РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СЕРИЯ "НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА"

Основана в 1959 г.

Л.А.Протасова
И.А.Тюлина

Владимир Васильевич ГОЛУБЕВ

1884 - 1954

Ответственный редактор
доктор физико-математических наук
В.Г. ДЕМИН

МОСКВА
"НАУКА"
1995

ББК 22.1г
П83
УДК 51(092) В.В. Голубев

Рецензенты

доктор физико-математических наук О.В. ГОЛУБЕВА,
доктор физико-математических наук А.Т. ГРИГОРЬЯН

Протасова Л.А., Тюлина И.А.

П83 Владимир Васильевич Голубев. 1884–1954. – М.: Наука, 1995. – 208 с., ил. – (Научно-биографическая литература)
ISBN 5-02-003730-3

Книга посвящена жизни и деятельности выдающегося математика, механика и педагога, члена-корреспондента АН СССР, генерал-майора инженерно-авиационной службы профессора Владимира Васильевича Голубева. На основании архивных материалов и литературных источников восстановлена биография ученого, освещены основные моменты его трудовой деятельности. Авторы осуществили анализ научного творчества В.В. Голубева, проследили развитие его идей в математике, механике и истории науки.

Для широкого круга читателей, интересующихся историей науки.

П $\frac{1401020000\text{-}062}{042(02)\text{-}95}$ 91 – 1995, II полугодие

ББК 22.1г

Научное издание

Протасова Людмила Анатольевна, **Тюлина** Ирина Александровна

Владимир Васильевич Голубев

1884–1954

Утверждено к печати
редколлегией серии "Научно-биографическая литература" РАН

Заведующая редакцией "Наука – биосфера, экология, геология" **А.А. Фролова**
Редактор **М.В. Грачева.** Художественный редактор **И.Ю. Нестерова**
Технический редактор **Т.В. Жмелькова.** Корректор **Г.В. Дубовицкая**

Набор выполнен в издательстве на компьютерной технике

ИБ № 1662

ЛР № 020297 от 27.11.91 г.

Подписано к печати 20.03.95. Формат 60 × 90 1/16. Гарнитура Таймс. Печать офсетная
Усл.печ.л. 13,0. Усл.кр.-отт. 13,3. Уч.-изд.л. 14,7.

Издательство "Наука", 117864, ГСП-7, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 90
Типография ВТИИ Зак.№325С

ISBN 5-02-003730-3

Предисловие

Механико-математический факультет Московского университета недавно отметил свое шестидесятилетие. Его первым деканом был человек большой культуры, имя которого хорошо известно в среде математиков и среди механиков; ученые столь широкого профиля в наше время становятся редкостью. Речь идет о Владимире Васильевиче Голубеве, которому в декабре 1994 г. отмечали сто десять лет от рождения.

Его оригинальные исследования аналитических свойств дифференциальных уравнений и по теории функций были оценены по заслугам сравнительно недавно; на грани математики и механики оказалась его монография об интегрировании дифференциальных уравнений вращения твердого тела около неподвижной точки; выдающиеся исследования по аэродинамике имели скорее прикладной характер, открывая выход к инженерной практике авиастроения.

Крупный ученый, талантливый педагог, умелый организатор, член-корреспондент АН СССР В.В. Голубев долгие годы заведовал кафедрой аэромеханики, избирался на два срока деканом механико-математического факультета, директором Научно-исследовательского института механики Московского университета; одновременно он был начальником кафедры высшей математики Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского, сотрудником и ученым секретарем общетеоретической группы Центрального аэрогидродинамического института (ЦАГИ).

Глубокие знания истории общества и науки позволяли В.В. Голубеву блестяще излагать конкретный лекционный материал в историческом контексте; он занимательно и вместе с тем строго научно воспроизводил эпизоды прошлого, свидетелем которых был в молодости.

Еще студентом В.В. Голубев высказывал пожелание, мечту: познавать явления окружающего мира на основе глубоких математических знаний, превратив даже самые абстрактные их области, такие как теорию функций комплексного переменного, в инструмент исследования явлений природы, в подход к творениям техники. Все это в творчестве Голубева было в дальнейшем реализовано.

В последнее время интерес к биографии и научному наследию В.В. Голубева значительно возрос. Его научные идеи получили разработку и среди его учеников и последователей, и среди тех, кто с ним не соприкасался в работе.

Дополнить биографический материал и углубить оценку научного творчества В.В. Голубева позволили материалы, найденные в Центральном государственном архиве г. Москвы, архиве Московского государственного университета и, в особенности, в архиве Научно-мемориального музея Н.Е. Жуковского, возглавляемого долгие годы Надеждой Матвеевной Семеновой. Там более тридцати лет хранились нетронутыми многочисленные папки домашнего архива В.В. Голубева, семейные фотографии, дневники и записи ученого на различные темы.

При анализе разнообразных научных трудов В.В. Голубева основное внимание уделялось выявлению в его творчестве замечательного единства эффективных математических методов, глубокого понимания физической сущности явления, историко-научного подхода к изучению проблем. Научно-культурное наследие ученого определяется не только новизной и масштабами его результатов, но и влиянием его личности, педагогическим мастерством, мировосприятием и нравственным обликом. Все это формировалось вместе с совершенствованием научной квалификации на протяжении всей жизни и отражено в дневниках и записках В.В. Голубева. В предлагаемое издание включены фрагменты этих записок: это – высказывания о родителях, о религии, о революции, о семье, о выдающихся ученых России и Западной Европы, с которыми ему довелось познакомиться. Этот интереснейший материал не только характеризует эпоху, но и взгляды автора дневников – В.В. Голубева, создавая его образ. Напомним мнение А. Эйнштейна о том, что моральные качества выдающейся личности имеют бóльшее значение для данного поколения и всего хода истории, чем чисто интеллектуальные достижения ученого.

Авторы благодарны дочери ученого Ольге Владимировне Голубевой за поддержку в работе; Е.А. Горину, Л.И. Пугачу, А.А. Зайцеву, читавшим рукопись и высказавшим полезные замечания и предложения по ее содержанию. Мы тепло вспоминаем сотрудников Научно-мемориального музея Н.Е. Жуковского и его директора Н.М. Семенову за предоставленную возможность ознакомиться с документами и воспоминаниями, касающимися жизни и деятельности В.В. Голубева.

Жизнь и деятельность

Немного о родословной

Предки Владимира Васильевича Голубева, дальние и близкие родственники были духовными лицами – попы и дьячки подмосковных сел, как правило, неудачники в жизни, беднота, со множеством детей. Несколько особняком среди своих родных стоял отец В.В. Голубева – Василий Сергеевич Голубев (1858–1918).

Отец мой был, несомненно, человек далеко не заурядный. Все, что он получил, все это было достигнуто им самим; никто нигде ему не оказывал помощи, все было достигнуто своим горбом. Отец вообще отличался исключительно плебейскою гордостью; самая мысль о том, что надо кого-то о чем-то просить, была ему невыносима. Я очень хорошо помню, как отец огорчался при мысли, что, когда я кончу университет, ему, может быть, придется хлопотать обо мне, о месте, и как он был рад, что все устроилось само собою, без его ходатайств. Бедный, гордый старый отец! От него по наследству и ко мне перешла та же плебейская гордость, то же нежелание просить, добиваться, ходатайствовать. Спасибо ему за это [145, с. 5]!

Василий Сергеевич был сыном Сергея Николаевича Голубева – священника с. Александрова Московской губернии Подольского уезда. Оставшись в полтора года без отца, он рос в семье деда по материнской линии – Василия Ивановича Беляева. Всю жизнь братья и сестры Голубевы, а их было восемь человек, поддерживали друг друга. Опорой являлся старший брат Александр, о судьбе которого стоит сказать несколько слов.

Александр Сергеевич Голубев успешно занимался философией в Московском университете; предполагалось по окончании оставить его для подготовки к профессорскому званию. Однако за некоторые провинности перед "третьим отделением" в 1867 г. он был выслан в с. Холмогоры Архангельской губернии, вскоре переведен в Архангельск, где занимал место редактора "Губернских Ведомостей". В те времена не казалось неудобным, что редактором официального органа был ссыльный. Александр Сергеевич, благополучно перенеся ссылку, вернулся из нее в 1872 г. и поступил на службу в управление Орловско-Витебской железной дороги в качестве "инспектора движения вагонных осей", быстро приобрел влияние и стал правителем дел этой дороги. Однако жизнь свою А.С. Голубев закончил печально, так как не мог справиться с приобретенной по наследству приверженностью к выпивке.

Это был человек недюжинный, с большим ясным умом, с широкими взглядами, с большими планами... Но ничего не мог он довести до конца. Ни в служебном, ни в материальном положении он не преуспел. И семью свою организовать он тоже не мог; единственный сын его остался неучем – а ведь как ратовал за науку и просвещение Александр Сергеевич! В семье воспитание было нетвердым, крепких семейных навыков не сумел он дать детям [145, с. 178].

Голубевы получали в основном духовное образование. Василий Сергеевич также закончил духовное училище и духовную семинарию, где был одним из лучших учеников и получил право держать конкурсный экзамен в высшее духовное учебное заведение – Московскую духовную академию при Троице-Сергиевой Лавре (г. Сергиев Посад Московской обл.), с осени 1879 г. он стал там учиться.

Отец поступил в Московскую Духовную Академию в период ее расцвета. Веяние эпохи реформ Александра II уже успело достаточно проявиться в организации высшего духовного образования, а реакционные веяния, которыми сопровождались зигзаги его внутренней политики, еще не дошли. Судя по рассказам отца, в Академии царил в его годы дух действительно либерального научного исследования, поскольку, конечно, оно было совместимо с чисто богословскими рамками курса. В Академии было два факультета: богословский и исторический. Отец поступил на исторический факультет.

Уровень преподавания, конечно, определяется не планами и не программами, как часто думают разные невежественные бездельники, которые пытаются заменить живую душу преподавания собранием предписаний и параграфов. В одни и те же меха можно влить разное вино; все дело в том, что и кем влито. Уровень преподавания в первую очередь определяется талантом, научною и духовною свободою и широтою мировоззрения преподавателей. В годы, когда учился отец, Академия могла по справедливости гордиться составом своих преподавателей [145, с. 39].

Из преподавателей отца В.В. Голубев, кроме В.О. Ключевского, читавшего русскую историю, вспоминал профессоров Голубинского (по церковной истории) и Лебедева (впоследствии профессора церковной истории Московского университета).

Программа курсов была, по-видимому, достаточно обширной; было даже нечто вроде энциклопедии естествознания. Неважно, что цель этого курса была в оправдании основных положений богословия тем или иным толкованием достижений естественных наук; пусть дарвинизм подвергался здесь беспощадной и не всегда научно обоснованной критике, важно было то, что студенты о нем узнавали, узнавали об основных положениях дарвинизма, а ко всем дальнейшим соображениям они могли относиться, как кто думает: у одних *голова работала самостоятельно, а у других в головг ничего своего не было и для таких совершенно одинаковый эффект получается от какого угодно преподавания: оно все равно отскакивает от них, как хорошо полированный шар из слоновой кости от стенки. В этом курсе говорилось и об астрономии, студенты наблюдали небо в астрономическую трубу, а у отца даже на всю жизнь остался интерес и к астрономии и вообще к естественным наукам.*

Излишне говорить, что такие либеральные веяния просуществовали в Академии недолго. На смену им пришли другие – когда основной задачей преподавания ставилась подготовка безгласных и послушных духовных чиновников, без кругозора, без какого бы то ни было понимания сущности научного и технического прогресса, который совершался вокруг, но зато с полным смирением принимающих все требования духовного начальства, как бы они ни стояли в противоречии со всеми идеями и духом современности. Плоды этого впоследствии сказались самым позорным для православной церкви образом, когда оказалось, что за тысячелетнее существование ее в России она не создала в народе никаких прочных корней и никакой подлинно духовной культуры.

Отец попал в случайную светлую полосу в развитии духовного образования и, несомненно, это наложило на него на всю жизнь отпечаток широкой культурности, терпимости, научного либерализма и столь редкого в среде духовенства полного отсутствия мракобесия [145, с. 40–41].

По-видимому, из Академии отец вынес достаточно солидные знания и основательные научные навыки. Требовалось для работы много самостоятельного чтения и изучения специальной литературы; достаточно широко использовалась и научная иностранная литература; главным образом на немецком языке: к "немцам" отец в научном отношении проникся полным уважением, научные работы по философии и истории на немецком языке усердно прорабатывал. В работах по истории широко использовались источники на латинском и греческом языках; оба эти языка отец основательно знал. Конечно, пользовалась большим успехом философия. Отец вынес из этих занятий глубочайшее уважение к Канту; в ходу были и Шеллинг, и Гегель. Отец очень уважал Спинозу; часто поминал, хотя и без особого уважения, Милля и не прочь был поговорить насчет Бюхнера, материализм которого хотя и считал вздором, но как и ко всякой другой философской системе, относился с полной терпимостью.

Академия дала отцу очень мощную научную и культурную зарядку, которой дальше хватило на всю жизнь. Тот огонь искания научной истины, который в душе отца в молодые годы был зажжен приобщением к науке в стенах Академии, уже не потухал; иногда он *горел ярче, иногда ослабевал под напором житейских условий – но всегда вносил свет искания и культуры в жизнь моего отца* [145, с. 45–46].

На четвертом курсе академии Василий Сергеевич Голубев собирал материалы для магистерской диссертации "История антиохийских патриархов". Он продолжил работу в Волоколамске, где с 1883 г. преподавал латинский язык в духовном училище. Однако отсутствие там библиотеки и людей, способных поддержать научные интересы, постепенно привело к прекращению занятий. А когда через 5 лет В.С. Голубев переехал в Москву, то оказалось, что время ушло и научная "закваска", заложенная академией, выдохлась.

В Волоколамске Василий Сергеевич работал добросовестно и добивался неплохих результатов; кроме того, стремился материально помогать беднейшим учащимся. Учениками были дети духовенства из глухих сел – как правило, с низким уровнем общей культуры. Василий Сергеевич часто раздражался и немилосердно "лепил колы", был нервным и нетерпеливым педагогом. Однажды он оттаскал какого-то малыша в классе за ухо, получился скандал – и стало окончательно ясно, что хорошего учителя из него не получится. К тому времени истек срок выслуги, полагавшейся за обучение в академии на казенный кошт. Голубев переехал в Москву, предварительно раздав ученикам всю свою штатскую одежду. В 1889 г. он стал священником церкви Сошествие Святого Духа.

Если в области преподавания Владимира Васильевича нельзя считать последователем своего отца, то в отношении к семье и к женщине отец и сын, безусловно, имели общие взгляды.

Бывают встречи, после которых становится совершенно ясно, что жить друг без друга нельзя; пусть с точки зрения других людей это человек не умный и не красивый даже, но это человек самый желанный в мире, единственный, рука об руку с которым стоит и можно жить. Вероятно, такое священное чувство и испытывал мой отец к моей матери [145, с. 72].

Василий Сергеевич женился без каких-либо материальных соображений, взял жену не из духовной среды, что для священника было редкостью. Если бы он женился на дочери какого-нибудь московского протоиерея, то мог получить большие деньги и одновременно место в Москве. Но он познакомился в Сергиевом Посаде с Клавдией Матвеевной Кузьминой – дочерью булочника из крестьян Мологского уезда Ярославской губернии. Предложение было сделано, когда Василий Сергеевич учился на 3-м курсе академии. В доме Кузьминых властвовала мать – Надежда Кондратьевна. Она приняла предложение Голубева, но с условием – защитить кандидатское сочинение и получить степень кандидата богословия (защита проходила после третьего курса, а четвертый – последний – имел прикладной характер и не влиял на квалификацию). 6 июня 1882 г. В.С. Голубев получил степень, а 8 июня состоялось обручение.

Семья Кузьминых была совершенно иная. Это были ярославские *мужички, хозяйственные, с достатком, прижимистые. Жили по старинке, за многим не гнались, но своего не упускали. Настоящие ярославские кулачки* [145, с. 52]! Клавдия Матвеевна была единственной дочерью, но воспитывалась в строгости, умела искусно вести хозяйство. Соседка обучила ее читать и писать, но в доме Кузьминых никаких книг, кроме Псалтыря и Сонника, не водилось.

Конечно, прорехи в образовании сразу обнаружились при встрече Клавдии Матвеевны с московскими родственниками Голубева, которые, хоть и были "людьми беспорядочными и гуляками", но обладали значительной общей культурой. Невесту Василия Сергеевича приняли весьма пренебрежительно. Они не дооценивали ее сильную волю, большую житейскую сметку и полученные в детстве прочные хозяйственные навыки.

Лет через 15 мама стала уже солидной московской матушкой; она совсем не походила не только на провинциальную мещаночку-простушку, но даже и на типичную попадью. Это была дама, которая могла поговорить о чем угодно без обнаружения особых прорех в суждениях, понимала по-своему (и не очень плохо) текущую жизнь, кое-что читала, много видела и очень многому научилась [145, с. 71].

После Сергиева Посада, где был большой монастырь, академия, масса богомольцев и обслуживающих их мелких торговцев, купцов и кустарей, Волоколамск казался жалкой провинцией. Голубевы часто ездили к родителям Клавдии Матвеевны, а также в московские театры. Переезд в Москву был большой радостью. Вместе с этим изменилось положение Василия Сергеевича в отношениях с родственниками – от старшего брата к нему перешла роль главы семьи, занимающегося устройством братьев, сестер и их детей.

Василий Сергеевич развил активную деятельность – стал приводить в порядок церковное хозяйство, проявив неожиданно неплохие практические навыки. Среди прихожан он быстро приобрел популярность. С интересом Голубев отдавался новой работе, но осложнения не заставили себя ждать.

Началось дело с его проповедей; отец любил их говорить, старался, чтобы они были содержательны, а не представляли собою общие елейные места духовно-чиновничьего типа. И вот духовное начальство усмотрело в его проповеди какую-то ересь; началось дело, отца вызвали к архиерею для объяснений. Дело кончилось в конце концов ничем: оказалось, что как раз то место, которое показалось духовному начальству еретическим, было отцом написано не самостоятельно, он его заимствовал у какого-то отца церкви, если не совсем святого, то во всяком случае, достаточно благонадежного. Формально, таким образом, отец в этом деле был полностью реабилитирован, но все это показало отцу совершенно ясно, что в церковных проповедях нетерпима никакая свежая и оригинальная мысль. Все церковное проповедничество было мертвым делом, надо было только по-чиновничьи отбывать повинность и следить, что-

бы, упаси Боже, не высказать чего-нибудь похожего на свежую и оригинальную мысль. Пришлось и отцу, оставив свои благие намерения, идти по этому проторенному чиновничьему пути. Только изредка, когда он говорил проповеди у себя в церкви и они не шли на просмотр духовного начальства, он давал некоторую волю своему красноречию. И эти его церковные выступления производили на слушающих порою очень сильное впечатление [145, с. 201–202].

То же самое произошло с общественной деятельностью Василия Сергеевича. Вначале его часто приглашали в различные комиссии по церковным делам, но Голубев вел себя не по духовному этикету – он высказывал собственный взгляд на проблемы, не справляясь предварительно о желании начальства.

Пригласили один раз отца в комиссию по увеличению жалованья служащим духовной консистории, которые были известны как самые заядлые взяточники. Слушал отец, слушал различные рассуждения в комиссии, а потом и сам выступил: "Отцы духовные! Напомню я Вам слова незабвенного нашего баснописца Крылова: вору дай хоть миллион, он воровать не перестанет" [145, с. 203].

Постепенно В.С. Голубева все меньше вовлекали в общественные дела. Уверившись в их полной бесполезности, он не жалел об этом. Тем самым Василий Сергеевич отдалялся от духовной среды, незаметно для себя стал в ней отщепенцем. Он оставался верен вынесенному из академии духу критического отношения к окружающему, его философские и научные взгляды не отчуждались от жизни – наоборот, через них В.С. Голубев пытался понять мир. *Квасной официальный патриотизм казался ему очевидною нелепостью; к начальству относился он критически и в домашнем быту он не стеснялся в выражениях относительно батюшки царя и своих духовных начальников. Конечно, он был далек от революционных взглядов, но весьма терпимо относился и к революционерам; может быть, в этом сказывалось влияние Александра Сергеевича. Политическое мировоззрение отца достаточно точно определялось теми кругами, которые представлялись газетою "Русские Ведомости", которую отец неизменно выписывал все годы... Отец был, насколько можно судить, либералом-конституционалистом в хорошем европейском смысле этого слова. И этот либерализм проглядывал и во всех его служебных делах. Он был совершенно чужд всяких расовых предрассудков; совершенно доброжелательно относился к евреям. Возможно, этим объясняется то, что у него крестилось довольно много евреев, что в те годы разрешалось* [145, с. 204].

Маленького Володю никогда не понуждали ходить в церковь. Он втягивался в церковные службы постепенно, учился ценить красоту церковного пения, критически относиться к обрядности церкви, видеть философское зерно веры и религии. Василий Сергеевич, несомненно, был глубоко верующим человеком, но его вера носила философский характер, к обрядовой стороне церкви он относился равнодушно.

Помню, как-то отец, мать и я поехали в Сергиев Посад. Это была своего рода прогулка, которую мы почти ежегодно делали. На этот раз мы остановились в Хотькове, переночевали там и утром пошли к ранней обедне в Хотьковский монастырь. Моя мама была воспитана в твердом выполнении религиозных обрядов. Но стояло чудное летнее утро, солнечные косые лучи яркого утреннего солнца так заманчиво светили через открытые окна храма. Отец постоял немного и шепнул мне, чтобы я шел с ним. Мы вышли из церкви, ушли из монастыря в поле, где пели птицы, цвела и благоухала природа. Отец напевал вполголоса что-то церковное. Я был тогда мал и многого не понимал, но я инстинктивно почувствовал тогда, что Богу можно молиться и славить его не только в церкви, но и в широком просторе лугов, где голубое небо, яркое солнце, цветы и пенье птиц так ярко прославляют его всемогущество [145, с. 205].

Итак, Владимир Васильевич Голубев был выходцем из среды духовенства. Он никогда – даже в самые суровые годы – не скрывал этого, а, напротив, гордился предками. Приведенные выше фрагменты воспоминаний многое объясняют нам. Фактом является то, что до конца дней В.В. Голубев сохранил глубокое уважение к вере, в 1952 г. он писал: *Слово "религия" значит: связь. Какая же это крепкая связь душевных настроений, идейных чаяний человечества различных эпох, различных миропониманий. Уже одно то, что эта связь с давно минувшими эпохами, заставляет не отмахиваться небрежно от этого замечательного памятника напряженного культурного творчества человечества в течение его долгой, трудной и мучительной эволюции* [143, с. 19].

Детство. Гимназия

В июле 1883 г. Клавдия Матвеевна родила первенца. Это был сын Коля, через год он умер. 4 декабря (21 ноября по ст.ст.) 1884 г. в Сергиевом Посаде родился Володя – Клавдия Матвеевна была у родителей, а Василий Сергеевич с нетерпением ожидал ее и сына в Волоколамске, коротая время за диссертацией. В 1886 г. появился еще один ребенок – Вася, скончавшийся сразу после преждевременных родов. Больше детей не было. Володя рос один. Он был очень худым в детстве, но болел редко.

О своем здоровье в семье Голубевых вообще говорили мало – лечиться не любили, к врачам и лекарствам относились легкомысленно. Когда заболевал Василий Сергеевич и врач прописывал ему микстуру, тот начинал ее принимать, но с одной ложки вкус распробовать не мог, принимал вторую, третью и выпивал в один присест весь пузырек. Если в это время рядом был домашний учитель Володи, то микстуру пили вдвоем и обсуждали действие составляющих ее препаратов.

20 ноября 1885 г. умерла Надежда Кондратьевна Кузьмина, и весь

уклад жизни оставшегося без жены Матвея Кузьмича рассыпался; отца Клавдии Матвеевны перевезли в Волоколамск. Началась самостоятельная жизнь Голубевых; через четыре года они переехали в Москву.

Детские игры Володи разделялись на летние и зимние. Лето почти все время проходило в общении с ребятами на улице. Зимой гулять одного не пускали, приходилось искать развлечения дома. В 1890 г., когда Василий Сергеевич уехал к брату в Орел, Володя в журнале "Нива" увидел рисунок морского порта с пароходами. В кабинете отца, который теперь изображал морской порт, Володя пытался строить корабли из окрашенных в черную краску планок, трубами служили отстрелянные револьверные патроны. Позднее неотразимое впечатление на него произвели рисунки в "Ниве", изображавшие броненосец "Петр Великий" на ходу и внутренность бронированной башни "Петра Великого" с двенадцатидюймовыми орудиями. После этого Володя постоянно мастерил "Петра Великого" из попадавших в руки обрезков досок; матросы вырезались из картона. Видя увлечение сына, Клавдия Матвеевна подарила ему столярные инструменты. *Такою стройкою я и развлекался дома зимою; конечно, при этом до известной степени привык пользоваться инструментами и с тех пор не могу себе представить, как можно жить, не имея молотка, клещей, пилы, рубанка, гвоздей и т.п. Где бы я ни жил, с этого начиналось мое обзаведение хозяйством* [145, с. 212].

Осенью 1891 г. по рекомендации Александра Сергеевича Голубева Володе был взят домашний учитель – студент медицинского факультета Московского университета Ферапонт Иванович Булгаков. К этому времени Володя уже умел читать, считать и писать; перспектива регулярных занятий его огорчала – он говорил: "*учить меня незачем, так как я и так умен*" [145, с. 165].

К 1893 г. относится знакомство Володи с книгами Ж. Верна. В книжном магазине Вольфа в виде премии давали роман Ж. Верна тем, кто покупал учебников не менее, чем на 6 рублей. Один из старших приятелей Володи, учившийся в духовном училище, получил таким образом "Дети капитана Гранта", но сам не увлекся, отдал Володе. В следующем году Василий Сергеевич выписал журнал для юношества "Вокруг света" – 12 томов его приложений включали романы Т.М. Рида. *И Майн Рид мне тоже очень понравился, но менее Жюль Верна; у Майн Рида не было кораблей и морских приключений. С чтения таких романов началось мое знакомство с литературою, а вместе с тем и любовь и уважение к книге; романы Майн Рида я тщательно хранил, переплел их на деньги, которые мне дали, и из них стал составлять библиотеку; мне купили этажерку, на которой моя библиотека и размещалась* [145, с. 213].

Жизнь в доме Голубевых шла по твердо установленному распорядку. Клавдия Матвеевна непрерывно что-то шила, вязала, устраивала. Василий Сергеевич в свободное от службы время читал. В гости ходили редко, в театр еще реже. Строго следили за приготовлением уроков Володи: *приучали к сознанию, что ученье – это не баловство* *и не развлечение, а серьезный труд, к которому надо систематически привыкать. Впрочем, ученьем не злоупотребляли; на праздниках и летом я был совершенно свободен и никакой учебой не занимался. Все это выработало во мне твердые привычки к систематическому труду, но зато рос я мальчиком диким, к обществу приучен не был и вести себя благовоспитанным светским мальчиком не умел* [145, с. 191].

В воспоминаниях Владимира Васильевича Голубева главное место отводилось отцу. Василий Сергеевич был человеком сложным. Приучившись в академии пить, он долго не мог справиться с этой привычкой, доставил много горя Клавдии Матвеевне. Но личностью он был интересной. От него Владимир Васильевич унаследовал живость темперамента, экспрессивность, грассирование. Так же как отец, Владимир Васильевич любил цветы и сам разводил их на даче.

Моим первым и самым близким учителем, влияние которого сформировало мое мировоззрение и направило в значительной мере всю деятельность, был моей отец. Ему я обязан интересом к точным и естественным наукам. Я с малых лет слышал его восторженные речи о его учителе знаменитом историке В.О. Ключевском.

В памяти четко сохранилась весна 1889 г. Мне было четыре с половиной года, когда отец подарил мне большое деревянное яйцо, в котором были луна в виде подковы и магнит. Должно быть, этот подарок произвел на меня сильное впечатление. Это было мое первое знакомство с физикой. Затем появился элемент Грене, модель электродвигателя, спираль Румкорфа, гейслеровы трубки, астрономическая труба, маленький микроскоп, книги по астрономии, по ботанике, по истории Земли. Отец водил меня на Шелепиху, где были прекрасные отложения юрских глин с окаменелостями, белемнитами, аммонитами и т.д. Когда я окончил гимназию, то получил в подарок от отца вышедшие в то время три толстенных тома физики Хвольсона[1].

Вместе с этим систематически прививалось великое уважение к мощи человеческого ума, к знаниям, к точным наукам, мерою и числом изучающим окружающий нас мир. Это было первое, что я получил от отца.

Второе – это глубокое уважение к Московскому университету. Это пришло ко мне через отца от его брата, моего дядюшки... От него отец, а за ним и я впитали глубочайшее почтение к Московскому университету как рассаднику независимости, свободной мысли. Помню, еще совсем маленьким карапузом, когда я проходил мимо университета, я с благоговением смотрел на его стены. Великому уважению к свободной университетской науке я тоже научился у моего отца.

---

[1] Видимо, речь идет о "Курсе физики" О.Д. Хвольсона (2-е изд. 1900–1905).

И третье – ежедневные беседы за вечерним чаем. Это был своеобразный политчас. Обсуждались и международные, и внутренние новости, начиная от дела Дрейфуса и обстоятельств смерти президента Феликса Фора и кончая мошенничеством московского оберполицмейстера Власовского, из-за чего, как тогда говорили, случилась знаменитая "Ходынка" В выражениях тут не стеснялись. Например, когда приехала из-за границы гессенская принцесса, будущая императрица, то отец не без юмора говорил, что прилетела "гессенская муха" Из этих бесед я вынес весьма критическое отношение ко всякого рода авторитетам и еще более критическое отношение к печатному слову.

Если к этому еще прибавить привычку к твердой дисциплине, значительную долю житейской практической цепкости, которые я, несомненно, получил от моей матери, мологской крестьянки, то это и есть тот житейский багаж и начальная зарядка, которую мне дала семья и прежде всего мой незабвенный первый учитель, мой отец [107, с. 174].

Дети духовенства обычно получали духовное образование. Поэтому считалось естественным, что Володя будет учиться в Заиконоспасском духовном училище (располагалось на Никольской улице), а затем в Московской духовной семинарии. Такой перспективой и сам Володя был доволен. Василий Сергеевич представлял недостатки духовной школы, но считал, что по сравнению с гимназией, в ней больше свободы и либерализма, *что там учат без хитрости, но прочно, мудростям большим не научают, но и детей не калечат, не воспитывают чиновников, человека в "футляре"* [145, с. 218]. Однако Василия Сергеевича поколебали в таком мнении – во-первых, прошло время, когда в гимназиях, согласно введенному реакционным министром Толстым порядку, изучение естественных наук заменялось преподаванием латинского и греческого языка, когда были приняты все меры против вольнодумства, а, во-вторых, так как в гимназиях учились и разночинцы, и купцы, и духовные, то там не существовало никакого деления на "белую" и "черную кость". Решили учить Володю в гимназии, что поначалу повергло его в слезы, но уже после первой четверти Володя стал вторым учеником в классе.

В 1895 г. поступил в первый класс Московской первой мужской гимназии, которая помещалась на Волхонке около Пречистенских (ныне Кропоткинских) ворот. Среди учителей гимназии были замечательные педагоги: Сергей Михайлович Бородин (учитель русского языка в младших классах, автор широко распространенного учебника русской грамматики), Виталий Осипович Эйнгорн (учитель истории), Петр Николаевич Поляков (учитель арифметики в младших классах, автор ряда пособий по математике) и другие. Особое влияние на развитие интересов к науке оказали учитель математики в старших классах Федор Семенович Коробкин, широко образованный математик и прекрасный педагог, и, конечно, мой отец, который интересовался астрономией и естественными науками – геологиею и ботаникою [118, с. 1].

Как-то сложилось, что старая средняя школа, гимназия, в воспоминаниях своих бывших питомцев окрашена какой-то черной, мрачной краской. Мне в этом отношении, несомненно, повезло. Не все, но очень многое, в моих воспоминаниях рисуется в самых светлых тонах. И, прежде всего – здоровое влияние коллектива, дух здорового товарищества, с его презрением ко всякого рода "подлизам" и "подлипалам" – беспринципным карьеристам в жизни, и с ненавистью к "ябедникам" и "предателям" Это было неплохое воспитание коллектива [107, с. 174–175].

Василий Сергеевич и Клавдия Матвеевна прилагали все усилия к тому, чтобы создать Володе самые лучшие условия для занятий. *С исключительным самоотвержением моя мама в течение всего учебного времени никуда не ходила – ни в театр, ни в гости, чтобы не создавать у меня никакого чувства недовольства и зависти. В театр ходили только на праздниках, на Рождестве, на Масленице. Пасха считалась праздником уже весенним, когда театры не посещаются. Жизнь шла необычайно точным и размеренным темпом* [145, с. 268].

Уроки Володя обычно готовил самостоятельно, но по латыни, закону божию и с третьего класса по греческому языку с ним занимался отец, доставляя муки себе и сыну. *Учитель он был нетерпеливый, объяснял тонкости латинской и греческой грамматике неясно, увлечь меня филологическими тонкостями не мог; с другой стороны, и я никакими способностями к изучению иностранных языков не отличался, гуманитарные науки и, особенно, языки меня совершенно не интересовали. В результате всего этого было то, что начинался крик и брань моего папы, я горько плакал и вообще терял всякие остатки здравого смысла и понимания чего-нибудь, отец окончательно выходил из себя, дергал меня до крови за уши, шлепал по затылку* [145, с. 269–270]. В это время внизу за рукоделием сидела Клавдия Матвеевна (занятия проходили на втором этаже) и иногда пыталась вмешиваться, защищать сына – в нее сверху летели книги (чаще всего, грамматика латинского языка Никифорова или увесистый латинский словарь Кронеберга) и даже поленья.

Постепенно Василий Сергеевич давал все большую свободу Володе, а с пятого класса не занимался с ним вовсе – только следил, чтобы занятия шли регулярно и выполнялись добросовестно. Это имело результаты. *Достаточно сказать, что за все время пребывания в гимназии я ни разу не воспользовался подстрочниками, которые продавались по всем переводам, которые мы делали, не списал ни одной задачи, хотя иногда и плохо готовил уроки и ничего не знал и пользовался подсказкою. Но к подсказке относился так: подсказка идет на глазах учителя, и, если он этого не замечает, то тем хуже для него. Не зевай! Таким образом выработалась своеобразная этика, которой в значительной степени я обязан отцу. А главное, я ему обязан при-*

вычкою регулярно заниматься; впоследствии она мне очень и очень пригодилась [145, с. 340].

Результаты учебы Володи в гимназии были хорошими – он занимал одно из первых мест в классе, но сам оценивал свои знания весьма скептически: *Несмотря на внешние успехи, нельзя сказать, что я действительно хорошо учился; по-видимому, эти успехи были в значительной степени обязаны легкости мысли и хорошо подвязанному языку, который и тогда вывозил меня в трудных случаях. В сущности, никакими науками я не интересовался, к делу относился легкомысленно, уважение к гимназии и к моим гимназическим учителям растерял и сидел в значительной степени на подсказке* [145, с. 275]. Вот еще высказывание об учебе в третьем классе: *Это было какое-то самое глупое время моей учебы* [145, с. 301].

К гуманитарным наукам Володя чувствовал полное безразличие, хотя читал много (правда, прельщаясь только фабулой, психологических подробностей не замечая). *Читал я в это время*[2] *"Войну и мир" Толстого, но фактически прочел одну "войну", потому что те места, где был "мир" меня совершенно не интересовали, и я их все пропустил* [145, с. 334].

В гимназические годы Володя полюбил театр, хотя бывал там только по праздникам. Дома он построил игрушечный театр – клеил и рисовал декорации, вырезал из картона и раскрашивал действующих лиц, даже провел электрическое освещение (от элемента Грене). Любимцем Голубевых был Ф.И. Шаляпин – о нем бесконечно разговаривали, даже Василий Сергеевич (не имевший права как священник бывать в театре) был в курсе шаляпинских достижений. Володя слушал Шаляпина в "Русалке", "Борисе Годунове", "Псковитянке", "Гугенотах", "Фаусте", "Хованщине". *Я до сих пор помню от всех этих опер одного исполнителя, и это был Шаляпин... Был он тогда начинающим певцом, пел в частной опере в театре Солодовникова на Дмитровке. Слава пришла к нему позднее, но в те годы исключительный талант певца и драматического артиста блистал изумительно ярко. Кажется, я его увидал впервые в "Русалке" Когда в третьем действии на сцене появился оборванный и страшный старик и на реплику князя сказал: "Какой я мельник! Я – ворон!...", то это было полно такого трагизма, что я, мальчишка, который мало что понимал, почувствовал как бы дуновение чего-то высшего – такова власть огромного таланта. Я в ужасе спрятался за спину сидящих впереди* [145, с. 305–306].

Самые глубокие впечатления о времени учебы в гимназии, сохранившиеся в памяти Владимира Васильевича до конца жизни, были оставлены педагогами. Учителя формируют своих подопечных не столько излагаемыми истинами, сколько влиянием своей личности и,

[2] Имеется в виду пятый класс гимназии.

прежде всего, отношением к своему делу. Лишнее тому подтверждение – воспоминания Голубева.

Вспоминаются разнообразные типы преподавателей. Вот, например, "грек" Петр Александрович Каленов, когда-то типичный гуманист, переводчик Шиллера, автор работы "Идея прекрасного в произведениях Шиллера", а в мое время старый, больной, беспомощный человек, доживавший "до пенсии" На уроках у него никто ничего не делал и, однако, из всего гениального эпоса Гомера в памяти уцелели теперь, через пятьдесят лет, вдохновенные рассказы этого параличного старика о хитрости Одиссея, о наивности Полифема. Ведь такое влияние на учащихся чего-нибудь стоит?

А вот еще одно воспоминание. Тоже "грек", но совершенно в другом стиле. Это был застегнутый на все пуговицы, с таким предельным благолепием на лице, которое можно найти только у манекенов, которые в окнах парикмахерских демонстрируют всю прелесть модных причесок, совершенно чеховский "человек в футляре" И вел он себя, как полагается вести "человеку в футляре", твердо упакованному во всевозможные предписания и циркуляры. Но вот однажды мы услышали от этого, казалось бы, безнадежного формалиста, нашего "Петра Ивановича Молчанова" (в довершение всего он был еще и отчаянно картавый) такой рассказ о греческом театре, о греческой трагедии, о ее происхождении и смысле, что прибежав после уроков домой, я постарался на память воспроизвести этот вдохновенный рассказ... Никогда и нигде я не слышал и не читал ничего подобного этому блестящему рассказу [107, с. 175].

Очевидно, жизнь более разнообразна, чем она описывается в литературе: помимо энтузиастов, растрепанных и измазанных чернилами и мелом, и чиновников, без души отпускающих учащимся положенное им по расписанию число уроков, в жизни встречаются гораздо более сложные разновидности, гибриды, чиновники по виду, ученые и, может быть, поэты и мечтатели в душе. Таким и был, по-видимому, Петр Иванович Молчанов [145, с. 350].

Прошло очень много лет, из гимназиста я превратился в старого и больного человека. И в печальные дни болезни я нашел радость и утешение в размышлениях о том, почему в наши дни процветания социалистического реализма в искусстве таким исключительным, несравнимым ни с чем успехом пользуются балеты "Лебединое озеро", "Спящая красавица", "Жизель", "Золушка", блестящее искусство Галины Сергеевны Улановой, Наталии Васильевны Дудинской и других славных мастеров нашего замечательного балетного искусства. Едва ли можно сомневаться, что дальним основанием к этим размышлениям послужил слышанный когда-то вдохновенный рассказ о греческой трагедии учителя гимназии Петра Ивановича Молчанова.

Особенно повезло мне с учителями математики. В младших клас-

сах арифметику преподавал старый учитель, неутомимый и неумолимый Петр Николаевич Поляков. Это была гроза малышей: от страха плакали перед его уроками! Но это была гроза справедливая, беспристрастная и корректная. Он нас научил арифметике, но еще больше научил нас не болтать зря языком, точно и ясно мыслить и говорить.

В старших классах математику преподавал Федор Семенович Коробкин – не только широко образованный и блестящий преподаватель, но и замечательный воспитатель молодежи. Он умел показать ту своеобразную красоту и изящество, которые так пленяют в математике понимающих дело, и попутно, как-то незаметно умел связать математику, ее развитие, ее завоевания с прогрессом человеческой культуры. От него, кажется, уже в пятом классе я услыхал о Николае Ивановиче Лобачевском, гениальном русском ученом, профессоре Казанского университета. Всю мою сознательную научную жизнь он вызывает восхищение несравненной глубиной мысли, предвосхищением того нового понимания математической науки, которая, с одной стороны, привела нас к поразительному миропониманию современной физики, с ее теорией относительности, квантами, микрофизикой и другими откровениями, а, с другой стороны, к необычайному обобщению того материала, который подвергается переработке в современной математике – это всевозможные числа, матрицы, векторы, тензоры...

На уроках Ф.С. Коробкина мы учились не только математике. Он учил нас уважению к своему и чужому мнению, к полнейшей корректности слов и всего поведения, к привычке мыслить не словами, а понимать суть дела, к полному отрицанию всякой формалистики и бюрократизма. А ведь он был у нас не только учитель и классный наставник, но и инспектор гимназии [107, с. 175-176].

С того времени, когда в пятом классе начал вести преподавание Ф.С. Коробкин, Володя Голубев увлекся математикой, в середине учебного года появилась потребность в самостоятельных занятиях. Володя пытался написать по запискам конспект курса алгебры, пройденного с Коробкиным. Вместе с интересом к математике появилась тяга к другим естественным наукам. В результате учеба шла прекрасно – в седьмой класс Володя перешел с наградой первой степени.

Отец подарил мне двухдюймовую астрономическую трубу, в которую я с увлечением наблюдал солнечные пятна, планеты, двойные звезды и т.п. Популярные книги по астрономии, такие как Ф. Клейн "Астрономические вечера" (также подарок отца), Ч.О. Юнг "Солнце", К.Д. Покровский "Путеводитель по небу" и т.п. были излюбленным чтением; летом с увлечением занимался собиранием геологических коллекций по обрывам на Москве-реке. В VII классе с рядом товарищей по классу (Я.И. Смирнов, Кир.С. Милошевич, Конс.Серг. Милошевич (ныне проф. МГУ)) организовали кружок для *изучения астрономии, физики и химии* [118, с. 2]. Собирались дома у Голубевых – Володя "читал лекции" по небесной механике (пособием служила книга В. Мейера "Мироздание", где в элементарной форме дано понятие о законах движения планет), изготавливали фейерверки и бенгальские огни, ставили химические и пиротехнические опыты, которые не всегда заканчивались вполне благополучно.

Прослушав увлекательную лекцию профессора В.К. Церасского, сам построил спектроскоп, в который наблюдал спектры и даже пытался их фотографировать, но неудачно. В то же время познакомился по прекрасной книге Нернеста и Шенфлисса "Основы высшей математики" и с простейшими приложениями к физике и химии. В VIII классе слушал в Московском университете с огромным интересом популярные курсы по теплоте (проф. Холли), по оптике и электричеству (прив.-доц. Цингер) и по химии (прив.-доц. Крапивин). Увлекаясь всеми этими предметами, я весьма мало интересовался историею, несмотря на прекрасное преподавание В.О. Эйнгорна, литературою и, в особенности, древними языками. Впрочем, по строгой домашней дисциплине, занимался всеми предметами достаточно добросовестно [118, с. 2].

Однажды на уроке истории Володя вступил в полемику с Эйнгорном, который сказал, что история – это такой предмет, который всем совершенно необходим, не в пример математике. *"С тех пор, как я кончил гимназию, – сказал Виталий Осипович, – я никогда ни в чем не встречался с алгеброю" На это я встал и возразил, что это не доказательство, что математика не нужна. "Когда я кончу гимназию, я, вероятно, тоже никогда не встречусь с историей", – закончил я. Я был в то время уже вполне определившийся "математик", и Виталий Осипович только с грустью покачал головой. Увы! Много позднее я понял, как я был неправ: всю мою жизнь мне пришлось иметь дело с историей, да еще с какою* [145, с. 389]!

Еще один, казалось бы, незначительный эпизод оставил след в памяти Владимира Васильевича. *В старой "Ниве", несколько переплетенных томов которой было в библиотеке отца, я прочел рассказ "Старинный вальс". Должно быть, в самом рассказе не было ничего особенного, потому что я не помню сейчас ни содержания этого рассказа, ни его автора. Но я очень хорошо помню, что когда я его прочел, то у меня как бы раскрылись глаза, как у Снегурочки, когда она получила дары своей матери Весны. Я неожиданно понял, что в литературе и в жизни есть вопросы гораздо более интересные, чем вопросы, "а что было потом?", "а чем все кончилось?" Что в рассказах помимо сюжета и событий есть человеческая душа, которая думает, стремится, ошибается, любит и ненавидит. И я другими глазами стал смотреть и на литературу, и на жизнь, и на людей, и "новыми языками" заговорило во мне чувство; мой ум увидел вокруг себя такое богатство оттенков переживаний, исканий, душевной* *борьбы, падений и побед, о которых до этого я не мог и мечтать. Это, конечно, был день, когда из ребенка и полуребенка родился юноша, когда детство и отрочество кончилось и наступила юность* [145, с. 347–348].

Теперь по-новому перечитывались романы И.С. Тургенева, И.А. Гончарова, Д.В. Григоровича, Л.Н. Толстого, рассказы А.П. Чехова и М. Горького. Они наполнились содержанием, глубокими мыслями и красотой, будили разум и чувство.

В мае 1903 г. все экзамены на аттестат зрелости Володя Голубев сдал на "отлично" и закончил гимназию с золотой медалью. Ранее в выборе профессии были колебания – хотелось быть то ученым, то инженером. Но в старших классах выбор определился – только математическое отделение физико-математического факультета Московского университета. Прием заявлений начинался 15 июля, никаких вступительных экзаменов не было – студентов набирали по аттестатам.

Наталья Перешивкина

Летние каникулы Володя проводил с родителями в с. Всехсвятском (сейчас в черте Москвы), Голубевы снимали у друзей часть дачи (мезонин из трех небольших комнат с террасой и кухней). Так было и после 6-го класса гимназии. К обычным удовольствиям привольной летней жизни в этом году добавилось еще одно – отдыхавшей на дачах молодежью были организованы любительские спектакли под руководством студента, а затем артиста Художественного театра Е.Е. Рудакова. Сначала поставили водевиль "Барышня с телефоном", в котором Володя играл роль первого любовника. Роль горничной исполняла Наташа Перешивкина, знакомство с которой внесло перемены в жизнь Голубева. Осознание этого пришло осенью, когда начались занятия, но летние знакомства не забывались. Пытаясь найти причину своего беспокойства, Володя размышлял.

А размышлять было о чем; уже давно во мне что-то изменилось, я чувствовал, что около меня чего-то не хватает. Я стал вспоминать, что произошло за последние месяцы, мои встречи, новые знакомства, мои отношения к ним.

И вдруг, я понял, что я навсегда, окончательно и бесповоротно полюбил, что в мою жизнь вошло новое: сильное, молодое, здоровое чувство. Я понял, что с моих первых встреч с Натанею я непрерывно думаю о ней, вспоминаю ее, вижу ее перед собою. Я был бесповоротно влюблен!...

Было жутко осознать в себе это новое, неведомое и неожиданное чувство, чувство ответственности, чувство известного долга перед самим собою, перед своим будущим, перед нею, моею избранницею.

Будущее рисовалось темно и неясно; я понимал, что гимназисту седьмого класса глупо и смешно изображать из себя влюбленного "же-

ниха" Следовательно, надо было ждать и пока что свои чувства, свои планы и надежды держать про себя.

Первая задача была добиться независимого прочного положения; тогда я мог с полным правом просить ее, мою любовь, стать моею женою, мог обеспечить существование нашей будущей семьи. До сих пор главным стимулом к ученью был интерес, который возбуждала наука, смутное сознание возможности самому стать творцом научных идей. Примешивалось к этому и чувство соревнования, желание не отставать от других, до известной степени спортивное чувство, которое естественно является при всяком коллективном деле. Теперь явился новый мощный стимул, заставлявший меня вкладывать в мою учебу упорство и большую настойчивость. Успех здесь сулил мне возможность добиться счастья идти через жизнь рука об руку с Натанею. Несомненно, что это сознание потом очень сильно действовало во время моей учебы и в последних классах гимназии, и в университете, и в первых шагах моей служебной деятельности [145, с. 373–374].

Наташа потеряла родителей в 1893 г., когда ей было 7 лет и воспитывалась в семье дяди отца – К.И. Тугаринова, биржевого старосты, имевшего связи и родственников среди купечества. После смерти Тугаринова в 1900 г. Наташа с сестрой и братом жила в семье тети – Розы Карловны. Тетя Роза воспитывала строго – Наташа обычно сидела дома, только по праздникам ходила в церковь. Поэтому летом репетиции спектаклей были для Володи Голубева единственной возможностью видеть Наташу. В учебное время можно было "случайно" встретить Наташу, возвращавшуюся из школы домой на Цветной бульвар. Кроме того, Володя, зная, что там будет Наташа, не пропускал лекций по географии, которые читал в аудитории при Историческом музее учитель С. Меч.

Володя тщательно скрывал свои чувства от домашних, опасаясь запрета встреч. Он справедливо полагал, что только прочное материальное положение может дать независимость от воли родителей. Нужно было терпеливо ждать.

Но выходило так, что свои чувства я должен был скрывать и от Натани. В самом деле, что же я мог ей предложить, руку и сердце недоучившегося мальчишки-гимназиста? Мне казалось совершенно очевидным, что и Натаня, естественно, могла только посмеяться над таким поклонником.

О возможности поверхностного ухаживания, легкого флирта я и не думал. Мои планы были весьма отдаленные, но совершенно серьезные. Задача была – устроить мою личную жизнь, создать счастье целой жизни, Натаниной и моей. Таким образом, я поставил перед собою задачу не очень простую, но, поставив ее, настойчиво приступил к ее решению [145, с. 376].

Между тем дома стали догадываться об увлечении Володи. Мать пыталась внушить ему, что не стоит жениться рано, отец говорил о ма-

Владимир Васильевич с женой Натальей Сергеевной (1906 г.)

териальных соображениях (забывая о своем собственном жизненном опыте). Это возмущало Володю, отчуждало от родителей.

Следующее лето Володя был с мая на даче, а Наташа оставалась в Москве. Она сказала, что на лето задано перерешать много трудных задач из задачника Верещагина. *Так как она ни большого интереса, ни уменья к их решению не обнаруживала, то перспектива сидеть за решением задач летом ей не очень улыбалась* [145, с. 393]. Володя радостно ухватился за возможность помочь Наташе – он быстро перерешал задачи (правда, методами алгебры). Наташа переделала их в арифметическом стиле и напоследок дала списать подруге – потом учительница решила, что списала, конечно, Наташа. *Для поднесения задач Натане я их тщательно переписал на больших листах и в конце приписал в виде заключения: "Конец – делу венец" Соль была в том, что сам для себя я этот конец немного переделал, переставил только тире, но тогда получилось: "Конец делу – венец" О таком "венце" при венчании я, конечно, и мечтал при решении задач для Наташи* [145, с. 394]!

В 1904 г. Наташа заканчивала частную профессиональную школу, предстояли экзамены на звание учительницы начальных классов. Обладая художественными способностями, она думала о поступлении в школу рисования, но материальное положение вынуждало работать – предлагалось место городской учительницы или учительницы рукоделия. Обретя в лице Володи Голубева близкого друга, Наташа, придя на свидание, обратилась к нему за советом и полностью выполнила пожелание Володи: он рекомендовал выбрать преподавание рукоделия, так как оно отнимет меньше времени и можно будет готовиться к поступлению на Высшие женские курсы Герье[3].

По рекомендации Володи Наташей были прочтены "Астрономические вечера" Клейна, и астрономия предполагалась в качестве основной специальности. Однако, по словам Наташи, профессор Штейнберг читал свой курс вяло, не увлек ее, поэтому планы изменились – была выбрана физика. Володя помогал Наташе решать задачи, она добросовестно прорабатывала научные идеи. Математику сдавала Б.К. Млодзеевскому, получила похвалу. Профессор интересовался: "У кого вы учились?". Наташа назвала свою учительницу. "Такой не слышал", – отметил Млодзеевский. Не могла же Наташа сказать, что учителем был его университетский воспитанник[4].

Так научные интересы Голубева в некоторой мере вошли в жизнь Натальи Сергеевны. Она даже думала о диссертации по занимавшей тогда умы теории относительности Эйнштейна. Однако семейные заботы постепенно взяли верх.

Отношения Володи и Наташи прошли определенные испытания – родителям Володи в анонимном письме было сообщено о них, несколько месяцев встреч не было – Володя держал данное матери обещание, но потом появился "конспиративный" университетский адрес для писем... Окончательное объяснение произошло в январе 1905 г., когда Володя и Наташа решили в будущем стать мужем и женой.

Наталья Сергеевна и Владимир Васильевич поженились в 1909 г., когда Володя уже закончил университет и давал уроки, которые позволяли жить самостоятельно. Венчались 1 июля в церкви Сошествие Святого Духа, где служил Василий Сергеевич (но сам отец не имел права венчать детей – "чтобы не было принуждения"; поэтому венчал двоюродный брат Володи). На той же площади стоял храм Христа Спасителя (Спасский собор), построенный в память победы над Наполеоном. Голубевы жили почти напротив церкви – у них состоялся праздничный ужин. На венчание молодые прибыли в обитой белым шелком карете – лошади в белых попонах, кучер в белом кафтане,

---

[3] Женские курсы создавались в 1872 г. под наблюдением профессора В.И. Герье и под личную ответственность ректора Московского университета историка С.М. Соловьева. Курсы неоднократно закрывались в связи с очередным пересмотром вопроса о высшем женском образовании. Наконец, в 1900 г. в Москве учредили высшее женское учебное заведение университетского типа, где читали лекции С.А. Чаплыгин, В.И. Вернадский, И.В. Цветаев, Н.Д. Зелинский, А.А. Мануйлов, Б.К. Млодзеевский, А.В. Цингер. С 1905 г. выборным директором курсов стал С.А. Чаплыгин, он возглавлял курсы до 1918 г., когда они были слиты с Московским университетом.

[4] Сведения о жизни Натальи Сергеевны почерпнуты из ее воспоминаний [162].

лакей в белой ливрее; в руках невесты – белые розы. И, как символ розовых надежд, дорожка из розового атласа.

Очень трудно стоять и чувствовать, что все на тебя смотрят, как на какого-нибудь слона. Это я очень хорошо испытывал два раза в жизни: во время венчания и позднее, во время защиты диссертации. Но на защите диссертации можно хоть говорить, а во время венчания говорить нечего. Проделывают над тобою различные манипуляции, ведут на шелковый плат, надевают кольца, венцы, поят красным вином, водят вокруг аналоя, а ты молчишь и только молишь Бога о будущем счастье, если не совсем потеряешь перед этим голову [145, с. 795].

Так начиналась совместная жизнь, продолжавшаяся 45 лет. Наталья Сергеевна была верным спутником Владимира Васильевича – спутником, любимым до конца дней.

Владимир Васильевич Голубев обладал большой жизненной силой и, кроме того, был удачлив. Потому судьба его сложилась счастливым образом: он связал жизнь с женщиной, которую любил, и занимался любимым делом, находя признание и высокую оценку своего труда. Как и должно быть, обе стороны жизни оказывали благоприятное взаимное влияние: понимание и доверие дорогого человека создавали психологическую атмосферу удовлетворенности и ясности души – основу напряженного творческого развития, а успешная работа приносила глубокое содержание в семейную жизнь и давала ей прочное материальное обеспечение.

Каждый человек должен быть поэтом, каждый должен писать своею жизнью поэму своей жизни. И у каждого поэта должна быть муза. Я счастлив тем, что в моей жизни Наташа была моею музою. Никогда не тянула она меня в болото мелких житейских интересов; в самые трудные минуты была она мне вдохновительницею и опорою. Счастлив тот, кто с возвышающей его музою пройдет жизнь, и такое счастье довелось мне испытать [145, с. 634]!

Студенческие годы

Я ясно вспоминаю теплый, ясный и погожий день первого сентября 1903 г., когда я студентом-первокурсником впервые переступил славные ступени Московского университета. И этот день дал мне радость, радость, которая не забылась до сих пор.

Одной из лекций в этот день была лекция незабвенного моего учителя Болеслава Корнельевича Млодзеевского. Он говорил о достоинстве науки, об обязанностях и достоинстве ученого. Впервые здесь мы, студенты первого курса, почувствовали, что будем и должны быть не механическими исполнителями какой-то сложной вычислительной работы, а творцами культуры, потому что наука без культуры существовать не может. Понятное дело, детали давно забылись, но чувство радости, чего-то светлого, осталось от первого дня пребывания в университете у меня на всю жизнь [107, с. 176].

На первом курсе состав преподавателей был прекрасным: математический анализ читал вместо умершего Н.В. Бугаева его ученик Л.К. Лахтин; аналитическую геометрию – Б.К. Млодзеевский (он же вел упражнения); элементарную математику (в нее входили теория детерминантов, сферическая тригонометрия и общие свойства многочленов) – А.К. Андреев; физику – Н.А. Умов; начертательную геометрию – Н.И. Мерцалов. Практические занятия по анализу вел только начинавший тогда свою педагогическую деятельность И.И. Жегалкин, семинар по физике вел А.В. Цингер. Обязательной для математиков была химия – ее преподавал И.А. Каблуков. Кроме того, настоятель университетской церкви профессор Елеонский читал богословие.

Студенческими делами на нашем факультете ведал инспектор Смирнов... Помню, когда я пришел за несколько дней до начала занятий к нему записаться на лекции и получить расписание, он очень меня удивил. Узнав, что я окончил гимназию с золотою медалью, он, спросил, буду ли я подавать прошение об освобождении меня от платы за учение, которая в то время состояла из взноса в пользу университета (25 рублей в семестр) и из платы за курсы по 1 рублю за недельный час занятий. Всего выходило рублей 90–100 в год. Я, естественно, думал, что освобождаться от платы должны неимущие, а не медальеры и ответил ему, что я буду вносить плату за ученье, так как мой отец в состоянии платить [145, с. 433–434].

Голубев учился с большим интересом, он относился к той части студентов, которые перерывы между занятиями проводили у доски, обсуждая лекции, споря и разбирая задачи. Экзамены он сдавал успешно. Приведем фрагмент воспоминаний об экзамене по аналитической геометрии весной 1904 г.

Млодзеевский славился как свирепый, язвительный экзаменатор. Мне достался какой-то вопрос из общей теории кривых 2-го порядка. Так как мне показалось, что в билете не было указано достаточно точно, с чего надо начинать, то я готовил и все вспомогательные вопросы, относящиеся к билету. Естественно, подготовка затянулась. Млодзеевский, посмотрев в мою сторону, заметил язвительно: "Что-то там долго готовятся!" Но я этого замечания к себе не отнес.

Я закончил свой вопрос и спокойно отправился отвечать Болеславу Корнельевичу. И вот тут-то я попал в переделку. Очевидно, я готовился слишком долго, так что на это обратил внимание Млодзеевский. Он, вероятно, решил, что слишком длительная подготовка была оттого, что я плохо знал предмет, и решил меня провалить.

Все, что я отвечал Млодзеевскому, вызывало с его стороны изумление, недоуменное пожатие плечами, как будто я говорил ни с чем несообразные нелепости. А пан Млодзеевский умел разыграть комедию. Вероятно, если бы я был человек более нервный и менее уверенный в себе, я провалился бы самым позорным образом. Но, на мое счастье, издевательский тон Млодзеевского вызывал с моей стороны только раздражение; так раздраженным и приподнятым тоном я

Перед поступлением в Московский университет (1903 г.)

и отвечал на все вопросы, которые Млодзеевский сыпал на меня. Наконец, он сказал: "Довольно!".

Я встал в крайнем недоумении – с одной стороны, я твердо знал, что отвечал правильно, а, с другой стороны, не менее ясно видел, что ко всем моим ответам Млодзеевский относится как к невежественному и безграмотному лепету. Я задержался около стола и через плечо Млодзеевского смотрел, какую он мне ставит отметку. Он поставил "пять", а затем, обернувшись, язвительно спросил: "А Вы что же думали? Два?" Я ему на это ответил, что я ничего не думал, а только удивлялся всему, что было на экзамене [145, с. 457–458].

По всем предметам Голубев получил "отлично". А в целом отсев после сессии был колоссальный: на второй курс из 293 студентов перешли только 93.

Еще в гимназические годы Владимир Голубев занимался репетиторством – в восьмом классе он давал уроки четверокласснику. Это был общепринятый у гимназистов способ подзаработать немного денег. В студенчестве Владимир занимался с детьми немецкого коммерсанта Э.А. Купфера на очень выгодных условиях (1,5 рубля в час) и стал в этой семье своим человеком. Летом 1904 г. Купферы собирались на курорты Германии и предложили Володе ехать с ними, чтобы заниматься на каникулах. Таким образом, сдав досрочно экзамены в университете, Голубев с середины мая до начала августа жил в Берлине, на курортах под Франкфуртом, в Висбадене. Приходилось осваивать манеры поведения в обществе, учить немецкий язык (Володя специально покупал для этого романы немецких писателей).

На обратном пути в Россию на границе произошел небольшой инцидент. *Конечно, мы прошли все таможенные формальности; наши чемоданы раскрывали, проверяли и в них ничего не нашли. Но у меня на шее под рубашкою висела связка нелегальщины: несколько номеров заграничного "Освобождения", которое издавал Струве*[5]*, и книга Толстого "Евангелие". После таможенного досмотра я решил, что*

---

[5] Один из лидеров кадетов, теоретик "легального марксизма" П.Б. Струве был редактором журнала "Освобождение".

всякая опасность миновала и ушел в вагоне в уборную, расстегнул рубашку, стал доставать пук нелегальщины, но в это время дверь отворилась и просунулась голова кондуктора; я был, можно сказать, пойман на месте... Кондуктор посмотрел на меня, потом затворил дверь и ушел. Тем весь инцидент и окончился. А ведь за "Освобождение" Струве людей в те времена отправляли в ссылку [145, с. 491–492].

Студенческие годы

На втором курсе добавились новые предметы: астрономию читал В.К. Церасский; дифференциальную геометрию – Д.Ф. Егоров; теоретическую механику – Н.Е. Жуковский (на третьем курсе его сменил С.А. Чаплыгин). Впрочем, механика в те годы мало занимала Голубева. Позднее он писал о Жуковском: *Я вполне оценил то, что он внес не только в конкретное содержание науки, но и то, что он внес как учитель, только через очень много лет после окончания университета. Я окончил университет в 1908 г., а идеи Жуковского вполне стал понимать, начиная с 1925 г. Так, влияние учителя, если оно не сказывается сразу, передается впоследствии, но тем не менее пример этого учителя оказывается весьма действенным* [107, с. 180].

Владимир Васильевич Голубев поступил на физико-математический факультет Московского университета в то время, когда на математическом отделении произошли глубокие изменения в составе преподавателей и в характере преподавания: сильнее стала проявляться тенденция "осовременивания" курса математики. Так, Б.К. Млодзеевский начал чтение курса теории функций действительного переменного, а с приходом в университет И.И. Жегалкина теория функций комплексного переменного становится постоянно читаемым курсом. Студенты-математики уже на первом курсе знакомились с теоретико-множественными понятиями и методами, уже в первом семестре (на лекциях Л.К. Лахтина по анализу) – с голоморфными, мероморфными, целыми трансцендентными функциями. Все более массовым становится вовлечение студентов в научную работу, участие их в научных семинарах, организованных в Московском университете впервые Б.К. Млодзеевским и Д.Ф. Егоровым.

В.В. Голубев был одним из тех, на кого эти веяния оказали сильное влияние. Его научные интересы в конечном итоге *склонились полностью к занятиям математикою, чему, несомненно, много способствовали прекрасные лекции по математике профессоров Л.К. Лахтина и, особенно, профессора Б.К. Млодзеевского, лектора совершенно исключительного* [118, с. 3]. Но на первых порах колебания в выборе специальности оставались: сохранялось увлечение физикой.

В 1905 г. Голубев был студентом второго курса. Революционные события не прошли мимо него – молодой Голубев принимал участие в сходках, демонстрациях, похоронах Баумана. Он знакомился с революционной литературой, внимательно прочел "Манифест коммунистической партии" К. Маркса и Ф. Энгельса, а также ряд популярных изданий с изложением учения К. Маркса[6] . Как пишет Владимир Васильевич, он "*даже считал себя социал-демократом*" [118, с. 3], хотя позднее очень сдержанно характеризовал свою причастность к политическим событиям студенческих лет: *В последнем письме Наташе я между прочим писал, что я "сочувствую" общественным настроениям и "по мере сил стараюсь помогать". Первое было несомненною истиною, поскольку я знал об общественных настроениях, я действительно сочувствовал всем демократическим и либеральным начинаниям, но о социализме я имел самые туманные представления. Что же касается "помощи", то, конечно, я ровно ни в чем никому не помогал* [145, с. 529]. Дальше политических споров дело не шло. *И это было не случайно; дело в том, что я считал, что такими делами надо заниматься людям, подготовленным к политической деятельности, понимающим толк и специалистам. Бестолковый энтузиазм я вообще отвергал, а себя считал к политике неподготовленным, и поэтому выступать где-нибудь считал нерациональным; кроме того, вообще считал науку более важною, чем политика, а потому находил более полезным для себя, да и для других заниматься математикой, а не политическими делами* [145, с. 530–531].

Осенью 1905 г. ввиду активного участия студенчества в политических сходках и демонстрациях университет несколько раз закрывался – занятия возобновились лишь в апреле 1906 г. Беспокоясь о судьбе Лузина[7] и желая активизировать его научные занятия, Егоров напра-вил Лузина в Париж, придав ему в спутники студента, уже бывавшего за границей и владевшего языками – это и был Голубев.

В течение полугода (с декабря 1905 г. по май 1906 г.) Голубев слушал в Сорбонне лекции Э. Гурса (интегральное исчисление), П. Аппеля (математика, общий курс для естественников и физиков), А. Пуанкаре (разложение пертурбационных функций в задачах небесной механики), П. Пенлеве (механика), Л. Раффи (уравнения с частными производными), Ж. Дарбу (теория поверхностей), Э. Бореля

---

[6] В домашней библиотеке Голубевых до сих пор хранятся наиболее ранние дореволюционные издания произведений К. Маркса, Ф. Энгельса.

[7] Голубев вспоминал, что Лузин в то время жил "в одной комнате с революционером террористического толка" [145, с. 649].

(специальный курс по теории целых функций), а также в Колледж де Франс лекции Ж. Адамара (уравнения математической физики).

Подготовка моя была не очень большая и поэтому курсы Poincaré, Hadamard'а и Borel'я я понимал плохо; зато более элементарные курсы Goursat, Appel'я, несомненно, принесли мне большую пользу. Но, главным образом, на этих лекциях я учился французскому мастерству читать лекции. Конечно, и во Франции не все лекторы читают блестяще, но в общем курсы стояли на очень высоком уровне и по содержанию, а некоторые, как например, курс Hadamard'а или Appel'я и по мастерству изложения; с ними из наших московских математиков, пожалуй, можно сравнить только Млодзеевского, который, действительно, исключительно художественно читал у нас аналитическую геометрию [145, с. 597].

Лекции в Сорбонне были открытые – для всех желающих. Это было одно из постановлений Конвента; замечу, что после Октябрьской революции двери наших университетов были для всех открыты (с 1919 г.), но такой порядок просуществовал только до 1923 или 1924 года.

Общие курсы в Сорбонне читались в прекрасных аудиториях, носивших имя крупнейших французских ученых. Эти аудитории были украшены стенною живописью, изображавшею пейзажи, стада коров и т.п. Но, несмотря на свободный вход, в аудиториях народу было немного; преобладали мужчины, но было на отдельных курсах и довольно много дам...

Впрочем, без регистрации и бесплатно в Сорбонне можно было посещать только общие курсы; для того, чтобы посещать упражнения и пользоваться библиотекою Сорбонны, надо было иммартикулироваться и внести некоторую плату. Я и Н.Н. вначале не иммартикулировались и для занятий ходили в библиотеку St. Geneviev; расположена была эта библиотека недалеко от нас на Rue Sufflot около Пантеона и напоминала нашу Московскую Румянцевскую библиотеку, где теперь библиотека им. В.И. Ленина. Она была открыта для всех, совершенно бесплатна, но работать в ней было не очень удобно: математическою литературою, особенно иностранною, она была не очень богата, а читающих всегда было много, так что иногда было трудно найти свободное место [145, с. 607–608].

В конце января Голубев и Лузин через русское консульство получили пропуск в Национальную библиотеку, располагавшую самым богатым книжным фондом. Но для работы она тоже была неудобна, так как приходилось далеко ездить. Поэтому когда Голубеву отец перевел деньги, он, уплатив 30 франков, получил право заниматься в прекрасной библиотеке Сорбонны, расположенной в двух шагах от снимаемой комнаты.

В Сорбонскую библиотеку я ходил ежедневно. Там, в уютном кресле, в роскошном зале было чрезвычайно приятно заниматься изу-

чением математических сочинений, но, сверх того, было чрезвычайно тепло, так как под столами шли батареи отопления. Это было для меня величайшим удовольствием! Дома мы для сокращения расходов жили без отопления: в камине были сложены наши чемоданы, а на улице температура в декабре–январе была очень низкая, около нуля, а иногда был легкий мороз (градуса 2–3). При этом все время, почти без исключения, стоял промозглый туман и сырость. Температура комнат мало чем отличалась от наружной, так как рамы были одинарные и, кроме того, ежедневно открывались на время уборки. Не мудрено, что в комнате был такой пронизывающий сырой холод, что мы сидели в пальто, в пледе, а на пол клали подушку, чтобы немного согреть ноги, нахолодившиеся в отсыревших башмаках. Так что в Сорбонскую библиотеку ходили не только читать, но и сладко подремать в теплоте [145, с. 608–609].

В Париже Голубев жил по твердому распорядку – утром слушал лекции в Сорбонне или в Коллеж де Франс, после обеда ходил по городу или писал письма, с 5 до 9 вечера занимался в библиотеке. Лузин вел себя иначе: *Н.Н. иногда работал всю ночь, часов до 5 утра; а иногда бывало и так: утром я встаю и собираюсь пить кофе, а Н.Н. только еще собирается ложиться. Кофе он иногда пил, когда я заходил домой перед обедом. Зайдешь домой, чтобы оставить тетради с записями лекций, а Н.Н. сидит в позе Мефистофеля М.М. Антокольского – растрепанный, неумытый и неодетый, завернутый в одеяло, и пьет кофе, конечно, совершенно холодный, так как его подавали нам обоим к 8 часам утра. Работал он в то время исключительно много, но регулярного образа жизни не признавал.*

Жили в общем впроголодь. Обеда нашего едва-едва хватало до вечера; к вечеру испытывали сильный голод, поэтому за вечерним чаем потребляли массу хлеба. Обычно покупался хлеб из двух батонов длиною чуть не в аршин; за чаем мы его и съедали [145, с. 617].

В Париже Владимир Васильевич вел обширную переписку и прежде всего с Наташей. Наташа писала о своем увлечении политической деятельностью – под влиянием старшей сестры она все больше изучала социально-политическую литературу, занималась ее распространением, посещала революционные кружки. Во многих вопросах взгляды Володи и Наташи расходились, но, несмотря на споры и даже конфликты, письменное общение в конце концов сближало их. Василий Сергеевич Голубев тоже был захвачен политическими делами. Он оставался сторонником конституционно-демократической партии (кадетов), на одном из собраний по выбору кандидатов от духовенства в Государственный Совет сорвал кандидатуру троих рекомендованных черносотенцев. *Я, конечно, страшно интересовался российскими и, в частности, московскими делами. Отец сделал очень разумный шаг и хороший подарок: он выписал мне газету "Русские ведомости", кото-*

рые я и начал получать с 1-го января 1906 г., в Париже мы получали газету вечером на третий день... Эта газета давала мне большое удовольствие: читая ее, я как будто не порывал связи с нашими московскими делами и интересами [145, с. 638–639].

Подводя позднее итоги поездки в Париж, Голубев сожалел, что ввиду застенчивости, плохого знания языка, а, главное, из-за необходимости экономить деньги (приходилось "по-провинциальному" пренебрегать даже внешним видом – костюмы были весьма скромны), он и Лузин не ощутили полноты научной и культурной жизни Парижа. *Ни я, ни Н.Н. не смогли использовать чрезвычайно благоприятных обстоятельств и не завели научных знакомств с французскими учеными. Мы ни разу не побывали во французских театрах, как-то совершенно не смогли близко подойти к условиям французской жизни, не сумели даже побывать в окрестностях Парижа, в Версале, в Сен-Клу и т.д.В конце концов мы остались совершенно нетронутыми двумя российскими дичками, провинциалами, которые, как и полагается провинциалам,часто наивно свысока смотрели на окружающую жизнь* [145, с. 590]. В организации научных занятий тоже сказалась неопытность Голубева: *Нельзя сказать, чтобы я за это время приобрел очень много фактического материала; занятия велись не систематически, я хватался и за одно, и за другое, и, возможно, что, оставаясь в Москве, я прошел бы и больше. Но непрерывные, часто весьма интересные беседы, которые я вел с Н.Н. на различные математические темы, дали мне обширный научный кругозор* [145, с. 590]. Во многом, благодаря последнему обстоятельству, пребывание в Париже имело для Голубева "совершенно исключительное значение" [118, с. 3].

Если до поездки с Лузиным за границу мои научные вкусы колебались то в сторону математики, то в сторону физики, то даже в сторону шлифования стекол для астрономических труб, то теперь план мой был совершенно ясен: я решил специализироваться по чистой математике, по теории функций комплексного переменного и по аналитической теории дифференциальных уравнений. Таков был итог этого переходного в моем научном развитии времени [145, с. 686].

После 1905 г. в области физико-математических наук в университете те положительные тенденции, о которых говорилось выше, еще более усилились: часто обсуждались направления и результаты научных школ Парижа и Геттингена. Сказалось увеличение числа молодых преподавателей и студентов, получивших подготовку за границей[8]. Тематика факультативных курсов значительно расширилась. Нема-

---

[8] В университете начали работу в 1906 г. – А.П. Поляков и А.А. Волков (у первого Голубев слушал курс по теории функций комплексного переменного, у второго – лекции по основаниям геометрии), в 1909 г. – Л.С. Лейбензон, в 1910 г. – Н.Н. Лузин, С.С. Бюшгенс, С.П. Фиников, С.Н. Блажко [126].

лое значение имела деятельность в этом направлении профессоров Н.Е. Жуковского, Б.К. Млодзеевского и Д.Ф. Егорова.

Особенно здесь надо отметить совершенно исключительную роль Д.Ф. Егорова: его деятельность как ученого и, еще более, его деятельность как профессора, университетского организатора и учителя сыграла исключительную роль в деле перестройки университетского преподавания в математике. Его многочисленные ученики неизменно получали основательную общую подготовку, отчетливое понимание современного состояния науки, привычку следить по научной литературе за развитием науки и большую инициативу в самостоятельном научном творчестве; для его учеников стало обычаем в самые первые годы после окончания университетского курса, а иногда и во время его прохождения, зарекомендовать себя первым научным почетным трудом или в "Математическом сборнике", или в каком-либо иностранном журнале и серьезным научным докладом в математическом обществе [126, с. 14].

Голубев со второго курса обращался с вопросами к Дмитрию Федоровичу Егорову, на третьем и четвертом курсе писал студенческую работу под его руководством. *Но вместе с тем я никогда не мог отделаться от чувства какой-то настороженности к Дмитрию Федоровичу. Вероятно, его коробило все мое поведение и мой вид: синие рубашки, которые я носил под студенческою тужуркою в университете, дрянные широкополые "сомбреро" на голове и неопределенный вид социалистически настроенного студента. Сам Егоров был всегда одет по-европейски тщательно – в хороших ботинках, в модном пальто, в котелке; вероятно, отсутствие этого "европеизма" во мне во всем, начиная с костюма и кончая неумением держать себя в обществе, и отталкивали от меня Егорова. Формально я был его учеником, но никогда не был с ним близок, как некоторые из моих товарищей – как И.И. Привалов, В.В. Степанов и другие. У Егорова было какое-то особое, подчеркнутое почтение к крупным ученым. О Гильберте, Пуанкаре, Пикаре, Пенлеве он говорил не иначе, как с каким-то особым придыханием. Мне это казалось совершенно ненужным, и в разговоре с ним я обо всех говорил без всякого излишне подчеркнутого уважения. Вероятно, и это коробило Дмитрия Федоровича. В результате я всегда при встрече с ним чувствовал себя не в своей тарелке; говорил вещи нелепые, вел себя нескладно. Не налаживались у меня с Дмитрием Федоровичем отношения* [145, с. 721].

Тем не менее Егоров всячески поддерживал Голубева – способствовал его научному развитию, ходатайствовал перед руководством факультета о командировании за границу, о назначении стипендии [236, л. 49, л. 40 об.]. Владимир Васильевич сохранил глубокую признательность научному руководителю; он сознавал совершенно особый характер влияния Егорова на формирование стиля его работы.

Очень сильное воздействие оказал на меня мой ближайший универ-

ситетский учитель, незабвенный и дорогой Дмитрий Федорович Егоров.

Знаменитому русскому ученому Пафнутию Львовичу Чебышеву принадлежит утверждение, что систематическое изучение современной литературы мало полезно, так как отвлекает от усиленных самостоятельных изысканий. Сам он так и делал. Будучи прекрасно знаком с трудами Эйлера, Абеля, отчасти Якоби и других математиков до 30–40-х годов прошлого столетия, он совершенно пренебрегал изучением научных направлений более поздних, но современных ему. В 90-х годах он считал бесполезным, и даже вредным, такое научное направление, как комплексное переменное – и это не только после работ Коши, но даже после работ Римана, которые он ставил очень невысоко, после работ Вейерштрасса, Пуанкаре и других современников. Он не признавал эллиптических функций, за что не без оснований упрекал его очень уважавший его Эрмит. Чебышев не проявлял ни малейшего интереса к геометрии, и это после работ Лобаческого, Римана и работ геометров московской школы. Едва ли можно бросать упрек в этом гениальному творцу современной теории вероятностей, современной теории механизмов!

Но quod licet Jovi, non licet bovi[9]. То, что было позволительно такому ученому, как Чебышев, то едва ли было полезно его ученикам. Такая точка зрения легко скатывалась просто на некоторого рода провинциализм, который и сказался в 20-е годы уже XX в., когда из Москвы пришли в трудах Жуковского и Чаплыгина совершенно реальные плоды теории функции комплексного переменного, широчайшие обобщения классического анализа в трудах Н.Н. Лузина и его учеников; физика и, в частности, современная микрофизика показали, что крылось за гениальными идеями Лобачевского, за намеками Римана и за многомерными геометриями, над которыми не прочь пошутить и некоторые современные ученые петербургской школы.

Дмитрий Федорович Егоров был математиком исключительно широких научных интересов и, можно утверждать, энциклопедических знаний в современной ему математике. И это оказывало исключительное влияние на научную молодежь, по крайней мере, два первых десятилетия XX в. в Московском университете. Благодаря ему стало чем-то само собой разумеющимся обстоятельное знакомство с мировой научной литературой, понимание совершенной необходимости, если понадобится, читать научную литературу на любом языке, а если возможно, то и послушать крупнейших европейских ученых.

Я сейчас могу только пожалеть, что влияние на меня такого математика, как Дмитрий Федорович, не было таким сильным, как

---

[9]Латинская пословица: "Что приличествует Юпитеру, то не приличествует быку".

на некоторых моих более счастливых в этом отношении товарищей. И я могу с некоторой горечью сказать, что никогда не принадлежал к его любимым ученикам [107, с. 178–179].

В зрелые годы Владимир Васильевич ставил перед собой вопрос, что же дал ему университет в студенчестве: *Если смотреть с точки зрения приобретения фактического материала, то совсем немного. Все курсы, которые читались в университете, кроме, пожалуй, курсов Дмитрия Федоровича Егорова, были совершенно элементарны. И Лахтин, и Млодзеевский, и Жуковский, и Чаплыгин, и Церасский – все читали элементарно, начитывали немного; никакой погони за тем, чтобы касаться последних достижений науки, не было* [145, с. 719]. Ближе к современным вопросам математики подходили только специальные курсы (Голубев слушал И.И. Жегалкина, А.П. Полякова, А.А. Волкова и Г.Г. Аппельрота). *В результате из университетских курсов, из общения с моими учителями, от занятий в библиотеке, от работы над моим студенческим сочинением и, наконец, из пребывания с Лузиным в Париже я вынес, если и не очень глубокие и обширные научные знания, то, во всяком случае, достаточно широкое научное мировоззрение и определенные научные вкусы* [145, с. 721–722].

Формированию широкого мировоззрения способствовала и организация учебного процесса в университете, создававшего наиболее благоприятные условия для научной работы студентов. *В те времена экзамены были только на первом и втором курсе, и все это вместе составляло, так называемый, полукурсовой экзамен. На третьем и четвертом курсах экзаменов не было, но после четвертого·курса держали уже формально не в университете, а в государственной испытательной комиссии окончательный государственный экзамен. Таким образом, всего в университете надо было сдать пять экзаменов (включая богословие) на первом курсе и пять – на втором курсе. Если к этому прибавить еще, что на третьем и четвертом курсах число обязательных предметов очень невелико (обычно, часов 8 на четвертом), то видно, что студенты были обязательною работою заняты очень мало. Я считаю эту меру чрезвычайно разумною. Конечно, многие этою свободою сильно злоупотребляли, погрязали, например, в давании частных уроков, или поступали на какие-нибудь службы, или просто ничего не делали. Но зато те, которые интересовались наукою и для которых, собственно говоря, все обучение и шло, могли спокойно работать в лабораториях, в библиотеках, изучать научную литературу и, наконец, просто посещать театры, читать изящную литературу, интересоваться общественною жизнью, просто сделаться интеллигентным, культурным человеком. Для очень многих годы студенчества – это было самое светлое воспоминание, самый лучший период жизни, когда человек* *впитывал все лучшее, что давала жизнь, наука, искусство* [145, с. 681–682].

Еще один важный момент университетской жизни выделял Голубев, анализируя формирование и развитие ученого. Это чувство духовной свободы, свободы исследования. *В университете читали люди самых разнообразных политических и научных направлений. У нас эта научная свобода, естественно, не так бросалась в глаза, но, например, на философском факультете, в годы, когда я учился в университете, читали и люди самых правых взглядов, вроде историка Любавского или идеалиста-философа Лопатина, и такие левые, как приват-доцент Покровский, который читал русскую историю с марксистской точки зрения, или анархист Боровой, читавший административное право, или приват-доцент Викторов, историк-махист. Никого из них не "разоблачали" и не "убеждали дубиною по голове". Когда, например, Викторов защищал свою диссертацию "Эмпириомонизм или философия чистого опыта", и его оппонентами были идеалист Лопатин и кантианец Челпанов, то диспут длился с двух часов дня до одиннадцати часов вечера, были ожесточенные споры, но никто не думал "разоблачать" Викторова или Лопатина или применять к ним какие-нибудь "орг-выводы". Университет прививал убеждение в силе человеческой мысли, человеческого слова, а не административного воздействия к "еретикам"* [145, с. 722–723].

В.В. Голубев окончил университет в 1908 г. Его дипломная работа "Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка с неподвижными критическими точками" [119] была отмечена премией им. Д.Д. Гнусина[10]. По представлению Егорова и Млодзеевского [236, л. 41, 41 об.] Голубев был оставлен на два года для приготовления к профессорскому званию. Д.Ф. Егоров предложил назначить ему ту же инструкцию для занятий, которая была утверждена факультетом для Н.Н. Лузина [236, л. 85–86].

Подготовка магистерской диссертации. Начало педагогической деятельности

Как из гимназии я вышел с ясным сознанием того, чему я дальше буду учиться, так из университета я вышел с ясным сознанием того, что я буду делать дальше.

Я хотел учить, но учить, учась сам на разработке научных теорий. Моей любимой специальностью совершенно ясно наметилась красивейшая математическая дисциплина – теория функций комплексного переменного, но не сама по себе, а как инструмент познания окружающего нас мира, связь с которым мне представлялась в виде

---

[10] Д.Д. Гнусин – меценат, пожертвовавший университету значительную сумму денег, проценты с которой предназначались для премий за лучшие студенческие сочинения по математике.

теории дифференциальных уравнений. Аналитическая теория дифференциальных уравнений и была моей первой и, пожалуй, единственной математической любовью.

За большой карьерой я не гнался: идеалом было читать специальный курс по вопросам, которые меня интересуют, в качестве приват-доцента университета, конечно, Московского, любимого [107, с. 181].

А пока В.В. Голубев накапливал педагогический опыт, начав в 1906 г. работу в школах Москвы. Два года он занимался с рабочей молодежью в воскресной школе при фабрике Швартовского, затем вел математику, космографию, а позднее и методику арифметики в частном коммерческом училище А.Л. Плестерер и в частной женской гимназии М.Г. Брюхоненко. Следует отметить проявленное Голубевым с первых лет преподавательской деятельности серьезное и творческое отношение к ней.

Эти занятия дали мне и хорошее знакомство с программами и учебною литературою, а также и умение вести занятия в классе, перед аудиториею; все это привело к тому, что занятия мои в средней школе шли успешно.

Несомненно, что работа в школе, занимавшая много времени (до 30–35 часов в неделю), отрывала меня от научной работы, но, вместе с тем, принесла мне и большую пользу, так как выработала у меня лекторские навыки, уменье подойти к аудитории и держать ее в руках, а также и некоторое административное умение [118, с. 4].

Домашние мои условия были вполне хорошие; работать из-за куска хлеба во время пребывания в университете мне не было нужно. Но и для меня моя специальная выучка, моя профессиональная работа поглощала все мои силы. К этому еще прибавилось большое напряжение сил и огромное количество времени, которые мне приходилось тратить на педагогические дела, на мои уроки. На них я тоже смотрел не столько как на добывание денег, сколько как на профессиональную подготовку, как на тренировку, необходимую для деятельности учителя. Времени на обычную культурную жизнь, на посещение театра, музеев, художественных выставок, на посещение лекций, докладов, наконец, просто на чтение – не хватало [145, с. 806–807].

В центральном государственном историческом архиве г. Москвы сохранилось несколько документов, в том числе два отчета о работе Голубева в 1909 [120] и в 1910 гг. [121], которые дают ясное представление об этом периоде становления интересов молодого ученого. *Приступая в конце 1908-го г. к занятиям по приготовлению к магистерскому экзамену, я решил в первую очередь прочитать те из сочинений, указанных в данной мне факультетом инструкции, которые ранее мне были совершенно неизвестны, и уже затем перейти к детальному изучению отдельных предметов* [120, л. 96]. Наибольший интерес у Голубева вызвали вопросы, лежащие на стыке теории функций комплексного переменного и аналитической теории дифференциальных уравнений; в воспоминаниях он отмечал: *Здесь меня особенно интересовала теория групп линейных подстановок и приложения к теории модулярных функций, что я мог найти в книге Bianchi. Я тогда же решил, когда буду свободен от сдачи экзаменов, основательно заняться, помимо аналитической теории дифференциальных уравнений, и теорией автоморфных функций*[11]. *По аналитической теории дифференциальных уравнений я еще со студенческих времен в связи с писанием кандидатской работы изучал знаменитые "Lecons de Stockholm" Painlevé и работы его и его учеников по теории дифференциальных уравнений* [145, с. 824].

Все занятия разделялись на две части: по обязательной программе и самостоятельные. По первой части Голубев изучал книги Л. Бьянки, Д.А. Граве, Ш.Э. Пикара, занимался теорией функций действительного переменного по книгам Э. Бореля и У.Ф. Осгуда; вместе с Н.Н. Лузиным принимал деятельное участие в организованном Б.К. Млодзеевским семинаре по теории минимальных поверхностей, читая в связи с этим статьи Г.А. Шварца, главы из книг Л. Бьянки, Ж.Г. Дарбу. Голубев изучал проективную геометрию по книге Ф. Энрикеса, уравнения с частными производными – по лекциям Э. Гурса, вариационное исчисление – по книге О. Больца, теорию вероятностей – по книге Э. Кзубера, Э. Бореля и А.А. Маркова, дифференциальную геометрию – по книгам Л. Бьянки, Дж. Г.Грейса и А. Юнга, перечитывал Л. Дирихле и П.Л. Чебышева, изучал механику по курсам П.Э. Аппеля и К.Г. Якоби, интересовался вопросами аксиоматического обоснования математики – читал статьи Д. Гильберта. Мы не приводим здесь детальных ссылок на указанные курсы, во-первых, потому что они, в основном, известны, а, во-вторых, потому что Голубев неоднократно ссылается на многие из них в своих работах по математике.

Самостоятельные занятия состояли в чтении книг П. Бутру и Г. Виванти-Гутмера, статей Л. Царетти, Э. Ландау, Ф.Г. Шоттки; был сделан доклад о некоторых работах П. Пенлеве, П. Бутру, И.Л. Фукса и А. Пуанкаре об особых точках решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Кроме того, Голубев читал мемуар Б. Гамбье, дополняющий исследования П. Пенлеве об уравнениях второго порядка, решения которых не имеют критических подвижных точек. Разработанный Пенлеве вариант применения метода малого параметра Пуанкаре Голубев использовал для описания уравнений вида $(y')^m = R(y)$ с однозначными решениями, значительно упростив тем самым доказательство фактов этой теории. Этот результат был доложен 26 марта 1910 г. на заседании студенческого математического кружка [2]. Летом была написана небольшая заметка о применении теоремы Пикара для исследования дифференциальных уравнений первого порядка. Обе рукописные заметки "Уравнения с однозначными интегра-

[11] Это намерение Голубев полностью осуществил в 20-е гг.

лами вида $y'^m = R(y)$" [122] и "Приложение теоремы Picard' а к теории дифференциальных уравнений" [123] были представлены вместе с отчетом о научной работе Голубева в 1910 г., которая была признана вполне удовлетворительной. Весной 1910 г. срок оставления Голубева при университете был продлен еще на год с сохранением назначенной ему в 1909 г. стипендии. В 1911 г. по итогам полученных результатов в "Математическом сборнике" вышла первая печатная статья Голубева [1], тогда же он стал членом Московского математического общества.

Зимой 1910–1911 гг. Голубев успешно сдал магистерские экзамены и получил право преподавания в высшей школе. "Насколько широко и разносторонне был поставлен магистерский экзамен г. Голубева, можно судить по одному списку тех предметов, которые входили в состав испытания. Вот этот список: высшая алгебра, теория чисел, теория форм, дифференциальное и интегральное исчисление, теория функций действительного переменного, теория функций комплексного переменного, эллиптические функции, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными, вариационное исчисление, теория конечных разностей, геометрия проективная и дифференциальная, теория вероятностей. При этом почти по всем предметам, входящим в состав испытаний, кроме обычных общеобязательных отделов, входили и некоторые специальные вопросы по особым программам" [236, л. 59][12].

Между тем о своих наклонностях Голубев писал: *Изучать предмет, следуя положению: приказано, значит – нужно, я никогда не мог. Чтобы с интересом изучать, мне нужно было проникнуться вкусом данного предмета, а это в математике очень нелегко. Память у меня всегда была неважная; я без труда удерживал в голове то, что мне нравилось и значение чего я ясно понимал, но удержать в голове чисто механически предмет только потому, что это было нужно для экзамена, мне всегда было чрезвычайно трудно* [145, с. 825]. Поэтому прочесть и основательно изучить весь огромный материал для магистерских экзаменов было нелегко. Особенно трудно давалась Голубеву теория инвариантов и уравнения с частными производными. *Книга Grace and Young'а совершенно не укладывалось в мою голову; смысла всей Aronhol-довской и иной символики я в те времена не уяснял себе, роли теории инвариантов не оценивал, и все мои усилия привели к какому-то весьма поверхностному представлению об этом предмете. Точно так же с трудом разобрался по книгам Goursat и в многообразиях Lie* [145, с. 824].

Видимо, во время подготовки к экзаменам к Голубеву впервые пришло осознание того, что математическая литература должна быть не только источником информации, но и источником вдохновения. В зрелые годы это станет твердым убеждением, появится вкус и стремление к созданию именно такой литературы.

---

[12] Список специальных вопросов, рассмотренных Голубевым по указанным разделам, дан в отчете [121, л. 93, 93 об.].

Из областей, не относящихся непосредственно к моей специальности, я интересовался только философией. Помимо общих книг по философии, которые я брал у отца, например, история философии Люиса или только что вышедшая тогда очень хорошая книга Челпанова "Введение в философию", я читал некоторые более специальные книги по модному в то время философскому направлению – эмпириокритицизму. Читал, конечно, "Анализ ощущений" Маха, книжки Богданова об эмпириокритицизме..., а из более специальных – диссертацию нашего московского приват-доцента Викторова "Эмпириокритицизм или философия чистого опыта" и подлинные сочинения Авенариуса, но их понимал я плохо. В общем я определенно склонялся к материализму; идеалистические настроения, насколько я их знал, мне как математику, привыкшему к ясному и точному мышлению, казались туманными и сомнительными, чем-то вроде игры слов [145, с. 807].

Успешно сдав магистерские экзамены, Голубев как "магистрант" получил право преподавания в высшей школе, но не воспользовался им до осени 1914 г. из-за "кассовской" истории. Дело в том, что в начале 1911 г. активизировалось студенческое демократическое движение, возникли волнения в университете, носившие политический характер. Во главе министерства народного просвещения тогда стоял бывший профессор Московского университета Л.А. Кассо – одна из самых реакционных фигур среди часто сменявшихся руководителей этого министерства в годы царизма. Решив, по-видимому, свести счеты с либеральной частью профессуры, Кассо отстранил от должности и уволил ректора Московского университета А.А. Мануйлова, помощника ректора М.А. Мензбира и проректора П.А. Минакова, поскольку они "не проявили достаточной энергии в подавлении студенческих беспорядков". Совет университета счел себя оскорбленным после отстранения от профессуры трех выборных лиц, вопреки уставу. В знак протеста против уничтожения остатков университетской автономии более 130 профессоров, приват-доцентов и преподавателей покинули университет – в их числе были К.А. Тимирязев, П.Н. Лебедев, Н.А. Умов, Н.Д. Зелинский, С.А. Чаплыгин, В.И. Вернадский. Голубев вспоминал: *...я полностью был на стороне ушедших и не хотел служить им заменою в Московском университете. Я по-прежнему продолжал работу в средней школе и эта работа давала мне тот заработок, который позволял самостоятельно содержать себя и семью* [118, с. 4–5].

Весной 1912 г. Д.Ф. Егоров подал ходатайство о командировании Голубева на год за границу для научной работы [236, л. 49]. Егоров рекомендовал провести по полгода в Геттингене и Париже: "Для г–на Голубева будет, конечно, особенно интересно прослушать какой-либо специальный курс Painlevé и Picard'a, например в Collegé de France, и по возможности войти в более близкие отношения с математическими кругами Геттингена и Парижа" [236, л. 50]. В апреле 1913 г. Владимир

Васильевич вместе с семьей уехал в Геттинген и, увлекшись занятиями, провел там весь год. Голубев слушал лекции Д. Гильберта, Э. Ландау, К. Каратеодори и Г. Вейля, участвовал в семинаре Ландау, посещал заседания Геттингенского математического общества, изучал литературу по аналитической теории дифференциальных уравнений и теории аналитических функций [236, л. 35, 35 об.]. Результатом самостоятельных занятий стала опубликованная в "Математическом сборнике" статья "О звезде Mittag-Leffler'a" [3], ставшая позже частью магистерской диссертации.

Геттинген – тихий городок, славившийся на весь мир своим университетом. В праздничные дни у жителей Геттингена было принято чинно прогуливаться по главной улице возле фонтана, где играл военный оркестр, и каждый раз при встрече приветствовать знакомых. Студентами университета были в основном дети из обеспеченных семей – обучение стоило дорого. Уроков студенты не давали, занимались легко и с интересом, усердствовали только на старших курсах. По воскресеньям они ездили за город – в Mariaspring, где танцевали, пили пиво и фехтовали. При фехтовании были защищены глаза, руки и грудь, раны наносились острыми рапирами в лицо. Почти все немецкие профессора и студенты имели шрамы на лице, пересчитывали их и очень ими гордились.

Летом Голубевы 2 месяца отдыхали в Швейцарии. В горы ходили по очереди – один должен был оставаться с маленьким Колей (он родился в 1910 г.).

Голубеву предоставили возможность поработать и в Париже, куда он переехал в феврале 1914 г. и, продолжая работу над диссертацией, слушал лекции Ш.Э. Пикара, Ж. Адамара и Р. Гарнье. Позже он писал: *Несомненно, что возможность все время посвящать научной работе в атмосфере таких научных математических центров, как Геттинген и Париж, имела для меня исключительно важное значение в развитии научного кругозора и в уяснении ведущих направлений современной математики* [118, с. 6].

После чистенького провинциального Геттингена Голубевы попали в большой европейский город. Жили в одном пансионе с Лузиными – на бульваре Raspaulle у Madame Jann. Никакой чопорности и чванства, в противоположность немцам, у французов не было – женщины изящны и красивы, мужчины несколько небрежны. Бывали в Гранд Опера, но сидеть приходилось во втором ярусе, так как в скромных костюмах в партер ходить было не принято. Надо отметить, что Голубевы всегда любили музыку – в Москве у них был абонемент в Большой театр.

Командировка кончилась в июне, Голубевы вернулись в Россию, через месяц началась война. Владимиру Васильевичу повезло – тем, кто оставался за границей, вернуться было трудно, тех, кто был в Германии, арестовывали. Например, в Геттингене был заключен в тюрьму ученый-механик Георгий Николаевич Свешников – вместе с уголовниками он трепал паклю и смог вернуться на родину только благодаря тому, что начальник тюрьмы через Свешникова решил узнать о судьбе попавшего в плен своего брата.

В Москве В.В. Голубев вплотную занялся подготовкой магистерской диссертации, сочетая ее с преподавательской работой. Началась педагогическая деятельность Голубева в высшей школе осенью 1914 г., когда он был зачислен сверхштатным преподавателем математики в Московский институт инженеров путей сообщения, где вел практические занятия по математике.

"В качестве незаурядной педагогической силы Владимир Васильевич зарекомендовал себя вскоре по окончании университета, состоя преподавателем московских средних учебных заведений, ввиду чего он неоднократно был приглашаем губернскими земствами в качестве лектора по методике математики на курсы учителей. В настоящем учебном году по возвращении из заграничной командировки Владимир Васильевич был избран преподавателем Московского института инженеров путей сообщения и Московских высших женских курсов, и тут, в высшей школе, он показал себя талантливым преподавателем, умеющим в сжатой и ясной форме изложить учащимся самые сложные вопросы" [156, с. 154].

В 1915 г. Владимир Васильевич был избран штатным преподавателем математики в Императорском московском техническом училище[13]. Кроме того, с 1916 г. он преподавал математику на женских педагогических курсах, читал специальные курсы в Московском городском университете им. Шанявского ("Аналитическая теория дифференциальных уравнений" – осенний семестр 1916 г., "Разложение аналитических функций в ряды многочленов" – весенний семестр 1917 г.) и продолжал преподавание в средней школе. В 1914–16 гг. Голубев читал лекции на летних курсах для учителей начальных училищ в Поречье, Сычевке и Судогде[14].

Магистерская диссертация В.В. Голубева на тему "Однозначные аналитические функции с совершенным множеством особых точек" была закончена в 1915 г., в следующем году опубликована в "Ученых записках Московского университета". Успешно защитив ее в мае 1917 г., Владимир Васильевич получил ученую степень магистра чистой математики.

Сам Голубев вспоминает об этом лаконично: *Моими оппонентами были Н.Н. Лузин и Д.Ф. Егоров, кроме того, с рядом замечаний выступили Б.К. Млодзеевский и И.И. Привалов. С чувством некоторого удовлетворения могу сказать, что идеи этой работы получили дальнейшее развитие в довольно многочисленных работах И.И. Привалова, Н.Н. Лузина, В.С. Федорова и некоторых других* [118, с. 6][15]. Блестящее начало научной деятельности Голубева, связанное с проблемами чистой математики, не исключало в будущем

[13]Ныне Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана.

[14] На территории Московской, Смоленской и Владимирской областей.

[15] К сожалению, эта работа не получила должной оценки за границей, часть результатов передоказывалась (иногда в более слабой форме). Некоторые иностранные ученые в работах по теории граничных свойств аналитических функций не ссылаются на Голубева и даже не упоминают его, не всегда полно тем самым освещая историю вопроса (см., например,[213] и [184]).

осуществления основного замысла – с помощью математики исследовать явления природы. Более того, полученные математические знания впоследствии эффективно использовались В.В. Голубевым для решения актуальных инженерных и технических проблем.

С наступлением зимы 1916 г. в Москве стали сказываться трудности с продовольствием – нелегко было достать молока для прикармливания Оли (она родилась в 1915 г.). Вообще налаженная жизнь стала резко меняться.

Саратовский университет

Октябрьская революция изменила требования, предъявляемые к науке. Высшую школу, как и всю систему образования, нужно было превратить "из орудия классового господства буржуазии в орудие полного уничтожения деления общества на классы, в орудие коммунистического перерождения общества" [219, с. 82]. Для восстановления разрушенного в ходе революции и гражданской войны хозяйства и перестройки его на социалистический лад требовалось большое количество специалистов. Научная интеллигенция, с которой связывались определенные надежды, размежевалась: одни ринулись на защиту старого строя, отвечали саботажем на всякое предложение работать, другие не могли определить свою позицию в новых условиях; многие приняли революцию и хотели служить народу, но справиться с обилием стоящих перед страной задач было непросто.

Экономическая разруха, продовольственные и жилищные трудности, обострение отношений между демократическим студенчеством и реакционной профессурой – все это тяжело отражалось на работе высшей школы. Она находилась в кризисном состоянии.

2 августа 1918 г. Совет Народных Комиссаров принял составленное В.И. Лениным постановление "О приеме в высшие учебные заведения РСФСР и о правилах приема в вузы". Постановление указало на необходимость соблюдения классового принципа при приеме в высшую школу. Декрет отменил плату за обучение, юридические привилегии для знати, ограничения для женщин. Отмена вступительных экзаменов в вуз и решение о материальном обеспечении студентов означали уничтожение фактических преград для детей рабочих и крестьян в получении высшего образования.

Создать условия для притока в науку молодых сил, нанести удар кастовости профессуры – такова была цель Народного Комиссариата просвещения, принявшего 1 октября 1918 г. постановление, которое отменяло ученые степени доктора, магистра, адъюнкта и все преимущества, связанные с ними. Взамен было установлено единое звание профессора, а для ведущих практические занятия – преподавателя. Профессорско-преподавательский состав подлежал новому избранию на должности по гласному и публичному конкурсу.

Первые послереволюционные наборы студентов были громадными для того времени. Публика явилась шумная, горластая, веселая, не тянущаяся, а просто рвущаяся к знаниям. Эти люди воевали с Деникиным, Колчаком, Врангелем, создавали первые органы Советской власти, но зачастую не владели элементарными знаниями, необходимыми для изучения той или иной дисциплины.

Проблема подготовки широких слоев населения к учебе в вузах была решена путем организации рабочих факультетов (первый из них открылся в 1919 г. в Москве при университете). Появилась возможность снова ввести вступительные экзамены, что отражено в декрете 1920 г. о приеме в высшую школу.

В эту атмосферу живого творчества, создания высшей школы нового типа и окунулся всецело Владимир Васильевич Голубев. В 1917 г. отпали причины уклонения от работы в Московском университете ушедших в 1911 г. из-за "кассовской" истории профессоров и преподавателей. В течение осеннего семестра 1917 г. Голубев работал приват-доцентом университета, объявив курс "Особые точки аналитических функций".

Но квалифицированные преподаватели и ученые требовались не только в Москве. В 1917 г. было образовано несколько новых университетов – в том числе и в Саратове[16]. Декан физико-математического факультета Саратовского университета В.Д. Зернов обратился в Московский университет к профессору Д.Ф. Егорову с просьбой указать кандидатов на замещение профессорских должностей по математике. Егоров рекомендовал В.В. Голубева и И.И. Привалова (конечно, с их согласия). В начале 1918 г. преподавательский состав Саратовского университета пополнился двумя молодыми профессорами.

Материальное положение мое в Москве было вполне прочное, так как с начала 1915–16 уч. года, помимо моей работы в средней школе и в Институте инженеров путей сообщения, я был назначен штатным преподавателем Московского высшего технического училища; все это давало мне вполне достаточный заработок. Но вместе с тем вся эта работа по ведению практических занятий и уроки в средней школе не давали большого удовлетворения в смысле научного преподавания и научной работы. То и другое полностью давала работа профессором в Саратове, и это заставило меня променять работу в Москве на профессуру в Саратове. И, как оказалось впоследствии, мое решение было совершенно правильным: двенадцатилетнее пребывание в Саратове сыграло в моей жизни совершенно исключительную роль и дало очень много для моего развития как ученого и педагога [118, с. 8].

Наряду с Саратовым Владимиру Васильевичу предлагалась профессура в Уфе. Голубевы долго выбирали – по культурному развитию Саратов все-таки стоял выше: три театра, консерватория; кроме университета (имевшего прекрасное здание) – сельскохозяйственный институт. Кроме того, через 3 года обещали дать заграничную командировку.

---

[16] Формально университет в Саратове существовал с 1909 г. в составе одного медицинского факультета.

И.И. Привалов и я – мы были первыми профессорами математики нового физико-математического факультета и, следовательно, приходилось строить преподавание буквально на пустом месте; естественно, такое грюндерство[17] *представляло много увлекательного. В первый семестр, весною 1918 г. мы разделили с И.И. Приваловым преподавание так: я читал введение в анализ и дифференциальное исчисление и сверх того сферическую тригонометрию, И.И. Привалов – аналитическую геометрию и высшую алгебру, кроме того, мы же вели и практические занятия. Конечно, в планировании преподавания мы полностью следовали порядкам, установившимся в нашей alma mater – Московском университете.*

После огромной нагрузки, которая была в Москве и доходила до чудовищной цифры – 40 часов, моя нагрузка в Саратове казалась чрезвычайно малою, несмотря на то, что я тратил очень много времени на подготовку курсов и лекций по введению в анализ и по сферической тригонометрии, даже издал их в гектографированном виде. Оставалось достаточно свободного времени для научных размышлений. В Саратове в это время я жил один; семья временно оставалась в Москве. Жил я в пустой комнате в университете по-студенчески, при полном отсутствии книг и всякого домашнего уюта.

Моя семья – Наталья Сергеевна, Коля и маленькая дочка Оля – переехала осенью 1918 г. В Саратове не было совершенно квартир; с большим трудом мы получили полквартиры, крайне неудобной [118, с. 8–9].

В эти годы В.В. Голубев работал деканом физико-математического факультета Саратовского университета, был избран проректором, а затем ректором университета[18]. При этом Владимир Васильевич был заведующим кафедрой чистой математики со времени ее основания в 1918 г. до своего ухода из университета осенью 1930 г., председателем предметной комиссии (1924–1925 гг.) и представителем квалификационной комиссии при СНР (Совете Научных Работников) г. Саратова.

Какую бы должность ни занимал Голубев, он прежде всего старался отстаивать интересы ученых, держался при этом решительно и независимо – хотя, как вспоминала Н.С. Голубева, беседы представителей власти с учеными часто проходили за столом, на котором демонстративно лежал револьвер. Владимиру Васильевичу доводилось слышать в свой адрес: "У нас всегда найдется грамм свинца для Вас, профессор" [162, с. 134]. Тем не менее дело двигалось.

В ноябре 1918 г. умер Василий Сергеевич Голубев, а вскоре Клавдия Матвеевна простудилась, заболела воспалением легких и умерла. Телеграммы, посланные родственниками о ее состоянии и смерти,

---

[17] От немецкого Gründer – основатель, учредитель.

[18] Должности ректора и проректора в то время были выборными.

пришли в Саратов уже после Нового года. Владимир Васильевич срочно выехал в Москву. На квартире родителей он застал полный разгром. Сохранились только некоторые прибереженные родственниками ценные вещи – в основном теплая одежда. Это очень пригодилось в Саратове – продуктов не хватало, а лисью шубу можно было обменять на мешок моркови и капусту. После смерти родителей Голубева связь с Москвой фактически прекратилась.

В Саратове в день на человека полагалось 100 грамм хлеба – черный кусочек с зеленью (от травы) и иголками (от кострики). Голубевы резали хлеб на мелкие кусочки, сушили, пропускали через мясорубку и обдавали кипятком – кострика всплывала, ее сливали, а в оставшуюся массу добавляли припасенную ржаную муку. Для профессоров университет закупал картофель и верблюжье мясо. Летом Голубевы жили в деревне и за лекции для учителей получали муку, мясо и яблоки. С наступлением нэпа в магазинах появились продукты и одежда – жить стало существенно легче.

Однажды, вернувшись после летнего отдыха, Голубевы обнаружили свою квартиру занятой – пока искали новое жилье, вещи хранились в университете. Нашли свободный мезонин. Дети часто болели (Коля перенес брюшной тиф). За топливом Владимир Васильевич ездил с другими профессорами в лес – сами рубили, сами пилили.

Наталья Сергеевна вспоминала, что где-то в 19-м году в университет не поступили из Москвы деньги для выдачи заработной платы профессорам. Владимир Васильевич поехал в Москву. С трудом вытребовав разрешение на получение денег в банке, он сложил пачки ассигнаций в обычный мешок из-под картошки. Остановился Голубев в общежитии, а мешок на ночь принес к отцу Г.Н. Свешникова. Возвращался поездом – ехал, положив мешок под голову, не вставая с него всю дорогу.

Обстановку послереволюционного периода в науке ярко обрисовал Д. Гранин: "В те годы считалось нормальным, что авторитет ученого и руководителя совпадает. Руководителю никто не писал диссертации. При нем подчиненные боялись обнаружить свою бездарность. Бездарный не мог получить особых преимуществ перед способным. После революции наступило неприветливое, невыгодное время для посредственностей и проходимцев, поэтому они не стремились в науку. Не директоров избирали в академию, а академиков назначали директорами.

Наука была тощей, с пустым кошельком. Монографии печатались на оберточной бумаге, академических пайков не было. И тем не менее наука чувствовала себя неплохо. Голодная диета не мешала энтузиазму. В то время совершалось немало глупостей, но было и немало умнейших, мудрых акций.

Бедность, в которой жили и профессора, и студенты, была экономически оправданной, всем понятной, а кроме того, в ней было равенство, то самое, что, казалось, шло от священных заветов Великой Французской революции, – свобода, равенство и братство!" [166, № 1, с. 58–59].

В Саратовском университете кроме физико-математического Голубев преподавал и на разведочно-геологическом факультете. Там он читал лекции по теории вероятностей с приложением к теории погрешностей. Кроме университета Голубев год работал в Педагогическом институте, долгое время читал лекции по математике и теоретической механике в Институте сельского хозяйства и мелиорации[19]. В последнем он прочел несколько курсов лекций студентам и техникам-таксаторам, материалы которых составили основу его книги "Элементы математической статистики в приложении к лесному делу", изданной в 1929 г. Эта книга долгое время применялась в качестве учебника в сельскохозяйственных вузах.

Уже в саратовский период деятельности Владимир Васильевич твердо придерживался принципа, который он позднее выразил так: *В свое время А.П. Чехов сказал, что если в первом действии пьесы на стене висит ружье, то необходимо, чтобы хотя бы в третьем действии из него стреляли. Это замечание полностью приложимо и к преподаванию математики: если студентам излагается какая-нибудь теория, то необходимо показать рано или поздно, какие приложения можно сделать из этой теории прежде всего в области механики, физики или техники и в других областях* [102, с. 7–8].

Несмотря на активную преподавательскую и административную деятельность, Голубев в Саратове вел интенсивную научную работу. Дело затрудняло отсутствие в библиотеке математической литературы. Частично пополнить ее Голубеву удалось лишь после 1928 г. Он ежегодно уезжал на месяц в Москву, чтобы работать там в университете, выходя таким образом из затруднения. Впрочем, к этим поездкам (обычно в мае – в конце учебного года, перед экзаменами) университетское начальство относилось весьма неодобрительно.

С 1917 по 1922 гг. Владимиром Васильевичем была написана работа "Исследования по теории особых точек", которую он рассматривал как докторскую диссертацию. Но защиты не было, так как ученые степени были упразднены. Вышла работа отдельными главами в "Ученых записках Саратовского университета" за 1924–1927 гг.

Удивительно то, что во время пребывания в Московском университете, сначала студентом, а затем оставленным при университете для приготовления к профессорскому званию, на меня никакого впечатления не произвело ни преподавание Жуковского, ни преподавание Чаплыгина. У последнего я только научился на практических занятиях неплохо интегрировать дифференциальные уравнения механики, но это вообще стояло в связи с идеями познать окружающий мир при помощи уравнений в комплексной области.

Как бы то ни было, обе мои диссертации – и магистерская, которую я защищал в 1918 г.[20]*, и докторская, которую я написал в*

---

[19] Конкретные даты работы Голубева на различных должностях в Саратове см. в разделе "Основные даты научной, общественной и педагогической деятельности".

[20] Здесь Голубев допускает неточность: защита состоялась в мае 1917 г.

1922 г., когда защиты были отменены, – были посвящены теории особых точек аналитических функций. Сам я их рассматривал как подход к выполнению основной задачи: интегрированию уравнений в комплексной области [107, с. 181].

Следует отметить, что кафедра чистой математики Саратовского университета активно сотрудничала с основанной в 1920 г. кафедрой механики (первые десять лет ее возглавлял проф. Г.Н. Свешников). Обе они были вначале немногочисленны, поэтому сотрудники выполняли учебные поручения по обеим кафедрам. Так, Свешников, кроме курса общей механики, читал высшую алгебру и теорию интегральных уравнений, а Голубев после многочисленных специальных курсов из области теории функций комплексного переменного перешел на чтение курса аэродинамики плоскопараллельного потока (об этом подробнее – в следующем параграфе).

Научные тематики кафедр тоже переплетались. В основном кафедры работали над следующими проблемами: поведение аналитических функций вблизи особых точек, исследования по теории автоморфных функций, применение конформного отображения к вопросам аэродинамики и геометрии. Фундаментальными работами по исследованию граничных свойств аналитических функций явились работа И.И. Привалова "Интеграл Cauchy" и упомянутая работа В.В. Голубева "Исследования по теории особых точек" [223, с. 136–137].

Хотелось бы подчеркнуть, что первые годы работы в Саратове были для Голубева чрезвычайно интересны: помимо основных курсов можно было читать специальные курсы, появились способные молодые ученые из выпускников. В Саратовском университете В.В. Голубев создал научную школу математиков и механиков, представителями которой были Ф.Г. Шмидт, Г.П. Боев и др.[21].

Самыми близкими друзьями Голубевых в Саратове были Вадим Аполлонович и Вера Павловна Бутенко. Вадим Аполлонович специализировался по французской истории. Голубевы и Бутенко вместе брали ложу в театре, посещали консерваторию, много и интересно общались.

Голубевы дружили также с семьями Г.Н. Свешникова, астронома И.Ф. Полака, историка П.Г. Любомирова, с медиками – В.И. Скворцовым, И.И. Линтваревым, хирургом С.И. Спасокукоцким (впоследствии академиком). Интересная работа и тесное общение интеллигенции составляли основу насыщенной духовной жизни.

---

[21] Г.П. Боев в 1921 г. окончил Саратовский университет и был оставлен при нем, занимался теорией функций комплексного переменного, в 1924 г. был утвержден доцентом университета. Читал лекции по математическому анализу, теории автоморфных функций, теории относительности и вел научные исследования в этих областях. В 1930 г. переехал в Иваново-Вознесенск, а в 1934 г. вернулся в Саратовский университет, где работал до 1959 г. профессором, заведовал кафедрой математического анализа, был директором НИИ математики и физики при Саратовском университете, деканом физико-математического факультета и проректором по учебной работе. Всего опубликовано около 40 работ Г.П. Боева (в том числе и по истории математики).

Переезд в Москву. Работа в ЦАГИ

Двадцатые годы были периодом ускоренного развития советской авиации. Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ) осуществлял разработку теории конструирования самолета, а также проводил на базе лабораторий и опытного завода сложные эксперименты, занимался изготовлением новых образцов аэропланов.

Голубев, бывая в Москве, с интересом следил за успехами аэромехаников, работавших в ЦАГИ. Поводом к резкому изменению его научных интересов послужило внешне случайное обстоятельство. Как уже говорилось, библиотека Саратовского университета была плохо укомплектована научной литературой. И вот летом 1924 г. Владимир Васильевич, не имея нужной литературы по математике, заинтересовался работами Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина по теории крыла. *Я занялся изучением бывших у меня оттисков работ по теории крыла Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина и совершенно неожиданно для себя обнаружил, что в этих работах содержится то, о чем я мечтал: приложение теории функций комплексного переменного к изучению явлений природы и техники. При этом приложение непосредственное, минуя дифференциальные уравнения.*

Теорию функций комплексного переменного можно было буквально видеть, осуществить на модели течением жидкости. Это было претворением гениальных идей Римана в области техники и естествознания. Эти идеи совершенно очаровали меня. Область гидродинамического истолкования аналитических функций стала наряду с аналитической теорией дифференциальных уравнений моей самой любимой областью науки, а сам творец этого направления Бернгард Риман стал любимым, самым авторитетным для меня ученым. Его гениальные идеи и воплощение их в науке в замечательных исследованиях Жуковского и Чаплыгина, их развитие и углубление стали основным делом моей научной жизни [107, с. 181].

В 1924–25 учебном году Голубев уже читал специальный курс по теории крыла, а также занялся исследованием вопросов аэродинамики. Результатом его исследований явилась монография "Теория крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке", изданная в 1927 г. Монография Владимира Васильевича стала настольной книгой советских аэродинамиков 30–40-х гг. В ней результаты Жуковского, Чаплыгина и некоторых других авторов были объединены общим методом, изложены последовательно и в доступной форме.

К концу 20-х гг. условия работы в Саратове изменились. Во-первых, физико-математический факультет университета был превращен в отделение педагогического факультета, что вызвало сужение программ по физико-математическому циклу, хотя и не отразилось на научной тематике кафедр. Не было возможности читать специальные курсы по теории аналитических функций и аэродинамике[22].

Во-вторых, положение преподавателей университета стало все более осложняться. Первыми пострадали историки. В.А. Бутенко был сокращен в 1928 г. без предупреждения – он уехал в Ленинград, быстро нашел работу, но через 2 года был сослан. В 1930 г. арестовали П.Г. Любомирова – после освобождения он переехал с семьей в Москву.

В 1930 г. в Саратовском университете, как и в ряде других вузов, происходило публичное обсуждение профессоров. На вопрос о происхождении Владимир Васильевич ответил: "Мое происхождение такое же, как и у нашего патрона Чернышевского (Саратовский университет носил имя Н.Г. Чернышевского, портрет которого висел в аудитории, над головами членов комиссии), с небольшой только разницей: его отец был протоиереей, а мой отец был просто иереей". В переполненном студентами зале стоял общий хохот. Желая парировать остроумные и смелые ответы Голубева, ректор С.З. Каценбоген почему-то раздраженно сказал: "Я тоже ученый".

После подобной оскорбительной процедуры Голубев подал заявление об уходе, которое ректор не хотел подписывать, но Владимир Васильевич твердо решил уехать. В это время Коля учился в Ленинграде в кораблестроительном институте; поехали к нему, оставив в Саратове квартиру с полной обстановкой. Работу сразу найти не удалось. Голубев съездил в Москву и Сергей Алексеевич Чаплыгин предложил ему должность старшего инженера в ЦАГИ. "*Для Сергея Алексеевича не существовало никаких "привходящих" моментов. Главный критерий, по которому он оценивал людей, – их способности и преданность науке*" [159, с. 127].

Владимир Васильевич с Колей приехали осенью в Саратов, упаковали вещи и повезли их в Москву. Ректор бумаг не подписал, и Голубев волновался, что их вернут с дороги обратно.

Из Саратова уехали в тот год многие профессора. Каценбоген был в Москве с просьбой направить преподавателей математики и, конечно, получил отказ. В 1932 г. он был снят с должности ректора и переведен в другой город преподавателем [162, с. 141].

Сергей Алексеевич Чаплыгин был избран председателем Коллегии ЦАГИ в 1921 г., после смерти своего учителя – Николая Егоровича Жуковского[23]. За десять лет, потребовавших немалой энергии и предприимчивости, под руководством Чаплыгина и благодаря активной деятельности товарища директора института (так именовалась тогда должность заместителя) Андрея Николаевича Туполева в ЦАГИ

---

[22] В 1929 г. курс по теории крыла конечного размаха, изданный в 1931 г. в Москве, Голубеву приходилось читать в Саратове уже не на факультете, а как публичные лекции по линии Осоавиахима.

[23] Общие вопросы управления и научной работы института решались коллегией, где председатель имел право решающего голоса. Однако помимо должности председателя коллегии была введена должность директора. Директором ЦАГИ стал В.А. Архангельский, его заместителями – А.Н. Туполев и Б.Н. Юрьев.

были организованы оборудованные по последнему слову техники лаборатории, а, кроме того, в стенах института был собран коллектив талантливых конструкторов, теоретиков, экспериментаторов. Будучи главой института, Чаплыгин возглавлял по сути всю советскую авиационную науку.

В 1931 г. исполнилось сорок лет научной деятельности Чаплыгина – в это время он обратился с ходатайством об освобождении его от руководства институтом по состоянию здоровья и все силы переключил на научную работу. По его предложению общетеоретический отдел ЦАГИ разделился на отдел испытаний в натуре и общетеоретическую группу (ОТГ или просто ТГ), которую возглавил Чаплыгин. Голубев стал ближайшим помощником Сергея Алексеевича, приняв на себя большинство организационных функций. В группу входили также П.А. Вальтер, В.П. Ветчинкин, А.П. Котельников, М.А. Лаврентьев, Н.Н. Лузин, Н.Н. Поляхов. Раз в неделю собирался семинар ОТГ – в его работе принимали участие и сотрудники других отделов ЦАГИ. По словам М.В. Келдыша, "это был главный центр развития советской механики" (цит. по [159, с. 173]). Здесь обсуждались доклады по вопросам теоретической гидро- и аэромеханики, теории упругости, по математическим вопросам, связанным с техническими задачами. Демократичная обстановка семинаров ОТГ, вдохновляемая и направляемая Чаплыгиным, способствовала неустанному интеллектуальному поиску, свободной творческой работе. Сложилась мастерская науки зрелых ученых и великолепная школа мастерства для молодых.

Сочетая в себе огромный талант с глубокой человечностью и порядочностью, Сергей Алексеевич оказывал исключительное влияние на учеников. "Само его присутствие на семинарах, даже молчаливое, возвышающе действовало на их участников. При Чаплыгине, по свидетельству тогдашних участников семинаров, были абсолютно невозможны пустопорожние разговоры, не говоря уже о самих докладах и сообщениях – здесь допускался только самый высокий научный уровень, никакой другой просто не мыслился. Благодаря этому уже тогда было ясно, что ТГ (теоретическая группа), объединившая многих исключительно одаренных и бескорыстно преданных науке исследователей, задавала тон в становлении молодой советской науки – той ее отрасли, которая связана с механикой" [159, с. 128].

Еще несколько зарисовок обстановки семинаров ОТГ: "Грузно, постариковски сев за стол, Сергей Алексеевич обычно произносил: "Ну что ж, начнем" – и через несколько минут закрывал глаза, будто засыпая. Но достаточно было докладчику в чем-то ошибиться, как глаза Чаплыгина открывались и сразу же следовало замечание, попадавшее в точку, наводившее порядок в докладе" [159, с. 129]. Процесс восприятия Чаплыгиным научных сообщений был уникален – он умел мгновенно переводить получаемую информацию в математическую форму.

"Открыто называя ошибки коллег, Чаплыгин столь же открыто признавал и собственные промахи, к слову сказать, крайне редкие.

В такие мгновения он очень смущался. Его искренность подкупала. Он не любил спорить, доказывая свое, не говоря уже о подчеркивании какого-либо превосходства. Если он был в чем-то убежден, а оппонент не хотел этого признать, Чаплыгин "не давил" на него, не прибегал к дополнительным аргументам. Он просто отходил в сторону. Истина, ведомая ему, не требовала продолжения спора, в котором уже ничего не могло родиться. Правда, спорили с Сергеем Алексеевичем мало, признавая его огромный научный авторитет.

Бригадный инженер авиации

Зато между собой полемизировали яростно, тем не менее редко выходя из рамок научной дискуссии. Порой доклады прерывались. Происходило это ввиду обнаружения в них явных несоответствий" [159, с. 130].

"Академики Г.И. Петров, Л.И. Седов, С.А. Христианович вспоминают семинары тридцатых годов как прекрасную пору становления своих научных интересов, свободную, ничем не стесненную творческую работу, которой нельзя было не радоваться" [159, с. 131].

Тематика работ ОТГ определялась развитием авиации, особенно задачами построения крыльев с увеличенной подъемной силой, конструированием скоростных и высотных машин; увязывалась с работами экспериментальных отделов ЦАГИ. В 1931 г. была издана книга В.В. Голубева "Теория крыла аэроплана конечного размаха", посвященная систематическому изложению идей Л. Прандтля с использованием соображений Жуковского, Чаплыгина и результатов, полученных сотрудниками ЦАГИ. Методы аэродинамического расчета моноплана и биплана рассматривались М.А. Лаврентьевым и Я.И. Секерж-Зеньковичем. Теоретическому изучению крыльев с увеличенной подъемной силой (теории предкрылка и закрылка, элерона, щитков, отсасывания пограничного слоя) был посвящен ряд работ С.А. Чаплыгина, И.С. Аржаникова, С.М. Тарга и В.В. Голубева. Учетом влияния вязкости и сжимаемости воздуха на обтекание крыла занимались Ф.И. Франкль, С.А. Чаплыгин, П.А. Вальтер, В.В. Голубев, М.В. Келдыш. С изучением вопросов вихревой теории винта связаны работы В.П. Ветчинкина, Н.Н. Поляхова, Ф.И. Франкля, М.В. Келдыша, А.И. Некрасова. Непосредственное применение к теории посадки и отрыва гидросамолетов имели работы по удару пластинок о воду, проводимые под руководством М.А. Лаврентьева; Л.Н. Сретенский занимался теорией глиссирования. В.П. Ветчинкин, С.А. Чаплыгин и Н.Н. Лузин посвятили несколько статей методам интегрирования дифференциальных уравнений, используемых в гидродинамике и общей механике.

В.П. Ветчинкин издал в 1933 г. в "Трудах ЦАГИ" работу "Динамика полетов" и стал изучать продольные колебания и продольную динамическую устойчивость самолетов. В 1932 г. был приглашен Л.С. Лейбензон, который возглавил работы по теории упругости – ею занимались также Я.И. Секерж-Зенькович, В.П. Ветчинкин, Н.В. Зволинский. Ветчинкин разрабатывал конструкции аэронавигационных приборов.

Приведенный выше перечень тематики работ, которые выполнили сотрудники ОТГ, охватывает только 1931–33 гг. (см. [124]). Помимо этого А.П. Котельников и В.П. Ветчинкин занимались изданием трудов Жуковского – разбирались и готовились к печати все оставшиеся после него материалы; а также сотрудники ОТГ вели консультации в других отделах ЦАГИ.

Как писал Голубев, Сергей Алексеевич от молодежи требовал инициативы, творческой смелости и самостоятельности. Привлекая к работе молодых сотрудников, Чаплыгин ставил перед ними научные задачи, а при их решении вмешивался обычно только для наведения критики нецелесообразных методов или для поддержки своим авторитетом правильного результата. Однако именно он создал широкую научную школу – мощное научное направление, *если под школой понимать не тесное объединение ближайших учеников, разрабатывающих научный вопрос под непосредственным наблюдением и в направлении развития научных идей учителя, руководителя школы, а научное течение, объединенное общностью научных устремлений* [94, с. 37].

Основными особенностями этой школы были привлечение к исследованиям по механике специалистов-математиков и разработка задач чисто прикладных, выросших из потребностей развития техники. *Сочетание этих двух характерных черт создало совершенно своеобразное направление в науке, резко отличающееся по тематике от классического направления теоретической механики, которому с таким успехом отдал дань сам С.А. Чаплыгин в работах первого периода своей деятельности (т.е. примерно до написания докторской диссертации)*[24]. *Не менее резко отличается оно и от того направления в механике, которое связано с именем Н.Е. Жуковского и которое характеризуется широким применением приближенных физических схем, приближенных физических моделей явления. Можно без преувеличения сказать, что подавляющее большинство молодых ученых-теоретиков, сложившихся в работе ЦАГИ и около него, являются*

---

[24] Докторская диссертация С.А. Чаплыгина "О газовых струях" была представлена на физико-математический факультет Московского университета в 1902 г. и защищена в феврале 1903 г.

представителями школы Чаплыгина и продолжателями его традиций. Стремление до конца охватить исследуемое явление одними средствами теоретического, математического исследования, по возможности избегая схем, твердое убеждение в действенности такого метода особенно характерны для этого научного направления [94, с. 38].

В 1932 г. В.В. Голубев вместе с М.А. Лаврентьевым вел подготовительную работу по организации в ЦАГИ аспирантуры, был членом Ученого Совета ЦАГИ со времени его создания в 1937 г. до начала войны, входил в 1943 г. в состав редколлегии для подготовки издания трудов С.А. Чаплыгина [210, с. 44, 53, 60].

Работа Голубева в ЦАГИ была прервана Великой Отечественной войной и эвакуацией в Свердловск. После возвращения из эвакуации продолжать работу в ЦАГИ оказалось затруднительным из-за обширной деятельности В.В. Голубева в университете и Военно-Воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского.

В 1930 г. Голубев был приглашен на должность профессора в Московский университет, где вел преподавание по некоторым вопросам технической аэромеханики. С этого времени его жизнь неразрывно связана с МГУ.

Итак, переключившись в середине 20-х гг. на научную работу в области аэромеханики, Голубев вскоре перестал публиковать статьи по чистой математике. На смену им спустя десятилетия пришли фундаментальные монографии по различным вопросам математики – итог его лекционно-педагогической деятельности. Это было возвращение к идеям Б. Римана, которые влияли на научное творчество Голубева еще в студенческие годы.

Магистерская диссертация В.В. Голубева стала классическим трудом по теории граничных свойств однозначных аналитических функций (к этим вопросам советские математики после долгого перерыва вернулись в 60-е гг.), это была первая в Москве работа, связанная с идеями теории функций комплексного переменного. Уже после нее развернули работу И.И. Привалов, Н.Н. Лузин, Д.Е. Меньшов, В.С. Федоров, а затем М.А. Лаврентьев, А.О. Гельфонд, М.В. Келдыш, А.И. Маркушевич и др. Голубева по праву можно считать одним из основателей московской школы ТФКП.

Голубев возглавлял в МГУ кафедру аэромеханики[25], но именно к нему обращался Н.Н. Лузин (видимо, в 40-е гг. – письмо, к сожалению, не датировано) с подробным обсуждением предполагаемого лекционного курса: "Локальная аналитическая теория уравнений в частных производных очень продвинута вперед, может быть, и сделана совсем... Но теперь спрашивается, что именно сделано или намечено сделать в области глобальной аналитической теории уравнений в частных производных. Я не решаюсь ничего думать по этому делу, ибо в этих вещах Вы, дорогой Владимир Васильевич, более, чем кто-либо из нас авторитетны. Только Вы можете сказать, поставлена ли проблема об

---

[25] См." История Московского университета". М.: Изд-во МГУ, 1955. С. 181.

аналоге уравнения Riccati. Ведь это, кажется, первый шаг на этом пути..." [199, с. 5–6].

При подведении итогов научной деятельности Голубева в связи с его 60-летним юбилеем отмечалось: "Двадцатые годы были годами расцвета московской школы теории функций, но некоторая односторонность увлечений молодых математиков того времени таила опасность ослабления классических традиций прикладной математики в московской школе. Следует поэтому подчеркнуть деятельность В.В. Голубева в Саратовском университете, его ряд специальных курсов по аэродинамике и выпущенную на их основе известную монографию по теории крыла в плоскопараллельном потоке, в смысле возрождения в московской математике и прикладных традиций" [155, с. 229].

Математик по образованию, Голубев с годами все больше становился механиком – и по тематике работ, и по используемым методам. Этот сложный и интересный путь мы проследим в следующих главах, а здесь вспомним слова самого Владимира Васильевича по этому поводу. *Обстоятельства сложились так, что я был в университете механиком, преподавал формально гидро- и аэромеханику и даже заведовал кафедрой аэромеханики. Но это была внешность. В действительности я был математиком, преподавал и занимался только математикой, но эта математика была для меня не абстрактным построением следствий из логически возможных схем, а само явление природы, физическое явление, которое можно экспериментально наблюдать, при помощи которого можно изучать окружающий мир и воздействовать на него в технике. Это была не абстрактная и бесплотная схема, это был сам окружающий нас мир с его явлениями, со всем его разнообразием и богатством цветов и красок.*

Кто-то сказал про искусство, что есть огромная разница между "подражанием реальной жизни и возведением природы к идеалу" Наука и есть, в отличие от техники, "возведение природы к идеалу". Грандиозные картины, которые создавала греческая геометрия, с ее утверждением – "бог строит мир по законам геометрии", грандиозная картина мира теории притяжения Ньютона, схема теории относительности с ее подходом к "познанию мира в целом" – это и есть "возведение природы к идеалу", совершенно так же, как героическая игра Ермоловой в "Жанне д'Арк" или создание Улановой прекраснейшего образа Джульетты, в отличие от "подражания реальной жизни" в технике или в таких произведениях, как неудачные романы из колхозной жизни Николаевой и Бабаевского. Это "возведение природы к идеалу" и очаровало меня в идеях Римана и в претворении их в трудах Жуковского, Чаплыгина и многих других, кто "мерой и числом" познавали и воссоздавали мир [107, с. 181–182].

Московский университет. Работа в ВВИА

1917–1930 гг. явились годами укрепления в Московском университете нового понимания цели и роли университетской науки. В области механики научные проблемы, решаемые в университете, сливались с проблемами новой техники. Прежде всего, необходимо отметить исследования по аэромеханике, проводимые Н.Е. Жуковским и С.А. Чаплыгиным. Кончина Жуковского в марте 1921 г. и уход из университета Чаплыгина в 1924 г. были ощутимы для научной деятельности университета в области механики.

Два основных направления развития механики в университете в 20-х гг. сложились под влиянием А.И. Некрасова – сторонника разработки точных математических методов исследований, теоретических решений проблем и Л.С. Лейбензона – продолжателя экспериментального направления в механике.

Чтобы способствовать сближению проблем науки с актуальными задачами техники, в 1922 г. при физико-математическом факультете Московского университета был организован Научно-исследовательский институт математики и механики[26]. Хотя в состав НИИ вошли и ученые-механики, неправомерным было то, что механика оказалась в роли вспомогательной дисциплины при математике. Результатом оказалось одностороннее – инженерное направление механики в Московском университете. Положение исправилось, когда в 1935 г. по предложению Л.С. Лейбензона НИИММ был разделен на два института: математики[27] и механики. Первым директором НИИ механики был Л.С. Лейбензон, а в последующие годы (с 1936 по 1954) В.В. Голубев.

С 1929 г. в Московском университете стала проявляться тенденция к сужению профиля научной подготовки механиков, а именно: предполагалось в университете готовить только узких специалистов-инженеров. Но так как не было совершенных лабораторий, то студенты не становились ни хорошими научными работниками, ни хорошими инженерами. Одновременно такое отклонение принесло и некоторую пользу: в учебных планах расширилась доля технических предметов, глубоко стали изучаться сопротивление материалов, гидравлика, теория колебаний, гидромеханика и т.д. Кроме того, на механико-математическом факультете начали вести преподавание многие инженеры, работавшие в НИИ и на производстве (большинство из ЦАГИ).

На повестке дня тогда стоял вопрос о качестве подготавливаемых высшей школой кадров. Большую роль для его решения сыграло Постановление ЦИК СССР от 19 сентября 1932 г. "Об учебных программах и режиме в высшей школе и техникумах". Именно оно провозгласило основные принципы работы высшей школы, которые сохранились и по сей день. Постановление отвергало "бригадно-лабораторный метод", который обезличивал работу отдельного студента. Основной формой обучения была признана лекция, были

---

[26] В.В. Голубев был утвержден его действительным членом в 1930 г.

[27] НИИ математики был преобразован в Отделение математики в 1953 г.

введены индивидуальные зачеты, экзаменационные сессии, дипломные работы и их защиты, вступительные экзамены, трехлетняя аспирантура. Реформы Советского правительства (1930–1933 гг.) способствовали тому, что работа в Московском университете приобрела творческий характер. Шло дальнейшее приближение механики к прикладным вопросам.

В 1931 г. было ликвидировано факультетское управление в вузах. Естественный цикл факультетов был реорганизован в Московском университете в семь отделений, среди которых были физическое, астрономо-математическое и механическое (последним заведовал В.В. Голубев). Механическое отделение быстро росло. Его студенты и преподаватели проводили агитационную работу во многих городах Союза. Поэтому в 1932 г. в университете механиков было примерно втрое больше, чем математиков.

"Влияние ЦАГИ на подготовку кадров (на стороне) наиболее ярко проявилось в постановке преподавания на механическом отделении физико-математического факультета Московского университета", – отмечал А.И. Некрасов. – "Это влияние сказалось даже на самой структуре механического отделения. Благодаря инициативе ЦАГИ это отделение физико-математического факультета МГУ получило такую структуру, которая позволяет авиационной промышленности и, в частности, ЦАГИ черпать из этого отделения необходимые кадры. Причем, в задачи отделения была поставлена подготовка этих кадров на широкой научной базе" [210, с. 44].

В мае 1933 г. три отделения были объединены в один механико-математический факультет, где механика занимала главенствующее положение (ситуация изменилась уже после войны). Владимир Васильевич Голубев был первым деканом факультета с 1933 по 1934 гг., а затем снова избирался деканом с 1944 по 1952 гг., когда тяжелое заболевание вынудило его оставить этот пост.

На факультете было организовано четыре кафедры механического направления: кафедра теоретической механики с механическим кабинетом, кафедра аэромеханики с аэродинамической лабораторией, кафедра теории упругости с лабораторией испытания материалов, кафедра гидромеханики с гидравлической лабораторией[28]. Позднее была образована еще кафедра прикладной механики. Тематика научно-исследовательских работ, особенно по гидро- и аэродинамике, расширилась.

В.В. Голубев писал о развитии механики в эти годы: из "*прикладной математики*" *механика впервые в полном объеме превратилась в науку о движениях в природе и об их использовании в технике... Механика в преподавании из изучения некоторой научной догмы превратилась в исследование актуальных проблем, стоящих перед техникой. Следствием этого была ликвидация разрыва между обучением и научным творчеством. Чтение лекций, ведение практических*

[28] Голубев был бессменным заведующим кафедрой аэромеханики с момента ее основания в 1932 г. до своей смерти.

занятий, решение задач становится уже не изложением сложившихся учений, а непрерывно переходит в поиски новых путей познания окружающего мира. Из достигнутых успехов было ясно, что именно этим путем и пойдет дальше развитие механики в МГУ [190, с. 115–116].

В 1932 г. к Владимиру Васильевичу приехала делегация из Военно-Воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского – просили читать лекции на любых условиях: "Нам необходимо иметь такого "кита", как Вы. Просите, что хотите". Голубев сказал, что нужна квартира (в Москве Голубевым приходилось сначала снимать квартиру, затем были куплены 3 комнаты в особняке). Квартиру обещали, но выделили только через два года после того, как Владимир Васильевич подавал заявление об уходе. С 1934 г. Голубевы жили в Фурманном переулке – квартира очень нравилась, у Владимира Васильевича был удобный кабинет, в котором висели портреты Лобачевского, Римана, Ньютона, Лагранжа, Вейерштрасса, Пуанкаре, Гильберта и Жуковского. Голубевы были счастливы обрести свой дом – новоселье справлялось шесть раз.

Научный и учебный авиационные центры в нашей стране были созданы по декрету В.И. Ленина в раннее послеоктябрьское время – в 1918 г. Это был ЦАГИ и авиационный техникум (занятия начались в 1919 г.) возглавляемый Жуковским, который в 1920 г. был реорганизован в Институт инженеров Красного Воздушного флота им. Н.Е. Жуковского, а в 1922 г. переименован в академию. Инициатором создания обоих учреждений был Н.Е. Жуковский – он был первым руководителем ЦАГИ.

До 1940 г., когда был организован Московский авиационный институт, академия была единственным авиационным вузом страны, готовившим руководителей авиационной промышленности, генеральных конструкторов самолетов и двигателей, командных авиационных кадров, руководителей инженерно-авиационной службы Военно-Воздушных сил (см. [152, с. 14–18]). Профессорско-преподавательский состав академии вначале комплектовался за счет приглашения специалистов со стороны. Голубев был назначен профессором кафедры математики ВВИА в июле 1932 г. Тогда на каждом факультете академии – воздушно-техническом и эксплуатационном – имелась своя кафедра высшей математики. Постепенно в течение 1932–1934 гг. они были объединены в одну, работу которой возглавил Владимир Васильевич.

"В.В. Голубев читал основной курс высшей математики (обычно 8 часов в неделю на первом и втором курсах), и его блестящие, строго продуманные и систематически построенные лекции были не только прекрасной школой для слушателей, но и школой педагогического мастерства для преподавателей", – писал профессор И.К. Лифанов [192, с. 35]. Владимир Васильевич читал в академии ряд специальных курсов – по теории функций комплексного переменного, теории вероятностей, теории крыла; занимался подготовкой адъюнктов, рецензировал научные работы, выступал с докладами, публиковал свои статьи. По просьбе командования он ежегодно читал для старшекурсников и постоянного состава лекции о преподавании; проводил вводную лекцию для нового набора слушателей.

В кадры Красной Армии Голубев был зачислен 2 августа 1939 г. (в звании бригадного инженера), а в 1944 г. ему было присвоено звание генерал-майора инженерно-авиационной службы.

Работал Владимир Васильевич и в других вузах Москвы – два года (1930–1932 гг.) он читал лекции по теоретической механике в Вечернем автомеханическом институте и в Геодезическом институте.

Расширялась общественная деятельность – В.В. Голубев дважды избирался в Ленинградский районный Совет депутатов трудящихся Москвы. С 1934 г. он – член-корреспондент АН СССР, в 1935 г. аттестационная комиссия АН СССР присвоила Голубеву ученую степень доктора физико-математических наук. Готовились документы для избрания его академиком, но этого не произошло, а собранные отзывы о научной деятельности остались в архивах [203].

Известие о начале войны застало Голубевых на даче. *О войне все время непрерывно говорили и готовились к ней; что с Германией мы будем воевать, ясно было каждому понимающему дело. Поэтому когда война в действительности началась, то это казалось чем-то уже почти известным... Уже 23-го в ЦАГИ мне пришлось в моем отделении говорить речь о необходимости строго выполнять принятый план, не вносить суеты и отсебятины. Увы! Эти благие и совершенно разумные пожелания в ближайшие же дни поползли по швам* [146, с. 3, 4]. Голубева возмущала неподготовленность Москвы к обороне от воздушных нападений – даже в ЦАГИ не было никаких инструкций, не было ни бомбоубежищ, ни плана защиты от воздушных и химических нападений. Многие растерялись в первые дни войны. Владимир Васильевич вспоминал случай, вызвавший недовольство его поведением у начальства ВВИА.

В Военной Академии оказалось полное отсутствие каких-нибудь планов на время войны. Несмотря на то, что много раз составляли учебные планы на время войны, оказалось, что с переходом на военное положение начальство совершенно не знало, что делать. Было ясно только одно: надо, чтобы все были целый день чем-нибудь заняты. Поэтому был издан мудрый приказ, чтобы все начальники кафедр дежурили в академии с 9 часов утра до 6 часов вечера и чтобы все преподаватели приходили к 8 или к 10 часам и оставались там, пока не отпустит начальник кафедры. В первый день в пятницу 28-го я сидел так целый день. Преподавателей я хотел отпустить немедленно в 10 ч. утра, но ждали какого-то "немедленного приказа", но так и не дождались. От безделья мы буквально изнывали и развлекались рассказыванием анекдотов. Я просидел целый день, но подал рапорт, в котором просил или освободить меня от такого сидения, или разрешить мне в неделю ликвидировать всю мою научную и административную работу по МГУ и ЦАГИ, чтобы целыми днями сидеть в ВВА. В следующие дни мы – преподаватели –

сидели по очереди, причем я велел отпускать преподавателей в 10 ч. утра. Ждали указаний свыше еще два дня, наконец, во вторник, 1-го было получено такое распоряжение: кафедры общеинженерного цикла закрыть, преподавателей использовать на другой работе. В общем, при этом преследовалась одна цель: показать, что все заняты, рассовать преподавателей куда угодно, лишь бы можно было ответить начальству: у нас все работают на оборону [146, с. 9].

В.В. Голубев – начальник кафедры ВВИА им. Н.Е. Жуковского

В 1941 г. Голубев эвакуировался с Военно-Воздушной инженерной академией в г. Свердловск, где пробыл до июня 1943 г. Там, помимо работы в академии, он вел в Свердловском университете преподавание теории функций комплексного переменного, теории алгебраических функций, аэромеханики (1941–1943 гг.), а с переездом в Свердловск Московского университета с осени 1942 г. возобновил работу на механико-математическом факультете и в НИИ механики МГУ. Удалось наладить достаточно полно преподавание по основным механическим дисциплинам и развернуть периодические заседания Ученого совета Института механики с докладами о научных работах. При участии Голубева местными и эвакуированными работниками было организовано физико-механическое общество при Свердловском университете. На научных заседаниях этого общества в течение 1942–1943 гг. был доложен ряд работ по физике и механике.

Последние годы жизни. Достижения и итоги

Закончилась Великая Отечественная война. Владимир Васильевич снова в Москве. Он директор НИИ механики, декан механико-математического факультета и заведующий кафедрой аэромеханики МГУ, начальник кафедры высшей математики ВВИА им. Н.Е. Жуковского, старший научный сотрудник института механики АН СССР.

Вспоминает ученик Голубева, профессор А.А. Космодемьянский: "1946 г. Бурное заседание Ученого совета механико-математического факультета. Перерыв. Усталый, но с живыми молодыми глазами Владимир Васильевич говорит мне: "Видите, как трудно быть деканом нашего факультета. А почему? Да ведь у нас на факультете семь математических школ и все мировые! Куда нам волоколамским управлять ими. А надо" [185, с. 408].

Многочисленные обязанности Голубева не только требовали энергии и времени – они расширяли границы для творчества и общения с людьми. Талантливый педагог, лектор и воспитатель, всегда обаятельный и остроумный, Владимир Васильевич умел любое мероприятие провести оперативно и интересно, зажигая своей энергией других людей. Г.И. Петров вспоминал, что Голубев блестяще проводил заседания кафедры аэромеханики – редкие из них длились более 20 минут, хотя вопросов обсуждалось множество [179, с. 65]. Доцент МГУ С.Г. Попов писал о Владимире Васильевиче: "Описать трудно – надо было видеть, слышать, с каким искусством, тактом и умом и вел, и направлял он разнообразные заседания, совещания и конференции, где его слово было обобщающим, объединяющим и верным решением вопроса, стоящего на обсуждении – в интересах дела, науки, общества. При этом даже речи на больших собраниях готовились быстро, незадолго и без записок – все в голове, окончательно формируясь в ходе самой речи. Это был прирожденный оратор, трибун с хорошим голосом, которым он владел полно" [157, с. 2].

Лувсанцэрэнгийн Шагдар, учившийся в аспирантуре на кафедре теории вероятностей Московского университета и первый из монгольских математиков защитивший кандидатскую диссертацию, очень тепло отзывается о своих учителях и, прежде всего, о А.Н. Колмогорове и В.В. Голубеве. В частности, он напомнил такой эпизод. В аспирантуру в 50-е гг. приехало много иностранных учащихся. В 1951 г. аспиранты задумали провести праздник Дружбы народов. Иностранные землячества принесли свои флаги, приготовили интересные выступления политического и художественного характера. "Кого бы попросить вести это необычное собрание?", – размышляли организаторы. Лучше Владимира Васильевича никого не найти, решили все. И хотя Голубеву в эти дни нездоровилось, он пришел на вечер и экспромтом исполнил роль президента торжественной части. Он блестяще произнес вступительное слово – обращаясь к делегациям, приветствуя многих из них на родных языках, он красочными и лаконичными штрихами рисовал особенности этих стран. Благодаря Владимиру Васильевичу вечер оказался замечательным.

Первые послевоенные годы занимают особое место в истории МГУ – значительно возросла численность профессорско-преподавательского состава, увеличились темпы подготовки кадров и специалистов высшей квалификации – кандидатов и докторов наук. Эти годы были отмечены крупными успехами университетской науки. Значительно улучшилось материальное обеспечение университета. Как только окрепла промышленность страны, стала возможна задуманная еще в 30-е годы реконструкция МГУ. 15 марта 1948 г. Совет Министров СССР принял постановление о строительстве новых зданий для университета, но не в центре города, а на свободной территории, где можно было вести работы широким фронтом, рационально разместить новые корпуса, создать условия для труда и отдыха. Были выбраны Ленинские (Воробьевы) горы – живописное место на юго-западе столицы. За 4,5 года там вырос целый город, ставший центром будущего большого района Москвы. 1 сентября 1953 г. корпуса вступили в строй. В главном из них разместились механико-математический, геологический и географический факультеты, а также ректорат и научная библиотека.

В подготовке проекта нового университетского комплекса принимали участие и ученые университета – создавались факультетские комиссии, определявшие стандарты лабораторных помещений и аудиторий, вырабатывавшие эскизы научного оборудования и т.д. На мехмате преподаватели волновались: "Как будем добираться на Ленинские горы?" Голубев успокаивал: "Вот увидите – будет пущен специальный маршрут автобуса от Красной площади до университета". Тогда это были желанные мечты.

В конце 30-х – начале 40-х гг. среди публикуемых Голубевым научных статей стали появляться работы по истории науки. Первыми были очерки о творчестве Жуковского и Чаплыгина, связанные с подготовкой издания собраний сочинений этих ученых. Постепенно историко-научная работа стала занимать все большее место в деятельности Голубева. Вышли книги о Жуковском и Чаплыгине, статьи о П.Л. Чебышеве, С.В. Ковалевской, Н.Н. Лузине, В.П. Ветчинкине; обзоры, анализирующие развитие отечественной механики. Голубев выступал на конференциях и юбилейных заседаниях, вдохновенно и ярко рассказывая о достижениях науки и ее выдающихся творцах. На лекциях по математике и механике он использовал увлекательные исторические экскурсы. Н.М. Семенова, до заведывания музеем Н.Е. Жуковского долгое время работавшая ученым секретарем академика С.А. Чаплыгина, вспоминает: "На одном из заседаний, посвященных памяти Сергея Алексеевича Чаплыгина, Владимир Васильевич выступил с взволнованным, глубоко содержательным докладом, аудитория слушала его, как завороженная. По окончании заседания я подошла к Владимиру Васильевичу и попросила его дать для музея текст произнесенной им речи. Он посмотрел на меня с изумлением. "Какой текст, Надежда Матвеевна? Ведь это был портрет углем!" Это действительно была импровизация, "портрет углем", и было очень обидно, что мы не догадались записать речь на магнитную ленту – сохранить это выступление не удалось" [157, с. 2].

Историко-научный подход стал частью мировоззрения Голубева, вошел в его книги, статьи, лекции. Владимир Васильевич отдавал себе в этом отчет и неоднократно писал и говорил о важности осведомленности человека, занимающегося наукой, в ее истории.

Неискушенный человек может подумать, что веяния моды не могут быть в науке, особенно в такой, как математика. Увы! Это не так. В те годы, когда я учился в университете, считалось, по крайней мере в кругах молодежи, с которою я тогда соприкасался (например, Лузин), что настоящая математика – это теория функций действительного или комплексного переменного: этим только и *стоит заниматься. Если бы в это время кто-нибудь в Москве вздумал заниматься, например, алгеброю, то на него стали бы смотреть с сожалением: как он отстал! Дифференциальная геометрия считалась только предметом, пригодным для писания диссертации и т.д. Несомненно, что такая узость является результатом известного сектанства в науке, порождаемого провинциализмом, затхлостью и слабым знанием истории развития науки, которое особенно и предрасполагает к узости научных взглядов и фанатизму. Впоследствии эти научные вкусы – мода – так много раз менялись на моем веку*! [145, с. 827].

Голубева отличала любовь к истории в широком смысле. В саратовские годы он увлекся изучением русского морского флота, по истории сражений которого собрал литературу и читал лекции в саратовском Доме ученых. В московский период жизни Владимир Васильевич заинтересовался историей своей семьи и семьи Натальи Сергеевны. Это увлечение вылилось в несколько рукописных папок воспоминаний, представляющих яркое свидетельство нравов и взаимоотношений людей на рубеже XIX и XX вв.

Голубев неоднократно отмечал, что в математике, в теоретической механике и в смежных областях часто недооценивается влияние общих философских идей, господствующих в ту или иную эпоху; развитие научных идей представляется идущим из задач самой науки [80, с. 865]. Он говорил о необходимости связывать философию со своей специальностью, понимал, что надо диалектический материализм использовать для развития механики, а не наоборот – иллюстрировать механику примерами из диалектического материализма.

В архиве МГУ сохранилась стенограмма доклада В.В. Голубева на объединенном заседании Ученого Совета и методологического семинара механико-математического факультета 26 ноября 1952 г. В нем, в частности, Голубев увязал вопрос выбора темы диссертации с глубоким философским вопросом о соотношении теории и практики. Наука, конечно, не оторвана от практики. Но неверно широко распространенное убеждение, что развитие науки идет всецело за счет практики. *Наиболее прогрессивные научные теории создавались не на непосредственной практической базе, а из обобщения различных разрозненных до этого теорий.*

Работы Фарадея в его время не имели никакой практической значимости. Работы Пастера о микробах вначале преследовали общие биологические цели, а не лечебные. Наблюдения Жуковского за полетом листка бумаги имели для него задолго до создания авиации чисто теоретический интерес. Работа Чаплыгина о газовых струях 50 лет тому назад не была актуальна и прошла незамеченной, ибо в ту эпоху рассматривавшиеся там скорости для артиллерии были малы, а для авиации слишком велики, и только через 30 лет эту диссертацию полностью оценили.

Час работы в наших новых университетских лабораториях – это *десятки тысяч рублей. Мы должны брать заказы промышленности – это укрепит нашу связь с нею, но плохо только этим ограничиваться. Чем мы должны лимитировать объем вопросов в наших планах?*

Механика – наука естественная, ее изучению подлежат все явления природы, особенно те, которые мы в настоящее время еще не понимаем и не предвидим. Ограничивать все исследования соображением, что это, мол, не актуально – вредно для развития науки. Следует помнить, что иногда предвидение отсутствует у людей. Например, лучи Рентгена были открыты случайно в результате непонятной порчи фотопластинок[29].

Основным принципом, направляющим научную работу в университете, должен быть принцип свободного исследования, свободного обсуждения и свободной критики, и затем сопоставление теории с практикой человеческого общества. Например, нельзя ставить такую тему: "Газовая динамика" – это не проблема, это слишком общо. Вот проблема расчета сопел – это уже важная задача механики. Точно так же теория колебаний – это слишком общо, а вот проблема расчета проводов, отчего они рвутся и отчего колеблются – это важная теоретическая проблема механики [147, с. 130–131].

Говоря о жизненном пути Владимира Васильевича Голубева, нельзя, конечно, забывать, что главным содержанием его жизни всегда была научная работа. О его математических достижениях мы уже упоминали. Результаты Голубева, полученные в аэродинамике, относятся к теории механизированного крыла, теории пограничного слоя, теории вихревого сопротивления, теории крыла конечного размаха, теории крыла малого удлинения, теории машущего крыла. С 1927 г. вышло более сорока работ Голубева по этой тематике. Но помимо оригинальных статей, немалую долю в научном наследии Владимира Васильевича составляют лекционные монографии, служившие итогом педагогической и научной работы в той или иной области.

Курсы Голубева по теории крыла получили широкую известность. В 1949 г. вышли "Лекции по теории крыла", объединившие первые две книги Голубева (по теории крыла в плоскопараллельном потоке и теории крыла конечного размаха), вобравшие в себя новые результаты, а главное – воплотившие окончательно оформившийся взгляд Владимира Васильевича на методы и задачи механики. Л.С. Лейбензон писал, что "наша советская авиационная наука во многом обязана В.В. Голубеву, который обнародовал выдающийся курс по теории крыла самолета, по которому учились многие поколения советских инженеров и начинающих механиков и математиков. В то время в мировой научной литературе не было ничего подобного курсу В.В. Голубева и только позднее за границей появились курсы, аналогичные

---

[29] Здесь, по-видимому, имеется в виду открытие А. Беккерелем радиоактивности в 1896 г.

обширному трактату В.В. Голубева, причем их авторы многое заимствовали из книги В.В. Голубева" [191, с. 9].

Основное содержание другого цикла монографий Голубева связано с аналитической теорией дифференциальных уравнений – его "первой и единственной математической любовью". В цикл входят "Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений" (1941); "Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки" (1953) – последняя монография Голубева не только лежит на стыке математики и механики, но и является по существу историко-научным исследованием; "Лекции по теории алгебраических функций" – полностью подготовленная, но оставшаяся неопубликованной рукопись, сохранившаяся в архиве научно-мемориального музея Н.Е. Жуковского.

Все эти книги – плоды глубоких размышлений, кропотливой работы. Они не являются объединением в толстых переплетах изданных ранее статей – в них оттачивалась теория. Удобство для приложений к конкретным задачам, строгость и универсальность – вот те качества, которые приобретала теория в окончательном виде.

Приведем фрагмент воспоминаний Голубева: *К сожалению, в математике очень немного сочинений, в которых автор не только старается изложить тот или иной материал, а, так сказать, показать душу предмета, его историю, роль в науке, эволюцию основных задач и связь их со всем содержанием современной науки. Такими книгами являются, например, знаменитые литографированные лекции Klein'a, курс анализа Picard'a и то только отчасти, – книги из коллекции Borel'я, в особенности книги самого Borel'я*[30]*. Большинство математических книг пишется так, что основною задачею автора является вбить в книгу как можно больше материала и изложить его как можно более строго, конечно, с точки зрения современного состояния науки. В этом отношении всегда поучительно чтение оригинальных работ; там ясно чувствуешь, как автор пришел к той или иной задаче, как он бьется над ее решением, какими средствами и с какими усилиями достигается решение. Правда, и тут авторы, особенно старинные, делают, как будто нарочно, все возможное, чтобы скрыть от читателя всю технику, всю внутреннюю лабораторию работы. Но в учебниках это является общим правилом. Самою дикою крайностью в этом направлении являются последние писания Landau... Поразительным примером такого изложения может служить знаменитый курс анализа Jordan'a...*

Такие сочинения мне никогда не казались заслуживающими одобрения и подражания. Можно, пожалуй, подумать, что в таком "сухом" предмете, как математика, писать живым, интересным и простым

---

[30] Имеется, по-видимому, в виду серия из 50 монографий по теории функций, опубликованная по инициативе и под редакцией Э. Бореля (10 монографий были написаны им самим).

языком – невозможно. Что такие соображения неверны, достаточно показывает, например, курс анализа Picard'a, про который Klein както сказал, что он читается, как хороший роман.

Как можно по-разному изложить один и тот же предмет, можно показать на примере двух книг, написанных одинаково крупными специалистами в одно и то же, приблизительно, время и, следовательно, при одних и тех же математических вкусах и настроениях. Это две книги по теории функций действительного переменного: учебник Александрова и Колмогорова и учебник Лузина[31]*. Первый – это сухое и формальное изложение материала; второй – вдохновенный рассказ о росте и жизни науки.*

Конечно, кому что нравится, но мне нравятся книги такого типа, как лекции Klein'a, учебник Picard'a, Borel'я или Лузина, и не нравятся книги типа Landau, Александрова и Колмогорова или Jordan'a [145, с. 825–827].

Научный вкус Голубева требовал, чтобы его собственные книги тоже были "вдохновенным рассказом о росте и жизни науки". Поэтому он занимался тем, что его вдохновляло. Поэтому его монографии вдохновляли других.

Ученые в разной мере влияют своими трудами на развитие научных представлений. Качественные скачки здесь могут быть достигнуты разными путями. Принципиально новые результаты – основа скачка. Но такого скачка все же нет без осмысления достигнутого – без периода "отстоя" и "кристаллизации", когда новое входит в сознание научного общества, обрастает приложениями, вырабатывает свои методы.

Так же, как и жизнь, науку люди любят по-разному. Кто-то любит ее, как пахарь – поле, а кто-то, как астроном – небо. Первому важно бросить зерно и взрастить его, а второй находит смысл в наблюдении и изучении глубин неба со стороны. И тот, и другой преданы своему делу. И ясно, что обе наклонности могут в разной степени проявляться в одном человеке. Оценить труд пахаря проще – по собранному урожаю. А вот звездочет иной раз менее заметен – он ведь не творит звезд, он лишь считает их. Найденная на небе новая звезда не создана им самим.

Думается, Голубев в своих монографиях – звездочет или, говоря иными словами, глубоко философствующий историк науки. Осмысление и переработка имеющегося материала, формирование завершенной теории на основе своих знаний, широкой научной эрудиции и кругозора – таково основное содержание его работ. Именно это хотелось бы подчеркнуть. Написание учебных монографий в принципе требует от каждого автора подобной работы, но далеко не все созданные учебники могут служить образцом или хотя бы примером

---

[31] См. *Александров П.С., Колмогоров А.Н.* Введение в теорию функций действительного переменного. М.–Л.: ГТТИ, 1933. 270 с. А также: *Лузин Н.Н.* Теория функций действительного переменного. Учебное пособие для педвузов. М.: Учпедгиз, 1940. 301 с.

добросовестного ее выполнения. Поэтому в следующих главах будут проанализированы наряду с оригинальными статьями монографии Голубева.

Огромная научная работа, долголетнее преподавание, общественная активность и высокий научный авторитет В.В. Голубева создали ему, естественно, большую популярность. Его заслуги в научной, научно-организационной и педагогической деятельности были отмечены орденом Ленина, орденом Трудового Красного Знамени, четырьмя орденами Красной Звезды, медалями и золотыми именными часами от Наркомата обороны. В 1943 г. Голубеву было присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

Владимир Васильевич обладал большим авторитетом среди ученых. П.Я. Кочина вспоминала: "В 1935 году мы переехали из Ленинграда в Москву. И одним из первых московских визитов Николая Евграфовича Кочина был визит к Владимиру Васильевичу Голубеву. Владимир Васильевич принял нас в небольшом, но уютном кабинете и рассказал – неторопливо и немногословно – как о работе Московского университета, так и о работе ЦАГИ, о тех проблемах, которые предстоит решать институту. Рассказывал вроде бы совершенно без "подтекста". Но, думаю, именно этот разговор имел большое значение для выбора Николаем Евграфовичем работы – помимо МГУ и математического общества – в ЦАГИ" [179, с. 66].

Ольга Владимировна Голубева (дочь В.В. Голубева) вспоминает, что в гостеприимном доме Владимира Васильевича и Натальи Сергеевны перебывало великое множество людей. Близкими друзьями были Л.Н. Сретенский, Л.С. Лейбензон. Эти встречи сопровождались всегда интересными и содержательными беседами. По праздникам в доме устраивались званые вечера с музицированием, танцами, масками и шутливыми выступлениями, инициатором, выдумщиком и вдохновителем которых был Владимир Васильевич, а Наталья Сергеевна – помощником и организатором.

На последней учебной неделе осеннего семестра 1951 г., 18 декабря, собираясь на занятия, Владимир Васильевич почувствовал боль в груди и вынужден был лечь в постель. Врачи констатировали инфаркт миокарда.

Итак, напряженная, кипучая и интересная работа внезапно сменилась нарочитым и полным покоем, удручающею бездеятельностью. Сначала энергии едва хватало на чтение различных романов и на небольшую научную работу, которую я вел, лежа в кровати. Но ровно через два месяца после заболевания, 18-го февраля 1952 года, я уже настолько окреп, что меня можно было перевезти в санаторий "Узкое" Здесь я провел еще два месяца; первый месяц я жил там с Н.С., второй – остался один. Наташа приезжала только навещать два раза в неделю.

Скука – самое противное в жизни. Я, конечно, запасся необходимою научною литературою и не спеша вел научную работу. Но наукою нельзя заниматься непрерывно; нужен какой-то отдых для мыслей.

Отдыхом, конечно, может служить чтение, но бесцельное чтение романов быстро становится скучным и однообразным занятием. Ученому нужно какое-то несложное, но целеустремленное творчество – это для него и является отдыхом [143, с. 1–2].

Библиотекарь санатория "Узкое" С.И. Кара-Мурза была в дружеских отношениях с Г.С. Улановой. Голубев стал почитателем балерины после постановки в Большом театре балета С. Прокофьева "Ромео и Джульетта". Серафима Ивановна и Владимир Васильевич неоднократно беседовали о балете.

Теперь, когда я попал в санаторий на долгий срок и в положении больного, С.И., желая меня отвлечь от грустных мыслей о тяжелой болезни, старости, упадке сил, прислала мне целый ворох книг о балете, чтение которых мне доставило огромное удовольствие. Но, читая книги по истории балета, я неожиданно заметил, что его судьбы идут во многих случаях параллельно с историею науки и, в частности, математики.

Наука и искусство – две стороны проявления одной и той же культурной деятельности человечества; проникая в смысл и исторические судьбы одной, вместе с тем проникаешь в осмысливание и другого. А это дало мне сейчас же идею систематизировать то, что я читал о балете, с тем, чтобы использовать получившиеся выводы для размышлений о судьбах науки, о судьбах математики [143, с. 2].

Так появилась посвященная Галине Улановой объемистая (169 страниц машинописного текста) рукопись Голубева, в которой он осветил этапы развития балетного искусства от XVI до XIX вв., изложил свои взгляды на роль и задачи балета. В искусстве Голубев видел способ ухода от повседневности жизни, *чтобы поднявшись над ней, продумав и эстетически оценив ее, возрожденным и освеженным вновь вернуться к своим повседневным делам; но вернуться не рабом повседневности, но творцом жизни, прогресса, вдохновленным тем Аполлиническим светом и теплотою, которые дает искусство* [143, с. 157]. В связи с этим ему казалось, что основой либретто должна быть героическая или лирическая сказка о добром, возвышенном. Новаторские балеты Д.Д. Шостаковича "Болт" и "Золотой век" были чужды Голубеву.

Конечно, Голубев не претендовал на роль знатока теории и истории балета. Но нельзя удержаться от желания привести хотя бы несколько фрагментов его яркого рассказа. В них – увлекательная голубевская речь, широта культуры, глубокая философичность мышления.

Например, Голубев вспоминает о виденных в золотом фонде Эрмитажа украшениях из Солохского погребения (погребение скифосарматских племен, проживавших на юге страны около двух тысяч лет назад) с изображением танцовщиц в коротеньких туниках.

Для меня, полного профана в истории искусств и в истории танца, эти бляшки с изображениями танцовщиц были полным и потрясаю-

щим открытием; это было самое интересное, что я увидел в этой замечательной коллекции Эрмитажа.

В самом деле, ведь то, что я увидел, означает следующее: во-первых, наш современный классический танец с его непонятными для нас костюмами танцовщиц, с непонятным для нас танцем на пальцах имеет столь же древнее греческое происхождение, как вся наша современная наука, наша современная философия и логика, метафизика и материализм, как наша диалектика, как наше естествознание, как наша отвлеченная "чистая" математика! Но этого мало! Классический танец связан, очевидно, с религией, с культом, а раз так, то классический танец, несомненно, более древний, чем наша современная наука и наше современное искусство. Ведь религия, несомненно, древнее, чем те египетские, ассирийские и, прежде всего, греческие произведения искусства, которые до сих пор являются неиссякаемым источником, который питает современную скульптуру и современную архитектуру [143, с. 21].

Итак, понять и вполне оценить классический танец и балет в целом – это значит понять его историю, отложение в нем вкусов, потребностей и идеалов создававших его эпох, совершенно так же как вполне понять современное состояние науки, например, математики, можно только в том случае, если ясно представлять генезис ее основных идей. Вне этого современное состояние науки будет так же непонятно и необъяснимо, как непонятно присутствие гранитных глыб на черноземных степях юга России для человека, который никогда не слыхал о ледниковом периоде.

Три народа положили основание нашей современной европейской культуре. Евреи дали ей религию с глубочайшею идеею о едином боге как созидающей силе мира; греки дали ей искусство и науку; римляне – формы социальной структуры. Разные по судьбам и по духу они дали и разное оформление своим идеям [143, с. 23].

Голубев дает определение классического танца [143, с. 12], характеризует отличие балета от других видов искусства. *Если человеческое тело, его поза и мимика, складки одежды передает, заменяет и усиливает человеческое слово, то танец есть патетическое выражение тела, так же как поэзия есть патетическое выражение слова. От античного мира остались только случайные обломки, безрукие, безголовые скульптуры; естественно, что от античного танца остались еще более случайные обломки в античной литературе, в рисунках на вазах, в отдельных статуэтках, изображающих не статику, а динамику, не спокойное повествование, а страстную патетику человеческого тела* [143, с. 32].

В рукописи Голубев раскрывает принципы классического танца, символику его, пишет о роли балетного хора – кордебалета, о роли либретто. При этом он анализирует сцены из "Жизели", "Лебединого озера", "Ромео и Джульетты".

Кавалер в танцах стремится поощрять и облегчать своей партнерше ее стояние на пальцах. Он вдохновляет ее к этому выспреннему устремлению вверх, протягивая ей руку поддержки. Тут в чертах балета сказывается вековечная миссия мужчины поднимать женщину до своей высоты и держать ее на этой высоте длительно и упрямо. Это глубокая философия классического танца, великая тема мужского влияния на психику женщины. И тут великое поле вдохновенного творчества [143, с. 13].

Из воспоминаний профессора Н.А. Слезкина: "...Владимир Васильевич заболел, и мы с Д.С. Вилькером решили навестить его. Но вместо сочувствующего посещения получилось "развлечение навещающих". Не дав нам задать вопроса о самочувствии, Владимир Васильевич усадил нас поудобнее, угостил чаем и стал развлекать красочными рассказами о морских сражениях, кораблекрушениях и о балете. Этот неожиданный рассказ гостеприимный хозяин иллюстрировал богатой библиотекой о морских сражениях и им самим написанным объемным трактатом о балете и мастерстве балерины Г. Улановой. Мы настолько увлеклись, что до самого расставания не спросили Владимира Васильевича о его самочувствии. Да и попытка вопроса была мягко остановлена: "Не скучайте", – улыбнулся наш декан, – "работайте, а я скоро приду" [179, с. 62].

"Владимир Васильевич не только был сам человеком высокой общей культуры, но и буквально "заражал" тягой к ней всех окружающих, был, как он сам иногда выражался, рассадником ее", – писала академик П.Я. Кочина. – "Мои дочери, поступившие на мехмат МГУ в 1945 году, вспоминают, что на первой лекции Голубев-декан призвал студентов-первокурсников не только усердно заниматься, но и развивать себя во всех отношениях: читать литературу, ходить в театры, посещать музеи, выставки и т.д. При этом Владимир Васильевич подчеркнул, что не может быть хорошего ученого без высокой общей культуры" [179, с. 66].

Говоря о притягательной силе личности Голубева, нужно отметить качество, которому сложно дать определение – оно ощущается. И ощущается в лучших представителях народа. Это интеллигентность, связанная и с осознанием своих корней, и со способностью в любых обстоятельствах поступать в соответствии со своими убеждениями – с порядочностью, независимостью, духовностью... Есть люди, сохраняющие свое лицо всегда.

В статье, посвященной Голубеву, его ученик и биограф А.А. Космодемьянский писал: "Ученым-строителям новой жизни России, ученым темпераментным и целеустремленным, ученым, знающим великую и противоречивую книгу реальной жизни, и был Владимир Васильевич Голубев... Он прожил напряженную, трудовую, содержательную жизнь, жизнь борца, исследователя, большого человека. Он ушел из жизни внезапно и неожиданно – на следующий день после семидесятилетнего юбилея, произнеся на юбилейном собрании, где присутствовало более двух тысяч ученых, инженеров, преподавателей и служащих университета, почти часовую зажигательную речь, изложив в ней "кредо" своих исканий, своего отношения к науке, к педагогической деятельности, к университету. Наша страна может гордиться таким сыном" [185, с. 386–387].

Похоронен В.В. Голубев на Новодевичьем кладбище.

И через десять лет после смерти Владимира Васильевича Наталья Сергеевна продолжала получать письма от его учеников. В своих воспоминаниях, не называя автора, она процитировала одно из писем: "Он был и остается идеалом для нас, я никогда не помню, чтобы его лекция не была воспринята нами как лучшее, что можно себе представить; глубина, ясность изложения, знание предмета – вот что неизменно сопровождало лекции дорогого Владимира Васильевича. И если это иногда скрывалось, так ведь студенты – народ, зависящий от поставленных выше – ректора и прочее, и только немногие набирались мужества выражать свое преклонение перед Владимиром Васильевичем всегда" [162, с. 175].

Дети Голубевых тоже связали свою жизнь с наукой и техникой: Николай Владимирович работал в Ленинграде инженером-кораблестроителем, а затем преподавал в кораблестроительном институте, Ольга Владимировна – профессор-механик в Москве.

Работы В.В. Голубева по математике и смежным вопросам аналитической динамики

В отзыве о математическом творчестве В.В. Голубева Н.Н. Лузин писал: "Изучая его труды, мы тотчас же чувствуем изящество и простоту его методов, ясность изложения. Всегда можно усмотреть, какое сцепление идей заставило его выдвинуть проблему и привело его к ее решению" [197]. Анализ развития идей работ Голубева и составляет основное содержание второй и третьей глав книги.

Период формирования научных интересов Голубева в студенческие годы и во время подготовки к профессорскому званию в Московском университете был освещен в предыдущей главе. Лекции Л.К. Лахтина и Б.К. Млодзеевского, руководство научной работой Д.Ф. Егорова, беседы с Н.Н. Лузиным во время совместной поездки за границу – вот те основные моменты, из которых складывалось влияние московской школы теории функций действительного переменного[1] на научные интересы Голубева. С другой стороны, лекции ведущих ученых Парижа и Геттингена расширили кругозор Голубева и вовлекли в разработку проблем ТФКП, связанных с аналитической теорией дифференциальных уравнений. Несомненно, сказались возросшее в начале века влияние европейской математики на физико-математические науки в Московском университете и связанная с расширением тематики читаемых курсов деятельность Н.Е. Жуковского, Б.К. Млодзеевского и Д.Ф. Егорова.

Итак, два различных направления развития математической мысли начала XX столетия – московская школа ТФДП и парижская ТФКП – определили характер первого периода творчества Голубева.

Магистерская диссертация

Наиболее богатой новыми идеями и результатами из математических работ Голубева является его магистерская диссертация "Однозначные аналитические функции с совершенным множеством особых точек" (1916) [5]. В ней рассматриваются только однозначные аналитические функции. Множество особых точек такой функции в расширенной комплексной плоскости является замкнутым и потому может быть разбито на счетное множество и множество совершенное. Случай счетного особого множества был ранее изучен в работах К. Вейерштрасса, Г. Миттаг-Леффлера и других ученых. Ко времени написания Голубевым диссертации появилось довольно много исследо-

[1] Далее для краткости вместо "теория функций действительного (комплексного) переменного" будем писать ТФДП (соответственно, ТФКП).

ваний, посвященных изучению аналитических функций, имеющих совершенное множество особых точек, однако в них в основном строились различные примеры таких функций (главным образом, функции с особыми линиями); про общие же их свойства было известно мало. Основные результаты к тому времени были опубликованы в работах П. Пенлеве, Л. Цоретти, Д. Помпейю и А. Данжуа. *Результаты, полученные в этом направлении, еще весьма скудны, тем не менее мы полагаем, что развитие тех частных приемов, которыми пользовались эти математики, уже может привести к попытке систематически исследовать функции с совершенными множествами особых точек, пользуясь подходящим аналитическим аппаратом; такого рода попытку общей теории однозначных аналитических функций с совершенным множеством особых точек и представляет настоящая работа,* – писал Голубев [5, с. 14].

При выборе темы исследования, как отмечено А.И. Маркушевичем [202, с. 5], важную роль сыграла связь изучаемых функций прежде всего с теорией дифференциальных уравнений, а также с некоторыми другими разделами математики и механики.

Поведение аналитической функции зависит от расположения и характера ее особых точек. Изучение структуры множеств особенностей и поведения функций в их окрестности – две важных проблемы ТФКП. Первая требует исследования геометрической структуры особых множеств. С этого и начинается магистерская диссертация Голубева. В гл. 1 диссертации рассматривается, прежде всего, строение совершенного множества точек, расположенного на спрямляемой кривой; изучаются области, ограниченные спрямляемыми кривыми. Выделяется широкий класс так называемых простейших областей, позволяющий получать содержательные результаты о граничных свойствах аналитических функций [5, с. 29]. При исследовании совершенного множества точек на плоскости используется понятие площади множества (плоская мера Лебега). Для множества, расположенного на спрямляемой кривой, основной характеристикой здесь служит его длина [5, с. 21].

Для множества точек, которые нельзя расположить на спрямляемой кривой, Пенлеве ввел числовую характеристику, заменяющую длину (а именно: нижнюю грань сумм длин конечного числа спрямляемых кривых, ограничивающих области, внутри которых расположено данное множество). В зависимости от этой характеристики плоские множества разбиваются на точечные, полулинейные и полуповерхностные (нижняя грань равна соответственно нулю, конечному числу или бесконечности). Голубев рассматривает несколько примеров совершенных всюду разрывных множеств точек на плоскости трех перечисленных классов [5, с. 38–42].

При изучении поведения функции в окрестности ее особых точек важную роль играет введенное Пенлеве понятие области неопределенности (см. [5, с. 45–46]), которое Голубев приводит, следуя изложению лекций Цоретти [261, p. 60]. Чтобы применить это понятие к изучению функций с совершенным множеством особых точек, Голубев детализирует его, впервые выделяя так называемое множество Пикара [5, с. 46–48]. Позднее он продолжил изучение этого понятия.

Из конкретных результатов первой главы следует отметить следующую лемму[2]: пусть дано совершенное множество длины 0, расположенное на спрямляемой кривой без двойных точек; всегда можно построить в пространстве спрямляемую кривую и на ней множество точек длины больше 0, для которого данное множество является проекцией, так, что между точками проектируемого множества и точками проекции будет взаимно однозначное непрерывное соответствие [5, с. 23]. Этот результат, возникший, как мы полагаем, на базе знаменитого канторова множества и лестницы Кантора, неоднократно использовался в следующих главах – в частности, при построении примера совершенного всюду разрывного особого множества меры 0.

Вторая глава работы Голубева [5] посвящена изучению поведения функций, аналитических внутри области, ограниченной спрямляемой кривой, с помощью интеграла типа Коши[3]. Почему В.В. Голубев считал интеграл типа Коши наиболее приемлемым способом аналитического представления функций с совершенным множеством особых точек? Дело в том, что ранее Э. Борель, развивая идеи К. Вейерштрасса, ставил задачу построения аналитического выражения, представляющего функцию во всей области ее существования и возможно лучше указывающего характеристические свойства функции, и, в частности, ее особенности (см. об этом комментарий 12 [149, с. 433]). Для функций со счетным особым множеством таким требованиям удовлетворяет разложение Миттаг-Леффлера. Разложение в ряды многочленов Борель считал наиболее приемлемым способом изображения функций с совершенным множеством особых точек, так как, по его мнению, нельзя построить аналитическое выражение, в котором фигурировало бы несчетное множество особых точек. *Мы не можем согласиться с таким заключением,* – писал Голубев, – *так как есть аналитические выражения, в которые явно входит несчетное множество точек; таковы криволинейные интегралы или интегралы, распространенные по прерывным множествам точек. Заключение Borel'я нельзя было принять и в то время, когда оно было написано* (1898); *тем более с ним трудно согласиться после расширения понятия об интеграле*[4]*, сделанного Lebesgue'ом* [5, с. 52]. Такого рода выражение (интеграл типа Коши, взятый по особому множеству) можно встретить еще у П. Пенлеве и Д. Помпейю [255], [256].

Следует подчеркнуть, что с этой работы В.В. Голубева началось самое широкое применение интеграла типа Коши в самых различных ситуациях – по незамкнутым кривым, по разрывным множествам, для построения тонких примеров функций с требуемыми свойствами (см., например, [160, с. 46, 99, 261, 262], [218, с. 330–333], [169], [154], [221]).

---

[2] Для удобства ссылок назовем ее условно "леммой о проекциях".

[3] У Голубева еще нет такого термина. По-видимому, впервые его ввел И.И. Привалов [217, с. 51].

[4] Голубев везде использует интеграл в смысле А. Лебега.

Прежде всего Голубев доказал, что если C – спрямляемая линия, $\varphi(x)$ – функция, определенная и суммируемая на C, то разность значений интеграла типа Коши: $F(z)=\int\limits_C \frac{\varphi(x)dx}{x-z}$ с обеих сторон кривой стремится к $2\pi i\varphi$ почти всюду на C, когда z равномерно стремится к x по нормали к C [5, с. 54–59]. Этот результат является обобщением полученной в 1873 г. формулы Ю.В. Сохоцкого, впервые изучавшего поведение интеграла типа Коши на границе в классических предположениях относительно $\varphi(x)$ и C. Но Голубев тогда не знал о работах Сохоцкого (см. подробнее историю вопроса в статье Е.П. Долженко и С.В. Колесникова [170, с. 28–29], а также комментарий 15 [149, с. 434] о дальнейшем продвижении в этой тематике в работах И.И. Привалова [217] и позднее Г.Ц. Тумаркина, П.Л. Ульянова и В.П. Хавина).

Основным результатом гл. 2 диссертации Голубева [5] является доказательство с помощью упомянутой обобщенной формулы Сохоцкого теоремы, названной Голубевым теоремой Коши-Фату [5, с. 67–70, 77–80]: пусть дана функция $f(z)$, голоморфная и ограниченная внутри простейшей односвязной области G, ограниченной спрямляемой кривой C; тогда почти всюду на C существует предел $f(x)$ функции $f(z)$, если z стремится к x по любой прямой, некасательной к C (так называемый угловой предел). При этом для любой внутренней точки z области G: $f(z)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{+C}\frac{f(x)dx}{x-z}$.

Предшественниками Голубева в этом направлении были П. Пенлеве и Э. Гурса. Их результаты относились к функциям, непрерывным вплоть до границы и к частным видам контуров. В 1906 г. Фату впервые получил аналогичный результат для ограниченных аналитических функций (контуром служила окружность) (см. комментарий 16 [149, с. 434]). Для областей, ограниченных спрямляемыми кривыми, как существование граничных значений, так и представимость интегралом Коши для ограниченных аналитических функций впервые доказаны Голубевым. Этот результат получил название обобщенной теоремы Фату.

Н.Н. Лузин писал: "Одной из основных проблем, которые поставил себе В.В. Голубев в своей диссертации, явилась гипотеза о возможности распространения классических формул теории функций комплексного переменного (например, формулы интеграла Couchy и др.) на произвольные спрямляемые контуры. Дело в том, что все редакции после Cauchy и Briot et Bouquet этой теории или не прецизировали природы дорожек интегрирования, или явственно налагали на них слишком большие и, видимо, совершенно излишние ограничения, вроде непрерывного изменения вдоль них радиуса кривизны. Освобождение от этих вредных ограничений являлось важным насущным делом рассматриваемой ветви науки. И, вместе с тем, это освобождение являлось делом отнюдь не тривиальным, но чрезвычайно трудным, так как простой переход к пределу здесь совершенно недостаточен вследствие его незаконности. В.В. Голубеву понадобилось установить многие весьма тонкие предварительные понятия, геометрические образы, конструкции, леммы и теоремы, чтобы установить – наконец – со всею строгостью сохранение избранных им классических формул теории функций комплексного переменного для спрямляемых контуров общего вида" [198, с. 3–4].

Проводя анализ условий обобщенной теоремы Фату, Голубев убеждается, что исключение множества точек меры нуль на границе области необходимо, чего нельзя сказать об ограниченности функций на контуре. *Таким образом, мы видим,* – отмечал Голубев, – *что условия Fatou достаточны для того, чтобы теорема Cauchy имела место, но не необходимы*; *теорема Cauchy допускает еще некоторое расширение* [5, с. 71]. В 1923 г. Ф. Рисс распространил теорему на функции класса H_1 (интегралы которых по концентрическим окружностям ограничены), а в 1929 г. Г.М. Фихтенгольц показал необходимость этого условия, тем самым полностью решив вопрос. Для любого спрямляемого контура получено аналогичное условие.

Уточняя далее свойства интеграла типа Коши $F(z)$, Голубев рассматривает случай, когда функция $f(x)$ непрерывна на кривой C, имеющей всюду касательную: *Из чтения некоторых мест у Painlevé, Borel'я, Faber'а можно вывести заключение, что в этом случае $F(z)$ принимает с той и другой стороны определенные значения, такие, что ΔF при любом приближении z к точкам C стремится к $2\pi i f(x)$. Такое заключение неверно, как легко показать на примере* [5, с. 80–81]. Соответствующий пример показывает, что непрерывности $f(x)$ мало даже для ограниченности $F(z)$.

Но, добавляя условие Липшица: $|f(x_1)-f(x_2)|<k|x_1-x_2|^{\alpha}$, $\alpha>0$, Голубев для прямолинейного пути интегрирования доказывает ограниченность функции $F(z)$ [5, с. 83–84]. И.И. Привалов обобщил результат Голубева в 1919 г. [217, с. 79–80] (см. комментарий 19 [149, с. 435]) и позже (1941) распространил теорему на кусочно-гладкие контуры.

Голубев в гл. 2 применил интеграл типа Коши также к решению вопроса, впервые поставленного Дж. Морерой: каким условиям должна удовлетворять заданная на замкнутой линии C функция $f(x)$, чтобы представлять граничные значения на C какой-либо функции, аналитической внутри C? (т.е. интеграл типа Коши является интегралом Коши)[5]. Морера давал следующее достаточное условие: $\int\limits_C \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}dx=0$ для любой точки x_0 контура C. *Прием, которым Morera доказывает эту теорему, не вполне убедителен, но и, кроме того, заметим, что условий получается континуум (для всех точек x_0 контура), и ограничения, налагаемые этим условием на $f(x)$, далеко не необходимы* [5, с. 74]. Голубев дал другое, более простое доста-

[5] См. об этом также [170, с. 32–33].

точное условие: пусть $F(x)$ – интегрируемая на замкнутой спрямляемой кривой C функция; если $\int\limits_C F(x)x^m dx = 0$ при $m = 0, 1, 2, \ldots$, то $F(x)$ представляет значения на C некоторой функции, голоморфной внутри C [5, с. 74–75] (условие Голубев получает немедленно из обобщенной формулы Сохоцкого). Привалов вскоре доказал необходимость этих условий (называемых теперь условиями Привалова-Голубева) [217, с. 65–66].

Итак, плодотворное влияние исследований В.В. Голубева об интеграле типа Коши на дальнейшие работы по этим проблемам несомненно. Высоко оценивая магистерскую диссертацию Голубева, Н.Н. Лузин писал о ней: "Для того, чтобы дать понятие о ее значении, достаточно указать, что докторская диссертация члена-корреспондента АН СССР Ивана Ивановича Привалова вся является лишь развитием одной второй главы ("Интеграл Cauchy") диссертации Владимира Васильевича. Эта диссертация И.И. Привалова, носящая то же самое название "Интеграл Cauchy", представляет из себя строго логическое произведение блестящего, хотя и несколько сухого, ума, но по существу является развитием интуитивного материала второй главы диссертации Владимира Васильевича, от которой она отделилась как от материнской клетки. Далее, известно продолжающееся влияние диссертации Владимира Васильевича на работы столь оригинального математике, каков Владимир Семенович Федоров, и на исследования учеников Владимира Васильевича, среди которых следует упомянуть уже покойного В.Н. Вениаминова" [197].

Третья и четвертая главы магистерской диссертации В.В. Голубева посвящены изучению функций с особыми линиями (это простейший вид совершенного множества). Примеры таких функций можно найти в работах Ш. Эрмита, Г.А. Шварца, Ф. Клейна, А. Пуанкаре, Ж. Адамара, А. Принсхейма, Э. Бореля, О. Фабри, Ш.Э. Пикара. Поведение функций с изолированными особыми точками обычно изучалось локально – в окрестности каждой отдельной точки. *Естественно было применить такой же метод и к изучению функций с совершенными множествами особых точек; такой точки зрения и держались по большей части авторы, писавшие в этой области. Особенно это заметно в работах, посвященных построению примеров с особыми линиями, например в работах Prinsheim'a, Poincaré, Borel'я. Между тем поведение функций в области изолированных особых точек коренным образом отличается от поведения функций в области совершенных множеств особых точек; эти особенности, таким образом, возникают благодаря той особой структуре, которую имеет совершенное множество. Отсюда представляется более целесообразным исследовать поведение функции в области совершенного множества, рассматриваемого целиком, не разбивая его на отдельные точки. Эта точка зрения, высказанная вскользь впервые, по-видимому, Zoretti, и является основной в настоящем сочинении; мы рассматриваем* *совершенное множество особых точек как один элемент, характеризующий функцию* [5, с. 14].

Важность и новизну этой идеи через много лет отмечали Е.П. Долженко и С.В. Колесников [170, с. 28]: "Этот подход был совершенно новым, однако он как и многие другие результаты В.В. Голубева, опубликованные в провинциальных изданиях[6], оставался неизвестным большинству специалистов. Через многие годы эти результаты переоткрывались другими авторами. Так, подход к особой линии аналитической функции как к ее единой коллективной особенности вновь появился в работе Э. Коллингвуда и М. Картрайт (1954 г.)".

При изучении особых линий В.В. Голубев пользуется результатами, полученными в первых двух главах: средством аналитического изображения функций служат интегралы, аналогичные интегралам типа Коши, активно используется понятие области неопределенности в окрестности особой линии. Прежде всего рассматриваются функции, ограниченные в окрестности спрямляемой особой линии. Такая функция может быть представлена в виде суммы интеграла типа Коши (так называемой главной части разложения) и голоморфной функции. Показано, что главные части имеют свойства, аналогичные свойствам интегрального вычета [5, с. 89–91]. Далее полученные результаты применяются к вопросу об аналитическом продолжении рассматриваемых функций [5, с. 91–96]. Вводится понятие полярных особых линий, в некотором смысле обобщающее понятие обычного полюса. Разложение функций в этом случае аналогично разложениям в окрестности полюса [5, с. 99–101].

Голубев в связи с этим поставил вопрос, нельзя ли ввести аналогичное понятие "существенно особой линии" с соответствующими свойствами [5, с. 111–112, 195–196]. Только в 1958 г. В.П. Хавин дал утвердительный ответ на этот вопрос[7].

Далее Голубев находит новые классы функций, для которых справедлив тот факт, что почти всюду на особой линии они имеют угловые пределы. Таковыми оказываются, во-первых, проективно ограниченные в окрестности особой линии функции (т.е. те, образ которых не содержит некоторой области). Расширяя класс рассматриваемых функций, Голубев накладывает ограничения теперь не на рост функции, а на область неопределенности и множество Пикара: если функция в окрестности особой линии не принимает значений, образующих линейный континуум, то почти всюду на особой линии она имеет угловые пределы и также может быть представлена с помощью интегралов [5, с. 113–115]. Возникает вопрос: можно ли получить аналогичный результат для всюду разрывного множества Пикара? Голубев получил на него утвердительный ответ при дополнительном предположении о том, что множество Пикара, выражаясь современным языком, имеет положительную аналитическую емкость [5, с. 117–118] (см. подробнее [170,

[6] Имеется в виду, прежде всего, [9], хотя и [5] – возможно, в силу исторических обстоятельств – была недостаточно известна за рубежом.

[7] Подробнее см. [170, с. 35–36] и комментарий 22 [149, с. 435–436].

с. 29–30]). Таким образом, Голубев впервые (в других терминах) рассмотрел класс множеств аналитической емкости нуль.

Обобщенная теорема Фату дает Голубеву возможность распространить ряд теорем о продолжении на ограниченные функции [5, с. 119–120]. В частности, он показывает, что множество меры нуль на спрямляемой кривой есть устранимая особенность. Проблемой описания устранимых особенностей позднее занимался А. Данжуа, полного ее решения нет до сих пор. Заменив требование ограниченности функции более узкими условиями на множества Пикара, Голубев получает несколько теорем единственности. Позже в этом направлении работали Н.Н. Лузин и И.И. Привалов (см., например, [196], [217, гл. III]).

Голубев получает изображение функций при помощи интегралов и в случае, когда особые линии имеют линии уплотнения [5, с. 124–127]; строит непрерывную функцию с совершенным множеством особых линий (т.е. каждая линия является линией уплотнения [5, с. 129–135]).

Все полученные Голубевым результаты относятся к функциям со спрямляемыми особыми линиями. Переход к более общему случаю затруднен, во-первых, из-за того, что на неспрямляемые линии не распространяется обычное понятие длины, а, во-вторых, жордановы кривые, вообще говоря, не имеют касательных (как определить угловые пределы функций?). Голубев сводит дело к изученным случаям, применяя конформное отображение, вводит понятие нуль–множества–множества, образ которого при любом конформном отображении имеет меру нуль; и рассматривает нуль–множества на жордановых кривых. Голубев ставит вопрос: всякое ли множество меры нуль является нуль–множеством? Т.е. всегда ли при конформном отображении областей со спрямляемой жордановой границей подмножество границы, имеющее меру нуль, переходит снова во множество меры нуль? *По-видимому, надо ожидать положительного ответа на этот вопрос,* – отмечает он [5, с. 124]. – *Для полного решения вопроса достаточно было бы уметь для каждого множества меры* 0 *построить аналитическую функцию, неопределенную в точках этого множества.* Доказательство этого факта, использующее идею Голубева, было дано в 1918 г. Н.Н. Лузиным и И.И. Приваловым [194]; [217, с. 24–35] и независимо Ф. и М. Риссами; М.А. Лаврентьев получил в 1936 г. оценки для меры образа граничного множества при конформном отображении областей со спрямляемой жордановой границей на круг (см. [170, с. 31–32]).

Следует отметить данное в конце гл. 4 приложение теорем о граничных свойствах аналитических функций к некоторым вопросам аналитической теории дифференциальных уравнений [5, с. 135–139], содержащее усиление одной теоремы Пенлеве. Для теории дифференциальных уравнений важна структура множества точек особой линии, в которых функция принимает равные значения (например, равна нулю). Цоретти впервые поставил эту проблему, но высказал неверную гипотезу, что нули на особой линии не могут иметь мощность континуум (Фату в 1906 г. построил контрпример; мера множества нулей в его примере была равна нулю). Голубев предполагает, что мера указанного множества и не может быть больше нуля. Решение этого вопроса связано с упомянутым вопросом об инвариантности множества меры нуль при конформном отображении, который, как уже отмечалось, был позднее решен положительно.

Последние (5-я и 6-я) главы магистерской диссертации В.В. Голубева посвящены функциям с совершенным всюду разрывным множеством особых точек; в них использованы те же приемы, которые применены к функциям с особыми линиями. Оказалось, что свойства функций с совершенным множеством особых точек в общем случае аналогичны свойствам функций, имеющих особые линии – на их поведении отражается не "разрывность" множества особых точек, а его мера. *Мысль о влиянии меры множества на поведение функции, принадлежащая, по-видимому, Poincaré, впервые встречается в работе Pompéiu, который, исходя из нее, получил ряд интересных результатов, доказательство которых, впрочем, часто оставляет желать большей строгости* [5, с. 141].

Далее, аналогично предыдущим главам, для функций с совершенным всюду разрывным особым множеством выделяется класс полярных множеств особых точек и выписывается разложение по главным частям. Разобран и случай счетного множества совершенных полярных множеств особых точек [5, с. 144–155]. В гл. 3 в теореме о множестве Пикара аналитической емкости нуль фигурировало всюду разрывное множество, являющееся множеством особых точек некоторой ограниченной функции. К задаче построения такой функции обращались Помпейю и затем Данжуа, который привел примеры таких функций, используя интеграл Лебега, в силу чего мера множества особых точек с необходимостью была положительной (см. [5, с. 155–160]). Голубев впервые сконструировал функцию с совершенным всюду разрывным множеством особых точек длины нуль [5, с. 160–161]. Основная идея восходит к "лемме о проекциях": рассматривается пространственное множество положительной меры, проектирующееся в заданное, и берется (пространственный!) интеграл типа Коши.

Далее изящным рассуждением Голубев показывает, что пикаровское множество функции, имеющей совершенное множество особых точек длины нуль, не может содержать, употребляя современные термины, множество положительной аналитической емкости [5, с. 163]. Это показывает, что случай совершенного множества меры нуль весьма близок к случаю изолированной особой точки.

Полученные результаты прилагаются к теории звезды Миттаг-Леффлера. Здесь удачно "сработала" идея В.В. Голубева об использовании интеграла типа Коши для построения функций с заданным особым множеством. Еще Пенлеве построил всюду разрывное множество, для которого прямолинейная звезда Миттаг-Леффлера ограничена. Взяв интеграл типа Коши по этому множеству, Голубев немедленно строит соответствующую функцию [5, с. 165–168][8].

---

[8] Впервые этот результат был опубликован в Математическом сборнике в 1914 г. [3].

В гл. 6 разбираются примеры всюду непрерывных функций с совершенным множеством особых точек площади нуль [5, с. 171–192]. Впервые такой пример был построен Голубевым и опубликован в Comptes Rendus. Курьезные обстоятельства, в связи с которыми возникла эта работа Голубева, осветил Н.Н. Лузин: "Его первая заграничная печатная работа "Sur les fonctions á singularités discontinues", появившаяся в 1914 г. в сообщениях Парижской Академии наук, привлекла общее внимание. Причина этому лежала в том, что Painlevé и его ученики отрицали существование непрерывных функций с совершенным множеством особых точек, причем они опирали свое отрицание на математические рассуждения, тогда как Poincaré и его ученики утверждали существование таких функций, причем, указывая их конструкцию, также оперировали с математическими доказательствами. В одном и том же году, 1905, и в один и тот же месяц в Парижском университете – Сорбонне – были защищены 2 диссертации: учеником Painlevé – Zoretti и учеником Poincaré – Pompéiu – с диаметрально противоположными и взаимно исключающими друг друга результатами. Лишь спустя 4 года Denjoy, обнаружил правоту Poincaré и, следовательно, существование дискутируемых функций, но лишь тогда, когда совершенное множество имеет площадь, отличную от нуля. Случай нулевой площади считался сомнительным и держалось мнение, что в этом случае был прав Painlevé. Владимир Васильевич дал простое, чисто геометрическое построение функции с нулевой площадью, чем вызвал общий интерес. Позже, в гл. 6 своей диссертации, Владимир Васильевич дал еще и другие варианты конструкций таких функций" [197][9]. Эти вопросы, тесно связанные с описанием устранимых множеств для классов ограниченных или непрерывных функций, до сих пор привлекают большое внимание (см. об этом [170, с. 35]).

Резюмируя проделанное, Голубев дает общее определение полярного особого множества функции $f(z)$ порядка n [5, с. 193]. Ряд свойств обычных изолированных полюсов остается справедливым и для полярных множеств, например, теорема о вычетах. Функции, имеющие в комплексной плоскости только полярные множества особых точек, Голубев называет мероморфными; к таким функциям применяются теоремы о разложении Миттаг–Леффлера, Коши. Но поведение функции в окрестности полярного множества во многом и отличается от поведения функции в области изолированного полюса; первые могут быть ограничены и даже непрерывны. Кроме того, функцию с изолированными полюсами можно представить в виде отношения двух целых функций; для мероморфных функций с особыми множествами это не выполняется, а значит изучать их труднее. Однако Голубев считает, что *в этом направлении можно пойти значительно дальше*; *представляет, например, интерес расширить теорию линейных дифференциальных уравнений типа Fuchs'a, рассматривая коэффициенты, мероморфные в нашем смысле* [5, с. 194].

---

[9] В 1922 г. появился более наглядный пример П.С. Урысона.

Дальнейшие исследования по теории особых точек

Продолжением работы, начатой магистерской диссертацией, является работа "Исследования по теории особых точек однозначных функций" [9], опубликованная частями в Ученых записках Саратовского университета: гл. 1, 2 и 3 – в 1924 г., гл. 4 – в 1925 г., гл. 5 – в 1926 г., гл. 6 – в 1927 г. В работе [9] совершенные множества особых точек изучаются методами, аналогичными методам теории целых функций. Выбор таких методов для выяснения связи свойств функции с поведением ее на особом множестве Голубев осуществил на основании следующих соображений. *Первый вопрос, который тут естественно наметился, – это выработать методику изучения особых линий и множеств. При решении этого вопроса я стал на ту точку зрения, что нет принципиальной разницы между изучением отдельной существенно особой точки и изучением особой линии. Если взять простейший случай, когда особой линией является окружность и функция дана внутри ее, то этот случай и случай функции, имеющей одну существенно особую точку в бесконечности, стоят друг по отношению к другу в таком же соответствии, как функция мероморфная на плоскости Лобачевского, и функция, мерморфная на евклидовой плоскости... А отсюда намечается изучение функций с особыми линиями (в первую очередь с особой окружностью) методами теории целых функций* [141, с. 1]. Как же осуществлялся этот план в рассматриваемой работе?

В начале работы Голубев классифицирует особые множества по скорости роста функции при приближении к нему [9, с. 200]. Это прямое обобщение понятий изолированного полюса, и, в случае существенно особой точки, конечного или бесконечного порядка роста функции. Полярные особые множества, определенные несколько иначе, рассматривались ранее в магистерской диссертации. Здесь же основное внимание уделяется функциям с существенно особыми линиями конечного порядка (этот важный класс содержит, например, автоморфные функции). Развивая идеи Пикара, Голубев применяет для исследования указанного класса функций бесконечные произведения. Его цель – изучить представление аналитической функции $f(z)$ с особым множеством E в виде $f(z) = e^{g(z)}\prod\limits_{1}^{\infty} U_n(z)$, где $g(z)$ – голоморфная функция, $U_n(z)$ – так называемый примфактор[10] [9, с. 202–203]. Произведение примфакторов называется каноническим произведением.

Первая глава работы [9] посвящена изучению зависимости между ростом функции и аналитическим выражением ее через каноническое произведение. Основной характеристикой канонического произведения является его действительный порядок (или показатель сходимости расстояний нулей) ρ [9, с. 204]. Используя это понятие, Голубев оценивает каноническое произведение сверху (получая аналог теорем

[10] $U_n(z)$ называют также первичным множителем Вейерштрасса [209, с. 227].

Пуанкаре и Бореля) и снизу вне множества его нулей (аналог второй теоремы Адамара) в случае канонического произведения конечного и бесконечного порядков[11] [9, с. 204–224]. На частном примере показана эффективность применения полученных результатов при определении роста функции [9, с. 225–228].

В теории целых функций известна теорема Адамара, показывающая зависимость показателя сходимости нулей функции от величины роста функции. В.В. Голубев рассматривает во второй главе функцию голоморфную внутри единичного круга (т.е. с особой линией в виде окружности) и получает для нее три теоремы.

1. Если порядок роста функции не больше h, т.е. $|f(z)| < e^{\frac{k}{d^h}}$, $h > 0$, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} d_n^{h+1+\varepsilon}$ сходится при любом $\varepsilon > 0$, где $d = 1 - |z|$, $\{ d_n \}$ – последовательность расстояний от нулей функции до границы области (т.е. $\rho \leqslant h + 1$). В 1927 г. П. Монтель, не ссылаясь на работу Голубева, опубликовал этот результат, применив его к доказательству теоремы о равномерной сходимости последовательностей аналитических функций в круге[12]. Следуя традиции, мы будем также называть эту теорему теоремой Монтеля.

2. Если $f(z)$ ограничена в круге $|z| \leqslant 1$, то ряд $\sum\limits_{1}^{\infty} d_j$ сходится. Эта теорема вытекает из результатов, полученных в 1915 г. В. Бляшке [246].

3. Если окружность является полярной особой линией, т.е. $|f(z)| < \frac{A}{d^h}$, то ряд $\sum\limits_{1}^{\infty} d_n^{1+\varepsilon}$ сходится при любом $\varepsilon > 0$ (т.е. $\rho \leqslant 1$) [9, с. 230–231].

По поводу этих результатов Н.Н. Лузин писал: "... Владимир Васильевич дает много ценных теорем уже классического характера, среди которых мы встречаем и теорему Vitali[13], и теорему Montel'я: первую Владимир Васильевич поместил только потому, что в эту эпоху ее не знал, так что утрата им приоритета вполне понятна. Но труднее объяснима утрата автором приоритета на теорему Montel'я, ибо она была опубликована этим последним лишь много лет спустя после опубликования ее Владимиром Васильевичем" [197].

Далее В.В. Голубев обобщает на случай существенно особой окружности бесконечного порядка теорему Блюменталя из теории целых функций. Он доказывает, что ряд $\sum d_n^{\mu\left(\frac{1}{d_n}\right)^{1+\eta}}$ сходится при любом $\eta > 0$, где μ – типическая функция роста [9, с. 234].

---

[11] В этой главе В.В. Голубев существенно опирается на материал книги [247] Л.О. Блюменталя, особенно на понятие типических функций [247, chapitre II–IV].

[12] См. [254, p. 185–187]; имеется русский перевод: см. [254, с. 152–154].

[13] Имеется в виду содержащееся в статье В. Бляшке [246] обобщение теоремы Дж. Витали о последовательности аналитических функций.

Затем он показывает, что в теореме Монтеля число (h + 1) не может быть уменьшено. Это выводится им из следующей теоремы, в которой $h = 0$. Пусть внутри окружности $|z| = 1$ дано счетное множество точек a_n, для которого ряд Σd_n сходится; можно построить ограниченную функцию, имеющую все точки a_n нулями [9, с. 234]. Используемые в доказательстве теоремы бесконечные произведения были введены А. Пуанкаре, изучены В. Бляшке и теперь носят его имя. В.В. Голубев независимо приходит к этому понятию и доказывает некоторые его свойства, например, что произведения Бляшке почти всюду на окружности принимают определенные значения [9, с. 237].

Рассматривая функции с особой линией, отличной от окружности, Голубев на примерах показывает, что показатель сходимости, во-первых, может меняться при конформных отображениях и, во-вторых, может быть бесконечным. Отсюда он делает вывод, что указанные выше результаты главы второй нельзя перенести со случая круга на случай произвольной области существования (можно лишь заменить окружность аналитической кривой без особых точек) [9, с. 240].

Далее Голубев распространяет теорему Бляшке на случай функций, имеющих совершенное особое множество на окружности. При этом рассматриваются и нули функции, лежащие на самой окружности [9, с. 242–245]. Воспользовавшись теоремой Каратеодори о поведении действительной и мнимой части функции, Голубев оценивает через рост самой функции $f(z)$ рост функции $g(z)$, входящей в каноническое разложение, а также рост ее действительной и мнимой части [9, с. 247–249].

Резюмируя полученные результаты, В.В. Голубев показывает, что связь между показателем роста функции и показателем сходимости нулей, в отличие от выводов теории целых функций, в рассматриваемом случае выражается не точными равенствами, а двойными неравенствами [9, с. 251]. Вырезая из области определения функции сектор с раствором α, Голубев оценивает показатель сходимости лежащих в нем нулей [9, с. 251–255]. Он также дает новое доказательство классической теоремы Адамара о связи показателя роста функции с ее нулями. Голубев затем получает одно из обобщений теоремы единственности, использующее связь показателя сходимости нулей и показателя роста функции.

Первые параграфы третьей главы работы [9] перекликаются с вышедшей в том же 1924 г. статьей Голубева "Об одном обобщении теоремы Picard'a" (фрагменты ее приведены на с. 265–266, 274 издания [9]). Дело в том, что большая теорема Пикара неверна для функций с особой линией (такая функция может не принимать любое конечное число, счетное или несчетное множество значений). Однако исключения образуют весьма ограниченный класс; для "большинства" функций можно сформулировать положительные результаты. Владимир Васильевич в упомянутой статье писал: *Как известно, Borel обобщил теорему Picard'a в случае функций целых конечного порядка, подобное же обобщение для случая функций бесконечного порядка* *было дано Blumenthal'ем. Эти обобщения показывают, что теорема Picard'a есть только весьма частный случай более общей теоремы, касающейся распределения нулей целой функции. Совершенно подобное же обобщение можно дать и в случае функций, имеющих особую окружность* [10, с. 563].

Голубев получает ряд результатов о связи роста функции с ее пикаровским множеством (тематика, восходящая к работам Ф.Г. Шоттки и Э. Бореля). Например, для функций, голоморфных в единичном круге и выпускающих континуум значений, легко получается оценка $|f(z)| < \frac{M}{(1-|z|)^2}$, $M = \text{const}$ [149, с. 270]. Затем Голубев получает оценку роста функции с известными показателями сходимости ее A-точек и B-точек для фиксированных различных A и B [9, с. 273].

В случае функций медленно растущих, которые могут выпускать "большое" множество значений, естественно заняться изучением этого множества. В.В. Голубев дает аккуратное определение его и называет множеством Пикара, напоминает о тесной связи этого множества с ростом функции и поведением ее вблизи множества особых точек (расположением нулей и пр.). Чтобы использовать в дальнейшем понятие множества Пикара, необходимо исследовать свойства области неопределенности для одной особой точки и обобщить это понятие на случай произвольного множества особых точек. Здесь вновь особое множество выступает как "коллективная особая точка". Голубев, рассматривая целесообразность такого подхода, говорит о его применимости для, так называемых, неприводимых особых множеств [9, с. 281–282]. Если функция имеет приводимое особое множество (т.е. существует его подмножество, имеющее область неопределенности, не совпадающую с областью неопределенности всего множества), то нет смысла рассматривать такое множество целиком. В дальнейшем Голубев всюду предполагает, что особые линии являются неприводимыми.

Введя понятие множества Пикара для функций с произвольным множеством особых точек [9, с. 283], Голубев выясняет его свойства и дает ряд примеров построения функций с заданным множеством Пикара (например, всюду плотным на плоскости). Он продолжает начатое в гл. 4 магистерской диссертации изучение связи множества Пикара с поведением функции и доказывает две теоремы [9, с. 292, 294], которые мы приведем в современной формулировке.

1. Пусть $f(z)$ – аналитическая однозначная функция с особой окружностью, не принимающая в круге значений, образующих множество положительной аналитической емкости. Тогда ряд Σd_n сходится, где $\{ d_n \}$ – последовательность расстояний нулей функции до окружности.

2. Пусть $f(z)$ аналитична в круге D: $|z| < 1$ и в D существуют такие замкнутые жордановы кривые γ_n ($n = 1, 2,...$) с длинами l_n и расстояниями δ_n от окружности $\Gamma = \{|z| = 1\}$ соответственно, что функция $f(z)$ внутри круга D и вне кривых γ_n не принимает значений, образующих множество положительной аналитической емкости. Тогда, если ряд

$\sum_{n=1}^{\infty}(l_n+\delta_n)$ сходится, то функция $f(z)$ почти всюду на Γ имеет угловые пределы (современная формулировка второй теоремы приведена в статье Е.П. Долженко и С.В. Колесникова [170, с. 30]).

Работы по теории автоморфных функций

Три последние главы работы [9] В.В. Голубева посвящены приложениям к автоморфным функциям методов, разработанных в первых главах. Интерес Владимира Васильевича к теории автоморфных функций объясняют его слова. *Общие результаты трех первых глав настоящей работы могут представлять интерес в том случае, если окажется, что полученные там выводы могут быть приложены к функциям, к которым приводят другие естественные задачи анализа. Среди функций, имеющих особые линии и множества, особый интерес представляют автоморфные функции как в силу того, что они являются естественным завершением идеи периодической функции, так и ввиду их связи с теорией дифференциальных уравнений, в частности, с теорией уравнений с неподвижными критическими точками* [9, с. 295–296]. Голубев указывает, что четкий закон распределения A-точек автоморфных функций намного облегчает их изучение, а значит, может натолкнуть и на закономерности, верные для более широких классов функций.

В четвертой главе Голубев изучает автоморфные функции, для которых особой линией является окружность, применяя к ним теоремы гл. 1. Рассматривается множество нулей (или A-точек), т.е. орбита группы преобразований данной функции, и доказывается, что для последовательности расстояний нулей от особой окружности $\{d_k\}$ ряд Σd_k^2 сходится, тем самым показатель сходимости ряда не превосходит 2. При тех же условиях уточняется аналитическое представление автоморфной функции: $f(z)=e^{g(z)}\dfrac{\Phi_1(z)}{\Phi_2(z)}$, где $g(z)$ – мероморфная функция в круге роста не более $1/d^3$, а Φ_1 и Φ_2 – канонические произведения жанра 1, голоморфные внутри окружности [9, с. 296–304].

Изучаются свойства конкретных автоморфных функций. Прежде всего, выясняется расположение 1-точек модулярной функции $I(z)$ (т.е. нулей функции $I(z)-1$); показатель сходимости их не превосходит 2, конкретные геометрические свойства модулярной функции позволяют оценить ее модуль сверху: $|I(z)|<e^{\delta^{-\frac{1}{1+\varepsilon}}}$, где δ-расстояние от z до особой окружности (последний результат верен и для некоторых других модулярных функций) [9, с. 304–312]. Интересно найти автоморфные функции, растущие медленнее, чем указанная модулярная функция.

Изучаются геометрические свойства функции $\ln k^2(z)$, она оказывается сильно униформизирующей (униформизирует все функции с точками ветвления, расположенными вдоль прямой на равном расстоянии). Подобные результаты в близких вопросах получил Г.П. Боев (1921 г.). Фундаментальный многоугольник функции $\ln k^2(z)$ состоит из счетного множества фундаментальных многоугольников для $k^2(z)$. Еще более широкий фундаментальный многоугольник имеет функция $\ln\ln k^2(z)$ [9, с. 312–318]. Зная характер распределения значений функции в фундаментальном многоугольнике, можно определить рост функции в области особой линии. Получается, что $|\ln k^2(z)| < 2M\frac{1}{d}$, т.е. в данном случае окружность является полярной особой линией. Попутно доказан следующий интересный факт: $\ln k^2(z)$ есть вторая производная ограниченной функции. Точное значение показателя сходимости функций $\ln k^2(z)$ и $\ln\ln k^2(z)$ найдено в следующей главе (именно, $\rho = 1$). По характеру неопределенности эти функции оказываются похожими.

Если автоморфная функция с особой окружностью в любой точке фундаментального многоугольника с конечным числом вершин принимает определенное значение, то в каждой точке особой окружности функция неопределенна. Возникает вопрос о существовании автоморфной функции, имеющей почти всюду на особой линии предельные значения по некасательным путям. Решению этого вопроса посвящена пятая глава работы Голубева [9]. Доказана теорема: если существует хоть одно значение A такое, что для A-точек ряд Σd_n сходится, то такая автоморфная функция почти всюду на окружности принимает определенные значения. Эти значения она принимает в вершинах фундаментального многоугольника (последнее верно и для пределов по некасательным путям) [9, с. 323–331][14]. Поэтому функции, для которых фундаментальная область имеет конечное или счетное число вершин, почти всюду на окружности неопределенны. Таковы все классические автоморфные функции и рассмотренные выше функции $I(z)$, $k^2(z)$, $\ln k^2(z)$ и $\ln\ln k^2(z)$. Следовательно, нужно искать функции, неопределенные в вершинах фундаментального многоугольника или имеющие несчетное число вершин.

Методом конформного отображения Голубев получает ограниченную автоморфную функцию. Приводится остроумное построение односвязной римановой поверхности, склеенной из бесконечного числа листов и конформно отображаемой на единичный круг. Обратная функция ограничена в единичном круге и является автоморфной. Являясь ограниченной, эта функция по теореме Фату почти всюду на окружности принимает определенные значения. Комбинируя извест-

---

[14] В работе "О соответствии границ при конформном отображении" [11] Голубев в частном случае модулярных функций с фундаментальным четырехугольником получил такой же результат и использовал его для построения примера конформного отображения области с неспрямляемой границей на область со спрямляемой границей, при котором множество положительной меры на начальной кривой (целая окружность) переходит во множество меры нуль (о развитии идеи этой статьи в работе Лузина и Привалова см. примечание 90 [149, с. 446–447]).

ные функции, можно другим способом получить ограниченную автоморфную функцию: она получается из функции Шварца со специально подобранными коэффициентами и модулярной функции. Голубев предполагает, что не существует автоморфной функции, имеющей фундаментальный многоугольник с конечным числом вершин и принимающей почти всюду на особой линии определенные значения[15]. Тогда ясно, что построенные здесь Голубевым примеры представляют простейшие автоморфные функции, принимающие почти всюду на особой линии определенные значения [9, с. 332–338].

Характеризуя работу Голубева [9], Н.Н. Лузин писал: "В этой работе Владимира Васильевича обращает на себя внимание открытие ограниченных автоморфных функций. Наблюдая ту неутомимость, с которой автор ищет и добивается аналитического изображения таких функций, легко понять те силы, которые движут его по пути этого исследования. Проблема сходимости тригонометрического ряда Fourier для ограниченной функции со времени первых исследований Paul du Bois Reymond'a (1876 г.) ожидает своего решения. Трудность здесь та же самая, как и в проблеме сходимости степенного ряда на круге сходимости для ограниченной аналитической функции. Но доказана сходимость этих рядов для однолистных (вообще, конечнолистных) ограниченных аналитических функций. С этой точки зрения ограниченная автоморфная функция является находкой, потому что на модели этой наиболее правильной из всех счетно-листных функций естественнее всего исследовать законы указанной сходимости: если среди ограниченных автоморфных функций нет ни одной с расходящимся (почти всюду) рядом Taylor'a, то вероятно, и среди любых ограниченных их тоже нет...[16] Сказанное делает понятным страстные домогательства Владимира Васильевича аналитического изображения для автоморфных функций" [197].

Далее Голубев строит функцию, фундаментальная область которой имеет несчетное число вершин на окружности и которая в каждой точке фундаментальной области принимает определенное значение. Множество вершин фундаментальной области полученной функции оказывается замкнутым и, кроме того, содержит совершенное множество меры нуль [9, с. 339–346]. Полученные результаты позволяют указать новый способ построения совершенного множества на спрямляемой кривой и аналитической функции, постоянной на совершенном множестве меры нуль (другим способом такие функции строил П. Фату [9, с. 346–349]).

В последней шестой главе работы [9] Голубев рассматривает функции, для которых сходится ряд Σd_n (таковыми, например, являются все ограниченные фуксовы функции) и изучается множество E вершин фундаментальной области. Дано новое доказательство для фуксовых

[15] Предположение это Голубев доказал в работе "Исследования по теории автоморфных функций" [21].

[16] Сейчас гипотеза Н.Н. Лузина доказана в следующем виде: для функции из $L^2(0, 2\pi)$ ряд Фурье сходится почти всюду (Л. Карлесон, 1966). В последние годы и этот результат усиливался.

функций теоремы Г.П. Боева (1926) о том, что если mes$E > 0$, то ряд Σd_n сходится [9, с. 351–352]. Показано, что точки окружности, лежащие на границе фундаментальных областей могут образовывать множество любой меры от 0 до 2π [9, с. 355–359]. Исследуется представление функций, для которых Σd_n сходится, при помощи рядов рациональных дробей и интеграла по особой окружности L:

$$f(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{f(w)dw}{w-z}+\sum_{j=1}^{m}\left\{G_j(z)+\sum_{k=1}^{\infty}\left[G_j\left(\frac{\alpha_k z+\beta_k}{\gamma_k z+\delta_k}\right)-G_j\left(\frac{\alpha_k}{\gamma_k}\right)\right]\right\}, \quad (1)$$

где G_j – главные части разложения функций в окрестностях ее полюсов. Для функции, фундаментальный многоугольник которой ограничен счетным числом окружностей, не пересекающих друг друга и ортогональных к L, и дугами окружности L, разложение (1) не содержит члена с интегралом. Для ограниченной автоморфной функции, напротив, остается только интеграл – он тоже может быть заменен рядом некоторых рациональных дробей для функции, построенной в главе 5 [9, с. 359–370].

Статья Голубева "К теории медленно растущих автоморфных функций" [17] посвящена функциям с полярной окружностью или растущим еще медленнее, для которых общие теоремы о связи роста с распределением нулей дают слишком грубые результаты. С помощью конформного отображения строится автоморфная функция, такая, что $|f(z)| < k\ln\ln\frac{1}{d}$. Аналогичным образом можно строить функции, растущие еще медленнее: $|f(z)| < A\ln\ln\ldots\ln\frac{1}{d}$. Для них получена теорема о сходимости ряда из d_k, деленных на логарифмы специальных выражений, т.е. установлена искомая связь.

В 1930 г. Голубев опубликовал в Annali di Matematica статью [21], в которой подводил итог своим исследованиям по теории автоморфных функций, излагая и улучшая полученные ранее результаты. Последней в серии работ по автоморфным функциям стала статья "К вопросу об аналитическом изображении автоморфных функций" [29]. Имея в виду связь между теорией эллиптических функций и теорией автоморфных функций, Голубев пытается перенести способ изображения эллиптических функций рядами на автоморфные функции. Для последних он показывает, что разложения типа Коши не дают желаемых простых разложений. *Однако отсюда не следует, что для автоморфных функций нельзя вообще дать простых разложений по главным частям,* – писал Голубев. – *Мной было указано несколько случаев таких разложений, например, для ограниченных автоморфных функций. Но эти разложения были получены из соображений, совершенно отличных от тех, которые лежат в основе метода Cauchy* [9, с. 427]. Голубев ставит задачу нахождения простого метода аналитического изображения автоморфных функций. В этом направлении интересные результаты были получены в работах (1932–1954) финского математика П. Мирберга (см. комментарий 101 [149, с. 449]).

Можно сказать, что работы Голубева послужили завершением теории автоморфных функций в том ключе, в каком ее развивали Пуанкаре и Клейн, дальнейшее развитие этой теории связано с глубокими алгебраическими методами.

Монография по аналитической теории дифференциальных уравнений

Аналитическая теория дифференциальных уравнений занимает особое место в творчестве В.В. Голубева: к ней относятся его первые студенческие работы, она же составляет основное содержание задуманного Голубевым фундаментального цикла монографий, частично осуществленного в книгах [58], [102]. Эта теория, представляя собой применение методов ТФКП к задачам исследования решений дифференциальных уравнений, активно используется как в прикладных вопросах механики, так и в сугубо теоретических вопросах математического анализа. Это неоднократно подчеркивал Владимир Васильевич, этим объясняется его глубокий интерес к аналитической теории дифференциальных уравнений на протяжении всей научной деятельности.

Во вступительной статье к книге [5] А.И. Маркушевич писал: "Владимир Васильевич Голубев рассказывал о себе автору этих строк, что в свои студенческие годы он собирался изучать физику и механику, но под влиянием Д.Ф. Егорова избрал математику. Здесь его внимание привлекла теория аналитических функций. Особое впечатление на В.В. производили применения этой теории к проблемам механики [задача вращения твердого тела вокруг неподвижной точки (С.В. Ковалевская), задача трех тел (Бруис, Пуанкаре, позднее Зундман)]" [202, с. 5].

В этом параграфе мы кратко изложим содержание монографии [58], открывающей упомянутый цикл. В ней мало оригинальных результатов Голубева. Ценность ее – в систематическом изложении разрозненных до того фактов теории. Позднее некоторые из рассмотренных в книге вопросов вошли в различные монографии по теории функций комплексного переменного, однако собраны вместе они только в [58].

Общепризнано, что аналитическая теория дифференциальных уравнений началась с работ О. Коши 30–40-х гг. прошлого века, касающихся вопросов существования голоморфных решений уравнения:

$$w' = f(w, z) \tag{2}$$

с правой частью, голоморфной в окрестности начальных данных (z_0, w_0). С их изложения и начинается 1-я глава книги [58]. Методом мажорант доказывается теорема существования (она же дает и единственность) голоморфного решения [58, с. 13–23]. Возникает вопрос об отсутствии неголоморфных (т.е. с особой точкой z_0) решений, называемый Голубевым теоремой единственности и восходящий к работам Ш.О.А. Брио, Ж.К. Буке, Ш.Э. Пикара и П. Пенлеве. Такая теорема доказывается в предположении существования в точке z_0 предела вдоль пути конечной длины [58, с. 23–29]. После очевидного перенесения этих результатов на уравнения высших порядков и системы, а также рассуждений о виде мажорантных функций в случае линейных уравнений Голубев переходит к классификации особых точек аналитических функций (однозначных и многозначных) и к двум важнейшим для аналитической теории дифференциальных уравнений классам особых точек – подвижных (т.е. зависящих от начальных условий) и неподвижных (введенных впервые И.Л. Фуксом) [58, с. 36–47].

Далее Голубев доказывает теоремы, позволяющие исследовать разложения решений в окрестности подвижных алгебраических точек и теорему Пенлеве, которая упрощает исследование решений уравнений первого порядка, алгебраических относительно функции и ее производной (подвижными особыми точками этих уравнений, по теореме Пенлеве, могут быть только алгебраические точки); разбирает свойства уравнений Риккати как важного вида уравнений с неподвижными критическими точками [58, с. 48–64].

В заключительном параграфе гл. 1 Голубев касается вопроса об однозначных решениях уравнений первого порядка, пытаясь найти аналогию с уравнениями Риккати [58, с. 64–68]. Он приводит свою теорему для уравнений вида:

$$\frac{dw}{dz}=\frac{P(w,z)}{Q(w,z)}, \tag{3}$$

где $P(w, z)$ и $Q(w, z)$ – многочлены, коэффициенты которых – аналитические функции с конечным числом особых точек: если есть три независимые решения уравнения (3), представляющие собой рациональные функции от z, то и любое однозначное решение уравнения (3) – также рациональная функция от z. Этот результат (использующий большую теорему Пикара) был доложен Голубевым на заседании Московского математического общества 21 декабря 1910 г. и был опубликован в 1911 г. (это первая печатная работа Голубева).

Во второй главе изучаются уравнения первого порядка, в которых производная w' является алгебраической функцией w (если независимую переменную z считать параметром). После изложения общих свойств алгебраических функций Голубев приводит полученные Фуксом необходимые и достаточные условия, при которых решения упомянутого уравнения не имеют критических подвижных точек. Этот результат дополняется теоремой Пенлеве об отсутствии подвижных существенно особых точек у уравнений рассматриваемого вида [58, с. 74–81].

Затем Голубев переходит к изложению понятия римановой поверхности в случае алгебраической функции $w^2 = P(z)$, где P – многочлен степени n без кратных корней. Риманова поверхность сначала описывается на плоскости с разрезами, а затем гомеоморфно отображается на многообразие, которое теперь часто называют "сферой с ручками". Показано, что жанр[17] поверхности (число дыр) равен $p = \left[\frac{n+1}{2}\right] - 1$.

Наглядно-интуитивными рассуждениями, связанными с разрезами римановых поверхностей, Голубев приходит к формуле Римана, выражающей жанр поверхности через степень исходного многочлена и порядки ветвления в критических точках [58, с. 81–93].

Обсудив основные виды алгебраических функций (и кривых) жанров 0 и 1, Голубев переходит к интегрированию уравнений с неподвижными критическими точками. В случае жанра 0 можно бирациональным преобразованием свести его к уравнению Риккати, в случае жанра 1 – к некоторому более сложному уравнению, которое, тем не менее, тоже можно до конца проинтегрировать в эллиптических функциях [58, с. 100–109].

В случае автономного уравнения без критических подвижных точек доказывается (теорема Эрмита), что жанр его равен 0 или 1. Решение уравнения есть либо рациональная функция, либо рациональное выражение от показательных или эллиптических функций. Приводится изящное приложение теоремы Эрмита к аналитическим функциям, "имеющим теорему сложения" (т.е. обладающим алгебраическим соотношением $P(f(z), f(t), f(z+t)) = 0$). Именно, доказывается, что теоремой сложения обладают только рациональные функции от z до $e^{\alpha z}$, а также эллиптические функции [58, с. 109–114].

Изложенные общие результаты применяются к уравнениям вида $(w')^m = R(w)$, где R – рациональна функция. Следует отметить, что изучение подобных уравнений было начато Голубевым еще в 1910 г. В случае, когда оно не имеет критических подвижных точек, $R(w)$ оказывается многочленом степени не выше $2m$, причем Голубев полностью описывает возникающие здесь ситуации (всего восемь) [58, с. 114–119].

Переписав уравнение в виде:

$$A dz = (w-a_1)^{-\frac{k_1}{m}} (w-a_2)^{-\frac{k_2}{m}} \ldots (w-a_n)^{-\frac{k_n}{m}} dw, \tag{4}$$

Голубев делает вывод, что решение его эквивалентно обращению интеграла Шварца–Кристоффеля, отображающего многоугольник на верхнюю полуплоскость. Таким образом, найдены все обращения интеграла Шварца–Кристоффеля [58, с. 120–126].

Далее Голубев переходит к геометрической интерпретации этой задачи – подробно изучает конформное отображение многоугольников [58, с. 126–137]. Рассмотрев уравнения гиперэллиптического типа (т.е. те, в которых w' и w бирациональной заменой приводятся к переменным t и τ, связанным соотношением $t^2 = P(\tau)$), Голубев применяет к ним тот же метод, что и для уравнения жанра 1 [58, с. 137–140]. Вторая глава завершается обсуждением свойств бирациональных преобразований (бирациональная эквивалентность кривых жанра 0, наличие 3-параметрической группы бирациональных автоморфизмов кривой

---

[17] Теперь чаще говорят "род".

жанра 0). Выделяются простейшие алгебраические кривые, которым бирационально эквивалентна любая кривая того же жанра: для жанра 0 это – прямая, для жанра 1 – кривая с уравнением $\sigma^2 = 4t^3 - g_2t - g_3$.

Голубев доказывает, что группа бирациональных автоморфизмов кривой жанра 1 будет уже однопараметрической и формулирует теорему Шварца о конечности группы бирациональных автоморфизмов для жанра большего 1 [58, с. 140–146].

Говоря об интегрировании уравнения жанра выше 1, Голубев показывает, что лишь при отсутствии критических подвижных точек решение можно найти с помощью алгебраических операций [58, с. 146–148].

В третьей главе излагается и развивается подход Пенлеве к исследованию подвижных особых точек уравнений второго порядка. Голубев упоминает о механическом происхождении (из задачи трех тел) метода малого параметра Пуанкаре и излагает его на примере системы двух дифференциальных уравнений первого порядка с голоморфными правыми частями, содержащими некоторый параметр λ [58, с. 154–160]. После нескольких подстановок правые части уравнений системы приобретают вид степенных рядов от λ, из-за чего удобно искать решения системы также в виде степенных рядов от λ с функциональными коэффициентами. Подставляя эти ряды в систему, получаем условия на эти коэффициенты в виде систем дифференциальных уравнений первого порядка. Доказывается теорема существования: если известно общее решение исходной системы при $\lambda = 0$, то полученные системы для коэффициентов разрешимы в квадратурах. Таким образом, формальные степенные ряды всегда могут быть выписаны. Доказывается теорема о сходимости этих рядов при малых значениях λ к решениям исходной системы.

Далее показывается, как П. Пенлеве применил результаты А. Пуанкаре к исследованию уравнений второго порядка без подвижных критических точек. Такое уравнение сводится к системе первого порядка, в которую искусственно вводится параметр λ так, что при $\lambda = 0$ система элементарно интегрируется. Чтобы решение, отыскиваемое с помощью метода малого параметра, было однозначно, необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты при λ^n были однозначными функциями. Сущность метода поясняется на примере: уравнение $w' = R(w, z)$ с рациональной по w правой частью будет иметь неподвижные критические точки только в том случае, когда оно является уравнением Риккати [58, с. 161–163]: $w' = A_0(z)w^2 + A_1(z)w + A_2(z)$.

Более серьезный вопрос – о том, когда уравнение $w'' = R(w', w, z)$ не имеет подвижных критических точек – составляет содержание трех последующих параграфов [58, с. 163–188]. Здесь возникает уже бóльшее число типов уравнений, перечисленных в работах П. Пенлеве и Б. Гамбье. Голубев останавливается на двух, наиболее простых, типах этих уравнений: $w'' = 6w^2 + z$ и $w'' = 2w^3 + zw + a$, так называемых уравнениях Пенлеве (решения их называются "трансцендентными Пенлеве") [58, с. 189–202]. Он показывает, что решения обоих уравнений суть мероморфные трансцендентные функции с подвижными полюсами (второго порядка для первого уравнения и первого порядка для второго уравнения).

Четвертая глава целиком посвящена линейным уравнениям. Как было показано в первой главе, они могут иметь лишь неподвижные особые точки, которые следует искать среди особых точек функций, являющихся коэффициентами уравнения. Голубев ограничивается однородными линейными уравнениями второго порядка:

$$w'' + p(z)w' + q(z)w = 0, \tag{5}$$

где $p(z)$ и $q(z)$ – рациональные функции. После вывода известного утверждения о том, что каждое решение такого уравнения есть линейная комбинация двух независимых (отметим, что на протяжении этой главы постоянно ощущается стремление Голубева заменять ссылки на теоремы линейной алгебры громоздкими прямыми вычислениями – см., например, [58, с. 207–212]) Голубев получает специальный вид двух независимых интегралов и выделяет случай так называемой регулярной особой точки. Доказывается теорема Фукса: для того, чтобы уравнение (5) имело в некоторой точке $z = \zeta$, особой для коэффициентов $p(z)$ и $q(z)$, решения с регулярной особой точкой, необходимо и достаточно, чтобы $p(z)$ имело в ζ полюс не выше первого порядка, а $q(z)$ имело бы полюс не выше второго порядка [58, с. 214–221].

Далее рассматриваются уравнения класса Фукса (т.е. удовлетворяющее указанной теореме), уточняется вид рациональных функций $p(z)$ и $q(z)$ и выделяются важнейшие частные случаи: уравнения Эйлера и Римана [58, с. 221–235]. Затем Голубев подробно останавливается на введенном в начале главы понятии матрицы преобразования фундаментальной системы решений при обходе особой точки (Голубев называет матрицы подстановками). Эти матрицы образуют группу, называемую группой монодромии дифференциального уравнения (понятие, восходящее к А. Пуанкаре и Ф. Клейну).

В пятой главе Голубев рассматривает дифференциальное уравнение Гаусса – частный случай уравнения Римана и показывает, что ему удовлетворяет гипергеометрическая функция. Далее он изучает структуру группы монодромии уравнения Римана двумя способами. Говоря о гипергеометрических функциях, Голубев выделяет общую идею о том, что решение дифференциальных уравнений не всегда целесообразно представлять степенными рядами ввиду локального характера такого представления – зачастую удобнее выписывать решения в виде определенных интегралов [58, с. 265]. С помощью этих интегралов Голубев вторым более легким способом находит группу уравнения Гаусса.

Возвращаясь к одной из форм уравнения (4), Голубев изящными подстановками приводит ее к виду $w'^2 = (1 - w^2)(1 - k^2w^2)$, решением которого служит обращение эллиптического интеграла [58, с. 275–276]. Он строит соответствующую поверхность Римана, вводит и изучает периоды эллиптического интеграла, показывает, что, как функции от k, они являются решениями уравнения Гаусса со специально подобранными параметрами.

Голубев формулирует классическую проблему Римана определения многозначных функций с заданным поведением особенностей (частным случаем ее является, например, проблема определения алгебраической функции по заданной поверхности Римана).

Следующая глава посвящена отображению криволинейных многоугольников (ограниченных дугами окружностей) на верхнюю полуплоскость. Показывается, что функция, задающая такое отображение, всегда многозначна и критическими точками ее служат вершины многоугольника. Группу монодромии такой функции удобнее реализовывать в виде группы дробно-линейных преобразований. Устанавливается, что определенное дифференциальное выражение (производная Шварца) есть инвариант группы монодромии и поэтому является однозначной функцией, имеющей в окрестности критической точки полюс порядка не выше второго. Сама же функция, отображающая многоугольник, удовлетворяет уравнению Шварца [58, с. 297]. Интегрирование его немедленно сводится к решению линейного дифференциального уравнения второго порядка.

Затем находится геометрический критерий того, чтобы функция, обратная к отображающей, была однозначной [58, с. 311]. В этом месте впервые (в тексте) возникает задача нахождения частного класса автоморфных функций (т.е. функций, инвариантных по отношению к некоторой группе дробно-линейных преобразований).

Так, задача об отображении треугольников, ограниченных дугами, приводит к автоморфным функциям Шварца. Показывается, что в случаях, когда сумма углов треугольника не меньше π, число фундаментальных областей (т.е. областей однолистности) и группа монодромии конечны; при этом автоморфная функция является рациональной [58, с. 317–329]. При сумме углов, меньшей π, картина совершенно иная: число фундаментальных областей бесконечно и они покрывают не всю плоскость, а внутренность окружности, являющейся тем самым подвижной особой линией соответствующего дифференциального уравнения [58, с. 329–333]. В частном случае, когда все углы треугольника равны нулю, возникают так называемые модулярные функции, примененные Пикаром для доказательства своей знаменитой теоремы [58,с. 333–340]. Видоизменив такую конструкцию, можно, как показывает Голубев, получить функцию с разрывным совершенным множеством особых точек [58, с. 343–350].

Оставшая часть монографии (7-я и 8-я главы) целиком посвящена основам теории автоморфных функций[18]. Кратко изложив свойства дробно-линейных преобразований, Голубев переходит к изучению фундаментальных областей автоморфных функций. Группа автоморфной функции обязана быть собственно разрывной (т.е. дискретной без бесконечно малых преобразований). Описываются все конечные груп-

---

[18] Отметим, что в 1936 г. вышел русский перевод книги Л.Р. Форда "Автоморфные функции" [233] (англ. издание 1929 г.). В ней дано обстоятельное изложение основ теории (включая свойства линейных преобразований, групп, конформного отображения и проблему униформизации), связь же автоморфных функций с дифференциальными уравнениями освещена сравнительно мало [233, гл. XI]. В книге Голубева [58], напротив, приведены лишь основные моменты общей теории – внимание сосредотачивается на взаимосвязи автоморфных функций и аналитической теории дифференциальных уравнений.

пы дробно-линейных преобразований (как группы вращений нескольких классических многогранников) и уточняются свойства автоморфных функций с конечными группами [58, с. 366–378]. После рассмотрения групп с одной предельной точкой, эллиптических функций и групп с двумя предельными точками [58, с. 378–389] Голубев переходит к более глубоким классам автоморфных функций – функциям Фукса и Клейна. Используя интерпретацию Пуанкаре геометрии Лобачевского на комплексной плоскости, можно ставить вопрос об автоморфных функциях, группы которых суть группы движений плоскости (или пространства) Лобачевского (называемых соответственно автоморфными функциями Фукса и Клейна). *Теория функций Фукса и Клейна собственно и представляет собой теорию автоморфных функций, так как только эти высшие автоморфные функции дают существенно новый класс функций. Функции же, изученные нами выше, были либо элементарные..., либо найдены и достаточно полно изучены до создания общей теории автоморфных функций* [58, с. 391–392].

Описав модели геометрии Лобачевского на верхней полуплоскости и в единичной окружности, Голубев переходит к изучению дискретных групп преобразований этих многообразий. Полностью описать их уже невозможно (в отличие, например, от случая обычной сферы). *Пуанкаре принадлежит идея определения прерывных групп движения при помощи их фундаментальных областей* [58, с. 397]. Голубев доказывает теорему Пуанкаре о том, что, начиная с основного многоугольника, можно с помощью группы преобразований покрыть однолистно всю неевклидову плоскость. Возвращаясь к случаю суммы углов, меньшей π, для функций Шварца, Голубев указывает, что они инвариантны относительно бесконечной группы движений плоскости Лобачевского. Возникает задача описания всех собственно разрывных групп движений плоскости Лобачевского и соответствующих автоморфных функций. В монографии это сделано для фундаментальных многоугольников с конечным числом сторон (случай бесконечного числа сторон изучался в работе Голубева [9] – гл. 4 и 6).

Сначала рассматриваются так называемые многоугольники жанра p, полученные разрезанием поверхности Римана жанра p [58, с. 402–408]. Далее вводятся ряды Пуанкаре, с помощью которых строятся автоморфные функции (тэта-функции Фукса). Доказано, что в случае многоугольника любого жанра каждая автоморфная функция, принимающая в фундаментальном многоугольнике любое фиксированное значение конечное число раз, может быть представлена при помощи тэта-функции Фукса [58, с. 408–414]. Тэта-функции Фукса применяются к классической задаче униформизации алгебраических функций. Полученные результаты объединяются в теорему: алгебраическая функция может быть униформизирована при помощи рациональной функции – если $p = 0$; эллиптической функции – если $p = 1$ и функции Фукса первого рода – если $p > 1$ [58, с. 414–418].

Завершается монография понятием о функциях Клейна (реализующих собственно разрывные группы преобразований, отличные от групп Фукса). Эти функции также могут быть применены и для задачи униформизации, и в аналитической теории дифференциальных уравнений. Можно построить уравнение третьего порядка вида $w''' = R(w'', w', w)$, где R – рациональная функция от w'', w' и w, решения которого имеют подвижную неаналитическую линию, состоящую из существенно особых точек [58, с. 419–427].

О движении твердого тела около неподвижной точки

В 1953 г. вышло продолжение книги [58] "Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки" [102], в котором изложение теории аналитических функций ориентировано на решение задачи о движении тяжелого твердого тела около неподвижной точки. Это обработка лекций специального курса, прочитанного студентам и аспирантам Московского университета с 1944 по 1950 гг.

Особенность книги в том, что геометрические соображения по поводу условий движения намеренно оставлены в стороне. Тем самым реализуется то направление в решении данной классической задачи механики, начало которому положили исследования С.В. Ковалевской. "Здесь блестяще показана неразрывная связь чистой теории, таких разделов ее, как теория поверхности Римана, тэта-функций, гиперэллиптических интегралов и т.п., – с одной из важнейших задач механики, имеющей первостепенное значение", – писали А.И. Некрасов и А.А. Ильюшин [180, с. 17].

Вникая в замыслы нашей великой соотечественницы, Голубев не только изучил ее статьи, но и обращался к фотокопиям писем Ковалевской Миттаг-Леффлеру, предоставленных ему П.Я. Полубариновой-Кочиной[19], анализировал исторические обстоятельства создания ее работ. При подготовке к изданию этой монографии Голубев в 1950 г. в связи со столетием С.В. Ковалевской выступил в Институте механики АН СССР[20] с докладом о ее работах по движению тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки и опубликовал по материалам доклада статью [88], в которой коротко изложил основные положения монографии [102].

Как известно, определение положения твердого тела, имеющего неподвижную точку, сводится к интегрированию шести уравнений:

$$\left.\begin{aligned} A\frac{dp}{dt}+(C-B)\,qr &= Mg(y_0\gamma''-z_0\gamma') \\ B\frac{dq}{dt}+(A-C)\,rp &= Mg(z_0\gamma-x_0\gamma'') \\ C\frac{dr}{dt}+(B-A)\,pq &= Mg(x_0\gamma'-y_0\gamma) \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

$$\frac{d\gamma}{dt}=r\gamma'-q\gamma''; \qquad \frac{d\gamma'}{dt}=p\gamma''-r\gamma; \qquad \frac{d\gamma''}{dt}=q\gamma-p\gamma', \qquad (7)$$

---

[19] В архиве музея Н.Е. Жуковского сохранились принадлежавшие Голубеву копии этих писем (356 страниц машинописного текста).

[20] Ныне – Институт проблем механики РАН.

где x_0, y_0, z_0 – координаты центра тяжести тела относительно подвижной системы координат; A, B, C – моменты инерции тела относительно главных осей эллипсоида инерции x, y, z; p, q, r – проекции мгновенной угловой скорости тела на эти оси; M – масса тела; γ, γ', γ'' – направляющие косинусы направленной вертикально вниз оси $\bar{z}$ относительно подвижных осей. Задаче интегрирования этой системы посвящены труды Эйлера, Лагранжа, Пуансо, Якоби и др. Результаты, полученные Ковалевской, позволили в некотором смысле объединить достижения ее предшественников.

Из механических соображений легко получаются два интеграла системы уравнений (6), (7):

$$Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = 2Mg(x_0\gamma + y_0\gamma' + z_0\gamma'') + c_1;$$

$$Ap\gamma + Bq\gamma' + Cr\gamma'' = c_2.$$

Кроме того, имеется третий тривиальный интеграл:

$$\gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = 1.$$

Так как в систему (6), (7) не входит явно время t, ее можно заменить системой пяти уравнений:

$$\frac{dp}{P} = \frac{dq}{Q} = \frac{dr}{R} = \frac{d\gamma}{\Gamma} = \frac{d\gamma'}{\Gamma'} = \frac{d\gamma''}{\Gamma''}, \tag{8}$$

в которой выражения $P, Q, R, \Gamma, \Gamma', \Gamma''$ не зависят явно от t и, кроме того,

$$\frac{\partial P}{\partial p} = \frac{\partial Q}{\partial q} = \frac{\partial R}{\partial r} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \gamma} = \frac{\partial \Gamma'}{\partial \gamma'} = \frac{\partial \Gamma''}{\partial \gamma''} = 0.$$

Тогда, если известны четыре первых интеграла системы уравнений (8), то еще один первый интеграл можно найти, интегрируя некоторое обыкновенное дифференциальное уравнение в полных дифференциалах (т.е. задача решается в квадратурах). Эта возможность появляется благодаря применению теории последнего множителя Якоби (она изложена в гл. 1 книги [102]), связанной с теорией бесконечно малых преобразований и с теорией интегральных инвариантов. Голубев выявляет приложения этих теорий, имеющиеся не только в динамике твердого тела, но и в гидромеханике: в отдельный параграф выделен разбор гидромеханического смысла последнего множителя [102, с. 40–45].

Многие исследования (опубликованные и до и после появления работ С.В. Ковалевской на эту тему) различных авторов направлены именно на нахождение четвертого интеграла. Голубев пишет, что *обычно в учебниках, где излагаются работы С.В. Ковалевской, внимание также фиксируется на том, что в случае С.В. Ковалевской действительно оказывается наличие такого четвертого интеграла*[21]. *Между тем основная идея С.В. Ковалевской была более глубо-*

[21] См., например, Г.К. Суслов "Теоретическая механика" [227, с. 563–575], где применяется геометрический метод Н.Е. Жуковского для приведения задачи к квадратурам.

кая и шла совершенно в ином направлении [88, с. 237]. Остановимся на этом подробнее.

Еще в первой половине XIX в. система (6) и (7) была полностью разрешена в двух случаях движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки: а) $x_0 = y_0 = z_0 = 0$ (случай Эйлера–Пуансо); б) $x_0 = y_0 = 0$, $A = B$ (случай Лагранжа–Пуассона). В обоих случаях задача приводится к обращению интеграла вида

$$\int \frac{du}{\sqrt{P(u)}},$$

где $P(u)$ – многочлен третьей (в случае Лагранжа) или четвертой (в случае Эйлера) степени (см. [102, гл. 3]). Такие интегралы называются эллиптическими. Итак, задача приводится к обращению эллиптических интегралов. Полное интегрирование уравнений (6) и (7) было проведено в работах Якоби после введения эллиптических функций.

К. Вейерштрасс, учитель С.В. Ковалевской, достигший замечательных успехов в развитии теории эллиптических функций, предлагал ей заняться решением общего случая задачи о вращении тяжелого твердого тела около неподвижной точки при помощи абелевых функций. С попыток решить этот вопрос и началась работа Софьи Васильевны в данном направлении (попытки не увенчались успехом). В 1881 г. она вернулась к классической задаче механики.

Владимир Васильевич акцентирует внимание на самой постановке задачи Ковалевской. *В исследованиях Эйлера, Лагранжа и Пуассона, как и во всех исследованиях по механике до работы С.В. Ковалевской, время рассматривалось как переменное, принимающее только действительные значения. Даже в исследованиях Якоби, применившего к задаче об интегрировании уравнений движения тяжелого тела вокруг неподвижной точки разработанную им и Абелем теорию эллиптических функций, мы не найдем никакого намека на применение комплексного переменного, так же как и созданной им теории эллиптических функций*[22]*. Таким образом, исследование С.В. Ковалевской представляет собой замечательное расширение механической задачи: она впервые рассматривала время как переменное, принимающее любые значения на комплексной плоскости. Такое расширение механической задачи позволило ей применить к рассматриваемому механическому вопросу хорошо разработанный аппарат теории функций комплексного переменного* [102, с. 62].

В классических случаях решения уравнений (6) и (7) выражаются в эллиптических функциях и являются мероморфными функциями времени. Поэтому полученные частные результаты естественно подводят к следующим двум общим задачам: 1) найти все случаи, когда система (6) и (7) имеет общие решения, представляющие собой мероморфные функции времени, 2) найти все случаи, когда система уравнений (6) и

[22] *Построение теории эллиптических функций с точки зрения комплексного переменного принадлежит Ж. Лиувиллю* (примечание В.В. Голубева).

(7) имеет четвертый алгебраический интеграл. Первую задачу в общем виде поставила и решила С.В. Ковалевская, ее работы уточнены и дополнены Г.Г. Аппельротом и А.М. Ляпуновым.

Нужна была большая смелость в постановке механической задачи таким образом [88, с. 238]. *Расширение рассмотрения разложений функции на всю комплексную плоскость переменного t, впервые в этой задаче сделанное С.В. Ковалевской, представляет собой замечательное чисто математическое расширение первоначальной механической задачи, чрезвычайно характерное вообще для применений методов современной теории функций в прикладных вопросах; эта идея в дальнейшем с полным успехом была использована, например, Пуанкаре и позднее Зундманом в задаче трех тел, а также Н.Е. Жуковским и С.А. Чаплыгиным в задачах прикладной аэромеханики*[23]. *В этом отношении идея С.В. Ковалевской рассматривать время как комплексное переменное с возможностью в дальнейшем применять к исследованию гибкий и прекрасно разработанный аппарат теории функций комплексного переменного знаменует в механике замечательную эпоху использования методов современного анализа* [102, с. 11].

Итак, С.В. Ковалевская нашла необходимые условия того, чтобы общее решение системы уравнений движения выражалось мероморфными функциями[24] (фактически требуется даже меньшее – "местная мероморфность", по выражению Г.Г. Аппельрота [148, с. 64–66] – наличие полюса в фиксированной точке t). Решение записывалось в виде ряда Лорана, это разложение подставлялось в уравнения движения, из которых получались условия на коэффициенты уравнений, составляющие три случая: 1) Эйлера–Пуансо, 2) Лагранжа–Пуассона, 3) случай Ковалевской. Непосредственным интегрированием с помощью гиперэллиптических функций Ковалевская показала, что и в ее случае общее решение действительно оказывается мероморфным. Такой метод сопряжен с громоздкими вычислениями. Кроме того, в стороне оставлены случаи, когда решения имеют другие особенности на комплексной плоскости (помимо или вместо полюсов) или совсем не имеют особенностей для конечного t.

Дальнейшие усилия механиков были нацелены на избавление от априорного предположения мероморфности решений. Методом уравнений в вариациях А.М. Ляпунов окончательно решил вопрос об однозначности решений уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки при произвольных начальных условиях (см. [200]).

В книге [102] Голубев впервые изложил решение задачи о нахождении условий однозначности решений системы уравнений (6), (7)

---

[23] *В теории крыла первоначально форма профилей крыла определялась не механическими соображениями, а возможностью действительного выполнения конформного отображения* (примечание В.В. Голубева).

[24] Выбор именно условия мероморфности, конечно, не продиктован какими-либо формально-математическими соображениями. По мнению Голубева, мероморфная функция представляла для Ковалевской наибольший интерес с точки зрения практического интегрирования системы.

методом малого параметра[25] [102, с. 73–93]. Для этого в уравнения вводится параметр α и новые переменные $p_1, q_1, r_1, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \tau$ так, что $\tau = \frac{t - t_0}{\alpha}$; $p_1 = \alpha \frac{p}{\pi}$; $q_1 = \alpha \frac{q}{\kappa}$; $r_1 = \alpha \frac{r}{\rho}$; $\gamma_1 = \alpha\gamma$; $\gamma_2 = \alpha\gamma'$; $\gamma_3 = \alpha\gamma''$, где π, κ, ρ – постоянные, выраженные через A, B, C. Преобразованная система такова, что при $\alpha = 0$ получаются уравнения, описывающие случай Эйлера–Пуансо. Применением метода малого параметра доказывается, что уравнения движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки могут иметь однозначные решения только в трех классических случаях.

Случай Аппельрота, пропущенный Ковалевской при поиске необходимых условий "местной мероморфности", также разобран Голубевым ($y_0 = 0$; $x_0\sqrt{A(B - C)} + z_0\sqrt{C(A - B)} = 0$). Решения в этом случае не всегда однозначны, как показали исследования П.А.Некрасова и А.М. Ляпунова (см. [102, с. 89–93]). Дело в том, что методом малого параметра были получены лишь необходимые условия однозначности решений.

Отметим, что в разобранном Ковалевской случае она сразу нашла четвертый интеграл задачи (в алгебраической форме), не зависящий явно от времени, тем самым доказав возможность сведения задачи к квадратурам [182, § 2]. Сведение интеграции уравнений движения к квадратурам в случаях Эйлера–Пуансо и Лагранжа–Пуассона (см. [102, гл. 3]) оказывается существенно более легким, чем в случае Ковалевской. *Нужен был исключительный талант С.В. Ковалевской для преодоления огромных вычислительных трудностей; между прочим в этой части работы С.В. Ковалевской поражает виртуозность, с которой она прилагает для решения этой задачи соотношения теории эллиптических функций. Таким образом, усилия, которые она потратила в попытках проинтегрировать в общем виде уравнения (6) и (7) при помощи эллиптических функций, не оказались бесполезными, они были, несомненно, использованы С.В. Ковалевской в этих сложнейших преобразованиях* [88, с. 242].

Ряд преобразований и замен дает возможность выразить все переменные $p, q, r, \gamma, \gamma', \gamma''$, входящие в уравнения, через две новые функции s_1 и s_2, названные переменными Ковалевской. Тогда задача сводится к интегрированию уравнений, связывающих s_1 и s_2:

$$\frac{ds_1}{\sqrt{\Phi(s_1)}} + \frac{ds_2}{\sqrt{\Phi(s_2)}} = 0 \qquad (9)$$

$$\frac{s_1 ds_1}{\sqrt{\Phi(s_1)}} + \frac{s_2 ds_2}{\sqrt{\Phi(s_2)}} = \frac{i}{2}\, dt,$$

где $\Phi(s)$ – многочлен пятой степени (см. [102, с. 124–139]).

[25] Как уже упоминалось, математическая теория метода малого параметра была разработана Пуанкаре и применена Пенлеве к решению вопросов об однозначности решений дифференциальных уравнений (т.е. к задаче, аналогичной задаче Ковалевской) (см. [102, с. 68–72], [58, гл. 3]).

Напомним, что интегралы вида

$$\int R(x, \sqrt{P(x)})\, dx,$$

где R – рациональная функция от x и $w = \sqrt{P(x)}$, а $P(x)$ – многочлен степени выше четвертой, называются гиперэллиптическими в общем случае (если $P(x)$ – многочлен пятой или шестой степени, то – ультраэллиптическими).

Интегрируя систему (9), придем к задаче обращения ультраэллиптических интегралов в случаях Эйлера и Лагранжа. Таким образом, в общем случае систему (6) и (7) нельзя проинтегрировать в эллиптических функциях – это ответ на вопрос, поставленный в самом начале исследований Ковалевской.

Главы 5 и 6 "Лекций по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки" посвящены разбору задачи обращения эллиптических и гиперэллиптических интегралов. Вводятся понятия поверхности Римана, жанра многозначной функции (теперь употребляют термин "род"), обобщенного тора, тэта-функции. *В основе здесь лежит замечательное по своей геометрической наглядности истолкование алгебраической функции как функции точки поверхности Римана. Преобразование поверхности наложения в обобщенный тор и в многоугольник Пуанкаре позволяет сделать совершенно наглядным построение системы канонических разрезов, играющих основную роль в теории. Необычайная ясность, возможность привлечения наглядных геометрических соображений при рассмотрении сложных вопросов теории алгебраических функций делают эту теорию особенно интересной* [102, с. 237]. Полное решение задачи обращения эллиптических интегралов дается с помощью тэта-функции Якоби; а для случая гиперэллиптических интегралов с помощью тэта-функции двух переменных Розенхайна, подробно разбирается обращение интеграла для многозначной функции жанра 2 (как в случае Ковалевской).

Приложении теории гиперэллиптических функций к решению рассматриваемой механической задачи дано в гл. 7. Решения уравнений движения твердого тела около неподвижной точки в случае Ковалевской выражаются через две однозначные функции времени, которые, в свою очередь, могут быть выражены через тэта-функции[26] (см. [102, с. 238–253]). Разобраны случаи движения твердого тела Н.Б. Делоне и Б.К. Млодзеевского, когда возможны частные интегралы и решения отличаются простотой [102, с. 255–261].

Итак, Голубев выделяет две ключевые идеи, лежащие в основе работы С.В. Ковалевской. Во-первых, это формулировка чисто аналитической задачи об отыскании всех случаев, когда общие решения уравнений движения мероморфны. Постановка ее необычна для механики, но именно решение такой задачи привело к выделению нового случая в дополнение к ранее известным. Во-вторых, так как в обнару-

[26] Эти преобразования проводятся методом, указанным Ф. Кёттером.

женном случае существует четвертый интеграл уравнений движения, можно применить теорию последнего множителя Якоби (как это часто делается в задачах механики). Сложнейшие преобразования сводят интегрирование уравнений движения к задаче обращения гиперэллиптических интегралов.

Голубев подчеркивает, что *глубокие идеи С.В. Ковалевской не получили дальнейшего развития в работах последующих ученых, и задача, поставленная С.В. Ковалевской, приобрела суженный и ограниченный характер* [102, с. 263]. Дело в том, что исследователи, работавшие в этом направлении, оставляли в тени первую и, по мнению Голубева, важнейшую идею Ковалевской. *Это тем более удивительно, что в области другой классической задачи механики, знаменитой задачи трех тел, успехи, достигнутые за последнее полустолетие, обязаны именно применению методов аналитической теории дифференциальных уравнений, т.е. развитие науки шло по пути, гениально намеченному С.В. Ковалевской в задаче о движении тяжелого твердого тела около неподвижной точки* [102, с. 263].

Дальнейшие исследования в данной области были направлены к нахождению случаев, когда система уравнений движения имеет добавочный четвертый интеграл при ограничениях на начальные данные. В гл. 7 подробно разобраны частные случаи движения Гесса–Аппельрота, Горячева–Чаплыгина, Бобылева–Стеклова как наиболее интересные из полученных результатов [102, с. 264–280].

Что касается упоминавшейся задачи нахождения всех случаев, когда система (6) и (7) имеет четвертый алгебраический интеграл, впервые поставленной Пуанкаре, то работы Р. Лиувилля, Э. Гюссона и П. Бургатти показали, что четвертый алгебраический интеграл существует только в трех классических случаях (то есть, когда общие решения являются мероморфными функциями)[27]. Общей теоремы о существовании алгебраических первых интегралов системы при мероморфности общих решений нет в теории дифференциальных уравнений. Значит, полученный результат зависит от особенностей вида уравнений. *В настоящее время неизвестно, является ли это случайным совпадением или в основе этого лежат какие-то глубокие причины. Есть некоторые основания думать, что мы имеем здесь не случайное совпадение*, – писал Голубев [102, с. 67].

Отметим, что на важность решения задачи о связи между существованием алгебраических интегралов аналитических систем дифференциальных уравнений и мероморфностью общего решения впервые обратил внимание П. Пенлеве. Выяснилось, что однозначной связи здесь нет. Пенлеве указал пример дифференциального уравнения, у которого решения мероморфны, но не существует алгебраического интеграла (см. [58, гл. 3]). Соответствующие контрпримеры можно привести и для гамильтоновых систем с двумя степенями свободы [183,

---

[27] Изложение истории вопроса об алгебраических интегралах дано в статье П.Я. Полубариновой-Кочиной [216].

с. 127–128]. Позднее рассматривалось расширение задачи Пенлеве: установление связи между существованием новых однозначных интегралов и однозначностью общего решения. Из неоднозначности общего решения еще не вытекает несуществование однозначных первых интегралов. В.В. Козлов доказал, однако, что из неоднозначности общего решения в некотором более сильном смысле (неоднозначности главного коэффициента в ряде Пуанкаре по малому параметру для общего решения) вытекает отсутствие дополнительных однозначных интегралов уравнений. Причем, в случае системы уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки (рассматриваемого как возмущение случая Эйлера–Пуансо) это условие фактически равносильно неоднозначности общего решения [183, гл. 5][28].

Голубев выделил две загадки, поставленные перед наукой работами С.В. Ковалевской. Первое: отсутствие представлений об общей геометрической картине движения, несмотря на ряд работ Н.Е. Жуковского, Г.Г. Аппельрота и др. Второй вопрос связан с математическим аппаратом, использовавшимся С.В. Ковалевской. Не является ли он тем аппаратом, который позволит решить задачу в некоторых новых случаях?

Незадолго до своей преждевременной смерти Ковалевская в беседе с А. Пуанкаре сказала, что нашла новые случаи решения задачи до конца. Последующие исследования других ученых *представляют собой попытки восстановить и продолжить эти, по-видимому, утерянные результаты С.В. Ковалевской* [102, с. 283]. Но они, как уже говорилось, шли иным путем, чем Ковалевская. Между тем Голубев предполагает, что *дальнейшие результаты могли быть достигнуты С.В. Ковалевской именно в развитии широкого применения теории алгебраических функций, абелевых интегралов и аппарата θ-функций; путь к этому мог лежать в предположении наличия в интегралах какого-нибудь класса особых точек, отличных от полюсов. Может быть, именно в этом направлении и могут быть достигнуты дальнейшие успехи в решении этой классической задачи механики* [102, с. 284].

В оригинальной работе [171], где аппарат тэта-функций с успехом применяется для изложения решений современных задач на стыке математики и механики можно прочесть: "Кстати, в виде заключительного замечания укажем, что в классических нетривиальных интегрируемых случаях Якоби (геодезические на 3-осном эллипсоиде) и Ковалевской (специальный случай тяжелого волчка) в виде поверхностей уровня коммутирующих интегралов также возникали абелевы многообразия: прямое произведение одномерных для случая Якоби и нетривиальные двумерные абелевы многообразия для случая Ковалевской (это можно угадать из формул, указанных, например, в [102], хотя явное такое утверждение нигде не сформулировано). Приведем

[28] О связи между алгебраическими интегралами и однозначными решениями см. также [150, с. 321–323].

здесь выдержку из письма, написанного С.В. Ковалевской в декабре 1886 г.: "Он (Пикар) отнесся с большим недоверием, когда я ему сказала, что функция вида $y = \dfrac{\theta(cx+a, c_1x+a_1)}{\theta_1(cx+a, c_1x+a_1)}$ могут быть полезны при интегрировании некоторых дифференциальных уравнений" (цитировано по книге [102]). Анализ, проделанный авторами, показал, что "90 лет, прошедших после работ С.В. Ковалевской и до работ 1974 г. по теории уравнения КдФ[29], недоверие Пикара оправдывалось" [171, с. 61].

Таким образом, в "Лекциях по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки" В.В. Голубев объединил и изложил современным языком результаты различных авторов, касающиеся этой классической задачи механики, особо подчеркивая важность видоизменения общей постановки задачи С.В. Ковалевской. Примечательно, что в более поздних работах по этой проблематике (В.В. Козлова, в частности) успех был достигнут во многом благодаря применению метода малого параметра Пуанкаре, на котором акцентировал внимание В.В. Голубев в книгах [58] и [102].

Лекции по теории алгебраических функций

Завершением цикла монографии по теории аналитических функций должна была стать книга "Лекции по теории алгебраических функций" [131], которую Голубев не успел опубликовать, но полностью подготовил к печати. Рукопись этой работы была обнаружена в архиве Научно-мемориального музея Н.Е. Жуковского. Она датирована 1951 г., представляет собой 281 страницу основного машинописного текста, 11 страниц введения и около 100 рисунков.

Начало развитию теории алгебраических функций, как пишет во введении к "Лекциям" Голубев, было положено теоремой сложения эллиптических интегралов, полученной Л. Эйлером в 1761 г. Создание в 1820–1830 гг. О. Коши основ ТФКП позволило В.А. Пюизе (1850) получить первые общие результаты о поведении алгебраической функции. В 1826 г. Н.Х. Абель доказал теорему о соотношениях, существующих между специальными функциями, играющими основную роль в теории алгебраических функций и названными позднее К.Г. Якоби абелевыми интегралами.

Существенный прогресс в теории алгебраических функций был достигнут в работах Г.Ф.Б. Римана. В его докторской диссертации [259] (1851) Голубев выделяет две основополагающие идеи, имевшие глубокие последствия для многих областей математики:

1) определение функций не аппаратом их аналитических представлений, а внутренними структурными свойствами; в частности, определение аналитических функций характером их особых точек;

2) глубокое обобщение введенного Ж.Р. Арганом и К.Ф. Гуассом

[29] Имеются в виду работы по теории уравнений Кортевега–де Фриза С.П. Новикова, Б.А. Дубровина, В.Б. Матвеева, А.Р. Итса и И.М. Кричевера.

метода изображения комплексных чисел точками плоскости, состоящее во введении в ТФКП многолистных поверхностей (поверхностей Римана), позволяющих геометрическим путем униформизировать алгебраические функции.

Работой Римана по теории абелевых интегралов [260] (1857) начался длинный ряд исследований, посвященных теории алгебраических функций и их приложениям в смежных областях математики (в частности, в теории дифференциальных уравнений). Голубев подчеркивает следующий важный момент в этой работе: *Связь исследований по теории функций комплексного переменного с физическими явлениями (гидродинамика, теория электричества) была известна еще очень давно, со времен первых работ, в которых встречаются так называемые уравнения Коши–Римана, т.е. восходящих к работам Даламбера (1746) и, возможно, (1743), Эйлера (1749), Лагранжа (1767), но у Римана впервые гидродинамические соображения, как это было отмечено Клейном, являются эвристическим методом, позволяющим намечать общие пути и методы математического исследования. Эти гидродинамические аналогии также придают исключительную наглядность исследованиям Римана* [131, с. 3–4].

В дальнейшем развитии теории алгебраических функций Голубев выделил три направления, которые он назвал трансцендентным, геометрическим и арифметическим. Трансцендентное направление, развивавшееся после Римана в работах К.Г. Неймана и К. Вейерштрасса, строит всю теорию на систематическом применении абелевых интегралов и трансцендентных функций, связанных с алгебраическими. Геометрическое направление, начавшееся с книги Р.Ф.А. Клебша и П.А. Гордана (1866), характеризуется связью метода исследования алгебраических функций с теорией алгебраических кривых. Наконец, использование методов алгебры, арифметической теории идеалов и т.д. при построении теории алгебраических функций (Голубев ссылается на книгу К. Хензеля) привело к формированию третьего – арифметического – направления. Рукопись Голубева посвящена первому из указанных выше направлений, которое, во-первых, ближе всего примыкает к творчеству самого Владимира Васильевича, и, во-вторых, служит логическому завершению упомянутого цикла монографий.

Не ставя цель подробно разобрать всю рукопись, выделим те моменты, которые представляют наибольшую историко-научную ценность. Это, во-первых, анализ основополагающих идей Римана и отношения к ним крупнейших математиков XIX в. Во-вторых, подробное изложение применений алгебраических функций к теории течений на кривых поверхностях.

В ближайшие десятилетия после появления работ Римана отношение к ним ученых было весьма сдержанным. Голубев приводит соответствующие цитаты из книг Р.Ф.А. Клебша и П.А. Гордана, Ш.О.А. Брио (1879), В.П. Ермакова (1897). С другой стороны, высокая оценка идеям Римана была дана К.Г. Нейманом (1865) и Ш. Эрмитом

(1895). Основную причину непонимания многими математиками важности идей Римана Голубев видел именно в его совершенно новом подходе к теории, выразившемся в указанных выше идеях: использование геометрических соображений и упор на структурные свойства функций.

Голубев отмечал, что стремление в теории алгебраических функций ограничиваться алгебраическими методами можно считать вполне естественным. Но ценность идей Римана он видел в том, что связанные с ними методы выходят за рамки алгебраической стороны дела и имеют чисто аналитический характер. *С теорией алгебраических функций связана теория θ-функций, эллиптических и абелевых функций, то есть функций по существу трансцендентных и относящихся к теории алгебраических функций совершенно так же, как к теории алгебраических функций относятся все трансцендентные, определяемые алгебраическими дифференциальными уравнениями. Наконец, с теорией поверхностей Римана, с теориею так называемых универсальных поверхностей наложения связаны основные идеи теории униформизации алгебраических, а далее и любых аналитических функций, а, следовательно, и все вопросы теории автоморфных функций. Таким образом, основные идеи теории Римана далеко выходят за пределы чисто алгебраических теорий. И в этом их своеобразие и их особая ценность* [131, с. 10].

Голубев подчеркивал большие заслуги Ф. Клейна в развитии идей Римана и отмечал, что одно из лучших кратких изложений теории Римана, данное во втором томе курса анализа Ш.Э. Пикара (1893), было точным выполнением плана, намеченного в лекциях Клейна [252, 253].

Отметим, что в заключительной главе [131] Голубев, следуя в основном Ф. Клейну, изложил идеи Римана с точки зрения гидродинамики. В этом проявилось стремление Голубева *не только ввести читателя в область технических приложений, но и дать совершенно наглядное, чисто физическое истолкование теории алгебраических функций на поверхностях Римана* [131, с. 252].

ТФКП находит широкое применение в задачах гидродинамики и электродинамики. Исходные идеи такого применения, как писал Голубев, восходят к Риману. Но только в XX в. бурное развитие аэро- и гидромеханики показало огромное значение методов ТФКП в решении задач современной техники. Особые заслуги здесь принадлежат Н.Е. Жуковскому и С.А. Чаплыгину.

Одному из основоположников теории алгебраических функций Б. Риману принадлежит подобное же истолкование алгебраических функций как течений на кривых поверхностях. Есть основания думать, что такого рода гидродинамические соображения дали Риману руководящие идеи в создании его теории. Эти замечательные идеи, высказанные самим Риманом в сжатой и не всегда вполне ясной форме были полностью развиты Ф. Клейном в блестяще написанном *небольшом труде "О Римановой теории алгебраических функций" Идеи Римана получили дальнейшее развитие в работах Бельтрами и многочисленных физиков, решавших частные задачи о распределении электричества на кривых проводниках (работы Кирхгофа, Н.А. Умова и других). Интересное приложение нашли идеи Римана в работах по фильтрации, в изучении течений жидкостей (вода, нефть) в проницаемых пластах (см. исследования О.В. Голубевой)* [131, с. 251–252].

Чтобы дать общее представление о неопубликованной рукописи Голубева "Лекции по теории алгебраических функций", приведем ее содержание.

Работы В.В. Голубева по аэромеханике

Аэродинамика выделилась в самостоятельный раздел механики в начале XX в., когда были опубликованы классические работы Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина, создавших основы теории крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке[1] (1906–1911 гг.) (см. об этом [167], [205]). Для осознания всей глубины полученных ими результатов требовалось время – необходимы были методы исследования, позволяющие применять идеи Жуковского и Чаплыгина, сделать их рабочим аппаратом для решения разнообразных задач гидромеханики. Эстафета была принята многочисленными советскими и зарубежными учеными.

К концу 20-х гг. появилось большое число работ, которые давали возможность и осмыслить, и использовать идеи Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина. В.В. Голубев так оценивал состояние теоретической аэродинамики в этот период. *Из очень небольшого числа теоретических данных, мало пригодных для практического приложения в теории аэроплана, имевшихся двадцать лет назад, под влиянием потребностей техники развилась теория, которая уже при настоящем положении дел весьма удовлетворительно и во всех подробностях объясняет почти все явления, имеющие место при полете аэроплана* [13, с. 1].

Монографии Голубева по аэромеханике завершили формирование теории крыла как самостоятельной области аэромеханики, ставшей доступной широким кругам ученых, инженеров, студентов и способной плодотворно развиваться на прочной базе основных понятий и методов.

Крыло в плоскопараллельном потоке

Первым опытом систематического изложения нового раздела механики в виде учебного пособия был вышедший в 1911 г. литографированный курс лекций Жуковского "Теоретические основы воздухоплавания" [176]. В нем обширный эмпирический материал был объединен с выводами теории вязкой жидкости, гидродинамической теории

[1] В гидродинамической теории рассматривается движение крыла со скоростью, значительно меньшей скорости звука, когда можно пренебречь сжимаемостью воздуха. При этом вся теория разделяется на две части: теорию крыла в плоскопараллельном потоке (не учитывающую влияния на условия обтекания формы крыла и его боковых кромок) и теорию крыла конечного размаха (учитывающую это влияние). Дальнейшим развитием теории является исследование движения крыла в более сложных условиях обтекания потоком. Особое место занимает теория нестационарного движения крыла.

вихрей, вопросами теоретического определения подъемной силы и ее момента методами теории аналитических функций. Рассматривались результаты многочисленных экспериментов (часто служившие для подтверждения теоретических положений).

Быстрое развитие авиации было связано с постоянной эволюцией теоретических схем и методов анализа. Это требовало проводить систематизацию появляющихся работ по аэродинамике. Решению такой задачи служил опубликованный в 1923 г. обширный курс профессора А.А. Саткевича [224], в котором детально излагались гидродинамические основы теории. Рассмотрено, в частности, и плоскопараллельное течение: дан краткий обзор работ В.М. Кутта, С.А. Чаплыгина и Н.Е. Жуковского [224, с. 175–217]. Но при этом, по мнению Саткевича, "идея введения циркуляции осталась все же не логическим построением теории, не теоретическим объяснением причин явления, а лишь остроумным и плодотворным описанием его, сведением к простым механическим схемам" [224, с. 219]. Поэтому и сама идея рассмотрения течения с многозначным потенциалом скоростей, и используемый здесь метод конформных отображений остаются только "рабочими" гипотезами и приемами, а основное внимание сосредоточивается на струйной теории.

Тем не менее Саткевич предполагал "дальнейшую необходимость объединения метода решения конформных задач для крыльев различного типа и расположения с применением к тем же объектам теоретического анализа Прандтля" [224, с. VI]. Т.е. требовалось создать дополнительные главы аэродинамики, посвященные теории крыла и основанные на самом современном подходе к решению практических задач. Этим фактически и занялся В.В. Голубев.

В 1924–1925 учебном году он начал чтение студентам Саратовского университета специального курса по теории крыла, расширенное изложение которого стало первой монографией Голубева по аэродинамике. Это была книга "Теория крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке" [13], изданная в 1927 г. в "Трудах ЦАГИ"[2]. Цель работы состояла в объединении общим методом работ Н.Е. Жуковского, С.А. Чаплыгина и некоторых других авторов. Метод, использованный Голубевым, основывался на конформном отображении внешней части профиля крыла на внешнюю часть окружности (ранее такой метод неоднократно использовался Жуковским). Он позволил привести в стройную систему результаты теории крыла бесконечного размаха. Впоследствии такой метод стал общепринятым.

Попробуем проследить, обращаясь к конкретному материалу книг и статей В.В. Голубева по аэромеханике, какие именно результаты удалось ему получить или осветить по-новому, какие методы при этом использовались и развивались.

Монография [13] начинается с изложения вопроса о связи плоскопараллельного течения несжимаемой жидкости с ТФКП, вошедшего сейчас даже в общие курсы ТФКП как одно из полезнейших ее при-

[2] Цитируется далее по 2-му изданию, 1938 г.

менений (см., например [201, с. 482–497]). Дело в том, что для плоскопараллельного (в плоскости x, y) установившегося безвихревого течения идеальной несжимаемой жидкости существует аналитическая функция $w(z) = \varphi(x; y) + i\,\varphi(x; y)$ переменного $z = x + iy$, называемая характеристической функцией или комплексным потенциалом течения, такая, что

$$\frac{dw}{dz} = u - i\upsilon = Ve^{-\theta i}; \qquad u = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}; \qquad \upsilon = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x},$$

где $u(x; y)$ и $\upsilon(x; y)$ – проекции скорости потока **V** в точке (x, y) на координатные оси, θ – угол, образованный направлением скорости **V** с осью x. И наоборот, если дана некоторая аналитическая функция $w(z)$, то, определив φ и ψ, а по ним u и υ, получим соответствующее плоскопараллельное течение несжимаемой жидкости. При этом два семейства кривых $\varphi(x; y)$ = const (линии равного потенциала) и $\psi(x; y)$ = const (линии тока) взаимно ортогональны. Исследование движения жидкости в рассматриваемом случае сводится, таким образом, к изучению комплексной функции $w(z)$. Это позволяет решать для плоскопараллельного течения задачи, представляющие большие трудности в случае произвольного течения в пространстве.

Среди примеров плоскопараллельных течений несжимаемой жидкости важное значение для аэродинамики (в частности, для рассмотрения крыльев с дополнительными частями) имеет циркуляционное обтекание круглого цилиндра (с окружностью $x^2 + y^2 = R^2$ в сечении) потоком, скорость которого образует в бесконечности угол θ с действительной осью. Характеристическая функция такого течения имеет вид:

$$w = V_\infty e^{-\theta i}\left(z + \frac{R^2 e^{2\theta i}}{z}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln z + \sum_{k=1}^{n} \frac{J_k}{2\pi i}\ln\frac{z - a_k}{z - \bar{a}_k},$$

где $\Gamma = \int\limits_L (udx + \upsilon dy)$ – величина циркуляции скорости при обходе вокруг цилиндра, J_k – мощность вихрей, помещенных в точках a_k ($\bar{a}_k$ – симметричные относительно окружности точки). Общая теория обтекания цилиндра (для удобства считаемого единичным) в присутствии системы неподвижно связанных с ним вихрей была рассмотрена Голубевым в работе [43][3].

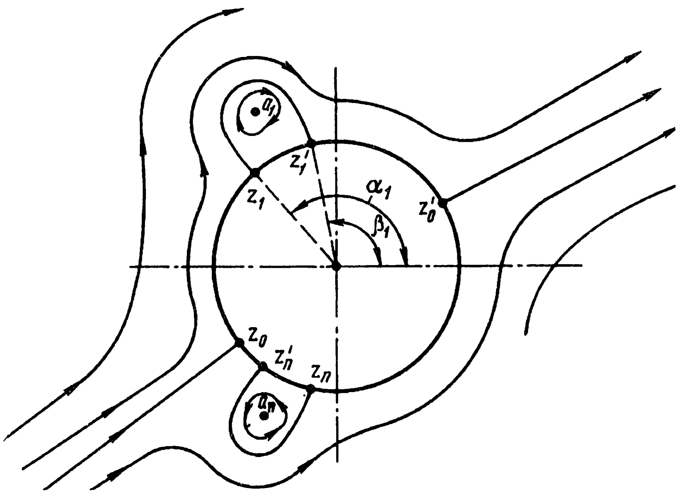
Среди полученных в ней результатов отметим теорему о расположении критических точек потока (т.е. точек нулевой скорости) на единичной окружности: сумма их угловых смещений равна нулю. Это свойство остается верным при любом числе добавочных вихрей и при любом их расположении около окружности [43, с. 353]. Рассматри-

---

[3] Поток, обтекающий круглый цилиндр (как один из простейших случаев плоскопараллельного течения) рассматривался еще Жуковским [176, с. 213–221], но детальное изучение такого потока проведено Голубевым.

вается случай, когда критические точки лежат на поверхности обтекаемого цилиндра единичного радиуса. При отсутствии всех вихрей ($J_k = 0$; $\Gamma = 0$) имеются две критические точки $z_0' = e^{\theta i}$ и $z_0 = e^{(\pi+\theta)\,i}$. При $\Gamma \neq 0$ и отсутствий добавочных вихрей ($J_k = 0$) критические точки смещаются. Теорема выражает в геометрической форме тот факт, что хорда, соединяющая критические точки, параллельна скорости потока в бесконечности. При $\Gamma \neq 0$ и наличии вихрей в точках $a_k = \rho_k\, e^{\mu_k i}$ ($\rho_k > 1$) критические точки обозначим: $z_0 = e^{\alpha_0 i}$; $z_0' = e^{\beta_0 i}$; $z_k = e^{\alpha_k i}$; $z_k' = e^{\beta_k i}$ ($k \geqslant 1$) (рис. 1). Угловыми смещениями называются:

Рис. 1



$\delta' = \alpha_0 - (\theta + \pi)$; $\delta'' = (\beta_0 - \theta)$; $\delta_k' = (\alpha_k - \mu_k)$; $\delta_k = (\beta_k - \mu_k)$. Теорема Голубева, таким образом, утверждает, что $\delta' + \delta'' + \sum_{k=1}^{n} (\delta_k' + \delta_k'') = 0$. Она выполняется и в случае, когда критические точки не лежат на поверхности цилиндра, т.е. $z_k = r_k\, e^{\alpha_k i}$ (это возможно при малых J_k). При этом всегда найдется вторая критическая точка $z_k' = \dfrac{1}{r_k}\, e^{\alpha_k i}$, симметричная точке z_k относительно окружности.

Голубевым дано также выражение для скорости потока на поверхности цилиндра [43, с. 356, 358]. Полученные им формулы дают возможность определить циркуляцию Γ, интенсивность вихрей $J_1, ..., J_n$ и их расположение, если даны критические точки потока. Задача имеет определенное решение только при $n = 0$ или $n = 1$. Такой метод используется Голубевым в статье [34] для изучения влияния предкрылка на обтекание крыла и для получения приближенного решения задачи о влиянии земли на работу крыла [43, с. 364–371] (точное решение задачи как частного случая биплана с использованием теории эллиптических функций давало слишком громоздкие формулы).

Общие результаты, касающиеся обтекания круглого цилиндра (в том числе, теорему о смещении критических точек, формулу скорости, если критические точки лежат на поверхности цилиндра), В.В. Голубев включил во второе издание книги [13, с. 22–28]. Отметим, что результаты работы [43] неоднократно применялись Голубевым в дальнейшем.

При скоростях полета аэроплана, существенно меньших скорости звука, вполне допустимо, как показал Чаплыгин [13, с. 31–33], считать воздух несжимаемой жидкостью, а, значит, использовать для описания течения около крыла бесконечного размаха модель плоскопараллельного течения идеальной несжимаемой жидкости. Важным, как следует из предыдущего, оказывается умение находить характеристические функции потоков, обтекающих произвольно заданный контур. Возможность перейти от полностью исследованного случая обтекания круглого цилиндра к нетривиальному случаю дает метод конформных отображений, изложению которого Голубев посвятил вторую главу монографии [13].

Если плоскость z отобразить на некоторую плоскость t с помощью конформного вне контура крыла L отображения $z = \chi(t)$, то контур L перейдет в другой контур L_1 на плоскости t, а характеристическая функция нового течения будет $w = f(\chi(t)) = f_1(t)$; соответствующие линии равного потенциала и линии тока в плоскости t образуют в силу конформности отображения два взаимно ортогональных семейства. Основным моментом здесь является решение классической задачи ТФКП: построение конформного отображения заданных областей.

В рамках этой задачи Голубев рассматривает свойства отображений, задаваемых дробно-линейной, показательной и экспоненциальной функциями [13, с. 42–53]. Для конкретных приложений чаще всего приходится отображать внутренность многоугольника на какую-либо другую область, например, на верхнюю полуплоскость – такое отображение задается формулой Шварца–Кристоффеля [13, с. 54]. Голубев приводит несколько примеров применения этой формулы. Этим завершается вводная часть монографии, дающая возможность овладеть основными идеями теории крыла бесконечного размаха.

Основными результатами общей теории крыла являются теорема Жуковского, дающая величину и направление подъемной силы (опубликована в 1906 г. [173]), и две формулы Чаплыгина, позволяющие по характеристической функции течения найти компоненты и точку приложения силы давления потока на крыло (опубликованы в 1910 г. [237, с. 147, 177]; формулы были получены независимо Г. Блазиусом в том же году). В работе [237, § 2] Чаплыгин наметил более простой, чем у Жуковского (см. [176, с. 222–224]) вывод теоремы о подъемной силе крыла из своей первой формулы. Именно этой идее следовал Голубев при изложении основ теории крыла, начав сразу с формул Чаплыгина. Доказательство им проводится в некоторых местах детальнее и яснее, чем в оригинальной статье [237].

Отметим, что в курсе Саткевича доказательство теоремы Жуковского давалось с помощью теоремы об изменении количества движения [224, с. 112–117], хотя он видел возможность изложения теории, исходящего из теорем Чаплыгина. Но это требовало введения в курс вопросов теории аналитических функций. "Все это слишком уклонило бы мысль в сторону достаточно сложных отвлеченных представлений, не прямо относящихся к существу вопроса. В таких условиях казалось более целесоответствующим воспользоваться более доступным большинству и в то же время более образным приемом мышления Н.Е. Жуковского" [224, с. 201]. Здесь сыграло роль и отсутствие общих правил отыскания нужных преобразующих функций в работах Чаплыгина. Кроме того, в отличие от Жуковского, Чаплыгин везде использует отображение внешности профиля не на внешность круга, а на верхнюю полуплоскость, чем затрудняет наглядное представление хода преобразования. "Невозможность такого образного подхода к изъяснению конструирования формулы была также одной из причин предпочтения в основной части изложения курса приемов геометрически-векториальных функционально-аналитическому мышлению проф. Чаплыгина" [224, с. 201].

Голубев нашел способ объединения работ Жуковского и Чаплыгина. Для этого весь замысел стал иным, чем у Саткевича – теория аналитических функций сразу взята за основу, ее вопросы разбираются Голубевым в курсе детально, с доказательствами. Но при этом математическая строгость не исключает постоянно используемых наглядных соображений и геометрических трактовок различных механических явлений.

Приведенный выше комментарий к разным доказательствам основных теорем теории крыла не только выявляет характер использования ТФКП Голубевым – он иллюстрирует творческий подход Голубева к изложению материала в лекциях, связанный с тщательной его переработкой, доведением до максимально возможной строгости, ясности и простоты. Кроме того, заметим, что, будучи поклонником этих идей Жуковского и Чаплыгина, Голубев неоднократно излагал их в биографических статьях и очерках, на юбилейных заседаниях и, конечно, на лекциях.

Эти основные формулы Голубев применяет для нахождения подъемной силы при обтекании круглого цилиндра; рассматривает случай произвольного профиля и выводит формулы, которые сводят задачу нахождения подъемной силы и ее момента к задаче нахождения конформного отображения внешней части профиля крыла на внешнюю часть окружности [13, с. 86–92]. Излагаются результаты Чаплыгина, связанные с так называемой параболой метацентров – они позволяют при поиске подъемной силы произвольного крыла заменять его некоторым более простым изображающим крылом [13, с. 93–99].

В целом в теории Жуковского и Чаплыгина рассматривается плавное обтекание крыла потоком, когда подъемная сила возникает благодаря образованию добавочного циркуляционного потока вокруг крыла. Встает естественный вопрос о причинах и механизме образования такого потока. Последние параграфы третьей главы книги [13] Голубев посвятил изложению причин образования циркуляции скорости. Принципиальным оказывается учет вязкости воздуха, при этом главную роль играет образование вихрей вблизи задней острой кромки крыла и отрыв их от пограничного слоя. Аналогичная идея использовалась Жуковским для объяснения причин возникновения лобового сопротивления (за счет срывающихся с переднего края крыла вихрей [175], изложена в [13, с. 148–155])[4]; более детальное рассмотрение механизма образования циркуляции было сделано Голубевым. Подробный и яркий разбор этого вопроса содержится в работе Голубева "Лекции по теории крыла" (гл. 2, § 10). Рассмотрено также на основании данных Л. Прандтля иА. Флеттнера влияние вязкости воздуха на образование циркуляции вокруг вращающегося цилиндра [13, с. 105–108].

Четвертая глава курса В.В. Голубева [13] посвящена изучению с помощью полученных ранее формул обтекания крыльев с конкретными видами теоретических профилей – крыльев типа Антуанетт (профиль крыла ограничен двумя пересекающимися окружностями), крыльев Жуковского–Чаплыгина (крыльев типа Антуанетт с округленным передним концом), руля Жуковского (округленный с одной стороны отрезок прямой). Как и намечалось ранее, исследование начинается в каждом случае с построения соответствующего конформного отображения внешности профиля на внешность окружности. Результаты эти были получены в различных статьях Жуковского и Чаплыгина.

Во второе издание монографии [13] Голубев добавил две главы, освещающие результаты, полученные уже после выхода первого издания. В них рассмотрены профили, скелет которых представляет ломаную линию [13, с. 160–168]. Такие профили изучались С.А. Чаплыгиным, Н.С. Аржаниковым [240] и С.М. Таргом [228] с помощью конформного отображения области течения на полуплоскость; у Голубева же все формулы имеют иной вид, так как рассматривается отображение на внешнюю часть окружности. При этом используется формула Шварца–Кристоффеля, в которую входит интеграл, выражающийся в данных случаях в элементарных функциях. Новый вывод формул в указанных случаях был опубликован Голубевым в работе [50, с. 372–382]. То же можно сказать об исследовании Голубевым изученных ранее Чаплыгиным в [238] профилей, скелет которых составлен из соприкасающихся дуг двух окружностей различного радиуса. Новый вывод формул для таких профилей Голубев впервые дал в книге [13,с. 169–178], позже этот вывод вошел в его обширную работу "О применении формулы Шварца–Кристоффеля к построению аэродинамических профилей" [52, с. 782–792]. В ней рассмотрены геометрические профили (скелет которых является некоторой простой геометрической линией) – в частности, перечисленные выше. Для них не было единого приема получения отображающих формул, зачастую использовались весьма искусственные приемы построения.

Голубев в [52] доказал, что широкий класс геометрических про-

---

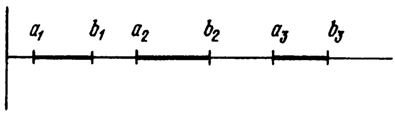
[4] Развитие использованного здесь Голубевым метода на случай обтекания острой кромки контура идеальной капельной жидкостью было дано Н.А. Слезкиным в [226].

филей может быть получен систематическим применением общих формул Шварца–Кристоффеля, выражаемых в элементарных функциях. Проводится также предварительное исследование отображений на полуплоскость или внешнюю часть окружности областей, ограниченных отрезками, лучами или прямыми [52, с. 743–761]. Полученные формулы применяются для оценки влияния элерона на подъемную силу и распределение скоростей на крыле [52, с. 761–773].

Отметим, что формул Шварца–Кристоффеля для отображений несобственных многоугольников (т.е. имеющих вершины, удаленные в бесконечность) находит применение в некоторых задачах физики и техники; в изложении этих вопросов авторы используют общие соображения, впервые высказанные Голубевым (см., например, [234, с. 344–346], [189, с. 176–181]).

В следующей главе Голубев рассматривает профили, задаваемые простыми аналитическими формулами (так называемые аналитические профили). Это, прежде всего, профили Р. Мизеса, которые получаются отображением некоторого круга C в плоскости z на плоскость ζ с помощью функции $\zeta = z + \sum_{m=1}^{n} \frac{k_m}{z^m}$. Это обобщение формулы $\zeta = z + \frac{m^2}{z}$, задающей преобразование Жуковского–Чаплыгина.

Рис. 2



Профили В. Мюллера строятся путем двукратного применения построения, аналогичного построению преобразования Жуковского–Чаплыгина. Таким образом, Голубев отмечает, что *все профили, рассмотренные в этой главе, представляют собой некоторые искажения профилей Жуковского–Чаплыгина, теория и методы построения которых и являются основой всей теории Мизеса и других аналогичных обобщений* [13, с. 193].

В заключительной главе монографии [13] Голубев излагает некоторые вопросы теории составных крыльев бесконечного размаха (например, бипланов или крыльев с дополнительными частями), т.е. системы крыльев с учетом влияния их друг на друга. Для этого случая выполняются теоремы Жуковского и Чаплыгина, но нельзя уже отобразить внешнюю часть системы крыльев на внешнюю часть окружности. Однако можно построить формулы, дающие величину и момент подъемной силы по коэффициентам разложения производной характеристической функции $\frac{dw}{dz}$, которая является однозначной, непрерывной и ограниченной и может быть во многих случаях определена с помощью так называемого принципа наложения течений.

Например, поток, плавно обтекающий плоское разрезное крыло с любым числом n перьев (рис. 2) представляет собой наложение трех потоков: поступательного по плоскости крыла, поступательного перпендикулярно плоскости крыла и вихревого движения относительно перьев крыла. Общая формула течения такова:

$$\frac{dw}{dz} = -V_\infty(\cos\sigma + i\sin\sigma)\sqrt{\frac{(z-b_1)(z-b_2)\ldots(z-b_n)}{(z-a_1)(z-a_2)\ldots(z-a_n)}}, \tag{10}$$

где V_∞ – скорость течения в бесконечности, $\sigma = \pi - \theta$ – угол атаки (θ – угол между V_∞ и действительной осью). Такое течение Чаплыгин рассматривал в работе [238]. Формула (10) является обобщением формулы для обтекания одной пластинки $-a < z < a$:

$$\frac{dw}{dz} = -V_\infty(\cos\sigma + i\sin\sigma)\sqrt{\frac{z-a}{z+a}}. \tag{11}$$

Голубев дает два способа получения (11) [13, с. 237–241]. Им изложены также теорема М.В. Келдыша о параболе метацентров системы профилей, некоторые основы теории биплана и рассмотренная Чаплыгиным задача обтекания решетки, составленной из бесконечного числа равных перьев.

Первые главы монографии Голубева [13] посвящены вопросам плавного обтекания крыла. Между тем теоретическая аэромеханика начиналась с изучения течений с образованием срыва струй, когда за обтекаемым телом образуется область, занятая неподвижной жидкостью. Этому разделу механики Голубев посвятил VII главу книги [13] (она же глава V в первом издании).

Основы теории струй были заложены в статьях Г. Гельмгольца, Г. Кирхгофа, Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина. В частности, введя переменное $\frac{dz}{dw} = \zeta$, Кирхгоф изучал струйное обтекание с помощью конформного отображения области w на ζ. Для бесконечной пластинки шириной l в плоскопараллельном потоке несжимаемой жидкости, имеющем в бесконечности скорость V_0 и образующем угол λ с сечением пластинки, подъемная сила выражается формулой Рэлея (полученной методом Кирхгофа): $P = \frac{\pi\sin\lambda}{4+\pi\sin\lambda} l\rho V_0^2$.

Жуковский изучал удар струи жидкости по прямоугольному сосуду, поставленному отверстием против потока перпендикулярно к нему. Голубев решает эту задачу методом Кирхгофа, являющимся основным в этой главе [13, с. 203–208]. Получается формула, дающая обобщение формулы Рэлея: $P = \rho V_0^2 LK$, где K – величина, зависящая от отношения длины боковой стенки сосуда к длине его дна L и изменяется в пределах от $\frac{1}{2}$ до $\frac{\pi}{\pi+4} = 0{,}438$. Следовательно, подъемная сила оказывается ограниченной сверху соответствующим образом. Чаплыгин показал, что при ударе потока о пластинку ширины l любой формы давление на нее не превосходит $\frac{1}{2} l \rho V_0^2$. Для теории аэроплана это оказывается важным, так как подъемная сила при плавном обтекании крыла больше силы нормального удара потока с образованием срыва струй. Такой вывод подтверждает необходимость построения изложенной теории именно плавного обтекания, а, с другой стороны, поясняет целесообразность полетов на углах атаки, меньших некоторого критического угла, при котором плавное обтекание переходит в струйное и, значит, падает подъемная сила.

Для оценки правильности результатов экспериментов, производимых в аэродинамических трубах над струйным течением, Голубев изучает методом Кирхгофа обтекание пластинки, помещенной перпендикулярно потоку посредине канала, в свободном потоке (т.е. ограниченном поверхностями постоянного давления) и обтекание ее течением, выходящим из канала [13, с. 212–227]. Проведены конкретные вычисления, которые показывают, что влияние ширины пластинки на результат измерений в свободном потоке гораздо меньше, чем для канала с твердыми стенками. Но приходится учитывать, что в свободной струе внешние влияния действуют сильнее на равномерность потока. Последний случай есть обобщение двух предыдущих: само присутствие канала увеличивает давление; в зависимости от расстояния выхода из канала до пластинки создаются условия, в большей или меньшей степени приближающиеся к обтеканию ограниченным потоком (что понижает давление).

Как уже указывалось, все преобразования Голубев проделывает методом Кирхгофа. При этом на плоскости ζ области течения соответствует область, в границу которой кроме прямых входит дуга окружности с центром в точке $\zeta = 0$. Поэтому нельзя использовать формулу Шварца–Кристоффеля, и отображения получаются при помощи конкретных дополнительных соображений.

Жуковский применял в этих задачах другой метод, значительно расширив при этом круг задач, решение которых может быть доведено до конца: плоскость ζ отображалась на плоскость ζ_1 с помощью функции $\zeta_1 = \ln (V_\infty \zeta)$ и получалась область, ограниченная прямыми. Сравнивая оба подхода, Голубев отмечал, что *если возможно отобразить на полуплоскость область на плоскости ζ, то, очевидно, возможно отобразить и соответствующую область на плоскости ζ_1; следовательно, если возможно решить задачу методом Н.Е. Жуковского, то ее можно решить и первоначальным методом Кирхгофа. Мощность обоих методов таким образом одинакова*[5]*. Предыдущие примеры в достаточной степени иллюстрируют эту мысль: мы разобрали методом Кирхгофа ряд примеров, которые в статьях Н.Е. Жуковского разобраны его методом* [13, с. 228].

Вопросы теории струй В.В. Голубев рассматривал и в монографии [85, гл. X], а также занимался ими значительно позднее и подготовил

---

[5] Конечно, в смысле существования решения, а не вычислительных трудностей.

работу "Исследования по терии удара струи жидкости и некоторые ее приложения" [115], которая осталась неопубликованной при жизни, а была издана к 90-летнему юбилею Голубева по инициативе кафедры аэромеханики МГУ В этой работе основным является упомянутый метод Жуковского [172]. Для Голубева важным является то, что введение переменной Жуковского позволяет использовать формулу Шварца–Кристоффеля. Напомним, что систематическое применение этой формулы в задачах аэромеханики впервые было проведено Голубевым в работе [52], касающейся плавного обтекания. Оказалось, что и в теории струй аналогичным образом можно дать общий удобный прием решения задач. В частности, Голубев показал, что во всех задачах на струйное обтекание прямолинейного контура решение сводится к гиперэллиптическим функциям или их вырождениям [115, с. 13][6].

В заключительной главе "Лекций по теории крыла" [85, с. 452–476] Голубев отмечал: *Замечательный успех, достигнутый теорией крыла в решении труднейшей... задачи об определении сил, действующих на обтекаемое непрерывной средой тело, естественно, ставит вопрос, в какой мере физическая схема, положенная в основу теории крыла, и математические методы, разработанные в теории крыла, могут быть перенесены на гораздо более трудный для исследования случай обтекания тела произвольной, вообще плохо обтекаемой формы* [85, с. 453]. Результатам, освещающим в некоторой степени связь общей теории крыла с теорией струй, и посвящена глава X. Оказалось, например, что формулы Чаплыгина и теорема Жуковского могут быть перенесены и на случай струйного течения (относительно теоремы Жуковского этот вывод был сделан ранее Дж. Тейлором (1925) путем применения теоремы о количестве движения). В работе [115, с. 13–59] дано несколько примеров применения таких формул к задачам удара неограниченной струи в пластинку, в сосуд из плоских стенок и в угол, а также ограниченной струи в пластинку, в угол и в плоскость. Некоторые из этих задач, как уже отмечалось, рассматривались ранее в работах [13] и [85], но Голубев вновь излагает их, обращаясь к новым методам, демонстрируя единый подход, наиболее красивый с математической стороны, удобный и универсальный.

Примечательно, что при изложении вопросов струйного обтекания тел Голубев не ограничивается только теоретическим осмыслением проблем – общие свойства струйных течений применяются к конкретной механической задаче об ударе клина в плоскую плиту, когда на головную часть клина наварен насадок из мягкой стали [115, с. 60–75]. Физическая схема явления такова. Голубев предполагает, что при ударе наваренной слой мягкого металла начинает течь по поверхности преграды, в нем возникают гидродинамические силы (направленные по нормалям к поверхности жесткого клина), которые препятствуют его расплющиванию и раскалыванию. Поэтому и увеличивается пробивная способность клина (так называемый эффект С.О. Макарова). Вели-

[6] О развитии методов Кирхгофа и Жуковского в теории струй см. [225, с. 199–228].

чина давления текущего слоя на клин (зависящая от физических свойств наваренного металла) с гидродинамической точки зрения определяется величиной угла клина и шириной наваренного слоя. Голубев получает конкретные выводы о наиболее выгодном угле клина, о влиянии ширины слоя и условиях применимости полученных результатов.

Заканчивая анализ монографии Голубева по теории крыла бесконечного размаха и связанных с вопросами этой теории статей, перечислим основные оригинальные результаты, полученные Голубевым: общая теория обтекания цилиндра в присутствии системы связанных с ним вихрей и теорема о расположении на нем критических точек потока; механизм образования циркуляции; построение аэродинамических профилей и решение задач теории струй с помощью формулы Шварца–Кристоффеля; применение выводов теории струй к задаче об ударе клина в плоскую плиту.

Следует подчеркнуть ценность курса Голубева [13] как историко-научной работы: в ней не только присутствуют отдельные факты из истории механики – немалое место занимает сопоставление различных точек зрения и методов (например, сравнение методов Г. Кирхгофа и Н.Е. Жуковского в теории струй).

Заметим также, что изложение вопросов теории крыла в плоскопараллельном потоке в первом и во втором издании курса [13], в лекциях [85] и других работах Голубева было связано с переработкой материала, поиском новых методов, объединяющих теорию с математической точки зрения. Удобство для приложений к конкретным задачам, строгость и универсальность – вот те качества, которые приобретала теория в окончательном виде.

Крыло конечного размаха

Внимание ученых разных стран было привлечено к теории крыла конечного размаха в 1918–1919 гг., когда Л. Прандтль опубликовал свой фундаментальный труд под названием "Теория крыла" [257, 258]. Значительно раньше идеи, положенные в основу этой теории, высказывались Ф. Ланчестером, С. Финстервальдером, Н.Е. Жуковским, С.А. Чаплыгиным и самим Л. Прандтлем, который вместе со своими учениками довел теорию до конечных результатов и получил основные формулы[7].

В России первой публикацией по теории Прандтля была статья А. Бетца [245], в 1922 г. институт инженеров Красного Воздушного Флота издал изложенные Б.Н. Юрьевым общие положения теории [243]. В 1926 г. в "Трудах ЦАГИ" вышла книга Б.Н. Юрьева "Индуктивное сопротивление крыльев аэроплана" [244] (предыдущее издание с некоторыми новыми обозначениями вошло в первую часть этой книги). Это издание ориентировалось на необходимость использовать

---

[7] О развитии основных идей теории крыла конечного размаха см. статью Н.М. Меркуловой [206].

теорию крыла конечного размаха в практической аэродинамике расчета аэропланов. Избегая в основном строгих доказательств, Б.Н. Юрьев дал главные выводы теории и рассмотрел ее применение для пересчета крыльев с одного удлинения на другое, поиска характеристик полипланов, учета влияния аэродинамической трубы на испытываемую модель самолета, расчета крыльев произвольной формы, исследования статической устойчивости самолета. В основу положена физическая схема крыла конечного размаха в виде присоединенного вихря с двумя параллельными, уходящими в бесконечность, боковыми свободными вихрями. Большое внимание Б.Н. Юрьев уделил разработке сáмих методов расчета. Характеризуя во введении стиль изложения, он писал, что предпочел здесь "наглядность и простоту точности изложения" [244, с. 6].

В 1931 г. вышло продолжение первой монографии В.В. Голубева [13] по аэромеханике – книга "Теория крыла аэроплана конечного размаха" [22]. Здесь проведена цепь теоретических построений, ведущих от общих уравнений гидродинамики к формулам и методам технического расчета аэроплана. Голубев подробно изложил идеи Прандтля, но, оставаясь *под обаянием стройной и изящной теории крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке*, неоднократно использовал также соображения Жуковского, Чаплыгина и результаты, полученные сотрудниками ЦАГИ. Конечно, Голубеву–математику теория крыла бесконечного размаха поначалу представляется более близкой, ибо *между методами теории крыла в плоскопараллельном потоке и теории Прандтля есть существенная разница: первая дает вполне строгое и полное с точки зрения гидромеханики идеальной жидкости решение задач о силах, действующих на крыло, в то время как вторая дает только некоторое приближенное решение, причем теоретически мы во многих случаях не можем даже оценить степени того приближения, которое она дает* [22, с. 3–4]. Но Голубев вынужден менять отношение к подобной нестрогости теории, поскольку того требует сложность задачи, а без этой сложности задача остается слишком далекой от реальности, т.е. от технического применения.

Остановимся на содержании книги [22]. Рассматривается задача об определении сил, действующих на тело, погруженное в движущуюся несжимаемую жидкость. Основой теории крыла конечного размаха является теория вихрей и теория пограничного слоя. Голубев посвятил им две главы [22]. Исходными положениями служат основные уравнения гидродинамики для идеальной жидкости в форме Эйлера или Громеко–Лэмба, уравнение неразрывности и теорема Бернулли–Лагранжа. Известный парадокс Эйлера–Даламбера заключается в том, что при установившемся плавном обтекании конечного тела идеальной жидкостью (в неограниченном объеме жидкости, при отсутствии внешних массовых сил) равнодействующая сил давления жидкости на тело равна нулю. Как указывалось, разъяснив смысл парадоксов, Жуковский и Чаплыгин установили причину образования подъемной силы: наличие циркуляции скорости. Для конечного крыла это озна-

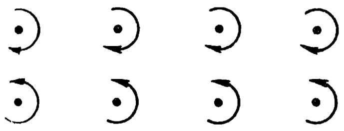


Рис. 3

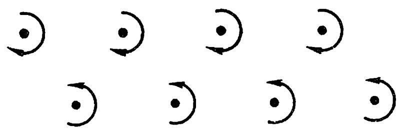


Рис. 4

чает, что вихрь потока в некоторых точках должен быть отличен от нуля. Поэтому необходимо использование теории вихрей, основными теоремами которой являются теоремы Томсона. После изложения этих вопросов Голубев получает формулы, связывающие компоненты вектора вихря **W** = rot **V** и скорости потока **V**. Для случая одной бесконечной вихревой трубки эти результаты приводят к закону Био–Савара.

Ввиду важных технических приложений Голубев разбирает движение некоторых конкретных систем параллельных, бесконечных прямолинейных вихрей в безграничной жидкости. В частности, подробно разбирается вопрос об устойчивости системы из двух рядов таких вихрей, расположенных на равных расстояниях друг от друга в двух параллельных плоскостях. Здесь, во-первых, необходимо, чтобы направления вращения вихрей были противоположны, а, во-вторых, возможны лишь два случая – так называемый симметричный (рис. 3) или несимметричный (рис. 4). Только в этих случаях вся бесконечная система вихрей движется по направлению прямых, на которых лежат оси вихрей; в остальных случаях система имеет боковое смещение [22, с. 50–54].

Вопрос об устойчивости таких систем изучался Т. Карманом (1912). Оказалось, что при симметричном расположении система вихрей неустойчива [22, с. 55–59], а для устойчивости несимметричного расположения (называемого дорожкой Кармана) Карман получил необходимое условие в виде:

$$\operatorname{ch}\frac{\pi b}{l}=\sqrt{2},\ \text{т.е.}\ \frac{b}{l}=0{,}281,$$

где l – расстояние между вихрями каждого ряда, b – расстояние между двумя рядами вихрей [22, с. 60–64]. Тот же вопрос Н.Е. Жуковский (1914) [177] разобрал другим методом, получив иное условие устойчивости $\operatorname{ch}\frac{\pi b}{l}=\sqrt{3}$, т.е. $\frac{b}{l}=0{,}365$, [22, с. 65–68]. Н.И. Ахизер в 1927 г. [151] показал, что методом Жуковского нельзя получить периодических смещений вихрей, рассмотренных Карманом [22, с. 69–70]; он пытался объяснить противоречие в результатах двух знаменитых аэромехаников тем, что условие Жуковского предполагает закон смещения вихрей, являющийся частным случаем более общего закона смещения Кармана. Но при этом условие Кармана должно было бы содержать условие Жуковского в виде частного случая, а не противоречить ему.

В работе [25] Голубев окончательно разъяснил возникшее противоречие в вопросе об устойчивости вихревых дорожек. Он показал, что случай Жуковского нельзя рассматривать как частный случай задачи Кармана. Карман и Жуковский рассматривали существенно различные случаи движения вихрей: Карман – в предположении, что все вихри свободны и могут перемещаться, Жуковский – в случае, когда только один вихрь свободен и может перемещаться, а остальные прочно закреплены. Голубев показал, что произвольное смещение вихрей нельзя рассматривать как наложение смещений, полученных в случае Жуковского. Решая различные задачи, Карман и Жуковский, естественно, получили разные условия устойчивости.

В работе [27] Голубев показал, что случай, разобранный Жуковским, можно видоизменять различными способами, закрепив часть вихрей и оставив остальные свободно перемещающимися. При этом получается бесчисленное множество случаев, среди которых случаи Кармана и Жуковского являются частными случаями, но устойчивость бывает чрезвычайно редко. Например, если в нижнем ряду все вихри закреплены, а в верхнем некоторые свободны, то во всех случаях, кроме случая Жуковского, система вихрей неустойчива [27, с. 649, 652]. Точно так же, если вихри нижнего ряда свободны, а в верхнем свободны только вихри с номерами, кратными фиксированному числу s, то система неустойчива всегда, кроме случая Кармана (когда $s = 1$) [27, с. 655].

Во второй главе [22] Голубев излагает основы теории вязкой жидкости. Дело в том, что в отличие от модели идеальной жидкости, в действительных жидкостях и газах сила внутреннего трения отлична от нуля. Для выяснения механизма образования вихрей, играющих основную роль во всей аэродинамике аэроплана, необходимо изучать влияние вязкости жидкости на ее движение. Уравнения движения вязкой жидкости – известные уравнения Стокса – обычно выводились на основании рассмотрения деформации бесконечно малого объема [176], [224, с. 409–420]. Голубев излагает упрощенный вывод уравнений Стокса, предложенный в 1914 г. Жуковским, основанный на ньютоновом определении силы вязкости и на условии несжимаемости [22, с. 73–79].

В общем виде задача интегрирования уравнений Стокса (т.е. общая задача гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости) не решается; поэтому необходимы приближенные методы. Один из них – метод Озина (для установившегося плоского течения без внешних сил изложен Голубевым [22, с. 82–84]): уравнения Стокса заменяются здесь приближенно другими более простыми, применимыми во всем пространстве, занятом жидкостью. Метод Озина приводил к сложным выкладкам и давал окончательные результаты, в основном, при таком большом коэффициенте вязкости μ, что в задачах аэромеханики оказывался бесполезным.

Анализ уравнений Навье–Стокса при достаточно малом коэффициенте вязкости привел Л. Прандтля к разработке приближенного метода, который носит название теории пограничного слоя. Сущность его заключается в том, что влияние вязкости учитывается только внутри очень тонкого слоя жидкости, прилегающего к поверхности погруженного в жидкость тела; вне этого слоя жидкость считается идеальной. *Идея поверхностного слоя в науке была известна очень давно; в той или иной форме ее можно встретить чуть ли не у всех крупных исследователей в области гидромеханики, начиная с Бернулли. Но этим по существу качественным представлениям Прандтль первый дал форму количественных соотношений* [22, с. 85].

Общие уравнения Навье–Стокса для случая плоскопаралльного установившегося течения в пределах пограничного слоя заменяются приближенно системой уравнений Прандтля (представлявшей большие трудности для интегрирования) [22, с. 86–87]:

$$\begin{cases} u\dfrac{\partial u}{\partial x}+\upsilon\dfrac{\partial u}{\partial y}=-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x}+\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \\ \dfrac{\partial p}{\partial y}=0;\ \dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial \upsilon}{\partial y}=0, \end{cases} \tag{12}$$

где $\nu=\dfrac{\mu}{\rho}$ – кинематический коэффициент вязкости, p – давление, ρ – плотность жидкости, u и υ – составляющие скорости по осям x и y. В курсе аэродинамики [224] А.А. Саткевич излагал приближенный метод Г. Блазиуса интегрирования уравнения Прандтля и, анализируя возможность практического применения его, отмечал незаконченность к тому времени начатой Прандтлем и Блазиусом работы в данном вопросе [224, с. 468–480].

Голубев рассматривал поток, скорость которого направлена по оси x, т.е. ее составляющие по осям x и y равны соответственно $u = V_0$ и $\upsilon =$ $= 0$. Этот поток обтекает плоскую пластинку, сечение которой плоскостью (x, y) образует положительную полуось x. В этом случае интегрирование системы уравнений Прандтля можно свести к интегрированию одного обыкновенного дифференциального уравнения третьего порядка:

$$\begin{cases} F'''F'-F''^2+FF'^2=0; \\ F(0)=0;\ F'(0)=\alpha\neq 0;\ F''(0)=0, \end{cases} \tag{13}$$

где $u=F(z)$, $z=\dfrac{1}{\sqrt{2\nu}}\cdot\dfrac{y}{\sqrt{x}}$, ν – кинематический коэффициент вязкости. Решение такого уравнения не выражается в квадратурах, поэтому нужно вести изучение его непосредственно по самому уравнению. В книге [22] Голубев дал качественный анализ дифференциального уравнения пограничного слоя, впервые строго доказал монотонность его интегральной кривой, удовлетворяющей граничным условиям [22, с. 90–92].

Если далее сделать подстановку

$$F(z)=k^2F_1(kz), \tag{14}$$

где $k = \text{const}$, то система для F_1 будет иметь тот же вид (13). Таким образом, если F является решением уравнения (13), то и F_1 есть его решение (и наоборот). Решения вида $k^2F_1(kz)$ образуют семейство решений, зависящих от параметра k. Поэтому, заключает Голубев, для решения рассматриваемой задачи гидродинамики достаточно сформулировать вспомогательную краевую задачу с упрощенными граничными условиями, т.е. взять какое-нибудь частное решение уравнения (13), удовлетворяющее условиям $F_1(0) = 0$; $F_1''(0) = 0$; $F_1'(0) \neq 0$ (например, $F_1'(0) = 1$), чтобы с помощью преобразования (14) получить все семейство решений с произвольными значениями $F'(0)$, т.е. с реальными условиями на границах слоя. Для окончательного определения величины силы трения и толщины пограничного слоя остается найти величину постоянного $a = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{F'^2(0)}{F^3(\infty)}}$ (оказалось, что эта величина не зависит от выбора решения из семейства (14)) с помощью приближенного значения какого-нибудь частного решения системы (13) [22, с. 92–94].

Затем Голубев излагает вывод интегрального соотношения Кармана, полученного как непосредственно из уравнений (12), так и без них при помощи теоремы об изменении количества движения (т.е. способного заменять систему Прандтля) [22, с. 95–98]. Польгаузен предложил метод приближенного интегрирования уравнений Прандтля (или соотношения Кармана), позволяющий заменить уравнения с частными производными (12) обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка для определения толщины пограничного слоя [22, с. 100–106]. Но уравнение Польгаузена также достаточно сложное, и его интегрирование представляет большие трудности. Голубев приводит графический метод интегрирования для круглого цилиндра (такой случай изучался в работах Г. Блазиуса, К. Хименца и К. Польгаузена) [22, с. 106–108].

Голубев первый разработал метод интегрирования уравнения Польгаузена в важном для приложений случае изменения давления вне пограничного слоя по линейному закону, т.е. $\frac{dp}{dx} = \text{const}$ (ось абсцисс x направлена вдоль стенки крыла). Дифференцируя дважды по координате x соотношение $p = C - \rho\frac{U^2}{2}$ для установившегося потенциального течения (где $C = \text{const}$, ρ – плотность идеальной, несжимаемой жидкости, U – скорость течения на наружной поверхности пограничного слоя) и учитывая, что $\frac{d^2p}{dx^2} = 0$, Голубев получил: $UU''/U'^2 = -1$. С помощью последнего соотношения он привел нелинейное уравнение Польгаузена к виду уравнения с разделяющимися переменными [28, с. 88–92].

Отметим, что интегральное соотношение Кармана может быть различными способами обобщено. Л.С. Лейбензон (1935) получил интегральное соотношение, выражающее теорему живых сил для пограничного слоя. Голубев предложил серию интегральных соотношений, которые стали носить его имя. Они получаются из первого уравнения системы Прандтля (12) умножением на ρu^k (k – целое неотрицательное) и интегрированием по y от 0 до h. Общий вид этих соотношений таков:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^h \rho \frac{u^{k+2}}{k+1}\,dy - \frac{U_0^{k+1}}{k+1}\frac{\partial}{\partial x}\int_0^h \rho u dy =$$

$$= -\rho\frac{\partial p}{\partial x}\int_0^h u^k dy - \mu k\int_0^h u^{k-1}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 dy \qquad [193, с. 190][8]$$

Позднее А.М. Файнзильбер дал более общий вид интегральному соотношению. Эти результаты Голубев изложил в книге [85, с. 80–82][9].

Отметим далее, что применять теорию Прандтля возможно только при небольших скоростях потока, когда течение в пограничном слое остается слоистым. Но некоторые опытные данные позволяют дополнить теорию для более широких границ изменения скоростей. Касаясь этих вопросов, Голубев излагает работы Г. Глауэрта, Г. Блазиуса, Р. Мизеса, Т. Кармана и Л. Прандтля [22, с. 111–121].

В третьей главе книги [22] выводятся формулы, дающие величину, направление и точку приложения сил, действующих на конечное крыло. Так как образование этих сил объясняется действием вихрей, то необходимо, во-первых, выяснить процесс их возникновения и, во-вторых, получить формулы, учитывающие влияние вихрей на крыло. В теории вихрей, рассмотренной в главе 1 [22], пространство, заполненное жидкостью, предполагалось безграничным. Но крыло образует как раз границы в потоке жидкости. Чтобы получить возможность использования общих уравнений теории вихрей, Прандтль предложил заменять крыло системой вихрей, помещенных в безграничной жидкости. Это так называемые присоединенные вихри (по Жуковскому), которые неразрывно связаны с крылом, но по динамическим свойствам по воздействию на поток не отличаются от свободных вихрей. Эти идеи составляют основу теории крыла конечного размаха [22, с. 122–124].

Голубев разбирает принадлежащий Саткевичу [224, с. 373–382] вывод основных уравнений Прандтля, которые позволяют написать общие выражения для сил давления воздуха на крыло [22, с. 154], [155]. Но задача интегрирования этих уравнений в общем виде трудна, поэтому для получения конкретных формул вводится ряд упрощающих предположений.

В 4-й главе [22] Голубев применяет общую теорию, изложенную в

---

[8] Впервые этот результат был изложен Голубевым в 1935 г. в докладе на заседании АН СССР.

[9] Из соотношений Голубева получается соотношение Лейбензона при $k = 1$ и соотношение Кармана при $k = 0$ (полученные раньше).

предыдущих главах, к изучению аэродинамических условий обтекания крыла моноплана. Основной задачей здесь является определение по заданной форме крыла подъемной силы P и индуктивного сопротивления W как функций угла атаки. Обе эти величины выражаются через циркуляцию Г вокруг элемента крыла, которая может быть определена из основного интегро-дифференциального уравнения:

$$\Gamma(z) = \pi V b\left(\frac{\alpha}{2} + \beta - \frac{1}{4\pi V}\int_{-l}^{+l}\frac{d\Gamma(t)}{z-t}\right), \tag{15}$$

где переменное z параметризует вихревую линию, заменяющую крыло, α, β, b – функции от z, заданные конструкцией крыла, V – скорость потока вдали от крыла, $2l$ – длина крыла. Математическая сложность задачи приводит к необходимости применять приближенные методы. Например, можно рассматривать разложение циркуляции в тригонометрический ряд

$$\Gamma(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta, \tag{16}$$

где θ – новый параметр крыла, меняющийся от 0 до π и связанный с z соотношением: $z = -l\cos\theta$. Тогда оказывается, что P и W выражаются через коэффициенты A_n и задача сводится к нахождению A_n[10] [22, с. 166–167]. Из выведенных формул получаются интересные выводы в частном случае крыла с эллиптическим распределением циркуляции; в частности, при одной и той же подъемной силе индуктивное сопротивление является наименьшим именно в таком случае [22, с. 168–173].

Для нахождения коэффициентов A_n применялись различные приближенные методы: например, геометрический метод Б.Н. Юрьева [22, с. 192–198] или метод Р. Фукса (Фукс пользовался разложением А. Бетца в степенной ряд, но Голубев применяет метод Фукса и к тригонометрическому разложению функции Г [22, с. 178–179]). Наиболее распространенным был метод Глауэрта [22, с. 177–178]. В нем вместо ряда (16) рассматривалось приближение его тригонометрическим многочленом, содержащим m слагаемых; в уравнении, к которому преобразуется (15), берутся m различных значений угла θ в интервале $(0, 2\pi)$; таким образом, получается система m линейных уравнений с m неизвестными. Недостатком метода является то, что при вычислении значительного числа коэффициентов получаются громоздкие выкладки; кроме того, нет общего выражения для A_n. Приближение к точным значениям коэффициентов A_n достигается увеличением их числа. А практически достаточно знать только два первых значения A_n, но с большей точностью.

В.В. Голубев предложил использовать в данном случае метод, названный им методом тригонометрических разложений. Рассмотрим

---

[10] Основания такого метода были указаны Е. Треффтцем (1921), а практическая разработка впервые дана Г. Глауэртом (1931).

его для случая прямоугольного крыла, когда уравнение (15) преобразуется к виду

$$\sum C_n \sin n\theta \sin\theta = \sin\theta - \mu\sum\ nC_n \sin n\theta, \tag{17}$$

где

$$\mu = \frac{\pi b_0}{4l},\ C_n = \frac{A_n}{\pi V b_0\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\pi}{2}\right)},\ b_0 = b\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

Записывая разложение функций $f_n(\theta) = \sin n\,\theta \sin\theta$ в ряд Фурье на отрезке $\theta \in [0, \pi]$

$$\sin n\theta \sin\theta = \frac{2}{\pi}\sum_m \left(\frac{1}{(m+n)^2-1} - \frac{1}{(m-n)^2-1}\right)\sin m\theta \tag{18}$$

(где n – нечетное, а m пробегает все нечетные положительные числа), подставляя (18) в уравнение (17) и приравнивая коэффициенты при $\sin m\,\theta$, получим систему бесконечного числа уравнений с бесконечным числом неизвестных C_m:

$$\frac{2}{\pi}\sum_n C_n\left\{\frac{1}{(n+1)^2-1} - \frac{1}{(n-1)^2-1}\right\} = 1 - \mu C_1 \quad \text{при} \quad m = 1$$

$$\frac{2}{\pi}\sum_n C_n\left\{\frac{1}{(m+n)^2-1} - \frac{1}{(n-m)^2-1}\right\} = -\mu m C_m \quad \text{при} \quad m > 1.$$

Обсуждается также вопрос о приближенном решении этой системы [22, с. 179–183].

Рассмотрев далее применение методов Глауэрта и тригонометрических разложений для трапецеидальных крыльев с постоянным углом атаки и аэродинамически неплоских крыльев (у которых при изменении расстояния до середины крыла меняется или форма сечения, или угол атаки) [22, с. 185–192], Голубев проводит сравнение основных методов и делает следующий вывод: *Если вычисляется одно единственное крыло, то проще применять метод Глауэрта; если же требуется вычислить целую серию крыльев одного общего типа (например, прямоугольных при различных удлинениях), то удобнее пользоваться разложением в тригонометрические ряды, так как работа, потраченная на разложение функций в ряды, окупается меньшим числом вычислений при расчете отдельных коэффициентов, так как достаточно вычислить два коэффициента (вместо трех и даже четырех по методу Глауэрта)* [22, с. 192].

А.А. Космодемьянский писал, что "впоследствии в развитых за рубежом методах последовательного определения коэффициентов C_n (метод Лотц и др.) все исследователи исходили из идеи В.В. Голубева о разложении функций $f_n(\theta)$ в тригонометрический ряд по синусам кратных дуг" [187, с. 294].

Далее Голубев излагает результаты работ Е. Треффтца по изучению вихревой поверхности за крылом в вертикальной плоскости, проходящей через несущую вихревую линию (рассмотрение течения в такой плоскости дает возможность применять аппарат ТФКП) [22, с. 198–208]. В частности, он отмечает. что вывод основных формул, полученных Треффтцем, является развитием идей, лежащих в основе работы Чаплыгина, разобранной в 3-й главе [22, с. 206]. В конце 4-й главы Голубев кратко характеризует две упрощенные схемы вихрей крыла. Во-первых, можно рассматривать систему присоединенных и свободных вихрей крыла в виде одного вихревого "шнура" (часть его образует несущую систему крыла, а другие две части – идущие за крылом свободные вихри). Эта схема годится для определения подъемной силы и индуктивного сопротивления всего крыла, но недостаточна для определения циркуляции вокруг отдельных частей крыла или подъемной силы и скорости снижения потока в различных точках крыла [22, с. 208–215]. Во-вторых, можно всю вихревую систему заменять одним подковообразным вихрем (от концов несущей линии отходят бесконечные прямолинейные вихри, углы которых немного выдаются за концы крыла). Эта схема тоже дает правильное значение подъемной силы индуктивного сопротивления, но, в отличие от схемы вихревого цилиндра, где циркуляция определялась формой крыла и получалась приблизительно верная картина образования реальных вихрей за крылом, подковообразный вихрь – это лишь условная схема. Однако именно она исторически послужила исходной точкой для построения теории конечного крыла, что отражено, например, в книге Б.Н. Юрьева [244].

Пятая глава посвящена кривой Лилиенталя. Здесь изложены результаты исследований самого Голубева и выполненных под его руководством в Саратове исследований Ф.Г. Шмидта и С.Н. Мичурина. Диаграмма Лилиенталя применяется для обработки данных измерений в аэродинамических лабораториях. Для крыла площади S в потоке воздуха, движущегося со скоростью V вводятся безразмерные коэффициенты C_s подъемной силы P и C_w – лобового сопротивления $W/P = C_p \rho V^2 S$; $W = C_w \rho V^2 S$; $C_p = f_1(\beta)$ и $C_w = f_2(\beta)$ являются функциями угла атаки β. Если на координатных осях откладывать C_w по горизонтали и C_p по вертикали, то уравнение $F(C_p, C_w) = 0$ (где исключен β) представляет в этих координатах уравнение кривой, называемой полярной диаграммой Лилиенталя для рассматриваемого крыла. По ней для любого угла атаки легко найти C_p, C_w, а по ним и скорости потока V – величины P, W и направление их равнодействующей $\mathbf{R}$.

Для построения кривой Лилиенталя достаточно, как видим, определить вид функций f_1 и f_2. Первая определяется теоретическим путем [22, с. 219], а со второй дело обстоит сложнее. Голубев рассматривает подробно вопрос об определении C_w. Прежде всего на диаграмме Лилиенталя наносят параболу индуктивного сопротивления, отражающую силу индуктивного лобового сопротивления, определяемую теоретически (ей соответствует коэффициент C_{wi}). Но эксперименты дают отклонение диаграммы Лилиенталя от этой кривой, особенно при удалении угла атаки от его среднего значения. Значит необходимо учесть другие причины образования сопротивления: влияние вихревой системы Кармана (коэффициент этой силы лобового сопротивления обозначается C_{ws}) и указанное Жуковским действие вихрей, развивающихся на передней кромке крыла (коэффициент сопротивления Жуковского обозначается C_{wj}). Таким образом, при плавном обтекании крыла $C_w = C_{wi} + C_{ws} + C_{wj}$. Кроме того, при значительных углах атаки (или при отрицательных) происходит срыв струй за крылом, и кривая сильно уклонится от параболы индуктивного сопротивления (P уменьшится, а W возрастет).

Изучением сопротивления Жуковского занимался Ф.Г. Шмидт: он распространил формулу Жуковского со случая дугового профиля на крылья типа Антуанетт [22, с. 222–225]; для округленного на передней кромке крыла Жуковского–Чаплыгина то же было проделано С.Н. Мичуриным [22, с. 227–230]. В доказательствах использовались методы теории крыла в плоскопараллельном потоке, в частности, отображение профиля на внешность окружности и теорема Чаплыгина о том, что скорость на передней кромке (представляющая сумму скоростей потока и вихря) не может превосходить скорости звука. Но если в формулу Жуковского входили только величины, определяемые свойствами потока и геометрическими свойствами крыла, то в формулы Шмидта и Мичурина вошла еще величина h – расстояние оси вихря от поверхности цилиндра, которая не определяется экспериментально. Значит, встает задача определения h, которую Мичурин решил с помощью той же теоремы Чаплыгина [22, с. 231–235].

Далее Голубев тщательно проанализировал соответствие опытным данным полученных теоретических выводов, дал необходимые формулы пересчета геометрического угла атаки (для рассмотренного бесконечно длинного крыла) на истинный угол атаки [22, с. 235–242]. Образование вихрей на передней кромке крыла оказывается наиболее существенной причиной отклонения диаграммы Лилиенталя от параболы индуктивного сопротивления. В заключение Голубев дает качественую схему диаграммы и выводит приближенную теоретическую формулу линии моментов (которая позволяет по данному углу атаки определить точку приложения силы давления воздуха на крыло). Анализ данных Геттингенской лаборатории показывает, что эти теоретические выводы также вполне подтверждаются [22, с. 243–250].

Вся разобранная в первых пяти главах книги Голубева [22] теория может быть применена и для системы крыльев. Методы останутся прежними, но дополнительно придется учитывать влияние вихревой системы одного крыла на другое (такое влияние называется индукцией). Частному случаю – теории биплана – Голубев посвящает шестую главу [22]. Общие формулы для учета указанного влияния были даны М. Мунком [22, с. 251–257]. Использование схемы подковообразных вихрей для расчета биплана было проведено А. Бетцем и Р. Фуксом [22, с. 257–266]. Далее ставится задача найти аэродинамические характеристики каждого крыла, работающего как крыло биплана, если даны аэродинамические свойства отдельного крыла и геометрические элементы коробки биплана. Для решения такой задачи предложен ряд методов: аналитических (метод последовательных приближений и метод Фукса) и геометрических (методы С.Г. Козлова и Г.Н. Мусиньянца) [22, с. 266–276]. Метод Л. Прандтля позволяет учесть влияние крыльев биплана друг на друга, исходя из предположения об эллиптическом распределении циркуляции вдоль каждого крыла [22, с. 282–290].

Более общий характер носит задача нахождения такого распределения циркуляции вдоль несущих линий, при котором индуктивное сопротивление наименьшее. Различные решения такой задачи давались Мунком и Прандтлем. Голубев приводит доказательство, основанное на введении потенциала течения Ф в вертикальной плоскости, которое получилось бы, если бы свободные вихри несущей системы дополнить впереди крыла их продолжениями, уходящими в бесконечность [22, с. 291–296]. Получается, что при данной величине подъемной силы некоторой несущей системы индуктивное сопротивление этой несущей системы будет наименьшее при таком распределении циркуляции вдоль несущих линий, когда система свободных вихрей, сбегающих с крыла, опускается вниз с постоянной скоростью, т.е. движется вниз, как твердое тело (теорема Мунка).

Для несущей системы биплана задача определения величины наименьшего индуктивного сопротивления впервые была решена Граммелем. Голубев приходит к тем же результатам, существенно переработав доказательство и исходя из общей задачи конформного отображения с помощью формулы Шварца–Кристоффеля [22, с. 299–308]. Он показывает, что выгоднейшее распределение циркуляции вдоль несущих линий биплана на самом деле весьма мало отличается от разобранного Прандтлем случая эллиптического распределения на отдельных несущих линиях.

Завершается книга Голубева главой, посвященной оценке влияния границ потока на величину подъемной силы и индуктивного сопротивления крыла. Основной прием, используемый здесь, заключается в следующем. К системе вихрей, заменяющей аэродинамическое крыло, добавляется такая система вихрей, чтобы поток, полученный от действия вихрей обеих систем, имел скорости, направленные по касательной к границам потока. Простейшим случаем такой границы является поверхность земли (т.е. плоскость), здесь для добавочной системы достаточно взять зеркальное отображение вихревой системы крыла относительно граничной плоскости. После этого к полученной вихревой системе можно применять методы, разработанные для крыльев в безграничном потоке. Например, для исследования течения около биплана – методы Бетца и Прандтля [22, с. 310–314].

Аналогичным образом изучается течение вокруг крыла, ограниченное вертикальными или горизонтальными стенками, а затем – трубой прямоугольного сечения [22, с. 315–322]. Относительно влияния круглой трубы вопрос был разобран Прандтлем для эллиптического распределения циркуляции вдоль крыла [22, с. 322–327]. Голубев впервые исследовал теорию влияния круглой трубы в случае произвольного распределения циркуляции по размаху крыла. Циркуляция, как и в 4-й гл., представлена тригонометрическим рядом, а скорость выражается рядом, коэффициенты которого, исследованные Голубевым, позволяют получить окончательное решение задачи [22, с. 327–331, 347–348].

Чтобы получить добавочное течение, заменяющее действие свободной границы струи, достаточно вне струи добавить вихри, равные и одинаково направленные с вихрями, сбегающими с несущей системы крыла, в точках, являющихся отображениями свободных вихрей относительно поверхности струи. Т.е. отличие от случая трубы заключается в направлении вращения заменяющих вихрей. Поэтому, если в случае трубы добавленные вихри уменьшают скос потока и индуктивное сопротивление, то в случае свободной струи они увеличивают и то, и другое. Соответствующие формулы также приводятся Голубевым [22, с. 331–341].

В заключение перечислим разобранные оригинальные результаты Голубева в теории крыла конечного размаха: разъяснение противоречия в вопросе об устойчивости вихревых дорожек Кармана; качественный анализ дифференциального уравнения пограничного слоя; новый метод интегрирования уравнения Польгаузена в случае изменения давления вне пограничного слоя по линейному закону; интегральные соотношения, носящие имя Голубева; метод тригонометрических разложений для определения циркуляции; теория влияния круглой аэродинамической трубы в случае произвольного распределения циркуляции по размаху крыла[11]. Отметим, что Голубевым изложена также теория поляры Лилиенталя, разработанная частично им и, частично под его руководством, Ф.Г. Шмидтом и С.Н. Мичуриным.

Сравнивая монографии [13] и [22] в целом, можно сказать, что если теория крыла в плоскопараллельном потоке изложена Голубевым в основном как пример использования ТФКП (имеется в виду первое издание курса), то исследование теории крыла конечного размаха потребовало более широкого использования физических соображений, упрощающих теоретически весьма сложные задачи. Анализ экспериментальных данных, учет влияния вязкости воздуха и механический смысл рассматриваемых явлений занимает в [22] большое место. Хотя при доказательстве новых результатов и выводов Голубеву по-прежнему верно служит блестящее владение методами ТФКП.

Проведенный ранее анализ первых статей В.В. Голубева по общим вопросам аэромеханики приводит к выводу, что они были непосредственно связаны с написанием курсов [13] и [22] – они как бы заполняли те пробелы, которые оставались в теории. Стараясь сочетать наглядность физических схем Н.Е. Жуковского и четкость аналитических выкладок С.А. Чаплыгина, Голубев собрал воедино наиболее

---

[11] Ранее часть этих результатов освещалась в биографических очерках А.А. Космодемьянского о В.В. Голубеве (см. последнее издание [187]).

важные из накопленных результатов и создал курс, который аэромеханиками единодушно оценивается как замечательный. Академик Г.И. Петров писал: "В тридцатых годах наиболее быстро развивающимся разделом аэродинамики была теория крыла. Тот облик математически совершенной и изящной теории, который этот раздел приобрел благодаря трудам ученых московской школы, в значительной мере обязан работе Владимира Васильевича Голубева, его таланту и стремлению к математическому изяществу. Его оригинальные работы, книги по теории крыла, курс теории винта и крыла, прочитанный им в Московском университете, во многом определяют совершенный облик этого важного раздела аэродинамики" [157, с. 1].

Теория механизированного крыла

Большая часть статей Голубева по аэромеханике посвящена теории механизированного крыла, т.е. крыла с различными приспособлениями, улучшающими его работу. Это разрезные крылья с системой щелей вдоль всего размаха; крылья, с поверхности которых отсасывается или сдувается воздух; а также крылья с различными дополнительными подвижными частями, которые могут быть плотно прижаты к основной части крыла (при нормальном полете) или отодвинуты (обычно при взлете и посадке). Из последних наиболее известны предкрылки и закрылки (расположенные у передней или задней кромки крыла соответственно), открылки и элероны (плотно прилегающие к основной части крыла около передней или задней кромки), щитки (под основной частью крыла).

Использование механизированных крыльев связано с одной из основных задач самолетостроения – максимальным увеличением скорости полета. Естественно, что достижение больших скоростей возможно при условии принятия всех мер к уменьшению сопротивления, возникающего при полете, которое состоит из сопротивления трения и вихревого сопротивления (появляющегося из-за срыва потока и образования вихревой зоны сзади обтекаемого крыла). Для уменьшения вихревого сопротивления крыльям и фюзеляжу придается хорошо обтекаемая форма, при которой сзади самолета не образуется широкой зоны срыва. Для уменьшения сопротивления трения надо уменьшить поверхность обтекаемого тела за счет уменьшения размаха крыльев, так как площадь поверхности фюзеляжа не может быть ниже определенной границы. Действительно, из известной формулы, определяющей величину подъемной силы крыла в плоскопараллельном потоке, следует, что при заданном угле атаки и весе самолета площадь крыльев обратно пропорциональна квадрату скорости полета. Т.е. у скоростных самолетов можно брать малую площадь крыльев. Но это осложнит посадку и взлет, когда скорость уменьшается. Такое техническое противоречие можно разрешить применением раздвижных крыльев. Однако ввиду конструктивных трудностей они в то время еще не использовались.

Так возникла задача создания крыльев с максимальной подъемной силой при небольших скоростях полета. В 1921 г. Г. Лахманом в Германии и Х. Пейджем в Англии было предложено использовать на аэропланах разрезные крылья (результаты соответствующих экспериментов были ими опубликованы). Результаты систематических исследований разрезных крыльев, проводившихся в ЦАГИ, были опубликованы в 1931 г. П.П. Красильщиковым. Из теоретических исследований в этом направлении Голубев в работе [24] выделял отдельные замечания Л. Прандтля и И.А. Бетца, которые видели причины изменения условий обтекания крыла с прорезами в образовании турбулентности в потоке на верхней поверхности крыла и в передаче кинетической энергии в этот поток через щель [24, с. 12].

Первой крупной работой по теории механизированного крыла была упоминавшаяся уже работа С.А. Чаплыгина [238] (1921) (Голубев писал, что основные используемые здесь идеи содержатся еще в работе Чаплыгина [237] 1910 г. [51, с. 203]). В ней рассматривалось плавное обтекание плоского и дугового разрезного крыла в плоскопараллельном потоке и теоретически было доказано, что сделанные в нужном месте щели увеличивают подъемную силу крыла. Кроме того, получалось, что более значительное увеличение достигается при малых углах атаки. Последний вывод не подтверждался экспериментами – причину этого Голубев видел в использовании слишком грубой модели, в которой не учитывалась толщина крыльев, наклон дополнительных частей крыла к основной и возникновение обтекания с отрывом струй [51, с. 212].

В дальнейшем теоретические исследования механизированного крыла продолжались в двух направлениях, разрабатываемых соответственно Чаплыгиным и Голубевым. К первому можно отнести работу Чаплыгина и Н.С. Аржаникова [240] (1931), а также работу Чаплыгина и Голубева [33] (1935). В них изучалось плавное обтекание плоскопараллельным потоком крыла с предкрылком и закрылком, рассматривавшихся в виде наклоненных друг к другу под малым углом плоских пластинок. Задача построения характеристической функции при этом является частным случаем аналогичной задачи об обтекании биплана и решается с помощью эллиптических функций. Область течения отображалась на внутренность прямоугольника, внутри которого и изучалось течение. Основной вывод работы [33] заключался в том, что при обычном расположении предкрылка и закрылка предкрылок уменьшает подъемную силу, а закрылок – увеличивает.

В другом направлении вел работу В.В. Голубев. Он искал эффект, вызываемый работой предкрылка, не в непосредственном увеличении подъемной силы, а в изменении характера обтекающего потока; при этом предкрылок заменялся одним присоединенным вихрем. В 1931 г. на первой Всесоюзной конференции по аэродинамике Голубев делал два доклада ([23] и [24]), в которых коротко изложил основные положения своих исследований о работе крыла с предкрылком. Подробно эти результаты были освещены в большой работе [28] (1933). В первой ее главе разбираются данные экспериментального изучения крыла с предкрылком в лабораториях Л. Прандтля и Х. Пейджа [28, с. 35–38], которые приводят Голубева к выводу о том, что в работе предкрылка необходимо рассматривать следующие три случая [28, с. 64–68]:

1. При малых углах атаки разрезное крыло может работать, как сплошное (струи, срывающиеся с предкрылка, примыкают к основной части крыла). При этом предкрылок дает некоторое увеличение лобового сопротивления.

2. При увеличении угла атаки возникает режим, когда основная часть крыла плавно обтекается, а с предкрылка срываются вихри, увеличивающие лобовое сопротивление. Подъемная сила уменьшается.

3. При дальнейшем увеличении угла атаки вихревой хвост за предкрылком уменьшается, он начинает работать в условиях плавного обтекания. Лобовое сопротивление при этом уменьшается

Последний случай соответствует нормальному расположению предкрылка, который изучается далее. Пренебрегая хордой предкрылка, Голубев предлагает заменить его одним вихрем, расположенным вблизи передней кромки.

Теоретическое исследование обтекания крыла в присутствии неподвижного вихря, неразрывно связанного с крылом, показывает, что добавленный вихрь того же направления, что и основная циркуляция, увеличивает циркуляцию вокруг крыла, а, значит, и подъемную силу [28, с. 49–56]. Механический смысл этого эффекта также разъяснен Голубевым [28, с. 60]. Однако дальнейший анализ показал, что увеличение подъемной силы от предкрылка менее заметно, чем от закрылка [28, с. 59]. Поэтому Голубев предложил искать эффект воздействия предкрылка в изменении характера обтекающего потока, благодаря чему крыло работает на плавное обтекание при углах атаки, значительно превосходящих соответствующие углы крыла без предкрылка. Увеличение критического угла атаки для крыла с предкрылком прослеживалось на экспериментальных графиках, что и послужило исходным пунктом для выдвинутого Голубевым положения.

Возникли, таким образом, две взаимосвязанные задачи (приближенно решенные во 2 и 3 главах работы [28]): определение условий, при которых начинается отрыв потока и выяснение сущности влияния предкрылка на условии такого отрыва. Дальнейшее опирается на теорию пограничного слоя Прандтля. Но без дополнительных данных о распределении давлений или скоростей на поверхности крыла она не дает возможности определить точку отрыва потока. Голубев далее вывел формулы для определения скорости и давления в различных точках крыла типа инверсии параболы (когда точкой отрыва потока является задняя кромка) и показал, что для толстых крыльев можно приближенно считать давление изменяющимся по линейному закону на всем протяжении от точки, где оно наименьшее (а скорость наибольшая) до точки схода потока [28, с. 72–81].

Известен экспериментальный факт, что точка наибольшей скорости находится около передней кромки. Значит, можно считать, что давление изменяется линейно на всей поверхности крыла. Экспериментальные данные подтверждают такое предположение с большой точ-

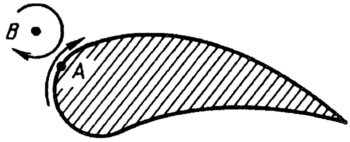


Рис. 5

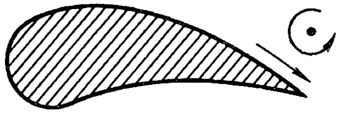


Рис. 6

ностью. Более того, линейность давления обнаруживалась и в случаях, когда точка отрыва отходила от задней кромки [28, с. 85–87]. Использование линейного закона распределения давления, как уже указывалось, позволило Голубеву упростить уравнение Польгаузена, которое после интегрирования привело к теореме для плавного обтекания крыла потоком: $U_{max}/U_0 = 1{,}2$, где U_{max} – максимальная скорость на верхней поверхности крыла, U_0 – скорость в точке отрыва потока [28, с. 91].

Из этой теоремы Голубев получил формулу для определения критического угла атаки θ:

$$\operatorname{tg}\theta = 1{,}2\frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{(1+\varepsilon)^2},$$

где ε – параметр, характеризующий утолщение крыла [28, с. 94], и проанализировал причины некоторого расхождения величин углов, найденных с ее помощью, и с помощью экспериментальных данных [28, с. 96–102]. Для более общего, чем линейный, предположения о законе изменения давления, когда $UU''/U'^2 = C$ и C – любое число, Голубев также предложил приближенный метод определения точки отрыва потока [28, с. 102–107].

Итак, отрыв потока происходит, когда падение скорости достигает известной величины. Поэтому любые методы, позволяющие выравнивать распределение скоростей на верхней поверхности крыла, увеличивают критический угол атаки, улучшая тем самым его работу. Один из таких методов – добавление предкрылка или закрылка, математически моделирующихся присоединенными вихрями.

Пусть имеем профиль крыла L. Наибольшая скорость на поверхности крыла достигается в некоторой точке A около передней кромки. Поместим вблизи поверхности крыла в точке B вихрь с таким направлением вращения, которое в точке A дает скорость, направленную против скорости потока, обтекающего крыло (рис. 5).

Пусть $U_{max}/U_0 > 1{,}2$, т.е. не выполняется условие плавного обтекания. Тогда, взяв в точке B вихрь нужной интенсивности, можно уменьшить максимальную скорость до такой величины $\tilde{U}_{max} < U_{max}$, что $\tilde{U}_{max}/U_0 = 1{,}2$ и, следовательно, будет возможно плавное обтекание крыла. Тем самым, добавление вихря в точке B привело к увеличению критического угла атаки. Аналогично рассуждаем для закрылка, заменяя его вихрем, помещенным вблизи задней кромки крыла (рис. 6). Такова механическая картина рассматриваемого явления.

Конкретный вид изменения угла атаки при наличии предкрылка около крыла типа инверсии параболы таков:

$$\Delta\theta = \frac{(\rho+\varepsilon)^2\sqrt{\rho^2 - 2\rho\cos 2\theta + 1}}{2\rho(\rho^2-1)(\rho-1+2\varepsilon)} b\beta\cos\theta_0, \tag{19}$$

где b – ширина предкрылка, β – угол атаки его относительно набегающего потока; $\rho e^{i\varphi}$ дает положение оси вихря, заменяющего предкрылок на плоскости круглого цилиндра, θ_0 – предельный угол атаки без предкрылка [28, с. 119]. Исследование этих проблем Голубев завершил конструктивными выводами о размещении и форме предкрылка для наилучшего его использования [28, с. 125–126]. Данные опытов в целом подтверждали теоретические выводы Голубева. Основной вывод заключался в том, что разрезные крылья увеличивают предельный угол атаки (за счет выравнивания скоростей на верхней поверхности крыла), а не непосредственно величину подъемной силы.

В работе [34] Голубев изучил влияние предкрылка на смещение критических точек на крыле, которое также ведет к увеличению предельного угла атаки, не уменьшая подъемной силы. Развернутое изложение этой идеи было дано во второй части "Исследований по теории разрезного крыла" [41].

В первой части работы [28] Голубев исходил из теории пограничного слоя, рассматривающей ламинарную модель. Реальный же поток, обтекающий крыло, несомненно, турбулентный. Однако, как указывал Карман, из-за замедления скорости при близком подходе к поверхности крыла (где и начинается отрыв потока) течение можно считать ламинарным. Кроме того, окончательные формулы работы [28] были получены при условии, что максимальная скорость достигается у передней кромки крыла[12]. Это условие теоретически выполняется только для очень тонких крыльев, но эксперименты показывают, что при наступлении отрыва точка максимальной скорости перемещается к передней кромке и у толстых крыльев.

Результаты работы [41] не связаны с подобными ограничениями и совершенно не зависят от характера пограничного слоя, т.е. пригодны и для ламинарного, и для турбулентного слоев. Предкрылок вновь заменяется присоединенным вихрем и влияние его всесторонне изучается[13]. Используется метод исследования влияния вихря в точке $a = \rho e^{\mu i}$ на расположение критических точек $z_k = r_k e^{\alpha_k i}$ $(k = 1, \dots, 4)$ около поверхности цилиндра единичного радиуса, разработанный в [43]. Отметим, что в дальнейшем предполагается, что точка схода z_1 и точка разделения потока z_2 лежат на поверхости цилиндра ($r_1 = r_2 = 1$), а точки z_3 и z_4 могут лежать и вне цилиндра, и внутри него.

[12] Впрочем, это предположение сделано для упрощения выкладок и поэтому может быть опущено.

[13] В работе [28] влияние вихря учитывалось только с точки зрения понижения максимальной скорости потока.

Имея в виду переход в дальнейшем от цилиндра к крылу, Голубев сразу предполагает, что одной из критических точек является точка $z_1 = 1$ (т.е. $\alpha_1 = 0$). Это равносильно предположению, что точка $z_1 = 1$ цилиндра есть изображение острой задней кромки крыла. Тогда дело сводится к решению кубического уравнения для определения трех оставшихся критических точек. Далее Голубев предлагает приближенный метод определения критической точки z_2 разделения потока, пользуясь экспериментальными данными о том, что смещение ее от действия предкрылка незначительно. Т.е. можно положить $\alpha_2 = \pi + 2\theta + 2\delta$, где δ – малая величина, так как при $J = 0$ $\alpha_2 = \pi + 2\theta$ [41, с. 308–311].

Разлагая уравнение для z_3 и z_4 по степеням δ и отбрасывая члены, содержащие δ^2, Голубев получил формулу

$$\delta = \frac{K\cos(\theta-\mu)}{r+\cos(2\theta-\mu)+K\sin(\theta-\mu)},$$

где

$$K = \frac{J(a-\bar{a})}{4\pi V_\infty(1-a)(1-\bar{a})}, \quad r = \frac{1}{2}\left(\rho + \frac{1}{\rho}\right) \qquad [41, с. 309].$$

Голубев рассматривает далее два крайних случая: δ_1 для закрылка ($\mu \approx 0$) и δ_2 для предкрылка ($\mu \approx \pi$). Получается, что $\delta_1 > 0$, $\delta_2 < 0$ и $\left|\frac{\delta_1}{\delta_2}\right| = \frac{(r+1)(r-\cos 2\theta)}{(r-1)(r+\cos 2\theta)} > 1$. Т.е. изменение угла атаки для предкрылка меньше, чем для закрылка при одинаковом отношении I/Γ.

Выясняя влияние вихря на условия обтекания круглого цилиндра, Голубев получил окончательную формулу для скорости течения на поверхности цилиндра в точке $z = e^{\varphi i}$:

$$V_\varphi = 4V_\infty \left|\sin\frac{\varphi}{2}\cdot\sin\frac{\varphi-\alpha_2}{2}\right|\cdot L.$$

Отличие ее от скорости при отсутствии вихря заключается в изменении угла α_2 и наличии добавочного множителя L, который, если точки z_3 и z_4 находятся вне поверхности цилиндра ($z_3 = s e^{\beta i}$; $z_4 = \frac{1}{s}e^{\beta i}$) определяется формулой

$$L = \frac{\sin^2\frac{\varphi-\beta}{2} + \mathrm{sh}^2\frac{\ln s}{2}}{\sin^2\frac{\varphi-\mu}{2} + \mathrm{sh}^2\frac{\ln\beta}{2}} \qquad [51, с. 238].$$

Голубев проанализировал оба фактора. Замена угла $(\pi + 2\theta)$ углом $\alpha_2 = \pi + 2(\theta + \delta)$ равносильна замене угла атаки θ углом $(\theta + \delta)$. Если цилиндр без добавочного вихря обтекается без отрыва потока до

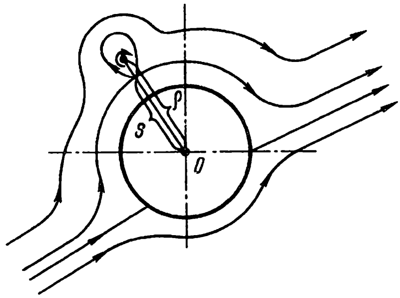


Рис. 7

критического угла атаки θ_0, то при наличии вихря – до угла θ_1: $\theta_1 + \delta = \theta_0$[14]. Таким образом, смещение критической точки, не меняя характера обтекания, меняет предельный угол атаки на величину $(-\delta)$. Следовательно, предкрылок увеличивает критический угол атаки на $|\delta_2|$, а закрылок – уменьшает на $|\delta_1|$[15]. Влияние множителя L проявляется в изменении скорости на поверхности цилиндра. При обычном расположении предкрылка и закрылка получается для предкрылка ($s < \rho$) уменьшение скорости около передней кромки сверху крыла (рис. 7), а для закрылка ($s > \rho$) – увеличение скорости около задней кромки крыла (рис. 8). На всей верхней поверхности цилиндра появление множителя L также ведет к выравниванию распределения скоростей [41, с. 311–317].

Далее Голубев переходит к определению влияния добавочных вихрей на подъемную силу крыла: вычисляет силу давления потока на цилиндр вместе с добавленным к нему вихрем. Величина циркуляции вокруг всей системы отличается от циркуляции вокруг цилиндра без вихря на величину $|\Delta\Gamma| = |I|\dfrac{d}{r - \cos\mu}$, где $d = \dfrac{1}{2}\left(\rho - \dfrac{1}{\rho}\right)$ [41, с. 318].

Отсюда имеем для закрылка $|\Delta\Gamma_1| = |I|\dfrac{d}{r-1}$, для предкрылка $|\Delta\Gamma_2| = |I|\dfrac{d}{r+1}$. Т.е. при одинаковой интенсивности добавочного вихря I предкрылок дает незначительное увеличение циркуляции, а закрылок – очень большое. По теореме Жуковского то и другое увеличивает подъемную силу.

Действие предкрылка, таким образом, сводится к увеличению критического угла атаки (за счет изменения положения критической точки разделения потока и выравнивания скоростей на верхней по-

---

[14] Здесь Голубев исходил из следующего соображения: угол атаки увеличивается настолько, чтобы при увеличенном угле для крыла с предкрылком скорости распределялись так же, как они распределялись при предельном угле атаки крыла без предкрылка. Важно отметить, что полученный результат не зависит от причин, вызывающих отрыв потока, а, значит, от структуры пограничного слоя.

[15] Это уменьшение частично компенсируется за счет перераспределения скоростей.

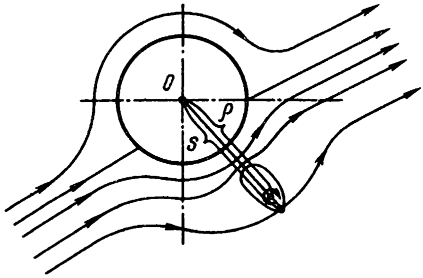


Рис. 8

верхности крыла), а также к незначительному увеличению подъемной силы за счет увеличения циркуляции. А действие закрылка сводится к резкому увеличению подъемной силы крыла за счет изменения циркуляции и к небольшому уменьшению критического угла атаки (за счет смещения критической точки схода потока, которое происходит наряду с некоторым выравниванием скоростей над верхней поверхностью крыла) [41, с. 320–321].

Для приложения полученных выводов непосредственно к расчету действия предкрылка и закрылка необходимо перейти от случая обтекаемого цилиндра к обтеканию крыла с заданной дужкой. Голубев рассматривал случай дужек типа инверсии параболы (как лучше всего изученных и близко подходящих к применяемым обычно на практике) и получил приближенную формулу для величины приращения предельного угла атаки под действием предкрылка, которая отличается от полученной в работе [28] формулы (19) только множителем $\dfrac{1}{\cos^2\theta_0}$ [41, с. 334]. Для закрылка формула уменьшения предельного угла имеет вид [41, с. 338]:

$$\Delta\theta_1 = \frac{b\beta(\rho-\varepsilon)^2\sqrt{\rho^2+2\rho\cos 2\theta+1}}{2\rho(\rho^2-1)(\rho+1-2\varepsilon)\cos\theta_0}.$$

Голубевым даны также конкретные формулы увеличения подъемной силы для предкрылка и закрылка [41, с. 335, с. 339], изучено совместное влияние предкрылка и закрылка [41, с. 340–341]. Числовые расчеты проведены для некоторых конкретных значений исходных данных и дали результаты, находящиеся в хорошем соответствии с результатами наблюдений [41, с. 344–348]. Например, комбинация предкрылка и закрылка по формулам Голубева для профилей, близких к профилям типа инверсии параболы, дает увеличение критического угла атаки с 15 до 28°.

Методы, разработанные Голубевым в работе [41], использовались в дальнейшем О.В. Голубевой для расчета влияния щитков (неплотно прилегающих к крылу) на условия обтекания, величину циркуляции и подъемной силы [163].

В 1939 г. Голубев опубликовал большой обзор работ по механизации крыла [51], в котором изложил различные точки зрения на роль предкрылков, закрылков и щитков. Полученные разными методами результаты сравниваются с данными эксперимента. При этом в теории предкрылка и закрылка дан ряд изменений и упрощений (поэтому мы ссылались на обзор [51] при изложении некоторых результатов Голубева). В частности, Голубев пишет, что *теория предкрылка, закрылка и щитков-открылков послужила предметом большого числа работ и может считаться в основном в достаточной степени выясненной; выведенные в этой теории приближенные формулы удовлетворительно согласуются с данными эксперимента* [51, с. 270].

Этого нельзя было сказать о теории улучшения аэродинамических свойств крыла путем отсасывания и сдувания воздуха и с помощью щитков, плотно прилегающих к крылу. *В этой области мы имеем только ряд разрозненных теоретических результатов, относящихся к частным случаям и еще далеко не доведенных до учета всей сложной обстановки, которую имеет течение при наличии рассматриваемых приспособлений. В частности, нет никаких теоретических соображений, касающихся влияния сдувания воздуха на обтекание крыла и его подъемную силу* [51, с. 270].

Дело в том, что скорости полета самолетов увеличивались, в связи с этим менялись требования к аэродинамическим характеристикам крыльев. Возникла и необходимость усовершенствования механизации крыла. Идея его применения возникла в начале XX в., в 30-е гг. проводились лабораторные исследования[16].

Голубев рассматривал задачу об обтекании круглого цилиндра, в который через щель всасывается воздух, в 1935 г. [35], получил формулы для скорости на поверхности цилиндра, секундного количества протекающей через щель жидкости, добавочных сил от действия отсасывания и пришел к выводу, что увеличивается и подъемная сила, и лобовое сопротивление (увеличение не зависит от угла атаки и прямо пропорционально количеству отсасываемой жидкости и скорости потока в бесконечности). В 1939 г. он продолжил эти теоретические исследования, изучив положение критических точек при отсасывании: точка разделения струй смещается, и, кроме того, образуется дополнительная критическая точка около щели. Интересно, что теорема о равенстве нулю суммы смещений критических точек оказывается справедливой и в рассматриваемом случае [51, с. 270–279].

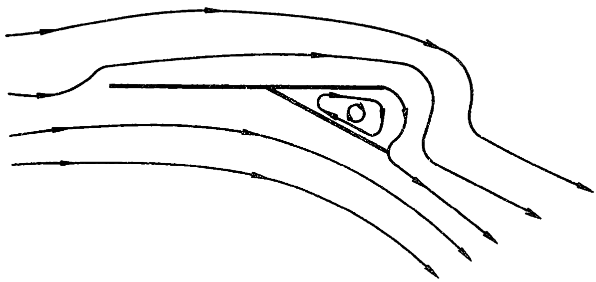
Однако в заключение Голубев писал, что рассмотренная им схема влияния отсасывания не учитывает изменения структуры пограничного слоя, которая здесь играет значительную роль, как показывали эксперименты. Голубев ставил задачу устранения этого недостатка. В дальнейшем эти вопросы изучались в ЦАГИ, ВВИА; в частности, Я.Г. Виленский опубликовал в 1945 г. работу, содержащую результаты опытов и летных испытаний, соображения о физической основе явления и технической реализации отсасывания и сдувания пограничного слоя.

---

[16] Подробнее см. статью Н.М. Меркуловой [204, с. 107–109].

В работе [50] Голубев изучал влияние щитков, плотно прилегающих к основной части крыла, в условиях плоскопараллельного потока, когда в пазухе образующегося между щитком и крылом угла находится стационарный вихрь (рис. 9). Последнее отличает гидродинамическую схему потока от изученной С.М. Таргом [228][17] схемы плавного обтекания крыла со щитком, приближая тем самым ее к экспериментальным данным. Используются результаты об обтекании круглого цилиндра в присутствии вихря, полученные в работе [43] и соображения о смещении критических точек из работы [41]. В итоге выяснено,

Рис. 9



что небольшие щитки вызывают образование вихрей, смещающих критическую точку к передней кромке, и благодаря этому улучшают условия обтекания. Большие щитки, наоборот, ухудшают условия обтекания, так как удаляют критическую точку от передней кромки [50, с. 391]. Даны формулы для расчета подъемной силы [50, с. 395, 396].

В заключение отметим, что современная разработка проблем аэромеханики использует большей частью ЭВМ и численные методы, но исследование качественной стороны явлений основывается на представлениях, сформировавшихся за первые четыре десятилетия развития теоретической аэродинамики. Академик А.Ю. Ишлинский в работе [158] подчеркивал, что несмотря на бурное развитие вычислительной математики, аналитические методы в механике не отходят на второй план. Он писал: "Значение многих аналитических результатов, полученных при решении задач механики, и в их числе замечательные исследования самого Владимира Васильевича Голубева, непреходящи, а потребность в них будет ощущаться всегда" [158, с. 2].

Чтобы дать представление о влиянии исследований Голубева по теории механизированного крыла на развитие аэродинамики, приведем слова С.М. Белоцерковского: "На крыльях современных самолетов широко используются различные виды механизации: щитки и закрылки, отклоняемые носки и предкрылки, элероны и элевоны, интерцепторы и спойлеры. Определение стационарных и нестационарных характеристик этих органов, создание методов расчета их обтекания на ЭВМ – одна из актуальных задач современной аэродинамики. В становлении данной области решающую роль сыграл В.В. Голубев" [158, с. 2].

---

[17] В этой работе Тарг развивал метод, изложенный Чаплыгиным и Аржаниковым в [240].

Анализ получивших непосредственное практическое применение работ Голубева по теории механизированного крыла показывает, что в них механическая схема находится в центре внимания и ее видоизменение на основе экспериментальных и теоретических соображений составляет основу дальнейшего подробного изучения явлений с помощью подходящего математического аппарата. Подобную характеристику можно дать и работам Голубева по теории машущего крыла и крыла малого удлинения, рассмотренным в следующем параграфе.

Машущее крыло и крыло малого удлинения

К 40-м гг. теория образования подъемной силы была вполне закончена и стала классическим разделом механики. На основе теоретической аэродинамики успешно проектировались и строились самолеты. Но под большим сомнением оставалась экономичность классического способа полета. Актуальной была задача изучения различных методов образования тяги. Технические проблемы, связанные с образованием тяги за счет применения пропеллера, подробно освещались, прежде всего, в исследованиях Н.Е. Жуковского. Механизм же образования тяги за счет взмахов крыльев (как это имеет место при полете птиц) совершенно не был исследован.

Подобные вопросы далеко отстояли от авиационной техники того времени, и только в наши дни начинают находить техническое применение (например, в качестве движителей водных судов). *Но ведь уж такова задача науки: исследовать новые, порою сомнительные и ненадежные пути Утешением здесь служит то, что в случае удачи новые пути открывают широчайшие возможности для техники, а в случае неудачи по крайней мере получаются надежные указания, в каком направлении не нужно идти в попытках технического решения задачи* [66, с. 428]. Отметим, что сейчас исследования по теории машущего крыла продолжают разрабатываться на кафедре аэромеханики МГУ, которой заведовал Голубев.

Основной причиной неясности картины образования тяги машущего крыла, несмотря на большое количество исследований в этой области, была сложность рассматривавшейся гидродинамической схемы. При взмахах крыла, вообще говоря, меняется циркуляция (за счет изменения скорости и угла атаки). Поэтому для выполнения теоремы Томсона о сохранении в идеальной жидкости циркуляции по некоторому контуру необходимо предполагать, что от крыла в обтекающей среде отходит и уносится потоком вихрь (с циркуляцией, равной и противоположной по знаку величине изменения циркуляции вокруг крыла). Таким образом, при непрерывном изменении скорости полета или угла атаки с крыла должны непрерывно сходить вихри, образуя за крылом непрерывную вихревую пелену (поверхность разрыва скоростей). Такая схема была предложена Л. Прандтлем.

Влияние вихрей, образующих пелену, на крыло и друг на друга осложняло задачу и вынуждало аэромехаников вводить дополнительные предположения, ограничивавшие область применения результатов. Указанные трудности отпадают, если считать циркуляцию постоянной при неустановившемся движении. Такой случай впервые был рассмотрен С.А. Чаплыгиным в [239]. Другой путь упрощения схемы заключался во введении конкретной формы вихревой пелены. Например, в теории вибрации (при малых амплитудах колебаний) ее можно считать плоской. Именно эти два типа задач и исследовались до работ Голубева. *Я хотел бы здесь подчеркнуть, что отмеченные выше трудности носят не математический, а чисто физический характер. Дело состоит в неясности самой физической схемы, которой можно было бы стилизовать процесс, происходящий при взмахах крыла, и недостаток этой физической схемы не может быть заменен никакими дифференциальными или интегральными уравнениями или другими математическими средствами, как бы сложны они ни были* [72, с. 453].

Голубев опубликовал с 1942 г. серию работ по теории машущего крыла, в которых использовал новую гидродинамическую схему, учитывающую влияние вязкости в пределах пограничного слоя. Он писал, что так как само образование вихря невозможно в идеальной жидкости, то уже выполнение теоремы Томсона требует учета вязкости среды. То же можно сказать о гипотезе Жуковского–Чаплыгина – при отсутствии сил трения в жидкости едва ли можно ставить границы для величины скорости течения. Изменения в структуре пограничного слоя, как показал Голубев, являются своеобразным регулятором, позволяющим, не нарушая основных теорем теории вихрей в идеальной жидкости, объяснить выполнение гипотезы Жуковского–Чаплыгина.

С кинематической точки зрения пограничный слой можно рассматривать как завихренный слой идеальной жидкости, общая вихревая плотность которого равна циркуляции вокруг крыла. Поэтому при изменении циркуляции изменяется и завихренность пограничного слоя. При изменении условий обтекания возможен и отрыв части завихренной массы, образующей отходящий от крыла вихрь. Такой взгляд на структуру пограничного слоя обуславливает выполнение вне его теоремы о неизменности циркуляции. Тогда как в пределах пограничного слоя – с физической точки зрения, области, занятой вязкой жидкостью, – вихри могут зарождаться. Присутствие этой вихревой системы сказывается в образовании вихрей, сходящих с крыла, и влияет на положение точки отрыва.

В дальнейшем для определения подъемной силы цилиндра радиуса R и ее момента Голубев рассматривает конкретную приближенную схему пограничного слоя: сначала его влияние заменяется источником и стоком, помещенными в двух точках поверхности крыла [60]; затем – вихревым слоем вокруг цилиндра с вихревой плотностью σ [61]. В последнем случае характеристическая функция обтекания цилиндра в присутствии вихря I в точке $r_1 e^{\alpha i}$ записывается в виде

$$w = V_\infty e^{-\theta i}\left(z + \frac{R^2 e^{2\theta i}}{z}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln z + \frac{I}{2\pi i}\ln\frac{z - r_1 e^{\alpha i}}{z - \dfrac{R^2}{r_1}e^{\alpha i}} + \qquad (20)$$

$$+\frac{1}{2\pi i}\iint_s \sigma \ln\frac{z - r e^{\varphi i}}{z - \dfrac{R^2}{r}e^{\varphi i}}dxdy$$

($re^{\varphi i}$ пробегает пограничный слой). Вихри пограничного слоя не дают непосредственно циркуляции, но влияют на нее косвенно в силу постулата Жуковского–Чаплыгина (так как влияют на положение точки схода потока): $\left(\dfrac{dw}{dz}\right)_{z=R} = 0$, (здесь $z = R$ – изображение острой задней кромки). Подставляя значение w из (20) имеем:

$$\Gamma = -4\pi R V_\infty \sin\theta + I\frac{r_1^2 - R^2}{r_1^2 - 2Rr_1\cos\alpha + R^2} + \iint_s \sigma\frac{(r^2 - R^2)dxdy}{r^2 - 2Rr\cos\varphi + R^2}.$$

Присутствие в этой формуле последнего добавочного члена дает возможность построить такие условия изменения вихрей внутри пограничного слоя (за счет изменения σ и s), при которых циркуляции Γ и I не будут меняться, даже если меняются r_1 и α (т.е. вихрь I отходит от крыла) при V_∞ и θ [61, с. 414]. Таким образом, для выполнения постулата Жуковского–Чаплыгина нет надобности вводить непрерывную поверхность разрыва скоростей – влияние изменения положения вихрей на точку схода потока с крыла компенсируется изменением в структуре пограничного слоя, являющегося своеобразным регулятором процесса схода струй с крыла.

Эти соображения Голубев применил к простейшей схеме машущего крыла, когда скорость его опускания и поднятия остается постоянной, резко меняясь в крайних точках амплитуды периодических колебаний. Можно при этом считать циркуляцию неизменной при переходе от верхнего к нижнему положению – соответствующее изменение пограничного слоя достаточно мало и не вызывает его распада. Но в крайних точках амплитуды вследствие резкого изменения условий обтекания (угла атаки) такая компенсация невозможна, и пограничный слой распадается, выделяя дискретные отходящие вихри, образующие за крылом дорожку, аналогичную дорожкам Кармана, но с обратным направлением вращения вихрей (рис. 10). Голубев называет такую дорожку обращенной дорожкой Кармана.

Физическим основам теории машущего крыла, связи развиваемых в ней идей с вихревой и струйной теорией сопротивления, с вихревой теорией винта Голубев посвятил два больших доклада в Академии наук [66], [72]. Наиболее полное изложение выводов теории, а также экспериментального материала (по исследованиям Я.Е. Полонского) было дано в [95].

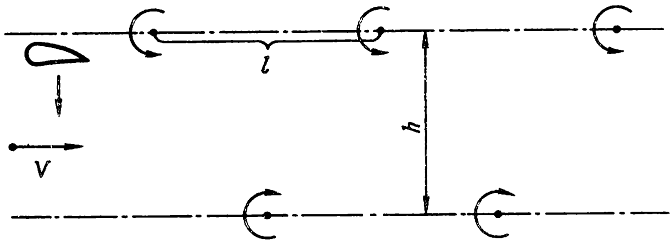


Рис. 10

Голубев получил в [61, с. 424] выражение средней величины тяги машущего крыла (через геометрические характеристики крыла и данные о характере его взмахов), совпадающие, если взять с обратным знаком γ (интенсивность отходящего вихря) и u_0 (скорость, сообщаемую вихрям дорожки всеми другими вихрями дорожки), с данной Карманом формулой для величины сопротивления. Это вполне естественно, так как отличие тяги от сопротивления по рассматриваемому предположению состоит только в изменении вращения вихревой дорожки. Однако оказывается, что определение силы тяги значительно проще определения силы сопротивления, так как в первом случае легко найти величину γ [61, с. 417], тогда как во втором для этого не было теоретических путей.

При обосновании полученных выводов Голубев проанализировал различные способы получения нужных формул [72, с. 460–469]. Он выделил два метода в решении динамических задач в теории крыла. Один – основанный на применении общих теорем динамики. Другой – на непосредственном подсчете давления на элемент поверхности тела. Второй метод систематически использовался Чаплыгиным для вывода первых общих уравнений теории неустановившегося движения крыла. *Несомненно, что методу, основанному на общих теоремах механики, надо решительно отдать предпочтение во всех задачах, где дело идет о течениях с отходом тех или иных вихреобразований (линий раздела, дорожек и т.п.). Наличие движущихся около крыла вихрей делает невозможным непосредственное определение скоростей и давлений на поверхности крыла; этим в значительной степени и объясняется весьма слабый прогресс в теории неустановившегося движения. Метод, основанный на теореме об изменении количества движения, требует знания течения на некотором расстоянии от крыла, где поток всегда принимает более регулярную форму, выравнивая те особенности, которые в него вносит крыло при неустановившемся движении* [72, с. 461].

Поскольку вся теория машущего крыла, развитая Голубевым, основывается на предположении о существовании вихревой дорожки, в ней оказываются существенными полученные Карманом условия устойчивости дорожки. В частности, из них следует зависимость периода колебаний N при заданных режимах полета от размера хорды l (N обратно пропорционально l). Подчеркивая значение для объяснения различных механических явлений вихревых движений и их частного вида – устойчивых вихревых дорожек, – Голубев в качестве примера приводил задачи, связанные с образованием тяги у лодки при гребле веслами или при работе кормовым веслом, при работе хвоста рыбы [72, с. 474–476]. *Среди общих гидродинамических уравнений уравнения теории вихрей, и, в частности, свойства вихревых дорожек имеют, по-видимому, исключительное значение*, – писал Голубев [72, с. 476] и ставил задачу дальнейшего исследования этих вопросов (выяснения условий образования вихрей, устойчивости пограничного слоя и т.д.).

В работе [90] Голубев, исходя из схемы отходящей вихревой дорожки, дал решение задачи о полете на месте, которых наблюдается у некоторых птиц и насекомых. Механизм взмахов, как показал Голубев, в этом случае состоит в том, что крыло перемещается не вверх и вниз, а вперед и назад. Для получения таких перемещений крыльев надо либо иметь специальный механизм, двигающий крылья вперед и назад, либо перевернуть корпус летящей птицы или насекомого из горизонтального положения в вертикальное. Для выполнения условий устойчивости дорожки необходимо, чтобы амплитуда взмахов составляла малую часть хорды крыла. Малость амплитуды оправдывает употребляемое биологами название полета на месте – "трепещущий полет". Данные биологических исследований, проводившихся в МГУ, подтверждали теоретические выводы Голубева.

Несколько работ [74], [83], [108] Голубев посвятил изучению крыльев малого удлинения, использующихся, например, в элементах оперения авиабомб или летающих снарядов. Эксперименты давали данные, значительно отличающиеся от аэродинамических характеристик крыльев малых удлинений (т.е. $\lambda < 1$, где $\lambda = \frac{2l}{b}$, где l – размах крыльев, b – его хорда), получаемых теоретически [74, с. 582–583]. Поэтому требовалось найти более совершенную с гидродинамической точки зрения теорию.

Предложенная Голубевым новая физическая схема основана на учете влияния затекания воздуха через боковые кромки крыла. Такое затекание является результатом воздействия на поток вихревой пелены, сходящей с крыла, засасывающей воздух через боковые кромки в передней части крыла и увеличивающей скорости течения на верхней поверхности крыла. При больших удлинениях эффект засасывания оказывается ничтожным (и не учитывается), так как увеличение скорости на верхней поверхности крыла распределяется по всему его размаху. В задних частях боковых кромок воздух, перетекающий с верхней поверхности крыла на нижнюю, завихряется; завихренные частицы воздуха передвигаются вдоль боковых кромок и сходят с их концов, образуя два добавочных вихревых шнура.

Не останавливаясь подробнее на анализе качественной картины явления и количественных выводах теории, отметим только, что метод исследования в [108] тесно связан с методами и результатами работ Голубева по теории разрезного крыла и отсасыванию пограничного слоя. Анализ экспериментальных данных в достаточной мере подтверждает выводы теории.

Влияние работ Голубева по различным вопросам теории крыла на современные исследования по аэромеханике неоднократно отмечалось и высоко оценивалось крупными учеными (см., например, [157], [158], [187], [211], [226]). В частности, М.И. Ништ писал: "Вихревые методы, которыми так много занимался в своих исследованиях В.В. Голубев, оказались очень эффективными. Будучи развитыми в трудах его учеников и последователей, эти методы позволили рассчитывать на ЭВМ аэродинамические характеристики не только крыльев и винтов, но и летательных аппаратов в целом. Достаточно сказать, что только на нашей кафедре[18] на основе этих методов за последние 10 лет защищено 5 докторских и большое число кандидатских диссертаций. Десятки различных организаций используют эти методы для расчета на ЭВМ аэродинамических характеристик самолетов и вертолетов" [158, с. 3].

Привлеченный Чаплыгиным к работе в ЦАГИ, Голубев со временем все больше внимания уделял задачам, связанным с авиационной техникой. Сначала эти задачи были для Голубева лишь ярким примером использования ТФКП, но постепенно его взгляд на механику изменился. Приведенный выше обзор аэромеханических работ Голубева показывает, что они содержат не просто применение того или иного математического метода к уже известной физической схеме – часто стержнем работы является создание такой схемы, достаточно адекватно описывающей рассматриваемое механическое явление. Так, в работе [74, с. 579–581] Голубев сам указывает, что она является иллюстрацией к творческому методу Жуковского. Далее мы кратко охарактеризуем исследовательские методы Жуковского и Чаплыгина (основываясь на историко-научных работах Голубева). Здесь лишь укажем, что в своих статьях по теории механизированного, машущего крыла и крыла малого удлинения Голубев все ближе подходил к методу Жуковского. Впрочем, любовь к ТФКП и замечательное владение ее методами давали возможность расширять границы ее использования. Таким образом, можно говорить в определенном смысле о синтезе в работах Голубева двух различных методов механики – аналитического и геометрического. Стремление к такому синтезу ярко проявилось в "Лекциях по теории крыла", которые мы рассмотрим далее.

Лекции по теории крыла

В 1949 г. вышла большая монография Голубева "Лекции по теории крыла" [85] – дополненное содержание лекций, прочитанных им в Саратовском, Свердловском и Московском университетах в 1925–1945 гг. Это был итог работы над гидродинамической теорией крыла. Голубев планировал продолжить лекции газодинамической теорией

[18] Речь идет о кафедре аэродинамики Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского.

(рассматривающей скорости полета, близкие или превосходящие скорость звука), но не успел осуществить замысел.

Книга [85] была не только объединением опубликованных ранее курсов [13] и [22] – текст был переработан, окончательное оформление получили представления Голубева о задачах и методах гидродинамической теории крыла. Большое место в [85] уделено новым результатам Голубева (главным образом, по теории механизированного и машущего крыла, которых мы уже касались).

При выборе и изложении материала Голубев руководствовался двумя основными идеями. Во-первых, он пытался как можно более полно осветить механические, физические основы каждого раздела аэродинамики, исходя из того, что *механика и ее технические приложения суть раздел точного естествознания и по самому своему характеру резко отличается от того, что принято называть прикладной математикой* [85, с. 7]. Во-вторых, он активно использовал аппарат ТФКП. Это еще раз подтверждает то, что *теория функций комплексного переменного, помимо присущих ей, как и всякой другой математической дисциплине, внутренних, вызываемых развитием самой науки, задач, является в то же время рабочим аппаратом важных разделов точного естествознания и техники, также, со своей стороны, определяющих дальнейшее развитие теории* [85, с. 8].

"Лекции по теории крыла" Голубева состоят из десяти глав. Первая глава посвящена физическим основам теории; 2-я и 3-я – общей теории крыла в плоскопараллельном потоке; 4-я – теории тонких профилей; 5-я – механизированному крылу; 6-я и 7-я – крылу конечного размаха; 8-я – неустановившемуся движению крыла; 9-я – теории винта; 10-я – теории струй. Таким образом, здесь отражены все разделы гидродинамической теории крыла. Но книга [85] не является справочником по теории крыла и отнюдь не исчерпывает своим содержанием все полученные в этой области результаты. *Автор старался, сознательно ограничивая себя в выборе материала, дать возможно более ясную картину основных результатов, методов и задач рассматриваемой теории, не отвлекая внимание аудитории излишними подробностями, которые при первом изучении могут только затемнить руководящие научные идеи. Естественно, при выборе материала должны были сказаться научные вкусы и точка зрения автора* [85, с. 8].

Характерно, что Голубев подробно изложил здесь именно физические основы теории крыла (1-я гл.), обосновывая саму постановку задачи. Он разобрал введение коэффициентов подобия в уравнения аэромеханики, определение скорости распространения поверхностей слабого разрыва, выведение уравнений адиабатного движения газа. Затем – вопрос о применении ТФКП для изучения плоскопараллельного течения несжимаемой жидкости и суть теории пограничного слоя. После этого теория крыла бесконечного и конечного размаха оказываются объединенными общей основой. В этом главное отличие лекций [85] от курсов [13] и [22], где эти теории в значительной мере противопоставлялись. По нашему мнению, связующим звеном такого объединения был учет влияния вязкости в пределах пограничного слоя, дававший возможность разъяснить физический смысл различных положений теории. Проиллюстрируем это на примере.

Большое значение для окончательного оформления теории крыла бесконечного размаха имело выделение в виде основополагающей гипотезы (которую мы теперь называем постулатом Жуковского–Чаплыгина) положения о том, что при плавном обтекании острая задняя кромка профиля является точкой схода потока с крыла. Дело в том, что в работах Жуковского и Чаплыгина это свойство упоминалось как само собой разумеющийся физический факт, согласующийся с экспериментом (подробнее см. об этом в книге А.А. Космодемьянского [186, с. 85–89])[19]. В курсе Голубева [13, с. 85] также отмечалось, что скорость в выходящих углах профиля может быть конечной, если изображение вершины угла на вспомогательной плоскости является критической точкой, и что физически невозможно обтекание с бесконечной скоростью в некоторых точках. Это было необходимо для изложения метода перехода от обтекания круглого цилиндра к обтеканию произвольного профиля. Поясним подробнее.

Рассмотрим отображение внешней части профиля крыла с угловой точкой α (в которой касательные образуют угол $k\pi$) на внешнюю часть окружности $|z = R|$ с помощью отображений $\zeta = \varphi(z)$. В точке $\zeta = \alpha$ конформность его будет нарушаться. Точка $z = a$, соответствующая на окружности угловой точке профиля, будет особой точкой функции $\varphi(z)$; в ее окрестности скорость V выражается через скорость V_1 на плоскости (z) следующим образом [85, с. 118]:

$$V = \frac{V_1}{\left|\frac{d\zeta}{dz}\right|} = V_1 \left| \frac{\frac{1}{k}(\zeta - \alpha)^{\frac{1}{k}-1}}{c_1 + 2c_2(z-a) + \ldots} \right|. \tag{21}$$

Если $k > 1$, т.е. $\zeta = \alpha$ является выходящей угловой точкой, то скорость V может быть конечной только при условии $V_1 = 0$, т.е. тогда, когда угловая точка есть точка разделения или схода потока.

Позднее, анализируя творчество Жуковского и Чаплыгина в биографических очерках, Голубев переосмыслил значение этого положения. Он восстановил историю его выдвижения Жуковским и Чаплыгиным (см. об этом далее), не раз давал детальные пояснения его (см., например, [59, с. 67–70], [78, с. 64–66]). В лекциях [85, с. 114–121] Голубев выделил в отдельный параграф изложение сущности постулата Жуковского–Чаплыгина. При этом учет вязкости играл принципиальную роль для выяснения его физического смысла. *Если рассматривать случай идеальной, несжимаемой жидкости, то едва ли есть какие-либо основания, по которым в отдельных областях поля течения*

[19] По-видимому, впервые в виде постулата (как "постулат Жуковского") это свойство было выделено Г. Глауэртом (1926) [251, с. 68–69, 119–121].

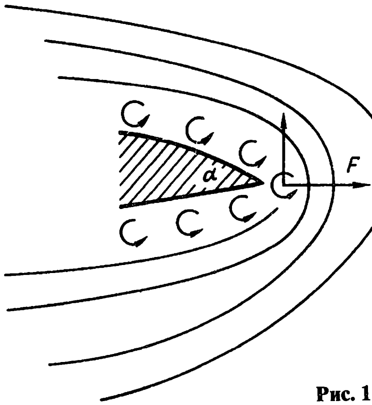


Рис. 11

невозможны очень большие значения скоростей и, следовательно, по уравнению Лагранжа, отрицательные давления... Однако положение коренным образом меняется, если учесть влияние вязкости и сжимаемости [85, с. 118–119].

Физически анализ формулы (21) означает только то, что скорость потока неограниченно возрастает при подходе к выходящей угловой точке. Если далее предположить, что вязкость проявляется в пределах пограничного слоя и рассматривать его структуру, то в выступающей вершине жидкость должна быть сильно завихренной, так как интенсивность завихрения растет с увеличением скорости на внешней границе пограничного слоя. По теореме Жуковского на вихрь интенсивности γ, непосредственно прилегающий к вершине угла, действует сила $F = \rho V\gamma$ (где V – скорость, которую имел бы поток на оси вихря), вырывающая его из пограничного слоя (рис. 11). Так как γ и V велики, то сила F вызовет выход вихря из пограничного слоя, т.е. распад пограничного слоя и разрушение плавного обтекания выходящих углов профиля. *Таким образом, учет влияния пограничного слоя, т.е. учет вязкости, приводит нас к тому заключению, что плавное обтекание выходящих углов профиля возможно только в том случае, если в этих выходящих углах мы имеем или точку разделения, или точку схода струй* [85, с. 119]. Здесь вместо некоторого дополнительного предположения гипотеза Жуковского–Чаплыгина выступает как важное свойство течений реального воздуха.

Давая художественный вариант момента рождения постулата, Д.И. Гай писал: "Но самое любопытное во всем этом, что оба ученых[20], по сути, сформулировали закон природы, теперь всем очевидный. Впервые по-настоящему оценить этот закон стало возможным в тридцатые годы нашего столетия, когда высоко поднялся уровень исследований по теории крыла" [159, с. 43]. По нашему мнению, это очень четкая, с историко-научной точки зрения, формулировка. Добавим только, что большую роль в осознании важности закона сыграл В.В. Голубев.

Использование ТФКП также расширило свои рамки в "Лекциях по теории крыла". В частности, интересно, что применение в теории тонких профилей нашли даже оригинальные результаты Голубева, полученные в свое время в магистерской диссертации.

Голубев изучает распределение скоростей при обтекании плоской

[20] Имеются в виду Н.Е. Жуковский и С.А. Чаплыгин.

пластинки. Он показывает, что ее можно заменить непрерывно распределенным вдоль отрезка вихревым слоем. Чтобы обобщить этот результат на случай пластинки с произвольным контуром L, Голубев ставит задачу: найти такое непрерывное распределение вихрей вдоль L, чтобы при наложении на них течения, имеющего в бесконечности скорость V и угол атаки θ, получился суммарный поток, обтекающий пластинку L. Т.е. нужно найти такую функцию $\gamma(s)$, чтобы функция

$$w(z) = V e^{-\theta i} z + \frac{1}{2\pi i} \int_L \gamma(s) \ln(z - t(s)) ds$$

(где $z = t(s)$ – уравнение линии L) представляла характеристическую функцию искомого течения. При этом должны соблюдаться два условия: скорость с обеих сторон линии L должна быть направлена по касательной к ней, а на задней кромке – должна быть конечным числом [85, с. 202–206].

Так как $\dfrac{dw}{dz} = V e^{-\theta i} + \dfrac{1}{2\pi i} \int_L \dfrac{\gamma(s) ds}{z - t(z)}$, то решение поставленной задачи требует определения пределов, к которым стремится при приближении с той и другой стороны кривой L интеграл типа Коши $f(z) = \dfrac{1}{2\pi i} \int_L \dfrac{\varphi(t) dt}{t - z}$. Здесь оказываются полезными установленные Голубевым в [5] и Приваловым в [217] теоремы, связанные с обобщением формулы Сохоцкого. Выбирается положительное направление нормали к кривой. Значения $f(z)$ при подходе к точке $a \in L$ со стороны положительной нормали обозначаются $f_+(a)$, со стороны отрицательной – $f_-(a)$; для них выполняются соотношения:

$$f_+(a) - f_-(a) = \varphi(a);$$

$$f_+(a) + f_-(a) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\pi i} \int_{L_\varepsilon} \frac{\varphi(t) dt}{t - a}$$

(где L_ε – часть L, лежащая вне ε – окрестности точки a).

Если L является отрезком действительной оси и функция $\varphi(t)$ является действительной, то при обозначении $f(z) = u + i\upsilon$ из полученных формул вытекает, что

$$u_+ - u_- = \varphi(x); \quad \upsilon_+ - \upsilon_- = 0; \quad u_+ + u_- = 0; \qquad (22)$$

$$\upsilon_+ + \upsilon_- = -\frac{1}{\pi} \int_L \frac{\varphi(t) dt}{t - x}$$

[85, с. 207–209]. Соотношениям (22) Голубев дает простое гидромеханическое истолкование [85, с. 210]. Пусть имеется течение, определяемое вихрями, непрерывно распределенными с плотностью $\varphi(t)$ вдоль отрезка L. Характеристическая фунция есть

$$w(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \varphi(t) \ln(z-t) dt.$$

Тогда

$$\frac{dw}{dz} = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi(t)dt}{z-t} = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{-\varphi(t)dt}{t-z} = u - i\upsilon,$$

и соотношение (22) приобретает вид:

$$u_+(x) - u_-(x) = -\varphi(x); \tag{23}$$

$$\upsilon_+(x) = \upsilon_-(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_L \frac{\varphi(t)dt}{t-x}.$$

Для гидромеханической интерпретации рассмотрим малый прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = \varepsilon$ и $AD = \varepsilon^2$, внутри которого находится вихрь интенсивности $\varphi(x)\varepsilon$ (рис. 12). Циркуляция по контуру равна

$$-u_-\varepsilon + u_+\varepsilon + \upsilon_+\varepsilon^2 - \upsilon_-\varepsilon^2 = -\varphi(x)\varepsilon. \tag{24}$$

Поскольку на вертикальную составляющую скорости вихря в точке x влияют только вихри, которые мы можем представить расположенными на L_ε – части кривой L без ε – окрестности точки x, то

$$\upsilon_+ = \upsilon_- = -\frac{1}{2\pi} \int_{L_\varepsilon} \frac{\varphi(t)dt}{t-x}.$$

При $\varepsilon \to 0$ из (24) получим уравнения, совпадающие с (23).

Эти соображения Голубев применил к построению теории тонкого крыла [85, с. 211–221]. Получены формулы для силы, действующей на тонкое крыло (профиль которого мало отличается от отрезка), ее момента и точки приложения. Разобрано несколько частных случаев. Например, для профиля с элероном (достаточно мало отклоняющимся от основной части) получаются формулы, совпадающие с выведенными ранее с помощью формулы Шварца–Кристоффеля.

Коснемся еще одного вопроса, затронутого в "Лекциях по теории крыла" – о течениях на многолистных поверхностях Римана. Ему же была посвящена работа Голубева "К теории течений на двулистной поверхности Римана" [49] (1938), развивающая идеи Б. Римана и Ф. Клейна, изложенные в неопубликованных "Лекциях по теории алгебраических функций". *Представляя собой, естественно, иллюстрацию к гениальным идеям Римана, позволяющим дать гидродинамическое толкование всей созданной им теории алгебраических фунций*, – писал Голубев о работе [49], – *она стремится сблизить ряд прекрасных результатов, полученных за последние годы С.А. Чаплыгиным и другими исследователями, с основными соображениями теории алгебраических функций; с этой точки зрения настоящая* *работа примыкает к тому кругу идей, которые были в свое время развиты Ф. Клейном в его известной работе "К теории алгебраических функций, данной Риманом"* [49, с. 688].

Голубев отмечал, что многие гидродинамические задачи (о бипланах и полипланах, об ударе пластинок о воду) приводят к необходимости изучать течения на многолистных поверхностях Римана. Однако ученые обычно ограничивались исследованием течений на одном листе поверхности. По мнению Голубева, такой путь *отличается значительной долей искусственности; формально давая решение задач, он в то же время не позволяет ясно представить себе всю гидродинамическую картину течения, даваемого теми многозначными функциями, которые входят в выражение комплексного потенциала, определяющего течение* [49, с. 688]. Прекрасное владение методами ТФКП позволило Голубеву изложить этот вопрос по-новому, что представляло как научный, так и методический интерес.

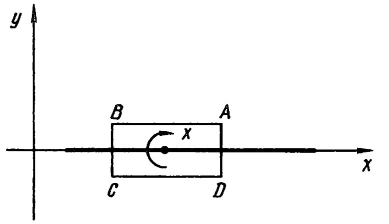


Рис. 12

Если рассматривать установившееся потенциальное течение, вызванное конечным числом вихрей, источников и стоков с производными характеристических функций вида $\dfrac{A}{(z-a)^n}$, то общий случай течения на плоскости имеет производную характеристической функции в виде $\dfrac{dw}{dz} = R(z)$, где $R(z)$ – произвольная рациональная функция. Тогда $w = R_1(z) + \Sigma A_k \ln(z - a_k)$, где a_k – простые полюсы функции R.

Можно обобщить этот подход и изучать течение на многолистной поверхности Римана. Пусть дана алгебраическая функция $t(z)$, определяемая уравнением $P(t, z) = 0$, где P – многочлен от t и z. Ей соответствует поверхность Римана Σ, на которой рассмотрим течение с характеристической функцией w: $\dfrac{dw}{dz} = R(z,t)$; $w = \int R(z,t)dz$. Функция $R(z, t)$ однозначна на Σ; w есть абелев интеграл, взятый по Σ.

Голубев ограничивался изучением течений на двулистной поверхности Римана. Если через $a_1, b_1, a_2, b_2, ..., a_n, b_n$ обозначить критические точки поверхности, то уравнение для $t(z)$ можно записать в виде $t^2 = \prod_1^n (z - a_m)(z - b_m)$. Тогда нетрудно показать, что $R(z, t) = r(z) + \dfrac{s(z)}{t}$, где r и s – рациональные функции; абелев интеграл превращается в гиперэллиптический.

Голубев исследовал такие течения на двулистной поверхности, которые на одном листе представляют обтекание системы отрезков l_m, лежащих на одной прямой L, причем характеристическая функция однозначна на рассматриваемом листе. Чтобы получить такое течение, достаточно поместить в двух точках, симметричных относительно прямой L, на разных листах два диполя с направлениями течений, симметричными относительно L. Два листа поверхности должны быть связаны друг с другом переходами по линиям l_m. Вследствие симметрии течения отрезки l_m будут представлять собой линии тока, поэтому жидкость не будет перетекать с одного листа на другой, и на каждой из двух плоскостей римановой поверхности течения можно рассматривать независимо.

Для таких течений Голубев получил формулы для характеристической функции, изучил расположение и порядок ее полюсов и нулей [49, с. 691–710]. Наиболее простой случай двулистной поверхности с одной линией перехода разобран в [85, с. 69–72].

Голубев показывает, что характеристическая функция $w = \varphi + i\psi$ на римановой поверхности принимает все комплексные значения только один раз и иллюстрирует гидродинамический смысл этого результата [49, с. 710–713]. На плоскости w всем линиям тока будут соответствовать линии $\psi = \text{const}$, т.е. прямые, параллельные действительной оси. Отрезки l_m как линии тока также перейдут в отрезки прямых, параллельных действительной оси. Возникает вопрос: можно ли найти такую функцию $w(z)$ (задаваемую уравнениями типа разобранных Голубевым уравнений характеристической функции течений на двулистной римановой поверхности), которая дает отображение плоскости с разрезами l_m на действительной оси на плоскости w с разрезами L_m, параллельными действительной оси? Утвердительный ответ получается в случае двух или трех отрезков L_m. Подробнее Голубев исследует отображение для двух отрезков [49, с. 713–718]. Таким образом, он демонстрирует более общий подход к разбиравшейся Чаплыгиным в [241] задаче обтекания триплана (и биплана как частного случая) – в ней плоскость комплексного переменного z с тремя параллельными разрезами отображалась на вспомогательную плоскость с разрезами по дугам окружности единичного радиуса.

В заключение подчеркнем еще раз, что основой изложения Голубевым теории крыла в [85] является *подробное выяснение физической картины обтекания крыла жидкостью и вытекающие отсюда возможности упрощения рассматриваемых задач* [85, с. 13]. Таким образом, здесь, как и в отдельных статьях, проявилось усиливавшееся с годами стремление Голубева развивать механику прежде всего как физическую науку.

Работы В.В. Голубева по истории науки. Педагогическое мастерство

Работы Голубева по истории науки были тесно связаны с остальными его исследованиями. В первую очередь это касается книг и статей о жизни и творчестве Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина. Они, с одной стороны, являлись результатом исследований в области аэромеханики, а, с другой, давали возможность переосмысливать ключевые положения теории. С годами интерес Голубева к исторической стороне развития науки расширялся, углублялся и все больше влиял на его исследовательскую деятельность.

Не менее важным является то, что, будучи профессором МГУ и ВВИА им. Н.Е. Жуковского, Голубев считал, что *для профессора как такового – не научного работника вообще, а преподавателя высшей школы – основной продукцией являются выпускаемые им его ученики, его слушатели-студенты. Наука при этом является методом обучения: как не может научить других шить сапоги, кто сам их не умеет шить, совершенно так же не может обучить в высшей школе методам науки тот, кто сам ими не владеет, не пользуется* [127, с. 2]. Поэтому педагогическая работа была важной частью деятельности Владимира Васильевича; плодами этой работы стали лекционные монографии, вместе со статьями воплотившие замыслы, достижения и взгляды Голубева. И, конечно, "нематериализованным" итогом деятельности педагога остались рассыпанные яркими искрами глубоких впечатлений в памяти многочисленных слушателей и учеников черты любимого ими Владимира Васильевича Голубева.

Историко-научные работы

Истории математики и механики Голубев посвятил более сорока работ. Среди них большое место занимают обзоры, содержащие анализ развития отечественной механики в целом (см. [73]) и отдельных ее областей – гидродинамики и аэродинамики. В соавторстве с Е.С. Кузнецовым была написана большая статья "Гидро- и аэромеханика" в сборнике "Механика в СССР за пятнадцать лет", вышедшем под редакцией В.В. Голубева и Л.С. Лейбензона в 1932 г.; совместно с С.А. Чаплыгиным – обзор работ советских ученых по гидромеханике (в сборнике "Математика и естествознание в СССР (очерки развития за 20 лет)"); в 1950 г. был опубликован обзор Голубева "Крыло и винт самолета" (в сборнике "Механика в СССР за тридцать лет"). К двухсотлетнему юбилею Московского университета была подготовлена работа "Механика в Московском университете перед Великой Октябрьской социалистической революцией и в советский период".

Мы не будем детально анализировать эти обзоры Голубева. Отметим только, что, следуя Н.Е. Жуковскому, Голубев в качестве главной особенности развития механики в России и механики в целом выделял сочетание двух направлений: *высокой научной теории, широких и далеко проникающих обобщений механики как науки, стоящей на грани с математикой, с одной стороны, и механики, выросшей на базе технических задач, повседневной инженерной практики, механики как науки технической по ее задачам, и отдела естествознания по ее исходным методам, с другой* [109, с. 79]. В России первым путем шли Л. Эйлер, М.В. Остроградский, С.В. Ковалевская, А.М. Ляпунов, в Московском университете – Н.Д. Брашман, Ф.А. Слудский, Н.Н. Бухгольц. Развитие механики по второму пути шло через исследования по кинематике П.Л. Чебышева, теорию автоматического регулирования И.А. Вышнеградского, гидродинамическую теорию смазки Н.П. Петрова и исследования по гидро- и аэромеханике Н.Е. Жуковского.

Голубев писал об имевшей место в дореволюционной России явной недооценке роли русской науки; так, он приводил высказывание министра внутренних дел Макарова: "Науку в случае нужды можно всегда взять из Германии" (1913 г.). Голубев старался объективно оценивать "соотношение" русской и зарубежной науки, учитывая конкретную историческую обстановку; отмечал как влияние европейской науки на русскую механику, так и внутренние движущие силы ее развития: *В научном творчестве крупнейших русских ученых-механиков есть своеобразная и мощная струя, которая шла как будто наперекор общественному развитию царской России: в стране, технически отсталой, техника, технические задачи были исходным пунктом научного творчества наших ученых-механиков* [73, с. 98].

Такую же особенность – связь с прикладными, техническими задачами – выделял Голубев и в развитии русской математики. Например, в рукописи доклада [139] проведено сравнение петербургской и московской математических школ, освещено влияние на развитие науки и техники идей М.В. Остроградского, Н.И. Лобачевского, П.Л. Чебышева: *С точки зрения физической, с точки зрения познания окружающего нас мира геометрические исследования Лобачевского открыли в науке длинный ряд замечательных исследований ученых всего мира, приведших в конце концов к поразительному материалистическому выводу. Оказывается, геометрия зависит от распределения материи в мире, так что, например, известная теорема Пифагора может принимать совершенно различные формы при различной насыщенности мира материею. Едва ли можно представить себе более полную "материализацию" такой, казалось бы, отвлеченной науки, как геометрия! Следствия, вытекающие из этих идей, оказались совершенно потрясающие. Вся современная физика приобрела в теории относительности, в теории квант и в других отделах совершенно другие очертания... В частности, такие открытия, как связь и переход энергии и материи оказались возможными только на основе* *тех идей, которые были введены в науку гением Н.И. Лобачевского* [139, с. 12].

Голубев широко пропагандировал достижения отечественных ученых, но при этом в оценке того или иного результата был бескомпромиссным, скорее сдержанным, чем щедрым на похвалы. В архиве музея Н.Е. Жуковского сохранился документ, в котором Голубев в связи с рецензированием его "Лекций по теории крыла" [85] отстаивает свои взгляды[1]: *Научные достижения русских и советских ученых настолько бесспорны, что нет никаких оснований бояться поставить их рядом, точно указывая, что именно сделано нашими учеными и учеными зарубежными. Надо быть проникнутым полным неверием в достижения нашей науки и неуважением к ней, чтобы бояться сравнивать в одинаковых условиях, что сделано у нас и за границей, трусливо прячась за анонимное изложение и рассматривая научные результаты как появляющиеся неведомо откуда. Мало того, наш долг советских ученых и советских граждан требует, чтобы мы сами точно знали, в чем мы идем впереди и в чем мы отстаем и на что нам надо обратить внимание и кто именно, где и чем занимается, и этому мы должны учить на наших занятиях, не приучая наших учеников к безмятежному неведению и самоуспокоенности* [130, с. 2–3].

Не отгораживаться от достижений зарубежной науки, а активно изучать их, осваивать и превосходить – таково кредо Голубева: *И Петра шведы учили под Нарвой воевать, и он блестяще усвоил их науку и решительно обогнал своих учителей под Полтавой. И мы приглашали иностранных инженеров, но ведь не иностранцы создали ту промышленность на Урале в годы войны, которая могла сдержать, а потом и превозмочь все технические достижения Европейского континента* [73, с. 97].

Эти основные представления Голубева о задачах историка науки нашли отражение в его очерках о жизни и научной деятельности выдающихся ученых – С.В. Ковалевской, Н.Н. Лузина, П.Л. Чебышева, В.П. Ветчинкина. Более двадцати из них посвящено анализу и пропаганде научных достижений Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина. Всесторонне охарактеризовав двух своих учителей, Голубев фактически создал первые полные их научные биографии.

В 1936 г. В.В. Голубев стал членом редакционной коллегии по изданию 18-томного полного собрания сочинений Н.Е. Жуковского, в котором была напечатана одна из первых научных биографий Жуковского, написанная Голубевым [42]. В начале сороковых годов появились первые статьи Голубева о С.А. Чаплыгине (например, [62]). К этому времени Голубев уже издал два курса лекций по основам теории крыла [13] и [22], объединив исследования Н.Е. Жуковского, С.А. Чаплыгина,

[1] В рецензии [188] подчеркивались "серьезные идеологические недостатки": "принижение приоритета отечественных ученых,... чрезмерное и иногда необоснованное подчеркивание приоритета иностранных ученых" [188, с. 2–3].

Л. Прандтля и других ученых по теоретической аэродинамике, дополнив их своими многочисленными результатами. Излагая в очерках содержание работ Жуковского и Чаплыгина, Голубев опирался на проведенный в своих лекциях их тщательный анализ. Достаточно, например, сопоставить сравнительный анализ методов Жуковского и Кирхгофа в [13, гл. 7] с изложением этих же вопросов в [42, с. 832].

После нескольких кратких публикаций Голубева о Жуковском и Чаплыгине вышли первые книги о них – в 1941 г. [59] и в 1947 г. [78]. В 1948 г. Голубев стал членом редакционной коллегии по изданию собраний сочинений С.А. Чаплыгина и избранных сочинений Н.Е. Жуковского. Так с годами расширялась работа Голубева как историка механики над научным наследием своих замечательных учителей.

В 1944 г. в Московском университете проходила конференция "Роль русской науки в развитии мировой науки и культуры", где, в частности, был поставлен вопрос о пропаганде научных достижений ученых, работавших в университете. Позднее было решено воплотить этот замысел в виде биобиблиографической серии "Замечательные ученые Московского университета"[2]. Первым выпуском этой серии стала книга, посвященная Н.Е. Жуковскому [81], состоящая из написанного Голубевым биографического очерка и полной библиографии научных трудов Жуковского. В тринадцатом выпуске серии Голубев опубликовал научную биографию С.А. Чаплыгина [94]. В рецензии И.В. Федорова на первые выпуски серии "Замечательные ученые Московского университета" отмечено, что в очерке [81] автор "повествует не только о разнообразной и неутомимой научной и педагогической деятельности Н.Е. Жуковского, его заслугах как ученого и педагога, но также и об успехах русской науки и ее роли в развитии мировой науки и культуры. "Его лекции", – по словам профессора В.В. Голубева, – "являются свидетельством того, насколько работы Н.Е. Жуковского стояли впереди работ подавляющего большинства заграничных ученых" [232, с. 60].

Выявление связи творчества ученых с магистральными путями развития науки в определенный исторический период – характерная черта историко-научных очерков Голубева. Очерки отличаются научной содержательностью и художественным стилем. "Непревзойденные по культуре и мастерству изложения, сочетающего глубокое понимание предмета с талантом писателя и пропагандиста, биографические очерки и книги о Н.Е. Жуковском и С.А. Чаплыгине, написанные Владимиром Васильевичем, представляют собой образец литературного мастерства этого жанра", – писала директор научно-мемориального музея Н.Е. Жуковского Н.М. Семенова [157, с. 2].

Осветим теперь подробнее основные положения биографических очерков Голубева о Жуковском и Чаплыгине. Они отражают отношение Голубева к науке, преподавательской деятельности и творческому процессу в целом. Они как бы подводят итог происходившему в течение долгих лет осмыслению Голубевым научного творчества своих учителей.

---

[2] См. об этом статью А.В. Теплицкой [230].

В книге [42] в научную биографию Жуковского умело вплетены моменты его личной жизни, его отношения к бурным политическим событиям в России. Отмечена Голубевым популярность Жуковского как педагога и лектора. К Николаю Егоровичу притягивала его вера в молодежь и в своих учеников, разносторонность и научная терпимость. Проникнутая любовью к учителю, книга Голубева [42] создает яркий образ исключительно преданного науке мудрого и доброго человека. При написании биографии Голубев использовал опубликованные материалы о Жуковском, свои воспоминания и сведения, предоставленные ему В.П. Ветчинкиным и Н.М. Семеновой. Вышедшая в 1947 г. книга Л.С. Лейбензона [190] дополнила биографию Жуковского с помощью архивных материалов.

Рассказывая о жизненном пути Жуковского, Голубев отмечал: *В личной жизни крупных ученых очень трудно выделить какие-нибудь события, которые могли бы заинтересовать постороннего наблюдателя. Внешняя сторона жизни обычно течет с утомительным, разочаровывающим окружающих однообразием, размеренно и точно, как ход часов. Весь интерес, все содержание жизни уходит внутрь, в напряженную творческую работу, в работу по подготовке кадров, в создание той научной преемственности идей, творческих замыслов, напряженной коллективной работы, которые характеризуют так называемую научную школу. Так было и в жизни Н.Е. Богатство и разнообразие жизни здесь проявлялось не во внешних, заметных для всех событиях, а во внутреннем росте творческих способностей и в расширении области научных и педагогических интересов* [59, с. 23]. Поэтому и биография, написанная Голубевым, отражает главным образом развитие научных идей, составляющих смысл жизни Н.Е. Жуковского.

Обзор работ Жуковского Голубев начал с обоснования того, что уже в первой научной работе Николая Егоровича "Кинематика жидкого тела" ясно проявляются тенденции, пронизывающие все его дальнейшие исследования: во введении к работе Жуковский отстаивал достоинства геометрического метода исследования и геометрического истолкования механических задач.

Прослеживая основные этапы творческой деятельности Жуковского, Голубев обращал внимание на то, как Жуковский стал постепенно переходить от чисто теоретических проблем к вопросам, поставленным техникой: вопросам гидравлики, теории смазки, обтекаемой формы судов, движения судов с реактивными движителями, теории движения подпочвенных вод. Здесь, по мнению Голубева, сказалась общая тенденция в развитии отечественной механики: *Это стремление разрешать технические, чисто прикладные задачи методами точной теоретической механики все более и более проявляется за последние десятилетия, и Н.Е. Жуковский был одним из первых крупных теоретиков-механиков, которые вполне ясно осознали эту потребность техники и пошли ей навстречу* [42, с. 834].

Наибольшее внимание в очерках и статьях о Жуковском Голубев уделял работам по аэромеханике. В первую очередь важным было теоретическое объяснение поъемной силы, данное Жуковским. К решению этой задачи, по мнению Голубева, его готовила вся научная деятельность и, прежде всего, занятия гидромеханикой – наукой, в то время весьма далекой от аксиоматического построения и требовавшей научно поставленного эксперимента. Но не только внимательное отношение к опытам сыграло здесь существенную роль.

Голубев отмечал, что качественные соображения о влиянии циркуляции на подъемную силу высказывались и ранее (Дж.У. Рэлеем, Ф. Ланчестером). Однако *механика есть точная наука, ее выводы должны быть выражены в форме, которая допускает точный подсчет и сравнение теоретических выводов с экспериментом* [42, с. 841–842]. Заслуга Жуковского заключается в том, что он сумел придать количественную форму своим соображениям и дать им теоретическое объяснение. Это было сделано в мемуаре "О присоединенных вихрях", *который*, – как писал Голубев, – *в области гидромеханики открывал совершенно новую эру и поэтому может быть поставлен рядом с классическими работами Бернулли, Эйлера и Лагранжа* [42, с. 842]. Жуковский ввел новый тип течения – потенциальный во всей жидкости, но с неоднозначным потенциалом. Для погруженного в такое течение тела циркуляция скорости вокруг него может быть отлична от нуля и образуется сила, перпендикулярная направлению первоначальной скорости, для расчета которой Жуковский дал свою знаменитую формулу.

Далее в очерке Голубев писал: *Как всякая новая и глубокая идея, открытие Н.Е. Жуковского было, конечно, не случайно: к нему привело и развитие науки, и те задачи, которые к науке предъявляла техника. Естественно, что к тем же идеям с разных сторон подходили и другие исследователи* [42, с. 844]. Голубев упоминал, что В. Кутта для одного частного случая дал формулу подъемной силы на 4 года раньше Жуковского. Не умаляя заслуг германского ученого, Голубев подчеркивал, что Кутта в своей работе не пытался показать, что полученный совершено частный результат в действительности имеет общее значение. Учитывая такое отличие результатов Жуковского и Кутты, совершенно правомерно считать Жуковского автором теоремы о подъемной силе.

В исторических очерках Голубев неоднократно подчеркивал приоритет наших ученых во многих вопросах теоретической аэродинамики. Например, Голубев писал о том, что формулы для определения величины, направления и точки приложения результирующей силы давления потока на крыло, введенные впервые Чаплыгиным, совершенно несправедливо в иностранной литературе называются формулами Блазиуса. Так же как профили типа Антуанетт (по терминологии Жуковского) называются профилями Треффтца–Кармана, которые рассматривали их много позднее Жуковского. Теория крыла конечного размаха была разработана в основном Прандтлем и его учениками; но при этом использовались схема подковообразного вихря, впервые рассмотренная Чаплыгиным, и схема вихревой пелены, аналогичная той, которую давал Жуковский в теории винта. Т.е. и на теорию крыла конечного размаха существенно повлияли идеи наших знаменитых ученых. Отметим также, что Чаплыгин еще в 1913 г. получил формулу индуктивного сопротивления и доложил об этом на заседании Московского математического общества; опубликован этот важный результат был Голубевым [13, с. 147–150][3].

Высоко ценил Голубев педагогическую работу Жуковского. Во многом благодаря работе в средней школе, выдвигающей особые требования к методике преподавания, Жуковский научился исключительно ясно освещать учебный материал. Родоначальник многих новых путей в науке, Жуковский, по словам Голубева, *распоряжался научным материалом, как властный хозяин, которому в совершенстве известны все детали, все достижения и все слабые места тех научных теорий, которые он излагал перед студентами* [59, с. 41]. Но даже не это было главным. Непрерывная работа Жуковского над разрешением научных вопросов бросалась слушателям в глаза и доминировала над всеми мелкими методическими недостатками. *И вот эта напряженность научного творчества, дополняемая глубоким, исчерпывающим знанием предмета, поразительной простотой, геометрической наглядностью, конкретностью и полной ясностью изложения, и делала преподавание Н.Е. таким, что оно захватывало слушателей* [59, с. 42–43].

Голубев писал о большом значении для развития авиации курса Н.Е. Жуковского "Теоретические основы воздухоплавания" 1911 г. [59, с. 47–48]. Им приводится высказывание Р. Броцци, выражающее мнение о том, что аэродинамика – наука исключительно эмпирическая. В курсе Жуковского, объединившем результаты опытных исследований с выводами теоретической гидромеханики, это опровергалось полностью. Следует упомянуть здесь изданные в 1950 г. лекции по теоретической механике, прочитанные Жуковским в Московском университете с 1886 по 1920 гг. [178]. В предисловии к этой книге Голубев писал, что лекции Жуковского (несмотря на изменения, происшедшие в науке и методах преподавания со времени создания лекций) *представляют не только исторический интерес*; *они по-прежнему могут служить прекрасным учебным пособием, дополняющим обильную учебную литературу по теоретической механике, созданную советскими учеными-механиками* [178, с. 10].

Не меньшее значение, как писал Голубев, имела научно-организационная деятельность Жуковского – главным образом по созданию русской авиации. Его научная и педагогическая работа позволила организовать два крупнейший научных центра по авиации: ЦАГИ и ВВИА (сейчас им. Н.Е. Жуковского).

Давая общую оценку научного наследия Жуковского, Голубев отме-

---

[3] Подробнее об этом см. статью Н.М. Меркуловой 206, с. 87.

чал, что статьи и лекции Жуковского изменили весь характер изложения основ аэромеханики; теория плавного обтекания с неоднозначным потенциалом скоростей выделилась в самостоятельный ее раздел. Прочно вошли в науку и стали классическими многие разработки Жуковского: теорема о силах, действующих на тело в жидкости при плавном обтекании; исследования по теории крыла и винта, гидравлического удара в трубах. Кроме того, Голубев подчеркивал влияние творчества Жуковского на механику в целом: *Н.Е. один из первых показал в современной теоретической механике, что математический метод исследования, несмотря на его исключительную мощь, не является ни единственным, ни исключительным и всеобъемлющим методом научного исследования в области механики. Н.Е. своими работами совершенно ясно показал, что механика есть ветвь естествознания, ветвь науки, изучающей окружающую нас природу, что для познания мира, окружающего нас, с точки зрения механики, движения, также нужен научно поставленный эксперимент, также нужны опытные исследования, как они нужны в астрономии, физике, химии, других отделах науки о природе... Дальнейшее развитие науки показало, насколько правильно и ясно представлял себе дальнейшие пути развития механики Н.Е.* [59, с. 92].

Такой взгляд Жуковского на науку обуславливал и соответствующие методы исследования. Через все очерки Голубева о Жуковском проходила основная мысль о направленности всего творчества Николая Егоровича на решение практических конкретных задач, когда математический метод не рассматривается как самодавлеющая цель исследования. Вместо того, чтобы стремиться в исходных уравнениях возможно полнее записать особенности изучаемого явления, Жуковский сразу заменял его некоторой схемой, подобранной так, чтобы она точно отражала физическую сущность явления, а также допускала простое и полное математическое решение. *Эту идею Николай Егорович любил в шутку выражать следующим определением механики: "Теоретическая механика есть искусство разрешать различные вопросы движения при помощи до конца интегрируемых уравнений"* [80, с. 875].

Критерием для отбора важных или маловажных факторов для такой схематизации и служит эксперимент. *Так стремление Николая Егоровича к инженерной, практической деятельности и его любовь к природе привели в конце концов к тому, что в его руках механика стала естественной наукой, наукой о реальных движениях, которые мы наблюдаем в природе и в технике, а сам Николай Егорович в своем научном творчестве стал не абстрактным, кабинетным теоретиком, а естествоиспытателем и инженером* [80, с. 877].

Надо сказать, что характеристика методов исследования ученых – один из наиболее существенных моментов, анализировавшихся в биографических очерках Голубева. Обычно он сразу выделял из двух основных направлений развития механики то, которое составляло суть творчества ученого. В этом плане Н.Е. Жуковский и С.А. Чаплыгин – противоположности. *Начав свою научную деятельность с разрешения задач, в выборе которых, несомненно, можно найти влияние его учителя Н.Е. Жуковского, в своей дальнейшей работе С.А. Чаплыгин является совершенно оригинальным исследователем, далеким по своим научным вкусам, по методам работы от своего учителя* [78, с. 38]. Методы исследования Чаплыгина носили чисто математический, аналитический характер.

В целом научное творчество С.А. Чаплыгина Голубев разделил на два периода, границей которых служило написание в 1902 г. докторской диссертации. Первый этап связан с работами о движении твердого тела в жидкости, системах с неголономными связями, о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки. Т.е. содержанием этих работ было решение задач классической механики. *Большое аналитическое искусство, законченность и классическая ясность и полнота исследования, характеризующие большого мастера,* отличают, по мнению Голубева, эти работы [78, с. 38]. В них в основном разрабатываются методы интегрирования дифференциальных уравнений механики и изучаются случаи, когда такое интегрирование может быть доведено до конца. Подобные вопросы в творчестве Жуковского шли совершенно в ином направлении – рассматривалось их наглядное геометрическое истолкование, выводы использовались в конкретных технических или астрономических задачах.

Докторская диссертация "О газовых струях" занимает в творчестве Чаплыгина особое место: будучи границей двух этапов, она не примыкает ни к одному из них. Это единственная работа Чаплыгина, посвященная газовой динамике: в ней разрабатывался метод решения задач на течение сжимаемого газа (с дозвуковой скоростью) с образованием поверхностей разрыва скоростей, применение которого к двум частным задачам проводилось во всех подробностях. Но в начале века в аэродинамике рассматривались скорости, настолько меньшие скорости звука, что сжимаемостью можно было пренебрегать; в баллистике же рассматривались скорости, существенно большие скорости звука. Отчасти поэтому, как отмечал Голубев, диссертация Чаплыгина не привлекла сразу должного внимания. Только через тридцать с лишним лет, когда в авиации появились возможности использовать скорости, близкие к звуковым, на международной конференции в Риме в 1935 г. широкие круги ученых ознакомились с содержанием диссертации Чаплыгина, которая стала классической работой по газовой динамике.

Научная работа Чаплыгина в течение десяти лет после написания диссертации характеризуется Голубевым как период искания новых областей, путей и методов исследования. В эти годы чрезвычайно расширились учебная, административная и общественная деятельность Сергея Алексеевича. В частности, много энергии было вложено в организацию Московских высших женских курсов. *Несомненно одно*: *С.А. Чаплыгин был не только великолепным организатором и* *руководителем, но и совершенно исключительным расчетливым хозяином* [78, с. 54].

Педагогическая работа Чаплыгина была также весьма обширна, но *никогда особенно не захватывала его* [78, с. 57]. Тем не менее, хотя лекции Чаплыгина и отличались сухостью, они свидетельствовали и о том, что Сергей Алексеевич был отличным и своеобразным преподавателем. Голубев писал о его курсе механики для студентов 3 курса университета: *Курс носил чисто аналитический характер, геометрические соображения он обычно не применял в тех местах, где можно было сравнительно просто изложить предмет лекций чисто аналитически. Но курс выделялся необычайной лаконичностью изложения, мастерским выбором материала и замечательной последовательностью изложения* [78, с. 57].

В книге А.А. Космодемьянского о Жуковском рассмотрен процесс формирования представления о гипотезе Жуковского–Чаплыгина, значение которой далеко не сразу было осознано аэромеханиками [186, с. 85–89]. Упоминание об этой гипотезе есть в очерке [42, с. 845] (тогда как в книге [13] его еще нет). Восстановив историю выдвижения этого постулата, Голубев не раз давал детальные его пояснения (см., например, [59, с. 67–70], [78, с. 64–66]). Голубев подчеркивал заслугу Чаплыгина, предложившего идею постулата в 1909 г. после доклада Жуковского на съезде естествоиспытателей и врачей – Чаплыгин рассказал Жуковскому о своей идее, навеянной выводами доклада последнего. Именно это и положило начало замечательным выводам о форме крыловых профилей и другим следствиям из постулата, который первое время был известен в науке как "основная гипотеза Жуковского", что не вполне отражало авторство.

Сразу после съезда, в начале 1910 г. С.А. Чаплыгин написал работу, получившую всеобщее признание и открывшую длинный ряд исследований Чаплыгина по теории крыла. Работа называлась "О давлении плоскопараллельного потока воздуха на преграждающие тела" *В этой классической работе впервые была до конца решена задача об определении подъемной силы крыла. Но ее содержание далеко не исчерпывается решением этой задачи. Работа замечательна тем, что в ней разработан систематический метод решения задач плоской гидромеханики применением теории функций комплексного переменного* [62, с. 902–903]. Здесь же Чаплыгин рассмотрел крыловые профили с округленным передним концом, в частности, профили типа инверсии параболы, введенные одновременно Жуковским. Найденные чисто теоретическим путем, эти профили обладают хорошими аэродинамическими свойствами и с успехом использовались для постройки самолетов. В дальнейшем построение теоретических профилей стало предметом исследований многих ученых.

Указанная работа Чаплыгина примечательна, по мнению Голубева, еще тем, что здесь впервые интересы Сергея Алексеевича переключились в область изучения технических задач. Но по характеру изложения и методам исследования она по-прежнему носила чисто аналитический, абстрактный и общий характер. *Можно сказать, что и в ней важнейшие технические приложения являются только примером приложения общей теории... По-видимому, коренной перелом в направление научных интересов С.А. Чаплыгина внесли первые годы Октябрьской революции. Обстоятельства сложились так, что ему здесь впервые пришлось с головой окунуться в область практической, прикладной, инженерной деятельности уже не в сфере административных, хозяйственных дел, а в чисто научной, исследовательской деятельности* [78, с. 72–73]. Чаплыгин переключился с организационно-учебной на организационно-научную работу. *Работой в ЦАГИ определилась вся его дальнейшая научная работа, и, с другой стороны, руководству С.А. Чаплыгина обязано создание и развитие ЦАГИ в самые первые трудные годы его существования* [78, с. 74].

Голубев дал обзор огромной научной работы Чаплыгина, который мы не будем пересказывать даже кратко. Подчеркнем, что внимание вновь акцентируется на приверженности Чаплыгина аналитическим методам. *Но было бы совершенно неверно заключить отсюда, что и все результаты, полученные ученым, носили чисто аналитический характер. Творчество ученых идет различными путями. Их индивидуальные склонности, конечно, проявляются в методах их работы, но к научной истине можно подойти с разных сторон, и объективные научные результаты в конце концов оказываются мало зависящими от случайных научных вкусов исследователя. С.А. Чаплыгин предпочитал идти в своих научных исследованиях чисто аналитическими путями, но это не помешало ему и таким путем прийти к результатам поразительной геометрической наглядности и механической осязаемости. Таковы были результаты его первых исследований по движению твердого тела в жидкости, таковы же были и его замечательные теоремы о параболе устойчивости, о фокусе профиля и т.п.* [78, с. 107]. Проследив развитие научного творчества Чаплыгина, Голубев показал, как его вкусы все более склонялись к техническим задачам, как абстрактные теоретические построения смыкались с прикладными вопросами.

Итак, Голубев в биографических очерках о Жуковском и Чаплыгине не только воссоздавал картину их научной деятельности, он постоянно как бы проводил сравнение противоположных творческих методов ученых на материале конкретных работ, выявлял преимущества и того, и другого направления в развитии механики.

Работы С.А. Чаплыгина, как писал Голубев, отличались необычайной законченностью, математической строгостью и классической точностью. В них нет никакой неопределенности исходных положений, они всегда были убедительны, не вызывая никаких сомнений в научных кругах. Но в творчестве Чаплыгина нет ничего похожего на те физические схемы, которые создавал Н.Е. Жуковский. *В этих работах мы не найдем ничего подобного таким образам, как "присоединенные* *вихри", "вихревая схема винта с бесконечно большим числом лопастей", "пограничный слой" и т.п. Несомненно, что недоверие к целесообразности введения основанной на идее о присоединенном вихре схемы подковообразного вихря в теории конечного крыла сыграло известную роль в том, что Сергей Алексеевич не продолжал работу над теорией конечного крыла, в то время как в научном творчестве Н.Е. Жуковского та же самая идея привела к вихревой теории винтов* [78, с. 110].

Мы ясно видим здесь, как историко-научный анализ работ Жуковского и Чаплыгина естественно подводил Голубева к методологическому выводу о возможности и необходимости синтеза различных методов механики – и аналитического, и геометрического. Успешной попыткой такого синтеза были курсы Голубева по теории крыла [13] и [22], а также его работы по теории механизированного крыла, где наряду с четкими физическими схемами использовался самым активным образом аппарат теории аналитических функций. Таким образом, работы Голубева по истории науки являются неотъемлемой частью всего научного его наследия, объединенного идеей поиска путей использования самых абстрактных математических теорий для решения жизненно важных задач практики.

Голубев посвятил статью [111] жизни и творчеству В.П. Ветчинкина, который с первых студенческих лет в МВТУ слушал и стенографировал лекции Н.Е. Жуковского (эти записи в обработанном виде вошли в последующие издания лекций Жуковского по теоретической механике и теоретическим основам воздухоплавания). *Совместная работа по изданию лекций необычайно сблизила учителя и ученика. Для Н.Е. Жуковского его талантливый ученик становится самым близким сотрудником и продолжателем его работы. Излишне говорить, что в глазах В.П. Ветчинкина его учитель и друг являлся величайшим и не подлежащим критике авторитетом, учителем в самом высоком и полном значении этого слова* [111, с. 915–916]. Естественно, что дальнейшим направлением деятельности Ветчинкина стали проблемы воздухоплавания – он занимался вихревой теорией гребного винта (сначала вместе с Жуковским), позже – вопросами расчета авиационных конструкций на прочность и динамикой полета самолета. Голубев пишет и об исследованиях Ветчинкина по использованию энергии ветра. Подробно рассказывает Голубев об организации в 1918 г. Центрального аэрогидродинамического института, готовившего научную базу советской авиации, о задачах института в первые годы его существования и о роли Жуковского и Ветчинкина в его работе в то время.

Голубев высоко оценивал научную и преподавательскую деятельность Ветчинкина: *В.П. Ветчинкин был поэт в области науки и техники. Всякая новая техническая идея, особенно если она была неожиданна по своей смелости и открывала необъятные горизонты, увлекала его и целиком захватывала его творческое воображение. Но это был поэт, самым тесным образом связанный с землей, с проб-*

лемами сегодняшего дня... Во всех этих мечтаниях было много фантазии, пока еще не выполнимой; но все эти мечты каким-то своим краем упираются в то, что уже осуществлено современной техникой [111, с. 937–938]. Поэтом был Ветчинкин и в педагогической деятельности. Он не читал курсы по установившимся программам, а излагал, в сущности, развитие собственных оригинальных работ и мыслей. Он мог, изложив на лекции решение какой-нибудь задачи, на следующей лекции предложить зачеркнуть написанное и дать новое, только что полученное решение этой задачи, если оно превосходило первоначальное. *Конечно, слушать курс у такого необыкновенного лектора было нелегко: но зато все, кто терпеливо и внимательно работал на лекциях Владимира Петровича вместе с лектором, получали не только знание предмета, но и учились самому процессу научной творческой работы с преодолением встречающихся затруднений, исканием различных путей, ведущих к поставленной цели, с ее разочарованиями и радостью окончательной победы* [111, с. 940].

Здесь мы подошли к самому главному, что ценил Владимир Васильевич Голубев в научном творчестве различных ученых – это одержимость, отношение к науке как к основному делу и содержанию жизни, а в преподавательской работе – умение вовлечь в научное творчество своих учеников. Можно сказать, что таким был основной методологический тезис Голубева, развернутый в очерках, статьях и выступлениях. В написанной совместно с Н.К. Бари биографии Н.Н. Лузина [92] (помещенной в собрании сочинений последнего), Голубев также обращает внимание на умение Лузина будить на лекциях мысль слушателей. Николай Николаевич *непрерывно закалял аудиторию в преодолении трудностей, которыми так богато научное изыскание* [92, с. 17].

В 1945 г. вышел сборник статей "Научное наследие П.Л. Чебышева", первый выпуск которого был посвящен математическим работам Чебышева; второй – его изобретениям и исследованиям по теории механизмов и машин. В этом сборнике Голубев поместил большую статью" Работы П.Л. Челышева по интегрированию алгебраических функций" [71][4], которая существенно отличается от монографий о Жуковском и Чаплыгине: стиль изложения здесь уже не популярный, а рассчитанный на математически подготовленного читателя, что вполне соответствовало цели работы. В статье дано изложение основных идей, методов, использованных Чебышевым, и их взаимосвязи с исследованиями других ученых.

В статье [71] В.В. Голубев отмечает, что вопросами интегрирования в элементарных функциях Чебышев заинтересовался в связи с работами по теории чисел, а также под влиянием исследований Н.Х. Абеля и К.Г. Якоби. В своих исследованиях Чебышев избегает применения методов теории функций комплексного переменного даже в вопросах,

---

[4] Вскоре было издано полное собрание сочинений Чебышева, в котором Голубев поместил комментарии к работам Чебышева по интегрированию алгебраических функций [79].

где такое применение, казалось бы, совершенно естественно. *Объяснение этому, по-видимому, надо искать в том, что Чебышев считал доказательства, в которые входят комплексные числа, не вполне строгими*; *об этом он говорил на своих лекциях в Петербургском университете,* – писал Голубев [71, с. 93], обращая внимание на то, что вообще идеи Коши распространялись с большим трудом и далеко не сразу. *Новые идеи, глубоко революционизирующие науку, по большей части, медленно и с трудом завоевывают в науке права гражданства. Даже сами творцы новых направлений в науке принуждены излагать их языком старых идей и понятий и не только для того, чтобы сделать их понятными широким кругам современников, но и потому, что самое создание новых теорий идет медленно, вплетаясь непрерывно в методы и понятия, прочно утвердившиеся в науке* [71, с. 89]. Взгляд на комплексные числа как на не вполне полноценные исчез полностью только в математике XX века.

Так как работы Чебышева тесно связаны с работами Абеля по этой тематике, Голубев, прежде всего, дает характеристику исследованиям Абеля, прослеживает судьбу его мемуара, положившего начало теории алгебраических функций и их интегралов, в котором проводится доказательство теоремы, носящей теперь имя Абеля. Этот мемуар был представлен им в Парижскую Академию наук в октябре 1826 г., но не привлек внимания и был напечатан лишь через 15 лет (здесь Голубев использует переписку Якоби с Лежандром, письма Абеля Лежандру и Гольмбое).

Чебышев продолжил исследования Абеля, развивая его подход и в постановке задач, и в методах исследования. Но было и существенное отличие. Абель рассматривал случай самых общих интегралов от рациональных функций (абелевых интегралов). *Эта общность исследований Абеля, несомненно, представила большие трудности при уяснении основных идей его исследований; возможно, что этим объясняется отчасти и первоначальный неуспех основного мемуара Абеля. Понадобилась частная иллюстрация этих общих положений на примере гиперэллиптических интегралов, чтобы можно было оценить важность общих результатов. В том виде, как дает их Абель, границы применения его общих теорем остаются несколько в тумане* [71, с. 100]. Чебышев решает частную, но весьма полезную для практики задачу нахождения случаев, когда абелевы интегралы превращаются в пседоабелевы (т.е. выражаются в элементарных функциях) и разрабатывает методы для ее эффективного решения.

Своеобразие работ Чебышева проявляется и в методах исследования: у Абеля, кроме самых разнообразных алгебраических преобразований, используется метод, основанный на изменении коэффициентов, входящих в подинтегральные выражения; у Чебышева методы ближе подходят к классическому методу чисто формальных преобразований. *Аппарат исследования, которым пользуется Чебышев, – это аппарат, разработанный Эйлером, Лежандром, Абелем. Но* *этим аппаратом Чебышев владеет с неподражаемым искусством большого, проникновенного мастера науки. Современные математики, по-видимому, совершенно утеряли это замечательное искусство формальных преобразований, остроумнейших подстановок, сложнейших вычислений; недаром в учебниках по математическому анализу объем, занятый формулами, все более и более сокращается, – достаточно сравнить курс Лакруа, или более поздний, но еще примыкающий к старым традициям курс Бертрана с таким классическим сравнительно новым учебником, как курс Пикара* [71, с. 119].

Известно, что работы Ж. Лиувилля, относящиеся к 30-м гг. XIX в., посвящены вопросам, близким по содержанию к рассматриваемым работам П.Л. Чебышева. В частности, Лиувилль показал, что путем конечного числа алгебраических действий можно выяснить, является ли интеграл от алгебраической функции снова алгебраической функцией, и если это так, то как найти его. Другая естественно возникающая задача – выяснить условия, при которых интеграл от алгебраической функции, не являясь алгебраической функцией, представляет собой элементарную функцию. В решении этой задачи ряд результатов принадлежит и Чебышеву, и Лиувиллю. Но у Чебышева практически нет ссылок на Лиувилля, и нельзя найти ничего, что говорило бы о влиянии на его результаты исследований Лиувилля. По мнению Голубева, здесь сказалось то, что Чебышев не придавал значения чтению текущей математической литературы. Метод исследований Чебышева *весьма мало похож на метод, применяемый Лиувиллем, и, несомненно, он примыкает к тем методам, которыми пользовался Абель* [71, с. 105]. Только в одном можно заметить влияние Лиувилля на Чебышева: иногда работы Чебышева являются как бы следующим шагом в решении вопросов, которыми занимался Лиувилль.

Излагая работы Чебышева, Голубев оценивает их с точки зрения более поздних научных методов. Он использует понятие римановой поверхности и дает соответствующую интерпретацию основным теоремам Чебышева (обобщающим теорему Абеля) о разложении псевдоабелевых интегралов в сумму логарифмических членов, которые, по сути дела, выявляют разложение абелева интеграла по его особенностям, расположенным на поверхности Римана. Нужно отметить, что идеи Римана, известные Чебышеву, не нашли отражения в творчестве последнего. Это связано с тем, что *гениальные по своей чрезвычайной общности идеи Римана с большим трудом проникали в широкие круги математиков* [71, с. 100].

Теорема Чебышева о случаях интегрируемости в элементарных функциях дифференциального бинома стала классической. Ряд его исследований по нахождению случаев, когда эллиптические по виду интегралы выражаются в элементарных функциях, был непосредственно продолжен Е.И. Золотаревым (использовавшим теорию эллиптических функций в форме, данной Якоби) и позднее И. Долбней.

Таким образом, проанализировав эти работы Чебышева, не занимающие основного места в его творчестве, но прочно вошедшие в историю математики, Голубев отмечает, что они *содержат в себе возможности дальнейшего широкого и плодотворного развития* [71, с. 119].

Деятельность Голубева как историка науки не ограничивалась непосредственно написанием историко-научных работ. Глубокий интерес и внимание к исторической стороне развития науки присутствовал всегда, в той или иной степени, в лекциях Владимира Васильевича, в его выступлениях, статьях и монографиях. Напомним, что его первые работы по математике отличаются особой тщательностью в отношении ссылок на результаты предшественников (в основном французских ученых). Далее, сам замысел первых курсов по аэромеханике – изложение и развитие идей Жуковского, Чаплыгина, Прандтля – носит историко-научный характер. Наконец, сильнее, чем в других книгах Голубева по математике и механике, этот интерес проявился в последней прижизненной его монографии, посвященной задаче о движении тяжелого твердого тела около неподвижной точки. Здесь исторический анализ оригинальных работ С.В. Ковалевской позволил Голубеву осветить их с новой точки зрения, восстановить главную идею Ковалевской и использовать современный математический язык для изложения последующих результатов и выявления возможных путей дальнейшего развития этой классической задачи механики.

Предоставленные Голубеву П.Я. Полубариновой-Кочиной фотокопии писем С.В. Ковалевской Г. Миттаг-Леффлеру послужили основой для написания им биографического очерка о Ковалевской "Талант без почвы" [142]. Этот очерк, составляющий 86 страниц машинописного текста, хранится в архиве научно-мемориального музея Н.Е. Жуковского[5]. В предисловии к нему Голубев писал об огромном интересе, который представляет для истории науки именно эпистолярное наследие как наиболее достоверный источник информации о жизни ученых: *Есть картина Рафаэля "Диспут о причащении": среди величественной колоннады сидят мудрецы-старцы и с напряженным вниманием, с крайним усилием мысли рассуждают о великих тайнах духа. И есть другие образы творчества человечества – это картина напряженного коллективного труда на грандиозных стройках, в соревновании колхозов. И есть, наконец, "Базар житейской суеты" Теккерея,[6] где Бекки Шарп и ее товарищи и партнеры стараются урвать от жизни, что удается: здесь средствами не стесняются, о человеческом достоинстве, человеческой гордости, о какой-нибудь морали не заботятся – какая уж мораль на базаре?*

В жизни, конечно, все перепутано и смешано. Перепутано и смешано и великое, и жалкое и в жизни науки и творчества. Но все-таки к чему же ближе жизнь научного творчества? Разобрать действительное положение дел здесь также трудно, как разобрать сущность

[5] Переписка С.В. Ковалевской и Г. Миттаг-Леффлера была прокомментирована П.Я. Кочиной и Е.П. Ожиговой и издана на русском языке в 1984 г. [215].

[6] Читателю привычнее другой перевод названия романа – "Ярмарка тщеславия".

исторических ситуаций по "житиям святых". Благочестивые историки "ad majorem die gloriam" вычеркивали из этих житий все, что хоть в какой-нибудь степени могло бросить тень на преподобного, житие которого творилось. Недалеко ушли отсюда и жизнеописания ученых. Тут тоже "ad majorem scientiae gloriam" вычеркивалось и замалчивалось все, что, по мнению составителя жизнеописания, не соответствовало тому образу ученого, который он хотел бы иметь. За примерами ходить недалеко: ведь исключили же во втором издании сочинений Н.Е. Жуковского его статью "Старая механика в новой физике" только потому, что по мнению физиков (С.И. Вавилова и др.) антирелятивистские взгляды Н.Е. Жуковского могли уменьшить ореол непогрешимости славного "отца русской авиации".

Отсюда понятен огромный интерес для истории науки всего того, что сохранилось из писаний ученых, написанных с отражением "злобы дня", тех интересов, какие их в большей или меньшей степени захватывали. И здесь, конечно, на первом плане стоят их письма.

Обстоятельства сложились так, что С.В. Ковалевская и по своей научной подготовке (как ученица К. Вейерштрасса), и по обстоятельствам своей жизни (как русская по национальности и профессор Стокгольмской высшей школы), и, наконец, по обстоятельствам личной жизни (родственная связь с Жакларом, знакомство ее родителей с бароном Угглас, который играл какую-то роль в Швеции и, в частности, в организации высшей школы в Стокгольме) хорошо знала положение и взаимоотношения математиков в Берлине и в Париже. Естественно, что ее переписка представляет огромный интерес для истории науки. Пусть эта переписка касается не парадной стороны науки, а ее задворков – тем это интереснее: ведь и кухня, и топки, и все хозяйство помещается не в парадных салонах, а именно на задворках. Пусть даже они носят и несколько колорит "Воспоминаний" Авдотии Панаевой; для истории литературы и сплетни Авдотии Панаевой представляют немаловажный интерес [142, с. 1–3].

Очерк о Ковалевской намечался Голубевым как одна из глав планировавшейся работы "Очерки по истории математики и механики XIX века в России". Сохранилось оглавление, составленное к ней Голубевым:

Гл. 1. Общие методологические соображения.
Гл. 2. История одного великого открытия (Лобачевский).
Гл. 3. (Об Остроградском).
Гл. 4. (О Чебышеве).
Гл. 5. (Шестидесятые годы).
Гл. 6. Талант без почвы (С.В. Ковалевская).
Гл. 7. Московские механики.
Гл. 8. История одной математической школы.

К сожалению, замысел не был осуществлен.

Характеризуя взгляды Голубева на историю науки, отметим, что именно в ее изучении он видел способ преодоления узости и ограниченности научных взглядов, которые порождают односторонность исследований ученого, не выходящего за пределы "первого толчка" (вопроса, с решения которого началась его работа). Выступая в январе 1948 г. на научно-методической конференции по подготовке научно-педагогических кадров через аспирантуру в вузах, Голубев говорил о проблемах работы с аспирантами: *Для правильного понимания роли и места того или иного научного построения необходимо правильное понимание места того вопроса в развитии науки, в частности, понимание роли и значения русской науки. Мы должны требовать хорошего знакомства с идеями классиков науки, в том числе, конечно, и классиков иностранной науки; только такое критическое и углубленное изучение науки, понимание исторического развития ее руководящих идей может избавить начинающего неискушенного ученого от чрезмерного увлечения мелкими и несущественными, но, порою, весьма модными вопросами* [127, с. 19].

Часто на лекциях Голубев рассказывал о деятелях науки, об обстоятельствах того или иного открытия, об эпизодах, свидетелем которым он бывал. Эти рассказы оживляли лекции, были тесно связаны с ее темой. Слушатели жадно воспринимали и события прошлого, и сущность тех проблем, которые волновали ученых. То же можно сказать об использовании материала по истории науки в учебниках Голубева по математике и механике.

Интересна рецензия Голубева на три пособия по элементарной математике, вышедшие в конце 40-х–начале 50-х гг. [101]. В ней Голубев, в частности, опровергает мнение, будто в учебниках математики вообще невозможно уделить место истории, не нарушая стройности изложения. Он приводит в пример "Справочник по элементарной математике" М.Я. Выгодского, шестое издание которого вышло к тому времени. По мнению Голубева, Выгодский поступил правильно, сделав справочник не только сводкой формул, правил и математических таблиц[7]: *Автор "Справочника" – крупный специалист по истории математики, и его пример показывает, как можно с успехом включить исторические сведения в изложение основного учебного материала. Только таким путем математика превратится в глазах учащегося из какого-то, может быть, и весьма полезного, но омертвевшего логического монумента в непрерывно развивающееся и живущее полной жизнью познание окружающего нас материального мира с точки зрения меры и числа* [101, с. 56].

Голубев-педагог

Преподавать математику Владимир Васильевич Голубев, как уже отмечалось, начал еще в студенческие годы. После окончания университета в частном коммерческом училище А.Л. Плестерера он вел занятия в пятом, шестом и седьмом классах (всего 12 часов в неделю).

---

[7] На этот счет существовало и другое мнение [212].

Это было учреждение замечательное! Почти все ученики были уволены из других школ и прошли, как говорится, огонь, воду и медные трубы. В младших классах учеников было очень мало, но по мере того, как с повышением класса число уволенных в других школах увеличивалось, возрастало и число учеников у Плестерера, в VI и VII классах было человек по 40, а в пятом – человек 25, зато в I и II было человек по 7. Народ, конечно, был отчаянный, а, в довершение всего, мой предшественник, Александр Львович Летник, милейший человек, но плохой преподаватель, их совершенно распустил; как оказалось, по совету Ф.С. Коробкина, я и был приглашен для укрепления дисциплины и наведения порядка. Кто-то сказал, что если бы маятник в часах знал, сколько раз ему придется качнуться, то он бы в ужасе остановился. Вероятно, если бы я знал, с какою публикою мне придется иметь дело у Плестерера, то я растерялся бы и у меня ничего бы не вышло. К счастью, я этого ничего не знал, училище считал обычною школою, вроде первой гимназии, в которой я учился, учеников – обычными средних способностей учениками, а потому к делу приступил серьезно, действовал решительно и смело, без поблажек, и это меня спасло.

Наибольшую трудность в такой школе представлял вопрос о дисциплине. Неопытные преподаватели и напирают главным образом на дисциплину, и из этого ничего не выходит; между тем, все дело состоит в том, чтобы так организовать учебу, чтобы никому не оставалось времени на баловство, чтобы все время было занято непрерывною работою; тогда и дисциплина будет на высоте. В те времена я, конечно, такими методическими вопросами не занимался; действовал только по интуиции и по приобретенному ранее опыту. С первого раза начал задавать уроки, достаточно свирепо спрашивал, без всяких колебаний лепил за плохие ответы "двойки" и "единицы", а главное, вел дело темпом достаточно напряженным. В старшем классе, где сидели солидные дяди, я действовал по-другому: относился к ним вежливо, как к взрослым сознательным людям, и это производило впечатление – ведь не могут же солидные джентльмены ходить на голове! В общем, дело пошло более или менее благополучно [145, с. 739–740].

В конце первой четверти Голубев выставил огромное количество неудовлетворительных отметок. В шестом классе, где оказалось 70% "двоек" и "единиц", это вызвало бурю возмущения – занимаясь в соседнем классе, Голубев через дверь слышал возгласы: "Бить математика!" На большой перемене в учительскую зашел один из учеников шестого класса и пригласил Владимира Васильевича прийти в аудиторию для объяснений.

Когда я пришел в класс, там была полная растерянность. Звать-то меня звали, но, очевидно, не ожидали, что я так сразу и приду. Я взошел на кафедру. "Я слушаю вас", – говорю я. Молчание. Тогда я *несколько иронично говорю: "Но ведь вы же вызывали меня. Говорите, в чем дело!" Из разных углов класса послышались нестройные возгласы: "Очень трудно, Владимир Васильевич! Что же это? Все "двойки" и "единицы"! Мы не можем так! Надо повысить отметки." Я спокойно слушал, стоя на кафедре. Послушав немного все эти ламентации, я поднял руку. Наступила тишина. "Господа, – сказал я. – Я о вас лучшего мнения, чем вы сами. Вы что же, считаете себя какими-то старыми немощными богаделками, которые ни на что не способны, сами ничего сделать не могут и нуждаются только во всяческих снисхождениях и послаблениях? Я думаю о вас гораздо лучше. Я уверен, что все вы можете совершенно благополучно заниматься. Если я вам ставлю "двойки", так потому, что уверен – подтянетесь и эти "двойки" сами собою исчезнут"... Говорил я минут десять. Перемена окончилась. Я сошел с кафедры и вышел из класса под громкие аплодисменты* [145, с. 757]!

В это время за дверью в коридоре директор училища Артур Людвигович в беспокойстве ждал, не начнут ли в самом деле бить Голубева его ученики. Он был поражен, что Владимир Васильевич избежал скандала, не повышая отметок и не прибегая к посторонней помощи. С тех пор директор уверовал в педагогический талант Голубева и никогда не вмешивался в его работу.

Я не помню сейчас, были ли какие-нибудь осложнения в дальнейшем в отношениях моих с учащимися. По-видимому, не было. Должно быть, на учеников мое решительное, смелое и открытое поведение, совершенная искренность, отсутствие какой-нибудь политики, честность и прямота произвели впечатление. Если и бывало что-нибудь в дальнейшем, так это были обычные шалости, иногда очень надоедливые, но совершенно не серьезные.

Вообще в своих отношениях с моими учениками я старался быть подчеркнуто справедливым; всякий ответ, независимо от поведения, я старался оценить по справедливости. Помню, в десятой гимназии в пятом классе за какой-то ответ одному из учеников я поставил "три"; ответ больше и не заслуживал, понимания большего не было, ученик был слабый, лентяй и баловник, но на память, действительно, ответил с внешней стороны бойко. И ему самому, и классу показалось, что я поставил отметку неправильно, слишком строго. Это было досадно; мне хотелось, чтобы класс видел, что я ставлю отметки совершенно справедливо, невзирая на лица, что за поведение, за баловство я оценки ответа не снижаю. Урока через два я его вызвал опять. Он не ожидал вызова, урок приготовил плохо, отвечал неважно, хотя и видно было, что дома материал кое-как проработал. При желании можно было бы его в чем-нибудь припереть и поставить "двойку" – это было ясно всему классу. Я этого не сделал; я его спросил спокойно, помог ему в тех местах, где он начинал запутываться и поставил за ответ "тройку", но с нравоучением:

"Вы были недовольны моей отметкою, – сказал я: – Но разве Вы знаете больше, чем на "три"? [145, с. 758–759].

В десятой гимназии на Якиманке Голубев взял 10 уроков в неделю на три месяца, заменив заболевшего И.Ф. Слудского. Но, как вспоминал Владимир Васильевич, большим авторитетом у учеников гимназии он не пользовался, возможно, из-за того, что был "временным". *Особенно малым успехом я пользовался во втором классе; там малыши меня не ставили ни в грош. Любопытно, что за всю мою долгую педагогическую практику я преподавал единственный раз в младших классах и, кажется, это был единственный в моей жизни явный неуспех как преподавателя. Может быть, это происходило по моей неопытности, так как с маленькими я никогда не занимался, все мои ученики были более взрослые. Во всяком случае, факт остается фактом: единственный раз в жизни я обучал в младших классах, и этот единственный опыт был неудачен. Еле-еле можно было назвать мое преподавание удовлетворительным: преподаванием моим малыши заинтересованы не были и меня не слушались* [145, с. 751].

Первые шаги на преподавательском поприще оставили яркие впечатления и надолго сохранились в памяти Голубева, особенно работа в училище Плестерера, где *преподавание походило временами на укрощение диких зверей* [145, с. 754]. Начинающему педагогу всегда непросто наладить дисциплину, увлечь учеников. *Самое сложное в этих делах то, что тут крайне трудно давать какие-нибудь советы: одно и то же мероприятие у одного учителя дает один результат, а у другого – нечто совсем иное. Каждому приходится вырабатывать технику преподавания самому* [145, с. 760].

Наименьшего нервного напряжения требовало от Голубева преподавание в частной женской гимназии М.Г. Брюхоненко на Малой Кисловке. *Девицы вели там себя относительно скромно и тихо; сам я арифметику давно забыл и потому преподавал тройные правила и решал задачи из "Шапошникова и Вальцева"*[8] *не без интереса для себя. С девицами поступал строго; как-то я заметил, что одна из них – Петрова – не всегда готовит уроки, и потому, к изумлению всего класса, спрашивал ее месяца два каждый урок* [145, с. 750].

Приведем отрывок из "Воспоминаний" Анастасии Цветаевой, которая училась в гимназии на Малой Кисловке, когда там преподавал Голубев: "...запомнился математик. Владимир Васильевич Голубев. Молодой, безбородый, безусый, очень высокий и очень худой, такой тонкий в своем вицмундире, что сгодился бы Гофману в его сказки. Он был язвителен, очень бледен, и темные глаза под очками были бы и красивы, если бы не были – как нам по молодости казалось – злы. Что он любит одну алгебру и геометрию и в их очки смотрит на мир и на нас – было ясно. Он был беспощаден, полон иронии. Изысканно

[8] *Шапошников Н.А., Вальцев Н.К.* Сборник алгебраических задач. 20-е изд. М.: Типография русского товарищества, 1914. 191 с.

вежлив. Эта изысканность убивала. Он излагал теорему, будто вел резец по серебру или меди, – и насмешливо ждал вопросов. Их не следовало. Кто лишь пытался успеть за полетом его блистательной логики, кто, скромней, не пускался в этот опасный путь, – и в мучительную тишину падал звук его голоса, и было сколько-то в нем – грусти, усталости и одиночества среди нас" [235, с. 346].

Пройдут десятилетия, заполненные научной и педагогической работой Голубева в вузе; другим будет контингент его слушателей, другим станет и сам Владимир Васильевич: студентам 40-х гг. он не казался ни очень высоким, ни очень худым, глаза его не были злыми. В них порой мелькали лукавые, иронические искорки – это могло вызвать трепет и боязнь оказаться перед ним не на должной высоте, но не страх и отчужденность к математике. Однако в приведенной выше зарисовке точно схвачены А.И. Цветаевой отличительные черты Голубева-преподавателя: филигранность и четкость его математических выкладок, тишина на лекциях. Эта тишина означала уже не вакуум одиночества лектора, а напряженную работу мысли слушателей, внимание и интерес.

"Каждый, кто имел возможность слушать лекции Владимира Васильевича, согласится, что это был совершенно исключительный лектор, артист в самом высоком смысле слова. Лекции Владимира Васильевича отличались глубиной, безупречной логикой и планом. Но самым замечательным было исключительное умение держать в напряжении аудиторию. На его лекции невозможно было отвлечься. В 1934 г. Владимир Васильевич читал курс "Анализ III" на механико-математическом факультете МГУ. Расписание было очень неудачным; это были 7-е и 8-е часы после напряженного лекционного дня. Уже на предшествующих лекциях чувствовались усталость и рассеянное внимание. Но на лекциях Голубева каждый как бы обретал второе дыхание и внимание было полным. Впечатления от этих лекций остаются яркими даже через сорок лет.

Остается сожалеть, что техника того времени, а возможно, и непонимание важности этого, не позволили записать эти лекции. Эти записи сейчас могли бы много дать молодым преподавателям наряду с большим вкладом, оставленным Владимиром Васильевичем в его работах и книгах", – считал один из учеников и последователей В.В. Голубева, возглавивший после его смерти кафедру аэромеханики Московского университета, академик Г.И. Петров [157, с. 1].

Речь Владимира Васильевича была выразительной, сопровождалась жестами, мимикой, соответствующей интонацией. Неожиданно поставленный вопрос обращал внимание слушателей на наиболее важный момент в рассматриваемой теме. Голубев стремился дать ясную и четкую картину основных результатов и методов, ключевых идей, лежащих в основе того или иного раздела изучаемой науки. На этом принципе строились его лекции[9]. Владимир Васильевич постоянно

---

[9] Программы курсов Голубева "Теория крыла", "Теория винта" и темы руководимых им дипломных работ даны в [220, с. 107–109].

использовал в механических задачах аппарат теории функций комплексного переменного и учил этому студентов.

Летчик-космонавт В. Комаров осветил, пожалуй, наиболее важную сторону деятельности Голубева-педагога. Вспоминая лекции по математике, прослушанные в Военно-воздушной инженерной академии, он писал, что профессор, генерал-майор инженерно-технической службы В.В. Голубев "...не только учил, но и воспитывал. На всю жизнь запомнились слова: "Всегда объяснять надо просто и доходчиво". Сам он проводил занятия очень живо, интересно и уплотненно. Многие, прочитав это о Владимире Васильевиче, скажут: "Как может математик воспитывать?". Да, воспитывал и воспитывал замечательно. Мы безмерно любили математику. В процессе овладения математикой вырабатывались наблюдательность и внимательность, пытливость и любознательность, логика, настойчивость и умение, терпение и труд, устанавливалась взаимосвязь явлений. И не менее важное значение математики состоит в том, что она приучает человека использовать только объективные и достоверные факты. Если сделаешь ошибочную предпосылку, то не получишь правильного решения...

И бесконечно прав был Владимир Васильевич, который нам неоднократно говорил, что математическая логика и сложные расчеты наиболее точно могут выразить гимн человеческому гению. Нужно только уметь связывать математику с другими науками: физикой, химией, биологией и другими. Это подтверждается нашими блистательными победами по завоеванию космоса" [157, с. 3].

В воспоминаниях Б.В. Гнеденко зримо воссоздается неповторимая индивидуальность Владимира Васильевича: "Голубев обладал поистине артистической натурой, ему была свойственна даже некоторая театральность. Ростом выше среднего, стройный, всегда подтянутый, он любил тонкую шутку, иронию, не делая при этом исключения и для самого себя. Умел облекать сказанное в необычную, а потому легко запоминающуюся форму. Само собой разумеется, что мы, молодые студенты, очень скоро оказались под влиянием этой обаятельной личности. Мы стремились подражать Владимиру Васильевичу во всем. И незаметно для себя извлекали пользу, перенимая точность, краткость и выразительность формулировок нашего кумира; старались получше осмыслить сказанное им, пытались понять, в чем сила, доходчивость и красота его речи. В определенной мере увлечение личностью В.В. Голубева помогло формировать нам собственный характер, отношение к делу. В нашем сознании поднималось значение слова. На собственном примере мы убеждались в том, что удачно выраженная творческая мысль способна зажигать сердца" [161, с. 186].

Таким образом, студенты воспринимали не только лекторскую, но и педагогическую манеру Голубева, учились у него и математике, и искусству общения с людьми. Б.В. Гнеденко, ставший уже в 30-е гг. одним из популярных педагогов-математиков Московского университета, отмечал, что многие его однокурсники, учившиеся вместе с ним у Голубева в Саратовском университете, сами стали вскоре прекрасными педагогами [161, с. 185]. Конечно, педагогическое мастерство так же преемственно, как и мастерство артиста, музыканта, ученого и т.п. Школа играет значительную роль и в выработке методов преподавания, чтения лекций, работы с учащимися. Нетрудно проследить, чьим последователем и в какой мере был в преподавании сам Голубев. В речи на своем семидесятилетнем юбилее Владимир Васильевич вспоминал замечательных учителей, повлиявших на формирование его научных и педагогических принципов. Высказывания, касающиеся университетских лекторов, являются одновременно обобщением размышлений Голубева о преподавательской деятельности. Очень высоко он оценивал лекции Б.К. Млодзеевского:

Болеслав Корнельевич был великий мастер преподавания. Мне за долгие годы жизни выпало удовольствие слышать лекции самых разнообразных ученых, учителей, педагогов и у нас, и за рубежом. Я слышал лекции многих математиков, которые со славой вошли в историю науки: Анри Пуанкаре, Пенлеве, Пикара, Бореля, Лебега, Дарбу, Гильберта, Адамара, Гурса, Каратеодори, Германа Вейля... И должен сказать, что такой художественности и такого мастерства, которое было в преподавании Болеслава Корнельевича, я никогда и нигде не слышал.

Были разные лекторы. Плохо читал Пенлеве. По-делячески читал Гурса. Читал художественно Дарбу, с видом спокойного, старого детского доктора. До известной степени к Б.К. Млодзеевскому приближался в молодые годы Адамар. Слышал я лекции блестящего Эмиля Пикара, который в свои выступления на кафедре вносил что-то от духа парижского boulevardier. Я слышал лекции многих ученых, но они не были такими художественными произведениями, как лекции Млодзеевского, особенно когда он был в ударе.

Недавно, читая письма Чехова, я понял, что, собственно, давали лекции Млодзеевского. В одном из своих писем Чехов вспоминает своего учителя – профессора Захарьина, всемирно известного московского врача, по случаю того, что вышел печатный курс его лекций. Чехов пишет (письмо А.С. Суворину 27.XI.1889 г.)[10]*: "Вышли лекции Захарьина. Я купил и прочел. Увы! Есть либретто, но нет оперы. Нет той музыки, которую я слышал, когда был студентом". В лекциях Болеслава Корнельевича полнозвучно звучало не либретто, а опера. Это было делом великого таланта и великого мастерства.*

Я думаю, кто слушал лекции Млодзеевского, тот никогда не заменит в преподавании музыку живого человеческого слова на бездушное либретто и его не соблазнят никакие лабораторно-бригадные методы, дальтон-планы и другие наивно невежественные педагогические измышления.

---

[10] *Чехов А.П.* Полн. собр. соч. и писем. Письма. Т. 3. М.: Наука, 1976. С. 295.

Можно по-разному относиться к ораторским талантам математиков, механиков, физиков, естественников, медиков. Несомненно, что большинство математиков, таких как Пуанкаре, Гильберт, Дарбу, читали лекции хорошо, ясно, четко, но без каких-либо ораторских талантов. Здесь глубина содержания перекрывала искусство изложения. Многие вообще считают, что искусство изложения ученым ни к чему, что краснобайство только отвлекает внимание.

Я все-таки склонен смотреть на это, как в свое время смотрел А.П. Чехов. Правда, он говорил не о чтении лекций, а о сочинении научных трудов, но это, конечно, дело очень близкое. Вот его подлинные слова: "Наши г.г. геологи, ихтиологи, зоологи и проч. ужасно необразованные люди. Пишут таким суконным языком, что не только скучно читать, но даже временами приходится фразы переделывать, чтобы понять. Но зато важности хоть отбавляй. В сущности, это свинство" (письмо А.С. Суворину, 28.XI.1890 г.)[11]

Или вот еще: "Особенно паршиво пишет молодежь. Неясно, холодно, косноязычно, точно холодный в гробу лежит". Про Б.К. Млодзеевского никак не скажешь, что "читал холодный, как в гробу лежал" Наоборот, все было живо, интересно. Это было не чтение пономаря, это было вдохновенное исполнение виртуозом партитуры гениального композитора... Яркие лекции Млодзеевского, невольно, своей, так сказать, обстановкой, тембром передавали настроение творческой радости в науке.

Конечно, бывали и промахи, как у каждого лектора. Я вспоминаю некоторые лекции, когда концы с концами не сразу сходились, требовались некоторые усилия. Но причиной этих промахов было радостное чуство, увлечение Болеслава Корнельевича театром и музыкой, которое в моих глазах, делает честь моему учителю. Лекции Болеслава Корнельевича были первым, самым ярким и запоминающимся впечатлением от университета.

Другое яркое впечатление я сохранил от лекций физика Николая Алексеевича Умова. Николай Алексеевич не был при жизни полностью оценен. Так часто бывает. Некоторые идеи, свившие прочное гнездо в науке, как-то невольно заставляют думать, что мы в этой области все знаем, и потому новые идеи, резко расходящиеся с привычными научными традициями, встречаются "в штыки". Грандиозный пример этого – наш знаменитый ученый Лобачевский. Труды Умова по движению энергии в телах были настолько непривычны в то время, насколько они стали ясными и понятными теперь. Мы можем задним числом только пожалеть, что тратилось много и усилий и нервов у самого Николая Алексеевича на борьбу за эти новые идеи. И это для меня всегда служило предостережением – не

---

[11] Здесь неточность: цитируется письмо от 28 февраля 1890 г. См. *Чехов А.П.* Полн. собр. соч. Т. 4. М.: Наука, 1962. С. 27.

брать сразу "в штыки" то, что мне кажется диким и непривычным.

Из лекций Николая Алексеевича мы вынесли нечто иное. Он читал лекции так, как, вероятно, читал свои оды Державин... Это было что-то величаво-торжественное. Это была не скороговорка с желанием поскорее изложить материал и считать его пройденным. Нет, это, я сказал бы, было некоторое торжественное действие, и эта торжественность передавалась нам.

Лекции Николая Алекссевича настраивали нас так, что мы понимали, что в науке должны быть и всегда будут споры. Но эти споры не есть соревнование с целью во что бы то ни стало добиться своего, на манер американского бокса, где для достижения первенства можно вырвать волосы, оторвать ухо и откусить нос. "Физические оды" Умова вели молодежь совсем в другую сторону.

Впрочем, предприимчивая молодежь с психологией американских спортсменов и не шла в университет. Ее привлекали в те времена училища правоведения и императорские лицеи, откуда на чьих-нибудь хвостах она вылезала прямо в губернаторы, а затем грызла друг друга.

Лекции Умова учили нас, что научные споры должны носить всегда высоконаучно-принципиальный характер. Они настраивали нас на высокий тон, и за это ему большое спасибо [107, с. 176–178].

К перечисленным выше профессорам я должен добавить еще остроумнейшего лектора, нашего астронома Витольда Карловича Церасского. Я вспоминаю, как на лекции об астероидах или о движении Луны Витольд Карлович вдруг вытаскивает из заднего кармана темно-синего со светлыми пуговицами форменного фрака записку и после предисловия: "Ну, а теперь мы послушаем, что об этом говорят философы (он даже несколько ехидно произносил "филозофы"), да не какие-нибудь захудалые, доморощенные, а сам "великий Шопенгауэр" или какая-нибудь другая идеалистическая знаменитость". А дальше следовало чтение невежественного с точки зрения материалистического естествознания утверждения, например, такого, что наблюдение звезд на небе так же мало интересно для истинного философа, как наблюдение сыпи на теле собаки.

Я уже говорил о силе привычных традиций. Я могу сравнить их с привычным старым пиджаком, облегающим нас, удобным для ношения. И ворот в этом пиджаке, может быть, немножко засалился, и рукава потерлись, а все-таки это самое милое и приятное одеяние. Так и у нас, ученых, такое одеяние есть. Из-за него один трепещет, как бы где-нибудь не прослыть, что он не обладает совершенно безошибочной интуицией, другой опасается, как бы не потерять приоритет и т.д., и т.п.

И вот в этом отношении самым, может быть, блестящим из *моих учителей, давшим мне многочисленные уроки того, как нужно работать в науке, был мой незабвенный учитель, которого, каюсь, я в университете слушал мало, а понимал еще меньше. Это был знаменитый Николай Егорович Жуковский...*

Я в с воей жизни не видел человека, который на первый взгляд с такой беззаботностью относился к тому, правильно он делает или неправильно, ошибается он или нет. Его блестящая интуиция, конечно, способствовала тому, что он почти всегда поступал правильно. Тем не менее и ему были свойственны ошибки, но они его ни в какой мере не обескураживали.

Я недавно читал биографию крупнейшего русского ученого, написанную одним моим другом, товарищем по Московскому университету, где описывается такая вещь. Ученый ошибся, (что, впрочем, немудрено, потому что мы все ошибаемся от времени до времени) и вместо того, чтобы печатать дальше в этой области свои исследования, исправив ошибку, он прекратил печатанье этих чрезвычайно ценных работ[12].

Я еще вспоминаю книжку, которую недавно читал, как один поэт, совсем недавно достаточно известный, хотел поступить на математический факультет, потому что считал себя математиком и не поступал только потому, что на выпускном экзамене в школе запутался на теореме Птолемея и вместо пяти, как он был уверен, получил четыре. Что можно об этом сказать? Выходит так: он свой личный успех любил более, чем науку. Вот этого никогда не было с нашим дорогим учителем Николаем Егоровичем Жуковским. Он свой личный успех ценил весьма мало, но науку он ценил очень высоко... [107, с. 180].

Отметим, что в преподавательской деятельности Голубева и Жуковского есть немаловажный общий момент – работа в средней школе. В очерке, посвященном жизни и творчеству Жуковского, Голубев писал: *Высшая школа не учит и не может научить своих работников методам преподавания; можно было бы назвать большое число крупнейших ученых, которые в то же время являлись очень слабыми преподавателями. Как остроумно заметил известный русский педагог К.Д. Ушинский, вся методика чтения лекций в университете может быть выражена в двух словах: "Знай хорошо свой предмет и излагай его ясно" Однако это второе требование, ясность изложения – большое и сложное искусство, которое постигается далеко не сразу. И вот, работа в средней школе и дает возможность овладеть этим немаловажным для профессора искусством* [42, с. 830]. Часто повторяя девиз Жуковского – что ясно мыслится, то ясно излагается, – Голубев мастерски умел воплощать его в своих лекциях.

Анализируя влияние университетского преподавания на формиро-

[12] Речь идет о П.Л. Чебышеве.

вание своего научного мировоззрения, Голубев подчеркивал общую черту прослушанных лекций: *То, что нам в основных курсах читали не очень много, но основательно, я считаю большим достижением. Погоня за "последним словом в науке", когда лектор не столько учит, сколько хочет показать, какой он умный и ученый, и как он знает и понимает современную науку, и как он современен и смеется над устаревшими идеями, приводит в молодых и легкомысленных головах к наивному верхоглядству и ничем не оправданному пренебрежению к классическим достижениям в науке и часто к полному непониманию действительного положения дел в той или иной научной области* [145, с. 722]. Поэтому основным принципом подготовки лекционного курса был для Голубева критический отбор самого необходимого материала.

Развитию творческой индивидуальности может способствовать и сама организация учебного процесса в вузе – если студенты меньше заняты обязательными лекциями и занятиями, они имеют больше времени и сил для размышлений: *Стремление, чтобы студенты "все знали" является вредным и бессмысленным. В науке нужно, чтобы все, что укладывается в голове, укладывалось медленно и, главное, чтобы обо всем можно было не спеша подумать* [145, с. 722].

Будучи деканом механико-математического факультета Московского университета, Голубев стремился там в первую очередь улучшить преподавание. Но не сразу и не все удавалось осуществить в полной мере. Например, весной 1946 г. на факультете проводилась научно-методическая конференция, основной задачей которой был пересмотр учебных планов с целью сокращения часов обязательной учебной нагрузки студентов, что дало бы возможность большее время уделять самостоятельной работе в лабораториях, кабинетах, библиотеках. В рукописи [128], написанной в январе 1948 г., Голубев подводит итоги работы, проделанной на факультете по выработанным на конференции рекомендациям совета факультета. Среди других предложений конференции было высказано пожелание о сокращении числа обязательных часов лекций и практических занятий за счет развития факультативных и необязательных курсов по предметам, определяющим специальность учащихся, и о резком сокращении числа экзаменов.

Существенную помеху в выполнении такого предложения представляла система оплаты преподавателей, предусматривающая большую учебную нагрузку. Поэтому всякая кафедра, заинтересованная в сохранении нужного для ее нормальной работы квалифицированного персонала, вольно или невольно стремилась к раздуванию числа обязательных учебных часов.

В целом надо сказать, что вопросы методики преподавания, проблемы учебной работы занимали в деятельности Голубева большое место. Владимир Васильевич считал, что нельзя мириться с существующим отношением к преподаванию в высшей школе как к второстепенному и неважному делу. Он писал, что упорная и настойчивая работа с учащимися создает основу всякой научной работы в высшей школе. *Является весьма вредным заблуждением пренебрежительное отношение к преподавательской работе. К сожалению, такое отношение можно совсем нередко встретить. Мы сплошь и рядом встречаем случаи, когда заведующие кафедрой, то есть преподаватели наиболее авторитетные и знающие, уклоняются от чтения основных курсов, передоверяя это дело своим часто начинающим и неопытным помощникам, а себе оставляют только преподавание какой-нибудь узкой области, связанной непосредственно с проводимою ими исследовательскою работою. Еще недавно можно было встретить и такие случаи, когда профессор вообще уклонялся от чтения лекций, а только "руководил, организовывал и распределял" работу среди своих сотрудников, выступая уже в роли не учителя, а какого-то диспетчера* [127, с. 3].

Конечно, не каждому дано быть блестящим лектором. *Бывают два типа профессоров. Для одних аудитория, слушатели – это необходимое условие для вдохновения. Такого профессора слушатели возбуждают и поднимают; для аудитории такой лектор дает лучшее, что может дать. Чтение лекций – это праздник, возбуждение, необходимая потребность. Таков, например, был Болеслав Корнельевич Млодзеевский; когда он читал курс, он пел, как соловей. И были другие профессора, для которых чтение лекций был тяжкий и нудный труд, время, потерянное для научной работы. Таков был, например, знаменитый московский физик Лебедев. Я сам его не слушал, но от своих товарищей слышал, как он читал. Это была мука для него; язык еле ворочался, каждые пять минут он смотрел на часы, скоро ли кончится это нудное для него и, конечно, для его слушателей занятие. Чаплыгин тоже принадлежал к этой категории. Необычайно скучно, сухо и неинтересно читал он курс механики системы. Тут не было никакого воодушевления, никаких глубоких и общих точек зрения; все было сухо, формально правильно и неинтересно. Таков же был и напечатанный им курс лекций.*

Возможно, что объяснение этому надо искать в том, что Чаплыгин обладал совершенно исключительной и при этом чисто аналитической интуицией. По-видимому, решение вопроса представлялось ему в виде совершенно законченной формулы и, естественно, что объяснять и доказывать то, что для него самого было интуитивно ясно, было чрезвычайно скучно и неинтересно [145, с. 686–687].

Как бы то ни было, но основателями научных школ становятся ученые обоих типов. Будучи приверженцем яркого вдохновляющего преподавания, Голубев понимал, что для воспитания молодых ученых не это является самым важным. Рассматривая методы занятий с аспирантами в университете, он анализировал исключительное влияние на учеников таких замечательных ученых, как П.Н. Лебедев, Н.Е. Жуковский, академик Н.Н. Лузин. *П.Н. Лебедев сам все время неот-*

ступно вел научную работу, которая была основным содержанием его жизни; и это непрерывное занятие наукой, непрерывное искание научной истины невольно заражало всех, кто работал около него. Работать в лаборатории Лебедева, это значило отдать этой работе все свои силы, все свое время. Лаборатория была открыта целый день и целый день в ней работали ученики Лебедева, студенты старших курсов, оставленные при университете, его ассистенты и лаборанты. И среди них изо дня в день напряженно и настойчиво работает сам П.Н. Лебедев и среди своей собственной научной работы он непрерывно следит за каждым своим учеником. Нельзя было не работать у такого руководителя, когда он непрерывно следит за работой, радуется научным успехам и вовремя подбодрит, а иногда и поможет в затруднениях [127, с. 20].

Примеры научных школ Н.Е. Жуковского и Н.Н. Лузина приводили Владимира Васильевича Голубева к выводу о том, что *основным фактором, определяющим успех подготовки аспиранта, является непосредственное воздействие на него его научного руководителя. Если научный руководитель своим примером, своим энтузиазмом научного искания, своим научным опытом сумеет захватить и увлечь аспиранта, тогда успех подготовки аспиранта обеспечен: из него выйдет ученый. Но с другой стороны, это воздействие не может быть заменено никакими чисто механическими воздействиями и, в первую очередь, планированием работы, так называемым, индивидуальным планом аспиранта* [127, с. 22]. Голубев писал, что, конечно, индивидуальный план необходим как удобное мерило проделанной работы аспиранта, как вообще необходима плановость и порядок во всякой работе. Но, к сожалению, иногда индивидуальный план из вспомогательного фактора в подготовке аспиранта превращается в главный и единственный критерий успешности этой подготовки. Конечно, основным является совершенно другое.

Основной целью, которую мы должны преследовать в подготовке аспиранта, должно быть – добиться такого положения, при котором для аспиранта научная работа является основным его делом, основным содержанием его жизни. Если аспирант смотрит на научную работу так: отсидел 6 или 8 часов, а потом все научные интересы и вопросы снял с себя и повесил на гвоздь, как рабочий халат, до следующего посещения института, то из него никакого ученого не выйдет. Основным является то, что аспирант упорно и непрерывно должен размышлять над научным вопросом... Для ученого его научная работа – это, как зубная боль, научная мысль непрерывно сидит где-то в голове. От нее и рад бы другой раз избавиться, забыть ее, но не можешь, потому что мысль непрерывно возвращается к вопросу, над которым работаешь, как рад бы был позабыть о зубной боли, но не можешь, потому что она о себе непрерыно напоминает. Если руководителю удалось добиться того, что мысль *о научном вопросе стала для аспиранта неотвязною мыслью, от которой он не может отделаться, пока не выяснит вопрос до конца, – руководитель достиг цели: из его аспиранта выйдет научный работник. Он будет работать в лаборатории или за письменным столом, или пойдет со знакомою барышнею в театр – все равно где-то в подсознании у него неотступно будет сидеть мысль о научном вопросе: это значит, что он действительно вошел во вкус научного исследования. Если этого нет, то наша цель не достигнута: нельзя быть ученым, если с принуждением заставлять себя возвращаться к размышлению над научным вопросом. Для ученого наука должна быть необходимою потребностью жизни* [127, с. 24–25].

Владимир Васильевич был внимательным и чутким научным руководителем, пропагандировал работы своих учеников, часто излагая их результаты в монографиях и на лекциях. Он всегда был рад новым научным изысканиям молодежи и поддерживал их, не наставивая в то же время на каких-либо канонах творчества, давая простор самостоятельной мысли молодого ученого. В этом проявлялись своеобразные взгляды Голубева на принципы взаимоотношений ученика и учителя. Вспоминая многочисленных учителей, он не выделял кого-либо в качестве главного своего наставника, говорил, что никогда не был ничьим "любимым учеником": *Очевидно, было что-то такое в моем характере, что ставило меня в положение того Кота в известном рассказе Киплинга, который всегда шел "сам по себе". Каждый человек ищет какие-нибудь оправдания своим поступкам. Так и я склонен искать, если не оправдания, то объяснения такой не очень приятной черте моего характера.*

Мне всегда казалось, что прогресс знания и культуры идет не столько за счет усвоения большого, беспорядочного материала протекающих явлений и фактов, но главным образом за счет устранения бесчисленных, беспорядочных, общепринятых, ходячих, но ни на чем не основанных носимых нами утверждений, которые мы и должны как меру хаоса и беспорядка, подобно объектам с большой энтропией, усваивать со знаком минус.

Каждый хороший учитель должен фанатически верить в обсолютную правильность своих утверждений, так как иначе он не убедит в этом своих учеников. Но каждый учитель принадлежит известной эпохе и несет не только правильные идеи, ведущие вперед наши знания и науку, но он одновременно является рабом тех предрассудков и заблуждений, которые он внушает своим ученикам, если обладает среди них подавляющим авторитетом.

Естественно, что при таком положении дел я не мог безоговорочно сам идти за своим учителем, но в отместку и сам я не мог безоговорочно вести за собой своих учеников. Мне кажется, что самый разительный пример научного и вполне критического подхода к изучаемым вещам дал мне один старый печник, который в

Саратове клал печь в моей квартире. Я внимательно следил за тем, как он выводит ходы в печи, требовал от него объяснений по конструкции печи. Он мне все подробно объяснил, и в конце концов я, как мне казалось, все понял и со всем согласился. И когда он меня во всем убедил, то в заключение сказал: "А впрочем, может быть, все это и не так: я ведь не сидел сам в трубе!" Ученым, создающим теории, не мешает в некоторой дозе обладать здравым скептицизмом этого мудрого печника [107, с. 179].

Вероятно, на формирование таких взглядов оказал влияние Д.Ф. Егоров. Вспоминая о своей научной работе на третьем курсе университета, Голубев писал: *Интересно, как руководил мною Егоров. Он не наметил ни области работы, ни темы. Но когда я сам набрел на интересную область, он помог мне указанием литературы и в общем показал, какие можно здесь ставить вопросы; окончательную тему мне опять пришлось выбрать самому, Егоров ее только одобрил. И в дальнейшем Егоров никаких детальных указаний и помощи не давал, предоставлял все это сделать самому, но дополнительную литературу указывал. Думаю, что такое руководство наиболее правильно в университете, где, конечно, всячески надо развивать самостоятельность, инициативу и настойчивость в преодолении встречающихся в работе затруднений* [145, с. 689].

Но всегда ли самая чуткая работа руководителя с начинающим ученым оказывается эффективной в дальнейшем? Интересно выяснить, насколько мощным является "начальный импульс" вовлечения в научную работу, получаемый в аспирантуре. Одним из показателей этого может служить процент окончивших аспирантуру и позднее защитивших докторские диссертации. 10% – таков этот показатель по НИИ механики МГУ, приводимый Голубевым в докладе [127]. Одна из причин прекращения научной работы заключается в том, что не выработана в аспирантуре привычка к самостоятельной научной работе. Но есть и другие причины. Владимир Васильевич писал, что окончивший аспирантуру и попавший на преподавательскую работу в вуз оказывается в неблагоприятных условиях для продолжения научной работы. Начинающий преподаватель получает, как правило, чудовищную нагрузку (часто более 700 часов в год). Необходимость домашней подготовки к большому количеству разнообразных предметов приводит к тому, что преподаватель либо бросает научную работу, либо начинает халатно относиться к преподаванию. Овладение читаемыми курсами требует трех–четырех лет, а за это время начинающий преподаватель может полностью вырваться из круга научных интересов.

В провинциальных вузах зачастую нет достаточной библиотеки и нет специалистов в той же области науки, общение с которыми поднимало бы общий тонус научных интересов. Владимир Васильевич вспоминал: *Одно время было общее положение, согласно которому, каждый, проработавший в вузе три года, получал годичную научную* *командировку с полным сохранением содержания. Это имело очень большое значение в смысле привлечения преподавателей в провинцию; я сам с большой для себя пользой проработал достаточно долго в провинции и перспектива получить после трех лет годичную (и заграничную, как тогда предполагалось) командировку сыграла для меня решающую роль в решении поехать на работу из Москвы в провинцию* [127, с. 28].

Позднее подобную роль стала играть докторантура. Однако она не вполне решает, по мнению Голубева, вопрос о научном росте молодых ученых. В докторантуре, как и в аспирантуре, подготовка идет при содействии руководителей, научный работник не является самостоятельным исследователем. Возникает вопрос, когда же он им станет? Кроме того, командировка в докторантуру – привилегия, а не право всякого начинающего ученого. Ректорату вуза невыгодно отпускать на два года преподавателя, имеющего учебную нагрузку. Так же трудно получить командировку на 1–2 месяца в крупный научный центр. Владимир Васильевич по этому поводу отмечал: *Для привлечения научных работников в провинцию вопрос о научных командировках нельзя предоставлять самотеку; это должно быть не привилегией, а правом всякого начинающего ученого* [127, с. 29][13].

Нельзя сказать, что сейчас это стало правом всякого (тем более начинающего) ученого. Многие отмечают чрезмерную бюрократизацию оформления научных командировок – прежде всего зарубежных или длительных. Недостаточно пока налажено обеспечение научной информацией и литературой "в провинции". Однако были, есть и будут молодые ученые, которые продолжают активную научную деятельность в разных частях страны. Стремление к науке дает жизни особый смысл, одухотворяет ее.

В романе Чернышевского "Что делать?" в третьем сне Вера Павловна видит, что в полях работают и "почти все поют". Такие вещи, конечно, можно видеть только во сне, потому что всякая работа требует не только пения, но и больших усилий, большого напряжения, большого приложения творческих способностей. Но в этом сне есть одна глубокая и важная идея. В библейских сказаниях говорится, что труд – это проклятие, наказание. Если встать на эту точку зрения, то, естественно, от труда, как от всякого наказания, надо стараться уклониться. Мы смотрим по-другому... Труд – это радостное проявление творческой воли человека и, как бы ни был напряжен, каких бы ни требовал от нас усилий, труд – это прежде всего радость творчества [107, с. 177].

---

[13] В начале 70-х гг. были введены факультеты повышения квалификации при крупнейших вузах страны, где каждый преподаватель вуза должен раз в пять лет совершенствовать свой научный и педагогический уровень.

Заключение

Весьма рано Владимир Васильевич Голубев наметил линию своего научного пути: овладеть самыми эффективными средствами познания реального мира; применить их к выяснению сущности явлений природы; способствовать прогрессу техники. В какой мере ему удалось осуществить замыслы молодости, показывает анализ его научного творчества, где тесно переплетались умелое владение абстрактными математическими теориями, активное участие в их становлении и разработке, весьма весомый вклад в развитие теоретической аэродинамики – смежной области между математикой и техническими знаниями. Добротным подспорьем на пути решения такой непростой задачи было обращение к истории механики, которая стала не надуманным "архитектурным излишеством" в творчестве Голубева, а скорее инструментом исследования научных проблем.

Результаты математических и аэродинамических исследований Голубева находили отражение в его лекционных курсах (студенты узнавали новинки науки и техники из первых рук); в процессе многолетнего чтения лекций теоретические положения отшлифовывались и приобретали стройную логическую форму; окончательное построение и публикация уникальных учебных монографий завершали дело.

Размышляя над различными методами научного поиска двух своих учителей – Жуковского и Чаплыгина, Голубев все более четко видел необходимость синтеза физического, аналитического и геометрического подходов к проблемам аэромеханики. Попытка добиться такого сочетания оказалась весьма успешной в сочинениях Голубева, что особенно ярко проявилось в лекциях по теории крыла. В них наряду с новыми физическими схемами самым активным образом использовался аппарат теории аналитических функций и комплексного переменного; в большинстве задач исследование завершалось наглядными геометрическими интерпретациями.

Стремление сблизить абстрактнейшие математические области с другими естественными науками и техникой было свойственно многим выдающимся соотечественникам, хотя в каждом индивидуальном случае это выражалось по-своему. В мастерски написанных исторических очерках и научных биографиях ученых Голубев подчеркивал заслуги (в этом плане) Н.И. Лобачевского, П.Л. Чебышева, С.В. Ковалевской, А.М. Ляпунова, Н.П. Петрова, Н.Е. Жуковского, С.А. Чаплыгина, А.Н. Крылова.

Русская математическая наука имеет славные традиции. Она никогда не отгораживалась от материального мира и широкой общественной жизни стеною схоластики. Она всегда отличалась определенностью задач, возникали ли последние из потребностей самой науки, или ставились в целях приложений. Настойчивость в раз-

решении своих задач была характерной чертой русских математиков. Их достоинством была также превосходная способность в частных задачах видеть общие вопросы так, что в общей постановке задача не теряла определенность и не только не теряла связей с другими вопросами науки, но, наоборот, приобретала новые связи [140, с. 2]. Самого Голубева можно считать достойным продолжателем таких традиций.

В XX в. одновременно быть математиком высокого уровня и выдающимся механиком, дающим ценные рекомендации инженерам, стало гораздо труднее, чем в прошлом. Владимиру Васильевичу Голубеву это оказалось под силу.

Основные даты жизни и деятельности В.В. Голубева

1884, 4 декабря	–	в семье преподавателя Волоколамского духовного училища В.С. Голубева родился сын Владимир.
1903	–	окончание учебы в Московской первой мужской гимназии.
1903–1908	–	обучение на физико-математическом факультете Московского университета.
1905–1906	–	пребывание в Париже.
1908–1913	–	преподаватель математики в Московской женской гимназии.
1910–1911	–	магистерские экзамены.
1913–1914	–	командировка в Геттинген и Париж.
1914–1918	–	преподаватель математики в Институте инженеров путей сообщения.
1915–1918	–	преподаватель математики в МВТУ.
1917	–	защита магистерской диссертации.
1917–1918	–	работа приват-доцентом Московского университета.
1917, октябрь	–	избрание профессором Саратовского университета.
1918–1930	–	профессор Саратовского университета, заведующий кафедрой чистой математики.
1918–1919	–	декан физико-математического факультета Саратовского университета.
1919–1920	–	проректор Саратовского университета, работа в педагогическом институте.
1920–1922	–	ректор Саратовского университета.
1921–1930	–	преподавание в Институте сельского хозяйства и мелиорации в Саратове (по совместительству).
1930	–	переезд в Москву.
1930–1941	–	работа старшим инженером ЦАГИ.
1930–1954	–	работа в Московском университете.
1931–1933	–	заведующий механическим отделением Московского университета.
1932–1954	–	заведующий кафедрой аэромеханики Московского университета.
1932–1954	–	начальник кафедры ВВИА им. Н.Е. Жуковского.
1933–1934	–	декан механико-математического факультета МГУ.
1934	–	избрание членом-корреспондентом АН СССР.
1934–1946	–	избрание в Ленинградский районный Совет депутатов трудящихся г. Москвы.
1935	–	присвоение степени доктора физико-математических наук без защиты диссертации.
1936	–	награждение орденом Красной Звезды.
1936–1954	–	директор НИИ механики МГУ.
1939	–	зачисление в кадры Красной Армии в звании бригадного инженера.
1941–1943	–	пребывание в Свердловске.
1944–1952	–	декан механико-математического факультета МГУ.

1944	–	награждение орденами Трудового Красного Знамени и Красной Звезды.
1944	–	присвоение звания генерал-майора инженерно-авиационной службы.
1945	–	награждение орденом Красной Звезды.
1945–1954	–	старший научный сотрудник Института механики АН СССР.
1950	–	награждение медалью "За боевые заслуги".
1953	–	награждение орденом Ленина.
1954	–	награждение орденом Красной Звезды.
1954, 4 декабря	–	скоропостижная смерть.

Приложение

Из обширных воспоминаний В.В. Голубева хочется привести несколько фрагментов, показавшихся наиболее интересными. Они касаются переписки Владимира Васильевича и Натальи Сергеевны в декабре 1904 г. и в январе 1906 г. (во время второй заграничной поездки Голубева).

I. События развивались своим чередом. На войне неудачи следовали за неудачами. Недоверие к правительству, критика, а то и просто огульная брань всего аппарата царской России, вместе с самим "самодержавнейшим" Николаем II, распространялась все шире и шире. Дома мой папа совершенно не церемонился в оценках, и сам Николай II в разговорах запросто фигурировал как "Николашка" с прибавлением совсем не лестных эпитетов.

В университете началось брожение, если у математиков пока что было спокойно, то на других факультетах уже начинались нелегальные сходки. Студенты становились в глазах черносотенных граждан элементом одиозным; были слухи, что их начали поколачивать "молодцы" из Охотного ряда.

В один прекрасный вечер моя мама полезла в свой сундук и извлекла оттуда овчинную поддевку, которую носил когда-то мой дедушка, Матвей Кузьмич. Из этой поддевки сшили мне зимнюю меховую на овчине шубу. Была она немножко тяжела, но зато теплая, а, главное, она совершенно изменяла мой вид; в овчинной шубе и барашковой шапке я походил на кого угодно, только не на студента. Следовательно, в смутные времена я мог безопасно ходить, где угодно.

Не везло маме в ее попытках разлучить меня с Наташею; анонимное письмо, несомненно, ускорило выяснение отношений, а дедушкин тулуп, как это ни странно, докончил все дело.

В первый день Рождества, 25-го, я получил от Наташи следующее послание: "23-го декабря 1904 г.

Владимир Васильевич!

Я встретила Вас сегодня и меня поразило то, что вы без формы; я думала подойти к вам, но не подошла, не знаю почему; я думала, что вы сами подойдете ко мне. Но как бы то ни было, что было, того не вернешь, мне бы очень хотелось знать, отчего вы не носите форму, неужели вы замешаны в студенческих беспорядках. Если это так, то я вам скажу откровенно, мне это отчасти приятно, но вместе с тем мне и немножко страшно за вас. Но что бы то ни было, ради всего святого, не оставляйте меня в безвестности.

Господи, как бы я хотела знать ваши мнения, взгляды, ваши взгляды на жизнь, вообще познакомиться с вашим душевным миром.

Вы скажете, что я слишком многого хочу; не знаю, может быть. Но во всяком случае, простите меня, если я вам доставляю какую-нибудь неприятность своим письмом. Мне бы вообще никому не хотелось бы делать неприятностей теперь, а вам в особенности; я знаю, как это тяжело.

Владимир Васильевич, напишите мне о себе, неужели это нельзя.

Ваша *Н.П.*"

Это письмо было последним толчком, от которого полетели вверх тормашками все мои добрые намерения не лгать.[1] Но прежде всего мне казалось необходимым дать

[1] Голубев имеет в виду ложь родителям о том, что с Наташей он не встречается.

Наташе совершенно точные сведения о том, что я за человек, чтобы она точно знала, с кем она имеет дело. В этом отношении, мне казалось, необходима полнейшая искренность; я не хотел стоять перед Наташей на ходулях. Наоборот, я старался честно изобразить себя, свое мировоззрение. И вот в ответ на письмо Наташи я послал ей целый философский трактат. В то время, мне казалось, это было необходимо сделать. О, наивность юности!

"*16 декабря.*

Наталия Сергеевна!

Вы задали мне трудную, почти невозможную задачу – коротко и ясно выразить мои взгляды. Попытаюсь, но не ручаюсь за успех.

Материалист, эволюционер, твердо верующий в мощь человеческого ума – я вижу дальнейший прогресс только в научном изучении и приложении на практике научных истин. Почвою дальнейшего улучшения жизни я вижу труд разумный, продуктивный. Ничем иным, как мне кажется, нельзя исправить мир. Эта мысль, пожалуй, поведет к сомнениям, но для уяснения их я посоветовал бы вам прочесть роман Э. Золя "Труд". Чудная вещь; правда, местами она немного наивна, но какая глубокая мысль, какое чудное цельное мировоззрение! Для того, чтобы труд был полезен, необходимо глубокое изучение известной области знания. В этом я вижу мою непосредственную цель.

Без глубокой научной подготовки, я думаю, даже и гениальный ум не принесет большой пользы, он, правда, разрушит прежние заблуждения, но не даст ничего; он оставит или пустоту пессимизма, или поведет к новым ошибкам, к новым увлечениям. Увлекаться не следует даже и хорошими идеями.

Так как без сознания своей полезности для общества невозможно внутреннее удовлетворение, а, следовательно, и счастье, то для того, чтобы сделаться полезным членом общества, приходится жертвовать для науки тем, что молодежь обыкновенно считает счастьем. Пыл юных голов должна обуздать логика науки.

Я знаю, вы скажете, что у меня нет сердца, что от моих взглядов веет холодом.

Пусть, но вспомним, что века Ромео и Джульетты не привели к лучшему, а холодная по внешности наука ведет к идеалам более возвышенным и полезным, чем юная поэтическая любовь Ромео. Но и во мне есть сердце, и я вижу в окружающем мире кое-что иное, кроме холодной рассудочности ума: это любовь, вера, жалость.

Но человеческая любовь, не согретая внутренним удовлетворением, сознанием своей полезности и нужности, обращается во что?... Это или сентиментальность Манилова, или непрерывный флирт Печорина, и никогда не дойдет она до глубокой любви Левина или Люна к Жозине в "Труде".

Глубокая вера, правда, может дать человеку удовлетворение, но ведь это самообман, род опьянения. Вспомним, что и Кальвин, и монахи, жёгшие Джордано Бруно, Савонароллу, Гуса и наши раскольники суть, несомненно, люди верующие, но во что?... в мираж, не имеющий ни смысла, ни значения.

Остается мир с его глубоким несовершенством, скорбью и страданиями. Все это вызывает у человека жалость, желание помочь; но, чтобы помощь была полезна, разумна, опять необходима помощь уже не чувства, а ума. Итак, опять здесь стоит разум с его твердою, непоколебимою логикою. Только разум может исправить мир; ничего не сделают увлечения, как бы прекрасны они ни казались.

Вот вкратце те теоретические взгляды, которых я придерживаюсь. Боюсь я, что та краткость, обрывочность, с какою я их изложил, поведет к тому, что я покажусь вам каким-то мыслящим бревном, не способным ни на какие порывы. Это неправда.

Я высоко ценю искусство. Для меня наука и искусство – две равноправные сестры, дочери разума. Если наука действует своей логикой, необходимостью, то и искусство, возбуждая творчество человеческого существа, ставит перед наукою задачи, которые та и разбирает своим сухим и скучным аналитическим механизмом.

Искусство возвышает человека и, отрывая его от служения убогой действительности, ставит перед ним иные цели, более общие и важные.

Это все теория; теперь перейдем к жизни. Вы пишете, что мой костюм вызвал у вас беспокойство. Напрасно, со мною решительно ничего дурного не случилось, а ношу я такую одежду просто, чтобы не быть "клейменным". Конечно, я глубоко сочувствую всему окружающему и по мере сил стараюсь помогать; во всем этом я вижу шаг приближения к истине, к тому совершенству жизни, о котором мечтаю. Истина еще очень далека, но хорошо, что мы, хоть потихоньку, со многими ошибками, подходим к ней. Пора нам, и так уж очень застряли. Я видел за границею иную жизнь, бившую ключом, дышавшую силой, энергией. А у нас ненужные, "никчемные" люди, герои Чехова, не имеющие ни цели, ни сил. Право, в минуты, когда встает перед глазами вся пошлость окружающей жизни, я с удовольствием представляю себе "сверхчеловека" Ницше, лишенного жалости, сострадания, слабости... Я буду тоже бороться в жизни с рутиною, кумовством в науке в своей специальной научной области. Но до этого еще далеко, я еще ученик, мнения которого и несовершенны, конечно, да и никому не нужны. Мне нужно прежде всего сделаться человеком, ни от кого не зависящим, которому никто не смел бы сказать: "нет, не думай так, а думай иначе". Для этого нужно сделаться человеком, нужным для остальных. Поэтому прежде всего я должен изучить то, что составляет мою специальность, изучить подробно, хорошо, чтобы не быть похожим на наших жалких приват-доцентов. Изучение здесь недостаточно; я непременно поеду доучиваться за границу. Но тут есть одно обстоятельство – это финансы. Вся моя надежда на мои руки и голову. И, сказать правду, порой тяжело бывает стремиться к цели одному, не слыша слова сочувствия, поощрения.

Всего, конечно, нельзя написать в письме, для этого потребовалась бы и масса времени, и надо было бы написать целый том. Поэтому, если хотите побеседовать со мною, то я буду поджидать вас у вашего дома в пятницу 31-го в 6 1/2 (шесть с половиною) часов вечера.

Я видел вас 23-го, кажется, два раза. Один раз в пассаже около Абрикосова, а другой раз на мосту с какою-то другою барышнею. За последний раз я не ручаюсь; быть может, это были вы, а может быть, и нет. Несмотря на пенсне, я не видал хорошо. Я остановился и смотрел вам вслед, а вы быстро шли. Письмо ваше я получил вчера 25-го; благодарю вас за него. Только... приходится мне немножко обманывать маму. Ну, ничего; цель в данном случае оправдывает средства.

До свидания.

В.Г."

В молодости все кажется гораздо более простым, чем есть на самом деле, а потому и все планы оказываются очень простыми и прямолинейными. При таком подходе к делу, конечно, очень просто критиковать, особенно, не сделав ничего самому и даже не попробовав ничего сделать. Отсюда и наивные рассуждения о "наших жалких приват-доцентах", среди которых, кстати говоря, были люди очень дельные, знающие и талантливые, как А.В. Цингер, И.И. Жегалкин, которых я в то время только и знал, а об остальных, очевидно, мог судить только понаслышке.

Конечно, все философское построение в этом письме, где я, очевидно, задался целью изложить свое "craedo" перед решительным шагом к сближению с Наташею, сейчас мне кажется чрезвычайно наивным. Не так просто обстоит дело и с материализмом, и с эволюционизмом; не так просты отношения знания к вере, науки к искусству. Правда, много лет спустя, в 1918 году, когда я уже был профессором в Саратове, то я слышал очень интересную публичную лекцию С.Л. Франка, лектора очень интересного и остроумного, "Об искусстве". Тогда Семен Людвигович развивал ту идею, что и наука, и искусство дают познание мира, но каждая своим путем и своими средствами, так что искусство есть также познание мира, но только познание "sui generis" особого рода. Вероятно, когда я писал Наташе письмо, мне были бы более понятны не рассуждения Семена Людвиговича, а подход к вопросам искусства И. Тэна в его "Лекциях об искусстве" или рассуждения столь же прямолинейные, как идеи Бокля. Точно так же и рассуждения о религии на тему, что религия есть "опиум", если не "для народа", то по крайней мере для отдельных индивидуумов, тогда казались очень понятными, особенно, когда не учитывается роль религии не только как утешительницы страдающего и мятущегося человечества, но и как связи не только между богом и человеком (religere, по латыни – связывать), но и как связи людей с бесчисленными поколениями предков с их надеждами, мечтаниями, с их культурою, философией и т.д. То, что церковные учения о Христе, о воскресении так похожи на египетские мифы об Озирисе и, может быть, на еще более древние сказания и мифы, является, конечно, не опровержением христианства и религии, а ее укреплением, так как показывает, что здесь мы имеем верования, уходящие в глубочайшие недра истории; такое же значение имеют и одежды духовенства, в которых совершаются богослужения, уходящие, вероятно, к каким-нибудь ассирийским и древне-вавилонским временам. Религия есть, в конце концов, культурная связь человечества с его древнейшими предками.

Таких соображений в те годы мне не приходило в голову. Все казалось, по простоте душевной, ясно и понятно. Но интересно то, что об этих вещах задумывался, старался составить собственную точку зрения на мир.

Зачем я писал об этом Наташе?

Мысль была такая: пусть Наташа до конца познакомится со мною перед тем шагом, который ей придется скоро делать, намечая план всей жизни. При этом пусть она познакомится со мною не с нарядной, приукрашенной стороны, а со стороны самой скучной и, может быть, не вполне симпатичной, так как я знал, что мои взгляды вызывали самый решительный протест со стороны, например, моего отца, который считал такие взгляды совершенно сухими и бездушными. Отсюда и нарочитая сухость письма. Пусть Наташа, делая свой выбор, знает наперед, какого сухаря и бездушного материалиста она выбирает! Это было нечто вроде моей исповеди перед Наташей; я был добросовестно и подчеркнуто искренен [145, с. 511–521].

II. Среди нежных забот, напоминаний о любви, тревог друг о друге в письмах этого периода мы делимся друг с другом самыми разнообразными мыслями. Любовь не заслоняла и не замыкала весь мир; любовь поднимала нас, заставляла прислушиваться к таким звукам жизни, о которых без нее мы, может быть, и не слыхали бы.

..."Милый! – пишет мне Наташа 6/I, – ты пишешь, что горячо меня любишь (я в этом не сомневаюсь), что я для тебя все твое будущее. Позволь мне в этом сомневаться; мне кажется, что в этом отношении ты обманываешь самого себя. Неужели ты такой буржуй по натуре; что удовольствуешься счастливой семейной жизнью (в это счастье я верю так же, как и ты). Не думаю, что ты такой, насколько я тебя знаю. Для удовлетворения тебе надо будет что-нибудь другое, более высокое. Не сам ли ты год тому назад писал мне, что счастье ты находишь в труде продуктивном, как ты выразился. Так что не обманывайся сам и не обманывай меня, мне это не надо".

В ответ на это 12/I я так определяю свое отношение к любви: "Ты мне писала, что я как бы противоречу самому себе, когда пишу, что ты для меня все мое будущее... Дело в том, что жизнь не есть одна любовь – это правда; но, быть может, нет в мире другой силы, действующей на человека так же сильно, как любовь. И в этом отношении можно сказать, что моя любовь к тебе есть все мое будущее. Конечно, я думаю, что моя будущая деятельность выйдет за пределы моей жизни личной; если весь мой кругозор будет вращаться около меня, если я не буду видеть ничего далее своих личных интересов, то это будет не жизнь, а смерть человеку. И я, конечно, не стремлюсь к этому.

Но, Натаня, нельзя действовать, не имея под ногами почвы; нельзя быть человеком, если нет никакой базы для его деятельности. Ничего не нужно так человеку, как возможность полного доверия и общения с другим человеком, и ничто не сводит людей ближе, как здоровая и хорошая любовь. И я уверен, что с тобою вместе я принесу пользы больше, чем мог бы принести один, а труд, возможность принести пользу и составляет для меня смысл и цель жизни. Но ведь работа и есть сама жизнь, нельзя же назвать жизнью прозябание Обломова. В этом смысле я и писал тебе, что цель жизни должна быть сама жизнь. И ты, как друг, который может помочь мне, с которым можно поделиться всеми планами, который поймет меня – ты для меня вся жизнь...

...Любовь не есть цель и смысл жизни, но она есть, пожалуй, необходимый спутник жизни"...

С тех пор, когда писались эти строки, прошло много лет. Оказалось, что жизнь не так проста, как кажется в молодости, и не всегда ее можно строить по ясному и геометрически четкому плану: обстоятельства вносят много по большей части досадных коррективов. И самая горячая любовь проходит через горнило сложных испытаний, жизнь шлифует и закаляет ее. И все-таки и теперь, когда жизнь в существенном прожита, когда накопилось много житейского опыта, я подписался бы обеими руками под этими юношескими рассуждениями о любви, о цели жизни [*145, с. 634–636*].

Опубликованные труды В.В. Голубева

1. Об одном приложении теоремы Picard'а к теории дифференциальных уравнений (Сообщено Московскому математическому обществу 21 декабря 1910 г.) // Мат. сб. 1911. Т. 27. Вып. 4. С. 560–562.
2. К теории уравнений Painlevé (Сообщено Московскому математическому обществу 17 января 1912 г.) // Мат.сб. 1912. Т. 28. Вып. 2. С. 323–349.
3. О звезде Mittag-Leffler'а // Мат. сб. 1914. Т. 29. Вып. 1. С. 171–181.
4. Sur les fonctions à singularités discontinues. Note de W.W. Goloubeff, présentée par M. Emile Picard (Analyse Mathématique) // Comptes Rendus. Paris, 1914. Vol. 158, N 1. P. 1407–1408.
5. Однозначные аналитические функции с совершенным множеством особых точек // Уч.зап. Моск. ун-та. 1916. 162 с. Цит. по [114].
6. Задачи по введению в анализ и дифференциальному исчислению. Пособие для практических занятий. Саратов, 1918. 32 с.
7. Введение в математическую статистику (Вступление). Саратов: Крайиздат, 1920.
8. Теория логарифмов в курсе средней школы // Уч. зап. Сарат. пед. ин-та. 1921.
9. Исследования по теории особых точек однозначных функций // Уч. зап. Сарат. ун-та. 1924. Т. 1. Вып. 3. С. 1–48; Т. 2. Вып. 1. С. 49–72; 1925. Т. 4. Вып. 2. С. 73–92; 1926. Т. 5. Вып. 2. С. 93–112; 1927. Т. 6. Вып. 3. С. 113–127 / Цит. по [114].
10. Об одном обобщении теоремы Picard'а // Мат. сб. 1924. Т. 31. С. 557–567. См. также фрагменты статьи в [114].
11. О соответствии границ при конформном отображении// Мат. сб. 1924. Т. 32. С. 55–57. См. также [114].
12. Sur une fonction automorphe bornée // Comptes Rendus. Paris, 1927. Vol. 185. P. 694–698.
13. Теория крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке // Тр. ЦАГИ. 1927. Вып. 29. 207 с.; 2-е изд. М.: ГТТИ, 1938. 259 с.
14. Об элементарном вычислении некоторых сумм // Отчет о деят. матем. конф. педагогич. о-ва Дальневосточ. ун-та. Владивосток, 1927. С. 1–3.
15. Об аналитическом представлении одного класса автоморфных функций // Тр. Всерос. съезда матем. в Москве 27 апреля – 4 мая 1927 г. М.; Л.: Госиздат, 1928.
16. К теории медленно растущих автоморфных функций // Уч. записки Сарат. ун-та. 1929. Т. 7. Вып. 3. С. 31–36 / Цит. по [114].
17. О конформном отображении границ областей // Уч. зап. Сарат. ун-та. 1929. Т. 7. Вып. 3. С. 37–39. См. также [114].
18. К теореме Picard'а // Уч. зап. Сарат. ун-та. 1929. Т. 7. Вып. 3. С. 41–44. См. также [114].
19. Элементы математической статистики в приложении к лесному делу. М.: Моск. гос. с.-х. изд-во "Новая деревня", 1929. 247 с.
20. К теории лакунарных рядов // Бюл. № 1 съезда математиков. Харьков: Гос. изд-во Украины, 1930. С. 1718.
21. Recherches sur la théorie des fonctions automorphes // Annali di Matematica. Bologna, 1930. Sér. 4. Vol. 8. P. 29–52. (Рус. пер. см. в [114]).
22. Теория крыла аэроплана конечного размаха // Тр. ЦАГИ. 1931. Вып. 108. 350 с.
23. О теории пограничного слоя // Первая Всесоюз. конф. по аэродинамике 16/V–21/ V 1931 г. Тр. ЦАГИ. 1932. С. 35–45. Цит. по [113].
24. О разрезных крыльях // Там же. С. 166–170.
25. Об устойчивости вихревых дорог Кармана // Изв. АН СССР. 1932. С. 1103–1108.
26. Гидро- и аэромеханика // Наука в СССР за пятнадцать лет (1917–1932). Механика (Под ред. Голубева В.В. и Лейбензона Л.С.). М.; Л.: ГТТИ, 1932. С. 33–101. В соавт. с Кузнецовым Е.С.
27. К теории вихревых дорог Кармана // Матем. сб. 1933. Т. 40. Вып. 1. С. 73–85. Цит. по [113].

28. Исследования по теории разрезного крыла. Ч. 1. Теория предкрылка в плоскопараллельном потоке // Тр. ЦАГИ. 1933. Вып. 147. 72. с. Цит. по [113].
29. К вопросу об аналитическом изображении автоморфных функций // Уч. зап. Сарат. ун-та. 1934. Т. 12. С. 85–91. Цит. по [114].
30. Математика и техника // Фронт науки и техники. 1934. № 5–6. С. 38–42.
31. К теории продувки цилиндров двигателей внутреннего сгорания // Тр. ЦАГИ. 1934. Вып. 175. 48 с. В соавт. с Чаплыгиным С.А.
32. Аэродинамические основания методов увеличения подъемной силы крыла // Тр. 3-й Всесоюз. конф. по аэродинамике 23–27 декабря 1933 г. Тр. ЦАГИ. 1935. Ч. 2.
33. К теории предкрылка и закрылка (совместно с Чаплыгиным С.А.) // Тр. ЦАГИ. 1935. Вып. 171. 39 с. Цит. по [113].
34. К теории разрезного крыла // Тр. ЦАГИ. 1935. Вып. 240. С. 14–17. Цит. по [113].
35. О работе крыла с отсасыванием пограничного слоя // Технич. заметки ЦАГИ. 1935. № 45. С. 41–43. Цит. по [113].
36. О математических и механических проблемах, связанных с задачей улучшения работы крыла самолета // Тр. ВВА РККА им. Н.Е. Жуковского. 1935. № 13.
37. Математика и техника // Сорена. 1935. № 10. С. 11–17.
38. Единство теории и практики (К 15-летию со дня смерти Н.Е. Жуковского) // (Газета) За индустриализацию. 1936. 17 марта.
39. Theory of the slat in a two dimensional flow // The Journal of the Royal Aeronautical Society. London, 1936. N 309. P. 681–708.
40. К теории влияния земли на подъемную силу крыла // Тр. ЦАГИ. 1937. Вып. 301. С. 36–38. См. также [113].
41. Исследования по теории разрезного крыла, ч. 2. Приближенная теория предкрылка и закрылка // Тр. ЦАГИ. 1937. Вып. 306. 40 с. Цит. по [113].
42. Николай Егорович Жуковский (биографический очерк) // Жуковский Н.Е. Собр. соч. М.; Л.: ОНТИ, 1937. Т. 1. С. 51–55. Цит. по [113].
43. О влиянии системы неподвижных вихрей на обтекание цилиндра // Уч. зап. Моск. ун-та. 1937. Вып. 7. 19 с. Цит. по [113].
44. Вывод некоторых формул гидромеханики // Дюренд В.Ф. Аэродинамика. М.; Л.: Главн. ред. авиац. лит-ры, 1937. Т. 1 (перевод под ред. Голубева В.В.).
45. О подъемной силе крыла самолета // Физика в школе. 1937. № 5. С. 36–40.
46. Работы по гидромеханике в СССР // Математика и естествознание в СССР. Очерки развития математических и естественных наук за двадцать лет. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1938. С. 101–120. В соавт. с Чаплыгиным С.А.
47. О силах, действующих на крыло в неоднородном потоке // Тр. ЦАГИ. 1938. Вып. 342. С. 16–23. См. также [113].
48. О влиянии надстроек на подъемную силу крыла // Там же. С. 24–35.
49. К теории течений на двулистной поверхности Римана // Уч. зап. Моск. ун-та. 1938. Вып. 24. Кн. 2. С. 3–23. Цит. по [113].
50. К теории щитков, плотно прилегающих к крылу // Тр. ЦАГИ. 1939. Вып. 398. С. 36–53. Цит. по [113].
51. Теоретические основания методов увеличения подъемной силы крыла. Разрезные крылья, щитки, отсасывание // Тр. ВВА РККА им. Н.Е. Жуковского. 1939. Вып. 46. 72 с. Цит. по 113.
52. О применении формулы Шварца–Кристоффеля к построению аэродинамических профилей // Тр. ЦАГИ. 1940. Вып. 493. 40 с. Цит. по [113].
53. Н.Е. Жуковский // Физика в школе. 1941. № 2. С. 2–5.
54. Академик С.А. Чаплыгин (К 50-летнему юбилею научной и общественной деятельности) // Технич. книга. 1941. № 2. С. 24–26.
55. Гениальный ученый (Жизнь и деятельность Н.Е. Жуковского) // Самолет. 1941. № 3. С. 11–12.
56. Академик Сергей Алексеевич Чаплыгин (К 50-летию научной и общественной деятельности) // Изв. АН СССР. 1941. № 3. С. 5–10.
57. Методические вопросы преподавания математики во втузах // Вестн. высш. шк. 1941. № 5. С. 9–12.
58. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. М.; Л.: Гостехиздат, 1941. 398 с.
59. Николай Егорович Жуковский (1847–1921). М.: БНТ НКАП, 1941. 95 с.

60. К теории пограничного слоя // Юбил. сб. ВВА РККА им. Н.Е. Жуковского. М.: Изд-во ВВА, 1942. С. 35–42. Цит. по [113].
61. Механизм образования тяги машущего крыла // Тр. Науч.-техн. конф. в ВВА им. Н.Е. Жуковского. М.: Изд-во ВВА, 1944. Т. 3. С. 7–19. Цит. по [113].
62. Академик Сергей Алексеевич Чаплыгин // Вестн. АН СССР. 1944. № 3. С. 50–65. Цит. по [113].
63. Академик С.А. Чаплыгин (Его жизнь, научная и общественная деятельность) // Наука и жизнь. 1944. № 4–5. С. 31–36.
64. Роль русской механики в развитии мировой науки // МГУ. Науч. конф. "Роль русской науки в развитии мировой науки и культуры" (5–12 июня 1944 г.). Программы и тез. докладов. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1944. С. 6–7.
65. Академик Сергей Алексеевич Чаплыгин (Его жизнь, научная и общественная деятельность) // Общ. собр. Академии наук СССР 14–17 октября 1944 г. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1945. Цит. по [113].
66. Теория машущего крыла и общая проблема тяги и сопротивления // Там же.
67. Исследования русских ученых в области технической аэромеханики // Вестн. АН СССР 1945. № 5–6. С. 72–90.
68. К теории влияния эллиптических труб на помещенное в них крыло самолета // Уч. зап. Моск. ун-та. 1946. Вып. 117. Т. 2. Механика. С. 3–18. См. также [113].
69. Влияние формы крыла в плане на его аэродинамические характеристики; крылья малых удлинений // Уч. зап. Моск. ун-та. 1946.
70. Н.Е. Жуковский – отец русской авиации (Стенограмма публичной лекции 5/П 1945 г. в Доме летчиков в Москве). М: Изд-во лекционного бюро ВКВШ при СНК СССР, 1945. 17 с.
71. Работы П.Л. Чебышева по интегрированию алгебраических функций // Науч. насл. П.Л. Чебышева. Ч. 1. Математика. М.: Изд-во АН СССР, 1945. С. 88–121.
72. Тяга машущего крыла (Доклад на сессии Отделения технических наук АН СССР 11–12 января 1946 г.) // Изв. АН СССР. 1946. № 5. С. 641–658. Цит. по [113].
73. Русские работы по механике и влияние их на развитие мировой науки // Уч. зап. Моск. ун-та. 1947. Вып. 91. Роль русской науки в развитии мировой науки и культуры. Т. 1. Кн. 1. С. 97–104.
74. К теории крыла малого удлинения (доклад на торжественном заседании Отделения технич. наук и Ин-та механики АН СССР, посвященном 100-летию со дня рождения Н.Е. Жуковского – январь 1947 г.) // Изв. АН СССР. 1947. № 3. С. 261–270. Цит. по [113].
75. Отец русской авиации (К столетию со дня рождения Н.Е. Жуковского) // (Газета) Московский большевик. 1947. 17 янв.
76. Н.Е. Жуковский (К 100-летию со дня рождения) // Физика в школе. 1947. № 2.
77. Н.Е. Жуковский и современная техническая аэромеханика // Юб. сб., посв. 30-летию Великой Октябр. соц. революции. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1947. Ч. II. С. 503–523.
78. Сергей Алексеевич Чаплыгин. Его жизнь, научная и общественная деятельность. М.: БНТ НКАП, 1947. 122 с.
79. П.Л. Чебышев об интегрировании иррациональных дифференциалов // Чебышев П.Л. Полн. собр. соч. М.; Л., 1947. Т. 2. С. 485–491.
80. К столетию со дня рождения Н.Е. Жуковского (1847–1947) // Успехи мат. наук. 1947. Т. 2. Вып. 3(19). С. 3–17. Цит. по [113].
81. Николай Егорович Жуковский. Замечательные ученые Московского университета. Вып. 1. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1947. 64 с.
82. Комментарии к работам П.Л. Чебышева "Об интегрировании с помощью логарифмов", "Вступительное слово к защите диссертации" // *Чебышев П.Л.* Полн. собр. соч. М.; Л., 1951. Т. 5. С. 177–179.
83. К теории крыла малого удлинения // Уч. зап. Моск. ун-та. 1948. Вып. 122. Т. 2. Механика. С. 3–16. Цит. по [113].
84. Николай Егорович Жуковский (биографический очерк) // Жуковский Н.Е. Избр. соч. М.; Л., 1948. Т. 1. С. 7–24. См. также: Жуковский Н.Е. Собр. соч. М.; Л.: ГИТТЛ, 1948. Т. 1. С. 7–24.
85. Лекции по теории крыла. М.; Л.: Гостехиздат, 1949. 480 с.
86. Научные идеи Николая Егоровича Жуковского в современной гидромеханике // (Газета) Сталинский сокол. 1950. 1 авг.

87. Сергей Алексеевич Чаплыгин (биограф. очерк) // Чаплыгин С.А. Собр. соч. М.; Л.: ГИТТЛ, 1950. Т. 3. С. 425–448.
88. Работы С.В. Ковалевской о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки // Прикладн. матем. и механика. 1950. Т. 14. Вып. 3. С. 236–244.
89. Крыло и винт самолета // Механика в СССР за 30 лет. М.; Л.: ГТТИ, 1950. С. 341–357.
90. О некоторых вопросах теории машущего крыла (Доклад на Ломоносовских чтениях 1947 г., посвященный 100-летию со дня рождения Н.Е. Жуковского) // Уч. зап. Моск. ун-та. 1951. Вып. 152. Т. 3. Механика. С. 3–12. Цит. по [113].
91. Работы Н.Е. Жуковского по аэродинамике // Изв. АН СССР. 1951. № 8. С. 1152–1158.
92. Биография Н.Н. Лузина // Лузин Н.Н. Интеграл и тригонометрический ряд. М.; Л.: ГТТИ, 1951. С. 11–31. В соавт. с Бари Н.К. См. также: Лузин Н.Н. Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1959. Т. 3. С. 468–483. Цит. по кн.: Николай Николаевич Лузин (к 100-летию со дня рождения). М.: Знание, 1983. С. 8–26.
93. Работы Н.Е. Жуковского в области теории крыла и винта самолета // Вестн. воздуш. флота. 1951. № 3. С. 36–40.
94. Сергей Алексеевич Чаплыгин (1869–1942). Замечательные ученые Московского универстета. Вып. 13. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1951. 56 с.
95. Исследования по теории машущего крыла // Уч. зап. Моск. ун-та. 1951. Вып. 154. Т. 4. С. 3–55. Цит. по [113].
96. Вихревое движение // БСЭ. Л., 1951. 2-е изд. Т. 8. С. 209–211.
97. Гидродинамика // БСЭ. Л., 1952. 2-е изд. Т. 11. С. 281–285.
98. Гидростатика // БСЭ. Л., 1952. 2- изд. Т. 11. С. 328–330.
99. Н.Е. Жуковский // БСЭ. Л., 1952. 2-е изд. Т. 16. С. 227–229.
100. С.А. Чаплыгин (к 10-летию со дня смерти) // Наука и жизнь. 1952. № 10. С. 37–38.
101. Пособие по элементарной математике // Совет. книга. 1952. № 10. С. 54–56.
102. Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки. М.: Гостехиздат, 1953. 287 с.
103. Выдающийся советский аэродинамик (к 10-летию со дня смерти С.А. Чаплыгина) // Природа. 1953. № 1. С. 79–88.
104. Работы Н.Е. Жуковского по аэродинамике // Тр. по истории техники АН СССР. Вып. 4. М.: Изд-во АН СССР, 1954. С. 26–33.
105. О коэффициенте полезного действия машущего крыла // Уч. зап. Моск. ун-та. 1954. Вып. 172. Т. 5. Механика. С. 3–7. См. также [113].
106. О строении спутной зоны за плохо обтекаемым телом // Изв. АН СССР. 1954. № 12. С. 19–37. См. также [113].
107. Последнее слово профессора Московского университета Владимира Васильевича Голубева в день семидесятилетия 3 декабря 1954 г. // Вестн. Моск. ун-та. 1955. № 2. С. 173–182.
108. К теории крыла малого удлинения // Прикладн. матем. и механика. 1955. Т. 19. Вып. 2. С. 143–158. Цит. по [113].
109. Механика в Московском университете перед Великой Октябрьской социалистической революцией и в советский период // Ист.-матем. исслед. Вып. 8. М.: Гостехиздат, 1955. С. 77–124.
110. Ф.А. Слудский // БСЭ. М., 1956. 2-е изд. Т. 39. С. 367.
111. Владимир Петрович Ветчинкин. Очерк жизни, научной, инженерной и педагогической деятельности // *Ветчинкин В.П.* Избр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956. Т. 1. С. 7–32. Цит. по [113].
112. С.А. Чаплыгин // БСЭ. М., 1957. 2-е изд. Т. 47. С. 45–46.
113. Труды по аэродинамике. М.; Л.: ГИТТЛ, 1957. 979 с.
114. Однозначные аналитические функции. Автоморфные функции. М.: Физматгиз, 1961. 455 с.
115. Исследования по теории удара струи жидкости и некоторые ее приложения. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1975. 76 с.
116. Итоги. Завещание. 26/VIII 1942 г. Рукопись // Фрагменты см.: Голубев Владимир Васильевич (к 100-летию со дня рождения). М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1986. С. 79–80.

117. К 120-летию со дня рождения Фридриха Энгельса. Рукопись // Там же. С. 80–86.
118. Автобиография. 1948. Рукопись. 14 с. / Архив Научно-мемориального музея Н.Е. Жуковского. Фонд В.В. Голубева. Инв. № 4483(1). Опубл. в кн.: История и методология естественных наук. Вып. XXXII. Математика, механика. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. С. 218–227.

Неопубликованные рукописи В.В. Голубева

Материалы Центрального государственного исторического архива г. Москвы.

Фонд 418. Опись 86. Д. 280. 1908. Дело Совета Императорского Московского университета об оставлении при университете по кафедре чистой математики Владимира Голубева.

119. Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка, интегралы которых не имеют критических подвижных точек (ноябрь 1907 г.) [Л. 1–34].
120. Отчет о занятиях в 1909 г. (21 ноября 1909) [Л. 96–97 об].
121. Отчет о занятиях в 1910 г. (5 декабря 1910 [Л. 88, 88 об., 93, 93 об.].
122. Уравнения с однозначными интегралами вида $y^{1m} = R(y)$ (Доклад на студенческом математическом кружке 26 марта 1910 г.) [Л. 90, 90 об., 91].
123. Приложение теоремы Picard'a к теории дифференциальных уравнений [Л. 89, 89 об., 92].

Материалы Архива Научно-мемориального музея Н.Е. Жуковского

Фонд В.В. Голубева.

124. Обзор работ Общетеоретической группы (ОТГ) ЦАГИ. 29 ноября 1933. 7с. [Инв. № 4230].
125. История науки и науки в истории (Доклад для студентов исторического факультета МГУ). 1945. 12 с. [Инв. № 4483. Д. 153].
126. К истории механико-математического факультета Московского государственного университета (1900–1946 г.г.). 1947. 81 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 156].
127. Индивидуальный план, организация и методы подготовки научно-педагогических кадров через аспирантуру (Доклад на научно-методической конференции по подготовке научно-педагогических кадров через аспирантуру в вузах – январь 1948 г.). 1948.29 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 211].
128. О методической работе факультета (К докладу декана механико-математического факультета МГУ проф. В.В. Голубева). 1948. 4 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 207 (*б*)].
129. Особенности методики преподавания в высшей школе (Лекция в ВВИА им. Н.Е. Жуковского). 17 марта 1950 г. 11 с. [Инв. № 4483. Д. 213].
130. Рапорт начальнику факультета № 2 ВВИА им. Н.Е. Жуковского генерал-майору инженерно-авиационной службы Соловьеву Н.Л. по поводу рецензии на книгу “Лекции по теории крыла”. 15 сентября 1950 г. 7 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 222(*б*)].
131. Лекции по теории алгебраических функций. 1951. 281 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 112(*б*)].
132. О развертывании научно-исследовательской работы и о подготовке научных кадров. 22 ноября 1952. 7 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 212(*б*)].
133. Отзыв о работе С.И. Туманова “Вопросы преподавания математики во втузах”. 1952. 59 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 268].
134. О книге Г.Н. Дубошина “Основы теории устойчивости движения”, 1952. 4 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 230(*б*)].
135. Письмо П.Я. Кочиной по поводу ее работы о С.В. Ковалевской. 17 декабря 1953. 4 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 232 (*б*)].
136. О состоянии преподавания математики в ВВИА (тезисы доклада). Б/д. 8 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 252].

137. Некоторые вопросы методики преподавания предметов общеинженерного цикла (тезисы доклада). Б/д. 4 с. [Инв. № 4483. Д. 254].
138. Некоторые методические замечания. Б/д. 3 с. [Инв. № 4483. Д. 215].
139. Основные направления в русской математике и их отражение в развитии советской техники. Б/д. 37 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 154].
140. О задачах советской математики. Б/д. 13 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 155].
141. О моих работах по теории функций за 1918–1926 гг. Б/д. 17 с. [Инв. № 4483. Д. 15].
142. Талант без почвы (Случай Ковалевской в задаче о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки). Б/д. 86 с. (машинописный текст) [Инв. № 4483. Д. 160].
143. Балет. 1952 г. 169 с. (машинописный текст) [Инв. № 5308. Д. 9].
144. Философские взгляды профессора Н.Е. Жуковского (неоконч.). 11 с. [Инв. № 4483. Д. 184].
145. Воспоминания (Начаты 28 июля 1939 г., неоконч.). 844 с. (машинописный текст) [Инв. № 5308]. Д. 1: Гл. 1. Отец, его предки, его детство и юность. С. 1–38; Гл. 2. Студенческие годы отца, его женитьба. С. 39–82; Гл. 3. Волоколамск. С. 83–133; Д. 2: Гл. 4. Переезд в Москву; первые годы жизни в Москве. С. 134–216; Д. 3: Гл. 5. Первые годы учения в гимназии. С. 217–346; Д. 4: Гл. 6. Старшие классы гимназии. Юность. Любовь. С. 347–429; Гл. 7. Университет. Первая поездка за границу. С. 430–577; Д. 6: Гл. 8. Вторая поездка за границу; окончание университета. С. 578–736; Д. 7: Гл. 9. Первые шаги самостоятельной жизни. Женитьба. С. 737–815; Гл. 10. Первые годы семейной жизни. С. 816–841.
146. Воспоминания о периоде 5 июня – 6 августа 1941 г. Война (неоконч.) 17 с. (машинописный текст) [Инв. № 5308. Д. 8].

Материалы Архива Московского государственного университета.
Фонд 2. Опись 2. Д. 24. Протоколы и стенограммы Совета механико-математического факультета с № 1 по № 18:

147. О задачах механики в связи с пятилетним планом развития СССР (стенограмма доклада 26 ноября 1952). Протокол № 6 [Л. 126–135].

Цитируемая литература

148. *Аппельрот Г.Г.* Не вполне симметричные тяжелые гироскопы // Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1940. С. 61–156.
149. *Араманович И.Г., Соломенцев Е.Д.* Комментарии к работам В.В. Голубева.
150. *Архангельский Ю.А.* Аналитическая динамика твердого тела. М.: Наука, 1977.
151. *Ахиезер Н.И.* К вопросу об устойчивости вихревых колец // Матем. сб. 1927. Т. 34.
152. *Белоцерковский С.М.* Диплом Гагарина. М.: Молодая гвардия, 1986. 175 с.
153. *Вавилов С.И.* Исаак Ньютон. Научная биография и статьи. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 294 с.
154. *Вермер Дж.* Приближение многочленами на некоторой дуге из C^3 // Некоторые вопросы теории приближений. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. С. 120–123.
155. Владимир Васильевич Голубев (к 60-летию со дня рождения) // Успехи матем. наук. 1946. Т. 1. Вып. 1(11). С. 229–231.
156. *Волков А.А., Поляков А.П., Жуковский Н.Е., Фиников С.П.* В Собрание Механического отделения императорского Технического Училища (от 2.04.1915) // Изв. Императорск. Московск. Технич. Уч-ща. 1914–1915. Т. 10. С. 154–156.
157. (Газета). Вперед и выше. 1974. 29 нояб. (Выпуск, посвященный 90-летию со дня рождения В.В. Голубева).
158. (Газета). Вперед и выше. 1984. 30 нояб. (Выпуск, посвященный 100-летию со дня рождения В.В. Голубева).
159. *Гай Д.И.* Формула мудрости. М.: Знание, 1984. 176 с.
160. *Гамелин Т.* Равномерные алгебры. М.: Мир, 1973. 334 с.

161. *Гнеденко Б.В.* Слово, зажигающее сердца // Живое слово науки. Очерки об ученых-лекторах. М.: Знание, 1981. С. 184–189. Цит. по кн.: Владимир Васильевич Голубев (к 100-летию со дня рождения). М.: Знание, 1984. С. 52–57.
162. *Голубева Н.С.* Воспоминания. 1964. 277 с. / Архив музея Н.Е. Жуковского. Фонд Н.С. Голубевой. Инв. № 5307. Д. 1: Т. 1. Детские и школьные годы. (1885–1904). С. 1–23; Д. 2: Т. 2. Высшая школа и замужество (1904–1912). С. 24–42; Д. 3: Т. 3. Командировка за границу. Геттинген. Лето 1913. С. 43–52; Д. 4: Т. 3. Швейцария. Осень 1913. С. 53–60; Д. 5: Т. 3. Геттинген. Зима 1913–1914. С. 60–64; Д. 6: Т. 4. Париж 1914. С. 65–82; Д. 7: Т. 5. Возвращение в Москву. Война. Революция (1914–1918). С. 83–106; Д. 8: Т. 6. Отъезд в Саратов. Жизнь в Саратове (1918–1930). С. 107–144; Д. 9: Т. 7. Москва (1930–1941). С. 145–162; Д. 10: Т. 8. Война. Москва – Свердловск (1941–1945). С. 163–174; Д. 11: Т. 9. Москва (1945–1952). С. 175–225; Д. 12: Т. 10. Биография Натальи Сергеевны. С. 226–277.
163. *Голубева О.В.* Приближенная теория надкрылка и подкрылка // Тр. ЦАГИ, 1939. Вып. 398. С. 4–35.
164. *Голубева О.В.* Владимир Васильевич Голубев (биографический очерк) // Владимир Васильевич Голубев (к 100-летию со дня рождения). М.: Знание, 1984. С. 5–9.
165. *Гончаров В.Л.* О научных работах Римана // *Риман Б.* Сочинения. М.–Л.: ГИТТЛ, 1948. С. 7–46.
166. *Гранин Д.А.* Зубр // Новый мир. 1987. № 1. С. 19–95; № 2. С. 7–92.
167. *Григорьян А.Т.* Разработка теоретических основ авиации в работах Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина // Исследования по истории механики. М.: Наука, 1983.
168. *Григорян А.А.* Гносеологические основания эффективности применения математики. Автореф. дисс. ... канд. философ. наук. М., 1985. 18 с.
169. *Долженко Е.П.* О приближении на замкнутых областях и о нуль-множествах // ДАН. 1962. Т. 143, С. 771–774.
170. *Долженко Е.П., Колесников С.В.* О работах В.В. Голубева по теории функций комплексного переменного // Владимир Васильевич Голубев (к 100-летию со дня рождения). М.: Знание, 1984. С. 27–37.
171. *Дубровин Б.А., Матвеев В.Б., Новиков С.П.* Нелинейные уравнения типа Кортевега–де Фриза, конечнозонные линейные операторы и абелевы многооборазия // УМН. 1976. Т. 31. С. 55–136.
172. *Жуковский Н.Е.* Видоизменение метода Кирхгофа для определения движения жидкости в двух измерениях при постоянной скорости, данной на неизвестной линии тока // Матем. сборник. 1890. Т. 15. С. 121–276. Цит. по кн.: Жуковский Н.Е. Полн. собр. соч. М.–Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1936. Т. 3. С. 195–341.
173. *Жуковский Н.Е.* О присоединенных вихрях // Тр. Отд. физич. наук. 1906. Т. 13. Вып. 2. С. 12–25. Цит. по кн.: *Жуковский Н.Е.* Собр. соч. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949. Т. 4.
174. *Жуковский Н.Е.* Геометрические исследования о течении Кутта // Тр. Отд. физич. наук, 1911. Т. 15. Вып. 1. С. 10–22; 1912. Т. 15, вып. 2. С. 36–47. Цит. по кн.: *Жуковский Н.Е.* Собр. соч. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949. Т. 4. С. 139–178.
175. *Жуковский Н.Е.* О поддерживающих планах типа “Антуанетт” // Тр. Отд. физич. наук. 1911. Т. 15. Вып. 2. С. 7–20. Цит. по кн.: *Жуковский Н.Е.* Собр. соч. М.-Л.: ГИТТЛ, 1949. Т. 4. С. 179–206.
176. *Жуковский Н.Е.* Теоретические основы воздухоплавания. Ч. 1. М.: Студенч. издат. общ-во при МВТУ, 1911; 2-е изд., 1925. Цит. по кн.: *Жуковский Н.Е.* Собр. соч. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. Т. 6. С. 7–456.
177. *Жуковский Н.Е.* Вихревая теория лобового сопротивления, данная проф. Карманом (статья первая) // Тр. Отдел. физич. наук, 1914. Т. 17. Вып. 1. Цит. по кн.: *Жуковский Н.Е.* Собр. соч. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949. Т. 4. С. 271–292.
178. *Жуковский Н.Е.* Теоретическая механика. М.–Л.: ГИТТЛ, 1950. 811 с.
179. Из воспоминаний о В.В. Голубеве // Голубев Владимир Васильевич (к 100-летию со дня рождения). М. 1986. С. 59–77.
180. *Ильюшин А.А., Некрасов А.И.* О научных трудах члена-корреспондента АН СССР Голубева Владимира Васильевича. 1946. / Архив музея Н.Е. Жуковского. Фонд АН СССР. Инв. № 296. Материалы к истории ЦАГИ. Ученые ЦАГИ – члены-корреспонденты АН СССР. Сб. 3. Работа 004190. 1962. С. 13–22.
181. *Клейн Ф.* Лекции о развитии математики в XIX столетии. М.–Л.: ОНТИ, 1937.

182. *Ковалевская С.В.* Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки // Движение твердого тела вокруг неподвиждной точки. М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1940. С. 11–49.
183. *Козлов В.В.* Методы качественного анализа в динамике твердого тела. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980. 230 с.
184. *Коллингвуд Э.Ф., Ловатер А.Дж.* Теория предельных множеств. М.: Мир, 1971. 312 с.
185. *Космодемьянский А.А.* Владимир Васильевич Голубев – его жизнь и научная деятельность // *Космодемьянский А.А.* Очерки по истории механики. М.: Просвещение, 1964. С. 385–408.
186. *Космодемьянский А.А.* Николай Егорович Жуковский. М.: Наука, 1984. 192 с.
187. *Космодемьянский А.А.* Владимир Васильевич Голубев. К 100-летию со дня рождения // Исслед. по истории физики и механики. М.: Наука, 1985. С. 280–298.
188. Краткая рецензия инженера-подполковника Смурова на книгу В.В. Голубева "Лекции по теории крыла". 1950. 3 с. / Архив музея Н.Е. Жуковского. Фонд В.В. Голубева. Инв. № 4483. Д. 222(*а*).
189. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. М.-Л.: ГТТИ, 1951. 606 с.
190. *Лейбензон Л.С.* Николай Егорович Жуковский. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1947. 184 с.
191. *Лейбензон Л.С.* Отзыв о работах профессора В.В. Голубева. 1946 г. / Архив музея Н.Е. Жуковского. Фонд АН СССР. Инв. № 296. Материалы к истории ЦАГИ. Ученые ЦАГИ – члены-корреспонденты АН СССР. Сб. 3. Работа 004190. 1962. С. 8–12.
192. *Лифанов И.К.* В.В. Голубев и кафедра высшей математики ВВИА имени профессора Н.Е. Жуковского // Голубев Владимир Васильевич (к 100-летию со дня рождения). М. 1986. С. 35–39.
193. *Лойцянский Л.Г.* Аэродинамика пограничного слоя. М.-Л.: ГИТТЛ, 1941. 412 с.
194. *Лузин Н.Н.* О конформном отображении // Изв. Иваново-Вознес. политехн. ин-та. 1919. Вып. 2. С. 77–80. Цит. по кн.: *Лузин Н.Н.* Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1953. Т. 1. С. 267–269.
195. *Лузин Н.Н.* О существовании аналитических функций, равномерно бесконечных вблизи купюры // Там же. 1922. Вып. 5. С. 20–26.
196. *Лузин Н.Н., Привалов И.И.* О единственности и множественности аналитических функций // Comptes Rendus. 1924. Vol. 178. P. 456–459.
197. *Лузин Н.Н.* Владимир Васильевич Голубев. 1944. Рукопись. 19 с. / Архив музея Н.Е. Жуковского. Фонд В.В. Голубева. Инв. № 4483(1). Д. 30. Опубл. в кн.: *Протасова Л.А., Тюлина И.А.* Владимир Васильевич Голубев. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. С. 54–61.
198. *Лузин Н.Н.* Отзыв о работах члена-корреспондента АН СССР В.В. Голубева. Б/д. Рукопись. 13 с. // Архив музея Н.Е. Жуковского. Фонд В.В. Голубева. Инв. № 4483(1). Д. 35(*б*).
199. *Лузин Н.Н.* Письмо В.В. Голубеву. Б/д. 9 с. // Там же. Д. 68.
200. *Ляпунов А.М.* Об одном свойстве дифференциальных уравнений задачи о движении тяжелого твердого тела, имеющего неподвижную точку // *Ковалевская С.В.* Научные работы. М.: Изд-во АН СССР, 1948. С. 286–310.
201. *Маркушевич А.И.* Теория аналитических функций. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 703 с.
202. *Маркушевич А.И.* Математические труды В.В. Голубева // [114]. С. 5–9.
203. Материалы по выдвижению кандидатуры В.В. Голубева в члены АН СССР. 78 с. / Архив музея Н.Е. Жуковского. Фонд В.В. Голубева. Инв. № 4483(1). Д. 35(*а–в*).
204. *Меркулова Н.М.* Работы советских ученых по аэромеханике (краткий исторический очерк) // Очерки истории математики и механики. М.: Изд-во АН СССР, 1963. С. 86–124.
205. *Меркулова Н.М.* Создание современной теории профиля крыла (1906–1911) // Проблемы истории математики и механики. Вып. 1. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1972. С. 113–117.
206. *Маркулова Н.М.* Работы Л. Прандтля в области аэродинамики // Исследования по истории и теории развития авиационной и ракетно-космической науки и техники. Вып. 2. М.: Наука, 1983. С. 81–97.

207. *Меркулова Н.М.* Развитие аэродинамики в СССР (1917–1932) // Исследования по истории механики. М.: Наука, 1983. С. 192–199.
208. *Монастырский М.И.* Бернхард Риман. М.: Знание, 1979. 64 с.
209. *Неванлинна Р.* Однозначные аналитические функции. М.-Л.: ГИТТЛ, 1941. 388 с.
210. Некоторые даты к истории ЦАГИ (1918–1945) // Матер. к истории ЦАГИ. М.: Изд-во ЦАГИ, 1968. С. 17–63.
211. *Ништ М.И.* Выдающийся аэродинамик // Голубев Владимир Васильевич (к 100-летию со дня рождения). М., 1986. С. 21–34.
212. *Новоселов С.И.* О справочнике по элементарной математике // Математика в школе. 1952. № 4. С. 77–80.
213. *Носиро К.* Предельные множества. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. 252 с.
214. Обзор научных трудов В.В. Голубева // Прикладн. матем. и механика 1955. Т. 19, вып. 2. С. 131–140.
215. Переписка С.В. Ковалевской и Г. Миттаг-Леффлера. Научное наследство. Т. 7. М.: Наука, 1984. 311 с.
216. *Полубаринова-Кочина П.Я.* Об однозначных решениях и алгебраических интегралах задачи о вращении тяжелого твердого тела около неподвиджной точки // Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1940. С. 157–186.
217. *Привалов И.И.* Интеграл Cauchy. Саратов, 1919. 96 с.
218. *Привалов И.И.* Граничные свойства аналитических функций. 2-е изд. М.-Л.: ГТТИ, 1950. 336 с.
219. Программа РКП(б) // КПСС в резолюциях и решениях съездов, конференций и пленумов ЦК. 9-е изд. Т. 2. М.: Политиздат, 1983. С. 71–92.
220. *Протасова Л.А., Тюлина И.А.* Владимир Васильевич Голубев. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. 109 с.
221. *Рудин У.* Подалгебры пространств непрерывных функций // Некоторые вопросы теории приближений. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. С. 124–132.
222. *Сагомонян А.Я.* Памяти Владимира Васильевича Голубева (К столетию со дня рождения) // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1984. № 6. С. 102–104.
223. Саратовский университет 1909–1959 гг. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1959. 288 с.
224. *Саткевич А.А.* Аэродинамика как теоретическая основа авиации. Петроград, 1923. 579 с.
225. *Седов Л.И.* Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. 3-е изд. М.: Наука, 1980. 448 с.
226. *Слезкин Н.А.* О применении метода В.В. Голубева к обтеканию капельной жидкостью острой кромки плоского контура // Владимир Васильевич Голубев (к 100-летию со дня рождения). М.: Знание, 1984. С. 21–26.
227. *Суслов Г.К.* Теоретическая механика. 3-е изд. М.-Л.: Гостехиздат, 1946. 654 с.
228. *Тарг С.М.* К теории крыла с щитовидным закрылком // Тр. III Всес. конф. по аэродинамике. Ч. 2. М., 1935. С. 14–29.
229. *Тарг С.М.* Владимир Васильевич Голубев (некоторые штрихи творческой биографии) // Владимир Васильевич Голубев (к 100-летию со дня рождения). М.: Знание, 1984. С. 10–15.
230. *Теплицкая А.В.* Отражение деятельности ученых-математиков и механиков в серии "Замечательные ученые Московского университета " // История и методология естественных наук. Вып. XXIX. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1982. С. 166–171.
231. *Федоров В.С.* Непрерывность и моногенность // Изв. Иваново-Вознес. политехн. ин-та. 1919. Вып. 1. С. 1–12.
232. *Федоров И.В.* Замечательные ученые Московского университета // Вестн. высш. шк. 1950. № 10. С. 60–61.
233. *Форд Л.Р.* Автоморфные функции. М.-Л.: ОНТИ НКТП, 1936. 340 с.
234. *Фукс Б.А., Шабат Б.В.* Функции комплексного переменного и некоторые их приложения. М.-Л.: ГИТТЛ, 1949. 383 с.
235. *Цветаева А.И.* Воспоминания. 3-е изд. М.: Сов. писатель, 1984. 768 с.
236. Центральный государственный исторический архив г. Москвы. Ф. 418. Оп. 86. Д. 280. 1908.

237. *Чаплыгин С.А.* О давлении плоскопараллельного потока на преграждающие тела (к теории аэроплана) // Матем. сб. 1910. Т. 28. Цит. по кн.: *Чаплыгин С.А.* Собр. соч. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. Т. 2. С. 184–229.
238. *Чаплыгин С.А.* Схематическая теория разрезного крыла аэроплана // Научно-технический вестник. 1921. № 4–5. Цит. по кн.: Чаплыгин С.А. Собр. соч. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. Т. 2. С. 431–471.
239. *Чаплыгин С.А.* О влиянии плоскопараллельного потока воздуха на движущееся в нем цилиндрическое крыло // Тр. ЦАГИ. 1926. Вып. 19. Цит. по кн.: *Чаплыгин С.А.* Собр. соч. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. Т. 2. С. 300–382.
240. *Чаплыгин С.А., Аржаников Н.С.* К теории открылка и закрылка // Тр. ЦАГИ. 1931. Вып. 105. Цит. по кн.: *Чаплыгин С.А.* Собр. соч. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. Т. 2. С. 472–487.
241. *Чаплыгин С.А.* К теории триплана // Тр. ЦАГИ. 1936. Вып. 296. Цит. по кн.: *Чаплыгин С.А.* Собр. соч. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. Т. 2. С. 508–536.
242. *Эйнштейн А.* Иоганн Кеплер // Эйнштейн А. Физика и реальность. М.: Наука, 1965. С. 106–109.
243. *Юрьев Б.Н.* Теория индуктивного сопротивления крыльев аэропланов. М., 1922. 54 с.
244. *Юрьев Б.Н.* Индуктивное сопротивление крыльев аэропланов // Тр. ЦАГИ. 1926. Вып. 20. 123 с.
245. *Betz A.* Beiträgy zur Tragflügeltheorie mit besonderer Berück sichtigung der einflachen rechteckigen Flügels. Diss. Göttingen, 1919 // Ber. und Abh. Wiss. Ges. Leftfahrt. 1920. N 2. Okt. (рус. пер.: Бетц А. Теория крыла с особым аналогом простого прямоугольного крыла. М.: ЦАГИ, 1920.)
246. *Blaschke W.* Eine Erweiterung des Satzes von Vitali über Folgen analytischer Funktionen // Leipziger Berichte. 1915. Vol. 67 (1). S. 194–200.
247. *Blumental O.* Principes de la théorie de fonctions entiers d'ordre infini. Paris: Gauthier–Villars, 1910. 150 p.
248. *Borel E.* Leçons sur la théorie des fonctions. Paris: G.–V., 1898. 136 p.
249. *Borel E.* Leçons sur la fonctions entiéres. Paris: G.–V., 1900. 124 p.
250. *Denjoy A.* Sur la continutié des fonctions analytiques singulieres // Bull. Soc. Math. France. 1932. N 60. P. 27–105.
251. *Glauert H.* The elements of aerofoil and airscrew theory. Cambridge: Univ. press, 1930. 228 p.; 2-d ed. 1948. 232 p.
252. *Klein F.* Uber Riemann's Theorie der algebraischen Functionen und ihrer Integrale. L.: Teubner, 1882. 82 S.
253. *Klein F.* Riemann'sche Flächen. Vorlesung von F. Klein, gehalten während des Wintersemesters 1891–1892. Göttingen, 1892. Bd. 1. 254 S.; Bd. 2. 262 S.; 2-er Abdr., 1894.
254. *Montel P.* Leçons sur les familles normales de fonctions analytiques et leurs applications. Paris: G.–V., 1927. 306 p. (Рус. пер.: *Монтель П.* Нормальные семейства аналитических функций. М.; Л.: Гл. ред. общетехнич. лит-ры и номографий, 1936. 240 с.).
255. *Painlevé P.* Sur les lignes singulieres des fonctions analytiques // Ann. Fac. Sci. Toulouse, 1888. T. 2. P. 1–130.
256. *Pompéiu D.* Sur la continuité des fonctions de variables complexes // Ann. Fac. Sci. Toulouse (2). 1905. T. 7. P. 265–314.
257. *Prandtl L.* Tragflügeltheorie. 1 Mitteilung // Nachr. Ges. Wiss. Göttingen: Math.-Phys. Kl., 1918. S. 451–477.
258. *Prandtl L.* Tragflügeltheorie. 2 Mitteilung // Nachr. Ges. Wiss. Göttingen: Math.-Phys. Kl., 1919. S. 107–137.
259. *Riemann B.* Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Funktionen einer veränderlichen complexen Grösse. Göttingen: Rente, 1851. (Рус. пер.: *Риман Б.* Основы общей теории функций одной комплексной переменной // *Риман Б.* Сочинения. М.; Л.: ГИТТЛ, 1948. С. 49–87).
260. *Riemann B.* Theorie der Abel'schen Funktionen. Berlin: Reimer, 1857. 55 S. (Рус. пер.: Риман Б. Теория абелевых функций // Риман Б. Сочинения. М.; Л.: ГИТТЛ, 1948. С. 88–138).
261. *Zoretti L.* Leçons sur le prolongement analytique. Paris: G.–V., 1911. 118 p.

Оглавление

Л.А.Протасова
И.А.Тюлина

Владимир Васильевич ГОЛУБЕВ

3000р