

Р. И. Остапенко



Математические
ОСНОВЫ
ПСИХОЛОГИИ

Воронежский государственный
педагогический университет
2010

УДК 159
О-76

Рецензенты:

В. М. Зеленев доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой прикладной физики, астрономии и технологий Воронежского государственного педагогического университета

Г. И. Веденеева кандидат педагогических наук, заведующая кафедрой психологии, социальной и коррекционной психологии Воронежского областного института повышения квалификации и переподготовки работников образования

Рекомендовано

Учебно-методическим советом Воронежского государственного педагогического университета в качестве учебно-методического пособия

Остапенко Р. И.

О-76 Математические основы психологии. Учебно-методическое пособие. – Воронеж.: ВГПУ, 2010. – 76 с.: ил

В учебно-методическом пособии на основе реальных результатов психологического исследования рассматриваются алгоритмы применения простейших методов математической статистики. Каждый метод сопровождается массой простых примеров из психологической практики. Рассмотрены способы обработки данных как «вручную», так и с помощью компьютерных программ MS Excel и SPSS.

Пособие рассчитано на студентов и аспирантов психологических и педагогических специальностей, а также широкий круг специалистов занимающихся психологией.

УДК 159

© Р. И. Остапенко, 2010
© Издательство «ВГПУ», 2010

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ	
1.1. Измерение. Измерительные шкалы.....	5
1.2. Выборка.....	6
1.3. Числовые характеристики распределений.....	6
1.4. Степень свободы.....	7
1.5. Нормальное распределение.....	8
ГЛАВА 2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ	
2.1. Статистические гипотезы. Уровень статистической значимости.....	12
2.2. Статистические критерии различий.....	14
ГЛАВА 3. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ СДВИГА	
3.1. Статистический критерий G-знаков.....	15
3.2. Статистический критерий T-Вилкоксона.....	18
3.3. Статистический критерий t-Стьюдента для зависимых измерений...	21
3.4. Задачи для самостоятельной работы.....	22
ГЛАВА 4. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ РАЗЛИЧИЙ	
4.1. Статистический критерий Q-Розенбаума.....	26
4.2. Статистический критерий U-Манна-Уитни.....	28
4.3. Статистический критерий t-Стьюдента для независимых измерений.....	32
4.4. Задачи для самостоятельной работы.....	34
ГЛАВА 5. СРАВНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ	
5.1. Статистический критерий χ^2	40
5.2. Задачи для самостоятельной работы.....	42
ГЛАВА 6. МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ ФИШЕРА	
6.1. Статистический критерий ϕ -Фишера.....	44
6.2. Задачи для самостоятельной работы.....	45
ГЛАВА 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ПРИЗНАКОВ	
7.1. Понятие корреляции.....	47
7.2. Коэффициент корреляции r-Спирмена.....	48
7.3. Коэффициент корреляции τ -Кендалла.....	50
7.4. Коэффициент корреляции r-Пирсона.....	53
7.5. Задачи для самостоятельной работы.....	55
ГЛАВА 8. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ	
8.1. Анализ корреляционных матриц.....	58
8.2. Задачи для самостоятельной работы.....	61
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	65
ЛИТЕРАТУРА.....	66
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	67

ВВЕДЕНИЕ

Количественный анализ результатов исследования занимает важное место в профессиональной деятельности практического психолога, имеет свои границы и осуществляется с помощью определенной группы математико-статистических методов.

Данные, полученные в результате психологического исследования, не имеют практического значения без дополнительного математико-статистического анализа, ограничены в возможности осмысления и интерпретации. Математические методы обеспечивают познавательную потребность специалиста.

Конечно, было бы узко говорить, что математические методы используются исключительно для обработки данных. Описание каких-либо психологических явлений при помощи математических методов – это мощное средство их обобщения, способствующее теоретизации психологии как науки.

В разработанном учебно-методическом пособии на основе реальных результатов психологического исследования рассматриваются конкретные примеры применения математических методов в исследованиях психологов. В книге подобрано большое количество задач, связанных с содержанием и непосредственной деятельностью практического психолога: коррекционно-развивающей, диагностической, консультационной, профилактической, исследовательской и т.д. Рассмотрены алгоритмы обработки данных как «вручную», так и в статистических программах MS Excel и SPSS.

Автор учебно-методического пособия будет искренне признателен всем, кто сможет прислать свои критические замечания и предложения по поводу данной книги (ramiro@list.ru).

ГЛАВА 1. ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

1.1. Измерение. Измерительные шкалы

Главное отличие отраслей психологического знания использующих математические методы – их предмет может быть не только описан, но и измерен. Возможность измерения открывает доступ для применения количественного анализа.

Измерение – это приписывание чисел объектам или их свойствам по определенным правилам. Правила устанавливают соответствия между некоторыми свойствами рассматриваемых объектов и рядом чисел.

Любой вид измерения предполагает наличие единиц измерения. Психологические переменные не имеют собственных измерительных единиц. Значение психологического признака определяется при помощи специальных измерительных шкал. Выделяют четыре типа измерительных шкал (см. Таблицу 1).

Таблица 1

Классификация измерительных шкал

Шкала	Характеристика	Примеры
Номинативная шкала	Состоит в присваивании какому-либо свойству или признаку определенного обозначения или символа. При измерении в этой шкале осуществляется классификация или распределение на непересекающиеся классы. Символы не несут никакой информации, операции с ними не имеют смысла.	Типы темперамента; типы акцентуаций характера; варианты ответов испытуемых. Дихотомические (двоичные): «Да» и «нет»; «За» и «Против»; «Интроверт» и «Экстраверт»; «Полная семья» и «Неполная семья».
Порядковая шкала	Классифицирует совокупность измеренных признаков по принципу «больше-меньше», «выше-ниже», «сильнее-слабее».	Школьные оценки от 1 до 5; закодированные уровни от низкого до высокого; ранжируемые иерархии предпочтений или ценностей.
Интервальная шкала	Каждое из возможных значений измеренных величин отстоит от ближайшего на равном расстоянии. Нуль условен. Для измерения с помощью шкалы интервалов устанавливаются специальные единицы измерения – стеньи. При работе с этой шкалой измеряемому свойству или предмету присваивается число равное количеству единиц измерения, эквивалентное количеству измеряемого свойства.	Семантический дифференциал Ч.Осгуда; IQ Векслера; Т-шкала; 16-ти факторный опросник Кеттелла и другие тестовые шкалы, которые специально вводятся при обосновании их равноинтервальности.*
Шкала отношений	Обладает всеми свойствами интервальной шкалы и имеет твердо фиксированный нуль, который означает полное отсутствие свойства. Используется в химии, физике, психофизике, психофизиологии.	Рост; вес; число реакций; показатель силы; выносливости.

* Интервальные измерения часто есть порядковые, так как функциональные возможности человека меняются в зависимости от разных условий (усталость, мотивация)

В психологии большинство измерений относится к номинальному, порядковому и интервальному уровням. В реальной ситуации трудом можно найти шкалы, удовлетворяющие условиям интервальной шкалы. Психологические и педагогические измерения, а особенно клинические не поддаются какой-либо простой классификации, вроде порядковой или интервальной.

1.2. Выборка

Выборка – любая подгруппа элементов (испытуемых, респондентов) выделенная из генеральной совокупности для проведения эксперимента.

Генеральная совокупность – это любая совокупность людей, которую психолог изучает по выборке. Теоретически генеральная совокупность неограниченна.

Выборочное исследование – это исследование, при котором психолог производит выбор ограниченного числа элементов из изучаемой генеральной совокупности.

Если процедура эксперимента и полученные результаты измерения некоторого свойства, проведенные на одной выборке, оказывают влияние на другую, то такие выборки называются *зависимыми (связными)*. Если процедура эксперимента и полученные результаты измерения некоторого свойства, проведенные на одной выборке, не оказывают влияние на другую, то такие выборки называются *независимыми (несвязными)*.

Требования к выборке:

1. Однородность. Выбор осуществляется на основаниях: возраст, уровень интеллекта, национальность, заболевания.

2. Репрезентативность. Качество выборки позволяющее распространять полученные на ней выводы на всю генеральную совокупность. Состав экспериментальной выборки это модель генеральной совокупности.

Следует отметить, что любая выборка может быть репрезентативной лишь в каких-то определенных, но не всех отношениях. Например, если выборка сделана по социально-образовательному признаку, это не значит, что она будет репрезентативна и для возрастной структуры населения или для разных типов семьи и т.д.

Рекомендуемый объем выборки: не менее 30-35 человек в изучаемой группе.

1.3. Числовые характеристики распределений

Мода – это числовое значение, встречающееся в выборке наиболее часто. Обозначается через M .

Пример: в ряду 2,3,4,5,5,5,6,7 мода $M = 5$, так 5 встречается чаще остальных значений.

Правила нахождения моды:

1. Если все значения в выборке встречаются одинаково часто, то ряд не имеет моды. Пример: 2,2,3,3,4,4,5,5.

2. Если два соседних значения имеют одинаковую частоту и их частота больше частот любых других значений, то мода есть среднее арифметическое этих двух значений. Пример: 2,3,4,4,5,5,6,7. $M = (4 + 5) / 2 = 4,5$.

3. Если два не соседних значения имеют одинаковую частоту и их частота больше частот любых других значений, то выделяют две моды. Пример: 2,3,3,4,5,6,6,7. $M = 3, M = 6$.

Медиана – это значение, которое делит упорядоченный ряд пополам. Обозначается через Me .

Правила нахождения медианы:

1. Если ряд содержит нечетное число элементов, то медиана есть среднее значение. Пример: 2,6,8,10,11,12,16. $Me = 10$.

2. Если ряд содержит четное число элементов, то медиана определяется как среднее арифметическое двух центральных значений.

Пример: 2,6,9,11,12,15. $Me = (9 + 11) / 2 = 10$.

Среднее арифметическое обозначается через \bar{X} и определяется как:

$$\bar{X} = \frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n}.$$

Другими словами среднее арифметическое выборки равно сумме элементов деленное на их количество. В отличие от моды и медианы на величину среднего влияют значения всех результатов. Преимущество среднего арифметического заключается в его способности аккумулировать или уравновешивать все индивидуальные отклонения.

Дисперсия – это мера разброса данных относительно среднего значения. Дисперсия обозначается через D и вычисляется как:

$$D = \frac{\sum (x_i - \bar{X}_x)^2}{n-1}, \text{ где}$$

x_i – элемент ряда X , \bar{X}_x – среднее арифметическое элементов ряда X , n – число элементов в выборке.

Стандартное отклонение есть квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X}_x)^2}{n-1}}$$

Стандартное отклонение является более удобным показателем в отличие от дисперсии. Для многих распределений мы можем приблизительно знать, какой процент данных лежит внутри одного, двух, трех и более стандартных отклонений среднего.

1.4. Степень свободы

Число степеней свободы – это число свободно варьирующих единиц в составе выборки. Если выборка состоит из n элементов и характеризуется средним \bar{X} , то любой элемент этого множества может быть получен как

разность между $n - \bar{X}$, и суммой всех остальных элементов, кроме самого этого элемента.

Например, рассмотрим ряд чисел 4, 7, 15, 19, 25. Среднее арифметическое $\bar{X} = 14$. В ряду 5 чисел, т.е. $n = 5$. Выразим первый элемент ряда через другие элементы и среднее арифметическое:

$$4 = (5 - 14) + 25 - 19 + 7$$

Далее выразим второй элемент ряда через другие элементы и среднее арифметическое:

$$7 = (5 - 14) + 25 - 19 + 25 - 15 \text{ и т.д.}$$

Таким образом, один элемент выборки не имеет свободы вариации и всегда может быть выражен через другие элементы и среднее. В рассмотренном выше случае число степеней свободы k будет определяться как $k = n - 1$, где n – общее число элементов выборки.

При наличии нескольких ограничений свободы вариации, число степеней свободы обозначаемое как v («ню») будет равно $v = n - k$, где k – число ограничений свободы вариации.

В общем случае для таблицы экспериментальных данных число степеней свободы определяется по формуле:

$$v = (c - 1) (n - 1),$$

где c – число столбцов, а n – число строк.

Нахождение числа степеней свободы для каждого метода имеет свои специфические особенности.

1.5. Нормальное распределение

Понятие нормы в психологии многозначно. Норма понимается как норматив, т.е. как эталон, на который необходимо равняться, оценивая по нему свое индивидуальное поведение (нормы питания, спортивные нормы и т.д.). Такие нормы (нормативы) являются условными и имеют значение только в определенной системе отсчета. Норма также понимается как функциональный оптимум, подразумевающий протекание всех процессов в системе с наиболее возможной слаженностью, эффективностью и экономичностью. Функциональная норма всегда индивидуальна, в ней лежит представление о неповторимости пути развития каждого человека, и ее нарушение определяется функциональными последствиями. Третьей системой отсчета является норма, понимаемая как статистически среднее, наиболее часто встречающееся, массовое в явлениях. «Нормальное» в статистическом смысле включает не только среднестатистическую величину, но и серию отклонений от нее в известном диапазоне. Ориентация на статистическую норму развития тех или иных психических качеств особенно важно на этапе первичной диагностики психического состояния испытуемых при определении характера выраженности какого-либо свойства.

Нормальный закон распределений лежит в основе измерений, разработки тестовых шкал и методов проверки гипотез. Нормальное распределение играет большую роль в математической статистике, так как

многие статистические методы предполагают, что анализируемые данные распределены нормально.

Нормальное распределение часто встречается в природе. Нормальное распределение характеризует такие случайные величины, на которые воздействует большое количество разнообразных факторов (ошибки, возникающие при измерениях, отклонения при стрельбе). Например, если у испытуемых выбранных случайным образом измерять их рост, вес, интеллект, какие-либо свойства личности, а затем построить график частоты встречаемости показателей любой из этих величин, то мы получим распределение, у которого крайние значения встречаются редко, а от крайних значений к середине частота повышается.

График нормального распределения имеет вид симметричной, колоколообразной кривой (см. Рис. 1).

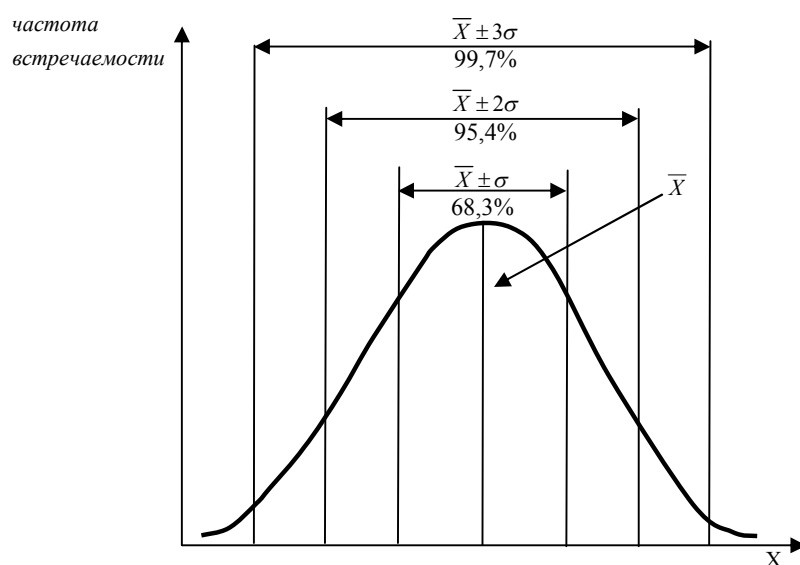


Рис. 1. График нормального распределения

Форма и положение графика нормального распределения определяется двумя параметрами: средним арифметическим (\bar{X}) и стандартным отклонением (σ). Среднее арифметическое задает положение кривой на числовой оси, а стандартное отклонение задает ширину этой кривой.

Любое нормальное распределение может быть сведено к одной кривой, если применить z-преобразование ко всем измерениям по формуле:

$$z_i = \frac{x_i - \bar{X}_x}{\sigma_x}$$

В результате график нормального распределения будет иметь среднее арифметическое равное нулю, а стандартное отклонение равное единице. Это единичное нормальное распределение (см. Рис. 2).

Наиболее важным свойством единичного нормального распределения является, тот факт, что площадь между кривой и осью z равна 1. Площадь под кривой интерпретируется как вероятность, или относительная частота. Зная свойства единичного нормального распределения мы можем узнать

какая доля генеральной совокупности имеет выраженность свойства от -1σ до $+1\sigma$ а также, какова вероятность того, что случайно выбранный представитель генеральной совокупности будет иметь выраженность свойства, на 2σ превышающую среднее значение?

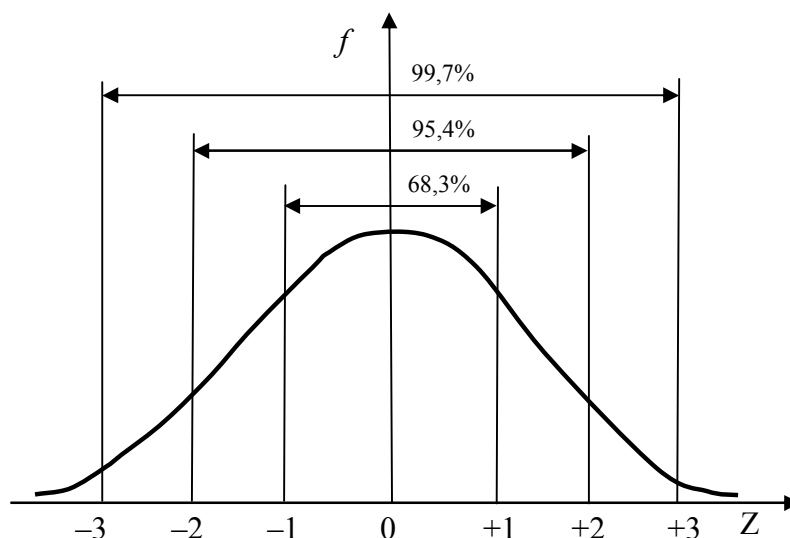


Рис. 2. Единичное нормальное распределение

Существует специальная таблица, позволяющая определить вероятность встречаемости значений признака из любого диапазона.

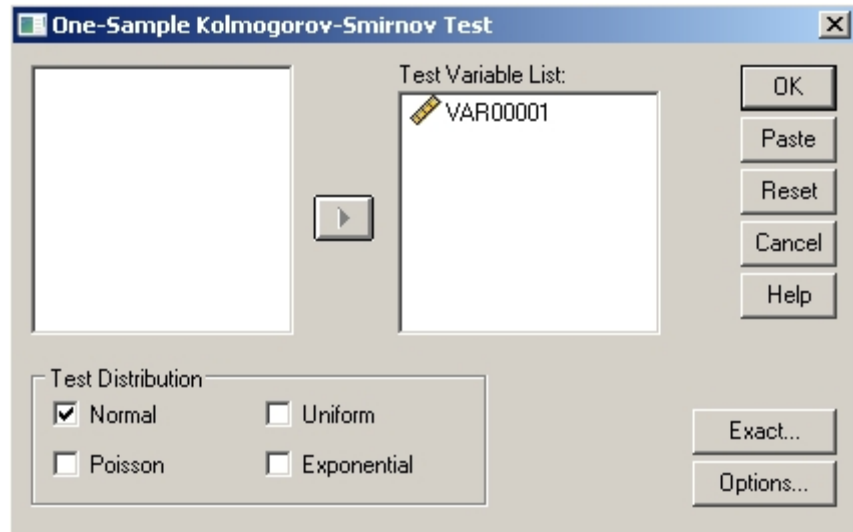
В психологических исследованиях нормальное распределение используется при разработке и применении тестов интеллекта. Отклонения показателей интеллекта следуют закону нормального распределения. При среднем значении 100 для исследуемой выборки, стандартное отклонение будет равно 16. Используя таблицы стандартного нормального распределения, можно вычислить какая часть выборки имеет то или иное значение коэффициента интеллекта. Применительно к другим психологическим категориям и сферам (личностная, мотивационная) применение закона нормального распределения является дискуссионным.

Существует множество критериев проверки соответствия изучаемого распределения нормальному. Наиболее простой критерий: если мода, медиана и среднее арифметическое равны, то ряд имеет нормальное распределение.

Наиболее эффективным критерием при проверке нормальности распределения считается критерий Колмогорова-Смирнова. Критерий позволяет оценить вероятность того, что выборка принадлежит генеральной совокупности с нормальным распределением. Если вероятность $p \leq 0,05$, то данное эмпирическое распределение существенно отличается от нормального, а если $p > 0,05$, данное распределение приблизительно соответствует нормальному.

Проверка нормального распределения в SPSS.

1. Введем произвольные данные в столбец var1.
2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Nonparametric Tests** → **1-Sample K-S**.
3. В открывшемся окне выделяем переменную var1 и при помощи кнопки ► переносим ее в правое окно (см. Рисунок).



4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		VAR00001
N		14
Normal Parameters(a,b)	Mean	6,0714
	Std. Deviation	1,14114
Most Extreme Differences	Absolute	,255
	Positive	,255
	Negative	-,174
Kolmogorov-Smirnov Z		,953
Asymp. Sig. (2-tailed)		,324

a Test distribution is Normal.

Внизу таблицы находим значение критерия **Kolmogorov-Smirnov Z** равное 0,953 и вероятность **Asymp. Sig. (2-tailed)** равную 0,324.

Если **Asymp. Sig.** меньше или равно 0,05, то распределение существенно отличается от нормального. Если **Asymp. Sig.** больше 0,05, то отличий от нормальности не обнаружено.

В данном случае вероятность равна 0,324. Следовательно, отличий от нормальности не обнаружено.

Если распределение является нормальным, то экспериментальные данные обрабатываются соответствующими математико-статистическими методами.

ГЛАВА 2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

2.1. Статистические гипотезы. Уровень статистической значимости

Полученные в результате эксперимента данные служат основанием для суждения о генеральной совокупности. В силу действия случайных вероятностных причин оценка параметров генеральной совокупности, сделанная на основании экспериментальных данных всегда будет сопровождаться погрешностью. Подобного рода оценки должны рассматриваться как предположительные. Эти предположения называются статистическими гипотезами.

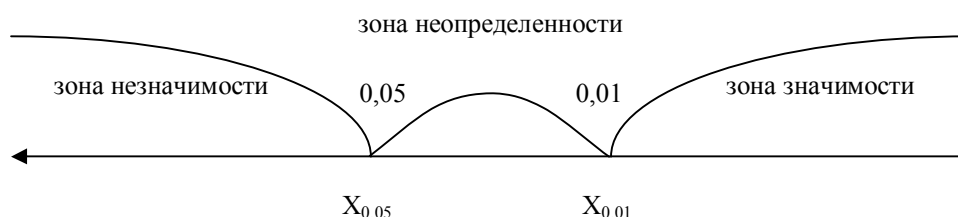
Статистическая гипотеза – это научная гипотеза, допускающая статистическую проверку. Пример: исследование интеллекта у подростков из полных и неполных семей. Можно ли сделать вывод о том, что неполная семья ведет к снижению интеллекта у подростков? Неработающие женщины имеют показатели самооценки ниже, чем работающие женщины. Можно ли утверждать, что трудовая занятость способствует повышению самооценки? Эти решения всегда вероятностны.

Выделяют нулевую и альтернативную гипотезы. Нулевая гипотеза (H_0) – гипотеза об отсутствии связи в генеральной совокупности. Альтернативная (H_1) – гипотеза о наличии связи.

При обосновании вопроса, где проходит линия между принятием и отвержением нулевой гипотезы в силу наличия в эксперименте случайных влияний эта граница не может быть проведена абсолютно точно. Она базируется на понятии уровня значимости. *Уровень значимости* – это вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы. В психологии достаточный уровень значимости равен 0,05, высокий – 0,01, очень высокий – 0,001. Чем меньше уровень значимости, тем меньше вероятность того, что нами допущена ошибка и тем надежнее связь. Уровень $p = 0,05$ – означает, что вероятность допустить ошибку равна пяти ошибкам в выборке из ста элементов (случаев, испытуемых), или одной ошибке в выборке из 20 элементов. Таким образом, больше чем одна ошибка в выборке из двадцати элементов мы сделать не можем.

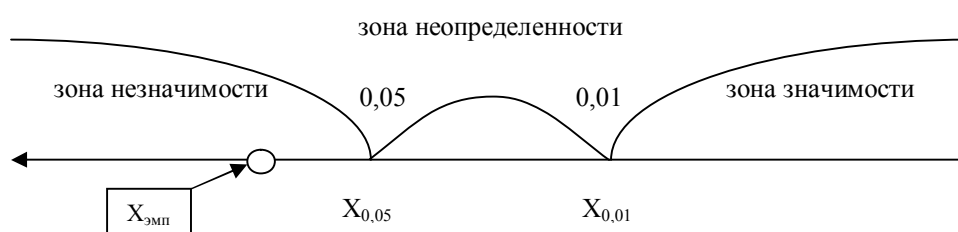
Правило принятия статистического решения: на основании полученных экспериментальных данных психолог подсчитывает по выбранному им методу эмпирическое значение. Эмпирическое значение сравнивается с критическими, которые соответствуют уровню значимости для выбранного статистического метода. Критические величины находятся для данного статистического метода по соответствующим таблицам, приведенным в приложении к данному пособию. Сравнение полученного эмпирического значения с критическими (табличными) значениями удобно осуществлять с помощью «оси значимости».

«Ось значимости» – это прямая, имеющая три выделенные зоны: зона незначимости, зона неопределенности, зона значимости. Границами трех зон являются критические значения $X_{0,05}$ и $X_{0,01}$ для уровней $p = 0,05$ и $p = 0,01$ соответственно.



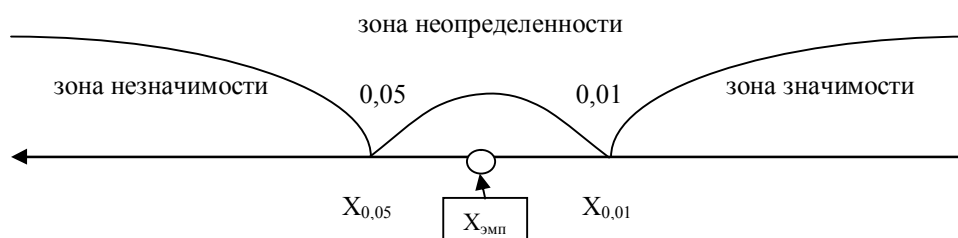
Эмпирическое значение, подсчитанное по какому либо методу должно обязательно попасть в одну из трех зон.

1 случай. Эмпирическое значение попало в зону незначимости:



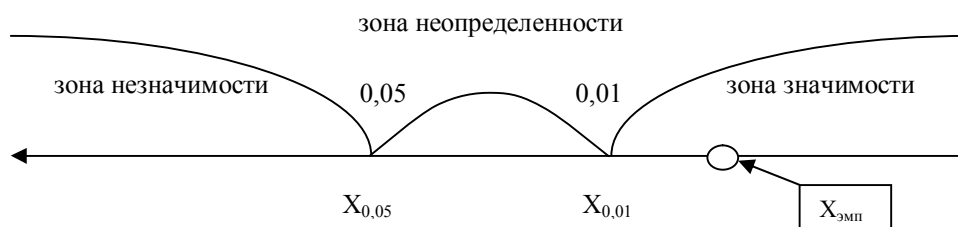
В этом случае принимается нулевая гипотеза H_0 об отсутствии различий (связи).

2 случай. Эмпирическое значение попало в зону неопределенности:



В этом случае принимается альтернативная гипотеза H_1 о наличии различий (связи) на уровне значимости $p < 0,05$.

3 случай. Эмпирическое значение попало в зону значимости:



В этом случае принимается альтернативная гипотеза H_1 о наличии различий (связи) на уровне значимости $p < 0,01$.

При совпадении эмпирического значения с теоретическим принимается альтернативная гипотеза H_1 на уровне значимости $p = 0,05$ или $p = 0,01$.

2.2. Статистические критерии различий

В психологических исследованиях для доказательства эффективности внедряемых программ, тренингов, упражнений и т.д. помимо отслеживания на определенных этапах качественных изменений используется и математическая статистика. С помощью математических методов сопоставляются результаты «до» и «после» воздействия, выявляется динамика изменения показателей под влиянием экспериментальных воздействий, сравниваются контрольная и экспериментальная группы, оценивается характер изменения какого-либо психологического показателя в нескольких группах и т.д.

Для решения такого большого класса задач используются *статистические критерии различий*. Критерии позволяют оценить степень статистической достоверности различий между показателями, измеренными в соответствии с планом проведения психологического исследования.

Критерии имеют свою специфику и различаются между собой по различным основаниям.

1. Тип измерительной шкалы.
2. Зависимость или независимость выборок.
3. Количество сравниваемых выборок.
4. Равность сравниваемых выборок по численности.
5. Максимальный объем охватываемой выборки.
6. Мощность (способность выявлять различия между выборками).

Как правило, чем мощнее критерий, тем он более трудоемок, поэтому при выборе статистического критерия следует руководствоваться простотой его вычисления. Однако следует не забывать что отсутствие различий обнаруженное с помощью критерия, не гарантирует, того, что более мощный критерий не сможет их установить.

Все статистические критерии различий подразделяются *параметрические* и *непараметрические*. Параметрические критерии основаны на конкретном типе распределения (нормальное и др.) или используют параметры этой совокупности (среднее, дисперсия и др.). Непараметрические критерии не основаны на типе распределения и не используют параметры этой совокупности.

При нормальном распределении генеральной совокупности параметрические критерии имеют большую способность выявлять различия между выборками, т.е. являются более мощными по сравнению с непараметрическими. Однако, чаще всего данные, получаемые в психологических исследованиях, не распределены нормально, поэтому непараметрические критерии являются более мощными.

При подготовке экспериментального исследования необходимо заранее определить зависимость и независимость выборок, их объем, тип шкалы и вид используемого статистического критерия.

ГЛАВА 3. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ СДВИГА

3.1. Статистический критерий G-знаков

Назначение. Критерий G-знаков является непараметрическим и применяется только для связанных (зависимых) выборок. Он предназначен для установления общего направления сдвига исследуемого признака. Позволяет установить, в какую сторону в выборке в целом изменяются значения признака при переходе от первого измерения ко второму.

Пример. Будет ли тренинг способствовать повышению показателей по методике «Шкала социального интереса»?

Таблица 1

Результаты диагностики «до» и «после» воздействия

№	Имя	До	После
1	Ира А.	3	8
2	Натasha О.	5	8
3	Оля Е.	5	9
4	Аня К.	8	9
5	Лида Д.	6	7
6	Максим У.	4	8
7	Ольга А.	8	9
8	Аня И.	3	3
9	Вера П.	5	6
10	Маша И.	5	8

Решение. Определим «сдвиг», то есть разность между показателями каждого участника «после» и «до» тренинга (см. Таблицу 2).

Таблица 2

Результаты диагностики «до» и «после» воздействия

№	Имя	До	После	Сдвиг
1	Ира А.	3	8	+5
2	Натasha О.	5	8	+3
3	Оля Е.	5	9	+4
4	Аня К.	8	9	+1
5	Лида Д.	6	7	+1
6	Максим У.	4	8	+4
7	Ольга А.	8	9	+1
8	Аня И.	3	3	0
9	Вера П.	5	6	+1
10	Маша И.	5	8	+3

Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 – сдвиг показателей после тренинга является случайным.

H_1 – сдвиг показателей после тренинга является не случайным.

Подсчитаем общее число нулевых, положительных и отрицательных сдвигов:

Общее число нулевых сдвигов – 1;

Общее число положительных сдвигов – 9;

Общее число отрицательных сдвигов – 0.

Наибольшая сумма сдвигов называется **типичным сдвигом** и обозначается буквой n . Наименьшая сумма сдвигов – **нетипичным сдвигом** и обозначается как $G_{эмп}$.

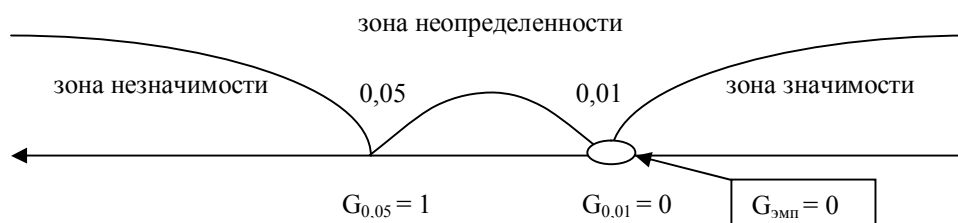
В нашем случае типичный сдвиг $n = 9$, а нетипичный сдвиг $G_{эмп} = 0$.

Далее оценка статистической достоверности сдвига по критерию G -знаков производится по таблице 1 (см. Приложение).

В нашем примере $n = 9$, поэтому наша часть таблицы выглядит следующим образом:

n	p	
	0,05	0,01
9	1	0

Построим «ось значимости», на которой расположим критические значения $G_{0,05} = 1$, $G_{0,01} = 0$ и эмпирическое значение $G_{эмп} = 0$.



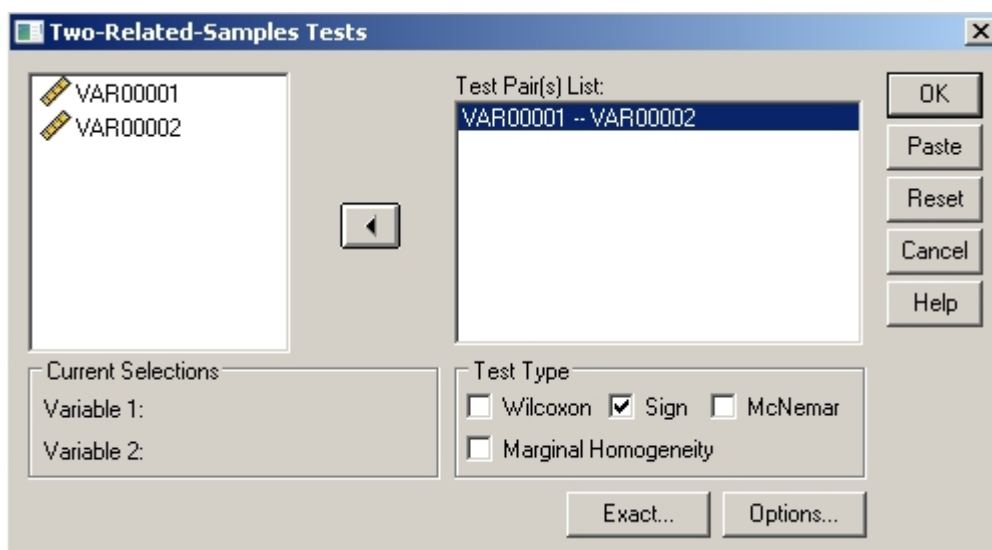
Видно, что $G_{эмп}$ совпало с критическим значением зоны значимости $G_{0,01} = 0$.

Гипотеза H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 о том, что сдвиг показателей после тренинга является не случайным. Полученный в результате эксперимента сдвиг показателей статистически значим на уровне $p = 0,01$. Тренинг способствовал увеличению показателей по методике «Шкала социального интереса» статистически достоверно.

Замечание. В том случае если общее число положительных и отрицательных сдвигов оказывается равным, то критерий G -знаков неприменим! В этих случаях необходимо применять другие критерии (например, критерий T -Вилкоксона).

Критерий G-знаков: обработка в SPSS. Решим предыдущую задачу с помощью компьютерной программы SPSS.

1. Введем данные в таблицу в два столбца: var1 и var2.
2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Nonparametric Tests** → **2-Related Samples**.
3. В открывшемся окне выделяем две переменные var1 и var2 и при помощи кнопки ► переносим их в правое окно. В этом же окне в разделе **Test Type** ставим флажок на **Sign** (см. Рисунок).



4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

Frequencies

		N
VAR00002 - VAR00001	Negative Differences(a)	0
	Positive Differences(b)	9
	Ties(c)	1
	Total	10

- a VAR00002 < VAR00001
 b VAR00002 > VAR00001
 c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Exact Sig. (2-tailed)	,004(a)

- a Binomial distribution used.
 b Sign Test

В первой таблице содержатся данные об общем числе нулевых, положительных и отрицательных сдвигах. Во второй таблице содержится результат проверки гипотезы: р-уровень значимости (**Exact.Sig (2-tailed)**). В данном случае он равен 0,004. $0,004 < 0,01$, следовательно, принимается гипотеза H_1 о наличии статистически достоверного сдвига.

3.2. Статистический критерий Т-Вилкоксона

Назначение. Критерий Т-Вилкоксона применяется для оценки различий экспериментальных данных полученных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Он позволяет выявить не только направленность изменений (критерий G-знаков), но и позволяет установить насколько сдвиг показателей в каком-то одном направлении является более интенсивным, чем в другом.

Пример. Способствовала ли коррекционная работа снижению реактивной тревожности участников эксперимента?

Таблица 1

Показатели реактивной тревожности по методике Ч.Д. Спилбергера

№	Имя	До	После
1	Саша К.	69	51
2	Лена Р.	73	76
3	Ваня Е.	56	45
4	Оля С.	63	51
5	Оля А.	71	63
6	Даша К.	69	42
7	Алина Л.	69	57
8	Вова П.	71	63
9	Коля М.	70	61
10	Ира В.	71	60
11	Ваня Б.	67	68
12	Максим С.	54	49

Решение. Построим дополнительные столбцы необходимые для дальнейшей работы по критерию Т-Вилкоксона (см. Таблицу 2).

Таблица 2

Показатели реактивной тревожности по методике Ч.Д. Спилбергера

№	Имя	До	После	Сдвиг	Абсолютный сдвиг	Ранг абсолютного сдвига
1	Саша К.	69	51	-18	18	11
2	Лена Р.	73	76	+3	3	2
3	Ваня Е.	56	45	-11	11	7,5
4	Оля С.	63	51	-12	12	9,5
5	Оля А.	71	63	-8	8	4
6	Даша К.	69	42	-27	27	12
7	Алина Л.	69	57	-12	12	9,5
8	Вова П.	71	63	-9	9	5,5
9	Коля М.	70	61	-9	9	5,5
10	Ира В.	71	60	-11	11	7,5
11	Ваня Б.	67	68	+1	1	1
12	Максим С.	54	49	-5	5	3

Столбец «сдвиг» получается вычитанием чисел столбца «до» из столбца «после». В столбце «абсолютный сдвиг» переписываем числа из столбца «сдвиг» без знаков. В столбце «ранг абсолютного сдвига» минимальному из элементов (в данном случае это 1) приписываем ранг 1. Следующему по величине абсолютному сдвигу 3 приписываем ранг 2. Сдвигу 5 – ранг 3 и т.д. Если встречаются одинаковые абсолютные сдвиги, то приписываемые ранги усредняются между собой. Так, например два абсолютных сдвига 11 и 11 имеют ранги 7 и 8. Усредняем ранги и приписываем 7,5 вышеуказанным сдвигам.

Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 – сдвиг показателей после коррекционной работы является случайным.

H_1 – сдвиг показателей после коррекционной работы является не случайным.

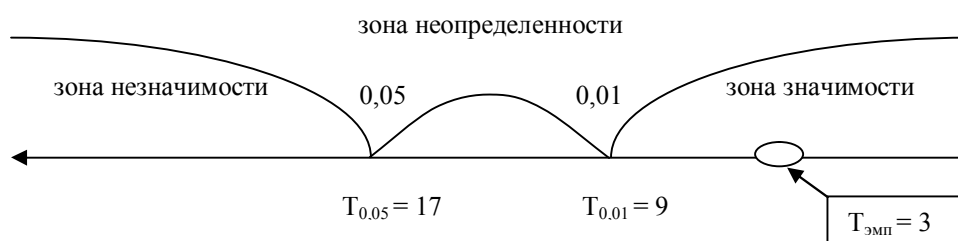
$T_{эмп}$ численно равно **сумме рангов нетипичных сдвигов**.

В нашем случае нетипичных сдвигов два: +3 и +1. Их ранги равны 2 и 1 соответственно. Следовательно, $T_{эмп} = 2 + 1 = 3$.

Далее оценка статистической достоверности сдвига по критерию производится по таблице 2 (см. Приложение). Поиск критических величин по таблице ведется по числу испытуемых. В нашем примере $n = 12$, поэтому наша часть таблицы выглядит следующим образом:

n	p	
	0,05	0,01
12	17	9

Построим «ось значимости», на которой расположим критические значения $T_{0,05} = 17$, $T_{0,01} = 9$ и эмпирическое значение $T_{эмп} = 3$.

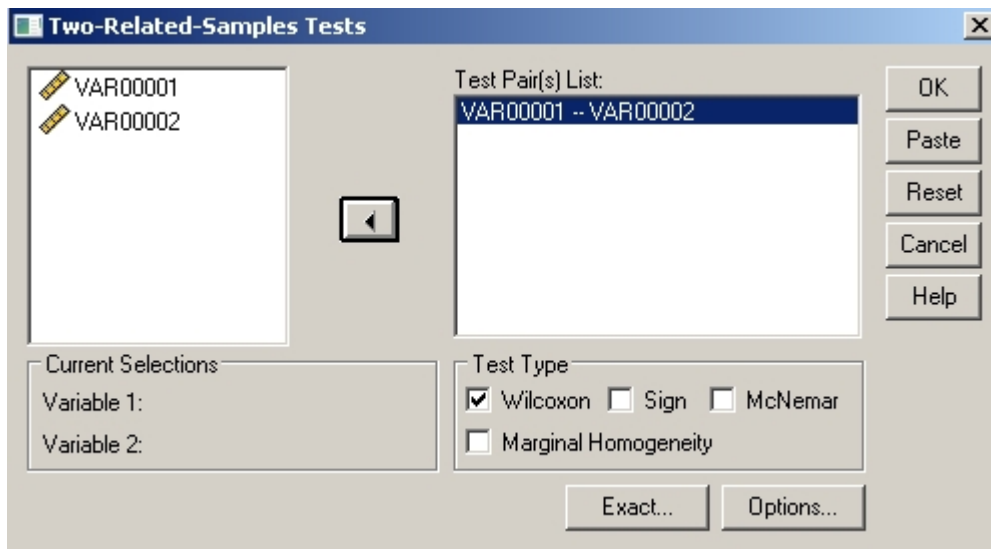


Полученная величина $T_{эмп}$ попала в зону значимости.

Гипотеза H_0 отклоняется и принимается гипотеза H_1 о том, что сдвиг показателей после коррекционной работы является не случайным. Полученный в результате эксперимента сдвиг показателей статистически значим на уровне $p < 0,01$. Коррекционная работа способствовала снижению реактивной тревожности участников эксперимента статистически достоверно.

Критерий Т-Вилкоксона: обработка в SPSS. Решим предыдущую задачу с помощью компьютерной программы SPSS.

1. Введем данные в таблицу в два столбца: var1 и var2.
2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Nonparametric Tests** → **2-Related Samples**.
3. В открывшемся окне выделяем две переменные var1 и var2 и при помощи кнопки ► переносим их в правое окно. В этом же окне в разделе **Test Type** ставим флажок на **Wilcoxon** (см. Рисунок).



4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

Ranks

	N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001			
Negative Ranks	10(a)	7,50	75,00
Positive Ranks	2(b)	1,50	3,00
Ties	0(c)		
Total	12		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-2,827(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	,005

a Based on positive ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

В первой таблице содержатся данные о числе нулевых, положительных и отрицательных рангов. Во второй таблице содержатся результаты проверки гипотезы: эмпирическое значение z-критерия (**Z**) и уровень значимости (**Asymp.Sig (2-tailed)**). В данном случае он равен 0,005. $0,005 < 0,01$, следовательно, сдвиг показателей является статистически значимым.

3.3. Статистический критерий t-Стьюдента для зависимых измерений

Назначение. Критерий t-критерий Стьюдента является параметрическим и используется с целью оценки достоверности сдвига значений в зависимых выборках.

Критерий имеет следующую формулу:

$$t = \left| \frac{M_d}{\sigma_d / \sqrt{n}} \right|$$

где M_d – среднее арифметическое разностей индивидуальных значений, σ_d – стандартное отклонение значений разностей.

Решим задачу из параграфа 3.2. Алгоритм вычисления эмпирического значения критерия достаточно трудоемок, поэтому решим задачу с помощью компьютерной программы SPSS.

Критерий t-Стьюдента для зависимых измерений: обработка в SPSS.

1. Введем данные в таблицу в два столбца: var1 и var2.
2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Compare Means** → **Paired-Samples T Test**.
3. В открывшемся окне выделяем две переменные var1 и var2 и при помощи кнопки ► переносим их в правое окно.
4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 VAR00001	66,9167	12	6,11196	1,76437
VAR00002	57,1667	12	9,92548	2,86524

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 VAR00001 & VAR00002	12	,606	,037

Paired Samples Test

	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Paired Differences		t	df	Sig. (2-tailed)
				95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair 1 VAR00001 - VAR00002	9,75000	7,89850	2,28010	4,73153	14,76847	4,276	11	,001

В первой таблице содержатся средние значения и стандартные отклонения рядов, во второй – коэффициент корреляции между выборками. В последней справа содержатся результаты проверки гипотезы: эмпирическое значение t-критерия (**t**) и уровень значимости (**Sig (2-tailed)**). В данном случае он равен 0,001. $0,001 < 0,01$, т.е. принимается гипотеза H_1 .

3.4. Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. Повысится ли уровень доброжелательности и доверия у участников эксперимента в результате воздействия гештальт-тренинга?

Таблица 1

Показатели по методике «Диагностика доброжелательности»

№	Имя	До	После
1	Олеся А.	3	5
2	Юля К.	4	2
3	Света Б.	3	4
4	Оля Ш.	5	6
5	Лена П.	3	6
6	Лена С.	4	5
7	Женя Е.	5	5
8	Аня Т.	6	7
9	Оля Т.	4	4

Задача 2. Будет ли разработанная программа способствовать снижению показателей эмоциональных барьеров в общении у старшеклассников?

Таблица 2

Показатели диагностики эмоциональных барьеров в общении (опросник В.В. Бойко «Эмоциональные барьеры в общении»)

№	Имя	До	После
1	Станислав Д.	9	8
2	Надежда Ж.	9	9
3	Анастасия И.	7	9
4	Артем К.	10	6
5	Константин К.	5	5
6	Сергей М.	5	7
7	Юлия С.	11	11
8	Екатерина С.	6	7
9	Елена А.	10	15
10	Елена Б.	10	10
11	Алексей Г.	3	5
12	Ульяна К.	10	6
13	Андрей Л.	8	9
14	Юлия П.	10	8
15	Маргарита П.	13	12
16	Федор П.	8	8
17	Анна П.	10	8
18	Ксения С.	12	14
19	Анастасия Ш.	9	9

Задача 3. Способствовала ли коррекционная работа снижению личностной тревожности участников эксперимента?

Таблица 3

Показатели личностной тревожности по методике Ч.Д. Спилбергера

№	Имя	До	После
1	Саша К.	71	60
2	Лена Р.	67	56
3	Ваня Е.	58	42
4	Оля С.	49	53
5	Оля А.	54	49
6	Даша К.	68	39
7	Алина Л.	74	63
8	Вова П.	69	63
9	Коля М.	59	49
10	Ира В.	74	63
11	Ваня Б.	70	61
12	Максим С.	69	59

Задача 4. Способствовало ли проведение коррекционно-развивающей программы повышению поведенческой активности дошкольников?

Таблица 4

Показатели поведенческой активности

№	Имя	До	После
1	Яна П.	28	45
2	Даша Т.	21	31
3	Алина Р.	21	23
4	Максим А.	22	34
5	Влад М.	23	23
6	Вадим Р.	24	24
7	Никита И.	9	19
8	Ваня Х.	18	18
9	Руслан О.	24	48
10	Петя Т.	19	38
11	Ваня Б.	17	35
12	Владик О.	19	19
13	Артем Г.	24	24
14	Лиза Л.	16	40
15	Вика Б.	18	34
16	Наташа М.	19	19
17	Вика С.	19	19
18	Лиза Б.	26	50
19	Настя Г.	13	23
20	Таня Ф.	15	15
21	Настя Б.	14	14
22	Дима Д.	11	27
23	Вика Р.	14	25
24	Лиза М.	19	19
25	Наташа Ф.	20	20

Задача 5. Повысилась ли тревожность детей дошкольного возраста после просмотра мультфильмов, содержащих сцены насилия?

Таблица 5

Показатели тревожности «до» и «после» просмотра мультфильмов

№	Имя	До	После
1	Ира К.	2	3
2	Найя Ч.	1	2
3	Игорь Ш.	0	0
4	Оля К.	0	0
5	Маша Ж.	2	1
6	Алена Т.	2	3
7	Ира Б.	1	2
8	Лера Н.	1	3
9	Арман Т.	0	0
10	Кристина М.	2	2
11	Катя К.	2	2
12	Надя М.	1	2
13	Саша Е.	0	0
14	Максим Ф.	0	0

Задача 6. Повысились ли показатели мышления младших школьников после комплекса психогимнастических упражнений для снятия утомляемости?

Таблица 6

Показатели мышления по методике КОТ

№	Имя	До	После
1	Алеша Р.	10	11
2	Лена К.	2	3
3	Аня М.	11	11
4	Володя З.	8	10
5	Катя Б.	6	8
6	Юля К.	5	5
7	Катя С.	5	7
8	Лида Д.	8	10
9	Алеся Н.	9	11
10	Алеша Д.	11	11
11	Андрей Е.	3	5
12	Артем Т.	10	11
13	Женя П.	12	15
14	Женя Р.	10	12
15	Дарья Ж.	5	7
16	Юля Б.	10	12
17	Артем З.	12	11
18	Алеша Д.	11	12
19	Настя З.	8	9
20	Саша И.	8	10

Задача 7. Будут ли выявлены статистически достоверные изменения в показателях познавательной активности подростков после внедрения программы развития мышления?

Таблица 7

Показатели познавательной активности по опроснику РОИ

№	Имя	До	После
1	Жанна Р.	3	4
2	Маша М.	6	8
3	Юля Б.	6	7
4	Артур Н.	7	8
5	Алеша Д.	6	8
6	Наташа Е.	8	8
7	Саша П.	4	5
8	Артем К.	6	7
9	Оксана Х.	5	5
10	Марина К.	5	5
11	Наташа Ж.	7	9
12	Настя Ж.	7	8
13	Арсений П.	6	8
14	Сергей П.	3	3
11	Андрей Ч.	6	6
12	Дмитрий Я.	3	5
13	Дима Ч.	7	7
14	Оксана В.	8	8

Задача 8. Изменились ли нравственные представления дошкольников после проведенной формирующей программы?

Таблица 8

Показатели сформированности понятий о нравственных качествах

№	Имя	До	После
1	Настя К.	12	14
2	Матвей Г.	11	11
3	Максим А.	9	10
4	Настя П.	13	14
5	Данил П.	10	13
6	Егор А.	10	12
7	Катя Д.	13	12
8	Даша Н.	12	12
9	Алина П.	10	11
10	Настя З.	11	13

ГЛАВА 4. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ РАЗЛИЧИЙ

4.1. Статистический критерий Q-Розенбаума

Назначение. Критерий Q-Розенбаума предназначен для сравнения двух несвязных между собой выборок, причем допускается неравное количество элементов в сравниваемых выборках. Критерий основан на подсчете «хвостов», т.е. тех элементов одной выборки, которые не имеют схожих элементов из другой выборки.

Пример. Будут ли обнаружены статистически достоверные различия в показателях ситуативной тревожности между подростками с делинквентным поведением и подростками без отклоняющегося поведения?

Таблица 1

№	Ситуативная тревожность	
	Подростки с делинквентным поведением	Подростки без отклоняющегося поведения
1	36	38
2	36	40
3	39	41
4	32	36
5	34	37
6	40	42
7	42	45
8	42	48
9	24	36
10	53	54

Решение. Для решения задачи представим результаты измерения в удобном для расчета критерия виде, т.е. расположим числа в порядке возрастания слева направо.

Группа 1	24	32	34	36	36	39	40	42	42	53
Группа 2	36	36	37	38	40	41	42	45	48	54

Разместим два сравниваемых ряда таким образом, чтобы равные элементы находились друг под другом.

Группа 1	24	32	34	36	36	36			39	40		42	42		53
Группа 2				36			37	38			41	42		48	54

Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 – отсутствуют статистически достоверные различия между группами.

H_1 – существуют статистически достоверные различия между группами.

Подсчитаем левый (S) и правый (T) «хвосты». Величина S равна числу элементов первого ряда, которые находятся слева и не имеют совпадающих элементов второго ряда. Величина T – числу элементов второго ряда, находящихся справа и не имеющих совпадающих элементов первого ряда.

В нашем случае $S = 3$, а $T = 1$.

Группа 1	24	32	34	36	36	36			39	40		42	42		53	
Группа 2				36			37	38			41	42		48		54

Формула подсчета эмпирического значения:

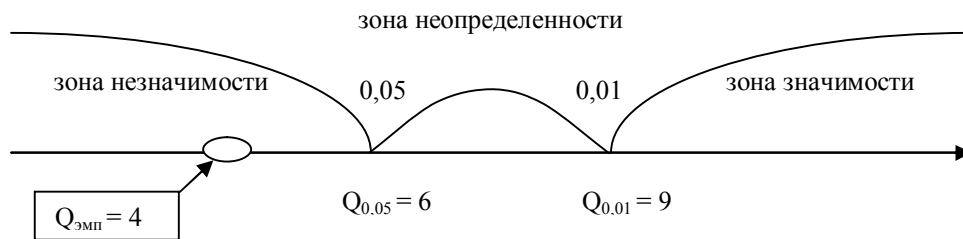
$$Q_{\text{эмп}} = S + T,$$

где S – левый хвост, T – правый хвост.

Следовательно $Q_{\text{эмп}} = S + T = 3 + 1 = 4$.

Критические значения для критерия Q-Розенбаума находим по таблице 3 (см. Приложение). Поиск критических величин ведется по числу испытуемых $n_1=10$, $n_2=10$. Определяем что $Q_{0,05} = 6$; $Q_{0,01} = 9$.

Построим «ось значимости», на которой расположим критические значения $Q_{0,05} = 6$, $Q_{0,01} = 9$ и эмпирическое значение $Q_{\text{эмп}} = 4$.



Полученная величина $Q_{\text{эмп}}$ попала в зону незначимости.

Принимается гипотеза H_0 о том, что отсутствуют статистически достоверные различия между группами. Статистически достоверные различия в показателях ситуативной тревожности между подростками с делинквентным поведением и подростками без отклоняющегося поведения не выявлены.

Замечание. В случае если один из двух рядов имеет два «хвоста», критерий Q-Розенбаума неприменим! В этих случаях необходимо применять критерий U-Манна-Уитни.

4.2. Статистический критерий U-Манна-Уитни

Назначение. Критерий U-Манна-Уитни применяется для оценки различий по показателям какого-либо признака между двумя несвязными (независимыми) выборками. Количество элементов в сравниваемых выборках может быть не одинаковым.

Пример. Будут ли выявлены статистически достоверные различия в показателях креативности подростков с девиантным поведением по сравнению с подростками без девиаций?

Таблица 1

Показатели социальной креативности личности подростков

№	Испытуемые	Подростки с девиантным поведением	Испытуемые	Подростки без отклоняющегося поведения
1	Саша Н.	73	Аня К.	18
2	Артем У.	101	Олег А.	121
3	Вова П.	130	Таня Н.	134
4	Галя П.	86	Юра В.	110
5	Дима Е.	102	Игорь П.	122
6	Игорь Ш.	117	Лена Р.	132
7	Лена В.	91	Люда Т.	110
8	Рома Д.	94	Ваня В.	111
9	Юля А.	139	Ира К.	145
10	Юля Ж.	144	Лена Д.	162

Решение. Объединим полученные данные в один ряд и упорядочим его по возрастанию. Сверху каждый элемент первой группы обозначим X, а второй группы – Y.

Y X X X X X X Y Y Y X Y Y X Y Y X X Y Y
18 73 86 91 94 101 102 110 110 111 117 121 122 130 132 134 139 144 145 162

Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 – отсутствуют статистически достоверные различия между группами.

H_1 – существуют статистически достоверные различия между группами.

Если бы упорядоченный ряд имел бы следующий вид:

XXXXXXXXXX YYYYYYYYYY или
YYYYYYYYYY XXXXXXXXXXXX,

то две такие выборки достоверно различались бы между собой.

Эти два расположения называются «идеальными».

В нашем случае ряд содержит много нарушений в расположении чисел в упорядоченном ряду (отличается от «идеального»). Каждое нарушение

(инверсия) – это такое расположение чисел, когда перед некоторым числом первого ряда стоит число второго ряда. Инверсии подсчитываются относительно двух идеальных расположений, что удобно производить в таблице.

Инверсия Y/X – это расположение, при котором число ряда Y стоит перед числом ряда X . Инверсия X/Y – это расположение, при котором число ряда X стоит перед числом ряда Y .

Инверсии Y/X подсчитываются следующим образом: перед числом 73 ряда X стоит одно число 18 ряда Y , поэтому в таблице рядом с числом 73 ставим 1 (одна инверсия); перед числом 86 ряда X стоит то же число 18 ряда Y , поэтому в таблице рядом с числом 86 ставим 1; ... ; перед числом 117 ряда X стоят четыре числа ряда Y , поэтому в таблице рядом с числом 117 ставим 4 (четыре инверсии) и т.д.

Подростки с девиантным поведением	Инверсии Y/X	Подростки без отклоняющегося поведения	Инверсии X/Y
73	1	18	0
86	1	110	6
91	1	110	6
94	1	111	6
101	1	121	7
102	1	122	7
117	4	132	8
130	6	134	8
139	8	145	10
144	8	162	10
СУММА	32		68

Формула подсчета эмпирического значения:

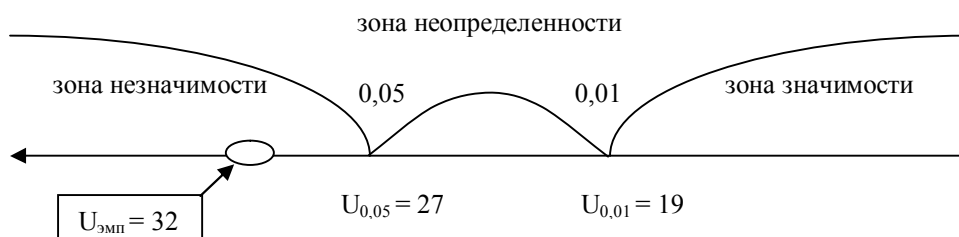
$$U_{\text{эмп}} = \min (\Sigma(Y/X) ; \Sigma(X/Y)),$$

где $\Sigma(Y/X)$ и $\Sigma(X/Y)$ – суммы инверсий.

$U_{\text{эмп}}$ есть минимальная сумма инверсий, т.е $U_{\text{эмп}} = 32$.

Критические значения для критерия U-Манна-Уитни находим по таблице 4 (см. Приложение). Поиск критических величин ведется по числу испытуемых $n_1=10$, $n_2=10$. Определяем что $U_{0,05} = 27$; $U_{0,01} = 19$.

Построим «ось значимости», на которой расположим критические значения $U_{0,05} = 27$, $U_{0,01} = 19$ и эмпирическое значение $U_{\text{эмп}} = 32$.



Полученная величина $U_{эмп}$ попала в зону незначимости.

Принимается гипотеза H_0 о том, что отсутствуют статистически достоверные различия между группами. Статистически достоверных различий в показателях креативности между подростками с девиантным поведением и подростками без девиаций не выявлено.

Критерий U-Манна-Уитни: обработка в SPSS. Решим предыдущую задачу с помощью компьютерной программы SPSS.

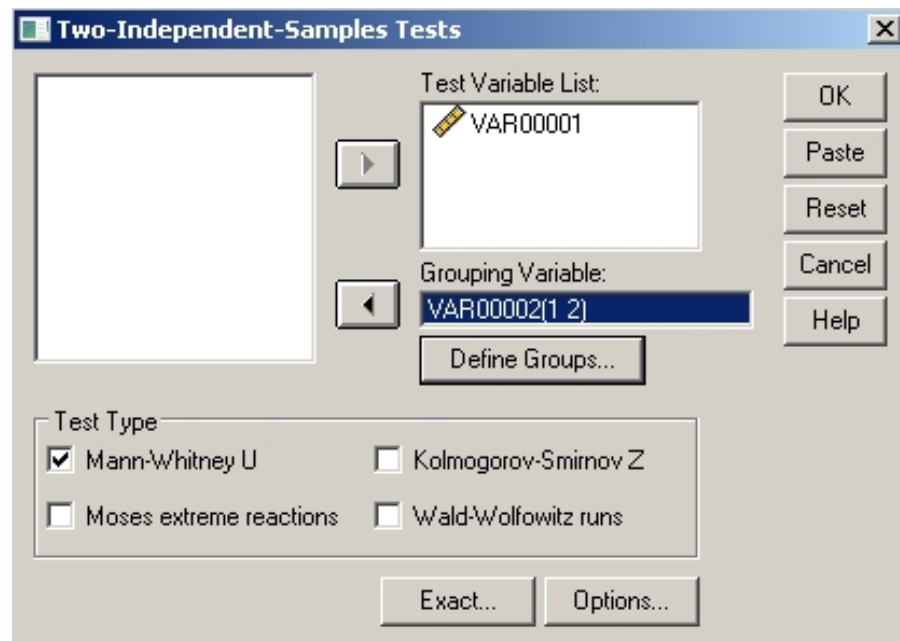
1. Введем данные в таблицу в два столбца, причем var1 – это значения двух групп, а var2 – переменная, обозначающая принадлежность каждого элемента к одной из двух групп (см. Рисунок)

	VAR00001	VAR00002
1	73,00	1,00
2	101,00	1,00
3	130,00	1,00
4	86,00	1,00
5	102,00	1,00
6	117,00	1,00
7	91,00	1,00
8	94,00	1,00
9	139,00	1,00
10	144,00	1,00
11	18,00	2,00
12	121,00	2,00
13	134,00	2,00
14	110,00	2,00
15	122,00	2,00
16	132,00	2,00
17	110,00	2,00
18	111,00	2,00
19	145,00	2,00
20	162,00	2,00

2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Nonparametric Tests** → **2-Independent Samples**.

3. В открывшемся окне выделяем переменную var1 и при помощи кнопки ► переносим ее в правое верхнее окно **Test Variable List**. Группирующую переменную var1 при помощи кнопки ► переносим в правое нижнее окно **Grouping Variable**. Нажимаем кнопку Define Groups и задаем номера градаций группирующей переменной – 1 и 2. Нажимаем **Continue**.

Проверяем, что в разделе **Test Type** стоит флажок на **Mann-Whitney U** (см. Рисунок).



4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

Ranks

	VAR00002	N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00001	1,00	10	8,70	87,00
	2,00	10	12,30	123,00
	Total	20		

Test Statistics(b)

	VAR00001
Mann-Whitney U	32,000
Wilcoxon W	87,000
Z	-1,361
Asymp. Sig. (2-tailed)	,173
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,190(a)

a Not corrected for ties.

b Grouping Variable: VAR00002

В первой таблице содержатся ранговые статистики: средние ранги для групп и суммы рангов. Во второй таблице содержится результат проверки гипотезы: эмпирическое значение U-критерия (**Mann-Whitney U**) и p-уровень значимости (**Asymp. Sig. (2-tailed)**). В данном случае он равен 0,190.

Значение $0,190 > 0,05$, поэтому принимается гипотеза H_0 об отсутствии статистически достоверных различий между группами.

4.3. Статистический критерий t-Стьюдента для независимых измерений

Назначение. Критерий t-критерий Стьюдента является параметрическим. Его используют с целью оценки достоверности различий между двумя независимыми выборками.

Критерий имеет следующую формулу:

$$t = \frac{|M_x - M_y|}{\sqrt{\frac{D_x}{n_x} + \frac{D_y}{n_y}}}$$

где M_x и M_y – средние арифметические рядов x и y , D_x и D_y – дисперсии рядов x и y , n_x и n_y – число элементов в выборках x и y .

Решим задачу из параграфа 4.2 с помощью компьютерной программы SPSS.

Критерий t-Стьюдента для независимых измерений: обработка в SPSS.

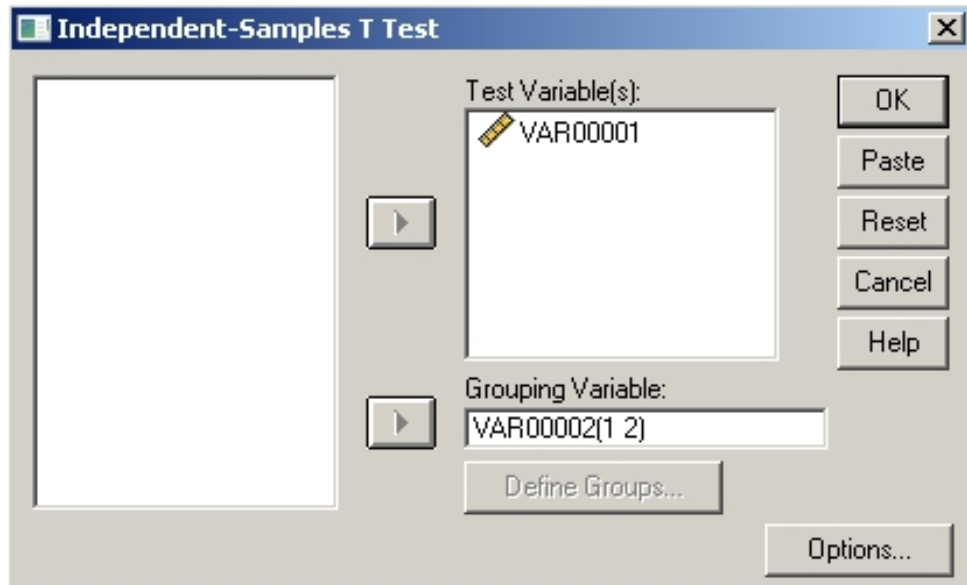
1. Введем данные в таблицу в два столбца, причем var1 – это значения двух групп, а var2 – переменная, обозначающая принадлежность каждого элемента к одной из двух групп (см. Рисунок).

	VAR00001	VAR00002
1	73,00	1,00
2	101,00	1,00
3	130,00	1,00
4	86,00	1,00
5	102,00	1,00
6	117,00	1,00
7	91,00	1,00
8	94,00	1,00
9	139,00	1,00
10	144,00	1,00
11	18,00	2,00
12	121,00	2,00
13	134,00	2,00
14	110,00	2,00
15	122,00	2,00
16	132,00	2,00
17	110,00	2,00
18	111,00	2,00
19	145,00	2,00
20	162,00	2,00

2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Compare Means** → **Independent-Samples T Test**.

3. В открывшемся окне выделяем переменную var1 и при помощи кнопки ► переносим ее в правое верхнее окно **Test Variable(s)**.

Группирующую переменную var2 при помощи кнопки ► переносим в правое нижнее окно **Grouping Variable**. Нажимаем кнопку **Define Groups** и задаем номера градаций группирующей переменной – 1 и 2. (см. Рисунок).



4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

Group Statistics

	VAR00002	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
VAR00001	1,00	10	107,7000	23,80499	7,52780
	2,00	10	116,5000	38,43682	12,15479

Independent Samples Test

VAR00001	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper
Equal variances assumed	,127	,726	-,616	18	,546	-8,800	14,297	-38,837	21,237
Equal variances not assumed			-,616	15,019	,547	-8,800	14,297	-39,270	21,670

В первой таблице содержатся средние значения и стандартные отклонения рядов выборок. Во второй таблице содержатся результаты проверки гипотезы: эмпирическое значение t-критерия (**t**) и уровень значимости (**Sig (2-tailed)**). В данном случае он равен 0,546.

Уровень значимости $0,546 > 0,05$, поэтому принимается гипотеза H_0 об отсутствии статистически достоверных различий между группами.

4.4. Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. Существуют ли различия в показателях агрессивности среди наркотически зависимых несовершеннолетних мальчиков и девочек?

Таблица 1

Показатели агрессивности по методике Басса-Дарки

№	Девочки	Индекс агрессивности	Мальчики	Индекс агрессивности
1	Виктория Ф.	86	Александр Т.	68
2	Елена Г.	87,6	Алексей К.	68
3	Елена К.	95,3	Алексей Т.	55
4	Кристина Б.	98	Анатолий П.	104
5	Любовь Д.	53,3	Виктор К.	54,3
6	Людмила З.	84,6	Дмитрий К.	75
7	Наталья М.	31,3	Евгений Х.	61,3
8	Оксана П.	87,6	Илья Ж.	54,3
9	Юлия К.	73,6	Максим В.	84,3
10	Юлия Кр.	38	Роман О.	56,6

Задача 2. Существуют ли статистически достоверные различия в показателях личностной тревожности среди мальчиков и девочек подросткового возраста?

Таблица 2

Результаты по методике Спилбергера-Ханина

№	Девочки	Личностная тревожность	Мальчики	Личностная тревожность
1	Александра М.	36	Александр С.	43
2	Анастасия В.	39	Андрей К.	41
3	Анжелика К.	47	Андрей С.	33
4	Виктория Ц.	54	Антон К.	40
5	Диана Ю.	52	Алексей П.	38
6	Екатерина Б.	54	Бато Ц.	41
7	Елена В.	34	Борис А.	52
8	Елизавета К.	42	Виталий М.	38
9	Кристина Б.	51	Владимир В.	23
10	Марина В.	44	Дмитрий Л.	40
11	Марина С.	47	Игорь К.	49
12	Марина Т.	67	Максим Б.	42
13	Мария Ал.	57	Максим Г.	45
14	Мария Ш.	41	Максим Кал.	37
15	Татьяна Б.	50	Максим К.	42
16	Татьяна М.	54	Максим П.	40
17	Татьяна Ф.	45	Максим Т.	43
18	Юлия Г.	59	Роман К.	45
19	Юлия К.	46	Роман Р.	35
20	Юлия Ч.	48	Руслан Б.	45
21	Яна М.	36	Сергей П.	40

Задача 3. Можно ли утверждать что показатели тревожности среди подростков с девиантным поведением достоверное выше, чем у подростков без девиаций?

Таблица 3

Показатели тревожности по методике Тейлора

№	Подростки с девиантным поведением	Тревожность (по Тейлору)	Подростки без девиаций	Тревожность (по Тейлору)
1	Алексей К.	21	Анна М.	36
2	Александр Т.	17	Алена Ж.	24
3	Алексей Т.	9	Алина Р.	23
4	Александр П.	19	Валентина П.	27
5	Валерия Ф.	19	Владислав Д.	17
6	Евгений Х.	21	Дмитрий М.	12
7	Елена К.	20	Дмитрий В.	7
8	Елена Г.	29	Екатерина Б.	30
9	Кристина Б.	23	Екатерина П.	20
10	Любовь Д.	25	Елена А.	24
11	Людмила З.	29	Екатерина Г.	17
12	Наталья М.	23	Кристина Х.	13
13	Оксана П.	35	Константин К	1
14	Юлия К.	33	Любовь Ш.	23
15	Юлия Ж.	5	Яна М.	32

Задача 4. Существуют ли статистически достоверные различия в показателях смыслообразующего мотива «достижение» между мужчинами и женщинами?

Таблица 4

Показатели по методике изучения трудовой мотивации И.Г.Кокуриной

№	Женщины	Мотив «достижение»	Мужчины	Мотив «достижение»
1	Антонина Г.	18	Евгений В.	16
2	Валентина В.	16	Сергей В.	16
3	Вероника Ю.	16	Евгений Т.	17
4	Дарья С.	18	Михаил К.	19
5	Елена С.	17	Владимир М.	16
6	Жанна Э.	18	Тарас М.	17
7	Карина И.	17	Леонид И.	16
8	Людмила М.	23	Сергей В.	20
9	Людмила П.	17	Александр А.	16
10	Марина Е.	19	Алексей Т.	18
11	Наталья С.	17	Михаил Е.	18
12	Ольга М.	17	Николай К.	18
13	Софья М.	19	Руслан Л.	18
14	Татьяна В.	14	Юрий В.	19
15	Юлия С.	17	Геннадий И.	20

Задача 5. Существуют ли статистически достоверные различия в показателях общей интернальности между больными гипертонической болезнью и язвенной болезнью желудка?

Таблица 5

№	Больные гипертонической болезнью	Шкала общей интернальности	Больные язвенной болезнью желудка	Шкала общей интернальности
1	Анна Р.	3	Антон К.	4
2	Вероника Д.	5	Алексей О.	8
3	Евгений Л.	6	Ирина М.	8
4	Игорь Р.	3	Александр Д.	5
5	Игорь Ш.	7	Андрей Т.	9
6	Михаил Ж.	6	Елена М.	8
7	Николай С.	4	Евгений М.	7
8	Ольга А.	4	Елена Е.	7
9	Роман А.	5	Ольга П.	8
10	Сергей В.	4	Владимир П.	6

Задача 6. Можно ли утверждать, что у девочек наблюдается более высокий уровень готовности к профессиональному самоопределению, чем у мальчиков?

Таблица 6

Показатели по методике «Квалиметрический метод оценки готовности учащихся к профессиональному самоопределению»

№	Девочки	Уровень готовности	Мальчики	Уровень готовности
1	Инна К.	10,5	Дима Б.	3
2	Карина М.	7,5	Миша Г.	10,5
3	Катя О.	10,5	Жена Д.	6,5
4	Оля Р.	9,5	Петя Д.	10
5	Катя С.	10	Алеша Е.	7,5
6	Лена С.	9,5	Ваня Коб.	9
7	Юля С.	10	Ваня Кот.	5,5
8	Лена Т.	10	Коля Н.	9,5
9	Анна С.	10,5	Дима Л.	7
10	Лена Тер.	10	Дима С.	7
11	Лена Гар.	10,5	Игорь Ч.	6
12	Катя Ш.	9		
13	Катя Я.	8,5		

Задача 7. Существуют ли статистически значимые различия в показателях эмоционального интеллекта между пользователями с Интернет-аддикцией и пользователями не подверженными интернет-зависимости?

Таблица 7

Показатели эмоционального интеллекта по тесту Н. Холл

№	Пользователи с Интернет-аддикцией	Интеллект	Пользователи без Интернет-зависимости	Интеллект
1	Александр Г.	34	Кристина Г.	37
2	Алексей Ш.	74	Кристина Л.	61
3	Анастасия П.	48	Вадим З.	55
4	Андрей К.	45	Роберт К.	59
5	Антон Н.	47	Дарья П.	73
6	Антон П.	53	Влад С.	82
7	Артём Т.	62	Альбина М.	71
8	Валерия При.	52	Марина П.	74
9	Валерия Про.	54	Андрей Ж.	54
10	Виктория К.	43	Тимофей П.	76
11	Виктория С.	54	Глеб Б.	21
12	Виолетта Б.	13	Александр Г.	41
13	Вячеслав Г.	35	Наталья Б.	25
14	Галина Б.	13	Алексей Д.	51
15	Дмитрий И.	37	Снежана В.	34
16	Евгений В.	29	Екатерина С.	84
17	Евгений Т.	71	Татьяна Б.	17
18	Зарина Б.	12	Иван В.	32
19	Константин Б.	24	Наталья Г.	45
20	Кристина З.	35	Андрей Л.	68
21	Лиана П.	52	Анжела Л.	63
22	Надежда П.	49	Елена Р.	79
23	Наталья С.	56	Виктор Б.	27
24	Роман Б.	16		

Задача 8. Достоверно ли то, что 7-летние дети в отличие от 6-летних имеют более высокий уровень мотивационной готовности к школе?

Таблица 8

Показатели мотивационной готовности к школе

№	6-летний дети	Готовность	7-летние дети	Готовность
1	Александр П.	12	Оксана Б.	21
2	Валерия Ф.	13	Юлия Д.	22
3	Елена К.	6	Андрей Х.	18
4	Елена К.	14	Наталья М.	29
5	Кристина Б.	19	Юлия К.	32
6	Любовь Г.	17	Оксана П.	29
7	Любовь Д.	20	Николай Ж.	32
8	Наталья Х.	14	Людмила З.	29
9	Оксана Т.	9	Алексей К.	19
10	Юлия Т.	11	Елена Г.	21

Задача 9. Существуют ли различия в показателях социальной фрустрированности между юношами и девушками?

Таблица 9

Показатели социальной фрустрированности Л. И. Вассермана

№	Юноши	Социальная Фрустр-ть	Девушки	Социальная Фрустр-ть
1	Александр П.	2	Анастасия В.	2,1
2	Алексей К.	2,2	Марина В.	2,4
3	Алексей П.	0,9	Диана Ю.	1,2
4	Андрей К.	0,5	Татьяна М.	0,8
5	Андрей С.	0,6	Юлия Ч.	0,8
6	Антон К.	0,8	Виктория Ц.	0,9
7	Антон К.	2	Татьяна Б.	2,1
8	Бато Ц.	1,2	Екатерина Б.	1,4
9	Борис А.	1,2	Елена В.	1,4
10	Виталий М.	1,5	Марина Т.	1,5
11	Владимир В.	1,8	Кристина Б.	1,5
12	Дмитрий Л.	1,9	Юлия Г.	1,6
13	Игорь К.	1,9	Марина С.	1,8
14	Максим Г.	1,9	Мария Ал. Ш.	1,9
15	Максим Кал.	2,6	Анжелика К.	3,1
16	Максим Т.	2	Татьяна Ф.	2,3
17	Петр Б.	1,9	Елизавета К.	1,9
18	Роман Р.	2,2	Юлия К.	2,6
19	Роман С.	0,2	Александра М.	0,5
20	Руслан Б.	2	Мария Ш.	1,9

Задача 10. Существуют ли статистически достоверные различия в показателях самоуверенности между работающими и неработающими женщинами?

Таблица 10

Показатели по шкале самоуверенности

№	Работающие женщины	Шкала самоуверенности	Неработающие женщины	Шкала самоуверенности
1	Антонина К.	11	Наталья Р.	11
5	Юлия А.	13	Ольга Д.	9
2	Юлия П.	11	Олеся Ч.	7
3	Юлия Н.	12	Мария Ш.	10
4	Соня К.	10	Ольга В.	10
6	Татьяна Д.	13	Анна Ш.	4
7	Валерия Е.	13	Юлия С.	6
8	Виктория М.	9	Ольга К.	8
9	Яна С.	12	Елена Б.	6
10	Елена О.	7	Людмила Х.	11

Задача 11. Существуют ли статистически достоверные различия по показателям креативности между подростками с девиантным поведением и подростками без девиантного поведения?

Таблица 11

Показатели по опроснику креативности Джонсона

№	Подростки с девиантным поведением	Креативность	Подростки без девиаций	Креативность
1	Антон А.	29	Аня К.	20
2	Артем У.	22	Ваня В.	32
3	Вова П.	24	Игорь П.	29
4	Галя П.	24	Ира К.	34
5	Дима Е.	27	Лена Д.	36
6	Игорь Ш.	20	Лена Р.	31
7	Лена В.	28	Люда Т.	31
8	Саша Н.	25	Олег А.	20
9	Юля А.	26	Таня Н.	27
10	Юля Ж.	26	Юра В.	29

Задача 12. Будут ли обнаружены статистически достоверные различия в показателях личностной тревожности между подростками с девиантным поведением и подростками без отклоняющегося поведения?

Таблица 12

Показатели по методике Ч.Д. Спилбергера

№	Подростки с девиантным поведением	Личностная тревожность	Подростки без девиаций	Личностная тревожность
1	Антон А.	36	Аня К.	32
2	Артем У.	43	Ваня В.	32
3	Вова П.	45	Игорь П.	33
4	Галя П.	51	Ира К.	34
5	Дима Е.	52	Лена Д.	43
6	Игорь Ш.	55	Лена Р.	48
7	Лена В.	58	Люда Т.	51
8	Саша Н.	35	Олег А.	31
9	Юля А.	59	Таня Н.	54
10	Юля Ж.	60	Юра В.	61

ГЛАВА 5. СРАВНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

5.1. Статистический критерий χ^2

Назначение. Статистический критерий χ^2 (хи-квадрат) – один из наиболее часто используемых в психологических исследованиях. Исходные данные для критерия могут быть получены в любой шкале.

Используется критерий χ^2 в двух случаях: 1. Для расчета согласия эмпирического распределения и предполагаемого теоретического. 2. Для расчета однородности двух независимых экспериментальных выборок.

Основная формула расчета критерия выглядит так:

$$\chi^2_{\text{эмп}} = \sum_{i=1}^k \frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}}, \text{ где}$$

$f_{\text{э}}$ – эмпирическая частота;

$f_{\text{т}}$ – теоретическая частота;

k – количество разрядов признака.

Чем больше расхождение между экспериментальным и теоретическим (или двумя экспериментальными) распределениями, тем больше величина $\chi^2_{\text{эмп}}$. При полном совпадении сопоставляемых распределений $\chi^2_{\text{эмп}} = 0$.

Пример. Наблюдаются ли различия по проявлению эгоистического стиля поведения в межличностных отношениях между юношами и девушками?

Таблица 1

Тип эгоистичности	юноши	девушки
Адаптивный	6	13
Промежуточный	9	4
Деадаптивный	5	3

Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 – эмпирические распределения признака не отличаются между собой.

H_1 – эмпирические распределения признака отличаются между собой.

Вначале построим дополнительные таблицы распределения частот.

Таблица 2

Таблица распределения эмпирических частот

Тип эгоистичности	Юноши	Девушки	Всего
Адаптивный	6	13	19
Промежуточный	9	4	13
Деадаптивный	5	3	8
Всего	20	20	N = 40

Для подсчета значений для каждой клетки в таблице распределения теоретических частот умножим сумму по строке на сумму по столбцу и разделим на общую сумму N.

Таблица 3

Таблица распределения теоретических частот

Тип эгоистичности	юноши	девушки	девушки
Адаптивный	$(19 \times 20) / 40 = 9,5$	$(20 \times 19) / 40 = 9,5$	19
Промежуточный	$(20 \times 13) / 40 = 6,5$	$(20 \times 13) / 40 = 6,5$	13
Деадаптивный	$(20 \times 8) / 40 = 4$	$(20 \times 8) / 40 = 4$	8
Всего	20	20	N = 40

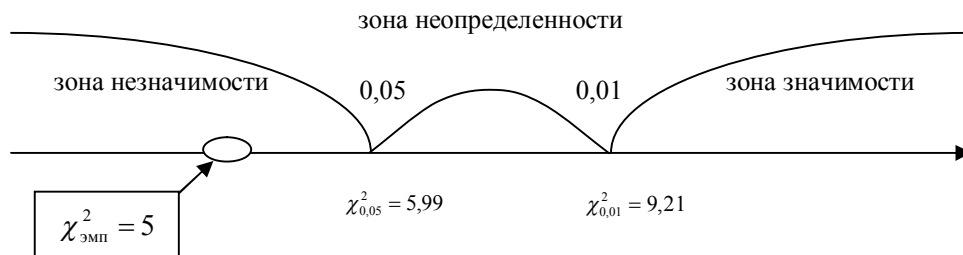
Из каждого значения находящегося в клетке таблицы распределения эмпирических частот вычитаем значение из таблицы теоретических частот. Полученная разность возводится в квадрат и делится на соответствующее значение из таблицы теоретических частот.

$$\chi^2_{\text{эмп}} = \sum_{i=1}^k \frac{(f_{\text{э}} - f_{\text{т}})^2}{f_{\text{т}}} = \frac{(6 - 9,5)^2}{9,5} + \frac{(13 - 9,5)^2}{9,5} + \frac{(9 - 6,5)^2}{6,5} + \dots + \frac{(3 - 4)^2}{4} = 5,00$$

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 5.$$

Критические значения для критерия χ^2 находим по таблице 7 (см. Приложение). Поиск критических величин ведется по значению $\nu = (R - 1) \cdot (C - 1)$, где R – число строк, а C – число столбцов в таблице распределения частот. Таким образом $\nu = (3 - 1) \cdot (2 - 1) = 2 \cdot 1 = 2$. Определяем что $\chi^2_{0,05} = 5,99$; $\chi^2_{0,01} = 9,21$.

Построим «ось значимости», на которой расположим критические значения $\chi^2_{0,05} = 5,99$; $\chi^2_{0,01} = 9,21$ и эмпирическое значение $\chi^2_{\text{эмп}} = 5$.



Полученная величина $\chi^2_{\text{эмп}}$ попала в зону незначимости.

Принимается гипотеза H_0 о том, что эмпирические распределения признака не отличаются между собой. Статистически достоверных различий по проявлению эгоистического стиля поведения в межличностных отношениях между юношами и девушками не выявлено.

5.2. Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. Можно ли утверждать, что студенты-педагоги имеют более высокий уровень мотивации к успеху, чем студенты-психологи?

Таблица 1

Результаты по методике Т. Элерса

Мотивация к успеху	Психологи	Педагоги
Низкая	2	4
Средняя	18	12
Умеренно высокая	5	11
Очень высокая	5	3

Задача 2. Существуют ли различия в соотношениях по занимаемому в классе социальному статусу между юношами и девушками?

Таблица 2

Результаты социометрического теста Дж. Морено

Социальный статус	Юноши	Девушки
Лидеры	2	2
Приближенные	8	4
Принимаемые	9	13
Аутсайдеры	1	0

Задача 3. Достоверно ли что младшие школьники, обучающиеся в православной гимназии, имеют более высокий уровень учебной мотивации с отличием от учащихся обычной школы?

Таблица 3

Результаты диагностики школьной мотивации

Уровни школьной мотивации	Гимназия	Школа
Высокая	17	7
Нормальная	7	8
Низкая	1	7
Дезадаптация	0	3

Задача 4. Существуют ли гендерные различия между старшеклассниками в профессиональном самоопределении?

Таблица 4

Результаты исследования профессиональных интересов и склонностей с помощью методики Е.А.Климова

Тип профессиональной сферы	Юноши	Девушки
Человек-природа	0	4
Человек-техника	6	0
Человек-человек	4	6
Человек-художественный образ	1	2
Человек-знак	0	1

Задача 5. Способствовали ли развивающие упражнения повышению уровня творческого воображения детей младшего школьного возраста?

Таблица 5

Показатели по методике Е. Торренса «Неполные фигуры»

Уровень оригинальности	До (кол-во чел.)	После (кол-во чел.)
Очень высокий	0	2
Высокий	1	5
Средний	4	8
Низкий	10	0

Задача 6. Можно ли утверждать что у студентов, не имеющих хронических заболеваний уровень сформированности отношения к здоровью выше, чем у студентов колледжа, имеющих хронические заболевания.

Таблица 6

Результаты сформированности отношения к здоровью

Уровень сформированности отношения к здоровью	Студенты без заболеваний	Студенты с заболеваниями
Высокий	12	8
Средний	6	10
Низкий	2	2

Задача 7. Существуют ли статистически достоверные различия в показателях эмпатической тенденции между психологами 3-го и 4-го курсов?

Таблица 7

Уровни выраженности эмпатических способностей (по А. Меграбяну)

Уровень эмпатической тенденции	Психологи 3-го курса	Психологи 4-го курса
Высокий	5	0
Средний	11	15
Низкий	10	7

Задача 8. Можно ли утверждать, что уровень внимания у детей с гиперактивностью значительно ниже, чем у детей с нормой развития?

Таблица 8

Результаты исследования внимания детей с нормой развития и гиперактивностью

Уровень внимания	Дети с нормой развития	Дети с гиперактивностью
Очень высокий	2	0
Высокий	3	0
Средний	4	2
Низкий	1	5
Очень низкий	0	3

ГЛАВА 6. МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ ФИШЕРА

6.1. Статистический критерий ϕ -Фишера

Назначение. Критерий ϕ -Фишера – многофункциональный и предназначен для сравнения двух как связанных, так и несвязных между собой выборок, причем в сравниваемых выборках допускается неравное количество испытуемых. Критерий основан на подсчете процентных долей, и на их сравнении с помощью специальной таблицы: таблицы величин углов ϕ (в радианах) для разных процентных долей.

Пример. Психолог выяснил, что в группе работников организации с завышенной самооценкой у 6-ти человек среди 8-ми наиболее характерной ролью выступает соперничество, а в группе с заниженной самооценкой у одного человека из 10-ти проявляется соперничество. Можно ли утверждать, что работники с высокой самооценкой чаще демонстрируют соперничество как стиль урегулирования конфликта?

Решение. Полученные результаты иногда для удобства помещают в четырехклеточную таблицу (см. Таблицу 1).

Таблица 1

Четырехклеточная таблица для расчета критерия ϕ -Фишера

Группа	Проявляют роль соперничества	Не проявляют роль соперничества	Всего
Группа работников с завышенной самооценкой	6	2	8
Группа работников с заниженной самооценкой	1	9	10
Всего	7	11	18

Для решения этой задачи испытуемых демонстрирующих роль соперничества необходимо перевести в проценты:

$$\frac{6}{8} \cdot 100\% = 75\%$$

$$\frac{1}{10} \cdot 100\% = 10\%$$

По таблице 8 (см. Приложение) находим величины ϕ_1 и ϕ_2 соответствующие процентным долям в каждой группе. Для 75,0% соответствующая величина $\phi_1 = 2,094$, а для 10% – $\phi_2 = 0,644$.

Эмпирическое значение $\phi_{эмт}$ подсчитывается по формуле:

$$\phi_{эмт} = |\phi_1 - \phi_2| \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}, \text{ где}$$

ϕ_1 – величина угла соответствующая большей процентной доли;

ϕ_2 – величина угла соответствующая большей процентной доли;

n_1 – число испытуемых первой группы;

n_2 – число испытуемых второй группы.

Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 – отсутствуют статистически достоверные различия.

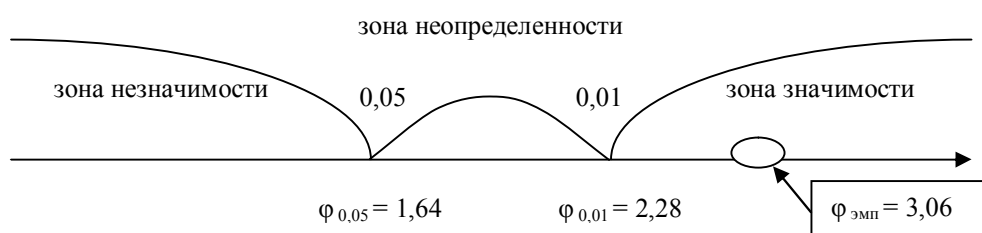
H_1 – существуют статистически достоверные различия.

В итоге получаем:

$$\varphi_{\text{эмп}} = |2,094 - 0,644| \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 10}{8 + 10}} = 1,450 \cdot \sqrt{4,44} \approx 3,06$$

Критические значения для критерия φ -Фишера имеют фиксированную величину. Они составляют $\varphi_{0,05} = 1,64$; $\varphi_{0,01} = 2,28$.

Построим «ось значимости», на которой расположим критические значения $\varphi_{0,05} = 1,64$, $\varphi_{0,01} = 2,28$ и эмпирическое значение $\varphi_{\text{эмп}} = 3,06$.



Полученная величина $\varphi_{\text{эмп}}$ попала в зону значимости.

Принимается гипотеза H_1 о том, что существуют статистически достоверные различия между группами. Полученный результат статистически значим на уровне значимости $p < 0,01$. Следовательно, можно утверждать, что работники с высокой самооценкой чаще демонстрируют соперничество как стиль урегулирования конфликта.

6.2. Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. Из 20 студентов с проявлениями психосоматических дисфункций 16 человек имеют повышенный уровень тревожности. В группе из 20 здоровых студентов показатели тревожности выше нормы у 6 человек. Можно ли утверждать, что у студентов с проявлением повышенной тревожности и психосоматических дисфункций в большей степени преобладают в характере черты тревожности?

Таблица 1

Группа	Повышенная тревожность	Тревожность в норме	Всего
Группа студентов с психосоматическими дисфункциями	16	4	20
Группа здоровых студентов	6	14	20
Всего	22	18	40

Задача 2. Существуют ли статистически достоверные различия по уровню сформированности синдрома «эмоционального выгорания» среди 7 женщин с преобладанием маскулинных характеристик и 19 женщин с преобладанием феминных характеристик.

Таблица 2

Группа	Синдром эмоционального выгорания	Не выявлен синдром эмоционального выгорания	Всего
Женщины с преобладанием маскулинных характеристик	7	36	43
Женщины с преобладанием феминных характеристик	19	24	43
Всего	26	60	86

Задача 3. Имеются ли различия по факторам доминирования и дружелюбия в межличностных отношениях среди 20 девушек и 20 юношей?

Таблица 3

Соотношение доминирования и дружелюбия в межличностных отношениях среди юношей и девушек

Группа	Фактор доминирования		Фактор дружелюбия		Всего
	Доминирование	Подчинение	Доминирование	Подчинение	
Юноши	18	2	14	6	20
Девушки	16	4	12	8	20
Всего	34	6	34	6	40

Задача 4. Можно ли утверждать что уровень тревожности у леворуких детей, по сравнению с праворукими, значительно выше?

Таблица 4

Результаты диагностики тревожности детей младшего школьного возраста

Группа	Высокий уровень тревожности	Невысокий уровень тревожности	Всего
Леворукие дети	5	15	20
Праворукие дети	0	20	20
Всего	5	35	40

Задача 5. Различаются ли группа женщин в возрасте 18-29 лет от группы женщин в возрасте 30-44 лет по уровню мотивации успеха и боязни неудачи?

Таблица 5

Результаты диагностики мотивации успеха и боязни неудачи

Группа	Мотивация успеха	Боязнь неудачи	Всего
Группа женщин (18-29 лет)	10	2	12
Группа женщин (30-44 лет)	12	0	12
Всего	22	2	24

ГЛАВА 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ПРИЗНАКОВ

7.1. Понятие корреляции

Корреляция – это согласованное изменение признаков. Если при изменении одной (или нескольких) величин изменяются другая (другие), то между показателями этих явлений будет наблюдаться корреляция. Наличие корреляции двух переменных ничего не говорит о причинно-следственных зависимостях между ними, однако дает возможность выдвинуть такую гипотезу.

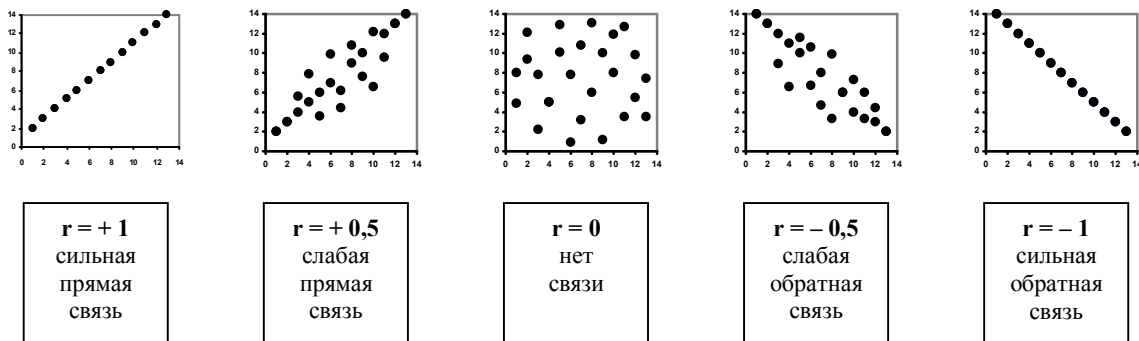
Корреляция является отрицательной, если увеличение одной переменной связано с уменьшением другой (чем боязливее особь, тем меньше у нее шансов занять доминирующее положение в группе).

Корреляция является положительной, если увеличение одной переменной связано с увеличением другой переменной (чем выше личностная тревожность, тем выше риск заболеть язвой желудка).

Корреляция является нулевой, при которой отсутствуют связи между переменными (связь между ростом учеников и их успеваемостью).

Корреляции также могут быть линейными и нелинейными. Если с увеличением или уменьшением одной переменной вторая переменная в среднем также либо растет, либо убывает, то связь линейна. Если при увеличении одной величины характер изменения другой величины нелинейен, а описывается другими законами, то связь нелинейна. В психологических исследованиях сильная линейная корреляционная связь встречается достаточно редко.

Линейную корреляцию можно количественно измерить. Степень связи между признаками выражается величиной, называющейся коэффициентом корреляции. Обозначается r . Значения данного коэффициента могут находиться в диапазоне от -1 до $+1$. Возможные варианты связей, соответствующие им коэффициенты корреляции и их интерпретации изобразим на диаграммах рассеивания (см. Рис. 1).



Коэффициенты корреляции характеризуются не только силой, но и значимостью. Сильная корреляция может оказаться случайной при малом объеме выборки, а слабая корреляция может оказаться высокозначимой при большом объеме выборки.

7.2. Коэффициент корреляции r-Спирмена

Назначение. Вычисление ранговой корреляции позволяет определить силу и направление корреляционной связи между двумя признаками, измеренными в ранговой шкале или между двумя иерархиями признаков.

Коэффициент ранговой корреляции r-Спирмена вычисляется по формуле:

$$r = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}$$

где d – разность рангов, n – число пар объектов.

Пример. Существует ли связь между показателями удовлетворенности, полученными у 10 пар супругов?

Таблица 1

Результаты исследования по методике «Удовлетворены ли вы браком?»

Пара	Жена	Муж
1	24	26
2	20	24
3	20	26
4	25	35
5	40	36
6	32	19
7	26	33
8	19	20
9	24	26
10	20	24

Решение. Построим дополнительные столбцы необходимые для дальнейшей работы с методом (см. Таблицу 2).

Таблица 2

Результаты исследования по методике «Удовлетворены ли вы браком?»

Пара	Жена	Муж	Ранг (Жена)	Ранг (Муж)	Разность рангов	Квадрат разности рангов
1	24	26	5,5	6	-0,5	0,25
2	20	24	3	3,5	-0,5	0,25
3	20	26	3	6	-3	9
4	25	35	7	9	-2	4
5	40	36	10	10	0	0
6	32	19	9	1	8	64
7	26	33	8	8	0	0
8	19	20	1	2	-1	1
9	24	26	5,5	6	-0,5	0,25
10	20	24	3	3,5	-0,5	0,25
СУММА			55	55	0	79

В четвертом и пятом столбцах таблицы 2 проранжированы показатели жен и мужей соответственно. В шестом столбце таблицы представлены величины разности рангов со знаками между данными пятого и шестого столбца. В последнем столбце эти величины возведены в квадрат.

Сумма разностей рангов равна нулю. Это является показателем правильности ранжирования и подсчета разностей.

Сформулируем статистические гипотезы:

H_0 – отсутствует корреляционная связь между группами.

H_1 – существует корреляционная связь между группами.

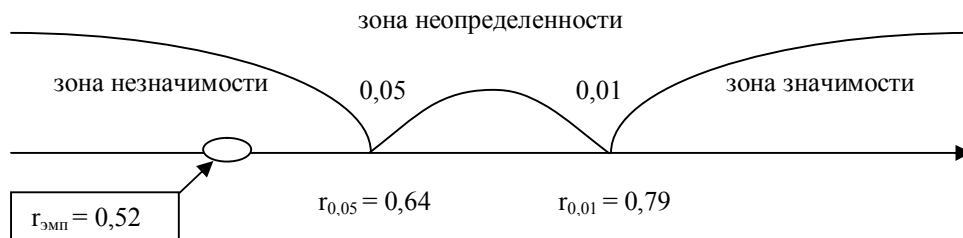
Вычислим коэффициент корреляции r -Спирмена:

$$r_{\text{эмп}} = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)} = 1 - \frac{6 \cdot 79}{(10-1) \cdot 10 \cdot (10+1)} = 1 - \frac{474}{990} = 0,52$$

Критические значения для коэффициента корреляции r -Спирмена находим по таблице 5 (см. Приложение). Поиск критических величин ведется по числу пар испытуемых. В нашем примере $n = 10$, поэтому наша часть таблицы выглядит следующим образом:

n	p	
	0,05	0,01
10	0,64	0,79

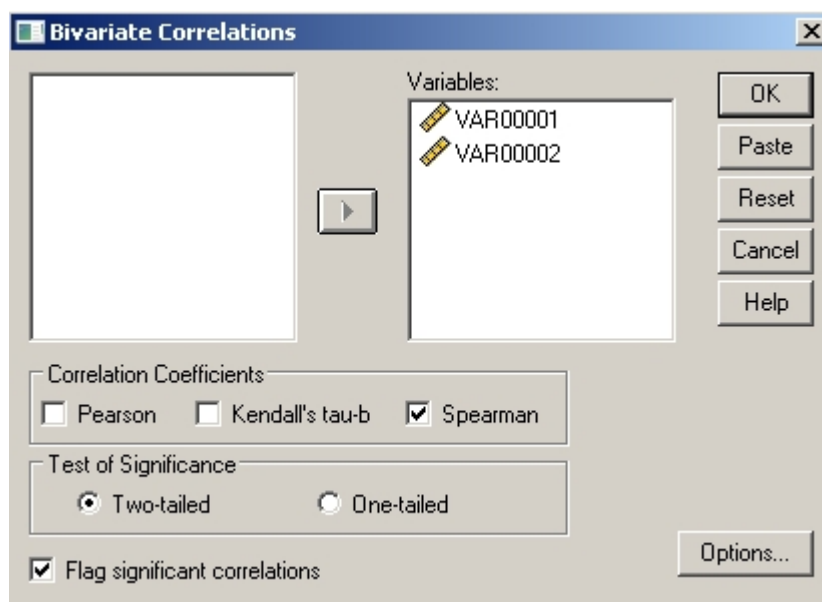
Построим «ось значимости», на которой расположим критические значения $r_{0,05} = 0,64$, $r_{0,01} = 0,79$ и эмпирическое значение $r_{\text{эмп}} = 0,52$.



Полученная величина $r_{\text{эмп}}$ попала в зону незначимости. Принимается гипотеза H_0 о том, что отсутствуют статистически достоверная корреляционная связь между показателями двух групп. Следовательно, наблюдается рассогласованность в степени удовлетворенности браком между супругами.

Коэффициент корреляции r -Спирмена: обработка в SPSS. Решим предыдущую задачу с помощью компьютерной программы SPSS.

1. Введем данные в таблицу в два столбца: var1 и var2.
2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Correlate** → **Bivariate**.
3. В открывшемся окне выделяем две переменные var1 и var2 и при помощи кнопки ► переносим их в правое окно. В этом же окне в разделе **Correlation Coefficients** ставим флажок на **Spearman** (см. Рисунок).



4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

Correlations

			VAR00001	VAR00002
Spearman's rho	VAR00001	Correlation Coefficient	1,000	,506
		Sig. (2-tailed)	.	,135
		N	10	10
	VAR00002	Correlation Coefficient	,506	1,000
		Sig. (2-tailed)	,135	.
		N	10	10

В результате получаем симметричную матрицу, в которой содержится коэффициент корреляции (**Correlation Coefficient**) равный 0,506 и р-уровень значимости (**Sig. (2-tailed)**). В данном случае он равен 0,135. Уровень значимости $0,135 > 0,05$, следовательно, принимается гипотеза H_0 об отсутствии статистически достоверной корреляционной связи.

7.3. Коэффициент корреляции τ -Кендалла

Назначение. Коэффициент корреляции τ «тау» Кендалла является непараметрическим. Коэффициент предназначен для обработки данных полученных в ранговой шкале. Он основан на вычислении суммы инверсий и совпадений.

Коэффициент корреляции τ -Кендалла вычисляется по формуле:

$$\tau = 1 - \frac{4 \cdot Q}{n \cdot (n-1)}$$

где Q – сумма инверсий, n – число пар объектов.

Коэффициент корреляции τ -Кендалла имеет и другие формул расчета, но в настоящем пособии рассматривается пример вычисления коэффициента с помощью подсчета числа инверсий.

Пример. Существует ли связь между показателями сформированности отношения к здоровью между старшеклассниками и их родителями?

Таблица 1

Показатели сформированности отношения к здоровью по методике «Индекс отношения к здоровью» С. Дерябо, В. Ясвина

№	Учащиеся	Родители учащихся
1	14	23
2	11	27
3	18	23
4	17	21
5	15	27
6	24	19
7	18	28
8	18	19
9	18	21
10	17	19
11	13	19
12	22	19
13	15	28
14	17	14
15	14	19
16	27	21
17	19	23

Решение. Построим дополнительные столбцы необходимые для дальнейшей работы с методом (см. Таблицу 2).

Таблица 2

Показатели сформированности отношения к здоровью

№	Учащиеся	Ранг	Родители учащихся	Ранг	Инверсии
1	11	1	27	14,5	13
2	13	2	19	4,5	1
3	14	3	23	12	9
4	14	4	19	4,5	1
5	15	5	27	14,5	10
6	15	6	28	16,5	10
7	17	7	21	9	5
8	17	8	19	4,5	1
9	17	9	14	1	0
10	18	10	23	12	5
11	18	11	28	16,5	6
12	18	12	19	4,5	0
13	18	13	21	9	2
14	19	14	23	12	3
15	22	15	19	4,5	0
16	24	16	19	4,5	0
17	27	17	21	9	0

Полученные показатели сформированности отношения к здоровью были проранжированы. В таблице 2 показатели учащихся были упорядочены по возрастанию. В соответствии с этим и поменялись местами показатели родителей учащихся. В дальнейшем работа будет идти только с рангами родителей учащихся.

Подсчет числа инверсий происходит следующим образом:

Самое верхнее число предпоследнего столбца «Ранг» – 14,5. Подсчитаем сколько всего чисел ниже по столбцу меньше чем 5. Таких чисел 13, поэтому ставим число 13 в последний столбец «инверсия» рядом с 14,5. Следующий ранг 4,5. Ниже него по столбцу только ранг 1, поэтому в столбце «инверсия» ставим число 1. Далее ниже ранга 12 находим 9 рангов, которые меньше 12. В столбце «инверсия» ставим число 9. И так далее.

Сумма всех инверсий равна $Q = 66$. Получаем:

$$\tau_{эмп} = 1 - \frac{4 \cdot Q}{n \cdot (n-1)} = 1 - \frac{4 \cdot 66}{17 \cdot (17-1)} = 1 - \frac{264}{272} \approx 0,03$$

Уровень значимости коэффициента корреляции проверяется по формуле:

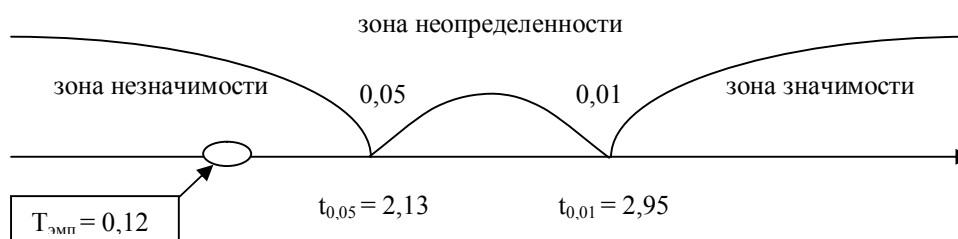
$$T_{эмп} = |\tau_{эмп}| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-\tau_{эмп}^2}} \approx 0,12$$

где n – число коррелируемых признаков, а $\tau_{эмп}$ – коэффициент корреляции τ -Кендалла.

Критические значения для коэффициента корреляции находим по таблице критических значений критерия t-Стьюдента (см. Таблицу 9 Приложения). В нашем примере число степеней свободы будет $k = n-2 = 17-2 = 15$, поэтому наша часть таблицы выглядит следующим образом:

k	p	
	0,05	0,01
15	2,131	2,947

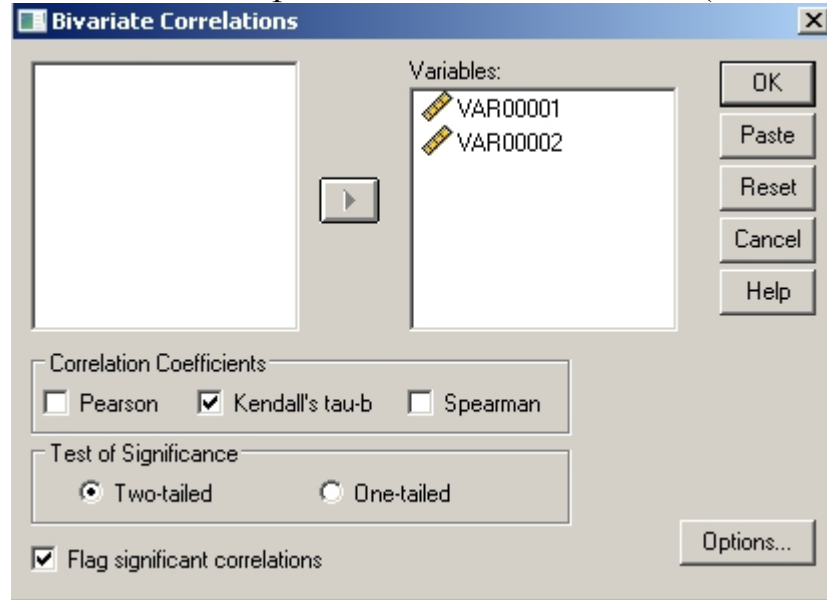
На «оси значимости» расположим критические значения $t_{0,05} = 2,13$, $t_{0,01} = 2,95$ и эмпирическое значение $T_{эмп} = 0,12$.



Полученная величина $T_{эмп}$ попала в зону незначимости. Принимается гипотеза H_0 о том, что отсутствуют статистически достоверная корреляционная связь между показателями сформированности отношения к здоровью учащихся и их родителей.

Коэффициент корреляции τ -Кендалла: обработка в SPSS. Решим предыдущую задачу с помощью компьютерной программы SPSS.

1. Введем данные в таблицу в два столбца: var1 и var2.
2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Correlate** → **Bivariate**.
3. В открывшемся окне выделяем две переменные var1 и var2 и при помощи кнопки ► переносим их в правое окно. В этом же окне в разделе **Correlation Coefficients** ставим флажок на **Kendall's tau-b** (см. Рисунок).



4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

Correlations

			VAR00001	VAR00002
Kendall's tau_b	VAR00001	Correlation Coefficient	1,000	-,118
		Sig. (2-tailed)	.	,547
		N	17	17
	VAR00002	Correlation Coefficient	-,118	1,000
		Sig. (2-tailed)	,547	.
		N	17	17

В результате получаем симметричную матрицу, в которой содержится коэффициент корреляции (**Correlation Coefficient**) равный 0,512 и р-уровень значимости (**Sig. (2-tailed)**). В данном случае он равен 0,051. Уровень $0,051 > 0,05$, поэтому принимается гипотеза H_0 об отсутствии статистически достоверной корреляционной связи.

7.4. Коэффициент корреляции r-Пирсона

Коэффициент корреляции r-Пирсона характеризует наличие только линейной связи между признаками. Формула для подсчета коэффициента корреляции r-Пирсона выглядит следующим образом:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{X}) \cdot (y_i - \bar{Y})}{(n-1) \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}$$

где \bar{X} , \bar{Y} – средние арифметические элементов ряда x и y соответственно; n – число пар измерений; σ_x , σ_y – стандартные отклонения элементов ряда x и y соответственно.

Вычисление коэффициента корреляции r -Пирсона – процесс достаточно емкий, поэтому рассмотрим алгоритм его расчета в программах MS Excel и SPSS.

Коэффициент корреляции r -Пирсона: обработка в Excel. Решим предыдущую задачу с помощью компьютерной программы Microsoft Excel.

1. Введем данные в таблицу в два столбца. Произвольно выбираем свободную ячейку в таблице.

2. В верхнем меню нажимаем на кнопку f_x и в категории **Статистические** выбираем функцию **ПИРСОН** и нажимаем **ОК**.

3. В окне **Массив 1** выделяем первый столбец. В окне **Массив 2** выделяем второй столбец. Нажимаем **ОК**.

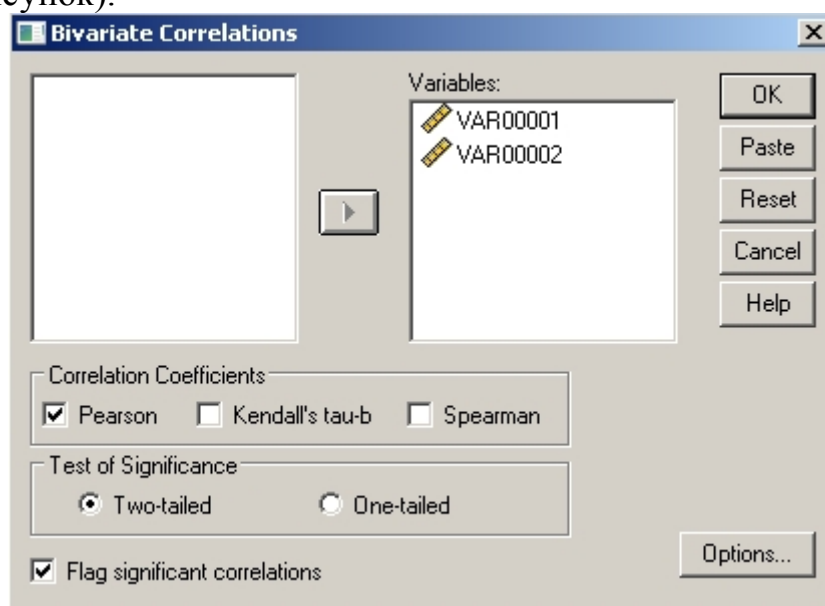
В произвольно выбранной ранее ячейке получим значение коэффициента корреляции r -Пирсона. В данном случае $r = 0,47$. Далее полученное значение сравнивается с критическими по таблице 6 (см. Приложение) и делается соответствующий вывод.

Коэффициент корреляции r -Пирсона: обработка в SPSS. Решим предыдущую задачу с помощью компьютерной программы SPSS.

1. Введем данные в таблицу в два столбца: var1 и var2.

2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Correlate** → **Bivariate**.

3. В открывшемся окне выделяем две переменные var1 и var2 и при помощи кнопки ► переносим их в правое окно. В этом же окне в разделе **Correlation Coefficients** проверяем, что по умолчанию стоит флажок на **Pearson** (см. Рисунок).



4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

		VAR00001	VAR00002
VAR00001	Pearson Correlation	1	,469
	Sig. (2-tailed)		,171
	N	10	10
VAR00002	Pearson Correlation	,469	1
	Sig. (2-tailed)	,171	
	N	10	10

В результате получаем симметричную матрицу, в которой содержится коэффициент корреляции (**Correlation Coefficient**) равный 0,469 и р-уровень значимости (**Sig. (2-tailed)**). В данном случае он равен 0,171. Значение 0,171 > 0,05, поэтому гипотеза H_0 принимается.

7.5. Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. Существует ли связь между показателями удовлетворенности, полученными у 15 семейных пар?

Таблица 1

Результаты по тест-опроснику удовлетворенности браком

Пара	Муж	Жена
1	28	36
2	43	42
3	36	34
4	42	43
5	37	40
6	29	32
7	32	33
8	33	35
9	27	28
10	33	34
11	34	35
12	35	36
13	29	28
14	29	29
15	31	36

Задача 2. Выявить степень согласованности иерархий ценностей выявленных «психологом» и выстраиваемые самим «клиентом».

Таблица 2

Иерархии ценностей

Ценности	Данные «психолога»	Данные «клиента»
Богатство	6	1
Здоровье	5	5
Независимость	4	2
Много друзей	3	6
Популярность	2	4
Безопасность	1	3

Задача 3. Существует ли связь между значимостью типов ценностей на уровне нормативных идеалов и индивидуальных приоритетов среди студентов

Таблица 3

Результаты опросника Ш.Шварца

№	Ценности	Ранг (НИ)	Ранг (ИП)
1	Конформность	5	6
2	Традиции	10	10
3	Доброта	4	4
4	Универсализм	9	8
5	Самостоятельность	7	1
6	Стимуляция	6	3
7	Гедонизм	1	2
8	Достижения	3	5
9	Власть	8	7
10	Безопасность	2	9

Задача 4. Существует ли статистически достоверная связь между самоотношением работников и их межличностными отношениями в педагогическом коллективе?

Таблица 4

Показатели самооценки испытуемых и психологического климата

№	Балл по самооценке	Оценка психологического климата
1	-0,3	18
2	0,1	4
3	0,2	14
4	0,2	9
5	0,2	12
6	0,2	6
7	0,3	10
8	0,3	5
9	0,3	26
10	0,3	16
11	0,3	21
12	0,3	-6
13	0,4	-10
14	0,4	23
15	0,4	2
16	0,4	-2
17	0,5	6
18	0,5	-6
19	0,5	-11
20	0,6	-7

Задача 5. Существует ли статистически достоверная корреляционная связь между показателями по шкале «соперничество» и шкале «компромисс» измеренными среди женщин, состоящих в браке?

Таблица 5

Показатели по методике К.Томаса

№	«соперничество»	«компромисс»
1	9	5
2	4	5
3	0	8
4	4	6
5	7	3
6	2	7
7	3	5
8	4	6
9	10	5
10	3	6
11	6	3
12	2	8
13	6	3
14	1	8

Задача 6. Существует ли связь между числом выборов семейных ролей «жена» и «мать»? Произошли ли существенные изменения в наиболее актуальных качествах среди женщин при переходе в другую роль.

Таблица 6

Частотное распределение выборов семейных ролей «жена» и «мать»

Семейная роль	Жена (число выборов)	Мать (число выборов)
Любовь	15	14
Внимание	6	5
Общение	2	4
Поддержка	1	1
Контроль	2	1
Лидер	3	2
Дружба	6	2
Ласка	7	5
Доброта	2	2
Исполнительность	1	3
Советчик	3	2
Понимание	3	3
Работа	1	2
Общение	2	4
Поддержка	1	1
Хозяйка	1	2

ГЛАВА 8. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

8.1. Анализ корреляционных матриц

Если корреляционный анализ включает в себя изучение связей не двух, а нескольких переменных, то корреляции вычисляются попарно между этими переменными, а результаты заносятся в *корреляционную матрицу*.

Корреляционная матрица – это результат вычисления корреляций для каждой пары из множества переменных. Корреляционная матрица является квадратной: число строк равно числу столбцов. Она симметрична относительно главной диагонали, на которой располагаются единицы. Главная задача анализа корреляционной матрицы – выявление структуры взаимосвязей множества признаков.

Статистически значимые элементы корреляционной матрицы можно представить графически в виде *корреляционного графа*. Корреляционный граф – это фигура, состоящая из вершин и соединяющих их линий. Вершины соответствуют признакам, а линии соответствуют статистически достоверным связям. Построение корреляционного графа обычно начинают с переменной имеющей наибольшее число значимых связей.

Задача. Выяснить, как связаны между собой факторы личностного дифференциала и показатели социальной фрустрированности юношей и девушек.

Таблица 1

№	Показатели			
	Социальная фрустрированность	«Оценка»	«Сила»	«Активность»
1	2	-1	6	-3
2	2,6	3	5	3
3	1,9	-16	-8	-6
4	1,2	-4	12	2
5	1,5	5	13	10
6	2	-4	-1	9
7	0,2	18	18	9
8	0,8	21	17	17
9	2	2	1	2
10	0,9	10	12	3
11	0,6	21	6	11
12	0,5	21	13	9
13	2,2	-10	2	5
14	2	-19	-5	4
15	1,8	-18	-15	1
16	1,2	4	5	7
17	1,9	1	9	9
18	2,2	-3	-1	2
19	1,9	4	12	6
20	1,9	4	4	5

Решение. Для решения задачи воспользуемся коэффициентом корреляции г-Пирсона. Парно вычислим корреляции между столбцами с помощью программы MS Excel (см. алгоритм в параграфе 7.4.) и занесем результаты в корреляционную матрицу (см. Таблицу 2).

Таблица 2

	УСФ	Оценка	Сила	Активность
УСФ	1,00			
Оценка	-0,72	1,00		
Сила	-0,60	0,81	1,00	
Активность	-0,52	0,68	0,59	1,00

Обозначения: УСФ – уровень социальной фрустрированности; Оценка – фактор оценки; Сила – фактор силы; Активность – фактор активности.

Критические значения для коэффициента корреляции г-Пирсона находим по таблице 6 (см. Приложение). Поиск критических величин ведется по числу $k = n - 2$, где n – число пар испытуемых, т.е. $k = 18$. Наша часть таблицы выглядит следующим образом:

k	p	
	0,05	0,01
18	0,44	0,56

Выделим статистически значимые элементы корреляционной матрицы (см. Таблицу 3):

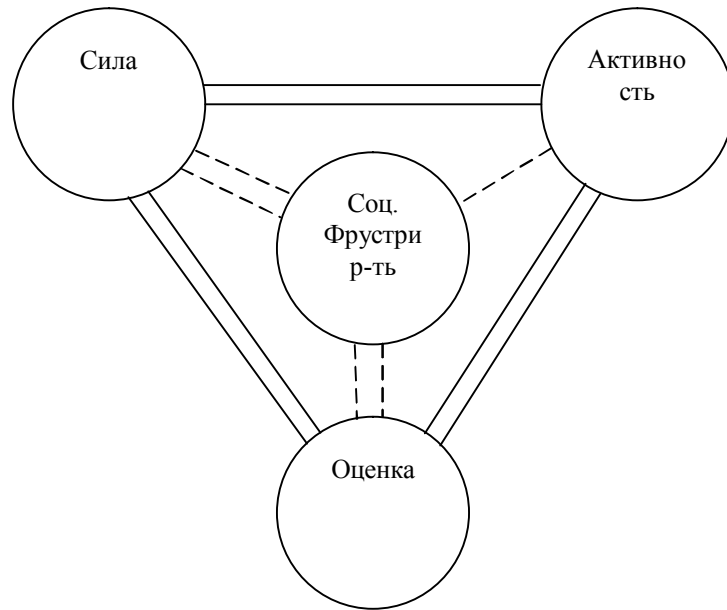
Таблица 3

	УСФ	Оценка	Сила	Активность
УСФ	1,00			
Оценка	-0,72	1,00		
Сила	-0,60	0,81	1,00	
Активность	-0,52	0,68	0,59	1,00
Обозначение:				
	P<0,05			
	P<0,01			

Наиболее сильные положительные связи выявлены между факторами «Оценки» и «Силы» ($p < 0,01$), «Оценки» и «Активности» ($p < 0,01$), «Активности» и «Силы» ($p < 0,01$).

Наиболее сильные отрицательные связи выявлены между фактором «Оценки» и социальной фрустрированностью ($p < 0,01$), фактором «Силы» и социальной фрустрированностью. Менее сильная – между фактором «Активности» и социальной фрустрированностью ($p < 0,05$).

Статистически значимые элементы корреляционной матрицы можно представить графически в виде корреляционного графа: (см. рис 1):

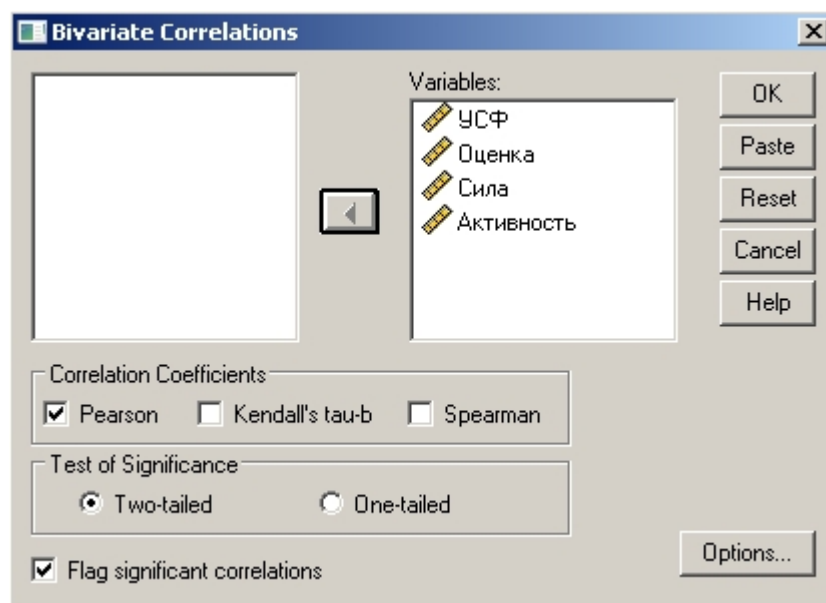


положительная	отрицательная
———— P<0,05	----- P<0,05
===== P<0,01	----- P<0,01

Рис 1. Корреляционный граф

Корреляционный анализ: обработка в SPSS. Решим предыдущую задачу с помощью компьютерной программы SPSS.

1. Введем данные в таблицу в два столбца: var1 и var2.
2. В верхнем меню выбираем **Analyze** → **Correlate** → **Bivariate**.
3. В открывшемся окне выделяем необходимые переменные и при помощи кнопки ► переносим их в правое окно. В этом же окне в разделе **Correlation Coefficients** выбираем необходимый коэффициент корреляции (см. Рисунок).



4. Нажимаем ОК и получаем следующий результат:

Correlations

		УСФ	Оценка	Сила	Активность
УСФ	Pearson Correlation	1	-,723(**)	-,596(**)	-,516(*)
	Sig. (2-tailed)		,000	,006	,020
	N	20	20	20	20
Оценка	Pearson Correlation	-,723(**)	1	,809(**)	,676(**)
	Sig. (2-tailed)	,000		,000	,001
	N	20	20	20	20
Сила	Pearson Correlation	-,596(**)	,809(**)	1	,588(**)
	Sig. (2-tailed)	,006	,000		,006
	N	20	20	20	20
Активность	Pearson Correlation	-,516(*)	,676(**)	,588(**)	1
	Sig. (2-tailed)	,020	,001	,006	
	N	20	20	20	20

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

В результате получаем симметричную матрицу, в которой содержатся коэффициенты корреляции (в данном случае это **Pearson Correlation**), ниже их р-уровни значимости (**Sig. (2-tailed)**) и число испытуемых или признаков (в данном случае N=20).

Коэффициенты, справа от которых расположены скобки (**), являются статистически значимыми на уровне $p < 0,01$. Коэффициенты, справа от которых расположены скобки (*), являются статистически значимыми на уровне $p < 0,05$.

8.2. Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. Выявить статистические достоверные связи в показателях значимости типов ценностей на уровне нормативных идеалов между испытуемыми трех групп. Происходит ли изменение в структуре ценностей с возрастом у женщин?

Таблица 1

Результаты исследования с помощью методики Ш. Шварца среди женщин от 18 до 65 лет

Типы ценностей	18-29 лет	30-44 лет	45-65 лет
Конформность	4,65	3,77	4,11
Традиции	4,13	3,49	4,16
Доброта	4,76	4,60	4,89
Универсализм	4,55	4,25	4,01
Самостоятельность	4,87	4,49	3,51
Стимуляция	4,46	2,43	1,87
Гедонизм	4,45	2,41	1,77
Достижения	4,90	3,94	3,37
Власть	4,50	2,65	2,20
Безопасность	4,99	4,81	4,89

Задача 2. Существуют ли корреляционные связи между показателями агрессивности и тревожности у подростков с делинквентным поведением?

Таблица 2

Показатели тревожности и агрессивности

№	Испытуемый	Индекс агрессивности	Индекс враждебности	Личностная тревожность	Ситуативная тревожность
1	Денис С.	212	186	7	8
2	Иван Л.	212	182	6	5
3	Алексей Ц.	213	182	6	5
4	Александр С.	209	185	6	7
5	Александр Ст.	213	181	7	6
6	Олег К.	208	181	7	6
7	Сергей М.	211	186	5	8
8	Егор Д.	209	185	8	5
9	Андрей В.	207	178	8	7
10	Александр М.	213	180	6	6
11	Сергей Г.	207	182	7	8
12	Александр К.	211	182	5	5
13	Александр С.	211	181	6	7
14	Александр С.	206	184	8	6
15	Светлана Д.	212	176	8	8
16	Павел С.	207	181	5	5
17	Александр Ч.	205	177	5	7
18	Дмитрий Ш.	212	180	7	6
19	Максим М.	205	182	6	5
20	Александр Н.	208	184	7	8
21	Сергей С.	213	185	5	8
22	Евгений П.	206	184	7	5

Задача 3. Существуют ли связи в показателях значимости типов ценностей на уровне нормативных идеалов между студентами-экономистами, студентами-психологами и студентами-спортсменами?

Таблица 3

Результаты опросника Ш.Шварца

№	Ценности	Экономисты	Психологи	Спортсмены
1	Конформность	5	8	8
2	Традиции	10	10	10
3	Доброта	4	4	6
4	Универсализм	9	9	9
5	Самостоятельность	7	2	1
6	Стимуляция	6	6	5
7	Гедонизм	1	3	7
8	Достижения	3	1	2
9	Власть	8	7	4
10	Безопасность	2	5	3

Задача 4. Существуют ли корреляционные связи между показателями личностной и ситуативной тревожности среди старшеклассников?

Таблица 4

Результаты по методикам Спилбергера-Ханина и А.М.Прихожан

№	Испытуемый	Опросник Спилбергера-Ханина		А.М.Прихожан (стены)
		СТ	ЛТ	Общий балл
1	Александра М.	35	36	5
2	Анастасия В.	40	39	8
3	Анжелика К.	39	47	9
4	Виктория Ц.	37	54	9
5	Диана Ю.	43	52	10
6	Екатерина Б.	43	54	5
7	Елена В.	38	34	4
8	Елизавета К.	37	42	6
9	Кристина Б.	44	51	9
10	Марина В.	42	44	4
11	Марина С.	45	47	3
12	Марина Т.	56	67	10
13	Мария Ал.	60	57	7
14	Мария Ш.	42	41	5

Задача 5. Выявить корреляционные связи между показателями словесно-логического мышления младших школьников?

Таблица 5

Показатели словесно-логического мышления младших школьников

№	Испытуемый	Осведомленность	Классификация	Аналогии	Обобщение
1	Соня Б.	9,5	8	7	8
2	Даниил В.	9,5	8	7	8
3	Антон В.	9,5	10	4	7,5
4	Настя Г.	8	8,5	2	1
5	Вика Г.	10	10	10	7,5
6	Света Д.	7	8	5	5,5
7	Ангелина З.	10	7	7	6
8	Полина З.	10	10	4	6,5
9	Егор И.	8,5	7,5	7	8,5
10	Даша К.	9,5	10	10	8,5
11	Варя К.	9	9	10	9
12	Саша М.	9	9	9	8,5
13	Слава Н.	9,5	9,5	9,5	7
14	Ника П.	10	8	5	7,5
15	Никита П.	10	9	6	9
16	Оля П.	7	9	4	6
17	Оксана Ф.	10	9	9	8
18	Дима Ц.	8,5	9	2	6,5

Задача 6. Существуют ли корреляционные связи между показателями познавательной сферы среди леворуких младших школьников?

Таблица 6

Показатели познавательной сферы младших школьников

№	Испытуемый	Уровень развития памяти (в баллах)			Внимание
		Кратковременная	Долговременная	Зрительная	
1	Саша Б.	8	6	9	5
2	Яна Б.	6	8	7	6
3	Нелли Б.	10	9	7	8
4	Саша Б.	6	7	7	4
5	Артем В.	10	8	7	7
6	Таня Г.	8	5	6	9
7	Настя Г.	8	8	7	8
8	Дима Г.	10	10	8	6
9	Женя Д.	8	7	8	4
10	Вася К.	10	9	8	9
11	Катя К.	6	7	6	6
12	Люда М.	7	7	8	5
13	Наташа М.	6	6	8	7
14	Илья М.	10	9	8	9
15	Вова М.	4	6	8	3
16	Наташа П.	7	5	7	6
17	Софья С.	8	0	6	5
18	Никита С.	10	8	8	7
19	Саша С.	9	9	8	8
20	Влад Н.	9	8	8	7

Задача 7. Как связаны между собой мотивы учебной деятельности среди студентов?

Таблица 7

Показатели мотивации учебной деятельности

Испытуемые	Приобретение знаний	Овладение профессией	Получение диплома
1. Елизавета Г.	12,6	7	4
2. Вера Д.	9	7	7,5
3. Галина З.	5,4	5	5
4. Марианна И.	2,4	8	1,5
5. Алина К.	7,2	10	8,5
6. Анастасия К.	9	6	6
7. Наталья К.	9	8	4
8. Марина Н.	11,4	10	7,5
9. Юлия Н.	9	5	8,5
10. Светлана П.	7,8	3	6
11. Анна Р.	5,4	6	8,5
12. Ирина С.	9	6	7,5

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Процесс математизации психологической науки прошел ряд стадий от установления простейших закономерностей до попыток построения математических моделей некоторых психических явлений и процессов, а затем к интенсивному использованию компьютеров, как для организации психологического исследования, так и для моделирования психических процессов и функций. Бурный процесс математизации психологии всегда сопровождался поляризацией мнений относительно применимости математических методов. Исследователи разбились на два лагеря: первые считали, что математические методы абсолютно не применимы к психологическим явлениям, а другие отстаивали точку зрения, что математика поможет решить основные проблемы в психологической науке. На самом деле ни одна из этих точек зрения не является абсолютно правильной. Вопрос о степени математизации и об адекватном математическом аппарате необходимо решать отдельно, применительно к каждой психологической проблеме исходя из внутренних потребностей и логики ее развития.

Благодаря появлению компьютерных программ или статистических пакетов, таких как MS Excel, SPSS, Statistica и др., появилась возможность быстро обрабатывать большой экспериментальный материал в исследовательских целях. В какой-то мере при анализе данных был снят вычислительный аспект. Однако при таком положении дел возрастает необходимость более осознанного подхода к обработке данных различными вычислительными методами. Возникла необходимость хотя бы на минимальном уровне знать, какие операции происходят с данными при их обработке. Понятие адекватности приобрело важное методологическое значение. Адекватность – это степень соответствия формальной модели, предполагаемой методом, характеру изучаемого с его помощью явления. Адекватность математического метода является важнейшим условием эффективности применяемых математических методов как в психологии, так и в других науках., интерпретаций результатов измерений, количественных сравнений и прогнозирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гласс Дж., Стенли Дж. Статистические методы в психологии и педагогике. [Текст] / Дж. Глас, Дж. Стенли. – М.: Изд-во Прогресс, 1976 – 496 с.
2. Дружинин, В.Н. Экспериментальная психология: Учебник для вузов [Текст] / В.Н. Дружинин. – 2-е изд., доп. – СПб.: Питер, 2003. – 319 с.
3. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов. Учебник / О.Ю. Ермолаев – 2-е изд. испр. [Текст] / О.Ю. Ермолаев. – М.: Московский психолого-социальный институт. Флинта. 2003. – 336 с.
4. Загвязинский, В.И., Атаханов, Р. Методология и методы психолого-педагогического исследования. [Текст] / В.И. Загвязинский, Р. Атаханов. – М.: Изд. центр «Академия», 2001. – 208 с.
5. Кутейников А.Н. Математические методы в психологии. Учебное пособие [Текст] / А.Н. Кутейников. – СПб.: Речь, 2008. – 172 с.
6. Митина, О.В. Математические методы в психологии. Практикум. [Текст] / О.В. Митина. – М.: Аспект-Пресс, 2008. – 237 с.
7. Михеев, В.И. Моделирование и методы теории измерений в педагогике. [Текст] / В.И. Михеев. – М.: Высшая школа, 1987. – 200 с.
8. Наследов, А.Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных. Учебное пособие. [Текст] / А.Д. Наследов. – СПб.: Речь, 2004. – 392 с.
9. Образцов, П.И. Психолого-педагогическое исследование: методология, методы, методика. [Текст] / П.И. Образцов. – Орел, 2003. – 295 с.
10. Сидоренко, Е.В. Методы математической обработки в психологии. [Текст] / Е.В. Сидоренко. – СПб.: Речь, 2006. – 350 с.
11. Суходольский, Г.В. Математическая психология [Текст] / Г.В. Суходольский. – Харьков.: Изд-во Гуманитарный центр, 2006. – 360 с.
12. Суходольский, Г.В. Математические методы в психологии. [Текст] / Г.В. Суходольский. – Харьков: Изд-во Гуманитарный Центр, 2006. – 284 с.
13. Солсо, Р.Л. Экспериментальная психология [Текст] / Роберт Солсо, Кимберли Маклин. – 8-е изд. Доп., перераб. – СПб.: ПРАЙМ-ЕВРОЗНАК, 2006. – 480 с.
14. SPSS для Windows. Руководство пользователя SPSS, Книга 1. – М.: Статистические системы и сервис. 1995.

ПРИЛОЖЕНИЯ:
Статистические таблицы

Критические значения критерия G-знаков

<i>n</i>	<i>p</i>	
	0,05	0,01
5	0	-
6	0	-
7	0	0
8	1	0
9	1	0
10	1	0
11	2	1
12	2	1
13	3	1
14	3	2
15	3	2
16	4	2
17	4	3
18	5	3
19	5	4
20	5	4
21	6	4
22	6	5
23	7	5
24	7	5
25	7	6
26	8	6
27	8	7
28	8	7
29	9	7
30	10	8
31	10	8
32	10	8
33	11	9

<i>n</i>	<i>p</i>	
	0,05	0,01
34	11	9
35	12	10
36	12	10
37	13	10
38	13	11
39	13	11
40	14	12
41	14	12
42	15	13
43	15	13
44	16	13
45	16	14
46	16	14
47	17	15
48	17	15
49	18	15
50	18	16
52	19	17
54	20	18
56	21	18
58	22	19
60	23	20
62	24	21
64	24	22
66	25	23
68	26	23
70	27	24
72	28	25
74	29	26

Критические значения критерия Т-Вилкоксона

n	p	
	0,05	0,01
5	0	—
6	2	—
7	3	0
8	5	1
9	8	3
10	10	5
11	13	7
12	17	9
13	21	12
14	25	15
15	30	19
16	35	23
17	41	27
18	47	32
19	53	37
20	60	43
21	67	49
22	75	55
23	83	62
24	91	69
25	100	76
26	110	84
27	119	92

n	p	
	0,05	0,01
28	130	101
29	140	110
30	151	120
31	163	130
32	175	140
33	187	151
34	200	162
35	213	173
36	227	185
37	241	198
38	256	211
39	271	224
40	286	238
41	302	252
42	319	266
43	336	281
44	353	296
45	371	312
46	389	328
47	407	345
48	426	362
49	446	379
50	466	397

Критические значения критерия Q-Розенбаума

<i>n</i>	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
P = 0,05																	
10	6																
11	6	6															
12	6	6	6														
13	7	6	6	6													
14	7	7	7	6	6												
15	7	7	7	6	6	6											
16	7	7	7	7	7	6	6										
17	7	7	7	7	7	7	7	7									
18	7	7	7	7	7	7	7	7	7								
19	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7							
20	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7						
21	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7					
22	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7				
23	8	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7			
24	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7		
25	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	
26	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7
P = 0,01																	
10	9																
11	9	9															
12	9	9	9														
13	9	9	9	9													
14	9	9	9	9	9												
15	9	9	9	9	9	9											
16	10	9	9	9	9	9	9										
17	10	10	9	9	9	9	9	9									
18	10	10	10	9	9	9	9	9	9								
19	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9							
20	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9						
21	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9					
22	11	11	11	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9				
23	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9			
24	12	12	11	11	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9		
25	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9	
26	12	12	12	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	9

Критические значения критерия U Манна-Уитни

n1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n2	P = 0,05																		
3	-	0																	
4	-	0	1																
5	0	1	2	4															
6	0	2	3	5	7														
7	0	2	4	6	8	11													
8	1	3	5	8	10	13	15												
9	1	4	6	9	12	15	18	21											
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27										
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34									
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42								
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51							
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61						
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72					
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83				
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89	96			
18	4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109		
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138
	P = 0,01																		
5	-	-	0	1															
6	-	-	1	2	3														
7	-	0	1	3	4	6													
8	-	0	2	4	6	7	9												
9	-	1	3	5	7	9	11	14											
10	-	1	3	6	8	11	13	16	19										
11	-	1	4	7	9	12	15	18	22	25									
12	-	2	5	8	11	14	17	21	24	28	31								
13	0	2	5	9	12	16	20	23	27	31	35	39							
14	0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47						
15	0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56					
16	0	3	7	12	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66				
17	0	4	8	13	18	23	28	33	38	44	49	55	60	66	71	77			
18	0	4	9	14	19	24	30	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88		
19	1	4	9	15	20	26	32	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	
20	1	5	10	16	22	28	34	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

Таблица 5

Критические значения коэффициента корреляции r -Спирмена

n	p		n	p		n	p	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,94	-	17	0,48	0,62	29	0,37	0,48
6	0,85	-	18	0,47	0,60	30	0,36	0,47
7	0,78	0,94	19	0,46	0,58	31	0,36	0,46
8	0,72	0,88	20	0,45	0,57	32	0,36	0,45
9	0,68	0,83	21	0,44	0,56	33	0,34	0,45
10	0,64	0,79	22	0,43	0,54	34	0,34	0,44
11	0,61	0,76	23	0,42	0,53	35	0,33	0,43
12	0,58	0,73	24	0,41	0,52	36	0,33	0,43
13	0,56	0,70	25	0,49	0,51	37	0,33	0,43
14	0,54	0,68	26	0,39	0,50	38	0,32	0,41
15	0,52	0,66	27	0,38	0,49	39	0,32	0,41
16	0,50	0,64	28	0,38	0,48	40	0,31	0,40

Таблица 6

Критические значения коэффициента корреляции r -Пирсона

$k = n-2$	p		$k = n-2$	p	
	0,05	0,01		0,05	0,01
5	0,75	0,87	23	0,40	0,51
6	0,71	0,83	24	0,39	0,50
7	0,67	0,8	25	0,38	0,49
8	0,63	0,77	26	0,37	0,48
9	0,60	0,74	27	0,37	0,47
10	0,58	0,71	28	0,36	0,46
11	0,55	0,68	29	0,36	0,46
12	0,53	0,66	30	0,35	0,45
13	0,51	0,64	38	0,33	0,42
14	0,50	0,62	40	0,30	0,39
15	0,48	0,61	45	0,29	0,37
16	0,47	0,59	50	0,27	0,35
17	0,46	0,58	60	0,25	0,33
18	0,44	0,56	70	0,23	0,3
19	0,43	0,55	80	0,22	0,28
20	0,42	0,54	90	0,21	0,27
21	0,41	0,53	100	0,20	0,25
22	0,40	0,52	125	0,17	0,23

Критические значения критерия χ^2 -Пирсона

v	p		v	p		v	p	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
1	3,841	6,635	23	35,172	41,638	45	61,656	69,957
2	5,991	9,210	24	36,415	42,980	46	62,830	71,201
3	7,815	11,345	25	37,652	44,314	47	64,001	72,443
4	9,488	13,277	26	38,885	45,642	48	65,171	73,683
5	11,07	15,086	27	40,113	46,963	49	66,339	74,919
6	12,592	16,812	28	41,337	48,278	50	67,505	76,154
7	14,067	18,475	29	42,557	49,588	51	68,669	77,386
8	15,507	20,090	30	43,773	50,892	52	69,832	78,616
9	16,919	21,666	31	44,985	52,191	53	70,993	79,843
10	18,307	23,209	32	46,194	53,486	54	72,153	81,069
11	19,675	24,725	33	47,400	54,776	55	73,311	82,292
12	21,026	26,217	34	48,602	56,061	56	74,468	83,513
13	22,362	27,688	35	49,802	57,342	57	75,624	84,733
14	23,685	29,141	36	50,998	58,619	58	76,778	85,950
15	24,996	30,578	37	52,192	59,892	59	77,931	87,166
16	26,296	32,000	38	53,384	61,162	60	79,082	88,379
17	27,587	33,409	39	54,572	62,428	61	80,232	89,591
18	28,869	34,805	40	55,758	63,691	62	81,381	90,802
19	30,144	36,191	41	56,942	64,950	63	82,529	92,010
20	31,410	37,566	42	58,124	66,206	64	83,675	93,217
21	32,671	38,932	43	59,304	67,459	65	84,821	94,422
22	33,924	40,289	44	60,481	68,709	66	85,965	95,626

Критические значения критерия ϕ -Фишера

%доля	%, последний десятичный знак									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Значения ϕ									
0	0,000	0,020	0,028	0,035	0,040	0,045	0,049	0,053	0,057	0,060
1	0,200	0,210	0,220	0,229	0,237	0,246	0,254	0,262	0,269	0,277
2	0,284	0,291	0,298	0,304	0,311	0,318	0,324	0,330	0,336	0,342
3	0,348	0,354	0,360	0,365	0,371	0,376	0,382	0,387	0,392	0,398
4	0,403	0,408	0,413	0,418	0,423	0,428	0,432	0,437	0,442	0,446
5	0,451	0,456	0,460	0,465	0,469	0,473	0,478	0,482	0,486	0,491
6	0,495	0,499	0,503	0,507	0,512	0,516	0,520	0,524	0,528	0,532
7	0,536	0,539	0,543	0,547	0,551	0,555	0,559	0,562	0,566	0,570
8	0,574	0,577	0,581	0,584	0,588	0,592	0,595	0,599	0,602	0,606
9	0,609	0,613	0,616	0,620	0,623	0,627	0,630	0,633	0,637	0,640
10	0,644	0,647	0,650	0,653	0,657	0,660	0,663	0,666	0,670	0,673
11	0,676	0,679	0,682	0,686	0,689	0,692	0,695	0,698	0,701	0,704
12	0,707	0,711	0,714	0,717	0,720	0,723	0,726	0,729	0,732	0,735
13	0,738	0,741	0,744	0,747	0,750	0,752	0,755	0,758	0,761	0,764
14	0,767	0,770	0,773	0,776	0,778	0,781	0,784	0,787	0,790	0,793
15	0,795	0,798	0,801	0,804	0,807	0,809	0,812	0,815	0,818	0,820
16	0,823	0,826	0,828	0,831	0,834	0,837	0,839	0,842	0,845	0,847
17	0,850	0,853	0,855	0,858	0,861	0,863	0,866	0,868	0,871	0,874
18	0,876	0,879	0,881	0,884	0,887	0,889	0,892	0,894	0,897	0,900
19	0,902	0,905	0,907	0,910	0,912	0,915	0,917	0,920	0,922	0,925
20	0,927	0,930	0,932	0,935	0,937	0,940	0,942	0,945	0,947	0,950
21	0,952	0,955	0,957	0,959	0,962	0,964	0,967	0,969	0,972	0,974
22	0,976	0,979	0,981	0,984	0,986	0,988	0,991	0,993	0,996	0,998
23	1,000	1,003	1,005	1,007	1,010	1,012	1,015	1,017	1,019	1,022
24	1,024	1,026	1,029	1,031	1,033	1,036	1,038	1,040	1,043	1,045
25	1,047	1,050	1,052	1,054	1,056	1,059	1,061	1,063	1,066	1,068
26	1,070	1,072	1,075	1,077	1,079	1,082	1,084	1,086	1,088	1,091
27	1,093	1,095	1,097	1,100	1,102	1,104	1,106	1,109	1,111	1,113
28	1,115	1,117	1,120	1,122	1,124	1,126	1,129	1,131	1,133	1,135
29	1,137	1,140	1,142	1,144	1,146	1,148	1,151	1,153	1,155	1,157
30	1,159	1,161	1,164	1,166	1,168	1,170	1,172	1,174	1,177	1,179
31	1,182	1,183	1,185	1,187	1,190	1,192	1,194	1,196	1,198	1,200
32	1,203	1,205	1,207	1,209	1,211	1,213	1,215	1,217	1,220	1,222
33	1,224	1,226	1,228	1,230	1,232	1,234	1,237	1,239	1,241	1,243
34	1,245	1,247	1,249	1,251	1,254	1,256	1,258	1,260	1,262	1,264
35	1,266	1,268	1,270	1,272	1,274	1,277	1,279	1,281	1,283	1,285
36	1,287	1,289	1,291	1,293	1,295	1,297	1,299	1,302	1,304	1,306
37	1,308	1,310	1,312	1,314	1,316	1,318	1,320	1,322	1,324	1,326
38	1,328	1,330	1,333	1,335	1,337	1,339	1,341	1,343	1,345	1,347
39	1,349	1,351	1,353	1,355	1,357	1,359	1,361	1,363	1,365	1,367
40	1,369	1,371	1,374	1,376	1,378	1,380	1,382	1,384	1,386	1,388
41	1,390	1,392	1,394	1,396	1,398	1,400	1,402	1,404	1,406	1,408
42	1,410	1,412	1,414	1,416	1,418	1,420	1,422	1,424	1,426	1,428
43	1,430	1,432	1,434	1,436	1,438	1,440	1,442	1,444	1,446	1,448
44	1,451	1,453	1,455	1,457	1,459	1,461	1,463	1,465	1,467	1,469
45	1,471	1,473	1,475	1,477	1,479	1,481	1,483	1,485	1,487	1,489
46	1,491	1,493	1,495	1,497	1,499	1,501	1,503	1,505	1,507	1,509
47	1,511	1,513	1,515	1,517	1,519	1,521	1,523	1,525	1,527	1,529

Критические значения критерия t-Стьюдента

k	p		k	p		k	p	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
1	12,706	63,657	23	2,069	2,807	45	2,014	2,690
2	4,303	9,925	24	2,064	2,797	46	2,013	2,687
3	3,182	5,841	25	2,060	2,787	47	2,012	2,685
4	2,776	4,604	26	2,056	2,779	48	2,011	2,682
5	2,571	4,032	27	2,052	2,771	49	2,010	2,680
6	2,447	3,707	28	2,048	2,763	50	2,009	2,678
7	2,365	3,499	29	2,045	2,756	51	2,008	2,676
8	2,306	3,355	30	2,042	2,750	52	2,007	2,674
9	2,262	3,250	31	2,040	2,744	53	2,006	2,672
10	2,228	3,169	32	2,037	2,738	54	2,005	2,670
11	2,201	3,106	33	2,035	2,733	55	2,004	2,668
12	2,179	3,055	34	2,032	2,728	56	2,003	2,667
13	2,160	3,012	35	2,030	2,724	57	2,002	2,665
14	2,145	2,977	36	2,028	2,719	58	2,002	2,663
15	2,131	2,947	37	2,026	2,715	59	2,001	2,662
16	2,120	2,921	38	2,024	2,712	60	2,000	2,660
17	2,110	2,898	39	2,023	2,708	61	2,000	2,659
18	2,101	2,878	40	2,021	2,704	62	1,999	2,657
19	2,093	2,861	41	2,020	2,701	63	1,998	2,656
20	2,086	2,845	42	2,018	2,698	64	1,998	2,655
21	2,080	2,831	43	2,017	2,695	65	1,997	2,654
22	2,074	2,819	44	2,015	2,692	66	1,997	2,652