АКАДЕМИЯ НАУК СССР

НАУЧНО БИОГРАФИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

Н. Д. Беспамятных

Степан Александрович
БОГОМОЛОВ

1877—1965

Ответственный редактор
Е. П. ОЖИГОВА

ЛЕНИНГРАД
«НАУКА»
Ленинградское отделение
1989

УДК 92 Богомолов: «19»51

Беспамятных Н. Д. Степан Александрович Богомолов. 1877—1965. Л.: Наука, 1989. 117 с.

Книга посвящена жизни и деятельности профессора С. А. Богомолова, крупного геометра, кристаллографа, педагога, автора многих учебников и научно-популярных книг по математике. Библ. 95 назв. Ил. 8. Табл. 2.

Рецензенты:

А. А. ГУСАК, Б. А. РОЗЕНФЕЛЬД, А. П. ЮШКЕВИЧ

Редактор издательства
Г. Л. КИРИКОВА

Б $\frac{1602010000\text{-}511}{054(02)\text{-}89}$ 53-89НП

ISBN 5-02-024507-0

От редактора

Во время подготовки рукописи этой книги к сдаче в издательство «Наука» после тяжелой и продолжительной болезни скончался ее автор, Н. Д. Беспамятных. Дочь его, Зинаида Никифоровна, сообщила об основных вехах его жизненного пути.

Никифор Дмитриевич родился 23 апреля 1910 г. в селе Сарафаново Егоршинского уезда (ныне Свердловской области). Учился на Урале — сначала в Покровской семилетней школе, затем в Алапаевской средней, одновременно работая на металлургическом заводе. В 1933 г. окончил Пермский университет и там же аспирантуру при кафедре математики. В 1936/37 г., направленный по распределению, преподает математику в Благовещенском пединституте, а с 1938 по 1941 г. — в Белорусском политехническом институте (г. Минск).

В годы Великой Отечественной войны Н. Д. Беспамятных участвовал в боях за освобождение Белоруссии, Польши, Восточной Пруссии. После демобилизации в ноябре 1945 г. он был направлен Министерством просвещения Белоруссии в Гродненский педагогический институт, потом ставший университетом, где сначала преподавал, а позднее еще и заведовал кафедрой геометрии и элементарной математики. В 1949 г. после защиты диссертации он стал кандидатом педагогических наук, в 1952 г. — доцентом.

Научные труды Н. Д. Беспамятных посвящены истории математики и математического просвещения. Он автор свыше 90 научных и методических работ, в том числе книги «Математическое образование в Белоруссии» (Минск, 1975); статей по истории науки в Белоруссии, Прибалтике, публикаций по истории арифметических публикаций в России, истории элементарных геометрических и алгебраических исследований в России; истории инструментальных вычислений в XVII—XVIII вв.; активный участник конференций, в том числе Прибалтийских, по истории науки. Умер Н. Д. Беспамятных 6 декабря 1987 г., не успев закончить подготовку рукописи для представления ее в издательство. Стадию завершения (проверку, сокращение и дополнение текста, изготовление фотографий, составление списков литературы, дат жизни С. А. Богомолова, перепечатку) пришлось взять на себя редактору этой книги и дочери С. А. Богомолова Татьяне Степановне. Рукопись была прочитана проф. А. Л. Вернером, заведующим кафедрой геометрии, и сотрудниками этой кафедры при Ленинградском государственном педагогическом институте им. А. И. Герцена, или Герценовском институте, как далее для краткости он будет именоваться, а также П. Л. Дубовым, одним из авторов главы о трудах С. А. Богомолова по кристаллографии.

Сотрудники Музея истории Герценовского института любезно предоставили сведения о Женском педагогическом институте; внучка профессора З. З. Вулиха Е. Б. Чижова и бывшая преподавательница Герценовского института И. А. Егорова — данные о З. З. Вулихе.

Всем, содействовавшим созданию этой книги, приносится благодарность.

Библиографические ссылки в тексте — заключенный в квадратные скобки номер одного из списков литературы (I — научные труды С. А. Богомолова; II — использованная литература), порядковый номер позиции списка и при необходимости номер страницы.

Предисловие

Исследования С. А. Богомолова относятся к различным областям науки: геометрии, математической кристаллографии, прикладной математике, методике математики, философии. В области геометрии ему принадлежат оригинальное синтетическое построение неевклидовой геометрии Римана (эллиптической геометрии) и использование идей Грассмана в решении конкретных геометрических вопросов; математической кристаллографии — две книги под общим названием «Вывод правильных систем по методу Федорова» и несколько статей; прикладной математики — конкретные задачи из области техники; педагогики — большой цикл работ по методике преподавания математики в средней и высшей школе. Для педагогических институтов им был создан прекрасный учебник по основаниям геометрии; для высшей технической школы — курсы лекций по математическому анализу, аналитической геометрии и другим математическим дисциплинам. С. А. Богомолов возглавлял Ленинградское общество ревнителей математического образования, внесшее в 20-е годы ценный вклад в организацию математического образования в советской школе. Наконец, множество работ относится к истории математики.

В настоящем издании сделана попытка охарактеризовать в общих чертах научную и педагогическую деятельность С. А. Богомолова и составить по возможности полный список его трудов. Автор выражает искреннюю благодарность Е. П. Ожиговой, по совету которой начато изучение жизни и творчества Богомолова; Татьяне Степановне Богомоловой, оказавшей всемерное содействие и предоставившей в распоряжение автора комплект публикаций и другие материалы своего отца; профессору Белорусского государственного университета А. А. Гусаку, сделавшему ряд полезных замечаний.

Н. Д. Беспамятных

Глава 1

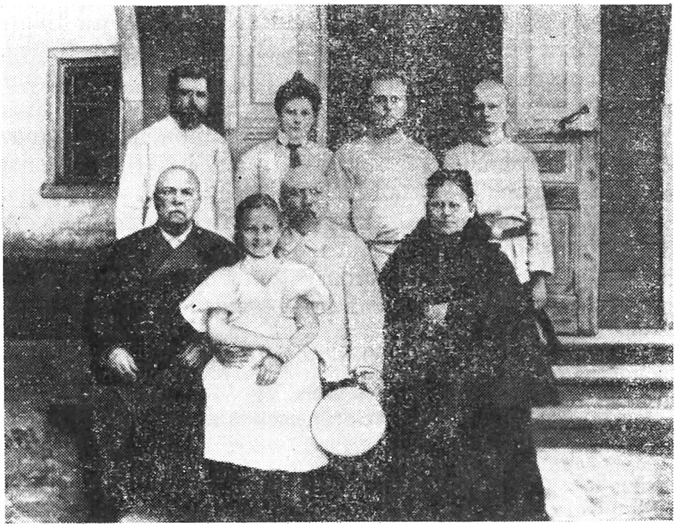
Краткая биография. Формирование научных интересов

Степан Александрович Богомолов родился 14 (2) февраля 1877 г. в городе Боброве Воронежской губернии в семье статского советника А. С. Богомолова.[1] Отец, Александр Степанович, родился в Задонске 18 октября 1826 г. На восьмом году жизни он был определен в организованную при Задонском уездном училище школу, где обучение велось по методу Ланкастера, или по методу взаимного обучения. Последний состоял в следующем. Учащиеся объединялись по уровню подготовки в несколько групп, каждая из которых в общем классе занимала отведенный ей стол. На стенах по числу групп вывешивались таблицы, по которым ученик старшей группы учил младших читать. Из одной группы в другую учеников переводили по мере их успехов. В первых двух группах писали заостренными деревянными палочками по песку, рассыпанному на столе; в следующих — на грифельных досках гусиными перьями, обмакивая их в растворенный мел; и только в двух последних — чернилами на бумаге. По субботам все столы и скамейки сдвигались на середину класса, и ученики, выстроившись по порядку, маршировали вокруг столов, распевая таблицу умножения. Окончив в 1838 г. уездное училище, А. С. Богомолов поступает в Воронежскую губернскую гимназию, откуда выходит в 1845 г. с правом на чин 14-го класса. К слову сказать, требования к получающим аттестаты зрелости были невысокими. Письменных экзаменов не было ни при переходе из класса в класс, ни при экзамене на аттестат зрелости.

После окончания гимназии А. С. Богомолов поступает на службу.

---

[1] Гос. архив Воронежской области, ф. 29, оп. 124, д. 99, л. 58.



*Семья Богомоловых. Начало 20-го столетия, г. Бобров.
С. А. Богомолов стоит вторым справа.*

Как свидетельствуют архивные документы, занимая разные должности в различных учреждениях, А. С. Богомолов медленно, но неуклонно одолевает все ступени чиновной иерархии. Начав коллежским регистратором, он поочередно побывал в чинах губернского секретаря, коллежского секретаря, титулярного советника, коллежского асессора, надворного советника, коллежского советника, статского советника (26 ноября 1875 г.), действительного статского советника (1 января 1885 г.) и был награжден несколькими орденами, пожалован званием почетного гражданина г. Боброва и утвержден в правах потомственного дворянина.

Мать, Анна Андреевна (1840—1916), урожденная Пожидаева и по первому мужу Гарденина, по обычаю того времени вела домашнее хозяйство и занималась воспитанием детей. У четы Богомоловых были дети от их первых браков (у мужа — три сына, у жены — сын и дочь) и кроме общего сына Степана — дочь Мария (1880—1933).

Сохранилась копия свидетельства Степана Александровича о регистрации в метрической книге Николаевского собора в Боброве за 1877 г. Она находится в личном деле его отца, А. С. Богомолова, бывшего в то время Бобровским уездным исправником. Дело это хранится в Государственном архиве Воронежской области в фонде Воронежского дворянского собрания.

В метрическом свидетельстве датой рождения Степана Александровича значится 2 февраля 1877 г. (позднее в паспорте будет ошибочно указан 1876 г.), крещения — 6 февраля.

Начальное образование Степан Богомолов получил в Бобровской прогимназии, а в 1895 г. окончил Воронежскую классическую гимназию с золотой медалью, о чем свидетельствует его аттестат зрелости.

Дан сей Стефану Богомолову, потомственному дворянину, вероисповедания православного, родившемуся в г. Боброве Воронежской губ. 1877 г. февраля 2-го числа, обучавшемуся в Бобровской прогимназии 3.5 года и в Воронежской гимназии 4 года и пробывшему один год в восьмом классе, в том, во-первых, что на основании наблюдений за все время обучения в Воронежской гимназии поведение его вообще было о т л и ч н о е, исправность в посещении и приготовлении уроков, а также в исполнении письменных работ о т л и ч н а я, прилежание и любознательность о т л и ч н ы е, и, во-вторых, что он обнаружил нижеследующие познания:

Предметы гимназического курса	Отметки, выставленные в Педагогическом Совете . . .	На испытаниях, происходивших в мае—июне 1895 г.
1. Закон Божий		5 (пять)
2. Русский язык с церковно-славянским и словесность		5 (пять)
3. Логика		5 (пять)
4. Латинский		5 (пять)
5. Греческий		5 (пять)
6. Математика	5 (пять)	5 (пять)
7. Физика и мат. геогр.		5 (пять)
8. История		5 (пять)
9. География		5 (пять)
10. Немецкий язык		5 (пять)
11. Французский язык		5 (пять)
12. Военная гимнастика	4 (четыре)	
13. Музыка	4 (четыре)	
14. Пенис	4 (четыре)	

Во внимание к постоянно отличному поведению и прилежанию и к отличным успехам в науках, в особенности же в и з у ч е н и и д р е в н и х я з ы к о в и м а т е м а т и к и, Педагогический Совет Воронежской губернской гимназии постановил наградить его золотою медалью и выдать ему аттестат, предоставляющий все права, означенные в §§ 129—132 Высочайше утвержденного

30-го июля 1871 г. Устава гимназий и прогимназий. При отбывании воинской повинности по жребию Стефан Богомолов пользуется правами окончившего курс в учебном заведении второго разряда (ст. 56, п. 2).

Г. Воронеж. Июня 8-го дня 1895 г.
Директор гимназии М. Григоровский
Инспектор гимназии М. Высоцкий [2]

Классической гимназии с хорошо поставленным преподаванием двух древних языков и двух иностранных С. А. Богомолов был обязан тем, что, успешно занимаясь математикой, мог впоследствии свободно читать математическую литературу в оригинале — на английском, французском, немецком и латинском языках.

Среди преподавателей математики в учебных заведениях Воронежа было немало творчески одаренных, публиковавшихся в различных журналах, однако имени Чубинского, учителя математики гимназических лет Богомолова, среди них встретить не удалось.

В том же 1895 г. Степан Богомолов поступает на математическое отделение физико-математического факультета Петербургского университета. В студенческие годы он выполняет научную работу на заданную факультетом тему «Об интегрировании дифференциалов, содержащих корень квадратный из целого полинома»,[3] часть которой была опубликована под названием «Заметка о формуле приведения ультраэллиптических интегралов» [I, 1]. По-видимому, тема была предложена профессором И. Л. Пташицким, читавшим курсы аналитической и начертательной геометрии и курс теории эллиптических функций, особенно привлекавших Богомолова.

Научные интересы явно обозначились еще в студенческие годы и были направлены в сторону анализа. Много позднее, уже работая в высших технических учебных заведениях, он преподавал анализ и его приложения к решению задач прикладного характера.

Об уровне подготовки на физико-математическом факультете университета того времени представление может дать перечень читаемых дисциплин с указанием фамилий ведущих их преподавателей.

---

[2] ЛГИА (Ленинградский государственный исторический архив), ф. 14, оп. 3, д. 31562, л. 3, 3 об.

[3] ЛО ААН (Ленинградское отделение Архива Академии наук СССР), ф. 1019, оп. 1, д. 1.

С. А. Богомолов — студент университета. 1895 г.

Первый семестр, осень 1895 г.

1. Неорганическая химия — проф. Коновалов.
2. Аналитическая геометрия — пр.-доц. Пташицкий.
3. Введение в анализ — проф. Марков.
4. Измерительные приборы — проф. Петрушевский.
5. Тепловые измерения — проф. Петрушевский.
6. Механический отдел физики — проф. Хвольсон.
7. Общий курс астрономии — проф. Глазенап.
8. Начертательная геометрия — пр.-доц. Пташицкий.
9. Сферическая тригонометрия — проф. Жданов.
10. Введение к практическим занятиям по физике — пр.-доц. Лермантов.
11. Богословие — проф. Рождественский.
12. Английский язык — проф. Тернер.

Второй семестр, 1896 г.

1. Аналитическая геометрия — пр.-доц. Пташицкий.
2. Введение в анализ — проф. Марков.
3. Общий курс астрономии — проф. Глазенап.
4. Учение о силах — проф. Хвольсон.
5. Теплота — проф. Петрушевский.
6. Геометрическая оптика — проф. Петрушевский.

7. Неорганическая химия — проф. Коновалов.
8. Начертательная геометрия — пр.-доц. Пташицкий.
9. Английский язык — проф. Тернер.
10. Богословие — проф. Рождественский.

Третий семестр, 1896 г.

1. Уравнения с числовыми коэффициентами — проф. Сохоцкий.
2. Дифференциальное исчисление — проф. Марков.
3. Геометрическая оптика — проф. Петрушевский.
4. Сферическая астрономия — проф. Жданов.
5. Физика твердых и жидких тел — проф. Боргман.
6. Акустика — проф. Хвольсон.
7. Практические занятия по дифференциальному исчислению — пр.-доц. Граве.

Четвертый семестр, 1897 г.

1. Высшая алгебра — проф. Сохоцкий.
2. Дифференциальное исчисление — проф. Марков.
3. Интегрирование функций — проф. Поссе.
4. Приложения дифференциального исчисления — проф. Поссе.
5. Магнетизм и гальванизм — проф. Петрушевский.
6. Физика (механика) — проф. Боргман.
7. Акустика — проф. Хвольсон.
8. Сферическая астрономия — проф. Жданов.
9. Практические занятия — пр.-доц. Граве.
10. Высшая геометрия [4] — пр.-доц. Савич.

Пятый семестр, 1897 г.

1. Интегрирование уравнений — проф. Коркин.
2. Теория определенных интегралов — проф. Сохоцкий.
3. Приложения аналитической геометрии — проф. Поссе.
4. Теория чисел — пр.-доц. Селиванов.
5. Электростатика — проф. Боргман.
6. Механика — проф. Бобылев.
7. Задачи по механике — пр.-доц. Мещерский.
8. Практические занятия — Тагалович.
9. Оптика — пр.-доц. Егоров.
10. Теория света — проф. Жданов.
11. Метеорология — проф. Воейков.
12. Эллиптические функции — пр.-доц. Пташицкий.

Шестой семестр, 1898 г.

1. Интегрирование уравнений — проф. Коркин.
2. Определенное интегрирование — проф. Сохоцкий.
3. Теория чисел — пр.-доц. Селиванов.
4. Исчисление конечных разностей — пр.-доц. Селиванов.
5. Механика — проф. Бобылев.
6. Задачи по механике — пр.-доц. Мещерский.

[4] Проективная геометрия.

7. Метеорология — проф. Воейков
8. Электричество — проф. Боргман.
9. Оптика — пр.-доц. Егоров.
10. Низшая геодезия — проф. Жданов.

Седьмой семестр, 1898 г.

1. Интегрирование уравнений — проф. Коркин.
2. Теория вероятностей — проф. Марков.
3. Механика — проф. Бобылев.
4. Геодезия — проф. Жданов.
5. Земной магнетизм — проф. Броунов.
6. Вихревые движения — проф. Броунов.
7. Теория упругости — проф. Домогаров.
8. Электромагнетизм — проф. Булгаков.
9. Практические занятия — пр.-доц. Селиванов.

Восьмой семестр, 1899 г.

1. Интегрирование уравнений — проф. Коркин.
2. Гидростатика — проф. Бобылев.
3. Световые явления — проф. Броунов.
4. Вихревые движения — проф. Броунов.
5. Небесная механика — проф. Жданов.

Как видим, математический анализ и дифференциальные уравнения читали выдающиеся математики — А. А. Марков и А. Н. Коркин, а наряду с физическими науками в программу входили дисциплины прикладного характера: механика, гидростатика, теория упругости, геодезия. Петербургская математическая школа всегда отличалась связью теоретических наук с прикладными. Математические предметы составляли треть учебного плана и примерно столько же — предметы физики. В программу обучения входил и большой цикл астрономических наук: общий курс астрономии, сферическая астрономия, небесная механика. Что касается геометрии, которая позднее становится основной специальностью Богомолова, то в Университете ее представляли лишь обычные курсы аналитической, начертательной и высшей геометрии.

На каникулы Степан Богомолов ездил домой, в Бобров, или к родным в Нижний Новгород (ныне Горький) и Тулу.

В 1899 г. он заканчивал университет, но вместо диплома получил, как и все студенты его курса, лишь свидетельство нижеследующего содержания за подписями декана факультета и секретаря.

СВИДЕТЕЛЬСТВО[5]

Предъявитель сего, Стефан Александрович Богомолов, православного исповедания, сын потомственного дворянина, родившийся 2-го февраля 1877 г. в г. Боброве, по аттестату зрелости Воронежской гимназии принят был в число студентов С.-Петербургского университета в августе 1895 г. и зачислен на Математическое отделение физико-математического факультета, на котором слушал курсы: по математике, механике, физике, астрономии, неорганической химии . . . участвовал в установленных учебным планом практических занятиях, подвергался испытанию из богословия и английского языка. . . и по выполнении всех условий, требуемых правилами о зачете полугодий, имеет восемь зачтенных полугодий. В удостоверение чего, на основании ст. 77 Общего Устава Императорских Российских университетов от 23 августа 1884 г., выдано. . . 19 марта 1899 г.

Такой поворот дела был вызван тем, что в знак протеста против избиения студентов в день годичного торжественного акта 8 февраля 1899 г. студенты его курса присоединились к забастовке и за это к государственным экзаменам допущены не были. Последние состоялись весной 1900 г.

После получения 27 сентября 1900 г. диплома первой степени об окончании университета Богомолов был оставлен при этом учебном заведении для подготовки к профессорскому званию, но без стипендии. Поэтому с осени 1900 г. он начинает преподавать сначала во Введенской гимназии на Петербургской стороне, а с 1901 г. — в Реформатском училище, находившемся на набережной Мойки, 38, и объединявшем гимназию и реальное училище. Документы этого периода хранятся в Ленинградском государственном историческом архиве (ЛГИА).

В 1902 г. С. А. Богомолов становится штатным преподавателем только что открытого Политехнического института, однако еще целый год параллельно преподает в училище. Но именно работа в гимназии послужила стимулом к серьезным занятиям вопросами преподавания геометрии в школе.

В 1902/03 учебном году Богомолов сдал экзамены на степень магистра чистой математики; в 1903 г. получил приглашение преподавать в Михайловском артиллерийском училище, в 1905 г. — в Женском педагогическом институте. Приняв оба предложения, он с той поры тесно связан с педагогическими и военными учебными заведе-

---

[5] ЛГИА, ф. 14, оп. 3, д. 31562, л. 12.

ниями. К тому же в течение 1907/08 года он преподает еще и в Институте инженеров путей сообщения. В 1911 г. он оставил Михайловское училище и перешел в Электротехнический институт, где читал аналитическую геометрию.

Участвуя в работе отдела математики при Педагогическом музее военно-учебных заведений, где разрабатывались методики преподавания этой дисциплины, С. А. Богомолов выступал с докладами на Всероссийских съездах преподавателей математики, возглавлял Комиссию по составлению программ по геометрии и тригонометрии, чтобы рассмотреть их на III съезде, который не состоялся в связи с началом первой мировой войны. Но результаты деятельности Комиссии, под руководством С. А. Богомолова разработавшей программы, не пропали даром. Они были использованы при составлении первых программ для новой, советской школы.

В 1918 г. С. А. Богомолову — в то время преподавателю Женского педагогического института — было присвоено звание профессора. С 1921 по 1923 г. он — член Научно-методического совета, в 1924—1930 гг. — председатель Общества ревнителей математического образования; в 1924—1927 гг. — действительный член Государственного института научной педагогики, где заведует отделом математики. Входя в состав этих организаций, С. А. Богомолов сделал много полезного, о чем будет сказано дальше. 9 августа 1934 г. ему присвоено звание профессора по военному ведомству; в 1938 г. — присуждена ученая степень доктора физико-математических наук без защиты диссертации; в 1936 г. — присвоено военное звание бригинженера, в 1940 г. — дивинженера; 31 марта 1943 г. — генерал-майора инженерно-технической службы. Он награжден орденами и медалями.

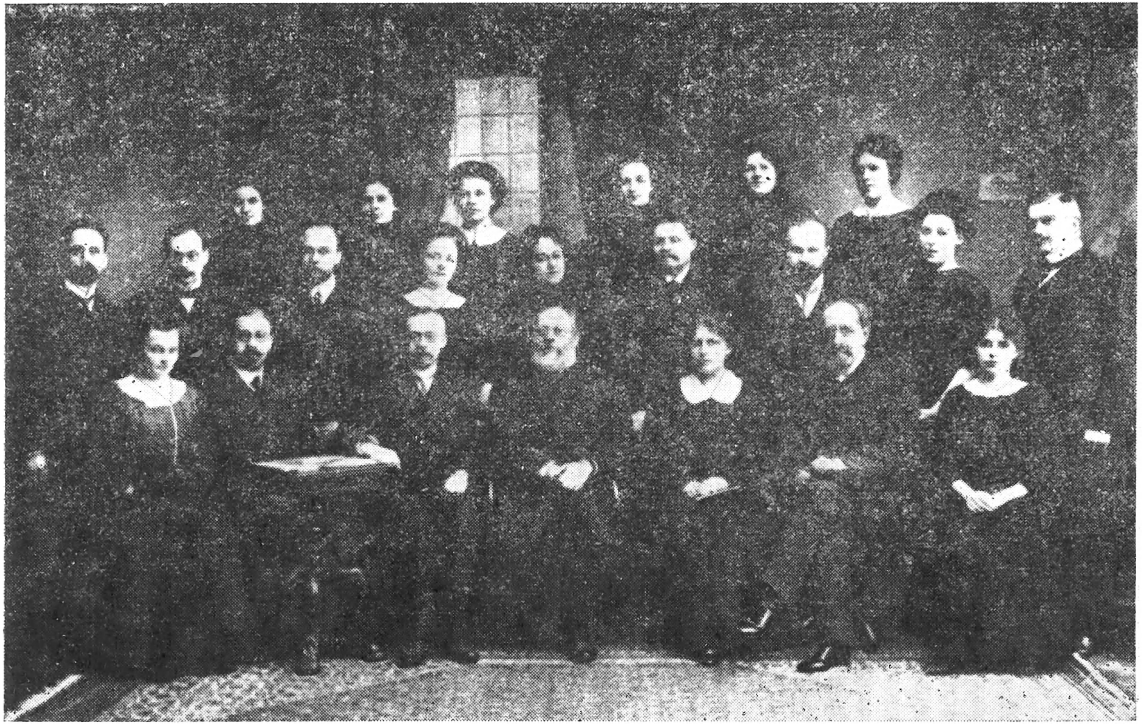
Во время преподавания в Михайловском артиллерийском училище Богомолов опубликовал статью о геометрических работах Н. И. Лобачевского [I, 3]. Во вступительной части к ней он пишет: «Лет восемь тому назад мне пришлось быть на первом заседании Петербургского философского общества; заседание открылось речью проф. Введенского о судьбах философии в России. . . проф. Введенский заявил, что уже в первой половине XIX ст[олетия] русская философия получила мировое значение». Очевидно, Богомолов имел в виду философские аспекты геометрии Лобачевского, о работах которого в другой своей статье он писал, что они «затрагивают основные вопросы теории познания».

Таким образом, одним из побудителей его научных и уже чисто геометрических интересов была философия. К тому же, преподавая геометрию в гимназии и училище, Богомолов обстоятельно изучил логические основы геометрии, а в Женском педагогическом институте читал уже самостоятельный курс оснований геометрии.

Женский педагогический институт был основан на базе трехгодичных Женских педагогических курсов ведомства учреждений императрицы Марии [6] в 1903 г. Созданием его занимался профессор русской истории (позднее — академик) С. Ф. Платонов, ставший и первым его директором. Однако положение об Институте было утверждено лишь в мае 1912 г., хотя действовать тот стал сразу же, в 1903 г., и первый выпуск состоялся в 1907 г. Назначение Института — «высшее педагогическое образование женщин и приготовление преподавательниц для всех классов женских учебных заведений, а равно классных и домашних наставниц». В структуре Института намечалось создать три отделения — педагогическое, словесно-историческое и физико-математическое, но педагогическое открыто не было. Срок обучения сначала был рассчитан на 4 года, а с 1908/09 увеличен до 4.5 лет. При этом последний семестр занимала исключительно педагогическая практика. При разработке программы обучения ее составители стремились избежать многопредметности и перегрузки обязательными занятиями. Учебный год продолжался с 25 августа до 1 июня, а во время летних каникул проводились экскурсии по стране, а иногда и за границу. Педагогическая практика велась под контролем директора и деканов по пяти предметам. Конференция (Совет) Института предлагала темы для сочинений на золотые и серебряные медали. Окончившие с отличием могли быть при нем оставлены. За обучение вносилась плата в размере 100 руб. в год. Деньги взимались также за материалы для практических занятий и проживание в общежитии (15 р. в месяц). Лишь немногие освобождались от платы за обучение и получали стипендии. Окончившие Институт получали

---

[6] Сведения о Женском педагогическом институте частично взяты из машинописной статьи А. Е. Сукновалова, хранящейся в Музее Лен. гос. пед. института им. А. И. Герцена, частично — из материалов ЛГИА. (*Прим. ред.*).



Группа преподавателей и слушательниц Женского педагогического института. 1910—1911 г. С т о я т: во втором ряду третий слева — С. А. Богомолов, первый слева — Н. С. Михельсон, первый справа — З. З. Вулих; в третьем ряду третья справа — Н. Н. Гернет. С и д и т третий слева — Б. М. Коялович.

право преподавать в женской гимназии (1907 г.) и в первых четырех классах мужской гимназии. Выпускницы, не прошедшие педпрактику, приобретали звание «домашних наставниц» с правом преподавания тех дисциплин, за экзамен по которым они имели оценку не ниже «хорошо». С 1912 г. окончившим предоставлялась возможность преподавать и в старших классах мужских гимназий, но при условии сдачи госэкзаменов за полный курс университета. С 1915 г. Институту было разрешено присваивать выпускницам звание учительницы средней школы.

Число слушательниц достигало 550, а в преподавательский состав входило 15 профессоров, 48 доцентов и преподавателей (из них 8 женщин), 6 ассистентов, 5 хранителей кабинетов. Сначала Институт помещался в здании Александровской гимназии на Гороховой ул., 20, а с 1905 г. — в специально построенном здании на Малой Посадской, 26.

Институт сыграл большую роль в развитии педагогического образования и общественного движения в России. Среди его выпускниц — свыше тысячи учительниц и видные ученые. Вскоре после Октябрьской революции это учебное заведение получило наименование Первого петроградского пединститута, а затем произошло его слияние с Третьим и Вторым и образование педагогического института им. Герцена в современном его обличье.

Бывшие питомицы Женского педагогического института неоднократно встречались. В музее Герценовского института хранится, например, описание встречи выпускниц 1907—1920 гг., состоявшейся в 1970 г. Материалы о преподавателях и студентках Института находятся в Ленинградском государственном историческом архиве (ЛГИА), в Рукописном отделе Государственной публичной библиотеки им. М. Е. Салтыкова-Щедрина. К слову сказать, выпускницы Института находили себе применение и в стенах библиотек — ГПБ, БАН, библиотеке ЛГУ.

Как уже было сказано, начиная с 1905 г. Богомолов преподавал в Женском педагогическом институте. Преподавательский коллектив этого учебного заведения был той научной средой, интеллектуальный и нравственный уровень которой не мог не оказать влияния на формирование его личности. И здесь представляется уместным, рассказать о тех, кто входил в его ближайшее окружение, хотя сведения сохранились не обо всех. Из математиков в эти годы в Институте преподавали профессора Н. Н. Гернет, Б. М. Коялович, З. З. Вулих, Н. М. Гюнтер, Н. С. Михельсон, К. А. Поссе и др.

Надежда Николаевна Гернет (1877—1943) — профессор Высших женских курсов (Бестужевских) и Женских педагогических курсов, основанных еще в 1863 г. и преобразованных в 1903 г. в Женский педагогический институт, — в советское время была профессором Ленинградского университета, а с 1930 г. — Ленинградского политехнического института. Родилась Н. Н. Гернет в Симбирске, в семье политического ссыльного Н. М. Гернета. Мать ее (Филатова) приходилась дальней родственницей А. М. Ляпунову и А. Н. Крылову. Окончив в 1894 г. Симбирскую гимназию, Надежда Николаевна переехала в Петербург, где поступила на Высшие женские курсы (ВЖК), по окончании которых в 1898 г. продолжила свое образование в Гёттингене под руководством Д. Гильберта. В 1901 г. она защитила там диссертацию на степень доктора философии («с наивысшей похвалой»), тема которой относилась к вариационному исчислению, и в том же году вернулась в Петербург, где стала преподавать математические дисциплины на ВЖК и на Женских педагогических курсах. В 1913 г. она опубликовала работу «Об основной простейшей задаче вариационного исчисления» [II, 9], защитив ее как магистерскую диссертацию в Московском университете; с 1915 г. — профессор (см. [II, 30]).

Основные научные результаты ее относились к вариационному исчислению и исследованию радиуса сходимости ряда Лагранжа. Лишь в самое последнее время оцененные по достоинству, они стали применяться при решении технических задач и вошли в учебники по теории автоматического управления. Но особенно велики ее заслуги на педагогическом поприще. Среди многочисленных слушательниц Н. Н. Гернет в разное время были, например, академик П. Я. Кочина, профессор М. В. Савостьянова, доцент ЛГУ О. А. Полосухина, преподаватель ВЖК Ю. А. Смирнова, доктор физико-математических наук сотрудник Сейсмологического института АН СССР Е. А. Нарышкина, получившие докторские степени за границей Л. Н. Запольская и В. Е. Лебедева-Миллер.

Николай Максимович Гюнтер (1871—1941), окончив Петербургский университет (1894), был оставлен при нем для подготовки к профессорскому званию, которое получил в 1904 г. В числе других учебных заведений Петербурга—Ленинграда, где проходила его педагогическая деятельность, ВЖК, Женские педагогические курсы и Женский педагогический институт, Институт инженеров путей сообщения. Его научные интересы в основном относятся к теории дифференциальных уравнений, обыкновенных и в частных производных, теории потенциала, гидродинамике. Большой известностью до настоящего времени пользуется сборник задач Н. М. Гюнтера и Р. О. Кузьмина, предшествовал которому задачник коллектива авторов — преподавателей Института инженеров путей сообщения, и среди них — Н. М. Гюнтер.

Николай Семенович Михельсон (1873—1955) — также выпускник Петербургского университета (1895) — начал свою педагогическую деятельность еще в 1894 г. учителем гимназии. С 1896 г. он преподавал математику в Технологическом институте, в 1905—1920 гг. — в Женском педагогическом институте, с 1920 г. — профессор Технологического института, с 1930 г. — заведовал там кафедрой. Степень доктора технических наук была присуждена ему в 1936 г. без защиты диссертации. С 1926 по 1955 г. он сотрудничал также в Главной палате мер и весов. Н. С. Михельсон — автор нескольких учебников по высшей математике [II, 28].

Константин Александрович Поссе (1847—1928) — еще один выпускник Петербургского университета (1868) — вскоре после его окончания преподавал в Институте инженеров путей сообщения (1871—1895), с 1873 до 1941 г. — еще и в Петербургском—Ленинградском университете, на ВЖК, в Женском педагогическом институте, в Технологическом институте. С 1916 г. он был чл.-кор. Академии наук. Основные его достижения относятся к области математического анализа, теории эллиптических функций. Он — автор одного из популярнейших учебников по высшей математике («Поссе—Привалова»).

Борис Михайлович Коялович (1867—1941) — математик и метеоролог, сын профессора истории М. О. Кояловича, выпускник Петербургского университета (1889) — своим главным учителем считал профессора А. Н. Коркина. Оставленный при университете, он защитил магистерскую диссертацию (1894) по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. С 1893 г. преподавал в Технологическом институте (с 1900 г. — адъюнкт-профессор, с 1903 г. — профессор), с 1896 г. читал в университете спецкурс по теории дифференциальных уравнений в частных производных. В 1903 г. защитил докторскую диссертацию на тему «Об одном уравнении с частными производными четвертого порядка» и в том же году назначен членом Ученого комитета Министерства народного просвещения. Был участником работы Международной комиссии по реформе преподавания математики, возглавлявшейся Ф. Клейном. В Журнале министерства народного просвещения опубликовано до 70 его рецензий, главным образом на учебники для средней школы. С 1925 по 1938 г. он, так же как и Н. С. Михельсон, сотрудничал в Главной палате мер и весов, с тематикой которой связан и ряд его публикаций, в частности официальные таблицы плотностей водно-спиртовых растворов. Ему принадлежат несколько учебников по разным разделам высшей математики, отличающихся ясностью изложения. Ареной его преподавательской деятельности были Женский педагогический институт, ВЖК и другие высшие учебные заведения. Известно, что Б. М. Коялович был сильным шахматистом (см. [II, 27]).

Захар Захарович Вулих (1869—1942) — сын известного педагога, автора популярного учебника геометрии, преподававшего на Женских педагогических курсах, — окончив Петербургский университет (1891 г.), преподавал математику в средних учебных заведениях, а с 1904 г. — в Женском педагогическом институте. На протяжении нескольких лет он еще и заведует учебной частью сети женских гимназий. После Октябрьской революции преподает высшую математику в Артиллерийской академии (впоследствии — им. Дзержинского). В Женском педагогическом институте он читал сначала специальные главы элементарной математики и методику математики, позднее — высшую математику, главным образом аналитическую геометрию и высшую алгебру; с осени 1939 г. был деканом физико-математического факультета. В статье, посвященной 70-летию профессора Вулиха и напечатанной в газете Ленинградского пединститута им. А. И. Герцена «За большевистские педагогические кадры» от 9 января 1940 г.,[7] говорилось, что его лекции отличаются доступностью, ясностью и строгостью изложения, пользуются большим успехом у студентов; что профессор очень

[7] Сведения о З. З. Вулихе почерпнуты в основном из указанной статьи, бесед с его внучкой Е. Б. Чижовой и преподавателем Герценовского института И. А. Егоровой. (*Прим. ред.*).

внимательно относится к студентам, знает все их нужды, стремится помочь им в работе. Среди подписавших эту статью — С. А. Богомолов, Д. К. Фаддеев, Г. М. Фихтенгольц и другие профессора Института.

Когда Первый, Второй и Третий педагогические институты слились в единый — Герценовский, З.З. Вулих стал там профессором физико-математического факультета и заведующим кафедрой математики, а после ее разделения на три кафедры — заведующим кафедрой математической специальности. По словам профессоров и преподавателей, на посту декана он соединял в себе отеческую мягкость с высокой требовательностью. Весной 1942 г., вывезенный из блокадного Ленинграда, он скончался на станции Котельничи.

Как видим, преподаватели Женского педагогического института, не ограничиваясь своими прямыми обязанностями, вели научные исследования, С. А. Богомолов в Женском педагогическом институте вел большой цикл математических дисциплин: основания геометрии (первое время курс назывался «Аксиомы и методы геометрии»), теорию чисел, курсы высшей математики на естественном отделении и элементарной математики.

Содержание курса оснований геометрии, читаемого Богомоловым, отражало идеи книги Гильберта «Основания геометрии» [II, 11]. Привлекались и другие источники. В протоколах Совета факультета от 3 апреля 1908 г. встречаются такие записи: «С. А. Богомолов на кружке сделал сообщение о первой работе проф. Гильберта, посвященной аксиомам геометрии. . . Богомолов доложил, что отсутствие экзамена по курсу „Аксиомы и методы геометрии“ не отозвалось на интересе слушательниц к предмету и не уменьшило посещаемость лекций. Таким образом, опыт отмены экзамена по этому предмету можно считать вполне удавшимся». Для привлечения слушательниц к активной работе по курсу оснований геометрии он предлагает в будущем ввести рефераты, а затем представляет отчет о деятельности кружка.[8] Тематика кружка охватывала вопросы из разных областей математики: теории вероятностей; конструктивной геометрии; пифагоровых треугольников; непрерывных функций, не имеющих производных; истории математики и т. д.

Учебный план и программы факультета составлялись

---

[8] ЛГИА, ф. 918, оп. 1, № 5708, л. 9—13, 1908—1910 гг.

самими преподавателями Института и часто менялись, в основном в части порядка изложения вопросов. С. А. Богомолов состоял в различных общественных комиссиях, в частности бессменно в комиссии по построению планов преподавания. В 1917 г., например, в состав этой комиссии входили Богомолов, Петрович, Покровский, Рубан, Гернет, Вулих, Коялович и Левицкий.[9] Комиссия постановила вновь ввести курс высшей математики на естественном факультете (ряд лет этот курс там не читался) и обсуждала вопрос о преподавании оснований геометрии на III курсе. Курс истории математики, несмотря на целесообразность его преподавания, решено было не вводить по финансовым соображениям, а курс элементарной математики — снять в связи с тем, что комиссией было рекомендовано принимать на математическое отделение лишь тех, кто окончил 8 классов гимназии и, следовательно, достаточно подготовлен по этому предмету.

В марте 1918 г. был принят нижеследующий план.

I курс	II курс	III курс	IV курс
Сферическая тригонометрия	Логика	Основания геометрии	Уравнения в частных производных
Введение в анализ	Высшая алгебра	Математический анализ	ТФКП (Теория функций комплексного переменного)
Аналитическая геометрия	Теория чисел	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Исчисление конечных разностей
Физика	Дифференциальное исчисление	Механика	Методика математики
Химия неорганическая	Физика	Физика	Теоретическая астрономия
Иностранный язык	Астрономия	Метеорология	Методика физики
	Физиология	Сферическая астрономия	Физика
		Теория вероятностей	Механика
		Методика космологии	Педагогика

[9] Григорий Васильевич Левицкий — астроном, заслуженный профессор Юрьевского (ныне — Тартуского) университета, председатель комитета МНП.

На естественном факультете курс высшей математики был рассчитан на первые два года, и С. А. Богомолов читал там основания геометрии, сферическую тригонометрию, высшую алгебру, теорию чисел, высшую математику; З. З. Вулих — введение в анализ, методику математики; Н. Н. Гернет — аналитическую геометрию и исчисление конечных разностей; Б. М. Коялович — определенные интегралы, теорию вероятностей, уравнения в частных производных и вариационное исчисление; Н. С. Михельсон — дифференциальное и интегральное исчисления и интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений; С. Г. Петрович — теорию функций комплексного переменного.

На заседании Совета 17 октября 1918 г. С. В. Рождественский, ректор Института, предложил переименовать тот в Петроградский первый высший педагогический институт. Учительские институты, которых было два, также были переименованы во Второй и Третий педагогические институты. Все они в 1922—1923 гг. были объединены в Ленинградский государственный педагогический институт им. А. И. Герцена.

В тот же день (17 октября 1918 г.) С. А. Богомолов был представлен к званию профессора математики на том основании, что «хотя он и без степени, но имеет научные работы и считается одним из видных специалистов по геометрии». Баллотировка состоялась 21 октября 1918 г. С. Г. Петрович, изложив биографию Богомолова, высоко отозвался о его педагогической работе и печатных трудах по математике. Н. Н. Гернет подчеркнула, что С. А. Богомолов — один из самых видных знатоков геометрии своего времени в России.

С 1921 г. С. А. Богомолов преподавал в Артиллерийской академии (некоторое время называвшейся Военно-технической академией РККА Ленинградского военного округа) и с 1933 г. был там начальником кафедры математики.

После перевода Академии в Москву (1938 г.) он назначается в прибывшую из Москвы Военно-транспортную академию также на должность начальника кафедры. (В 1956 г. эта академия объединилась с Военно-хозяйственной академией тыла и транспорта в Ленинграде). В историческом очерке Военно-транспортной академии [II, 21, с. 40] говорилось, что в связи с ее переездом в Ленинград ряды профессорско-преподавательского состава

С. А. Богомолов. Конец 30-х годов. Фотография из книги «История Военно-транспортной академии» (1941 г.).

Академии были пополнены опытными широко известными профессорами, среди которых С. А. Богомолов, А. А. Стожаров, К. Ф. Огородников. За работу в военных академиях Богомолов много раз награждался ценными подарками и благодарностями командования.

Сведения об отдельных сторонах и событиях частной жизни профессора Богомолова еще более убеждают в высоте его нравственных и житейских принципов, говорят о высокой духовности его натуры.[10] Семья, в лоне которой прошли детские годы Степана Александровича, была непростой по составу — у обоих родителей были уже взрослые дети от их первых браков, но к чести ее членов отно-

[10] Эти страницы написаны на основе рукописных воспоминаний дочери Степана Александровича, Татьяны Степановны, любезно предоставившей их автору для использования.

шения в ней сложились добрые. Будучи ребенком, Степан Александрович был в меру шаловлив, учился успешно, умел дружить, отличался крепким здоровьем. Гимназистом, а потом и студентом каникулярное время всегда проводил в родительском доме, в Боброве. Об увлечениях отроческой поры его жизни известно только, что, имея небольшой телескоп, он любил наблюдать звездное небо. Любящий и почтительный сын, он после смерти отца вскоре настоял на том, чтобы мать переехала к нему в Петербург.

Женился Степан Александрович в возрасте 40 лет на выпускнице Женского педагогического института Евгении Михайловне Савич (1888—1926), дочери М. К. Савича, пионера степного лесоразведения, основателя Уральского степного лесничества, тайного советника, последние годы жизни ведавшего в Петербурге Лесным департаментом. Мать ее стала членом семьи Богомоловых, а вскоре к ним присоединилась и старшая сестра С. А. Богомолова.

В 1918 г. родилась дочь, Татьяна. Время было тяжелое, и, чтобы увеличить скудный рацион своего семейства, Степан Александрович собственноручно обрабатывал большой огород. Много хлопот доставляла заготовка дров. Но несмотря на все трудности, он продолжал исследования в области математики, писал, публиковался.

В феврале 1926 г. от осложнения после гриппа скончалась Евгения Михайловна. Дочери в это время было чуть больше 7 лет, и Степан Александрович все свое внимание переключил на нее, серьезно занявшись воспитанием: заботился об образовании, обучал музыке, ходил с нею на детские фильмы, прогулки, брал ее с собой, даже когда шел по делам. Он старался привить дочери любовь к природе, животным, спорту, приобщал ее к своему с детства любимому увлечению — наблюдать солнечные и лунные затмения, звездное небо, словом, всячески содействовал формированию ее личности.

Он имел привычку чередовать умственную работу с физической, любил спорт и до конца жизни занимался им. В молодые годы побывав в Швейцарии, он увлекся горным туризмом; любил велосипедный спорт и плавание, занимаясь и тем и другим до последних лет жизни; зная, как зависит самочувствие от природных явлений, постоянно следил за показаниями барометра, гигрометра и термометра.

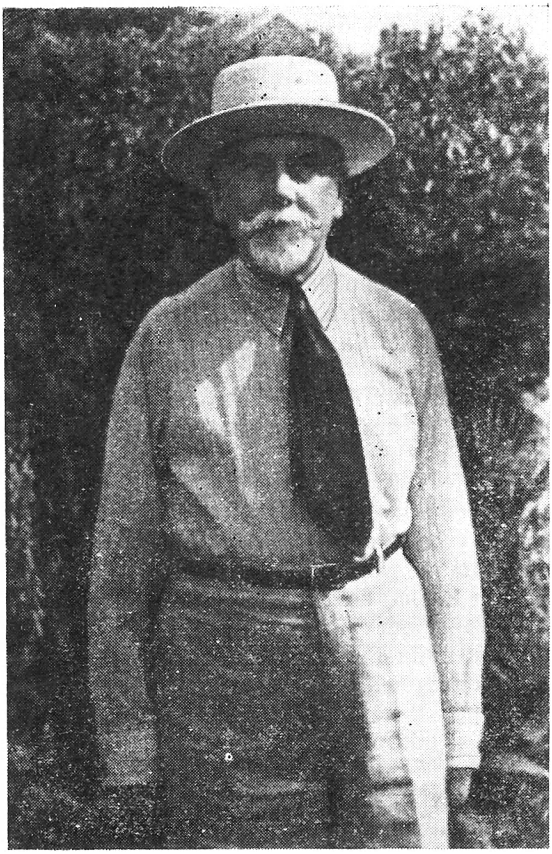
Ко всем сослуживцам неизменно внимательный и доброжелательный, Степан Александрович, работая в Женском педагогическом институте, близко сошелся с коллегами-математиками З. З. Вулихом и Н. С. Михельсоном.

Из всех видов искусств Степан Александрович более всего любил музыку, а из ее жанров — симфоническую музыку, особенно Моцарта, Бетховена, Чайковского, Вагнера, Скрябина, и оперу, предпочитая другим «Хованщину», «Фауста», «Демона», «Лоэнгрина». Его любимыми поэтами и писателями были Пушкин, Фет, Тютчев, Достоевский. Он постоянно следил за современной отечественной и иностранной литературой, любил юмор, исторические анекдоты, но главный его интерес лежал в сфере научного творчества. Отчасти на основе своих наблюдений он написал статью «Значение подсознательной работы мозга в математическом творчестве» (рукопись). Всегда собранный, целеустремленный, безукоризненно честный, в житейских запросах почти аскетически скромный, он не терпел лжи, праздности, лени, всякого рода протекции, небрежности в одежде, в молодых людях ценил искренность и любознательность.

Когда началась Отечественная война, Степану Александровичу было уже 64 года. Военно-транспортная академия (ВТА), где он в это время работал, эвакуировалась в Кострому. Время было трудное, и он опять занялся огородничеством, дабы поддержать семью. Научные работы военного времени были связаны с задачами обороны страны. В конце лета 1944 г. вместе с Академией Степан Александрович вернулся в Ленинград.

В 1945 г. в качестве делегата от Военно-транспортной академии он участвовал в юбилейной сессии Академии наук.

Безупречная служба С. А. Богомолова многократно отмечена наградами: в 1934 г. — грамотой ЦИК СССР и именными золотыми часами с надписью: «Тов. Богомолову С. А. от Наркома Обороны Союза ССР, май 1934»; в связи с 60-летием — орденом Красной Звезды; в период работы в Артиллерийской академии — ценными подарками (фотоаппаратом, велосипедом и др.); в 1946 г. по случаю 70-летия — орденом Трудового Красного Знамени и в том же году орденом Ленина; в 1951 г. по случаю 75-летия — золотыми часами с надписью: «Генерал-майору инженерно-технической службы Богомолову С. А. в день 75-летия от военного министра СССР».



На даче в поселке Лисий Нос. 1957 г.

В 1954 г. Степан Александрович вынужден был выйти на пенсию по состоянию здоровья, чему предшествовали драматические события: в 1953 г. на лестнице своего дома он подвергся нападению грабителей и был тяжело ранен. Преступники скрылись, но были найдены и понесли наказание. Только физическая закалка, воля и мужество помогли Степану Александровичу выжить и вернуться к привычным занятиям. На голове остались следы ранения и последующей операции.

14 февраля 1956 г. было отмечено его 80-летие — преподнесены два адреса — от Академии и от преподавателей.

В конце 50-х годов им было написано несколько философских очерков. Философией, как известно, он занимался всю жизнь.

В последние годы после перенесенного гриппа у него появилась мерцательная аритмия сердца. Усиленно занимаясь гимнастикой, влажными обтираниями, возобновив плавание, он избавился от этой болезни, а ему было уже 85 лет.

Еще при жизни бо́льшую часть своей библиотеки Степан Александрович передал в дар учебным заведениям и другим учреждениям и в ответ на это получил благодарственные письма от профессоров И. И. Шафрановского, Е. С. Ляпина и др.

Умер он 21 сентября 1965 г. после урологической операции на 89-м году жизни. Военно-транспортная академия похоронила его со всеми воинскими почестями.

Начало его научной деятельности ознаменовалось студенческим сочинением на тему «Интегрирование дифференциалов, содержащих корень квадратный из целого полинома», удостоенным золотой медали и частью опубликованным под названием «Заметка о формуле приведения ультраэллиптических интегралов» [I, 1]. В архивных документах не найдено данных, свидетельствующих о его увлечении геометрией еще в студенческие годы. По-видимому, интерес к ней пробудился позднее и, возможно, обязан другим обстоятельствам.

Из факторов, бесспорно сыгравших роль в формировании его научных интересов, следует назвать, во-первых, собственно научный. Прежде всего следует принять во внимание ту мощную волну фундаментальных исследований по основаниям математики, в частности геометрии, которая была вызвана открытием неевклидовых геометрий, и достигла к началу XX столетия необычной силы. Это направление захватило и С. А. Богомолова. Владея европейскими языками, он всегда был в курсе событий научной жизни, изучал в оригинале работы немецких, французских, итальянских и английских геометров и логиков (Д. Гильберт, Ф. Клейн, А. Пуанкаре, Дж. Пеано, Б. Рассел и др.).

Вторым фактором следует назвать интерес к философским проблемам математики. В своей ранней работе «Геометрические работы Н. И. Лобачевского» [I, 3] С. А. Богомолов писал, что студентом последнего курса университета присутствовал на первом заседании Петербургского философского общества, где состоялся доклад о философском значении геометрии Лобачевского, произведший на него большое впечатление и, возможно, тогда и пробудивший в нем интерес к этой области знаний. Степан Александрович был в числе первых членов философского, а затем и математического обществ, выступал с докладами по математике и философии математики и часто подчеркивал, что его интересы сосредоточены в этих двух направлениях (философии и геометрии). Правда, на склоне лет он занимался также приложениями математики к практическим вопросам.

И последний фактор — преподавательская деятельность, а значит, необходимость построения педагогических концепций. Известно, что С. А. Богомолов начал преподавать математику в средних учебных заведениях и, работая там, он подверг тщательному критическому анализу существовавшие учебники геометрии. Иначе говоря, интерес к геометрии диктовался также практической работой в школе. Наконец, сильнейшим стимулом было его преподавание в Женском педагогическом институте, где он читал курс оснований геометрии, в связи с чем опубликовал несколько статей из этой области, а именно: «Современные воззрения на аксиомы и метод геометрии» [I, 4], «Обоснование геометрии в связи с постановкой ее преподавания» [I, 6], «Различные пути для обоснования геометрии» [I, 9], «Аксиома непрерывности, как основание для определения длины окружности, площади круга, поверхностей и объемов круглых тел» [I, 11]. В этих и других работах он развил свою концепцию преподавания геометрии в средней школе. Позднее мы еще обратимся к их содержанию.

Период преподавания в Женском педагогическом институте отмечен активными исследованиями С. А. Богомолова по основаниям геометрии. Именно в это время вышла его книга «Вопросы обоснования геометрии» [I, 7], первая из целой серии трудов.

Знакомство с творческой биографией С. А. Богомолова показывает, что свой путь к избранной им области исследований — основаниям геометрии — он прокладывал самостоятельно, не имея наставников в этом направлении.

Глава 2

Педагогическая концепция школьного курса геометрии

Школьный курс геометрии определяется хотя и немалым, но легко перечислимым множеством составляющих, которые, действуя одновременно, взаимосвязаны, взаимообусловлены и образуют в своей совокупности регулируемую систему. Каждая реформа математического образования вызывается необходимостью восстановить гармонию этой системы, которая в практической работе часто нарушается, что приводит со временем к необходимости пересмотра системы образования, к новой реформе.

Система образования складывается под влиянием уровня развития науки и в значительной мере философии, что обычно не учитывается историками просвещения; состояния производства; традиций школы; интеллектуальных возможностей и нравственной готовности учащихся; уровня подготовки учителей и т. д. Но существуют причины и более высокого порядка, которые также оказывают влияние на структуру и развитие образования. Это причины экономического и политического характера. Они дают общее направление развитию образования в целом, откуда определяются задачи преподавания каждой отдельной дисциплины, в частности математики.

Среди перечисленных факторов, влияющих на систему образования, развитие науки не случайно названо первым. Всякая реформа декларирует прежде всего необходимость связи школьного курса математики с наукой. Это вызывается по крайней мере двумя обстоятельствами: стремлением сохранить преемственность средней и высшей школ и повысить общий уровень математической культуры молодежи. Сказанное отнюдь не означает, что принятые в результате реформы программы действуют длительное время. Вслед за новыми программами обычно издаются циркуляры, их корректирующие. Главным здесь выступает фактор интеллектуальных возможностей учащихся.

Если проследить историю математического образования в XIX в., то можно убедиться в справедливости нарисованной здесь схемы. Так обстояло дело с программой по математике в начале прошлого столетия; предложенная

П. Л. Чебышевым [II, 34], она фактически не была введена в действие. И в начале нашего столетия не было реализовано множество программ, равно как и первые советские программы. И если такое явление, как частая смена программ, чем грешит и наше время, рассматривать в историческом аспекте, то можно увидеть некую закономерность, изобразив которую с помощью графика на плоскости, обнаружим сходство ее с кривой надежности. Множество конечных кривых, ограниченных временными рамками, образовало бы многоступенчатую лестницу с прогибами, что в итоге отражает подъем, прогресс, поскольку каждая реформа всегда содержит хотя бы минимальное число положений, которые либо сохраняются в последующих реформах, либо оставляют след, способствующий более уверенным действиям в будущем.

С. А. Богомолов был одним из немногих ученых, концепции которых создаются непосредственно под влиянием современной им науки. И хотя он не примыкал к тому кругу деятелей математического образования, которые осуществляли реформу преподавания математики в реальных училищах в 1906—1907 гг., но действовал в том же идейном направлении. Правда, его работа носила скорее теоретический, нежели практический характер. Его предложения обсуждались, но не были реализованы.

Методические идеи Богомолова относились не к математическому анализу, который был в центре внимания реформаторов того времени, а к постановке преподавания геометрии в школе. Особенно оживленную дискуссию вызвал доклад, сделанный им на Первом Всероссийском съезде преподавателей математики, — «Обоснование геометрии в связи с постановкой ее преподавания» [I, 6]. Его исследования в этот период были проникнуты идеей модернизировать преподавание геометрии в школе в соответствии с достижениями науки. В этих работах разбираются по существу три вопроса, органически связанных между собой: 1) логическая структура школьных курсов геометрии, их недостатки; 2) рациональные принципы построения школьного курса геометрии; 3) роль интуиции и логики в познавательной деятельности учащихся. Последний пункт был им развит до уровня философских обобщений.

В соответствии с этим планом настоящая глава предполагала три части: 1) результаты критического анализа Богомоловым действующих учебников геометрии с логической точки зрения; 2) концепция школьного курса геометрии; 3) его гносеологическая концепция. Однако третий пункт мы отнесем к следующей главе, где трактуются методологические вопросы.

Приведем в трактовке С. А. Богомолова примеры, относящиеся к первому пункту и указывающие на существенные изъяны учебников геометрии [I, 4].

1. Обычно в учебниках говорится: «То, чем отделяется геометрическое тело от остального пространства, называется поверхностью. Граница поверхности называется линией, граница линии называется точкой». Однако такое определение противоречиво, приписывая пространственное бытие границе отдельно от ограничиваемого тела, и, кроме того, оно не охватывает всех видов поверхностей. Например, лист Мёбиуса не может являться границей двух тел, так как он — поверхность односторонняя [I, 4, с. 7].

2. Почему же геометрия истинна, несмотря на то что определения имеют логические дефекты? Причина заключается в том, — отвечает С. А. Богомолов, — что при изучении геометрических объектов мы опираемся не на эти определения, а на свойства объектов, которые формулируются в виде аксиом.

3. Он отмечает нелогичность в определении равенства: «Два отрезка (или два угла) считаются равными, если при наложении они могут совместиться». При такой формулировке в геометрию вводится чуждое ей понятие движения, свойственное механике, тогда как понятие равенства должно определяться чисто геометрически. Кроме того, при таком подходе образуется порочный круг: перемещая фигуру в пространстве, мы приписываем ей свойства твердого тела, т. е. исключаем возможность ее деформации, но само понятие твердого тела опирается на понятие равенства и определяется через это понятие.

Недостатком общего характера различных курсов геометрии С. А. Богомолов считает факт нарушения дедукции, основного метода геометрии. Изучение этого вопроса приводит его к следующему заключению: «Итак, рассматривая традиционное изложение геометрии, мы замечаем, что в нем переплетаются два различных метода: дедукция и непосредственное усмотрение свойств пространственных объектов. Известно, что современная наука на первый план ставит разработанность и чистоту метода, следовательно, геометрию желательно избавить от подобных методологических несовершенств» [I, 4, с. 9].

Вот эту задачу избавления геометрии от несовершенства методов и ставит перед собой С. А. Богомолов, решая ее на протяжении примерно десятилетия. После революции она решалась им уже в ином плане, поскольку в связи с изменением содержания преподавания в школе требование логической строгости в курсе геометрии было значительно ослаблено. Таким образом, можно говорить о двух его концепциях преподавания геометрии в средней школе. Первая из них представлена теоретически в цикле работ, изданных до революции, и состоит в следующем. Построение курса геометрии должно опираться на ясное представление о соотношении логики и интуиции в научном познании. Курс геометрии для средней школы, по мнению С. А. Богомолова, должен содержать две части, в каждой из которых сохраняется, вообще говоря, единство метода, а именно: а) пропедевтический курс, построенный на интуитивных началах, цель которого состоит в развитии пространственной интуиции; б) систематический курс как дедуктивная система. Вторая часть удовлетворяет требованиям аксиоматического метода, хотя не исключаются элементы дедукции (в простейшей форме) и в первой части.

Пропедевтический курс предполагалось дополнить и оживить элементами проективной и начертательной геометрии (Богомолов привел подробную программу этого курса). Ученики, таким образом, будут подготовлены к изучению той части курса геометрии, которая строится на аксиоматической основе. Не рекомендуется сводить к минимуму число аксиом, так же как и стремиться к обоснованию их независимости. В остальном должна соблюдаться логическая строгость изложения. Пропедевтический курс послужит отражением развития геометрии на ранних ступенях человеческой культуры. Такое построение будет отвечать принципу, которого придерживались методисты того периода и который заключался в том, что человек при изучении какой-либо дисциплины должен пройти этапы, характерные для этой науки (от опытных начал до современного дедуктивного построения). Разумеется, это требование нельзя понимать буквально. Имелось в виду повторение основных этапов развития науки. Кроме того, С. А. Богомолов считал, что «метод фузионизма» позволит сблизить «не только различные отделы геометрии, но и различные науки, а именно: математику, физику, технические предметы». В качестве «заключительного аккорда» он рекомендует познакомить учащихся средней школы с геометрией Лобачевского [I, 6, с. 52—53].

В этой концепции обращает на себя внимание требование достаточно строгого систематического курса геометрии для учащихся старших классов. В этом сказалось влияние исследований по основаниям геометрии, которыми усердно занимались на рубеже XIX и XX вв. зарубежные ученые и, конечно, сам С. А. Богомолов. Научные результаты переносились на школьную почву.

Аналогичные действия можно было наблюдать и в других математических дисциплинах средней школы. В старших классах преподавалось учение о числе, усовершенствованное благодаря аксиоматическому методу построения числовых систем. Были серьезные попытки ввести в школьное преподавание теорию вещественных чисел на аксиоматической основе. Активно обсуждались меры повышения строгости в преподавании арифметики, предлагались различные системы ее изложения.

В период работы в Женском педагогическом институте и других учебных заведениях до революции С. А. Богомоловым опубликовано несколько работ, относящихся к преподаванию геометрии или к некоторым идеям, встречающимся в этом курсе. В статье «Геометрические работы Н. И. Лобачевского» [I, 3] содержатся краткая история аксиомы параллельных, подход Лобачевского к решению вопроса о параллельных, некоторые вопросы теории параллельных, основная формула Лобачевского, независимость аксиомы Лобачевского от остальных. В критическом плане рассматривается вопрос о попытке Лобачевского обратиться к опытной проверке своей геометрии. Осуществляется краткое знакомство с геометрией Римана.

В статье «Учение Канта о пространстве и пангеометрия Лобачевского» [I, 2] затрагивается вопрос, который затем излагается в более развернутой форме, — о выборе системы геометрии для изучения природы, и сделан вывод, что в практическом отношении можно пользоваться геометрией Евклида.

Во вводной части работы «Современные воззрения на аксиомы и метод геометрии» [I, 4] кратко рассматривается история геометрии, в конце прошлого столетия ступившей на путь критического пересмотра воззрений на ее аксиомы и методы и выработки новых представлений [I, 4, с. 3]. Первая глава начинается с утверждения, что «геометрия вполне эмпирического происхождения. . .» и вызвана к жизни реальными потребностями людей. На этой основе получил развитие дедуктивный метод геометрии — аксиоматический. Исследуется вопрос о достоверности интуиции в геометрии, позднее вошедший в монографию «Вопросы обоснования геометрии» [I, 7]. Автор уже в который раз задается вопросом, какая из трех геометрий отвечает задаче исследования природы, и заключает, что в пределах практически необходимой точности можно пользоваться любой из них, но следует предпочесть более удобную, т. е. геометрию Евклида. Здесь же приводится система аксиом Гильберта.

Обращаясь к теме преподавания геометрии в школе, автор уже не в первый раз высказывает бытовавший в конце прошлого и начале нашего века тезис о необходимости в процессе обучения геометрии пройти с ней путь от опытной науки до абстрактного учения о линейном многообразии. Этот тезис служил опорой многих методических концепций.

Если в качестве главной цели преподавания геометрии рассматривать формирование и развитие формального мышления, то с этой точки зрения такое преподавание является, по С. А. Богомолову, неудовлетворительным, так как им не достигается чистота метода: наряду с дедукцией применяется интуиция. Заметим, что во второй половине прошлого века развитие формального мышления являлось именно главной задачей математического образования.

В заключение, говоря о свойствах пространства, с которым мы имеем дело в практике, автор замечает, что последняя предъявляет к геометрии единственное требование: в соединении с физикой и механикой дать упорядоченную картину мира. «Эту задачу блестяще выполняла до сих пор и выполняет геометрия Евклида; но утверждать, что только эта система является единственно пригодной для указанной цели, мы не можем. Для решения подобного вопроса нужны были бы исчерпывающие исследования о согласуемости тех или других аксиом с принципами физики и механики; мы не обладаем еще той полнотой знания, которая необходима для решения такой задачи. . . Так как не может быть речи об абсолютной точности, то возможно пользоваться для объяснения природы различными теориями, которые согласуются с фактами в пределах погрешности наблюдений» [I, 4, с. 57—58].

Таким образом, Богомолов еще в молодые годы изучил основания геометрии в различных аспектах: чисто научном, философском и педагогическом. Дальнейшие его труды — развитие тех положений, которые он высказал в этих ранних работах.

«Обоснование геометрии в связи с постановкой ее преподавания» [I, 6] — доклад, прочитанный С. А. Богомоловым на I Всероссийском съезде преподавателей математики, проводившемся с 27 декабря 1911 по 3 января 1912 г. Цель преподавания геометрии автор видел в развитии умственных способностей — в особенности интуиции пространства и логического мышления. Но, по его словам, методика преподавания не обеспечивает требуемых результатов: в геометрию вводится чуждый ей элемент — движение. С. А. Богомолов предлагает разбить преподавание геометрии на две части и, удержав в каждой единство метода, посвятить одну — развитию интуитивного, другую — логического мышления.

Требования, предъявляемые к системе аксиом, в школьном курсе С. А. Богомолов рассматривать не рекомендует. «Введение идеальных, или несобственных, элементов и закон взаимности — вот те вопросы, которые как нельзя более уместны в систематическом курсе; здесь выясняется возможность различных истолкований отвлеченной системы и становится очевидным исключительное господство в геометрии дедуктивного метода. . .». Он высказывает пожелание ввести элементы неевклидовой геометрии, использовать метод фузионизма, который позволил сблизить «не только различные отделы геометрии, но и различные науки, а именно: математику, физику, технические предметы» [I, 6, с. 52—53].

О работах «Вопросы обоснования геометрии» [I, 7] и «Различные пути обоснования геометрии» [I, 9] подробно будет сказано ниже (гл. 4, 5).

«Аксиома непрерывности, как основание для определения длины окружности, площади круга, поверхностей и объемов круглых тел» [I, 11] — тоже доклад, прочитанный на заседании Педагогического музея военно-учебных заведений и явившийся результатом критического изучения литературы по совокупности вопросов, относящихся к вычислению длины окружности, площади круга, поверхностей и объемов различных тел, рассматриваемых в элементарном курсе геометрии. Исходной базой служила система аксиом Гильберта, аксиома непрерывности излагалась по Дедекинду и трансформировалась в принцип Кантора. В результате доказывались существование и единственность длины, площади, объема фигур и тел, рассматриваемых в средней школе.

Глава 3

Деятельность в области математического образования

В Ленинграде по инициативе С. А. Богомолова было создано Общество ревнителей математического образования (ОРМО), и, выбранный его председателем, он оставался им в течение всего периода существования Общества (1924—1930). В уставе, принятом в 1923 г., говорилось: «Общество ревнителей математического образования имеет целью объединение в районе Петрограда и Петроградской губернии лиц, работающих в области преподавания математики, а также ведущих научную разработку относящихся к этой области вопросов; распространение соответствующих сведений и пробуждение интересов к задачам общества в общественной среде».[1]

Эта весьма деятельная организация, вдохновляемая ее руководителем, несомненно оказала большое влияние на весь ход математического образования как в Ленинграде, так и за его пределами.

Возникнув в период формирования новой трудовой советской средней школы, Общество сыграло роль в ее становлении, постановке в ней преподавания математики, в подготовке учителей к работе по новым программам и в пропаганде новых математических и методических идей среди учительства.

В состав Общества входили известные ученые-математики, учителя и методисты: В. И. Смирнов, Г. М. Фихтенгольц, Б. М. Коялович, Б. Б. Пиотровский, И. Н. Кавун и др.

На заседаниях обсуждались вопросы реформы математического образования в Советском Союзе и других стра-

---

[1] ЛО ААН, ф. 1019, оп. 1, д. 71, л. 81.

нах, анализировались новые программы и учебники, методы преподавания, но заслушивались и чисто научные доклады, математические. Таким образом осуществлялся контакт учительства с учеными и школьные курсы получали научное освещение. К сожалению, в наше время эти добрые традиции в значительной мере утрачены.

В заседаниях порой участвовало до 150 и более человек.

Для характеристики деятельности Общества приведем его отчет за 1924 г. — начальный год его работы [I, 21]. Первое заседание Общества состоялось 29 января 1924 г. Число членов составляло 112, из них 63 школьных учителя, 37 преподавателей рабфаков, техникумов и высших школ, 10 профессоров и преподавателей вузов, 2 члена научно-методического совета. За год состоялось 7 заседаний с 10 докладами, среднее число посетителей — 76.

При Обществе были учреждены комиссии: 1) по вопросам преподавания геометрии; 2) по вопросам преподавания арифметики, алгебры и анализа; 3) методическая комиссия; 4) по вопросам преподавания математики на рабфаке. В 1924 г. особенно активно работали две первые комиссии, занимавшиеся разработкой программ по математике для школы второй ступени.

Названия докладов — отражение их тематики: «Подвижные игры математического характера». «Проекционное черчение»; «Летние занятия математикой (И. А. Сигов)»; «Аналитическая геометрия в школе» (П. А. Компанийц); «Преподавание математики в Англии» (А. Р. Кулишер); «Различные группы движений в плоскости»; «Математика в высшей технической школе в связи с ее преподаванием в трудовой школе»; «Ортогональные проекции и преобразования Лоренца»; «Современное обобщение понятия функции» (В. И. Смирнов); «Общая теория относительности» (А. А. Фридман).

На заседаниях представлялись также обзоры литературы по алгебре и геометрии, делались сообщения, как, например, «О развитии функционального мышления учащихся», «О роли интуиции в преподавании математики в средней школе», «О принципе Кавальери», «О теории множеств», «Вопросы геометрии в свете учения о функциональной зависимости» и др. Рассматривались и методологические вопросы: проблема единства прерывного и непрерывного, математические понятия с точки зрения законов диалектического материализма; о логическом построении курса стереометрии. Обсуждался вопрос о введении интегрального исчисления в связи с задачами стереометрии. Дискутировалось введение новых программ для трудовой школы. Изучался первый опыт лабораторно-исследовательского метода преподавания математики. Члены Общества выступали с обоснованием вопроса о расширении содержания школьных программ, в частности за счет введения элементов теории вероятностей, производной и интеграла. Читались лекции по истории математики. В центре внимания были межпредметные связи (математики и физики). Рассматривался вопрос о введении понятия логарифма как интеграла, а в связи с введением комплексного метода — математика «в комплексе», «в Дальтон-плане». Но уже в 1925 г. был сделан доклад о вреде, который приносит комплексный метод преподаванию математики в школе. Были выступления с критикой программ ГУСа (Главного ученого совета при Наркомпросе РСФСР), с критикой утверждения, согласно которому математика сама по себе не имеет ценности. Критика программ ГУСа продолжалась и в 1926 г. Обоснованно выдвигалось предложение о десятилетнем сроке обучения в общеобразовательной средней школе.

Доклады,[2] с которыми выступал на заседаниях Общества С. А. Богомолов, достаточно полно характеризуют методологические его воззрения на преподавание геометрии в новой школе, заметно отличающиеся от тех, какие оправдывали себя в условиях дореволюционного периода. Уже самое название первого его выступления — «Возможен ли логический курс геометрии в трудовой школе?» — отражает сомнение в целесообразности постановки такого курса, и, мотивируя это сомнение, докладчик предлагает отказаться от курса, не исключая возможности введения его, построенного на базе аксиоматики, в программу последнего класса. Позже он, правда, отошел и от этой позиции, ограничившись рекомендацией факультативного логического курса геометрии. В развитии школы наступил новый период, и прежние его идеи не могли быть реализованы в этих условиях. «Логический курс, — говорит Богомолов, — труден для учащихся своим общим характером: трудно понять необходимость подчас утомительных доказательств для весьма простых и очевидных истин», что в итоге «может внушить отвращение к геометрии». Но, с другой стороны, существующий курс, который Бо-

[2] Там же, л. 16, 40, 43, 71, 86, 87—90.

гомолов называл «интуитивно-логическим», не мог в полной мере обеспечить достижение главной цели изучения геометрии — воспитания формально-логического мышления, от чего Богомолов не мог отказаться полностью. Программа факультативного курса включала выяснение логической структуры геометрии и рассмотрение образцов безукоризненных в логическом отношении доказательств. Богомолов рекомендовал вводить неопределимые понятия, обосновывая их необходимость; раскрывать смысл теорем, которые кажутся очевидными; знакомить с аксиоматикой ильберта и т. д.

Идея организации факультативных курсов развивается им в статье «Материалы для факультативного курса геометрии в четвертом классе и кружковых занятий» [1, 19]. Программа такого курса состоит из следующих вопросов: 1) логическое построение геометрии; 2) аксиомы сочетания и их простейшие следствия; 3) аксиомы расположения и их ближайшие следствия; 4) аксиомы равенства и их следствия; 5) аксиома параллельных; 6) аксиома непрерывности и ее приложения в элементарной математике; 7) понятие неевклидовой геометрии, знакомство с геометрией Лобачевского. В этой статье [1, 19], ссылаясь на свою работу «Возможен ли в школе логический курс геометрии» [I, 15], автор утверждает, что курс в таком объеме непосилен для учащихся, поэтому Богомолов допускает наряду с доказательствами интуицию. Но в последний год обучения, по его мнению, «целесообразно развернуть перед учащимися перспективы логического курса. . .», что «сблизит школьный курс с современными отделами геометрии». Это можно сделать на кружковых и факультативных занятиях.

В статье указываются тематика таких занятий и распределение материала по классам, логическая обработка некоторых вопросов курса, логическая обработка изученных тем; приводятся доказательства ряда теорем, позволяющие выяснить, что в основе геометрии лежат положения, которые не определяются. Доказательства должны строиться так, чтобы поставить данную теорему в связь с другими теоремами и системой аксиом; должны показать логическую связь между отдельными теоремами и то, как данное предложение логически вытекает из принятых аксиом. В статье рекомендуется подчеркнуть некоторые общие приемы доказательства, обратить внимание на развитие мышления, наконец, познакомить с системой аксиом

Гильберта и рассмотреть учение о величине, а при знакомстве с аксиомой параллельных — привлечь исторический материал. Далее следуют вопросы о равносоставленности многоугольников и их площадей, взаимном положении основных образов в пространстве, замечательных точках в треугольнике, правильном многогранном угле, теорема Эйлера и правильные многогранники, конгруэнтность и симметрия, инверсия, сферическая геометрия и тригонометрия — т. е. материал, призванный служить пропедевтикой к неевклидовой геометрии. Затем излагаются некоторые вопросы проективной геометрии (бесконечно удаленные элементы и закон взаимности, теорема Дезарга, теорема Паскаля и др.); дается понятие о неевклидовой геометрии (Программа: 1) постулат Евклида о параллельных; 2) теорема Саккери—Лежандра; 3) исторические сведения о возникновении неевклидовой геометрии; 4) «полная теория параллельных» Лобачевского, ее основные положения; 5) понятие об интерпретации Пуанкаре; 6) понятие о геометрии Римана; 7) задачи на построение), упражнения на самостоятельное доказательство.

В перечне докладов Богомолова на заседаниях Общества находим «Логическое исчисление», «Геометрическое счисление Грассмана», «Классификация выпуклых многогранников», «К вопросу об образовательном значении математики», «О разбиении многоугольников на треугольники», «Основные теоремы о выпуклых многогранниках». Одно из заседаний было посвящено геометрии Н. И. Лобачевского и С. А. Богомолов выступил с докладом «От Лобачевского до Эйнштейна».

В дальнейшем деятельность Общества состояла помимо чтения научных и методических докладов, обзоров литературы, бесед по отдельным вопросам педагогической практики еще и в изучении методов преподавания и составлении программ школьного курса математики, а также в ознакомлении с преподаванием математики за границей.

С. А. Богомолов принимал активное участие в составлении программ и был автором программы по геометрии и тригонометрии, оказавшей большое влияние на программы последующих лет. В этой последней мы видим распределение разделов тригонометрии, каким оно стало впоследствии — в 50-е годы: чисто функциональная часть отнесена к алгебре, определение тригонометрических функций опирается на понятие вектора. В преподавании геометрии большая роль отводится интуиции и приложениям, а введение логического элемента сообразуется с возможностями детских интеллектуальных сил и с требованиями систематизации и углубленного изучения предмета.

Составители новых программ стремились ликвидировать недостатки, свойственные старой школе, главный из которых заключался в том, что преподавание было направлено на воспитание формально-логического мышления в ущерб практическим приложениям. Школьное преподавание подвергалось критике с разных сторон: со стороны приверженцев формально-логического изложения (на некотором этапе обучения) и его противников. Первые говорили о недостаточной строгости преподавания, вторые — об отсутствии связи преподавания математики с задачами практики, производства.

Богомолов, прежде твердо стоявший на позиции формально-логических целей математического образования, в послереволюционное время склоняется к целесообразности введения в программу новой школы практических приложений.

При составлении программы по всем разделам курса математики и физики в эти годы в школьное преподавание обязательно включались задачи прикладного характера, чтобы «обогатить учащихся теми математическими понятиями, методами и навыками, которые являются в настоящее время совершенно необходимыми для понимания окружающей жизни и для разрешения практических задач, выдвигаемых техникой различных отраслей труда» [I, 20]. Поэтому мы видим в программе много указаний на практические приложения теоретического материала.

В объяснительной записке, составленной С. А. Богомоловым к программе, высказывается мысль, которую он развивал впоследствии. По его мнению, целесообразно построить единый курс, состоящий из двух концентров. Первый заключает ограниченный круг сведений с опорой на интуицию. В программе рекомендуется использование генетического метода преподавания геометрии: «Настоящая программа предлагает разрабатывать материал так, чтобы теоремы возникали на глазах учащихся и еще лучше — открывались ими самими» [I, 20, с. 29—30].

О логической стороне курса геометрии сказано: «Большая часть теорем этого курса будет сопровождаться доказательством, а генетический метод разовьет у учащихся способность разыскивать внутреннюю связь между фактами. Доказанные теоремы будут объединяться в связанные цепи умозаключений, что даст в итоге картину, отличную от коротких, недостаточно обоснованных суждений, какие свойственны мышлению обыденному, не научному. Но строй курса не будет аксиоматическим. . . Преподавателю, который хотел бы дать учащимся логическую модель такого курса, мы рекомендовали бы обозреть с учащимися IV класса в порядке кружковых занятий или рефератов одну—две главы из геометрии, основав их на строго выработанной системе аксиом. Здесь же преподаватель мог бы, пользуясь геометрическим материалом и логической работой учащихся предшествующих лет, установить взгляд на курс геометрии как на пример важного строя нашей мыслительной способности, которая, опираясь на несколько соглашений, делает выводы, являющиеся для нашего сознания столь же непреложно истинными, как и эти соглашения» [I, 20, с. 33].

Программа включала и курс черчения, о котором сказано: «Весьма действенным средством к уяснению и усвоению геометрических понятий служит черчение. Задачи на построение откроют путь ко многим теоремам» . . .«Кроме того, черчение полезно в практическом отношении» [I, 20, с. 33].

Значительное место отводится измерениям и вычислениям, в этом пункте геометрия вступает в связь с арифметикой и алгеброй.

Помимо общеобразовательных задач в курсе геометрии решаются задачи практического характера: из области техники, архитектуры, землемерия и промышленного производства. Курс геометрии связывается с физикой, естествознанием, рисованием (перспектива), астрономией.

Рекомендуется воспитывать пространственное воображение; уделяется внимание и геометрическим преобразованиям: приводятся примеры приложений геометрических теорем и построений в технике и обиходе по нижеприведенной схеме.

Теоремы и построения	Приложения	Задачи на вычисление и построение
Равенство и подобие треугольников	Измерения на местности	Конкретная задача на вычисление
Построение треугольников по трем сторонам	Шарнирные механизмы Жесткость фигуры	—

Рекомендуется применение графического метода вычислений, который «должен стать прочным достоянием учащихся».

В начале 30-х гг. ОРМО подверглось ожесточенным нападкам со стороны Общества «математиков-материалистов». Организованное при Ленинградском отделении Коммунистической академии, это Общество имело целью «борьбу на фронте математики за признание руководящей роли в математической научной работе философии пролетариата — диалектического материализма» [I, 29, с. 3]. По мнению особо «горячих» поборников этого «движения», математики Ленинградского университета как бы делились на три группы: «правую», куда входили профессора Н. М. Гюнтер, В. И. Смирнов, Г. М. Фихтенгольц и др.; «левую» — Л. А. Лейферт, А. Д. Дрозд, А. Р. Кулишер и др.; «промежуточную» — И. М. Виноградов, А. М. Журавский и др. Как писал идейный вдохновитель этой травли Л. А. Лейферт [I, 29], «правая группировка была сильна своими старыми связями, она полностью могла опереться на Ленинградское физико-математическое общество, имела поддержку и в старой, не реорганизованной Академии наук. Довольно значительное влияние оказывала эта группа и на среднюю школу, многие из старых преподавателей которой с 1924 г. объединились в новом Обществе ревнителей математического образования (ОРМО). Какую установку получило это Общество, видно из программной речи „Эстетические элементы в математике“ прочитанной председателем Общества проф. С. А. Богомоловым на открытии Общества. Вот какое определение математики дается в этой речи: „Чистая математика есть система логических следствий, выводимых помощью символов из свободно устанавливаемых предпосылок“. Далее говорится, что математика „сама создает предмет своего исследования“. . .

В этой речи нет не только чего-нибудь конкретного о советской школе, но даже не встречается буквально ни одного слова, которое хоть отдаленно могло бы резнуть „эстетический“ слух присутствующих напоминанием об Октябрьской революции, пролетариате, социализме, советах и т. д., зато речь заканчивается таким наставлением учителям: „Не противополагать математику всему тому, что носит имя прекрасного“, так как „это поможет в значительной степени украсить жизнь“ — вот и все, что нашел посоветовать учителям председатель ОРМО на седьмом году пролетарской революции» [I, 29, с. 10—11].

ОРМО обвинялось в том, что доклады по истории математики распространяли идеи аполитичности математики, «беспристрастности» в происходящей борьбе и пр.

Дело не обошлось одними обвинениями. В мае 1931 г. в педагогическом институте, надо полагать, по настоянию Лейферта, была развернута «дискуссия» о трудах и деятельности проф. С. А. Богомолова, «которая вскрыла перед собравшейся значительной студенческой и преподавательской аудиторией всю ненаучность и вредность идеалистических установок в математике» [I, 29, с. 18]. Зачитывались отрывки и отдельные фразы из работ Богомолова, а среди них, например, такая: «Должен был пройти долгий период предварительного накопления знаний и должна была появиться у человечества высшая потребность „знания ради знания", для того чтобы создались необходимые предпосылки истинно научного метода» [I, 29, с. 25].

Комментируя эту дискуссию, Л. А. Лейферт писал, что из приводимых выдержек «полностью вырисовывается идеология проф. Богомолова, сводящаяся к крайнему идеализму и пропаганде „чистой" и „свободной" науки. При этом нужно иметь в виду, что все это написано в 1928 г., когда лозунг „чистой науки" получил уже достойную оценку со стороны советской научной общественности» [I, 29, с. 26].

После двухдневного обсуждения «деятельности» проф. С. А. Богомолова, проведенного кафедрой пединститута им. Герцена совместно с общественными организациями института и сектором математики при Ленинградском отделении Комакадемии, собравшиеся приняли резолюцию о том, что «философские и политические взгляды С. А. Богомолова. . . на всем протяжении его литературной и педагогической деятельности были явно идеалистическими и реакционными», что «его труды . . . давали неправильную оценку трудов ученых, прикрашивали идеалистические извращения в математике, выдвигая их на первый план, и затушевывали материалистические тенденции даже таких величайших гениев, как Н. И. Лобачевский» и т. д. Богомолову было предложено выступить «со статьей в духе настоящей резолюции, освещающей его ошибки», в газете «За коммунистическое просвещение» и было решено «продолжить вовлечение проф. Богомолова в кружки по диамату, в общественную работу» [I, 29, с. 40—41]. Под резолюцией стояла подпись председателя собрания Л. А. Лейферта.

В те времена попытка противостоять подобной резолюции могла стоить не только свободы, но и жизни. И Степан Александрович почел за благо написать требуемую от него статью. Читая ее сейчас, невольно восхищаешься почти неприкрытой иронией, которая сквозит едва ли не в каждой строке.

«Я должен сознаться, что еще в сравнительно недавнее время мне было неясно, что подобные теории являются реакционными и вредными с точки зрения интересов пролетариата, осуществляющего в интересах всего человечества социалистическое строительство в условиях напряженной классовой борьбы . . Теперь благодаря дискуссиям, имевшим место в Ленинграде в конце прошлого учебного года, я понял ошибочность своей прежней позиции как в названных выше работах, так и в других выступлениях. В настоящее время мне стало ясно, что даже математика не может быть аполитичной; в частности, мне стали понятны критические статьи тов. Кольмана о моих работах и выступления тов. Лейферта в ленинградских дискуссиях. . . Я становлюсь на тот путь, который в наибольшей степени способствует социалистическому строительству в СССР и ведет борьбу с тем, что ему мешает» [I, 29, с. 42—43].

Немало пришлось пережить ученому, прежде чем он снова смог заняться научной работой.

После прекращения деятельности Общества ревнителей математического образования Богомолов уже не возвращался к проблемам школьного преподавания математики. Его интересы сосредоточились на преподавании в высшей школе. Еще в 1923 г. он создал оригинальный учебник по основаниям геометрии [I, 14], которым пользовались студенты в 20-е и 30-е гг.; в 1949 г. был опубликован систематический курс геометрии [I, 59] — прекрасное пособие для подготовки учителей математики.

Глава 4

Методологические проблемы геометрии

Среди ряда работ С. А. Богомолова, касающихся учения об интуиции и логике, основополагающими можно назвать две: 1) «Вопросы обоснования геометрии» [I, 7], содержащую разделы об интуиции, математической логике, идеях порядка в геометрии и сопровождаемую его же статьей «Философия математики в работах А. Пуанкаре» [I, 8]; 2) «Основания геометрии» [I, 14], включающую раздел «Логика и интуиция в геометрии». Кроме того, есть и оставшиеся неопубликованными, а именно: «Значение подсознательной работы мозга в математическом творчестве» и «Доказательство: роль интуиции», что представляет собой гл. II из трактата неизвестного названия. Как можно заметить, проблема интуиции и логики занимала С. А. Богомолова в связи с исследованиями по основаниям геометрии, но затрагивалась также в статьях методического характера. Его интерес к ней был тесно связан с вопросом постановки преподавания геометрии в средних учебных заведениях, которым он занимался в исследовательском плане.

Проблеме интуиции Богомолов посвятил много труда, рассмотрев ее в различных аспектах: научном (определение понятия), педагогическом, историческом и философском (гносеологическом). Главное внимание он сосредоточил на решении вопроса, важного как для философии, так и для педагогики: Можно ли рассматривать интуицию как источник геометрических знаний? Если да, то какова степень достоверности этих знаний и каковы ее границы? В связи с этим намечен был план изложения: 1) выяснение понятия интуиции; 2) история вопроса; 3) проблема достоверности математических (геометрических) знаний, доставляемых интуицией; 4) интуиция и логика; 5) вопрос о природе аксиом; 6) проблема о соотношении геометрической системы с истинными свойствами реального пространства.

Исследование С. А. Богомоловым этих проблем относится к тому периоду, когда в трудах Гильберта и других математиков завершилось обоснование геометрии как чисто логической системы, а потому вопрос о соотношении логического и интуитивного в процессе познания геометрических истин имел актуальное значение и для преподавания геометрии, по крайней мере в теоретическом плане. Кроме того, в это время создавался учебный курс оснований геометрии для высшей школы и продолжались исследования в этой области. Заметим также, что курс оснований геометрии читался обычно в хронологическом порядке, начиная с анализа «Начал» Евклида [II, 15].

Каково же было положение с решением первого вопроса? Уже в начале книги [I, 7] Богомолов дает ответ на это: «Современные исследования основ геометрии полны противоположениями логики и интуиции; в целом ряде философских работ мы найдем страницы, посвященные последней способности, с той или другой ее оценкой.

Задачу обоснования геометрии нельзя формулировать во всей ее полноте, нельзя даже установить ее необходимость в современной постановке вопроса, пока не будут выяснены различного рода недоумения, связанные с понятием интуиции как особого источника геометрических истин» [I, 7, с. 1].

Характерным признаком интуиции, по Богомолову, является то, что она противополагается рефлексии. С позиции геометрии автор дает следующее определение интуиции: «интуиция есть непосредственное усмотрение в качестве истинных таких свойств геометрических образов, которые при данных условиях нельзя обосновать иным путем» [I, 7, с. 5].

В историческом обзоре он рассматривает трактовку этого понятия Лейбницем, Кантом, Шопенгауэром. Нам представляется, что картина была бы полнее, если бы за исходную была взята трактовка гносеологии, принадлежащая Декарту. Действительно, в новое время, когда главным объектом науки становится природа, пересматриваются методы исследования. Математика в этом процессе играет особую роль. Она рассматривается как инструмент познания природы. Отсюда ясно, что проблема гносеологии применительно к математике приобрела особую актуальность.

Приведем несколько цитат из работы Р. Декарта «Правила для руководства ума» [II, 13]. «Под интуицией, — пишет Декарт, — я разумею не веру в шаткое свидетельство чувств и не обманчивое суждение беспорядочного воображения, но понятие ясного и внимательного ума, настолько простое и отчетливое, что оно не оставляет никакого сомнения в том, что мы мыслим, или, что одно и то же, прочное понятие ясного и внимательного ума, порождаемое лишь естественным светом разума и благодаря своей простоте более достоверное, чем сама дедукция» [II, 13, с. 86]. Он ставит интуицию в тесную связь с дедукцией в процессе познания. «Интуиция и дедукция — основные условия рационалистического метода Декарта» [II, 13, с. 59]. Остальные методы являются вспомогательными.

«Может возникнуть сомнение, для чего мы добавляем к интуиции еще и этот другой способ познания, заключающийся в дедукции. . . Мы различаем здесь интуицию ума от правильной дедукции в том отношении, что под дедукцией подразумевается именно движение или последовательность, чего нет в интуиции». Это два пути, которые ведут к достоверному знанию, причем выступающие во взаимной связи, в единстве: «Невозможно достигнуть никакого знания иначе, как путем интуиции, ума и дедукции. . .» [II, 13, с. 89]. Он построил ряд правил, относящихся к теории познания, например правило V: «Весь метод состоит в порядке и размещении того, на что должно быть направлено острие ума в целях открытия какой-либо истины. Мы строго соблюдаем его, если будем постепенно сводить темные и смутные положения к более простым и затем пытаться, исходя из интуиции простейших, восходить по тем же ступеням к познанию всех остальных» [II, 13, с. 95].

Ограничимся весьма краткой передачей тех выводов, которые сделал Богомолов, проанализировав взгляды ученых и философов прошлого на методы геометрии. Лейбниц, стремившийся создать символическую алгебру логики, логического исчисления (всеобщей характеристики), собирался «геометрию целиком свести к символическому счислению. . . Таким образом, интуиция окончательно изгоняется из арсенала орудий геометра и вступает в свои исключительные права логика, в ее наиболее утонченной, алгебраической форме» [I, 7, с. 10].

Анализируя сочинения Канта, Богомолов говорит, что в его взглядах наблюдается некоторая двойственность: в одних местах Кант выдвигает на первый план интуицию, в других — логику. Но тем не менее он отводил «везде чувственности подчиненное положение по отношению к рассудку» [I, 7, с. 24].

Шопенгауэр сделал попытку исключить логику и построить геометрию на интуитивных началах. «Заслуга Шопенгауэра заключается в том, что он вывел до конца все следствия из признания интуиции единственным источником геометрических истин и облегчил, таким образом, критике ее задачу» [I, 7, с. 37].

В результате этого обзора С. А. Богомолов приходит к мысли «критически рассмотреть интуицию как особый источник достоверного знания в геометрии, не сводящийся к простому констатированию свойств эмпирически воспроизведенных фигур и естественно противополагаемый логической дедукции из аксиом» [I, 7, с. 49]. Существование интуитивных фактов показано на примерах традиционного построения геометрии, на их основании делается вывод о природе интуиции. А факты таковы: с помощью интуиции излагаются расположение точек, прямых и плоскостей в пространстве, учение о равенстве, производится сложение отрезков и углов, доказывается равенство треугольников. В этих и во многих других случаях интуиция связывается с движением, при котором сохраняются формы и размеры фигуры, т. е. фигура обладает свойствами твердого тела. Указывается, например, что непрерывность до последнего времени относилась к интуитивным фактам. Отсюда делается вывод: «Факты, доставляемые интуицией в качестве непосредственно очевидных, суть не что иное, как начальные геометрические сведения, приобретенные в глубине подсознательной деятельности и неразрывно связанные со свойствами движения так называемых твердых тел» [I, 7, с. 56].

Следующий вопрос относится к выяснению достоверности интуитивных знаний. Оказывается, на интуицию нельзя опираться, как на верный источник наших знаний по геометрии. Примеры: пересечение двух прямых в одной точке может вызвать сомнение, когда прямые наклонены друг к другу под малым углом; трудно представить себе равенство двух отрезков, а также представить интервал; интуитивно не воспринимается геометрия Лобачевского: интуитивно не воспринимается то положение, что прямая имеет одну бесконечно удаленную точку. Эти и многие другие аналогичные факты говорят о том, что интуиции не всегда можно доверять. В итоге делается следующий вывод: «Так как ограниченная точность интуиции не удовлетворяет идеалистическим требованиям чистой геометрии, то при построении этой науки нельзя ограничиваться ссылкой на интуицию, а всякий раз необходимо строго дедуктивное доказательство, основанное только на поставленных во главе аксиомах» [I, 7, с. 72]. Отсюда очевидна роль логики.

До сих пор понятие интуиции рассматривалось как единичное представление при отсутствии рефлексии. В одной из рукописей «Значение подсознательной работы мозга в математическом творчестве» Богомолов приводит примеры интуиции вида «озарение» — также без рефлексирующего мышления. Впрочем, последнее является характерной чертой всякой интуиции. Эти примеры показывают, какую роль интуиция играет в научных открытиях выдающихся математиков.

Первым он называет известный факт открытия Архимедом способа определить вес золота в короне, в состав которой было подмешано серебро. Вторым — открытие Гамильтоном кватернионов. Это событие сам Гамильтон описывает следующим образом: «Завтра пятнадцатый день открытия кватернионов. Они произошли на свет совсем готовые 16-го октября 1843 г., когда я ехал с леди Гамильтон в Дублин. . . в ту же минуту я понял, что мне стоит потратить на них десятилетний или даже пятнадцатилетний труд. Но я понял это потому, что задача была в ту минуту уже решена. . . была удовлетворена умственная жажда, мучившая меня по крайней мере пятнадцать последних лет» [II, 22, т. 2, с. 104]. Затем следует рассказ Пуанкаре: «. . .и вот в тот момент, когда я заносил ногу на ступеньку омнибуса, мне пришла в голову идея, — хотя мои предыдущие мысли не имели с нею ничего общего, — что те преобразования, которыми я воспользовался для определения фуксовых функций, тождественны с преобразованиями неевклидовой геометрии. . . я сразу почувствовал полную уверенность в правильности идеи. Возвратясь в Кан, я сделал проверку: идея оказалась правильной» [II, 31, с. 313].

Аналогичный случай произошел у Гаусса. Он изложил его в письме к Ольберсу от 3 сентября 1805 г. «Может быть, вы помните мои жалобы на одно предложение, которое сделало тщетными все мои усилия найти удовлетворительное доказательство. . . Этот недостаток отбивал у меня охоту ко всему остальному, что я нашел; в течение четырех лет редко проходила неделя, когда я не делал бы той или другой тщетной попытки развязать этот узел. Но все поиски были напрасны; печально должен был я каждый раз опять положить перо. Наконец, несколько дней тому пазад это удалось. . . Подобно тому как ударяет молния, решилась загадка: я сам был бы не в состоянии указать ведущие нити между тем, что я до этого делал. . . Довольно странно, что теперь решение этой загадки оказывается легче, чем кое-что другое, что вовсе не задерживало меня столько дней, сколько эта — лет; и, конечно, если я однажды доложу этот материал, никто не получит впечатления о тех долгих тисках, в которых я был заключен» [II, 24, с. 61]. В этом описании выступают все те характерные черты, которые свойственны интуиции (внезапность, кажущееся отсутствие связи с предыдущим, уверенность). Однако, как подчеркивают авторы, этому акту предшествовали усиленные предварительные занятия данным предметом.

С. А. Богомолов в связи с обоснованием геометрии занимался исследованием методологических вопросов математики. Он исследовал значение интуиции и логики в процессе познавательной деятельности и пришел к выводу, что интуиция не может служить источником абсолютно достоверных знаний; обретенные благодаря интуиции, такие знания — гипотетические и нуждаются в логическом обосновании.

С. А. Богомолов приписывал большую роль интуиции как дидактическому средству, облегчающему изучение предмета, и связывал ее с наглядными средствами и воображением, но главное ее значение видел в том, что она — источник математического творчества, «граничит с творческим вдохновением». Богомолов писал: «Интуиции — свобода искания, логике — полнота доказательства» [I, 7, с. 80]. Он затрагивал ряд других вопросов философии математики, которые имеют отношение к обоснованию последней. Рассмотрим два из них: понятие аксиомы и отношение геометрической системы к свойствам реального пространства.

Понятие аксиомы и аксиоматический метод

Задача геометрии, как формулирует Богомолов, заключается в том, чтобы доказать ее положения на основе принятой системы аксиом. Что собой представляет эта система — уже другой вопрос, который решают не столько математики, сколько философы. Как решает этот вопрос С. А. Богомолов? Позволим себе высказать здесь одну мысль, которая у Богомолова сформулирована нечетко, но тем не менее просматривается. С методологической точки зрения, как нам представляется, следует различать вопрос о природе аксиом, идет ли речь о «Началах» Евклида или о современной аксиоматике. Одно дело, когда аксиоматика строилась, так сказать, на естественной почве, и другое — когда она строится в условиях, при которых аксиоматический метод стал нормой. Традиционное понимание данного вопроса отличается от понимания его современными математиками.

Как правило, традиционное понимание аксиом сводилось к тому, что они непосредственно даны интуицией. При этом не отрицалось их опытное происхождение. Даже Гильберт говорил, что аксиомы являются основными фактами нашей интуиции. Но уже Клейн придерживался современной точки зрения. Интуиция, по Клейну, не может служить основой в понимании аксиоматики уже хотя бы потому, что интуитивные знания неточны. Нельзя формулировать как аксиому положение о том, что две прямые пересекаются только в одной точке. По определению Клейна, «Аксиомы суть требования, благодаря которым мы от ограниченной точности интуиции восходим к безграничной точности чистой математики» [I, 7, с. 75].

Но так как при доказательстве используется дедуктивный метод, применение которого позволяет геометрические истины сводить к принятой системе аксиом, то возникает вопрос, что же представляют собой аксиомы и какого они происхождения. Этот вопрос Богомолов неоднократно поднимает в связи с исследованием оснований геометрии и ее преподаванием, критикуя определения, которые бытовали в учебниках, вроде, например, такого, что аксиомы — очевидные истины и потому не доказываются, или другого — «аксиомы выражают основные свойства пространства, почерпнутые из интуиции». В качестве аргумента против последней формулировки он указывает на то, что интуиция может охватить лишь ограниченную часть пространства, и аксиома параллельных превосходит, таким образом, силы нашей интуиции. Автор в результате приходит к такому определению: «. . .с точки зрения чистой геометрии аксиомы суть предпосылки, необходимые и достаточные для построения данной системы» [I, 14, с. 36]. Далее следует формулировка понятия строгости в геометрии: «Всякое понятие, не вошедшее в число основных, должно быть отчетливо определено с их помощью; всякое предложение, не вошедшее в число аксиом, должно быть строго доказано с их помощью» [I, 14, с. 41—42].

Автор задается вопросом, откуда мы берем новые предложения геометрии, и отвечает, что они — результат творческой интуиции.

Следующий вопрос методологического значения и связанный с понятием аксиоматического метода заключается в том, что абстрактная геометрическая система может иметь различные истолкования. Возможность этого покоится на том факте, что основные понятия характеризуются только системой аксиом. «Под основные понятия можно подвести какие угодно объекты, лишь бы только при таком понимании основных понятий оставались в силе утверждения, сделанные в аксиомах» [I, 14, с. 84]. Ясно, что этот принцип ведет к расширению наших геометрических знаний.

Происходит как бы перенос выводов из одной системы в другую. При этом Богомолов формулирует «начало возможных истолкований», которое заключается в следующем: «Если между элементами какой-либо совокупности и точками евклидова пространства можно установить однозначное соответствие, то в данной совокупности, при подходящем понимании основных понятий, получается одно из возможных истолкований евклидовой геометрии» [I, 14, с. 87].

Наконец, рассматривается вопрос о тех условиях, которым должна удовлетворять система аксиом, а именно: непротиворечивость, независимость и полнота. При строгом изложении все требования должны выполняться, но в педагогических целях иногда требования независимости и полноты могут быть ослаблены. В дальнейшем автор посвящает целую главу вопросу о независимости V постулата. В связи с этим раскрывается роль Н. И. Лобачевского.

Последний вопрос, который относится к методологии геометрии, состоит в раскрытии истинных свойств реального пространства.

Геометрия и реальное пространство

Характерно, что «Основания геометрии» [I, 14] Богомолов начинает с методологических вопросов, таких как: 1) оживление интереса к обоснованию геометрии; 2) критика изложения «Начал»; 3) логика и интуиция в процессе познания геометрических истин; 4) понятие аксиомы и аксиоматического метода; 5) проблема отношения геометрических систем к свойствам реального пространства.

Отмечается, что XIX в. характеризуется проявлением глубокого интереса к основаниям математики, в частности геометрии, интересом к обоснованию которой мы обязаны Лобачевскому, открытию им неевклидовой геометрии. («Однако, славу его открытия разделяют и другие ученые» [I, 14, с. 164]). Другим важным фактором Богомолов считает развитие проективной геометрии. Далее он переходит к анализу структуры «Начал» Евклида [II, 16] с критикой некоторых их положений. Относительно роли интуиции и логики в познании геометрических истин Богомолов придерживается той же точки зрения, какая была высказана им ранее и на которой мы выше останавливались подробно. Понятие аксиоматического метода мы только что рассмотрели. Теперь обратимся к проблеме отношения геометрических систем к свойствам реального пространства.

С. А. Богомолов говорит, что вопрос, какая из трех систем геометрии истинна, с этой точки зрения неправомерен, поскольку вопрос об истинности системы аксиом решается не в области геометрии, а в области философии. Он строго различает геометрию чисто теоретическую и прикладную. Все известные системы (Евклида, Лобачевского, Римана) истинны, поскольку они построены логически правильно на базе принятой системы аксиом.

Прикладная геометрия изучает свойства реального пространства. При решении данного вопроса «одних средств чистой математики здесь недостаточно: придется призвать на помощь те области знания, в которых мы сталкиваемся с реальным пространством, т. е. область опыта и наблюдения» [I, 14, с. 306]. Эта область также содержит подводные камни: например, результаты инструментальных измерений связаны с теорией инструментов, которая может быть не свободна от той или иной геометрии. Кроме того, играет роль точность измерений. Подходя к изучению природы, мы не можем ограничиться выбором геометрической системы, поскольку вступают в действие различные гипотезы — астрономические, физические и др. В этой связи автор останавливается на попытке Н. И. Лобачевского решить данный вопрос путем опытной проверки своей геометрии — рассмотрев треугольник астрономических размеров.

Автор приходит к выводу, что для изучения природы можно принять любую систему геометрии, но «. . .все исследования истинных свойств реального пространства ставят вне всяких сомнений полную практическую пригодность евклидовой геометрии. . .» [I, 14, с. 316]. Она является более удобной системой, нежели другие.

Понятие бесконечности

С. А. Богомолов одним из первых среди советских математиков стремился осмыслить, объяснить противоречия теории множеств и другие факты с позиций диалектического материализма. Философская струя была особо ощутимой в 20-е и 30-е годы, когда математики занялись изучением философии марксизма-ленинизма. С позиций этой философии С. А. Богомолов обратился к исследованию апорий Зенона, имея на вооружении теорию множеств Г. Кантора.

Еще в 1915 г. он опубликовал в Журнале Министерства народного просвещения статью под названием «Аргументы Зенона Элейского при свете учения об актуальной бесконечности» [I, 10]. Затем эта работа вышла отдельной книгой, которая дважды переиздавалась [I, 13, 41]. Автор делает вывод, что в Элейской школе была вскрыта диалектическая природа основных понятий математики — понятий бесконечности и предела [I, 41, с. 33]. Те противоречия, на которые указал Зенон, не являются формально-логическими, они присущи самой природе изучаемого объекта, поскольку связаны с понятием движения. Автор иллюстрирует это положение высказыванием В. И. Ленина: «Мы не можем представить, выразить, смерить, изобразить движение, не прервав непрерывного, не упростив, угрубив, не разделив, не омертвив живого» [II, 25, с. 233].

Богомолов считает Зенона родоначальником диалектики в математике, ибо он «вскрыл диалектическую природу основных понятий математики, а именно — понятий бесконечности и предела. . . Но здесь имеем дело не с формально-логическими противоречиями, а с диалектическими, т. е. с противоречиями, коренящимися в самой сущности предмета. Поэтому они не подрывают возможности всякого знания, а делают, наоборот, эти понятия пригодными для познания диалектически развивающейся действительности» [I, 41, с. 78].

К этому вопросу Богомолов возвращается еще раз, уже в 1949 г. Работа его осталась в рукописи. Она посвящена проблеме «Диалектическая природа понятий о бесконечных и непрерывных множествах». Во вводной части он следующим образом конкретизирует тему: «Вопросы, указанные в заглавии, были уже затронуты в моей работе „Актуальная бесконечность“ [I, 41]; в настоящей статье я намерен развить их и подвести под их решение более солидное основание. . . Автор не ставит себе целью полное решение вопроса о проявлении диалектических законов в математике; он ограничивается рассмотрением диалектических противоречий в двух основных понятиях современной математики, а именно — понятиях о бесконечных и непрерывных множествах». Далее дается историческая оценка значения теории множеств для математики. Отмечается, что благодаря этой теории удалось дать строгое обоснование анализа, создать ряд новых дисциплин, усовершенствовать методы исследования и изложения. Указывается пять противоречий в теории множеств: Эпименида, Рассела, Бурали-Форти, Ришара и противоречие о мощности множества всех множеств. Наличие этих противоречий не приводит к противоречиям ни в самой математике, ни в ее приложениях. Объясняется это обстоятельство тем, что не все противоречия являются чисто математическими. Смысл противоречий заключается в следующем: «Все указанные противоречия имеют общее свойство, состоящее в том, что в каждом противоречии нечто утверждается о всех объектах известного рода и этим как будто порождается новый объект, который в одно и то же время и будет и не будет того же рода».[1]

---

[1] Диалектическая природа понятий о бесконечных и непрерывных множествах — ЛО ААН, ф. 1019, оп. 1, д. 32, л. 11.

Попытка разрешить противоречия привела к возникновению различных философских трактовок математики (интуиционизм, эффективизм, формализм, конвенционализм), в чем усматривается ее кризис. «Как всякий идеализм, так и рассмотренные выше идеалистические системы философии математики являются односторонним развитием той или другой черты, которая действительно имеет место в развитии нашей науки. . .».[2]

Затем происхождение понятия бесконечного трактуется с позиций диалектико-материалистической философии. Понятия рассматриваются как отражение действительности, в том числе и понятие бесконечного. Дается ссылка на сочинения В. И. Ленина: «В собственном смысле диалектика есть изучение противоречия в самой сущности вещи» [II, 25, с. 227]. Для устранения противоречий рассматриваются множества с ограничениями, без формального понимания слов и понятий.

С. А. Богомолов как историк науки

Историками науки принято считать ученых, которые занимаются специальным исследованием проблем истории науки (в частности, истории математики), используя все доступные источники: современную литературу и литературу той эпохи, к которой относится исследование, — печатную, рукописную, многочисленные косвенные источники. Но наряду с ними существуют специалисты в узких областях математики, досконально знающие историю своего предмета, своей области математических исследований. Известны и такие математики, которые раскрывают историю развития математики в главных ее этапах, ее методологию и философию. Они охватывают не только широкую сферу своих исследований, но и развитие всей математики в целом, видя пути истории математики, развитие исследования наиболее актуальных ее проблем.

С. А. Богомолова можно отнести к той категории математиков, которые в связи со специальными математическими исследованиями глубоко интересуются проблемами философии математики, ее историей и преподаванием. Что касается методологических вопросов, то они отражены почти во всех его геометрических работах; имеются также

---

[2] Там же, л. 26 об.

отдельные фрагменты философского содержания, оставшиеся в рукописи. Исторические справки предшествуют каждому вопросу, который он исследует, имея в виду геометрию. Таков стиль его научных исследований. История математики (геометрии) его интересует не сама по себе, а именно в связи с его исследованиями и преподаванием. Поэтому можно сказать, что она служит методологической основой его творчества.

Характерен в этом отношении труд «Эволюция геометрической мысли» [I, 22], где дан обстоятельный обзор исследований, приведших к эпохальным геометрическим открытиям XIX в.

Кратко остановимся на основных позициях автора и приведем некоторые принципиальные положения.

«Толчок к занятиям новой геометрией (проективной, — *Н. Б.*), как и старой, исходил со стороны технических потребностей; именно живопись и архитектура, особенно развившиеся в эпоху Возрождения, создали учение о перспективе» [I, 22, с. 47]. Вопрос о параллельных излагается «путем исторической последовательности» [I, 22, с. 122].

«Вопрос об истинных свойствах последнего (реального пространства, — *Н. Б.*) — далеко не простой вопрос, но он во всяком случае не может быть решен средствами одной чистой математики. Отвлеченно строить мы можем различные системы геометрии, но чтобы одну из них навязать миру опыта, нужно выслушать свидетельства этого опыта» [I, 22, с. 155].

Смысл этих высказываний заключается в том материалистическом положении, что математика, ее теории возникают и развиваются вследствие практических нужд человека. Наряду с этим, тесно с ним переплетаясь, действует фактор внутренних потребностей математики.

С. А. Богомолов по разным случаям выступал с докладами об исследованиях отечественных ученых: об алгебраических работах Н. И. Лобачевского, о трудах А. Н. Крылова, П. Л. Чебышева. Опубликован его доклад о М. В. Ломоносове [I, 61], где приводится оценка последним значения математики для изучения природы и развития мышления.

Еще одно достоинство книг Богомолова — прекрасный слог, образное, живое и яркое, безупречно грамотное, доступное изложение.

Глава 5

Исследования по основаниям геометрии

Геометр в самом полном смысле этого слова, С. А. Богомолов был наиболее известен работами по основаниям геометрии и геометрии кристаллов, но оставил после себя сочинения и других направлений, в основном рукописные. Среди них наибольшего внимания заслуживают статьи по прикладной математике, о которых будет сказано ниже, а в данном разделе остановимся кратко на содержании работ по основаниям геометрии.

Интерес к основаниям геометрии пробудился в нем еще в первые годы педагогической деятельности, в немалой степени благодаря преподаванию курса оснований геометрии в Женском педагогическом институте. В основных его трудах этого направления [I, 4, 6, 7, 9, 11, 14, 40, 44, 56, 57] речь идет об обосновании геометрий Евклида, Лобачевского и Римана.

В учебнике С. А. Богомолова по основаниям геометрии [I, 14] изложение собственно геометрического материала начинается только с главы, касающейся обоснования евклидовой геометрии [I, 14, с. 44]. Предшествующие страницы посвящены вопросам обоснования, стоящим на грани философии и геометрии и выясняющим, с одной стороны, причины возникновения интереса к геометрии, кроющиеся по существу в открытии Лобачевским неевклидовой геометрии и вызванном этим открытием детальном изучении истории пятого постулата; с другой — теоретико-познавательные принципы в применении к геометрии (оценка роли интуиции и логики в процессе познавательной деятельности геометра). В заключение решается вопрос об отношении геометрии к свойствам реального пространства и следует вывод: открытие Лобачевским новой геометрии явилось колоссальным стимулом не только для развития геометрической мысли, но и для развития философии и истории науки. С. А. Богомолов отразил это своеобразие развития геометрической науки в трудах по основаниям геометрии. Нам представляется, что этот факт заслуживает внимания науковедов, так же как и вопрос о выборе системы изложения, подчиненном определенной цели. Из существующих методов изложения (и исследования) геометрии Римана он выбирает элементарно-синтетический, как наилучшим образом отвечающий подготовке учителя математики. В работе «Различные пути для обоснования геометрии» [I, 9] Богомолов дает развернутую характеристику этих путей: 1) аналитического, при котором пространство рассматривается как числовая область, а в основе лежит теория непрерывных групп преобразований; 2) проективного, который начинается с обоснования проективной геометрии, последующего ввода проективных координат и с помощью методов аналитической геометрии — построения основных понятий метрической геометрии: 3) синтетического, чисто элементарного. Последний из способов — это направление, «всецело вращающееся в кругу идей и методов элементарной геометрии и чуждое в своей исходной точке каких-либо аналитических соображений». Элементарное направление сближает предмет со школьным курсом и больше отвечает подготовке учителя математики. Педагогические соображения в выборе этого метода, который оказался весьма удачным, играли главную роль. И здесь С. А. Богомолов выступает прежде всего как педагог.[1]

Он задается вопросом, почему геометрия Римана исторически следует за геометрией Лобачевского и чем обусловлено ее более позднее открытие, и в ответ указывает следующую причину. Геометрия Лобачевского потребовала в системе аксиом геометрии Евклида изменения только одной аксиомы, а именно — исключения аксиомы параллельных и замены ее аксиомой Лобачевского. Вся остальная система осталась без изменения. Что касается геометрии Римана, то здесь требовались более глубокие изменения в аксиоматике, введение непривычных понятий и новых аксиом.

Геометрии Евклида и Лобачевского исчерпывают две возможности относительно параллельных, геометрия Ри-

---

[1] Выше упоминалось, что «Основания геометрии» [I, 13] С. А. Богомолова в 20-е и 30-е годы служили учебным пособием по крайней мере в педагогических институтах. О современном содержании курса дает представление курс «Высшей геометрии» Н. В. Ефимова [II, 16]. В этой книге система аксиом геометрии Римана в трактовке С. А. Богомолова не излагается, но есть ссылка на его книгу «Введение в неевклидову геометрию Римана» [I, 28], где эта система приводится. Основой современного изложения служит преимущественно аналитический способ, но выясняется значение и других методов. (*Прим. Б. А. Розенфельда*).

мана строится на осуществлении третьей возможности, отрицающей существование параллельных линий. Любые две прямые в геометрии Римана пересекаются. Это означает, что и два перпендикуляра к одной прямой тоже пересекаются, что противоречит одной хорошо известной аксиоме геометрии Евклида. Далее, прямая Римана оказывается замкнутой, ограниченной, и это обстоятельство вызывает перестройку ряда аксиом геометрии Евклида, например системы аксиом порядка. По этим причинам третья возможность длительное время не рассматривалась в аспекте построения цельной геометрии, хотя геометрия на поверхности сферы была достаточно хорошо изучена.

Остановимся здесь на основных проблемах, которые возникли при построении системы аксиом геометрии Римана, и том, как их удалось преодолеть С. А. Богомолову.

Если прямая замкнута, то она ограничена и может быть представлена в виде окружности. На окружности теряют смысл основные понятия аксиом расположения: «предшествует» и «между». Любая точка на окружности может рассматриваться как предшествующая другой или любая точка лежит между двумя другими.

Для изучения вопроса о расположении точек на прямой в римановой геометрии рассматривается отношение из четырех точек, выражающее разделение двух пар точек: AB/CD (см. с. 65). Полный перечень свойств этого отношения определяет характер расположения точек на прямой.

Следуя Клейну, автор таким образом определяет геометрию Римана: «Геометрией Римана называется та неевклидова геометрия, в которой нет параллельных прямых и прямая есть линия замкнутая.

Сферической системой мы пазываем ту форму ее, которая характеризуется двумя точками пересечения прямых одной плоскости.

Эллиптической системой называется другая форма, которая характеризуется одной точкой пересечения у двух прямых» [I, 14, с. 271].

Первая система осуществляется на поверхности шара, поэтому ее называют сферической. Прямая эллиптической системы не имеет бесконечно удаленных точек, поэтому система называется эллиптической. Геометрия Евклида называется параболической, так как имеет одну бесконечно удаленную точку; геометрия Лобачевского — гиперболической, так как имеет две бесконечно-удаленные точки.

Таким образом, названия даны в зависимости от числа упомянутых точек. Эллиптическая геометрия может быть получена из сферической отождествлением диаметрально противоположных точек сферы.

Сопоставление систем аксиом двух геометрий иллюстрирует метод творческой работы С. А. Богомолова. За основу была взята система аксиом Гильберта евклидовой геометрии. Параллельно строятся аксиомы новой системы. Одни из них берутся из построенной системы, другие строятся заново. В результате получаются те же группы аксиом, что и в евклидовой геометрии, за исключением последней — аксиомы параллельных. Если учесть, что «Основания геометрии» изданы в 1923 г., то станет очевидным, что все результаты, излагаемые там, получены в период преподавания в педагогическом институте. Это обстоятельство наложило свой отпечаток на творчество С. А. Богомолова. Педагогический аспект его математических работ подчеркивался нами уже неоднократно.

В «Основаниях геометрии» [I, 14] С. А. Богомолов намечает аксиоматическое построение обеих форм геометрии Римана — эллиптической и сферической, стараясь показать связь этих систем аксиом с изложенным ранее построением системы аксиом евклидовой геометрии. При этом ему приходится определить основные понятия этих систем.

Для эллиптической геометрии Римана основное понятие — «разделение пар точек». Для этого возьмем две точки на окружности A и B; третья точка C берется на любой из дуг между A и B. Четвертая точка D — на той из дуг, где не находится точка C. В этом случае говорим, что «пара A, B разделяет пару C, D» и записываем это соотношение формулой AB/CD. Легко установить свойства этого понятия. Например, если AB/CD, то AB/DC; если AB/CD, то не может быть AC/BD.

Это понятие (разделение пар точек) принимается за основное в эллиптической геометрии Римана, а его простейшие свойства высказываются в виде аксиом.

С. А. Богомолов формулирует группы аксиом для каждой разновидности геометрии Римана, сравнивая их с соответствующими группами аксиом геометрии Евклида. Для удобства читателя автор объединил группы аксиом сочетания и расположения геометрий Евклида, эллиптической и сферической геометрии Римана в таблицы (см. ниже, с. 66—69). Формулировки аксиом взяты

Геометрия Евклида [I, 14, с. 45]	Геометрия Римана	
	эллиптическая [I, 14, с. 272—273]	сферическая [I, 14, с. 297—298]
	1. Аксиомы сочетания	
Основные понятия — точка, прямая, плоскость	Основные понятия — точка, прямая, плоскость	Основные понятия — точка, пара взаимно сопряженных точек, прямая, плоскость
1. Две различные точки определяют одну и только одну проходящую через них прямую	1. Две различные точки определяют одну и только одну проходящую через них прямую	1. Каждая точка пространства принадлежит одной и только одной паре взаимно сопряженных точек
2. На прямой всегда имеются по крайней мере две различные точки	2. Две различные прямые, лежащие в одной и той же плоскости, определяют общую им точку	2. Две не взаимно сопряженные точки определяют одну и только одну проходящую через них прямую
3. Три точки, не лежащие на одной прямой, определяют одну и только одну проходящую через них плоскость	3. На прямой имеются по крайней мере две различные точки	3. Две прямые, лежащие в одной и той же плоскости, определяют общую им пару взаимно сопряженных точек
4. В плоскости всегда имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой	4. Три точки, не лежащие на одной прямой, определяют одну и только одну проходящую через них плоскость	4. На прямой имеются по крайней мере две не взаимно сопряженные точки

(*продолжение*)

Геометрия Евклида [I, 14, с. 45]	Геометрия Римана	
	эллиптическая [I, 14, с. 272—273]	сферическая [I, 14, с. 297—298]
5. Если две точки прямой лежат в некоторой плоскости, то эта прямая всеми своими точками принадлежит указанной плоскости	5. На плоскости имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой	5. В плоскости всегда имеются по крайней мере три точки, не лежащие на одной прямой
6. Если две плоскости имеют общую точку, то у них есть по крайней мере еще одна общая точка	6. Если две точки прямой принадлежат некоторой плоскости, то прямая всеми своими точками принадлежит этой плоскости	6. Если две точки прямой лежат в некоторой плоскости, то эта прямая всеми своими точками принадлежит указанной плоскости
7. В пространстве имеются по крайней мере четыре точки, не лежащие в одной плоскости	7. Если две плоскости имеют общую точку, то у них есть по крайней мере еще одна общая точка	7. Если две не взаимно сопряженные точки прямой принадлежат некоторой плоскости, то прямая целиком лежит в этой плоскости
	8. В пространстве имеются по крайней мере четыре точки, не лежащие в одной плоскости	8. Если две плоскости имеют общую точку, то у них есть по крайней мере еще одна общая точка, не сопряженная с первой
		9. В пространстве имеются по крайней мере четыре точки, не лежащие в одной плоскости

(*продолжение*)

Геометрия Евклида [I, 14, с. 48—52]	Геометрия Римана	
	эллиптическая [I, 14, с. 274, 278]	сферическая [I, 14, с. 299, 300]
	2. Аксиомы расположения	
Основные понятия: *предшествовать в данном направлении* (сокращенно — прш); *следовать в данном направлении* (сокращенно — сл.)— понятие, обратное прш.	Основное понятие: *разделение двух пар точек* (символически — — AB/CD)	Основное понятие: *разделение двух пар точек*
1. Если A прш B, то B не прш A	1. В формуле AB/CD все четыре точки различны и принадлежат одной и той же прямой	1. Тождественна 1-й акс. эллиптической системы
2. Если A прш B, B прш C, то A прш C	2. Если имеет место AB/CD, то имеет место также CD/AB	2. Тождественна 2-й акс. эллиптической системы
3. Если A и B различные точки, то либо A прш B, либо B прш A	3. Если имеет место AB/CD, то имеет место также AB/DC	3. Тождественна 3-й акс. эллиптической системы
4. Если A и B — различные точки, то существует точка, следующая за одной из них и предшествующая другой	4. Если имеет место AB/CD, то не имеет места AC/BD	4. Тождественна 4-й акс. эллиптической системы

(*продолжение*)

Геометрия Евклида [I, 14, с. 48—52]	Геометрия Римана	
	эллиптическая [I, 14, с. 274, 278]	сферическая [I, 14, 299, 300]
5. Нет точки, которая предшествовала бы всем остальным, и нет точки, которая следовала бы за всеми остальными	5. Если A, B, C, D суть различные точки некоторой прямой, то имеет место либо AB/CD, либо AC/BD, либо AD/BC	5. Тождественна 5-й акс. эллиптической системы
6. Пусть A, B, C суть три точки, не лежащие на одной прямой, и пусть a — прямая плоскости ABC, не проходящая ни через одну из точек A, B, C; если прямая a пересекает один из трех отрезков $/AB/$, $/BC/$, $/CA/$, то она пересечет и один из двух остальных	6. Если имеют место оба разделения AB/CD и AC/BE, то имеет место также AC/DE	6. Тождественна 6-й акс. эллиптической системы
	7. Если A и B — различные точки, то существуют такие точки M и N, что AB/MN	7. Тождественна 7-й акс. эллиптической системы
	8. Если четыре прямые a, b, c, d некоторого пучка пересекают две какие-либо прямые соответственно в точках A, B, C, D и A', B', C', D' и если имеет место разделение AB/CD, то всегда имеет место также разделение $A'B'/C'D'$	8. Если A и A' B и B' суть две пары взаимно сопряженных точек, то всегда имеем AA'/BB'
		9. Если 4 полупрямые пучка пересекают две какие-нибудь прямые в соответственных точках A, B, C, D и A', B', C', D' и если имеет место разделение AB/CD, то всегда имеет место и $A'B'/C'D'$

им из книги С. А. Богомолова «Основания геометрии» [I, 14].

Особенностью «сферической» системы аксиом по сравнению с «эллиптической» является то обстоятельство, что две прямые одной и той же плоскости всегда пересекаются в двух различных точках. «Поэтому точки сферического пространства распределяются на пары взаимно сопряженных точек, что дает основание для введения соответствующего понятия в качестве основного. Появление нового основного понятия потребует небольшого увеличения числа аксиом в I и II группах, зато окажется возможным еще до введения аксиом равенства развить учение о полупрямой, а это в свою очередь несколько сократит число аксиом в III группе» [I, 14, с. 297].

При формулировании аксиом для двух форм геометрии Римана приходится вводить основные понятия и давать некоторые вспомогательные определения.

Пусть нам даны различные точки A и B. Отметим на прямой AB две другие точки M и N так, чтобы было AB/MN. Тогда совокупность таких точек X, для которых имеет место разделение AB/MX, образует класс внутренних точек отрезка $(AB)_M$, а данные точки A и B суть его концы. Точно так же совокупность точек Y, для которых имеет место разделение AB/NY, в соединении с точками A и B образует отрезок $(AB)_N$. Эти два отрезка при наличии условия AB/MN называются взаимно дополнительными [I, 14, с. 276—277]. Можно доказать, что каждая точка прямой AB принадлежит одному из указанных взаимно дополнительных отрезков. Основываясь на уже изученных свойствах «разделения пар», можно изучить свойства отрезка. К ним можно прийти и интуитивным путем, задав, например, на окружности две точки и рассмотрев определяемые ими дуги [I, 14, с. 277].

Если два взаимно дополнительных отрезка равны между собой, то они называются полупрямыми, их общие концы называются противоположными точками [I, 14, с. 281].

О книге С. А. Богомолова «Основания геометрии» [I, 14] известный учитель математики и методист И. Н. Кавун писал: «Мы не будем говорить о научных достоинствах книги: за них говорит имя автора. Скажем несколько слов об изложении. Автор, много лет читавший „основания геометрии“ в высших учебных заведениях, нашел нужное содержание и наилучшую форму для предмета, который изложен с редкой ясностью и возможной доступностью. Не можем не отметить еще одного крупного достоинства книги, которое привлекает и привязывает к ней читателя, — прекрасный язык».[2]

Геометрия Евклида

III. **Аксиомы равенства** [I, 14, с. 76]. Основные понятия: *равенство отрезков*, *равенство углов*. Эти отношения характеризуются следующими аксиомами.

1. Всякий отрезок (угол) равен самому себе независимо от порядка определяющих его элементов.

2. Если один отрезок (угол) равен другому, то этот последний равен первому.

3. Если один отрезок (угол) равен второму, а второй — третьему, то и первый равен третьему.

4. На каждом луче существует одна и только одна такая точка, что отрезок, определяемый ею вместе с вершиной луча, равен данному отрезку.

5. Если C лежит между A и B, а C' — между A' и B', и если $/AC/=/A'C'/$, $/CB/=/C'B'/$, то и $/AB/=/A'B'/$.

6. Дан угол (hk) и некоторая полуплоскость, причем на ее ребре заданы: определенная точка 0 и исходящий из нее луч k'; тогда в данной полуплоскости с вершиной в точке 0 существует один и только один такой луч h', что

$$<(h'k')=<(hk).$$

7. Если для треугольников ABC и $A'B'C'$ имеем $/AB/=/A'B'/$, $/AC/=/A'C'/$, $<BAC=<B'A'C'$, то всегда выполняются и такие равенства:

$$<ABC=<A'B'C' \text{ и } <ACB=<A'C'B'.$$

IV. **Аксиома непрерывности** — дана в формулировке Дедекинда.

V. **Аксиома параллельных.** Через точку, данную вне прямой, можно провести к этой прямой только одну параллельную.

---

[2] Математика в школе: Сборник, посвященный вопросам преподавания математики. . . Л., 1924. Вып. 2. С. 88.

Геометрия Римана

Эллиптическая

III. **Аксиомы равенства** [I, 14, с. 280, 281]. Основное понятие: *равенство отрезков.*

1. Каждый отрезок равен самому себе.

2. Если один отрезок равен другому, то этот последний равен первому.

3. Если один отрезок равен второму, а второй равен третьему, то и первый равен третьему.

Дальнейшие аксиомы отличаются от евклидовских, так как прямая является замкнутой линией.

4. Если два отрезка равны, то и взаимно дополнительные с ними равны между собой.

5. Отрезок не равен своей части.

6. Для каждой точки прямой существует на этой прямой противоположная точка.

7. Все полупрямые равны между собой.

8. Если $/AB/=/A_1B_1/$ и C есть внутренняя точка первого отрезка, то внутри второго отрезка существует такая точка C_1, что части $/A_1C_1/$ и $/C_1B_1/$ второго отрезка соответственно равны частям $/AC/$ и $/CB/$ первого.

9. Если в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ имеем $/AB/=/A_1B_1/$ и $/AC/=/A_1C_1/$, то равенство углов A и A_1 имеет место одновременно с равенством сторон $/BC/$ и $/B_1C_1/$.

IV. **Аксиома непрерывности** — дана в формулировке Дедекинда.

V. **Аксиома параллельных** — в геометрии Римана ее нет.

Сферическая

III. **Аксиомы равенства** [1, 14, с. 301]. Основное понятие: *равенство отрезков.*

Аксиомы 1—3 тождественны соответствующим аксиомам эллиптической геометрии. Равенство дополнительных отрезков обладает теми же тремя свойствами.

4. Тождественна 5-й аксиоме эллиптической геометрии.

5. Тождественна 7-й аксиоме эллиптической геометрии.

6. Тождественна 8-й аксиоме эллиптической геометрии.

7. Тождественна 9-й аксиоме эллиптической геометрии.

IV. **Аксиома непрерывности** — дана в формулировке Дедекинда.

V. **Аксиома параллельных** — в геометрии Римана ее нет.

В «Отзыве о научных работах проф. С. А. Богомолова», написанном В. Ф. Каганом и Б. Н. Делоне в связи с представлением С. А. Богомолова к ученой степени доктора физико-математических наук без защиты диссертации 11 января 1936 г., говорится, в частности: «К основаниям геометрии относится целый ряд работ С. А. Богомолова, из которых наиболее солидным является сочинение „Основания геометрии“ [I, 14], выпущенное в 1923 г. Это сочинение содержит очерк истории обоснования евклидовой геометрии и возникновения систем неевклидовой геометрии, — краткое изложение элементов геометрии Лобачевского и геометрии Римана (геометрии пространств постоянной кривизны), а также философские соображения об отношении этих геометрических систем к свойствам реального пространства. Сочинение это не содержит новых изысканий или результатов, относящихся к этой области, но оно свидетельствует о том, что автором глубоко изучена и продумана обширная литература, относящаяся к этим вопросам, что он составил себе на этот предмет определенные научные взгляды; книга же его несомненно была полезна делу развития и распространения у нас этих идей, получивших в последнее время большое значение как в общей структуре математических наук, так и в математическом естествознании».[3]

Спустя 11 лет после выхода в свет «Оснований геометрии» [I, 14] С. А. Богомолов публикует монографию «Введение в неевклидову геометрию Римана» [I, 40], в которой обосновывается геометрия положения и излагается учение о геометрическом равенстве. Весь материал опирается на 23 аксиомы, которые были сформулированы еще в «Основаниях геометрии» [I, 14] и порождены специфическими особенностями эллиптической системы геометрии Римана. Они относятся к свойствам понятия «разделение двух пар точек», затем вводится еще одна аксиома: «Существует точка, не принадлежащая данной прямой» и доказывается теорема, характеризующая главную особенность этой геометрии: «Две различные прямые, лежащие в одной плоскости, всегда пересекаются в одной и только в одной точке». Система аксиом завершается аксиомой непрерывности.

---

[3] ЛО ААН, ф. 1019, оп. 1, д. 104, л. 1.

Учение о геометрическом равенстве имеет девять аксиом, которые по существу не отличаются от системы аксиом, сформулированной в его учебном курсе [I, 14]. Первые три выражают свойства равенства, последующие характеризуют свойства основного понятия «взаимно-дополнительные отрезки», противоположные точки, равенство углов. Решается вопрос об избытке суммы углов треугольника над числом π.

Следующий раздел книги посвящен вопросу взаимного положения двух прямых в эллиптическом пространстве: всякие две прямые эллиптического пространства обладают двумя общими перпендикулярами, один из которых представляет максимальное, а другой — минимальное расстояние между точками этих прямых.

В гл. IV — «Площадь треугольника» — автор говорит, что подход к решению данного вопроса осуществляется исходя из теории Шатуновского—Гильберта. Доказываются теоремы о площади треугольника и многоугольника.

Гл. V посвящена рассмотрению полярности в эллиптическом пространстве. Дается определение полюса и полярной плоскости. Доказывается ряд теорем и в заключение формулируется закон взаимности: во всякой доказанной теореме эллиптической геометрии, не нарушая ее справедливости, можно переставить термины «точка» и «плоскость» при условии соответствующего изменения других терминов.

В гл. VI рассматриваются параллели Клиффорда, т. е. такие прямые, у которых максимальное и минимальное расстояния совпадают. В этом случае прямые обладают не двумя, а бесконечным множеством общих перпендикуляров, являющихся прямолинейными образующими одного семейства поверхностей второго порядка, а ко второму семейству прямолинейных образующих этой поверхности принадлежат данные две прямые.

В гл. VII рассматриваются поверхности Клиффорда, т. е. геометрические места точек эллиптического пространства, равноотстоящих от одной прямой, называемой осью поверхности. Точки этих поверхностей равно отстоят и от поляры этой прямой, являющейся второй осью поверхности. Поверхности Клиффорда являются линейчатыми поверхностями второго порядка, прямолинейные образующие которых являются клиффордовыми параллелями осей поверхности.

Гл. VIII, оригинальная по изложению, посвящена выводу тригонометрических формул. В ней доказывается следующее положение: прямолинейная тригонометрия эллиптической системы тождественна со сферической тригонометрией евклидова пространства.

В гл. IX рассматриваются два вопроса: длина окружности и площадь круга. Выводятся соответствующие формулы.

В гл. X — Евклидова геометрия на поверхности Клиффорда — доказывается, что если разрезать поверхность Клиффорда по ее двум прямолинейным образующим, проходящим через одну точку, то эту поверхность можно развернуть на евклидову плоскость в виде ромба, причем прямолинейные образующие поверхности Клиффорда изображаются прямыми, параллельными сторонам ромба. Поэтому можно сказать, что на поверхности Клиффорда осуществляется евклидова геометрия, но в отличие от евклидовой плоскости поверхность Клиффорда имеет конечную площадь, равную площади того ромба, в который она развертывается.

В гл. XI рассматриваются уравнение прямой, угол между двумя прямыми, определяется расстояние от точки до прямой. Даются указания к выводу формул аналитической геометрии в пространстве. Завершается глава вычислением площадей и объемов с применением кратных интегралов.

В гл. XII исследуются понятия прямой и отрезка на основе идей Рассела, Вайляти и Падоа. «Для различного расположения геометрических образов, — пишет автор, — мы употребляем термин „смысл“». Он находит удобным пользоваться этим термином вместо, например, термина «направление», обосновывая это удобство. Два равных образа одного и того же смысла называются конгруэнтными, а равные образы обратных смыслов — симметричными. Эти понятия используются в следующей главе.

В гл. XIII речь идет о параллелях Клиффорда: через каждую точку к данной прямой можно провести две параллели Клиффорда, которые называются правой и левой; эти параллели являются двумя прямолинейными образующими поверхности Клиффорда, проходящими через данную точку.

В гл. XIV доказывается, что эллиптическая плоскость (как и проективная) обладает свойством односторонности. Соответствующий признак, установленный Клейном, состоит в том, возможно ли на данной поверхности различать конгруэнтные и симметричные образы или нет. Поверхность называется двусторонней или односторонней смотря по тому, можно или нельзя провести на ней различие между конгруэнтными и симметричными образами. Для того чтобы доказать, что эллиптическая поверхность является поверхностью односторонней, достаточно поместить внутрь сферы, отождествление диаметрально противоположных точек которой превращает ее в эллиптическую плоскость, конечный круговой цилиндр, симметричный относительно центра сферы. Поверхность этого цилиндра находится во взаимно однозначном и взаимно непрерывном соответствии со сферой; это соответствие проще всего получить, проецируя точки сферы на поверхность цилиндра из их общего центра. Поэтому вместо отождествления диаметрально противоположных точек сферы можно отождествлять соответствующие им точки поверхности цилиндра. Но при таком отождествлении основания цилиндра переходят в один круг, а боковая поверхность цилиндра — в одностороннюю ленту Мёбиуса. Поэтому поверхность, получаемая отождествлением диаметрально противоположных точек сферы, т. е. эллиптическая плоскость, также является односторонней поверхностью.

Нетрудно проверить, что прямая на эллиптической плоскости в отличие от прямых евклидовой плоскости и плоскости Лобачевского не делит эту плоскость на две области (наиболее наглядно это утверждение, если представить эллиптическую прямую большим кругом сферы и убрать одну из двух половин сферы, на которые она делится большим кругом).

В заключение С. А. Богомолов рассматривает различные интерпретации эллиптической геометрии. Здесь помимо интерпретации на сфере с отождествленными точками, которой мы уже пользовались для наглядного представления эллиптической геометрии, он рассматривает интерпретацию, предложенную Г. Вебером и И. Вельштейном в геометрическом томе «Энциклопедии элементарной математики» [II, 7] — в виде совокупности сфер евклидова пространства, ортогонально секущих некоторую фиксированную сферу этого пространства; при этом за расстояние между точками принимается угол между сферами. Так как точки сферы с отождествляемыми точками и сферы, ортогональные к фиксированной сфере, можно характеризовать координатами, С. А. Богомолов приходит к выводу, что «вся эллиптическая геометрия получает чисто аналитическое толкование» [I, 40, с. 225].

В своем систематическом курсе геометрии [I, 59] С. А. Богомолов пишет, что этот труд является плодом его многолетней педагогической работы в Ленинградском педагогическом институте им. А. И. Герцена, и адресует свой курс учителям математики средней школы и студентам-математикам педагогического института. Что же собой представляет этот курс, каковы его особенности?

Это курс элементарной (евклидовой) геометрии, построенный на строго аксиоматической основе. Он состоит из двух частей и приложений. Часть первая — геометрия положения, часть вторая — геометрия меры. Система аксиом в этих двух разделах нам уже знакома из его книги «Основания геометрии». Большую роль в этом построении играет аксиома непрерывности. Автор избегает понятия движения, но в приложении дает аксиоматику этого понятия и намечает обоснование понятия геометрического равенства. Подобный фрагмент мы видим и в «Основаниях геометрии» [I, 14]. Своеобразие метода изложения заключается еще и в том, что он не делит геометрию на планиметрию и стереометрию. Рассматривается задача на плоскости, и тут же автор переходит к рассмотрению соответствующей стереометрической задачи, применяя единый метод доказательства. Этот способ изложения имел некоторое распространение в первой трети нашего века и носил название «метода фузионизма». Автор утверждает, что этот метод более других способствует развитию пространственного воображения.

Он кратко останавливается на методологических вопросах, постановка которых далеко не утратила своего значения и в настоящее время при изучении курса оснований математики, в частности геометрии. Эти вопросы относятся к проблеме происхождения аксиом, общим положениям о методах доказательства теорем и др.

Завершением трудов по основаниям геометрии Римана являются три публикации С. А. Богомолова по логическому исследованию аксиоматики. В первой из них — «Исследование системы аксиом римановой геометрии» [I, 44] — доказано, что требования, предъявляемые к системе аксиом (непротиворечивость, независимость и полнота), принятой для эллиптической геометрии, удовлетворяются. Аналогичная задача для сферической геометрии Римана решается в другой его работе — «Система аксиом сферической геометрии Римана и их исследование» [I, 57]. В третьей работе — «Характерные черты сферической геометрии» [I, 56] — раскрывается содержание сферической геометрии и ее характерные особенности в сравнении с эллиптической геометрией Римана и геометрией Евклида.

В первой статье исследуются непротиворечивость и независимость системы аксиом эллиптической геометрии Римана. Что касается полноты, то автор считает, что это требование выполняется, поскольку построение эллиптической геометрии было доведено до приложения алгебры и анализа к доказательству геометрических теорем.[4] Приводится полный список из 23 аксиом.

Непротиворечивость доказывается путем построения «аналитического пространства», т. е. геометрические понятия эллиптической геометрии истолковываются с помощью множества вещественных чисел и операций над ними. Доказывается, что те отношения между основными понятиями, которые выражены в аксиомах, сохраняются в этой интерпретации.

Вопрос рассматривается с присущей автору скрупулезностью и делается вывод: «Таким образом, все наши аксиомы I—XXIII, на которых была обоснована эллиптическая геометрия, выполняются в аналитическом пространстве. . . тем самым их совместность можно считать установленной. Точнее говоря, рассматриваемая система аксиом совместна, если только анализ застрахован от противоречий. . .» [I, 44, с. 40].

Рассматривая вопрос о независимости аксиом, автор различает два вида независимости — безусловный и порядковый. Первый вид удовлетворяет условию: ни одна из аксиом не может быть доказана с помощью всех остальных; второй удовлетворяет условию: ни одна из аксиом не может быть доказана с помощью ей предшествующих. Выяснив характер трудностей, связанных с осуществлением безусловной независимости, автор, по примеру других, рассматривает порядковую независимость аксиом, которые лежат в основе эллиптической системы геометрии Римана. Доказательство осуществляется в соответствии с правилом: при исследовании независимости какой-либо аксиомы дается такое истолкование основных понятий,

---

[4] Имеется в виду его «Введение в неевклидову геометрию Римана» [I, 39].

что все предыдущие аксиомы выполняются, но исследуемая не выполняется. Для истолкования используются математический анализ, геометрия Евклида и проективная геометрия.

Аналогичным образом С. А. Богомолов доказал непротиворечивость системы аксиом сферической геометрии Римана. Эта система мало отличается от системы аксиом эллиптической геометрии, поскольку в основе обеих систем лежат два фундаментальных факта: замкнутость прямой и отсутствие параллельных прямых. Главное отличие заключается в том, что в эллиптической системе две прямые пересекаются всегда в одной точке, а в сферической — в двух сопряженных точках. Это и другие отличия выступают при рассмотрении пространства в целом; если же рассматривать достаточно ограниченную часть его, то обе геометрии совпадают.

Как и в случае эллиптической системы, автор строит модель — аналитическое пространство — и, шаг за шагом перебирая все аксиомы, устанавливает непротиворечивость системы аксиом. Доказано, что все аксиомы сферической геометрии выполняются в этом пространстве. Если предпосылки анализа обладают свойством непротиворечивости, то и система аксиом также непротиворечива. Таков окончательный вывод.

Для доказательства независимости аксиом геометрии Римана доказывается также порядковая независимость системы аксиом, положенной в основу этой геометрии, ее сферической системы. Вопрос о полноте (достаточности) Богомолов решает таким образом: чтобы считать систему аксиом полной, достаточно развить геометрию до такой степени, чтобы можно было ввести систему координат и применять методы анализа. «Мне кажется, — пишет автор, — что требование полноты сводится к достаточности. В самом деле, если система аксиом позволяет ввести координаты, то через посредство этих координат объекты двух ее различных истолкований можно привести в требуемое взаимно однозначное отношение» [I, 57, с. 29—30].

Геометрия Римана характеризуется следующими свойствами: всякие две прямые, взятые в одной и той же плоскости, пересекаются, причем прямые являются замкнутыми линиями. По числу точек пересечения геометрия Римана подразделяется на две системы: эллиптическую и сферическую. В первом случае имеется только одна точка пересечения, во втором их две. Впервые на это раздвоение указал Ф. Клейн в 1873 г. Но не существует ли еще третьей возможности, например пересечения более чем в двух точках? На этот вопрос дается отрицательный ответ. Первая попытка доказать это положение, т. е. отсутствие третьей возможности, принадлежала Киллингу [II, 44], затем это сделали Уайтхед и Кулидж. Однако, как говорит автор, вопрос не был ими разрешен в окончательном и достаточно строгом виде.

В третьей из упомянутых работ С. А. Богомолов сначала решает именно эту задачу. Он формулирует 10 требований (аксиом), из которых вытекает положение, что геометрия Римана распадается на две и только на две системы. Результат исследования можно сформулировать в виде теоремы: «При наличии требований I—X две прямые одной и той же плоскости либо всегда пересекаются в одной точке, либо всегда в двух точках» [I, 56, с. 34].

В дальнейшем указываются характерные черты сферической системы. Для сопоставления используются результаты исследования эллиптической системы и геометрии Евклида. Основанием к сопоставлению служит обстоятельство, которое уже отмечалось, — «в малом», т. е. в ограниченной части пространства, свойства обеих систем совпадают. Это вытекает из того, что в ограниченную часть пространства попадает одна, а не две взаимно сопряженные точки. А это свойство является одним из главных. Из него вытекает еще одно важное отличие. Если определить пучок прямых, проходящих через данную точку и точки данной прямой, то очевидно, что этот пучок имеет два центра — две взаимно сопряженные точки. Соответственно формулируется аксиома XIII: «Если четыре полупрямых пучка пересекают две какие-либо прямые. . .». Теорема XI эллиптической системы, соответствующая данной, говорит о прямых, а не о полупрямых.

В противоположность эллиптической в сферической геометрии Римана плоскость делится прямой на две отдельные части. В этом состоит сходство с геометрией Евклида. Закон взаимности выполняется лишь частично: пара взаимно сопряженных точек не имеет взаимного образа. Сферическая планиметрия реализуется на поверхности шара. Основные понятия переходят в следующие: точка — точка поверхности шара, взаимно сопряженные точки — диаметрально противоположные точки, разделение двух пар точек — разделение двух пар точек, лежащих на окружности большого круга. Эти термины и соответствующие аксиомы позволяют переводить предложения из геометрии на поверхности шара в системе Евклида на язык сферической системы.

В конце 30-х годов С. А. Богомолов проявил интерес к математическим работам немецкого геометра Г. Грассмана, развитию идей которого он посвятил статьи «Метод Грассмана и его применение к исследованию и классификации кривых третьего порядка» [I, 45] и «Геометрические уравнения Грассмана для кривых высших порядков» [I, 58]. В первой статье автор, говоря, что «недостатком этого метода считалась непригодность его именно для классификации кривых одного и того же порядка», постарался показать несправедливость этой оценки метода.

Вводится понятие составного числа:

$$l=(\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n),$$

где α_1, α_2, . . ., α_n — упорядоченная система n вещественных чисел. Составному числу дается другая форма:

$$l=(\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_n)=\alpha_1 e_1+\alpha_2 e_2+\ldots+\alpha_n e_n,$$

где e_1, e_2, . . ., e_n — натуральные единицы:

$$\begin{aligned} e_1&=(1,\ 0\ \ldots\ 0),\\ e_2&=(0,\ 1,\ 0,\ \ldots,\ 0),\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\\ e_n&=(0,\ 0,\ \ldots,\ 0,\ 1). \end{aligned}$$

Устанавливается взаимно однозначное соответствие между составными числами и точками пространства; действиям над составными числами дается геометрическая интерпретация. Затем «Исчисление протяжений» Грассмана получает истолкование в геометрии и таким образом открывается путь для исследования геометрических образов.

Гл. IV этой работы С. А. Богомолова посвящена теории кривых 2-го порядка и их классификации. Уравнение конических сечений, по Грассману, записывается в виде

$$(XAbCdEX)=0,$$

где X, A, C, E — точки, а b и d — прямые. Эта запись расшифровывается следующим образом: если A, C, E — три фиксированные точки плоскости, а b и d — две фиксированные прямые на ней, то условие того, что точка X принадлежит коническому сечению, состоит в том, что если взять прямую AX, найти точку пересечения этой прямой с прямой b, найти прямую, соединяющую полученную точку с точкой C, найти точку пересечения полученной прямой с прямой d, найти прямую, соединяющую эту точку с точкой E, то эта прямая снова проходит через точку X. Это условие позволяет построить любую точку X конического сечения.

Параллельно теореме Грассмана об условиях, при которых точка X описывает коническое сечение, Богомолов формулирует свою аналогичную теорему: «Если две вершины треугольника перемещаются по двум постоянным прямым, две стороны проходят через постоянные точки, а третья сторона образует с данной точкой треугольник постоянной площади, то его третья вершина опишет кривую второго порядка» [I, 45, с. 34]. С. А. Богомолов исследовал 7 классов кривых 3-го порядка (по числу классов классификации А. А. Адамова), а классы подразделил на различные виды, которых получилось 56.

Вторая статья является продолжением первой и трактует вопрос о геометрических уравнениях Грассмана для кривых высших порядков. В ней рассматриваются различные типы геометрических уравнений Грассмана, которые, как показывают результаты исследования, являются общими уравнениями только для линий порядков 4, 5, 6, 7, 8, и сделан вывод. что «все 6 уравнений Грассмана исследованы на предмет их обобщения на кривые высших порядков. Во всех случаях это оказалось возможным только до известного предела ($n \leqslant 8$). Но это не означает, что нельзя построить общего геометрического уравнения для кривых n-го порядка, но на этом пути встретятся свои трудности» [I, 58, с. 56].

В заключение приведем оценку работ С. А. Богомолова, данную Г. М. Фихтенгольцем.

Научные интересы проф. С. А. Богомолова лежат в области геометрии, но здесь они разветвляются.

С одной стороны, С. А. плодотворно работал в сложных вопросах современной геометрии — в вопросах ее *обоснования*, лежащих на границе математики и философии. В этой области научной заслугой С. А. является *синтетическое построение римановской геометрии*. Тщательность исследования, которое было здесь проведено С. А., значительность преодоленных им трудностей мне хорошо знакомы, потому что я был одним из рецензентов его работы при рассмотрении ее в Ленинградском университете. Нужно сказать, что как основная, относящаяся сюда работа С. А. (она осталась, к сожалению, не напечатанной), так и сокращенное извлечение из нее, вышедшее в свет в виде книги «Введение в неевклидову геометрию Римана», обе удостоились премий Наркомпроса. Идеи С. А. развивались дальше в диссертациях его учеников: И. В. Цыганкова, Н. П. Петрушкина, Н. Н. Сафонова и др.

К этим оригинальным исследованиям С. А. примыкает значительное количество статей и брошюр, где С. А. старался помочь широким кругам учительства освоиться с правильными воззрениями на обоснование геометрии, столь важными для всего ее преподавания. Особенного упоминания в этом отношении заслуживает прекрасный курс С. А. по «Основаниям геометрии», содержащий ярко изложенный исторический очерк обоснования евклидовой геометрии, краткое изложение основ неевклидовой геометрии и философские соображения об отношении этих геометрических систем к свойствам реального пространства. Эта книга стала ценным учебником для студентов педвузов, но несомненно была полезна и для очень многих практически работающих учителей.

Другое направление научных интересов С. А. — это геометрическая кристаллография. Работы С. А. в этой области также очень важны. Здесь он явился продолжателем и пропагандистом идей знаменитого русского кристаллографа Федорова...

Наконец, последние годы С. А. стал интересоваться идеями немецкого геометра и глубокого мыслителя Грассмана, наследие которого далеко не полностью освоено, и опубликовал несколько интересных работ и в этой области.

Такое сочетание способности С. А. к проникновению в самые глубины отвлеченной геометрической мысли с действенным интересом к совершенно конкретным геометрическим теориям и их объектам — естественно должно вызывать изумление!

Как известно, научные заслуги С. А. послужили основанием для присвоения ему ученой степени доктора наук без представления диссертации. Педагогическая деятельность С. А., продолжающаяся уже сорок лет, протекала в высших учебных заведениях Ленинграда. Много сил С. А. отдал преподаванию математики в военно-учебных заведениях; здесь его работа насчитывает уже двадцать семь лет.[2]

---

[2] ЛО ААН, ф. 1019, оп. 1, д. 106.

Глава 6

Труды в области геометрической кристаллографии

В неопубликованной автобиографии С. А. Богомолова,[1] содержащей краткую характеристику его научно-педагогической деятельности, особо выделены работы, посвященные развитию идей великого русского кристаллографа и геометра Евграфа Степановича Федорова (1853—1919).

Степан Александрович в ней пишет: «. . .меня всегда интересовали геометрические работы покойного Е. С. Федорова; этому я был обязан избранием (в апреле 1926 г.) в члены Федоровского института («Федоровский институт кристаллографии, минералогии, петрографии и рудных месторождений» при Горном институте в Ленинграде). С этого времени я стал работать в области геометрической кристаллографии и сделал там ряд докладов. В частности, мне было поручено обработать по методу Федорова вывод так называемых правильных систем точек; результатом работы явился „Вывод правильных систем по методу Федорова“ (две части) [I, 31, 39]. Этому чисто геометрическому исследованию я посвятил несколько лет.

Развитию идей Федорова посвящена и другая моя работа „Полуправильные многогранники“, находящаяся в рукописи. Часть ее под заглавием „Изогоны и изоэдры“ опубликована в „Ученых записках института им. Герцена“ [I, 46]».

Упоминавшийся выше Федоровский институт был основан в 1920/21 г. Его назначение — дальнейшая разработка идей и методов Е. С. Федорова в области кристаллографии, минералогии, петрографии и рудных месторождений. (Будучи профессором кристаллографии и петрографии в Ленинградском горном институте, Федоров плодотворно работал во всех вышеупомянутых направлениях, заложив твердые, математически строгие основы этих наук).

Основателем и руководителем Федоровского института был выдающийся ученик и последователь великого кристаллографа, профессор кристаллографии и мине-

---

[1] ЛО ААН, ф. 1019, оп. 1, д 81.

ралогии Горного института, — Анатолий Капитонович Болдырев (1883—1946). Именно он и привлек С. А. Богомолова в 1926 г. к деятельности Федоровского института и способствовал появлению на свет «Вывода правильных систем» [I, 31, 39].

Как пишет в автобиографии Степан Александрович, он неоднократно выступал на заседаниях Института с докладами, тематика которых была посвящена в основном федоровским правильным системам — сопоставлению обозначений этих систем по Е. С. Федорову и А. Шёнфлису, обнаружению некоторых неточностей у обоих авторов и т. п. Выступления Степана Александровича отличались четкостью и строгостью формулировок наряду с изяществом изложения. Приятное впечатление оставляла и внешность самого докладчика — аккуратный, собранный, в красивом генеральском обмундировании.

В 1931 г. С. А. Богомолов прочел специальный курс математической кристаллографии для студентов Горного института, отличавшийся замечательной стройностью и ясностью изложения, заставлявшими забывать о трудностях темы. После Степана Александровича этот же курс читал выдающийся советский геометр Б. Н. Делоне. Но, несмотря на глубину познаний, темпераментность и красноречие лектора, самая сущность предмета улавливалась студентами с трудом, а то и вовсе оставалась непонятной.

В 1932 г. увидела свет первая часть классического труда С. А. Богомолова «Вывод правильных систем по методу Федорова» [I, 31] (вторая часть появилась в 1934 г. [I, 39]). В Предисловии, упоминая о выводах Е. С. Федоровым и А. Шёнфлисом 230 пространственных групп, Степан Александрович пишет: «Судьба работ наших обоих ученых была различна: в то время как книга Шёнфлиса пользуется широкой известностью, работы Федорова не привлекли того внимания, которого заслуживали. . .

Автор предлагаемого вниманию читателя труда поставил себе целью по мере сил способствовать устранению этой несправедливости; для достижения этого он ставит себе задачу подвести прочный математический фундамент под метод Федорова, исправить погрешности, вполне естественные в такой большой работе, и изложить метод нашего ученого в общепонятной форме» [I, 39, с. 11]. И надо сказать, что автор книги вполне достиг намеченной им цели.

Текст вывода отличается строгой последовательностью, подробным рассмотрением сложных деталей, доступностью изложения. Долгое время замечательный труд С. А. Богомолова был единственным учебным пособием, с помощью которого читались курсы по выводу федоровских пространственных групп (в частности, в Ленинградском университете занятия со студентами по федоровским группам строго следовали изложению С. А. Богомолова). Лишь в 1951 г. прославившийся «Классный метод вывода пространственных групп симметрии» Н. В. Белова [II, 2], основанный на фундаментальном значении плоскостей симметрии, широко вошел в практику преподавания математической кристаллографии и своей краткостью и наглядностью оттеснил на второй план вывод С. А. Богомолова.

В настоящее время 230 федоровских групп и их теория изучаются по «Практическому курсу» геометрической кристаллографии Ю. Г. Загальской и Г. П. Литвинской [II, 18, 19], в основу которого положен вывод Н. В. Белова. Однако понятие об оригинальном выводе самого Е. С. Федорова с особенностями его подхода к характеристике групп можно получить лишь с помощью труда С. А. Богомолова.

Значение кристалло-геометрической темы в творчестве С. А. Богомолова трудно переоценить. Будучи патриотом отечественной науки и крупным специалистом в области геометрии, он взял на себя огромный труд по критическому анализу и пересмотру различных подходов к выводу 230 пространственных групп. В то время было известно два полных вывода Федоровских групп — самого Е. С. Федорова и А. Шёнфлиса. По авторитетному свидетельству Б. Н. Делоне, «изложение геометрических вопросов у Федорова обыкновенно таково, что математик приходит в недоумение. Его определения и доказательства с математической точки зрения большей частью нестроги и неполны» [II, 14, с. 5]. Поэтому Степан Александрович, поставивший перед собой благородную (и неблагодарную) задачу геометрической формализации Федоровского вывода 230 пространственных групп, был в сложном положении ученого, вынужденного «проработать» целое научное направление.

Фундаментальнейшие сочинения Е. С. Федорова и и А. Шёнфлиса увидели свет в 1890—1891 гг. [II, 40, 51]. По словам Н. В. Белова, «сущность своих результатов

Федоров видел в создании единственно возможных 230 сортов канвы, на которой рассчитываются все природные кристаллы, и соответственно этому важнейшую часть его книги составляют 230 графиков, собранных в удивительно компактные таблицы. В 1894 г. эти графики были с некоторыми исправлениями повторены самим Федоровым в „Zeitschrift für Kristallographie“ [II, 39], затем в 1900 г. воспроизведены X. Хилтоном в его известной „Математической кристаллографии“ [II, 42] на английском языке, а в 1919 г. с некоторыми изменениями П. Ниггли в „Геометрической кристаллографии дисконтинуума“ [II, 46]. Если, однако, Хилтон при повторении Федоровских графиков отмечает каждый раз имя автора, то Ниггли его всюду опускает. Эта несправедливость была повторена в следующем воспроизведении Федоровских графиков в атласе В. Т. Астбюри и К. Ярдли (Лонсдейл) [II, 36], а затем и в первом издании „Интернациональных таблиц“ (1935) и была исправлена по нашему настоянию лишь во втором издании тех же „Интернациональных таблиц“ в 1952 г.» [II, 43, с. 465—471].

Отметим, что П. Ниггли в своей работе [II, 46] следует кристаллографическому стилю изложения. Существенно дополнены только описания самих правильных систем.

В монографии Уайкова «Аналитическое выражение результатов теории пространственных групп» материал представлен в форме, наиболее удобной для рентгеноструктурных исследований. Этот автор, в частности, взял на себя неблагодарную задачу вывода координат равнозначных точек и их положений.

В публикации Вайсенберга «Систематика групп симметрии точек в дисконтинууме» [II, 52] особое внимание уделено тем элементам симметрии и группам, которые характеризуют точки пространственных групп. Наконец, в 1929 г. Шибольд в «Новом выводе и номенклатуре 230 пространственных групп» получил 230 групп из 15 простейших групп, снабжая их оригинальными, но сложными обозначениями и чертежами [II, 48, 49]. Он ценил Федорова очень высоко.

Эта ситуация сложилась к 1930 г. Несмотря на активную работу крупных ученых — А. К. Болдырева, Г. В. Вульфа, А. В. Шубникова, курса по Федоровским группам на русском языке не было.

Начало работы по этому курсу можно отнести к 1928—1930 гг., и в 1930 г. в Записках Российского минералогического общества появляется статья С. А. Богомолова «Сопоставление обозначений Федорова и Шёнфлиса для правильных систем и некоторые замечания по поводу вывода Федорова» [I, 27]. В этой статье в сущности проанализированы три работы трех разных авторов: Федорова — по его уточненной и переработанной статье «Regelmässige Punktsysteme» [II, 39], помещенной в 24-м томе авторитетнейшего по тем временам журнала, «Zeitschrift für Kristallographie und Mineralogie» [II, 40]; Шёнфлиса — по его второй публикации «Theorie der Kristallstruktur» [II, 50]; Хилтона — по его статье «A comparison of various notations employed in theory of crystalstructure and a revision of the 230 groups of mouvement» [II, 42]. При этом автором учтены сопоставления символик Федорова и Шёнфлиса, сделанные Федоровым в мемуаре, напечатанном в XX томе «Zeitschrift für Kristallographie und Mineralogie» [II, 40]; подробно проанализированы все изменения в обозначениях у всех трех авторов, и, по-видимому, именно после этой статьи список групп и систем их обозначений следует (на русском языке) считать окончательно завершенным.

В кратком обзоре деятельности Федоровского института за 1927—1928 гг. в рубрике «Математическая кристаллография» на первом месте стоит доклад С. А. Богомолова «Реферат книги „Kreutz S. und Zaremba S.“» [II, 45], который был опубликован в Записках Российского минералогического общества [I, 28].

Это еще один этап к созданию монографии «Вывод правильных систем по методу Федорова» [I, 31, 39]. Приступая к обстоятельному анализу творческого наследия Е. С. Федорова, С. А. Богомолов несомненно проштудировал всю современную ему математико-кристаллографическую литературу, о которой мы уже немного упомянули выше. Столь же безусловно, что работа Крейца (минералог) и Зарембы (математик) являлась в свое время одной из наиболее важных и крупных публикаций по математической кристаллографии. У авторов этой монографии на первом месте — точность определений и строгость доказательств, причем, по словам С. А. Богомолова, иногда это даже становится утомительным.

Тем не менее влияние этой работы прослеживается и в двухтомнике самого С. А. Богомолова, и в монографии Б. Н. Делоне, Н. Н. Падурова, А. Д. Александрова «Математические основы структурного анализа кристаллов»

[II, 15] (особенно гл. 12 и следующий материал, касающийся квадратичных форм и их использования в кристаллографии).

Надо сказать, что эта линия развития математической кристаллографии и сегодня имеет своих адептов — в этой области работает Р. В. Галиулин, и его попытки аксиоматизации кристаллографии вылились в систему понятий, связанную с «кристаллографической геометрией».

Обратимся теперь к основной работе С. А. Богомолова «Вывод правильных систем по методу Федорова» [I, 31, 39]. Первая часть этого труда, озаглавленная «Общее учение о симметрии и основные свойства правильных систем», увидела свет в 1932 г. Но отметим, что работа предваряется емким и содержательным очерком по истории геометрической кристаллографии, а также путеводителем по зарубежной монографической литературе. При этом даны краткие рефераты работ Барлоу, Хилтона, Бибербаха, Ниггли, Уайкова, Шибольда и, разумеется, Федорова и Шёнфлиса. Здесь же решен вопрос о приоритете в открытии групп и исправлениях в списках всех 230 групп.

Весь § 1 посвящен основным понятиям геометрической теории симметрии. По своему мышлению будучи геометром, С. А. Богомолов в емких и точных определениях наметил весь основной круг вопросов, с которыми приходится сталкиваться при изучении геометрической кристаллографии. Впервые на русском языке автором создано органически единое целое — теории групп, геометрии и кристаллографии. Работы трех ученых лежат в основе этого труда — Е. С. Федорова, А. Шёнфлиса и А. К. Болдырева.

В нем даны корректные определения фигуры (или геометрического образа), понятие равенства фигур (по К. Ф. Мёбиусу), преобразования фигур. Введено понятие совместимо- и отраженно-равных фигур. Затем вводится понятие симметричной фигуры, как такой, которая оказывается равной самой себе, причем не всем ее точкам сотнесены эти же самые точки. Далее вводятся симметричные преобразования и элементы симметрии.

В параграфе, посвященном сложению элементов симметрии, впервые в отечественной литературе вводится применительно к кристаллографии понятие группы преобразований и доступным и наглядным образом рассматриваются все основные теоремы сложения преобразований. Затем (§ 3) вводится понятие точечной группы симметрии, причем доказывается принципиально важное утверждение о существовании наименьшего угла поворота для кристаллографических фигур.

Далее автор вводит понятия порождающих элементов симметрии (по следу теории групп) и на их основе, как это сегодня принято в кристаллографической литературе, получает все 32 точечные кристаллографические группы в двух системах обозначений (по номенклатуре Федоровского института и по А. Шёнфлису).

В § 4 автор приступает к теоретическому обоснованию ввода Федоровских групп. Центральным является здесь утверждение о том, что в пространственной группе невозможны такие симметричные преобразования, которые приводили бы к произвольно малому перемещению или произвольно малому повороту.

И, наконец, следуя методу Федорова, вводится разделение на симморфные, гемисимморфные и асимморфные группы (отсутствующие у А. Шёнфлиса). Далее автор анализирует другую особенность метода Федорова — алгебраические уравнения, из которых следует возможность нахождения групп аналитическим путем.

Вторая часть труда С. А. Богомолова содержит исчерпывающий вывод всех 230 Федоровских групп, системы обозначений элементов симметрии, сопоставление символики Федорова и Шёнфлиса.

Несомненный интерес представляют собой первые сводки на русском языке, посвященные распределению кристаллов по пространственным группам симметрии на основе книги Эвальда и Германа [II, 37]. Впоследствии статистический анализ распределения минералов (и вообще всех кристаллов) по видам, сингониям и пространственным группам проводился и проводится в нашей стране и за рубежом неоднократно.

Какова же судьба этой прекрасной работы, лежащей на стыке теории групп, геометрии и кристаллографии?

В том же 1934 г. увидела свет еще одна великолепная работа по математической кристаллографии Б. Н. Делоне, Н. Н. Падурова, А. Д. Александрова «Математические основы структурного анализа кристаллов» [II, 14], которая по сегодняшний день является образцом того, на каком языке следует говорить в кристаллографии. Влияние этой работы и сегодня чувствуется в трудах, особенно московской школы математической кристаллографии, многие годы бессменно возглавлявшейся Б. Н. Делоне.

К сожалению, приходится констатировать, что труды С. А. Богомолова не оказали на ленинградскую кристаллографическую школу того влияния, которого они заслуживали. Последователей С. А. Богомолов не имел, и хотя его курс позже в несколько сокращенном виде и читался в Ленинградском университете на кафедре кристаллографии, реально нельзя сегодня назвать ученых, которые развили бы это направление и довели бы его до сегодняшнего дня. Причин тому несколько. С одной стороны, алгебраизованный подход самого Е. С. Федорова, равно как и подход С. А. Богомолова, остался чуждым и кристаллографам, и математикам. Для его изучения нужно было основательно углубиться в труды самого Е. С. Федорова, лежащие в стороне от магистральных путей развития современной математики. Поэтому в дальнейшем в отечественной теоретической кристаллографической науке на ведущие роли вышла школа Б. Н. Делоне с ее специфическим подходом со стороны геометрической теории чисел, имеющая своими отцами-основателями Г. Вороного и Г. Минковского.

Методы Федорова—Богомолова не нашли поддержки и со стороны международной кристаллографии, которая в 30-х годах разделилась на два направления — чисто теоретико-групповое (от А. Шёнфлиса) и кристаллографическое (Герман, Эвальд). Поэтому возникшая тогда же так называемая интернациональная символика заняла в кристаллографической науке доминирующее положение и оказалась не стыкуемой с системой обозначений Федорова—Богомолова.

Отдельные попытки увязать эти системы обозначений (В. В. Доливо-Добровольский) были прерваны преждевременной смертью их автора и, к сожалению, не были развиты в трудах его коллег и последователей.

Позже, когда все настоятельнее ощущалась потребность в общепонятном выводе Федоровских групп, это было осуществлено Н. В. Беловым в серии работ, начатой «Классным методом» [II, 2]. Сегодня этот подход к выводу Федоровских групп доминирует в отечественной кристаллографической литературе.

Глава 7

Задачи из области техники

Работая в технических учебных заведениях, С. А. Богомолов естественно занимался решением технических задач, в основном предлагаемых специальными кафедрами. Мы рассмотрим здесь содержание ряда «транспортных» и других технических задач, не вникая в подробности их решения.

Прикладная математика в последние десятилетия сделала такие огромные успехи, что методы, которые применялись для решения этих задач 50 лет назад, в значительной степени устарели. Поэтому данный материал представляет уже во многих отношениях историческую ценность. Что касается содержания задач, то оно сохраняет свою актуальность.

Среди методов, используемых С. А. Богомоловым, дифференциальные уравнения — обыкновенные и в частных производных; приближенное решение этих уравнений; построение номограмм и эмпирических формул. Одной из характерных особенностей работы Богомолова по вопросам прикладной математики является его геометрический подход к пониманию и решению задачи; он сначала делает как бы прикидку чисто наглядную, а затем уже приступает к аналитическому решению. Таким образом, будучи геометром в полном смысле этого слова, крупным специалистом в абстрактных областях геометрии, он легко справляется с задачами прикладного характера. Отсюда следует, как важна геометрическая подготовка специалистов в области прикладной математики.

Перейдем к рассмотрению нескольких задач, ограничиваясь их формулировкой и указанием на метод решения, а в некоторых случаях приводя и результат решения. К примеру, решение представлено с помощью номограммы. Методы составления номограмм известны, и воспроизводить номограмму вряд ли целесообразно, поскольку существуют другие методы, и они связаны с применением ЭВМ. Но подчеркнуть колоссальную эрудицию профессора, его свободное обращение с различными методами прикладной математики своего времени считаем совершенно необходимым.

1. В рукописной статье «Начала элементарной теории эллиптических функций» [1] в качестве примера решается следующая задача: найти переходную кривую, у которой радиус кривизны обратно пропорционален абсциссе; решение ее приводит к эллиптическому интегралу. К задаче дано следующее пояснение: «Известно, что при непосредственном переходе железнодорожного или автомобильного пути с прямолинейного участка на круговой может возникнуть опасный толчок; он вызывается резким изменением кривизны пути. Поэтому между двумя такими участками вставляют переходную кривую с целью получить непрерывное изменение радиуса кривизны пути».[2] Указывается далее, какие кривые используются в качестве переходных. Автор ставит задачу найти в прямоугольных координатах уравнение такой кривой, чтобы ее радиус кривизны в точке с абсциссой x был равен c/x, где c — коэффициент пропорциональности.

Задача сводится к определению y как функции x из дифференциального уравнения

$$\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}}=\frac{x}{c}$$

при начальных условиях $y=0$ и $y'=0$ при $x=0$. Решение выражается эллиптическим интегралом

$$y=\int\frac{x^2dx}{\sqrt{4c^2-x^4}}.$$

Вычисление его приводит к искомой функции, которая выражается в параметрическом виде.

2. Движение поезда по перелому пути при переменной упругости упряжных приборов (совместно с С. А. Гельфером).[3]

Авторы ссылаются на предыдущую статью под названием «Движение поезда по перелому пути» [I, 47]. Задача формулируется следующим образом. Пусть поезд с определенным состоянием упряжных приборов подходит к перелому. Интерес представляют два случая: 1) поезд подходит к перелому, ведущему к спуску, и 2) поезд подходит к перелому, ведущему к подъему. Задача сводится к дифференциальному уравнению первого порядка, в ко-

[1] ЛО ААН, ф. 1019, оп. 1, д. 9 (рукопись, 1929 г.).
[2] Там же, л. 67.
[3] ЛО ААН, ф. 1019, оп. 1, д. 18 (рукопись, 1942 г.).

тором функцией является «усилие от перелома». Решение дано в приближенном виде («ввиду особых трудностей дается лишь приближенная картина явления»). В более общей формулировке задача сводится к дифференциальному уравнению второго порядка с двумя переменными; решение находится в тригонометрических функциях применением приближенных методов.

3. Приближенное аналитическое интегрирование уравнения движения поезда.[4]

Дифференциальное уравнение движения поезда имеет вид [II, 1]

$$\frac{dv}{dt} = \zeta\ (f_k - w_k)\ \text{кг/ч},$$

где $\zeta = 120$ км/ч при действии ускоряющей силы, равной 1 кг/м, а $(f_k - w_k)$ кг/м — удельная сила.

Авторы книги ставят задачу найти три зависимости:

v как фукцию t,

w — » — s,

t — » — s,

где s — пройденный путь.

Авторы упомянутой книги применяют приближенные методы решения уравнения с тем, чтобы оно не было громоздким и было бы практически удобным. В данной статье рассматриваются применение формулы квадратур, интегрирование с помощью интерполяционных формул, численное интегрирование дифференциальных уравнений. В первом случае используются две формулы — трапеций и парабол; показано, что результаты хорошо согласуются между собой; во втором применяются интерполяционные формулы и функции Бесселя; в третьем — один из методов численного интегрирования дифференциальных уравнений. Дается следующее пояснение: «Существуют различные способы численного интегрирования, для нашей задачи наиболее подходит метод Адамса—Штермера, усовершенствованный академиком Крыловым. В данном случае он имеет еще то преимущество, что сразу дает v

---

[4] Там же, д. 38, л. 35 (рукопись, 1951 г.).

и s как функции от t . . .» .[5] Этот метод рассматривается применительно к дифференциальным уравнениям вида

$$\frac{dy}{dx} = f\ (x,\ y)$$

при начальных условиях $x = x_0$, $y = y_0$. При этом автор разработал специальный алгоритм — последовательность различных ступеней вычислений с соответствующим контролем.

«Подводя итог, мы видим, что более точные методы дали результаты, мало отличающиеся от тех, которые были получены с помощью формул квадратур и даже с помощью формулы трапеций. Это произошло потому, что в исходных таблицах ускоряющих усилий нельзя было идти дальше вторых разностей и более точные методы решения задачи не могли проявить свою силу».[6] В заключение оценивается различие результатов, полученных при решении задачи разными способами. Дается соответствующая числовая оценка.

4. Вычисление объемов земляных работ при устройстве серпантин.[7]

Эта задача решалась эмпирически. С. А. Богомолов построил общую теорию и дал образцы решения конкретных задач. Ось серпантины есть кривая, расположенная в пространстве и состоящая из дуг окружностей и переходных кривых. Прямолинейные отрезки в общей теории не учитываются, как сводящие задачу к элементарной. Переходная кривая вводится с той целью, чтобы изменение радиуса кривизны трассы имело непрерывный характер.

В качестве исходного математического аппарата служит теорема Гюльдена, которая определяет объем тела вращения: если плоская фигура движется так, что ее плоскость постоянно остается перпендикулярной к кривой, описываемой ее центром тяжести, то объем тела, образованного движением упомянутой фигуры, равен произведению площади фигуры на длину траектории ее центра тяжести. Далее дается обобщение теоремы на случай переменной площади этой фигуры.

---

[5] Там же, л. 24.
[6] Там же, л. 33.
[7] Там же, д. 13, л. 1—10 (доклад 6 марта 1941 г.).

Исходной формулой для вычисления объема, образуемого вращением той или иной фигуры, служит интеграл:

$$v = \int_a^b Q ds,$$

где Q — площадь фигуры с постоянной или переменной площадью, ds — элемент дуги. При вычислении данный интеграл разбивается на сумму интегралов, соответствующих различным участкам серпантины, и применяется метод численного интегрирования.

Автор замечает: «К сожалению, я не мог испытать практической применимости предлагаемого способа, так как в моем распоряжении не было ни данных, позволяющих произвести вычисления, ни сведений о действительно произведенных работах, необходимых для сопоставления вычисленных результатов с имевшими место в действительности» (л. 9 об.).

5. Задача о переброске данного числа эшелонов по данным направлениям в кратчайший срок.[8]

Дано: общее число эшелонов N, число различных направлений q, длина пути по направлению номера i составляет L_i км, скорость по направлению с номером i равна v_i км/ч. Число поездов в сутки по направлению i равно n_i,

$$i = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots$$

T обозначает число суток, «потребных для выполнения задания; T будет кратчайшим временем, если в течение его все линии будут полностью загружены».

Сначала рассматривается одно направление i. Строится формула, выражающая общее число поездов, отправленных по направлению i, что составляет:

$$w_i = (T - t_i - 1)\, n_i + y_i,$$

где t_i — число полных суток, n_i — число поездов в сутки по направлению i, y_i — число поездов в последний день отправки, чтобы они успели прибыть к концу срока.

Общее число поездов, отправленных по всем линиям, составит

$$N = \sum_{i=1}^{i=q} [(T - t_i - 1) n_i + y_i].$$

[8] Там же, д. 15 (рукопись, 1941 г.).

Отсюда находится T. После некоторых преобразований для T получена формула

$$T=\frac{N-q+\frac{1}{24}\sum\frac{L_i}{v_i}\cdot n_i}{\sum n_i},$$

которая позволяет найти приближенно T по первоначальным данным.

Если направление одно, то для него соответствующая формула будет иметь вид

$$T=\frac{L}{24v}+\frac{N-1}{n}.$$

Для этого случая С. А. Богомолов построил номограмму. Он замечает, что для других, более сложных случаев ввиду большого числа переменных построение номограммы будет затруднительно и она не будет представлять практической ценности.

6. Расчет разводящей сети водопровода при данной высоте водонапорного резервуара.

Следующее вступление дает представление о задаче: «Наиболее естественный и точный способ расчета исходит из условия экономии: по данным длинам участков сети и расходам воды по ним определить диаметры труб так, чтобы стоимость сети была наименьшей».[9]

Если сеть без разветвлений, то в этом простейшем случае удается получить выражения для диаметров в конечном виде. В других случаях этого сделать нельзя, так как получаются уравнения, которые вообще в радикалах не решаются. Тем не менее задача допускает решение с любой точностью; выяснению этого вопроса и посвящена настоящая статья. Задача рассматривается на конкретных частных случаях. В самом общем виде, как замечает автор, она не имела бы практического значения.

Рассмотрены три варианта: случай тупиковый с двумя ответвлениями, с четырьмя ответвлениями и случай кольцевой сети (рис. 1—3).

Сначала строится формула стоимости. Если участок сети N_i имеет трубу диаметром в D_i и длину, равную l_i, то его стоимость u_i определяется формулой

$$u_i=(a+bD_i)\,l_i,$$

[9] Там же, д. 21, л. 2 (рукопись, 1945 г.).

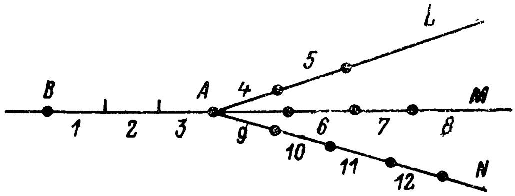


Рис. 1. Разводящая сеть с двумя ответвлениями.

где $a = 21$, $b = 350$. Полная стоимость сети, распространенной на все участки сети, равна $\sum u_i$. При этом должно быть соблюдено условие, чтобы на каждой линии сумма потерь напора (обозначенного через h_i) равнялась общей потере напора, которая определяется высотой башни, отметками земли и свободным напором (эта величина обозначена через k_n). Соответствующая формула будет иметь вид:

$$u_i = a_i + \beta\alpha_i h_i^r,$$

где $a_i = al_i$, $\beta = bc^r$, $\alpha_i = Q_i^{2r} l_i^{1+r}$, a, b, r — постоянные, l_i — длина участка трубы, c — постоянная, равная 0.00148, Q_i — расход воды на участке, выраженный в м^3/сек, r — постоянное число, h_i — потеря напора на участке i. Полная стоимость сети выражается тогда формулой:

$$u = \sum (a_i + \beta\alpha_i h_i^r).$$

Задача сводится к тому, чтобы найти минимум u при условии, чтобы

$$\sum h_i = k.$$

Например, в первом случае полные потери будут:

на линии BAL — k_1

— » — BAM — k_2

— » — BAN — k_3.

Полная стоимость сети выражается формулой:

$$u = \sum_{i=1}^{i=12} (a_i + \beta\alpha_i h_i^r).$$

Требуется найти минимум u при условиях:

$$\Sigma_1^5 h_i = k_1,$$

$$h_1 + h_2 + h_3 + h_6 + h_7 + h_8 = k_2,$$

$$h_1 + h_2 + h_3 + h_9 + h_{10} + h_{11} + h_{12} = k_3.$$

Таким образом, задачи на нахождение стоимости сводятся к задачам на относительный экстремум.

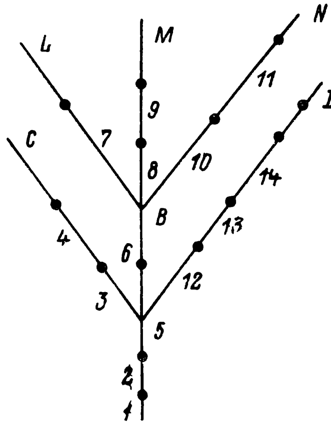


Рис. 2. Разводящая сеть с четырьмя ответвлениями.

7. Эмпирические формулы для сопротивления движению катка на участке с различным уплотнением.

«Опыт показывает зависимость (y) сопротивления движению катка от различной степени уплотнения (x) белого шоссе. Степень уплотнения задается таблицей, сопротивление движению также таблицей.

Ставится задача: выразить зависимость y от x аналитической формулой. Сначала графически, чтобы получить указание на то, в какой форме ее искать. Оказывается, кривая имеет гиперболический вид. Но лучший результат достигается с помощью зависимости параболического типа».[10] Применяется «метод средних», который состоит в требовании, чтобы алгебраическая сумма отклонений значения y, вычисленных по формуле, от значений, полученных из опыта, была равна нулю. Получено пять эмпирических формул, из которых выбирается подходящая.

8. Об определении величины ливневого и смешанного стока.[11]

Для определения максимального расхода воды в случае, когда площадь одновременного стока равна площади всего бассейна, в теории стока, разработанной проф. Протодьяконовым, применяется метод последовательного приближения. Этим методом достигается заданная точность. При этом возникает вопрос, будет ли указанный процесс последовательного приближения всегда сходящимся, и если сходится, то чему будет равно предельное значение. Целью

---

[10] Там же, д. 19, л. 7.
[11] Там же, д. 17, л. 8.

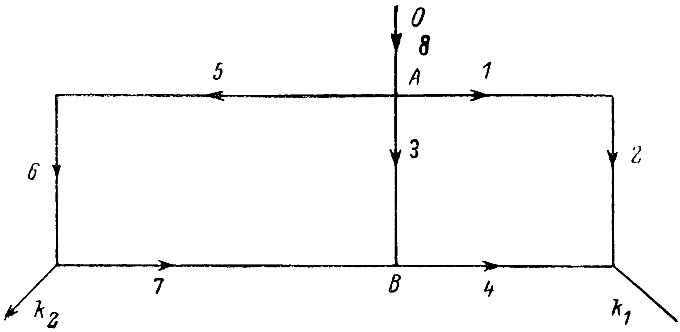


Рис. 3. Кольцевая сеть.

статьи является освещение этого вопроса. Для анализа задачи и ее решения автор использует методику предварительного построения кривых.

9. Обоснование выбора диаметров для водопроводных труб.

«Обоснованием для выбора указанных диаметров служит стремление к возможному снижению эксплуатационных расходов; ясно, что чем разнообразнее будет набор диаметров и чем больше будет число их, тем лучше удовлетворим мы поставленному требованию. Однако изготовление большого числа труб различных диаметров и хранение их на складах представляет известные неудобства. Выразить это неудобство математической формулой представляется затруднительным; поэтому избираю следующий путь: в основу будет положен имеющийся в настоящее время набор труб, до известной степени оправданный опытом, и этот набор будет подвергнут исследованию с целью выяснить вопросы, нельзя ли удалить из набора некоторые диаметры, не увеличивая заметным образом расходов, и насколько целесообразны размеры остающихся диаметров».[12]

Имеется набор данных диаметров, ставится вопрос о возможности отбросить из приведенного набора трубы некоторых диаметров.

Исходной служит формула, связывающая эксплуатационные расходы в рублях, расход воды и диаметр трубы. Составляется таблица. При некоторых определенных условиях автор построил искомую формулу и исследовал ее.

[12] Там же, д. 16, л. 30 (1942 г.).

Нам представляется, что приведенный краткий обзор дает некоторое представление о тех технических задачах, которые исследовал С. А. Богомолов. Для их изучения, разумеется, надо обратиться к оригиналам. Остальные работы отметим лишь в регистрационном плане.

10. Эмпирические формулы для зависимости модуля деформации от влажности образца.

Соответствующие эмпирические формулы построены.

11. О задачах для упражнений и домашней работы слушателей по кафедрам физико-математического цикла.

Эта работа — доклад, который содержит задания, предусматривающие связи математики с другими науками.

12. Колебания в среде с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости.

Работа рукописная, формулы отсутствуют, поэтому можно сказать только о постановке задачи. Но была построена эмпирическая формула и указывается предельная погрешность решения в процентах. Задача формулируется так: «Обычное допущение, что сопротивление пропорционально первой степени скорости, далеко не соответствует действительной картине явления. Поэтому ряд авторов принимал сопротивление пропорциональным квадрату скорости. . . Автор настоящей статьи ставит себе задачу найти удобные эмпирические формулы для вычислений наибольших отклонений от положения равновесия и потребных для этого промежутков времени». Автор исходит из дифференциального уравнения, моделирующего колебания в среде с сопротивлением, пропорциональным квадрату скорости. Получена эмпирическая формула второй степени с числовыми коэффициентами.

13. Эмпирические формулы для сопротивления движению катка на участке с различным уплотнением.

Строятся простейшим способом соответствующие эмпирические формулы.

14. Подготовлена к печати большая работа по эллиптическим функциям «Начала элементарной теории эллиптических функций».[13] В двух вариантах. Рассматриваются практические задачи, приводящие к эллиптическим интегралам.

Далее развивается теория эллиптических функций. Рассмотрен подход Вейерштрасса к этой теории и изло-

[13] Там же, д. 9. См. также литографированный курс [I, 26].

жена его теория на основе теории функций комплексного переменного.

В предисловии к «Сборнику прикладных задач по высшей математике» [I, 43] С. А. Богомолов писал: «Будущий командир-инженер должен не только хорошо знать основы высшей математики, но и уметь применить их к решению различных прикладных вопросов. Весьма часто в таких вопросах главная трудность заключается не столько в математической стороне дела, сколько в переводе конкретной задачи на отвлеченный язык математики. Научить этому слушателя должны наши специальные дисциплины, которые именно используют математический анализ для решения целого ряда практических вопросов.

Однако и в курсе математики нельзя совсем оставить без внимания указанную сторону дела. Не обладая еще в полной мере специальными знаниями, слушатель уже имеет сведения из области механики, физики, химии, достаточные для того, чтобы поставить и решить довольно значительное число интересных и полезных задач. Настоящий сборник и преследует эту цель: прежде чем применить свои математические знания, слушатель должен исходя из условий задачи самостоятельно составить ту формулу или то уравнение, которые ведут к ее решению» [I, 43, с. 3].

Сборник включает 330 задач, подобранных в основном самим С. А. Богомоловым, а также доцентом Новиковым. Несомненно, знакомство с этим задачником будет полезно и в наши дни, особенно преподавателям технических вузов и военных учебных заведений.

Работая в Военно-транспортной академии, Богомолов был инициатором и одним из составителей другого задачника [I, 54], тематика задач которого отражала запросы военного и транспортного дела. Среди задач встречались вопросы из разных разделов математики. Требовалось, например, определить величину пропускной способности дороги, наивыгоднейшую стоимость пролета моста без устоев, длину видимости для водителя автомобиля. Приведем примеры из книги [I, 54].

З а д а ч а 42. Требуется обнаружить расположение неприятельской батареи N. На наблюдательном пункте A звук выстрела слышен на t с позже, чем на наблюдательном пункте B. Тогда $AN-BN=330$ м/с (скорость звука примерно 330 м/с), т. е. точка N расположена на гиперболе с фокусами в A и B. Приближенно считают, что точка N лежит на асимптоте. Найти угол α.

З а д а ч а 47. Путь, по которому идет автомобиль, представляет собой эллипс $x^2+16y^2=16$. С какой скоростью меняет автомобиль направление, когда он проходит через конец малой оси (за единицу длины принят км)?

З а д а ч а 73. Уравнение движения поезда $dv/dt=\zeta\times\times f(v)$, где ζ постоянная. Найти зависимость скорости от времени, считая, что $f(v)=Av^2+Bv+D$ (A, B, D — постоянные). Рассмотреть различные случаи для дискриминанта B^2-4AD.

В конце сборника даются ответы, иногда сопровождаемые указаниями.

Литература

I. Научные труды С. А. Богомолова

1. Заметка о формуле приведения ультраэллиптических интегралов // Отчет Реформатского училища. СПб., 1902.

2. Учение Канта о пространстве и пангеометрия Лобачевского // Вопросы философии и психологии. 1905. Кн. 80. С. 683—694.

3. Геометрические работы Н. И. Лобачевского: Краткий очерк // Михайловец. 1906. № 5. С. 1—7; № 6. С. 416—420.

4. Современные воззрения на аксиомы и метод геометрии // Журн. Рус. физ.-хим. о-ва. Физ. отд. 1907. Вып. 2. С. 59—68; Вып. 3. С. 88—101; Вып. 5. С. 165—200.

5. Записки дифференциального исчисления: Курс среднего класса Артиллерийского училища. СПб., 1911.

6. Обоснование геометрии в связи с постановкой ее преподавания // Тр. I Всерос. съезда преподавателей математики. СПб., 1911. Т. 1. С. 24—53, 438.

7. Вопросы обоснования геометрии. СПб.; М., 1913. Ч. 1.

8. Философия математики в работах А. Пуанкаре // Вопросы обоснования геометрии. СПб.; М., 1913. Ч. 1. С. 218—243.

9. Различные пути для обоснования геометрии // Изв. Электротехн. ин-та. 1914. Вып. X. С. 65—105.

10. Аргументы Зенона Элейского при свете учения об актуальной бесконечности // Журн. Мин. нар. просвещ. 1915. Ч. 56. Отд. наук. С. 289—328.

11. Аксиома непрерывности как основание для определения длины окружности, площади круга, поверхностей и объемов круглых тел. Пгр., 1916.

12. Общие основания Ньютонова метода первых и последних отношений // Изв. Казанского физ.-мат. о-ва. (2), 1917. Вып. 22. С. 79—112.

13. Актуальная бесконечность: Зенон Элейский и Георг Кантор. Пгр., 1923.

14. Основания геометрии. Пгр., 1923.

15. Возможен ли в школе логический курс геометрии // Математика в школе: Сборник, посвященный вопросам преподавания математики. . . Л., 1924. Вып. 2. С. 38—51.

16. [Рец.] Учебник геометрии Герхера // Математика в школе: Сборник, посвященный вопросам преподавания математики. . . Л., 1924. Вып. 2. С. 109—112.

17. [Рец.] Курс элементарной математики Душина // Там же. С. 102—106. (Совм. с И. Н. Кавуном).
18. Эстетические элементы в математике // Вопросы преподавания математики. Л., 1923. С. 5—17.
19. Материалы для факультативного курса геометрии в 4-м классе и кружковых занятий // Математика в школе: Сборник, посвященный вопросам преподавания математики. . . Л., 1925. Вып. 3. С. 123—142.
20. Объяснительная записка к программе // Там же. С. 30—50.
21. Отчет о деятельности Общества ревнителей математического образования // Там же. С. 187. (Совместно с И. И. Грацианским).
22. Эволюция геометрической мысли. Л., 1928.
23. Графическое решение основной задачи внутренней баллистики // Изв. Арт. акад. 1923. Т. 12. С. 122—140.
24. Морфология выпуклых многогранников // Математическое образование. 1919. №№ 2—3. С. 73—86.
25. Классификация выпуклых многогранников по Федорову и Эбергарду // Зап. Рос. минерал. о-ва. 1929. Ч. 58, № 2. С. 265—277.
26. Начала элементарной теории эллиптических функций. Л., 1929.
27. Сопоставление обозначений Федорова и Шёнфлиса для правильных систем и некоторые замечания по поводу вывода Федорова // Зап. Рос. минерал. о-ва. 1930. Ч. 59, № 1. С. 3—14.
28. Разбор книги: Kreutz S., Zaremba S. Sur les fondements de la cristallographie géométrique // Зап. Рос. минерал. о-ва. 1930. Ч. 59, № 2. С. 161—180.
29. Определенные интегралы. Л., 1930.
30. Интегрирование дифференциальных уравнений. Л., 1931.
31. Вывод правильных систем по методу Федорова. Л., 1932. Ч. I.
32. Дополнение к курсу «Интегрирование дифференциальных уравнений». Л., 1932.
33. Добавление II // Ломм А., Стекк М. Уравновешивание артиллерийских систем / Пер. с франц. под ред. А. А. Толочкова. Л., 1933. С. 46—50.
34. Интегрирование некоторых уравнений математической физики. Л., 1933.
35. Математический анализ. Л., 1932—1933. Ч. 1, вып. 1—4. (Совместно с С. Е. Волкобинским, З. З. Вулихом, В. И. Кажданом, В. Н. Новиковым).
36. Математический анализ. Л., 1933. Ч. 2.
37. Построения с квадратной сеткой для вычисления по формулам // Сборник методических материалов по курсу стрельбы. Л., 1934. Вып. 3.
38. К теории квадратной сетки // Там же.
39. Вывод правильных систем по методу Федорова. Л., 1934. Ч. II.
40. Введение в неевклидову геометрию Римана. Л.: М., 1934.
41. Актуальная бесконечность: Зенон Элейский, И. Ньютон, Г. Кантор. Л.; М., 1934.
42. Вписанные многогранники с ребрами, равными радиусу шара // Мат. просвещ. 1936. № 7. С. 3—12.

43. Сборник прикладных задач по высшей математике. Под ред. проф. С. А. Богомолова. Л., 1936. Изд. Арт. акад. (Он же основной составитель).
44. Исследование системы аксиом римановой геометрии // Учен. зап. Лен. гос. пед. ин-та им. Герцена. 1937. Т. 5. С. 21—48.
45. Метод Грассмана и его применение к исследованию и классификации кривых 3-го порядка // Учен. зап. Лен. гос. пед. ин-та им. Герцена. 1939. Т. 28. С. 5—56.
46. Изогоны и изоэдры // Там же. С. 57—80.
47. Движение поезда по перелому пути // Тр. Военно-трансп. акад. 1944 (1945). Вып. 2. С. 129—173. (Совместно с доц. С. А. Гельфером).
48. Теплопередача при электрических способах взрывания зарядов // Там же. С. 71—89.
49. Очертание пути качения подъемной балки при подъемке пролетного строения за один конец // Там же. С. 59—70.
50. Обоснование выбора диаметров для водопроводных труб // Информ. бюл. Военно-трансп. акад. 1945. № 2. С. 1—4.
51. Промерзание воды // Информ. бюл. Военно-трансп. акад. 1945. № 5. С. 2—4.
52. Об определении величины ливневого и смешанного стока // Там же. С. 1—2. (Совместно с доц. С. А. Гельфером).
53. Специальные очертания задвижек на трубах водовозов высокого давления // Информ. бюл. Военно-трансп. акад. 1946. № 1. С. 3—4.
54. Сборник задач по высшей математике / Составлен коллективом преподавателей кафедры высшей математики (Военно-транспортной академии) под руководством С. А. Богомолова. Л., 1946.
55. Замерзание воды в бесконечном цилиндре // Информ. бюл. Военно-трансп. акад. 1947. № 13. С. 1—4.
56. Характерные черты сферической геометрии // Учен. зап. Лен. гос. пед. ин-та им. Герцена. 1949. Т. 86. С. 31—62.
57. Система аксиом сферической геометрии Римана // Там же. С. 3—30.
58. Геометрические уравнения Грассмана для кривых высших порядков // Там же. С. 63—91.
59. Геометрия (Систематический курс): Пособие для учителей средней школы. М.: Л., 1949.
60. Методика работы с новыми преподавателями // Тр. Военно-трансп. акад. 1953. № 14. С. 19—27.
61. М. В. Ломоносов и современная математика: Докл. на юбил. засед. совета // Информ. бюл. Воен. акад. тыла и транспорта. Л., 1962. С. 14—16.

II. Использованная литература

1. Бабичков А. М., Егорченко В. Ф. Тяга поездов. 3-е изд., перераб. и доп. М., 1955.
2. Белов Н. В. Классный метод вывода пространственных групп симметрии. М., 1951.
3. Белов Н. В., Загальская Ю. Г., Литвинская Г. П. и др. Атлас пространственных групп кубической системы. М., 1980.
4. Белов Н. В., Шафрановский И. И. Роль Е. С. Федорова в предыстории рентгеновской кристаллографии // Зап. Всесоюзн. минерал. о-ва. 1962. Ч. 41, вып. 4. С. 465—571.
5. Беспамятных Н. Д. Степан Александрович Богомолов (1876—1965) // Математика в школе. 1976. Вып. 6. С. 82.
6. Беспамятных Н. Д. Взгляды проф. С. А. Богомолова на преподавание геометрии // Наука и техника. 1979. № 10. С. 53—54.
7. Вебер Г., Вельштейн И. Энциклопедия элементарной математики. 2-е изд. / Пер. с немецкого под ред. и с примеч. В. Ф. Кагана. Одесса, 1913. Т. 2, кн. 1.
8. Витрувий. Десять книг об архитектуре. М., 1936. С. 171—172.
9. Гернет Н. Н. Об основной простейшей задаче вариационного исчисления. СПб., 1913.
10. Гернет Н. Н. О радиусе сходимости ряда Лагранжа // Тр. Ленингр. индустр. ин-та. Разд. физ.-мат. 1936. Т. 10, вып. 3. С. 41—48.
11. Гильберт Д. Основания геометрии / Пер. и ред. А. В. Васильева. Пгр., 1923.
12. Декарт Р. Правила для руководства ума / Пер. с лат. В. И. Пикова. Ред. и вступ. ст. И. К. Луппола. М.; Л., 1936.
13. Декарт Р. Избранные произведения / Ред. и вступ. ст. В. С. Соколова. М., 1950.
14. Делоне Б. Н. Е. С. Федоров как геометр // Тр. Ин-та. истории естеств. и техники АН СССР. М., 1956. Т. 10. С. 5—12.
15. Делоне Б., Падуров Н., Александров А. Математические основы структурного анализа кристаллов и определение основного параллелепипеда повторяемости при помощи рентгеновских лучей. Л.: М., 1934.
16. Евклид. Начала. В 3 т. / Пер. и коммент. Д. Д. Мордухай—Болтовского при участии М. Я. Выгодского и И. Н. Веселовского. М.: Л., 1948—1950.
17. Ефимов Н. В. Высшая геометрия. М., 1945; 4-е изд. 1961.
18. Загальская Ю. Г., Литвинская Г. П., Егоров-Тисменко Ю. К. Геометрическая кристаллография: Учеб. для геол. специальностей вузов. 2-е изд. М., 1986.
19. Загальская Ю. Г., Литвинская Г. П. Руководство к практическим занятиям по геометрической кристаллографии. М., 1965. Ч. 1: 1970. Ч. 2.
20. История математического образования в СССР. Киев, 1975.
21. История Военно-транспортной академии Красной армии им. Кагановича. Л., 1941.

22. Карпентер У. В. Основания физиологии ума. СПб., 1877. Т. 1; 1887. Т. 2.
23. Киселев А. П. Алгебра. М., 1933. Ч. 1, 2; Изд. 2-е. 1955. Ч. 1; Изд. 42-е. 1965. Ч. 2.
24. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. М., 1937. Ч. 1.
25. Ленин В. И. Философские тетради. Конспект книги Гегеля «Лекции по истории философии». Полн. собр. соч. 5-е изд. М., 1963. Т. 29.
26. Лонсдейл К. Кристаллы и рентгеновские лучи / Пер. с англ. М. П. Шаскольской. Под ред. Н. В. Белова. М., 1952.
27. Михельсон Н. Н. Борис Михайлович Коялович // Ист.-мат. исслед. 1973. Вып. 18. С. 289—294.
28. Михельсон Н. С. Учебник по общему курсу высшей математики. Л., 1925; 6-е изд. 1934.
29. На ленинградском математическом фронте. М.: Л., 1931.
30. Петров Ю. П. О научном наследии Н. Н. Гернет // Вопр. ист. естеств. и техники. М., 1980. Вып. 3—4. С. 102—104.
31. Пуанкаре А. Наука и метод. СПб., 1910; О науке. М., 1983. С. 313.
32. Федоров Е. С. Начало учения о фигурах. СПб., 1885.
33. Фихтенгольц Г. М. Математика для инженеров. В 3 т. 1-е изд. Л., 1931—1933. Т. 1—3.
34. Чебышев П. Л. Программы по математике. Полн. собр. соч. М., 1951. Т. 5. С. 319—327.
35. Шафрановский И. И. Е. С. Федоров. М.; Л., 1951.
36. Astbury W. T., Yardley K. Tabulated data for the examinator of the 230 space-groups by homogeneous X-rays // Phil. Trans. London. 1924. A. Vol. 224. P. 221—257.
37. Ewald P. P., Hermann C. Struktur Bericht (1913—1928) // Zeitschr. Kristallogr. Jg. 1931. Bd. 80. S. 818.
38. Euclides opera omnia / Ed. J. L. Heiberg et H. Menge. Lipsiae, 1883—1916. Vol. 1—8.
39. Fedorow E. Theorie der Kristallstruktur. Einleitung. Regelmässige Punktsysteme // Zeitschr. Kristallogr. Mineralog. 1895. Bd. 24. S. 209—252.
40. Fedorow E. Zusammenstellung der kristallographische Resultate des Herrn Schoenflies und der meinigen // Zeitschr. Kristallogr. Mineralog. 1891. Bd. 20. S. 25—75.
41. Hilbert D. Grundlagen der Geometrie. Leipzig, 1930.
42. Hilton H. Ein Vergleich der verschiedenen Bezeichnungen, die in der Theorie der Kristallstruktur benutzt / Zentralblatt Mineralog. 1901. Bd. 2. S. 746—753. Phil. Magaz. (6). London, 1902. Vol. 3. P. 203—212.
43. International Tables for *X*-ray Crystallography / Ed. by Norman F. M. and Kathleen Lonsdale. Birmingham, 1952. Vol. 1.
44. Killing W. Einführung in die Grundlagen der Geometrie. Paderborn, 1893. Bd. 1,2.
45. Kreutz S., Zaremba S. Sur les fondements de la cristallographie géométrique // Bul. int. Acad. Sci. Cracovie, 1918. Num. supplem.
46. Niggli P. Geometrische Kristallographie des Diskontinuums. Leipzig, 1919.
47. Repertorium der mineralogische und kristallographische Literatur. (1898—1902). Leipzig, 1910. T. 1.

48. Schiebold E. Über eine neue Herleitung und Nomenklatur der 230 kristallographischen Raumgruppen // Abhandl. Sächs. Akad. der Wiss. 1929. Bd. 40, N 5. S. 1—197.
49. Schiebold E. Atlas der 230 Raumgruppenprojekten // Abhandl. Sächs. Akad. Wissenschaften. 1929. Bd. 40, № 5. S. 198—220.
50. Schoenflies A. Theorie des Kristallstruktur. Frankfurt-am-Main, 1923.
51. Schoenflies A. Kristallsysteme und Kristallstruktur. Leipzig, 1891.
52. Weissenberg K. Systematik der Symmetriegruppen von Punktlagen im Diskontinuum // Zeitschr. Kristallogr. 1925. Bd. 62. S. 1—39.

Даты жизни С. А. Богомолова

1877 г., 14 февраля — родился в г. Боброве Воронежской губ.

1895 г. — окончил Воронежскую губернскую гимназию с золотой медалью.

1900 г. — окончил физико-математический факультет Петербургского университета с дипломом первой степени и оставлен при нем для подготовки к профессорскому званию.

1900 г., осень, — 1901 г., осень, — преподавал математику во Введенской гимназии в Петербурге.

1900—1903 гг. — преподавал математику в Реформатском училище.

1902 г. — штатный преподаватель математики только что открытого Политехнического института.

1903 — 1911 гг. — преподаватель высшей математики в Михайловском артиллерийском училище.

1905 г. — преподаватель высшей математики в Женском педагогическом институте; в 1918 г. — экстраординарный профессор , в 1920 г. — профессор Третьего педагогического института (впоследствии Лен. гос. пед. институт им. А. И. Герцена).

1907 г. — преподаватель Института инженеров путей сообщения.

1911 г. — преподаватель Электротехнического института.

1911 г. — участвовал в организации и работе Первого Всероссийского съезда преподавателей математики.

1913 г. — участвовал в работе Второго Всероссийского съезда преподавателей математики (председатель Комиссии по подготовке вопросов, относящихся к преподаванию геометрии и тригонометрии; работы комиссии были использованы при составлении первых программ по геометрии советской школы).

1920 г. — профессор Второго педагогического института; профессор Высших научно-педагогических курсов («Педагогическая академия»).

1921 г. — штатный преподаватель Артиллерийской академии, вступил в ряды РККА.

1923 г. — вышла в свет книга «Основания геометрии».

1923 г. — вышла в свет книга «Актуальная бесконечность (Зенон Элейский и Георг Кантор)».

1924 г. — председатель Общества ревнителей математического образования (ОРМО) вплоть до 1930 г.; избран действительным членом Государственного института научной педагогики (ГИНП) — первой в стране Педагогической академии; заведующий отделом математики, затем секретарь естественно-математического подотдела ГИНП.

1925 г. — утвержден профессором Ленинградского государственного педагогического института им. А. И. Герцена; Артиллерийская академия переименована в Военно-техническую, С. А. Богомолов назначен старшим руководителем.

С 1926 г. — член Федоровского института кристаллографии, минералогии, петрографии и рудных месторождений при Ленинградском горном институте.

1927 г. — председатель математической предметной комиссии Военно-технической академии.

1927 г. — премия Наркомпроса за книгу «Введение в неевклидову геометрию».

1928 г. — вышла в свет книга «Эволюция геометрической мысли».

1932 г. — вышла в свет книга «Вывод правильных систем по методу Е. С. Федорова».

1933 г. — начальник кафедры Артиллерийской академии вплоть до момента перевода ее в Москву.

1934 г. — присвоено звание профессора по военному ведомству; вышла в свет книга «Введение в неевклидову геометрию Римана».

1936 г. — присвоено звание бригинженера; награжден орденом Красной Звезды.

1938 г., 5 января, — присвоена степень доктора физико-математических наук без защиты диссертации; осенью в связи с переездом Артиллерийской академии в Москву назначен начальником кафедры высшей математики Военно-транспортной академии.

1940 г. — присвоено звание дивинженера; награжден значком «Отличник РККА».

1943 г. — произведен в генерал-майоры инженерно-технической службы.

1944 г. — награжден орденом Красного Знамени.

1945 г. — награжден медалью «За победу над Германией»; присвоено звание заслуженного деятеля науки.

1946 г. — награжден орденами Ленина и Трудового Красного Знамени в связи с 70-летием со дня рождения и 45-летием научно-педагогической деятельности.

1948 г. — награжден значком «Отличник народного просвещения».

1949 г. — вышел в свет учебник «Геометрия» (системат. курс) для пединститутов.

1951 г. — по случаю 75-летия и 50-летия научно-педагогической деятельности награжден именными золотыми часами (министром Вооруженных сил).

1954 г. — вышел в отставку по состоянию здоровья.

1965 г., 21 сентября, — скончался, похоронен на кладбище «Жертв 9-го января» в Ленинграде.

Именной указатель

Оглавление

Научно-популярное издание

Н. Д. Беспамятных

Степан Александрович Богомолов

1877—1965

Утверждено к печати
Редколлегией серии
«Научно-биографическая литература»

Редактор издательства *Г. Л. Кирикова*
Технический редактор *Л. И. Каряева*
Корректор *О. И. Буркова*

ИБ № 44204

Сдано в набор 18.05.89.
Подписано к печати 4.10.89.
М-34257. Формат $84 \times 108^{1}/_{32}$.
Бумага типографская № 1.
Гарнитура обыкновенная.
Печать высокая.
Усл. печ. л. 6.30. Усл. кр.-от. 6.45. Уч.-изд. л. 6.22.
Тираж 5300. Тип. зак. № 1597.
Цена 25 к.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука».
Ленинградское отделение.
199034, Ленинград, В-34, Менделеевская лин., 1.

Ордена Трудового Красного знамени
Первая типография издательства «Наука».
199034, Ленинград, В-34, 9 лин., 12.

191104 **Ленинград,** Литейный пр., 57;
199034 **Ленинград,** Таможенный пер., 2;
194064 **Ленинград,** Тихорецкий пр., 4;
220012 **Минск,** Ленинский пр., 72 («Книга — почтой»);
103009 **Москва,** ул. Горького, 19а;
117312 **Москва,** ул. Вавилова, 55/7;
630076 **Новосибирск,** Красный пр., 51;
630090 **Новосибирск,** Морской пр., 22 («Книга — почтой»);
142284 **Протвино,** Московской обл., ул. Победы, 8;
142292 **Пущино,** Московской обл., МР «В», 1;
620161 **Свердловск,** ул. Мамина-Сибиряка, 137 («Книга — почтой»);
700000 **Ташкент,** ул. Ю. Фучика, 1;
700029 **Ташкент,** ул. Ленина, 73;
700070 **Ташкент,** ул. Шота Руставели, 43;
700185 **Ташкент,** ул. Дружбы народов, 6 («Книга — почтой»);
634050 Томск, наб. реки Ушайки, 18;
634050 Томск, Академический пр., 5;
450059 **Уфа,** ул. Р. Зорге, 10 («Книга — почтой»);
450025 **Уфа,** Коммунистическая ул., 49;
720000 **Фрунзе,** бульв. Дзержинского, 42 («Книга — почтой»;
310078 **Харьков,** ул. Чернышевского, 87 («Книга — почтой»).

Н. Д. Беспамятных

Степан Александрович БОГОМОЛОВ

25 коп.

«НАУКА»
ЛЕНИНГРАДСКОЕ
ОТДЕЛЕНИЕ