приведением в соответствие мы наблюдали такие внешне противоположные явления.

Гфе (5; 0). Обмениваем в соотношении 1 к 1 десяток фасолин на фасолины, постепенно вынимаемые нами из пакетика и линейно выстраиваемые перед ним. «У нас с тобой поровну? — *Нет.* — Где больше всего? — *Здесь.* (Показывает наши фасолины.) — Почему? — *Потому что их было больше в пакетике*».

Стро (6; 0). Перед ним 10 желтых бусинок, взятых из коробки, в которой после этого бусинки еще остались, тогда как 10 соответствующих красных бусинок, которые он нам дал в соотношении 1 к 1, взяты из коробки, которую испытуемый не видит. «Поровну, или у одного из нас больше? — *У меня больше.* — Почему? — *Потому что их больше в коробке.* — Здесь (10 желтых) бусинок больше, чем здесь (10 красных)? — *Да, потому что в коробке бусинки еще остались*».

Арл (5; 0). Наблюдение I. Мы обмениваем в саду 10 листьев на 10 камешков, оставив в стороне еще некоторый запас камешков, тогда как листьев в запасе больше не осталось. «Одинаково? — *Листьев больше.* — Почему? — *Потому что их много.* — А камней? — *Не так много.* — Почему? — *Потому что вы положили не все камни.* — Почему я положил не все камни? — *Листьев больше нельзя было дать.* (Листьев было недостаточно для приведения их в соответствие со всеми камнями.) — В таком случае у меня столько же листьев, как и камней у тебя? — *Нет, потому что листьев много. Листьев больше.* — Почему? — *Потому что листьев не хватало, чтобы положить много камней*».

Наблюдение II. Некоторое время спустя: у Арла 8 камней, а у экспериментатора — много. Производится обмен в соотношении 1 к 1, в результате чего образуются две отдельные груды по 8 камней, не контактирующие с первоначальным запасом экспериментатора. «У нас поровну? — *Нет.*— У кого больше? — *У меня.*— Почему? — *Потому что вы мне их дали из этой большой кучи.*— А ты? — *У меня было совсем мало.*— Ну и что тогда? — *У вас было больше камней.* (Показывает большую кучу.) — Да, ну а здесь и здесь как? (Обе кучи по 8 элементов.) — *У меня больше.*— Почему? — *У меня камни отсюда.* (Показывает первоначальный запас.)»

Такие реакции очень показательны, и хотя на первый взгляд они кажутся противоречащими предыдущим реакциям и даже противоречащими друг другу (факты наблюдения I и II у Арла), в действительности они представляют полезное контриспытание.

Прежде всего, нужно обратить внимание на различие ситуаций. В рассматривавшемся до сих пор случае целостность B_1 сравнивалась со своими собственными частями A_1 и A'_1. В только что описанных нами наблюдениях, наоборот, часть A_1 первой целостности B_1 сравнивается либо со второй целостностью B_2, либо с частью A_2 этой второй целостности. Вот почему при сравнении части A_1 со своим собственным целым B_1 это целое с точки зрения ребенка данной стадии исчезает как таковое, так как часть A_1 от него диссоциировалась (действительно или мысленно) и так как в этом случае целостность B_1 смешивается с остатком A'_1. Наоборот, когда часть A_1 первой целостности B_1 сравнивается со второй целостностью B_2, то могут представиться две возможности. В принципе, как только совокупность A_1 отделяется от своего целого B_1, это целое или остаток A'_1 просто забывается. Именно это происходило почти у всех наших испытуемых в главах III и IV: вынув из расположенных рядом ящика или запаса бусинки или фасолины, предназначенные для осуществления поэлементного соответствия с элементами, имеющимися у экспериментатора, ребенок вообще больше не принимал во внимание совокупность, откуда он черпал свои собственные элементы (и равным образом не принимал во внимание совокупность, откуда брал свои элементы экспериментатор). Но может случиться, что в своих попытках количественной оценки испытуемый ссылается на эти первоначальные совокупности, и именно в таком случае происходят исключительные явления, только что зафиксированные нами (случаи с Гфе, Стро, Арлом и некоторыми другими подобными испытуемыми).

Однако в последнем случае мы констатируем наличие двух реакций, которые представляются противоречащими не только предыдущим реакциям, но и друг другу. В самом деле, с одной стороны Арл (наблюдение I) полагает, что его 10 листьев многочисленнее 10 камней, так как эти 10 листьев образуют целое B_2, а 10 камней составляют лишь часть A_1 более многочисленного множества B_2. Наоборот, тот же Арл (наблюдение II), Стро и Гфе думают, что если A_1 происходит из целого B_1, более многочисленного, чем B_2, то в таком случае часть A_1 будет многочисленнее, чем B_2, если даже имеется поэлементное соответствие между A_1 и B_2!

Как объяснить эти столь любопытные факты? В действительности они зависят от точно таких же причин, как и неспособность одновременно мыслить о части A_1 и целом B_1, т. е. от примата глобальной квантификации над операциональной квантификацией (независимо от того, идет ли речь о квантификации понятий, т. е. об определении их объема, или о формировании чисел).

Прежде всего, напомним, что наблюдения над Гфе, Стро и Арлом проводились в связи с экспериментами на поэлементное соответствие, и именно они дали возможность установить, что для этих детей соответствие не является критерием квантификации (первая стадия): в их глазах высшим критерием является глобальная оценка или оценка целостными фигурами.

Поэтому, когда Арл (наблюдение I) после обмена 10 листьев на 10 камней заявляет, что «листьев больше» или что «их много», потому что ни одного не осталось после операции, а камней меньше, потому что они не все использованы и потому что существует запас, он хочет просто сказать, что листья образуют замкнутую целостность B_2 в противоположность 10 камням, образующим лишь часть A_1 неисчерпанной целостности B_1; значит, «все» листья многочисленнее, чем некоторые камни, независимо от возможных соответствий, так как целое, наглядно воспринимаемое одновременно с частью, больше, чем эта часть.

И наоборот, когда тот же ребенок (Арл в наблюдении II, или Гфе, или Стро) обращает свое внимание не на часть A_1, а на целое B_1 (если оказывается, что остаток A'_1 заметно больше части A_2), то тогда наблюдается противоположное явление, причем по той же причине: поскольку часть A_1 происходит из большого целого B_1, которое пока еще можно видеть благодаря остатку A'_1 (а у целого B_1 есть тенденция смешаться с этим неисчерпанным и кажущимся неисчерпаемым остатком A'_1), то в таком случае свойство величины, присущей B_1 и A'_1, переносится на часть A_1, которая в силу этой разновидности качественной причастности представляется большей, нежели совокупность B_2. Разумеется, с логической точки зрения такое рассуждение противоречит предыдущему. Но с точки зрения наглядности глобального восприятия оно вытекает из тех же критериев непосредственной и неоперациональной оценки.

Теперь понятно, почему в примере с коричневыми и деревянными бусинками и в других подобных случаях, когда часть A_1 сравнивается со своим собственным целым B_1 (когда остаток $A'_1 < A_1$), ребенку кажется, что $A_1 > B_1$: это происходит потому, что целостность B_1 исчезает как таковая. В самом деле, если единственные используемые ребенком критерии являются критериями наглядного, а не операционального порядка, то ясно, что целостность, поделенная хотя бы в умственном опыте, больше не существует как целостность в себе, поскольку после этого она не соответствует больше никакому из возможных восприятий: ребенок может воспринимать отдельно целое B_1 или части A_1 и A'_1, но не может воспринимать одновременно B_1 и A_1 или B_1 и A'_1.

Итак, в целом очевидно, что на первой стадии ребенок остается неспособным к аддитивной композиции классов, т. е. к пониманию логического сложения $A + A' = B$ или логического вычитания $A' = B - A$. Другими словами, ему не удается правильно овладеть отношением включения, и он замещает включение по объему одних классов в другие простыми наглядными связями качественно определенных совокупностей. Но именно потому, что эти связи остаются наглядными и подчиненными актуальному восприятию, они не могут привести ни к какой стабильной композиции и, следовательно, в логическом аспекте мы вновь обнаруживаем основное явление, общее всем реакциям первой стадии в числовом плане — несохранение целостностей как таковых.

В самом деле, как анализ первых уровней количественного соответствия (гл. III—V), так и анализ первых стадий сохранения (гл. I и II) показали нам наличие у малышей систематической трудности в понимании постоянства целого в ходе его преобразований: например, трудность понимания того, что бусинки, пересыпанные в два бокала L_1 и L_2, образуют такое же целое, как и в случае, когда они были в B, и т. д. Конечно, ребенок хорошо знает, что бусинки из L_1 и L_2, возвращенные и собранные в B, могут снова дать то же целое. Но когда их нет больше в B, это целое перестает существовать как таковое. В числовом же аспекте (т. е. аспекте деления, а не включения) наблюдается точно такое явление, как и в аспекте понятийного включения, которое мы сейчас рассматриваем: часть, однажды отделенная от целого, определяется и понимается не в зависимости от этого первоначального целого, но лишь в зависимости от актуальной ситуации и от других частей, рядоположенных с рассматриваемой испытуемым частью. В случае только что указанных числовых отношений, как и в случае понятийного включения, мы можем, следовательно, сказать, что понимание отношений части к целому начинается с того, что это отношение не является ни отношением дроби, ни отношением включения, а есть просто отношение качественной причастности: части, пересыпанные в L_1 и L_2, понимаются как нечто происходящее из целого, первоначально размещенного в B, и, возможно, поддающееся восстановлению; но они совершенно не рассматриваются как действительно принадлежащие логически неуничтожимому целому.

Вот почему целое, как в области чисел, так и в области понятий, не постигается сразу как нечто сохраняющее инвариантность, а изменяет свое качественное значение по мере перемещения его частей.

Следовательно, так же как в области числовых множеств ребенок моложе 7 лет не может осуществить связывания, обеспечивающего постоянство целостностей и превращающего части этих целостностей в действительные дроби, так и в области понятий ребенок моложе 7 лет не может проявить способность к связыванию, образующему логические по объему классы и обеспечивающему их постоянство, определяя включение их частей. Другими словами, в обоих случаях целостности не сохраняются, причем из-за отсутствия того соединения sui generis. частей в одно целое, в котором синтез представляется аддитивной композицией, общей числовым множествам и классам.

§ 3. Вторая и третья стадии и поступательная обратимость операций. Закончив описание фактов, характерных для первой стадии, мы должны объяснить их. Но для этого нам представляется полезным предварительно сравнить их с фактами последующих стадий, ибо закон эволюции ответов является столь же важным, как и первоначальное состояние.

Вторая стадия характеризуется наглядным, а не дедуктивным открытием правильного ответа, т. е. до правильного построения наблюдается хаотичный поиск, а не немедленная композиция.

Приведем три примера.

Гаил (6; 0). «Если ты сделаешь бусы из коричневых бусинок, находящихся в этой коробке, или из деревянных бусинок, находящихся здесь, то какие бусы будут самыми длинными? — *Бусы из коричневых бусинок будут самыми длинными.*— Почему? — *Потому что коричневых бусинок больше.*— Больше бусинок деревянных или коричневых? — *Коричневых бусинок больше. Нет, больше деревянных. Нет, поровну!*» Легко видеть, что Гаиле почти удается включить один из классов в другой; единственно, чего ей не хватает,— это понимания того, что в классе деревянных бусинок на два члена больше, чем в классе коричневых бусинок.

Таил (7; 2). «В этом ящике больше коричневых бусинок или деревянных? — *Коричневых бусинок больше.*— А белые бусинки есть? — *Есть.*— А коричневые? — *Тоже есть.*— В таком случае больше деревянных бусинок или коричневых? — *Деревянных бусинок больше, потому что, кроме коричневых, есть две белые бусинки.*— Какие бусы были бы самыми длинными: бусы, которые можно было бы сделать из коричневых бусинок, или бусы, которые можно было бы сделать из деревянных бусинок? — *И те и другие одинаковые.*— Но белые бусинки деревянные? — *Да.*— В таком случае какие бусы были бы самыми длинными: бусы... и т. д.? — *Ах, да! Самыми длинными будут бусы из деревянных бусинок, потому что есть две белые бусинки*».

Гон (7; 2). «Если сделать бусы из всех деревянных бусинок и бусы из коричневых бусинок, то какие бусы будут самыми длинными? — *Будут одинаковые.*— Нарисуй мне бусы из деревянных бусинок.— (Гон рисует линейный ряд примыкающих друг к другу коричневых бусинок.) — Деревянные бусинки все коричневые? — *Ах, нет! Есть две белые.* (Добавляет их.) — Нарисуй бусы из коричневых бусинок.— (Рисует ряд примыкающих друг к другу бусинок.— Какие бусы будут самыми длинными? — *И те и другие равные.*— Почему? — *Они одинаковые.*— А бусы похожи друг на друга? —

В одних только коричневые бусинки, а в других есть также белые.— В таком случае какие бусы самые длинные? — *Равные.*— Сколько коричневых бусинок? — *Около сорока.*— А белых? — *Две.*— В таком случае какие бусы самые длинные? — *Ах, да! Бусы из деревянных бусинок.*— Почему ты не говорил этого раньше? — *Я думал, что было одинаково».*

Прежде всего, можно констатировать, что эти дети начинают с мысли о том, что коричневые бусинки многочисленнее, чем деревянные (как думали и дети первой стадии), либо думают, как Гон, что у коричневых и у целого одинаковый объем. Затем Гаиле и Таилу удается вспомнить (Гон делает это немедленно), что коричневые бусинки также деревянные, откуда они на какое-то время заключают, что класс деревянных бусинок и класс коричневых бусинок покрывают друг друга. Если Гаил останавливается на этом, то Таил и Гон, наоборот, открывают далее, что, как говорит Таил, «кроме коричневых, есть две белые бусинки». Следует отметить, что, для того чтобы сделать отсюда вывод о том, что общий класс B деревянных бусинок больше по объему, чем класс коричневых бусинок A, Гону необходимо припомнить еще приблизительные числа подклассов A и A', тогда как Таил имплицитно проделывает это в отношении A (и эксплицитно для A'). Таким образом, совершенно очевиден тот факт, что детям удается мыслить одновременно об общем классе, характеризуемом свойством b (вещество), и о частных классах, определяемых свойствами a и a' (цвет), и это понемногу приводит этих детей к открытию правильной аддитивной композиции и правильного включения.

Наконец, на третьей стадии испытуемому сразу и стихийно удается это открытие.

Б о л (6; 6). *«Бусы из деревянных бусинок будут длиннее, чем бусы из коричневых бусинок.*— Почему? — *Потому что их больше.*— Но почему их больше? — *Потому что есть также и белые бусинки».*

П л а т (6; 9). «Больше деревянных бусинок или больше коричневых? — *Коричневых бусинок больше.*— Если бы сделали бусы из деревянных бусинок и бусы из коричневых, какие бусы были бы самыми длинными? — *Бусы из деревянных бусинок.* (Без колебания.) — Почему? — *Потому что есть, кроме того, две белые бусинки».*

Л а у р (7; 2); тот же Лаур, который относился к первой стадии (в 5; 5). «В этой коробке больше коричневых бусинок или круглых? — *Больше коричневых. Ах, нет!* (Стихийно.) *Больше круглых, потому что есть еще две белые бусинки.*— А если бы сделали бусы из коричневых бусинок и бусы из круглых бусинок, то какие из этих двух бус были бы самыми большими? — *Бусы из круглых бусинок».*

Нал (8; 0). «Больше коричневых бусинок или деревянных? — *Больше деревянных бусинок.* — Почему? — *Потому что обе белые бусинки тоже деревянные.* — А если бы сделали двое бус и т. д.? — *Деревянные и коричневые — это те же самые бусинки; длиннее были бы бусы из деревянных бусинок, потому что есть также две белые бусинки».*

Следовательно, каждому из этих детей сразу или почти сразу удается думать одновременно об общем классе B, характеризуемом свойством b (вещество и форма), и о подклассе A, определяемом свойством a (цвет), откуда следуют оба утверждения, что все A суть вместе с тем некоторые B («Это те же самые»,— говорит Нал, чтобы сказать, что все A суть B) и, с другой стороны, что все B включают также A' («есть, кроме того, две белые бусинки»,— говорит Плат и т. д.). Каждый из этих испытуемых понимает, следовательно, одновременно, что $B=A+A'$ и что $A=B-A'$.

Эти правильные высказывания кажутся столь простыми, что можно задаться вопросом, почему же детям первой стадии не удалось решить эту проблему. Почему эти дети не могут рассматривать сразу целое B и части A и A', тогда как только что упомянутые дети понимают те же самые включения без труда? Здесь можно различить две проблемы: проблему свойств b и a или a' и проблему сложения по объему $A+A'=B$.

Логический класс — это соединение индивидов, совокупно представляющих одно и то же свойство. Так, класс A есть соединение бусинок, определяемое их коричневым цветом a, а класс A' есть соединение бусинок не-A или не-a, т. е. a' (не коричневые, или, в частном случае, белые). Сложить эти два класса — значит определить наименьший из классов, включающий в себя оба класса, т. е. $A+A'=B$, причем класс B сам определяется свойствами, общими всем A и всем A', т. е. в частном случае свойством b (деревянные бусинки). Следовательно, сложение классов всегда подразумевает и логическое умножение этих же классов, а это означает, что каждый индивид, принадлежащий системе сложенных классов, с необходимостью принадлежит двум классам «сразу»: все A суть AB и представляют свойства ab; все A' суть $A'B$ и представляют свойства $a'b$, а все B суть A или A', т. е. b $(a \| a')$. Поэтому первое истолкование трудностей, присущих испытуемым элементарной стадии, могло бы сводиться к утверждению о том, что этим испытуемым не удается думать сразу о двух свойствах a и b (или a' и b'), тогда как более взрослые могут делать это без труда. Второе объяснение сводилось бы, наоборот, к подчеркиванию самой аддитивной композиции, как мы это сделали в § 2. Скажем сразу, что эти два истолкования полностью покрываются друг другом, но ни то, ни другое из них недостаточно для понимания первоначальных трудностей.

В самом деле, дети первой стадии хорошо знают, что коричневые бусинки являются деревянными, и заявляют об этом совершенно отчетливо. Но когда часть A диссоциируется от целого B, они забывают, что все A суть некоторые B. Поэтому с полным основанием можно было бы сказать, что аддитивный синтез не удается из-за отсутствия логического умножения или что мультипликативный синтез не удается из-за отсутствия логического сложения. Почему обе операции не удаются? Это как раз то, что мы сейчас постараемся выяснить, встав ради большей простоты на аддитивную точку зрения, хотя те же самые соображения будут в равной степени относиться и к мультипликативной точке зрения.

Действительная причина трудностей малышей и успеха более взрослых состоит в том, что первые сразу становятся на почву перцептивной наглядности, являющейся непосредственной или актуальной и, следовательно, необратимой, тогда как вторые используют операциональный, т. е. обратимый механизм. В самом деле, можно сказать, что аддитивный синтез частей в одно целое или координация свойств, определяющих наличные классы, возможны лишь в зависимости от осуществляемых ребенком обратимых интеллектуальных построений и что именно постольку, поскольку его умственные эксперименты остаются необратимыми, у него невозможны координация свойств и аддитивное включение как арифметическое связывание.

Начнем в этой связи с особенно очевидных наблюдений над Лауром (5; 5) и Соутом (6; 10). Лаур, например, начинает с вполне четкого утверждения о том, что если убрать из коробки коричневые бусинки, то останутся две белые, и что если убрать деревянные бусинки, то ничего не останется, «так как все они деревянные». В связи с вопросом о деревянных бусах он идет даже дальше и стихийно спрашивает, нужно ли «взять только белые бусинки», а затем, получив отрицательный ответ, он дополнительно спрашивает, «взять ли также коричневые бусинки, потому что они тоже деревянные». Следовательно, в его сознании, по-видимому, нет никаких неясностей. Однако, когда у него спрашивают, какие из двух бус будут самые длинные: бусы, которые можно было бы сделать из деревянных бусинок, или бусы, которые можно было бы сделать из коричневых бусинок, Лаур, к нашему большому удивлению, отвечает: «Из коричневых бусинок... потому что их больше». Дальше мы просим его показать бусинки, соответствующие этим двум возможным бусам. Именно здесь обнаруживается первая настоящая трудность, встречаемая этим ребенком: он хорошо показывает коричневые бусинки, относящиеся к первым бусам, но когда речь идет о бусах из деревянных бусинок, он показывает только белые, «потому что других нет», иными словами, потому, что коричневые бусинки уже мысленно использованы им для изготовления коричневых бус! Таким же образом Соут, по-видимому, как и Лаур, понимающий исходные данные проблемы, утверждает, что бусы из деревянных бусинок могут быть сделаны одной из маленьких девочек лишь с помощью белых бусинок, «потому что другая девочка взяла коричневые бусинки»!

Нетрудно понять, в чем заключается препятствие для этих детей: им хорошо удается представить себе в умственном опыте, как из всех бусинок вынимают одни коричневые бусинки, для того чтобы сделать из них бусы, но когда речь заходит о мысленном построении новых бус из всех деревянных бусинок, они считают, что коричневые бусинки, гипотетически уже использованные для первых бус, использовать больше невозможно и что остаются лишь две белые бусинки! Однако очевидно, что для нас эта трудность совершенно не существует и что смысл дедукции в противоположность материальному опыту как раз в том и состоит, чтобы построить всевозможные комбинации, каждый раз возвращаясь к исходному пункту и сравнивая их потом, как если бы они одновременно были представлены в уме. Если я гипотетически делаю бусы из коричневых бусинок, ничто не мешает мне мысленно использовать эти же коричневыее бусы при гипотетическом построении других бус из всей совокупности деревянных бусинок; у ребенка же все происходит так, как будто он придает своим умственным опытам действительное значение и как будто, сделав в уме одни из бус, он не может гипотетически сделать другие из того же материала.

Там, где возможная подвижность и возможная обратимость построения позволяет нам по своей воле разлагать и вновь составлять множества так, чтобы выявились их различные импликации, включения и отношения вообще, необратимость мышления и представлений ребенка мешает ему овладеть возможностью разложения, необходимого для комбинированного анализа и синтеза, а значит, и для понимания включений и отношений.

Легко показать, что другие наблюдения могут быть объяснены таким же образом. Ребенку хорошо удается правильно нарисовать бусы, потому что он не должен думать об одних, когда рисует другие. Но как только речь заходит о том, чтобы гипотетически сделать двое бус одновременно, создание бус из коричневых бусинок исключает использование этих же самых коричневых бусинок для бус из деревянных бусинок. Если рисунок бус является правильным, а их умственная конструкция неправильной, то объясняется это тем, что рисунок представляет их по очереди и просто рядополагает их друг с другом (что не подразумевает никакой внутренней обратимости операции), тогда как их симультанное построение предполагает, наоборот, использование тех же элементов для двух конструкций и, следовательно, обратимость этих конструкций[1]. Точно так же ребенок хорошо умеет диссоциировать все бусинки для гипотетического перемещения коричневых бусинок в пустую коробку, а потом деревянных бусинок — в другую пустую коробку: и в этом случае ребенок, после того как он подумал об одних коричневых бусинках, может подумать о всех деревянных бусинках, оставив в стороне вопрос о цвете. Следовательно, здесь имеет место не стихийная обратимость мышления, а просто

[1] Как мы видели, это положение продолжает сохраняться даже в том случае, когда ребенку предлагают два идентичных комплекта бусинок, потому что мысленное использование первого из этих комплектов мешает использованию второго комплекта.

рядоположность двух последовательных рефлексий без логической связи между ними, т. е. без операций, увязывающих их друг с другом.

Вот почему, как только речь снова заходит о том, чтобы мысленно сделать двое бус сразу, дети, правильно отвечавшие на предыдущие вопросы (фиктивное перемещение в пустые ящики), вновь впадают в ошибку, потому что после гипотетического построения коричневых бус они уже не могут освободиться от этой необратимой конструкции, чтобы гипотетически сделать бусы из деревянных бусинок, используя тот же материал! Наоборот, примеры с Гаилой, Гоном и Таилом, которым удаются или почти удаются правильные ответы, показывают нам, что они сразу могут сделать одновременно бусы из коричневых бусинок и, используя тот же материал, бусы из деревянных бусинок, потому что они начинают с рассмотрения этих бус как одинаковых по длине: это значит, что одна из этих конструкций не мешает их мышлению вернуться назад, чтобы начать создавать другую конструкцию. Вот почему эта рождающаяся обратимость рано или поздно дает возможность открыть точное включение. Гаиле это удается полностью, Гону — в том случае, если к исчислению логических классов он прибавляет исчисление чисел, а Таил добивается успеха с помощью прямой наглядности отношений включения.

Но прежде чем продолжить изложение, нужно предупредить одно возможное возражение. Вполне вероятно допустить, что трудности умственного построения двух бус одновременно вызываются не необратимостью мышления ребенка, как мы только что предположили, а лишь непониманием задачи, поскольку ребенок надеется на действительное построение двух бус из одного и того же материала. С учетом именно этого возражения в заключительной части опытов мы воспользовались двумя комплектами бусинок, помещенных в две различные коробки; тем не менее мы видели, что этот прием лишь в незначительной степени влияет на результаты, и это доказывает, что трудность определяется не словесным недоразумением, возникающим из непонимания намерений экспериментатора, а тем, что одно из умственных построений ребенка исключает другое, и, следовательно, тем, что эти построения остаются по своему характеру наглядными и не достигают операционального уровня. Поэтому даже при двух сходных совокупностях ребенку не удается одновременно построить в умственном опыте бусы из части A и бусы из целого B, так как первая конструкция приводит в обоих множествах одновременно к уничтожению целого B и, следовательно, создает помехи для второй конструкции.

Эта психологическая необратимость в логическом плане находит выражение в следствии, которое мы рассмотрим ниже и которое имеет огромное значение. Понять части в зависимости от целого и наоборот — значит составить композицию одновременно двух равенств: $A+A'=B$ и $A=B-A'$, т. е. осуществить как обратную, так и прямую операцию. Мыслить необратимо — значит, наоборот, не уметь начинать с одной из этих двух операций и заканчивать другой, одним словом — не уметь управлять операциями как таковыми: именно замещение мобильного операционального механизма с двойным направлением статическими и последовательными восприятиями состояний делает невозможной синхронизацию, а следовательно, и примирение разных направлений.

Напротив, ребенок третьей стадии без труда приходит и к этой психологической обратимости, и к этой логической композиции обратных операций с прямыми. С аддитивной точки зрения выражение, например, Нала («деревянные бусинки — это одни и те же бусинки», но бусы «были бы длиннее из деревянных бусинок, потому что имеются также две белые бусинки») сводится к утверждению $B=A+A'$ и $A=B-A'$. С мультипликативной точки зрения не менее очевидно, что испытуемый понимает индивиды A как «сразу» A и B, т. е. $A=AB$ («это одни и те же...») и $A'=A'B$, т. е. если b есть свойство деревянных бусинок, a — свойство коричневых бусинок и a' — свойство не коричневых бусинок, то в таком случае все A суть ab, а если говорят отдельно о коричневых бусинках, то происходит простое абстрагирование свойства b, выступающее именно как обратная операция умножения классов, т. е. $A=AB:$ $:B$ или $a=ab:\cdot b$.

В заключение можно сказать, что если бы мы ограничились выражением живого действительного логического мышления в статическом схематизме силлогистических включений, то мы получили бы весьма ложное представление. Любое рассуждение является обратимой конструкцией, и существует столько различных видов рассуждений, сколько имеется типов конструкций. Но даже в случае рассуждения, эксплицитно (как в рассмотренном нами случае) имеющего своим предметом чистое действие классификации, мышление выступает отнюдь не как статическое включение элементов, а как система активных операций группировок и диссоциаций, короче, как подлинная и непрерывная конструкция. Как арифметическое, алгебраическое или геометрическое рассуждение состоит в сочетании предметов (числа, символы и фигуры) с помощью операций исчисления и пространственной конструкции, точно так же и классификационное рассуждение заключается в сочетании предметов с помощью операций исчисления классов (логическое сложение и логическое умножение и т. д.) и, следовательно, в группировке предметов или классов в иерархические системы или в диссоциации их друг с другом. Так, например, в рассматриваемой нами проблеме одновременное размышление о коричневых и деревянных бусинках сводится к соединению элементов, а затем к их диссоциированию для построения другого соединения, причем каждый элемент входит одновременно и в ту, и в другую конструкцию. Аналогичным образом координация отношений величины, длины и т. п. состоит в построении действительной серии (коричневые бусы), а затем в ее уничтожении, чтобы построить из нее другую серию с двумя дополнительными элементами.

Если активный и операциональный характер классификационного мышления действительно таков, то, следует, очевидно, что приписывать трудности включения просто тому, что ребенок не может думать сразу о двух или нескольких исходных данных,— значит описывать лишь поверхность явлений, т. е. ограничиваться включением в поле зрения лишь внешних проявлений более глубоко лежащих операций. Действительная истина состоит в том, что источник этих трудностей лежит в отсутствии мобильности, необходимой для того, чтобы симультанно управлять операциями, комбинировать и диссоциировать их, строить и перестраивать. Следовательно, трудности синтеза следует описывать в терминах обратимости, что означает, фигурально выражаясь, добавление к незавершенному образу третьего измерения или приведение в движение статических терминов описания.

В конечном счете можно констатировать, что формирование классов с психологической точки зрения нельзя считать чем-то совершенно отличным от формирования чисел; наоборот, оно демонстрирует сходность их операционального механизма; поэтому мы попытаемся выявить отношения, существующие между этими двумя процессами.

§ 4. Аддитивная композиция классов и число[1]. Вывод из предыдущих фактов, очевидно, состоит в том, что механизм, общий для класса и числа, образуется аддитивным и мультипликативным операциональными механизмами. Поэтому рассмотрим следующие вопросы: каким образом должны быть сгруппированы классы (как и числа), чтобы было обеспечено нормальное функционирование; чем «группировка» классов отличается от «групп» чисел и каковы отношения между этими двумя видами систем.

Прежде всего, ясно, что оба равенства, обусловливающие решение проблемы бусинок, о которой говорилось в настоящей главе, то есть $A+A'=B$ и $A=B-A'$, образуют элементы любой аддитивной «группировки» классов; ясно также, что когда мы имеем эти элементы, то если класс B включен в C, C — в D и т. д., можно составить равенста: $B+B'=C$; $C+C'=D$ и т. д. Обратными операциями будут: $D-C'=C$ или $D-C=C'$; $C-B'=B$ или $C-B=B'$, и т. д. Эти равенства являются ассоциативными по отношению к действиям сложения и вычитания. С другой стороны, каждый их член является тождественным относительно самого себя и членов высшего порядка того же знака, так как $A+A=A$ и $A+B=B'$. Эта особенность, противопоставляющая логические «группировки» «группам» целых чисел $1+1=2$, $1+2=3$ и т. д., сразу показывает главное различие классов и чисел, так как к классам неприменима итерация, свойственная числам.

Но в чем состоит это различие с психологической точки зрения? Класс A (вернемся к примеру с коричневыми бусинками) определен соединением индивидов, совокупно представляющих свойство a (коричневые);

[1] См.: нашу статью «Le groupement additif des classes» в «Compte rendu des séances de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève», vol. 58, 1941, p. 107—112.

но число этих индивидов (равно как число всех A', о которых известно лишь, что они характеризуются свойством a') совершенно не уточняется, поскольку само собой разумеется, что к логике классов это условие не имеет отношения. Если $A+A'=B$ и если классы A и A' содержат каждый минимум один индивид, то известно только, что класс B будет содержать индивидов больше, чем класс A или класс A'; что свойство b, характеризующее эти индивиды, является общим для всех A и всех A', т. е. что все A и все A' суть некоторые B, но что ни одно A не есть A', и наоборот. Кроме интенсивных квантификаций $A<B$ или $B>A$, а также равенства $A+A'=B$ и терминов «один», «ни один», «все» и «некоторые», у класса по объему нет никакого свойства и к нему неприменима квантификация, свойственная числу. Причина этого ясна: чтобы иметь возможность допустить, что $A+A'=2A$, нужно было бы, чтобы первый класс A и второй класс A' были количественно сравнимы. Но поскольку соответствующее условие отсутствует, то неизвестно, что является истинным: $A>A'$, $A<A'$ или число индивидов A и A' одинаковое. Если, с другой стороны, предположить, что нам дано $A+A$ (в логическом, а не числовом смысле, т. е. два класса индивидов, характеризуемых одним и тем же свойством a), то в таком случае эти классы образуют лишь один класс $A+A=A$ (а не $2A$).

Но тогда каким же образом преобразовать классы в числа? Для упрощения рассмотрим теперь классы A, A', B', C' ... и т. д. как единичные классы, т. е. содержащие каждый по одному индивиду, причем только классы порядка B, C, D составлены из нескольких членов. Допустим, например, что A — деревянная коричневая круглая бусинка, A' — круглая и деревянная, но не коричневая бусинка; B' — круглая, но не деревянная бусинка; C' — квадратная бусинка; D' — жетон, E' — фасолина и т. д. Отсюда $(A+A'=B)$ — это круглые деревянные бусинки; $(B+B'=C)$ — круглые бусинки; $(C+C'=D)$ — бусинки; $(D+D'=E)$ — бусинки и жетоны; $(E+E'=F)$ — предметы опыта, положенные на стол. Вопрос же состоит в следующем: каковы операции, необходимые для выведения из этой классификации чисел 1, 2, 3, ..., 6?

Прежде всего оставим в стороне классический и слишком простой путь, с помощью которого Рассел хотел решить проблему и недостаточность которого нам показали главы III—IV. Известно, что для Рассела и логицистов, следовавших ему, два класса имеют одинаковое число, когда их элементы соответствуют друг другу взаимно-однозначно. Предположим, что на другом столе находится точно такой же комплект предметов: т. е. A_2 — деревянная круглая коричневая бусинка; A'_2 — круглая и деревянная, но не коричневая бусинка; далее B'_2, C'_2, ..., E'_2. Следовательно, эти две совокупности F_1 и F_2 соответствуют друг другу взаимно-однозначно. Но о каком соответствии идет речь? Если оставаться в плоскости логики классов, т. е. в аспекте соединения предметов в зависимости от свойства, то ясно, что класс A_1 соответствует классу A_2; таким же образом соответствуют A'_1 и A'_2; B'_1 и B_2; C'_1 и C_2 и т. д. Но было бы ошибочно утверждать, что квадратная бусинка C'_1 соответствует жетону D'_2 или что круглая фарфоровая бусинка B'_1 соответствует фасолине E'_2: качественное соответствие обоих классов F_1 и F_2 просто означает, что эти два класса имеют одинаковую иерархическую структуру, одинаковую классификационную композицию, но не одно и то же число. Так, в главах III—IV мы установили существование различного рода качественных соответствий — по пространственному положению предметов и т. д.— без числового значения. Когда анатом приводит в соответствие части скелета млекопитающего и части скелетов других классов позвоночных, то он также прибегает к операции приведения в качественное, а не математическое соответствие. Если мы, наоборот, заявляем, что любой элемент совокупности F_1 может соответствовать любому элементу F_2 (A_1 соответствует D_2 или A'_1 — B'_2 и т. д.), то мы имеем право сделать вывод, что F_1 численно соответствует взаимно-однозначно F_2 и что это соответствие определяет число 6. Однако это число не есть «класс классов», а является результатом новой операции, которую ввели извне, причем выводят ее совсем не из логики классов как таковой. В самом деле, для осуществления этого «любого» или «квантифицирующего» соответствия нужно предварительно абстрагироваться от всех наличных свойств, т. е. от классов.

Следовательно, для преобразования классов F_1 и F_2 в числа нужно в качестве первого условия рассматривать их члены A; A'; B'; ... и т. д. как эквивалентные со всех точек зрения, принятых во внимание одновременно. Однако это противоречит тому допущению, которое мы только что сделали по поводу классов как таковых. Предположим (отныне нам будет достаточно рассуждать лишь о F_1), что мы абстрагируемся от разностей между A и A'; но тогда класс B будет равнозначен отнюдь не числу 2, а только соединению «круглых деревянных бусинок», независимо от нюансов их цвета. Если мы восстановим разность между A и A', то в таком случае A и A' не будут уже эквивалентными в собственном качестве A, но окажутся эквивалентными в собственном качестве B. Чтобы класс B был равнозначен числу 2, нужно, следовательно, чтобы B образовал соединение любых пар: (A и A'), или (A и E'), или (B' и C') и т. д. Но тогда будет $A=A'=B'=C'=D'=E'$, и эти предметы, лишенные отличительных свойств, образуют просто любой однородный класс (предметы, положенные на этот стол). Короче говоря, утверждать, что $A+A'=2$ предмета, или $A+A'+B'=3$ предмета, или $A+A'+B'+C'+D'+E'=6$ предметов и т. д.— значит рассматривать эти элементы как эквивалентные друг другу, но тем не менее различные единицы, а это двойное условие не сводимо к схеме аддитивной композиции классов, если не вводить никакой новой операции.

Отсюда вытекает второе условие: нужно, чтобы эквивалентные члены оставались различными. Сказать, что $A+A'=2$ бусинки,— значит утверждать, что A — любая бусинка и что A' — другая бусинка, тоже любая, но отличная от первой. В чем заключается это различие? Мы уже не можем ссылаться ни на различие цвета, ни на любое другое качественное различие, ибо в противном случае мы вновь вернемся к только что упоминавшейся чистой классификационной схеме, схеме сложения классов, но не чисел. Следовательно, «другая бусинка» будет просто означать: «положенная рядом», «появляющаяся после», «указанная потом» и т. д. Значит, кроме включения $A+A'=B$, свойственного классам, нужно ввести принцип сериации $A \rightarrow A'$ (разумеется, при изменении положения переставленные элементы вновь дают $A \rightarrow A'$, так как новый элемент A есть старый A', а новый элемент A' есть старый A). В самом деле, как мы видели в главах V и VI, сериация есть не что иное, как сложение разностей, в противоположность сложению классов, являющемуся сложением эквивалентных с данной точки зрения элементов; ряд $A \xrightarrow{a} B \xrightarrow{a_2} C$ ... и т. д. означает, что B отличается от A, что C отличается от B и от A и т. д., тогда как $A+A'=B$ означает, что A и A' эквивалентны в качестве B.

Эти два условия необходимы и достаточны, чтобы породить число. Если $A+A'=B$ и в то же время $B=A \rightarrow A'$ (причем A и A' являются «заменяющими», т. е. их содержание является взаимозаменяемым), то в таком случае $B=A+A'=2A$. Это значит, что число является одновременно классом и асимметричным отношением, причем единицы, его составляющие, симультанно сложены как эквивалентные и сервированы как отличные друг от друга. Однако в качественной логике операциональное слияние этих двух свойств невозможно, так как сложение классов коммутативно, поскольку слагаемые эквивалентны, а сложение асимметричных отношений, или сериация, не является коммутативным, поскольку члены не эквивалентны. Число, напротив, является результатом одновременно обобщенной эквивалентности и обобщенной (поскольку она является заменяемой) сериации: например, первая единица из числа 2 эквивалентна второй, а если изменить порядок исчисления, то вторая становится первой, и наоборот [1].

Таково общее значение различных процессов уравнивания разностей, существование которых мы установили в предыдущих главах. Когда одно асимметричное отношение $\rightarrow$ образуется двумя последовательными отношениями $\underset{\rightarrow}{b}=\underset{\rightarrow}{a}+\underset{\rightarrow}{a'}$, интенсивная или числовая квантификация появляется сразу, как только появляется $a'=a$ или как только a' становится сложным числом a, ибо в таком случае отрезки a' и a образуют $2a$, будучи одновременно различными и эквивалентными, тогда как в качественной логике нет никакой общей меры для просто серийованных разностей асимметричной шкалы.

Короче говоря, становится понятно, почему аддитивная иерархия классов, сериация отношений и операциональное обобщение числа (т. е. построение чисел, выходящее за пределы наглядных целых чисел 1, 2 до

---

[1] См. наше сообщение о взаимосвязях класса и числа в «Compte rendu des séances de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genéve», vol. 58, заседание 18 апреля 1941 г.

4 или 5) оформляются приблизительно синхронно к 6—7 годам, в момент, когда рассуждение ребенка начинает подниматься над первоначальным предлогическим уровнем; дело в том, что класс, асимметричное отношение и число суть три дополняющие друг друга проявления одной и той же операциональной конструкции, примененной то к эквивалентностям, то к разностям, то к эквивалентностям и разностям вместе. Действительно, именно в тот момент, когда ребенок, добившийся мобильности первоначальных наглядных оценок, достигает, таким образом, уровня обратимой операции, он одновременно становится способным к осуществлению включения, сериации и исчисления.

То, что эта синхронность имеет логическое объяснение, представляется вполне естественным, если учесть, что число является классом и асимметричным отношением, слитым в одно и то же операциональное целое. Но она подтверждается также психологически, причем самым очевидным образом: поскольку, с одной стороны, каждое число является целостностью, порожденной соединением различных и эквивалентных элементов, то нужно одновременно уметь осуществлять включения и сериацию для его образования; если, с другой стороны, интенсивная квантификация, присущая классам ($A < B < C$ и т. д.), не подразумевает частных чисел для своего завершения, то она тем не менее предполагает, что испытуемый способен построить эти числа, без чего отношения по объему утрачивают всякий конкретный смысл. Вот почему все факты, содержащиеся в данной главе, показывают нам, что если число охватывает клас, то класс, в свою очередь, имплицитно опирается на число в качестве постоянного возможного отношения, поддерживающего сеть объемов [1].

ГЛАВА VIII. АДДИТИВНАЯ КОМПОЗИЦИЯ ЧИСЕЛ И АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОТНОШЕНИЯ ЧАСТИ И ЦЕЛОГО [2]

В предыдущей главе мы установили, что логическое включение одного класса в другой вызывает у ребен-

[1] Рафиа Мехмед-Шемин, проделавшая те же опыты с турецкими детьми на их родном языке (в Стамбуле), пришла к результатам, очень похожим на наши.

[2] При участии Т. Кацаровой-Эйнар и Зое Трампидис.

ка на первых двух стадиях формирования числа систематическую трудность, так как ему не удается, из-за неспособности к аддитивной композиции, рассматривать одновременно части и целое. Конечно, у этой проблемы имеется аналог в сфере числовых совокупностей, где арифметическое соединение частей одного и того же целого является одной из основных операций, порождающих самое число; таким аналогом является сложение. В самом деле, в отличие от сложения классов, к которому не приложима итерация ($A+A=A$), число, прибавленное к самому себе, порождает новое число ($A+A=2A$). Следовательно, для нас теперь важно проверить, приводит ли, как мы предположили в предыдущей главе, аддитивная композиция частей одного целого, когда мы имеем дело с числом, к трудностям, подобным трудностям включения классов в общий класс, или же встречающиеся в этом случае трудности носят исключительно логический характер. Рассматривая эти проблемы, мы будем продолжать анализ формирования числа, выходя при этом за рамки приведения в соответствие и изучая роль самого аддитивного операционального механизма.

§ 1. Применяемая техника и общие результаты. Для изучения аддитивной композиции числового порядка мы будем последовательно применять три параллельных метода. Первый из них ставит своей целью установить, способен ли ребенок понимать тождество целого в ходе различных аддитивных композиций его частей, например:

$$(4+4)=(1+7)=(2+6)=(3+5).$$

Конкретные условия эксперимента выглядят следующим образом. Ребенку объясняют, что его мама дает ему 4 конфеты (и кладут 4 фасолины, расположенные квадратом) к завтраку в десять часов, а 4 другие конфеты (расставленные таким же образом) к четырем часам; на следующий день ему дадут столько же конфет (кладут также два квадрата по 4 штуки каждый), но так как в один из этих дней он менее голоден в 10 часов, чем в 4 часа, то в этот день он съест утром только одну конфету, а все другие после обеда. На глазах у ребенка берут 3 конфеты третьего квадрата и прибавляют их к четвертому, а затем предлагают ему сравнить обе кучки (4+4) и (1+7), спрашивая, поровну ли он съест в оба дня или нет.

В этой связи можно наблюдать три последовательных типа ответов. На первой стадии у ребенка отсутствует эквивалентность между двумя множествами (7+1) и (4+4). Для испытуемых третьей стадии эквивалентность появляется, а между первой и третьей стадиями наблюдаются промежуточные реакции (вторая стадия), когда равенство не создается аддитивной композицией, а является результатом предварительной проверки (по соответствию или на основании счета). Этот первый метод дает, таким образом, возможность сразу показать, что для малышей числовая целостность количественного значения 8 не является результатом аддитивной композиции, а заключается в наглядном целом или же в стольких глобальных множествах, сколько имеется частей, воспринимаемых группами, причем в таком случае сумма этих частей совершенно не имеет значения.

Если это так, то возникает новый вопрос, приводящий ко второму методу. Поскольку целостности до образования суммы сложенных частей характеризуются одновременно свойством ригидности, потому что они воспринимаются глобально, и свойством непрочности, потому что эти группы распадаются без сохранения,— то что произойдет в том случае, когда между двумя целостностями потребуется произвести обмен, при котором часть первой целостности будет вычитаться ребенком и прибавляться к другой целостности? В этой связи ребенка просят уравнять две неравные величины, т. е. совершить действие комбинированных сложений и вычитаний, которое производится стихийно и которое даст нам возможность проанализировать в новом аспекте аддитивное отношение частей и целого.

Для этой цели ребенку дают две неравные совокупности, например, состоящие из 8 и 14 жетонов, и предлагают ему: «Сделай так, чтобы жетонов было поровну» или «чтобы в той и другой кучке было столько же» (или «столь же много», в зависимости от словаря испытуемого). Если у испытуемого не появляется ни интереса, ни активности, то для стимулирования ему рассказывают какую-нибудь историю, связанную с делением. Когда ребенок заканчивает свои опыты уравнивания, то от него сначала добиваются подтверждения («теперь поровну?»), затем, если неудача оказывается устойчивой, переходят к меньшим величинам или к опыту с более легким вопросом, связанным с делением. Важно отметить, что операции уравнивания сами по себе недостаточны для полного анализа аддитивной композиции и поэтому необходимо сравнить их с дополнительными операциями деления.

Полученные результаты в целом сводятся к следующему. На первой стадии ребенок не понимает, что, прибавляя жетоны к маленькой куче, он тем самым отнимает их от большой: ему, таким образом, не удается еще понять обе совокупности в их связи друг с другом и, кроме того, он оценивает их простым глобальным способом. На второй стадии ребенку удается установить связь между ними, но лишь наглядно, т. е. с помощью фигур, уравниваемых последовательными эмпирическими поисками. Наконец, на третьей стадии ребенок действует методом соответствия и операциональных композиций.

Дополнением к двум первым методам является третий метод деления: «Посмотри на эти жетоны. Нужно сделать две части, одну для тебя, другую вот для этой девочки, и нужно, чтобы у вас обоих было поровну». Наблюдающиеся стадии аналогичны предыдущим.

§ 2. Отношения между частями и целым и изменения композиции частей. В главах III и IV мы рассмотрели вопрос о том, каким образом ребенок постепенно заменяет первоначальные способы оценки, основанные на пространственном восприятии совокупности, сначала качественным соответствием, затем соответствием с квантифицирующей эквивалентностью. Необходимо вспомнить эти результаты, чтобы понять нижеследующее, потому что оба множества (4+4) и (1+7) могут быть сравнены друг с другом лишь на основе таких же методов квантификации.

Первый этап, соответствующий первой из изученных ранее стадий и, в частности, стадии, на которой два частных класса не могут быть перманентно включены в одно инвариантное целое (гл. VII), характеризуется непониманием испытуемым как равенства обеих сравниваемых множеств I=(4+4) и II=(7+1), так и постоянства второй целостности в ходе изменений распределения ее элементов. Приведем два примера.

Гин (5; 9). «Из этих двух кучек (I и II) в оба дня можно съесть поровну? — *Нет, отсюда* (II) *можно съесть больше.* — Почему? — *Здесь есть большая куча* (7) *и маленькая* (1), *а здесь* (I) — 4 *и* 4 — Но вместе здесь (7) и здесь (1) получается столько же, сколько здесь (I)? — *Нет, так как здесь* (7) *больше*».

Ан (6; 11). «Здесь (I) и здесь II) одинаково? — *Нет. Здесь* (II — 1) *одна, а здесь* (I — 4) *четыре.* — А сколько конфет здесь (II) было перед этим? (Восстанавливают оба квадрата из 4 конфет, затем вновь убирают на глазах у ребенка 3 конфеты из одного квадрата и прибавляют их к 4 конфетам другого квадрата.) Здесь (II) и здесь (I) одинаково? — *Нет. Теперь здесь* (II — 1) *только одна, а здесь* (I — 4) *четыре.* — А можно снова сделать здесь и здесь (в II) по четыре? — *Можно.* (Проделывает.) — В оба дня ты съешь поровну (4+4 и 4+4)? — *Да.* — А теперь? (Вновь делают 7+1) — *Нет, потому что здесь* (II) *меньше*».

Эти ответы, характерные для первой стадии, можно легко истолковать. В самом деле, с одной стороны, ребенок не рассматривает целостность II как постоянную, хотя сам перемещал 3 конфеты и преобразовывал структуру 4+4 в структуру 7+1 или же видел, как это проделывают у него на глазах. С другой стороны, сравнение структуры 7+1 с множеством I (4+4) совершенно не помогает ему открыть это постоянство целого. Значит, здесь наблюдается лишь повторение того, что встречалось в разных формах в главах I—IV, с единственным различием, заключающимся в том, что ребенку предлагается решить проблему сохранения методом простого сложения наличных элементов. Если ему это не удается, то происходит это потому, что он руководствуется перцептивными отношениями вместо корректирования этих отношений с помощью операциональных отношений. В этом случае в зависимости от того, сравнивает ли он с совокупностью I (4+4) множество 7 или единственный элемент 1 (вместе образующие совокупность II), он думает, что во второй совокупности больше, потому что «есть большая куча» (7>4), или считает, что здесь меньше, потому что 1<4. При этом он хорошо понимает, что нужно сравнивать соединенные члены множества (7+1) с множеством (4+4). Гин говорит, например: «... есть большая куча (7) и маленькая (1), а здесь (I) — 4 и 4». Тем не менее дети этой стадии остаются привязанными к критерию непосредственного восприятия и не стремятся построить операциональную сумму 7+1=8 для того, чтобы сравнить ее с суммой 4+4.

На второй стадии ребенок, начинающий с тех же самых реакций, постепенно приходит к тому, что замечает (или становится восприимчивым к фактам, которые на него не оказывали воздействия раньше), что если $7>4$, то, наоборот, $1<4$ и что, по-видимому, эти два неравенства компенсируются.

Дини (6; 6). «В оба дня ты съешь конфет поровну? — (Долго думает.) *Нет. Здесь* (I) *меньше, потому что здесь (II — 7) больше.* — Но здесь-то (II — 1) меньше, как же быть в таком случае? — (Очень удивляется.) *В таком случае здесь больше* (показывает множества II — 7 и II — 1). — Почему? — *Потому что здесь* (II — 7) *больше.* — А как мама делала? — (Переделывают 4+4 в форму II, и сам Дини перемещает 3 конфеты, чтобы образовать множество 7+1.) — В таком случае ты в оба дня съешь поровну? — *Нет, потому что здесь* (II — 7) *больше, а здесь* (I — 4) *меньше и здесь* (I — 4) *больше, а здесь* (II — 1) *меньше.* — Ну и что же? — (Ребенок выражает удивление по поводу того, что по мере рассмотрения им одной или другой из двух фигур, 7 и 1, составляющих множество II, элементов оказывается то больше, то меньше, чем в совокупности I.) *Ах, да! Я думал, что здесь* (I) *больше.* — Почему? — ... — Но ты один раз говоришь, что здесь (II) больше, а в другой раз, что больше здесь (I). — (Ребенок долго смотрит на оба множества, потом уверенным тоном, выдающим некоторое волнение, говорит.) *Обе кучи одинаковые.* — Как ты определил? — *Я хорошо посмотрел и увидел, что можно было положить три* (из 7, находящихся в совокупности II) *сюда* (в II — 1)».

Рик (7; 0). «Из всего этого (II) и всего этого (I) получается поровну? — *Нет.* — Где конфет больше всего? — *Здесь* (II). — Почему? — *Здесь* (I) *имеется четыре и четыре, а здесь* (II) — *это* (7) *и это* (1). (Но как только Рик высказал это утверждение, он, кажется, заколебался: внимательно смотрит на фигуры II и сам медленно перемещает по одному 3 жетона из совокупности II — 7, размещая их в совокупности II — 1.) *Обе кучи одинаковые. Здесь тоже четыре и четыре*».

Приведенные примеры представляют определенный интерес. Ребенок начинает с таких же реакций, как и испытуемые первой стадии: множество II перестает в его глазах сохранять постоянство по мере того, как его части распределяются тем или иным способом; это множество признается более многочисленным или менее многочисленным в зависимости от того, на что направлено внимание ребенка: на подмножество из 7 жетонов или подмножество из 1 жетона. Таким образом, первоначально не наблюдается ни сложения элементов 7+1, ни, следовательно, подчинения частей целому. Однако в какой-то определенный момент ребенок непроизвольно или после подсказки замечает (тогда как на первой стадии он оставался невосприимчивым к этому факту), что множество $1+7$ оказывается одновременно больше и меньше множества $4+4$, так как $7>4$, а $1<4$. Это двойное симультанное сравнение, явно выраженное у Дини, подразумевается (но менее ясно) у Рика. В таком случае ребенок, подталкиваемый этой интерференцией отношений, приходит к их координации в одно целое.

В главе IV мы видели, как ребенок открывает тот факт, что при удлинении ряд не удваивается, а остается тождественным с точки зрения суммы его элементов, поскольку элементы разуплотняются настолько, насколько интерферируют отношения длины и плотности. Аналогичным образом теперь мы видим, как ребенок, сравнивая первоначальную форму совокупности с ее последующими преобразованиями, замечает, что увеличение элементов одного из множеств компенсирует уменьшение элементов другого. Координация этих отношений делает, таким образом, возможной выработку постоянной целостности, а тем самым подчиненность частей действительному целому. Отсюда вытекает применяемое Риком проверочное действие, ведущее его путем перемещения трех элементов из множества II — 7 в множество II — 1 к восстановлению множества $4+4$.

Этот переход от наглядного несохранения к операциональному сохранению дает нам возможность наблюдать генезис сложения и одновременно возможность понять различие между этим арифметическим сложением и логическим сложением классов, о котором речь шла в предыдущей главе.

Сложение является обратимой операцией. Оно не является таковым лишь в начале, когда на первой стадии ребенок не понимает, что целостность B, диссоциированная на две части A и A', остается той же самой целостностью. Аддитивная операция оформляется в том случае, когда, с одной стороны, слагаемые соединены в одно целое, и, кроме того, с другой стороны, когда это целое рассматривается как инвариантное, независимо от распределения его частей.

Что касается этого последнего момента, то на приведенном примере легко проверить обоснованность принятых нами в конце предыдущей главы критериев арифметического сложения и сложения классов. Пусть B_1 — класс элементов множества II при его первом распределении (4+4) и пусть A_1 и A'_1 — подмножества 4 и 4. Назовем B_2 то же самое множество II при его втором распределении (1+7); A_2 — подмножество 1 и A'_2 — подмножество 7. На первой стадии ребенку не удается координировать все имеющиеся отношения даже в том случае, когда он принимает во внимание только качественную сторону дела: он то отмечает, что $A_1 > A_2$ и делает вывод о том, что $B_1 > B_2$, то замечает, что $A'_1 < A_2$, и заключает, что $B_1 < B_2$, причем обе констатации являются правильными, а заключения ошибочными из-за отсутствия координации между этими двумя отношениями. В начале второй стадии ребенку удается одновременно установить, что $A_1 > A_2$ и что $A'_1 < A'_2$. В результате эта координация приводит его к открытию, что если A_2 образуется из A_1 при вычитании из него нескольких элементов и если A'_2 образуется из A'_1 при сложении с ним тех же элементов, то оба преобразования компенсируются. Отсюда тождество этих двух разностей[1] и, следовательно, логическое тождество B_1 и B_2:

$(A_1 - A_2)(A'_2 - A'_1)$, откуда $A_1 + A'_1 = A_2 + A'_2$ и $B_1 = B_2$.

Однако такая координация является лишь интенсивной квантификацией (свойственной асимметричным отношениям и отношениям объема между классами, выражающимися с помощью знаков «+», «—» или «=»), но еще не экстенсивной или числовой. В самом деле, рассмотренные преобразования могут быть получены без всякого пересчета элементов: Рик, например, хорошо вычислил A_1 и A'_1, но он ни разу не считал 7 элементов совокупности A'_2. Переход от сложения классов к сложению чисел начинается с того момента, когда A_1, A_2, A'_1 и A'_2 рассматриваются не как простые совокупности, каждая из которых обладает своей собственной качественной индивидуальностью, а как единицы, которые могут быть уравнены, не будучи отождествленными (уравнивание разностей) или сведенными

---

[1] Не нужно смешивать это тождество разностей с «уравниванием разностей». Тождество есть лишь эквивалентность в отношении самого себя, тогда как равенство есть эквивалентность, действительная со всех точек зрения: $A = A'$ означает, что A всегда можно заменить на A'. Логическое уравнение $A_1 + A'_1 = A_2 + A'_2$ является, следовательно, лишь уравниванием замещения $A_1 + A'_1$ на $A_2 + A'_2$.

в их неравенствах к системе единиц, служащих общей мерой. В самом деле, как только благодаря этому уравниванию разностей каждый элемент или каждое множество элементов становится единицей, одновременно равной единицам того же ранга и отличающейся лишь своим порядком перечисления, операции становятся числовыми. Если мы назовем D разность между A_1 и A_2 или между A'_2 и A'_1, т. е. $D=(A_1-A_2)=(A'_2-A'_1)$, то в таком случае испытуемый должен установить, что

$$A_1=A'_1=(A_2+D)=(A'_2-D),$$

т. е. $$4=4=(1+3)=(7-3).$$

Подводя итог рассмотренному материалу, можно сказать, что все элементы этих различных совокупностей становятся, таким образом, единицами, одновременно эквивалентными и различными (поддающимися сериации), а это означает переход от интенсивной квантификации, или сложения классов, к экстенсивной квантификации, или числовому сложению.

Наконец, на третьей стадии, соответствующей третьим стадиям глав I—VII, числовые операции аддитивных композиций проявляются сразу, причем испытуемому нет нужды прибегать к предварительным наглядным координациям.

Лаур (7; 3). «В обоих случаях будет поровну? — *Подождите. Здесь* (7+1) *размещено иначе, чем здесь* (4+4), *но это одинаково, потому что здесь* (II — 7) *есть три отсюда* (II — 1).— Сколько можно съесть? — *Здесь* (I) *четыре и четыре, а здесь* (II) *начинается с одного, затем пять других.*— Почему пять? — *Потому что на три больше. Ах, нет, семь. В оба дня по восемь»*. Как хорошо видно, Лаур ошибается в счете, и это ясно показывает, что в данном случае он рассуждал, а не вычислял эмпирически, причем его рассуждение было совершенно верным.

Тер (7; 6). «В оба дня ты съешь поровну? — *Поровну.*— Почему? — *Потому что одинаково.*— Сколько каждый день? — *Восемь.*— Но здесь (I — 4) имеется четыре штуки, а здесь (II — 1) только одна? — *Да. Но ведь три положили сюда* (II — 7)».

Хорошо видно, что ребенок этого уровня сразу же понимает тождество разностей (A_1-A_2) и $(A'_1-A'_1)$, как говорит Тер: «Сюда положили три», или как Лаур: «Здесь (A'_2) имеется 3 отсюда (A_2)». С другой стороны, испытуемый сразу выражает этот перенос в числовых терминах $(4+4)=(1+7)$, не испытывая нужды в предварительном рассуждении качественного порядка.

Короче говоря, каждое подмножество понимается испытуемым в соотношении с другим подмножеством, а оба они — в соотношении с их суммой; наличные отношения образуют поэтому операциональную систему, так что целое, ставшее инвариантным, оказывается результатом композиции, полученной методом сложения частей, а части, благодаря комбинированным вычитаниям и сложениям, вступают друг с другом в однозначно определенные отношения.

Совершенно ясно, что понимание арифметического сложения и арифметического вычитания предполагает все выявленные условия. Конечно, всем детям, даже детям предыдущих стадий, удается внушить устное повторение формул, взятых из готовых таблиц сложения, например: $2+2=4$; $2+3=5$; $2+4=6$ и т. д. Но действительная ассимиляция оказывается возможной лишь в том случае, если испытуемый может понять, например, сумму 6 как целостность, охватывающую слагаемые 2 и 4 в качестве частей, и может разместить различные возможные сочетания в одной группе аддитивных композиций. Если эти условия не выполнены, то сложение в качестве операции отсутствует: так, например, ребенок первой стадии хорошо воспринимает (когда преобразуют множество $4+4$ в множество $7+1$), что одно из подмножеств возрастает, но наглядность увеличения становится сложением лишь в том случае, если это возрастание операционально взаимодействует с вычитанием $(4+3)+(4-3)=8$. Именно эту связь прямой и обратной операции мы теперь будет изучать на простом и весьма характерном примере.

§ 3. Уравнивание различных величин. Только что рассмотренная проблема показала нам комбинированное действие сложений и вычитаний, необходимых для инвариантности целого, образуемого аддитивной композицией. Теперь нам представляется важным изучить реакции ребенка, наблюдаемые в весьма сходной ситуации, в такой, где речь идет о приведении неравенства частей к их равенству (но не наоборот) и где относительно целостности, как таковой, экспериментатор не делает никаких указаний ребенку (так что он волен учитывать или не учитывать эту целостность в предлагаемой ему аддитивной композиции). Рассмотрение этой проблемы приведет нас к результатам, существенно дополняющим предыдущие. Эти результаты следует классифицировать с точки зрения метода, которого придерживается ребенок при суждении о полученном уравнивании или уравнивании, которого нужно добиться, и с точки зрения понимания ребенком механизма сложений и вычитаний.

С точки зрения метода мы обнаружили такие же этапы уравнивания величин, как и этапы их воспроизведения (см. гл. IV, §§ 1—2), что показывает единство способов оценки и проверки, о которых мы говорили в этой связи. При решении проблемы уравнивания величин, насчитывающих от 8 до 14 единиц, ребенок ограничивается на первой стадии выбором нескольких жетонов из большей кучи и добавлением их к маленькой кучке; полученные в результате такого эмпирического переноса результаты он сравнивает глобально, постепенно и бессистемно. На второй стадии ребенок сам стихийно строит фигуры для сравнения и уравнивания обеих совокупностей жетонов, находящихся у него перед глазами: именно эти фигуры заставили нас изучить механизм воспроизведения и качественного соответствия для одних и тех же возрастов (наше исследование об уравнивании предшествовало анализу воспроизведения). Наконец, на третьей стадии ребенок действует методом взаимно-однозначных соответствий (без устного счета или с устным счетом) и с помощью операциональных методов, которые вытекают отсюда. Само собой разумеется, что большая трудность этой проблемы может породить расхождение в определении среднего возраста этих стадий и этапов воспроизведения, хотя порядок, последовательность и законы эволюции в том и другом случае остаются одинаковыми.

Под углом зрения аддитивного механизма, который нас здесь интересует, можно сказать, что на первой из этих стадий ребенок не понимает необходимой компенсации сложений и вычитаний, т. е., добавляя определенное число элементов в кучу A', он не ожидает, что куча A уменьшается на столько же. На второй стадии ребенок осознает эту компенсацию, но лишь наглядно, т. е. кроме фигур у него нет иного способа проверки равенств и он не может предвидеть результат сложений и вычитаний. Наконец, на третьей стадии ему удается операциональное управление переносами, и он, следовательно, приходит к правильно регулируемой обратимости.

Приведем примеры первой стадии.

Жак (5; 0). $A=8$; $A'=14$. «Где больше? — *Здесь* (A').— Сделай поровну. (Перемещает произвольное число элементов из A' в A; получается $A=13$ и $A'=9$.) — Одинаково? — *Нет*». После этого Жак несколько раз перемещает в обоих направлениях жетоны из одной кучки в другую, смотря во время переноса лишь на маленькую кучу, как будто бы большая куча является неисчерпаемой. Он последовательно получает следующие решения: $A=6$ и $A'=16$; $A=15$ и $A'=7$; $A=6$ и $A'=16$ и, наконец, $A=17$ и $A'=5$, после чего отказывается от продолжения эксперимента.

Но (5; 6). $A=8$; $A'=14$. «У нас поровну? — *Нет*.— Сделай так, чтобы было одинаково.— (Ребенок перемещает наугад 3 жетона, что как раз делает $A=A'$, однако занимаемое пространство и плотность размещения жетонов неодинаковы.) — Теперь правильно? — *Нет*». Он добавляет 2 жетона из A' в A, затем возвращает 4 в A получает $A'=13$ и $A=9$.

Гил (5; 5). $A=10$ и $A'=16$. Перемещает жетоны из A' в A и собирает их в кучи, не делая фигур, но размещая их на приблизительно равных площадках; получается $A=15$ и $A'=11$. «Поровну? — *Да*.— Покажи, почему одинаково.— (Указывает пальцем на каждую кучу.) *Здесь и здесь*.— Откуда ты знаешь? — *Мой папа научил меня считать на пальцах*».

Ха (4; 5). $A=8$ и $A'=14$. Берет 2 жетона, затем еще 4 и добавляет к A; получается $A=14$ и $A'=8$. «Теперь одинаково? — *Нет*. (Убирает 4 из A и получает $A=10$ и $A'=12$.) — Правильно? — *Нет*. (Перемещает еще один жетон и получает $A=A'=11$.)».

Ли (5; 9) находится на пороге следующей стадии в отношении небольших величин, но остается еще на первой стадии в отношении величин, предложенных в предшествующем эксперименте. При $A=8$ и $A'=14$ он убирает один, потом еще один элемент, затем два из A' и получает $A'=10$ и $A=12$. «Одинаково? — *Да*». При $A=4$ и $A'=6$ Ли убирает один жетон из A', затем строит две фигуры по 5 штук, составляя их квадратами с жетоном в центре.

Реакции рассматриваемой первой стадии представляют большой интерес для понимания механизма аддитивной композиции. В самом деле, в исходном пункте у ребенка, стремящегося уравнять обе совокупности, нет никакого понятия о том, что, увеличивая одну совокупность, он тем самым уменьшает другую. Однако, независимо от того, реализуется ли сумма $8+14=22$ или нет, само собой разумеется, что для решения этой проблемы необходимо постулировать имплицитно или эксплицитно существование инвариантного целого B, так чтобы $A+A'=B$; $A=B-A'$ и $A'=B-A$. Отсюда следует, что для любого $n \leqslant A'$ всегда будет $(A+n)+(A'-n)=B$, т. е. любое возрастание A уменьшает A', и наоборот. Говоря другими словами, рассматриваемая здесь проблема уравнивания, решение которой при $A'-A=2n$ состоит в $A+n=A'-n$, представляет собой для рационального сознания аналог проблемы, обсужденной в § 2, за тем исключением, что в данном случае анализируемая операция является обратной предыдущей.

Однако у ребенка данного уровня все происходит так, как будто он не знает, что положенные перед ним жетоны образуют инвариантное целое B и что, следовательно, жетоны, прибавляемые к A, с необходимостью вычитаются из A', и наоборот. Правда, можно утверждать, что ребенок хорошо знает, что он вычитает, поскольку он действительно берет жетоны из кучи A', чтобы перенести их в A! Тем не менее мы как раз утверждаем, что в данном случае нет ни настоящего, т. е. операционального, вычитания, ни настоящего сложения, а есть просто эмпирические действия со случайным и непредвидимым для испытуемого результатом. В самом деле, эти операции оформляются как таковые лишь в зависимости от регулируемой, т. е. обратимой, композиции целого и частей, следовательно, в зависимости либо от логической «группировки», либо от арифметической «группы». Однако в начале данной стадии ребенок не понимает и даже (как можно почти наверняка утверждать) не воспринимает обе совокупности A и A' в их зависимости друг от друга: он хорошо понимает, что $A'>A$, — вот почему он хочет прибавить жетоны к A, чтобы уравнять эту совокупность с A'. Но, проделывая это, он забывает о совокупности A' и даже больше не смотрит на нее, когда берет из нее элементы, предназначенные для совокупности A.

Так, например, Жак смотрит во время своих перемещений лишь на самую маленькую совокупность и приходит, таким образом, к бесконечной инверсии пропорций, переходя от совокупности (8+14) к совокупности (13+9), затем от совокупности (6+16) к (15+7), затем к (6+16) и потом даже к совокупности (17+5). Поведение Жака является особенно показательным; между его поведением и поведением таких испытуемых, как Ха и Ли, заканчивающих свои опыты нахождением равенства путем хаотичного поиска и сравнений фигур и предвещающих тем самым вторую стадию, можно наблюдать различные переходные состояния.

Таким образом, воспринимаемые и понимаемые ребенком данной стадии целостности являются, как мы говорили в § 1, одновременно ригидными и непрочными или, если хотите, одновременно глобальными и текучими. Ригидными они являются потому, что воспринимаются глобально группами, которые предполагаются неисчерпаемыми. Например, Жак постепенно переносит 17 элементов в одну из совокупностей, как будто бы другая не уменьшалась на столько же. Но они являются одновременно непрочными и текучими, потому что никакой принцип сохранения не обеспечивает их постоянства из-за отсутствия целостности B, которая соединяла бы A и A' в стабильную систему независимо от их взаимных замещений. Наоборот, для сознания, способного к действительной аддитивной композиции, такие целостности являются одновременно подвижными и прочными,— подвижными в их композиции и прочными в их инвариантности, потому что при любых значениях A и A' всегда имеет место $A+A'=B$.

Наблюдаемая у последнего из наших испытуемых первой стадии (Ли) тенденция упорядочивать жетоны в сходные фигуры для их уравнивания появляется как реакция на эти трудности, и как только этот метод распространяется на все операции уравнивания, он начинает характеризовать вторую стадию, примеры которой следуют ниже.

Фел (5; 4). $A=8$ и $A'=14$. Фел берет наугад 3 элемента из A', прибавляет их к A, затем упорядочивает каждую из совокупностей в круг, оставляя 3 или 4 элемента внутри. Получается для A — круг из 7 жетонов плюс 4 в середине, а для A' — круг из 8 жетонов плюс 3 в середине. «Поровну? — *Да.*» Однако у нас отсутствует уверенность в том, что Фел воспринимает тождество числа элементов и что он еще не довольствуется оценкой, основанной на аналогии фигур. Тогда мы даем ему $A=10$ и $A'=20$. Он действует аналогичным образом, но на этот раз путем последовательных поисков приходит к полному сходству фигур: два круга из 11 жетонов с 4 в центре. «Сейчас совсем поровну? — *Да.*— Откуда ты знаешь? — *Потому что они круглые*». Наоборот, когда мы модифицируем размещение A', оставляя в центре лишь 3 элемента и 12 по окружности, Фел не верит в эквивалентность и думает, что $A'>A$. Таким образом, фигура из фактора качественного соответствия становится источником двусмысленности, как только ее подвергают изменению.

Мы предлагаем Фелу две фигуры: A содержит 12 жетонов (9 по окружности и 3 по горизонтальному диаметру), а A' состоит из 22 жетонов (16 по окружности и 6 по горизонтальному диаметру). «Сделай так, чтобы было одинаково.— (Он берет 3 из 6 центральных жетонов совокупности A' и добавляет их к 3 жетонам в A, получает $A=9+6$ и $A'=16+3$.) — Правильно? — *Почти. Нет, опять здесь (A) меньше.* (Еще добавляет жетоны в A, потом их отнимает и получается $A=18$, из которых 11 по окружности, и

$A'=16$, из них 12 по окружности и 4 в центре.) — У кого больше всего? — *У меня* (A'), *потому что круг большой.* — А у кого больше в середине? — *Ах, да. Правда* (добавляет один жетон в центр A', взяв его из окружности). — Одинаково? — (Он хочет убрать несколько элементов из центра A, но передумывает.) — *Нет, потому, что в таком случае будет 3!*». После этого Фел отказывается от продолжения эксперимента, так как фигура является для него источником непреодолимых трудностей.

Т х о (6; 0). $A=8$ и $A'=12$. Берет из A' 2 элемента, затем два раза по одному. Получается $A=12$ и $A'=8$. Затем размещает 12 жетонов A в прямоугольник, образуемый четырьмя наложенными друг на друга рядами из 3 элементов, затем размещает A' в менее правильный четырехугольник. «Поровну? — (Смотрит, затем после некоторых колебаний перераспределяет 8 элементов A' в 4 ряда по 2, что приводит к прямоугольнику, похожему на A.) *Нет. Здесь больше*». Упорядочивает совокупность A в 6 наложенных друг на друга пар, затем выравнивает длины A' и A, распределяя излишек почленно.

Г и н (5; 9). $A=10$ и $A'=20$. Сразу выстраивает две сходные фигуры из 5 пар для A и из 10 пар для A'. Затем уничтожает половину A' и распределяет эту разность попарно.

В сравнении с реакциями первой стадии поведение этих детей свидетельствует о возникновении аддитивной композиции, но еще в чисто наглядном аспекте. В силу уже одного того обстоятельства, что ребенок сводит неравные кучи к фигурам, он вынужден их постоянно сравнивать и замечать, что любой перенос из A' в A является одновременно сложением в отношении A и вычитанием в отношении A'. Однако, как показывает случай с Фелом, достаточно изменить фигуру, чтобы равенство прекратилось, так как дети данного уровня не владеют еще операциональным сохранением и поэтому у них нет инвариантной целостности $B=A+A'$, а имеют место лишь целостности, которые лучше структурированы благодаря пространственной наглядности. С точки зрения аддитивной композиции, как и с точки зрения метода оценки, вторая стадия находится, следовательно, на полпути между отсутствием связности первой стадии и операциональной связностью третьей стадии. Имеют место, конечно, и переходные состояния между этими уровнями. Так, случай с Гином приближает нас к уравниванию методом чистого соответствия (хотя этот ребенок еще не поднимается до понятия постоянства совокупностей).

На третьей стадии прогресс соответствия дает ребенку возможность сразу использовать этот метод как инструмент уравнивания; на этой основе он может составлять эквивалентности независимо от размещения элементов, откуда вытекает возможность соответственно операциональной аддитивной композиции.

Фа (5; 6) для уравнивания $A=8$ и $A'=14$ размещает жетоны A в ряд из 4 пар, затем кладет напротив ряд из 4 пар, взятых из A'. Что касается 6 оставшихся от A' жетонов, то он кладет по паре с каждой стороны, затем по одному из оставшихся. Значит, это почти в точности такой же метод, как у Гина, за исключением того, что Гин действовал еще хаотично и основывался лишь на изучении фигур, устанавливая соответствие a posteriori, тогда как Фа создает соответствие сразу и верит в сохранение, независимо от размещения (см. гл. IV).

Ан (6; 0) для уравнивания таких же совокупностей сразу кладет 8 жетонов A в линейный ряд и размещает напротив 8 элементов A', чтобы затем сериировать отдельно 6 остающихся жетонов. Далее он убирает из оставшихся два жетона, затем еще один и добавляет их к A, что дает $11=11$.

Лаур (7; 3) кладет 8 жетонов в линию и считает их, затем отделяет 8 жетонов из кучи A' (14) и кладет их перед первой линией, но в плотном ряду. После этого он распределяет остаток из 6 элементов (не считая при этом): с каждой стороны он кладет по два жетона, затем еще по одному.

Независимо от того, умеет ли ребенок считать упорядоченные таким образом серии или ограничивается визуальным поэлементным соответствием, новизна этой стадии состоит в том, что, осуществляя уравнивание, ребенок уже знает, что если $A'>A$, то будет излишек $A'-A$, который нужно разделить. Поэтому ребенок заранее приписывает постоянство множеству A', которое понимается им как образованное из части A_2, равной A, и $(A'-A_2)$, т. е. остающейся части. Таким образом, появляется система иерархического включения: $A'=A_2+(A'-A_2)$ и $B=A+A'$, откуда $B=A+A_2+(A'-A_2)$. В этом отношении случай с Лауром особенно характерен: он сразу диссоциирует A_2 от A', т. е. часть A', равную A, затем делит на две половины остаток $(A'-A_2)$. Правда, уже Фа делает то же самое, когда он начинает с построения двух рядов по 4 пары и делит остаток; Ан действует таким же образом, но с несколько меньшей точностью.

Однако можно ли в таком случае сказать, что начиная со второй стадии ребенок ожидает появления остатка $(A'-A)$, когда строит свои фигуры, и что, следовательно, начиная с этого уровня мы наблюдаем аддитивную композицию? В отличие от испытуемых стадии с аддитивной композицией испытуемые второй стадии могут определить значение остатка $(A'-A)$ лишь с помощью своих фигур, т. е. после действия и без предварительной координации наличных отношений. Значит, остаток $(A'-A)$ возникает у них не как итог числового вычитания, а как итог пока еще эмпирического переноса совокупности простого наглядного порядка, и поэтому в отношении этих испытуемых нельзя говорить об арифметической композиции. Доказательством этого является отсутствие сохранения; так, Фел верит в эквивалентность A и A' до тех пор, пока построенные им фигуры остаются качественно сходными. Однако если изменить одну из них, не отнимая ни одного элемента, но ограничиваясь перемещением одного или двух из них внутри этой фигуры, то эквивалентность уже не признается. Испытуемый третьей стадии, напротив, строит свои равенства именно с помощью предварительного разложения множеств; поэтому-то они и являются прочными: сохранение выступает здесь как результат композиции, ставшей подвижной и обратимой.

Таким образом, в связи со всем тем, что мы видели до сих пор, можно сказать, что операции числового сложения и числового вычитания образуются в качестве операций лишь тогда, когда появляется возможность их композиции в обратимой конструкции или «группе» (группа хорошо известна из сложения целых чисел), вне которой может наблюдаться лишь непрочная наглядность и непрочный эмпиризм. Теперь нам остается проверить, действительно ли эта группа вытекает именно из группировок классов на основе таких же процессов уравнивания разностей, о которых речь шла в § 2.

Прежде всего, мы констатируем, что если ребенок второй стадии исходит, как и его предшественники, из неравенства $A'>A$, то он может соединить A и A' в целое $A+A'=B$ лишь в той мере, в какой это целое является предметом актуальной наглядности; на третьей стадии целое оказывается инвариантным. Поэтому ребенок третьей стадии, хорошо знает, что любое подмножество, прибавленное к A, вычитается тем самым из A'. Если это подмножество есть X, то $(A+X)+$ $+(A'-X)=B$, что означает завершение логической группировки наличных классов, но не дает возможности решить проблему числового уравнивания A и A'. Наоборот, если ребенок разлагает (как Лаур и др.)

класс A' на подкласс A_2 плюс остаток $(A'-A_2)$ и понимает, что $A+A_2+(A'-A_2)=B$ (что относится еще к простой логике классов), то ему достаточно уравнять A_2 и A, т. е. найти в A' второе множество A, соответствующее поэлементно первому множеству A, чтобы получить возможность утверждать арифметическое сложение $A+A_2=2A$, откуда $A'=A+(A'-A)$. И если он вычисляет остаток $(A'-A_2)$, то в таком случае получается $(A'-A_2)=2n$, откуда $A+n=A'-n$ и $A+A_2+ +2n=B$. Отсюда вытекает правильное решение $(A+ +n=A_2+n)$, являющееся ответом на все вопросы, возникающие на данной стадии. Таким образом, мы еще раз видим, что появление числовых операций характеризуется процессом уравнивания разностей, причем наличные классы или единицы стали благодаря этому общему механизму одновременно равными и различными.

§ 4. Деление на две равные части. Само собой разумеется, что стадии деления будут аналогичны только что рассмотренным. Для изучения деления на две равные части мы поставили эксперимент, единственное отличие которого от предшествующего опыта состоит в том, что вместо того, чтобы исходить из двух неравных совокупностей, которые нужно сделать эквивалентными, ребенок должен сначала диссоциировать данную величину на две части, с тем чтобы уравнять их впоследствии (если он не может сделать этого сразу с помощью тех же методов).

Правда, на первый взгляд кажется, что деление зависит от мультипликативной, а не аддитивной композиции (дробь $^1/_2$ представляет собой деление 1 на 2). Но так как любое целое является соединением двух своих половин, то равенство $A+A=2A$ можно изучать как аддитивное еще с большим основанием в том случае, когда ребенок действует эмпирически, разделяя сначала класс B на два подкласса $A+A'$ и лишь потом уравнивая их. Таким образом, выдвигаемая здесь проблема заключается в поиске ответа на вопрос о том, каким образом ребенку удается преобразовать логическую операцию $B=A+A'$ (независимо от того, является ли она наглядной или операциональной) в числовую операцию $A_1+A_2=2A$ или, говоря другими словами, каким образом, исходя из суммы, ребенку удается построить две равные совокупности.

На первой стадии ребенку не удается понять ни равенства целого и суммы частей, ни прочной эквивалентности между собой двух половин целого, даже в том случае, когда он сам построил две соответствующие совокупности с помощью поэлементного распределения элементов. Приведем примеры.

Арл (5; 0). Ей предлагается разделить 18 жетонов. «Возьми для меня и для себя столько, чтобы у нас было поровну — (Арл накрывает кучу обеими ладонями и глобально делит пополам. В результате случайно оказывается 9 и 9, но одна из совокупностей занимает большее пространство, чем другая.) — Одинаково? — *Нет*.— У кого больше? — *У вас* (наша куча менее плотна).— Сделай так, чтобы было поровну.— *Нужно поменять*». Арл просто переставляет обе совокупности, как будто этого достаточно для обеспечения равенства (при гипотезе о двух неравных кучах)! Таким образом, в данном случае мы имеем дело с предельно ярким примером реакций, отмеченных на первой стадии в § 3.

Ставится другая задача: разделить 20 жетонов. Одним движением руки Арл делит кучу на две части — 9 и 11 элементов, затем размещает жетоны A на площади примерно прямоугольной формы, а кучу A' упорядочивает в виде аналогичной фигуры. «Поровну? — *Да*.— (Уплотняют элементы A'). А теперь? — *Нет*».

Ко (5; 0), как и в других случаях первой стадии, распределяет жетоны по одному, что, как кажется, представляет собой операцию установления соответствия, причем более высокую, чем обычно имеющиеся на данном уровне. Однако легко убедиться, что это совсем не так. После поэлементного распределения 18 жетонов в две кучи — 9 и 9 — Ко не уверен в равенстве полученных совокупностей! «У меня столько же, сколько и у тебя? — (Он смотрит на обе кучи, немного различающиеся по плотности, затем старается сделать их сходными.) — Но как ты разделил? — ... — Поровну? — *Нет*.— Откуда ты знаешь? — (Приводит в порядок кучи.)»

Учитывая, с другой стороны, метод распределения, стихийно воспринятый Ко и ему подобными испытуемыми, мы применили к анализу проблемы деления методику, описанную в § 1 гл. II.

Мал (5; 0). Ему предлагается разделить между двумя куклами 16 жетонов, раскладывая их по одному и по очереди в две пустые коробки, стоящие перед куклами. «У них поровну? — *Да*.— (Высыпаем содержимое коробок перед куклами, причем у одной оказывается куча из 8 элементов, расположенных более плотно, чем перед другой.) — *Нет, у этой куклы больше* (более разуплотненная груда). Такие же реакции наблюдаются при симультанном самостоятельном раскладывании ребенком элементов по коробкам, когда один элемент кладется левой рукой, второй — правой (ср. гл. II, § 1, случаи с Портом и Гфе в конце беседы).

Приведенные реакции синтезируют все, что мы смогли установить в отношении аддитивной композиции на первой стадии. Действительно, благодаря этим испытуемым мы констатируем, что даже в случае столь простой композиции, как $A_1+A_2=2A\,(=B)$, дети данного уровня остаются неспособными к прочному пониманию равенства целого B и суммы частей A_1+A_2; это происходит потому, что, устанавливая путем поэлементного распределения равенство $A_1=A_2$, они затем считают, что $A_1=A_2$ в зависимости от того, как размещены элементы. В самом деле, Ко или Мал, даже распределяя жетоны по одному (поведение, обнаруживающееся на всех уровнях, но имеющее весьма различное значение), судят о результате лишь глобальным сравнением совокупностей A_1 и A_2 и не постулируют их прочной эквивалентности.

На второй стадии деление, или, скорее, формирование, двух равных частей совершается благодаря качественному сравнению все лучше и лучше структурированных фигур.

Пи (5; 1). Берет из общей совокупности, состоящей из 8 элементов, жетон за жетоном и распределяет их в два множества, ошибаясь, впрочем, на единицу, так что в результате он приходит к подмножествам 10 и 8. Далее он упорядочивает каждую кучу в ряд по парам и сравнивает длины полученных таким образом фигур. Сначала он немного разуплотняет пары фигуры из 8 жетонов, с тем чтобы наделить ее такой же длиной, как у другой фигуры. Но установив различие в плотности, он отнимает один жетон от 10 и прибавляет его к 8. Получаются две подобные совокупности по 9 элементов. «Поровну? — *Да.*— (Размещают 9 элементов A_1 в форме двух рядов из 6 и 3 элементов.) А теперь? — *Нет.*— Почему? — *У меня больше.* (A_2 — фигура, оставшаяся без изменений.)»

Шар (6; 0). Начинает, как и Пи, с такой же ошибкой на один жетон, затем размещает A_1 (10) в 2 ряда по 4 жетона плюс 2 отдельных жетона, тогда как совокупность A_2 (8) остается расположенной хаотически. «Одинаково? — *Да. Ах, нет! Здесь больше*». Затем он размещает A_2 также в два ряда по 4, прибавляет к A_2 2 жетона (неравенство при этом выступает в обратном порядке) и, наконец, кладет один элемент на вершину каждой фигуры, добиваясь подмножеств 9 и 9.

Тхо (6; 0). Для деления 18 элементов делает два квадрата по 9 жетонов и удовлетворяется этим после подробного сравнения фигур. Но чтобы разделить 24, он делает квадрат из 9 и прямоугольник из 12 жетонов, затем добавляет остаток из 3 элементов к квадрату из 9; в результате получается 2 прямоугольника по 12 элементов. Однако, поскольку он прибавил эти 3 жетона, положив их под квадрат из 9 жетонов, тогда как большая сторона прямоугольника из 12 элементов находится в горизонтальном положении, то перед ним оказались две сходные, но различно ориентированные фигуры, и он остается недоволен: «У нас поровну? — ... — У одного больше, чем у другого? — *Да, здесь больше* (прямоугольник, ориентированный вверх)». После этого он разрушает прямоугольник, построенный на большой горизонтальной стороне, и восстанавливает его с ориентацией вверх!

Реакции Тхо демонстрируют прекрасный пример качественного соответствия в противоположность количественному соответствию: достаточно того, чтобы фигуры имели различную ориентацию, чтобы испытуемый пришел в затруднение.

Как мы видим, реакции данной стадии в точности подобны реакциям соответствующей стадии в случае уравнивания двух неравных совокупностей: сходство заключается в сравнении при помощи фигур без прочной эквивалентности и без сохранения целостности. Значит, еще нельзя говорить об аддитивных композициях, речь идет лишь о наглядных сравнениях, соединениях или диссоциациях.

Композиция в собственном смысле слова осуществляется только на третьей стадии.

Дре (6; 10) распределяет 18 жетонов по одному или по два в две совокупности по 9 элементов и остается уверенным в равенстве этих совокупностей даже в случае изменения их размещения.

Лаур (7; 3) делит 18 элементов, распределяя их по два до последней пары, из которой он берет по одному жетону на каждую сторону. «Сейчас одинаково? (разуплотняют члены второй совокупности).— *Конечно.*— Почему? —*Потому что я клал одинаково с обеих сторон.*— А из всего этого (вновь собирают все в одну кучу) получается столько же, сколько в обеих кучах? — *Конечно, потому что вы сначала разделили, а потом снова положили так, как было раньше*».

Таким образом, завершение аддитивной композиции осуществляется благодаря прочному равенству обеих частей, рассматриваемых в качестве единиц, и благодаря равенству их суммы с первоначальным целым. Тем самым становится понятен переход от аддитивной композиции к мультипликативной. Арифметическое умножение — это такое распределение, когда при $n \times m$ имеется n совокупностей по m элементов или m совокупностей по n элементов, взаимно-однозначно соответствующих друг другу. Поэтому сложение $A_1+A_2=2A$ является умножением, означающим, что совокупность A_1 удваивается другой совокупностью A_2, соответствующей ей взаимно-однозначно. Аналогичным образом сложение классов $A+A'=B$, полученное в предыдущей главе, подразумевает умножение $B\times(A+A')=BA+BA'$, означающее, что каждая рассматриваемая бусинка является одновременно деревянной (B) и коричневой (A) или недеревянной (A'). Отсюда логическое деление, представляющее собой абстрагирование или диссоциацию классов, т. е. $AB:B=A$, а также арифметическое деление $2A:2=A$, примеры которого мы только что видели. Таким образом, независимо от того, являются ли аддитивные и мультипликативные композиции числовыми или относятся только к качественным классам, как таковым, они оказываются взаимосвязанными; психологическое усвоение одного подразумевает усвоение другого. Именно это мы снова увидим в следующей главе. Предварительно же нужно завершить анализ аддитивной композиции кратким заключением.

§ 5. Заключение. Как мы видели, различные опыты на аддитивную композицию согласуются между собой. В каждом случае наблюдается стадия первоначального несохранения, промежуточная стадия наглядной композиции и конечная стадия композиции в собственном смысле слова, определяющаяся инвариантностью целого и обратимостью операций, причем все эти стадии соответствуют стадиям, которые мы описали в предыдущих главах.

Таким образом, аддитивная композиция появляется, несмотря на внешнюю видимость, с запозданием. Однако если рассматривать факты наблюдения, характеризующие начало устного счета, то на первый взгляд может показаться, что сложение оказывается уже понятым, как только оформляются первые совокупности, наделенные названием числа, например, названиями 2, 3 и 4, либо в форме соединений или связываний, либо в форме кумулятивного пересчета. Нам хотелось бы кратко показать, что такое представление ошибочно, что сложение предполагает только что проанализированные условия и что для достижения операционального уровня, определяющего число в собственном смысле слова, в стихийном поведении необходим синтез связывания и пересчета.

Начнем с порядка пересчета, относительно которого многие авторы считают, что он подразумевает сложение уже с самых первичных своих форм. Так, например, Прейе интерпретирует как начало сложения поведение ребенка, последовательно берущего кегли из множества и каждый раз говорящего: «Один, один, один», затем:

«Один, еще один, еще один». На это К. Бюлер не без основания возразил[1], что действительное сложение не может начаться раньше, чем в сознании появится ясное понимание суммы. Декроли[2] отмечает в опыте с испытуемой С. термин «еще» в 1 год 7 мес., но в смысле «приглашения повторить действие». В 1 год 8 мес. С. говорит «еще», когда она ставит на прежнее место картонки комплекта, брошенные ею на пол, причем употребляет это слово для обозначения двух картонок, еще не возвращенных на место. В 1 год 11 мес. С. снова говорит «еще» для обозначения кошки, после того как она видела первую кошку. В этих двух примерах Декроли находит возникновение «значения сложения», однако ясно, что в данном случае не может быть речи о сложении в смысле оформления инвариантного целого: речь идет лишь о простом сознании последовательности с более или менее точным чувством исчерпания или возрастания рассматриваемых глобальных целостностей. Когда мы режем кусок материи, то у нас возникает мысль, что куска обязательно не станет, так как он постоянно расходуется.

Разумеется, каким бы качественным ни был этот пересчет, он уже охватывает величину, так как предполагает понятие «больше» («еще») и «меньше» («больше не», «совсем не»). Но это еще не числовая или экстенсивная квантификация, так как кванторы «один» или «еще один» не являются единицами чисел, так же как и элементами классов. Эта квантификация была бы квантификацией классов по объему в том случае, если бы ребенок данного уровня был бы способен на инвариантные включения или включения сериации, если бы ему удавалось координировать асимметричные отношения. Но так как и та, и другая из этих операций выше его уровня даже в аспекте наглядности, то можно говорить лишь о брутто — или элементарных величинах в том смысле, который мы придали этим терминам в главах I и II. Следовательно, в этих случаях не может быть речи о сложении в собственном смысле слова.

Можно ли, с другой стороны, найти источники сложения в «связывании» в смысле Гуссерля? Известно, что в своих «Логических исследованиях», в которых Гуссерль столь глубоко проанализировал это понятие,

[1] См.: К. Bühler. Die geistige Entwicklung des Kindes, S. 104.
[2] См.: О. Decroly. Essais de psychogenèse, p. 53—54.

он решительно противопоставил связывание, определяющее, по его мнению, множества категориального порядка, общим свойствам простой перцептивной природы («квазикачественные моменты», или «фигурные моменты»). Однако ясно, что глобальные фигуры, с помощью которых дети нашей первой стадии как в опытах на сохранение (гл. I и II), так и в опытах на соответствие и воспроизведение множеств (гл. III и IV) оценивают величины (т. е. отмечают общие свойства), носят перцептивный характер и не обладают свойствами того связывания, которое Гуссерль называет категориальным в своей феноменологической философии и которое для психолога является операциональным. Таким образом, на уровне элементарного пересчета никакая операция не дает ребенку возможности прийти к «связыванию» единиц в действительную, т. е. стабильную, целостность.

Тем не менее совершенно очевидно, что особенности пересчета и особенности элементарных суммирований коррелятивны и взаимозависимы. Если первичный пересчет «еще и еще и т. д.» не является аддитивным, то происходит это потому, что не достигается стабильная целостность, а если первичное суммирование не достигает уровня связывания и остается на уровне глобальных и наглядных связываний, то это происходит из-за отсутствия аддитивного пересчета. В самом деле, существует правильный ритм взаимодействия между двумя дополняющими друг друга движениями анализа и синтеза элементов, выражающихся пересчетом и суммированием. С первой стадии появляется осознание сумм и осознание элементов, но эти две разновидности восприятий следуют друг за другом, не соединяясь между собой, откуда вытекает глобальный синкретизм первых и неаддитивная рядоположность вторых. Наоборот, в ходе развития связывание целого все более и более гармонирует с сериацией элементов, откуда вытекает последовательное формирование числа и операций аддитивной (и мультипликативной) композиции. Однако вначале оба процесса находятся в состоянии хаотической недифференцированности.

Несомненно, что на этом уровне для небольших совокупностей — из двух, трех или четырех элементов — уже возникает одновременное восприятие целого и элементов. В таких случаях имеет место, следовательно, соединение, или, если говорить вслед за Гуссерлем, слияние (но без ранее изолированных элементов). Однако такое соединение остается недифференцированным и может образовать как класс, так и число, в зависимости от того, в каком направлении ориентируется разум: к понятийной классификации или к сложению поддающихся сериации единиц. За пределами этих находящихся в особом положении примеров, порождающих то, что можно было бы назвать наглядными числами от 1 до 4 или 5 или числами, еще примыкающими к пересчитываемым вещам и относящимися больше к восприятию, чем к операции, дети первой стадии не умеют осуществлять пересчет и глобальное суммирование в их зависимости друг от друга. Отсюда вытекает их неспособность к поэлементному соответствию, предполагающему как раз соединение в одно целое этих двух процессов.

В самом деле, ни первичный пересчет, ни глобальное суммирование, рассматриваемое отдельно, недостаточны для обеспечения возникновения соответствия. Наоборот, когда при сравнивании фигур ребенку удается установить сходство как в деталях (элементах), так и в целостной форме, у него появляется возможность осуществить первый синтез между пересчетом и суммированием, а также синтез, порождающий поэлементное соответствие (но лишь наглядное). При этом, с одной стороны, изучение этой целостности, образующей фигуру, приводит к разновидности наглядного связывания, а с другой стороны, возможный порядок пересчета элементов выражается в сериациях, основанных на их положениях или любом другом свойстве, которые воспринимаются непосредственно. Именно этот наглядный синтез пересчета, ставшего сериацией, и суммирования, ставшего образной композицией, характеризуют вторую стадию, а также ту разновидность антиципации второй стадии, которую можно наблюдать с первой стадии у детей при небольших совокупностях от 1 до 4—5 предметов.

Наглядный синтез, конечно, означает очевидный прогресс в направлении аддитивной композиции. Во-первых, любая форма пересчета, ставшего перцептивной сериацией может быть выражена в сложении, так как увеличения («еще один, еще один...») или уменьшения («меньше») отныне охвачены рамками наглядного связывания, характеризующего саму фигуру. Во-вторых, любая оценка, основанная на фигурах, также приводит к аддитивной композиции структурированных таким образом совокупностей. Но нужно хорошо понять, что сериальное сложение, не являющееся коммутативным, и сложение классов, являющееся коммутативным, могут сливаться друг с другом в арифметическом сложении лишь в той мере, в какой перцептивная наглядность временно их соединяет. Опыт показывает, что на протяжении всей второй стадии этот синтез нарушается, как только фигура изменяется: в таком случае целое перестает сохраняться, а сериальное сложение утрачивает поэтому свой возможный числовой смысл. Значит, на этом уровне отнюдь еще нет операционального сложения.

Только на третьей стадии устанавливается прочный синтез пересчета и связывания, которые становятся теперь операциональными и независимыми от воспринимаемых фигур: пересчитывая элементы множества, ребенок становится, следовательно, способным понять, что каждый ранг, занимаемый одним из членов этой серии, определяется отношением к совокупности сериированных элементов, причем эта совокупность, с другой стороны, образует инвариантную целостность. Если при этом во внимание берутся свойства, то появляется сериальное сложение, или качественная сериация $a+a'=$ $=b$, или сложение классов $A+A'=B$, которые невозможно слить в этом качественном аспекте. При абстрагировании же от свойств наблюдается числовое сложение $A+A=2A$, соединяющее в одну группу сериальный порядок пересчета и связывание, т. е. завершенное определение ранга и завершенное определение количественного числа (при условии их диссоциации в бесконечности, где начальные количественные числа определяются как классы, а конечные порядковые — как отношения).

Совершенно ясно, что эта поступательная координация связывания и пересчета, являющаяся иным способом выражения синтеза класса и асимметричного отношения, объясняется постепенным прогрессом обратимости мышления, тогда как их первоначальная некоординированность зависит от необратимости, свойственной наглядности или непосредственному восприятию. В самом деле, если первоначальное суммирование и первоначальный пересчет не координируются друг с другом, это значит, что восприятие совокупности как таковой, или как груды, и восприятие ее отдельных элементов, изученных последовательно, не имеют в глазах ребенка ничего общего: они следуют друг за другом, испытуемый может даже прийти к допущению эмпирического возврата от одного к другому, но ни одно из них не ведет с необходимостью к другому. С развитием наглядного соответствия в координации совершается шаг вперед в том смысле, что ребенок может пересчитывать элементы множества с помощью элементов другого множества, продолжая рассматривать первое в качестве замкнутой целостности: связывание и пересчет становятся, таким образом, как бы сообратимыми, т. е. одно из них появляется в качестве обратной операции относительно другого внутри одного того же поля восприятия. Но если затем изменить конфигурацию одного из множеств, то снова появляется последовательность восприятий, несводимых друг к другу, с возможностью эмпирических возвратов, но без необходимой обратимости. Напротив, полная координация пересчета и связывания в операциональном соответствии третьей стадии приводит к тому, что любая перцептивная фигура данного множества может привести к любой другой фигуре и наоборот, так как ребенок в этот момент уже пришел к полной обратимости.

Можно задаться вопросом о различии между необходимой обратимостью и эмпирическим возвратом: что представляют собой два восприятия, следующие друг за другом и не связанные между собой, и что представляют собой две фигуры, из которых одна с необходимостью ведет к другой? Может быть, оба восприятия просто не являются еще отождествленными, а две фигуры, наоборот, понимаются как тождественные друг другу, благодаря акту мышления, распространяющемуся на изменение, согласно знаменитой формуле Э. Мейерсона? Конечно, здесь имеется деятельность разума: физическое или психическое движение никогда не является интегрально обратимым, так как оно протекает во времени и прошлое безвозвратно утрачивается. И этот акт разума имеет место уже начиная с восприятия, так как восприятие является структурированием, хотя и статическим. Значит, с этой точки зрения различие между восприятием и мышлением является различием в степени, в большей или меньшей обратимости, с тем ограничением, что, дойдя до определенного предела, обратимость становится полной, как это наблюдается в математике.

В целом же восприятие является лишь неподвижной точкой в обратимом движении мышления. Несомненно также, что имеется и тождество и что связанная совокупность не может быть ни чем иным, как тождеством своих исчисленных элементов. Но это тождество является результатом, а не источником обратимости, так как существо мышления не сводимо к тождеству: источником являются операции, сущность которых заключается в создании нового.

Так, например, в случае связывания и пересчета, при $1+1+1=3$, три сложенные единицы являются тождественными 3 в том смысле, что целостность 3 может вновь дать методом вычисления три единицы, тождественные первым единицам. Но аддитивная операция создала нечто новое — целостность 3, которая, как таковая, не тождественна рядоположенным единицам. Наоборот, пересчет трех членов не тождественен первоначальной целостности 3. Сказать вместе с Э. Мейерсоном, что новизна и конструктивные операции проистекают из действительности, тогда как разум ограничивается отождествлением, значит, в конце концов, сказать, что разум является иррациональным по отношению к самому себе, что впрочем Э. Мейерсон и допустил. Нам кажется более предпочтительным вернуть операциям их действительное существование и отличить их от эмпирических построений благодаря как раз их обратимости, поскольку тождество оказывается лишь продуктом обратимых операций.

Поэтому два восприятия, не ведущие с необходимостью друг к другу, являются просто двумя восприятиями, составные операции которых остаются внутренними по отношению к каждому восприятию, взятому отдельно. В то же время две фигуры, ведущие с необходимостью друг к другу, соответствуют восприятиям, составные операции которых достаточно освободились для овладения ими на основе действительных координаций, т. е. эти операции дают возможность осуществления композиции одной из двух фигур с помощью другой, и наоборот.

Таким образом, на первой из наших стадий мышление ребенка остается необратимым в том смысле, что каждое восприятие образует частный момент потока его опыта без стабильного способа возврата, поскольку нет операций, дающих возможность композиции одного с помощью другого. Так, например, оба процесса наглядного связывания и пересчета функционируют по очереди, затемняя друг друга, или, если они совпадают, то взаимно нейтрализуются: это объясняет первоначальный примат восприятия, так как изолированная операция остается имманентной восприятию, которое она порождает, не имея возможности овладеть им. На второй стадии координация осуществляется, но лишь внутри поля восприятия, которое расширяется и развивается в направлении мышления: в самом деле, благодаря поэлементному соответствию пересчет ведет, если только фигура не разрушена, к связыванию, и наоборот. Наконец, на третьей стадии операции выходят за пределы поля восприятия и сразу достигают полной обратимости в своих композициях. Переход от восприятия к примату дедукции, поступательная координация и постепенная обратимость оказываются, следовательно, тремя аспектами одного процесса, определяющего эволюцию разума.

ГЛАВА IX. КООРДИНАЦИЯ ОТНОШЕНИЙ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНАЯ КОМПОЗИЦИЯ ЧИСЕЛ [1]

В главе III мы описали опыты на взаимно-однозначное соответствие между цветами и вазами или яйцами и подставками. Поскольку эти эксперименты проделаны, их легко продолжить следующим образом. Во-первых, после того как ребенка подвели к установлению эквивалентности между совокупностью цветов F_1 и совокупностью ваз V_1, соответствующих им поэлементно, легко повторить опыт между той же совокупностью ваз и новой совокупностью цветов F_2. Перед ребенком в этой связи ставится вопрос: если $F_1 = V_1$ и $V_1 = F_2$, то будет ли также $F_1 = F_2$? Во-вторых ребенку можно поставить и вопрос нового типа: если все цветы F_1 и F_2 вновь поставить в вазы V, размещая, конечно, равное число цветов в каждую вазу, то сколько цветов будет в каждой вазе? Наконец, если эта вторая проблема решается, т. е. если в каждую вазу ставится по 2 цветка (или кладутся два яйца перед каждой подставкой), то можно задать еще один вопрос, схема которого сво-

[1] При участии Э. Вотьер.

дится к тому же типу: если вместо размещения двух цветков в каждую вазу пожелают поставить их в маленькие пробирки, в каждую из которых можно поместить лишь один цветок, то сколько нужно будет иметь этих сосудов для всех цветов? При проведении этого опыта цветы, конечно, убирают, а на столе остаются лишь исходные вазы V_1; формула $2V = V_1 + V_2$, где V_2 — пробирки, приведенные в соответствие с V_1, дает решение проблемы.

Короче говоря, в данной главе мы ставим перед собой задачу последовательно изучить: 1) некоторые примеры взаимнооднозначного соответствия между несколькими (а не только двумя) совокупностями; 2) переход от композиции отношений эквивалентности или классов к арифметическому умножению.

Композиция отношений эквивалентности параллельна композиции классов, так как класс является соединением членов, эквивалентных с рассматриваемой точки зрения[1]. Поскольку, с другой стороны, арифметическое умножение является аналогичным размещением, то эквивалентность по взаимно-однозначному соответствию между 2 или n совокупностями A является, следовательно, эквивалентностью мультипликативного порядка, которая означает, что одна из этих совокупностей A умножается на 2 или на n; $A \longleftrightarrow A...$ означает поэтому $2A$ или nA, так же как и, наоборот, nA подразумевает поэлементное соответствие между n совокупностями A. С психологической точки зрения все это сводится просто к утверждению о том, что приведение во взаимнооднозначное соответствие есть имплицитное умножение: поэтому соответствие, установленное между несколькими, а не только между двумя совокупностями, рано или поздно приведет испытуемого к осознанию этого умножения и возведению его в степень эксплицитной операции.

§ 1. Построение поэлементного соответствия и композиция отношений эквивалентности. Отношения эквивалентности, основанные на «любом», или «квантифици-

[1] В общем случае симметричные отношения — это отношения, соединяющие элементы одного и того же класса, и поэтому они могут быть названы отношениями классов. См. в «Compte rendu des séances de la Société de Physique et de l'Histoire naturelle de Genève» наше сообщение от 15 мая 1941 г. (о симметричных отношениях).

рующем» взаимно-однозначном соответствии, являются специальными отношениями, открытие и использование которых предполагает усвоение ряда собственно математических понятий, таких, как понятие сохраняющегося множества, сериации, поэлементного соответствия и т. д. Наоборот, композиция отношений эквивалентности образует столь общий механизм, что оперирование им, как кажется, должно предполагать наличие одной лишь логики. Например, если $X=Y$ и если $Y=Z$, то в таком случае $X=Z$ при любом X, Y, Z. Эта теорема, выражающая транзитивность, присущую отношению равенства, является одновременно выражением процесса рассуждения, характеризующего формальную структуру мышления. Эта теорема выражает как равенство или эквивалентность трех классов, так и координацию двух отношений, и распространяется она как на математические (которые иногда неправильно называют «математическими силлогизмами»), так и на качественные аспекты реальности. Независимо от того, относится ли это рассуждение или это действие равенства к любым числам, поверхностям, весам, классам или отношениям, трудность его применения должна, как кажется, зависеть не от содержания мышления, а лишь от одной формы. В соответствии с гипотезой о врожденности логики ребенок должен был бы, следовательно, иметь возможность использовать такие структуры задолго до открытия математических понятий или, по крайней мере, эти два вопроса должны были бы быть для него независимыми.

Согласно же нашей гипотезе о построении логики, такой формальный механизм, как композиция двух отношений, не может вырабатываться независимо от содержания, к которому эта координация применяется. А так как, с другой стороны, в настоящей работе мы постоянно констатировали, что логика классов и логика отношений проявляются в построении математических понятий (и наоборот), то можно ожидать, что формальная структура «$X=Y$; $Y=Z$, следовательно, $X=Z$» не усваивается испытуемым сразу независимо от какого бы то ни было содержания, а обусловливается как разными повторяющимися результатами усвоения, так и различным содержанием, к которому она применяется. Иначе говоря, эта формальная структура «$X=Y$; $Y=Z$, следовательно, $X=Z$» является, как и все формальные структуры, лишь координацией определенной степени, которая может поэтому совершаться только в зависимости от содержания (структурирования) элементов и координированных отношений и которая должна, следовательно, восстанавливаться в форме новой координации всякий раз, когда она применяется к новому классу предметов мышления [1].

В самых общих чертах можно сказать, что дети, которым не удается композиция отношений эквивалентности, не в состоянии осуществить и взаимно-однозначное соответствие, тогда как дети, осуществляющие это соответствие, сразу приходят к композиции нескольких эквивалентностей. Однако этот результат не является столь естественным, как могло бы показаться. Успешно справиться с экспериментами на соответствие — это значит рассматривать соответствующие совокупности как эквивалентные независимо от размещения их элементов, если только эти элементы однажды уже были поставлены в поэлементное соответствие друг с другом. Что касается композиции $(X \leftrightarrow Y) + (Y \leftrightarrow Z) = (X \leftrightarrow Z)$, в которой знак $\leftrightarrow$ означает эквивалентность, возникающую вследствие взаимно-однозначного соответствия, то здесь обнаруживаются совсем другие трудности, так как элементы совокупностей X и Z никогда не находятся друг перед другом. Когда детям, которым не удается привести в соответствие две совокупности или понять прочность их эквивалентности, не удается также данная композиция, то это естественно, но лишь при том условии, что формальные структуры являются простой координацией содержаний этих совокупностей: композиция предполагает в таком случае решенным вопрос о понимании самой эквивалентности. Но то, что детям, успешно отвечающим на вопросы в экспериментах на эквивалентность, также сразу удается композиция открытых, таким образом, отношений, представляет очень большой интерес и показывает, что операции мультипликативного порядка, действующие в самом соответст-

[1] В работе, которую мы опубликуем в скором будущем вместе с Б. Инельдер, «Le développement des quantités chez l'enfant», мы еще раз покажем необходимость этого на примерах распространения схемы ($X \Rightarrow Y$; $Y = Z$) на веса, объемы и т. д. (Работа опубликована в 1941 г. См. библиографию работ Ж. Пиаже.— *Ред.*)

зии, становятся после своего оформления эксплицитными в форме умножений в собственном смысле слова. Приведем сначала два примера коррелятивных неудач (все испытуемые, описываемые нами в данном параграфе,— это дети, о которых шла речь в гл. III):

Фум (4; 4) находится на стадии глобального сравнения, и ему не удается, как это видно в главе III (§ 2, раздел I), суждение о том, что голубые цветы, расставленные им самим в вазы, соответствуют этим вазам, если цветы вынули и разуплотнили. Ему предлагают затем поставить то же самое количество розовых цветов в те же вазы. Но при сравнивании розовых и голубых цветов на вопрос «Одинаково ли розовых и голубых цветов?» Фум один раз отвечает: *«Думаю, что одинаково»*, а другой: *«Голубых цветов больше»;* и т. д.

Даже факт вербального счета совершенно не облегчает композиции: «Теперь я хотел бы поставить в каждую вазу розовый и голубой цветок. Посчитай, пожалуйста, вазы.— *Десять.*— А сколько голубых цветов? — *Десять.*— А розовых? —*Десять.*— Очень хорошо. Если ты поставишь в каждую вазу голубой цветок и розовый цветок, то цветов хватит? — *Не знаю.*— А ты можешь заранее узнать? (Начинает расставлять.)— *Нет. Я не знаю»*.

Тил (4; 11) в эксперименте обмена 10 монет и 10 цветов находится на второй стадии (гл. III, § 4, раздел II), т. е. он умеет осуществлять поэлементное соответствие, но без прочной эквивалентности. Сначала он покупает 6 голубых цветов за 6 монет. «Теперь я буду добрым торговцем и возвращу тебе деньги. Ты можешь купить за те же самые деньги вот эти цветы, но опять будешь давать одну монету за цветок: за каждый цветок ты мне дашь монету.— (Эксперимент начинается.) — У тебя будет столько же розовых цветов, сколько и голубых? — *Нет, розовых будет больше.*— Почему? — *Вы взяли больше.* (Смотрит на резерв.) — (Заканчивают обмен и приводят в визуальное соответствие монеты и голубые цветы.) — *Ах, да! Одинаково.*— Теперь нужно положить монеты под голубые цветы.— (Проделывает.) *Одинаково.*— В таком случае смотри. (Берем 6 розовых цветов и вновь начинаем обмен.) За деньги можно купить столько же розовых цветов, сколько голубых? — *Нет, розовых больше»;* и т. д.

Из сказанного явно вытекает, что дети данной стадии не умеют координировать друг с другом эквивалентности, равно как и каждую эквивалентность в отдельности они не считают прочной. А теперь приведем два примера второй группы детей, представляющих большой интерес с точки зрения рассматриваемой корреляции, так как этим детям удается выполнить некоторые испытания на эквивалентность и не удается выполнить другие: они, в частности, могут формально координировать эквивалентность в первом случае и не могут сделать этого во втором.

Ф е т (5; 5), как это было видно в главе III (§ 2, раздел III), в отношении цветов и ваз находится на третьей стадии: при любом размещении взятых из ваз цветов он заявляет, что цветы эквивалентны вазам, *«потому что они были там внутри»*. После того как разуплотнили 10 голубых цветов, ему предлагают расставить по вазам розовые цветы, а затем их вынимают и спрашивают: «Одинаково розовых и голубых цветов или нет? — *Одинаково, потому что те и другие были там внутри»*.

Но после обмена 8 цветов на 8 монет в соотношении 1 к 1 тот же Фет не уверен в том, что два множества эквивалентны: когда цветы разуплотнены, он считает их более многочисленными. Однако после их подсчета он, кажется, уверен в эквивалентности. «Одинаково? — *Здесь восемь и здесь восемь.* — А теперь смотри. Я пойду покупать розовые цветы. (Обменивают 8 монет на 8 розовых цветов в соотношении 1 к 1. Розовые цветы остаются на столе, а голубые Фет держит в руке.) Одинаково розовых и голубых цветов? — *Нет. Розовых цветов больше.* — Почему? — *Потому что больше!»*

Б е т (5; 8) аналогично верит в эквивалентность голубых цветов и ваз, *«потому что цветы входят»* (внутрь). Затем вынимают и уплотняют розовые цветы. «Розовых цветов столько же, как и голубых? — *Да, потому что . . . вот»*. (Приводит их в соответствие, чтобы доказать нам.)

Однако после обмена в соотношении 1 к 1 он не верит в прочную эквивалентность голубых цветов и монет. Убежденный методом визуального соответствия, он обменивает те же монеты на голубые цветы в соотношении 1 к 1. «Одинаково розовых и голубых цветов? — *Нет, голубых цветов больше»*.

Корреляция между пониманием прочной эквивалентности и композицией эквивалентностей оказывается, следовательно, в таких случаях полной. Приведем далее примеры третьей группы детей, которым сначала не удаются полностью испытания на эквивалентность, но которые затем приходят к правильной композиции.

О с (5; 10), о котором мы уже говорили в главе III (§ 2, раздел III), находится в эксперименте с цветами и вазами между второй и третьей стадиями; он верит в эквивалентность, когда цветы и вазы расположены близко друг к другу, причем даже без визуального контакта, но перестает верить, когда они оказываются на расстоянии друг от друга. Однако после такой реакции на розовые цветы Ос утверждает эквивалентность розовых и голубых цветов. *«Одинаково, потому что здесь 10* (голубые, сосчитанные им цветы) *и здесь 10* (розовые, не сосчитанные цветы)».

П и т (6; 11) также находится между второй и третьей стадиями; он считает, что монеты, обмененные на голубые цветы, остаются эквивалентными им (исключая случай, когда они слишком отодвинуты), но чтобы поверить в эту эквивалентность, ему нужна постоянная проверка этого равенства. Затем мы обмениваем те же монеты на розовые цветы. «Розовых цветов столько же, как и голубых, или нет? — *Столько же.* (Однако он тотчас же прибегает к проверке методом приведения в прямое соответствие.)»

Приведем, наконец, случаи, когда удача с испытаниями на эквивалентность сопровождается немедленным успехом композиции (мы не обнаружили удач первых испытаний без последующих правильных композиций).

Р у м (4; 11) явно находится на третьей стадии в опыте с яйцами и подставками, цветами и вазами, а также в случае обмена цветов и монет (гл. III, § 2—4). В первом из этих испытаний, после того как сняли 8 яиц с 8 подставок и разложили их перед этими подставками, он вновь расставляет 8 других яиц, которые затем кладут за подставками. «Здесь и здесь яиц поровну? — *Да, здесь восемь и здесь восемь.* (Вторая совокупность не пересчитывается.)» Про голубые и розовые цветы, расставленные поочередно в те же самые вазы, Рум также говорит: *«Одинаково, потому что здесь* (сосчитанные голубые) *десять, а здесь* (не сосчитанные розовые) *тоже десять».* В опыте с розовыми и голубыми цветами, обмененными в соотношении 1 к 1 на монеты, мы ставим перед ним следующий вопрос с намеренной подсказкой (чтобы оценить степень его убеждения): «Посмотри. У меня больше голубых цветов. (Они находятся в куче с его стороны.) Я хочу купить маленький букет розовых цветов за деньги, которые ты мне дал. (Обмен в соотношении 1 к 1 при небольшом разуплотнении обмененных цветов.) Где больше всего цветов? — *Одинаково».*

У л (5; 3) в аналогичном случае говорит: *«Поровну, потому что имеется десять ваз, десять розовых цветов и десять голубых цветов».*

А и (5; 2) отвечает таким же образом: *«Имеется десять, десять и десять.* (Он также не пересчитывал голубые цветы.)»

Таким образом, можно видеть, что как только ребенок овладевает отношением эквивалентности (методом поэлементного соответствия), он сразу научается композиции двух из этих отношений. Как показывает третий тип ответов (Ос и Пит), ребенку это удается, может быть, немного быстрее, чем складывается убеждение в самой эквивалентности независимо от конфигурации множеств.

Рассматриваемая корреляция между построением отношений эквивалентности и возможностью их композиции (после того как они оформлены) кажется нам интересной с двойной точки зрения. Во-первых, тот тезис, что композиция невозможна до действительного понимания эквивалентностей, подлежащих композиции, не является столь естественным, как это может показаться. Не только взрослый и ребенок старше 11—12 лет могут формально точно рассуждать о предложениях, признанных ложными, или о предложениях, которых они не понимают. Еще задолго до усвоения этого формального механизма ребенок может адаптироваться к словам и коллективным понятиям, присущим обыденному языку; так, например, многие из тех детей, которые не способны понять, что 10 цветов, взятых из 10 ваз, всегда эквивалентны этим 10 вазам, независимо от того, уплотнены они или разуплотнены, умеют тем не менее считать эти цветы до 10. Значит, у этих малышей могло бы появиться формальное или, по крайней мере, вербальное употребление относительного умножения этих эквивалентностей до действительного их понимания. Но тот факт, что ничего подобного не происходит, показывает, что именно искомая композиция образует настоящую координацию.

Особенно важно подчеркнуть, что композиция отношений эквивалентности может произойти лишь после понимания отношений эквивалентности между двумя совокупностями, и именно этого мы ожидали в начале нашего исследования. В самом деле, у малышей очень часто случается, что овладение отношениями между тремя членами (а композиция двух отношений эквивалентности предполагает три члена) намного труднее, чем овладение отношениями между двумя членами. Так, например, деление на три намного более тонкое дело, чем деление на два, и т. д. Каким же образом происходит, что эквивалентность трех множеств оказывается такой же по сложности, как эквивалентность лишь двух множеств; почему, другими словами говоря, композиция двух отношений является таким же легким делом, как и построение одного из двух отношений?

Не вдаваясь пока в анализ отношений между взаимно-однозначным соответствием и мультипликативными операциями вообще, скажем сразу, что причина этой синхронности очень простая: композиция двух эквивалентностей в действительности уже подразумевается в построении одного отношения прочной эквивалентности между двумя совокупностями, так как эти две совокупности, представляющиеся в n последовательных формах, проявляются как n совокупностей. В самом деле, пусть V — множество ваз и Fb — совокупность голубых цветов; главная трудность для ребенка состоит в том, чтобы понять эквивалентность в момент оптического соответствия, скажем, $V_1 \longleftrightarrow Fb_1$. Эта трудность состоит в том, чтобы понять, что разуплотненные вазы (скажем, V_2) или уплотненные вазы V_3 продолжают оставаться эквивалентными разуплотненным (Fb_2) или уплотненным (Fb_3) голубым цветам. Отсюда следует, что понимание прочной эквивалентности между тем, что нам кажется лишь двумя множествами, вызывает в действительности сложную композицию между собой шести множеств три по три:

$$(V_1 \leftrightarrow Fb_1) + (Fb_1 \leftrightarrow Fb_2) = (V_1 \leftrightarrow Fb_2);$$
$$(V_1 \leftrightarrow Fb_1) + (Fb_1 \leftrightarrow Fb_3) = (V_1 \leftrightarrow Fb_3);$$

... и т. д.

Когда, следовательно, вводят новое множество розовых цветов с его тремя состояниями Fr_1, Fr_2 и Fr_3, то композиция отношений ($V \leftrightarrow Fb$) и ($Fb \leftrightarrow Fr$) оказывается такого же порядка, что и предыдущие композиции:

$$(V_1 \leftrightarrow Fb_1) + (V_1 \leftrightarrow Fr_1) = (Fb_1 \leftrightarrow Fr_1).$$

Единственное различие, и именно этим интересно это явление, состоит в том, что множества Fb_1, Fb_2 и Fb_3 различаются лишь перцептивным размещением своих элементов, тогда как множества Fb и Fr отличаются друг от друга самими своими элементами. Но это введение множества с новыми элементами совершенно не меняет формальный механизм мышления, который должен оформиться в конструкции самих отношений эквивалентности.

Таким образом, мы можем сказать, что способность к композиции двух отношений эквивалентности (т. е. соединения в одно целое трех множеств с различными элементами) свидетельствует просто об освобождении формального механизма, который до сих пор был имманентным самой конструкции этих отношений, а отныне может применяться к любому новому сочетанию отношений между множествами. Однако, и в этом состоит главный итог § 1, это освобождение, или внешняя координация, появляется тотчас же после завершения построения эквивалентностей как таковых, т. е. после построения внутренней координации.

§ 2. Стадии композиции отношений эквивалентности. В главе III мы установили — на детях, выступавших в качестве испытуемых в экспериментах на простое соответствие,— наличие тесной корреляции, существующей между реакциями на эти эксперименты и композицией отношений эквивалентности. Теперь нам хотелось бы вкратце изучить этапы самой этой композиции на других детях, которых мы подвергнем в § 3 испытаниям на сложное соответствие и числовое умножение.

Мы не будем задерживаться на первой стадии, так как она представляет собой стадию одновременной неудачи построения самого соответствия и композиции эквивалентности. Тем не менее мы приведем один пример, аналогичный примерам с Фумом и Тилом (§ 1), но оформленный с помощью более точной техники опроса.

Ком (4; 10) сам последовательно ставит 10 цветов (X) в 10 ваз (Y). Вынимают их и кладут в миску. Так же поступают и с другим десятком цветов (Z), которые кладут в другую, более широкую миску. «Одинаково цветов здесь (X) и здесь (Z)? — *Здесь* (Z) *больше. Здесь* (X) *меньше.*— (Разуплотняют X и уплотняют цветы Z.) — *В этой куче* (X) *больше, а в этой* (Z) *меньше.*— Где были цветы? — *Здесь* (показывает все вазы Y). *Во всех этих маленьких стаканах.*— Цветов хватало? — *Вот этих* (X).— *Да.*— А этих (Z)? — *Тоже...* (Он сам их ставил). *Теперь они войдут до сих пор* (показывает 9-ю вазу), *потому что их меньше*».

Более интересно определить, каким образом развивается поступательная композиция на второй стадии — стадии поэлементного соответствия, но без прочной эквивалентности (гл. III—IV). Мы сейчас увидим, что на этом уровне композиция вырисовывается как раз с помощью наглядности, т. е. во время перцептивного, но еще не поддающегося операциональному обобщению контакта.

Приведем несколько примеров второй стадии. Мы постараемся их сериировать в поступательном порядке.

Рис (4; 9) может осуществлять поэлементное соответствие. Он готовит 10 цветов, расставляет их, а затем эти цветы (X) кладут уплотненно в миску. Так же делается с другим десятком, но затем цветы кладут разуплотненно (Z). «Здесь и здесь одинаково? — *Здесь* (X) *меньше, а здесь* (Z) *больше.*— А в этом случае? (Уплотняют Z и разуплотняют X) — *А! Теперь здесь* (X) *больше, здесь все передвинули. Здесь* (Z) *меньше, здесь тоже все передвинули.*— Почему меньше? — *Потому что на другой стороне* (X) *цветов много.*— Где были эти цветы? — *Их поставили в вазы* (Y), *вынули и поставили сюда.*— (Снова меняют на обратное отношение плотности.)— *Здесь* (Z) *больше.*— Почему? — *Не знаю, как сказать.*— (Цветы складывают в букет.) А теперь? — *Ах, да! Одинаково!*».

Рол (5; 4). Тот же эксперимент. Цветы (Z) уплотнены. «Одинаково (X и Z)? — *Здесь* (X) *цветов много, потому что их тоже ставили сюда внутрь, но их меньше, потому что вы их поставили более плотно* (в миску Z).— А ваз (Y) столько же, сколько цветов? — *Их столько же* (уверенно), *как и здесь* (плотные цветы

Z).— А в сравнении с этими цветами (разуплотненные X) одинаково? — *Тоже одинаково* (с такой же уверенностью): *они были внутри два раза* (следовательно, X и Z).— В таком случае, что можно сказать об этих букетах (X и Z), в каком-то из них цветов больше, меньше или, может быть, одинаково? — *Здесь (X) цветов больше»*. Однако, как только кладут три множества параллельными рядами, Рол допускает эквивалентность $X=Y=Z$.

Бал (5; 6) кладет 10 яиц (X) на 10 подставок (Y). Яйца X размещаются разуплотненно в кастрюле. Он еще раз кладет 10 яиц (Z) на те же подставки, а затем уплотненно складывает в другую кастрюлю. «Скажи, в этой кастрюле яиц столько же, сколько в этой? — *В этой (X) яиц больше.*— Почему? — *Потому что их раскладывали во все стаканы (Y).*— А эти *(Z)? — Их раскладывали в меньшее число стаканов.* (Он, однако, раскладывал сам.)— *Посмотри.* (Вновь начинают эксперимент лишь с 7 элементами для каждой из 3 совокупностей.) Теперь здесь и здесь (X и Z) одинаково? (Подставки размещаются в виде подковы.)— *Одинаково.*— Почему? — *Потому что вы положили яиц как раз столько же, как и здесь* (подставки).— (Вновь начинают эксперимент с 10 элементами, причем подставки располагают в ряд.) А теперь (X и Z)? — *Одинаково.*— Почему? — *Потому что все они были в стаканах»*.

Улд (5; 8). Эксперимент с цветами: 10 плотно сдвинутых цветов (X) находятся в миске, а 10 разуплотненных (Z) — в другой. *«Здесь (X) меньше, а здесь (Z) больше.*— Почему? — *Здесь ровно один, два, три, ..., десять* (считает X).— А здесь (Z)? — (Считает.) *А! Одинаково.*— Почему? — *Потому что одинаковая длина.* (Показывает длину ряда Y.) *Значит, одинаково»*. В эксперименте с яйцами Улд сразу говорит, что $X=Z$. *«Одинаково.*— Почему? — *Потому что столько же чашек* (подставок)».

Хоег (5; 11). Цветы X разуплотнены, а Z уплотнены. *«Здесь (X) цветов больше. Их больше вот почему.* (Показывает ширину.) — (Инверсия плотности.)— *О! Здесь цветов больше.* (Снова показывает X.)— Но они ведь занимают меньше места? — *Тогда я ошибаюсь* (в смущении), *но перед этим здесь было больше.* (Конфликт с представлением предыдущего состояния, т. е. конфликт необходимости постоянства с актуальным восприятием.) *В таком случае здесь (Z) больше.*— (Снова инверсия плотности.) — *Нет, здесь* (с видом удовлетворения, обнаружив первую ситуацию).— Откуда ты знаешь? — *Надо бы сосчитать.*— Хорошо, считай. Но подожди. Где были эти цветы (X)? — *В вазах.*— А эти (Z)? — *Тоже в вазах.*— И все подходило точно? — *Да! А! Одинаково!»*

«Теперь посмотри. (Цветы X размещают перпендикулярно вазам.) — *Я могу сосчитать.* (Считает.) *Получается десять цветов и десять ваз.*— Посмотри. (Цветы Z размещают параллельно цветам X, после того как они были повторно расставлены по вазам Y, но ряд цветов Z делают немного короче во избежание визуального соответствия.)— *Но одного не хватает!* — Я ничего не убирал.— *Да.* (Озадаченно.) *Я хочу посчитать.* (Считает.) *Одинаково, а я думал, что одного цветка не хватает.*— Почему одинаково? — *Цветы были в вазах, а ваз столько же, сколько цветов. Все же я хочу посчитать.* (Считает X, Y, Z.) *Получается десять, десять и десять. Да, во всех трех одинаково* (наконец-то, уверенно)».

На следующий день эксперимент с яйцами. *«Одинаково* (X и Z).— Почему? — *Вчера было видно, что одинаково.*— Да, но как можно удостовериться? — *Сосчитать.*— А если не считать? — ... —

Где были яйца? — *Ах, да, правильно! Вместе со стаканами* (подставки Y), *а вчера — вместе с вазами».*

Все эти дети находятся как раз на второй стадии, т. е. они умеют осуществлять поэлементное соответствие, но тем не менее не верят в прочную эквивалентность соответствующих совокупностей. Поэтому, когда речь идет о композиции эквивалентностей, они могут сделать из ($X=Y$) и $Y=Z$) вывод о том, что ($X=Z$) лишь в том случае, когда множества находятся друг перед другом и обладают одинаковыми перцептивными свойствами; иначе говоря, они отнюдь еще не способны к операциональной композиции и ограничиваются наглядной констатацией.

Но если таков общий исходный пункт всех этих реакций, то тем не менее любому из этих детей, благодаря подсказкам, содержащимся в наших вопросах, удается понемногу открыть прочные эквивалентности между X и Y, затем Y и Z и тем самым сделать вывод $X=Z$. Теперь нужно проанализировать механизм этого открытия.

Испытуемый Рис сначала оказывается неспособным уравнять X и Z, пока букеты не равны по толщине: он пассивно испытывает все колебания восприятия, не приходя ни к какой композиции. Это самый низкий уровень. Немного более развитый Рол явно стоит на той поразительной для логики точке зрения, что хотя $X=Y$ и $Y=Z$, однако $X>Z$. Он даже начинает свое рассуждение с припоминания соответствия цветов X и ваз, затем цветов Z и ваз, добавляет, что «они были внутри два раза» (т. е. как цветы Z, так и цветы X), и тем не менее делает вывод $X>Z$ (потому что они менее уплотнены!). С большей парадоксальностью игнорировать правила операциональной композиции невозможно, и все же Рол делает шаг вперед по сравнению с Рисом, потому что по ходу дела он приходит к прочным эквивалентностям $X=Y$ и $Y=Z$.

Однако одной визуальной наглядности, ведущей его до сих пор, недостаточно, для того чтобы и он смог сделать этот вывод. Бал демонстрирует новый шаг вперед. Думая, что $X>Z$ (в силу разной плотности), он сначала предпочитает исправить действительность («их ставили в меньшее число стаканов»), нежели впасть в абсурдную ошибку Рола: преимущество этой вольности состоит в том, что как только устанавливаются более правильные отношения с меньшим числом элементов он распространяет $X=Z$ на все яйца. Но ясно, что это открытие облегчается наглядностью и оно пока не является результатом чистой логики. У Улда сначала доминирует наглядность, однако спонтанно осуществляемый пересчет поднимает его на более высокий уровень и приводит к более формальным обобщениям. Наконец, **Хоег, всю беседу с которым мы подробно изложили,** — это прекрасный пример конфликта между наглядностью и логикой при конечной победе логики. В самом деле, он начинает с трезвого признания противоречия, к которому его ведет наглядность («но до этого здесь было больше!»); чтобы выйти из этого противоречия, он постулирует полупостоянство, ведущее его, наконец, к операциональной композиции (с очень показательной промежуточной потребностью эмпирической верификации), которую он справедливо рассматривает как следствие общей меры («измеряли вместе с вазами»).

Таковы главные этапы поступательного движения, наблюдаемого на второй стадии. Истолковать их легко: ребенок этого уровня, доверяя лишь перцептивной наглядности, начинает с непосредственного сравнивания X и Z и не думает об их композиции с помощью посредствующего элемента Y. Отсюда **вытекают суждения** $X \lesseqgtr Z$ в соответствии с воспринимаемыми плотностями. Однако наглядность ведет к противоречивым результатам: то к утверждению $X>Z$, то — мгновение спустя — к обратному утверждению. Когда эти колебания становятся невозможными, испытуемый постулирует начало постоянства. Именно тогда инвариантность целостностей и композиция отношений появляются одновременно как два аспекта одной и той же действительности. Это изменение перспектив, наступающее в определенных случаях почти немедленно, аналогично «Aha-Erlebnis» Бюлера или «Einsicht» гештальтистов; оно находится в явном противоречии с кристаллизацией, в ходе которой структурируется перцептивный «гештальт»; поэтому здесь нужно говорить не о кристаллизации, а о внезапной оттепели, о разрушении перцептивных структур, которые, внезапно расплавившись, делают возможной мобильность и обратимую композицию.

Изучим, наконец, несколько случаев третьей стадии, т. е. композиции, выступающей в форме немедленной координации.

Сид (5; 3). *«Совершенно одинаково, потому что я видел, что они были в вазах. Я все время считаю, что их снова ставят в вазы и думаю о них.*— Но если смотреть на толстый букет цветов (X) и на маленький букет цветов (Z), то одинаково? — *Одинаково. Я думаю об этих (X) и об этих (Z) и считаю вместе с вазами».*

Фрим (5; 5). «Здесь столько же цветов, как и здесь? — *О, да! — Здесь их ...* (думает). *Да, их много.*— Чего много? — *Ваз.*— Но цветов здесь больше или меньше, чем здесь? — *Ваз много, потом много цветов здесь (X), они были здесь внутри (Y), и много цветов здесь (Z), они тоже были здесь (Y). Одинаково».*

Грос (5; 10). Цветы X разуплотнены, а Z — уплотнены. *«Одинаково.*— Почему? — *Было десять цветов и десять ваз, в таком случае имеется десять розовых цветов».*

Бора (6; 0). *«Одинаково, потому что есть вазы».*

Мар (5; 8). *«Одинаково, потому что когда цветы были в вазах, длина была одинакова».* В эксперименте с яйцами говорит: *«Одинаково, потому что измеряли вместе с подставками».*

Лис (6; 0). Цветы X уплотнены, а цветы Z — разуплотнены. *«Здесь их больше (X), а здесь меньше (Z). Нет, не меньше, потому что они тоже были в вазах, в таком случае одинаково!»* В эксперименте с яйцами: *«Столько же, потому что было столько же мисок».*

Эти случаи в высшей степени показательны в плане перехода от наглядности к операции. Когда Лис, например, исправляет свое перцептивное впечатление о неравенстве $X>Z$ на равенство $Z=Y$, то он должен — так сказать, вопреки самому себе — сделать вывод о том, что $Z=X$, потому что $X=Y$. А когда Сид, чтобы побороть наглядность, говорит: «Я все время считаю, что их снова ставят в вазы и думаю о них», то он прекрасно показывает, почему композиция является результатом обратимости, ориентированным в направлении, обратном актуальному восприятию. Наконец, когда он говорит: «Я считаю вместе с вазами», он осознает мультипликативный характер этой координации, т. е. то, чем мы теперь будем заниматься.

§ 3. Сложное соответствие и числовое умножение. Теперь нам нужно изучить вопрос, каким образом может быть обобщена композиция эквивалентностей в форме взаимно-однозначного соответствия между n множествами (мы будем просто говорить «сложное соответствие», хотя этот термин и неудачен) и в форме числового умножения.

На первой стадии (глобальное сравнение) ребенку не удается осуществить числовые умножения даже в форме удвоений. В этот период он не может ни привести в поэлементное соответствие равное число цветов и ваз, ни, следовательно, судить о том, что две совокупности, когда они соответствуют третьей, соответствуют друг другу.

Дал (5; 1) не считает совокупности X (10) и Z (10) цветов эквивалентными, хотя он сам последовательно расставлял цветы в те же самые 10 ваз Y. «Теперь все эти цветы поставим в маленькие горшочки. (Цветочные горшки в форме пробирки, в каждую из которых входит максимум один цветок.) Возьми горшочки, чтобы их хватало для всех цветов; смотри, берем только один цветок на горшок.— (Он размещает линейно 10 горшков перед 10 вазами.)— У тебя горшков достаточно для всех этих цветов? — (Добавляет еще 4 горшка.) — А теперь подойдет? — ... — Попытайся.— (Ставит по цветку в горшок, затем, дойдя до 12-го горшка, добавляет еще 2 штуки, не учитывая, что на одну вазу приходится 2 горшка)». Наконец, его просят поставить все цветы в 10 ваз: «Сколько цветов нужно на каждую вазу? — (Пробует по одному цветку.)»

Эксперимент с 10 подставками. Дал кладет на 10 подставок одно за другим 10 яиц, размещаемых потом плотно в кастрюле, а затем кладет 10 других яиц, которые разуплотняют в другой кастрюле. «Одинаково? — *Нет, здесь (Z) больше.*— А если теперь ты отдашь все эти яйца детям (10 куклам, стоящим перед 10 подставками), то сколько можно дать каждому ребенку? — *Одно яйцо.*— Ты уверен? — (Он начинает раскладывать по яйцу на каждую подставку, потом, разложив 3 или 4 яйца, кричит.) *Нет, много, шесть, дети съедят много!*»

Ком (4; 11). Из 10 Y ваз вынимают цветы X, затем цветы Z. Ком не признает $X=Z$. «Если мы захотим поставить все эти цветы (показывают X и Y одновременно) в эти вазы, то сколько мы сможем поставить цветов в каждую вазу? — (Он кладет один цветок в вазу, затем два, далее, поглядывая на ряд,— три, после чего уравнивает последовательным поиском и добивается того, что везде оказывается по два цветка.) *Получается два цветка на каждую вазу*». Сразу же после этого: «Очень хорошо. Теперь поставим цветы в эти маленькие горшочки. Посмотри, по одному на горшок.— *Да.* (Ставит 10 горшков напротив ваз.) — У тебя горшочков достаточно для всех этих цветов? — *Да.*— А все цветы войдут внутрь?— *Да.*— Попробуй.— (Начинает, затем говорит.) *В таком случае их будет больше, чем ваз. Получится длинная линия.* (Прибавляет 5 или 6 горшков.)»

Блю (5; 6). После построения совокупностей X и Z, каждая из которых соответствует 10 вазам, экспериментатор спрашивает: «А если теперь я захочу снова поставить эти цветы в эти вазы, то сколько нужно поставить в каждую вазу? — *Нужно поставить один цветок.*— Ты думаешь, что все цветы войдут? — (Пробует, но после 5 или 6 ваз кричит.) *О! Нужно поставить больше* (успешно ставит по два и спрашивает). *«Почему их нужно поставить по два?* — А как делали перед этим? — *Ах, да, один, один, один* (совокупность X), *потом их убрали, затем снова один, один, один* (совокупность Z).— Правильно».

«Теперь смотри. Возьмем все маленькие горшочки, в каждый поставим только один цветок, потому что у горшочков маленькая дырка. В таком случае тебе нужно взять достаточное число горшочков для всех этих цветов.— (Ставит по горшочку перед каждой вазой.) — Сколько было цветов в каждой вазе? — *Шесть, нет два.*— А сколько ставят в горшочек? — *Один.*— Ты думаешь, что горшочков у тебя достаточно? — *Да, их столько же, сколько ваз.*— В таком случае попробуй.— (Ставит по одному цветку в каждый горшочек, но, дойдя до середины ряда, кричит.) *О! Горшков не хватает.* (Добавляет 4 штуки и говорит.) *Думаю, что так хватит.* (Продолжает ставить цветы.) *Нет, цветы остаются.* (Добавляет 3 горшка с другого конца и ставит туда 3 цветка.) *Нет, остается еще три цветка.* (Добавляет 3 горшочка.) *Теперь правильно, но почему их больше, чем ваз?* — Смотри, если я беру одну вазу, то в ней два цветка; сколько ты приготовил горшочков для двух цветков? — (Показывает один.) — Да, для одного цветка, ну а для другого? — *Ах, да!* (И он ставит два горшочка перед каждой вазой.)»

Реакции данной стадии в отношении числового умножения представляют большой интерес. Упомянутые испытуемые, не умеющие даже, по крайней мере в начале эксперимента, осуществить поэлементное соответствие двух совокупностей предметов (за исключением действия методом включения одного предмета в другой), конечно, тем более не могут вывести из $X=Y$ и $Y=Z$ заключение $X=Z$. Поэтому, когда речь идет об одновременном приведении в соответствие обеих совокупностей $(X+Z)$ с вазами Y, т. е. двух цветков и одной вазы, или же о том, чтобы взять столько же горшочков V, сколько имеется элементов $(X+Z)$, содержащихся в $10Y$, т. е. два горшка на одну вазу, то их поведение в точности выражает их неспособность к мультипликативной композиции, причем эта неспособность проявляется в их двух последовательных реакциях.

Самая элементарная реакция состоит в ассимиляции нового искомого соответствия с одним из предыдущих поэлементных соответствий, без понимания необходимости координации в соотношении 2 к 1 или удвоения. Так, например, в эксперименте с горшками и вазами все испытуемые начинают с расстановки 10 горшков, потому что было 10 ваз, поскольку, как говорит Блю, «их столько же, сколько ваз». Однако каждый из этих детей хорошо понял, что кладут только по одному цветку на горшок, как это можно было установить по их попытке эмпирически проверить соответствие. Таким же образом каждый из них начинает с приписывания одного яйца каждой кукле и с раскладки по одному цветку на вазу.

Но эта простая ассимиляция новой ситуации с предыдущей ситуацией быстро отступает перед фактами, т. е. перед констатацией того, что цветов для ваз слишком много и что число яиц превышает количество подставок. Но ребенку пока не удается предположение об определенном отношении между $(X+Z)$ и Y, т. е. он не понимает, что если $(X+Z)$ одновременно соответствуют Y, то это значит, что каждому Y придается пара элементов, а не один. Таким образом, вместо размышления о точном удвоении испытуемые этой стадии просто чувствуют необходимость глобального увеличения и ограничиваются случайным испытанием какого-нибудь числа. Именно в этом состоит специфика данного уровня, проявляющаяся в отсутствии точного соответствия и в отсутствии композиции отношений эквивалентности. Например, в проблеме горшочков (содержащих лишь один цветок), которые должны заменить вазы (с двумя цветками), Дал просто прибавляет 4 горшка к первичному ряду из 10 элементов, Ком — 5 или 6, Блю — 4, потом 3 и еще 3, не понимая, зачем это нужно («но почему их больше, чем ваз?»). Такое же непонимание проявляется и в проблеме с яйцами или в проблеме числа цветов, которые нужно поставить в каждую вазу.

Короче говоря, можно, следовательно, констатировать, что прежде чем привести в соответствие два равных множества с третьим множеством, эти дети ограничиваются произвольной оценкой увеличения, и у них отсутствует сознание удвоения. Если они понимают, что n голубых цветов соответствует n вазам $(nX \longleftrightarrow nY)$ и что n розовых цветков также им соответствуют $(nZ \longleftrightarrow nY)$, то они не понимают, что n ваз соответствуют n парам $(X+Y)$, т. е. что $nY \longleftrightarrow n(X+Y)$, или $nY \longleftrightarrow n(2)$. И если они понимают, что все цветы вместе соответствуют горшкам V, т. е. $(X+Z) \longleftrightarrow V$, то они не понимают, что каждая ваза соответствует, следовательно, двум горшкам V, т. е. $nV \longleftrightarrow n(2V)$. Следует, наконец, отметить тот способ, каким Блю после своих неудач приходит к осознанию этого отношения и предвещает, таким образом, следующую стадию.

В самом деле, на второй стадии дети начинают решать проблему удвоения, но они отнюдь еще не действуют операционально, т. е. они еще не способны к абстрактному умножению: они ищут вслепую и открывают результат методом соответствия, которое они постепенно должны сделать сложным. Приведем несколько примеров, начиная с переходного случая между первой и второй стадиями.

Р и с (4; 9) не считает цветы X и Z эквивалентными (см. § 2). «Мне бы хотелось знать, сколько нужно положить цветов в вазу, чтобы все они вошли? — *Я не знаю.* (Кладет по одному, потом к концу по два.) — *Два*».

«Теперь возьмем маленькие горшочки. Сколько цветов надо ставить в вазу? — *Два.* — А в один из этих горшочков? — *Один.* — В таком случае приготовь горшочки. (Ставит один горшочек перед каждой вазой, ставит цветок в каждый горшочек, затем в конце смотрит на оставшиеся цветы, не считая их, и снова строит ряд из 10 горшков и после этого перед вазами ставит цветы.) *Сейчас совершенно правильно*».

Несколько дней спустя он кладет 10 яиц на подставки, потом еще раз 10 яиц. «Сколько яиц съест каждый ребенок? — *Два.* — Почему? — *Одно сначала и одно потом.* — А если еще раз дадут вот эти (новая серия из 10 яиц, раскладываемых на подставки, а потом складываемых рядом с другими множествами из 10 яиц), то сколько получится на каждого? — *Два.* — Попробуй. — (Кладет по 2 перед каждой куклой и оставляет в стороне 10 последних.) — А эти — *Эти — на завтра.* (С видом сознающего устранение проблемы.)»

Р о л (5; 4) знает, что $X=Y$ и Z, но не знает, что $X=Z$. «Если теперь я хочу поставить все эти цветы в вазы, то сколько цветов нужно будет поставить в каждую вазу? — *Один.* (Начинает размещать, потом кричит.) *Ах, да! Тогда получится два*».

Эксперимент с яйцами. «Сколько яиц получится на каждого ребенка? — *Два!* — А если эти прибавить (10 новых)? — *Два.* — Почему? — (Считает.) *Три*».

У л д (5; 8). «Если я поставлю все эти цветы ($X+Z$) в эти вазы (Y), то сколько будет в каждой вазе? — *Два, три или больше.* — Попробуй. — (Пробует с двумя и доходит до конца серии.) *Как раз правильно*».

«Теперь возьми достаточное количество горшочков, чтобы можно было поставить по цветку на горшочек. — (Ставит 1 горшок перед 1-й вазой; 2 — перед 2-й, 3-й, 4-й; 1 — перед 5-й; 2 — перед 6-й; 3 — перед 8-й и 9-й и 2 — перед 10-й, затем уравнивает.)»

10 яиц + 10 яиц. «Сколько яиц сможет съесть каждый ребенок? — *Вот этот* (1-й) *два* (продолжает раскладывать по два яйца перед каждой подставкой). *Я думаю, что яиц будет недостаточно.* (Продолжает.) *Нет, как раз.* — А если еще прибавить вот эти (10 яиц, снова приведенные в соответствие с подставками), то сколько получится на каждого? — *Четыре, нет, пять.* — Почему? — *Потому что у них яиц больше*».

Х о е г (5; 11) после своих ответов, описанных в § 2. «А если теперь мы захотели бы снова поставить все цветы ($X+Z$) в вазы (Y), то сколько их было бы в каждой вазе? — *Три, четыре.* — Почему? — *Потому что их можно поставить много.* — Конечно, но нужно поставить поровну в каждую вазу и использовать все вазы. — *Да. Тогда я их поставлю вот так* (по 6). — Попробуй. — (После трех ваз отказывается.) *В таком случае их нужно ставить по три.* — Почему? — *Потому что это меньше.* (Пробует, но останавливается к середине ряда.) *Пока еще неправильно. Их нужно ставить только по два.* (Проделывает.) *Теперь правильно.*— Почему только по два? — *Потому что по два.*— Сколько было куч? — *А! Две. Их было одинаково* (!) *и ваз тоже. В таком случае получается два на вазу.*— Очень хорошо».

«Посмотри на эти горшки. Сюда положим только один цветок. Приготовь горшки для всех этих цветов. (Ребенок ставит горшочек перед каждой вазой.)— Все эти цветы войдут внутрь? — *Да.*— Почему? — *Потому что их... Я хочу сосчитать.* (Считает.) *Получается десять, как и ваз, потому что цветы были в вазах. А! Я знаю. Нужно поставить еще вот так.* (Ставит второй горшочек перед каждой вазой.)— Попробуй.— (Ставит цветы.) *Как раз!* (Удивлен точностью результата.)»

На следующий день после беседы о яйцах (см. § 2). «Сколько теперь яиц съест ребенок? — *Два.*— Почему? — *Два мерили два раза* (т. е. 2 раза размещали на подставки совокупность соответствующих яиц).— Правильно. Ну а если еще дать эти (10 новых яиц)? — *Получится три.*— А если еще положить эти (10 новых яиц)? — *Получится четыре*». Хоег вступает, таким образом, в третью стадию.

Хорошо видно, чем отличаются реакции этой стадии от реакций первой стадии. На первой стадии ребенок ограничивается чувственным осознанием того, что если одновременно приводят в соответствие $(X+Z)$ с Y (когда $X=Y=Z$), то между $(X+Z)$ и Y имеется нечто большее, чем простое поэлементное соответствие, поэтому, чтобы взять столько же горшочков V, сколько имеется цветов $(X+Z)$, он довольствуется прибавлением нескольких элементов к элементам V, приведенным им в поэлементное соответствие с Y. Наоборот, когда дети данного уровня начали с поэлементного соответствия между V и Y и заметили, что приготовленные таким образом элементы V не соответствуют всем цветам $(X+Y)$, то в таком случае они сразу переходят от системы «1 к 1» к системе «2 к 1». Именно здесь совершается заметный шаг вперед в направлении умножения. Этот шаг при $nY \longleftrightarrow n\,2V$ заключается в переходе от nV к $(n+n)V$, без полного еще осознания того, что $n+n=2n$, но при немедленном утверждении $(n+n)V$, а не $(n+n')V$, где n' было бы произвольным увеличением n (как на первой стадии).

Сравним, например, в проблеме маленьких цветочных горшочков эксперимент Риса с экспериментом Блю; хотя Блю, в конце концов, приходит к соответствию «2 к 1», он тем не менее относится к первой стадии, так как применяет произвольные сложения перед открытием $nV \longleftrightarrow (n+n)V$. Наоборот, Рис, представляющий самый элементарный случай второй стадии, начинает с расстановки 10 горшков для 10 ваз ($nY \leftrightarrow nV$), но затем, увидев остающиеся цветы, он не стремится оценить их, как Блю (который прибавляет 4, затем 3, затем еще 3, говоря каждый раз: «Думаю, что так пойдет», и т. д.), а сразу ставит 10 горшков, без колебаний размещает в них цветы и делает вывод: «Сейчас как раз» (значит, $nY \leftrightarrow (n+n)V$). Таким же образом Рол прибавляет ряд из 10 элементов к своему первоначальному ряду, а Хоег кричит: «А, я знаю, нужно поставить везде вот так» $(n+n)$.

При определении количества цветов, которое войдет в каждую вазу, когда приводят в соответствие $(X+Z)$ с Y, только Рис, продолжающий в этом первую стадию, начинает с расстановки по одному цветку на вазу, чтобы после нескольких ваз перейти к двум. Рол также начинает с одного (до конца), но, видя, что цветы остаются, реагирует так же, как в проблеме с горшками, и, не прибегая к счету, заявляет, что «в таком случае получится два». Что касается Улда и Хоега, представляющих большинство детей этого уровня, то они сразу допускают, что, как говорит Улд, будет «два, три или больше», то есть они сразу мыслят соответствием n к 1 и затем доводят его до n к 2.

Что касается проблемы яиц, то Улд, продолжающий здесь первую стадию, пробует положить по два яйца на подставку, но без уверенности, тогда как остальные испытуемые убеждены в этом заранее. Очевидно, что между первым и вторым экспериментами происходит определенное научение. Возможно, второй эксперимент сам по себе оказывается более легким. Тем не менее интересно отметить, что приводимые Ролом основания («каждый раз я должен давать два яйца») и особенно основания Хоега («мерили два раза») достигают уровня третьей стадии, так как они выражают существование двух поэлементных соответствий $n \leftrightarrow n$, из которых нужно вывести произведение $n \leftrightarrow n(2)$.

Таким образом, каждому из этих детей удается понять, что если два множества со значением n взаимно-однозначно соответствуют третьему множеству, то они вместе будут соответствовать третьему множеству и в отношении «2 к 1», т. е. $n+n$, а не только $n+n'$ (где n' — произвольное значение). Но хотя некоторые из указанных испытуемых почти приходят к этому понятию, можно ли на этом основании сказать, что они понимают уже отношение $n+n$ как умножение в собственном смысле слова, т. е. как переход от «1 раз n» к «2 раза n» (или $2n$)? Нам кажется, что возможность такого допущения на данном уровне исключена по трем причинам.

Во-первых, как было видно в § 2, эти же самые испытуемые еще не овладели композицией отношений эквивалентности $(X \longleftrightarrow Y) + (Z \longleftrightarrow Y) = (X \longleftrightarrow Z)$, а арифметическое умножение $n+n=2n$ (в случае, когда X и Y представлены значением n) плохо постигается без хорошего владения логическими отношениями, присущими композиции этих эквивалентностей.

Вторая причина состоит в том, что этим детям совершенно не удается сразу сложное соответствие: лишь обнаружив после своих опытов простого соотношения наличие остатка, они переходят от n к $n+n$. Конечно, отказ от испытания произвольного отношения $n+n'$ представляет большой шаг вперед. Но у испытуемых продолжает существовать некоторый хаотический поиск и отнюдь еще нет немедленного понимания, как на третьей стадии.

Особенно важна третья причина. Если бы ребенок сразу истолковал сложное соответствие как мультипликативное отношение, то он, несомненно, мог бы его распространить на $2n$, на 3, 4 или $5n$, так как эти последние числа ему так же хорошо известны, как и число 2. Третья стадия докажет нам это. Если, наоборот, сложное соответствие образует еще лишь отношение, открываемое эмпирически и в форме $n+n$, то оно не поддается обобщению. Это как раз то, что мы ясно видим у испытуемых второй стадии. Например, Рис думает, что если три совокупности яиц соответствуют поэлементно одним и тем же 10 подставкам, то каждый ребенок получит 2 яйца, а когда он видит остаток — 10 неиспользованных яиц, он предлагает съесть их завтра. В той же самой ситуации Улд склоняется к 4 или 5 и останавливается на 5, потому что они «съели больше яиц». Только Хоегу удается распространить умножение на 3 или 4 без колебаний, но все дело в том, что, как мы уже видели, он достигает в ходе этого эксперимента уровня третьей стадии.

Таким образом, мы подошли к изучению реакций третьей и последней стадии, характеризующейся не только правильной композицией отношений эквивалентности, но, кроме того, и немедленным пониманием отношений сложного соответствия и их обобщений в форме мультипликативных операций, распространяющихся на 3, 4 или $5n$. Приведем примеры.

Грос (5; 10) убежден, что если $X=Y$ и $Z=Y$, то имеет место эквивалентность $X=Z$. «Если я поставлю все эти цветы $(X+Z)$ в вазы (Y), то сколько придется на вазу? — *Один голубой и один розовый цветок.* — Это сколько? — *Два.* — А если бы я еще прибавил эти (новая совокупность из 10 элементов), то сколько пришлось бы на вазу? — *Три.* — Почему? — *Я бы их поставил один, один, один.* — А если теперь мы захотим поставить их в горшочки, в которые входит только по одному цветку? — (Готовит 10+10+ +10 горшков.)»

Тхи (6; 10). *«Нужно поставить в каждую вазу два цветка».* Потом он готовит 10+10 горшочков. В эксперименте с яйцами он сразу понимает, что при 10+10 дети съедят по два яйца, а при 10+10+10 по три и т. д.

Бора (6 лет) также сразу знает, что придется 2 цветка на вазу, *«потому что есть две кучи»* (т. е. совокупности по 10 элементов). Таким же образом он готовит 2 или 3 горшка на вазу, по мере того как ему предлагают 2 или 3 эквивалентные совокупности цветов.

Такие же ответы при 2 или 3 совокупностях яиц. «А если я прибавлю эти (10+10+10+10)? — *Четыре — на куклу.* — А если еще положу эти (10)? — *Десять. Ах, нет! Пять».*

Подводя итог, можно сказать, что все дети, способные к композиции эквивалентности (§ 2), понимают одинаково быстро, т. е. на основе метода комбинирования отношений, а не путем наглядного хаотичного поиска, отношения сложного соответствия, действующие при поставленных проблемах: 2 цветка — на вазу, 2 яйца — на куклу и двойной ряд горшочков — на ряд ваз. Однако — и в этом состоит главная специфика третьей стадии — как только данное отношение «2 к 1» схватывается, оно тотчас распространяется на 3, 4 и 5. Из этого факта вытекает два вывода. Поскольку, во-первых, переход от наглядного к операциональному методу состоит в замене ригидных перцептивных схем (хотя и открытых хаотичным поиском) мобильной композицией (хотя и понятой в непосредственном акте координации), он влечет за собой возможное обобщение, примеры которого мы только что видели в случае небольших и хорошо известных ребенку чисел. Второй вывод состоит в том, что параллельно этому психологическому процессу проявляется, наконец, в своем действительном виде мультипликативной композиции операция приведения в соответствие. При соответствиях «1 к 1», «2 к 1», «3 к 1» и т. д. значение n каждого множества уже не понимается только как значение, начинающееся с n и идущее к $n+n$, а как развивающееся от «1 раз n» к «2 раза n», к «3 раза n» и т. д. Эти результаты позволяют нам теперь изучить в заключение проблему умножения классов и чисел вообще.

§ 4. Заключение — умножение классов и умножение чисел. Изучая в главах III и IV различные типы поэлементного соответствия, мы установили, что эквивалентность по взаимно-однозначному соответствию является эквивалентностью мультипликативного порядка.

В самом деле, существует большое разнообразие форм эквивалентности, и роль генетической психологии, равно как и операциональной логистики, занимающейся выявлением действительных законов мышления, состоит как раз в различении этих разнообразных отношений, а не в стремлении к их смешению. Пусть A_1 — некоторый класс голубых цветов и A'_1 — класс розовых цветов. Классы A_1 и A'_1 могут быть соединены в B_1 (что составляет класс «рассматриваемые цветы»). В таком случае можно сказать, что классы A_1 и A'_1 являются эквивалентными в качестве B_1 (голубые цветы и розовые цветы эквивалентны в качестве цветов) и можно записать $A_1 \overset{B}{=} A'_1$. Это первое отношение является аддитивной эквивалентностью, так как оно вытекает из сложения $A_1+A'_1=B_1$.

Предположим теперь, что мы классифицируем определенные предметы (цветы, вазы, горшки и т. д.) в зависимости от расположения их на столе, например, ряды по прямой слева направо: A_2 будет предметом слева, A'_2 — его соседом справа, далее пойдут B'_2; C'_2; ...; до I_2, причем общий класс называется K_2. Если мы умножим классы B_1 и K_2, т. е. если мы допустим по определению такое умножение классов, что рассматриваемые классы являются «одновременно» B_1 и K_2, то мы получим $B_1 \times K_2 = A_1K_2 + A'_1K_2$. Поэтому классы A_1 и A'_1 эквивалентны в качестве K_2, но на этот раз эквивалентность является эквивалентностью мультипликативного порядка и означает, что оба класса A_1 и A'_1 умножены на K_2. Эта мультипликативная эквивалентность означает, что классы A_1 и A'_1 имеют одинаковую структуру K_2

или, проще говоря, классы A_1K_2 и A'_1K_2 поэлементно соответствуют друг другу: в самом деле, каждый из этих классов образуется из отдельных классов $A_1A_2+A_1A'_2+$ $+A_1B'_2+A_1C'_2$ ... и т. д. и $A'_1A_2+A'_1B'_2+A'_1C'_2$ ... и т. д. Такие мультипликативные эквивалентности между классами или качественными соответствиями используются в сравнительных науках, когда, например, в сравнительной анатомии приводятся в поэлементное соответствие части скелета представителя одного биологического семейства с частями скелета представителя другого биологического семейства или когда в психологии приводят в соответствие уровни развития одного понятия с уровнями другого понятия, иллюстрацией чего может служить вся данная работа.

Короче говоря, построить эквивалентности методом качественных соответствий и координировать эти эквивалентности — это значит обратиться уже к мультипликативной операции (необходимо отметить, что в данном случае числа еще нет — см. гл. VII, § 3).

Каким же образом от этого умножения классов приходят к умножению чисел? Отвечая на этот вопрос, нам не нужно нового объяснения по сравнению с тем, что мы уже знаем о переходе от сложения классов к сложению чисел. В самом деле, предположим, что каждый из членов классов A_1 и K_2 рассматривается в качестве простой единицы, одновременно равной другим и отличной от них (отличной благодаря своему порядку пересчета). В таком случае каждый из классов A_1K_2 и A'_1K_2 будет составлять 10 единиц, причем каждая единица A_1A_2 или $A'_1A'_2$ и т. д. принадлежит одновременно классу A_1 или A'_1 (голубые и розовые цветы) и классу K_2 (положение цветов). С другой стороны, взаимно-однозначное соответствие становится в этом случае уже «любым» или числовым, т. е. оно выражает лишь эквивалентность, существующую между совокупностями из 10 членов, причем эта эквивалентность на основе метода равного распределения есть не что иное, как сама операция умножения: 2×10 или 10×2. Само собой разумеется, что для n классов (причем n конечно) рассуждение аналогично.

В заключение необходимо уточнить, что в случае мультипликативных операций, как и в случае сложений, качественная композиция классов оформляется операционально не до оформления композиции чисел, а одновременно с нею. Нет стадии логического умножения и стадии арифметического умножения: на первой стадии ни одна из этих композиций невозможна; на второй стадии обе композиции постепенно выступают в наглядном аспекте, но еще без операционального завершения; и лишь на третьей стадии обе они оформляются в операции в собственном смысле слова, откуда следует одновременный успех различных экспериментов, изученных в этой главе, и немедленное обобщение умножения после его открытия ребенком.

ГЛАВА X. АДДИТИВНЫЕ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЕ КОМПОЗИЦИИ ОТНОШЕНИЙ И УРАВНИВАНИЕ РАЗНОСТЕЙ [1]

В предыдущей главе мы проанализировали вопрос о том, каким образом ребенок, которому предложено последовательно привести в соответствие множество Y с двумя другими множествами — X и Z, приходит к открытию, что если $X=Y$ и если $Y=Z$, то $X=Z$. Как мы видели, эта композиция отношений сопровождается развитием числового умножения, так же как композиция качественных соответствий классов приводит к умножению классов.

После анализа аддитивной и мультипликативной композиции классов и чисел нам еще остается рассмотреть композицию асимметричных отношений в их связи с числом. По-видимому, наилучшей базой для такого анализа является экспериментальная ситуация, которую мы использовали в начале настоящей работы,— ситуация отношений между непрерывными величинами, т. е. отношений между жидкостями, которые можно реально переливать. Действительно, сложение двух множеств или двух длин дает общую совокупность или общую длину такого рода, что никаким образом не удается вызвать мысль о составных частях, образующих эти общности, тогда как переливание жидкости из одного сосуда в другой или соединение содержимого двух сосудов в одном сосуде вызывают необходимое для этого отождествление.

Но процесс, ведущий от аддитивных и мультипликативных композиций отношений к композициям чисел

[1] При участии Ф. Закон.

или наоборот, с необходимостью предполагает то уравнивание разностей, значение которого мы подчеркивали во всех наших исследованиях и которое сейчас мы вновь обнаружим в развитой и обобщенной форме — форме элементарного числового измерения, т. е. общей меры и образования единиц. Именно с этими проблемами мы теперь встретимся вновь и рассмотрим их, возвращаясь к отношениям, выявленным в главе I, для изучения их возможных композиций.

В таком способе анализа, когда в последней главе мы вновь возвращаемся к нашей исходной точке с использованием всего того, что было достигнуто по ходу дела, есть свои позитивные стороны, ибо, это наилучший способ установить взаимозависимость и глубокое единство механизмов, объясняющих психологическую сторону формирования числа.

§ 1. Общие проблемы и результаты. В вопросах, которые мы предлагали детям в ходе настоящего исследования, можно различить шесть последовательных проблем. Для ясности изложения мы их пронумеруем от I до VI.

Первая проблема была изучена уже в главе I; это проблема сохранения величин. Если $A=B$ и если переливают B в определенное число различных сосудов, то сохранят ли эти новые величины C, D, E и т. д. свою тождественность A? Мы не будем еще раз анализировать ответы, полученные на этот вопрос, так как они уже были рассмотрены. Но для понимания реакции ребенка в вопросах композиции и измерения необходимо определить, на каком уровне находится каждый из детей с точки зрения проблемы сохранения.

Проблема II — это проблема стихийного числового измерения. Мы предлагаем детям два или три сосуда различной формы, наполненные таким образом, чтобы по прямому восприятию было невозможно судить об их отношениях (один из сосудов L, а другой — C; по поводу использовавшихся нами форм сосудов см. гл. I). Спрашиваем испытуемого, является ли одна из величин равной, большей или меньшей, чем другая или чем обе другие, и предоставляем в его распоряжение пустые сосуды, объяснив ему, что для решения проблемы он может прибегнуть по его желанию к любым манипуляциям. Одним из исследуемых нами вопросов является выяснение того, способен ли испытуемый построить единицу измерения, прибегнув для этого к помощи стоящих перед ним стаканов.

Проблема III аналогична проблеме II, но с той разницей, что при ее решении применяется общая мера (это предписывается самой инструкцией). Наливаем в три сосуда, один из которых широкий и высокий, второй — более широкий и более низкий, третий — более узкий и более высокий, одинаковое количество жидкости с помощью E_1 (маленького, узкого и низкого сосуда) и спрашиваем, равны ли все три величины. Эта проблема особенно полезна в качестве контрольного эксперимента, если ребенку не удалось решить проблему II, чтобы посмотреть, является ли неудача следствием неспособности понять измерение или просто следствием отсутствия инициативы в использовании сосудов.

Проблема IV. Предлагаем ребенку определенное количество жидкости в сосуде U_1 (широком и низком) и просим его взять такое же количество в стакан L (узкий и длинный). Эта координация обратных отношений, уже изученная в главе I, в данном случае должна быть увязана с проблемами II—III и V—VI.

Проблема V относится к координации эквивалентностей: если $L=A$ и если $A=G$, то будет ли $L=G$?

Наконец, постановка проблемы VI ведет к аддитивной или мультипликативной композиции числового порядка, вытекающей из этих отношений. В самом деле, из предыдущих равенств легко вывести такие композиции, как $L+G=2A$. С другой стороны, в случае, если стакан A наполняется из двух стаканов L, получают $G=1/2$ уровня A; и т. д.

Ответы, полученные на эти различные вопросы, могут быть распределены по трем стадиям, которые следует считать равнозначными трем уровням, ставшим уже привычными для нас в рамках настоящей работы. Поскольку для первой стадии характерен примат непосредственного восприятия при отсутствии сохранения (I), ребенок не приходит здесь к понятию общей меры (II), а когда ему пытаются продемонстрировать пример, он совершенно не принимает его во внимание и дает оценки с помощью одного восприятия (III). Следовательно, он никоим образом не способен к композиции воспринимаемых отношений (IV—VI).

На второй стадии ребенок приходит к определенным сохранениям, но не распространяет их на все преобразования (I). Если его просят произвести измерение (II), то частично это ему удается, но он все еще не умеет выбрать подходящие стаканы. Когда же испытуемому предлагают единицу измерения (III) для оценки какого-нибудь отношения, то он не может освободиться от критериев перцептивного порядка. Проблемы IV и V приводят его к конфликтам такого же рода, а в проблеме VI ребенок оказывается еще не способным ни к какой общей композиции.

Наконец, на третьей стадии испытуемый, пришедший к сохранению, оказывается способным производить измерения с помощью посредствующих общих единиц и прибегать ко всем элементарным композициям (IV—VI).

§ 2. Развитие измерения (проблемы I—III). Хотя конструкция метрической системы, какой бы элементарной она ни была основывается, конечно, на композиции, тем не менее для ясности изложения мы предпочитаем рассмотреть отдельно проблемы измерения (I—III) и проблемы композиции (III—VI), имея в виду, что первые из них теоретически тождественны вторым и отличаются от них только практическим характером деятельности, которую они порождают у испытуемого.

Мы будем поступать следующим образом. Предлагаем ребенку два или три сосуда различной формы, наполненные одинаковым количеством жидкости. Сначала испытуемого просят дать оценку на глаз; все испытуемые, к какой бы стадии они ни относились, в такой ситуации оказываются, естественно, жертвами иллюзий перцептивного порядка, возникающих, в частности, вследствие неравенства уровней. Тогда им подсказывают проверочное действие: «Что нужно сделать, чтобы удостовериться? В твоем распоряжении все эти (пустые) стаканы, ты можешь взять и переливать, чтобы посмотреть». Если ребенок все-таки не реагирует, то мы сами демонстрируем опыт на двух первых сосудах. И здесь происходит одно из двух: либо ребенок еще не верит в сохранение, и тогда, поскольку в его глазах любое переливание подразумевает изменение величины, измерение оказывается невозможным, либо он допускает сохранение в такой мере, что беседа может быть продолжена дальше, причем в этом случае можно наблюдать различные композиции.

Рассмотрим сначала несколько реакций первой стадии (без измерения, поскольку здесь отсутствует сохранение).

Бе (6; 0). Проблема II. Дают сосуд G_1 (голубая жидкость) $=$ W_1 (розовая) $=L_1$ (зеленая). «Поровну? — *Нет, здесь больше, чем здесь* ($L_1>W_1$), *а здесь немного меньше, чем здось* ($G_1<W_1$).— Откуда ты знаешь? — *Видно.*— А если попробовать с другими стаканами, то можно будет проверить это? — *Да, с другим стаканом можно.* (Он берет P_1, ставит рядом с W'_1.) *Я перелил бы зеленую воду сюда* (L_1 в P_1).— А что будем делать потом? Этот (L_2) поможет тебе? — (Не понимает.) — Если бы перелили отсюда (W_1) сюда (в L_2)? — *Да, поможет.*— До каких пор дойдет? — (Бе показывает в L_2 такой же уровень, как и в W_1.) — Почему? — ... — А если бы я перелил отсюда (W_1) сюда (в A_1)? — (Опять показывает такую же высоту.) — (Переливают W_1 в A_1, и Бе устанавливает, что уровень стал выше.) А если я перелью это (W_1) сюда (L_1)? — *Нет, эта вода не поднимется так высоко* (как в A_1).— (Переливают W_1 в L_2.) А сейчас больше зеленой воды (L_1) или больше розовой воды (L_2)? — *Поровну.*— А если я снова перелью это (L_2) сюда (W_1)? — *Поднимется выше. Воды больше.*— (Проделывают.) Розовой воды (W_1) столько же, сколько зеленой (L_1)? — *Нет, зеленой воды больше.*— А если я выпью эту воду (W_1), а ты эту (L_1), то мы выпьем поровну? — *Нет, не поровну.*— А если я перелью эту воду (W_1) вот сюда (L_2)? — *Одинаково.*— А в этот стакан (W_1)? — *Нет*».

«Посмотри: я лью один и тот же сироп сюда (W_1) и сюда (W_2). Одинаково? — *Да.*— Теперь я переливаю отсюда (W_2) сюда (в G_1 и G_2).— *Нет, у вас выше и два стакана. Получается больше*».

Проблема III. «Я переливаю это, это и это (3 раза E_1) в каждый из этих стаканов: P (очень широкий и низкий), T (менее широкий и немного более высокий) и L (узкий и высокий). Расскажи мне, что я сделал.— *Вы наливали вот этим стаканом* (E_1).— Одинаково во всех трех стаканах? — *Здесь* (L) *больше, чем здесь* (T), *а здесь* (T) *больше, чем здесь* (P). (Это означает, что градуирование осуществляется испытуемым по уровням.) — Ты можешь еще раз сделать так же? — (Бе снова разливает 3 стакана E в каждый из больших стаканов.) — Если теперь раздать 3 стакана каждой из этих трех девочек, то у них будет поровну? — *Нет, вот у этой много* (L), *у этой немного* (T), *а у этой еще меньше* (P).— Но чем ты наливал? — *Вот этим стаканом* (E). *Я налил один раз в три стакана* (т. е. три раза подряд в каждый из стаканов.) — И после этого стало неодинаково? — *Нет, отсюда* (L) *можно выпить больше, потом отсюда* (T), *а потом отсюда* (P)».

Жол (6; 0). Проблема II. Дают три равных количества жидкости, окрашенной в различные цвета, т. е. $L_1=W_1=G_1$. «Поровну? — *Здесь* (G_1) — *меньше всего.*— А здесь (W_1)? — *Средне.*— А здесь (L_1) — *Много. Здесь* (G_1) *меньше всего.*— А ты можешь что-нибудь сделать с этими пустыми стаканами, чтобы было видно, что ты прав? — (Берет A.) *Нужно перелить зеленую воду* (L) *вот сюда. Нет, этот стакан слишком велик. Чтобы посмотреть, одинаково ли, нужно перелить вот сюда* (хочет перелить L_1 в L_2). *И сюда* (переливает W_1 в W_2). *Одинаково, потому что такая же высота.* (Снова переливает W_2 в W_1.) — А ты помнишь, что ты должен показать, столько ли воды здесь (L_1), сколько здесь в (W_1)? — *Нужно перелить отсюда* (L_1) *сюда* (L_2).— А если ты перельешь отсюда (L_1)

сюда (W_2), то это тебе поможет? — *Нет*.— Если я перелью это (L_1) сюда (W_2), то здесь (W_2) и здесь (W_1) будет одинаково, будет такая же высота? — *Я думаю, что здесь (W_2), если в него перелить это (L_1), будет больше, чем здесь (W_1)*.— (Переливают L_1 в W_2.) — *Ах, да! В обоих поровну* (W_1 и W_2).— (Снова переливают W_1 в L_1.) — *Неодинаково. Уже неодинаково*».

«А если я перелью это (W_1) сюда (L_2)? — *Вода дойдет до сих пор* (показывает на L_2 уровень W_1).— (Переливают.) Посмотри.— *Ах, да! В обоих (L_2 и L_1) поровну*! — Почему? — *Потому что налили оранжевой воды (W_1); этот стакан был слишком мал: из маленького стакана* (W_1 — более низкий, но более широкий) *перелили в большой стакан* (L_2 — высокий и узкий).— А если я снова перелью (L_2) вот в этот (W_1)? — *Вода дойдет до сих пор* (показывает такую же высоту, как было раньше.) — (Переливают.) Почему до сих пор? — *Потому что зеленой воды (L_2) можно выпить больше, а оранжевый* (L, перелитая из W_1) *меньше*. — Но до этого здесь и здесь (L_1 и L_2) было поровну? — *Да, но вы налили оранжевую воду (W_1) в самый большой стакан (L_2)!*»

Проблема III. «А теперь смотри (наливают с помощью E_1, три раза подряд одинаковое количество жидкости, т. е. полных $3E_1$, в U_1, потом так же — в G_1 и в L_1). В трех стаканах воды поровну? — *Нет*.— Что мы сделали? — *Вы брали воду этим стаканом (E_1) и налили сюда*.— Одинаково? — *Нет, здесь (L_1) немного больше*.— А чем наливали? — (Берет E_1 и показывает пальцем траекторию.) — Этим стаканом (E_1) взяли поровну? — *Да*.— А здесь внутри (G_1, U_1 и L_1) поровну? — *Нет*.»

Эти реакции первой стадии представляют наибольший интерес для психологии измерения: действительно, вряд ли можно с большей очевидностью доказать, что любое измерение неосуществимо, пока нет сохранения измеряемых величин, причем это происходит по той простой причине, что несохраняющиеся величины не поддаются композиции друг с другом.

Однако в этих экспериментах дети не только полностью подтверждают то, что мы наблюдали по поводу несохранения вообще в главе I, но и, кроме того, самым удивительным образом включают свое предлогическое поведение в контекст той ситуации, в которую мы стремимся поместить их. Например, поскольку Бе полагает, что в сосуде L_2 жидкости больше, чем в W_1, мы переливаем W_1 в L_2 (сосуд, аналогичный L_1); после этого он признает, что величины равны, но когда снова переливают L_2 в W_1, он перестает допускать это равенство. Точно так же Жол полагает, что зеленая и оранжевая вода равны в W_1 и W_2, но перестают быть равными, когда вновь переливают W_2 в L_1, и т. д.

Ясно, что в такой ситуации измерение не имеет никакого смысла. Вот почему ребенок не понимает, чего от него хотят, когда его просят проверить свои оценки с помощью предоставленных в его распоряжение пустых стаканов. Так, Жол для сравнения L_1 и W_1 хочет перелить L_1 в L_2, а W_1 в W_2, как будто бы это что-нибудь поможет изменить. Когда затем ему предлагают перелить L_1 в W_1, он совершенно не понимает полезности такого преобразования по причинам, которые мы уже зафиксировали. Следовательно, из-за отсутствия сохранения любая общая мера оказывается невозможной.

Особенно ясно это проявляется в проблеме III, когда прибегают к самой простой форме измерения по аддитивной композиции, переливая 3 стакана E поочередно в сосуды G, U и L или в P, T и L. Ребенок очень хорошо понимает исходные данные, а Бе сам совершенно правильно воспроизводит операцию. Однако из равенства распределения («Я налил один раз во все три стакана»,— как говорит Бе) испытуемые данного уровня совсем не делают вывода о равенстве результатов. Жол выражает это явно: «Брали одинаково» стаканом E_1, но в трех стаканах G, U и L воды «неодинаково». Если термины «предлогический» или «предчисловой» имеют смысл, то трудно не употребить их для обозначения поведения, в котором невозможность измерения вытекает из столь резкого отрицания аксиом эквивалентности.

Перейдем к реакциям второй стадии (с наметками измерения, поскольку в этом случае намечается сохранение).

Виз (6; 9). Проблема II. G_1 (голубой сироп) $= W_1$ (розовый) $= L_1$ (зеленый). «Поровну? — *Нет, здесь* (L_1) *больше, чем здесь* (W_1), *а здесь* (W_1) *больше, чем здесь* (G_1).— Откуда ты знаешь? — *Потому что я это вижу.*— Возьми эти пустые стаканы и проверь, так ли это. — (Виз берет L_2.) *Он такой же высоты, как этот стакан* (L_1).— В таком случае что нужно перелить? — *Розовую воду* (W_1) (переливает ее в L_2). *А! Здесь как раз столько же* (как и в L_1). *Я думал, что зеленой воды было больше.*— (Снова переливают L_2 в W_1.) Розовой воды столько же, сколько зеленой? *Нет.* (Колеблется.) *Не могу сказать.*— Если я выпью это (W_1), а ты — это (L_1), то мы выпьем поровну? — *Нет, у меня* (L) *было бы больше.*— А если я снова перелью это (W_1) сюда (L_2)? — *У обоих будет одинаково.*— А если я выпью прямо отсюда (W_1)? — *Нет, неодинаково*».

Те же ответы следуют после признания, что в A_1 (розовый сироп) «имеется столько же», как и в A_2 (зеленый). Но если переливают A_2 в ($B_1+E_1+E_2+E_3+E_4$), то оказывается больше зеленого сиропа (тогда как если A_2 переливается просто в B_1+B_2, то количество зеленой жидкости остается постоянным; такое колебание типично для этой стадии). «А когда вся зеленая вода (B_1+E_{1-4}) была здесь (A_2)? — *Было столько же* (сколько и розовой).— А если я снова перелью всю зеленую воду вот сюда (A_2), то до каких пор дойдет? — *До той же самой высоты.*— В таком случае зеленого сиропа (B_1+E_{1-4}) и розового сиропа (A_2) поровну? — *Поровну.* (Колеблется и переливает B_1+E_{1-4} в A_2.) — Зачем ты переливаешь? — *Чтобы посмотреть, одинаково ли... Нет, вода поднимется выше... Нет, будет одинаково.* (Заканчивает переливание.) *Да, одинаково*».

Рее (6; 0). $L_1=W_1=G_1$. Рее считает, что $L_1>W_1>G_1$, и для проверки берет L_2. «Покажи мне, до каких пор дойдет вода.— (Показывает на L_2 уровень W_1 и переливает.) *Но вода поднимается доверху!* — Почему? — *В обоих стаканах поровну.*— (Снова переливают L_2 в W_1.) — *Здесь стало совсем низко.* (Смеется.) — А выпить можно поровну? — *Да, когда переливают сюда (L_2), то вода становится на такой же высоте, потому что стакан больше.*— А эти (W_1 и G_1)? — *Вот этот (G_1) немного больше.*— Какой стакан ты возьмешь для проверки? — (Рее берет W_2 и переливает G_1.) *Одинаково.*— (Снова переливают W_2 в G_1.) — *Одинаково.*— А в этих (G_1 и L_1)? — *Я не знаю. Надо попробовать. Здесь (L_1) больше.*— А если перелить сюда (G_1 в L_2)? — *Может быть, вода поднимется доверху, точно я не скажу*».

Потом Рее дают стаканы G и P, содержащие одинаковое количество жидкости, но не дают дубликатов для сравнения. Зато дают пустые стаканы W_1 и W_2. «Что бы ты мог сделать, чтобы измерить? — *Не знаю.* (Переливает P в W_1.) — Одинаково ($W_1=G_1$)? — *Нет.*— Как можно узнать? — *Не знаю.*— Перелить? — ... — (Переливают G в W_2) — *О!*».

Про (7; 0) в проблемах I и II также находится на полпути между сохранением и измерением. Проблема III. Дают сосуды D_1, O_1 и L_1 и наливают одинаковое количество жидкости в каждый сосуд с помощью E_1, т. е. $3E_1$. «Во всех трех сосудах поровну? —*Нет. Здесь (L_1) больше, здесь (D_1) меньше, а здесь очень мало (O_1).*— Ты помнишь, как я наливал? — *Да, помню, три раза этот стакан (E_1), один сюда, один сюда, потом один сюда.* (Правильно воспроизводит распределение.) — В таком случае поровну? — *Нет. Сюда (O_1) вы налили только половину* — (Освобождают сосуды.) — Перелей сам, как я делал раньше.— (Переливает $3E_1$ в каждый сосуд.) — Поровну? — *Нет, этот стакан (L_1) больше.*— Что ты перелил? — *Я перелил стакан сюда, потом стакан сюда, потом стакан сюда.*— В таком случае поровну? — *Да, поровну. Вот этот стакан (O_1) шире, вот этот (L_1) у́же.*— Откуда ты знаешь, что теперь одинаково? — *Одинаково было там (E_1)*».

Рос (6; 11) относительно проблем I и II находится почти на третьей стадии. Для решения проблемы III мы даем четыре сосуда G, L, W и B и в каждый стакан наливаем два раза по E. «Что мы сделали? — *Налили этим стаканом (E).*— Можно выпить поровну? — *Нет, отсюда можно выпить больше (L_1)*».

Кот (7; 6). Проблема III. Дают пустые стаканы P_1, L_1 и A_1 и наливают в каждый $3E_1$. «В каждом стакане поровну? — *Желтого сиропа меньше (P_1).*— (Начинают сначала.) А теперь? — *Желтого меньше.*— Расскажи мне, как мы сделали.— (Точно воспроизводит и говорит.) *Нет, поровну. Вы наполнили этот (E). Вы всегда наливали одинаково в маленький стакан (E)*».

Таким образом, на второй стадии вновь обнаруживаются те черты, которые являются общими для этого уровня и определяют его во всех экспериментах, рассмотренных в настоящей работе; здесь мы имеем начало координации, но начало наглядное и экспериментальное, без операциональной точности.

Рассмотренные испытуемые относительно сохранения в точности подтверждают то, что мы наблюдали в главе I: сохранение для небольших преобразований, которое не очень противоречит перцептивной наглядности, несохранение для более пространных преобразований, а затем, по мере верификаций, прогрессирующая вера в постоянство. Например, Виз начинает с того, что не верит в $L_1=W_1$, хотя допускает $L_1=L_2$, если переливают W_1 в L_2. Он понимает $A_1=B_1+B_2$, если переливают A_2 в (B_1+B_2), но сначала отказывается признать $A_1=$ $=B_1+E_{1-4}$, когда переливают B_2 в E_{1-4}, и т. д.

В таких условиях появляется возможность измерения, но пока без какой-либо систематизации. В противоположность испытуемым первой стадии детям этого уровня удается стихийно использовать пустые стаканы в качестве инструментов измерения и даже (в конце стадии) в качестве общих мер. Так, Виз, которого просят показать, является ли L_2 равным W_1, берет L_2 и переливает туда W_1. Рее берет W_2 для сравнения W_1 с G_1 и т. д.

Но хотя эти дети самостоятельно приходят к мысли об измерении — причем интересно отметить, что это понятие появляется одновременно с появлением сохранения,— тем не менее нужно четко указать на ограничения, лимитирующие их способность к измерению. Во-первых, в силу того что формирование сохранения не закончено, значение измерения остается связанным с состояниями, которые рассматриваются как инвариантные (см. пример Виза для W_1 и L_2). Во-вторых, из-за отсутствия точных композиций (т. е. тех обратимых операций, которые, если бы они уже существовали, как раз сделали бы необходимым сохранение) здесь не может быть последовательной координации между измерениями, а это также ограничивает способность к измерению.

Так, например, Рее, измерив W_1 с помощью L_2 и установив, что L_1 и W_1 равны, измеряет также W_1 и G_1, но потом оказывается, что он неспособен сделать отсюда вывод о равенстве L_2 и G_1. Однако эта неспособность к композиции эквивалентностей (см. гл. IX) относится, конечно, к измерению, ибо здесь именно W_1 должен был бы служить общей мерой между L_1 и G_1, а поскольку композиция отсутствует, то не может быть и общего измерения. В самом деле, нельзя сказать, что измерить W_1 (для уравнения его с L_1) с помощью L_2 — значит применить эту схему, так как L_2 является не средним членом, отличным от L_1, а дубликатом, полностью подобным L_1. Наоборот, когда средний член отличается по форме и размерам, ребенок испытывает серьезные трудности. Например, тот же Рее, прежде чем сравнить G с P без дубликата, оказывается неспособным самостоятельно найти общую меру.

Все это приводит нас к третьему ограничению, а вместе с тем и к ситуации, характерной для проблемы III: на уровне второй стадии отнюдь еще нет «единицы» измерения, т. е. общей меры, которая может складываться или умножаться n раз. Так, например, в проблеме III, когда два или три раза переливают стакан E в три или четыре сосуда и когда предлагают сравнить эти сосуды друг с другом, ребенок испытывает самые серьезные трудности: даже Рос и Кот, относительно всех других проблем находящиеся на границе второй и третьей стадии, отказываются допустить единицу измерения E и оценивают перелитые величины по уровням, достигнутым в новых сосудах. Рос признает, например, что стаканом E перелили одинаковое количество жидкости, но он не делает отсюда вывода (как и на первой стадии), что из четырех сосудов можно выпить столько же. Кот также оказывается невосприимчивым к равенству распределения до тех пор, пока ему не предлагают повторить его в деталях. Наконец, Про тоже оказывает сопротивление, хотя сам перелил все E; лишь после того, как с помощью рассказа его заставили осознать роль этих единиц, он решился допустить эквивалентность.

Следовательно, можно констатировать глубокое родство реакций этой стадии со всеми реакциями, которые мы только что специально рассматривали в связи с измерением, а также реакциями, характеризующими композицию отношений (§ 3) и сложное соответствие (гл. IX). Действительно, даже намечая наглядно множество координаций, ребенок данной стадии оказывается неспособным к операциональной композиции ни в одной из сфер. Отсюда вытекает и непонимание им общей меры в противоположность простому измерению или сравнению двух элементов; в конечном счете отсюда же следует и непонимание единицы, поскольку она является именно общей мерой.

Переходя теперь к третьей стадии, мы будем наблюдать детей, способных к операциональным построениям, т. е. детей соединяющих веру в сохранение со способностью более или менее систематического измерения. Приведем примеры, начиная с переходного случая между второй и третьей стадиями.

Ар (6; 8). Предлагают одинаковое количество жидкости в $L_1 = W_1 = G_1$, и Ар на глаз оценивает, что $L_1 > W_1 > G_1$. «Откуда ты знаешь? — *Я смотрел.* — А если бы ты взял один из этих стаканов, то ты, может быть, смог бы увидеть лучше? — (Берет L_2, ставит его рядом с L_1, переливает L_1 в L_2 и говорит.) *Высота одинаковая. Я сейчас перелью* (W_1). — До каких пор дойдет вода? — (Показывает примерно 1/2 L_1 и переливает.) *То же самое.* — (Снова переливают L_1 в W_1.) А теперь? — *В обоих* (L_2 и W_2) *одинаково!*» Далее, при $W_1 = G_1$, он хочет перелить G_1 в W_2. «До каких пор поднимется вода? — (Показывает такую же высоту, как в W_1, потом переливает.) *В обоих поровну.* — А в L_1 воды столько же, сколько в (G_1)? — *Нет, здесь* (L_1) *воды больше.* — А здесь (W_1) и здесь (G_1)? — *Поровну.* — А в этих двух (L_1 и G_1)? — *Ах, да! Когда перелили* (W_1) *вот в этот стакан* (L_1)*, то было одинаково. В таком случае здесь* (L_1 и G_1) *поровну.* — А разве проверяли? — *Нет.* — В таком случае откуда ты знаешь? — *Потому что оранжевой воды столько же* (показывает $W_1 = G_1$), *и поэтому во всех трех стаканах одинаково*».

Проблема III. Переливают три раза полный стакан E в B, W и P. «Можно выпить поровну? — *Во всех стаканах одинаково, потому что этим стаканом (E) вы налили такое же количество.* — Но почему здесь (B, W и P) стало ниже и выше? — *Здесь (P) стало меньше, здесь (W) — средне, а здесь (B) — выше, но все равно одинаково: вы налили поровну, хотя стало ниже и выше*».

Сан (6; 3). Проблема II. $L_1 = A_1 = G_1$. Сан думает, что $L_1 > A_1 > G_1$. «Проверь этими стаканами. — (Переливает A_1 в L_1.) — *Одинаково.* — (Переливают L_2 в A_1.) А эти (A_1 и L_1)? — *Одинаково.* — Откуда ты знаешь? — *Мерили одним и тем же стаканом.* — А эти (A_1 и G_1)? — *Думаю, что поровну. Нужно измерить.* (Переливает G_1 в L_2, потом берет A_2 и переливает туда L_2.) *Одинаково.* (Снова переливает.) — А эти (G_1 и L_1)? — *Одинаково, потому, что измеряли: видно было, что здесь* (G_1) *и здесь* (A_2) *поровну, потому что измеряли это* (A_1) *этим* (L_2)».

Проблема III. G_1, P_1 и L_1, в каждый из которых налито два раза по E. «Во всех трех стаканах поровну? — *Одинаково: в каждый вылили два раза*».

Жан (6; 6). Проблема III. Два раза по E в G, P и D. «Одинаково? *Нет.* — Почему? — *Здесь* (G_1) *воды меньше, потому что вы вылили два (E), а сюда (P) три и сюда (D) три.* — (Демонстрируют вновь.) — *Ах, да! В каждом было два, было одинаково. Я думал, что было три*».

Проблема II. Жану предлагают сравнить стаканы G_1 и P_1, не употребляя дубликатов G_2 и P_2, и т. д. Жан переливает G_1 в D_1, отмечает пальцем уровень, переливает P_1 и сравнивает оба уровня!

Ван (7; 0). Проблема II. O_1 (голубая вода) $= H_1$ (розовая) $= L_1$ (зеленая). Ребенок думает, что розовой воды больше, чем зеленой, а зеленой больше, чем голубой. «Что нужно сделать, чтобы проверить? У тебя есть стаканы, ты можешь делать все, что хочешь.— *Да, но что нужно сделать? Налить в стакан, но в какой?* (Переливает O_1 в A_1 и сравнивает A_1 с H_1, сходные по форме, затем берет зеленую воду L_1 и говорит.) *Зеленой воды больше.* (Переливает немного жидкости из L_1 в L_2 и D_1, оставляя воду в L_1, после чего переливает все, т. е. $L_1+L_2+D_1$ в A_2, и сравнивает с A_1.) *Нет, не больше. Одинаково. Но я думал, что зеленой воды больше.*— А розовой (H_1) и зеленой (A_2)? — *Поровну: я наливал туда*».

Кроме этого, мы предлагаем Вану стаканы G и P, но без дубликатов, он переливает G в W_1, а P в W_2. Таким же образом, когда его просят найти значение A_1 (заполненного частично), не используя A_2, он переливает A_1 в $L_1+L_2+L_3$ (полные), а W_2 — в $L_4+L_5+L_6$.

Наконец, при проблеме III он сразу говорит: *«Поровну, потому что всякий раз в каждый стакан переливался маленький стакан* ($3E$)».

Очевидна противоположность между реакциями третьей стадии и реакциями второй стадии. Прежде всего, нет нужды напоминать, что каждый из этих детей верит в сохранение. Но, кроме того, у них появилась способность сначала к стихийному измерению (с несколькими поисками, как в промежуточном случае с Аром), а затем и к систематическому измерению. В частности, следует отметить случай с Ваном, самостоятельно находящим общую меру A_1 для D_1 и A_2, а также для L_1+L_2+ $+D_1$. Даже в случае со стаканами G и P без дубликатов Ван и Жан открыли способ выйти из положения с помощью общей меры (Ван) или пересчета частей (Жан). С другой стороны, координация измерений совершается самостоятельно, как показывает случай с Саном, который сразу вводит равенства $L_1=G_1$, если $L_1=$ $=A_1$ и $A_1=G_1$, причем ему даже не предлагаются вопросы. Наконец, и это особенно важно, проблема III решается без колебаний, т. е. сразу открывается отношение «в каждом сосуде n раз содержится единица». Итак, коротко говоря, нахождение общей меры и открытие единицы составляют тот шаг вперед, который осуществляется на этой стадии по сравнению с предыдущей, и определяют появление операциональной композиции, приходящей на смену простой наглядной координации.

§ 3. Композиция отношений и композиция числовых единиц. Только что описанные факты с достаточной убедительностью показывают, что измерение невозможно без логики. Измерение — это композиции сохраняющихся единиц и введение между этими композициями системы эквивалентностей. Поэтому в последней части нашего исследования нужно подвергнуть анализу логические и числовые композиции, проявляющиеся не только в предыдущих вопросах, но и в проблемах IV, V и VI, каждая из которых по-своему поучительна в этом смысле. Не следует забывать, что проблема IV в целом уже была изучена в главе I, а проблема V является приложением проблемы эквивалентностей (которая рассматривалась в предыдущей главе) к непрерывным величинам. Однако для понимания ответов, даваемых детьми на вопрос VI, специально интересующий нас, полезно знать реакции каждого испытуемого на вопросы IV и V, поэтому мы и сделали это краткое напоминание, за которое просим читателя извинить нас.

Приведем сначала несколько примеров первой стадии на уровне непосредственного перцептивного эксперимента.

Фум (5; 0). У него отсутствует как сохранение, так и измерение. Проблема IV. «Возьми этот стакан (U_1, заполненный на $^1/_6$ розовой жидкостью). Этот стакан для тебя. Сюда (L_1) налей воды так, чтобы Реми смог выпить столько же.— (Наливает в L_1 голубой жидкости до такого же уровня, как и в U_1.) *Поровну.*— (Переливают U_1 в L_2, который заполняется до краев.) Посмотри, у кого больше? — *У меня больше.*— (Снова переливают L_2 в U_1.) Тогда налей столько же.— (Фум наливает немного больше, чем раньше, приблизительно $^2/_6$ L_1.) *У Реми больше.*— Ты уверен? (Снова переливают U_1 в L_2.) — *Ах, нет! У меня воды больше.*— Почему? — *Реми воду выпил».*

Проблема VI (облегченный вариант). «Смотри. Этот стакан (A_1) — для меня, а этот (A_2, с таким же количеством жидкости) — для тебя. Одинаково? — *Да.*— (Переливают A_1 в B_1 и в B_2). Будет одинаково? — *Нет, у вас больше, потому что там немного больше.*— Почему больше? — *Получается больше. Вы перелили туда, поэтому получается по-другому, получается больше.*— А если я снова перелью это (B_1+B_2) сюда (A_1), до каких пор поднимется вода? — (Показывает полный стакан, потом почти полный.) *До этого было столько же, сколько в моем (A_2). Теперь поднимется до сих пор.*— Почему? — *Потому что вода была в двух стаканах.*— (Переливают.) — *Ах, да! Поровну!»* Точно так же Жол, чтобы иметь больше, чем у нас, наливает A_2 в $E_1+E_2+E_3+E_4$ и предполагает, что если жидкость снова перелить в A_2, то уровень в этом стакане будет выше, чем был перед этим.

На вопрос «что нужно сделать, чтобы было выше, чем у меня?

Фум, у которого жидкость находится в сосудах E_{1-4} (а у нас в сосуде A_1), берет L_1 (более узкий стакан, чем A_1), т. е. поступает правильно. Но, еще не начав переливание, он отказывается от него, говоря: *«Больше* (=выше) *не получится, потому что у вас стакан больше».* После этого он ищет стакан, превосходящий A_1, берет P (широкий и низкий) и переливает туда 3 из $4E$. Затем он примеривает сосуды H (более высокий, чем A_1, но почти такой же ширины), S (большой, с расширяющимися краями) и разочарованно заключает: *«Опять у вас больше».* Значит, с одной стороны, он надеялся на то, что уровень будет тем больше, чем больше будет стакан, а с другой — использовал лишь 3 из 4 стаканов E, как будто бы целое не было суммой частей.

Мол (6; 0). У него отсутствуют и сохранение, и измерение. Проблема IV (U_1, заполненный на $^1/_2$). Мол наливает в L_1 до такого же уровня. Наклоняют U_1, и Мол смотрит на поверхность наклоненного сосуда. *«Здесь (U_1) больше. Нет, здесь (L_1) больше, потому что выше».*

Проблема V (упрощенный вариант). «Возьми это (W_1) и налей сюда (в G_1), а потом — сюда (в A_1).— (Проделывает.) — Расскажи, что ты сделал.— *Я налил этим (W_1) сюда и сюда.*— В таком случае можно выпить из них поровну? — *Нет. Здесь (A_1) воды больше, чем здесь (G_1), потому что выше.*— А как было в этом стакане (W_1)? — *Он был полный, но от этого не стало поровну».*

Проблема VI (упрощенный вариант). «Посмотри. Здесь (L_1 и L_2) поровну? — *Да.*— Смотри. (Переливают L_2 в E_1+E_2.) — *Одинаково, потому что из этого (E) получается половина этого.* (Показывает $2E$.) — А если я сделаю так (L_1 переливается в P)? — *О, нет! У меня больше* ($2E$).— Но откуда я взял сироп P? — *Оттуда* (из L_1), *но от этого не получается поровну».*

Сот (5; 6) в экспериментах на сохранение и измерение реагирует так же, как и предыдущие испытуемые. Тем не менее после сравнения P_1 и L_1 и констатации *«одинаково»* мы попытались поставить перед ним проблему VI в полном виде. «Посмотри, что я делаю (переливаем 2 раза L_1 в A_1). Кто может выпить больше, я ($A_1=2L_1$) или ты (L_1+P_1)? — *Я больше. Ах, нет, получается поровну, если я сделаю вот так* (переливает L_1 в A_1)... *Нет, я больше.*— Почему? — ... — Что я сделал? — *Дважды налили это (L_1) в это (A_1).*— И что получилось? — *У меня больше.*— А здесь одинаково ($L_1=P_1$)? — *Да.*— И что это значит? — *Этот стакан (P_1) круглый, и получается больше.*— Но эти стаканы одинаковы ($L_1=$ $=P_1$)? — *Да, если перелить.*— Значит, в них поровну? — *Нет, здесь так (L_1+P_1), а здесь так (A_1).*— Если перелить P_1 в A_2, до каких пор дойдет вода? — *До такой же высоты* (что и $A_1=2L_1=2P$).— А здесь (L_1)? — *Будет ниже* (показывает $^1/_3$)».

Гер (7; 0) только что перелили E_1 в P_1. «Смотри (переливают $2E_1$ в B_1). Ты будешь пить отсюда (E_1+P_1), а я отсюда (B_1). Сколько здесь (B_1)? — *Два раза из этого стакана* ($2E_1$).— В таком случае мы выпили бы поровну? — *Я больше. Нет, вы больше, потому что этот стакан (B_1) толстый.*— Если я перелью это (P_1) сюда (B_1), то до каких пор дойдет вода? — (Показывает $^1/_3$ уровня.) — А если это (E_1)? — (Показывает выше, почти на уровне B.) — Здесь и здесь (E_1 и P_1) поровну? — *Да».*

Нет нужды увеличивать число этих примеров, чтобы показать, что испытуемые данного уровня не способны ни к логической, ни к числовой композиции.

Прежде всего, ребенку не удается подвергнуть мультипликации оба обратных отношения высоты (уровня) и ширины (поверхности) рассматриваемых столбиков воды (проблема IV), с чем мы уже сталкивались в главе I (§ 2). Вот почему, когда ребенка просят налить в сосуд L_1 количество жидкости, равное количеству, помещенному в сосуде U_1, он ограничивается воспроизведением одинакового уровня, не интересуясь тем, что стакан L_1 в 4 или 5 раз у́же стакана U_1. В частности, Мол демонстрирует типичную реакцию данной стадии, которую мы часто наблюдали: он просто воспроизводит в L_1 уровень U_1, но когда стакан U_1 наклоняют и испытуемый вынужден, таким образом, учитывать ширину воды, а не только ее уровень, он забывает об уровне, а когда затем снова думает о высоте, то забывает о ширине. «Здесь,— говорит он, видя высоту U_1,— больше. Нет, — поправляется он, думая о высоте L_1, — здесь больше, потому что здесь выше». Короче говоря, в данном случае получается не умножение (ширины на высоту), а поочередная рядоположность обоих исходных данных.

Что касается проблемы V, т. е. проблемы композиции эквивалентностей, то вполне понятно, что отсутствие умножения отношений вместе с полным отсутствием всякого сохранения и измерения исключает даже наглядное понимание лежащего в ее основе отношения. Следует отметить, что эта проблема поднимает уже не простой вопрос уравнивания трех классов $(X=Y)+(Y=Z)=$ $=(X=Z)$, как при композиции эквивалентностей, рассматривавшейся в главе IX, а проблему уравнивания трех пар отношений, соответственно перемноженных между собой. В самом деле, если мы назовем h_1 и l_1 — высоту и ширину первого бокала, h_2 и l_2 — высоту и ширину второго, h_3 и l_3 — высоту и ширину третьего бокала, то при сравнивании жидкостей, перелитых в 3 различных бокала, получится следующая композиция: $[(h_1\times l_1)=(h_2\times l_2)]+[(h_2\times l_2)=(h_3\times l_3)] = [(h_1\times l_1)=$ $=(h_3\times l_3)]$. Однако в § 2 настоящей главы мы видели, что Бе и Жол даже методом взаимно-однозначного соответствия неспособны отождествить два из трех количеств жидкости, налитых в L_1, W_1 и G_1; это значит, что не может быть и речи о том, чтобы предложить осуществить композицию этих количеств. Мы попытались упростить проблему, предложив ребенку непосредственное переливание содержимого одного стакана (средний член) поочередно в два других (крайние члены). Например, Мол переливает полный стакан W_1 сначала в G_2, затем в A_1. Вряд ли можно лучше конкретизировать координацию двух равенств с помощью промежуточного общего члена; тем не менее Мол оказывается совершенно неспособным сделать отсюда вывод о том, что $A_1=G_1$; стакан W_1 «был полный,— говорит он,— но от этого не получается одинаково».

Наконец, что касается числовых композиций (проблема VI), то мы также до крайности упростили их, предложив следующие вопросы: если $A_1=B_1+B_2$, то будет ли $B_1+B_2=A_1$? Или если $L_2=E_1+E_2$ и если $L_1=P$, то будет ли $E_1+E_2=P$? Однако Фум думает, что B_1+B_2 не дают вновь исходного уровня A_1, а Мол, допускающий, что $L_2=E_1+E_2$, не делает отсюда вывода о том, что $E_1+E_2=P$: P берется «отсюда (L_1), но от этого не получается поровну!» Когда ребенку задают вопрос VI в полном виде (случай с Сотом и Гером), то наблюдаются две любопытные реакции. Первая состоит в том, что ребенок не понимает равенства $a+a=2a$, представляющегося в форме $P_1+L_1=A_1$ или $P_1+E_1=B_1$, так как он строит суждения на основе своего восприятия, а не на основе этой композиции. Например, при $P_1+L_1=A_1$ Сот заключает, что P_1+L_1 больше A_1 (хотя он знает, что $A_1=2L_1$ и что $P_1=L_1$), причем основанием для него является утверждение о том, что P_1 — «круглый, от этого получается больше». С другой стороны, Гер из $P_1+E_1=B_1$ заключает, что B_1 дает больше, хотя $B_1=2E_1$ и $P_1=E_1$. Впрочем, при отсутствии сохранения это вполне естественно. Зато вторая реакция является гораздо более странной. Продолжая помнить о том, что $P_1=L_1$ и что $A_1=2L_1$, Сот думает, что P_1, перелитый в A_1, достигнет уровня A_1 ($=2L_1$), тогда как L_1 достигнет лишь $1/3$ этого уровня. А Гер, продолжая утверждать, что $P_1=E_1$, думает, что P_1 достигнет $1/3$ B_1, а E_1 — почти той же высоты ($=2E_1$)! Значит, столбик воды совершенно еще не делится на части в соответствии со своей композицией или, скорее, из-за отсутствия сохранения здесь не наблюдается возможной композиции методом сложения и вычитания, а с другой стороны, сохранение не может быть понято без композиции.

Это отсутствие композиции является столь поразительным, что невольно возникает вопрос, нет ли здесь недоразумения, т. е. не думает ли ребенок просто об уровне там, где мы думаем об общей величине, говоря «больше» (или «меньше»). Но нам представляется, что такое объяснение исключено. Во-первых, мы постоянно заботились о понимании инструкций и точно говорили о том, чего «можно больше (или меньше) выпить». Во-вторых, если ребенок думает об уровне, как таковом, значит, ему именно из-за отсутствия достаточных логических средств не удается представить себе целостную величину иначе, чем с помощью одного из аспектов без координации этого частного отношения с другими отношениями. В-третьих, ребенок часто пытается включить в оперирование ширину (Фум и т. д.), но в таком случае он забывает об уровне. Короче говоря, нужно, чтобы ребенок понял, что является искомым, так как в своих попытках измерения и проверки он прибегает к ряду стихийных переливаний.

Перейдем теперь к реакциям второй стадии, для которых характерны попытки координации уровня и ширины (но без решения вопроса о пропорциях), а также метод координаций эквивалентностей (но без приемлемой точности) и возникновение числовой, но еще наглядной и неоперациональной композиции.

Виз (6; 9). Проблема IV. P_1 заполнен на $^1/_6$, а L_1 — пуст. Чтобы взять одинаковое количество жидкости, Виз наполняет L_1 до того же уровня, что и в P_1. «Поровну? — *Нет, у меня (L_1) больше.* (Наливает до $^2/_3$ L.) *Ах, нет! Так у вас больше* (уравнивает, затем наливает на $^1/_4$). *Ах, нет! У меня больше»;* и т. д.

Проблема V. L_1 (голубая жидкость) $= W_1$ (розовая) $= G_1$ (зеленая). Показывает равенство простым переливанием голубой воды в W_1. Голубую жидкость снова наливают в L_1, прежде чем в W_1 наливается столько же розовой воды. «Голубой воды столько же, сколько розовой? — *Да.* Розовой столько же, сколько зеленой? — *Да.* — А голубой столько же, сколько зеленой? — (Колеблется.) *Да.* — Ты уверен? — *Нет.* — Почему? — *Этот (L_1) узкий, а этот стакан (G_1) больше.* (Берет W_2 и W_3, переливает L_1 в W_2, а G_1 в W_3 и только после этого уверенно утверждает.) *Теперь одинаково!»*

Рее (6; 0). Проблема IV. P_1 (заполнен на $^1/_6$) и L_1. «Налей сюда (L_2) столько же, сколько здесь (P_1). — *Я не знаю, до каких пор дойдет вода.* (Заполняет L_1 на $^1/_2$.) *Хорошо. Нет, этот стакан (P_1) больше* (= шире). *Нужно померить* (переливает P_1 в L_2). *А! Вода поднимается выше* (L_2 заполнен с помощью $^1/_6$ части P_2, а P_1 — на $^1/_6$.) — Можно выпить поровну? — *Да, но я хотел бы еще* *проверить вот в таком стакане* (P_2). (Переливает L_2 в P_2.) *Одинаково.* (Затем снова переливает P_2 в L_2, а P_1 в L_1.) *Как раз такая же высота».*

Проблема V. В § 2 мы видели, что после отождествления L_1 и W_1, затем W_1 и G_1 Рее делает вывод относительно G_1 и L_1. *«Может быть вода поднимется доверху* (тот же уровень, если перелить G_1 в L_1), *точно я не скажу».*

Проблема VI. Переливают два раза E_2 в A. С другой стороны, сам ребенок переливает один стакан E_1 в U_2. Тогда ему дают U_1+E_1. «Расскажи мне, что я сделал? — *Вы вылили два раза* (в A_1). — Ты будешь пить это (E_1+U_2), а я — это (A_1). Мы сможем выпить поровну? — *Нет, не думаю, что поровну. Я хочу проверить, у кого будет больше всего. Этот стакан* (U_1) *маленький, и в нем воды мало.* — Но этот (U_1) и этот (E_1) одинаковые? — *Да.* — А сколько таких (E_1) здесь (в A_1)? — *Два.* — Что же тогда? — *В таком случае в обоих будет одинаково. Вылили эти два стакана* (ставит E_1 рядом с E_2). *Получается такая же высота. Нужно проверить.* — Ты уверен? — *Я бы лучше проверил».*

После этого спрашивают: «Если я перелью это (U_2) сюда (A_2), то до каких пор дойдет вода? — (Рее показывает $^1/_2$ уровня A_2, что как раз верно.) — Почему? — *Потому что здесь вода посередине. Здесь* (U_2) *столько же, сколько здесь* (E_1). — Почему вода доходит до середины? — *Я не знаю, действительно ли она доходит до середины.* (Переливает U_2 в A_2.) *Да, как раз середина».* Затем снова переливает A_2 в U_2 для следующего опыта.

Наконец, дают стаканы $E_1+U_2+A_1$ (где $A_1=2E$), заполненные розовой жидкостью. «Сколько таких стаканов (E) я должен вылить сюда (A_2), чтобы получить столько же воды, как здесь? — *Два.* — Попробуй. — (Прикасается пальцем к сосудам и считает.) *Нет, четыре, вода поднимается на такую же высоту.* — (Переливают $4E$ голубой жидкости в A_2.) — *Да, правильно».* Далее Рее, который никогда не убеждается сразу, берет B_1 и говорит: *«Я бы хотел посмотреть на розовую воду.* (Переливает в B_1 все стаканы E_1+U_2+ $+A_1$.) — На какую высоту поднимется вода? — (Показывает высоту A_2, хотя B_1 — более узкий стакан.) — *Думаю, что до сих пор, но не знаю* (переливает.) *Стало выше. Теперь я не понимаю.* — (Переливают B_1 в U_1, а A_2 в U_2.) — *А! Такая же высота».*

Бор (7; 0). Проблема V. С трудом устанавливает, что $L_1=$ $=W_1$, $W_1=G_1$. Когда его спрашивают, является ли $L_1=G_1$, он показывает на все стаканы и говорит: *«Всегда было одинаково».* Значит, все индуктивные основания для такого утверждения есть, но испытуемый не может доказать его индуктивным путем.

Проблема VI. «Посмотри, что я делаю (наливаем $2E_2$ в A_1). — *Вы два раза вылили стакан* (E_2). — А если так (E_1 в P_1)? Это (E_1+P_1) одинаково с этим (A_1)? — *Нет. Здесь* (A_1) — *два раза, здесь* (E_1+P_1) — *четыре раза.* — А здесь (E_1) и здесь (P_1) — поровну? — *Да.* — А если я перелью отсюда (E_2) сюда (в E_1)? — *Вода поднимется доверху. Здесь как раз столько же.* — А как я наливал сюда (A_1)? — *Этим стаканом два раза* (E_2). — А если мы с тобой будем пить воду: я буду пить отсюда (A_1), а ты — отсюда (E_1+ $+P_1$)? — *Я выпью больше. Здесь получается четыре раза, а здесь* (A_1) — *два.* — Почему четыре? — *Потому что этот стакан толще* (P_1). *У меня два стакана* (E_1 и P_1) *и, кроме того, этот* (P). *Этот* (P) — *толстый стакан, а этот* (E_1) — *маленький, поэтому получает-*

ся четыре раза». Следовательно, он сосчитал E_1 и P_1 за два, а затем произвольно прибавил 2, так как стакан P — толстый.

«Если я перелью отсюда (E_1) сюда (A_2), то до каких пор дойдет вода? — (Показывает $^1/_2$ содержимого A_1.) — А если я перелью это (P_1)? — (Опять показывает $^1/_2$ содержимого A_1, т. е. верно.) — А если я перелью это (E_1+P_1)? — (Показывает уровень, который ощутимо выше содержимого A_1.) *Здесь получится четыре раза.* — Объясни мне. — *Здесь (E_1) и здесь (P_1) — поровну. Если бы я измерил это (P_1), то стало бы выше...* (С растерянным видом берет P_1 в одну руку, а E_1 — в другую и смотрит на них и на E_2.) *Эта вода в двух стаканах... Ах, нет! Вода дойдет до того же уровня.* — Откуда ты узнал? — *Я увидел, что здесь (P_1+E_1) одинаково, а этот (E_2) — такой же стакан».*

Гис (7; 0). Проблема V. Установив равенство G_1 и W_1, а затем W_1 и L_1, он думает, что $L_1=G_1$, но приходит к этому выводу дедуктивным, а не индуктивным путем. *«Здесь будет поровну, потому что этот стакан (G_1) более вытянут* (внимательно смотрит на него), *больше и у́же. Кажется, что здесь больше, потому что...* (показывает уровень), *но здесь должно быть столько же».*

Проблема VI. Гис переливает P_1 в E_1, а мы — $2E_1$ в B_1. «Если я выпью это (B_1), а ты — это (P_1+E_1), то мы выпьем поровну? — *Да. Я выпью столько же, сколько вы. Ваш стакан больше, но если бы я перелил это (P_1+E_1) сюда* (в B_2), *то было бы одинаково.* — Откуда ты знаешь? — ... — (Переливают половину жидкости из B_1.) Все еще одинаково? — *Нет, у меня больше.* — Откуда ты знаешь? — ... — Как я наливал? — (Показывает E_1.) *Этим стаканом. Один раз этот (E_1) и стала половина (B_1).* — А здесь (P_1) и здесь (E_1) поровну? — *Да.* — А здесь (B_1, в который снова перелили половину) столько же, сколько здесь (P_1+E_1)? — *Да».*

«Если я перелью это (P_1) сюда (E_1), то до каких пор дойдет вода? — (Показывает такой же уровень, как в P_1.) — А если я перелью это (B_1) сюда (E_1 и E_2)? — *Получится полный и половина.* — (Переливают E_1+P_1 в B_2.) Одинаково? — *Да.* — (Переливают обратно.) — Если я перелью это (E_1) сюда (B_2), то до каких пор дойдет вода? — (Показывает такой же уровень, как в E_1.) *Такая же высота.* — Здесь одинаково (P_1 и E_1)? — *Да.* — Если я перелью это (E_1+P_1) сюда (B_2), то до каких пор дойдет вода? — *Стакан станет совсем полным* (показывает выше уровня B_1). — Если я выпью это (B_1), а ты — это? — *Я выпью больше.* — (Переливают E_1+P_1 в B_2.) — *Одинаково!»*

«Значит, здесь и здесь (E_1 и P_1) поровну? — *Да.* — А если перелью все это (E_1+P_1) сюда (в B_2)? — *Вода поднимется на такую же высоту* (как в B_1). — Правильно. А если я перелью только это (E_1)? — (Показывает $^5/_6$ жидкости.) — А если только это (P_1)? — *Будет столько же* ($^5/_6$ жидкости). — А если перелить оба стакана? — *Поднимется на такую же высоту* (как в B_1). — А если перелить только этот стакан (E_1)? — *Будет немного меньше* ($^5/_6$). — А если это (P_1)? — *Станет немного меньше* ($^5/_6$)».

Луа (7; 0). Проблема V. Устанавливает равенство G_1 и W_1, затем W_1 и L_1. «Из этих двух (G_1 и L_1) можно выпить поровну? — *Думаю, что можно.* — Почему? — *Потому что здесь (G_1) вода расходится по сторонам. Поэтому она остается внизу».*

Проблема VI. «Смотри. Это (E_1+P_1) для тебя. А это (A_1, в который наливают $2E_2$) — для меня. Расскажи мне, как я наливал. — *Вот этим стаканом (E_2) два раза.* — А здесь (P_1) столько же, сколько здесь (E_1)? — *Да.* — И столько же, сколько здесь (E_2)? — *Одинаково.* — В таком случае мы с тобой выпьем поровну, если я выпью это (A_1), а ты — это (P_1+E_1)? — *Я выпью больше, потому что у меня два стакана, а у вас только этот (A_1).* — Но здесь (P_1) столько же, сколько здесь (E_1)? — *Да.* — А в этих двух (E_1 и E_2)? — *Ах, да. Одинаково. В этих двух (E_1+P_1) одинаково, и вы налили два раза этим (E_1), получается столько же».*

«А если я перелью это (P_1) сюда (в A_1), то до каких пор поднимется вода? — (Показывает $^3/_4$ уровня.) — А если это (E_1)? — *До такой же высоты ($^3/_4$).* — А если оба стакана? — *Будет то же самое* (т. е. имеющийся уровень A_1)».

Таковы реакции второй стадии, которая, как обычно, выступает как уровень возникновения координации, но координации пока еще наглядной, без операциональной композиции.

Это прямо обнаруживается в решениях проблемы VI. В противоположность детям первой стадии, которые для того, чтобы налить в узкий стакан, L_1 такое же количество жидкости, как в широком стакане P_1, просто стремятся добиться в L_1 уровня P_1, дети данной стадии думают одновременно о ширине и высоте и ориентируются в L_1 на более высокий уровень, чем в P_1. Но вместо поиска принципа композиции и измерения, т. е. учета пропорции, ребенок ограничивается чисто эмпирическими оценками.

Однако интересно, что результаты, полученные на детях этого же уровня с помощью проблемы V, оказываются совершенно аналогичными. Испытуемые предыдущей стадии не могли вывести равенства $(h_1 \times l_1) = (h_3 \times l_3)$ из равенств $(h_1 \times l_1) = (h_2 \times l_2)$ и $(h_2 \times l_2) = (h_3 \times l_3)$ или просто равенство $(G_1 = L_1)$ из равенств $(G_1 = W_1)$ и $(W_1 = L_1)$ из-за отсутствия всякого сохранения и всякого измерения. Напротив, на второй стадии детям удается (ср. § 2) открыть равенства ($G_1 = W_1$ и $W_1 = L_1$) и придать этим равенствам прогрессирующее постоянство; именно поэтому им удается одновременно сделать вывод о том, что $(G_1 = L_1)$, т. е. о том, что $(h_1 \times l_1) = (h_3 \times l_3)$. Но не следует, однако, думать, хотя это и кажется очевидным, что ребенок приходит к этому заключению на основе дедукции, которая в действительности должна была бы заключаться в композиции общих равенств: $(L_1 = W_1)$, $(W_1 = G_1)$, следовательно, $(L_1 = G_1)$, или, что еще менее вероятно в данном случае, в композиции соответствующих отношений hl. Если ребенок находит правильный результат, то это происходит в силу простой индуктивной аналогии. В самом деле, для установления равенств ($L_1 = W_1$) и ($W_1 = G_1$) ребенок уже должен установить минимум четыре эквивалентности: когда его спрашивают о $L_1 = G_1$, то тем самым его подводят к мысли о том, что вполне правдоподобным было бы продолжение сопоставлений аналогичным образом. Но для него это выступает как вероятность, а не как логическая необходимость. Например, Рее думает, что «может быть» L_1 будет равен G_1, но отказывается утверждать это до эмпирической проверки. Бор также допускает равенство, но просто потому, что до сих пор «всегда было одинаково». Виз, Гис и Лу рассуждают таким же образом.

Но все же очень поучительно установить аналогию между реакциями, наблюдавшимися соответственно в проблемах V и IV. Действительно, в обоих экспериментах наблюдается композиция отношений h и l, равно как и композиция эквивалентностей. Но в проблеме IV мультипликативное отношение h и l нужно строить, тогда как в проблеме V оно дается. С другой стороны, в проблеме IV дана эквивалентность, а в проблеме V она должна быть найдена. Следовательно, на данном уровне в этих двух симультанных экспериментах интересно отыскать один и тот же метод наглядной, а не дедуктивной координации.

Ключ к этим реакциям находится в ответах, которые даются на вопрос VI, причем правильное его решение требует арифметизации аддитивных и мультипликативных композиций наличных отношений. В самом деле, для решения такой проблемы, как $E_1 + U_1 = A_1$ (где $A_1 = 2E_1$ или где $E_1 = U_1$), ребенок должен понять следующие отношения: если высоту и ширину E_1 обозначить h_1 и l_1; высоту и ширину U_1—h_2 и l_2; высоту и ширину A_1—h_3 и l_3, то сначала ему нужно установить, что отношение (или умножение отношений) h_1 и l_1 является таким же, как отношение h_2 и l_2, т. е.

$$(1)\quad (h_1 \times l_1) = (h_2 \times l_2).$$

Затем ему нужно понять, что $E_1 + U_1 = A_1$, т. е.

$$(2)\quad (h_1 \times l_1) + (h_2 \times l_2) = (h_3 \times l_3).$$

А если он берет таким образом, $(h_1 \times L_1)$, т. е. E_1 в качестве общей меры, то это значит, что любой сосуд, содержащий $(hx \times lx)$, может быть понят как кратное от $(h_1 \times l_1)$, откуда вытекают следующие аддитивные и мультипликативные композиции:

(3) $(hx \times lx) = 1\text{-й}\,(h_1 \times l_1) + 2\text{-й}\,(h_1 \times l_1) + \ldots + n\text{-й}\ (h_1 \times l_1)$

или

$$(3')\ hx \times lx = n\,(h_1 \times l_1).$$

Отсюда следуют обратные композиции, соответствующие заключительной части проблемы (определить уровень A_1 в зависимости от того, переливают ли туда только одно или два E вместо суммы):

$$(4)\ n\,(h_1 \times l_1) - 1\,(h_1 \times l_1) = [n-1]\,(h_1 \times l_1) \ldots$$

и т. д. или

$$(4')\ n\,(h_1 \times l_1) : n = (h_1 \times l_1).$$

Однако никто из указанных детей (как и любых других испытуемых, принадлежащих к данной стадии) не испытывал трудности в понимании того, что $E_1 = U_1$, т. е. в допущении равенства (1). Все они помнят и то, что в A_1 перелили $2E_1$. Тем не менее никто из них не пришел к полному дедуктивному решению.

Что касается равенства $E_1 + U_1 = A_1$ в его качественной (2) или числовой (3) форме, то Рее, например, колеблется между мыслью об эквивалентности и мыслью о неэквивалентности (потому что U_1 — «маленький стакан, где мало воды»). Из-за колебания между рассуждением, которое подсказывает очевидность равенства $E + E = 2E$, и восприятием, подсказывающим неравенство, Рее делает вывод о том, что «нужно проверить». Потом он почти сразу понимает, что для $E_1 + U_1\ (= E_1) + A_1\ (= 2E_1)$ нужно в A_2 налить $4E_1$, но тем не менее проявляет стремление к проверке, а когда он переливает $E_1 + U_1 + A_1$ в B_2, то не понимает, почему уровень B (более узкий стакан) не равен уровню A. Таким же образом Бор колеблется между рассуждением, заставляющим его допустить, что $E_1 + P_1 = A_1$, так как $P_1 = E_1$ и $A_1 = 2E_1$, и перцептивной наглядностью, заставляющей его думать, что P_1 «толще»; отсюда он делает вывод, что в $(P_1 + E_1)$ «получается 4 раза», а в A_1 — только 2. Термин «четыре раза» может здесь иметь смысл лишь простой перцептивной оценки, так как сам Бор говорит, что в P_1 налили один-единственный стакан E_1! У Гиса сразу создается впечатление, что $P_1+E_1=B_1$, но по тем же основаниям аналогии со всеми равенствами, которые он обнаруживал до сих пор, он остается неспособным доказать, почему это так, а когда ему предлагают уточнить то, что основывается на его исходной наглядности, он приходит к утверждению, что E_1+P_1 превысят уровень B_1 и что «воды больше»! Наконец, Луа, как и все остальные, хорошо понимающий исходные данные, начинает с утверждения, что P_1+E_1 дадут больше A_1, «потому что я пью два стакана», а затем приходит к равенству.

Таким образом, нетрудно видеть, что эти дети отнюдь еще не способны к композиции трех или четырех элементов в две эквивалентные целостности. Или, точнее, им это без труда удается, когда восприятие согласуется с этими отношениями (если, например, $E_1+E_2=$ $=E_3+E_4$), но они еще не могут продемонстрировать победу рационального (одновременно аддитивной и мультипликативной композиции), если восприятие противостоит этому.

Все это становится еще более очевидным во второй части проблемы, т. е. при разложении методом вычитания или деления (4) и (4′). Каждый из этих детей хорошо знает, что $A_1=2E_1$ и что $E_1=P_1$. Но когда их спрашивают, до каких пор поднимется вода, налитая одним стаканом E_1 в A_2, находящийся рядом с A_1, то никто из испытуемых не может сразу сказать, что содержимое E_1 достигнет половины уровня A_2, что содержимое P_1 также достигнет только половины и что E_1+P_1 поднимется до того же уровня! Только Рее, указывая на один из сосудов, отвечает: «В середине, так как здесь столько же, сколько здесь (в E_1)», но тотчас добавляет: «Я не знаю, точно ли в середине», — как будто специально для того, чтобы продемонстрировать, что речь идет не о чистой дедукции, а о наглядной вероятности! Бор также начинает с того, что для E_1, равно как и для P_1, указывает половину высоты. Но для E_1+P_1 он показывает намного больше, чем уровень A_1 (более чем на 3 единицы, так как «если бы измерили это (P_1), то вода стала бы выше»). Значит, если обе единицы слишком разнородны для восприятия, то, по его мнению, $1+1$ не дают 2. Гис думает, что при P_1+ $+E_1=B_1$ содержимое E_1 (если $E_1=P_1$) достигнет в B_2 уровня E_1, тогда как P_1+E_1 поднимется выше, чем B_1

(«у меня больше»). Потом, когда до его понимания доходит, что P_1+E_1 в сумме дадут в B_2 актуальный уровень B_1, он думает, что один стакан E_1 даст $^5/_6$ уровня (но и один стакан P_1 — тоже!). Значит, каждая из двух половин одного целого сама по себе равнозначна $^5/_6$ этого целого! По мнению Луа, E_1+P_1 в сумме дают «такой же» уровень, что и уровень A_1, но один стакан E_1 дает $^3/_4$!

Абсурдность этих композиций снова и еще более явно обнаруживает конфликт между восприятием и рассуждением у испытуемых данной стадии. Она особенно ярко показывает, насколько образование единицы, необходимой для измерения, предполагает в качестве своего условия уравнивание разностей; значение такого уравнивания мы предсказывали еще в главе I, теперь оно выступает как условие перехода от композиций простых качественных отношений к композициям в собственном смысле слова числовым.

Изучим теперь реакции третьей и последней стадии, т. е. стадии, на которой аддитивная и мультипликативная композиция отношений и чисел оформляется не только наглядно, но и операционально.

Фол (7; 0). Проблема IV. *«Этот (L) длиннее, а этот (P) толще. Чтобы получить столько* ($^1/_6$ *P*), *нужно сюда налить совсем полный стакан (L): если бы мы измерили, то оказалось бы одинаково».*

Проблема V. O_1 (розовая жидкость) $=A_1$ (желтая) $=P_1$ (голубая). «Розовой воды столько же, сколько голубой? — *Да.*— Ты уверен или ты просто так думаешь? — *Розовой воды было столько же, сколько желтой, а желтой столько же, сколько голубой, поэтому розовой воды столько же, сколько голубой* (соответственно показывает бокалы)».

Проблема VI. Наливают $2E_1$ в A_1, потом E_1 — в U_1. «Здесь (U_1+E_1) и здесь (A_1) одинаково? -- *Да, одинаково, потому что вы вылили оба стакана сюда* (A_1).— (Переливают U_1 в L_1). А здесь (L_1+E_1) столько же, сколько здесь (A_1)? — *Да.*— (Переливают L_1 в B_1.) А в этих (B_1+E_1) и этом (A_1)? — *Да. Здесь* (E_1) *столько же, сколько здесь* (B_1), *а для этого* (A_1) *вы взяли маленький стакан* (E_1)».

$U_1=U_2$. Переливают U_1 в L_1, а L_1 — в E_1+E_2; потом переливают E_1 в M_1. «Здесь (E_2+M_1) и здесь (U_2) поровну? — *Да.* — А здесь (B_1) столько же, сколько в этом (E_1)? — *Да.*— И сколько здесь (M_1)? — *Да.*— (Наливают половину U_2 в M_2.) Здесь (U_2+ $+M_2$). столько же, сколько здесь (M_1+E_1)? — *Да. Есть два маленьких стакана, а вы перед этим налили таким же маленьким стаканом (E)».* Потом заменяют M_2 на E_2 и т. д. Он все время отвечает правильно, когда проводится ряд других преобразований такого же типа.

Н а о (6; 10). Проблема IV. Наливают $2L_1$ в A_1 и дают ребенку P_1+L_1, которые Нао только что отождествил. «Где больше: здесь (P_1+L_1) или здесь (A_1)? — *В обоих поровну, потому что этот* (L_1) *и этот* (P_1) *одинаковые, а вы налили сюда* (A_1) *два таких стакана* (L_1).— А если перелить это (L_1+P_1) *сюда* (A_2), то до каких пор поднимется вода? — *На такую же высоту.*— А если только это (P_1)? — *До половины. Потому что получается половина.*— А если перелить только это (L_1)? — *Тоже до половины.*— (Добавляют в A_1 третий стакан L.) — *У вас больше, чем у меня: вы налили три.*— Если перелить это (L_1) сюда (A_2), то до каких пор поднимется? — (Показывает $^1/_3$ действительного уровня.) — Почему? — *Потому что вы налили два таких стакана* (L_1) *и так было до сих пор* (первоначальный уровень).— А если разлить отсюда (A_1) в три таких стакана (L_1)? — *Получится три полных.* (Правильно.)»

Ш е н (6; 11). Проблемы IV и V решаются совершенно правильно. Проблема VI. $A_1=2E_1$ и $E_1=P_1$. «*Здесь* (A_1) *больше, чем здесь* (P_1).— А здесь (P_1+E_1) меньше, чем здесь (A_1)? — *Одинаково. Вы налили два стакана* (в A_1).— А если перелить это (P_1) сюда (A_2), то до каких пор поднимется? — (Показывает $^1/_2$.) *Станет ниже: будет половина.*— А если перелить это (E_1)? — *Здесь тоже половина.*— А это (P_1+E_1)? — *Будет столько же* (сколько в A_1)».

С а н (7; 0). Проблема VI. $A_1=2L_1$ и $L_1=P_1$. «*Поровну, потому что вы налили два таких* (L_1) *и здесь* (L_1+P_1) *тоже получается два раза.*— Если перелить это (P_1) сюда (A_2), то до каких пор поднимется вода? — *Наполовину.*— Хорошо. Возьми все эти стаканы $(P_1+L_1+A_1)$. Сколько таких (L_1) стаканов нужно вылить сюда, чтобы было поровну? — *Нужно налить три, нет, четыре раза, потому что здесь* (A_1) *налито два раза*».

Ш у (7; 0). Проблема V. L_1 (голубая жидкость) $=W_1$ (розовая) $=G_1$ (зеленая). «*Здесь* (G_1) *столько же, сколько здесь* (L_1). *В обоих одинаково.*— Почему? — *Мы смотрели на все три стакана.*— А на эти два (голубой и зеленый) смотрели? — *Нет, но смотрели по розовой воде*».

Проблема VI. $P_1=E_1$ и $A_2=2E_1$. «Возьми все это $(P_1+E_1+A_2)$. Сколько маленьких стаканов (E_2) я должен налить, чтобы получить столько же, сколько здесь (A_2)? — *Шесть.*— Почему? — (Показывает 3 стакана подряд.) — *Два, четыре, шесть,... Ах, нет! Я думал, что везде два стакана.* (Рассуждение же было правильное.)»

Если мы сравним эти реакции с реакциями предыдущей стадии, то обнаружится явная противоположность между операцией и наглядностью. Не обращаясь больше к проблеме IV, полное решение которой (умножение обратных отношений высоты и ширины и пропорции) теперь уже усвоено (см. гл. I), отметим сначала ту точность, с которой теперь решается проблема V. Например, Шу, сравнив голубую жидкость с розовой, а затем розовую — с зеленой, очень хорошо сознает, что розовый стакан служит ему общей мерой. «Смотрели на все три стакана, — говорит он, — потому что смотрели по розовой воде!»

Наконец, к самым интересным утверждениям приводит проблема VI. Если увязать ее с двумя предыдущими проблемами, то можно установить, что именно в тот момент, когда ребенок становится способным на точные композиции элементарных операций логики отношений (сложение и умножение асимметричных отношений), ему одновременно удаются и эксперименты числовой (как аддитивной, так и мультипликативной) композиции, если она относится к тем же самым отношениям.

В самом деле, с точки зрения логики отношений проблема VI является лишь синтезом проблем IV и V (этим и объясняется упоминание о них в данной главе). Чтобы ребенок мог установить, что $E+U_1=A_1$ (если $A_1=2E_1$), он должен: 1) понять, что увеличение высоты жидкости в удлиненном бокале компенсируется уменьшением ширины, и наоборот (проблема IV), и 2) понять, что если $U_1=E_1$ и если $E_1={}^1/_2A_1$, то в таком случае $U_1={}^1/_2A_1$ (проблема V). С другой стороны, поскольку величины, характеризуемые различными отношениями, уравнены через посредство E_1 и U_1, эта проблема предполагает оформление единиц, поддающихся аддитивной $[E_1+U_1\,(=E_1)=A_1\,(=2E)]$ или мультипликативной $(A_1{:}2=E_1)$ композиции.

Но именно в тот момент, когда проблемы IV и V решаются операционально, так же операционально решается и проблема VI. Действительно, если в этой связи мы вернемся к четырем разновидностям формальных равенств, выдвинутых на второй стадии (равенства 1—4′), то можно зафиксировать, что все они приводят испытуемых, о которых только что шла речь, к полным композициям. Так, например, у Фола ряд последовательных преобразований совершенно не изменяет осознания им эквивалентности единиц или сумм. У Нао, Шена, Сана и Шу композиция типа $E+E+\ldots=nE$ принимает как мультипликативный, так и аддитивный смысл; это демонстрирует Шу, когда он думает, что сумма равна 6, потому что налили якобы по 2 единицы в каждый стакан. В противоположность второй стадии мы видим, что эти испытуемые определяют ${}^1/_2$ и даже ${}^1/_3$ столбика A_2 (или A_1), чтобы привести их в соответствие с единицами E. Короче говоря, в отличие от того, что происходило на предыдущих стадиях, когда любая числовая композиция побеждалась перцептивными оценками, эти дети комбинируют между собой единицы измерения, полученные точным уравниванием разностей. Каково же отношение между логикой отношений и числом при становлении операциональной композиции? Нужно хотя бы кратко рассмотреть эту проблему.

§ 4. Заключение. Чтобы понять отношения, которые соединяют числовые операции с операциями, используемыми в качественных логических отношениях, нужно, прежде всего, исходить из того, что выработка сохранения (гл. I) уже предполагает наличие всех композиций, генезис которых мы только что рассматривали. Но если при выработке сохранения они остаются в потенциальном состоянии, т. е. испытуемый не сомневается в их существовании, то в настоящих экспериментах у ребенка речь идет о том, чтобы выявить их и «осмыслить».

В самом деле, о чем мы спрашивали детей в главе I, когда предлагали им в точности такой же материал, как и в данной главе? Остается ли величина A_1, аналогичная A_2, эквивалентной ей в случае перехода из A_1 в B_1+B_2, или в $C_1+C_2+C_3$ и т. д., или в L_1 и т. д.? Но ведь ясно, что при решении таких проблем речь идет именно о соединении частей в одно целое или делении целого на части, о координации эквивалентностей и об умножении отношений и т. д., короче говоря — об обращении ко всем аддитивным и мультипликативным композициям, рассмотренным на предшествующих страницах. Вот почему нет ничего удивительного в том, что стадии оформления сохранения (или квантификации) и стадии развития этих композиций в точности синхронны. Читатель должен был даже спрашивать себя, не повторяем ли мы просто эксперименты главы I, лишь немного варьируя словесные выражения. Однако все обстоит иначе: одно дело утверждать эквивалентность $A_1=A_2$ с точки зрения самого восприятия и исследовать, сохраняется ли она при последовательных преобразованиях, и другое дело — строить эту эквивалентность путем измерения (проблемы II и III данной главы) или путем различных дедукций (проблемы IV—VI). В первом случае испытуемый исходит из решения, чтобы мотивировать его, а во втором он должен найти это решение. Соответственно, в первой ситуации те же самые композиции являются результатом анализа, который может включать в себя все степени осознания, а во второй ситуации — результатом синтеза, который с необходимостью обусловливает ясную и четкую рефлексию. Вот почему проблемы операциональной композиции представляются испытуемому в новых терминах, тогда как для наблюдателя они имманентны любому вопросу квантификации.

Впрочем, эти замечания могут быть отнесены к любому из исследований глав VII—X, в которых рассматриваются аддитивные и мультипликативные композиции. Сложение и умножение классов, отношений и чисел подразумевается в конструкции любого класса, любого отношения и любого числа. Но одно дело — построить такие элементы, не подозревая об операциях, являющихся основой их выработки, а другое дело — связать элементы друг с другом с помощью тех же самых операций, ставших эксплицитными и рефлексивными после построения этих элементов. В обоих случаях действуют одни и те же «группировки» или одни и те же «группы», но в первом случае разум идет от результата к анализу композиции, тогда как во втором случае он двигается от самой синтетической композиции к ее результатам.

Если это так, то легко понять, почему стадии композиции суть такие же стадии самого сохранения; стадии сохранения представляют одновременно результат композиции и инвариант, который делает эту композицию возможной.

В самом деле, на первой стадии ребенок не знает ни сохранения, ни композиции. Воспринимаемые отношения (более или менее большой или маленький, высокий или низкий, широкий или узкий и т. д.), изменяющиеся при каждом перемещении, не координируются еще между собой ни операционально, ни наглядно. Отсюда вытекают оценки, основанные на одном из свойств и на их простых и актуальных отношениях (брутто-величины), без сохранения, без измерения, без умножения отношений, без оформления единиц, поддающихся численной композиции: доминирующее отношение (уровень или, реже, ширина) берет верх над другими отношениями и поэтому мешает всякой координации.

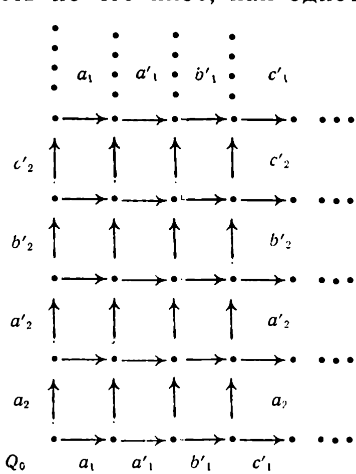
Но благодаря прогрессу наглядности эти перцептивные отношения рано или поздно начинают координироваться между собой в ходе малозначительных преобразований, а не только в их актуальных глобальных целостностях. Именно это возникновение наглядной координации характеризует вторую стадию. Жидкость, содержащаяся в низком и широком сосуде, перелитая в высокий и узкий стакан, кажется сохраняющей свою величину, как только испытуемый начинает понимать координацию обратных отношений (умножение отношений: «высокий»$\times$«широкий»). Если величина характеризуется такого рода умножением $h_1 \times l_1$, то отсюда вытекает возможность предвидеть наличие эквивалентностей $(h_1 \times l_1) = (h_2 \times l_2) = (h_3 \times l_3)$, основанных еще не на операциональной композиции, а на индуктивной вере. Сохранение, координация обратных отношений и координация прямых отношений возникают, таким образом, в опоре друг на друга. На этой основе появляются также определенные числовые равенства, ибо эквивалентные элементы могут быть сосчитаны и приведены в соответствие с другими элементами. Поэтому ребенку этого уровня хорошо удается, например, понять, что если переливают из большого стакана A_1 в два маленьких стакана E_1 и E_2 или наоборот, то $E_1 + E_2 = A_1$. В целом, пока еще не появится общая мера или неинтуитивная композиция единиц, измерение оказывается возможным лишь в своей элементарной форме — форме сравнения двух элементов.

Но пока не оформлена координация отношений, не может существовать и точная система композиций. А на второй стадии отношения, основанные на слишком пространных преобразованиях, остаются еще некоординированными и, следовательно, испытуемый здесь больше доверяет актуальному восприятию, нежели правилу композиции. Поэтому вторая стадия остается наглядной, ибо наглядность есть лишь представление, построенное с помощью интериоризованных и фиксированных восприятий. Эта стадия отнюдь еще не достигает уровня операции, ибо операция заключается в композиции, свободной от восприятия, и соединяет в одновременно связную и подвижную систему все последовательно воспринимаемые данные. Как же объяснить переход от этого промежуточного этапа к точной композиции, общей для всех выделенных нами областей?

Складывается впечатление, что появление третьей стадии может быть понято только через оформление двух связанных систем — «группировки» умножений отношений и «группы» числовых умножений, так как они координируют наличные операции в одну замкнутую и обратимую целостность, одна — в качественном аспекте, другая — в аспекте чисел.

В самом деле, умножениям асимметричных отношений, присущим второй стадии, не хватает возможности их группировки. С одной стороны, ребенок не умеет вывести эквивалентности $(h_1 \times l_1) = (h_3 \times l_3)$ из двух эквивалентностей: $(h_1 \times l_1) = (h_2 \times l_2)$ и $(h_2 \times l_2) = (h_3 \times l_3)$. С другой стороны, если в каждом из этих последних случаев он начинает координировать обратные отношения высоты и ширины, то делает это еще суммарно, без учета пропорций; но если мы на минуту абстрагируемся от пропорций числового порядка и примем во внимание пропорции, основывающиеся на простом умножении качественных отношений, то станет не менее ясно, что отсутствие интереса к пропорциям указывает на трудность сериации отношений в зависимости от двух измерений одновременно, следовательно, на трудность группировки самих умножений. Наоборот, когда на третьей стадии ребенку удается упорядочить уровни пяти или шести разных стаканов в обратных пропорциях с их шириной (причем, стаканы размещаются на столе не в возрастающем порядке их размеров), то это свидетельствует о наличии у него способности к группировке умножений.

Действительно, группировка умножений отношений есть не что иное, как одновременная сериация этих отношений в зависимости от двух или n различных измерений, которые образуют эти отношения. Когда мы имеем дело с шириной и высотой (в данном случае речь идет о геометрических измерениях, но само собой разумеется, что операция остается такой же и для отношений цвета, величины и т. д.), перемноженных между собой, то, обозначив через a_1, b_1 и т. д. ширину бокалов, серированных



в направлении от более узкого к более широкому, через a_2, b_2 — уровни, серииpованнные в направлении от более низкого к более высокому, мы получаем следующую таблицу:

где

$$a_1 + a'_1 = b_1;\ b_1 + b'_1 = c_1; \text{ и т. д.}$$

и где

$$a_2 + a'_2 = b_2;\ b_2 + b'_2 = c_2; \text{ и т. д.}$$

Овладение подобной группировкой демонстрирует нам Фол, которого мы можем взять в качестве примера для иллюстрации этой группировки отношений. В самом деле, Фол оказывается способным координировать такой ряд равенств, что читатель буквально вынужден взять в руки карандаш, чтобы иметь возможность проследить за ними: $U_1 = U_2$; далее $U_2 = L_1$; $L_1 = E_1 + E_2$; далее $E_1 = M_1$, откуда $E_2 + M_1 = U_2$; далее $1/2 U_2 = M_2$, откуда $1/2 U_2 + M_2 = M_1 + E_1$, и если $E_2 = M_2$, то $1/2 U_2 + E_2 = M_1 + E_1$, и т. д. Однако ясно, что, кроме уравнивания разностей и оформления операций математического порядка, к которым мы сейчас вернемся, такая координация предполагает *минимум* следующие логические операции:

1. Прежде всего, ребенок понимает, что если при переливании жидкость не добавляется, то увеличение уровня будет соответствовать уменьшению ширины, и наоборот. Если, например, содержимое U_2, сравниваемое с нулевой величиной Q_0, выражается отношениями $\underset{\rightarrow}{b_1} \uparrow a_2$ и если разности, т. е. асимметричные отношения, между U_2 и L_1 выражаются отношениями $\underset{\leftarrow}{a'_1} \uparrow a'_2$, то мы имеем:

$$(Q_0 \xrightarrow{b_1} \uparrow a_2 U_2) + (U_2 \xleftarrow{a_1} \uparrow a'_2 L_1) = Q_0 \xrightarrow{a_1} \uparrow b_2 L_1).$$

Но независимо от того, может ли ребенок точно предвидеть уровень L_1 или нет (т. е. умеет ли он уравнивать разности a'_1 и $\uparrow a'_2$, что является уже операцией математического порядка), ясно, что ребенок данного уровня знает, что, переливая U_2 в L_1, он добьется увеличения высоты, так как уменьшается ширина. Более того, он хорошо знает, что:

$$(\underset{\rightarrow}{a_1} \uparrow b_2) + (\underset{\rightarrow}{a'_1} \downarrow a'_2) = (\underset{\rightarrow}{b_1} \uparrow a_2) \text{ и т. д.}$$

Короче говоря, решить во всех возможных случаях проблему IV (как это легко удается детям данного уровня) — значит с необходимостью — независимо от того, осуществляется ли это в действительности или в уме, — упорядочить отношения высоты и ширины в соответствии с только что построенной мультипликативной таблицей, причем без какого-либо числового значения. С точки зрения проблемы IV ряд равенств Фола предполагает, следовательно, группировку умножений отношений, соответствующую приведенной таблице.

2. Во-вторых, ряды эквивалентностей, на которые оказываются способными дети данной стадии (Фол, например), предполагают, очевидно, рассуждения следующей формы:

$$(h_1l_1 = h_2l_2) = (h_2l_2 = h_3l_3) = (h_1l_1 = h_3l_3),$$

которые, если абстрагироваться от равенства математического порядка, сводятся к качественным эквивалентностям, вытекающим как раз из предыдущих умножений. Следовательно, решение проблемы V, остававшееся на второй стадии индуктивным и наглядным, подразумевает — в том случае, когда оно становится общим и операциональным, — группировку умножений отношений.

В самом деле, если мы назовем $h'_1l'_1$ разности уровня и ширины между жидкостями h_1l_1 и h_2l_2, а $h'_2l'_2$ — разности между h_2l_2 и h_3l_3, то ребенок сразу понимает, что:

$$[h_1l_1 + (h'_1l'_1) = h_2l_2] + [h_2l_2 + (h'_2l'_2) = h_3l_3] =$$
$$= [h_1l_1 + (h'_1l'_1 + h'_2l'_2) = h_3l_3],$$

т. е. что два последовательных преобразования сводятся к одному преобразованию.

3. Более того, если ребенку третьей стадии удается вывести из двух эквивалентностей третью эквивалентность, он тем самым становится способным к обобщению. С точки зрения мышления решительный поворот состоит в переходе от наглядного отношения между двумя предметами к операциональному отношению между тремя предметами, а как только это отношение оформляется, оно может быть распространено на n

предметов. Именно это показывает случай с Фолом, о котором мы говорили в пунктах 1 и 2. Значит:

$$\begin{array}{c} h_1l_1+(h'_1l'_1)=h_2l_2; \\ h_2l_2+(h'_2l'_2)=h_3l_3; \\ h_3l_3+(h'_3l'_3)=h_4l_4; \\ \dots\dots\dots\dots \\ \underline{h_ml_m+(h'_ml'_m)=h_nl_n;} \\ h_1l_1+(h'_{1\dots m}l'_{1\dots m})=h_nl_n, \end{array}$$

что образует новую группировку умножений асимметричных отношений.

Совершенно ясно, что шаг вперед[1] на этой стадии заключается не только в завершении качественных координаций, — т. е., в частном случае, в группировке умножений отношений, — но также в синхронном оформлении группы самих арифметических умножений, причем именно благодаря тому процессу уравнивания разностей, который уже предполагался в главах I и II и который делает для испытуемого возможной арифметизацию отношений и их элементов в системе поддающихся композиции единиц.

В самом деле, когда ребенок данной стадии допускает, как мы уже установили это, начиная с глав I—II, что количество жидкости h_1l_1 преобразуется в зависимости от разностей $h'_1l'_1$ (например, увеличение уровня h'_1 и уменьшение ширины l'_1) в новую величину h_2l_2, то он также допускает, что h_2l_2 остается равным первоначальной величине, т. е. $h_2l_2=h_1l_1$. Однако такое равенство выходит за пределы логической композиции $h_1l_1+h'_1l'_1=h_2l_2$ и предполагает понимание компенсации разностей h'_1 и l'_1 и, следовательно, их равенства между собой (увеличение уровня равнозначно уменьшению ширины). Другими словами, если ребенок признает в только что приведенной таблице преобразования $h_1l_1=h_2l_2=h_3l_3=h_4l_4$ и т. д., то тем самым он признает, что разности $h'_1l'_1$; $h'_2l'_2$; $h'_3l'_3$ и т. д. аннулируются, причем это уравнивание отношений дает возможность оформления понятия единицы.

Такой механизм хорошо виден в правильных решениях проблемы II. Когда для сравнения L_1 и G_1 ребенок стихийно переливает G_1 в L_2 или когда для сравнения G_1 и P он переливает G_1 в W_1, он, разумеется, не ограничивается сериацией разностей между G_1 и L_1 или между G_1 и P, а стремится свести отношения разностей к равенству, что как раз и составляет сущность измерения. Самая простая форма этого уравнивания заключается в переливании G_1 в L_2, чтобы затем сравнить стакан L_2 с L_1, и, следовательно, в показе того, что уменьшение ширины от G к L компенсируется увеличением уровня от G к L, так как $L_2=L_1$; в этом случае уравнивание разностей ограничивается сведением G к L, причем второй из этих двух элементов служит мерой первого. Наоборот, когда G_1 переливается в W_1 и P в W_2, то разности между G и P аннулируются с помощью общей меры W, образующей таким образом элементарную единицу, отличную от сравниваемых членов, но еще находящуюся в композиции с самой собой (аддитивно или мультипликативно).

Наконец, при правильных решениях проблемы III мы наблюдаем завершение уравнивания разностей в виде оформления поддающихся аддитивной и мультипликативной композиции единиц, т. е. общей меры в самом широком смысле слова. В самом деле, когда ребенок рассматривает величины G, P и D как эквивалентные, поскольку в экспериментах дважды выливали стакан E в каждый из этих бокалов, то это равносильно утверждению, что разности $h'_1l'_1$ (между G и P), $h'_2l'_2$ (между P и D) и $h'_3l'_3$ (между D и G) аннулируются, так как отношения h_1l_1; h_2l_2 и h_3l_3 (которые сами составляют разности между G, P или D и нулевой величиной Q_0) равны между собой, поскольку все они равны $2E$. А если отношения, определяющие стакан E, суть $h'_2l'_2$, т. е. разности между E и Q_0, то можно сказать, что отныне $h'_cl'_c$ образуют единицу, поддающуюся аддитивной и мультипликативной композиции. Таким образом, нетрудно убедиться (как мы уже говорили в главах I и II), что уравнивание разностей ведет к разбиению и композиции единиц, ставших в силу этого числовыми.

В самом деле, если мы применим это уравнивание разностей к таблице умножений отношений (стр. 576), то сразу увидим, что новая операция, на которую ребенок становится способным одновременно с умением группировать умножения отношений, преобразует эти умножения в арифметические умножения и образует в результате этого мультипликативную группировку числового порядка.

Например, можно констатировать, что как только ребенок третьей стадии становится способным решить проблему VI в форме $P(=E)\div E=A$ (если $A=2E$), то он понимает также, что уровни A могут быть последовательно расположены в определенной системе единиц в зависимости от числа стаканов E, перелитых в данный бокал: если $A=4E$, тогда $2E$ будут соответствовать половине уровня, а $1E$ — четверти уровня $4E$ или половине $2E$ и т. д. Назовем $\uparrow a_2$ уровень A, соответствующий $1E$; $\uparrow b_2$ — уровень A, соответствующий $2E$; $\uparrow c_2$ — уровень A, соответствующий $3E$, и т. д. Пусть кроме того, a'_2 — разность между a_2 и b_2; b'_2 — разность между b_2 и c_2 и т. д. Тогда уравнивание разностей будет состоять в установлении равенства $a_2=a'_2=b'_2=c'_2$ и т. д. и $b_2=2a_2$; $c_2=3a_2$; $d_2=4a_2$ и т. д. Здесь сразу видно, чем отличается такая композиция отношений от простой качественной сериации: в простой качественной сериации разности a'_2; b'_2 и т. д. не сравниваются друг с другом, поскольку известно лишь то, что $b_2>a_2$, что $c_2>b_2$ и т. д.; наоборот, достаточно рассмотреть разности a'_2, b'_2, c_2 и т. д. как равные, чтобы можно было преобразовать их в числовые единицы. Если те же самые операции совершаются на ширине a_1; b_1; c_1 и т. д., то в таком случае группировку умножений отношений (приведенная в таблице на стр. 576) приводит ipso facto к группе числовых умножений, так как общая эквивалентность элементарных отношений преобразует эти отношения в одинаковое количество единиц. Эти преобразования хорошо понимает ребенок третьей стадии в связи с проблемой VI (см. § 3, комментарии ко второй и третьей стадиям).

В самом деле, испытуемые третьей стадии понимают вопросы III, V и VI как проблемы мультипликативного порядка. Когда в ситуации проблемы VI испытуемый Сан заявляет, что для получения $P+L+A$ нужно налить в стакан L «четыре раза», «потому что в A налито два раза», то здесь перед нами лишь совершенно очевидный пример процесса, обнаруживающегося в любом измерении, так как идея общей меры основывается на идее мультипликативной эквивалентности.

Таким образом, в конечном счете мы вновь приходим к тому, что было установлено в заключении к главе IX. Если умножение классов и умножение отношений образуют две весьма различные операции, состоящие соответственно в приведении в соответствие элементов, качественно эквивалентных между собой, и асимметричных отношений (разностей) между неэквивалентными элементами, то для введения эквивалентности между элементами этих отношений достаточно уравнять указанные разности. В этом случае происходит слияние умножения отношений и умножения классов в одно операциональное целое, представляющее собой не что иное, как умножение чисел. Следовательно, число выступает как синтез класса и асимметричного отношения, или, что одно и то же, симметричного отношения (равенства) и разностей (асимметричных отношений). Именно в этом состоит наш общий вывод, который мы смогли проследить по всем пунктам, затронутым нами при анализе числа.

ЛОГИКА И ПСИХОЛОГИЯ

Перевод с английского
Н. Г. АЛЕКСЕЕВА

ПРЕДИСЛОВИЕ

В основу этой книги положены три лекции, прочитанные в октябре 1952 г. в Манчестерском университете. Я приношу благодарность проф. Полэни за организацию этих лекций, докторам Мэйсу и Уайтхеду за их перевод и коллективу Манчестерского университета, составившему аудиторию. В Манчестере, где до сих пор чтится имя Джевонса, эта попытка связать логику с психологией была встречена с особенным одобрением.

Жан Пиаже

1953 г.

ВВЕДЕНИЕ

Цель этой книги — исследовать возможности применения логической техники к собственно психологическим явлениям, и в первую очередь — к выявленным на различных уровнях интеллектуального развития структурам мышления. При этом мы не ставим перед собой задачу определения возможностей формализации психологических теорий средствами логики[1].

Проблема применения логической техники в психологии представляет как практический, так и теоретический интерес.

С точки зрения теоретической важно выяснить, какого типа соответствие существует между структурами, описываемыми логикой, и актуальными процессами мысли, изучаемыми психологией. Соотносятся ли структуры и операции логики с чем-нибудь в нашей действительной мысли, подчиняется ли наше мышление логическим законам — эти вопросы до сих пор остаются открытыми.

С точки зрения практической очень важно установить, каким образом логика может способствовать успеху психологического исследования. По нашему мнению, ее главная ценность состоит не в аксиоматизации психологических теорий. Между относительной расплывчатостью таких теорий и дедуктивной строгостью логических систем все еще существует глубочайший разрыв. С нашей точки зрения, алгебра логики может помочь выявить психологические структуры и представить в форме исчисления операции и структуры, являющиеся

[1] Ф. Б. Фитч и К. Л. Халл — наиболее известные исследователи, пытавшиеся дать такую формализацию.

основными для наших реальных мыслительных процессов. Психологи не испытывают затруднений в использовании математики для исчисления корреляционных коэффициентов, для анализа факторов и т. д. В настоящее время алгебра логики является подсистемой одной из наиболее общих областей математики — абстрактной алгебры. Эта наука рассматривает качественные структуры, и современные математики начинают все более и более подчеркивать важность таких структур. Этими структурами не следует пренебрегать только из-за того, что они имеют математический характер. Психолог, со своей стороны, приветствует качественный характер логики, поскольку благодаря этому она упрощает анализ актуальных структур и позволяет выделить интеллектуальные операции, в противоположность получаемым при количественном анализе поведенческим последствиям этих структур и операций. Большинство «задач» интеллекта количественно оценивается впоследствии, поскольку реальной проблемой является раскрытие актуального операционального механизма, управляющего поведением, а не просто количественная оценка подобного механизма. Алгебра логики может, следовательно, помочь психологу, дав ему точный метод различения структур, проявляющихся в анализе операциональных механизмов мысли.

Возьмем конкретный пример, на который мы будем неоднократно ссылаться. Психологи показали, что в возрасте двенадцати лет ребенок способен открыть элементарные комбинаторные операции (комбинации из двух по два, из трех по три или из четырех по четыре, например, при вытаскивании наугад цветных фишек из мешка и т. д.) [1]. Эти операции он открывает, конечно, не осознавая того, как они могут быть сформулированы математически, открывает, находя систематический метод комбинирования операций, причем на том же самом уровне интеллектуального развития, на котором он начинает употреблять пропозициональные операции (такие, как $p \supset q$, т. е. «если..., то...» $p \vee q$, $p|q$, и т. д.). Здесь, естественно, возникает вопрос, почему эти два вида операций, на первый взгляд кажущиеся совершен-

---

[1] См.: по этому поводу: J. Piaget et B. Inhelder. La genèse de l'idée du hasard chez l'enfant. Paris, Presses Universitaires de France, 1951, ch. VII.

но не связанными между собой, тем не менее появляются в поведении ребенка одновременно. На этот вопрос легко получить ответ с помощью алгебры логики: пропозициональные операции, основывающиеся на комбинаторной системе, выходят за рамки элементарных структур, например, классов и отношений, которыми пользуются дети в возрасте от 7 до 12 лет. Подвергая логическому анализу операциональные структуры, мы, следовательно, можем легко объяснить, почему такие различные типы поведения появляются одновременно. Таким образом, алгебра логики может оказывать постоянную помощь психологу в его исследовании.

Однако в настоящее время сотрудничества между логиками и психологами почти нет. Налицо лишь взаимное недоверие, затрудняющее саму возможность установления сотрудничества. В кратком историческом очерке мы постараемся объяснить, как сложилось такое положение.

1. ИСТОРИЯ И СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

В XIX веке, пока Буль, Де-Морган, Джевонс и другие не создали алгебру логики и пока экспериментальная психология не стала наукой, конфликта между логикой и психологией не существовало. Классическая логика верила, что она в состоянии раскрыть действительную структуру процессов мышления, общие структуры, лежащие в основе внешнего мира, равно как и нормативные законы разума. Классическая философская психология, в свою очередь, считала, что законы логики и законы этики находят выражение в умственном функционировании каждого нормального индивида. В таких условиях логика и психология не имели оснований для разногласий.

Но с развитием молодой науки экспериментальной психологии логические факторы были исключены из рассмотрения — интеллект начали объяснять через чувства, образы, ассоциации и другие механизмы. Это вызвало совершенно необоснованную реакцию: так, некоторые представители Вюрцбургской школы психологии мышления при анализе суждения стали вводить логические отношения, чтобы дополнить ими действие психологических факторов.

Логика, таким образом, была использована для причинного объяснения фактов, которые сами по себе являлись психологическими. Такому неправильному употреблению логики в психологии было присвоено имя «логицизм», и если психологи в целом не доверяют логике, то это объясняется главным образом их страхом впасть в ошибки логицизма. Большинство современных психологов стараются объяснить интеллект без какого-либо обращения к логической теории.

В то время как психологи старались отделить свою науку от логики, основатели современной логики, или «логистики», по аналогичным причинам ратовали за отделение этой последней от психологии. Правда, Буль — основатель алгебры, носящей его имя, — еще верил, что описывает «законы мысли», но это объяснялось тем, что он рассматривал их природу как по сути дела алгебраическую. С развитием же дедуктивной строгости и формального характера логических систем одной из важнейших задач последующих логиков стало освобождение логики от апелляции к интуиции, т. е. от какого бы то ни было обращения к психологическим факторам. Наличие обращения к таким факторам в логике было названо «психологизмом», и этот термин употреблялся логиками при ссылке на недостаточно формализованные логические теории, точно так же, как и психологи употребляли термин «логицизм», ссылаясь на психологические теории, недостаточно проверенные опытом.

Большинство современных логиков не касается более вопроса о том, имеют ли законы и структуры логики какое-либо отношение к психологическим структурам. В начале нашего века один французский последователь Бертрана Рассела даже утверждал, что понятие операции, по существу, антропоморфно, но фактически логические операции чисто формальны и не имеют какого-либо сходства с психологическими операциями. Как только логика достигла в своем развитии завершенной формальной строгости, логики перестали интересоваться изучением актуальных мыслительных процессов. П. Бернайс, например, полагал — и с точки зрения полностью формализованной аксиоматической логики он несомненно прав, — что логические отношения строго применимы только к математической дедукции, в то время как любая другая форма мышления имеет просто аппроксимирующий характер.

Когда мы стремимся выявить сущности, соответствующие логическим структурам, то обнаруживаем, что в ходе постепенной формализации логики были даны четыре возможных объяснения по этому поводу. Каждое из них следует кратко рассмотреть с точки зрения его отношения к психологии.

Первое объяснение — *платонизм,* свойственный ранним работам Б. Рассела и А. Уайтхеда, стимулировавший работу Г. Шольца и остающийся осознанным или неосознанным идеалом большинства логиков. Согласно этому взгляду, логика соотносится с системой универсалий, существующих независимо от опыта и непсихологических по своему происхождению. В таком случае следует объяснить, как разум приходит к открытию таких универсалий. Платоническая гипотеза только отодвигает проблему и не приближает нас к ее решению.

Второе объяснение — *конвенционализм,* полагающий, что существование логических сущностей и их законы определяются системой соглашений или общепринятых правил. Однако такое объяснение приводит нас к новой проблеме: за счет чего эти соглашения оказываются столь плодотворными и удивительно эффективными в своем применении?

В силу этого конвенционализм уступает место концепции *правильно построенного языка (well-formed language)*. Это третье объяснение выдвинуто Венским кружком, испытавшим сильное влияние логического эмпиризма. В этом объяснении различают эмпирические истины, или нетавтологические отношения, и тавтологии, или чисто синтаксические отношения, которые с помощью соответствующей семантики могут быть использованы для выражения эмпирических истин. Такая теория имеет несомненное психологическое значение; ее можно эмпирически проверить. Однако применительно к психологии она вызывает ряд затруднений.

Во-первых, мы не можем говорить о чистом опыте, или «эмпирических истинах», не зависящих от логических отношений. Другими словами, опыт не может быть интерпретирован в абстракции от понятийного и логического аппарата, который и делает возможной такую интерпретацию. В наших экспериментах с Б. Инельдер[1] маленьких детей просили ответить на вопрос: когда поверхность воды в наклонной стеклянной трубке горизонтальна и когда нет? Мы обнаружили, что дети не воспринимают «горизонтальность» до тех пор, пока они не окажутся способными построить каркас пространственных отношений. Для построения такого каркаса они нуждаются в геометрических операциях, а при построении этих операций необходимо употребление логических операций.

Во-вторых, в течение всего развития детей логические отношения никогда не появляются в качестве простой системы лингвистических или символических выражений, они всегда включаются в группу операций[2].

Например, детям от 5 до 8 лет показывают на открытую коробку, в которой находится 20 деревянных буси-

---

[1] См.: J. Piaget et B. Inhelder. La représentation de l'espace chez l'enfant. Paris, Presses Universitaires de France, 1948.

[2] Это полностью сохраняет силу и тогда, когда субъект достигает зрелости.

нок (класс, составленный всеми 20 бусинками, назовем B). Большинство бусинок коричневые (составляют класс A), но некоторые белые (класс A'; следовательно, $B=A+A'$). Ребенку задается простой вопрос: «Каких больше бусинок в коробке: коричневых (A) или деревянных (B)?» Последователь Венского кружка должен был бы сказать, что мы имеем здесь простой эмпирический факт, в котором могут разобраться даже самые маленькие дети и который основан на высказывании: «Все бусинки сделаны из дерева, но не все коричневые» (фактически ребенок немедленно соглашается с этим утверждением). Мы имеем здесь также систему логических отношений, посредством которых эта «эмпирическая истина» может быть выражена в терминах точного символизма, дающего нам в данном случае простое включение между двумя классами $A<B$, т. е. «часть A меньше, чем целое B».

Современные психологические эксперименты определенно показывают, что в возрасте между 5 и 7 годами дети не способны построить подобное включение $A<B$. Свойственный этому возрасту способ объяснения фактов ведет ребенка к заключению (и это является еще одним свидетельством в пользу того, что интерпретация познавательных данных предполагает тщательную предварительную логическую обработку), что $A>B$, так как $A>A'$. Ответ ребенка таков: «Имеется больше коричневых бусинок (A), чем деревянных (B), так как имеется только 2 или 3 белые бусинки (A')». Действительный смысл этого ответа состоит в том, что либо вопрос решается с целым классом (B) — и тогда все бусинки деревянные, либо он решается с частью (A), но когда целое разбивается на составные части, оно уже не существует для ребенка как целое, а сокращается до своей части (A'); следовательно, $A>B$, потому что $B=A'$. Другими словами, детям трудно рассуждать о целом и частях одновременно. Если они думают о целом, то забывают о частях, и наоборот[1]. Для того чтобы построить включение $A<B$ (которое обычно становится осуществимым к 7—8 годам), ребенок должен не просто перевести чувственные данные в словесные

[1] См.: J. Piaget et A. Szeminska. La genèse du nombre chez l'enfant. Neuchâtel, 1941 (русский перевод — в настоящем издании. — *Ред.*).

символы, а построить операциональную композицию или декомпозицию их элементов: $B=A+A'$, следовательно, $A=B-A'$ или $A'=B-A$, и, следовательно, $A<B$. Это значит, что логическое отношение представляет собой нечто существенно большее, чем лингвистическое выражение, в котором фиксируются на особом языке эмпирические свойства объектов. Это отношение выступает как результат *обратимых действий композиций и декомпозиций,* т. е. действий, которые состоят из актуальных операций группировки и перегруппировки, выполняемых над объектами.

Имеется, наконец, третье затруднение, препятствующее принятию тезиса о том, что логика есть просто язык. Если бы этот тезис был справедлив, то логика должна была бы вскрыть существенные черты детского интеллекта. Мы могли бы ожидать от нее, с одной стороны, простого объяснения чувственных фактов, а с другой — простого перевода этих фактов на словесную основу, т. е. рассмотрения их как языка в собственном смысле. Но если восприятия предполагают предварительную смысловую интерпретацию, включающую логические отношения, а эти отношения, в свою очередь, предполагают действия и операции, то должен пройти порядочный период времени, прежде чем установится такое взаимодействие между восприятием и операциями. И действительно, логика в мышлении детей появляется относительно поздно; первые операции над классами осуществляются в среднем между 7—8 годами, а что касается операций над высказываниями, то они появляются лишь между 11 и 12 годами. От 8 до 9 лет, например, ребенок в состоянии установить, что бронзовый брусок A весит столько же, сколько и другой брусок B, а последний — столько же, сколько свинцовый шар C, т. е. $A=B$ и $B=C$. Но он отвергнет вывод, что $A=C$, так как из прошлого опыта он ожидает отношения $A<C$. Ребенок говорит: «B определенно весит столько же, сколько и шар C, но с A он будет различным!» Транзитивность, как следует из этого примера, здесь отсутствует (ребенок не имеет формальной модели), и такое положение сохраняется до тех пор, пока соотношения весов остаются не структурированными предварительной группой операций (сериация и т. д.).

Это приводит нас к четвертому и последнему из возможных способов объяснения логических отношений —

операционализму. Первооснователем этого направления является П. Бриджмен (США). В настоящее время во многих странах имеются последователи этого направления (операционалистское движение в Италии — Чекатто и другие). Непохожий на предшествующие интерпретации, операционализм обеспечивает действительную основу для связи логики и психологии. С тех пор как логика основывается на абстрактной алгебре и занимается символическими преобразованиями, операции (вопреки Л. Кутюра!) играют в ней чрезвычайно важную роль. С другой стороны, операции — актуальные элементы психической деятельности, и любое знание основывается на системе операций.

Следовательно, для того чтобы определить зависимости между логикой и психологией, необходимо: (1) построить психологическую теорию операций в терминах их генезиса и структуры, (2) проанализировать логические операции, рассматривая их как алгебраические исчисления и *структурированные целые,* и (3) сравнить результаты, полученные в (1) и (2).

II. ПСИХОЛОГИЧЕСКОЕ РАЗВИТИЕ ОПЕРАЦИИ

С психологической точки зрения операции — это действия, которые перенесены внутрь, обратимы и скоординированы в системе, подчиняющейся законам, которые относятся к системе как к целому. Они представляют собой действия, которые, прежде чем они стали выполняться на символах, выполнялись на объектах. Они перенесены внутрь, так как выполняются в мысли, не утрачивая при этом своего естественного характера действия. Они обратимы в противоположность простым действиям, которые не обратимы. Так, операция соединения может быть немедленно переведена в операцию разъединения, тогда как действие письма слева направо не может быть переведено в действие письма справа налево без выработки нового, отличающегося от первого навыка. Наконец, поскольку эти операции не существуют изолированно, они связаны в форму *структурированного целого.* Так, построение класса предполагает классификационную систему, построение асимметричных транзитивных отношений — систему сериальных отношений и т. д. Аналогичным образом построение числовой системы предполагает понимание порядковой последовательности: $n+1$.

С точки зрения психологии критерием появления таких операциональных систем является построение инвариантов, или понятий сохранения. В случае (см. стр. 592) включения $A<B$ (т. е. включения коричневых бусинок в состав бо́льшего количества деревянных) появление операций $A+A'=B$ и $A=B-A'$ характезируется сохранением целого B. Однако, пока эти операции не сформированы, B уничтожается, поскольку оно делится на свои части A и A'. Сохранение выступает, таким образом, как результат операциональной обратимости.

В построении операций можно выделить четыре основные стадии, занимающие период от рождения до зрелости.

(1) **Сенсо-моторный период (0—2 года).** До овладения языком маленький ребенок способен выполнить только не требующие мыслительной деятельности моторные действия. В этих действиях, правда, проявляются некоторые черты интеллекта, как мы его себе обычно представляем: например, чтобы укрыться, ребенок набрасывает на себя одеяльце.

Однако сенсо-моторный интеллект по своему характеру еще не является операциональным, так как действия детей еще не перенесены внутрь, в форму представлений (мысли). Но практически даже в таком типе интеллекта вырисовывается определенная тенденция к обратимости, что является уже признаком построения определенных инвариантов.

Основной смысл этих инвариантов состоит в том, что они включают в себя построение константного объекта. Можно утверждать, что объект приобретает константный характер, когда признается его существование за пределами, поставленными ограничениями чувственного поля, т. е. когда он не пропадает, выходя из поля зрения, слышимости и т. д. Первоначально объекты никогда не мыслятся неизменными; ребенок оставляет всякую попытку отыскать их, как только они куда-либо спрятаны. Например, если спрятать часы в носовой платок, то ребенок просто отдернет свою руку, вместо того чтобы развернуть носовой платок. Даже когда ребенок может взглянуть за ширму, где спрятаны предметы, он вначале не улавливает последовательности изменений в положении предмета. Если, например, предмет был в A, то при повторном показе он продолжает ожидать его в A даже после того, как предмет на глазах ребенка был передвинут в B, и т. д., и только к концу первого года у ребенка вырабатывается представление о константности предмета в окружающем его пространственном поле[1].

Таким образом, постоянный характер объекта выступает как следствие организации пространственного поля, т. е. организации, которая формируется посредством координации движений ребенка. Осуществление такой координации предполагает, что ребенок способен вернуться к исходной точке (обратимость) и изменить направление движения (ассоциативность); следовательно, сама координация имеет тенденцию принять форму группы. Построение такого первого инварианта есть результат обратимости в ее начальной фазе. Сенсо-моторное пространство достигает равновесия в своем развитии благодаря тому, что оно становится организованным с помощью «группы перемещений». А. Пуанкаре выводил происхождение пространства из такой группы, тогда как фактически она является конечной формой равновесия[1]. Константный объект выступает при этом как инвариант, построенный средствами такой группы; следовательно, даже на сенсо-моторной стадии существует двойная тенденция интеллекта к обратимости и сохранению.

(2) **Дооперациональная мысль (от 2 до 7 лет).** К полутора-двум годам у ребенка появляется символическая функция: язык, символическая игра (начало произвольных выдумок), отсроченная имитация, воспроизводящая событие спустя некоторое время, и определенный тип внутренней имитации, являющейся основой для развития образного мышления. И именно на базе символической функции «формирующего представления» (representation formation) становится возможной интериоризация действия в мысль. Область функционирования интеллекта становится значительно более широкой. К действиям, порождаемым непосредственным пространственным окружением ребенка, прибавляются осознания действий прошлого (как результат расска-

---

[1] См.: J. Piaget. La construction du réel chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1937, ch. I.

[2] Ibidem, ch. II.

занных историй), а также действий, не связанных с данным местом нахождения ребенка. Появляется как мысленное разделение объекта, так и собирание его по частям, и т. д. Однако практическая обратимость сенсомоторного периода совершенно недостаточна для решения всех встающих перед ребенком задач — большинство из них требует привлечения особых психологических операций.

Ребенок не может сразу построить такие операции — требуются годы подготовки и организации. Фактически намного труднее правильно воспроизвести действие в мысли, чем выполнить его на уровне поведения. Например, ребенок двух лет может координировать в группу свои движения от одного места к другому (когда он ходит по комнате или в саду); такая же координация имеет место при поворачивании предметов. Но прежде чем он сможет точно представить свои действия в мышлении, воспроизвести их по памяти с помощью предметов, плана комнаты или сада или мысленно представить себе положение предметов, обращаясь к плану, проходит большой период времени.

Для всего периода от 2 до 7 лет характерно отсутствие обратимых операций и понятий сохранения для более высокого уровня развития, чем сенсо-моторный. Например, когда ребенок от 4 до 6 лет переливает жидкость или перекладывает бусинки из одной стеклянной бутылки в другую, отличную от первой по форме, он верит, что действительное количество жидкости или бусинок во второй бутылке в результате этого процесса возрастает или уменьшается. Он уверен, что две палки одинаковой длины равны, если их конечные точки совпадают, но если мы немного сдвинем одну из них относительно другой, то он решит, что палка удлинилась. Ребенок считает, что расстояние между двумя предметами изменится, если между ними положить третий предмет. Когда равные части берутся от двух равных целых фигур, у него нет уверенности в том, что оставшиеся части равны, если они различаются по своей конфигурации [1]. Везде, где речь идет о непрерывных

[1] Более подробно см.: J. Piaget et A. Szeminska. La genèse du nombre chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1941 (русский перевод — в настоящем издании), J. Piaget, B. Inhelder et A. Szeminska. La géométrie spontanée chez l'enfant. Paris, Presses Universitaires de France, 1948.

или дискретных величинах, приходится сталкиваться с точно такими же явлениями — с отсутствием элементарнейших форм сохранения, что, в свою очередь, является результатом отсутствия операциональной обратимости. Это становится непосредственно очевидным, когда имеется конфликт между воспринимаемой конфигурацией и логикой. Таким образом, суждениям ребенка данного уровня о количестве недостает систематической транзитивности. Если даны две равные величины A и B и затем две равные величины B и C, то ребенок может установить равенство каждой пары ($A=B$ и $B=C$); равенство же первой величины A и последней C он не фиксирует.

В свое время мы охарактеризовали этот период как «дологический». Наши рецензенты Исаакс, Хазлет и многие другие справедливо критиковали такую характеристику, поскольку в ее первоначальном обосновании, которое тогда представлялось удовлетворительным, кое-что оказалось не совсем правильным. Исходя из постулата, что все логические проблемы возникают в первую очередь из действий с объектами, мы можем теперь сказать, что этот период следует охарактеризовать как дооперациональный. Тогда наша позиция оказывается идентичной позиции наших критиков, если рассматривать логику как имеющую своим существенным основанием операции, но при условии, что первые операции возникают обычно только в возрасте 7—8 лет и притом в конкретной форме (т. е. они выполняются на объектах), тогда как вербальные или пропозициональные операции возникают лишь к 11—12 годам.

(3) **Конкретные операции (от 7 до 11 лет).** Различные типы мыслительной деятельности, возникшие в течение предшествующего периода, достигают, наконец, состояния «подвижного» равновесия — они становятся обратимыми (оказывается возможным возвращение к начальному положению, или к исходной точке). Логические операции, таким образом, вырастают как продукт координаций действий соединения, разъединения, упорядочивания и установления соответствий, обретших форму обратимых систем.

До сих пор мы рассматривали операции, выполняемые только на самих предметах. Такие конкретные операции принадлежат к логике классов и отношений, причем в них не принимается в расчет всеобщность возможных преобразований классов и отношений (их комбинаторные возможности). Для того чтобы выяснить как положительные свойства этих операций, так и то, в чем они ограничены, необходим тщательный анализ.

Одной из первых важных операциональных систем является *классификация,* или включение классов друг в друга (например, «воробьи $(A) <$ птицы $(B) <$ животные $(C) <$ живые существа (D)»; можно привести много других подобных систем включений классов). Такая система (см. стр. 610) допускает следующие операции:

$$A+A'=B;\ B+B'=C \text{ и т. д. (где } A\times A'=0;\ B\times B'=0 \text{ и т. д.)};$$
$$B-A'=A;\ C-B'=B \text{ и т. д.}$$

Мы видели, почему эти операции необходимы для построения отношения включения.

Вторая столь же важная операциональная система — *сериация,* или объединение асимметричных транзитивных отношений в систему. Например, ребенку дается определенное число неравных отрезков A, B, C, D... и ему нужно расположить их в порядке возрастания длины. Если отрезки существенно неравны, то не возникает никакой логической проблемы, и ребенок может построить серию, основываясь на одном наблюдении. Но если вариации в длине малозаметны, то отрезки должны сравниваться одновременно по два, прежде чем их можно будет расположить в такую серию. При этом наблюдается следующее. В среднем до 7 лет ребенок не в состоянии двигаться систематически; он сравнивает произвольно выбранные пары BD, AE, CG и т. д., а затем корректирует результаты. Начиная с 7 лет он использует систематический метод; сначала выбирает наименьший из элементов, потом наименьший из оставшихся и т. д. и таким путем легко строит серию[1]. Этот метод предполагает способность к координации двух инверсных отношений: $E>D, C, B, A$ и $E<F, G, H$, и т. д. Если мы через a обозначим отношение, выражающее различие между A и B, через b — различие между A и C, через c — между A и D, а через a' — различие между B и C, через b' — между C и D, через c' —

[1] См.: J. Piaget et A. Szeminska. La genèse du nombre chez l'enfant, ch. VI (русский перевод — в настоящем издании).

между D и E и т. д., то получим следующие операции:

$$a+a'=b;\ b+b'=c \text{ и т. д.}$$
$$b-a'=a;\ c-b'=b \text{ и т. д.}$$

На протяжении рассматриваемого периода появляются и другие системы, имеющие мультипликативный характер. Например, ребенок может классифицировать объекты, рассматривая их со стороны двух характеристик одновременно: площадь (A_1) или не-площадь (A'_1) и красное (A_2) или не-красное (A'_2). В этом случае можно построить таблицу с двойным входом, или матрицу; из умножения ее элементов получаются следующие 4 элемента:

$$B_1 \times B_2 = A_1A_2 + A_1A'_2 + A'_1A_2 + A'_1A'_2.$$

Аналогичным образом дети приобретают способность мультипликации отношений, употребляя таблицы различных типов, различные виды соответствия и т. д.

Эти различные системы логических операций очень важны, в частности, для построения понятия числа, времени, движения, а также для построения различных геометрических отношений (топологических, проективных и евклидовых)[1]. В этой связи особенно интересно проанализировать, как система положительных и отрицательных целых чисел и система линейных мер строятся в тесной связи с операциями классов и отношений, но на основе методов, которые порой существенно отличаются от соответствующих методов логики. Для поставленной нами цели, однако, рассмотрение деталей такого построения не является необходимым.

Важно подчеркнуть, что, несмотря на ряд достижений ребенка в логической технике в период конкретных операций, сам по себе этот период ограничен по сравнению с последующим периодом в двух существенных отношениях.

Первое из этих ограничений определяется недостаточно формальным характером операций этого уровня.

---

[1] См.: J. Piaget. Le développement de la notion de temps chez l'enfant. Paris, Presses Universitaires de France, 1946; J. Piaget. Les notions de mouvement et de vitesse chez l'enfant. Paris, Presses Universitaires de France, 1946; J. Piaget et B. Inhelder. La représentation de l'espace chez l'enfant. Paris, Presses Universitaires de France, 1947.

Формальные операции еще не полностью отделены от конкретных данных, к которым они применяются. Другими словами, операции развиваются последовательно в каждой предметной области, не достигая пока еще полной всеобщности. В результате происходит постепенное структурирование этих областей.

Когда, например, мы показываем ребенку два глиняных шарика одинаковой величины и веса и придаем одному из них форму колбаски или блина, то при этом возникает проблема сохранения трех типов: (1) содержит ли измененный шарик такое же количество вещества, как и прежде, (2) такой же вес, (3) такой же объем, измеряемый количеством вытесненной воды?

Сохранение вещества, которое в первый период при изменении воспринимаемой конфигурации отсутствовало (ребенок употребляет, например, такие аргументы, как «здесь больше глины, так как эта вещь длиннее» и «здесь меньше, так как она тоньше» и т. д.), для детей от 7 до 8 лет воспринимается как логическая необходимость и обосновывается следующими тремя аргументами: (а) предмет только удлинился (или укоротился) и легко можно восстановить его прежнюю форму (простая обратимость); (b) он удлинился, но то, что он приобрел в длине, он потерял в толщине (композиция отношений через обратимую композицию); (с) ничего не прибавлено и не убавлено (операция идентичности, приводящая снова к первоначальному положению,— продукт прямой и инверсной операций). Но те же самые дети отрицают сохранение веса по причинам, аналогичным тем, на которые ссылаются дети до 7 лет при отрицании сохранения вещества — длиннее, тоньше и т. д. Только к 9—10 годам они допускают сохранение веса, причем приводят в подтверждение те же три аргумента (а), (b), (с), формулируя их точно в таких же терминах. При этом, однако, обнаруживается, что дети этого возраста отрицают сохранение объема, делая это по тем же самым причинам, по которым они отрицали сохранение вещества и веса. Наконец, в возрасте 11—12 лет они опять употребляют аргументы (а), (b), (с), чтобы обосновать сохранение объема! [1]

Мы получим аналогичные результаты, если будем

---

[1] Для более полного знакомства см.: J. Piaget et B. Inhelder. Le développement des quantités chez l'enfant. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1941.

изучать сохранение вещества, веса и объема на других примерах[1], скажем, с растворением куска сахара или намачиванием жареной кукурузы в воде. Фактически же нам вполне достаточно однажды найти отсутствие соответствия. Например, дети от 7 до 8 лет могут расположить предметы в серию соответственно их длине или размеру, но обычно лишь к 9—10 годам они приобретают способность составлять серии по весу (ср. серию весов в тестах Бине-Симона). Транзитивный характер равенств в случае длин ребенок осознает в 7—8 лет, но для весовых отношений ту же транзитивность он понимает только к 9—10 годам, для объемов — к 11—12 годам.

Короче говоря, все области опыта (форма, пространство, вес и т. д.) поочередно преобразуются в структуры посредством группы конкретных операций, и постепенно происходит построение инвариантов (или понятий сохранения). Эти операции и инварианты не могут быть генерализованы сразу во всех областях, поэтому происходит постепенное структурирование различных предметных сфер с запаздыванием во времени на несколько лет для различных областей или содержаний. Это объясняет, почему конкретные операции не могут образовать систему формальной логики — они не полностью формализованы, ибо форма еще не полностью отделена от содержания.

Операциональные системы этого уровня ограничены и в другом отношении — они частичны. С помощью конкретных операций можно классифицировать, упорядочивать серии, получать равенства и устанавливать соответствия между объектами и т. д., не объединяя эти операции в единое *структурированное целое.* Именно последнее обстоятельство препятствует построению чистой формальной логики из конкретных операций. С психологической точки зрения это означает, что такие операции еще не вполне достигли равновесия; оно появится только на следующей стадии.

(4) **Пропозициональные, или формальные, операции (от 11—12 до 14—15 лет).** Последний период операционального развития начинается с 11—12 лет и приводит к состоянию равновесия в 14—15 лет, когда у ребенка формируется логика взрослого.

---

[1] Ibidem, ch. IV et seq.

На четвертой стадии операционального развития наблюдается появление нового свойства — способности мыслить гипотезами. Такое гипотетико-дедуктивное рассуждение является характерным для вербального мышления, характерным, между прочим, с той точки зрения, что оно создает возможность принять любые данные как нечто чисто гипотетическое и строить рассуждение относительно них. Представим себе, например, что ребенку дали прочесть следующий ряд бессмысленных предложений из теста Белларда (Ballard): «Я очень рад, что я не ем луковиц, так как, если я люблю их, я должен буду всегда есть их, а я ненавижу есть неприятные вещи». Если этот ребенок находится на уровне конкретного мышления, то он начнет критиковать исходные посылки: «луковицы не неприятны», «это неправильно не любить их» и т. д. Но если он находится на рассматриваемом нами уровне, то он принимает эти посылки без обсуждения и просто указывает на противоречие между «я люблю их» и «луковицы неприятны».

Субъект этого уровня оперирует гипотезами не только в вербальном плане. Появившаяся новая способность глубоко влияет на его поведение в лабораторных экспериментах. Когда ему дают один из приборов, которые употребляла моя коллега Б. Инельдер в проводившемся ею исследовании физического вывода[1], он действует с ним совсем не так, как действовал субъект на уровне конкретного мышления. Например, когда дан маятник и разрешено изменять длину и амплитуду его колебаний, его гири и первоначальные импульсы, то испытуемые в возрасте от 8 до 12 лет просто случайным путем подбирают факты, классифицируют их, строят серии и устанавливают соответствия между достигнутыми результатами. Испытуемые в возрасте от 12 до 15 лет пытаются после немногих проб сформулировать все возможные гипотезы относительно факторов, которые необходимо принимать в расчет, и затем упорядочивают свои эксперименты как функцию этих факторов.

Это новое отношение порождает ряд следствий. Во-первых, для установления или проверки действительных соотношений между предметами мысль более не дви-

[1] См.: B. Inhelder. Le raisonnement expérimental chez l'adolescent. «Proceedings and Papers of the Thirteenth International Congress of Psychology at Stockholm», 1951, p. 153.

жется от актуального к теоретическому, а сразу начинает с теории. Вместо точной координации фактов, относящихся к актуальному миру, гипотетико-дедуктивное рассуждение строит выводы из возможных положений и, таким образом, ведет к всеобщему синтезу возможного и необходимого.

Из этого следует, что логика субъекта относится теперь к высказываниям так же, как и к объектам. Таким путем строится группа пропозициональных операций, таких, как импликация $p \supset q$ (если..., то...), дизъюнкция $p \vee q$, несовместимость $p|q$ и т. д. Следует подчеркнуть, что это не просто новые лингвистические формы, выражающие уже известные на уровне конкретных операций соотношения между объектами. Эти новые операции, относящиеся к механизму доказательства, полностью изменяют отношение испытуемого к эксперименту. Б. Инельдер, например, смогла показать, что метод различия — когда единственный фактор варьируется во времени, а все остальные факторы не изменяются — появляется только к 12—15 годам[1]. Легко показать, что этот метод предполагает пропозициональные операции, поскольку он основывается на комбинаторной системе, возникающей из чего-то большего, чем простое установление конкретных отношений.

Логика высказываний особенно полезна тем, что она позволяет открыть новые возможные виды инвариантов, находящихся за пределами эмпирической проверки. Например, при изучении движения шаров различного веса и массы по горизонтальной плоскости некоторые подростки способны поставить проблему в терминах факторов сопротивления и покоя. Если q, r, s и т. д. — утверждения, выражающие сцепление, сопротивление воздуха и т. д., и если p — утверждение, выражающее тот факт, что шары стремятся к покою, то их рассуждение можно представить так:

$$p \supset (q \vee r \vee s \vee \ldots),$$

откуда $(\bar{q} \cdot \bar{r} \cdot \bar{s} \ldots) \supset \bar{p}$ (контрапозиция).

Следовательно, эта дедукция (контрапозиция импликации) приводит подростков к убеждению, что без вмешательства факторов, замедляющих движение шаров вплоть до их полной остановки (отсутствие таких фак-

---

[1] См.: B. Inhelder, ibidem, p. 154.

торов выражается посредством $\bar{q} \cdot \bar{r} \cdot \bar{s} \cdot ...$), движение должно продолжаться неопределенно долго ($\bar{p}$), что и представляет собой неявную форму принципа инерции.

Построение пропозициональных операций не является единственной характерной особенностью четвертого периода. При анализе этого уровня возникают интереснейшие психологические проблемы, которые связаны с появлением новой группы операций или «операциональных схем», не относящихся к логике высказываний. Подлинная природа таких схем далеко не очевидна.

Первая из этих операциональных схем относится к комбинаторным операциям (комбинации, перестановки, конгломераты). Во введении мы указывали на то, что дети начиная с 12 лет и старше способны строить всевозможные комбинации в эксперименте с вытаскиванием наугад цветных фишек из мешка. Можно было бы привести целый ряд других примеров на этот счет. Таков, в частности, прием, с помощью которого испытуемые в возрасте от 12 до 14 лет стараются всеми возможными способами осуществить соединение (n по n) пяти растворов различных бесцветных и не обладающих запахом химических соединений, из которых три дают определенным образом окрашенный продукт, четвертый меняет окраску, а пятый нейтрален. В то время как испытуемые предыдущего уровня просто случайно смешивают эти жидкости, испытуемые данного уровня стараются брать химические соединения систематически и сохранить строгий контроль над экспериментом.

Вторая операциональная схема — это пропорции. Из большого числа экспериментов различного типа в опытах с движением, геометрическими отношениями, вероятностью как функцией закона больших чисел, пропорциями между весом и расстоянием на двух сбалансированных плечах весов и т. д. мы пришли к заключению, что дети от 8 до 10 лет не могут обнаружить имеющиеся в этих случаях пропорциональные зависимости. В среднем от 11 до 12 лет дети строят качественную схему, которая очень быстро подводит их к метрическим соотношениям, часто даже без специального обучения этим последним в школе. Возникает вопрос: почему понимание пропорций возникает только на этом уровне, а не раньше?

Другая операциональная схема, строение которой может быть с пользой проанализировано, — это механическое равновесие, включающее равенство между действием и реакцией. В системе, где поршень оказывает давление на воду, содержащуюся в двух сообщающихся сосудах, испытуемый может понять принцип изменения уровня воды только на основе различения четырех процессов, очень легко описываемых в терминах операций. Увеличение давления в системе вызывается прибавлением груза — прямая операция (а); обратная операция (b) — уменьшение давления — вызывается снятием груза; реципрокная операция (с) — увеличивающееся сопротивление воды — объясняется возрастанием ее плотности; операция, обратная реципрокной (d), — уменьшение сопротивления в воде. Если подростки в возрасте от 14 до 15 лет легко различают эти четыре операции и правильно координируют их, то дети младшего возраста не понимают, что давление воды, определяемое ее уровнем в сосуде, противодействует давлению пресса.

Что касается операциональных схем, связанных с вероятностями, корреляциями, мультипликативными компенсациями и т. д., то достаточно лишь простого упоминания о них; вышеприведенные примеры показывают, как они могут быть переведены в логические операции.

Таким образом, четвертый период включает в себя два важных приобретения. Во-первых, логику высказываний, которая является формальной, независимой от содержания и представляет собой общую структуру, координирующую различные логические операции в единую систему. Во-вторых, серии операциональных схем, не имеющие очевидной связи ни друг с другом, ни с логикой высказываний.

III. ОПЕРАЦИОНАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

Мы рассмотрим теперь, можно ли, употребляя операциональную технику, которую дает нам логика, раскрыть (или построить этими средствами) структуры, соответствующие операциональным структурам психологии.

При попытке сравнить структуры мышления и структуры современной логики возникает трудность, подобная той, которая имеет место при сравнении интуитивной геометрии ребенка (или взрослого—неспециалиста) с аксиоматической геометрией Гильберта. Хотя в этом случае и имеется определенное соотношение, необходимо, однако, ввести промежуточные системы и отличать различные уровни формализации, для того чтобы сделать это соотношение ясным.

Когда стоит вопрос о формализации, сама логика может быть рассмотрена с двух различных точек зрения: (1) логика как *алгебра операций* со своими процедурами исчисления, своими структурами и т. д.; (2) *аксиоматическая логика* как наука об условиях истинности, или собственно теория формализации — так мы будем называть чистую, или формализованную, логику.

Аксиоматическая логика не пригодна для той особой цели, которую мы имеем в виду. Если мы хотели бы формализовать психологические *теории,* то такая логика была бы единственно подходящим методом, но у нас стоит иная задача, а именно — нахождение логических структур психологических или психических *фактов.* Для этой цели нельзя употреблять аксиоматическую или формализованную логику по следующим трем основным причинам.

Первая причина, которой, впрочем, одной было бы совершенно достаточно, заключается в том, что повседневное мышление взрослого человека не формализуемо. Мы согласны с Бернайсом, что только математическая мысль в ее наиболее развитых формах допускает формализацию, которая признавалась бы адекватной современными теориями аксиоматической логики. Отсюда следует, что мысль взрослого или ребенка a fortiori не формализуема.

Вторая причина состоит в том, что порядок, внутренне присущий аксиоматизации, в определенном отношении противоположен генетическому порядку построения операций. Например, с аксиоматической точки зрения логика классов выводится из логики высказываний, в то время как с генетической — пропозициональные операции происходят из логики классов и отношений. Аналогично, аксиомы при формализации предшествуют алгебраическому исчислению, в то время как генетически аксиомы есть продукт сознательной интуиции или рефлексии, определенной в первую очередь лежащими в ее основании операциональными механизмами.

Третья причина — аксиоматическая логика атомистична по своему характеру, и порядок ее доказательств с неизбежностью линеен. Формализованная теория начинается с атомизированных элементов (высказывания, классы, операции, независимые аксиомы, неопределяемые понятия и т. д.) и кончается замкнутой или полной системой, построенной из таких атомизированных элементов. Операциональные механизмы, напротив, имеют психологическое существование и образуют структурированные целые, элементы которых соединены в форму циклической системы, не сводимой к линейной дедукции. Фактически здесь мы имеем дело с чем-то сходным с системой биологической организации, а не с линейным порядком доказательства.

Таким образом, в нашем исследовании интеллекта и его развития мы должны начать с собственно операциональных структур.

Перечисленные три трудности заставляют ввести между атомистической логикой и психологией нечто среднее — «психо-логику» или «логико-психологию», относящуюся к собственно логике и психологии точно так же, как математическая физика относится к чистой математике и экспериментальной физике.

Физика — в основном экспериментальная наука, имеющая дело исключительно с изучением материального мира, и ее критерием истины является соответствие с эмпирическим фактом. Математика же не основывается на эксперименте и не объяснима ссылками на физические факты; это — формальная наука, где единственным критерием истинности является внутренняя непротиворечивость, присущая строгой дедуктивной системе. Необходимость объяснения в физике сама по себе ведет к применению математики в физике, и таким образом появляется математическая физика, имеющая своим предметом построение дедуктивной теории, объясняющей экспериментальные открытия.

Не проводя эту параллель слишком далеко и не скрывая тот факт, что психология отстала от физики на несколько веков, мы можем утверждать, что, подобно физике, имеется экспериментальная наука, предмет изучения которой — развитие интеллекта, и ее критерием истинности также является соответствие с эмпирическим фактом. И с другой стороны, имеется логика, базирующаяся на аксиоматическом методе, т. е. формальная наука, единственным критерием истины которой выступает дедуктивная строгость.

Необходимость объяснительных схем в психологии ведет нас к применению в ней аксиоматической логики и, таким образом, к построению психо-логики[1]. Ее задачей является построение средствами алгебры логики дедуктивной теории, объясняющей некоторые экспериментальные открытия психологии, а не обоснование логики на основе психологии.

Учитывая все вышесказанное, мы попытаемся теперь построить логические или алгебраические схемы, не заботясь об аксиоматических требованиях формализованной логики, а просто применяя два следующих критерия: (1) эти схемы должны быть логически значимыми; (2) они должны иметь адекватное применение к данным экспериментальной психологии[2].

Для построения таких схем необходимо начать с наиболее *элементарных* структур (их не следует путать с наиболее общими структурами), а затем показать, посредством какого рода операций из таких структур выводятся структуры более высокого порядка. Мы начнем рассмотрение с первых появляющихся в интеллектуальном развитии ребенка операциональных структур (период 3: конкретные операции) и постараемся выявить соответствующие им алгебраические структуры, затем перейдем к пропозициональным структурам и в конце вернемся к дооперациональным структурам.

Элементарные «группировки». Операции классов и отношений на уровне конкретных операций соответствуют простым структурам, которые мы называем элементарными группировками; они явно ограничены в своем действии по сравнению со структурами в алгебраическом смысле или группами, характеризующими пропозициональные операции или операции классов и отно-

---

[1] Н. Исаакс в своей рецензии на мою работу «Traité de logique» (см. «British Journal of Psychology», 1951, стр. 185—188) предложил придать термину «психо-логика» именно это значение. Я думал, что это правильно, но, к сожалению, во время написания «Логического трактата» я не вполне осознавал необходимость этих трех дисциплин.

[2] См.: J. Piaget. La logique axiomatique ou pure, la logique opératoire ou psychologique, et les réalités auxquelles elles correspondent. «Methodos», vol. IV, 1952, p. 72—84.

шений в их наиболее общей форме (булева алгебра и т. д.).

Простая классификация (A включено в B, B включено в C и т. д.), например, основана на системе, определяемой следующими пятью операциями:

(1) $A+A'=B$; $B+B'=C$ и т. д.
(где $A\times A'=0$; $B\times B'=0$ и т. д.) *(композиция)*

(2) $-A-A'=-B$ и т. д.,
откуда $A=B-A'$ и $A'=B-A$ *(инверсия)*

(3) $A-A=0$ *(идентичность)*

(4) $A+A=A$, откуда $A+B=B$ *(тавтология)*

(5) $A+(A'+B')=(A+A')+B'$,
но $A+(A-A)\neq(A+A)-A$ *(ассоциативность)*

Мы видим, что такие соединения элементов в классы могут быть выполнены только *совместно*, так сказать, посредством последовательных включений и как функции частичных дополнений A', B' и т. д. Сошлемся на пример: $A'+C'=D-A-B'$.

Аналогично в зоологической классификации (которая основана на точно таких же схемах) сложение классов «воробьи» и «улитки» не приведет к какому-либо новому элементарному классу, так как эти классы взаимно исключают друг друга. Единственное значение, которое может иметь такое сложение, заключается в следующем: «класс позвоночных, исключая все другие классы, кроме птиц, и исключая всех птиц, кроме воробьев» + «класс беспозвоночных, исключая все другие классы, кроме моллюсков, и исключая всех моллюсков, кроме улиток».

Структура элементарной группировки является полуструктурой в алгебраическом смысле, так как *пересечение* классов одного порядка всегда дает 0: $A\times A'=0$; $B\times B'=0$ и т. д.

Поскольку ассоциативность такой группировки неполная, то она образует неполную группу, ограниченную тавтологической операцией $A+A=A$.

Сериация асимметричных транзитивных отношений (или система сериального порядка) имеет аналогичную структуру, что хорошо видно, если обозначить посредством a, b, c и т. д. различия в соответствующем порядке между первым элементом серии (A или 0) и каждым последующим, а посредством a', b', c' и т. д. — различия между каждым элементом в серии и его непосредственно последующим (т. е. между каждой парой элементов). В результате мы получаем: $a+a'=b$; $b+b'=c$ и т. д. и $b-a'=a$ и т. д.

В мультипликативной группировке, такой как бинарное умножение классов, система определяется следующими операциями:

(1) $A_1 \times A_2 = A_1A_2$;

$B_1 \times B_2 = A_1A_2 + A_1A'_2 + A'_1A_2 + A'_1A'_2$ и т. д. *(композиция)*

(2) $B_1B_2 : B_2 = B_1$ (где $:B_2$ означает «исключение B_2») *(инверсия)*

(3) $B_1 : B_1 = Z$ (где Z — наиболее общий класс системы, полученный в результате элиминирования включения B_1) *(идентичность)*

(4) $B_1B_2 \times A_1A_2 = A_1A_2$ *(тавтология)*

(5) *ассоциативность* ограничена операцией (4)

Таким образом, в данном случае *объединение* (между составляющими классами) не является общим, и поэтому мы не имеем полной структуры в алгебраическом смысле.

Базируясь на вышесказанном, можно построить четыре группировки классов и четыре группировки отношений, выражающих целостность операций на психологическом уровне конкретных операций. Нет необходимости рассматривать эти группировки детально[1], но стоит отметить, что в этих группировках появляются две совершенно различные формы обратимости.

(а) *Инверсия* заключается в отрицании класса $(-A)$ или включения $(:A)$. Продуктом операции и ее инверсии является, следовательно, или нулевой класс $(A-A=0)$, или наиболее общий класс системы ($A:A=$ $=Z$, следовательно, A является подразделением Z и, если это подразделение исключить, мы опять вернемся к Z).

---

[1] По этому поводу см. нашу работу: J. Piaget. Traité de logique. Paris, A. Colin, 1950.

(b) *Реципрокность* состоит в исключении не класса и не включения (подразделения), а различия. Продукт прямой и реципрокной операций дает не нулевой класс и не универсальный класс, а отношение эквивалентности: $(A<B)+(A>B)=(A=B)$. Реципрокность выражается на языке инверсии (по отношению к сериации) путем $a-a=0$. Если a представляет различие (например, $A<B$), тогда 0 представляет нулевое различие, и мы снова получаем эту же эквивалентность.

Инверсия есть форма обратимости, относящаяся к операциям над классами, а реципрокность — форма обратимости, относящаяся к операциям над отношениями. Группировки, представленные на уровне конкретных операций, не объединяют этих двух видов обратимости в единую систему. С точки зрения психического развития инверсия (отрицание или исключение) и реципрокность (симметрия) образуют два типа обратимости, начальные формы которых уже видны на более низких уровнях развития. На уровне конкретных операций они появляются в форме двух различных операциональных структур (группировки классов и группировки отношений), а окончательно образуют единую систему на уровне пропозициональных операций.

Переход от элементарных группировок классов и отношений к пропозициональным структурам. Мультипликативная группировка классов, например $A_1 \times A_2 = A_1A_2$; $B_1 \times B_2 = A_1A_2 + A_1A'_2 + A'_1A_2 + A'_1A'_2$, и т. д., возникает из произведения двух простых классификаций. Если высказывание p соответствует A_1, высказывание $q - A_2$, $\bar{p} - A'_1$ и $\bar{q} - A'_2$, тогда умножение $B_1 \times B_2$ соответствует:

для классов:

$$(A_1+A'_1)\times(A_2+A'_2)=A_1A_2+A_1A'_2+A'_1A_2+A'_1A'_2;$$

для высказываний:

$$(p \vee \bar{p})\cdot(q \vee \bar{q})=(p\cdot q) \vee (p\cdot\bar{q}) \vee (\bar{p}\cdot q) \vee (\bar{p}\cdot\bar{q});$$

номер произведения: *1* *2* *3* *4*

Пропозициональные операции, таким образом, строятся простым комбинированием n на n этих четырех основных конъюнкций. В результате из нижеприведенных комбинаций (записанных в цифровой форме) получаются 16 бинарных операций двузначной пропозициональной логики:

0, 1, 2, 3, 4, 12, 13, 14, 23, 24, 34, 123, 124, 134, 234 и *1234*.

Элементарные группировки отличаются от группировок более высокого порядка, составляющих систему пропозициональных операций, фактически тем, что в основании последних лежит комбинаторная система. Элементарные же группировки еще не имеют полностью комбинаторного характера; например, мультипликативные группировки классов или отношений основаны только на произведении элементов 2 по 2 или 3 по 3 и т. д., а не на комбинациях между полученными произведениями (от 1 до 4 или от 1 до 9 и т. д.); в этом случае из произведений от 1 до 4 образуются 16 бинарных пропозициональных операций. Другой способ выражения основного различия между этими двумя типами структур заключается в том, что элементарные группировки основаны только на простых множествах (включающие друг друга классы $A<B<C$ и т. д.) или на множествах, полученных в результате произведения (мультипликативные классы A_1A_2; $A_1A'_2$ и т. д.), в то время как основу пропозициональных структур составляет то, что в теории множеств называется *множеством всех подмножеств,* при этом комбинации берутся n по n из множеств, полученных в результате произведений.

Мы могли бы, конечно, без труда построить с помощью одних классов такую комбинаторную систему, т. е. *множество всех подмножеств*. Однако в случае мыслительных операций конкретного уровня такая конструкция отсутствует, и именно поэтому комбинаторные операции не включаются в элементарные группировки.

Мы можем далее поставить вопрос, какие же операции порождают комбинации, делающие возможным переход от элементарных группировок к *множеству всех подмножеств,* характеризующему пропозициональные операции. Если мы желаем построить алгебраические структуры, изоморфные структурам мышления, то мы не можем просто ввести новую операцию задним числом. Она должна быть объяснена как функция предшествующих операций.

Пока же комбинаторная система выступает у нас только как обобщение классификации, примененной к мультипликативным произведениям *1, 2, 3* и *4*. В классификации $A_1+A'_1=B$ мы можем заместить дополнительный класс A'_1 (если A'_1 не есть 0) классом A_2 и класс A_1 дополнительным по отношению к A_2 классом A'_2, так что ($<$ обозначает включение):

$$A_1+A'_1=A_2+A'_2=B, \text{ где } A_2<A'_1 \text{ и } A_1<A'_2.$$

Эта операция, которую мы назовем *замещением* (vicariance), приводит к группировке, имеющей место уже на уровне конкретных операций, например: «(французы+не французы) = (китайцы+не китайцы) = (все люди)». Применяя операцию замещения к классификации произведений $p\cdot q$; $p\cdot\bar{q}$; $\bar{p}\cdot q$ и $\bar{p}\cdot\bar{q}$ для всех возможных случаев, мы получим комбинаторную систему n по n и *множество всех подмножеств.*

Можно, следовательно, утверждать, что именно специфическая комбинаторная структура пропозициональных операций образует группировку второго порядка, которая состоит в применении классификации, обобщенной посредством замещения множества произведений мультипликативной группировки. Говоря другими словами, элементарные группировки — это группировки первого порядка; они состоят из: (a) простых классификаций, (b) замещений или реципрокных подстановок внутри классификаций и (c) умножения двух или n классификаций. Комбинаторная структура пропозициональных операций, где операции (a) и (b) применяются к произведениям операций (c), — это группировка второго порядка; она, следовательно, имеет более общий характер и относится к более поздним психическим структурам.

Пропозициональные структуры. По сравнению с элементарными группировками, являющимися полуструктурами и неполными группами, *множество всех подмножеств*, на котором основываются пропозициональные операции, является одновременно полной структурой в алгебраическом смысле и группой. Таким образом, структура и группа объединяются в единую систему, которая подчиняется законам группировок, и поскольку это группировка второго порядка, то в ней отсутствуют ограничения, отмеченные выше (совместность и т. д.).

Нет необходимости подчеркивать тот факт, что в такой структуре объединением является $(p\vee q)$, а пересечением $(p\cdot q)$.

До сих пор групповым аспектом структуры пропозициональных операций в общем пренебрегали. В настоящее время эта структура является предметом пристального внимания, в частности, выделены законы группы четырех преобразований, которые имеют большое значение с точки зрения операциональных механизмов.

Действительно, такая операция, как $(p \vee q)$, имеет отличную от нее инверсию N — $(\bar{p} \cdot \bar{q})$, которая представляет собой по отношению к множеству $(p \cdot q) \vee \vee (p \cdot \bar{q}) \vee (\bar{p} \cdot q) \vee (\bar{p} \cdot \bar{q})$ дополнение к операции $(p \vee q)$. Операция $(p \vee q)$ имеет также реципрокную операцию R (либо отличающуюся от нее, либо нет); реципрокная операция — это та же самая операция, только она имеет место не между самими высказываниями, а между их отрицаниями. В случае $(p \vee q)$ реципрокная операция отличается от исходной операции и представляет собой $(\bar{p} \vee \bar{q})$, или, по-иному, (p/q). Наконец, для $(p \vee q)$ имеется коррелятивная операция C (которая также может либо отличаться от прямой операции, либо нет); она получается из перестановки в соответствующей нормальной форме знаков $(\vee)$ и $(\cdot)$; в разбираемом случае коррелятивной операцией является $(p \cdot q)$. Если к этим трем преобразованиям прибавить еще тождественное преобразование (I), то все они совместно образуют коммутативную группу:

(1) $CR=N$; $RN=C$; $NC=R$ и (2) $NRC=I$.

Другие примеры:

1. Если

$$I=(p \supset q),$$

тогда

$$N=(p \cdot \bar{q});\ R=(q \supset p);\ C=(\bar{p} \cdot q).$$

2. Если

$$I=(p=q),$$

тогда

$$N=(p\mathrm{w}q);\ R=(\bar{p}=\bar{q})=(p=q);$$

$$C=(\bar{p}\mathrm{w}\bar{q})=(p\mathrm{w}q) \text{ и т. д.}$$

(где w символизирует реципрокное исключение $p=\bar{q}$ и $\bar{p}=q$).

Таким образом, две формы обратимости — инверсия (N) и реципрокность (R) — объединяются в группировке второго порядка в единую систему, в то время как те же самые формы обратимости остаются разъединенными в сфере элементарных группировок.

Чтобы выяснить тесную связь между структурным и групповым аспектами пропозициональных операций, нужно упорядочить эти операции в единой таблице. Элементы этой таблицы (пронумерованные горизонтально, начиная с левого верхнего угла) образуются из четырех (унарных) операций: $q \cdot \bar{q} = (0)$; q; $\bar{q}$; $q \vee \bar{q}$, умноженных на p или на $\bar{q}$:

1. (0)	2. $(p \cdot q)$	3. $(p \cdot \bar{q})$	4. $p(q \vee \bar{q})$
5. $(\bar{p} \cdot \bar{q})$	8. $(p \cdot q) \vee (\bar{p} \cdot \bar{q})$	11. $(p \cdot \bar{q}) \vee (\bar{p} \cdot \bar{q})$	14. $(q \supset p)$
6. $(\bar{p} \cdot q)$	9. $(p \cdot q) \vee (\bar{p} \cdot q)$	12. $(p \cdot \bar{q}) \vee (\bar{p} \cdot q)$	15. $(p \vee q)$
7. $\bar{p} \cdot (q \vee \bar{q})$	10. $(p \supset q)$	13. (p/q)	16. $(p \cdot q) \vee (p \cdot \bar{q}) \vee$ $\vee (\bar{p} \cdot q) \vee (\bar{p} \cdot \bar{q})$

Легко увидеть, что:

(1) Каждый элемент от 8-го до 16-го является логической суммой ($\vee$) — верхнего элемента из этой же самой колонки и крайнего слева элемента своей строчки, например:

$$8(p = q) = 2(p \cdot q) \vee 5(\bar{p} \cdot \bar{q})$$ [1].

(2) Элементы 1, 2, 3, 5, 8, 11, 6, 9 и 12 являются логическим произведением ($\cdot$) крайнего справа элемента своей строчки и нижнего элемента своей колонки, например:

$$8(p = q) = 14(q \supset p) \cdot 10(p \supset q).$$

(3) Каждый элемент имеет свою инверсию (N), симметричную относительно центра таблицы, например:

$$2(p \cdot q) \text{ и } 13(p|q) \text{ или } 14(q \supset p) \text{ и } 6(\bar{p} \cdot q).$$

(4) Каждый элемент имеет реципрокный элемент (R), симметричный относительно диагонали (т. е. 1, 8, 12 и 16), например:

$$14(q \supset p) \text{ и } 10(p \supset q).$$

(5) Каждый элемент имеет коррелятивный элемент (C), симметричный относительно диагонали (т. е. 7, 9, 11 и 4), например:

$$2(p \cdot q) \text{ и } 15(p \vee q).$$

(6) Все элементы диагонали (т. е. 1, 8, 12 и 16)

[1] Следует учитывать, что Ж. Пиаже использует знак «=» как для обозначения отношения равенства, так и для обозначения логической эквивалентности.— *Ред.*

имеют свойства $I=R$ и $C=N$. Например, R восьмого элемента есть сам восьмой элемент, а N восьмого элемента является двенадцатый элемент, который одновременно выступает и как его C.

(7) Все элементы диагонали (т. е. 7, 9, 11 и 4) имеют свойства $I=C$ и $R=N$. Например, N девятого элемента является одиннадцатый элемент, который является также и его R, а C девятого элемента есть сам девятый элемент.

Можно построить аналогичную таблицу с теми же семью свойствами (и, кроме того, некоторыми другими) с помощью 256 тернарных операций, посредством 65 536 катернарных операций и т. д.[1].

Из группы $INRC$ можно вывести систему *логических пропорций* (ограниченных группой преобразований и без введения тавтологических операций $p \cdot p=p$ или $p \vee p=p$).

Мы будем говорить, что четыре операции α, β, γ и δ являются пропорциональными, если имеется:

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta} \text{ при (1) } \alpha \cdot \delta=\beta \cdot \gamma \text{ и (2) } \alpha \vee \delta=\beta \vee \gamma$$

и когда в этих двух уравнениях мы можем переносить элементы из одной стороны в другую, трансформируя $(\vee x)$ в $(\cdot \bar{x})$ или $(\cdot x)$ в $(\vee \bar{x})$.

Отсюда мы получаем свойства (3—6), выводимые из (2), и свойства (7—10), выводимые из (1):

(3) $\alpha \cdot \bar{\beta}=\gamma \cdot \bar{\delta}$; (6) $\bar{\alpha} \cdot \gamma=\bar{\beta} \cdot \delta$; (9) $\bar{\alpha} \vee \beta=\bar{\gamma} \vee \delta$;

(4) $\alpha \cdot \bar{\gamma}=\beta \cdot \bar{\delta}$; (7) $\alpha \vee \bar{\beta}=\gamma \vee \bar{\delta}$; (10) $\bar{\alpha} \vee \gamma=\bar{\beta} \vee \delta$.

(5) $\bar{\alpha} \cdot \beta=\bar{\gamma} \cdot \delta$; (8) $\alpha \vee \bar{\gamma}=\beta \vee \bar{\delta}$;

Теперь легко обнаружить, что четыре операции, между которыми имеют место соотношения I, N, R и C, всегда удовлетворяют этим условиям:

$$\frac{I}{R}=\frac{C}{N},$$

например:

$$\frac{p \vee q}{p \mid q}=\frac{p \cdot q}{\bar{p} \cdot \bar{q}},$$

[1] Подробнее см.: J. Piaget. Essai sur les transformations des opérations logiques. Les 256 opérations ternaires de la logique bivalente des propositions. Paris, Presses Universitaires de France, 1952.

откуда

(1) $(p \vee q)\cdot(\bar p \cdot \bar q) = (p|q)\cdot(p\cdot q) = 0;$

(3) $(p \vee q)\cdot(\overline{p|q}) = (p\cdot q)\cdot(\overline{\bar p\cdot\bar q}) = (p\cdot q).$

Пропорциональность может быть распространена также и на элементы, между которыми нет отношений I, N, R и C, при условии, что в этом случае применяется группа преобразований. Например, если мы прибавили $(\cdot\bar x)$ к δ, то к α можно прибавить $\vee(x)$, но только в том случае, когда x не имеет общей части с α. Аналогично, если $(\cdot\bar x)$ исключено из δ, то $(\vee x)$ может быть исключено из α при условии, что x есть целая часть α.

Из $\frac{p\vee q}{p\cdot q} = \frac{\bar p\vee\bar q}{\bar p\cdot\bar q}$ можно, следовательно, вывести $\frac{p}{q} = \frac{\bar q}{p}$, элиминируя $(\vee q)$ из α и $(\cdot\bar q)$ из δ или элиминируя $(\vee\bar p)$ из γ и $(\cdot p)$ из β.

Точно таким же образом из сформулированных условий может быть выведена система реципрокных пропорций:

$$\frac{\alpha}{\beta} = R\,\frac{\gamma}{\delta},\ \text{если}\quad \begin{array}{ll} (1) & \alpha\cdot\delta = R(\beta\cdot\gamma); \\ (2) & \alpha\vee\delta = R(\beta\vee\gamma); \\ (3) & \alpha\cdot C\beta = R(\gamma\cdot C\delta);\ \text{и т. д.} \end{array}$$

Например, $\frac{p}{q} = R\,\frac{\bar p}{\bar q}$, так как $p\cdot\bar q = R(\bar p\cdot q)$ и $(p\cdot q) = R(\bar p\cdot\bar q)$, и т. д.

Следует отметить, что унарные пропорции соответствуют числовым пропорциям:

$$\frac{p}{q} = \frac{\bar p}{\bar q}\ \text{соответствует}\ \frac{nx}{ny} = \frac{n:y}{n:x}\ \text{и}$$

$$\frac{p}{q} = R\,\frac{\bar p}{\bar q}\ \text{соответствует}\ \frac{nx}{ny} = \frac{x:n}{y:n}.$$

Наконец, мы должны отметить, что из пропорции $\frac{I}{C} = \frac{R}{N}$ с помощью предшествующих преобразований и дедукций мы легко можем получить следующую хорошо известную пропорцию теории структур:

$$\frac{x \cdot y}{x} = \frac{y}{x \vee y},$$

например:

$$\frac{p \cdot q}{\bar{p}} = \frac{q}{p \vee q}.$$

Эта пропорция имеет точно такие же свойства, как и пропорция $\frac{I}{C} = \frac{R}{N}$, естественно подчиненные в данном случае условию утверждения:

$$p = (p \cdot q) \vee (p \cdot \bar{q}) \text{ и } q = (p \cdot q) \vee (\bar{p} \cdot q).$$

Нетрудно было бы выделить много других свойств рассматриваемой объединенной группы и структуры, особенно в случае 256 тернарных операций, которые имеют целый ряд других преобразований. Однако для объяснения интеллектуальных операций, описанных в разделе II, вполне достаточно вышеприведенного материала.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ. ПСИХОЛОГИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Мы описали в разделе II операциональные структуры с психологической точки зрения, а в разделе III проанализировали определенное число структур в терминах алгебры логики, однако мы еще должны выяснить соответствие между этими двумя системами и объяснить, как алгебраические структуры могут быть применены в психологическом исследовании. Для этой цели удобнее всего начать со структур более высокого порядка, с тем чтобы затем вернуться к рассмотрению более простых структур.

Пропозициональные структуры. Для полного анализа этих структур необходимо показать, что 16 бинарных операций двузначной пропозициональной логики имеют место в интуитивном мышлении подростков в возрасте 12—15 лет. Однако нет необходимости приводить здесь примеры, так как мы уже показали, что делают подростки, фактически употребляя эти 16 бинарных операций и некоторое число тернарных операций или операций высшего порядка.

Отметим далее, и это чрезвычайно важно, что ребенок в возрасте от 12 до 15 лет может переходить от любой из этих операций к любой другой, в то время как дети в возрасте от 7 до 11 лет при решении индуктивных проблем в физике (например, при решении задач в эксперименте Инельдер) строго ограничены рамками экспериментальных данных. Они классифицируют, распределяют данные в серии, устанавливают соответствия между ними и т. д., но не способны абстрагироваться от принятых во внимание факторов и не могут встать на путь систематического экспериментирования. Подросток же после нескольких предварительных попыток старается раскрыть все возможные комбинации так, чтобы выбрать из них истинные и отбросить ложные. Осуществляя такой отбор, он интуитивно строит комбинаторную систему и, опираясь на нее, часто переходит от одной пропозициональной операции к другой. Метод решения в каждой проблемной ситуации состоит в этом случае в выборе истинной комбинации (или комбинаций) из целого множества возможных комбинаций.

Пропозициональные операции не появляются в мышлении подростка как не связанные друг с другом дискретные операции, а образуют систему, или *структурированное целое.* В силу этого нашей задачей и является выяснение того, каким образом эта структура дана субъекту.

Мы уже подчеркивали тот факт, что логика высказываний исходит из возможного (т. е. теоретического) и развивается в направлении к актуальному, при этом существо ее заключается в отборе истинных высказываний. Этот факт ведет к очень простой гипотезе о психологическом значении пропозициональных операций и, следовательно, к показу пути появления в мышлении ребенка таких *структурированных целостностей,* как структура или группа *INRC*, выражающих специфические особенности этих операций.

Если же не принять эту гипотезу, то возникает вопрос: какое иное объяснение можно дать этим структурам? Согласно первой гипотезе, они могут рассматриваться как совокупный продукт прошлого опыта. Такая интерпретация представляется невозможной, поскольку дети полностью не осознают себя, подросток не осознает системы пропозициональных операций. Он неосознанно употребляет эти операции, но не в состоянии перечислить их; он не рефлектирует над ними или их соотношениями и в лучшем случае только подозревает, что они составляют систему. Он не подозревает об этом так же, как в пении или свисте он не видит законов гармонии. И точка зрения, по которой такие неосознанные структуры являются суммированием прошлого опыта, представляется, следовательно, совершенно неприемлемой.

Можно выдвинуть вторую гипотезу, утверждающую, что такие структуры даны рассудку a priori и что такие формы, если они существуют, могут оставаться неосознанными и тем не менее влиять на развитие мысли. Но если мы действительно имеем здесь дело с *априорными* формами, то почему же эти формы впервые появляются на столь поздней ступени развития?

Согласно третьей гипотезе, можно объяснить появление этих структур в результате сравнительно позднего созревания некоторых нервных связей (мы знаем, например, что возможно применение пропозициональных операций к физиологическим системам) [1]. Но если логические *структурированные целые* существуют как готовые пути в нервной системе, то они должны появиться в процессе мышления в своей целостности, однако этого просто нет — только определенные части таких структур актуализируются, остальные же остаются в форме возможных преобразований.

Мы приходим, таким образом, к нашей четвертой и последней гипотезе, уже рассмотренной выше, согласно которой структура и группа *INRC* рассматриваются как образования, специфичные для форм равновесия, достигнутых в результате деятельности мышления. Сначала эти структуры появляются психологически в форме небольшого числа конкретных операций; при этом наиболее важно то, что сами эти операции уже обеспечивают поле возможных преобразований.

Необходимо напомнить, что состояние равновесия —

[1] См.: W. S. Mc Culloch and W. Pitts. A Logical Calcula of the Ideas Immanent in Nervous Activity. «Bulletin of Mathematical Biophysics», vol. 5, 1943, pp. 115—133 (русский перевод — в сборнике «Автоматы». ИИЛ, 1956).

это такое состояние, при котором всевозможные преобразования, совместимые с отношениями системы, компенсируют друг друга. С психологической точки зрения логические структуры точным образом соответствуют этой модели. С одной стороны, эти структуры появляются в форме множества возможных преобразований, содержащих все операции, которые можно выполнить, если исходить из небольшого числа актуально сформировавшихся операций. С другой стороны, эти структуры принципиально обратимы, т. е. возможные преобразования, которые они допускают, всегда самокомпенсированы, что является следствием инверсий и реципрокностей.

Таким образом, мы можем объяснить, почему субъект, действуя с такими структурами, не осознает их. Начав с актуально сформировавшейся пропозициональной операции и стараясь выразить особенности данной ситуации посредством такой операции, субъект не может двигаться дальше произвольным путем. Он находится, так сказать, в силовом поле, которое управляется законами равновесия, поскольку доведенные до своего конца преобразования или операции определены не только обстоятельствами непосредственного прошлого, но и законами целостного операционального поля, в котором эти прошлые обстоятельства составляют только часть.

Мы можем теперь понять парадокс, возникающий из одновременного возникновения операциональных схем (таких, как комбинации, пропорции, схема механического равновесия) и пропозициональных операций, связь между которыми остается не обнаруженной субъектом. Психолог не может понять происхождение их, если он игнорирует алгебраические структуры. Поэтому операциональные схемы должны быть рассмотрены как актуализированные структуры, обладающие разнообразными возможностями, что имплицитно содержится в *структурированном целом,* т. е. в форме равновесия пропозициональных операций.

Математические комбинаторные операции формируются систематически, каждый раз, когда это требуется соответствующей ситуацией или проблемой. Координируя экспериментальные данные и особенно выбирая из всех возможных пропозициональных операций те, которые соответствуют применяемому способу упорядочивания данных, субъект действует с подразумеваемой комбинаторной системой. Подразумеваемая структурой пропозициональных операций комбинаторная система возникает в результате абстракции от операциональных конструкций, интуитивно достигнутых субъектом. Отсюда вытекает и то, что эта система не случайно появляется на том же самом уровне интеллектуального развития, что и логика высказываний.

Понятие механического равновесия усваивается также только в этот период развития, за исключением того случая, когда все данные наглядно представлены в интуитивно простой системе. Мы видели в разделе II, что дети затрудняются в различении следующих четырех преобразований: усиление или ослабление действия и усиление или ослабление реакции. Реакция (например, сопротивление воды давлению поршня) понимается маленькими детьми не как явление, по смыслу своему противоположное действию, а как сама по себе действующая сила (давление на жидкость большее, если она поднимается). Чтобы решить эту задачу, ребенок должен координировать инверсные операции (усиление и ослабление действия или реакции) и реципрокные операции. Реакция, понимаемая как равная действию, но взятая в инверсном смысле, является фактически типичным примером отношения реципрокности. Тогда естественно предположить, что способность координирования этих инверсий и реципрокностей в единую систему основывается на понимании логических отношений инверсии (N) и реципрокности (R), откуда следует группа $INRC$. Реципрокность на самом деле может привести к точно такому же результату, что и инверсия, при этом эти операции не смешиваются; аналогично, инверсия реципрокности (C) может иметь точно такой же результат, как и тождественная трансформация (I), при этом, как и в предыдущем случае, не происходит смешения этих операций. Выше высказанное хорошо подтверждается тем, что после многочисленных неудач в предшествующие периоды дети в возрасте 12—15 лет способны координировать четыре преобразования $INRC$ при решении совершенно различных задач. Возьмем в качестве примера понимание отношений движения, т. е. предсказание изменений в положении движущегося тела к собственному окружению и по отношению к фиксированной системе (например, изменение положения улитки на движущейся доске)[1]. Анализ этого примера приводит к мысли о том, что все происходит так, как если бы усвоение логики высказываний происходило бы параллельно пониманию группы *INRC*, конечно, *не абстрактно*, а применительно к различным задачам.

Мы уже отмечали, что важнейшее применение эта «групповая» логика находит в схеме логической пропорциональности. Еще раз следует подчеркнуть, что эта схема возникает на том уровне развития, когда дети начинают понимать математические пропорции. Несомненно, можно было бы выдвинуть такое возражение: поскольку математические пропорции являются равенствами между двумя соотношениями, то они значительно проще, чем пропозициональные пропорции и, следовательно, могут быть построены совершенно независимо от них. Однако в этой связи следует указать на следующие факты. Если ребенок хорошо понял математическое понятие без помощи системы пропозициональных операций, то не видно причин, почему бы это математическое понятие не могло бы быть включено в его мышление на уровне конкретных операций, поскольку понятие дроби является производным от отношения включения, а равенство дробей представляет собой лишь добавочную трудность тривиального порядка.

Во всех проанализированных нами примерах схемы пропорциональности понимаются только на уровне пропозициональных операций. Более того, все такие системы пропорций, открываемые ребенком для себя, без обучения, открываются лишь средствами логической качественной схемы. Ребенок начинает с фиксации некоторых компенсаций или эквивалентностей; например, увеличение веса при сохранении неизменным расстояния от точки вращения или увеличение расстояния при неизменном весе. В этих случаях ребенок, координируя инверсии и реципрокности, достигает качественного понимания пропорции, которое проверяется измерением, и, таким образом, в конечном счете усваивается метрическая пропорция.

Если это так, то тогда предметом нашего объяснения должна стать предвосхищающая качественная схе-

---

[1] См.: J. Piaget. Les notions de mouvement et de vitesse chez l'enfant. Paris, Presses Universitaires de France, 1946.

ма, благодаря которой мы убеждаемся, что психологически пропорциональность начинается с логической схемы $\frac{p}{q}=\frac{\bar{q}}{\bar{p}}$ или $\frac{p}{q}=R\frac{\bar{p}}{\bar{q}}$, что в свою очередь основано на группе $INRC$.

Вышеприведенная интерпретация станет более понятной, если мы привлечем к рассмотрению тот факт, что во многих областях своей деятельности дети в возрасте от 12 до 14 лет, не обращаясь к измерению или другим количественным операциям, достигают качественных схем, а именно «мультипликативных компенсаций», весьма сходных с пропорциями. Можно поставить вопрос: почему в случае изменения формы предмета понятие сохранения объема вырабатывается в общем виде только к 12 годам? Причина этого в том, что увеличение в одном протяжении компенсируется соответствующим уменьшением в двух других, в соответствии с мультипликативной системой, подразумевающей пропорциональность. Таким образом, вывод и в этом случае зависит от предвосхищающей схемы, связь которой с предыдущими схемами вполне очевидна.

Можно привести и другие примеры: комбинаторные вероятности (предполагающие такие комбинации, где возможность и действительность берутся совместно), корреляции (основанные на квантификации четырех конъюнкций $p \cdot q$; $p \cdot \bar{q}$; $\bar{p} \cdot q$; $\bar{p} \cdot \bar{q}$) и т. д.

Однако в данной работе нет необходимости детально рассматривать эти примеры.

Проделанный анализ дает основания для следующего заключения: построение пропозициональных операций сопровождается рядом изменений в субъективной способности выполнения операций. Для различных приобретенных субъектом операциональных схем характерно применение не отдельных изолированных пропозициональных операций, а *структурированных целостностей* (структуры и группы $INRC$), примером чего являются пропозициональные операции. Поэтому *структурированное целое,* понимаемое как форма равновесия операционального поведения субъекта, имеет громадное психологическое значение, чем и объясняется то, почему логический (алгебраический) анализ подобных структур дает психологу незаменимый инструмент объяснения и предсказания.

Конкретно-операциональные и дооперациональные *структуры*. Использование алгебры логики не ограничивается анализом психической деятельности на уровне пропозициональных операций. Аналогичное значение для исследования уровня конкретных операций имеют построенные для этого уровня восемь группировок классов и отношений.

Основная психологическая проблема этого уровня развития — построение каталога возможных операций мышления, которым чуждо применение комбинаторных систем типа структуры в алгебраическом смысле, и объяснение, почему этот способ мысли не обладает еще общим, независимым от содержания формальным механизмом. Система восьми группировок отвечает на оба эти вопроса. Во-первых, она дает исчерпывающий каталог конкретных операций — их число точно определено и получается следующим образом: классы и отношения (2), сложение и умножение (2), симметрия и асимметрия (2), следовательно, всего $2\times2\times2=8$ операций. Во-вторых, мы имеем здесь не единую систему, а восемь взаимозависимых систем, позволяющих переходить от одной операции к другой; наличием этого момента объясняется отсутствие общего формального механизма.

На конкретном уровне (7—11 лет) элементарные группировки, так же как и группа, и алгебраическая структура пропозициональных операций, создают форму равновесия операционального поведения, не достигающую полной устойчивости и не пригодную для всех случаев. Поэтому необходимо установить, как достигается конечная форма равновесия. Хотя мы и знаем, что окончательное равновесие подготавливается и частично организуется еще на дооперациональном уровне (2—7 лет), надо, однако, показать, что механизмы этого дооперационального уровня являются предшественниками будущих операций.

Я называю такие механизмы «регуляциями». Их можно представить как частичные компенсации или частичные возвращения к начальному пункту с компенсационными приспособлениями, сопровождаемыми изменениями в направлении первоначальной деятельности. Такие регуляции уже имеются в сенсо-моторном поле (восприятие и т. д.), и они все более и более управляют представлениями, которые предшествуют операциональному уровню. Например, при вытягивании колбаски из куска глины у ребенка создается впечатление, что имеется увеличение количества материала. Когда же колбаска становится совсем тонкой, ему кажется, что количество материала уменьшилось.

Такие применяемые в полях восприятия и представления регуляции также можно сформулировать в терминах алгебры логики. Все, что для этого необходимо сделать, — это выразить соответствующие преобразования в терминах группировок и преобразовать получившиеся логические неравенства в равенства путем прибавления «некомпенсированных преобразований»: $+P$ или $-P$ (какой будет знак: «+» или «—», зависит от конкретного случая).

Важное преимущество описания такого рода состоит в том, что вскрывается различие между изменениями (необратимыми или неполностью обратимыми), относящимися к восприятию и представлению, и соответствующими обратимыми преобразованиями, характеризующими операции. Мы, например, использовали этот метод для анализа восприятия, несмотря на характерное для восприятия отсутствие аддитивной композиции и логической связности. В этом случае конкретные операции, свойственные уровню развития от 7 до 8 лет, можно рассматривать как результат таких регуляций, достигших состояния равновесия; точка, где равновесие достигнуто, имеет полную компенсацию. Другими словами, в точке, где имеется полная обратимость, регуляции представлений *фактически* преобразуются в операции. Таким образом, в этом случае мы имеем окончательную форму равновесия регуляций, которая несколько напоминает действие *обратной связи* (регуляций) в сервомеханизме, где равновесие еще не достигнуто. Как только равновесие достигается, регуляции представлений принимают форму группы.

Итак, даже в тех областях, в которых логика, совершенно естественно, не играет существенной роли, имеются *контуры структур,* являющиеся предшественниками логических структур; эти структуры можно формулировать в терминах алгебры логики. Со сравнительной точки зрения такие *контуры структур* представляют большой интерес. Вполне возможно, что в будущем будет построена общая теория структур, на основе которой окажется возможным сравнительный анализ структур, характеризующих разные уровни развития. Это будет сопоставление контуров структур, имеющих место на ранних уровнях, с логическими структурами, характеризующими высшие ступени развития. Использование логических исчислений, с одной стороны, для описания нервной деятельности, а с другой — в кибернетических моделях, показывает, что такая программа не является абсолютно невозможной.

Хотя приведенное обсуждение касалось только определенных уровней интеллектуального развития ребенка и подростка, я был бы рад, если его можно было бы рассмотреть как некоторый вклад в подобные исследования.

КОММЕНТАРИИ[1]

ПСИХОЛОГИЯ ИНТЕЛЛЕКТА

«Психология интеллекта» вышла первым изданием в 1946 г. в Париже («La psychologie de l'intelligence». Paris, 1946, 210 p.). Эта книга занимает важное место в творческой биографии Ж. Пиаже: фактически в этой работе впервые была изложена в полном объеме операциональная концепция интеллекта. В известном смысле можно сказать, что эта книга — ключ к пониманию теории Ж. Пиаже.

«Психология интеллекта» неоднократно переиздавалась (4-е издание, Paris, A. Colin 1956) и переводилась: на английский язык «The psychology of intelligence». Trans. by M. Piercey and D. E. Berlyne. London, Routledge and Kegan Paul, 1950, 189 p:; на испанский — «Psycologia de la inteligencia». Trad. par Juan Carlos Faix. Buenos—Aires, 1956, 227 p.; на итальянский — «Psicologia dell' intelligenza». Trad. par Dino Di Giorgi. Firenze, Editrice universitaria, 1952, 214 p.; на немецкий — «Psychologie der Intelligenz». Übers. von L. Goldmann und Y. Moser, Zürich, Rascher, 1948, 249 S.; на греческий — «E psychologia tes noemosynes». Trad. par Sp. Rallis. Athenai, 1958, 171 p. Перевод на русский язык сделан с третьего французского издания (1952).

ГЛАВА I

Понятие равновесия в системе Ж. Пиаже. Ж. Пиаже считает, что возникновение инварианта в интеллектуальной структуре (и, следовательно, появление обратимости операций) непосредственно связано с уравновешиванием операций между собой и (как следствие этого) с уравновешиванием субъекта и объекта. Поэтому теория равновесия должна, по мысли Пиаже, дать ключ к пониманию интеллектуального развития. Равновесие понимается Пиаже не как баланс сил в состоянии покоя, а как максимальное значение деятельности субъекта, компенсирующей определенные внешние изменения.

Строя модель «равновесия субъекта и объекта» сначала по аналогии с равновесием физической системы и ее среды, а затем по образцу равновесия биологического организма с окружением, Пиаже не может из этой модели вывести специфические свойства своеобразной «уравновешенности» субъекта и объекта, а поэтому вы-

[1] Комментарии преследуют несколько целей: определение некоторых специальных психологических и логических терминов, используемых Ж. Пиаже, краткое указание на последующее развитие идей, изложенных во включенных в настоящее издание работах, описание связи рассматриваемых Ж. Пиаже проблем с рядом вопросов, интенсивно обсуждаемых в современной логической и психологической литературе. Кроме того, в комментарии включены отдельные замечания по некоторым утверждениям Ж. Пиаже, которые представляются недостаточно обоснованными.

нужден вводить эти свойства в свою систему извне, в явном несогласии с принятой им сходной моделью. Покажем, что это ведет в его теории к серьезным противоречиям.

Как известно, понятие «равновесия» — это термин физики (и прежде всего, механики). В механике замкнутая система считается находящейся в равновесии в том случае, если сумма всех возможных перемещений внутри системы равна нулю (или сумма всех возможных работ внутри системы равна нулю). Об этом говорит так называемый «принцип возможных перемещений» Ж. Мопертюи.

Ж. Пиаже, вводя термин «равновесие» в свою теоретическую систему, сначала понимал равновесие в смысле, близком к указанному: система субъект — объект (а под объектом он понимает прежде всего ту часть среды, окружающей субъекта, с которой субъект непосредственно практически и познавательно взаимодействует) может считаться находящейся в равновесии в том случае, если сумма всех возможных взаимодействий субъекта и объекта равна нулю (это означает, что субъект всегда может совершить действие, обратное первому и восстанавливающее исходное положение). Равновесие системы субъект — объект обеспечивается установлением равновесия внутри операциональной структуры: наличие в этой структуре операции, обратной основной, как раз и ведет к тому, что сумма всех возможных операций внутри структуры оказывается равной нулю (см.: J. Piaget. Introduction à l'épistémologie génétique. Paris, vol. I, 1950).

Однако в работах 50—60-х годов сам Пиаже обнаружил, что проводившаяся им аналогия между равновесием в механической системе и равновесием в структуре интеллектуальных операций весьма неточна. Во-первых, в механике принцип Мопертюи имеет дело с замкнутой системой, т. е. с системой, изолированной от влияния окружающей среды, в то время как вся суть того «уравновешивания» интеллектуальных операций, о котором говорит Пиаже, состоит в том, что посредством его достигается устойчивость знания об объекте при изменяющемся опыте. Иными словами, Пиаже имеет дело не с «замкнутой», а с «открытой» системой. Во-вторых, выяснилось, что в самой физике равновесие системы лишь в редких случаях может быть выражено принципом Мопертюи. Более общие случаи равновесия системы, которые рассматриваются, например, в термодинамике, связаны с наличием в системе минимума потенциальной энергии (или достижением системой наиболее вероятного состояния).

Ж. Пиаже говорит об «уравновешивании» операций внутри познавательной структуры и считает, что эта «уравновешенность» достигается за счет полной обратимости операций. Пытаясь избавиться от телеологии при объяснении внутренней тенденции действий субъекта к взаимному уравновешиванию, Пиаже хочет построить свою концепцию на основе физической теории равновесия. Известно, что тенденция физической замкнутой системы к достижению наиболее вероятного состояния объясняется действием статистических законов, без всякой апелляции к скрытой цели. Однако равновесие в физической системе весьма часто достигается не за счет повышения обратимости процессов внутри системы, а как раз наоборот: за счет принятия некоего необратимого состояния.

Убедившись в невозможности вывести из физической модели равновесия важный для психологии факт познавательной «уравновешенности» субъекта и объекта, Пиаже оказался вынужденным все более подчеркивать специфический характер психического равновесия. Сейчас Пиаже считает специфическим для психологии понимание равновесия как взаимной компенсации двух движений, развертывающихся в противоположных направлениях. Вместе с тем он вынужден все более настойчиво подчеркивать, что аналогия уравновешенности интеллектуальных операций субъекта с равновесием физической системы весьма приблизительна. В то время как элементами, находящимися в равновесии в интелектуальных структурах, являются операции субъекта, в физической системе уравновешиваются силы и энергии. Пиаже уточняет понятие «возможных операций», которое входит в данное им определение понятия интеллектуального равновесия.

Следует различать, считает Ж. Пиаже, «инструментально возможные» операции и «структурно возможные». К первым относятся те операции, которые сам субъект в данный момент рассматривает как возможные, как такие, которые он мог бы совершить.

Хотя с точки зрения самого субъекта «инструментально возможные» операции не есть реально совершаемые им, посторонний наблюдатель (например, психолог, изучающий данного человека) может считать их реальными, так как обдумывание субъектом своих возможных действий есть такой же реальный психологический процесс, как и внешняя деятельность. «Структурно возможны» те операции субъекта, которые сам субъект не рассматривает в данный момент как возможные, может быть и вообще не знает о своей возможности их совершить, но которые тем не менее он способен осуществить, так как у него объективно сформировалась та операциональная структура, в которую входят эти операции. Таким образом, основой всех операций субъекта являются «структурно возможные» операции, которые в сущности совпадают с самой операциональной структурой. «Инструментально возможные» операции составляют часть «структурно возможных», а реальные — часть первых. Таким образом, в интеллектуальной операциональной структуре, подчеркивает Пиаже, уравновешенность реальных и возможных изменений выражается совсем иначе, чем в физической системе. В то время как в интеллектуальной структуре существуют «инструментально возможные» операции, являющиеся как бы посредствующим звеном между реальными и возможными изменениями, в физической системе может существовать лишь резкая дихотомия реальных и возможных изменений. Итак, аналогия между интеллектуальным и физическим равновесием не может быть проведена далеко.

Важно подчеркнуть, что анализ реальной «уравновешенности» субъекта и объекта в процессе познания привел Ж. Пиаже к признанию таких характеристик этой «уравновешенности», которые никоим образом не могут быть выведены из модели равновесия физической системы или биологического организма. Рассуждая об «инструментально» и «структурно» возможных операциях, Пиаже вынужден говорить о сознании, об обдумывании субъектом своих возможных действий и о других специфически психических состояниях как о необходимом компоненте «равновесия» субъекта и объекта. Понять происхождение и реальные функции этих психических состояний можно лишь в том случае, если мы будем рассматривать познающего субъекта не как изолированное существо, не как отдельный биологический организм, а в качестве индивида, включенного в общественную познавательную деятельность. Гносеологический субъект — это в действительности определенные общественно выработанные формы познавательного взаимодействия индивидов, составляющих общество. Не отдельный индивид познавательно «уравновешивается» с объектом, а общество, выступающее в определенном аспекте как гносеологический субъект. Мера «уравновешенности» с объектом отдельного познающего индивида на самом деле определяется степенью овладения этим индивидом социальными формами познавательной деятельности, а не теми процессами этого индивида, для понимания которых достаточно моделей механики и биологии.

Признав недостаточность физической теории равновесия для понимания «уравновешенности» субъекта и объекта, Ж. Пиаже объективно продемонстрировал ограниченность собственной методологической позиции.

Анализ отношения между субъектом и объектом в теории познания. Под *эпистемологическим «реализмом»* Ж. Пиаже понимает философское учение, согласно которому в процессе познания субъект непосредственно осознает как физические предметы, так и логические и математические отношения. Пиаже отождествляет с данной философской концепцией идеалистическое учение о «врожденных идеях», которое в истории философии в четкой форме было сформулировано в XVII веке Р. Декартом, а затем разрабатывалось в XVII—XVIII веках Н. Мальбраншем, Хр. Вольфом, Г. Лейбницем. Истоки учения о «врожденных идеях» восходят к философской системе Платона. К этому же типу эпистемологических концепций, согласно Пиаже, относятся и ранние философские работы известного современного английского логика, математика и философа Бертрана Рассела.

Априоризм. Ж. Пиаже видит основное отличие между учением о «врожденных идеях» и априоризмом в том, что первое учение главный акцент делает на объекте, а второе — на субъекте (на его «внутренних» условиях). Действительно, многие представители концепции «врожденных идей» (Р. Декарт, Г. Лейбниц и др.) подчеркивают наличие соответствия между идеальным миром субъекта и внешним субъекту бытием. Но с их точки зрения это не означает, что внешний по отношению к субъекту мир обусловливает характер совершающихся в субъекте «внутренних» познавательных процессов, хотя такой вывод логически вытекает из предложенной Пиаже характеристики типа I эпистемологических концепций. Вместе с тем есть и такие представители теории «врожденных идей», которые отрицают наличие мира внешних физических предметов, помимо тех идей об этих предметах, которые субъект находит в себе как данные (Н. Мальбранш). Поэтому отличие учения о «врожденных идеях» от априоризма правильнее было бы усматривать в следующем: «врожденные идеи» рассматриваются как нечто непосредственно данное и по форме, и по содержанию, независимо от опыта и от взаимодействия с внешним субъектом, в то время как априоризм предполагает лишь, что форма познания не зависит от опыта, однако подчеркивает, что эта форма осознается только в опыте, который для И. Канта означает также и воздействие реального объекта («вещь в себе») на субъект.

Под так называемым *интеракционизмом* Пиаже понимает прежде всего свою эпистемологическую концепцию, исходящую из взаимодействия субъекта и объекта в процессе познания.

Типология возможных способов объяснения отношения субъекта и объекта в теории познания. Формулируя свой подход к объяснению природы интеллекта, Ж. Пиаже стремится сопоставить его с тремя группами концепций — биологическими, гносеологическими и собственно психологическими. В этой связи Ж. Пиаже пытается построить единую схему возможных объяснений и провести параллели между биологическими, теоретико-познавательными и психологическими концепциями.

Сама идея такого единого взгляда заслуживает внимания. Но (по-видимому, в силу краткости изложения) на осуществляемом Ж. Пиаже анализе лежит довольно ощутимая печать схематизма: проводимые им аналогии далеко не всегда представляются убедительными (см. предыдущий комментарий к проблеме отношения субъекта и объекта). Недостаточность схемы, предложенной им, обнаруживается в том, что Ж. Пиаже не сумел найти в ней места для диалектико-материалистической теории познания и соответственно для трактовки природы интеллекта, принятой в отечественной психологии. Оценивая предложенный Пиаже вариант типологии гносеологических концепций, следует обратить внимание на то, что Пиаже, решая свои специальные задачи, не всегда адекватно отражает реально существующую теоретико-познавательную проблематику, ее членение и различные возможности объяснения отношения субъекта и объекта познания. Построение научно обоснованной типологии такого рода предполагает учет ряда признаков, не выявленных Пиаже: истолкование природы (материальной или идеальной) объекта и субъекта познания и в связи с этим деление всех возможных решений на материалистические и идеалистические как основное членение научной классификации; понимание познающего субъекта как индивидуально-психологического существа или как чего-то выходящего за рамки индивидуальности; монистическое или дуалистическое понимание отношения субъекта к объекту и т. д. Количество признаков, учитываемых в подобной расчлененной типологии, во всяком случае не может сводиться лишь к двум, как это имеет место в классификации, предложенной Пиаже (он выбирает в качестве таких признаков: 1) признание или непризнание изменчивости субъекта и 2) выделение либо «внешнего», либо «внутреннего» фактора в качестве главного во взаимоотношении субъекта и объекта). Выделенные Пиаже признаки с точки зрения теории познания не только не являются самыми главными, не только не исчерпывают всех признаков, важных для такого рода классификаций, но и к тому же трактуются им не всегда точно. Так, Пиаже считает возможным жесткое деление всех возможных концепций субъекта и объекта в теории познания на «фиксистские», отрицающие изменчивость структуры субъекта в ходе взаимодействия с объектом, и генетические, признающие эту изменчивость. Однако Пиаже не учитывает того, что существуют и такие теоретико-познавательные концепции (например, философия неокантианцев так называемой марбургской школы), которые признают развитие интеллектуальных структур познающего субъекта и в то же время считают, что в основе этого развития лежит некая направляющая его устойчивая структура, свойственная природе субъекта.

В классификацию Пиаже такого рода теоретико-познавательные системы не укладываются, так как, будучи видом априоризма, подобные концепции в то же время не являются тем априоризмом «фиксистского» типа, который соответствует предлагаемой схеме (I_2). Не найдет места в схеме Пиаже и теория познания Гегеля. Мы уже указывали выше на то, что реальное содержание учения о «врожденных идеях» не вполне соответствует тем характеристикам, которые вытекают из его места (I_1) в классификации Пиаже.

Заметим, что, с другой стороны, ранние работы Б. Рассела (до 1905 г.) в большей мере соответствуют общей характеристике концепций типа I_1 (непосредственное познание физических предметов и логико-математических идей), не имея при этом ничего общего с концепцией «врожденных идей», так как с точки зрения Рассела этого периода познаваемые объекты «входят» в субъект извне и не характеризуют его внутреннюю структуру, которая выступает как нечто «прозрачное» для познаваемого содержания.

Указанные недостатки эпистемологической схемы Ж. Пиаже обусловлены одним обстоятельством: способ выделения разных типов решения проблемы отношения организма и среды в биологии Пиаже перенес в теорию познания без учета того, что познающий субъект не тождествен организму, реагирующему на действие среды, а последняя не совпадает целиком с объектом познания. Способ классификации, имеющий смысл в биологии, а отчасти и в психологии, не подходит к анализу проблем теории познания (как в диалектическом материализме, так и в ряде других современных философских концепций учитывается глубокая качественная специфика гносеологического отношения субъект — объект). Отмеченное обстоятельство связано с попыткой Пиаже решать некоторые важные теоретико-познавательные проблемы в терминах биологии и выражает существенную слабость его концепции (подробнее о способах решения проблемы субъекта — объекта в теории познания см.: В. А. Лекторский. Проблема субъекта — объекта в классической и современной буржуазной философии, изд. «Высшая школа», М., 1965).

Психологические концепции интеллекта. Мнение Ж. Пиаже о том, что Б. Рассел в работе «Анализ духа» («Analysis of Mind», 1921) отстаивает точку зрения непосредственного знания интеллектом физических предметов и логико-математических идей, лишено основания. Приписываемая здесь Расселу концепция в полной мере относится лишь к его работам до 1905 г. Теоретико-познавательная система Рассела, выраженная в книге «Анализ духа», близка к взглядам Дж. Беркли, Э. Маха и В. Джемса и сводится к признанию того, что в познании непосредственно даны некие «нейтральные элементы», которые Рассел называет ощущениями и из которых строится как объект, так и субъект. Универсалии (общие идеи) даны непосредственно, а общие имена выражают лишь сходство между отдельностями. Логика выявляет структуру языка, а математические отношения сводятся к логическим. Свою теоретико-познавательную субъективно-идеалистическую конструкцию Рассел вполне логично сочетает (как и многие другие теоретики «нейтрального монизма») с умеренным бихевиоризмом в психологии. Таким образом, психологическая концепция Рассела периода «Анализа духа» относится не к типу I_1 психологических концепций интеллекта, а скорее к типу II_2.

Под *«психологией мышления»* Пиаже имеет в виду концепцию так называемой вюрцбургской школы.

В целом предлагаемая Пиаже схема психологических теорий интеллекта интересна, прежде всего, с точки зрения основной задачи, решаемой Пиаже в данном случае, — обосновать его собственную концепцию. Одна из главных проблем при этом состоит для Пиаже в том, чтобы подвести под свою концепцию единую и согласованную биологическую, теоретико-познавательную и психологическую базу. Отсюда четко выраженное стремление найти параллелизм между определенными психологическими и гносеологическими концепциями. Надо отметить, что в данном случае Пиаже находит любопытные и оригинальные пути решения поставленной им проблемы. Однако в целом эта его схема (как и предшествующие) несет на себе печать некоторой произвольности. Главным ее недостатком следует признать явно выраженную попытку подчеркнуть существование полного параллелизма между возможными психологическими концепциями интеллекта и существующими типами теорий познания. Между тем в действительности влияние теорий познания на психологию обычно выражается в некоторой общей ориентации психологических исследований и, в частности, в решении вопроса о том, какие относящиеся к анализу познания проблемы могут быть в принципе решены методами конкретно-психологического изучения. Нетрудно показать, что взаимно-однозначного соответствия между указываемыми Пиаже основными типами эпистемологических теорий и выявляемыми им основными концепциями интеллекта в психологии не существует. Объясняется это прежде всего различием предметов психологии и гносеологии, а также тем, что способ исследования познания и возникающие при этом главные вопросы, требующие ответа, существенно отличаются от проблематики и способов исследования интеллекта в психологии.

В сказанном легко убедиться. Так, например, не существует однозначной связи между феноменологией как теорией познания и гештальтпсихологией как психологической концепцией. Дело в том, что Э. Гуссерлю удается «снять» проблему отношения субъекта к объекту в феноменологии только благодаря построению особого чисто теоретического предмета — так называемого «чистого сознания», не имеющего, по существу, ничего общего с тем конкретным сознанием, которое составляет предмет изучения психологии. Что касается последней, то Гуссерль не отрицает необходимости для нее четкого различия субъекта и объекта и даже допускает возможность исследования в психологии обусловленности психических актов внешними субъекту обстоятельствами. В целом феноменология, несомненно, оказала определенное влияние на некоторых представителей гештальт-психологии (хотя конкретные формы этого влияния требуют более скрупулезного и осторожного анализа) — это подтверждено и признаниями ряда психологов этого направления. Вместе с тем бесспорным является и факт влияния на гештальт-психологию других теоретико-познавательных концепций, как например махизма, который в философском плане логически несовместим с феноменологией. Несомненно и то, что попытка гештальт-психологов растворить взаимодействие субъекта и объекта в стихийной игре физических сил в феноменальном поле не вытекает однозначно из философской программы Э. Гуссерля, а понимание некоторыми гештальт-психологами (как, например, В. Кёлером) психологического субъекта как физического тела ничего общего не имеет с характеристикой «чистого Я» в феноменологии (выделение «чистого Я» предполагает «вынесение за скобки» мира физических вещей). С другой стороны, хорошо известно влияние феноменологии Э. Гуссерля на «психологию мышления», которая по классификации Ж. Пиаже соответствует теоретико-познавательному априоризму, т. е. должна была бы иметь иную философскую базу, чем гештальт-психология.

Бихевиористская концепция проб и ошибок в качестве философского основания может иметь и механистический материализм (Д. Уотсон), и махистский эмпиризм (Б. Скиннер), и неореализм, близкий к типу I_1 выделяемых Пиаже эпистемологических концепций (К. Холт), а не только прагматизм (Д. Дьюи) и конвенционализм (Р. Карнап).

ГЛАВА II

Тавтология (всегда-истинное, тождественно-истинное высказывание, положение, формула) — высказывание, истинное для всех возможных распределений значений истинности составляющих его переменных (например, элементарных высказываний). Тавтологиями являются законы логики. Если в символической записи закона исключенного третьего «$p \vee \bar{p}$» (читается: «p или не-p»; «$\vee$» — знак дизъюнкции, «—» — знак отрицания) на место переменных высказываний p и $\bar{p}$ последовательно поставить возможные их значения истинности, а именно:

p	$\bar{p}$
1	0
0	1

(где 1 — «истинно», 0 — «ложно»), то во всех случаях, согласно определению дизъюнкции (дизъюнкция ложна в том и только в том случае, когда оба составляющих ее элементарных высказывания ложны, во всех остальных случаях она истинна), высказывание $p \vee \bar{p}$ будет истинным (тавтологичным). Понятие тавтологии имеет смысл только по отношению к определенной логической системе: тавтология в одной системе может оказаться не тавтологией в другой, как это имеет место при переходе от двузначной к многозначной логике; например, закон исключенного третьего $p \vee \bar{p}$ не является тавтологией в трехзначной логике Я. Лукасевича (см.: А. А. Зиновьев. Философские проблемы многозначной логики. М., изд. АН СССР, 1960, стр. 12—19).

Понятие тавтологии широко используется в неопозитивистской интерпретации логики и математики. Согласно Р. Карнапу, законы логики и математики, являющиеся тавтологиями, «пусты», «бессодержательны», «ничего не говорят о действительности» и допустимы в науке лишь как особые синтаксические выражения (элементы логического синтаксиса) — см.: R. Carnap. Logical syntax of language. London, New York. 1937; Introduction to Semantics. Cambridge, Mass., 1942.

В противоположность такому пониманию Ж. Пиаже защищает взгляд, согласно которому законы логики и положения математики являются реальными конструкциями субъекта; их строение Ж. Пиаже пытается выяснить в рамках своей операциональной концепции интеллекта. Следует отметить, что против концепции «бессодержательности» законов логики выступают многие современные логики; см., например: П. В. Таванец. О так называемом тавтологическом характере логики. «Вопросы философии», 1957, № 2; G. Frey. Die Logik als empirische Wissenschaft, в кн. «La Théorie de l'argumentation». Louvain-Paris, 1963, pp. 240—262; однако в этом случае критика идет по собственно логическим (а не как у Ж. Пиаже — по психолого-логическим) основаниям.

Антиномия класса всех классов. Антиномии (парадоксы, апории) — противоречия в рассуждении, возникающие при соблюдении всех условий логически правильного рассуждения. Примером антиномии может служить сформулированная еще в античной философии антиномия «Лжец»: «Один критянин сказал: «Все критяне лгут». Что он сказал — истину или ложь?». Если его высказывание истинно, то оно должно быть ложным, если же оно ложно, то тогда критянин сказал истину.

Антиномия класса всех классов (или множества всех нормальных множеств, т. е. таких, которые не являются элементами самих себя) открыта Б. Расселом в 1902 г. (B. Russell. On finite and infinite cardinal numbers. «American journal of mathematics», 1902, pp. 378—383; см. также: С. К. Клини. Введение в метаматематику. М., ИИЛ, 1957, стр. 40). Переводя эту антиномию на обычный язык, Рассел приводит пример деревенского парикмахера, который бреет всех тех и только тех жителей своей деревни, которые не бреются сами. Должен ли он брить самого себя? И положительный, и отрицательный ответы на этот вопрос оказываются в равной степени доказуемыми.

Парадоксы типа парадокса Рассела возникают при определенной формализации процесса рассуждения, изменение которой (например, посредством теории типов, распределяющей различные объекты — индивиды, свойства индивидов, свойства свойств и т. д. по типам) даст возможность избежать этих парадоксов. Ж. Пиаже ссылается на указанный парадокс в качестве аргумента в пользу операционального истолкования логики и математики.

Логистика — термин, предложенный в 1901 г. Л. Кутюра, Ительсоном и А. Лаландом для обозначения новой, математической логики. В настоящее время более употребителен термин «математическая логика» (иногда «символическая логика»), однако французские и некоторые другие исследователи нередко используют и термин «логистика». Широко пользуется этим термином в своих работах и Ж. Пиаже.

Аксиоматический метод в логике. В концепции Ж. Пиаже существенная роль принадлежит доказательству невозможности использования для психологического исследования аксиоматических построений логики. Эта проблема, в частности, поднимается им во второй главе «Психологии интеллекта» и в «Логике и психологии». Однако во включенных в настоящее издание работах Пиаже нигде не характеризует специфических особенностей аксиоматического построения логики. Поэтому ниже мы даем такое краткое описание.

Аксиоматический метод — один из способов дедуктивного построения научных теорий. В основании аксиоматической теории лежат аксиомы — совокупность принимаемых без доказательства предложений, причем входящие в них понятия не определяются явным образом в рамках данной теории. Все остальные предложения аксиоматической теории выводятся из аксиом, т. е. доказывается на основании правил вывода, допустимых в данной теории. Система таких правил вывода дается современной формальной логикой, причем при аксиоматическом построении определенной теории заранее перечисляются те разделы (исчисления) логики, которые приняты для данной теории (См. П. С. Новиков. Элементы математической логики. М., Физматгиз, 1962; В. Н. Садовский. Аксиоматический метод построения научного знания. «Философские вопросы современной формальной логики». М., изд. АН СССР, 1962). В форме аксиоматики строятся и сами логические теории.

Рассмотрим для примера аксиоматическую систему исчисления высказываний, построенную Б. Расселом и А. Уайтхедом. В ее основание положены операции отрицания «не-p» и дизъюнкции «p или q». Правилами вывода являются: 1) правило подстановки — из любой формулы системы можно получить новую формулу системы путем замены переменной или переменных, входящих в первую формулу, формулой данной системы, причем вместо одной и той же переменной надо всюду подставлять одну и ту же формулу; 2) правило modus ponens — «из A и $\bar{A} \vee B$ следует B». В системе принимается также следующее сокращение: «$\bar{A} \vee B$» понимается как «$A \supset B$» («если A, то B»); в силу этого правило modus ponens можно записать так: «$A \supset B,\ A \vdash B$», где «$\vdash$» — знак выводимости. Б. Рассел и А. Уайтхед взяли в качестве аксиом следующие выражения:

1) $(p \vee p) \supset p$; 2) $q \supset (p \vee q)$; 3) $(p \vee q) \supset (q \vee p)$;

4) $(p \vee (q \vee r)) \supset (q \vee (p \vee r))$; 5) $(q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset (p \vee r))$

и из них — на основе принятых правил вывода — получили все остальные формулы логики высказываний.

В XX веке исследования по аксиоматизации логических исчислений приобрели широкий размах: в настоящее время построены аксиоматические системы различных разделов современной формальной логики, проводятся исследования аксиоматических систем логики с точки зрения выполнения ими тех или иных требований (например, минимизации числа аксиом). Так, аксиоматическую теорию исчисления высказываний (фактически единственную логическую систему, с которой имеет дело Ж. Пиаже) можно построить на основе не пяти (как у Рассела — Уайтхеда), а трех аксиом:

1) $(p \vee p) \supset p$; 2) $p \supset (p \vee q)$; 3) $(q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset (r \vee p))$

(см.: А. Черч. Введение в математическую логику, т. I, М., ИИЛ, 1960). Обзор аксиоматических систем логики имеется в книге: A. N. Prior. Formal Logic. Oxford, Clarendon Press, 1962.

Логика целостностей. Формулируя требование построения логики целостностей, Ж. Пиаже выражает одно из самых важных для него методологических соображений. Смысл его раскрывается в следующих основных тезисах: 1) психологическое исследование мышления невозможно без привлечения понятийных средств и аппарата логики (в частности, современной формальной логики); 2) существующие средства логики, сам ее подход к формам мышления находятся в резком противоречии с теми представлениями о мышлении, которые дает психология, в частности, операциональная концепция, развиваемая Пиаже; 3) это противоречие обусловлено принципиальным различием в подходах к мышлению — если логика базируется на атомистическом подходе (т. е. стремится выявить так называемые элементарные единицы форм мысли и из них строить и объяснять более сложные логические структуры), то психология, в частности операциональная концепция, исходит из доминирующей роли сложнных операциональных структур в процессах мышления. Этим определяется и отношение Пиаже к логике: связь логики и психологии в исследовании мышления не может быть, по его мнению, реализована путем простого привлечения логического аппарата к психологическим исследованиям. По сути дела, все работы Пиаже и его школы являются попыткой реализовать этот тезис. Однако в данном случае он выражен наиболее резко и звучит фактически как требование построения особой логики, соответствующей системно-структурной природе предмета исследования, рассматриваемого Пиаже.

Как видно из последующего изложения, в основу такой логики Пиаже кладет понятия абстрактной алгебры, и в частности понятие группировки, полагая, что эти понятия дают принципиальное решение проблемы. В этой связи следует заметить, что исходный замысел оказывается у Пиаже гораздо более далеко идущим, чем его фактическая реализация. В самом деле, теперь уже довольно обширная литература по системно-структурным исследованиям с несомненностью показывает тот факт, что в этих исследованиях главное внимание обращается на многообразие типов связей между элементами системы, на выявление сложной иерархичности подсистем, на поиски специфических средств, которые позволяли бы увязывать воедино структурные и генетические, статистические и динамические описания объекта исследования, и т. д. Очевидно, что такого рода проблемы возникают и при исследовании мышления. Это легко обнаруживается и в работах самого Пиаже. Но в этом свете по меньшей мере слишком оптимистическим представляется предлагаемое Пиаже решение: как ни продуктивно понятие группировки, оно очень далеко от того, чтобы служить средством выявления и фиксации системного характера мышления, и по существу дает лишь еще одно несистемное описание его, хотя описание, несомненно, интересное и перспективное.

ГЛАВА III

Развитие проблемы восприятия в работах Ж. Пиаже. Проблема взаимоотношения восприятия и интеллекта занимает важное место в исследованиях Ж. Пиаже. Намеченная еще в ранних работах, эта проблема подробно излагается в «Психологии интеллекта». В последующем Пиаже неоднократно возвращается к этому вопросу. В частности, показывая невозможность выведения из перцептивных структур операциональных структур или структур понятий, он объясняет это тем, что, «будучи не аддитивными, первые структуры являются необратимыми и имеют вероятностный характер» в отличие от операциональных структур, которые «позволяют производить точную или необходимую дедукцию». Проблема вероятностной (статистической) природы восприятия подробно рассматривается Ж. Пиаже в одной из его последних работ — «Les mécanismes perceptifs». Paris, Presses Universitaires de France, 1961.

Проблема восприятия явилась также одной из тем, анализируемых в рамках «Международного центра генетической эпистемологии». Результаты этих исследований представлены в шестом вывыпуске «Etudes d'epistemologie génétique». — F. Bresson, J. Bruner, A. Jonckheere, A. Morf et J. Piaget. Logique et perception. Paris, PUF, 1958. В работах, включенных в этот сборник, Пиаже вместе со своими сотрудниками останавливается на вопросе о «чистой констатации» — о возможности существования опытного знания независимо от какой бы то ни было логики. На протяжении всей своей научной деятельности Пиаже резко выступал против «чистой констатации»; в своих последних работах он добавил новые аргументы в пользу защищаемой им позиции. В проведенных совместно с А. Морфом экспериментах, преследующих цель установить роль в восприятии предвыводных (préinférences) схем, Ж. Пиаже констатирует зависимость восприятия от схем которыми располагает субъект. Применение этих схем к актуально данному материалу предполагает вмешательство в восприятие элементов, не данных непосредственно, и в силу этого также определенных форм вывода из этих элементов. Пиаже подчеркивает, что точнее говорить о «неосознанных предвыводных схемах», причем они, с его точки зрения, необходимы для приписывания актуально данным элементам определенного значения (см.: J. Piaget et A. Morf. Les préinférences perceptives et leurs relations avec les schémas sensori-moteurs et opératoires. Ibidem; J. Piaget. Perception, apprentissage et empirisme. «Dialectica», vol. 13, 1959, № 1, pp. 6—8).

В других исследованиях, проведенных в этой связи, построена вероятностная схема перцептивного научения, дающая модель связи между восприятием и логикой (Ф. Брессон), рассмотрен частичный изоморфизм между перцептивными структурами и структурами классов, отношений и форм вывода (Ж. Пиаже и А. Морф), начат анализ отношения между сенсорно-данным и перцептивными суждениями (А. Джонкир) и др. Эти исследования, в частности, позволили Ж. Пиаже уточнить формулируемый им неоднократно вывод: восприятие, как таковое, не приводит к формированию какого бы то ни было логико-математического или физического понятия; с другой стороны, любое восприятие, даже наиболее элементарное, структурировано сенсо-моторной деятельностью, координация которой подготавливает логические структуры (см.: J. Piaget et A. Morf. Les isomorphismes partiels entre les structures logiques et les structures perceptives. «Logique et perception». Paris, 1957; J. Piaget. Perception, apprentissage et empirisme. «Dialectica», vol. 13, 1959, № 1, pp. 8—9; Ж. Пиаже, Роль действия в формировании мышления. «Вопросы психологии», 1965, № 6, стр. 33—42).

ГЛАВА V

Стадии формирования интеллекта (по Ж. Пиаже). В различные периоды своей деятельности Ж. Пиаже не всегда одинаково подходил к выделению стадий (или этапов) формирования интеллекта. В отдельных работах, как это, например, имеет место в главе V «Психологии интеллекта», Пиаже особо подчеркивал специфику символического и интуитивного периодов в формировании мышления у ребенка (это приводило к более дробному выделению этапов становления интеллекта). Стандартным для концепции Пиаже следует признать разбиение процесса формирования интеллекта на четыре стадии — сенсо-моторного интеллекта, дооперационального интеллекта, конкретных операций и формальных операций; именно в таком виде эта сторона теории Пиаже излагается, в частности, в работе «Логика и психология».

Физические и логико-математические понятия и операции. Затрагиваемая в главе V «Психологии интеллекта» проблема взаимоотношения физических и логико-математических операций и понятий подверглась более детальному анализу в работах Ж. Пиаже 50—60-х годов, в частности в «Introduction à l'épistémologie génétique», vol. I—III, Paris, Presses Universitaires de France, 1950. Свою позицию в этом вопросе Пиаже четко противопоставляет концепции логического позитивизма (Р. Карнап, Г. Рейхенбах, К. Гемпель, Г. Фейгль и др.), согласно которой «физическое познание основывается только на опыте, в то время как логико-математическое познание не связано с опытом и является чисто дедуктивным механизмом или простым «языком», синтаксис и семантика которого служат для описания опыта, но не вытекают из него» (Ж. Пиаже. Роль действия в формировании мышления. «Вопросы психологии», 1965, № 6, стр. 47).

Пиаже в своем истолковании взаимоотношения физического и логико-математического исходит из установленных им экспериментальным путем фактов, в частности, из того, что ребенок, находящийся на дооперациональных уровнях развития, когда он не обладает еще дедукцией, вынужден опытным путем открывать логические и математические законы (подобные, например, дедукции «если $A < B$ и $B < C$, то $A < C$» или арифметическому соотношению «2+3=3+2»). В то же время, говорит Пиаже, хорошо известно, что характерный для математики способ рассуждения, начиная, во всяком случае, с некоторого уровня абстракции, не нуждается в опытной проверке. Это, однако, не означает, считает Пиаже, «ни того, что математика противоречит опыту, ни того, что она полностью потеряла контакт с объектом» (там же, стр. 48). Вместе с тем степень отнесенности к опыту логико-математических операций, с одной стороны, и физических — с другой, различна, и именно эту гносеологическую и психологическую проблему как раз и пытается решить Пиаже в работах 50—60-х годов.

Общие выводы этих исследований Пиаже могут быть сформулированы следующим образом. Физический и логико-математический опыт едины в том отношении, что оба они состоят из действий, которые субъект выполняет над объектами. При этом, однако, если «физический опыт состоит в воздействии на предметы и в их изменении (изменении какого-то фактора и т. д.), для того чтобы открыть свойства этих объектов и получить знание путем абстракции от самого объекта», то логико-математический опыт, который также состоит в «воздействии на объект, чтобы его изменить (положить в ряд или в круг и т. д.) и обнаружить на объекте результаты этих изменений», вместе с тем существенно отличается от физического опыта тем, что открываемые при физическом опыте свойства «уже принадлежат объекту», а при логико-математическом «введены или добавлены действием» (там же, стр. 50). В результате этого «логико-математический опыт состоит в абстрагировании от объекта характеристик, относящихся к самим действиям, которые этот объект изменяют, а не характеристик, выявленных с помощью этих действий, но независимых от них» (там же); короче говоря, логико-математический опыт «относится к объекту, но уже измененному действием» (там же, стр. 51).

Следует отметить, что в середине 50-х годов в рамках «Международного центра генетической эпистемологии» Ж. Пиаже с рядом своих сотрудников провел исследования, связывающие проблематику отношения «физического» и «логико-математического» с дихотомией знания на аналитическое и синтетическое (см.: L. Apostel, W. Mays, A. Morf et J. Piaget. Les liaisons analytiques et synthéliques dans les comportements du sujet. Paris, Presses Universitaires de France, 1957).

ГЕНЕЗИС ЧИСЛА У РЕБЕНКА

Книга Ж. Пиаже и польского психолога А. Шеминской «Генезис числа у ребенка» вышла первым изданием в 1941 г. (J. Piaget et A. Szeminska. La genèse du nombre chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1941, 308 p.). В 1952 г. работа была переведена на английский язык — «The child's conception of number». Trans. by Gattegno and F. M. Hodgson. London, Routledge and Kegan Paul, 1952. Перевод на русский язык сделан с французского издания.

Одна из характерных особенностей этой работы состоит в том, что как в экспериментальной, так и в теоретической своей части она опирается на ряд фундаментальных понятий теории множеств. В этой связи уместно сказать, что Пиаже одним из первых в психологии встал на такой путь. У современного читателя такой подход вряд ли вызывает удивление: психологические исследования, проводимые в этой области, в том числе и отечественными психологами (в частности, В. В. Давыдовым), нередко увязываются с основными понятиями математики, теми, которые составляют и выражают фундамент специфически математического мышления. А среди этих понятий, несомненно, видное место занимает аппарат теории множеств.

В данном случае обращение к понятиям теории множеств опирается на саму постановку проблемы: прежде чем исследовать генезис числа, необходимо, кроме всего прочего, построить достаточно четкую теоретическую концепцию числа. В соответствии с задачей исследования такая концепция должна быть логико-психологической по своему характеру (т. е. учитывать как операциональную структуру числа, так и пути ее формирования); но выявление этой структуры требует, чтобы определенным образом были учтены и собственно математические представления о числе.

Поэтому, с одной стороны, Ж. Пиаже широко вводит в свой аппарат теоретико-множественные понятия и именно при их помощи строит логический каркас своего исследования. Но, с другой стороны, эти понятия не просто заимствуются из теории множеств, а каждый раз подчиняются основной — логико-психологической — задаче. Этот второй момент и определяет специфику употребления Ж. Пиаже математических понятий. Как правило, такие понятия употребляются Пиаже не в строгом специально математическом смысле. Он выделяет в них прежде всего логическое содержание, а от математики сохраняются обычно лишь самые общие, «качественные» их признаки. По-видимому, в общем случае можно спорить по поводу того, насколько оправданны и необходимы сами по себе такие заимствования. Но у Пиаже они составляют органическую часть всего аппарата, целостность которого — подчеркнем еще раз — определяется логико-психологическими, а не математическими соображениями. Поэтому без этих понятий просто не может быть описано и понято основное содержание книги.

Количественное (cardinal) и порядковое (ordinal) число. Само это различение заимствовано Ж. Пиаже из теории множеств, где кардинальное число (термин введен создателем теории множеств Г. Кантором) является характеристикой мощности множества. Два множества имеют одно и то же кардинальное число, если между их элементами можно установить взаимно однозначное соответствие (в случае конечного множества кардинальное число равно числу элементов такого множества; установление кардинального числа бесконечных множеств значительно сложнее и требует особых процедур). При помощи понятия ординального числа осуществляется сравнение множеств с точки зрения их упорядоченности (см.: Н. Бурбаки. Теория множеств. М., изд. «Мир», 1965).

Ж. Пиаже (как и другие исследователи) видоизменяет смысл этих терминов. В его употреблении они выступают как тесно связанные характеристики конечных совокупностей: кардинальное число выражает количественную характеристику совокупности, а ординальное — характеристику порядка. При этом мысль Пиаже состоит в том, что формирование представления о количестве невозможно без одновременного формирования представления о порядке, а формирование понятия числа есть построение операции, опирающейся в равной мере на установление количества и порядка совокупности (к этому следует добавить, что в конструировании ребенком понятия числа важную роль Пиаже отводит также классификации и сериации и их синтезу, причем в самих понятиях классификации и сериации, несомненно, усматривается весьма заметное родство с понятиями количественного и порядкового числа). С учетом этого различения, как нетрудно убедиться, построена и экспериментальная часть исследования Пиаже; она основывается на стремлении раздельно фиксировать установление ребенком количества и порядка совокупности и определить путь синтеза этих двух различных представлений.

Таким образом, термины «кардинальный» и «ординальный» употребляются Пиаже не в собственно теоретико-множественном смысле, а как операциональные характеристики двух разных типов действий ребенка в процессе выработки у него понятия числа. Поэтому в данном случае представлялось более целесообразным переводить их в точном значении их смысла — как количественное и порядковое число. Правомерность такого перевода еще более подтверждается тем фактом, что эти термины употребляются Пиаже по отношению не только к числам, но и к действиям установления соответствия двух совокупностей (количественное и порядковое соответствие), т. е. в смысле, весьма далеком от теоретико-множественного.

Взаимно-однозначное соответствие. В теории множеств считается, что два множества *A* и *B* находятся в отношении взаимно-однозначного соответствия, если каждому элементу множества *A* соответствует один и только один элемент множества B, и наоборот. В значительной части своих экспериментов Пиаже употребляет понятие взаимно-однозначного соответствия именно в этом смысле (естественно, лишь для конечных множеств).

Однако по характеру решаемой Пиаже задачи он не может ограничиться общей постановкой проблемы установления взаимно-однозначного соответствия двух множеств (совокупностей). Поэтому понятие взаимно-однозначного соответствия трактуется у него более широко. Прежде всего, Пиаже вводит понятие *соответствия* и выделяет различные его виды. Наиболее существенным для него является различение количественного и порядкового соответствия, связанное с различением количественного и порядкового числа. Другие виды соответствия (вызванное, стихийное и т. п.) различаются по психологическим характеристикам. Из более широкого понятия соответствия Пиаже строит и внутренние расчленения понятия взаимно-однозначного соответствия. И здесь для него принципиально важным является различение, прежде всего, количественного и порядкового взаимно-однозначного соответствия, различение, которое рассматривается как основа формирования понятия числа и операций, связанных с этим понятием. Для Пиаже очень важно рассматривать взаимно-однозначное соответствие в развитии — проблема, которая, конечно, не возникает в теории множеств. Поэтому он прослеживает движение интеллекта от простейших, чисто качественных форм установления соответствия до соответствия в собственно математическом, т. е. чисто количественном, смысле. Иными словами, понятие взаимно-однозначного соответствия у Пиаже утрачивает строгость, свойственную ему в контексте теории множеств, но зато выступает как содержательная логическая конструкция, на основе которой строится психологическое исследование. Употребляемые в книге понятия «поэлементное соответствие», «поэлементный обмен», «обмен в соотношении 1 к 1» и др. по своему математическому смыслу тождественны понятию взаимно-однозначного соответствия. Введение этих понятий обусловлено чисто психологическими соображениями: Пиаже стремится подчеркнуть постепенность, поэтапность формирования взаимно-однозначного соответствия как определенной системы операций.

Эквивалентность (équivalence). В употреблении Ж. Пиаже этого термина можно обнаружить некоторый смысловой оттенок, восходящий к теории множеств, где понятие «эквивалентность» непосредственно опирается на понятие взаимно-однозначного соответствия: два множества считаются эквивалентными, если между их элементами можно установить взаимно-однозначное соответствие. Если в обычном словоупотреблении эквивалентность выражает лишь некоторый результат сопоставления двух величин (множеств), то математическое определение акцентирует внимание на установлении эквивалентности. Именно это и важно для Ж. Пиаже, поскольку, таким образом, понятию «эквивалентность» придается операциональный смысл.

Упоминаемые в тексте различные виды эквивалентности (количественная, временная, прочная, необходимая, квантифицирующая) не имеют строгих определений, и формулирование их принадлежит главным образом самому Пиаже. Что же касается их смысла, то он без труда устанавливается из контекста.

Ранг — характеристика порядкового места, занимаемого тем или иным элементом совокупности. Этот термин, вводимый Пиаже, непосредственно связан с понятием порядкового числа, и определение ранга, по существу, равнозначно установлению порядкового числа.

Величина: брутто-величина, интенсивная величина, экстенсивная величина — понятия, выражающие у Ж. Пиаже разные стадии формирования понятия количества, соответствующие разным стадиям развития интеллекта и операций. *Брутто-величина* характеризует результат чисто перцептивного сравнения, основанного на глобальной оценке двух неравных по какому-то свойству (признаку) совокупностей; в примерах и экспериментах Пиаже такое сравнение производится по высоте, ширине сосудов с жидкостью и т. п., причем именно данное избранное ребенком свойство является единственным основанием для его количественной оценки. Таким образом, оперирование брутто-величиной есть оперирование с одним-единственным, перцептивно выделенным отношением при отвлечении от всех других отношений (вытекающих из других свойств). *Интенсивная величина* строится ребенком тогда, когда он оказывается способным произвести композицию (сложение или умножение) отношений, т. е. сопоставить и оценить сравниваемые совокупности одновременно по двум или более свойствам. При этом происходит переход от наглядности непосредственного восприятия к отношениям в собственном смысле слова, как говорит Пиаже, или к объективным отношениям между сравниваемыми совокупностями, благодаря чему понятие величины становится логически связанным, хотя еще и не опирается на понятие единицы. Таким образом, на уровне интенсивной величины ребенок уже может коррелировать между собой различные свойства и на этой основе овладевает понятием сохранения совокупности; именно это знаменует переход от перцептивности к логике. Но вместе с тем интенсивная величина (градуирование, по Пиаже, или установление степени соответствия разных свойств и вытекающих из них отношений) основывается на чисто качественных оценках и потому не является величиной в подлинном смысле. Действительное понятие величины связано с переходом к *экстенсивной величине,* т. е. с умением осуществлять разбиение совокупностей на равные единицы и устанавливать их пропорциональность — фиксировать количество в собственном смысле.

Разработка Ж. Пиаже проблем образования числа в 50—60-е годы. По своей проблематике книга Ж. Пиаже и А. Шеминской «Генезис числа» тесно связана с вышедшей в том же 1941 г. работой Ж. Пиаже и Б. Инельдер «Развитие количества у детей» («Le développement des quantités chez l'enfant». P., 1941), а также с рядом книг и статей, появившихся в последующие годы. В частности, важные аспекты проблемы формирования числа — последовательные этапы образования группировок классов и асимметричных отношений — подробно проанализированы в книге Ж. Пиаже и Б. Инельдер «Генезис элементарных логических структур» (М., ИИЛ, 1963). Следует также отметить, что работы Пиаже по генезису числа в последнее время начали широко использоваться в качестве отправного пункта многих экспериментальных исследований, главным образом американских психологов, см., например: D. Elkind. The Development of Quantitative Thinking:

A systematic replication of Piaget's Studies. «The Journal of Genetic Psychology», 1961, vol. 98, pp. 37—46; The Development of the Additive Composition of Classes in the Child: Piaget replication study III. Ibidem, 1961, vol. 99, pp. 51—57; Discrimination, Seriation and Numeration of Size and Dimensional Differences in Young Children: Piaget replication study VI. Ibidem, 1964, vol. 104, pp. 275—296; G. A. Kohnstamm. An Evaluation of Part of Piaget's Theory. «Acta psychologica», 1963, vol. 21, N 4/5, pp. 313—356; K. D. Feigenbaum and H. Sulkin. Piaget's Problem of Conservation of Discontinuous Quantities: A teaching Experience. «The Journal of Genetic Psychology», 1964, vol. 105, pp. 91—97.

Концепция формирования числа, развитая Ж. Пиаже, получила существенные дополнения и уточнения в период четвертого года деятельности (1958—1959) «Международного центра по генетической эпистемологии» и на четвертом симпозиуме центра (22—26 июня 1959 г.); см.: P. Grèco, J.-B. Grize, S. Papert et J. Piaget. Problèmes de la construction du nombre. Paris, Presses Universilaires de France, 1960, а также: L. Apostel, J.-B. Grize, S. Papert et J. Piaget. La filiation des structures. Paris, Presses Universitaires de France, 1963.

В этих исследованиях участники Международного центра исходили из предложенной Пиаже и Шеминской гипотезы формирования числа, согласно которой число выступает в развитии ребенка как синтез аддитивной группировки классов и аддитивной группировки транзитивных асимметричных отношений. Участие в работе ряда логиков (Л. Апостель, Ж.-Б. Гриз, С. Папер) позволило перейти теперь от качественного и в значительной степени интуитивного анализа этих проблем к строго формализованному рассмотрению. В частности, С. Папер подверг детальному критическому анализу идею редукции числа к логике так, как ее пытались реализовать Рассел и Уайтхед. Он показал, что осуществление принципа редукционизма позволяет охватить лишь некоторые аспекты формирования целых чисел и не дает возможности формального анализа даже собственно формальной части арифметики (см.: S. Papert. Sur le réductionnisme logique. «Problèmes de la construction du nombre», Paris, 1960, pp. 97—116; Problèmes épistémologiques de la récurrence. Ibidem, pp. 117—148).

Важную задачу для уточнения концепции Ж. Пиаже решил Ж.-Б. Гриз, который произвел формализацию процесса формирования числа. По Гризу, понятие группировки содержательно может быть задано следующим образом: имеется совокупность включенных друг в друга классов $A, B, C, D, \ldots;$ A' — дополнение класса A по отношению к B; B' — дополнение класса B по отношению к C и т. д.; Λ — пустой класс.

Данную совокупность классов можно изобразить в виде следующей таблицы:

$$\begin{tikzcd}
 & A \arrow[d] & B \arrow[d] & C \arrow[d] & D \ldots \arrow[d] \\
\Lambda & A' \arrow[ur] & B' \arrow[ur] & C' \arrow[ur] & D' \ldots
\end{tikzcd}$$

Эти классы образуют группировку, если выполняются следующие условия:

1) Существует ассоциативная операция «o», с помощью которой образуются композиции: $AoA'=B$, $BoB'=C$, ...

2) Существует ассоциативная операция «o'», которая позволяет образовывать композиции:

$$Do'C'=C;\ Co'D'=B;\ Bo'A'=A.$$

3) Существует элемент $\wedge$ такой, что

$$Ao'A=A'o'A'=Bo'B=...=\wedge.$$

4) Ассоциативность операций «o» и «o'» ограничена; в частности, не имеет место, например, следующее соотношение:

$$(A'oB)o'A'=A'o(Bo'A)'.$$

5) Композиция операций также ограничена: если X и Y — любые классы, то XoY и $Xo'Y$ не обязательно образуют класс — элемент рассматриваемой совокупности.

6) Операция «o» обладает следующим свойством:

$$AoB-B;\ BoC-C,\ ...$$

7) Операция «o» тавтологична в том смысле, что

$$AoA=A;\ A'oA'=A',\ ...$$

Для формализованного представления введенного таким образом понятия группировки Гриз строит особый формализованный язык, в рамках которого определяется система $<M, \rightarrow, +, ->$, где M — непустое множество, «$\rightarrow$» — отношение, «$+$» и «$-$» — бинарные операции, являющиеся аналогами операций «o» и «o'». Система $<M, \rightarrow, +, ->$ формализует понятие группировки, если она выполняет следующие условия:

(G1) $X+(Y+Z) \leftrightarrow (X+Y)+Z$.
(G2) $X+Y \leftrightarrow Y+X$.
(G3) $X \rightarrow Y. \supset .X+Z \rightarrow Y+Z$.
(G4) $X \rightarrow Y. \equiv .X+Y \leftrightarrow Y$.
(G5) $Y \rightarrow X+Z. \supset .Y-X \rightarrow Z$.
(G6) $Y \rightarrow X+(Y-X)$.
(G7) $X \rightarrow {}_{\text{I}}Y. \supset .X \rightarrow Y-(Y-X)$.
(G8) Имеется по крайней мере один $0 \in M$, такой, что $0 \rightarrow X$.

Здесь «$\rightarrow$» — формализованное представление отношения «содержаться в», «$\supset$» — «непосредственно содержаться в», «$\leftrightarrow$» — эквивалентности «$X+Y$» — сумма X и Y, «$X-Y$» — разность между X и Y. Гриз показывает, что система $<M, \rightarrow, +, ->$ удовлетворяет вышесформулированным семи условиям группировки.

Формализовав понятие группировки, Гриз затем строит формализованные системы группировок классов и транзитивных асимметричных отношений и показывает возможность перехода от них (путем модификации постулатов G1—G8) к системе $<\mathrm{N}, <, +, ->$, которая представляет собой формализованное выражение последовательности целых чисел (см.: J.-B. Grize. Du groupement au nombre: essai de formalisation. «Problèmes de la construction du nombre». Paris, 1963, pp. 69—96).

Пиаже и Гриз обращают особое внимание на то обстоятельство, что переход от группировок классов и отношений к числовой структуре не представляет собой простой дедукции, а является своеобразным синтезом (в смысле Гегеля), в котором классы и отношения суть «моменты» числа, подлежащие «снятию» (J. Piaget. Problèmes de la construction du nombre. Ibidem, p. 8).

Произведенная Гризом формализация позволила по-новому поставить и ряд специфически психологических проблем формирования числа. Участники Международного центра, в частности, подвергли экспериментальному исследованию хронологические связи между формированием в развитии ребенка классов, отношений и чисел, проблему автономности дооперационального и операционального развития числа, целостный характер формирования понятия числа и т. д. (см.: J. Piaget. Problèmes de la construction du nombre. Ibidem, pp. 1—68).

ЛОГИКА И ПСИХОЛОГИЯ

В основание «Логики и психологии» положены лекции, прочитанные Ж. Пиаже в Манчестерском университете в октябре 1952 г.

Первым изданием книга вышла на английском языке в 1953 г. («Logic and psychology». Manchester University Press, 1953, p. 48). Работа переиздавалась там же в 1957 г. и в Нью-Йорке (New York, Basic Books, 1958). На французском языке эта работа не публиковалась. В английское издание «Логики и психологии» включена статья «Элементарное введение в логику Ж. Пиаже», написанная английским переводчиком проф. У. Мейсом, и ряд его примечаний; все это опущено в русском переводе, который сделан с издания 1957 г.

Содержание «Логики и психологии» в ряде пунктов существенно дополняет включенную в настоящее издание работу «Психология интеллекта» и по сути дела является хорошим введением в анализ Ж. Пиаже взаимоотношения логики и психологии при исследовании мышления.

При переводе этой работы возникло следующее терминологическое затруднение. В английском языке для понятий «логическая (психологическая) структура» и «структура» (в алгебраическом смысле слова) существуют два термина — «logical (psychological) structure» и «lattice», на русский язык и то, и другое обычно переводится одним термином «структура», что, естественно, вызывает двусмысленность. В литературе по общей алгебре на русском языке эту трудность, как правило, обходят, переводя «structure» как «строение». Однако на этот путь нельзя было встать, так как у Ж. Пиаже понятия «логическая структура» и «психологическая структура» являются рабочими с достаточно четко определенным содержанием (и более широким, чем значение термина «структура» в алгебре). Поэтому мы сохранили термин «структура» в этом значении (т. е. как логическая или психологическая структура), а «lattice» переводили как «структура в алгебраическом смысле» (следует отметить, что в самое последнее время в математической литературе все чаще этот термин стали переводить термином «решетка»).

Структурированное целое (фр. structure d'ensemble, *англ.* structured whole). В понятии структурированного целого находит выражение стремление Пиаже подойти к исследованию мышления как к системно-структурному исследованию. Именно с этой точки зрения существующие средства современной аксиоматической формальной логики представляются ему недостаточными, поскольку они, по мнению Пиаже, дают лишь линейное описание мышления и не позволяют учесть действительных взаимосвязей, характеризующих как развитое, так и становящееся мышление. Ориентация на структурированное целое и есть ориентация на создание средств, дающих возможность выявить нелинейный, «объемный» характер мышления. Оценку этой попытки см. в комментарии *Логика целостностей* к главе II «Психологии интеллекта».

Логико-алгебраические структуры в концепции Ж. Пиаже. В своем генетическом исследовании развития интеллекта Ж. Пиаже преследует две цели: показать, с одной стороны, генезис действий, приводящих к тем или иным интеллектуальным структурам, а с другой стороны, дать логические описания структур, которые индивид последовательно проходит в своем развитии. Вторая задача, являясь логической по своему существу, решается Ж. Пиаже в контексте понятий современной общей алгебры. Как нельзя понять психолога Пиаже без рассмотрения его логической концепции, так и последнюю невозможно усвоить в отрыве от основных представлений общей алгебры.

Мы не имеем возможности подробно рассматривать всю совокупность алгебраических и логико-алгебраических понятий, используемых Ж. Пиаже. Интересующихся можно отослать к книге: А. Г. Курош. Лекции по общей алгебре. М., Физматгиз, 1962; изложение алгебры логики имеется в работах: П. С. Новиков. Элементы математической логики. М., Физматгиз, 1956; А. Кузнецов. Алгебра логики. «Философская энциклопедия», т. I, М., 1960. Здесь же мы ограничимся введением необходимого минимума понятий.

Алгебраический анализ начинается с введения произвольного множества элементов и состоит в установлении последовательных ограничений над таким множеством и его элементами и в рассмотрении связей, получаемых в результате этих алгебраических образований. Важнейшими при этом являются следующие понятия.

Группа — такое множество элементов G, в котором выполняются следующие условия:

1. На этом множестве для каждой пары элементов однозначно определена бинарная алгебраическая операция, т. е. имеет место композиция элементов G; для каждого a и b:

$$ab=c; \qquad (a,\ b,\ c \in G).$$

2. Все элементы G удовлетворяют условию ассоциативности:

$$(ab)c=a(bc); \qquad (a,\ b,\ c \ni G).$$

3. В группе G существует однозначно определенный элемент e, такой, что для любого $a \in G$ единственным образом определяется элемент a^{-1}, так что $a \cdot a^{-1}=e$, $a^{-1} \cdot a=e$ (элемент e называется единицей группы, а элемент a^{-1} — обратным элементом по отношению к a).

4. Групповая операция между любым $a \in G$ и единицей группы дает в результате тот же самый элемент

$$a \cdot e=a,\ e \cdot a=a.$$

Сформулированные четыре условия группы лежат в основании всех логико-алгебраических рассуждений Ж. Пиаже; он их соответственно называет условиями: 1) композиции; 2) ассоциативности; 3) обратимости; 4) идентичности. Следует обратить внимание на то, что Пиаже особо подчеркивает операциональный характер группы и ее условий — наличие прямых и обратных операций и т. д.

Условия группы не предполагают обязательного выполнения закона коммутативности, т. е. произведение элементов в группе G может зависеть от порядка сомножителей. Поэтому мы вынуждены писать

$$ea = ea = a \text{ и } aa^{-1} = a^{-1}a = e.$$

Группа, в которой выполняется закон коммутативности, т. е. для любых элементов $a, b \in G$ имеет место

$$ab = ba,$$

называется коммутативной или абелевой.

Кроме мультипликативной, возможна аддитивная запись условий группы. В этом случае прямая групповая операция называется сложением $(a+b)$, единица группы называется нулем (обозначается 0), обратным (противоположным) элементом является $(-a)$, обратной операцией — вычитание.

Приведем два примера групп. I. Аддитивная группа G_1 целых чисел (положительных, отрицательных и нуля). Для любых элементов G_1 справедливо:

$$1)\ a+b=c;\ 2)\ (a+b)+c=a+(b+c);$$
$$3) \text{ если } a+b=c, \text{ то } b=c-a;\ 4)\ a-a=0;\ a+0=a.$$

II. Мультипликативная группа G_2 отличных от нуля рациональных (целых и дробных) положительных и отрицательных чисел. Для любых элементов G_2 справедливо:

$$1)\ ab=c;\ 2)\ (ab)c=a(bc);\ 3) \text{ если } ab=c, \text{ то } b=ca^{-1};$$
$$4)\ aa^{-1}=1;\ a\cdot 1=a.$$

Кольцом называется множество R, в котором заданы две бинарные алгебраические операции — сложение и умножение, причем по сложению это должна быть абелева группа — аддитивная группа кольца R, а умножение должно быть связано со сложением законами дистрибутивности:

$$a(b+c)=ab+ac;$$
$$(b+c)a=ba+ca.$$

Во всяком кольце законы дистрибутивности выполняются и для разности, т. е.

$$a(b-c)=ab-ac;$$
$$(b-c)a=ba-ca.$$

Одним из важнейших алгебраических понятий является понятие структуры (решетки). В строгом алгебраическом смысле структурой называется частично упорядоченное множество S, которое удовлетворяет следующим двум условиям:

I_1. Для всякой пары элементов $a, b \in S$ в S существует такой элемент $c = a \cap b$, пересечение элементов a и b, что $c \leqslant a$, $c \leqslant b$, причем если некоторый элемент c' также обладает свойствами $c' \leqslant a$, $c' \leqslant b$, то $c' \leqslant c$.

I_2. Для всякой пары элементов $a, b \in S$ в S существует такой элемент $d = a \cup b$, объединение элементов a и b, что $d \geqslant a$, $d \geqslant b$, причем если некоторый элемент d' также обладает свойствами $d' \geqslant a$, $d' \geqslant b$, то $d' \geqslant d$ (отношение $\geqslant$ является обратным к $\leqslant$; по определению оно вводится как $a \geqslant b = b \leqslant a$ и обладает теми же свойствами, что и отношение $\leqslant$).

Кроме приведенного определения структуры, можно дать и другое, эквивалентное первому, но без использования понятия частичной упорядоченности. Множество S с двумя бинарными операциями $a \cap b$ и $a \cup b$ тогда и только тогда будет структурой, если эти операции удовлетворяют следующим тождественным соотношениям:

$$
\begin{aligned}
&II_1 \quad a \cap a = a, \ a \cup a = a,\\
&II_2 \quad a \cap b = b \cap a, \ a \cup b = b \cup a;\\
&II_3 \quad (a \cap b) \cap c = a \cap (b \cap c),\\
&\qquad\ (a \cup b) \cup c = a \cup (b \cup c);\\
&II_4 \quad a \cap (a \cup b) = a, \ a \cup (a \cap b) = a.
\end{aligned}
$$

Прежде чем охарактеризовать некоторые виды структур, важные для понимания логической теории Ж. Пиаже, введем еще одно алгебраическое понятие, тесно связанное с понятием структуры, — понятие полуструктуры. Полуструктура, говоря качественным языком, представляет собой частичную (или ослабленную) структуру и характеризуется наличием на некотором множестве T одного из бинарных отношений ($a \cap b$ или $a \cup b$), определяющих структуру. Таким образом, существуют два понятия полуструктуры: полуструктура с пересечением и полуструктура с объединением, причем первая определяется условием I_1 или левыми соотношениями II_1, II_2, II_3, а вторая — I_2 или правыми соотношениями II_1, II_2, II_3 (естественно, что соотношения II_4 не входят в определения полуструктуры, так как они связывают операции пересечения и объединения, а в каждом понятии полуструктуры имеется лишь одна из этих операций).

Для пояснения введем понятие полуструктуры с пересечением в явном виде. Частично упорядоченное множество T является полуструктурой с пересечением, если оно удовлетворяет следующему условию: для всякой пары элементов $a, b \in T$ в T существует такой элемент $c = a \cap b$, пересечение элементов a и b, что $c \leqslant a$, $c \leqslant b$, причем если некоторый элемент c' также обладает свойствами $c' \leqslant a$, $c' \leqslant b$, то $c' \leqslant c$.

Это определение однозначно задает пересечение произвольных элементов a и b из T, из него, в частности, также вытекает, что если $a \leqslant b$, то $a \cap b = a$ и обратно.

Как и в случае структуры, понятие полуструктуры с пересечением можно задать эквивалентным образом и без использования понятия частичной упорядоченности, а путем определения на множестве T бинарной операции $a \cap b$, которая удовлетворяет следующим тождественным соотношениям:

$$
\begin{aligned}
&II'_1 \quad a \cap a = a;\\
&II'_2 \quad a \cap b = b \cap a;\\
&II'_3 \quad (a \cap b) \cap c = a \cap (b \cap c).
\end{aligned}
$$

Среди видов структур нас особенно будут интересовать дистрибутивные структуры. Структура S называется дистрибутивной, если в ней тождественно выполняется равенство

$$a \cap (b \cup c) = (a \cap b) \cup (a \cap c).$$

Булевой структурой (или булевой алгеброй) называется дистрибутивная структура S с нулем и единицей, если всякий элемент $a \in S$ обладает дополнением $\bar{a}$, где $\bar{a} \in S$ и $a \cap \bar{a} = 0$, $a \cup \bar{a} = 1$. Всякий элемент $a \in S$ обладает единственным дополнением.

Структура всех подмножеств некоторого множества является булевой структурой. Булевой структурой являются также и основные разделы математической логики, а именно: алгебра высказываний, алгебра классов и алгебра предикатов. Понимаемые таким образом эти три важнейших раздела современной формальной логики оказываются тесно связанными между собой; в частности, в рамках алгебры логики установлены формы перехода от одной логической системы к другим (точнее — от одной интерпретации булевой структуры к другим); подробнее см.: А. Кузнецов. Алгебра логики. «Философская энциклопедия», т. I. М., 1960, стр. 37.

Одной из важных областей приложения аппарата алгебры логики является сфера процесса мышления. Привлечение внимания к этому факту и интенсивная работа в этом направлении — важная заслуга Ж. Пиаже. Постоянно подчеркивая важность логического анализа для психологического исследования, Ж. Пиаже при проведении своего логического анализа отказывается от использования аппарата аксиоматически построенной логики (см. комментарий *Аксиоматический метод в логике*) и основывает все свои работы на аппарате алгебры логики. При этом поскольку, согласно его концепции, алгебра высказываний, классов и предикатов характеризует высшие формы интеллекта, а его прежде всего интересует анализ развития интеллекта, то совершенно естественно, что основное внимание Ж. Пиаже уделяет рассмотрению простейших понятий абстрактной алгебры, т. е. не булевых структур, а полуструктур, группировок и т. д.

Так, например, рассматривая в разделе III работы «Логика и психология» «элементарные группировки» (классификации и сериации, имеющие место на стадии конкретных операций), Ж. Пиаже подчеркивает их ограниченный характер по сравнению со структурами в алгебраическом смысле или группами, характеризующими пропозициональные операции или операции классов и отношений в их наиболее общей форме (булева алгебра и т. п.). Он, в частности, отмечает, что «элементарная группировка» является только полуструктурой, так как в ней имеет место лишь одна бинарная операция (например, объединение для простой аддитивной группировки), а другая — пересечение дает всегда в результате 0 (для данной группировки).

С этой точки зрения совершенно понятен и способ рассмотрения Ж. Пиаже перехода от «элементарных группировок» к пропозициональным структурам (например, к логике высказываний) как перехода от полуструктур к полным структурам (и даже точнее — к булевой структуре). В этой связи следует обратить особое внимание на два момента.

Во-первых, для Пиаже весьма важно, что элементарные группировки не основываются на комбинаторной системе, т. е. не представляют собой множества всех подмножеств некоторого множества. Если проинтерпретировать это обстоятельство в алгебраических терминах, то оно оказывается совершенно очевидным: ведь по своим алгебраическим свойствам группировка намного более «слабое» образование, чем булева структура, а множество всех подмножеств фиксированного множества как раз и представляет собой булеву структуру.

Во-вторых, перейдя к рассмотрению логики высказываний (пропозициональных структур), Ж. Пиаже подчеркивает, что в алгебраическом плане эта система представляет собой одновременно полную структуру в алгебраическом смысле и группу (см. стр. 614 настоящего издания). Такая алгебраическая характеристика логики высказываний (которая, как было показано ранее, является булевой структурой) у Ж. Пиаже связана, с одной стороны, с тем, что в контексте его психологического исследования важную роль играет группа *INRC*, входящая в булеву структуру, а с другой стороны, с тем, что Ж. Пиаже интересует взаимоотношение общих структурных (в алгебраическом смысле) и групповых аспектов тех логических систем, которые должны быть сформированы у индивида, и при этом он, естественно, отвлекается от того, что рассматриваемая им логическая система оказывается не просто структурой, а булевой структурой.

Таким образом, аппарат современной общей алгебры, и прежде всего аппарат алгебры логики, находит широкое применение в теории Ж. Пиаже. Исследования в этом направлении были продолжены Ж. Пиаже и в последующие годы, главным образом в рамках «Международного центра генетической эпистемологии». Основное внимание в этой связи уделяется проблемам филиации структур, структурного анализа, генезиса, выявления специфических особенностей логической системы Ж. Пиаже (см.: L. Apostel, G.-B. Grize, S. Papert et J. Piaget. La filiation des structures. Paris, Presses Universitaires de France, 1963). В частности, Ж.-Б. Гриз, опираясь на предложенную им формализацию понятия группировки (см. комментарий *Разработка Ж. Пиаже проблем образования числа в 50—60-е годы*), дал изложение последовательного развития структур от элементарных группировок классов и отношений через группы и полуструктуры классов и отношений к кольцу, структуре с обратной операцией и, наконец, к булевой алгебре, представляющей собой, в частности, пропозициональное исчисление. Эта работа открывает существенно новые моменты в исследовании алгебраических понятий в операциональной концепции Ж. Пиаже.

«Логицизм» в психологии и «психологизм» в логике. Ж. Пиаже уже при подготовке его ранних работ были хорошо известны принципы новой математической логики, или логистики, однако в этот период он, стремясь к «чистоте» психологического анализа, считал, что попытки поспешного дедуктивного изложения данных опыта легко приводят к тому, что оказываешься «во власти предвзятых идей, легковесных аналогий, подсказываемых историей науки и психологией первобытных народов, или, что еще более опасно, во власти предубеждений логической системы или системы эпистемологической» (Ж. Пиаже. Речь и мышление ребенка. М.—Л., 1932, стр. 64). «Классическая логика (т. е. логика учебников) и наивный реализм здравого смысла, — писал он, — два смертельных врага здоровой психологии познания» (там же).

Критическое отношение Ж. Пиаже к «логике учебников» представляет собой в значительной степени реакцию против логизации психологии мышления, широко распространенной в XIX веке. В XX веке большинство психологов пытались объяснить интеллект без какого-либо обращения к логической теории.

Такому положению дел способствовали и изменения в теоретическом истолковании логики, происшедшие в конце XIX века. Вместо понимания логики как части психологии, законы которой выводятся из эмпирических фактов интеллектуальной жизни людей («психологизм» в логике), господствующим стало рассмотрение логики как совокупности формальных исчислений, устанавливающих правила преобразования одних языковых форм в другие, которые независимы от эмпирического психологического материала и не имеют отношения к анализу процесса мышления. Пиаже совершенно справедливо отмечает, что «большинство современных логиков не касаются более вопроса о том, имеют ли законы и структуры логики какое-либо отношение к психологическим структурам» (см. настоящее издание, стр. 590). Соответствующие высказывания современных теоретиков логики хорошо известны. Приведем одно из наиболее характерных: «...неверно, что логика — наука о законах мышления. Исследовать, как мы действительно мыслим — или как мы должны мыслить, — не предмет логики. Первая задача принадлежит психологии. Логика имеет дело с мышлением не более, чем математика» (Я. Лукасевич. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1959, стр. 48; см. также: R. Carnap. Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit. Wien, Springer, 1958, S. 30—32).

В своих произведениях 30—40-х годов Ж. Пиаже предпринял попытку снять ограниченности «логицизма» и «психологизма». С сутью его концепции читатель познакомится по работам, включенным в настоящее издание (см. также вступительную статью). Следует, однако, отметить, что Пиаже не удалось, как он ни стремился к этому, действительно разрешить спор психологизма и логицизма. По его мнению, ошибка психологизма состояла в том, что его сторонники стремились из психологического факта вывести нормы мышления. Пиаже предлагает саму норму понимать как факт, а именно как факт равновесия интеллектуальных операций в познавательной структуре. Нетрудно увидеть, что противоречие между психологизмом и логицизмом сохраняется внутри разрабатываемой Пиаже концепции. У Пиаже норма мышления — равновесность интеллектуальных операций — оказывается фактически привнесенной в психологию из логики, т. е. норма не выводится из анализа закономерностей мышления, а является лишь своеобразной интерпретацией логико-математических построений (см.: Н. И. Непомнящая. О связи логики и психологии в системе Ж. Пиаже. «Вопросы философии», 1965, № 4; о «психологизме» в логике см.: П. В. Таванец и В. С. Швырев. Логика научного познания. «Проблемы логики научного познания». М., изд. «Наука», 1964).

Операционализм — философская концепция, основанная английским физиком Н. Кэмпбелом и американским физиком П. Бриджменом. Основная идея операционализма — идея операциональной природы научных понятий; в соответствии с этим каждое понятие определяется через совокупность операций, используемых при его употреблении и проверке (подробнее об операционализме см. в книге: Т. И. Хилл. Современные теории познания. М., изд. «Прогресс», 1965). Эта исходная идея обнаружила свою плодотворность не только в физике, но и в ряде других специальных дисциплин, а также в логике и психологии. В частности, в психологии она выступила как весьма эффективная идея операционального строения мыслительной деятельности. Именно этот аспект получил наибольшее развитие в концепции Ж. Пиаже, хотя он развивался и развивается также другими психологами как за рубежом, так и в нашей стране. Следует, однако, отличать саму идею операционального подхода к понятиям и мыслительной деятельности вообще от того конкретного вида, который операционализм принял в концепции Бриджмена. У последнего под влиянием идей махизма и прагматизма операционалистическая концепция обосновывается конвенционалистски и используется для крайних выводов в духе философского релитивизма и субъективного идеализма. Поэтому к словам Пиаже о его близости к операционализму следует отнестись осторожно и критически: Пиаже, как и большинство психологов, воспринял лишь идею операционального подхода к мышлению, а отнюдь не те философские выводы, которые характерны для Бриджмена и которые обычно связываются с концепцией операционализма. Эта последняя сторона операционализма Бриджмена является чуждой философским взглядам Пиаже.

ТЕРМИНОЛОГИЧЕСКИЙ СЛОВАРЬ[1]

accommodation аккомодация
action действие
~ de la vie sociale воздействие социальной жизни
acquisition (du langage) овладение (*языком*)
activité деятельность, активность
adaptation адаптация
additif аддитивный
addition des relations сложение отношений
affections чувства, аффекты
ajustement прилаживание, согласование, применение
alignement линейное построение (*элементов*)
altérité отличие
alternance чередование
anticipation антиципация, предвосхищение
apparence внешняя видимость
apprentissage научение
arrangement расстановка, приведение в порядок
assimilation ассимиляция
bi-univoque et réciproque взаимно-однозначный
cardinal количественный, кардинальный
cardination определение количественного числа
champ de perception поле восприятия
classe класс
~ générale общий класс
~ incluse включенный класс
~ particulière частный класс
~ singulière единичный класс
~ spéciale отдельный, специальный класс
~ spécifique особый класс
~ totale общий, целостный класс
classification классификация
~ multiple многосторонняя классификация
~ quantitative количественная классификация
~ simple простая классификация
cohérence согласованность, связность, непротиворечивость, когерентность
collection cardinale количественная совокупность
colligation сцепление, связывание, соединение
complémentaire дополнительный
comportement поведение
composition композиция
~ additive аддитивная композиция
~ des relations des rapports (des parties) композиция отношений (*частей*)
~ des rangées состав рядов
~ immédiate непосредственная композиция
~ multiplicative мультипликативная композиция
compréhension содержание (*логическое понимание*)
concept понятие, концепт
conduite поведение, действие, поступок
connaissance знание, познание
connexion связь
conservation du tout сохранение целого
consigne предписание, инструкция
constance quantitative количественная константность, количественное постоянство
construction построение, конструирование
~ des classes построение классов
~ de l'objet построение предмета, объекта
~ des classifications построение классификаций
continuité преемственность, непрерывность

[1] Словарь составлен В. Ф. Пустарнаковым, Л. С. Ильинской и В. Н. Садовским.

contrainte принуждение
convergence совпадение
coordination quantitative количественная координация
correspondance соответствие
~ cardinale количественное соответствие
~ bi-univoque et réciproque взаимно-однозначное соответствие
~ intuitive наглядное соответствие
~ multiple краткое, сложное соответствие
~ numérique числовое соответствие
~ opératoire операциональное соответствие
~ ordinale порядковое соответствие
~ provoquée вызванное соответствие
~ quelconque любое, произвольное соответствие
~ spontanée стихийное соответствие
~ terme à terme поэлементное, почленное соответствие
covariant ковариант
déboîtement исключение
décalage расхождение (*ответов*, *возрастов*)
décomposition разложение
dénombrement счет, счисление
densité плотность (*ряда*)
déplacement перемещение
détour отклонение
différence разность, различие, отличие
différenciation дифференциация
dimension размерность
dissociation диссоциация
donnée данная (*величина*), известная (*величина*)
~ irréductible несводимая данная
~ numérique числовая данная
dressage навык
éhange обмен, взаимодействие
~ un contre un обмен в соотношении 1 к 1
égalisation des différences уравнивание разностей
élaboration de la conservation установление (*выработка*, *оформление*) сохранения
emboîtement включение
enchaînement последовательная цепь
ensemble cardinal кардинальное (*количественное*) множество
énumération исчисление, счет
équilibre равновесие
équivalence эквивалентность
~ cardinale количественная эквивалентность
~ durable прочная эквивалентность
~ momentanée временная эквивалентность
~ nécessaire необходимая эквивалентность
~ quantifiante квантифицирующая эквивалентность
~ quantitative количественная эквивалентность
évaluation оценка
~ cardinale (quantitative) количественная оценка
expérience acquise приобретенный опыт
extension объем (*понятия*)
figuratif образный, фигуративный
figure d'ensemble целостная фигура
filiation переход, филиация
finalité целенаправленность
formation des opérations формирование операций
forme форма
~ d'ensemble форма целого, целостная форма
~ familiére знакомая форма
fusion des classes слияние (*объединение*, *соединение*) классов
généralisation обобщение, распространение на...
graduation градуирование
groupe группа
groupement группировка
habitude навык
hétérogène гетерогенный, разнородный
homogène гомогенный, однородный

identification logique логическое отождестволение
identité тождество, идентичность
incluant, inclusif включающий
inclus включенный
inclusions hièrarchiques иерархические включения
incorporer включать
indice признак
indifférenciation недифференцированность
inhibition торможение
inspection обзор
intelligence sensori-motrice сенсо-моторный интеллект
intercalation включение
interférence интерференция
interférer иметь сходные элементы
interprétation интерпретация
intuitif интуитивный, наглядный
intuition интуиция, наглядность
invariance инвариантный
irréductible несводимый
itération итерация
itinéraire путь действия
jugement quantitatif количественное суждение
justification мотивировка
juxtaposition рядоположность
langage articulé членораздельная речь
largeur ширина
lecture perceptive перцептивное чтение
liaison связь
logistique логистика, математическая логика
maturation созревание
mécanisme механизм
~ cardinal количественный механизм
~ formateur формирующий механизм
mental умственный, мысленный, психический
mesure мера, измерение
montage установка
motricité моторность
multidimentionnel многомерный
multiple сложный
multiplicatif мультипликативный
multiplication мультипликация, умножение
niveau уровень
nombre cardinal количественное число
notion cardinale количественное понятие
numération счисление, счет
~ parlée устный счет, счисление
~ verbale устный счет
obligation обязанность, требование
opération операция
~ constitutive конститутивная операция
~ nombrante числовая операция
~ quantifiante квантифицирующая операция
~ conceptuelle концептуальная операция
ordination упорядочивание, опделение порядкового числа
ordre de succession порядок последовательности
organisation организация, структура
~ nombrante числовая организация (*структура*)
~ quantifiante квантифицирующая организация (*структура*)
partition разбиение
~ arithmétique арифметическое разбиение
~ en unités разбиение на единицы
~ numérique числовое разбиение
pensée мышление
~ intuitive интуитивное, наглядное мышление
~ nombrante мышление, оперирующее с числами
perceptif перцептивный
perception восприятие
permanence постоянство
permutation перестановка
placement spatial ou temporel пространственное или временное размещение

prégnance прегнантность
pression sociale воздействие социальной среды
proportion пропорция
puissance totale общая мощность
qualitatif качественный
qualite свойство, качество
quantification extensive экстенсивная квантификация
quantité величина, количество
~ brute брутто-величина
~ continue непрерывная величина
~ d'ensemble целостная величина
~ discontinue дискретная величина
~ extensive экстенсивная величина
~ intensive интенсивная величина
~ totale общая величина
raisonnement рассуждение, умозаключение
rang ранг
rangée ряд
~ linéaire линейный ряд
~ simple простой ряд
rapport отношение
~ asymétrique асимметричное отношение
~ d'équivalence отношение эквивалентности
~ perceptif перцептивное отношение
~ quantitatif количественное отношение
~ social социальное отношение
~ symétrique симметричное отношение
réadaptation реадаптация
réalité действительность, реальность
réciprocité взаимность, реципрокность
reconstitution (reconstruction) des correspondances восстановление соответствий
régularité регулярность, закономерность
régulation регуляция
relation отношение
~ quantifiante квантифицирующее отношение
~ d'ensemble целостное отношение
~ quantitative количественное отношение
~ de ressemblances et de différences отношение сходства и различия
renforcements réflexes непроизвольные подкрепления, усиления
représentation imagée образное представление
reproduction des figures воспроизведение фигур
réseau des opérations решетка операций
ressemblance сходство
restructuration переструктурирование
retour изгиб
réunion соединение, объединение
réversibilité обратимость
sens commun здравый смысл
sensori-moteur сенсо-моторный
sentiments чувства
sérial сериальный
sériation сериация
~ généralisée обобщенная сериация
série серия, ряд
sérié серийрованный
signification cardinale количественное значение
similitude qualitative качественное подобие
simultanément одновременно, симультанно
soustraction вычитание
structuration структурирование
structure структура, строение
~ d'ensemble структура целого, целостная структура, структурирóванное целое
structurer структурировать
substitution замена, подстановка
succession de distinctions dichotomiques последовательность дихотомических различий
suggestion подсказка

suite des nombres последовательность чисел
système система
~ d'opérations система операций
~ cohérent связная система
~ d'ensemble система целого
~ d'inclusion система включения
~ opératoire операциональная система
table à double entrée таблица с двойным входом
tableau картина, изображение
tâtonnement хаотический поиск, поиск вслепую (на ощупь)
le total целое, совокупность, сумма
totalisation суммирование
totalité целостность, целое
~ cardinale количественная целостность
~ opératoire операциональное целое
le tout целое
transfert перенесение, трансфер
transitif транзитивный, переходный
transition переход, взаимопереход
transitivité транзитивность, переходность
transvasement переливание
unidimensionnel одномерный
unilatéral односторонний
unité единица
~ cardinale количественная единица
~ numérique числовая единица
~ s ordonnées упорядоченные единицы
valeur значение, ценность
~ numérique числовое значение
~ quantitative (cardinale) количественное значение
~ totale общее значение
variation quantitative количественное изменение
verbal словесный, вербальный
vérification проверка, подтверждение, верификация
vicariance замена
vicariant викариантный, замещающий, заменяющий

БИБЛИОГРАФИЯ РАБОТ Ж. ПИАЖЕ[1]

I. КНИГИ

— Recherche. — Lausanne, La Concorde, 1918, 212 p.
— Le langage et la pensée chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1923, 319 p. — 2e éd. — Ibidem, 1930. — 3e éd. — Ibidem, 1948. — 4e éd. — Ibidem, 1956.
— Le jugement et le raisonnement chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1924, 343 p. — 2e éd. — Ibidem, 1935. — 3e éd.— Ibidem, 1947. — 4e éd. — Ibidem, 1956.
— La représentation du monde chez l'enfant. — Paris, Alcan, 1926, 424 p. — 2e éd. — Presses Universitaires de France, 1947.
— La causalité physique chez l'enfant. — Paris, Alcan, 1927, 347 p.
— Le jugement moral chez l'enfant. — Paris, Alcan, 1932, 478 p. — 2e éd. — Presses Universitaires de France, 1957.
— La naissance de l'intelligence chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1936, 429 p. — 2e éd. — Ibidem, 1948. — 3e éd.— Ibidem, 1959.
— La construction du réel chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1937, 398 p. — 2e éd. — Ibidem, 1950.
— La genèse du nombre chez l'enfant (aves A. Szeminska). — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1941, 308 p.
— Le développement des quantités chez l'enfant (avec B. Inhelder). — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1941, 339 p.
— Classes, relations et nombres. Essai sur les groupements de la logistique et sur la réversibilité de la pensée. — Paris, Vrin, 1942, 323 p.
— La formation du symbole chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1945, 308 p.
— Les notions de mouvement et de vitesse chez l'enfant. — Paris, Presses Universitaires de France, 1946, 281 p.
— Le développement de la notion de temps chez l'enfant. — Paris, Presses Universitaires de France, 1946, 298 p.
— La psychologie de l'intelligence. — Paris, Presses Universitaires de France, 1946, 210 p.—2e éd. A. Colin, 1947, 3e éd. — Ibidem, 1952. — 4e éd. — Ibidem, 1956.
— La représentation de l'espace chez l'enfant (avec B. Inhelder). — Paris, Presses Universitaires de France, 1947, 576 p.
— La géométrie spontanée de l'enfant (avec B. Inhelder et A. Szeminska). — Paris, Presses Universitaires de France, 1958, 514 p.
— Introduction à l'épistémologie génétique. I: La pensée mathématique. — Paris, Presses Universitaires de France, 1949, 301 p.
— Introduction à l'épistémologie génétique. II. La pensée physique.— Paris, Presses Universitaires de France, 1950, 355 p.
— Introduction à l'épistémologie génétique. III: La pensée biolo-

---

[1] Библиография работ Ж. Пиаже представлена для настоящего издания библиотекой Института наук о воспитании Женевского университета. Редактирование и дополнение произведены В. Н. Садовским.

gique, la pensée psychologique et la pensée sociologique. — Paris, Presses Universitaires de France, 1951, 265 p.
— Traité de logique. Essai de logistique opératoire. — Paris, A. Colin, 1950, 423 p.
— La genèse de l'idée du hasard chez l'enfant (avec B. Inhelder). — Paris, Presses Universitaires de France, 1951, 265 p.
— Essai sur les transformations des opérations logiques. Les 256 opérations ternaires de la logique bivalente des propositions. — Paris, Presses Universitaires de France, 1952, 239 p.
— De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent (avec B. Inhelder). — Paris, Presses Universitaires de France, 1955, 314 p.
— La genèse des structures logiques élémentaires. Classifications et sériations (avec B. Inhelder). — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1959, 294 p.
— Les mécanismes perceptifs. Modèles probabilistes, analyse génétique, relations avec l'intelligence. — Paris, Presses Universitaires de France, 1961.
— Six études de psychologie. Gothier, 1964.
— Etudes sociologiques. — Genève, 1965, 204 p.
— Sagesse et illusions de la philosophie. — Paris, Presses Universitaires de France, 1965, 287 p.

II. ПЕРЕВОДЫ[1]

НА АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК (США)

— The child's conception of the warld. — New York, Harcourt and Brace, 1929.
— The moral judgement of the child. — New York, Harcourt and Brace, 1932, 427 p. — Idem. — Glencoe, III, Free Press, 1948.
— Play, dream and imitation in childhood. — New York, Norton, 1951, 295 p.
— The origins of intelligence in children. — New York, International University Press, 1952.
— The construction of reality in the child. — New York, Basic Books, 1954, 386 p.
— The language and thought of the child. — New York, Meridian Books, 1955, 251 p.
— The growth of logical thinking from childhood to adolescence. — New York, Basic Books, 1958.

НА АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК (ВЕЛИКОБРИТАНИЯ)

— The language and the thought of the child. — London, Routledge and Kegan Paul, 1948, 246 p. — Idem. — Ibidem, 1959.
— The psychology of intelligence. — London, Routledge and Kegan Paul, 1950, 189 p.
— The child's conception of number. — Ibidem, 1952.
— The origin of intelligence in the child. — London, Bailey, Bros and Swinfen, 1953, 425 p.
— The child's construction of reality. — London, Routledge and Kegan Paul, 1955, 389 p.

[1] Указаны основные переводы.

— The child's conception of space. (Together with B. Inhelder). — Ibidem, 1956, 490 p. — Ibidem, 1963, 490 p.
— The child's conception of geometry. (Together with B. Inhelder and A. Szeminska). — London, Routledge and Kegan Paul, 1960, 411 p.
— The early growht of logic in the child. (Together with B. Inhelder). — London, Routledge and Kegan Paul, 1964, 302 p.

НА ИТАЛЬЯНСКИЙ ЯЗЫК

— Psicologia dell' intelligenza. — Firenze, Editrice universitaria, 1952, 214 p.
— Il linguaggio e il pensiero del fanciullo. — Ibidem, 1955, 288 p.
— La rappressentazione del mundo nel fanciullo. — Torino, Einaudi, 1955, 400 p.
— Avviamento al calcolo (avec B. Boscher et A. Chatelet.) — Firenze, La Nuova Italia, 1956, 143 p.
— Giudizio e ragionamento nel bambino. — Firenze, La Nuova Italia, 1958, 271 p.

НА НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

— Psychologie der Intelligenz. — Zürich, Rascher, 1948, 249 p.
— Das moralische Urteil beim Kinde. — Ibidem, 1954.
— Die Bildung des Zeitbegriffs beim Kinde. — Ibidem, 1955, 397 p.

НА ИСПАНСКИЙ ЯЗЫК

— La causalidad física del niño. — Madrid, Espasa Calpe, 1934, 288 p.
— La representación del mundo en el niño. — Ibidem, 1934.
— El juicio moral en el niño. — Madrid, Beltran, 1935.
— Psycologia de la inteligencia. — Buenos Aires, 1956, 227 p.

НА РУССКИЙ ЯЗЫК

— Речь и мышление ребенка. — Под ред. и со вступительной статьей Л. С. Выготского. — М.-Л., Учпедгиз, 1932.
— Генезис элементарных логических структур. Классификации и сериации (совместно с Б. Инельдер). — М., ИИЛ, 1963.
— Экспериментальная психология. — Редакторы-составители П. Фресс и Ж. Пиаже. Общая ред. и предисловие А. Н. Леонтьева. — М., «Прогресс», 1966.

III. БРОШЮРЫ

— La psychologie et les valeurs religieuses. — Genève, Labor, 1923, 171 p.
— Les théories de l'imitation. — Genève, 1935, 16 p. («Cahiers de pédagogie expérimentale et de psychologie de l'enfant», n° 6).
— Principal factors determining intellectual evolution from childhood to adult life. — Cambridge, Mass., Harvard Tercentenary Publications, 1937, 17 p.
— Expériences sur la construction projective de la ligne droite (avec

B. Inhelder). — Genève, 1945, 17 p. («Cahiers de pédagogie expérimentale et de psychologie de l'enfant», nouv. série, n° 2).
— Le droit à l'éducation dans le monde actuel. — Paris, UNESCO, 1948, 64 p.
— Logic and psychology. — Manchester, University, Press, 1953, 48 p. — Idem. — Ibidem, 1957. — Idem. — New York, Basis Books, 1958.
— Comments on Vygotsky's critical remarks concerning «The Language and Thought of the Child». Cambridge, Mass., 1962.

IV. ГЛАВЫ И РАЗДЕЛЫ В СБОРНИКАХ И КОЛЛЕКТИВНЫХ МОНОГРАФИЯХ

— Psychology. — E. L. Schaub (ed.) «Philosophy today». — Chicago, 1928, pp. 263—288.
— Children's philosophies. «A handbook of child psychology». — Worcester, Mass., 1931, pp. 377—391.
— La philosophie de Gustave Juvet. «A la mémoire de Gustave Juvet». — Lausanne, 1937, p. 37—52.
— Remarques psychologiques sur les relations entre la classe logique et le nombre et sur les rapports l'inclusion. «Recueil de travaux de l'Université de Lausanne, publié à l'occasion du IV[e] centenaire de la fondation de l'Université». — Lausanne, 1937, p. 59—85.
— Les méthodes nouvelles, leurs bases psychologiques. «Encyclopédie française», T. XV: Education et instruction, Paris, 1939.
— Intelligenza. — «Enciclopedia medica italiana». — 1951, p. 617—622.
— Essai sur la théorie des valeurs qualitatives en sociologie statique. «Publications de la Faculté des sciences économiques et sociales de l'Université de Genève», 1940, III, p. 31—79.
— Le développement mental de l'enfant. «Juventus helvetica. Notre jeune génération». — Zürich, Litteraria, 1943, p. 19—76.
— Intellectual evolution. «Science and man». — New York, Harcourt and Brace, 1942, p. 409—422.
— Les relations entre la morale et le droit. «Publications de la Faculté des sciences économiques et sociales de l'Université de Genève», 1944, VIII, p. 19—54.
— La soustraction des surfaces partielles congruentes à deux surfaces totales égales. «Miscellanea psychologica Albert Michotte». — Louvain, Institut supérieur de psychologie, 1947, p. 167—180.
— La genèse du nombre chez l'enfant (avec B. Boscher et A. Chatelet). «L'initiation au calcul». — Paris, Bourrelier, 1949, p. 3—28.
— Schémas mathématiques, biologiques et physiques. «Etudes de philosophie des sciences, en hommage à Ferdinand Gonsth, à l'occasion de son 60[e] anniversaire». — Neuchâtel, 1950.
— La psychologie de l'enfant, de 1946 à 1948. «Institut international de philosophie, IV: Psychologie, phénoménologie et existentialisme». — Paris, Hermann, 1950, p. 89—110.
— Die Psychologie der frühen Kindheit. (Mit B. Inhelder). «Handbuch der Psychologie», hrsg. von D. Katz. — Bâle, B. Schwabe, 1951, — 2[e] éd. Ibidem, 1959.
— Autobiography. «A history of psychology in autobiography». — Worcester Mass., Clark University. Press, 1952, IV, pp. 237—256.
— Le langage et la pensée du point de vue génétique. «Thinking and speaking. A symposium». Ed. by G. Revesz. — Amsterdam, North Holland Publishing. Company, 1954, pp. 51—64.

— Les structures mathématiques et les structures opératoires de l'intelligence. «L'enseignement des mathématiques». — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1955, p. 11—34 («Actualités pédagogique et psychologique»).
— The development of time concepts in the child. — P. H. Hoch and J. Zubin (eds). «Psychology of childhood». — New York, Grune and Stratton, 1955, pp. 34—44.
— Epistémologie de la relation. «L'évolution humaine. Spéciation et relation». — Paris, E. Flammarion, 1957.
— Programme et méthodes de l'épistémologie génétique. «Epistémologie génétique et recherche psychologique» (avec E. W. Beth et W. Mays). — Paris, Presses Universitaires de France, 1957, p. 13—84. (Bibliothèque scientifique internationale, Etudes l'épistémologie génétique, I.)
— Logique et équilibre dans les comportements du sujet «Logique et équilibre» (avec L. Apostel et B. Mandelbrot). — Paris, Presses Universitaires de France, 1957, p. 27—113. (Etudes l'épistémologie génétique, II.)
— Les liaisons analytiques et synthétiques dans les comportements du sujet (avec L. Apostel, W. Mays, A. Morf). — Paris, Presses Universitaires de France, 1957, 148 p. (Etudes d'épistémologie génétique, IV.)
— Assimilation et connaissance. «La lecture de l'expérience» (avec
— A. Jonckheere et B. Mandelbrot). — Paris, Presses Universitaires de France, 1958, p. 49—108. (Etudes d'épistémologie génétique, V.)
— Les isomorphismes partiels entre les structures logiques et les structures perceptives. — Les préinférences perceptives et leurs relations avec les schèmes sensori-moteurs et opératoires. «Logique et perception» (avec J. Bruner, F. Bresson et A. Morf). — Paris, Presses Universitaires de France, 1958, p. 49—155. (Etudes l'épistémologie génétique, VI.)
— Apprentissage et connaissance (1re partie). «Apprentissage et connaissance» (avec P. Gréco). — Paris, Presses Universitaires de France, 1959, p. 21—67. (Etudes d'épistémologie génétique, VII.)
— Apprentissage et connaissance (2e partie). «La logique des apprentissages» (avec M. Goustard, P. Gréco, B. Matalon). — Paris, Presses Universitaires de France, 1959, p. 159—188. (Etudes d'épistémologie génétique, X.)
— Problèmes de la construction du nombre. «Problèmes de la construction du nombre» (avec P. Gréco, J.-B. Grize et S. Papert).— Paris, Presses Universitaires de France, 1960, p. 1—68. (Etudes d'épistémologie génétique, XI.)
— La portée psychologique et épistémologique des essais néo-hulliens de D. Berlyne. «Théorie du comportement et opérations» (avec D. Berlyne). — Paris, Presses Universitaires de France, 1960, p. 105—123. (Etudes d'épistémologie génétique, XII.)
— Epistémologie mathématique et psychologie. Essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle (avec E. W. Beth). — Paris, Presses Universitaires de France, 1961, 352 p. (Etudes d'épistémologie génétique, XIV.)
— Le problème de la filiation des structures. «La filiation des structures» (avec L. Apostel, J.-B. Grize et S. Papert). — Paris, Presses Universitaires de France, 1963, p. 1—23. (Etudes l'épistémologie génétique, XV.)

— Défense de l'épistémologie génétique. «Implication, formalisation et logique naturelle» (avec E. W. Beth, J.-B. Grize, R. Martin, B. Matalon et A. Naess). — Paris, Presses Universitaires de France, 1963, p. 1—15. (Etudes d'épistémologie génétique, XVI.)
— Le langage et les opérations intellectuelles. «Problèmes de psycholinguistique. Symposium de l'association de psychologie scientifique de langue française, Neuchâtel, 1962». — Paris, 1963, p. 51—61.
— Traité de psychologie expérimentale. Sous la direction de P. Fraisse et J. Piaget. — Paris, Presses Universitaires de France, 1963, tomes I—IX.
— Les notions de genèse et de structure. «Entretiens sous la direction de M. de Gandillac, L. Godmann et J. Piaget. Centre culturel international de Cerisy-la-Salle, juillet-août, 1959». — Paris, La Haye, Mouton et C^{ie}, 1965, 357 p. (Congrès et Colloques, IX. Ecole pratique des Hautes Etudes, Sorbonne, Sciences économiques et sociales.)

V. ДОКЛАДЫ И ВЫСТУПЛЕНИЯ НА КОНФЕРЕНЦИЯХ, СЪЕЗДАХ

— Les procédés de l'éducation morale. «Cinquième congrès international de l'éducation morale». — Paris, Alcan, 1930, p. 182—219.
— L'individualité en histoire. L'individu et la formation de la raison. «L'individualité. Troisième semaine internationale de synthèse. 1931». — Paris, Alcan, 1931, p. 67—116.
— Le développement de l'esprit de solidarité chez l'enfant et l'éducation internationale. «Troisième cours pour le personnel enseignant: Comment faire connaître la Société des Nations...» — Genève, Bureau International d'Education, 1931, p. 56—68.
— Introduction psychologique é l'éducation internationale. «Quatrième cours pour le personnel enseignant». — Genève, Bureau International d'Education, 1931, p. 56—68.
— Les difficultés psychologiques de l'éducation internationale. «Cinquième cours pour le personnel enseignant». — Genève, Bureau International d'Education, 1932, p. 57—77.
— Remarques psychologiques sur le travail par équipes. «Le travail par équipes à l'école». — Genève, Bureau International d'Education, 1935, p. 179—196.
— Remarques psychologiques sur le self-government. «Le self-government à l'école». — Genève, Bureau International d'Education, 1934, p. 89—108.
— L'enseignement de la psychologie. «VI^{e} Conférence internationale de l'instruction publique convoquée par l'UNESCO et le B I E.: Documents officiels sur l'enseignement de la psychologie dans la préparation des maîtres primaires et secondaires». — Genève, Bureau International d'Education, 1937, p. 5—28.
— Le Bureau International d'Education en 1933, 1934, 1935, 1936, 1937. — «Annuaire international d'éducation et d'enseignement», I—VII.— Genève, B I E., 1933—1939.
— Le problème de l'intelligence et de l'habitude: réflexe conditionné, «Gestalt» ou assimilation. «XI^{e} Congrès international de psychologie, Paris, 1937». — Paris, 1938, p. 170—183.
— La réversibilité des opérations et l'importance de la notion de «groupe» pour la psychologie de la pensée. — Ibidem, p. 433.

— Rapport du Directeur du Bureau International d'Education en 1938, 1939, 1940, 1941, 1942. — Genève, B I E.
— Remarques psychologiques sur l'enseignement élémentaire des sciences naturelles. «XII[e] Conférence internationale de l'instruction publique..: L'initiation aux sciences naturelles á l'école primaire».— Genève, BIE, 1949, p. 35—45.
— Contribution à la théorie générale des structurés (I: intellectuelles, II: perceptives). «Proceedings and papers of the XIII th international congress of psychology at Stockholm, 1951». — Stockholm, 1952, p. 197—199.
— Structures opérationnelles et cybernétiques. «Actes de la 1[re] Session d'études de l'Association de psychologie scientifique de langue française: Le système nerveux et la psychologie. Paris, 1952». — «Année psychologique», 1953, 53, p. 379—390.
— Problems of consciousness in child psychology developmental changes in awareness. Abramson, H. A. (ed.) «Problems of consciousness». Transactions of the IV th conference, 1953, Princeton, N. Y. — New York, J. Macy Fondation, 1954, 177 p.
— La vie et la pensée. Du point de vue de la psychologie expérimentale et de l'épistémologie génétique. «VII[e] Congrès des Sociétés de philosophie de langue française». — Grenoble, 1954, p. 17—23.
— Les lignes générales de l'épistémologie génétique. «Actes du II[e] Congrès international de l'Union internationale des sciences, Zürich». — Neuchâtel, Griffon, 1955, p. 26—45.
— Rapport au II[e] Symposium de l'Association de psychologie scientifique de langue française: La perception, Louvain, 1953. — Paris, Presses Universitaires de France, 1955, p. 17—30.
— Perceptual and cognitive (or operational) structures in the development of the concept of space in the child. In: «Proceedings and papers of the XIVth international congress of psychology, Montréal, 1954». — Amsterdam, 1955, p. 41—46.
— Les stades du développement intellectuel de l'enfant et de l'adolescent. «III[e] Symposium de l'Association psychologique scientifique de langue française, Genève, 1955: Le problème des stades en psychologie de l'enfant». — Paris, Presses Universitaires de France, 1957, p. 33—42.
— Participation aux discussions du IV[e] Symposium de l'Association de psychologie scientifique de langue française: Le conditionnement et l'apprentissage. Strasbourg, 1956. — Paris, Presses Universitaires de France, 1958.
— La notion d'équilibre et son rôle explicatif en psychologie (rétroaction, anticipation, opération). «Actes du XV[e] Congrès international de psychologie, Bruxelles, 1957». — Amsterdam, 1958. «Acta psychologica», 1959, p. 51—62.
— Pourquoi la formation des notions ne s'explique jamais par la seule perception. — Ibidem, p. 314—316.
— L'intériorisation des schèmes d'action en opérations réversibles par l'intermédiaire des régulations du feedbacks. «XVIII международный психологический конгресс. Тезисы. III. Проблемы психического развития и социальной психологии». М., 1966, стр. 470.
— L'intériorisation des schèmes d'action en opérations réversibles par l'intermèdiaire des régulations du feedbakcs. «XVIII международный психологический конгресс. Симпозиум 24. Психоло-

гия формирования понятий и умственных действий». М., 1966, стр. 6—13.

VI. СТАТЬИ В ЖУРНАЛАХ

— La psychoanalyse et ses rapports avec la psychologie de l'enfant.— «Bulletin de la Société Alfred Binet», Paris, 1920, 20, p. 18—34 et 41—58.
— Essai sur quelques aspects du développement de la notion de partie chez l'enfant. — «Journal de psychologie», Paris, 1921, 18, p. 439—480.
— Essai sur la multiplication logique et les débuts de la pensée formelle chez l'enfant. — «Journal de psychologie», Paris, 1922, 19, p. 222—261.
— La pensée symbolique et la pensée de l'enfant. — «Archives de psychologie», Genève, 1923, 18, p. 273—304.
— Une forme verbale de la comparaison chez l'enfant. «Archives de psychologie», Genève, 1923, 18.
— Note sur les types de descriptions d'images chez l'enfant (avec P. Rossello). — «Archives de psychologie», Genève, 1923, 18, p. 208—234.
— Les traits principaux de la logique de l'enfant. — «Journal de psychologie», Paris, 1924, 21, p. 48—101.
— L'expérience humaine et la causalité physique de L. Brunschwicg.— Ibidem, p. 586—607.
— Psychologie et critique de la connaissance. — «Archives de psychologie», Genève, 1925, 19, p. 193—210.
— La structure des récits et l'interprétation des images de Dawid chez l'enfant (avec Margairaz). — Ibidem, p. 211—239.
— De quelques formes primitives de causalité chez l'enfant. — «Année psychologique», Paris, 1925, 26, p. 31—71.
— Quelques explications d'enfant relatives à l'origine des astres. — «Journal de psychologie», 1925, 22, p. 176—214.
— La représentation du monde de l'enfant. — «Revue de théologie et de philosophie», Lausanne, 1925, 13, p. 191—214.
— Le réalisme nominal chez l'enfant. — «Revue philosophique», Paris, 1925, 54, p. 188—234.
— Review philosophical work in France and in french-speaking countries. Chapter «Psychology». — «The Monist», Chicago, 1925, 36, p. 430—455.
— El nacimiento de la inteligencia en el nino. — «Revista de pedagogía», Madrid, 1925, 5, p. 529—536.
— La notion de l'ordre des événements et le test des images en désordre (avec H. Krafft). — «Archives de psychologie», Genève, 1926, 19, p. 306—349.
— La première année de l'enfant. — «The British Journal of psychology», Cambridge, 1927—1928, 18, p. 97—190.
— L'explication de l'ombre chez l'enfant. — «Journal de psychologie», 1927, 24, p. 230—242.
— Les trois systèmes de la pensée de l'enfant. — «Bulletin de la société française de philosophie», Paris, 1928, 28, p. 97—141.
— Logique génétique et sociologie. — «Revue philosophique de la France et de l'Etranger», Paris, 1928, 55, p. 167—205.
— La causalité chez l'enfant. — «The British Journal of psychology», Cambridge, 1927/1928, 18, p. 276—301.

— Psycho-pédagogie et mentalité enfantine. — «Journal de psychologie», Paris, 1928, 25, p. 31—60.
— Les deux directions de la pensée scientifique. — «Archives des sciences physiques et naturelles», Genève, 1929, 11, p. 145—162.
— Retrospective and prospective analysis in child psychology. — «The British Journal of Educational Psychology», Birmingham, 1931, p. 130—139.
— Le développement intellectuel chez les jeunes enfants. — «The Mind», Cambridge, 1931, 40, p. 137—160.
— L'enseignement des langues vivantes. — «Bulletin de l'enseignement de la société des Nations», Genève, 1936, 3, p. 61—66.
— Les relations d'égalité résultant de l'addition et de la soustraction logique constituent-elles un groupe? — «L'enseignement mathématique», Genève, 1937, 36, p. 99—108.
— Quelques expériences sur la conservation des quantités continues chez l'enfant (avec A. Szeminska). — «Journal de psychologie», Paris, 1939, p. 36—64.
— La construction psychologique du nombre entier. — «Compte rendu des séances de la société de physique et d'histoire naturelle de Genève», 1939, 56, p. 92—95.
— Le groupement additif des relations transitives asymétriques, Mélanges Arnold Reymond. — «Revue de théologie et de philosophie», 1940, p. 146—152.
— Esprit et réalité. — «Annuaire de la société suisse de philosophie», 1940.
— Quelques observations sur le développement psychologique de la notion de temps. — «Compte rendu des séances de la société de physique et d'histoire naturelle de Genève», 1941, 58, p. 21—24.
— L'axiomatique des opérations constitutives du temps. — Ibidem, 1941, 58, p. 24—27.
— Le rôle de la tautologie dans la composition additive des classes et des ensembles. — Ibidem, p. 102—107.
— Le groupement additif des classes. — Ibidem, 1941, 58, p. 107—116.
— Le groupement additif des relations asymétriques (sériation qualitative) et ses rapports avec le groupement additif des classes. — Ibidem, p. 117—122.
— Les rapports entre les groupements additifs des classes et des relations asymétriques et le groupe additif des nombres entiers.— Ibidem, p. 122—125.
— Les groupements de la classification complète et de l'addition des relations symétriques. — Ibidem, p. 149—154.
— Les groupements de la multiplication bi-univoque des classes et de celle des relations. — Ibidem, p. 154—157.
— Les groupements de la multiplication co-univoque des classes et des relations. — Ibidem, p. 192—198.
— La fonction régulatrice du groupement dans le développement mental: esquisse l'une théorie opératoire de l'intelligence. — Ibidem, p. 198—201.
— La psychologie d'Edouard Claparède. — «Archives de psychologie», 1941, 28, p. 193—213. — Idem, Préface à: Claparède, E. «Psychologie de l'enfant et pédagogie expérimentale». — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1947, p. 7—31.
— Le mécanisme du développement mental et les lois du groupement

des opérations. Esquisse d'une théorie opératoire de l'intelligense. — «Archives de psychologie», 1941, 28, p. 215—285.
— Psychologie et pédagogie genevoises. — «Suisse contemporaine», 1942, p. 423—431.
— Les trois structures fondamentales de la vie psychique: rythme, régulation et groupement. — «Revue suisse de psychologie», 1942, 1, p. 9—21.
— Une expérience sur le développement de la notion de temps. — Ibidem, 1942, 1, p. 179—185.
— La notion de régulation dans l'étude des illusions perceptives. — «Compte rendu des seances de la société de physique et d'histoire naturelle de Genève», 1942, 59, p. 72—74.
— Introduction à l'étude des perceptions chez l'enfant et analyse d'une illusion relative à la perception visuelle de cercles concentriques (avec M. Lambercier, E. Boesch, B. von Albertini). — «Archives de psychologie», 1942, 29, p. 1—107.
— La perception chez les vertébrés supérieurs et chez le jeune enfant. — «Revue suisse de zoologie», 1943, 50, p. 225—232.
— La comparaison visuelle des hauteurs à distances variables dans le plan fronto-parallèle (avec M. Lambercier). — «Archives de psychologie», 1943, 29, p. 174—253.
— Le problème de la comparaison visuelle en profondeur et l'erreur systématique de l'étalon (avec M. Lambercier). — Ibidem, p. 255—308.
— Essai d'interprétation probabiliste de la loi de Weber et de celle des centrations relatives (avec B. von Albertini et M. Rossi). — «Archives de psychologie», 1944, 30, p. 95—138.
— Essai sur un effet d'Einstellung survenant au cours de perceptions visuelles successives (avec M. Lambercier). — Ibidem, p. 139—196.
— L'organisation et l'esprit de la psychologie à Genève. — «Revue suisse de psychologie», 1944, № 3, p. 97—104.
— Hommage à C. G. Jung. — Ibidem, 1945, № 4, p. 3—4.
— Transpositions perceptives et transitivité opératoire dans les comparaisons en profondeur (avec M. Lambercier). — «Archives de psychologie», 1946, p. 325—368.
— Groupement, groupes et lattices (avec F. Gonseth). — Ibidem, p. 65—73.
— Des intuitions topologiques élémentaires à la construction euclidienne dans le développement psychologique de l'espace. — «Compte rendu des séances de la société de physique et d'histoire naturelle de Genève», 1947, 64, p. 31.
— Diagnosis of mental operation and theory of the intelligence. (Together with B. Inhelder). — «American Journal of Deficiency», 1947, № 51, p. 401—406.
— Du rapport des sciences avec la philosophie. — «Synthèse», Amsterdam, 1947, p. 130—150.
— L'analyse psycho-génétique et l'épistémologie des sciences exactes. — Ibidem, 1949, 7, p. 32—49.
— Le problème neurologique de l'intériorisation des actions en opérations réversibles. — «Archives de psychologie», 1949, 32, p. 241—258.
— Les illusions relatives aux angles et à la longueur de leurs côtés (avec H. Wursten, L. Johannot). — Ibidem, p. 281—307.
— Le groupe des transformations de la logique des propositions bivalentes. — «Archives des sciences», 1949, p. 179—182.

— Sur la logique des propositions. — Ibidem, 1950, p. 159—161.
— Perception et intelligence. — «Bulletin du groupe d'études de psychologie de l'Université de Paris», 1950, p. 25—34.
— L'illusion de Müller-Lyer (avec B. von Albertini). — «Archives de psychologie», 1950, 33, p. 1—48.
— Epistemologie génétique et méthodologie dialectique. — «Dialectica», 1950, p. 287—295.
— La comparaison des grandeurs projectives chez l'enfant et chez l'adulte (avec M. Lambercier). — «Archives de psychologie», 1951, 33, p. 131—195.
— Pensée égocentrique et pensée sociocentrique. — «Cahiers internationaux de sociologie», 1951, 10, p. 34—49.
— Le développement chez l'enfant de l'idée de partie et des relations avec l'étranger (avec A.-M. Weil). — «Bulletin international des sciences sociales», Paris, UNESCO, 1951.
— Du rapport des sciences avec la philosophie. — «Synthèse», Amsterdam, 1951, 6, p. 130—150.
— Quelques illusions géométriques renverses. — «Revue suisse de psychologie», 1952, 11, p. 19—25.
— L'utilité de la logistique en psychologie. — «L'année psychologique», Paris, 1952, 50, p. 27—38.
— La logistique axiomatique ou «pure», la logistique opératoire ou psychologique et les réalités auxquelles elles correspondent. — «Methodos», Milan, 1952, p. 72—84.
— De la psychologie génétique à l'épistémologie. — «Diogène», 1952, 1, p. 38—54.
— Une expérience sur la psychologie du hasard chez l'enfant: le tirage au sort des couples. — «Acta psychologica», 1952, 7, p. 323—336.
— Equilibre et structure d'ensemble (leçon inaugurale en Sorbonne). — «Bulletin de psychologie», Paris, 1952/1953, 6, p. 4—10.
— L'évolution de l'illusion d'Oppel-Kundt en fonction de l'âge (avec P. Osterrieth). — «Archives de psychologie», 1953, 34, p. 1—38.
— La comparaison des différences de hauteur dans le plan frontoparallèle (avec M. Lambercier). — «Archives de psychologie», 1953, 34, p. 73—107.
— L'estimation perceptive des côtes du rectangle (avec M. Denis-Prinzhorn). — Ibidem, p. 109—131.
— La période des opérations formelles et le passage de la logique de l'enfant à celle de l'adolescent. — «Bulletin de psychologie», Paris, 1953/1954, p. 247—255.
— How children form mathematical concepts. — «Scientific Americàn», 1953, 189 (5), pp. 74—79.
— La résistance des bonnes formes à l'illusion de Müller-Lyer (avec F. Maire et F. Privat). — «Archives de psychologie», 1954, 34, p. 155—202.
— Observation sur la perception des bonnes formes chez l'enfant par actualisation des lignes virtuelles (avec B. Stettler et B. von Albertini). — Ibidem, p. 203—242.
— L'action des facteurs spatiaux et temporels de centration dans l'estimation visuelle des longueurs (avec A. Morf). — Ibidem, p. 243—288.
— L'illusion des quadrilatères partiellement superposés chez l'enfant et chez l'adulte (avec M. Denis-Prinzhorn). — Ibidem, p. 289—321.

— Ce qui subsiste de la théorie de la Gestalt dans la psychologie contemporaine de l'intelligence et de la perception. — «Revue suisse de psychologie», 1954, 13, p. 72—83.
— Inconditionnés transcendantaux et épistémologie génétique. — «Dialectica», 1954, 8, p. 5—13.
— Essai d'une nouvelle interprétation probabiliste des effets de centration de la loi de Weber et de celle des centrations relatives. — «Archives de psychologie», 1955, 35, p. 1—24.
— Note sur l'illusion des droites inclinées (avec A. Morf). — Ibidem, p. 65—76.
— Essai sur l'illusion de la médiane des angles en tant que mesure de l'illusion des angles (avec F. Pène). — Ibidem, p. 77—92.
— La surestimation de la courbure des arcs de cercle (avec E. Vurpillot). — Ibidem, 1956, 35, p. 215—232.
—.Note sur la comparaison des lignes perpendiculaires égales (avec A. Morf). — Ibidem, p. 233—255.
— Grandeurs projectives et grandeurs réelles avec étalon éloigné (avec M. Lambercier). — Ibidem, p. 257—280.
— L'estimation des longueurs de deux droites horizontales et parallèles, extrémités décalées (avec S. Taponier). — Ibidem, p. 369—400.
— Centration et décentration perceptives et représentatives. — «Rivista di psychologia», Firenze, 1956, 50, № 4.
— Comparaison de l'illusion d'Oppel-Kundt au tachitiscope et en vision libre (avec Vinh-Bang). — «Archives des sciences», 156, 9, p. 210—213.
— Проблемы генетической психологии. — «Вопросы психологии», Москва, 1956, стр. 30—47.
— Motricité, . perception et intelligence. — «Enfance», 1956, № 2, p. 9.
— Quelques impressions d'une visite aux psychologues soviétiques. — «Bulletin international des sciences sociales», 1956, 8, p. 401—403.
— Some impresions of a visit to Soviet psychologists. — «American psychologist», 1956, p. 343—345; — Idem. — «Acta psychologica», 1956, 12, p. 216—219.
— Les notions de vitesse, d'espace parcouru et de temps chez l'enfant. — «Enfance», 1957, № 1, p. 9—42.
— The child and modern physics. — «Scientific American», 1957, 196, № 3, p. 46—51.
— Les activités mentales en rapport avec les expressions symboliques, logiques et mathématiques. — «Synthèse», Amsterdam, 1957, p. 127—195.
— Note on the law of the temporal maximum of some optico-geometric illusions. (Together with Vinh-Bang and B. Matalon). — «The American Journal of psychology», 1958, 71, p. 277—282.
— La causalité visuelle perceptive chez l'enfant et chez l'adulte (avec M. Lambercier). — «Archives de psychologie», 1958, 36, p. 77—201.
— La localisation des impressions d'impact dans la causalité perceptive tactilo-kinesthésique (avec J. Maroun). — «Archives de psychologie», 1958, 36, p. 202—235.
— Quelques interférences entre la perception et la vitesse et la causalité perceptive (avec M. Weiner). — Ibidem, p. 236—252.
— Essai sur la perception des vitesses chez l'enfant et chez l'adulte (avec Y. Feller et McNear). — Ibidem, p. 253—327.

— Die Genese der Zahl beim Kinde. — «Westermanns pädagogische Beiträge», Braunschweig, 1958, 10, S. 357—367.
— Perception, apprentissage et empirisme. «Dialectica», 1959, 13, p. 5—15.
— Die relationale Methode in der Psychologie der Wahrnehmung. — «Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie», 1959, 6, S. 78—94.
— L'aspect génétique de l'oeuvre de Pierre Janet. — «Psychologie française», 1960, 5, p. 111—117.
— Défense de l'épistémologie génétique contre quelques objections philosophiques. — «Revue philosophique de la France et de l'Etranger», Paris, 1961, № 4, p. 475—500.
— La formation des structures de l'intelligence. — «Bulletin de psychologie», Paris, 1962, 15, № 7—8, p. 423—426.
— Le développement des images mentales chez l'enfant (avec B. Inhelder). — «Journal de psychologie normale et pathologique», 1962, № 1, p. 75—108.
— The attainment of invariants and reversible operations in the development of thinking. — «Social research», 1963, 30, № 3, p. 283—299.
— Classification des disciplines et connexions interdisciplinaires. — «Revue internationale des sciences sociales», Paris, 1964, 16, № 4, p. 588—616.
— Роль действия в формировании мышления. — «Вопросы психологии», Москва, 1965, № 6.
— Nécessité et signification des recherches comparatives en psychologie génétique. — «Journal international de psychologie», 1966, 1, № 1.
— Психология, междисциплинарные связи и система наук. — «Вопросы философии», 1966, 20, № 12.

VII. ЛЕКЦИИ, УЧЕБНЫЕ КУРСЫ

— Le développement de l'intelligence chez l'enfant et l'adolescent. — «Bulletin de psychologie», Paris, 1952/1953, 6, № 2—6, 8—9.
— Les relations entre l'intelligence et l'affectivité dans le développement de l'enfant et de l'adolescent. — Ibidem, 1953/1954, 7, № 3, 6, 9, 12.
— Remarques sur le jeu de l'enfant et la pensée symbolique. — Ibidem, 1953/1954, 7, № 12, p. 702—808.
— Le développement de la perception de l'enfant à l'adulte. — Ibidem, 1954/1955, 8, № 4, 9, 10, 12.
— La formation des connaissances. — Ibidem, 1955/1956, 9, № 3, 5, 9, 11.
— Les relations entre la perception et l'intelligence dans le développement de l'enfant. — Ibidem, 1956/1957, 10, № 7, 13, 14.
— Les étapes du développement mental. — Ibidem, 1957/1958, № 4—6, 7—9, 11, 15.
— L'image mentale et la représentation imagée. — Ibidem, 1958/1959, 12, № 5, 10—11, 13—15.
— Le développement des perceptions chez l'enfant. — Ibidem, 1959/1960, 13, № 5.
— Les modèles abstraits sont-ils opposés aux interprétations psychophysiologiques dans l'explication en psychologie? Esquisse d'auto-

biographie intellectuelle. — Ibidem, 1959/1960, 13, № 1—2, p. 7—13.

VIII. ПРЕДИСЛОВИЯ К КНИГАМ ДРУГИХ АВТОРОВ

— REY, A. L'intelligence pratique chez l'enfant. — Paris, Alcan, 1935, p. 7—12.
— INHELDER, B. Le diagnostic du raisonnement chez les débiles mentaux. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1943, p. 1—4.
— RAMBERT, M. La vie affective et morale de l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1945, p. 3—4.
— JOHANNOT, L. Le raisonnement mathématique de l'adolescent. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1947, p. 5—6.
— KOSTYLEFF, N. La réflexion et les essais d'une psychologie structurale. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1947, p. 7—10.
— AEBLI, H. Didactique psychologique. Application à la didactique de la psychologie de Jean Piaget. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1951, p. 5—6.
— GIROD, R. Attitudes collectives et relations humaines. Tendances actuelles des sciences sociales américaines. — Paris, Presses Universitaires de France, 1953, p. 7—9.
— WALL, W. D. Education et santé mentale. — Paris, UNESCO, 1955, p. 5—6.
— MULLER, L. Recherches sur la compréhension des règles algébriques chez l'enfant. — Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 1956.
— L'actualité de J.-A. Comenius. Préface à: Comenius, J.-A., Pages choisies. Hommage à l'UNESCO à l'occasion du trois centième anniversaire de la publication des «Opera didactica omnia», 1657—1957. — Paris, UNESCO, 1957, p. 11—38.
— LAURENDEAU, M. et PINARD, A. La pensée causale. Etude génétique et expérimentale. — Paris, Presses Universitaires de France, 1962, p. 7—11.

Научно-методическое издание

ЖАН ПИАЖЕ

Избранные психологические труды

Ответственный за выпуск
Д. А. Алексеев

Технический редактор *В. Н. Калинина*

Корректор *Л. В. Попова*

Сдано в набор 10.08.94. Подписано к печати 10.11.94. Формат 84×108 1/32. Бумага газетная. Гарнитура литературная. Печать высокая. Тираж 10 000 экз. Заказ № 155.

Международная педагогическая академия
127521, Москва, бокс 22.

АО «Чертановская типография»
113545, Москва, Варшавское шоссе, 129а.

Жан Пиаже является одним из виднейших современных зарубежных психологов. В настоящее издание «Избранных психологических трудов» Ж. Пиаже включены две работы, излагающие суть его теоретической концепции: «Психология интеллекта» и «Логика и психология» — и, книга «Генезис числа у ребенка», являющаяся наглядным примером экспериментальных исследований, проводимых женевской психологической группой на базе основных принципов концепции Ж. Пиаже. Знакомство с этими работами является ключом к пониманию теоретической позиции и метода исследований Ж. Пиаже.