АКАДЕМИЯ НАУК СССР

НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

Михаил Васильевич
Остроградский

Б. В. ГНЕДЕНКО, И. Б. ПОГРЕБЫССКИЙ

Михаил Васильевич Остроградский

1801–1862

Жизнь и работа
Научное
и педагогическое наследие

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
Москва 1963

ПРЕДИСЛОВИЕ

Михаил Васильевич Остроградский — один из наших крупнейших ученых XIX столетия. В историю отечественной науки он вошел как создатель большой школы математиков и механиков и как видный деятель просвещения. Его яркое математическое дарование и своеобразие его личности привлекали к нему внимание современников и последующих поколений.

Активная научная деятельность М. В. Остроградского приходится на вторую четверть XIX столетия, сыгравшего в истории математики исключительно большую роль. Становление математической физики, завершение построения аналитической механики и ее общих принципов, создание основ теории групп и неевклидовых геометрий — вот те центральные события внутри математики, влияние которых вышло далеко за ее пределы. Сам М. В. Остроградский принял исключительно весомое участие в развитии математической физики, механики и тех разделов математического анализа, которые были необходимы для прогресса математического естествознания. Его идеи, методы и результаты не сделались достоянием только истории науки, но широко используются и в наши дни. Формула Остроградского и принцип Остроградского — Гамильтона излагаются во всех учебных руководствах математического анализа и теоретической механики. Но это лишь небольшая часть того вклада в науку, который принадлежит ему.

За последнее десятилетие, в связи с расширением исследований по истории науки, отчасти в связи с юбилейными датами (150-летием со дня рождения и 100-летием со дня смерти), научное и педагогическое наследие М. В. Остроградского интенсивно изучалось. Изданы трехтомное собрание его научных трудов, сборник избранных трудов, сборник, посвященный его педагогическому наследию, куда вошли и многочисленные архивные документы,— все это с комментариями и со статьями, анализирующими творчество ученого. Кроме того, появился ряд специальных работ. Теперь мы знаем М. В. Остроградского значительно лучше, чем знали 10—15 лет назад, когда один из авторов подготавливал (первую) книгу о нем. Естественно, возникла необходимость написать новую биографию этого замечательного ученого, заново проанализировать всю его деятельность.

Наша книга написана так, что ее первая часть (биография) вполне доступна самому широкому кругу читателей. Вторая же часть (научное и педагогическое творчество) требует от читателя известной математической подготовки только для некоторых разделов, которые можно опускать при желании получить лишь общее представление о научных достижениях М. В. Остроградского.

Мы предназначаем нашу книгу для всех тех, кто интересуется историей науки и ее выдающимися представителями.

Часть первая

ЖИЗНЬ И РАБОТА

РАННЕЕ ДЕТСТВО

Михаил Васильевич Остроградский родился 24(12) сентября 1801 г. в деревне Пашенной Кобелякского уезда Полтавской губернии[1], в имении своего отца. Он родился четвертым: старше его были Елена, Осип и Мария, а моложе — Андрей.

В Полтавской губернии проживало несколько дворянских семей по фамилии Остроградские. Все они находились в родстве той или иной степени, генеалогию свою вели от жившего в середине XVII в. бунчукового товарища (звание на Украине в то время довольно высокое — выше сотника, полкового хорунжего и полкового «есаула», но ниже полковника) Ивана Остроградского. Отец Михаила Васильевича, Василий Иванович, по генеалогии, приведенной в «Малороссийском родословнике» В. Л. Модзалевского[2], принадлежал к четвертому поколению Остроградских[3]. Знаем мы о нем немного: родился около 1770 г., на службе гражданской был с 1784 г., следовательно — зачислен формально, еще «недорослем», служил с перерывами и не очень рьяно, недолго побыл в гусарах — кадетом

[1] Теперь — Козельщанский район Полтавской области УССР.

[2] В. Л. Модзалевский. Малороссийский родословник. т. III, Киев, 1912.

[3] В семье Михаила Васильевича из поколения в поколение переходило предание, что в начале XVII в. кто-то из князей Острожских (по г. Острогу в Западной Украине), известных своей приверженностью к русской народности и православию, хотя они должны были служить польским королям, вынужден был бежать из Польши и попал в Запорожскую Сечь. Там он стал называть себя Остроградским, и от него пошел весь род Остроградских.

Александропольского полка; в 1809 г.— окончательно в отставке, коллежским асессором[4]. Женитьба его на Ирине Андреевне Сахно-Устимович, дочери коллежского асессора (единственная официальная справка о матери Михаила Васильевича) состоялась в 1794 г. Был он тогда помещиком средней руки, таковым и оставался всю жизнь: значилось за ним 270 душ крепостных.

Чтобы представить себе, в какой среде рос и развивался Михаил Васильевич Остроградский, надо познакомиться с сословием, к которому он принадлежал по рождению и воспитанию,— с украинским дворянством того времени. Если не считать пополнения со стороны русских дворян, получивших поместья на Украине, выходцев из Польши, из других славянских стран, находившихся тогда под властью Турции и Австрии, и даже из Греции, тоже страдавшей от турецкого ига, «малороссийское шляхетство» — термин русских документов XVIII в.— составилось из казачьей старши́ны[5]. Уже при воссоединении в 1654 г. Украины с Россией казачья старши́на обеспечила в договорах с московским царем свои имущественные интересы и сословные привилегии. «Значные»[6] казаки стремились присвоить все выгоды от устранения польских властей и ликвидации (тогда лишь на левобережной Украине) землевладения польских магнатов и шляхтичей. Используя всеми правдами и неправдами свое служебное положение и связи с русскими властями, казацкая старши́на обездоливала рядовых казаков и крестьян — захватывала их земли и превращала их в крепостных. Легче это было делать «значным» казакам, поскольку преимущественно из их среды выдвигались «кандидаты на уряд», т. е. на занятие должностей в суде и управлении; пополняли они и ряды высшего духовенства.

В общем по сословному и имущественному положению между украинскими и русскими помещиками — дворянами разницы не было. Но до последних десятилетий XVIII в. «малороссийское шляхетство» не только сохраняло прежние звания, но во многом и прежние обычаи, говорило на

[4] Коллежский асессор — «лицо 8-го класса» по табели о рангах, что соответствовало майору в сухопутных войсках и капитан-лейтенанту флота.

[5] Привилегированная зажиточная верхушка казачества, занимавшая командные посты в казачьих войсках.

[6] Т. е. знатные.

украинском языке, сберегало оружие и одежду своих предков. В 1774 г. Румянцев-Задунайский, отвечая на запрос Сената о «заслугах малороссийских чиновников», сообщал, что они «пребывали большею частью в ведомстве между собою, не имея надобности искать сравнения с великороссийскими». Украина и после ликвидации гетманства была разделена на полки (полки делились на сотни), Украинское войско имело свое особое устройство и отличалось от регулярного. Все это изменилось в последние два — три десятилетия XVIII в. Административное деление, аппарат управления, военная служба — все это уже не только по сути, но и по форме стало таким, как в других областях Российской империи. Бунчуковые товарищи, полковые «есаулы» и хорунжие, сотники и войсковые товарищи превратились в премьер- и секунд-майоров, в капитанов, ротмистров и поручиков, полковники же малороссийские были «вознаграждены» бригадирскими чинами. Соответственно были переименованы или отменены и «статского правления» чины — полковые судьи и писари, городовые атаманы, писари сотенные и т. д. «Малороссийские шляхтичи» добились оформления дворянских грамот и внесения своих фамилий в родословные книги. Теперь они ищут карьеры и привилегий не только у себя, в своем уезде или своей губернии,— особое значение приобретает служба в столице империи Петербурге. Вместе с этим быстро меняется быт украинского дворянства. Родной язык вытесняется русским. Во всем, вплоть до одежды, они подражают теперь общеимперским стандартам и порядкам.

В левобережной Украине как раз на поколение, к которому принадлежал отец Михаила Васильевича, а отчасти и на его собственное, приходится завершение этой перестройки и ломки. Один из мемуаристов, описывающих это время (И. Ф. Тимковский), говорит о «великом переходе из старого века». Он рассказывает, что его отец, прежде полковой есаул, приняв должность заседателя, вернулся преобразившимся: «Поехал в черкеске с подбритым чубом, шапкою и саблею — приехал в сюртуке и камзоле, с запущенною косою, мундиром, шляпою и шпагой. То-таки бывало выйдет, говорили между собой люди, або на коня сядет, уже пан как пан, а теперь абы що — немец, не немец, так себе подщипанный»[7]. Известный украинский

[7] Багалей и Миллер. История города Харькова, т. I. Харьков, 1905—1912, стр. 515.

писатель Г. Ф. Квитка, описывая нравы Слободской Украины, особенно города Харькова, во второй половине XVIII в., отмечает, что мужчины привилегированных сословий, побыв на военной службе, принимали общерусскую одежду и, вернувшись домой, требовали того же «от жен и дочерей своих... сходно с общим обычаем» [8].

Конечно, этот процесс русификации шел в украинской помещичьей и чиновничьей среде быстрее в городе, чем в деревне, и в разных семьях по-разному. Раннее детство будущего математика проходило в среде сравнительно патриархальной. Мальчик имел товарищей по играм и среди крестьянских детей, он говорил на одном с ними языке, впитывал в себя те же сказки и поверья, что и они, и на всю жизнь сберег привязанность и любовь к родным местам. Судя по известным нам повадкам взрослого Остроградского, в нем совершенно не было сословного зазнайства и, видимо с детства, было живое чувство справедливости и естественный, непринужденный демократизм. В воспоминаниях его сына до нас дошел такой рассказ самого Остроградского: «Я любил ребенком шести-семи лет подпевать певчим в церкви, у меня не было ни музыкального слуха, ни голоса, но когда я заметил, что дьячок, заведующий певчими, давал щелчка и драл за уши бедных мальчишек за то, что я брал фальшивую ноту, которую и сам я чувствовал такою, я прекратил мои подпевания».

Но так или иначе жизненные пути сына помещика и крестьянских детей должны были быстро разойтись. Дворянину полагалось служить — то ли на военной службе, то ли на гражданской, а перед этим полагалось учиться. При этом на учение смотрели как на дело подсобное, облегчающее продвижение по службе, но не имеющее самостоятельного значения. Значение имели успехи на службе, чины и награды, да приумножение имущества.

В воспоминаниях брата Андрея говорится, что уже в раннем детстве Михаил проявлял редкую наблюдательность. Он любил измерять игрушки и другие предметы, глубину ям и колодцев. С этой целью у него в кармане постоянно был шнурок с привязанным камнем. Особый интерес представляли для него мельницы, и он мог долгое время наблюдать за движением крыльев или водяного

---

[8] Багалей и Миллер. История города Харькова, т. I. Харьков, 1905—1912, стр. 515.

Дом, в котором родился М. В. Остроградский

колеса, следить за работой жерновов и за падением воды. В те годы эта страсть Остроградского доставляла много тревожных минут его родителям; и только спустя много лет, когда Остроградский стал знаменитым ученым, близкие вспоминали о его настойчивой любознательности и увидели в этом ранние проявления талантливости. Мальчика надо было готовить к службе, и именно для этого его отвезли в 1809 г. учиться в Полтаву. Может быть, он ехал туда же с помыслами о военной карьере — это долгое время было его заветной мечтой. Во всяком случае можно поручиться, что ни он сам, ни кто-либо из родных и знакомых не думали о том, что это первый шаг на пути в науку.

ПОЛТАВА И ГИМНАЗИЯ

Переход от сельской жизни к городской не должен был показаться Остроградскому резким. Полтава в годы, когда он там учился, выглядела очень скромно. В 1782 г. побывавший в ней адъюнкт Петербургской академии Зуев насчитал около тысячи «низких, но чисто снаружи выбеленных домиков, из которых 2 или 3 каменных» [9]. В 1787 г.

[9] «Путешественные записки Василия Зуева от С.-Петербурга до Херсона в 1781 и 1782 гг.». СПб., 1787.

французский посланник при русском дворе Сегюр, спутник Екатерины II в ее путешествии по югу России, нашел, что Полтава — небольшой малонаселенный городок, в котором нет ни одного замечательного здания. Такой Полтава была и в 1802 г. — в год учреждения Полтавской губернии, — когда другой путешественник, Павел Сумароков, описывал ее как «бедный и маленький городишко, в котором нет ни правильных улиц, ни порядочных строений» [10]. Жителей в городе тогда было около восьми тысяч. Став губернским, город начал сравнительно быстро развиваться и в середине XIX в. превратился в средний губернский город России с внушительным ансамблем казенных зданий.

Гимназия в Полтаве открылась в феврале 1808 г., в одно время с домом «для воспитания бедных дворян», куда и был помещен Остроградский. По первоначальному замыслу этот дом должен был стать вроде школы-интерната. Проект такого дома (их было открыто два — в Полтаве и Чернигове) составил известный писатель В. В. Капнист. Обосновывая свой проект, он писал полтавскому губернатору: «вы изволите знать, сколь мало в крае сем великопоместных дворян и какое множество по заслугам своих предков известных родов преждевременностью времени в весьма бедное состояние пришли; одно личное потомков их отличие может их восстановить, а хорошее воспитание к тому единственным средством». Капнист предусматривал, что самые бедные ученики будут полными стипендиатами, а дворяне, имевшие 50 душ и более, должны будут платить за сына от 50 до 150 рублей в год, в зависимости от состояния. Капнист предполагал, что в интернате необходимо преподавать такие предметы, как артиллерия и фортификация, рисование и архитектура, а также обучать юношей танцам, музыке, верховой езде и законоведению. На деле же вышло, что это дворянское училище стало только интернатом, и находившиеся там дети ходили учиться в гимназию.

Во главе дома стоял директор, непосредственное же руководство воспитанниками было возложено на его помощников, которые именовались надзирателями или смотрителями. Среди них в годы учебы Остроградского и позже был украинский писатель И. П. Котляревский. Котляревский

---

[10] «Досуги крымского судьи или второе путешествие в Тавриду Павла Сумарокова», т. I, СПб., 1805.

И. П. Котляревский

принял эту должность после выхода в отставку из армии и, как пишут о нем, «искренне полюбил свою новую службу и много заботился об улучшении быта порученных ему детей. По его инициативе воспитанники были одеты по форме, в свободное время занимались военными упражнениями, ситуацией, черчением, танцами, устроена была для них больница» [11]. Позже правитель канцелярии полтавского генерал-губернатора Репнина писал о «майоре Котляревском, известном переложением Виргилиевой Энеиды на отечественный его малороссийский язык»: «Чиновник сей в кругу воспитанников представляет почтительного и строгого родителя; награда трудов его напечатлена всегда на лице его, удовольствие внутреннее и одобрение совести видны во всех чертах его и он, колико строг в управлении

[11] И. Ф. Павловский. Полтава (исторический очерк). Полтава, 1910, стр. 238.

воспитанниками, столько же заботлив о доставлении им удовольствия»[12].

Нет сомнения, что для Остроградского было благотворным нравственное воздействие такого воспитателя, но вряд ли можно думать, что Котляревский пробудил в нем желание посвятить себя наукам. Несмотря на свои литературные дарования и интересы, Котляревский тяготел к военному делу. Когда Александр I при посещении Полтавы хотел наградить Котляревского гражданским чином коллежского асессора, писатель заявил, что лучше выйдет в отставку, чем расстанется с военным чином[13].

Гимназии того времени во многом отличались от подобных учебных заведений, скажем, второй половины XIX в. Устав 1803 г. ставил перед ними три задачи: подготовка к университетскому курсу, сообщение сведений, необходимых «для воспитанного человека», и подготовка желающих к учительскому званию в уездных, приходских и других низших училищах. Предметов было много: латинский, французский и немецкий языки, история, география, начальные курсы философии и словесных наук, математика чистая и смешанная, экспериментальная физика и натуральная история, начала политической экономии, начала наук, относящихся к торговле, начала технологии, рисование; допускалось также обучение танцам, музыке и телесным упражнениям. Но, кроме двух учителей для французского и немецкого языков и одного для рисования, на все прочие предметы полагалось всего четыре штатных учителя, а все гимназическое обучение предлагалось уложить в четыре года, несмотря на обширность учебных программ. Поэтому только обязательных уроков в каждом из классов было не менее 32-х в неделю (с 8 до 12 дня и с 2 до 5 вечера). Понятно, что обучение в гимназии для большинства учащихся растягивалось на большее число лет, чем предусматривалось планом. Преподавание многих предметов было в довольно жалком состоянии из-за плохих преподавателей и недостатка учебников.

Для характеристики тогдашних гимназий приведем отрывок из воспоминаний Роммеля, профессора Харьковского университета в 1811—1815 гг. (к ним мы еще не раз

---

12 «Киевская старина», 1905, июнь, стр. 241 (цит. по: И. Ф. Павловский. Полтава..., стр. 239).

13 И. Ф. Павловский. Полтава..., стр. 224.

будем обращаться). Рассказывая о своей службе в России в эти годы, Роммель пишет: «В качестве члена училищного комитета меня отрядили для обзора гимназий, причем я открыл два главных недостатка: нравственную порчу учеников, которые были в постоянном заговоре против учителей, и чрезмерное самоуправство директоров гимназий, большею частью выслужившихся из полуграмотных офицеров... Они позволяли себе перемещать по произволу учителей, особенно иностранцев, жаловали своих любимцев и устраняли тех, кто был им не по сердцу» [14].

Вполне понятно, что даровитый и не привыкший к дисциплине и муштре мальчик, каким был Остроградский, весьма прохладно относился к своим обязанностям гимназиста.

Итак, в 1809 г. Остроградского поместили в «дом воспитания бедных дворян», а осенью 1810 г. он поступил в Полтавскую гимназию. Позже он вместе со своим братом Осипом поселился на частной квартире у А. И. Ротмистрова (по-видимому, почтового чиновника) и продолжал посещать гимназию.

В первый месяц гимназической жизни Остроградский был отмечен в ведомостях: по способностям — «средственный», по прилежанию — «прилежный» и по поведению «исправный». В конце же первого учебного года преподаватели оценили его: и способности — «острые», и поведение «добронравное». Но затем Остроградский учился в гимназии посредственно, тому доказательством отметки и отзывы о нем педагогического совета. Приведем отрывки из двух писем Ротмистрова, которые он послал отцу мальчиков. Эти письма характеризуют не только способности обоих Остроградских и их отношение к занятиям, но и постановку преподавания в гимназии. В письме от 6 мая 1813 г. Ротмистров пишет:

«Мой совет Осипа Васильевича оставить на службе совершенно, дабы себя лучше приспособил, а Михаила Васильевича, ежели располагаете усовершенствовать учением, то необходимо отдать в пансион, открытый здесь недавно, ибо учение по гимназии Полтавской всем ученикам мало пользы приносит, даже кончившие на словах

---

[14] «Пять лет из истории Харьковского университета. Воспоминания профессора Роммеля», пер. с нем. и предисл. Я. Балясного. Харьков, 1868, XIV + 111.

арифметику на деле ее вовсе не знают, о законе божьем никто даже понятия не имеет, или, лучше сказать, чему учат их и сами не ведают» [15].

Едва ли бойкий и смышленый мальчик, каким был Михаил Остроградский, мог увлечься гимназическими занятиями, едва ли они возбуждали в нем рвение к систематической работе над собой.

И действительно, из второго письма Ротмистрова видно, что прилежания будущий знаменитый ученый проявлял не слишком много.

«Должен сообщить о сыне вашем Михаиле Васильевиче,— читаем мы в письме от 27 сентября 1813 г.,— что небытие его в классах после обеда от собственной его воли и, можно сказать, от нерадения, которое у него возникло до высшей степени; он получает от меня часто не только упреки, но, можно сказать, и непристойные выговоры, но дальше не знаю, что делать. Относительно позднего обеда, ему предоставлено не ожидать его, а позавтракав, приехавши с классов, сходить на последние часы, но не только сии, но и поутру первые он часто теряет, вставая в девять часов, и то когда его сам я разбужу» [16].

Результаты не замедлили сказаться: оценки, которые были выведены М. В. Остроградскому за 1813 и 1814 учебные годы, были весьма посредственны. Так, за 1813 г. при девятибалльной системе он получил: по психологии —6, по нравственной философии — 7, по истории и географии — 2, по латинскому, французскому и немецкому языкам — 0. В результате экзаменов 1814 г. его знания были оценены такими баллами: по математике — 5, по истории и географии — 6, по метафизике и нравственной философии — 6, по французскому и немецкому языкам — 1. Уроки латинского языка Остроградский попросту перестал посещать, и в журнале против его фамилии выставлялись замечания: «Не учится», «Не бывает в классе», «Не имеет охоты к латинскому языку». В конце года записано: «Ученик Остроградский, переводимый из класса в класс без знания латинского языка, и сей год не бывал в классе и никогда не знал уроков латинских». Более того, относительно четырех

[15] П. И. Трипольский. Михаил Васильевич Остроградский. Полтава, 1902, стр. 42.
[16] Там же, стр. 49.

учеников класса, и в том числе об Остроградском, сказано: «Препятствуют к продолжению успехов всего класса».

Такое отношение сына к занятиям привело Василия Ивановича Остроградского к решению взять его из гимназии и определить в один из гвардейских полков. А как нам известно из воспоминаний об Остроградском, подростком он страстно желал стать военным. У него были для этого хорошие данные: высокий рост (190 см), мощное сложение, зычный голос — немалые достоинства для военного в то время. Мы знаем, что Остроградскому несколько раз в жизни доводилось попадать в опасные положения, но никогда его не видели испуганным или растерянным, он всегда сохранял присутствие духа, был сообразителен и находчив. И быть бы ему военным, если бы отец по совету дяди со стороны матери, П. А. Устимовича, не изменил решения. Не довезя сына до Петербурга, вернулся с ним в родные места и затем отправил его в Харьков для определения в университет. Все это происходило в начале 1816 г.

Нетрудно понять, что лежало в основе такой перемены. Служба в гвардии обходилась дорого. По обычаям, принятым в среде гвардейских офицеров, прожить на жалованье было просто невозможно, а большими денежными средствами отец Остроградского не располагал. Рассчитывать на быстрые успехи в Петербурге без мощного покровительства было нельзя, а серьезных связей в столице В. И. Остроградский не имел. Другое дело — гражданская служба, где тот же дядя П. А. Устимович, занимавший высокие посты, мог быть весьма полезен. Но для гражданской службы существенное значение имел университетский диплом; практически он сразу давал звание 12-го класса (низший класс по действовавшей тогда табели о рангах 14-й) и, что более важно, тот образовательный ценз, обладая которым можно было дойти до самых высоких чинов.

ХАРЬКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ И ГОРОД ХАРЬКОВ

Начало организации регулярного школьного образования в России относится к эпохе широких реформ Петра I. Именно в это время, в 1715 г., открыто первое светское высшее учебное заведение России — Морская академия, переименованная в 1752 г. в Морской кадетский корпус, а также принято решение о создании гимназии и университета при организуемой Академии наук. Впрочем, академический университет только в 1738 г. сделал первую попытку начать систематическое преподавание. Существовал он с трудом как из-за отсутствия достаточного числа студентов, так и из-за нежелания многих академиков-иностранцев тратить время на преподавание, и в 1783 г. был закрыт.

При Петре I было намечено учредить университеты также в Москве, Петербурге, Киеве и Астрахани. Однако в Москве университет был создан только в 1755 г. Своим открытием он всецело обязан М. В. Ломоносову. Основания для учреждения университета именно в Москве ясно сформулированы в проекте М. В. Ломоносова и графа И. И. Шувалова:

«1) великое число в ней (в Москве.— *Г.*, *П.*) живущих дворян и разночинцев (за дальностью имеющих многие препятствия к приезду в Петербург),

2) положение оной среди российского государства, куда из вокруг лежащих мест способнее приехать можно,

3) содержание всякого не стоит многого иждивения,

4) почти всякий имеет у себя родственников или знакомых, где себя квартирою и пищею содержать может,

5) великое число в Москве у помещиков на дорогом содержании учителей, из которых большая часть не только учить науки не могут, но и сами к тому никакого начала не имеют, и только чрез то младые лета учеников и лучшее время к учению пропадет» [17].

В 1783 г. в Петербурге была организована Учительская гимназия, а в 1798 г. Медико-хирургическая академия (теперь Военно-медицинская академия).

В указе Екатерины II от 29 января 1786 г. предписывалось приступить к составлению плана открытия гимназий и университетов и было сказано: «На первое время достаточно иметь три университета: во Пскове, Чернигове и Пензе». Но к осуществлению этого проекта даже не приступили, так как слишком свежи были в памяти события крестьянского восстания Пугачева, а перед глазами была

[17] Цит. по ст. «Университет» — Энциклопедический словарь Брокгауза и Эфрона, т. 34А, 1902, стр. 788—789.

революционная деятельность французских буржуазных просветителей. Однако предпринять некоторые меры для развития науки и высшего образования было необходимо. Образованные люди требовались в промышленности, армии и административном аппарате. При Александре I был введен составленный Сперанским указ об экзаменах на чин и запрещении производить в чины коллежского асессора и выше людей без университетского диплома или свидетельства о сдаче соответствующих экзаменов.

В первое десятилетие царствования Александра I были открыты четыре новых университета: в Казани, Харькове, Вильно (Вильнюсе) и Дерпте (Тарту).

Русский университетский устав 1804 г. исходил из положения об автономности университетов. Он предоставлял Совету университета право избирать всех должностных лиц: ректора, деканов, а также преподавателей; университет имел свой суд и даже полицию, свои издания он печатал без цензуры. Кроме того, университет руководил средними учебными заведениями своего учебного округа. В полной мере ни одному из русских университетов не довелось воспользоваться такими правами. Но пока действовал устав 1804 г., у каждого из них были большие возможности развиваться по-своему, сообразно с местными условиями. Имел свое лицо и Харьковский университет, в немалой мере повлиявший на развитие Харькова и, в свою очередь, во многом отразивший особенности города и примыкавшего к нему края.

Харьковский университет был открыт в 1805 г. Вдохновителем его создания был принадлежавший к местному дворянству большой ревнитель просвещения В. Н. Каразин. Он не только добился согласия Александра I на учреждение университета, но и сумел заставить раскошелиться довольно прижимистых местных богачей. Успех Каразина был, конечно, подготовлен всем ходом общественного развития. Любопытно, что еще в 1767 г. сумские дворяне в наказе своем депутату, направленному для работы в Комиссию для составления проекта нового уложения, предлагали устроить университет в своем городе. Предложение обосновывалось как пользой университета для ума, нравственности и церкви, так и тем, что уменьшаются расходы на воспитание детей, для небогатых помещиков весьма чувствительные. Последнее соображение приводил и Каразин в объяснительной записке к «Предначертанию о Харьковском университете»[18]. По этому «предначертанию» университет был задуман, говоря словами сына Каразина, «не как школа, по немецкому образцу устроенная, а как всеобъемлющее училище», состоящее из девяти отделений: общих познаний, приятных искусств, богословского, государственных познаний, военных познаний, врачебных познаний, гражданских искусств, отделения учености, изящных художеств. Замысел был таков, чтобы «Харьковский университет мог действовать на просвещение в пользу всего полуденного края России». (В Харьковский учебный округ первоначально входили губернии Слободско-Украинская, позже названная Харьковской, Орловская, Воронежская, Курская, Черниговская, Полтавская, Николаевская, Таврическая, Екатеринославская[19] и земли Донских и Черноморских казаков.) В первом уставе Харьковского университета было сказано, что «университет есть высшее ученое сословие, для преподавания наук учрежденное. В нем приуготовляется юношество для вступления в различные звания государственной службы».

Фактически университет начал работу, имея отделения нравственных и политических наук, словесных, физических и математических; несколько позже открылось четвертое отделение — медицинское. В первый год своего существования университет располагал 10-ю ординарными профессорами, одним экстраординарным, 8-ю адъюнктами, двумя лекторами (семь из преподавателей были русскими, остальные — иностранцы). Против штата ему не хватало 17 профессоров, четырех адъюнктов и лектора. Через десять лет, к 1815 г., количество преподавателей возросло до 32-х (поровну русских и иностранцев), до полного штата не хватало 12 преподавателей, из них девяти профессоров. Нелегко решалась проблема набора студентов: подготовленных для такого рода занятий юношей, например, окончивших гимназии, было слишком мало; чтобы известить всех, кто по своему сословному и имущественному положению мог тогда учиться в университете, при тогдашних средствах информации потребовались бы годы. Причем нужно было не только извещать, но во многих случаях убеждать и разъяснять (некий дворянин выхлопотал «высочайшее повеление» о принятии двух своих сыновей в

[18] Багалей. Опыт истории Харьковского университета, т. I. Харьков, 1894—1904, стр. 37.

[19] Екатеринослав — теперь Днепропетровск.

казеннокоштные студенты», а оказалось, что они умели только читать и писать). На первых порах через «Святейший правительствующий» синод провели постановление об откомандировании 30 учащихся старших классов (богословия и философии) духовных семинарий. Первый выпуск университета (1808 г.) состоял из 13 человек. Все первое десятилетие выпуски университета были скромны, тем не менее к 1815 г. насчитывалось уже около ста студентов, а в 1816 г. их было 122. За 1817 и 1818 гг. сведений нет, а в 1819—1821 гг. училось почти двести человек. Студенты недворянского происхождения, большей частью казеннокоштные, по окончании университета должны были шесть лет «состоять в ведомстве университета», т. е. поступить на службу по назначению. Но они, как правило, радовались любой должности, которая хотя бы относительно обеспечивала их материально.

Студенты-дворяне были преимущественно своекоштными и в общем настолько обеспеченными, что могли прожить без жалованья. Однако, по свидетельству современников, и они, а тем более их отцы, ценили университет не за образование, которое он давал, а за диплом, облегчавший получение чинов (не только гражданских, но и военных). Роммель в своих воспоминаниях отмечает, что «почти вся молодежь смотрела на занятия как на ступень к высшим чинам по службе, потому что всякий студент, счастливо выдержавший экзамен на кандидата, пользовался правами на 12-й класс, а магистры и доктора на 9-й и 8-й» [20].

Наш рассказ о среде, в которую попал Остроградский в Харькове, не может быть сколько-нибудь полон без сведений о городе и его постоянных обитателях.

Основанный в середине XVII в., Харьков первое столетие своего существования был полковым городом: административным и хозяйственным центром поселений, в которых жили казаки Харьковского Слободского полка. Во второй половине XVIII в. он становится губернским городом, одно время центром наместничества, местом пребывания генерал-губернатора и вместе с тем превращается в культурный и торговый центр для всей Слободской Украины. К выгоде Харькова было его расположение — через Харьков шли торговые пути, связывавшие юг России с ее цен-

[20] «Пять лет из истории Харьковского университета», стр. 52.

тральными областями. Город славился своими ярмарками, их устраивали по четыре в год, длились они две — три недели каждая и были многолюдны. Но постоянное население было немногочисленно: к началу XIX в. насчитывалось около 10 000 человек, к 1817 г.— около 13 000. Выглядел город довольно скромно. П. Сумароков оставил нам такое описание Харькова: «Улицы в нем неправильные, немощеные, грязные; хороших домов, исключая 2—3, не находится, а построения сделаны из мазанок, или из брусьев, и оный ни мало на великороссийский город не походит» [21].

К 1820 г. город несколько обстроился, в немалой мере благодаря основанию университета, но его благоустройство и санитарное состояние были на крайне низком уровне. Украшали Харьков только сады, которых было много и на окраинах и в центральной части города. Но, хотя для жителя Петербурга и Москвы Харьков был чуть не захолустьем, по составу населения он уже тогда был типичным губернским городом Российской империи начала XX в. Общество, в котором мог бывать по своему происхождению и имущественному положению молодой Остроградский, было дворянско-чиновничьим. О его культуре и нравах расскажем словами современника, к нему принадлежавшего и, несомненно, в известной мере его идеализирующего:

«Вообще о тогдашнем обществе можно сказать, что одни облачались в мистицизм, другие дышали сентиментальностью, ученые же вооружались латинскими поговорками; но все были усердными посетителями театра и каждый — своего круга знакомых, преимущественно по родству и соседству. Между прочим, вошли в употребление карты...

В обществе здешнем ученость была редкостью; начитанность, бывалость, натертость и здравомыслие, напротив, являлись почти общей принадлежностью высшего слоя. Екатерининский период большей частью переводной литературы оставил в здешних старинных библиотеках свои памятники наряду с патриотической поэзией и стихоманией. К ним присоединилась потом германская мистика и романтическая сентиментальность... Охотничьи книги и домашние лечебники были также принадлежностью библиотек, равно как хиромантия, гадательные книги, песен-

---

[21] «Досуги крымского судьи...», т. I, стр. 45.

ники и Курганова письмовник. Кроме того, не только в губернском, но даже в уездных обществах встречались люди, получавшие полное или неполное воспитание в Московском университете и в других столичных учебных заведениях или домашних от выписных иностранцев. Главною же школой было общество, не чуждавшееся ни духовенства, ни гарнизонных офицеров, ни людей без состояния и с участием принимавшее и ободрявшее молодых людей без воспитания, которые и научались в обществе. Вообще Харьков представлял тогда общество патриархальное, разделенное на родственные круги, в которых знатнейший — богатейший был покровителем своих родных и близких друзей» [22]. Это описание относится к 1800—1815 гг. Для 1815—1825 гг. тот же мемуарист находит другие краски: «Общество... платило еще дань мистицизму и сентиментальности и затмевало уже латинские поговорки ученых французскими фразами. Азартные игры еще свирепствовали, но уже украдкой. Моды, театр, литература, журналистика, масонские ложи, хозяйство, любовь. дружба, отечественная война, политика, Карамзин, Каразин, Сковорода, Московский и Харьковский университеты, Сионский Вестник, магнетизм, Жуковский и Пушкин были обыкновенными предметами беседы. На французском языке читались мужчинами — более Библия, а дамами романы, разумеется, и то, и другое в высшем обществе» [23].

СТУДЕНЧЕСКИЕ ГОДЫ ОСТРОГРАДСКОГО В ХАРЬКОВЕ (1816—1817)

Остроградский приехал в Харьков неполных 15 лет от роду — весной 1816 г. Для подготовки к поступлению в университет отец поместил его на квартиру к преподававшему в университете военные науки М. К. Робушу [24], за что

---

[22] Багалей и Миллер. История..., т. II, стр. 941.

[23] Там же.

[24] Робуш (род. 1780 г.) был воспитанником Харьковского университета (выпуск 1811 г.) и позже стал его профессором, читал студентам физико-математического факультета военные науки: артиллерию и фортификацию. Став профессором, Робуш продолжал брать на пансион к себе молодых людей. Историк Н. И. Костомаров, учившийся в Харькове в начале 30-х годов, пишет в своих воспоминаниях о нем, что «не столько профессор известен

расплачивался продуктами и деньгами. Это было в порядке вещей. «Нужно... помнить, что помещики были богаты тогда не столько деньгами, сколько естественными произведениями. Все хозяйство носило, так сказать, натуральный характер — было изобилие хлеба, излишки которого шли почти исключительно на винокурение. И вот все эти сельскохозяйственные продукты доставлялись на своих же подводах, своими крепостными людьми из ближайших окрестностей в Харьков теми помещиками, сыновья которых учились в университете, жили ли они на своих собственных квартирах, или имели помещение у каких-либо квартирных хозяев, например профессоров университета или частных лиц; все продукты постоянно доставлялись натурою к обоюдной выгоде хозяев и квартиронанимателей, тем более, что каждому помещику необходимо было побывать в Харькове для закупок нужных ему товаров и сбыта своих собственных. Уплачивали одну денежную плату только в тех случаях, когда родные студентов жили очень далеко от Харькова или в другой губернии. Прислуга в большинстве случаев у дворянских детей была не наемная, а своя крепостная» [25]. Приводимые ниже выдержки из сохранившихся писем Робуша [26] Василию Ивановичу Остроградскому подтвердят точность этого описания. 30 апреля 1816 г. Робуш писал:

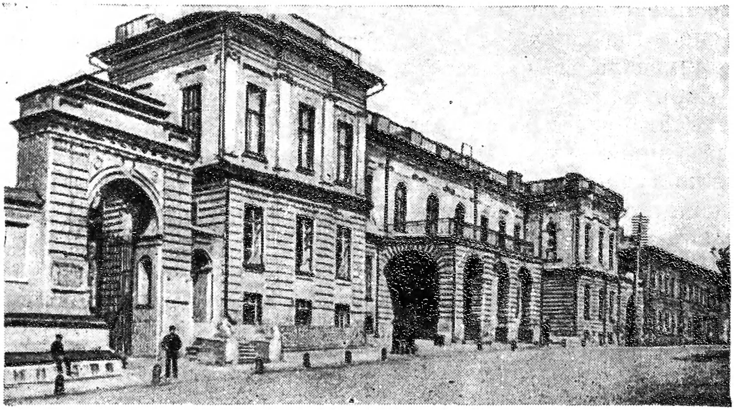
«Милостивый государь Василий Иванович.

Чувствительнейше благодарю Вас, что Вы, уважив мою просьбу, решили отправить ко мне даже нарочного, чтобы доставить 700 рублей, которых по условию я еще не имею права получить от Вас. Я оные получил и чувствую

был преподаванием, сколько своею педагогической деятельностью. Михаил Козьмич Робуш был содержателем одного из лучших тогда учебных заведений в Харькове — частного мужского пансиона, пользовавшегося правами гимназии». О Робуше мы знаем еще, что он произнес актовую речь «Взгляд на военные науки у древнейших и новейших народов» и издал три учебника: «Теорию арифметики» (Харьков, 1822); «Краткое руководство к познанию арифметики» (Харьков, 1831) и «Краткое руководство к познанию алгебры для благородных воспитанников» (его пансиона) (Харьков, 1833).

[25] Багалей. Опыт истории..., т. II, стр. 873.

[26] Это письмо и следующие, приведенные в настоящей главе, взяты из книги «Михаил Васильевич Остроградский. Педагогическое наследие. Документы о жизни и деятельности» (М., Физматгиз, 1961, стр. 359—362).



Харьковский университет времен Остроградского

в полной мере, каковы Ваши одолжения. Благодарю Вас, милостивый государь, также за искреннейшее поздравление. Все сие обязывает меня прилагать особенные старания к пользе и выгодам любезнейшего Вашего сына. Я не решился по сие время определить М. В. вольнослушателем в университет, раз — потому, что они не застали начало курса наук, и другое — потому, что два месяца перед экзаменом господа профессоры занимаются повторением своих лекций со студентами, дабы приготовить их к экзамену, и так я рассудил, чтобы М. В. единственно занимался у меня в доме; и с начала курса я непременно постараюсь определить их в университет вольнослушателем...

Желательно было бы, чтобы М. В. занялся хоть несколько рисованием, чтобы со временем мог красивее отделывать фортификационные и артиллерийские планы, я намерен договорить для сего особого учителя в надежде, что Вы меня за сие не попеняете».

Но юного Остроградского занимало не только поступление в университет — у него были вполне светские интересы, как видно из письма Робуша его отцу от 24 июля 1816 г.:

«Я полагаю, что искусство рисования полезно быть может для М. В., но для сего не нужно будет употреблять таких больших издержек, ибо вольнослушатели в университете имеют право ходить и в рисовательный класс, плата за сие в год не больше сорока рублей; равным образом и за танцевальный класс.

Занятия сии не могут лишить много времени, ибо предметы сии преподаются только по два раза в неделю. С начала университетского курса все сие я постараюсь как можно лучше устроить, и по сему напрасно М. В. Вас беспокоил о сем. Теперь всякий день я занимаюсь с М. В. фр. языком и фортификациею».

После зачисления Остроградского вольнослушателем (по официальным документам —21 августа 1816 г.) Робуш дал его отцу отчет и о летних занятиях, и о первых неделях студенческой жизни сына (письмо от 6 октября 1816 г.):

«Во время каникул я упражнял Михайла Васильевича французским языком, математикою и фортификациею, с первого сентября определил вольнослушателем в университете.

Михайло Васильевич посещает прилежно словесные и математические науки, в доме же занимается повторением оных и ведет себя скромно и благородно.

Насчет зимней одежды Михайлу Васильевичу нужно только зимний сюртук.

Благодарю Вас чувствительнейше, милостивый государь, за провизию, мне присланную.

Вы меня всегда одолжаете, и я никогда не перестану чувствовать к Вам мою благодарность и оказывать оную в лице Михайла Васильевича».

В следующем из дошедших до нас писем подведены итоги первого учебного года Остроградского в Харькове:

«Приятно для меня проститься на время с любезнейшим сыном Вашим, зная совершенно, что он в течение сего года приобрел весьма хорошие успехи в науках — он держал в университет экзамен: в математике, в военных науках, в российской словесности, в истории и географии и еще в некоторых предметах, на всех ответах получил весьма хорошее одобрение, вследствие чего г-н ректор университета сказал мне, что он будет произведен к 30-му числу августа в студенты университета...

Начало курсов в университете 17-го числа августа, на которое число буду ожидать любезнейшего М. В.

А. Ф. Павловский

(неразборчиво), на будущее время быть ему полезным насчет успеть в сем году...

Милостивый государь, Ваш покорный слуга Михайло Робуш.

За присланную провизию чувствительно Вас благодарю».

Наконец, в письме от 7 ноября 1817 г. мы имеем сведения о первых месяцах занятий Остроградского в качестве полноправного студента (зачислен таковым 27 августа 1817 г.):

«Прошу извинить меня, что так редко пишу к Вам, будучи озабочен делами моими. Давно располагал я известить Вас, что М. В. у нас примерный студент в университете, ведет себя весьма скромно и беспрестанно занимается науками и с большим успехом».

Сохранились и некоторые письма самого Остроградского к родным, относящиеся к тому же периоду. В них он сообщал городские новости (например: «Теперь у нас часто бывают собрания, балы и свадьбы, театр же, я думаю, скоро расстроится: лучшие актеры уехали в Полтаву, а теперь их места заняли погребщики трактирщики; лучшего тону публика уже не бывает в театрах».— Письмо от 6 февраля 1817 г.), просил денег на экипировку, ссылаясь на то, что бывает «в собраниях или где-нибудь в гостях», и на книги.

Если полностью доверять Робушу, Остроградский чуть не целиком был поглощен занятиями. В эти оптимистические сообщения поправку вносят не только упомянутые письма самого Остроградского. По дошедшим до нас воспоминаниям, он в то время еще мечтал о военной службе, не сочувствовал своей гражданской карьере и учился без увлечения. Он готов был расстаться с мыслью о блестящем мундире гвардейца и помириться с положением гусара или артиллериста, но отец был непреклонен. Тогда юноша стал просить родителей об определении его в кременчугский пехотный полк, но и на эту просьбу последовал категорический отказ. Пришлось продолжать университетское образование. Естественно, что при таких стремлениях Остроградский первые полтора года в университете занимался недостаточно. Сказывалось, несомненно, и общее умонастроение студенческой среды, в которую он попал, где университет рассматривался только как переходный этап и подсобное средство для военной или гражданской службы. Можно поручиться, что о научной карьере 16-летний Остроградский не помышлял. Перелом наступил примерно к началу 1818 г. Остроградский переехал тогда на квартиру преподавателя математики университета Андрея Федоровича Павловского, под руководством которого, а также Т. Ф. Осиповского он начал знакомиться с высшей математикой. Это решительным образом изменило направление его интересов. Надо думать, что на Остроградского влияла обстановка на факультете, общий дух преподавания, во всяком случае преподавания математических дисциплин. Вряд ли дело сводилось лишь к тому, что Остроградский обнаружил в себе большие способности и что он был замечен и отмечен своими учителями. Осиповский и Павловский не только помогали ему учиться и направляли его занятия — они, очевидно, сумели увлечь его наукой, сделать для него занятия наукой смыслом жизни. Этого бы они не достигли, если бы не смогли изменить весь строй мыслей даровитого юноши и заставить его отказаться от стремлений, внушенных ему его воспитанием и средой. В описываемую нами пору Остроградский отказывается от прежних планов и посвящает себя служению новым целям, новым идеалам.

С учителями Остроградского следует познакомиться поближе.

УЧИТЕЛЬ ОСТРОГРАДСКОГО ТИМОФЕЙ ФЕДОРОВИЧ ОСИПОВСКИЙ

Осиповский Тимофей Федорович родился 2 февраля (22 января) 1765 г. во Владимирской губернии в семье священнослужителя. Учился он во Владимирской духовной семинарии, откуда в числе 150 лучших учеников духовных семинарий и академий был переведен в 1783 г. в Учительскую гимназию в Петербурге для подготовки к занятию учительской должности. Осиповский с увлечением готовился к преподавательской деятельности в течение трех лет, «занимаясь наиболее физико-математическими науками» и «будучи отличнейшим студентом по этой части», как впоследствии он писал в автобиографической записке, составленной в 1819 г.

После получения в 1786 г. диплома Осиповский был назначен учителем физико-математических наук и русской словесности в Московское главное народное училище, где проработал до 1800 г. Этот период заполнен напряженными творческими исканиями в области педагогического искусства. Его педагогические способности были замечены, и он систематически стал получать от Комиссии по делам народных училищ рукописи математических книг для народных училищ с целью просмотра и рецензирования. В то же время он начал подготовку собственного курса элементарной математики, включающего арифметику, алгебру и тригонометрию. В 1801 г. был напечатан второй том его «Курса математики», а в 1802 г.— первый. Тогда же он начал работать над третьим томом, посвященным изложению анализа бесконечно малых, но этот том вышел только в 1823 г.

В 1800 г. Осиповский был переведен в Петербург профессором той гимназии, в которой он сам учился. Но работать ему здесь пришлось недолго, так как уже в следующем году он получил приглашение занять кафедру математики во вновь организующемся Харьковском университете, куда и переехал в 1803 г. Вскоре Осиповский завоевал глубокое уважение своих товарищей по работе и, начиная с 1813 г., в течение семи лет подряд избирался советом университета на пост ректора.

Осиповский приехал в Харьков не только как опытный и широко эрудированный преподаватель, у него была выработана система взглядов на науку, свое мировоззрение ученого. Нам трудно судить, за неимением материалов, о том, как оно складывалось, но несомненно, что Осиповский был представителем материалистических традиций русской науки, идущих от М. В. Ломоносова. Ярким изложением взглядов Осиповского является его речь «Рассуждение о пользе науки» [27]. Осиповский говорит здесь о геометрии (в данном контексте — равнозначно математике), что она «учительница точности, приготовляет рассудок наш к глубоким исследованиям природы», а также подчеркивает ее воспитательное значение: «Ничто так нашего рассудка, его обширности, его проницательности, его верности испытать не может и ничто такого упражнения всем силам его дать не в состоянии, как геометрия»; о физике, которая, «исследывая свойства тел, нас окружающих, открывает силы и законы природы», «можно сказать, что через нее становимся мы повелителями природы». «Механика, заимствуя свой свет от физики и глубокое проницание от геометрии, подвергает силы природы своим вычислениям и снабжает нас различными орудиями к произведению таких действий, как бы без нее нимало не соразмерены были с естественными нашими силами». Все это показывает, как высоко ставил Осиповский точное естествознание и как он оценивал значение математических методов для познания природы. Дальше в той же речи Осиповский подчеркивает, что великий Невтон «первый сделал удачное приложение геометрии к физике; наилучшие геометры, последуя ему, истощали на сие все свои тонкости, и теперь великая часть явлений подведена под выкладку так, что по данным силам самое явление и по данному явлению всегда силы определить можно». Сопоставим с этими тезисами утверждение Осиповского в той же речи, что глубокими геометрическими

[27] «Торжество Московского главного народного училища 28 октября 1795 г.». М., 1795, стр. 9—12.

Т. Ф. Осиповский

исследованиями знаменитые ученые «толико распространили пределы геометрии... что едва ли что важное к ней впредь прибавить можно», его характеристики химии и астрономии, и мы убедимся, что этот широко эрудированный ученый был математиком того же склада, тех же убеждений, что и его знаменитые современники Лаплас и Фурье, как многие другие большие и малые представители собственно не математики, а математической физики, точнее — математического естествознания своего времени. Они не были «чистыми математиками» — их целью было исследование природы с применением математических методов. Методы эти надо было оттачивать и совершенствовать, но вместе с тем господствовало убеждение, что основные открытия в математике уже сделаны, раз создан анализ бесконечно малых — вполне адекватное средство для описания естественных процессов.

То же научное credo сформулировал, в сущности, уже Лейбниц. В 1691 г. он писал одному из своих корреспондентов, что хотел бы, чтобы еще в этом веке был доведен до завершения анализ чисел и линий, по крайней мере в главном, чтобы избавить от этой заботы человеческий род и направить всю проницательность человеческого разума к физике. С дистанции двух столетий отчетливо видна историческая ограниченность этих взглядов. Но надо помнить, что это были воззрения и идеалы передовой науки своего времени, стихийно материалистической и самоотверженно трудившейся для будущего, понимавшей свое просветительское значение для настоящего, преисполненной сознания своего гражданского долга. Вот какие слова находит Осиповский для прославления науки и просвещения:

«Но оставя сии выгоды, каждой науке собственные, просвещение и отвлеченно взятое множество выгод для общества с собою приносит. Кто, носящий справедливое имя просвещенного, не заметил сам на себе и на других, что просвещение вливает в сердца наши истинную любовь и ревность к отечеству, научает познавать истинную честь и прямую добродетель и чрез то делает нас благороднее, человеколюбивее и справедливее? Присовокупим к сему еще истребление суеверия и предрассудков, посрамляющих разум человеческий и часто противящихся деяниям здравого рассудка, клонящимся к пользе целого общества. Присовокупим уменьшение праздных членов общества, ибо человек, привыкший с малых лет чем-либо полезным заниматься, привычку сию навсегда при себе удерживает; и множество других польз».

Наиболее ярко и убежденно Осиповский высказал свои взгляды на природу математических знаний в двух речах, прочитанных им на торжественных собраниях университета,— «О пространстве и времени» (30 августа 1807 г.) [28] и «О динамической системе Канта» (30 августа 1813 г.) [29]. Обе эти речи были направлены против модной тогда философской системы Канта, против его идеи существования

[28] В кн.: «Речи, говоренные в торжественном собрании имп. Харьковского университета, бывшем 30 августа 1807 г.». Харьков, 1807, стр. 3—15.

[29] В кн.: «Речи, произнесенные в торжественном собрании имп. Харьковского университета, бывшем 30 августа 1813 г.». Харьков, 1813, стр. 3—16.

априорных знаний. Осиповский резко критиковал философскую систему Канта, так же как и многочисленные другие современные ему идеалистические философские системы. Приведем подлинные слова, которыми начиналась речь Осиповского, произнесенная им в 1813 г.:

«Если прочтем изложение мнений и учений древних греческих философов, то увидим, что нравственные и математические их суждения были вообще хороши, но суждения их о разных явлениях природы большею частью странны и даже смешны. От чего же сие происходило? От того, что они искали всех познаний единственно почти в самих себе... В оных древних философиях находится множество неосновательных заключений, из коих некоторые перешли и в европейские училища и преподаваемы были в оных как законы... Но с недавнего времени дух древних философов опять начал возникать в Германии; опять начали умствовать о природе a priori, и опять начали появляться системы одна страннее другой» [30].

Резко возражая против кантовского учения об априорности наших сведений о пространстве и времени, Осиповский говорил в речи 1807 г., что «пространство и время суть условия бытия вещей в самой природе и в них самих, а не в нашем только образе чувствования существующие». Согласно Осиповскому, время должно рассматривать не «как нечто существующее само по себе, но как необходимое произведение последовательного бытия вещей». «Что принадлежит до пространства, то мое суждение об нем таково: понятие об нем производится по впечатлениям, происходящим от него посредством наружных наших чувств на наши внутренние чувства». Истинность геометрии Евклида проверяется не тем, что ее законы доопытно заложены в нашем сознании, так как «в сем случае все синтетические сопряжения идей относительно к пространству и математике предлагаемые и доказываемые были бы чистые химеры, внутри только нашей головы невольным, но бессвяз-

---

[30] Нельзя согласиться с оценкой, которую давал Т. Ф. Осиповский всей греческой философии. Эта оценка в высшей степени односторонняя. Нельзя также связывать кантовское учение об априорных знаниях с возрождением античных взглядов. Мы привели эту цитату с целью подчеркнуть то обстоятельство, что Осиповский был яростным врагом всякой философской системы, которая допускала мысль о возможности приобретения познания окружающего нас мира без обращения к опыту.

ным образом происходящие, и никакого отношения к вещам не имеющие, а по сему и ни к какому приложению к оным неспособные...». Истинность геометрии подтверждается тем, что «истины в оных элементах предлагаемые согласны с тем, что действительно в вещах усматривается».

В речи 1813 г. Осиповский высказал свою точку зрения на пути разыскания законов природы. Законы явлений природы дóлжно выводить не из самих себя, а из рассмотрениях этих явлений «в разные времена, в разных видах, в разных отношениях к другим явлениям, имеющим действительное или видимое только влияние на оное». В той же речи он обращается к слушателям и говорит:

«Ежели вы слышите или читаете, что философ природы постановляет a priori какой-либо закон ее, то буде он не доказывает его с математическою строгостью, не полагайтесь на слова сего философа с искреннею к нему доверенностью, как бы сей закон ни обворожал воображение, но испытуйте прежде его на оселке строгости математической и тогда только считайте его вероятным, когда он выдержит сию пробу».

Интересно отметить, что взгляды Осиповского на процесс образования основных понятий, исходных предпосылок естественно-научных, а также математических теорий не противоречат тем, которые приняты нами и так ярко выражены В. И. Лениным в его «Философских тетрадях»:

«...практическая деятельность человека миллиарды раз должна была приводить сознание человека к повторению разных логических фигур, дабы эти фигуры могли получить значение аксиом» [31].

Добавим, что вряд ли можно сомневаться в том, что взгляды Осиповского оказали влияние на формирование мировоззрения нашего великого геометра Н. И. Лобачевского. Направленные против Канта речи Осиповского были напечатаны в изданиях, поступивших и в библиотеку Казанского университета. При наличии у Лобачевского интереса (отнюдь не дружественного) к философии Канта он, несомненно, обратил внимание на выступления Осиповского. Некоторые формулировки у Лобачевского, многие под-

[31] В. И. Ленин. Философские тетради. 1947, стр. 164.

ходы и точки зрения близки к тому, что находим у Осиповского [32].

Красноречивый защитник своих взглядов, превосходный педагог и знаток своего предмета, Осиповский производил сильное впечатление и как человек, как характер. В воспоминаниях одного из харьковских студентов того времени (Розальона-Сошальского) читаем, что он пользовался глубочайшим уважением студентов и всего общества как преподаватель и человек. «В высшей степени мягкий и добрый Осиповский по своим нравственным качествам — так все на него смотрели — был совершенство, насколько может человек достигать его» [33]. А вот как его характеризует другой воспитанник Харьковского университета: «Т. Ф. Осиповский роста хорошего, одевался просто, но прилично. Известный в свое время математик, он кроме математики и физики обладал многосторонними сведениями и был неутомимо трудолюбив. Осиповский всегда и со всеми в обращении был ровен, никогда не выходил из себя, любил говорить положительно, выражаться точно, для чего иногда говоря останавливался и поправлял сказанную им фразу; редко говорил или защищал что-нибудь с жаром, энергически, но просто, равнодушно и настойчиво. Он не любил мистиков, которые брали на себя объяснить необъяснимое... Тимофей Федорович имел обширную и твердую память, не любил тщеславиться и высказывать себя...» [34].

Многолетний попечитель Харьковского университета Потоцкий, представляя Осиповского к ордену, писал о нем в тоне, весьма отличном от стандартных восхвалений в такого рода реляциях: «Профессор этот есть один из тех членов университета, кои при рачительном преподавании лекций стараются быть полезными университету и по всем другим частям, относящимся до его благоустройства и усовершенствования: занимая с самого открытия университета многотрудную должность непременного заседателя, он в особенности содействовал в успешнейшем производстве училищных дел и в хозяйственном сбережении университетских сумм, особому надзиранию его вверенных. При беспрерывных занятиях по этому званию и по должности

[32] Ср.: И. И. Кравец. Т. Ф. Осиповский. М., 1955, стр. 90—91.
[33] Багалей. Опыт истории..., т. I, стр. 962.
[34] Там же, стр. 962—963.

профессора, которую он всегда исполнял без малейшего опущения, он занимался также изданием учебных книг, из коих некоторые, как известно, служат в настоящее время единственным руководством к преподаванию в наших гимназиях» [35].

Деятельность Осиповского имела особое значение для физико-математического факультета (официальное название по уставу 1804 г.— отделение физических и математических наук; название «факультет» узаконено лишь в 1850 г.). Факультет должны были составлять девять кафедр: теоретической и опытной физики; чистой математики; прикладной математики; астрономии; химии и металлургии; естественной истории и ботаники; сельского домоводства; технологии и наук, относящихся к торговле и фабрикам; военных наук; к ним была присоединена еще и кафедра архитектуры. Далеко не сразу удалось наладить работу всех этих кафедр. Например, кафедра технологии была замещена в 1805—1811 г. мало в чем преуспевшим адъюнктом Шмерфельдом и затем оставалась вакантной до 1820 г., а кафедру сельского хозяйства занял в 1811 г. Нельдехен, о котором Роммель пишет, что он «приехал из Берлина, ничего не ведая о почве Украины, с первых же лекций возбудил смех студентов своим учением об удобрении навозом»; студенты на лекции Нельдехена не ходили, и к 1818 г. эта кафедра тоже оказалась вакантной (до 1842 г.!). Кафедру естественной истории с 1805 г. до своей смерти в 1826 г. занимал ботаник Делавинь, русским языком не владевший (читал лекции на латинском и французском языках) и не оставившей после себя серьезных научных трудов. Лучше обстояло дело на кафедрах физики и химии. Первоначально их занимали незаурядные профессора: Стойкович (физик) и Гизе (химик), приглашенный из Германии; они же подготовили себе преемников: первый — В. С. Комлишинского, который читал в университете в 1813—1841 гг., второй — И. И. Сухомлинова, с 1816 по 1836 г. ведшего курс химии. Комлишинский и Сухомлинов были добросовестными преподавателями, но увлечь студентов своим предметом вряд ли могли, так как вели занятия, по отзывам современников, «по книжному» [36].

[35] Б а г а л е й. Опыт истории..., т. I, стр. 963.

[36] Хотя, например, в «Обозрении публичного преподавания наук в императорском Харьковском университете, по определению Совета, имеющего происходить от 17 августа 1833 по 30 ию-

Понятно, что в таких условиях «лицо факультета» определялось деятельностью Осиповского, который многие годы выносил на себе тяжесть преподавания почти всех дисциплин, находившихся в ведении трех кафедр: чистой математики, прикладной математики и астрономии. При открытии университета Осиповский занял кафедру чистой математики, а фактически и прикладной, так как последняя кафедра оставалась незамещенной, как и кафедра астрономии, до 1808 г. Неся большие административные обязанности «в канцеляриях, составленных из людей, не умевших написать порядочно строки, первые годы Осиповский читал лекции по 10 часов в неделю»[37]. Но постепенно передавал чтение отдельных курсов своим ученикам: элементарную и часть высшей математики — А. Ф. Павловскому (с 1810 г.), механику — Н. М. Архангельскому (с 1813 г.), низшую чистую математику, «без жалования», М. А. Байкову (с 1819 г.).

А. Ф. Павловский (1788—1857) учился в Харьковском университете в 1806—1809 гг., успешно его окончил и был оставлен при нем в качестве преподавателя. В 1813 г. получил степень магистра, до 1819 г.— адъюнкт, затем экстраординарный, с 1826 г.— ординарный профессор университета, где он читал лекции, первые годы по курсу Осиповского, потом, до ухода в отставку в 1849 г., «по собственным запискам». Напечатал он только «Таблицы логарифмов. По изданию Коллета» (Харьков, 1820), где ему принадлежат, собственно, лишь перевод объяснительной части и небольшое «предуведомление», и «О вероятности — Рассуждение»[38]. Известно также, что в 1826 г. он представил в «Общество наук» при Харьковском университете сочинение «Об определении произвольных функций, входящих в состав интегралов уравнений в частных

....

ня 1834 г.», сообщается, что «Василий Сергеевич Комлишинский, статский советник, физико-математических наук доктор ...будет преподавать по собственным запискам... прикладную физику четыре раза в неделю», а «Иван Иванович Сухомлинов, коллежский советник, изящных наук магистр и философии доктор ...будет преподавать по собственным запискам: 1) общую химию... пять раз в неделю; 2) химическую теорию и стехиометрию... один раз; 3) технологию, преимущественно общую, ...два раза в неделю» (стр. 5).

[37] Из заявления Осиповского Совету университета от 7 мая 1819 г.— Б а г а л е й. Опыт истории..., т. I, стр. 963.

[38] В кн.: «Речи, произнесенные на торжественном собрании университета 30 августа 1821 г.». Харьков, 1821, стр. 3—28.

дифференциалах» и сделал там доклады «Об алгебраических кривых» и «О некоторых кривых линиях». Очевидно, творческим ученым Павловский не был, но наукой он был увлечен искренне, преподаватель был отличный. Знавший его в начале 30-х годов Костомаров в своих воспоминаниях пишет: «Проф. Павловский умел поддержать честь своего наставника (т. е. Осиповского.— *Г.*, *П.*), и хотя неизвестен учеными трудами, но был большой знаток своего дела, всецело преданный своей науке. Студенты отзывались о нем, как о лучшем из числа преподавателей физико-математического факультета. С ловкостью артиста владел Павловский математическими фигурами и вычислениями и с неуловимою быстротою исписывал ими то ту, то другую доску в своей аудитории. Студенты едва успевали следить за ним».

Николай Михеевич Архангельский (1787—1857) учился в Харьковском университете в 1804—1807 гг., затем преподавал в гимназиях, но в 1810 г. вернулся в университет, в 1811 г. получил звание магистра, в 1811—1813 гг. совершенствовался в Петербурге у академика Гурьева, отпустившего его с хорошей аттестацией. С 1814 по 1817 г. он преподавал в университете механику в качестве адъюнкта, с 1818 г. он — экстраординарный профессор, в 1826 г. произведен в ординарные профессора. До 1820 г. Архангельский проявлял известную активность в науке — издал несколько переведенных им книг по математике и механике, написал «Опыт об основании математической теории жидких тел по началам пределов», «Рассуждение об единообразном течении воды в реках и открытых каналах» (не напечатаны), напечатал актовую речь «О точных науках» [39]. После 1820 г. Архангельский ничего не напечатал и, видимо, ничего не готовил к печати. Можно полагать, что еще раньше он растерял свой научный энтузиазм и начал опускаться как преподаватель и человек. В последние годы работы Осиповского в Харькове (т. е. в студенческие годы Остроградского) Архангельский не имел успеха как преподаватель. Свой курс механики он читал без всяких отступлений от переведенного им руководства Франкера. В 1819 г., давая объяснения правлению университета о ходе своего преподавания, он признавал, что его «слушатели всегда почти уходят из класса вслед за г. ректором (т. е. за

[39] «Речи, произнесенные на торжественном собрании университета 30 августа 1816 г.». Харьков, 1816.

Осиповским.— *Г.*, *П.*) (после которого следует мне преподавать в том же классе тем же студентам), когда только не успею встретиться с ними в дверях аудитории». В 1820 г. Архангельский жаловался правлению на студентов. Он упоминает троих, которые часто не являлись к нему: «Студенты же Остроградский, Лукашевич и Кирдановский, хотя и показывались на моих лекциях, но очень редко...»

Из воспоминаний Костомарова мы тоже узнаем, что «К лекциям Архангельского студенты относились с полнейшим пренебрежением, как бесполезным для них, сколько в научном отношении, столько же и в практическом их применении» [40]. Но и Архангельский в первые годы работы в университете мог отстаивать и пропагандировать значение науки. Его актовую речь «О точных науках» Багалей справедливо характеризует как со знанием дела и талантом написанное слово в защиту важности точных, т. е. математических, наук. Кстати, в этой речи, свидетельствующей о широкой эрудиции автора, указано и на то, что «поэзия не убивается точными науками», чему примером великий Ломоносов.

Матвей Андреевич Байков (1800—1849) был только на год старше Остроградского. Он учился в университете в 1816—1819 гг., читал элементарные разделы математики, позже добавил к ним только практическую геометрию и конические сечения. Уже в 1832 г. он уволился и перешел в Петербург директором Земледельческого училища.

Таким образом, в полном соответствии с фактами следует сказать, что все обучение физико-математическому циклу наук было поставлено, налажено и осуществлялось Осиповским сначала почти единолично, затем с помощью Павловского и, в известной мере, Архангельского.

Первые десять лет работы Осиповского в Харькове протекали при сравнительно благоприятных условиях. Но в 1813 г. наступил мрачный период аракчеевской реакции, который сильно сказался на университетской жизни. Изменились условия работы и в Харькове: усиленно стал насаждаться «дух религии, коим должны начинаться все предметы учености». Эти взгляды были глубоко отличны от воззрений Осиповского и он, последовательно придерживаясь своих рационалистических убеждений, неизбежно

[40] «Литературное наследие Н. И. Костомарова», гл. II, СПб., 1890.

должен был прийти в конфликт с реакционной частью профессуры и с вышестоящим начальством [41].

Осиповский не скрывал своих убеждений, он их излагал в публичных речах, отзывах на работы, в кратких репликах по поводу направления преподавания отдельных профессоров. Речи, произносимые на торжественных собраниях университета, печатались и становились известными широким кругам интеллигенции. Студенты ценили суждения Осиповского и делали из них практические выводы. Недаром позднее, в 1820 г., в доносе на Осиповского, написанном профессором философии Дудровичем, говорилось: «...сей-то рассудок г. ректора является причиною, что ни один почти из обучающихся в Харьковском университете по части математики студентов, коих он глава... не ходит ни на богопознание и христианское учение, ни на лекции мои по части философии».

Но не только в торжественных речах высказывал Осиповский свои философские взгляды — он это делал при каждом подходящем случае, не боясь затронуть чье бы то ни было самолюбие, не боясь испортить свою служебную карьеру и отношения с людьми. Интересно привести несколько его высказываний, касающихся различных лиц и сделанных в различных условиях.

На заседании ученого совета университета 19 декабря 1819 г. в связи с рассмотрением письменных ответов преподавателя Дудровича, представленных им с целью получения знания ординарного профессора, Осиповский сказал: «В них изложено только состояние новой германской философии, которая, со времени Канта, отняв у разума естественное основание понимания, не оставила разуму ничего, кроме произведения одних фантазий; что же до предлагаемой в особенности им Шеллинговой философии, то она-то и есть фантазия по преимуществу» [42].

[41] В обширном исследовании «Физико-математический факультет Харьковского университета за первые сто лет его существования» (под ред. проф. И. П. Осипова и проф. Д. И. Багалея, Харьков, 1908) имеется такая фраза: «К невыгоде для себя и к пользе для университета ему (Осиповскому.— *Г., П.*) пришлось действовать главным образом во второе десятилетие жизни Харьковского университета,— в эпоху реакции, от которой он старался охранять университет, но которая в конце концов сокрушила и его».

[42] Н. А. Лавровский. Василий Назарьевич Каразин и открытие Харьковского университета.— «Журн. мин. нар. просв.», 1872, № 159, январь и февраль, стр. 208—209.

В отзыве на предложенную Харьковскому университету профессором Шадом рукопись «Логика» Осиповский писал: «Каждый из философов немецких, как будто для хвастовства, отличался от прочих большим или меньшим количеством странностей в мыслях, но каждый отличался своими странностями, а наш философ, приняв под свой покров странности всех, прибавил к ним еще столько же своих» [43].

На одном из экзаменов по философии профессор Дудрович задал студенту следующий вопрос: «Что вы знаете об эккартсгаузеновских таинствах чисел?»[44] Присутствовавший при этом Осиповский заявил с раздражением: «Я не знаю никаких таинств в числах».

В своем доносе на Осиповского Дудрович писал, что Осиповский публично в заседании училищного комитета называл министра духовных дел и народного просвещения[45] «невеждою, не читавшим ничего другого кроме Библии».

Несомненно, что вольнодумца, высказывавшего столь откровенно свои суждения, не могли держать ни на посту ректора, ни на посту профессора университета. Для увольнения нужен был только повод. Этим поводом послужило заявление Осиповского с просьбой передать занимаемую им кафедру математики Павловскому, а ему предоставить кафедру астрономии, которой он тогда занимался. Попечитель утвердил освобождение Осиповского от кафедры математики, но не утвердил его на кафедре астрономии, а в октябре 1820 г. и вовсе уволил в отставку.

Мало того, Осиповского лишили средств к существованию, задержав выдачу полагающейся ему пенсии. Отстранение от работы и последующее преследование не сломили гордого, не привыкшего пресмыкаться перед сильными мира сего Осиповского.

Сохранилось его прошение в совет Харьковского университета, полное горькой иронии, нескрываемой насмешки над существующими порядками. Этот документ представ-

[43] Г. С. Чириков. Тимофей Федорович Осиповский — ректор Харьковского университета.— «Русская старина», 1876, т. 17, стр. 469.

[44] Карл Эккартсгаузен (1752—1803) — немецкий писатель-мистик.

[45] Министром духовных дел и народного просвещения был в то время известный мистик и реакционер князь А. Н. Голицын.

ляет большой интерес, и потому мы приводим его полностью[46].

«В прошлом месяце подавал я в правление университета прошение следующего содержания: покорнейше прошу правление университета выдать мне паспорт для свободного проживания с семейством моим, где пожелаю. Нужно мне получить также послужной список, но не встретит ли правление затруднения, как показать в нем об изгнании моем из университета? ибо надобно показать и причину сего изгнания, которая может быть правлению не совсем известна. Заключая из некоторых бумаг, мною из университета и от г. министра полученных, надлежит, кажется, написать вообще: по представлениям г. попечителя и последовавшему на оные предписанию г. министра духовных дел и народного просвещения выгнан я из университета без всякого вида, как невежда и негодяй, который не мог быть терпим в оном, ноября 1-го дня 1820 года, а потом, через полтора года, а именно 16 апреля 1822 года, по вынужденному докладу г. министра духовных дел и народного просвещения Высочайше уволен от университета с названием заслуженного профессора и с полным пансионом. Впрочем, может быть, университетское начальство желало бы поместить подробно причины, побудившие его к изгнанию моему, а потому прошу правление войти с представлением к начальству и, какие будут сказаны причины, приписать их в моем послужном списке. Сие мое прошение, якобы по причине укорительных слов на счет начальства, возвращено мне с надписью; я перечитал оное, чтобы увидеть, не написал ли я действительно чего-нибудь укорительного для начальства, но не нашел ни одного такого слова; слова невежда, негодяй, нетерпимый, нимало не относятся к начальству, а принадлежат единственно ко мне; кроме же сих слов, ко мне только относящихся, я в прошении моем не сказал ничего такого, что бы показывало мою жалобу на начальство, да и не идет жаловаться на начальство правлению. Может быть, не понравилось правлению мое выражение — по вынужденному докладу, то, хотя оно и справедливо, но можно было бы написать просто по докладу. А что и я оными словами: невежда, негодяй, нетер-

[46] Это прошение было доложено совету Харьковского университета 11 апреля 1823 г.; полностью напечатано в статье Н. Щелкова «Из истории Харьковского университета».— «Журн. мин. нар. просв.», 1890, № 271, октябрь, стр. 382—383.

пимый, нимало не оскорбляюсь, тому служит залогом, что я в последние годы моего существования при университете привык к таковым о мне суждениям: например, профессор Дудрович при студентских экзаменах, по случаю отзыва моего об эккартсгаузеновских таинствах чисел, что «я не знаю никаких таинств в числах»,— сказал мне: еще математиком себя считаешь, а и чисел не знаешь! А профессор Паулович, в заседании совета, при рассуждении о выдаче студентам аттестатов, назвал меня мошенником; но я не обиделся ими и не обижаюсь, зная, что так говорено было о мне по мнению других, коим предоставлено безусловное право судить о прочих. Впрочем, я в оном прошении не настоял, чтобы в послужном моем списке так было написано, как я прописал в прошении, но просил, буде правление усомнится, представить о том, как написать, начальству; но я не знаю, для чего правление не вошло о сем с представлением. Чего не сделало правление, о том я прошу совет университета; но покорнейше прошу не замедлить с присылкой паспорта и послужного списка, ибо они мне очень нужны.»

Последние 12 лет жизни Т. Ф. Осиповский провел в Москве в тяжелых материальных условиях.

Умер он 24 (12) июля 1832 г.

СТУДЕНЧЕСКИЕ ГОДЫ ОСТРОГРАДСКОГО В ХАРЬКОВЕ (1818—1821)

Заметив в Остроградском математические способности, Павловский стал уделять ему особое внимание. Беседы с ним пробудили в юноше интерес к науке, и он с увлечением стал ею заниматься. Уже через два месяца Остроградский поражал своего наставника и воспитателя успехами. Он на лету схватывал прочитанное и подмечал промахи и ошибки в изложении. Павловский, который приобретал знания напряженным трудом и усидчивостью, не мог не заметить различие между собой и своим учеником — и еще больше внимания уделял Остроградскому. Можно не сомневаться в том, что с этого времени Остроградский стал хорошо известен и Осиповскому, курсы которого он тогда же начал слушать. Увлечение занятиями не замедлило сказаться: в том же 1818 г. Остроградский, которому едва исполнилось семнадцать лет, сдал экзамены за трехлетний курс университета и получил аттестат, в котором заодно записаны и все его (формальные) перемещения по ступенькам служебной лестницы.

«Дан сей из правления императорского Харьковского университета за нижеявствующим подписанием и приложением казенной печати своекоштному студенту коллежскому регистратору Михайле Васильеву сыну Остроградскому в том, что он, как из представленного в сие правление о службе его формулярного списка значит, из дворян, в службу вступил первоначально в канцелярию полтавского гражданского губернатора 1809 г. августа 30 дня, где награжден губернским регистратором 1810 г. генваря 28-го, из оной уволен 1812 г. сентября 10 дня и в ведомство Почтового департамента в Роменскую городовую почтовую контору в число канцелярских служителей определен того ж 1812 года октября 31 дня, в Полтавскую губернскую почтовую контору в число таковых ж 1813 г. июня 14 дня, где по представлению награжден коллежским регистратором того ж 1813 г. декабря 31 дня, из оной конторы уволен 1815 г. марта 1 дня. После того по желанию его, изъясненному в прошении, принят в сей университет в число вольнослушающих лекции прошлого 1816 года августа 21 дня, произведен студентом 1817 года августа 27 дня, в каковом звании, находясь по нижеписанное число, обучался следующим наукам: алгебре и тригонометрии, криволинейной геометрии, гражданской архитектуре, практической геометрии, истории, географии, статистике Российского государства и всеобщей истории с очень хорошим; военным наукам, теории функций, интегральному и вариационному исчислению и российской словесности с превосходным успехом.

Во все время пребывания его, Остроградского, в сем университете, поведения был добропорядочного. Ныне по прошению его и учиненному в сем правлении определению, уволен он вовсе из ведомства университета. Октября 3 дня 1818 г.» [47]

Воспроизведенный здесь документ нуждается в некоторых комментариях. Прежде всего следует обратить внимание на самый список наук, которым обучался Остроградский. Учебные предметы, с тогдашней точки зрения, были

[47] Архив АН СССР, раздел V, оп. 1—0, № 11, л. 31.

двух родов. Вот что гласит § 109 действовавшего в то время университетского устава: «Между науками, в университете преподаваемыми, находятся такие, которым необходимо должны учиться все желающие быть полезными себе и отечеству, какой бы род жизни и какую бы службу они ни избрали, и для того тот только может перейти в главное отделение наук, соответствующее будущему состоянию, кто прослушал науки приуготовительные». К разряду приуготовительных наук, обязательных для студентов всех факультетов, совет Харьковского университета в 1818 г. относил: психологию и логику, алгебру, геометрию и тригонометрию, естественную историю, всемирную древнюю географию и историю, географию и стастистику России, физику, всемирную историю, русскую историю, нравственную философию и словесности: русскую, латинскую и немецкую или французскую. Остроградский сделал характерную для него выборку и пренебрег как физикой и естественной историей, так и иностранными словесностями и древней историей.

Второе наше примечание относится к оценкам. Тогда применялись оценки четырех родов: успехи могли быть превосходными, очень хорошими (или отличными), хорошими и, наконец, просто «успехами». Оценки Остроградского — только двух высших категорий. Дело здесь, наверное, не только в его способностях, а в том, что он брался лишь за то, к чему чувствовал интерес и расположение, а так называемых «проходных» предметов для него, по свойствам его характера, не существовало.

Третье примечание — о содержании сданных им математических курсов. По «обозрениям преподания» в Харьковском университете тех лет Павловский читал на первом и втором курсах алгебру, геометрию, тригонометрию плоскую и сферическую, конические сечения и теорию аналитических функций по четыре часа в неделю. Столько же часов в неделю читал Осиповский интегральное и вариационное исчисление и приложение аналитических функций к высшей геометрии. Все эти курсы читались по руководству Осиповского «Курс математики». Первые два тома этого выдающегося для своего времени учебника [48] были

[48] Подробный его анализ см. в статье Э. Я. Бахмутской «Тимофей Федорович Осиповский и его «Курс математики»». ИМИ, вып. V, М., 1952, стр. 28—74.

изданы в 1801—1802 гг. Первый содержит элементарную арифметку (включая сюда непрерывные дроби) и элементарную алгебру, но здесь излагаются и общие свойства алгебраических уравнений, решение неопределенных уравнений как первой, так и второй степени, приближенные методы вычисления корней (regula falsi, Ньютона, Бернулли, Лагранжа), а также суммирование числовых рядов. Во втором томе, кроме элементарной геометрии, содержится прямолинейная тригонометрия, куда вошли формулы Муавра и разложения косинуса и синуса «в степенную строку», сферическая тригонометрия и введение в «криволинейную геометрию» — начала теории конических сечений и исследование некоторых других кривых (циклоиды, циссоиды, спирали Архимеда, эволют и пр.). Третий том был отпечатан лишь в 1823 г. Его подзаголовок: «Неопределенная аналитика или теория функций. Ч. I, содержащая общие исследования функций». Том начинается с вводной части, где рассмотрены: раскрытие неопределенностей, разложение синуса и косинуса в бесконечное произведение, формулы Эйлера, исчисление конечных разностей, включая интегрирование разностных уравнений. Затем излагаются дифференциальное и интегральное исчисление, интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, даны некоторые сведения об уравнениях в частных производных. Не был напечатан четвертый том курса (собственно — вторая часть третьего тома). В своем отзыве Н. И. Фус писал, что этот том «можно обратить к тому только малому количеству учеников, которые математику во всей обширности избрали главным предметом своего учения..., нет еще на русском языке такого сочинения, в котором бы так пространно, как тут, рассуждалось бы о приложении теории функций к кривым линиям и поверхностям» [49].

Курс Осиповского в целом был вполне на уровне науки того времени, а по своему объему он и в элементарных частях был написан, говоря словами того же Н. И. Фуса, «по плану гораздо обширнейшему и несоразмерному с курсами чистой математики, преподаваемыми в наших гимназиях и даже университетах» [50]. О высоком уровне преподавания

[49] Э. Я. Бахмутская. Тимофей Федорович Осиповский. стр. 50.

[50] Там же, стр. 60.

математических дисциплин, что было заслугой Осиповского, можно судить и по сохранившимся экзаменационным программам тех лет [51].

Что означал аттестат, полученный Остроградским? По действовавшему тогда уставу 1804 г. студент, прошедший в университете курс наук, что по отношению к Остроградскому и засвидетельствовано выданным ему аттестатом, имел право требовать степень кандидата. Эта степень считалась первой в ряду трех ученых степеней (ниже магистра и доктора). Экзамены на эту степень производились на факультете, после сдачи экзаменов студент выбирал «узкую специализацию». Экзамены на степень кандидата могли быть по особому решению заменены представлением претендентом диссертационных работ, требования к которым, добавим, не были велики.

После получения аттестата Остроградский пробыл год в деревне у отца. Тогда-то он окончательно и решил посвятить себя математике, в связи с чем к началу 1819—1820 учебного года возвращается в университет для «усовершенствования себя по части наук, относящихся к прикладной математике». Эти слова, взятые из его заявления в совет университета, свидетельствуют, что Остроградский разделял тот подход к математической науке, представителем которого был Осиповский. Но ко времени возвращения Остроградского в университет обстановка там ухудшилась и для Осиповского, и для Остроградского.

В России, как и во всей Европе, это были годы торжества реакции. К тому же Александр I после Отечественной войны впал в глубокий религиозный мистицизм. Это обстоятельство сказалось прежде всего в том, что Министерство народного просвещения было преобразовано в Министерство духовных дел и народного образования, чтобы «христианское благочестие всегда было основанием истинного просвещения». Во главе преобразованного министерства был поставлен мистик и реакционер, председатель СПб. Библейского общества [52] князь А. Н. Голицын,

[51] «Физико-мат. факультет Харьковского университета за первые сто лет его существования». Харьков, 1908, стр. 159—161 (первой пагинации).

[52] СПб. Библейское общество в России было основано в 1813 г. Александр I был его членом. До 1825 г. общество издало около 900 000 экз. отдельных библейских изданий на 40 языках, было закрыто в 1826 г.

одновременно являвшийся обер-прокурором святейшего синода и управляющим иностранными исповеданиями. Цели, которые ставил себе министр, состояли «в поддержании постоянного и спасительного согласия между верою, ведением и властию или, другими выражениями, между христианским благочестием, просвещением умов и существованием гражданским» [53].

В очень интересной книге Н. Н. Булича «Очерки по истории русской литературы и просвещения начала XIX в.» (СПб., т. I, 1902; т. II — 1905) хорошо сказано об этой эпохе: нет «...явления печальнее, бесплоднее и нелепее русской реакции во вторую половину царствования Александра. Она превратилась в печальный обскурантизм и преследование мысли, слова и науки. Едва начинающееся развитие общественное было приостановлено надолго» (т. II, стр. 231).

В истории русских университетов эпоха аракчеевской реакции тесно связана с именами попечителей Петербургского, Казанского и Харьковского округов — Д. П. Рунича, М. Л. Магницкого и З. Я. Карнеева.

Захарий Яковлевич Карнеев (1748—1824), сменивший на посту попечителя Харьковского учебного округа ушедшего в 1817 г. в отставку Потоцкого, происходил из небогатого слободскоукраинского дворянского рода и едва ли получил какое-нибудь систематическое образование. Однако он дошел до высоких чинов не без содействия своих друзей по масонской ложе, а затем — по Библейскому обществу, где он с 1815 г. был вице-президентом при президенте А. Н. Голицыне. Отсюда и назначение Карнеева в Харьков. Есть все основания считать Карнеева деятелем из числа тех, кто плывут по течению. Например, в период либерализма Александра I Карнеев, будучи губернатором в Минске, сочинил весьма либеральную записку относительно униатов, предлагая предоставить им свободу вероисповедания, а когда потянуло другим ветром, он стал инициатором суровых мер против тех же униатов.

Карнеев появился в Харькове в мае 1818 г. Прежде всего он отметил, «обозревая занимаемое университетом строение», что в нем нет «храма божия, куда бы профессора и прочие учащие, также и учащиеся кандидаты и студенты

[53] М. И. Сухомлинов. Исследования и статьи по русской литературе и просвещению, т. I, СПб. 1889, стр. 195.

собирались по всем праздникам и воскресным дням для принесения молитвы господу богу...» (стоит отметить, что в том же документе, адресованном ректору Осиповскому, подчеркнуто, что «по объявлению вашему, нет и не было никогда особенного наблюдения, чтобы куда либо собирались вместе на молитву, а предоставлено на волю каждого из студентов ходить в церковь, кто куда захочет...»). 25 января 1819 г. Карнеев дал университетской типографии распоряжение отпечатать циркуляр относительно того, что «священное писание должно служить основой при преподавании». Вскоре он обратился в совет университета с директивным указанием, что чтение священного писания и познание закона божия «могут наполнить умы юношей живой верой к богу, просветить их духом господним, разогнать мрак заблуждений философских, утвержденных кичливостью разума, и посеять в сердцах христианских добродетели». В ответ на это обращение совет постановил приобрести несколько экземпляров Библии на разных языках для казенных воспитанников.

Такова была духовная атмосфера в Харьковском университете, когда его кончал Остроградский. Проучившись год, в 1820 г., «дабы показать успехи свои» и получить возможность претендовать на степень кандидата, М. В. Остроградский экзаменовался вместе со студентами, нормально оканчивающими университет. Экзамены он сдал блестяще, и его имя было упомянуто на торжественном собрании университета 30 августа в числе отличившихся.

Ректор Т. Ф. Осиповский, видя успехи и способности Остроградского, решил присудить ему ученую степень кандидата, руководствуясь появившимся в 1819 г. новым положением о производстве в ученые степени. Однако физико-математическое отделение университета нашло, что Остроградский не подходит под это правило, так как студенческий аттестат он получил до того, как это положение вошло в силу, и постановил подвергнуть его испытанию для получения степени кандидата. Эти испытания Остроградский выдержал вполне удовлетворительно; ему оставался только экзамен по философии. Экзаменовать его должен был профессор Дудрович, но принять экзамен он категорически отказался, мотивируя это тем, что Остроградский не посещал лекций по философии, обязательных для студентов физико-математического отделения, а также тем, что якобы аттестат об окончании университета Остроградскому выдан незаконно, так как он выбыл из университета до окончания курса.

Этот отказ достаточно четко сформулирован в заявлении Дудровича, адресованном Карнееву. Заявление это было доносом в первую очередь на Осиповского, но удар был направлен и на Остроградского. Приведем соответствующую цитату.

«...студент Остроградский, имея выданный из университета студентский аттестат от 3-го октября 1818 года, в течение целого учебного года, то-есть с означенного числа по июль месяц 1819 года, не являлся в университет, и потом через год, то-есть с сентября 1819 по июль месяц сего 1820 года, считался опять при университете студентом же; ходил на некоторые публичные лекции (за исключением, разумеется, богопознания и христианского учения), и в июне месяце подвергался вместе со всеми прочими студентами студентскому экзамену из общей и прикладной физики, из механики и высшей геометрии, из химии 1-го курса, о которых в прежнем студентском аттестате его ничего не значится — я намерен ныне войти в совет с особенным представлением, и не иначе согласиться, для производства студента Остроградского в кандидаты на основании 25-го § положения о производстве в ученые степени, экзаменовать его из философии, на лекции которой он никогда не хаживал, как если о том предписано мне будет от верховного начальства...» [54].

В поступках Дудровича проявилась ожесточенная борьба реакционной части профессуры Харьковского университета против передовых и материалистических взглядов Осиповского, его последователей и учеников, к числу которых принадлежал и М. В. Остроградский.

В своих воспоминаниях брат М. В. Остроградского Андрей Васильевич, также учившийся в Харьковском университете, пишет: «В то время в университете существовали две особые партии профессоров: одна — члены библейского общества, поклонники мистицизма (к ней принадлежал и Дудрович), а другая (во главе с Осиповским) — представители противоположных мнений — рационалистическая, но малочисленная, которая подсмеивалась над теориями

[54] Г. С. Чириков. Тимофей Федорович Осиповский — ректор Харьковского университета.— «Русская старина», 1876, т. 17, ноябрь, стр. 463—490; см. стр. 486.

первой. Противная партия, преследовавшая Осиповского, начала преследовать и тех, кого любил Осиповский. Брат был в числе первых, подвергшихся преследованию» [55].

Осиповский как ректор настаивал на производстве экзамена, Дудрович же не только отказался экзаменовать, но и подал в совет университета докладную записку с особым мнением, обвиняя физико-математическое отделение и ректора в противозаконных действиях; при этом он обвинял и Остроградского в том, что «он не слушал богопознания и христианского учения, несмотря на предписания начальства». Это уже было прямым доносом, так как богопознания и христианского учения сам Дудрович не читал. Совет университета потребовал от Остроградского письменного объяснения. Мы приводим это объяснение полностью [56].

«В правление императорского Харьковского университета
студента оного университета Михаила Остроградского

Объяснение

Сего 1820 года декабря 3-го дня получил я от секретаря правления императорского Харьковского университета выписку из журнала совета оного университета за № 321, в которой сказано, что совет поручает правлению истребовать от меня объяснение, просил ли я экзамена как студент 1818 года или как студент сего 1820 года, и по какой я причине оставался в университете.

На сие честь имею правлению донести: окончив курс наук в университете 1818 года и получив на звание студента аттестат, я уехал из Харькова и по истечении года, возвратившись в оный, просил правление университета принять меня под свое ведомство и позволить слушать лекции для усовершенствования себя по части наук, относящихся к прикладной математике; но дабы показать успехи свои перед начальством, я, с позволения г.г. преподающих, давал из оных наук экзамен, при бывших общих испыта-

---

[55] А. В. Остроградский. Воспоминания о брате. «С.-Петербургские ведомости», 1862, № 22, январь.

[56] Архив АН СССР, раздел V, оп. 1—0, № 11, лл. 35—36; имеется также в статье Г. С. Чирикова (см. сн. 54), стр. 487—488.

ниях сего 1820 года, ни мало не думая, чтобы то, что позволено законом, могло быть препятствием к получению степени кандидата. В бывшем торжественном собрании сего 1820 года августа 30 я был провозглашен в числе отличившихся. Услышав сие, подал я в факультет прошение как студент 1818 года, и, прилагая аттестат, просил произвести меня за отличие в кандидаты, имея в виду к тому примеры. Но г.г. члены Физико-математического отделения в заседании своем объявили, что я как студент, кончивший курс 1818 года, не иначе могу получить степень кандидата, как подвергнув себя положенному законами испытанию. Я согласился на сие беспрекословно. Отделение приступило немедленно к испытанию, проэкзаменовало меня из всех наук, исключая одной философии, из которой я также готов был подвергнуться испытанию так, как и из прочих наук, но не знаю, по какой причине не был до сих пор к сему допущен.

Студент Михаил Остроградский. 1820 года декабря 7 дня» [57].

Совет университета нашел объяснение Остроградского достаточным и вновь допустил его к экзамену по философии. Экзамен был сдан благополучно, и совет (30 апреля 1821 г.) признал Остроградского достойным степени кандидата. Дело о выдаче диплома Остроградскому было передано на утверждение попечителю, а к делу приложили особое мнение профессора Дудровича. Как видно из письма попечителя Харьковского округа Карнеева министру [58] князю А. Н. Голицыну, которое мы здесь целиком приводим, попечитель согласился с мнением Дудровича.

[57] На подлиннике объяснения Остроградского правление университета сделало следующее небезынтересное добавление: «Остроградский поступил в университет в число вольнослушающих лекции прошлого 1816 г. августа 21-го, а 30-го сентября 1818 г. был уволен с аттестатом для поступления в военную службу, но по прошению его, поданному в правление 1 сентября прошлого 1819 г., которым он просил принять его в число своекоштных студентов для усовершенствования себя в прикладной математике, по журналу правления 4-го числа того же сентября, принят попрежнему в число своекоштных студентов университета, где и находится и по сие время» (Г. С. Чириков. Тимофей Федорович Осиповский — ректор Харьковского университета.— «Русская старина», 1876, т. 17, ноябрь, стр. 488).

[58] Документ датирован 16 июля 1821 г., № 819.— Архив АН СССР, раздел V, оп. 1—0, № 11, лл. 38—39.

«Господину министру духовных дел
и народного просвещения.

Совет университета в донесении своем ко мне изъяснил, что оный по окончании испытания, учиненного студенту Остроградскому, получившему студенческий аттестат 1818 года 3 октября, на степень кандидата по Физико-математическому отделению нашел его, Остроградского, достойным звания кандидата. Но, как по мнению члена совета профессора Дудровича, производство студента Остроградского не совсем сообразно с постановлениями университетскими и предписаниями верховного начальства, то совет и представил на рассмотрение порядок испытания, коему подвергся студент Остроградский на степень кандидата, с мнением профессора Дудровича.

Из порядка испытания сего открывается, что студент Остроградский получил увольнение от Университета в 1818 г. и хотя он всех принадлежащих к Физико-математическому отделению наук не проходил, но в выданном ему в то время аттестате сего не означено по бывшим прежнего начальства беспорядкам. Затем Остроградский явился паки в университет для слушания физики, химии, высшей геометрии и механики и находясь целый год, в июне месяце 1820 года на публичном испытании вместе с прочими студентами экзаменовался, чтения же философии и богопознания не посещал, как прежде, так и в сие время. Поелику же Остроградский, при вторичном нахождении в университете, показал хорошие успехи, то бывшему ректору Осиповскому желательно было произвесть его за отличие в кандидаты, когда же профессор Дудрович мнением своим таковому неправильному производству воспрепятствовал, то Остроградский допущен был к испытаниям на степень кандидата на основании § 25 положения о производстве в ученые степени. Г. профессор Дудрович в мнении своем изъяснил, что и таковое допущение Остроградского к испытанию на степень кандидата неправильно, потому, что он хотя и получил студенческий аттестат 1818 года, но кончил факультетские и то не все науки в 1820 году.

Усматривая в таком производстве студента Остроградского в кандидаты неуместные запутанности и неправильности, допущенные прежним университетским начальством, и признавая мнение профессора Дудровича справедливым, долгом считаю представить при сем вышеизъясненный порядок испытания и в копии студентский аттестат в 1818 году Остроградскому выданный на благорассмотрение вашего сиятельства, испрашивая начальнического разрешения, до получения которого предложил я университету не выдавать Остроградскому свидетельства на звание кандидата».

Ответ министра был предопределен письмом Карнеева. И поскольку Остроградский обвиняется здесь по меньшей мере в вольнодумстве, а отчасти и во введении университетского начальства в заблуждение, то в ответном письме министра содержится предложение наказать Остроградского более сурово: не только не давать ему аттестата на звание кандидата, но аннулировать студенческий аттестат, выданный в 1818 г. Мы воспроизводим полностью это письмо Голицына Карнееву; оно, безусловно, сыграло большую роль в дальнейшем направлении жизненного пути Остроградского [59].

«Господину попечителю
Харьковского учебного округа.

На представление Вашего превосходительства относительно производства студента Харьковского университета Остроградского в кандидаты, имею честь ответствовать, что поелику Остроградский, как из представления сего видно, на основании общих университетских постановлений, не выслушал в университете полного курса, ни по времени, коего требуется по меньшей мере три года, ни по учебным предметам, то полученный им в 1818 году аттестат и не мог дать ему того действительного студентского звания, с которым сопряжены известные преимущества к получению чинов, и по сим самым причинам принужден он был дополнить недостаточный прежний курс учения в 1820 году. Но как и бывшее тогда испытание его вообще признано неправильным, то вследствие того предоставляю Остроградскому предстать вновь на испытание, буде пожелает, к получению студентской степени, на точном основании высочайше утвержденного положения о производстве в ученые степени, а за сим, по предписанному в том же положении, достигать и прочих ученых степеней. Удержанный же у

[59] Документ датирован 26 января 1822 г., № 287.— Архив АН СССР, раздел V, оп. 1—0, № 11, л. 37.

него выданный ему в 1818 году студентский аттестат возвратить ему не следует».

Остроградский, возмущенный таким оборотом дела, отказался подвергаться новому испытанию (в который раз!) на получение «студентской степени» и таким образом получить право «достичь прочих ученых степеней».

В воспоминаниях Андрея Васильевича Остроградского содержится красочное, хотя, быть может, и не вполне точное описание того, каким образом его брат лишился диплома, полученного им в 1818 г.: «Брат, нетерпеливый от природы, не мог перенести таких выходок: он пошел в правление университета, спросил о причинах делаемых стеснений и, когда ему дали безосновательный ответ, вынул свой аттестат и отдал его заседающим профессорам, прося их вытереть и имя его в списках студентов» [60].

После четырех лет, проведенных в университете, Остроградский остался без документов об его окончании, хотя трижды удачно сдал все требующиеся для этого экзамены.

ПОЕЗДКА ВО ФРАНЦИЮ (1822 г.)

Вернувшись в деревню, Остроградский обратился к отцу с настойчивой просьбой отпустить его учиться в Париж, и тот выделил ему на это средства. Что означало такое решение? Для будущей служебной деятельности иностранные дипломы и аттестаты сами по себе значения не имели. Смысл поездки был только в том, чтобы продолжать занятия наукой. Так Остроградский определил свое призвание. Почему он выбрал Париж и с какими идеями и представлениями он туда поехал?

Напомним, что, поступая в университет, Остроградский по своим взглядам и стремлениям не отличался от подавляющего большинства сверстников одного с ним общественного положения. Через четыре года мы видим, что он решил посвятить себя науке — явление в его среде совершенно необычное. Это означало для него служение новым богам — полную перестройку его мировоззрения. А так как мы знаем, кто были его учителя, под чьим влиянием он

[60] А. В. Остроградский. Воспоминания о брате.— «С.-Петербургские ведомости», 1862, № 22, январь.

менял свои прежние взгляды, то у нас есть все основания считать, что убеждения и стремления его учителей, и в первую и главную очередь Осиповского,— стали его убеждениями и стремлениями, во всяком случае в основном. Эти убеждения мы можем свести к следующему:

Стихийный материализм и полная убежденность в познаваемости мира. Нет каких-то потусторонних сил и явлений, поэтому отвергается любая мистика и, по-видимому (открыто говорить об этом не было возможности), полностью отвергается религия.

Познание мира достигается средствами науки. Успехи науки позволяют человеку подчинить себе природу, успехи науки и распространение просвещения — главная движущая сила прогресса.

В основе всех явлений природы — процессы механические или сходные с ними, подчиняющиеся уже известным законам механики или законам, с ними сходным. Математический анализ (дифференциальное и интегральное исчисление) позволяет выразить соответствующие зависимости, поэтому можно формулировать проблемы естествознания на языке математики и решать эти проблемы ее методами.

Так как с созданием математического анализа основное в математике уже сделано, а главная цель науки — познание природы, то овладение математическими методами и их совершенствование не следует считать главной задачей, и тем более самоцелью. Вообще, больших успехов от «чистой математики» нельзя ожидать, и ученому с математическими способностями следует заниматься исследованием физических проблем с применением математических средств. Итак, те, кто на языке того времени именуются геометрами, должны искать приложения своим силам в математической физике (в самом широком понимании этого слова).

В годы формирования Остроградского-ученого такие мысли «носятся в воздухе». Приведем здесь только одно сопоставление. В далеком от Харькова уголке Европы, в Норвегии, как раз в начале 20-х годов прошлого века начинает свою работу в науке кружок молодых ученых, мечтающих о просвещении своей отсталой страны. Они группируются вокруг открытого и первого в стране университета в Христиании (ныне Осло). Им удается основать первый в стране научный журнал, их главная цель при этом — распространение знаний. С этой группой связан тогда еще неизвестный гениальный юноша — математик Абель, и во втором номере журнала (1823 г.) появляется его статья о функциональных уравнениях, написанная преимущественно математическими знаками, стало быть, доступная тогда в Норвегии только единицам. Редактор журнала Ханстин, вероятно, чувствует необходимость оправдать появление такой статьи в его издании и в предисловии к ней разъясняет: «Математика — это учение о природе в самом чистом его виде. Математика для ученого — то же самое, что скальпель для анатома,— необходимейший инструмент, без которого невозможно проникновение в суть вещей. Те, кто попытаются идти вперед без этого орудия, вынуждены будут остаться на пороге. Пользуясь же им, Галилей, Гюйгенс и Ньютон продвинулись значительно дальше всех своих предшественников и оставили тем, кто пойдет вслед за ними, путеводную нить, держась за которую, можно смело проникать в глубь самого запутанного лабиринта. Лучше других усвоили эту истину французские физики. Именно поэтому каждое новое открытие совершенствуется во Франции гораздо быстрее, чем в других странах» [61].

Последняя фраза в достаточной мере разъясняет, почему в 1822 г. Остроградский направился в Париж.

Действительно, попробуем представить себе «географию» физико-математических наук тех лет. Начнем с России.

Центрами математического просвещения и математической науки были университеты и Академия наук в Петербурге. Но в Харьковском университете после ухода Осиповского в 1820 г. Остроградскому нечего было бы делать, даже если бы к нему там относились благосклонно. Он, вероятно, был осведомлен, что и другим русским университетам реакция нанесла тяжкий удар, от которого они долго не могли оправиться. Во что это обошлось отечественной науке, не могли со временем не заметить даже деятели режима Николая I. В 1835 г. помощник попечителя Харьковского учебного округа гр. Панин признавал в письме, адресованном министру народного просвещения, что «к стыду всех коренных Российских университетов, священное

---

[61] Цит. по кн.: О. Оре. Замечательный математик Нильс Хенрик Абель. М., 1961.

пламя любви к просвещению, породившее Ломоносова, живет в малом числе избранных сердец», и далее указывал: «Я твердо уверен, однако ж, что Ваше сиятельство (обращение к министру.— *Г.*, *П.*) слишком справедливы, чтобы приписать летаргию нашего ученого света чему-либо иному, кроме постоянного примера бездействия и страха к науке, поданного прежде бывшими министрами и попечителями» [62]. А во власти именно этих «прежде бывших» и была вся отечественная наука того времени. Правда, в Академии наук не произошло того «поголовного удаления преподавателей, в которых так нуждались наши учебные заведения, и назначение людей малосведущих, но прикинувшихся благонамеренными» (характеристика положения в университетах, принадлежащая не какому-нибудь потрясателю основ, а в достаточной мере реакционному Шишкову (1754—1841), министру народного просвещения). Но Академия наук вследствие удара по университетам лишилась источника свежих сил, а входившие тогда в ее состав математики (подробнее о них будем говорить ниже) не были видными учеными и не занимались актуальными вопросами. Оставались страны Западной Европы, потому что вне ее пределов ни на одном континенте тогда крупных научных центров не было. Но если в Англии, Германии и Италии в некоторых университетах были выдающиеся математики и физики — среди них гениальный Гаусс (который, правда, славился и своею замкнутостью, так что непосредственных учеников у него не было), то только во Франции и именно в Париже была целая научная школа. Надо учесть и то, что преподавание физико-математических дисциплин в западноевропейских университетах тогда было на очень скромном уровне: объем сообщаемых сведений был невелик, и редко где можно было найти одновременно двух профессоров с научным именем.

Во Франции, благодаря централизации, парижские учебные и научные учреждения собирали лучшее со всей страны. Так получилось, что только в Париже в то время была большая группа выдающихся ученых, находившихся в научном общении друг с другом, работавших в близких областях, притом преимущественно математической физики, в большинстве занимавшихся и преподаванием. О них-то и писал Ханстин, оправдывая появление статьи

[62] Багалей. Опыт истории..., т. II, стр. 739.

Абеля в своем журнале; к ним почти одновременно с Остроградским поехали из Берлина Дирихле, из Петербурга Буняковский.

В далекой тихой провинции поездка за границу считалась делом весьма опасным. Поэтому родные и соседи считали молодого Остроградского обреченным на гибель, а его отца — потерявшим рассудок. В мае 1822 г. Остроградский отправился в путь с каким-то немцем, попутчиком. Остроградский доехал только до Чернигова, так как в дороге попутчик его обокрал. Пришлось возвращаться к отцу, в деревню. Понятно, что голоса родных и соседей после такого события зазвучали сильнее. Однако отец Остроградского вновь отпустил его в путь, вторично снабдив деньгами. На этот раз поездка закончилась благополучно, и в августе молодой Остроградский уже был в Париже.

К сожалению, сохранилось мало сведений об этой поездке и о жизни Остроградского во Франции. Дневников он не вел, записей не делал, а дошедшие до нас его письма родным знакомят нас только с первыми парижскими впечатлениями и наблюдениями над бытом.

Приведем почти полностью письма М. В. Остроградского.

Начнем с первого письма из Парижа [63], написанного «1822 года, сентября 25-го», после чего добавлено: «Надобно заметить, что иностранцы всегда добавляют двенадцать дней к тому числу, которое считаем мы; по нашему счету письмо писано 13 сентября».

«Милостивый государь батюшка
и милостивая государыня матушка.

После путешествия, продолжавшегося около полутора месяца, я приехал в Париж совершенно здоров, тот же день осмотрел весь город. Он, конечно, очень хорош, но красоты его увеличивают во сто раз. Говорят о кукольных театрах, о концертах, которые даются на улицах, о непрестанном шуме великолепных экипажей. Ничего этого нет, экипажи весьма дурные в сравнении даже с каретой Ивана Алексеевича: они обыкновенно запряжены в две лошади.

Говорят, что французы чрезвычайно вежливы, занимательны, вспыльчивы, непостоянны; они вежливы, занимаются только собою, бранятся между собою, дерутся между

[63] П. И. Трипольский. Указ. соч., стр. 75.

собою и постоянно привязаны к деньгам. Иностранец может прожить в Париже целый век, быть всегда в публичных местах и ни с кем не говорить ни слова: никто не тронет его, не обратит на него ни малейшего внимания, как бы он странен ни был.

Говорят, что в Париже моды переменяются несколько раз в день, но и первые франты носят фраки года по два, и я очень сожалею, что не взял своего платья. Я думал, что здесь нельзя в нем показаться.

Путешествие от Устиновки до Парижа стоило мне всех денег и еще 70 рублей долгу. Можно было доехать дешевле, но каким образом — это я узнал после; за это не пеняйте на меня: каждый, кто путешествует в первый раз, делает то же. Но я думаю, ни один путешественник не приезжает в Париж совершенно без денег и еще с долгом.

Я стою на квартире в улице святого Иакова вместе с своим знакомым из Харькова; с деньгами, которые у него есть, мы можем прожить три месяца, а долее никак, и потому покорнейше прошу вас прислать мне денег, которые надобно сперва отослать к Иосифу Васильевичу [64] в Петербург, потом он перешлет их ко мне через банкира; впрочем он знает, как это сделать. Письмо ко мне отправьте также к Иосифу Васильевичу и надобно непременно написать ему мой адрес. Впрочем с истинным почтением и совершенною преданностью остаюсь ваш покорный слуга и сын Михаил Остроградский.

P. S. Для верности я посылаю три письма одного содержания».

Приведем конец еще одного письма из Парижа от «1822 года ноября 16-го по зднешнему и 4-го по русскому» [65].

«...весьма многие ошибаются, почитая стол в Париже дешевым, и ошибка происходит от того, что французскую монету, называемую су, считают копейкою; су по величине не больше копейки, но во франке 20 су; франк равен нашему ассигнационному рублю — итак, су значит пять копеек. Стол последний [66] стоит 50 су, то-есть 2 рубля 50 коп., порядочный — 5 рублей. Индейка без перьев — от 14 до

....

[64] Брату М. В. Остроградского.

[65] П. И. Трипольский, Указ. соч., стр. 76—77. Начало этого письма не сохранилось.

[66] Т. е. самый дешевый.

16 рублей, курица — от 8 до 9 рублей. Завтрак наш не очень дорог: он обыкновенно состоит из чаю и хлеба, в месяц выходит до 35 рублей; здесь чай дорог, но зато сахар дешев. Квартиры дороги чрезвычайно по причине множества иностранцев: одних Англичан считают до четырехсот тысяч [67]. Моя комната на чердаке без дров, безо всего стоит 60 рублей в месяц. В Париже климат теплее нашего, но терпят более от холоду, чем у нас; действительно, здесь целую зиму зеленеет трава и цветут розы, однако ж что можно промерзнуть, сидя на одном месте, и промерзнуть так, что долго не усидишь. Здесь нет печей, а заместо их делают камины, но без труб, и чтобы было теплее, надобно непрестанно держать огонь, что в зиму будет стоить до 600 рублей, несмотря на чрезвычайную экономию французов при топке.

Я писал к вам в первых письмах, что по приезде в Париж не только не осталось у меня денег, но еще и задолжал 70 рублей. По счастию у моего товарища было 3000 рублей, присланных мне университетом [68], который прибыл прежде меня с сими деньгами; справивши платье кое как, живу, но скоро велия нужда, и потому ежели есть какая-нибудь возможность, то покорнейше прошу пособия.

Впрочем с истинным почтением и совершенною преданностью остаюсь

Ваш покорный слуга и сын Михаил Остроградский.

Деньги в Париж надобно отправить через банкира; для этого сперва надобно отослать их к брату Осипу Васильевичу, вместе с моим адресом».

Другими письмами Остроградского из Франции мы не располагаем и можем судить о том, чему он посвящал себя в Париже, по результатам его работы в эти годы, по воспоминаниям, правда, отрывочным его младшего брата Андрея Васильевича, по воспоминаниям его сына и некоторых из его учеников. Ценные указания содержатся в письме Остроградского Парижской академии наук, написанном по поводу его избрания ее членом-корреспондентом.

....

[67] Вероятно, описка — вместо «сорока тысяч».

[68] Непонятно, о каких деньгах идет речь; по-видимому, отец Остроградского выслал эти деньги через университет.

ГОДЫ В ПАРИЖЕ (1822—1828)

Приехав в Париж, Остроградский нашел там не университет, а отдельные факультеты, которые входили в некий единый для всей страны университет, организованный при Наполеоне I в 1806 г. Этот университет (называвшийся сначала императорским), имел централизованное руководство и состоял из довольно большого числа факультетов четырех типов (медицинских, юридических, «факультетов наук», т. е. физико-математического и естествоведческого профиля, и «факультетов словесности», т. е. гуманитарных наук), разбросанных по различным городам — по одному, по два. В Париже были все четыре факультета, но тогда они не составляли Парижского университета, не были непосредственно связаны друг с другом — это были факультеты единого всефранцузского университета. Существеннее было то, что перед всеми факультетами ставилась задача только подготавливать специалистов соответствующей квалификации, а для научной работы преподавателей и для вовлечения в науку молодежи там вовсе не было условий. «Факультеты наук» и «факультеты словесности» представляли собой только фабрику дипломов. Например, в Париже факультет наук был составлен из двух профессоров Политехнической школы, двух профессоров Французского коллежа (о нем ниже), двух профессоров Музея (естественных наук) и двух преподавателей математики в лицеях (средних учебных заведениях). Основной обязанностью этих лиц было регулярно проводить экзаменационные сессии. Экзамены были трех родов: на звание баккалавра наук, для чего надо было сдать предварительно экзамены по дисциплинам гуманитарного цикла, а на самом факультете — по арифметике геометрии и прямолинейной тригонометрии с применениями к геометрии; на звание лиценциата наук, для чего надо было стать баккалавром и сдать экзамены по статике и по дифференциальному и интегральному исчислению; на звание доктора наук, для чего надо было стать лиценциатом, представить две диссертации (требования к которым были невысоки) либо по механике и астрономии, либо по физике и химии, либо по естественным наукам и защитить их на общем собрании факультета. В промежутках между экзаменационными сессиями профессора факультета читали публичные курсы, которые официально должны были посещать те, кто претендовал

Сорбонна

на звание лиценциата. Номенклатура этих курсов соответствовала номенклатуре экзаменов: читали дифференциальное и интегральное исчисления, астрономию, механику, теоретическую и экспериментальную физику, химию и т. д.

При такой постановке дела французские факультеты наук и словесности не могли блистать именами своих преподавателей. Если это не относится к парижским факультетам, то лишь потому, что они могли привлекать выдающихся профессоров со стороны. В годы пребывания Остроградского в Париже он мог слушать на факультете наук Коши, Пуассона, Ампера, Био, совмещавшего в своем лице, как и Ампер, математика и физика; таких выдающихся физиков-экспериментаторов, как Дюлонг и Гэй-Люссак. В какой мере он использовал эти возможности, трудно сказать. В отличие от В. Я. Буняковского, аккуратно сдавшего необходимые экзамены и получившего в 1825 г. в узаконенном порядке степень доктора (ее получил в те годы в Париже и земляк Остроградского по Харькову астроном П. А. Затеплинский [69]), Остроградский из Парижа никаких

[69] И. Я. Депман. Первый русский доктор математических наук Парижского университета. ИМИ, 1955, вып. VIII.

дипломов не вывез. Вполне возможно, что благодаря публичным курсам факультета наук он мог завязать знакомство с Коши, Пуассоном и, несомненно, он посещал Французский коллеж.

Французский коллеж был организован в 1530 г., в противовес Парижскому университету. Университет был в некотором смысле феодалом: он имел свою территорию, свой суд, авторитет его в католическом мире был таков, что иной раз перед ним отступали и римские папы, приходилось считаться с университетом и французским королям. Поэтому королевская власть, стремившаяся централизовать управление и прибрать к рукам крупных феодалов, светских и духовных, рада была ослабить позиции университета. А так как университет был за схоластику и против гуманизма, то естественно было опереться на гуманистов, чтобы подорвать монополию университета в деле образования и бороться с его влиянием как научного центра. Поэтому король Франциск I, следуя отчасти проекту знаменитого Эразма Роттердамского, учредил коллегию королевских лекторов для преподавания древних языков и математики. Лекторы оплачивались непосредственно из шкатулки короля, свои курсы, характера публичных, они строили по собственным программам. Постепенно число лекторов возрастало, расширялся круг преподаваемых наук, но поддерживалась традиция приглашать видных ученых и обеспечивать свободный доступ всем желающим слушать лекции. В революционную эпоху бывший королевский коллеж стал Французским (Collège de France). Он вступил в 19 век, имея уже свыше двадцати кафедр. Поныне, как и во времена Остроградского, в него открыт доступ всем желающим, там нет экзаменов, нет официальной записи слушающих и не выдают никаких дипломов. Каждый профессор по своему усмотрению вперед на год определяет число своих лекций и программу своего курса.

Кроме университета и коллежа, Остроградский бывал в Парижской Академии наук. Заседания там в то время происходили по отделениям еженедельно и были открытыми. В отделении математических наук [70] Остроградский

[70] Оно включало в себя, кроме математики, «механические искусства», астрономию и общую физику, тогда как в отделение физических наук физика не входила, а составляли его химия, минералогия и ботаника.

Площадь Пантеона и здание коллежа Генриха IV (справа)

еще застал Лапласа и Лежандра, Лакруа, Ампера, Пуассона, Коши и Био, механиков Пуансо, Новье, Прони, геометра и инженера Дюпэна, физиков Араго, Френеля, Гэй-Люссака, астронома Кассини (мл.) и др.

Много лет спустя, в 1856 г., обращаясь к непременному секретарю Парижской Академии наук по случаю своего избрания в ее члены-корреспонденты, Остроградский просил передать его благодарность математикам «знаменитой Академии, которых я имею честь знать лично: г-ну Коши, моему знаменитому учителю, исключительному ученому, который, охватывая математические науки во всей их широте, раздвинул их границы, подобно Эйлеру и Лагранжу; г-ну Пуансо, который имел любезность изложить мне принципы его прекрасной теории вращения задолго до ее опубликования; г-ну Бине, моему профессору в Collège de France, знаменитому математику и нынешнему президенту Академии; г-ну Штурму, моему другу, который обогатил алгебру и трансцендентный анализ теоремами большой значимости, и г-ну Ламэ, который расширил теорию линейных уравнений в частных производных» [71].

[71] Ламе (1795—1870) с 1821 по 1832 г. работал в России и был, собственно, петербургским знакомым Остроградского. Штурм: (1803—1855); Коши (1787—1857), его курсы Остроградский мог слу-

В том же письме читаем: «Называя математиков, которые блестяще поддерживают великую славу Академии наук, я не могу не вспоминать в то же время знаменитых усопших, о которых не могу думать без растроганности и печали: Пуассона, который почтил меня своей благосклонной дружбой, и Фурье, который был моим благодетелем; память о них и признательность, которой я обязан последнему, я сохраню навсегда» [72].

Остроградский выдвинулся в Париже довольно быстро. Уже в 1825 г. в одной из своих статей Коши, перечисляя тех, кто занимался интересовавшим его вопросом, написал: «...Один русский молодой человек, Остроградский, одаренный большой проницательностью и весьма сведущий в исчислении бесконечно-малых, дал новое доказательство упомянутых мною выше формул, помещенных мною в 19 тетради „Journal de l'Ecole Polytechnique"» [73].

Эта статья Коши дошла до Харькова и вызвала бурную радость А. Ф. Павловского за своего питомца. Андрей Васильевич Остроградский вспоминает: «...однажды, возвращаясь из университета, он (А. Ф. Павловский.— *Г.*, *П.*) дрожащим от волнения голосом звал меня с собой. Недолго мы шли, как Павловский не выдержал: «Смотри, Андрей, смотри,— сказал он, вынимая из кармана сверток,— смотри, что делает Мишель»,— и слезы текли у него по щекам...» [74].

В ноябре 1826 г. Остроградский представил Парижской Академии свою первую самостоятельную работу «Мемуар о распространении волн в цилиндрическом бассейне», которая была рекомендована к печати и напечатана в «Трудах» академии в 1832 г.[75]

Об этой работе П. И. Трипольский писал так: «О происхождении этого мемуара племянницы знаменитого мате-

....

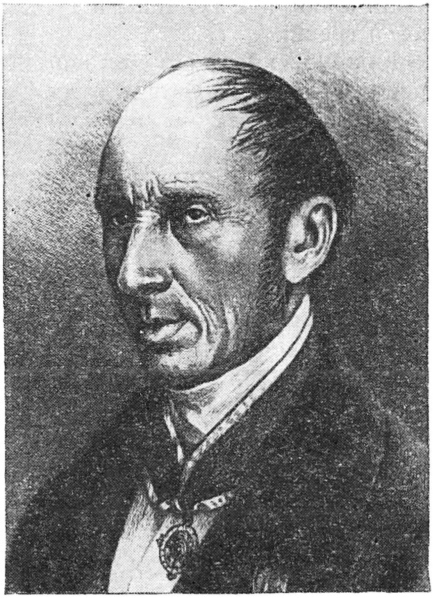
шать, по нашему мнению, только на «факультете наук»; Бине (1786—1856); Пуансо (1777—1859); Пуассон (1781—1840) и Фурье (1768—1830).

[72] Сб. «Михаил Васильевич Остротрадский, 1862—1962» (далее Сборник). М., Физматгиз, 1961.

[73] A. Cauchy. Mémoire sur les intégrales définies prises entre des limites imaginaires.

[74] А. В. Остроградский. Воспоминания о брате.— «С-Петербургские ведомости», 1862, № 22, январь, а также П. И. Трипольский. Указ. соч., стр. 55.

[75] М. В. Остроградский. Полн. собр. трудов в трех томах, т. I, работа I, Киев, 1959—1961.



Огюстен Коши

матика и его слушатели передавали нам следующее. В Париже Остроградскому пришлось быть в невольном одиночестве, на берегу Сены, и от скуки наблюдать за движением волн; это будто и навело его на мысль заняться изучением волнообразного движения жидкости» [76].

Сохранилась другая версия о появлении этого мемуара. Мы воспроизводим красочный рассказ А. Н. Крылова: «В 1826 г. с Остроградским случилось происшествие, о котором рассказывали старики, его знавшие, но о котором умалчивает Сомов в очерке его жизни и трудов.

С 1821 года началась война греков за освобождение от турецкого владычества, приведшая к Наваринскому сражению в 1827 г. За все эти семь лет в Архипелаге, постепенно усиливаясь, развилось такое пиратство, что коммерческое мореплавание стало почти невозможным без военного

[76] П. И. Трипольский. Указ. соч., стр. 56.

конвоя — грабили алжирцы, тунисцы и турки, и левантийцы, и египтяне, и греки.

В те времена банковские сношения еще не были развиты, и для пересылки денег в Париж отцу Остроградского приходилось, подобно другим, покупать у экспортеров хлеба в Ростове, Херсоне или Одессе вексель на какого-нибудь марсельского купца, который затем поручал своему дебитору или кредитору оплатить этот вексель в Париже.

По какой-то причине в 1826 г. Остроградский денег своевременно от отца не получил, задолжал в гостинице «за харч и постой» и по жалобе хозяина был посажен в «Клиши», т. е. в долговую тюрьму в Париже. Здесь он, видимо, особенно усердно занимался математикой, написал свою знаменитую работу «Мемуар о распространении волн в цилиндрическом бассейне» и послал эту работу Коши. Коши в ноябре 1826 г. представил мемуар с самым лестным отзывом Парижской Академии, которая удостоила эту работу высшего отличия — напечатания в «Mémoires des savants etrangers à L'Académie», т. е. в «Записках ученых, посторонних академии». Более того, Коши сам, не будучи богатым человеком, выкупил Остроградского из «долгового».

Мемуар, который был так высоко оценен Коши, а затем Академией наук, был посвящен задаче определения малых волнообразных движений жидкости, заключенной в цилиндрическом сосуде с круглым дном. О достоинстве и научном значении этой задачи можно судить хотя бы по тому, что в 1816 году Парижская Академия наук объявила конкурс на решение этой задачи» [77].

В своих воспоминаниях Е. Ф. Сабинин [78] рассказывал, что он спросил у своего учителя, пришлось ли тому сидеть в долговой тюрьме, но Остроградский уклонился от ответа, отделавшись какой-то шуткой. Вероятнее всего, эта история является вымыслом, хотя ее повторяет в своих воспоминаниях и сын Остроградского: «Получая неаккуратно и в небольшом количестве субсидии от недовольных поездкой в басурманскую землю родителей, бедному студенту М. В. Остроградскому приходилось плохо иногда в Пари-

[77] Из докладной записки акад. А. Н. Крылова.— Архив АН СССР, ф. 759, оп. 364, лл. 7—8.
[78] «Записки Новороссийского ун-та», 1882, 33, стр. 46.

Жан-Батист Фурье

же, и даже он ненадолгое время был посажен в «Клиши» (Clichy) за долги. И вел в Париже истинно студенческую жизнь и не надолго был вынужден взять место надзирателя в какой-то школе» [79].

Сын Остроградского писал свои воспоминания, будучи больным и старым человеком, и не мог быть вполне точен. Не является ли «место надзирателя» той кафедрой по математике, которая «в одном из коллежей Парижа по рекомендации г. Коши г. Остроградскому была доверена»? [80] Петербургские академики справедливо сочли, что «это обстоятельство является одним из самых ярких доказательств таланта и знаний г. Остроградского, ввиду наличия во Франции большой конкуренции при занятии подобных

[79] Сборник, стр. 369.

[80] Из представления Остроградского в адъюнкты Петербургской академии наук, сделанного академиками Коллинсом, Вишневским и Фусом в декабре 1828 г.— Сборник, стр. 269, документ III.

мест и предпочтения, оказываемого обычно в этих случаях своим (отечественным) математикам»[81]. Речь здесь идет о коллеже Генриха IV, одном из популярных в то время средних учебных заведений Парижа. Остроградский преподавал там, видимо, в 1826/1827 г. В конце 1827 г. он собрался на родину.

Если к этому добавить, что в Париже Остроградский близко сошелся и на всю жизнь сдружился со своим будущим коллегой по Петербургской Академии Виктором Яковлевичем Буняковским (1804—1889), талантливым математиком (всегда признававшим превосходство над собой Остроградского) и обаятельным человеком, то мы исчерпаем все достаточно надежные факты о парижской жизни Остроградского. И вполне надежно можно сделать вывод, что за эти примерно шесть лет он окончательно сложился как ученый. Общий характер его интересов остался без изменений, но он овладел в полной мере наиболее действенными методами математического анализа того времени (Коши, Пуассон); из первых рук узнал наиболее общие результаты и теории механики и математической физики,— ведь именно в эти годы Коши, Навье, Пуассон создают аналитический аппарат теории упругости, Фурье издает свою «Теорию теплоты» (1822 г.), Пуансо развивает геометрические методы в динамике, появляются в печати фундаментальные мемуары Коши, Пуассона, Ампера по теории волн, магнетизма, электричества, Лаплас заканчивает свой трактат по небесной механике. Но Остроградский постигает науку своего времени не только через посредство своих французских учителей. Ему известны результаты и методы Гаусса, и он, вероятно, вместе со своими молодыми французскими друзьями знакомится с новыми направлениями в анализе и алгебре по работам Абеля, как показывает тематика его первых работ на родине. И уже получены, как мы знаем, первые самостоятельные результаты в гидродинамике, в математическом анализе. Вернувшись на родину, как и шесть лет назад, без университетского диплома, Остроградский, представив три работы, займет по праву место в Петербургской Академии наук и восстановит ее математическую славу.

[81] Из представления Остроградского в адъюнкты Петербургской академии наук, сделанного академиками Коллинсом, Вишневским и Фусом в декабре 1828 г.— Сборник, стр. 269, документ III.

ПЕТЕРБУРГСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

С 1828 г., года возвращения на родину, и до последних дней жизни, в течение 33 лет Остроградский был связан с Петербургской Академией наук. Он стал сначала адъюнктом Академии, потом экстраординарным и, наконец, ординарным академиком.

Ни одно мероприятие, касающееся математики,— присуждение премий, избрание новых членов, отзывы на поступающие работы,— не проходило в стенах Академии мимо Остроградского. Подавляющую часть своих научных работ Остроградский напечатал в трудах Академии. Поэтому для оценки его деятельности надо напомнить о том, как была организована Петербургская Академия наук и в каком состоянии она находилась во время Остроградского.

XVII и XVIII столетия явились эпохой организации национальных академий, и передовые люди того времени в их создании видели залог истинного успеха и процветания науки. Приведем годы, когда академии были организованы в странах из числа тех, с которыми была связана Россия:

1609 г.[82] — Римская Академия наук (Academia dei Lincei)
1635 г. — Парижская Академия наук
1663 г. — Лондонское Королевское общество (фактически Британская Академия наук)
1700 г. — Берлинская Академия наук
1739 г. — Шведская (Стокгольмская) Академия наук
1742 г. — Датская Академия наук
1757 г. — Туринская Академия наук
1780 г. — Американская Академия наук и искусств (в Бостоне)

Петербургская Академия наук (позже переименованная в Российскую академию наук, ныне Академия наук СССР) была основана в 1725 г.

В 1717 г. Петр I был в Париже и посетил Парижскую Академию наук. Это посещение произвело на него большое впечатление; 11 июня 1718 г. в его бумагах была сделана запись:

«Сделать Академию, а ныне приискать из русских кто учен и к тому склонность имеет; так же начать переводить книги...»[83]

....

[82] Эта академия просуществовала до 1632 г. и затем была восстановлена только в 1847 г. под названием «Nuovi Lincei».

[83] «Первое полное собрание законов Российской империи», V, № 3208.

По окончательному плану Петра Петербургская Академия наук должна была во многом отличаться от западноевропейских образцов. В силу исторических условий Академия наук в России должна была стать главным источником науки; иностранные же академии были по преимуществу местом, где подводились итоги научных исследований, производившихся учеными собственными средствами, например, в домашних лабораториях. Скорее это были добровольные научные общества, пользовавшиеся материальной поддержкой правительства; их материально-научная база почти исчерпывалась небольшими библиотеками. В Петербургской же Академии наук уже в первые годы ее существования были оборудованы лаборатории, мастерские, типография и по замыслу должен был обучаться большой контингент людей [84]. Говоря словами историка академии наук П. Пекарского, ее организаторы «преследовали цели ученого общества и учебных заведений высших, средних и низших».

Первые академики были приглашены из-за границы. Их подбор по разделу математических наук оказался исключительно удачным: приехали Герман (ученик Якова Бернулли), два сына Иоганна Бернулли — Николай и Даниил, имена которых вошли в историю науки, и Христиан Гольдбах. В 1727 г. к ним присоединился Леонард Эйлер, математический талант которого начал развиваться и в полную силу расцвел в России. В середине восемнадцатого века украшением Академии стал гениальный Ломоносов.

Но в конце XVIII в., в царствование Павла, Академия была в значительной степени дезорганизована, и ее научное влияние уменьшилось. Это обстоятельство заставило группу русских членов Академии: Гурьева, Озерецковского, Севастьянова — обратиться в 1801 г. к Александру I с письмом «об явлениях, угрожающих падением и разрушением Академии». В числе важнейших мероприятий они указывали на необходимость подготовки русских ученых.

В 1803 г. вошел в силу новый академический устав (он действовал до 1836 г.), согласно которому на Академию возлагалась «должность непосредственно обращать свои труды в пользу России, распространяя познания естествен-

[84] Подробнее см.: С. И. Вавилов. Академия наук в развитии отечественной науки.— Сб. «Вопросы истории отечественной науки». М.— Л., 1949.

ных произведений империи, изыскивая средства к умножению таких, кои составляют предмет народной промышленности и торговли, к усовершенствованию фабрик, мануфактур, ремесл и художеств, сих источников богатства и силы государства». Состав Академии был увеличен до 18 ординарных академиков и 20 адъюнктов, причем некоторых из адъюнктов можно было переводить в экстраординарные академики. Устав ставил перед академиками задачу развивать науки физико-математические и исторические (однако разбивки на соответствующие отделения не было). Но академики должны были и подготавливать научную смену — заниматься с прикрепленными к ним учениками.

В действительности положение в Академии наук улучшалось крайне медленно. Многие вакансии подолгу не замещались, почти никто из академиков не имел требуемых уставом учеников, пополнение происходило главным образом за счет приглашения иностранных, преимущественно немецких, ученых. И когда в конце 1828 г. Остроградский в качестве адъюнкта вступил в Академию наук, в ней не хватало до штата двух академиков и пятнадцати адъюнктов. Академиками были: астрономы Вишневский и Тарханов, математики П. Н. Фус и Коллинс, физики Петров и Паррот (последний до 1830 г. занимал кафедру прикладной математики), химик Захаров, натуралисты Триниус и Лангсдорф (последний только формально, с 1812 г. он был русским генеральным консулом в Рио-де-Жанейро), медик Загорский, статистики и экономисты Шторх и Герман, историк Круг, физиологи Келер, Френ и Грефе. Адъюнкты все были со стажем в несколько месяцев — того же 1828 г., но это было замечательное пополнение: первоклассными учеными были физик Ленц, химик Гесс, натуралист чрезвычайно широкого диапазона Бэр, выдающийся математик Буняковский (друг Остроградского по Парижу), крупный специалист в области минералогии Купфер. Основной же состав Академии был в среднем значительно слабее.

Перечислим представителей физико-математических наук в современном понимании. Здесь мы видим выдающегося астронома (преимущественно наблюдателя) Вишневского и замечательного физика Петрова; астроном Тарханов намного уступал Вишневскому, Паррот серьезных научных заслуг не имел и попал в академики, вероятно, потому, что был одно время близок к Александру I, П. Н. Фус вошел в Академию только как сын своего отца Н. И. Фуса (бывшего секретаря Л. Эйлера и незаурядного математика), почти никаких научных трудов он не имел. Коллинс, неяркая фигура в науке, оказался в Академии, надо думать, тоже благодаря своим связям с семейством Фусов.

Работала Академия следующим образом. Раз в неделю (исключая время летних каникул) происходили заседания, на которых члены Академии [85] поочередно должны были выступать с чтением своих работ. Экспедиции организовывались, как правило, по инициативе членов Академии, лишь в редких случаях они были вызваны правительственными заданиями. Кроме того, члены Академии, в соответствии со своими специальностями, принимали участие в работе академических учреждений [86] и должны были давать отзывы о поступавших в Академию научных трудах, технических изобретениях и предложениях, отвечать на запросы правительственных учреждений, следить за новостями науки и техники и доводить до сведения правительства о том, что могло быть с пользой применено в Российской империи.

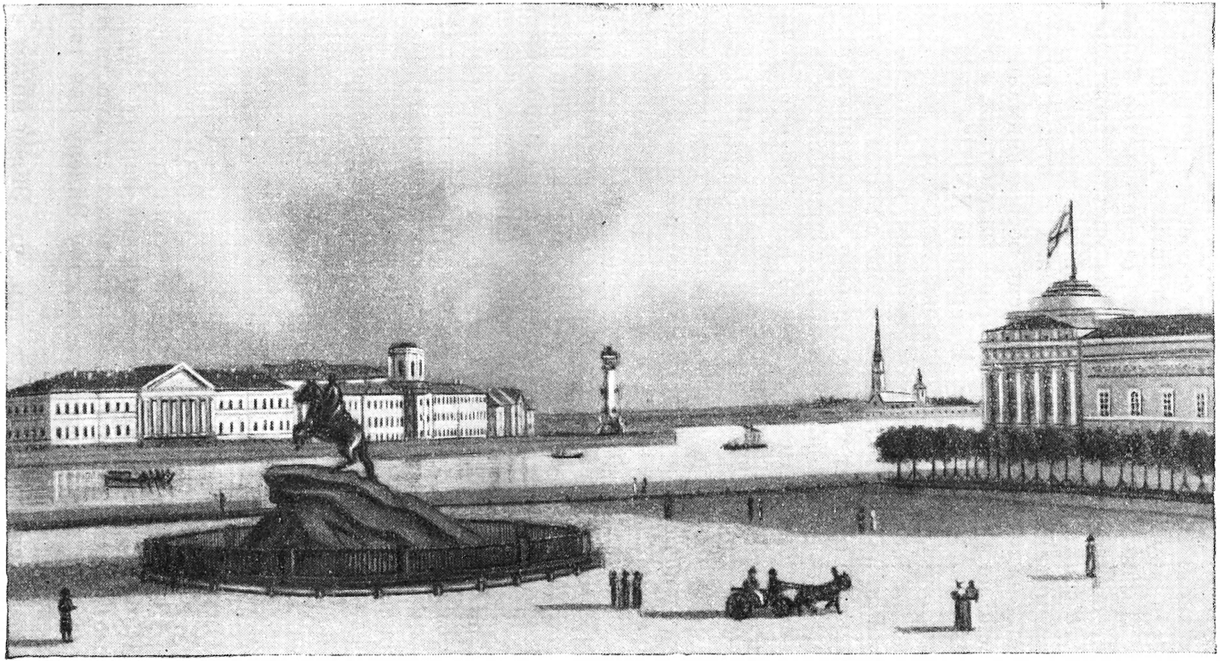
За годы работы Остроградского в Академии наук произошло существенное изменение в ее организации: в 1841 г. она была объединена с Российской Академией, основанной в 1783 г. в качестве учено-литературного общества русского языка и русской словесности. Российская Академия образовала второй разряд Петербургской Академии наук, заодно были организованы разряды физико-математических (первый) и исторических (третий) наук. Расширялась издательская и экспедиционная деятельность Академии.

Для оценки деятельности Остроградского в области науки и просвещения надо напомнить, хотя бы в общих чертах, как развивались математика и механика в России до Остроградского.

Период в истории русской математики, предшествующий деятельности Остроградского, в значительной мере являлся периодом накопления знаний. Россия, отброшенная в своем культурном развитии на несколько столетий назад исключительными по сложности историческими условиями ее развития, только в XVIII в. получила некоторые возможности для возрождения.

[85] Членами Академии считались как академики, так и адъюнкты.

[86] Кунсткамера, ботанический сад, астрономическая обсерватория.



Петербургская Академия наук

Разумеется, необходимость в элементарных математических знаниях была всегда, но особенная потребность в них стала ощущаться в связи с развитием в России артиллерии. Позднее, уже при Петре I, строительство больших зданий, каналов, шлюзов, постройка мостов, строительство морского флота и артиллерии настойчиво требовали развития математики и механики. В связи с этими нуждами практики на первых порах в России особое внимание было обращено на изучение элементарной математики, а в области механики — на статику. В середине XVIII в. встали на очередь новые задачи — подготовка большого числа лиц, владеющих математическими знаниями, и овладение средствами и аппаратом математического анализа. Вот почему большинство русских ученых уделяло значительное внимание созданию учебников, и от этого периода осталось сравнительно немного самостоятельных исследований, принадлежащих коренным русским.

Однако в то же время в России проводились исследования и разрабатывались новые проблемы первостепенного научного значения в области математики и механики. Это были работы Д. Бернулли и Л. Эйлера, особенно последнего, нашедшего в России свою вторую родину. Многочисленная семья Эйлера осталась в России, его сыновья служили на государственной службе, в армии, а один из них был даже принят в состав Кущевского коша Запорожского войска. В XVIII в. «Комментарии Санкт-Петербургской академии» были самым интересным математическим журналом Европы, о котором Д. Бернулли писал Эйлеру: «Я не могу Вам довольно выразить, с какою жадностью повсюду спрашивают о Петербургских мемуарах».

Позднее, когда начала бурно расти национальная русская математическая школа, ведущие ученые не раз обращались к произведениям Эйлера, находя в них многие созвучные их интересам мысли и идеи. Это обстоятельство приводило, естественно, к тому, что в России неоднократно возникала мысль об издании трудов Эйлера. Одним из первых, кто поднял этот вопрос, был М. В. Остроградский. Сохранилось письмо непременному секретарю Академии наук П. Фусу, в котором Остроградский наряду с предложением об издании и примерным расчетом стоимости этого издания дает весьма высокую оценку Эйлеру как творцу современного анализа.

Приведя слова Лапласа о том, что Эйлер может считаться отцом современного анализа, Остроградский продолжал: «Пусть попробуют обратиться к трудам предшествующих и современных ему математиков; пусть читают Паскаля, Лейбница, Бернулли, Клеро, Даламбера и др.; это чтение покажется утомительным, как и всех трудов, язык которых устарел, последовательность и выражение мыслей которых нам чуждо. При этом станет очевидным, что нужно еще внимательнее относиться к форме, в которой преподносятся идеи, чем к самим идеям. И если теперь больше не пишут так, как писали эти столь заслуженно знаменитые люди, если мы отошли от их манеры трактовки вещей, то это потому, что Эйлер увлек за собою последующие поколения и научил их думать и писать так, как думал и писал сам. Чтение его работ является самым легким и самым полезным делом. Он соединил в своем лице славу великого преобразователя со славой очень ясного и очень изящного писателя. Эйлер создал современный анализ, обогатил его сам более, чем все его предшественники вместе, и сделал из него самый могущественный инструмент ума человеческого. Он один охватил анализ во всем его объеме и указал на многочисленные и разнообразные его применения... Эйлер дал гидростатике и гидродинамике их современные формы. Эйлер ввел в анализ несколько трансцендентных функций и рассмотрел их свойства. Эйлер научил нас рассматривать вопрос о планетных пертурбациях в его настоящем виде и удалил главные препятствия по пути решения этого важного вопроса. Эйлер сделал важные открытия в оптике, которые стали теперь общепризнанными и т. д. ...

Эйлер обязан этой славе благодаря тому перевороту, который он произвел в математических науках, подвергнув их всех анализу, благодаря своей работоспособности, позволившей ему обнять все эти науки во всем их объеме, благодаря методическому порядку, внесенному им в свои многочисленные труды, благодаря простоте и доступности своих формул, ясности своих методов и своих доказательств.

Ни Ньютон, ни даже Декарт, влияние которых было так велико, не получили этой славы; и до сих пор один среди всех математиков г-н Эйлер получил ее полностью и безраздельно» [87].

....

[87] Архив АН СССР, ф. 2, оп. 1844, лл. 13—14.

Приступить к изданию трудов Эйлера Остроградскому не удалось, так как у императорской Академии наук не нашлось для этого 6000 рублей, которые требовались для осуществления издания [88].

Не следует, однако, думать, что только приглашение ученых из-за границы положило начало русской математической культуре. Такая точка зрения искажает истинное положение дел. Приведем отрывок из статьи А. П. Юшкевича [89], дающей представление о том, как происходило развитие математики в России в XVII—XIX столетиях:

«Успехи многонациональной советской математики были связаны с предшествующим развитием русской математической культуры. Скромная, почти неприметная работа безыменных авторов математических рукописей XVII в. явилась предпосылкой для создания первого русского печатного руководства — энциклопедической «Арифметики» Л. Ф. Магницкого. Возникшие при Петре I военно-технические школы явились первыми центрами распространения математического образования. Основание в 1725 г. Академии наук в Петербурге дало первый толчок усвоению у нас математических открытий Декарта, Лейбница и Ньютона. Благодаря постепенному повышению уровня преподавания в учебных заведениях Академии наук, а затем в сухопутных и морских военных школах, благодаря созданию учебной литературы сперва по элементарной, а затем и по высшей математике,— русская математика в XVIII в. прошла большой идейный путь и приблизилась к уровню передовой науки в начале XIX в. Научно-просветительная работа, проведенная Л. Эйлером и его учениками или преемниками С. К. Котельниковым, С. Я. Румовским, Н. К. Кургановым, С. Е. Гурьевым и другими, в немалой мере подготовила почву для школьных реформ конца XVIII и начала XIX в. и для открытия, начиная с 1804 г., первых физико-математических факультетов, из которых и вышли вскоре Лобачевский, Остроградский и Чебышев».

Вполне соглашаясь с этой оценкой, мы должны вместе с тем сказать, что первые 20—25 лет XIX в., до гениальных открытий Лобачевского и вступления в науку Остро-

---

88 Предполагалось, что собрание трудов Эйлера будет состоять из 28 томов по 90 печатных листов каждый. Издание было рассчитано на 10 лет.

89 «Математика в школе», 1947, № 1.

градского и Буняковского, представляют мало продуктивный период в истории отечественной математики и механики. Замирает деятельность первой петербургской математической школы, создателем и главой которой был Леонард Эйлер. В самом деле, обратимся к представителям этой школы в рассматриваемые годы. Деятельность одного из первых русских математиков — академика Семена Емельяновича Гурьева (1766—1813), чье имя уже упоминалось, автора более 20 самостоятельных работ по математическому анализу, аналитической геометрии, вариационному анализу и механике, оборвалась рано. Еще короче был жизненный путь последователя Гурьева талантливого математика В. И. Висковатова (1779—1812). Плодовитым и даровитым математиком был Н. И. Фус (1755—1825), непосредственный ученик Эйлера, но в идейном отношении он был эпигоном: его научные заслуги в основном состояли в решении ряда частных задач, поставленных Л. Эйлером; в своих взглядах на задачи математической науки и математического просвещения он стоял до конца жизни на тех же позициях, что и в начале своей научной деятельности. Коллинс (1791—1840), один из двух академиков-математиков в том составе, который избирал в адъюнкты молодого Остроградского, был хорошо осведомлен о достижениях наиболее выдающихся его современников в области математики, но свои способности аналитика применял преимущественно для формальных обобщений различных соотношений математического анализа, например разложения одной функции по степеням другой (ряд Лагранжа), и т. п. Печатал он немного, учеников не имел. В идейном отношении он всецело примыкал к Н. И. Фусу. Что же касается П. Н. Фуса, занявшего после смерти отца его академическое кресло и должность непременного секретаря, то о нем как об ученом сказать нечего. И то, что академическая математика была представлена к 1828 г. им и Коллинсом, означало тупик: от них нельзя было ожидать творческого отклика на новые идеи в науке или хотя бы пропаганды и продвижения того, что создавалось другими.

Вступление в Академию Остроградского и Буняковского действительно составило новую эпоху в истории академической и всей отечественной математики.

ПЕРВЫЕ ГОДЫ В ПЕТЕРБУРГЕ (1828—1831)

В начале 1828 г. М. В. Остроградский возвратился в Россию.

По пути на родину, как в свое время на пути во Францию, ему не повезло. Поэт Н. М. Языков, тогда студент Дерптского (Тартуского) университета, сообщал 5 мая 1828 г. своим родным: «Дней пять тому назад явился ко мне неизвестный русский пешеход от Франкфурта — ему мы тоже помогли: вымыли, обули, одели, покормили и доставили средства кормиться и дорогой до Петербурга. Ему прозвание — Остроградский; он пришел в Дерпт почти голым: возле Франкфурта его обокрали, а он ехал из Парижа, где 7 лет учился математике,— как говорил, был даже учителем в школе Генрика IV, к брату в Петербург. Что он русский, был долго в Париже и точно так называется как выше написано — это мы видели из его пропуска, но что он, зачем был там и зачем идет в Петербург — не знаем» [90]. Из-за отсутствия диплома у него были затруднения при получении права на жительство в Петербурге, где он решил обосноваться. В это время и пригодился документ о присвоении ему чина коллежского регистратора.

Немедленно по прибытии в Петербург Остроградский был взят под надзор полиции. Вероятно, об этом он сам и не знал до конца своих дней. Надзор вскоре прекратили, так как политические взгляды Остроградского были достаточно хорошо выяснены. Нет основания предполагать, что в Париже он был причастен к какой-либо политической деятельности или посещал какие-нибудь демократические собрания и организации. Должно быть, подозрение правительства падало на каждого, кто возвращался из-за границы, особенно же из постоянно бурлившей Франции, и к тому же не в экипаже, а пешком. Благодаря вниманию властей к Остроградскому до нас дошло несколько документов, при помощи которых можно представить себе, как он жил первые месяцы после возвращения на родину.

В отношении начальника Главного Штаба графа Дибича главнокомандующему в С.-Петербурге графу П. Толстому от 5 июня 1828 г. (№ 1454) сказано:

....

[90] «Письма Н. М. Языкова к родным за дерптский период его жизни», вып. I. СПб., 1918, стр. 356. Цит. по кн. А. И. Кропотова и И. А. Марона «М. В. Остроградский и его педагогическая деятельность» (М., 1961, стр. 17).

«По высочайшему повелению имею честь препроводить при сем к Вашему сиятельству рапорт л.-гв. Московского полка полковника Бутовского на имя его императорского высочества, командующего гвардейским корпусом, о некоем Остроградском, прибывшем из Риги в Дерпт и отправившемся в С.-Петербург. Государю императору[91] благоугодно дабы Ваше сиятельство приказали за сим Остроградским иметь в столице секретный надзор и примечать за его поведением и связями с тем, что будет изъясненное в рапорте Бутовского подозрение окажется не безосновательным, то Остроградского арестовать, а бумаги, при нем имеющиеся, отобрать и рассмотреть».

Отвечая Дибичу, главнокомандующий в Петербурге П. Толстой писал: «...я поручил г. военному генерал-губернатору приказать немедленно отыскать означенного Остроградского, учредить за ним деятельнейший секретный надзор и уведомить меня как можно скорей: где он живет? с кем он знается? какого он поведения и образа мыслей? ровно как вообще о всем, что в отношении к нему узнано будем. При сем я просил г. генерал-адъютанта Голенищева-Кутузова, чтобы все меры для отыскания Остроградского и наблюдения за ним были приняты самым секретным и неприметным образом, дабы отнюдь не подать ему повода к сокрытию чего-либо от бдительности правительства.

Вследствие сего военный генерал-губернатор уведомил меня, что помянутый Михайло Остроградский есть дворянин Полтавской губернии и живет здесь у брата своего, чиновника 8-го класса, Осипа Остроградского, служащего в канцелярии морского министерства и квартирующего в 1-ой морской казарме. Михайло Остроградский имеет здесь значительный круг знакомых, большей частью из сослуживцев брата его, чиновников департамента морского министерства; он знаком также с флигель-адъютантом его императорского величества полковником Лазаревым. В образе жизни сего Остроградского не замечено ничего предосудительного. Ныне изъявил он желание ехать отсюда Полтавской губернии в Кобелякский повет, и как он не

....

[91] Первые два документа, цитируемые здесь, были опубликованы в «Русской старине» (1901, т. 108, ноябрь, стр. 341—342); следующие два опубликованы И. Ф. Павловским в «Киевской старине» (т. 87, отд. II, 1904, ноябрь, стр. 45—46).

подал никакого повода к подозрению, то генерал-губернатор приказал полиции в том ему не препятствовать, а я просил г. малороссийского генерал-губернатора иметь его секретно на замечании».

В письме П. Толстого малороссийскому генерал-губернатору Н. Г. Репнину было, между прочим, сказано: «...находившийся здесь полтавский помещик Михайло Остроградский обратил на себя внимание правительства тем, что он возвратился из-за границы пешком и некоторыми, впрочем незначащими, обстоятельствами. Получив ныне донесение, что сей г. Остроградский отправляется из Полтавской губернии в Кобелякский повет, я считаю долгом покорнейше просить Ваше сиятельство иметь его секретно на замечании».

После этого дело о надзоре за Остроградским перешло в более низкие инстанции. Князь Репнин сообщил о требованиях столичного начальства полтавскому губернатору, тот — кобелякскому земскому комиссару Щекутину. Щекутин известил губернатора, что «по жительству оного Остроградского в доме его отца, здешнего помещика коллежского асессора Василия Остроградского, имел всевозможное наблюдение, но до сего времени ничего не доведено до моего сведения из поведения и поступков сего дворянина, что бы подлежало какому-либо подозрению или предосудительности». Щекутин и сам побывал в имении Остроградских с 30 августа до 8 сентября, когда Михаил Васильевич отправился в Полтаву за получением подорожной в Петербург, но и тут «ничего заслуживающего внимания на подозрение в чем-либо предосудительном» не заметил. Видимо, на этом слежка за Остроградским закончилась.

Говоря языком этих документов, уже в первые месяцы петербургской жизни Остроградский имел значительный круг знакомых, но в них не отмечено, что он тогда же был принят в академических кругах. В июле, до летней поездки в родные места, им был подан в Академию мемуар «Заметка об одном интеграле, встречающемся при вычислении притяжения сфероидов». В августе, еще в отсутствие Остроградского, Коллинс дал об этой работе заключение, которое заканчивается такими словами:

«То выгодное представление, которое этот мемуар дает нам о проницательности, глубине и основательных знаниях его автора; уважение к нему, которое засвидетельствовано первыми математиками Франции, такими, как гг. Пуассон и Коши; наконец, справедливое желание видеть будущую славу юных талантов, выросших на русской почве, тесно связанной со славою Академии,— все это побуждает нас обратить особое внимание наших почтенных коллег на этого молодого геометра, привлечение которого не может не быть весьма благоприятным для интересов Академии».

После возвращения осенью в Петербург Остроградский представил Академии еще две работы (одна из них, «Об определенных интегралах», была принята в печать вместе с первой, июльской, но том академических мемуаров, куда включены обе работы, вышел в свет с опозданием — в 1831 г., вторая, «О доказательстве одной теоремы интегрального исчисления», не была напечатана, вероятно, потому, что ее содержание вошло в другие мемуары Остроградского). Это было добавочным аргументом для того, чтобы Коллинс вместе с Н. Фусом и астрономом Вишневским в декабре предложили «г. Остроградского к избранию на вакантное место адъюнкта Академии по прикладной математике». Избрание состоялось 17 декабря 1828 г., было «всемилостивейше утверждено» Николаем I, после чего, как отмечает протокол конференции Академии наук от 18 марта 1829 г., «г. адъюнкт Остроградский, уведомленный секретарем об утверждении, явился присутствовать в первый раз на заседаниях Академии и после представления членам Конференции занял кресло рядом с г. Ленцом». На следующий же день с Остроградского была взята подписка в том, что он «ни в какой масонской ложе и никакому тайному обществу ни внутри империи, ни вне ее» не принадлежит и обязуется «впредь оным не принадлежать и никаких сношений с ними не иметь».

Еще в 1828 г. Остроградский начал преподавать математику в Морском кадетском корпусе. Но педагогическая работа пока не отражалась на его научной активности. С марта 1829 г. по март 1830 г. он десять раз выступает в Академии с докладами о своих исследованиях и представлениями своих работ. Их темы — все из области математической физики: теория волн, теория теплоты, упругие колебания, метод вариации произвольных постоянных в задачах механики, о вековых неравенствах в движении планет, о равновесии и движении твердых тел. С ноября 1829 г. он начинает чтение своего первого публичного курса по небесной механике и собирает невиданное по тому времени для такого предмета число слушателей — около тридцати. Этот курс, во многом оригинальный, Остроградский читал по март 1830 г. и должен был вложить немало труда не только в подготовку к лекциям, но и в их издание отдельной книгой (лекции записывал его слушатель Янушевский, Остроградский проверял и редактировал эти записки), напечатанной в 1831 г. В это же время Остроградский дал отзывы о математической работе, представленной в Академию М. В. Лениным, и о программе по теории вероятности вильнюсского профессора Ревковского, работал в комиссии по введению в России Григорианского календаря и в комиссии по астрономическому определению пограничных мест империи. Но это не все. Воодушевленный, видимо, своими научными достижениями и отлично осведомленный о состоянии современной ему математической науки, он в эти же месяцы составляет план всеобъемлющего труда по математической физике. В своем рапорте Академии от 24 марта 1830 г., испрашивая разрешение на поездку в Париж, Остроградский пишет:

«Преемники Ньютона развили в самых мелких подробностях великий закон всемирного тяготения и сумели подвергнуть математическому анализу многие важные и трудные вопросы общей физики и физики невесомых веществ. Совокупность их трудов о системе мира составляет бессмертный труд небесной механики, в котором астрономы еще долго будут черпать элементы своих таблиц; но физико-математические теории не объединены еще в одно целое; они рассеяны во множестве собраний академических мемуаров, они исследуются при помощи различных методов, часто весьма смутных и неполных; есть также теории, уже сложившиеся и, однако, нигде не опубликованные.

Я ставлю себе целью объединить все эти теории, разработать их однородным методом и указать важнейшие их приложения. Я уже собрал необходимые материалы по движению и равновесию упругих тел, по распространению волн на поверхности несжимаемых жидкостей, по распространению тепла внутри твердых тел и, в частности, внутри земного шара. Но эти теории составят лишь необходимую часть всего труда, который должен включить также распределение электричества и магнетизма в телах, способных быть наэлектризованными или намагниченными через влияние, электродинамическое влияние, движение электрических флюидов, движение и равновесие жидкостей, действие капиллярности, распределение тепла в жидкостях и теорию вероятностей; в этой последней я рассмотрю специально несколько пунктов, в которых знаменитый автор небесной механики был, по-видимому, неправ.

Чтобы достойным образом выполнить большую и трудную задачу, которую я себе поставил, я считаю необходимым посоветоваться с французскими учеными и, в частности, с гг. членами Парижской Академии наук. Я считаю также необходимым ознакомиться с некоторыми рукописями д'Аламбера, Клеро и Лагранжа, хранящимися в библиотеке Французского Института *.

Я прошу Академию разрешить мне поездку в Париж на срок от 7 до 8 месяцев и прошу в это время считать меня на действительной службе, ибо полагаю, что мое присутствие в С.-Петербурге не будет более полезным Академии, чем мое отсутствие во время этой поездки» [92].

Выполнение колоссальной программы, намеченной здесь Остроградским, казалось ему тогда делом посильным — и не только ему, раз Академия оказала поддержку его планам. Это еще одно доказательство того, как высоко стоял уже тогда его научный авторитет. Его первый год в Академии был, пожалуй, наиболее продуктивным годом научной деятельности. Но последовавшие за этим месяцы оказались крайне неудачными.

Оформив свой отпуск и по Академии, и по Морскому кадетскому корпусу, Остроградский выехал в середине 1830 г. в Париж. Он попал туда в пору революционных событий: в июле была свергнута династия Бурбонов. Вероятно, из-за этого он по прибытии в Париж получил предписание немедленно оттуда уехать. Ссылаясь на отсутствие средств для отъезда (по нашему мнению, тогда это было предлогом, чтобы оттянуть исполнение предписания), Остроградский затеял переписку с Петербургом и продержался в Париже до середины декабря, когда его снабдили деньгами через русское посольство и передали распоряжение самого императора: либо выехать в Лондон, если

* Во время моего пребывания в Париже г. Фурье дал мне разрешение работать над этими рукописями; я думаю, что он не будет чинить мне препятствий в предоставлении такого разрешения вторично.

[92] Сборник, стр. 275—276.

он это считает полезным для продолжения своих занятий, либо возвращаться в Россию. Но еще перед этим, как он пишет в рапорте Академии от 6 апреля 1831 г., «приключилась мне тяжкая глазная болезнь». Врач-окулист запретил поездку в Лондон, опасаясь последствий морского путешествия, но и возвращение в зимнее время в Петербург было тяжким испытанием для больного Остроградского. На два месяца ему пришлось задержаться в Риге для лечения глаз — ему угрожала полная потеря зрения. Вернулся он в Петербург лишь к маю 1831 г., потеряв один глаз. Потребовалось еще несколько месяцев отдыха и лечения для восстановления сил, и только к ноябрю 1831 г. Остроградский был снова в строю. В осуществлении своих научных планов он за это время почти не продвинулся, хотя во время его пребывания в Париже Араго (выдающийся физик, тогда непременный секретарь Парижской Академии наук) и Пуассон дали весьма похвальный отзыв о его курсе лекций по небесной механике, который был им представлен в рукописи. Этот отзыв вскоре был напечатан в немецком «Journal für reine und angewandte Mathematik» редактором журнала Креллем вместе с обещанием опубликовать работу Остроградского по небесной механике (не удалось выяснить, в силу каких причин это обещание осталось невыполненным).

В отсутствие Остроградского он был избран экстраординарным академиком (11 августа 1830 г.), а также назначен профессором аналитической механики и астрономии Института корпуса инженеров путей сообщения. 21 декабря 1831 г. его избирают ординарным академиком по прикладной математике. В этом же году Остроградский женился и поэтому, очевидно, в январе 1832 г. начинает работу в качестве ординарного профессора в Главном педагогическом институте, так как прежних средств ему уже не хватает.

ВТОРОЙ ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПЕРИОД (1831—1839)

С конца 1831 г., когда Остроградский вернулся к прерванным заграничной поездкой и болезнью занятиям и зажил по-семейному, и до последних дней жизни биограф Остроградского не может отметить каких-либо ре-

Академический дом в Петербурге, в котором жил М. В. Остроградский

шающих, переломного значения событий. Все течет в одном и том же русле. Поэтому намечаемые здесь грани, разбивающие последние тридцать лет жизни Остроградского на периоды, в известной мере условны, если их рассматривать как хронологические вехи. И все же при анализе научной и педагогической работы в эти годы Остроградского нельзя не видеть в ней этапов, отличающихся друг от друга, можно сказать, качественно. Что же касается быта, привычек, повадок, круга и характера интересов — все это остается почти неизменным все тридцатилетие, и об этом можно рассказать сразу.

Вскоре после избрания в Академию Остроградский получил казенную квартиру и поселился в ней. Квартира была большая, из шести комнат. Первое время он жил в ней только со слугой, по всей вероятности, крепостным Остроградских, которого он называл «пан Кирило». Сохранилось письмо Остроградского, относящееся как раз к этому начальному периоду его петербургской жизни; в этом письме он обращается к отцу с просьбой прислать мальчика в помощь старому слуге.

«Милостивый государь батюшка.

Полагая, что Сушков[93] будет скоро назад в Петербург, поспешаю повторить мою просьбу о присылке мне мальчика. Пану Кирилу слишком много работы, и мне с ним одним нельзя управиться. Пока ночи были светлы, Кирило спал спокойно, а теперь мертвецов боится; у нас квартира довольно большая и есть несколько пустых комнат, возле которых Кирило и пройти боится.

Прошлым летом, здесь лето уже прошло, я ходил на охоту с ружьем и, сделавши промахов двадцать, купил две пары уток и уверил Осипа Васильевича, что сам убил; он и теперь слывет великим стрелком.

Повторяю мою просьбу о присылке мальчика... Если бы можно его прислать, Сушков обещал мне доставить сюда мальчика, да в случае чего я могу заплатить ему и прогоны за одну лошадь.

Письма сего покорно прошу вас не показывать Сушкову, он может обидеться, что предлагаю заплатить за одну лошадь, брат Осип Васильевич и я слава Богу здоровы и видимся довольно часто.

Впрочем остаюсь ваш покорный сын Михаил Остроградский».

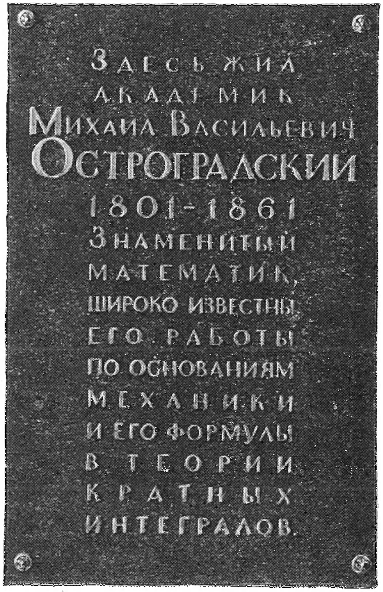
С женитьбой Остроградского на Марии Васильевне Люцау условия его жизни изменились. По воспоминаниям современников, Мария Васильевна имела художественные способности и склонности: пела, играла на рояле, писала стихи. Некоторые сохранившиеся ее бумаги и письма создают весьма благоприятное представление о ее характере. От научных интересов мужа она была далека, но оба они любили общество (Остроградский был находчивым и остроумным собеседником) и детей. Старший сын Виктор, оставивший воспоминания об отце, родился в 1833 г., позже родились две дочери. Остроградский с удовольствием возился и со своими детьми и с детьми брата. Но как только новая идея приходила ему в голову, он трудился «запоем», дни и ночи, и в такие полосы не являлся даже на лекции, а запирался у себя в кабинете и был недоступен для семейства.

Детство, проведенное в центре Украины, в семействе, в котором обиходным разговорным языком был украин-

[93] Земляк Остроградских.

ский, на всю жизнь определило привязанность Остроградского к украинскому языку. Украинские словечки он не без удовольствия вставлял в свою речь, пользовался ими и на лекциях. Почти ежегодно на летние месяцы он приезжал в родную Полтавскую губернию и в своем имении проводил отпуск. Там он стремился вволю наговориться по-украински.

В деревне Остроградский любил купаться, часто устраивал на речке настоящие битвы с деревенскими ребятишками, забрасывал их «калюкою» (грязью), ребята отвечали ему тем же.



Мемориальная доска на академическом доме, в котором жил М. В. Остроградский

Остроградский любил быть на людях и у себя в деревне либо сам часто ездил в гости, либо принимал гостей. Когда ему случалось бывать в деревне под новый год, то он, вспоминая близкие ему с детства обычаи, выходил от гостей под окошко собственной гостиной и кричал: «благословить щедруваты!», а затем начинал знакомую с детства колядку: «Щедрык — ведрык, дайте вареньк, грудочку кашкы, кильце ковбаскы, ще цего мало — дайте и сала!» [94].

Как видно из сохранившихся писем, в допетербургский период жизни Остроградский владел русским языком далеко не в совершенстве. В воспоминаниях сына дошла до нас анекдотическая реплика его тетки: встретившись с ним после его возвращения из Парижа, она, услышав оставшийся малороссийский акцент молодого ученого, не покидавший его всю жизнь, сказала с грустью: «Ах, Миша, Миша... и чему ты научился в Париже. Ты даже по-рус-

[94] П. И. Трипольский. Указ. соч., стр. 81.

ски хорошо не выучился как следует говорить». В утешение своей тетке Остроградский мог бы заметить, что он овладел в совершенстве французским языком, полюбил французскую классическую литературу и «знал целые тирады и монологи из Расина, Корнеля и Мольера. Часто слыхал я его говорящим наизусть стихотворения Беранже и Наполеона «Пятое мая»»,— пишет о нем сын. Поэтому многие его научные работы, отзывы, лекции по небесной механике, большая часть рукописей — на французском языке. Но, поселившись в Петербурге, Остроградский хорошо овладел русским языком и, как можно судить по сохранившимся рукописям, писал по-русски живо и интересно. Он интересовался русской литературой, любил декламировать стихи Державина, Жуковского, Пушкина.

Обладая прекрасной памятью, Остроградский помнил многие литературные и исторические произведения, прочитанные даже в ранней юности. Одним из любимых его писателей был Т. Г. Шевченко, с которым М. В. Остроградский находился в дружеских отношениях, как об этом можно судить по заметкам в дневнике Шевченко. Так, например, 13 апреля 1858 г., вскоре после своего возвращения из ссылки, Т. Г. Шевченко пишет в этом дневнике:

«От Н. Д. Старова поехали мы с Семеном [95] к М. В. Остроградскому. Великий математик принял меня с распростертыми объятиями, как земляка и как надолго отлучившегося куда-то своего семьянина. Спасыби ему. Остроградский с семейством едет на лето в Малороссию. Пригласил бы, говорит, и Семена с собой, но боится, что в Полтавской губернии сала не хватит на его продовольствие» [96].

Шевченко упоминает об Остроградском в повести «Художник», написанной им в ссылке.

«Я лично и хорошо знал гениального математика нашего Остроградского (а математики вообще люди неувлекающиеся), с которым мне случилось несколько раз обедать вместе. Он кроме воды ничего не пил за столом. Я и спросил его однажды:

— Неужели вы вина никогда не пьете?

— В Харькове еще когда-то я выпил два погребка, да и забастовал,— ответил он мне простодушно.

....

[95] Семен Степанович Гулак-Артемовский — автор оперы «Запорожец за Дунаем», известный оперный певец 40—50-х годов XIX в.

[96] Т. Шевченко. Полн. собр. соч., т. 3. Киев, 1949, стр. 262.

Немногие, однако ж, кончают двумя погребками, а непременно принимаются за третий, нередко и за четвертый, и на этом-то роковом четвертом кончают свою грустную карьеру, а нередко и самую жизнь» [97].

Необходимость содержать возраставшую семью заставила М. В. Остроградского браться за педагогическую деятельность, которая, конечно, мешала научной работе. Его материальное положение никогда не было блестящим.

П. И. Трипольский опубликовал письмо М. В. Остроградского к отцу, оно, к сожалению, не имеет даты, но, несомненно, относится к тому периоду, когда Остроградский уже был академиком, но еще не был женат. В этом письме он обращался с просьбой о материальной помощи. Мы приводим это письмо в отрывках.

«Милостивый государь батюшка.

Письмо Ваше от 1-го августа я получил и признаюсь, что оно весьма огорчило меня. Я знаю, что Вам нужны деньги и поэтому просил у Вас весьма небольшую сумму 200 рублей, которые мне крайне нужны. Я получаю не шесть тысяч, а 4000 рублей. Совершенно согласен, что и сии деньги при квартире довольно достаточны для одного, но на обзаведение, батюшка, на мебель, на платье.

Я имею казенную квартиру в 6-ть комнат, казна никогда не дает квартиры с мебелью.

Я здесь принят в лучших домах и божусь Вам, что у меня нет порядочного платья. Другое дело получать 4000 рублей при всем обзаведении или получать их, не имея ничего...

Прошу Вас мне верить в том, что я говорю: из прошлогодней теплой шинели я сделал холодную, в другом месте денег занять не можно, но к новому году я получу, перед самым новым годом, 1000 рублей из морского корпуса и заплачу вам.

Ваш покорный сын Михаил Остроградский» [98].

Из этого письма видно, что Остроградский не мог обойтись академическим жалованьем, еще не имея своей семьи. Тем более он нуждался в деньгах после женитьбы. К началу 1832 г. у него были три педагогические нагрузки. Через несколько лет он взял на себя преподавание еще в

[97] Т. Шевченко. Полн. собр. соч., т. 2, стр. 81.
[98] П. И. Трипольский. Указ. соч., стр. 78—79.

двух учебных заведениях. Конечно, не только ради денег он работал в области математического просвещения, и тому достаточным доказательством его публичные лекции — их он читал без какого бы то ни было денежного вознаграждения. Но нет сомнений в том, что, будь Остроградский лучше материально обеспечен, он дал бы науке несравненно больше. Эта мысль подчеркивалась и первым биографом М. В. Остроградского академиком И. И. Сомовым, писавшим: «...если бы Остроградский не был вынужден искать занятий вне Академии, будучи вполне обеспечен хорошим содержанием, то его математический талант был бы, без сомнения, плодотворнее. Несмотря, однако ж, на все это, Остроградский с честью совершил свою ученую карьеру и занял высокое место между современными математиками» [99].

Напомним, что «высокое место между современными математиками» Остроградский занимал уже в 1832 г. Ближайшие годы упрочили его положение. В течение 1832—1839 гг. он дает около 20 научных работ. Эти работы в достаточной мере разнотемны, но в первые годы мы находим среди них исследования, несомненно связанные с выполнением общего плана, который был выдвинут Остроградским в его рапорте Академии в 1830 г. Он снова обращается к исследованию упругих колебаний в неограниченной среде и к проблеме распространения тепла в жидкостях, в нескольких работах рассматривает вопросы теории вероятностей, уточняя и исправляя в отдельных пунктах Лапласа. Можно считать относящимися к тому же разряду и работы этих лет по теоретической механике, хотя последняя не должна была войти в трактат по математической физике, задуманный Остроградским. Возникли эти исследования, несомненно, в связи с учебными курсами Остроградского (на этот период приходятся два литографированных издания его лекций по аналитической механике). В двух больших мемуарах «Общие соображения относительно моментов сил» (1834 г.) и «О мгновенных перемещениях систем, подчиненных переменным условиям» (1838 г.) Остроградский существенно расширяет область аналитической механики, систематически вводя в рассмотрение связи, зависящие от времени, и отмечая так-

[99] И. И. Сомов. Очерк жизни и ученой деятельности Михаила Васильевича Остроградского.— «Записки имп. Академии наук», т. III, стр. 11.

же, что подлежат учету и связи, выражаемые дифференциальными соотношениями, т. е. открывая новую главу механики — исследование неголономных систем. Вместе с тем на эти же годы приходятся несколько выдающихся работ Остроградского, которые надо отнести к «чистой математике». Это «Мемуар об исчислении вариаций кратных интегралов» (1834 г.), перепечатанный в 1836 г. в немецком журнале (Crelle's) и в 1861 г. переведенный на английский язык (в известной книге Todhunter'а по истории вариационного исчисления); работы по интегрированию функций в конечном виде; небольшая, но занимающая почетное место в истории методов нелинейной механики статья о способе последовательных приближений и др. Занимается Остроградский в это время и теорией чисел. Стимулом для этих исследований зачастую была его педагогическая работа: при подготовке тех или иных разделов выяснялась необходимость разработать определенные вопросы. Много свежего математического материала в замечательном курсе публичных «Лекций алгебраического и трансцендентного анализа», прочитанном в 1836/37 г. в Морском кадетском корпусе и изданном в 1837 г. по записям слушателей С. А. Бурачека и С. И. Зеленого [100]. Спешка с изданием привела к тому, что Остроградский не имел возможности отредактировать записи, кроме того, составители сочли возможным внести свои дополнения и изменения, о чем впоследствии упоминал Остроградский в одном из своих мемуаров. В результате, книга содержала прямые ошибки. Тем не менее она, наряду с вышедшей в следующем году книгой И. И. Сомова «Теория алгебраических уравнений высших степеней», долгое время служила основным руководством по алгебре для русских математиков. В предисловии к своему курсу Сомов дал очень высокую оценку книге Остроградского. Приводим его отзыв:

«Алгебраический анализ в последнее время оказал быстрые успехи. Педагоги наши не переставали за ним

[100] С. А. Бурачек — корабельный инженер, член Морского технического комитета, профессор теории и практики кораблестроения в офицерских классах Морского кадетского корпуса; известен также как реакционный писатель и критик, близкий к Булгарину; в 40-х годах издавал обскурантистский журнал «Маяк»; С. И. Зеленый — адмирал, председатель Морского ученого комитета, автор нескольких руководств для Морского кадетского корпуса, читал лекции по астрономии в Петербургском университете.

следовать и сообщать учащимся новые открытия, составляя или переводя с иностранных языков хорошие руководства, но наиболее принесли услугу нашей литературе г.г. Бурачек и Зеленый — изданием «Лекций алгебраического анализа», читанных в прошлом году академиком Остроградским... Этот труд истинно полезный, заслуживает полную благодарность тех, которые пожелают познакомиться с приемами нашего геометра и с философскими взглядами на предмет и систему анализа» [101].

В лекциях по алгебраическому анализу Остроградский изложил курс высшей алгебры на уровне современного ему состояния этой науки, включив в него отделение корней по способам Штурма и Фурье, приближенные методы вычисления корней алгебраических уравнений, способ Гаусса для решения двучленных уравнений, доказательство Абеля невозможности решения уравнений пятой степени в радикалах, а также его распространение на уравнения высших степеней. Кроме того, пять лекций были посвящены теории чисел.

Лекции Остроградского пользовались неизменным успехом. Мы приведем здесь выдержки из письма одного из слушателей этого курса лекций к своему московскому другу. Они показывают, каким большим общественным и культурным событием являлись лекции Остроградского и как гордились этим событием — свидетельством подъема русского национального таланта.

«Душевно радуюсь, что имею случай Вам, любителю всего полезного, сообщить очень приятную новость, которую, впрочем Вы, вероятно, знаете из газет, но без подробностей.

Вот уже двенадцатый раз имели мы удовольствие слушать лекции русского геометра [102], которого лет семь тому с таким удовольствием слушали сами французы, в самом Париже, столице геометров. У нас теперь свой родной геометр, которым можно гордиться, и еще лучше — у него учиться, которого каждый мемуар — их уже очень много — есть непременно какое-нибудь новое открытие, новый подарок ученой Европе...

....

[101] И. Сомов. Теория определенных алгебраических уравнений высших степеней. М., 1838, стр. 111.

[102] Слово «геометр» автор письма употребляет в смысле «математик»; это было в стиле того времени.

М. В. Остроградский (около 1840 г.)

На лекцию собираются: инженеров путей сообщения 15, морских офицеров 22, корабельных офицеров 12, генерального штаба 1, полевых инженеров 3, разных г.г. ученых 8, всего 61.

Я вместе с Вами без ума от восторга: 53 слушателя, все в эполетах, 61 всех слушателей математики! Представьте себе, сам Коши, представитель парижских аналистов, не всегда насчитывал их у себя до 20; в Париже, где и барыни не пугаются анализа, где анализ тоже в числе модных «головных» уборов. Между постоянными слушателями мы заметили троих наших академиков, сочленов г. Остроградского, известнейших всей ученой Европе: В. Я. Буняковского, Э. Х. Ленца, М. В. Тарханова. Этого не запомнят ни в Париже, ни в Берлине. Кроме их мы заметили еще многих заслуженных штабных офицеров. Как же не радоваться, что у нас есть кому и есть кого слушать!

Гениальный талант, признанный всеми, бесконечная начитанность, удивительная память, самая счастливая способность с быстротою молнии сближать самые отдаленные вещи, головокружительная вершина, с которой русский геометр обзирает обширнейший горизонт анализа, дают ему полную возможность усматривать самые кратчайшие пути, ведущие к той же цели. Этим-то путем он ведет своих слушателей. Нельзя надивиться, как просто, сжато, как ясно излагает он самые сбивчивые, растянутые, темные теоремы.

Как человек, совершенно владеющий своим предметом, он, кажется, шутит, а не работает; и это дело, всегда боязливое, всегда послушное своему мастеру, точно само собой делается, даже досадно: теперь и я бы, кажется, то же самое придумал, как все просто. Ведь Вы знаете Михаила Васильевича? Какая драгоценность для слушателей. Природа дала ему и самую наружность истинного профессора. Прекрасный, видный рост, «прямо пропорциональный» высоте его гения, открытое значительное лицо, голос чистый, яркий, звучный, мудрено ли, что он слышен в зале для 60 слушателей, когда его слышат в отдаленнейших краях Европы бесчисленные слушатели...

Вот теперь-то я вполне чувствую, как Вы рады, в каком Вы восторге, любезнейший Евгений Федорович! услышав от меня, что 110 эполет ушли с паркета и смирнехонько, на стульях, при тишине, прерываемой только скрыпом нетерпеливых перьев, ловят каждое слово нашего единственного аналиста, которому греки — да, греки не в пример почтительнее нас,— наверное построили бы аналитический храм с алтарем и непрерывным фимиамом...» [103].

В этот восторженный отзыв необходимо внести одну существенную поправку: его автор находится под впечатлением, будто лекции Остроградского не стоят тому большого труда, что они чуть ли не импровизации, и, видимо, не понимает, что чем естественней и непринужденнее излагает свой материал лектор, тем больше была его подготовительная работа. А ведь Остроградский излагал и вопросы, еще не вошедшие в учебную литературу, причем

....

[103] «Математические лекции академика Остроградского». СПб., 1837; письмо С. Б. от 4 января к Е. Коршу — журналисту и публицисту, участнику кружка Герцена, Белинского и Грановского.

творчески перерабатывал содержание оригинальных исследований таких математиков, как Абель и Гаусс.

Преподавательская деятельность Остроградского в Петербурге началась, как мы знаем, с Морского кадетского корпуса. Это было, пожалуй, старейшее учебное заведение Петербурга, если вести его историю от той «математических и навигацких, то есть мореходно-хитростных наук школы», которая была создана по указу Петра I от 14 января 1701 г.

На базе «навигацкой» школы (сохранив одновременно школу и в Москве) в 1715 г. Петр приказал организовать в Петербурге Морскую академию. В ней была введена воинская дисциплина. Контингент приема был определен в 300 человек.

После смерти Петра Морская академия начала приходить в упадок, число учащихся падало: в 1731 г. в ней училось 150 человек, а в 1739 г.— только 37.

Реорганизация учебного дела была произведена в конце 1752 г., когда «навигацкое» училище в Москве и Морская академия в Петербурге были закрыты и на их базе создан Морской шляхетский кадетский корпус с контингентом приема в 360 человек. Математике в новом учебном заведении уделялось значительное внимание.

К началу XIX в. Морской корпус был учебным заведением с давними и прочными традициями, и математика в нем традиционно занимала почетное место, преподавание ее было поставлено для того времени неплохо, но уже не удовлетворяло повысившиеся требования к подготовке морских офицеров. Стоявший во главе корпуса знаменитый мореплаватель Крузенштерн не случайно постарался привлечь к преподаванию математики, кроме П. Н. Фуса, Буняковского и Остроградского, преподавать физику были приглашены Ленц и Купфер.

Преподавательская деятельность Остроградского в корпусе, где он заведовал кафедрой математики с 1828 по 1861 г.— до самой смерти (его преемниками с 1861 по 1867 г. был Буняковский, с 1867 по 1900 г.— Н. А. Коркин), во всяком случае в первые годы, имела особый характер. Ему пришлось создавать курсы, что потребовало большого труда.

Работа в Институте путей сообщения (официальное наименование в те годы — Институт корпуса инженеров путей сообщения) предъявляла к Остроградскому другие требования. Манифест об учреждении корпуса был подписан Александром I 20 ноября 1809 г., а торжественное открытие состоялось почти через год — 1 ноября 1810 г. Прототипом для института послужила входившая в состав Политехнической школы парижская Школа мостов и дорог, из стен которой вышло много выдающихся ученых и инженеров.

В основу всего преподавания в Институте путей сообщения была положена математика; поэтому особенно серьезное внимание обращалось на подбор профессоров математики и теоретической механики. Одними из первых профессоров института были известные французские ученые Ламэ и Клайперон [104], принесшие с собой не только новые научные и технические, но и освободительные идеи, царившие в воспитавшей их парижской Политехнической школе. В значительной мере двум этим ученым институт обязан высокой постановкой преподавания строительной механики, механики и теории упругости.

Воспитанник института, один из крупных русских инженеров В. А. Панаев писал в своих воспоминаниях, что в институте было шесть классов, из них четыре закрытые и два последних офицерские. В институт поступали не только лица без специального образования, но и кандидаты университетов, учителя математики, чиновники и проч. «По уставу,— пишет В. А. Панаев,— воспитанники были избавлены от телесных наказаний и тем самым пользовались исключительным правом перед прочими учебными заведениями» [105]. Учебный процесс строился таким образом, что воспитанник мог быть спрошен каждый день; в подготовке к занятиям оказывали помощь репетиторы, но основной подготовкой была товарищеская взаимопомощь.

Остроградский был приглашен в институт для чтения аналитической механики и астрономии в офицерских классах в 1830 г., одновременно с ним для чтения дифференциального и интегрального исчисления институт пригласил В. Я. Буняковского [106].

....

[104] Впоследствии, в 1832 г., Ламэ и Клайперону пришлось покинуть Россию.

[105] В. А. Панаев. Воспоминания.— «Русская старина», 1893, т. 79, ноябрь.

[106] На это приглашение «они изъявили свое согласие, Остроградский с представлением ему жалования 3000 р. в год, а Буняковский на 2000 р. в год». Только через три года директор исхло-

Остроградский быстро завоевал в институте непререкаемый авторитет как ученый и лектор. Вот как писал об этом в своих воспоминаниях В. А. Панаев.

«Всякий воспитанник с нетерпением ждал счастия и достижения великой чести — слушать лекции Остроградского.

Остроградский читал в первом офицерском классе и экзаменовал всегда выпускной класс, долженствующий в следующий сезон слушать его. Когда в дни посещения им института кто-нибудь крикнет бывало: «Остроградский идет», то воспитанники других классов бросались в коридор взглянуть на этого человека; хотя появление в коридорах строго запрещалось, но дежурные офицеры в этот момент смолкали. Вся внешность Остроградского выражала могущество, невольно поражавшее всякого. Глядя на его благородное, возвышенное чело, на его лицо, приятное и выражающее глубокий ум и твердость, чувствовалось, что вы видите перед собой могучего мыслителя, невольно действующего на зрителя импонирующим образом...

Слушать его было истинным наслаждением, точно читались нам высоко поэтические произведения. Он был не только великий математик, но, если можно так выразиться, и философ-геометр, умевший поднимать дух слушателя. Ясность и краткость его изложений были поразительны; он не мучил выкладками, а постоянно держал мысль слушателя в напряженном состоянии относительно сущности вопроса. Всеми мерами он старался, чтобы слушатели следили за ним и могли понимать его: для этого, когда какой-нибудь вопрос обнимал несколько лекций, он начинал всегда с резюме всего уже высказанного о вопросе в прежних лекциях и затем уже шел дальше...» [107].

Эту блестящую характеристику надо дополнить указанием на то, что курсы, которые читал в Институте путей сообщения Остроградский, вовсе не были похожи на курсы, читанные в Морском корпусе: здесь и предметы были другие и слушатели более подготовленные, к которым можно было предъявлять больше требований (например по

потал Буняковскому «столовых денег в 1000 р., по тому примеру, как назначено профессору Остроградскому», мотивируя это «отличной ревностью» Буняковского в преподавании (ЦГВИА, ф. 201, оп. 1, № 388, лл. 2 и 13).

[107] В. А. Панаев. Воспоминания.— «Русская старина», 1893, т. 79, ноябрь.

механике), чем в любом другом учебном заведении России. Возможность излагать механику в большом объеме, с широким применением математического аппарата, вероятно, предопределила крен в сторону механики и в научных исследованиях Остроградского тех лет.

Третье учебное заведение, с которым был связан тогда Остроградский,— Главный педагогический институт, сыгравший славную роль в истории русской культуры. Из этого института вышли многие выдающиеся деятели науки и литературы: Н. А. Добролюбов, Д. И. Менделеев, И. А. Вышнеградский и др.

При Александре I, в связи с огромным недостатком преподавателей, в ряде городов при университетах были открыты педагогические институты. В Петербурге же в Педагогический институт была преобразована Учительская гимназия (1804 г.). В конце 1816 г. Петербургский педагогический институт был переименован в Главный педагогический институт [108], и ему было поручено подготовлять учителей, адъюнктов, магистров и профессоров для всей России. Через три года на базе Главного педагогического института был организован университет, институт прекратил свое существование на девять лет, но в 1828 г. открылся вновь. Права его были несколько урезаны: он лишился права присваивать степени магистра и доктора, провинциальные педагогические институты больше не обязывались представлять ему отчеты. Организацией института преследовалась цель «умножить число достойных наставников юношества и желающим готовить себя к сему почетному званию открыть новые пути для приобретения нужных в оном сведений» [109].

Срок обучения в институте был рассчитан на четыре года; из них два года студент числился в «младшем курсе» и следующие два года — в «старшем». После окончания института студент обязывался проработать на государственной службе восемь лет, вместо шести, полагавшихся для студентов университетов.

....

[108] В здании Главного педагогического института теперь помещается Педагогический институт им. Герцена.

[109] Из указа об учреждении института. См.: А. Смирнов. Историческое обозрение первого двадцатипятилетия Главного педагогического института (1827—1853).— «Журн. мин. нар. просв.», 1881, отд. III, стр. 35.

Дирекция института пригласила Остроградского в самом начале 1832 г. в качестве профессора. При поступлении в институт Остроградский предъявил дирекции некоторые требования, касающиеся педагогического процесса. Директор института писал об этом министру народного просвещения: Остроградский «полагает, что для окончания полного курса математики в три года нужно преподавать оную не менее как три раза в неделю; для чтения лекций намерен он составить собственный курс и желает, чтобы для доставления менее способным студентам возможности оказать успехи наравне с другими употреблен был репетитор для повторений по следуемой им методе» [110].

С этого времени началась деятельность Остроградского по воспитанию и отбору талантливых студентов для научной работы. Навсегда сохранили память об Остроградском как о человеке, определившем в значительной мере интересы всей их дальнейшей жизни, ученики Остроградского по Главному педагогическому институту: И. А. Вышнеградский, А. Н. Тихомандрицкий, Н. С. Будаев, П. Е. Рощин, Е. Ф. Сабинин, Д. М. Деларю и другие.

Профессор Харьковского университета Д. М. Деларю в предисловии к своему курсу дифференциального исчисления писал в 1869 г.: «М. В. Остроградский заслуживает особенной признательности от нас, русских. В лекциях своих он всегда являлся замечательным систематизатором, всегда вооружался против рутинных приемов и проводил общие взгляды на соотношение между собою отдельных научных методов. Мысли его сохранились и развились его учениками, искренне чтившими память замечательного нашего ученого. Мне кажется, что и в моем сочинении я следовал направлению, указанному Михаилом Васильевичем» [111].

Товарищи по работе также питали глубокое уважение к Остроградскому как к ученому, лектору, воспитателю молодежи. Приведем выдержки из документов, относящихся к деятельности Остроградского в Главном педагогическом институте:

«...Конференция Главного педагогического института во уважение глубоких познаний профессора Остроградско-

[110] ЦГИА, ф. 733, оп. 93, л. 23.

[111] Д. М. Деларю. Курс дифференциального исчисления и теории алгебраических функций. Харьков, 1869.

го в математике и опытности его в преподавании сего предмета единогласно избрала его к продолжению его профессорских занятий по институту еще на пять лет...»[112].

«...Ныне исполнилось 25 лет службы академика Остроградского в звании ординарного профессора института.

Посему конференция... имеет честь ходатайствовать... о предоставлении Остроградскому, приносящему столько пользы институту своим преподаванием и служащему украшением месту служения, звания и прав заслуженного профессора Главного педагогического института и о назначении ему пенсии полного оклада профессора жалованья 1000 р. 72 к. серебром с 30-го минувшего января, сверх получаемых им окладов по занимаемым им должностям»[113].

Это ходатайство было удовлетворено, и Остроградский в качестве заслуженного профессора продолжал работать в институте до его закрытия в 1859 г.

Свои курсы в институте Остроградский читал как математик для математиков. К сожалению, они до нас не дошли, но то, что он вносил в них свое, оригинальное, доказывает хотя бы лишь недавно опубликованная его работа «О функции Гамма». Работа была написана и представлена Академии наук в 1859 г. в связи с некоторыми результатами Бине, о которых незадолго перед тем узнал автор. В ней есть такая фраза: «В курсе анализа, который я читал более чем двадцать лет назад в Главном педагогическом институте, я дал по этому поводу ряд, который, как оказалось, тождествен с полученным Бине».

Мы стремились показать в предыдущем изложении, насколько разнообразной была большая педагогическая деятельность Остроградского в течение рассматриваемого десятилетия. Нельзя сказать, что она была чем-то второстепенным по сравнению с его интенсивной научной работой. Не раз она давала ему темы для исследования, а его занятия наукой, конечно, находили свое выражение в виде курсов лекций. Лекционная деятельность, включая сюда публичные курсы, давала, видимо, Остроградскому

....

[112] 17/XII 1853 г.— ЦГИА, ф. 733, оп. 93, № 124317, л. 1.
[113] 6/II 1857 г.— Там же, лл. 5—6.

особое удовлетворение. Но как много она должна была отнимать времени и сил! Из зарубежных математиков ранга Остроградского, его современников, вряд ли кто-либо нес бремя педагогической работы хотя бы половинной тяжести.

Несмотря на большую педагогическую нагрузку Остроградский много работал и в Академии: рецензировал математические работы и участвовал в различных комиссиях. Например, он работал в комитете, рассматривавшем «проекты снабжения столицы невскою водою посредством проводных труб» (1835 г.), в комиссии для исследования возможности «применения электромагнитной силы для движения судов, по способу Б. С. Якоби» (1837 г.).

По поручению Академии он каждый год давал несколько отзывов на различные математические работы. Все это — существенная составная часть общественной просветительской деятельности Остроградского. Но с нею связан и печальный эпизод — его отзывы о работах Н. И. Лобачевского — единственные, подпись под которыми Остроградского хотелось бы снять.

В 1832 г. Остроградскому было поручено дать отзыв о сочинении Лобачевского «О началах геометрии», незадолго перед этим напечатанном в «Казанском вестнике» и присланном Лобачевским в Академию наук. Этот отзыв написан в резких тонах; приводим его целиком:

«Рапорт в императорскую Академию наук.

Академия поручила мне рассмотреть одну работу по геометрии г-на Лобачевского, ректора Казанского университета, и дать о ней устный отзыв.

Автор, по-видимому, задался целью писать таким образом, чтобы его нельзя было понять. Он достиг этой цели; большая часть книги осталась столь же неизвестной для меня, как если бы я никогда не видел ее. В ней я понял только следующее:

Можно допустить, что сумма углов в треугольнике меньше, чем два прямых угла. Геометрия, вытекающая из этой гипотезы, труднее и пространнее той, которая известна нам, и может служить большим подспорьем в чистом анализе и особенно в теории определенных интегралов, так как она уже послужила для нахождения значения двух определенных интегралов, которые никому еще не удавалось получить и которые было бы, кроме того, трудно получить другим способом.

О том, что я прочел, я считаю долгом сообщить Академии:

1) Из двух определенных интегралов, которые г-н Лобачевский считает своим открытием, один уже известен. Его можно получить на основании самых элементарных принципов интегрального исчисления. Значение другого интеграла, данное на стр. 120, является, поистине, новым. Оно — достояние г-на Казанского ректора. К несчастью, оно неверно [114].

2) Все, что я понял в геометрии г-на Лобачевского, ниже посредственного.

3) Все, что я не понял, было, по-видимому, плохо изложено по той же самой причине, что в нем трудно разобраться.

Из этого я вывел заключение, что книга г-на ректора Лобачевского опорочена ошибкой, что она небрежно изложена и что, следовательно, она не заслуживает внимания Академии» [115].

Этот отзыв с приложением критики вычислений Лобачевским двух интегралов был зачитан на конференции Академии 7 ноября 1832 г. В протоколе имеется запись, в которой, между прочим, говорится: «работа выполнена с таким малым старанием, что большая часть ее непонятна».

Какие причины вызвали такой резко отрицательный отзыв? Дело, конечно, не в особой неприязни Остроградского, так как он лично Лобачевского не знал. Ответ на этот вопрос был дан профессором А. П. Котельниковым:

«Чтение этой работы для всякого, кто в первый раз начинает знакомиться с «воображаемой геометрией» Лобачевского, представляет громадные и, пожалуй, даже непреодолимые трудности... Но кроме этих трудностей, которые коренятся в существе самого предмета, на пути читателя Лобачевский воздвиг еще и новые трудности. Первая часть «О началах геометрии», в которой как раз и находится все наиболее существенное для понимания его «воображаемой геометрии», не содержит почти никаких доказательств, написана чрезвычайно сжато и носит харак-

---

114 Это утверждение Остроградского неправильно.— См.: В. Ф. Каган. Лобачевский. М.— Л., 1944, стр. 190.

115 Пер. с франц. (помещен в книге «Материалы для биографии Н. И. Лобачевского». Собрал и редактировал Л. Б. Модзалевский, М.— Л., 1948, стр. 333—334). Подлинник находится в Архиве АН СССР, ф. 1, оп. 2, 1832, § 602.

тер лишь сжатого конспекта... В особенности затруднительны выкладки в последней части, причем иногда перемена обозначений способна привести читателя в совершенное отчаяние. К этому нужно еще добавить, что в «Казанском вестнике» были допущены довольно многочисленные опечатки, затрудняющие чтение» [116].

Гаусс писал о работах Лобачевского, что их «можно уподобить запутанному лесу, через который нельзя найти дороги, не изучив предварительно каждого дерева». Остроградский не хотел тратить свое время на «изучение каждого дерева» и поэтому ограничился лишь кратким просмотром работы. Несомненно, будь работа Лобачевского изложена иначе, доступнее, Остроградский сумел бы оценить ее по достоинству.

Через десять лет, в июне 1842 г., Остроградский дал еще один отрицательный отзыв о работе Лобачевского «О сходимости бесконечных рядов». Отрицательное отношение, вызванное первой работой, сыграло и здесь значительную роль. Остроградский даже не дал себе труда как следует разобраться в содержании работы Лобачевского и за чисто внешними дефектами не увидел выдающихся научных результатов. Он писал в отзыве: «Можно превзойти самого себя и прочесть плохо средактированный мемуар, если затрата времени искупится познанием новых истин, но более чем тяжело расшифровывать рукопись, которая их не содержит и которая трудна не возвышенностью идей, а причудливым оборотом предложений, недостатками в ходе рассуждений и нарочито применяемыми странностями» [117].

В отрицательной оценке творчества Лобачевского некоторую роль сыграли и элементы высокомерия Остроградского по отношению к провинциальному ученому, «чудаку», так настойчиво добивающемуся признания его непонятных мыслей, к тому же трудно изложенных. Остроградский, высоко ценивший четкость и изящество изложения, привык к тому, что раз он — первый математик России чего-либо не понимает сразу, то это не может быть ценным математическим результатом. Будучи выдающим-

....

[116] См. В. Ф. Каган. Лобачевский, стр. 191—192.

[117] Пер. с франц. (помещен в той же книге «Материалы для биографии Н. И. Лобачевского»). Подлинник находится в Архиве АН СССР, ф. 1, оп. 2, 1842, ФМ, § 168.

ся математиком, Остроградский в своих научных интересах стоял далеко от геометрии и не мог понять гениальных идей Лобачевского, опередивших эпоху, в которую жили оба ученые, на 50—100 лет.

ТРЕТИЙ ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПЕРИОД (1839—1861)

Новая полоса в жизни Остроградского началась с того времени, когда ему было вменено в обязанность заняться баллистикой. Русские артиллеристы обратили внимание Николая I, который считал себя военным специалистом, и его брата Михаила, занимавшего в русской армии пост главного артиллерийского начальника («генерал-фельдцейхмейстера»), на только что появившийся большой мемуар Пуассона [118].

До него в теоретической баллистике снаряд рассматривали как материальную точку, т. е. исследовали собственно движение центра тяжести снаряда. Пуассон впервые принял снаряд за твердое тело, учитывая его вращательное движение. Заодно он старался более детально рассмотреть и силу сопротивления воздуха как силу трения, а также оценивал влияние вращения земли на движение снаряда. Неудивительно, что в книге Пуассона нашли «результаты любопытные, весьма сходные с практикою и показывающие, к каким ясным и важным заключениям могут привести теоретические исследования, когда они основаны на практических данных, полно и отчетливо определенных» [119]. И Николай I «высочайше повелеть соизволил предложить академику Остроградскому заняться сим предметом и составить программу опытов при содействии лучших воспитанников Артиллерийского училища» [120].

Когда это приказание через министра народного просвещения и Академию наук дошло до Остроградского, он «сообщил, что прежде чем ставить опыты или даже составить требуемую программу, необходимо углубить теорию вопроса» [121]. И, действительно, ученый приступил к осущест-

[118] S. D. Poisson. Recherches sur le mouvement des projectiles.., Paris, 1839.
[119] Сборник, документ LX, стр. 297.
[120] Там же, документ LXI, стр. 298.
[121] Там же, документ LXIII, стр. 299.

влению широкой программы теоретических исследований, а позже перешел к экспериментальным. Остроградский в своих исследованиях, видимо, стремился удовлетворить запросы русской армии того времени — запросы, которые, несомненно, с достаточной четкостью были ему сформулированы артиллеристами.

На вооружении тогда находились так называемые регулированные или улучшенные разрывные гранаты сферической формы, у которых центр тяжести был заметным образом смещен относительно центра фигуры снаряда. Пуассон выводил уравнения вращательного движения снаряда, опираясь на допущение, что такое смещение мало. Поэтому Остроградскому надо было обобщить эти уравнения Пуассона, заодно он упростил и уравнения, описывающие поступательное движение снаряда. Кроме того, в баллистике приходится интегрировать эмпирические функции и функции, интегралы которых не получаются «в конечном виде», т. е. соответствующие интегрирования надо провести каким-нибудь приближенным методом. Остроградский применил с этой целью известную формулу Эйлера — Маклорена, но ему пришлось заняться и видоизменением ее и оценкой погрешности.

Этот первый цикл преимущественно теоретических исследований Остроградского отнял у него около полутора лет. Результаты изложены им в двух работах о движении сферических снарядов в сопротивляющейся среде (1840 г.) и в «Мемуаре об определенных квадратурах» (1839 г.), о котором подробнее сказано ниже. По способу, изложенному в этом мемуаре, были вычислены таблицы для баллистических расчетов. Но в уравнения Пуассона — Остроградского входили составляющие сил сопротивления среды, содержавшие коэффициенты, которые можно было определить только экспериментально. Этот вопрос стоил Остроградскому больших трудов. Он старался облегчить его решение, подыскивая тела такой формы, чтобы можно было возможно дальше провести для них теоретические расчеты и возможно точнее определить экспериментально необходимые коэффициенты. Конечно, сама постановка вопроса о силе сопротивления воздуха у Пуассона и Остроградского была слишком упрощенной и не могла, по состоянию науки того времени, учитывать все аэродинамические эффекты. Поэтому данные эксперименты не согласовывались в должной мере с теоретическими выводами. О большом труде, вложенном в это дело Остроградским, мы можем судить по некоторым официальным документам и по сохранившейся части его личного архива. В печать не попало ничего, кроме материала, вошедшего в «Теорию маятника» И. Будаева [122], ученика Остроградского по Главному педагогическому институту. О первых шести параграфах своей работы Будаев в предисловии говорит, что они являются переводом с французского мемуара Остроградского «Теория маятника» [123]. Связанные с этим вопросы занимали Остроградского ряд лет, так как удовлетвориться полученными результатами он не мог.

В 1846 г. он просил Академию ходатайствовать о разрешении для него «на поездку во Францию и пребывание там около двух с половиной месяцев, включая время каникул», с целью продвинуть дальше свои баллистические исследования. Остроградский писал: «Я не решаюсь просить, чтобы моя поездка была принята на казенный счет, но прошу сохранить за мною содержание и обеспечить мне паспорт» [124]. Но и на этих условиях командировки он не получил. Однако баллистика оставалась и позже в кругу интересов Остроградского: много позже, в 1856 г., он взялся читать курс баллистики.

Возможно, что занятия баллистикой сблизили Остроградского с высшими военными кругами и повлекли за собой новые педагогические обязанности. В середине 1840 г. Остроградский был утвержден преподавателем Главного инженерного училища, а в августе 1841 г. назначен преподавателем Главного артиллерийского училища.

Главное инженерное училище было открыто 24 ноября 1819 г. «для образования искусных инженеров и саперных офицеров». В училище принимались юноши от 14 до 18 лет; на вступительных экзаменах от них требовали знания арифметики, алгебры (до уравнений), французского или немецкого языка, истории, русской грамматики, рисования и начальных оснований геометрии.

Математика в Главном инженерном училище, до приглашения Остроградского, считалась второстепенным предметом, поэтому, например, дифференциальное и интеграль-

122 СПб., 1853.

123 Резюме этого мемуара содержится в отчете Академии наук за 1843 г.— см. Сборник, документ LXXIX, стр. 305.

124 Сборник, документ XCVII, стр. 317—318.

ное исчисление считалось нужным преподавать не всем воспитанникам училища, а только тем, кто проявлял способности к их восприятию.

С приглашением Остроградского положение в училище резко изменилось, и математическое образование слушателей училища значительно выросло. Насколько его ценили в училище, можно судить по следующим словам М. Максимовского: «Твердо преследуя свою главную цель (т. е. улучшение подготовки воспитанников.— *Г.*, *П.*), почтенный начальник училища сумел пригласить лучших профессоров того времени, и в том числе академика Остроградского, несмотря на то, что последнему приходилось платить вшестеро в сравнении с принятой тогда нормой» [125].

Остроградский принимал живое участие в жизни инженерного училища. Как и всюду, он отбирал способных учащихся и обращал на них особое внимание, подготовляя их к научной деятельности. Среди многочисленных его учеников нужно отметить Цезаря Антоновича Кюи, впоследствии видного профессора фортификации и композитора, окончившего Инженерную академию в 1857 г.

Главное артиллерийское училище, в отличие от инженерного, имело большой послужной список. Начало систематическому образованию артиллеристов было положено при Петре I, когда при бомбардирской роте была организована школа, после окончания которой ее воспитанникам присваивалось звание бомбардира. Такая же школа позднее была учреждена при артиллерийском полку. В ней преподавались арифметика, геометрия, тригонометрия, черчение, фортификация и артиллерия. Математике придавалось особенно большое значение, так как уже в то время считали, что «наука для артиллерии имеет значение преобладающее». Именно поэтому старинные курсы артиллерии примерно наполовину были посвящены изложению различных отделов математики и механики. Замечательное утверждение на этот счет имеется в одном из древнерусских сочинений по артиллерии: «начальное, во-первых, орудие еже пушкарю подобает при себе имети — есть циркуль» [126].

[125] М. Максимовский. Исторический очерк Главного инженерного училища. СПб., 1869, стр. 62.

[126] Цит. по кн.: А. Платов и Л. Кирпичев. Исторический очерк образования и развития артиллерийского училища. СПб., 1870, стр. 1.

После смерти Петра I артиллерийское образование пришло в упадок. Его возрождение связано с именем П. И. Шувалова, известного введением на вооружение русской армии «единорогов». В 1756 г. Шувалов был назначен начальником артиллерии. В 1762 г. под его руководством был организован Артиллерийский и инженерный шляхетский кадетский корпус. О математике Шувалов говорил так: «Сия наука есть основание всем наукам в свете... Не требуется, чтоб артиллерийские и инженерные офицеры были великие алгебраисты: ибо сия наука весьма трудна и надлежит употреблять многие годы, чтобы получить в ней знание; довольно для офицера, если он знает способ извлекать радиксы, натуру сравнений [127], и словом — что называется просто алгеброй» [128].

В 1800 г. Артиллерийский и инженерный шляхетский кадетский корпус был переименован во второй кадетский корпус. Преподавание и практическая подготовка в корпусе ухудшились. Но вскоре необходимость в образованных артиллеристах и военных инженерах начала ощущаться очень остро. 9 мая 1820 г. был подписан указ об организации Артиллерийского училища. И с первых же дней его существования математика здесь была в почете.

В Артиллерийском училище М. В. Остроградский первые шесть лет преподавал математический анализ, а с 1847 г. перешел на кафедру аналитической механики. В своем очерке А. Платов и Л. Кирпичев пишут: «Почти все преподаватели математических и естественных наук... (характеризуется положение примерно в 1840 г.— *Г.*, *П.*) были те самые, которые поступили в училище еще... в первые годы его существования. Деятели, полезные в свое время, они по общему закону прогресса должны были уступить место новым свежим силам. Долее всех из них держался В. А. Анкудович, следя без устали за современной наукой; но этот достойный и полезный профессор по своей методе и педагогическим приемам уже уступал профессорам новым и современным» [129].

И дальше мы читаем: «Заслуга по обновлению и поднятию курсов математики и аналитической механики в училище всецело принадлежит академику М. В. Остроград-

[127] Т. е. умеет решать уравнения.

[128] А. Платов и Л. Кирпичев. Исторический очерк..., стр. 14—15.

[129] Там же, стр. 148.

скому. М. В. Остроградский был назначен преподавателем дифференциального и интегрального исчислений в 1-м классе училища в 1841 г. По важности применений интегрального исчисления этот курс был расширен, и с 1843 г. было положено его оканчивать в младшем офицерском классе... Остроградский с обширными знаниями соединял необыкновенную способность ясно и отчетливо представлять в своем уме самые высокие и отвлеченные истины анализа и механики и излагать их с особым изяществом и простотой в приемах.

Остроградский изменяет в училище методу преподавания, делает курс более полным, изложение более строгим и точным. Он обращает внимание не столько на подробности и частные выводы, сколько на группировку отдельных истин и на обобщение их. Высокий авторитет в науке нашего гениального математика производил громадное влияние на учащихся, оценивших надлежащим образом пользу, которую они могут извлечь из лекций Остроградского, и желавших показать ему, что они в состоянии следить за его преподаванием с успехом... Профессор искусно поджигал самолюбие молодых людей, показывая, что он считает знание высшей математики роскошью для военного... Слушатели, затронутые в своем самолюбии, напрягали все силы мышления, чтобы понимать сознательно профессора и для подготовления себя к читаемым лекциям принялись за изучение математики по лучшим новейшим источникам.

...Польза, оказанная им училищу по возвышению в нем уровня математических знаний, несомненна. Остроградский был образователем в заведении математической школы; из нее вышло много людей, которые впоследствии, как преподаватели этого предмета, способствовали к развитию в заведениях математических знаний, другие из них, приложив свои сведения к специальным предметам, установили в училище по сим последним вполне самостоятельные курсы» [130].

В 1853 г. в связи с начавшимися волнениями и требованиями реформ, вызванными неудачами Севастопольской кампании, правительство решило ограничить возможность получения образования. В частности, был запрещен доступ

....

[130] А. Платов и Л. Кирпичев. Исторический очерк..., стр. 148—153.

в Артиллерийское училище лицам всех сословий, кроме детей потомственных дворян, тогда как по уставу 1819 г. лица других сословий, хотя и при очень сильных ограничениях, могли туда поступать. В следующем году Артиллерийское училище подверглось существенной реорганизации: офицерские классы были из него выделены в Артиллерийскую академию. Преподаватели академии стали именоваться профессорами.

В 1856 г. Остроградский взял на себя чтение курса баллистики. А. Платов и Л. Кирпичев расценивают этот курс как неудачу Остроградского: «При всех своих достоинствах, он (курс) обладал важными недостатками, отсутствием практических сведений и направлением чисто теоретическим. По складу своего ума и по некоторой беспечности М. В. Остроградский не дал себе труда уяснить характер предмета в области специальных наук, не обратил внимания даже на ту практическую часть баллистики, которая была разработана его предместником; что же касается до части теоретической, то и в этом отношении он не вполне оправдал ожиданий, заключавшихся в том, что он разработает те отделы механики, которые имеют связь с баллистикой, и откроет тем новые пути для практической разработки баллистических вопросов» [131].

На кафедре баллистики Остроградский проработал только два года, его преемником был замечательный ученый, один из творцов современной баллистики, ученик Остроградского по офицерским классам Артиллерийского училища — Николай Владимирович Маиевский (1823—1892).

Авторы цитированного отрывка, быть может, излишне суровы к Остроградскому. Конечно, каждый новый курс, особенно когда он так далек от основной специальности, требует времени на подготовку. Остроградский был к нему подготовлен: он ведь сам внес многое в баллистику. Но все же Остроградский не был баллистиком, и когда на его место пришел выдающийся специалист в этой области, практик артиллерист, владевший вместе с тем хорошо и теорией, то сравнение оказалось не в пользу Остроградского. Следует также отметить, что приведенные строки писались в 1870 г., когда начали стираться воспоминания о яркой личности Остроградского, в то время как

....

[131] А. Платов и Л. Кирпичев. Исторический очерк..., стр. 237.

Н. В. Маиевский, блестящий ученый, был в расцвете своей творческой славы.

Казалось бы, преподавание в Главном инженерном и Главном артиллерийском училищах доводило нагрузку Остроградского до предела. Однако почти одновременно он был привлечен штабом военно-учебных заведений для изучения и улучшения учебных планов и программ, в связи с чем были созданы «частные комитеты» по группам дисциплин. Председателем «частного комитета для наук математических» был назначен М. В. Остроградский, членами этого комитета являлись выдающиеся математики того времени В. Я. Буняковский и И. И. Сомов, а также крупные педагоги П. Л. Лавров, Н. Ф. Ястржемский и др. В начале декабря 1844 г. рассмотрение мнений и составление новых программ было закончено. Программы предусматривали существенные изменения курса математики кадетских корпусов.

После выполнения частным комитетом этой важной задачи он получил новое большое задание — составление подробных конспектов по всем разделам математики и механики, которые представляли бы «существенный дух и внутреннюю связь между частями каждого предмета, а вместе с тем могли бы служить и руководством или инструкцией для преподавателей, которые, следуя за конспектом, будут знать положительно, что они должны проходить и как именно проходить» [132]. Составление конспекта по алгебре взял на себя Остроградский. Рукописи конспектов тщательно обсуждались на заседаниях комитета, а затем подвергались окончательной редакции со стороны Остроградского. Позднее комитету поручалось комплектование библиотек кадетских корпусов, составление перечня наглядных пособий, наблюдение за преподаванием по новым программам и многие другие важные дела. Во всем этом Остроградский принимал деятельное участие.

В 1847 г. была учреждена должность главного наблюдателя за преподаванием математических наук в военно-учебных заведениях. На эту должность был назначен М. В. Остроградский. Лучшей кандидатуры найти было невозможно: он зарекомендовал себя как прекрасный организатор работы частного комитета, его авторитет среди

....

[132] ЦГВИА, ф. 725, оп. 1, д. 2279, л. 293.

преподавателей был чрезвычайно высок, он считался первым математиком России.

Новые обязанности Остроградского были весьма многочисленны и ответственны. Они определялись специальной инструкцией, утвержденной 24 мая 1848 г.[133], согласно которой на главного наблюдателя возлагалась ответственность за научную и методическую постановку преподавания математики. От главного наблюдателя требовалось:

1. Руководить составлением и отвечать за научные и педагогические достоинства программ по математическим дисциплинам. Следить за ходом преподавания по ним; наблюдать, чтобы математические дисциплины преподавались просто, ясно, в строгой последовательности и без малейшего отступления от программ и руководств.

2. Систематически посещать занятия в столичных военно-учебных заведениях и периодически выезжать в губернские кадетские корпуса для проверки постановки преподавания.

3. Систематически собирать совещания преподавателей математики военно-учебных заведений столицы. И на этих совещаниях «рассуждать как о средствах устранить замеченные недостатки преподавания, так и о сочинениях и других пособиях для правильного и отчетливого изложения математических наук. В тех же заседаниях главный наблюдатель сообщает новейшие взгляды на эти науки вообще и различные их части в особенности, указывает замечательные мемуары, помещаемые в журналах и записках Академии наук, и объясняет затруднения, которые преподаватели могли встретить при чтении этих мемуаров».

4. Присутствовать на выпускных экзаменах по математическим дисциплинам в столичных корпусах, а также на приемных экзаменах в Дворянский полк (куда поступали воспитанники, окончившие губернские кадетские корпуса).

5. Следить за научной и методической подготовленностью преподавателей математики во всех военно-учебных заведениях; руководить работой комиссий по испытанию кандидатов на преподавательские должности.

«Главный наблюдатель имеет у себя именные списки всех преподавателей и репетиторов по математическим наукам, с означением прав, по которым каждый из них носит

---

[133] ЦГВИА, ф. 725, оп. 1, д. 2423, лл. 9—13.

это звание. Он неослабно наблюдает, чтобы никто, ни под каким предлогом, даже временно, не читал лекций по предмету, которого не имеет права преподавать, а потому инспектора классов должны сообщать ему о всех переменах, касающихся преподавателей и репетиторов, какие намерены они сделать, и без его согласия предполагаемых перемен в исполнение не приводить».

6. Руководить составлением учебных руководств и пособий по всем математическим дисциплинам.

7. Руководить работой наставников-наблюдателей и требовать от них отчетов о ходе преподавания математики в своих кадетских корпусах.

8. Следить за пополнением библиотек математической литературой; составлять рецензии на математические сочинения, предназначенные для библиотек.

9. Следить за пополнением и обеспечением лабораторий и кабинетов необходимыми приборами и пособиями.

10. Составлять после общего публичного испытания подробный отчет о своих действиях в течение всего учебного года с изложением следующих сведений:

«а) во всех ли учебных заведениях пройдены математические науки в должном порядке, согласно с утвержденными программами, руководствами, расписанием предметов по классам;

б) на какой ступени находятся успехи воспитанников в каждом заведении;

в) в заключение отчета представлять предположения свои касательно более успешного преподавания математических наук на будущее время».

Сохранившиеся документы показывают, что Остроградский успешно выполнял свои обязанности, не упуская ничего существенного, не перекладывая своих обязанностей на других и искренне стремясь к улучшению дела преподавания во вверенных его заботам учебных заведениях. За всю эту работу он не получал никакого вознаграждения.

Много сил и внимания уделял Остроградский привлечению талантливых математиков, механиков и педагогов в военно-учебные заведения. С этой целью он не только следил за уже выдвинувшимися людьми, но систематически отыскивал способных людей из среды своих слушателей. Он их отмечал, поощрял к дальнейшей самостоятельной работе, направлял их интересы и стремился, чтобы эти лица получили соответствующие их склонностям назначения. Несомненно, эта сторона деятельности Остроградского способствовала значительному подъему уровня преподавания в военно-учебных заведениях.

Начиная с 1941 г., были введены испытания для лиц, желавших занять должность преподавателя или репетитора военно-учебного заведения. Согласно окончательной инструкции о проведении этих испытаний они состояли из экзамена по основным и вспомогательным предметам, а также из пробной лекции. От этих испытаний освобождались лишь лица, окончившие высшие учебные заведения, если по основным дисциплинам они имели хорошие успехи, а также лица, успешно закончившие Михайловское артиллерийское училище (впоследствии Артиллерийскую академию), Главное инженерное училище, офицерские классы Морского кадетского корпуса или Институт инженеров путей сообщения.

После экзаменов и пробной лекции испытуемого члены комиссии должны были поочередно высказать свое мнение, которое обязательно должно было содержать ответы на следующие вопросы: «Имеет ли читавший достаточные для учителя сведения о предмете? Ясно ли излагает оный? Может ли с пользой занимать по своему предмету должность преподавателя во всех классах военно-учебных заведений или только в некоторых?» [134]

Утверждение решений губернских экзаменационных комиссий происходило лишь после того, как главный наблюдатель давал свое положительное заключение об этих решениях и о письменном тексте пробной лекции. Одно это показывает, насколько большие обязанности приходилось нести Остроградскому. Сохранилось много отзывов Остроградского о пробных лекциях лиц, подвергавшихся экзаменам на должность преподавателя. Из этих отзывов видно, что Остроградский не ограничивался формальным штемпелеванием решений губернских экзаменационных комиссий, а внимательно читал каждую из этих лекций и делал многочисленные замечания о их научном и методическом качестве.

Темы пробных лекций составлял сам Остроградский. Сохранилась переписка между ним и начальником штаба военно-учебных заведений относительно тем пробных лек-

[134] ЦГВИА, ф. 725, оп. 1, д. 24, л. 241.

ций. Из переписки видно, что Остроградский уделял этому делу большое внимание. В его рукописях сохраняются листы с некоторыми темами пробных лекций по арифметике, алгебре и геометрии.

К преподавателям Остроградский предъявлял прежде всего требование четкого и достаточно широкого знания своего предмета, ясного и определенного представления о понятиях, лежавших в основе математики, а также об ее методах. Он требовал отчетливых знаний и не прощал неряшливости и расплывчатости в изложении. Многие кандидаты были им отвергнуты именно по причине неумения ясно излагать свои мысли и четко формулировать определения основных понятий и теорем.

Огромная работа была проведена Остроградским по созданию учебников и руководств для военно-учебных заведений. Он участвовал в этом важном деле и как автор, и как рецензент, и как организатор авторских коллективов, и как идейный вдохновитель. В 1853 г. Остроградский направил начальнику штаба военно-учебных заведений письмо, в котором он сообщал план издания учебников по математике и намечал их авторов. Позднее, когда начали поступать рукописи, был учрежден следующий порядок их прохождения. Сначала рукописи обсуждались на математической комиссии, затем Остроградский передавал их на отзыв рецензентам; с замечаниями рецензентов рукопись возвращалась автору, а после переработки автором редактировалась Остроградским; затем она вновь дорабатывалась автором. Последней инстанцией была особая комиссия, в которую входили М. В. Остроградский (председатель), В. Я. Буняковский, П. Л. Чебышев, И. И. Сомов, Д. М. Перевощиков, П. Л. Лавров и Г. Е. Паукер.

Мы видим, таким образом, что для Остроградского работа на посту главного наблюдателя за преподаванием математики в военно-учебных заведениях не была синекурой. Она отнимала много сил и требовала всей его энергии, и он в течение ряда лет беззаветно отдавался этой работе.

Загруженность организационной и педагогической работой в пяти учебных заведениях и по штабу военно-учебных заведений не могла не сказаться на научной продуктивности Остроградского. После опубликования своих работ по баллистике и связанного с ними «Мемуара об определенных квадратурах» он за шесть лет, с 1841 до 1847 г., дает только семь научных работ, из которых четыре представляют собой небольшие статьи, написанные «по поводу». Зато удивляют и восхищают научные достижения Остроградского нескольких последующих лет. Относятся они в основном к аналитической механике. Работы Гамильтона и Якоби 30-х годов открыли новый этап в истории аналитических методов механики, в котором Остроградский принял участие на равных правах с этими замечательными учеными.

В работе 1847 г. «О вариации произвольных постоянных в задачах динамики» Остроградский еще как бы осваивается с новым аппаратом канонических уравнений, здесь его оригинальность сказывается главным образом в способах вывода. Но уже работа 1848 г. «Об интегралах общих уравнений динамики» содержит два новых существенных результата. Во-первых, Остроградский получает уравнение движения в канонической форме для систем с нестационарными связями, следовательно, живая сила системы не является, как у Гамильтона, однородной функцией второй степени относительно скоростей, а содержит члены первого и нулевого измерения относительно них; силы имеют потенциал, который может зависеть от времени. Во-вторых, при указанных допущениях он выводит уравнение Гамильтона — Якоби и показывает, что полный интеграл этого уравнения дает все интегралы соответствующей канонической системы.

Остроградский не мог знать о том, что эти результаты были получены несколько ранее Якоби: работа последнего была опубликована посмертно, когда и Остроградского уже не было в живых. В том же 1848 г. написана самая большая работа Остроградского — «Мемуар о дифференциальных уравнениях, относящихся к изопериметрической задаче». Эта работа богата результатами. Предметом исследования являются дифференциальные уравнения, дающие необходимое условие обращения в нуль первой вариации интеграла вида

$$\int_{t_1}^{t_2} v\left(x_1, x_2, \ldots, x_m, \frac{dx_1}{dt} \quad \frac{d^2x_1}{dt^2}, \ldots, \frac{d^nx_1}{dt^n}, \ldots \frac{d^nx_m}{dt^n}\right) dt.$$

Показано, что эти уравнения можно преобразовать к каноническому виду, и это является далеко идущим обобщением результатов Гамильтона относительно уравнений динамики. Для полученной системы выводится интеграл, представляющий обобщение интеграла живых сил динамики, обобщается метод интегрирования Гамильтона — Якоби, строится теория возмущений для канонических систем. В этой же работе Остроградский дает свой вариационный принцип и высказывает критические замечания относительно принципа наименьшего действия Лагранжа. В критике Лагранжа Остроградский не был прав, но его замечания стали основой дискуссии, приведшей к полному разъяснению вопроса. Некоторые из указанных нами результатов были получены и Якоби, но это стало известным лишь много лет спустя.

Через несколько лет Остроградский дал новую значительную работу — большой «Мемуар по общей теории удара». В этом мемуаре он сначала выводит общее уравнение движения, детально анализируя при этом понятия действительного и возможного перемещения, и преобразовывает это уравнение для получения «общего уравнения теории удара» интегрированием по времени.

Кроме указанных работ, Остроградский написал в эти годы еще несколько оригинальных статей по различным математическим вопросам, среди них работы по алгебре, анализу, теории вероятностей.Он опубликовал также ряд статей дидактического и популяризаторского характера. Но последние годы жизни, примерно с 1854 г., ученый посвящает в основном педагогической деятельности. В 1855, 1857 и 1860 гг. Остроградский выпускает тремя частями «Руководство начальной геометрии» для военных учебных заведений; много сил вкладывает как рецензент и редактор в учебник тригонометрии Ф. И. Симашко, написанный в соответствии с установками «Программы и конспекта тригонометрии...» [135]; в нескольких обширных докладных записках и инструкциях подвергает анализу постановку преподавания высшей математики и теоретической механики в военных учебных заведениях; вместе с А. Блумом выступает с изложением целой системы весьма радикальных общепедагогических взглядов в поучительных и сейчас «Размышлениях о преподавании» [136], приступает к изданию большой серии «Политехнических таблиц»

[135] М. В. Остроградский. Программа и конспект тригонометрии... СПб., 1851, см. также Сборник, стр. 99.

[136] «Considérations sur l'enseignement». St. Petersbourgs — Paris, 1860. В русском переводе см. Сборник, стр. 32—54.

Научная и педагогическая работа Остроградского была отмечена целым рядом отличий. Кроме правительственных наград — орденов, памятных подарков, приказов с благодарностями и повышений в чинах, Остроградский на родине был избран почетным членом Петербургского, Московского, Казанского и Киевского университетов, за границей — членом Американской Академии наук (1834 г.), членом Туринской Академии наук (1841 г.), членом Римской Академии dei Lincei (1853 г.), членом-корреспондентом Парижской Академии наук (1856 г.). Он оставался общепризнанным лидером русских математиков, и имя его было известно всей образованной России.

Остроградский был большим патриотом и тяжело переживал неудачи русского оружия в Крымской войне 1854—1855 гг. Его сын пишет в своих воспоминаниях: «Отец очень интересовался военными действиями, и во время Севастопольской кампании я по получении дурных известий видел его плачущим». И дальше рассказывает такой эпизод: «Однажды после неудачной битвы под Севастополем отец сидел в кабинете своем с прибавлением к газете о неудачных сражениях, и в нем было показано большое число убитых и раненых. Отец читал известие это со слезами на глазах; был 6-й час, вошел в кабинет только что приехавший Семен Степанович Артемовский [137], певец императорских театров, земляк и приятель отца.

— Читали, Семен,— спросил отец Артемовского, с которым любил говорить по-малороссийски.

— Так, читав. А що?

— Сіренькі шинельки ложатся под Севастополем,— сказал отец дрогнувшим голосом, и слеза блеснула в его глазах».

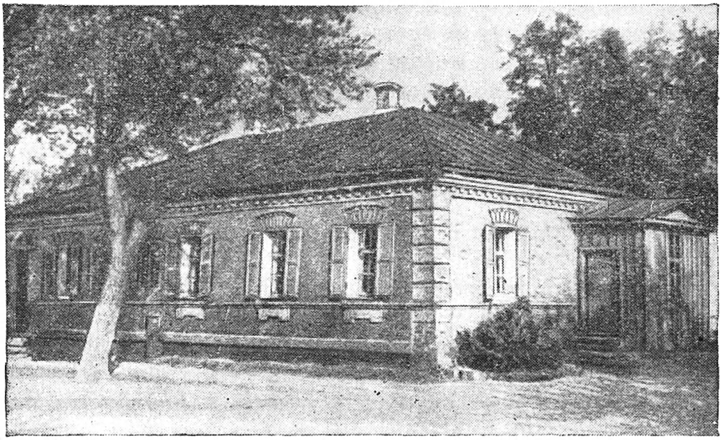
Лето 1861 г. Остроградский по обыкновению проводил в своей деревне Генераловке [138] и много купался. Во время купания слуга брата заметил на спине Остроградского нарыв.

Врач Коляновский писал об этом: «В августе 1861 г. Михаил Васильевич лечился от нарыва на левой стороне спины, под лопаткой, весьма большого размера, с значительной опухолью и болью. К концу того месяца на-

---

[137] Гулак-Артемовский.

[138] Кобелякского уезда Полтавской губернии; эта деревня называлась также селом Долгим.



Дом в Полтаве, в котором умер М. В. Остроградский

рыв разрешился, наружное его отверстие закрылось. Г. Остроградский был совершенно здоров и выезжал к соседям, эта болезнь не оставила никаких последствий. С 1-го по 19-е сентября я был в отпуске... Возвратясь домой, узнал от домашних, что Михаил Васильевич серьезно болен, и на другой день получил приглашение для подания медицинской помощи... Опухоль была величиной с большой хлеб, а краснота распространялась вниз и вверх от центра весьма далеко...» [139].

Была произведена операция. Почувствовав после нее облегчение, Остроградский «начал рваться в Петербург, о котором твердил постоянно и прежде, в самое трудное время болезни» [140]. Для предварительного консилиума решено было ехать в Харьков. По дороге остановились в Полтаве у друзей. Дорога утомила больного. Сохранились записи некоего майора Виталия [141] о последних днях жизни Остроградского в Полтаве.

[139] Из записки Коляновского.— Архив АН СССР, раздел V, оп. 1—0, № 11, л. 20.

[140] Там же, л. 21.

[141] Там же, лл. 24—26. Фамилия автора записи на подлиннике неразборчива.

Приведем из нее несколько отрывков:

«...академик решил лучше остаться в Полтаве, чем продолжать свой путь, могущий усилить болезнь. „Если уж суждено умереть, то лучше умру между своими и на родине",— сказал он... Михаил Васильевич на первых порах не отказывался от приема посетителей и тот же день [142] навестил его преподаватель математических наук Полтавского Петровского кадетского корпуса В. Ф. Барсов. На другой день инспектор классов кадетского корпуса, узнав от Барсова о прибытии в город М. В., отправил к нему его же спросить, не угодно ли будет М. В. принять преподавателей математических наук. На это предложение больной с удовольствием согласился, говоря, что он рад видеть всех своих товарищей,— так обыкновенно называл всегда покойный преподавателей математических наук в военно-учебных заведениях... М. В. не упускал случая осведомляться о ходе бывших в то время в Корпусе экзаменов по математическим наукам, изъявляя большое сожаление, что не может присутствовать сам на них...»

«По прошествии двух недель начался весьма хороший переворот... Больной с 4-го декабря начал ходить по комнате... Но внезапно и вовсе неожиданно все переменилось к худшему... Больной 8-го числа впал в сильную лихорадку, заживление раны остановилось совершенно, в течение трех дней... образовалась рожевидная сыпь...»

20 декабря 1861 г. (1 января 1862 г.) Остроградский скончался.

....

[142] В день приезда в Полтаву.

Часть вторая

НАУЧНОЕ И ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ

РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Рассматривая работы Остроградского, мы сгруппируем их по областям, а в пределах каждой группы будем придерживаться хронологического порядка.

Работы по гидромеханике

Список научных работ Остроградского открывается представленным Парижской Академии в 1826 г. «Мемуаром о распространении волн в цилиндрическом бассейне» [1]. Мемуар — наиболее значительный вклад его автора в гидромеханику — посвящен теории волн на поверхности тяжелой идеальной жидкости. Первым этой теорией занимался Ньютон. Много позже (1776 г.) Лаплас дал решения в

[1] М. В. Остроградский. Полное собрание трудов в двух томах (далее П. с. тр.), т. I, Киев, 1959—1961, стр. 7—21.

Мемуар о распространении волн в цилиндрическом бассейне не был ни первым, ни единственным, написанным Остроградским в Париже. Во время недавней командировки в Париж А. Т. Григорьяну и А. П. Юшкевичу удалось обнаружить еще несколько работ Остроградского, хранящихся в Архиве Французской Академии наук. Сейчас еще трудно дать полную оценку этих юношеских трудов Остроградского, поскольку не изготовлены фотографии с привезенного микрофильма. Как нам сообщил А. П. Юшкевич, помимо упомянутого мемуара, Остроградский представил Академии наук в Париже еще пять работ, написанных в 1824—1827 гг. Две более ранние посвящены вопросу об интегрировании функций с бесконечными разрывами, остальные три — теории распространения тепла в твердом теле и, в частности, в треугольной призме. Уже беглое ознакомление с рукописями последних трех работ показало, что в них содержится ряд идей и результатов, которые Остроградский блестяще развил несколько позднее, по возвращении на родину.

весьма частном случае, когда волнообразование вызвано возмущением всей поверхности жидкости вполне определенного вида: сечения этой поверхности параллельными вертикальными плоскостями представляют трохоиды. Почти одновременно с Лапласом исследовал тот же вопрос Лагранж. В выводах Лагранжа (окончательное изложение — в его «Аналитической механике») существенно используется предположение, что глубина жидкости мала. Однако Лагранж, исходя из некоторых физических соображений, пришел к заключению, что его результаты применимы при любой глубине жидкости, и это оказалось неправомерным. Поэтому следует считать, что теория волн на поверхности тяжелой жидкости оформилась в самостоятельную главу гидромеханики только в классических работах Коши [2], относящихся к 1815 г., и Пуассона, в которых выведены общие уравнения задачи, дана упрощенная (линеаризованная) форма этих уравнений для волн малой амплитуды и проведено исследование распространения малых волн при достаточно общих предположениях относительно начальных возмущений, вызвавших волнообразование.

Остроградский в своих мемуарах начинает сразу с математической постановки задачи. В 1829 г. он докладывал о своих результатах в Петербургской Академии наук и дал при этом следующую характеристику указанных работ Пуассона и Коши:

«Главной задачей мемуара г. Пуассона является изучение распространения волн в жидкости бесконечной глубины. Он ограничивается рассмотрением весьма удаленных точек на поверхности, возмущенной в начале движения; он показывает, что при не слишком больших значениях времени движение волн будет равномерно-ускоренным, а затем по истечении весьма значительного времени возникают волны, движение которых равномерно. Отсюда следует, что движение волн в случае бесконечной глубины существенно отличается от того движения, которое имеет место в случае весьма малой глубины» [3].

«Г. Коши занимался теорией волн одновременно с г. Пуассоном. Он сначала отрицал наличие других волн,

[2] A. C a u c h y. Théorie de la propagation des ondes à la surface d'un fluide pesant d'une profondeur indéfinie. Paris, 1827; см. также: A. C a u c h y. Oeuvres, II sér., t. I. Paris, 1884.

[3] S. D. P o i s s o n. Mémoire sur la théorie des ondes. Paris, 1816.

кроме равномерно-ускоренных; позже он признал, что есть волны с постоянной скоростью распространения».

«Г. Пуассон в своем мемуаре рассматривал только такие волны, которые возникают, если придать возмущенной части первоначальной поверхности форму параболоида 2-го порядка. В последнее время г. Пуассон представил возражения против теории г. Коши. Он полагает, что если начальная поверхность претерпевает возмущение, вследствие которого она принимает форму, заметно отличающуюся от параболоида 2-го порядка, то такая форма начальной поверхности несовместима с уравнениями, выражающими то условие, что частица жидкости, находившаяся на поверхности в начале движения, останется на ней в любой момент» [4].

Как видно из приведенных выдержек, Остроградский считал наиболее существенным в работах Пуассона и Коши исследование движения волн при больших значениях времени. Возражения Пуассона против решения Коши, данного для произвольных начальных возмущений, приведены, видимо, для полноты изложения, но Остроградский это ошибочное мнение Пуассона не разделял: в своем мемуаре он ставит задачу с той же общностью, что и Коши. Но самое существенное в постановке задачи у Остроградского то, что он впервые исследовал распространение волн на поверхности жидкости, заключенной в сосуде и имеющей при том конечную глубину. В уже цитированном докладе Остроградского в Петербургской Академии он подчеркивал это обстоятельство: «До сих пор, насколько мне известно, математики ничего не опубликовали о движении волн в замкнутых бассейнах. Г. Коши занимался движением волн в прямоугольных бассейнах, но эта работа еще не напечатана и я не знаю анализа, который привел к результатам, сообщенным г. Фурье в Отчете о работах (Парижской) Академии за 1824 г.». Правда, следует указать, что и здесь, как и в работах по теории упругости, Остроградский встречается с Пуассоном: последний рассматривает ту же задачу, что и Остроградский, в своем мемуаре «Sur les petites oscillations de l'eau dans un cylindre», напечатанном ранее работы Остроградского в

[4] Архив АН СССР, ф. 1, оп. 1а, № 41, 1829, протокол № 12, § 216, оригинал на франц. яз.

«Annales de Gergonne» (т. XXV, 1829), но написан мемуар Остроградского раньше, чем мемуар Пуассона, так как Остроградский подал его Парижской Академии в 1826 г. В дальнейшем мы проведем некоторые сопоставления обоих исследований.

Работу Остроградского можно разделить на три части. Первую часть образуют § 1—4. В них выводятся дифференциальные уравнения теории малых волн, полученные Коши и Пуассоном, применительно к задаче о жидкости, заключенной в цилиндрическом сосуде конечной глубины. Ссылок на Коши и Пуассона здесь нет. Легко понять, чем вызвано такое изложение. Остроградский дает оригинальный вывод уравнений для волн рассматриваемого типа. Этот вывод отличается ясностью в двух главных пунктах: при учете того обстоятельства, что рассматриваются волны малой амплитуды, и при обосновании того, что существует потенциал скоростей. Последний пункт сейчас излагается проще, чем у Остроградского; используется теорема Лагранжа о том, что потенциал скоростей для совершенной жидкости, плотность которой постоянна или является функцией только давления, существовал и будет существовать, если только он существует в некоторый момент времени (предполагается, что силы, воздействующие на жидкость, имеют потенциал). Но эта теорема Лагранжа впервые была строго доказана Коши в указанном выше мемуаре 1815 г., а этот мемуар был напечатан лишь в 1827 г., т. е. после того, как Остроградский выполнил уже свое исследование. В работе же Пуассона 1816 г. нет строгого обоснования этого положения, и вывод Остроградского заслуживает предпочтения. Результаты Коши, во всяком случае полученные Коши уравнения, Остроградский, несомненно, знал, так как он находился тогда в Париже. Но работа Коши еще не была напечатана, естественно возникал вопрос о приоритете. При таких обстоятельствах Остроградский предпочел не давать ссылок.

Переходим ко второй части работы. В нее входят § 5 и 6. В них Остроградский, используя разделение переменных и разложение в тригонометрический ряд, сводит в конце концов задачу к нахождению решения уравнения, которое сейчас называют (весьма условно) уравнением Бесселя и которое встречается в достаточно общем виде еще у Эйлера при решении задачи о колебаниях упругой мембраны.

Вид этого уравнения у Остроградского совершенно такой же, как у Эйлера:

$$0 = \frac{d^2R}{d\gamma^2} + \frac{1}{\gamma}\frac{dR}{d\gamma} - \frac{n^2}{\gamma^2}R + \theta^2 R, \qquad (1)$$

где R — искомая функция аргумента γ, радиуса-вектора точки на плоскости, а θ — «параметр разделения», пока произвольный; решение ищется для круга заданного радиуса l при граничном условии $\frac{dR}{d\gamma} = 0$ и дополнительном требовании, чтобы

$$\Sigma R = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi} f(\gamma, c)\cos nc\, dc;$$

в последнем соотношении n есть произвольное натуральное число, совпадающее с тем, которое обозначено той же буквой в дифференциальном уравнении, а знак Σ относится ко всем R — решениям этого уравнения при всевозможных допустимых θ.

В третьей и последней части работы, начинающейся с § 7, замечательным является метод, с помощью которого Остроградский интегрирует уравнение (1).

Чтобы получить конечное в нуле решение (1), он выводит его следующим образом.

Функция R ищется в виде суммы $\Sigma T_i(\gamma)$, $T_i(0) = 0$. В результате подстановки такого выражения в (1) получаем

$$\sum_i\left(\frac{d^2T_i}{d\gamma^2} + \frac{1}{\gamma}\frac{dT_i}{d\gamma} - \frac{n^2}{\gamma^2}T_i + \theta^2 T_i\right) = 0.$$

Этот результат Остроградский пишет в виде

$$\sum_i\left(\frac{d^2T_i}{d\gamma^2} + \frac{1}{\gamma}\frac{dT_i}{d\gamma} - \frac{n^2}{\gamma^2}T_i + \theta^2 T_{i-1}\right) = 0,$$

что, правда, соответствует перегруппировке бесконечного числа членов в рассматриваемом бесконечном ряде, но (добавим это с точки зрения современного читателя), получив искомое решение, эту перегруппировку можно будет оправдать на основании абсолютной и равномерной сходимости ряда, которым выражается решение. Теперь приравниваем каждую скобку нулю. Ясно, что если T_{i-1}

известно, то T_i определяется элементарным линейным дифференциальным уравнением (неоднородным типа Эйлера), и все T_i определяются таким образом, если зададимся одним из них. Ясно также, что это исходное T_i надо брать в виде степени γ. Так Остроградский получает нужное ему решение сначала в виде ряда, а затем, тоже весьма остроумным приемом, заменяет этот ряд определенным интегралом вида $C\gamma^n \int\limits_0^\pi \sin^{2n} b \cos_n(\theta\gamma\cos b)\,db$, т. е., в современных обозначениях, получает, с точностью до простых множителей, функции Бесселя в виде интегралов Пуассона. Выписанное нами только что выражение равно

$$1\cdot3\cdot5\ldots(2n-1)\pi\frac{CJ_n(\theta\gamma)}{\theta^n}$$

Граничное условие дает Остроградскому уравнение для определения значений, Θ, а затем суммированием частных решений он получает общее выражение для искомого потенциала скоростей. Получение общего выражения для потенциала скоростей Остроградский рассматривает как окончательный этап в решении задачи. Мемуар заканчивается некоторыми замечаниями об использовании полученного решения в соответствующей задаче для жидкости бесконечно протяженной.

Разумеется, как и у других современников Остроградского, в этой работе отсутствуют доказательство сходимости получаемых рядов, доказательство существования корней того трансцендентного уравнения, которое определяет допустимые значения параметра разделения, и т. д. Но в работе с полной отчетливостью проступает метод представления интегралов уравнений математической физики в виде рядов по фундаментальным функциям, метод, который в общем виде, вместе с указанием на связанные с ним нерешенные общие проблемы математического анализа, был охарактеризован именно Остроградским в его работе 1828 г. по теории теплоты.

Работа Пуассона 1828 г. (в подзаголовке статьи Пуассона указано, что она была доложена им Парижской Академии 27 октября 1828 г.), посвященная той же задаче, которую решал Остроградский, построена иначе, чем разбираемый нами мемуар, но основные этапы решения совпадают у обоих авторов. Исходные уравнения Пуассон дает без вывода. Применяя к ним тот же метод расщепления переменных, он избирает несколько иную последовательность операций, но в итоге приходит, разумеется, к тому же уравнению Бесселя. Решение этого уравнения дается в виде того же интеграла, что и у Остроградского, без вывода, со ссылкой на более ранние работы Пуассона. Подробнее, чем у Остроградского, проведено определение коэффициентов в полученных бесконечных рядах. При этом начальное возмущение рассматривается как вызванное и смещением точек начальной поверхности жидкости и некоторым начальным импульсом. Вызывает удивление то, как Пуассону осталась неизвестной работа, которую Остроградский доложил в той же Академии двумя годами раньше. Дело в том, что, как видно из последнего абзаца статьи Пуассона, ему было указано на наличие предшественников. Вот что пишет Пуассон: «В мемуаре, сданном в секретариат Института (Institut de France.— *Г.*, *П.*), г. Корансэ (Corancez) до меня исследовал колебания воды как в цилиндрическом, так и в призматическом сосуде. Я полагаю, однако, что могу опубликовать вышеизложенное решение для случая цилиндра, так как оно мне кажется более простым и более полным, чем решение г. Корансэ, который не определил произвольные величины, входящие в интегралы, исходя из состояния жидкости в начале движения». Работа Корансэ, малоизвестного и в те времена автора, видимо, осталась ненапечатанной.

Быть может, в связи с появлением в печати статьи Пуассона Остроградский не возвращался к этой теме, хотя в исследовании вопроса он пошел значительно дальше, чем в напечатанном мемуаре. Там он ограничился по сути определением потенциала скоростей (точнее, он определяет частную производную потенциала скоростей по времени). В своем докладе 1829 г., на который мы уже ссылались, Остроградский сообщает о своей работе гораздо больше. Поэтому приведем заключительную часть доклада целиком.

«Задачей моего мемуара является определение движения волн в ограниченных бассейнах. Я даю дифференциальные уравнения движения в форме, наиболее подходящей для таких исследований. Эти формулы значительно упрощаются при допущении, что бассейн имеет форму цилиндра, но несмотря на это упрощение, решение этих уравнений еще представляет большие трудности.

Я рассматриваю, в основном, бассейн, имеющий форму цилиндра с круговым основанием. Это предположение еще более упрощает уравнения задачи. Проинтегрировав эти уравнения, я смог представить состояние каждой частицы жидкости в любой момент времени. *Наличие стенки сильно изменяет движение жидкости.* Одно и то же возмущение начальной поверхности вызывает движение, совершенно отличное от движения жидкости, простирающейся бесконечно. Но, если размеры первоначально возмущенной поверхности малы по сравнению с размерами цилиндра, содержащего жидкость, то первыми появляются, как и в бесконечно простирающейся жидкости, равномерно-ускоренные волны; однако скорости в обоих случаях разные: наличие цилиндрических стенок уменьшает скорость.

Геометры, которые занимались теорией волн в случае бесконечно простирающейся жидкости, рассматривали только точки на большом удалении от первоначально возмущенной поверхности. В точках, близких к этой части поверхности, движение весьма сложно. Наличие стенок делает задачу еще труднее. В точках, не очень удаленных от первоначально возмущенной поверхности и от стенок, движение не менее сложно. Поэтому я рассматриваю только точки, весьма удаленные как от стенки, так и от первоначально возмущенной поверхности, притом в предположении, что размеры бассейна очень велики по сравнению с последней».

Сопоставляя это авторское резюме с содержанием напечатанной работы, мы видим, что в ней отсутствует все, о чем говорит Остроградский, начиная с выделенной нами курсивом фразы. Итак, до нас не дошло достаточно обширное исследование, содержавшее сравнение волнообразования в сосуде и в жидкости, не стесненной стенками, и рассмотрение волн на большом удалении от стенок и от области первоначального возмущения. И до сих пор эти вопросы обходятся молчанием в курсах гидродинамики. Да и вообще то, что сделано Остроградским в теории малых волн, не оценено по заслугам. В известной «Гидродинамике» Ламба есть только ссылка на работы о волнах в жидкости, содержащейся в сосуде, причем в первую очередь названа работа Пуассона, а работа Остроградского упоминается только для сопоставления. Рэлей спустя полвека, не зная исследований Остроградского и Пуассона, получил те же результаты. А в специальном обзоре Л. Н. Сретенского «Теория волновых движений жидкости» [5] вовсе нет имени Остроградского.

Сам Остроградский еще только раз выступил в печати по вопросу о распространении волн в жидкости. В 1829 г. он сообщил о том, что им решена задача для случая, когда жидкость содержится в сосуде, имеющем форму цилиндрического сектора [6].

После работ по теории волн Остроградский обращался к вопросам гидродинамики только эпизодически. В статье 1836 г. «Об одном особом случае равновесия несжимаемых жидкостей» [7] дан очень ясный и изящный вывод уравнений равновесия жидкостей. Как указывал Н. Е. Жуковский, этот вывод замечателен в двух отношениях. Во-первых, удачно применено связанное с именем Остроградского преобразование поверхностных интегралов в объемные. Во-вторых, впервые при выводе уравнений равновесия в механике сплошных сред рассматривается произвольно выделенная часть среды любого очертания, а не бесконечно малый прямоугольный параллелепипед. Такой подход, теперь общепринятый, упрощает вывод и вместе с тем придает ему большую общность. Особый случай равновесия жидкостей, о котором упоминается в заглавии статьи, Остроградский рассматривает вкратце в конце работы. Речь идет о сферическом слое жидкости, притягивающейся к центру слоя. Из изложения не видно, почему Остроградский пришел к ошибочному выводу, что в таких условиях жидкость не может двигаться, следовательно, должна находиться в равновесии. Как писал Н. Е. Жуковский, «здесь, по-видимому, заключается какой-то недосмотр». Понятно, что такой случай на самом деле не существующего равновесия не мог быть выведен из общих уравнений гидродинамики, поэтому он был назван особым. Но основная часть статьи, содержащая вывод уравнений гидродинамики, читается и сейчас с интересом, а приме-

[5] М., 1935.

[6] Это краткое сообщение воспроизведено в П. с. тр., т. I, стр. 231. В комментарии к нему (там же, стр. 266) показано, что метод решения Остроградского полностью проходит и в таком более общем случае и что при этом Остроградский неизбежно должен был прийти к Бесселевым функциям произвольного (положительного) индекса. Но эта часть исследований Остроградского не дошла до нас.

[7] П. с. тр., т. I, стр. 24—29.

ненные Остроградским приемы вывода систематически используются в механике сплошных сред.

В виде краткой заметки в «Физико-математическом бюллетене» дошла до нас работа 1844 г. «О движении жидкостей»[8]. В протоколах физико-математического отделения Академии наук за 1844 г. указано, что академик Остроградский прочел мемуар о движении жидкостей, но судить о его содержании мы можем только по вышеуказанной заметке, имеющей пометку «Извлечение». В ней речь идет о доказательстве теоремы, высказанной Лагранжем, согласно которой поверхность жидкости во время движения состоит из одних и тех же частиц. Доказательство, данное Лагранжем в его «Аналитической механике», очевидно, не удовлетворяло Остроградского. Действительно, рассуждения Лагранжа нельзя признать ни достаточно полными, ни достаточно строгими. О доказательстве, данном Остроградским, нельзя составить точного представления по одной фразе заметки: «Я излагаю упомянутое условие очень просто и почти без вычислений; я показываю, что оно является необходимым следствием непрерывности жидкости и тех выражений, которые математический анализ дает для представления ограниченной части трехмерного пространства». Но принятое теперь доказательство теоремы Лагранжа[9] в общих чертах можно охарактеризовать так же, как это сказано Остроградским.

Вопросы гидродинамики рассматриваются Остроградским и в трех разборах сочинений Н. Д. Брашмана и А. Ю. Давидова, написанных в связи с присуждением Демидовских премий[10]. Разбор книги Н. Д. Брашмана «Статика твердых и жидких тел» (1838 г.)[11] имел большое значение для развития гидромеханических исследований в России, так как Остроградский дал в нем высокую оценку изложенной в книге оригинальной теории устойчивости равновесия плавающих тел и тем привлек к теории плавания внимание других отечественных исследователей. Под влиянием Остроградского и Брашмана теория плава-

[8] П. с. тр., т. I, стр. 34.

[9] Ламб. Гидродинамика. М., 1947, стр. 20—21.

[10] Премии выдавались ежегодно с 1831 по 1865 г. из средств крупного заводовладельца Демидова. Присуждала премии Академия наук. Разборы отмеченных премией научных работ, составленные по поручению Академии наук, ежегодно публиковались в виде сборников.

[11] П. с. тр., т. I, стр. 30—33.

ния становится предметом занятий и в Петербурге (например, Будаев) и в Москве. Во втором из интересующих нас здесь разборов (1848 г.) [12] Остроградский дает высокую оценку магистерской диссертации ученика Брашмана А. Ю. Давидова, написанной на эту тему. Третий разбор посвящен докторской диссертации того же А. Ю. Давидова «Теория капиллярных явлений» (1850 г.) [13] и представляет самостоятельный научный интерес.

Теория капиллярности входила в план задуманного в свое время Остроградским трактата по математической физике. Через 20 лет после того, как Остроградский писал об этом в рапорте Академии наук, разбор книги Давидова дал ему повод изложить часть своих выводов и взглядов. Остроградский дает здесь свой вывод общего уравнения теории капиллярности, основанный, как и вывод Гаусса, на принципе возможных перемещений. Следствия из этого уравнения он собирался изложить в отдельной статье. Разбор показывает, что Остроградский следил за литературой вопроса и тщательно проанализировал основные труды Лапласа, Гаусса и Пуассона по теории капиллярности.

Работы по теории потенциала

В истории этого раздела математической физики почетное место должно быть отведено работе, носящей скромное название «Заметка об интеграле, который встречается при исчислении притяжений сфероидов» [14]. Вторая работа Остроградского, которая касается теории потенциала, — «Заметка о некоторых формулах, относящихся к притяжению сферы и сфероида». Здесь дано простое, не раз повторенное позже доказательство известной теоремы о притяжении сферы [15]. Но первая «Заметка...» — это богатая содержанием статья, значение которой до недавнего времени не было оценено в полной мере [16].

[12] Там же, стр. 35—37.

[13] Там же, стр. 38—45.

[14] Там же, стр. 46—58.

[15] Там же, стр. 59—61. Заметка написана в связи с тем, что Пуассон расценил доказательство этой теоремы аналитическим методом как сложную задачу, а Остроградский именно средствами анализа получил весьма простое доказательство.

[16] Эта работа подробно изучена в кандидатской диссертации В. И. Антроповой (Институт истории естествознания и техники АН СССР).

Работа Остроградского дает вывод того дифференциального уравнения, которому должен удовлетворять объемный (Ньютонов) потенциал некоторой массы, когда притягиваемая точка находится внутри или на границе области, занятой массой. Лаплас первый показал, что потенциал U как функция координат точки воздействия (a, b, c) удовлетворяет знаменитому уравнению в частных производных — уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial c^2} = 0,$$

но ошибся, полагая, что это уравнение имеет место при любом положении точки (a, b, c).

Пуассон в работе 1813 г. выявил ошибку Лапласа и вывел уравнение

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial c^2} = -4\pi k \rho, \qquad (2)$$

для того случая, когда точка (a, b, c) находится внутри массы, потенциал которой вычисляется [ρ — плотность в точке (a, b, c), k — коэффициент в законе тяготения].

В 1826 г. Пуассон сообщил в «Научном бюллетене» Парижской Академии наук, не указывая вывода, что это уравнение заменяется уравнением

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial c^2} = -2\pi k \rho, \qquad (3)$$

если точка (a, b, c) находится на поверхности, ограничивающей притягивающую массу (сфероид по терминологии того времени).

Это все, что знал Остроградский, когда писал свою работу. Добавим, что Пуассон ни в предварительном сообщении, ни позже, при изложении вывода уравнения (3), не сделал необходимой оговорки, что поверхность в точке (a, b, c) гладкая. По сравнению с известными ему работами Пуассона Остроградский значительно усовершенствовал вывод основного уравнения (3). Он исследовал также изменение этого уравнения, когда точка (a, b, c) находится на ребре поверхности или в точке пересечения нескольких ребер, но для того, чтобы эти выводы Остроградского имели вполне определенный смысл, необходимо какое-то обобщение понятия лапласиана, чего у Остроградского нет. Тем не менее в общности и строгости подхода Остроградский намного опередил свое время. Но значение работы Остроградского не только в указанном. В. И. Антропова убедительно показала, что работа Остроградского была новаторской для теории потенциала, так как опиралась на новую концепцию интеграла, разработанную Коши (Пуассон остался в стороне от этой новизны), и в ней было строго проведено дифференцирование несобственных интегралов по параметру, в чем ошибся Лаплас, в чем ошибались и другие математики того времени.

Работа Пуассона, в которой доказывается, что

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial b^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial c^2}=\begin{cases} 0 \\ -2\pi k\rho \\ -4\pi k\rho \end{cases}$$

в зависимости от того, находится ли притягиваемая точка вне, на границе или внутри области, занятой притягивающей массой, и которая не была известна Остроградскому, когда он писал свою статью, была доложена Парижской Академии 10 июля 1826 г., но напечатана двумя годами позже [17]. Доказательство Пуассона, излагаемое вкратце далее, лишено должной строгости. Он и здесь сразу пишет выражения для составляющих сил тяготения в виде первых производных от потенциала по координатам $\frac{\partial U}{\partial a}=km\rho\iiint\frac{x-a}{d^3}\,dx\,dy\,dz,\ldots$ (плотность ρ считается постоянной; $d=+\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}$; m — масса притягиваемой точки). Затем, ссылаясь на то, что при дифференцировании правой части последнего равенства по a и по x должны получаться противоположные по знаку результаты, Пуассон пишет равенства

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2}=-km\rho\iiint\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x-a}{\partial^3}\right)dx\,dy\,dz,\ldots \qquad (4)$$

....

[17] «Теория движущегося магнетизма» — «Théorie de magnetisme en mouvement».— «Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris», t. VI (особенно стр. 456—462).

Так как в дальнейшем точку (a, b, c) надо брать и внутри и на границе области интегрирования, то ясно, что Пуассон чисто формально оперирует с несобственными интегралами. В дальнейшем изложении Пуассон использует, давая попутно вывод, то соотношение, которое сейчас часто связывают с именем Гаусса. А именно, выполняя интегрирование по x, получаем

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} = -km\varrho \int\int \left(\frac{x'' - a}{d''^3} - \frac{x' - a}{d'^3} \right) dydz,$$

где x'' и x' — значения x на границах интегрирования. Интеграл здесь можно представить как интеграл по поверхности, так как $dy\,dz = \pm \cos l \cdot d\omega$ (l — угол между внешней нормалью к поверхности и осью x-ов, $d\omega$ —элемент поверхности). Следовательно,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} = -km\varrho \int\int \frac{x-a}{d^3} \cos l d\omega$$

и две аналогичные формулы получаем для остальных двух вторых производных. Складывая их почленно, будем иметь:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial c^2} = km\varrho \int\int \left(\frac{a-x}{d} \cos l + \right.$$

$$\left. + \frac{b-y}{d} \cos l' + \frac{c-z}{d} \cos l'' \right) \frac{d\omega}{d^2} =$$

$$= km\varrho \int\int \frac{\cos i \cdot d\omega}{d^2} = km\varrho \int\int d\theta$$

(i — угол, образованный нормалью к поверхности и лучом, проведенным из точки (x, y, z) в точку (a, b, c) $d\theta$ — телесный угол, под которым из точки $(a, b, c,)$ виден элемент $d\omega$, т. е. $\cos i\, d\omega = \pm d^2 \cdot d\theta$).

Из последнего результата сразу получается, что если точка (a, b, c) вне поверхности, ограничивающей массы, то (учитывая знак при $d\theta$) получим $\int\int \pm d\theta = 0$; если точка (a, b, c) на границе области, $\int\int \pm d\theta = -2\pi$; если точка (a, b, c) внутри области, $\int\int \pm d\theta = -4\pi$.

Заключительная часть доказательства Пуассона наглядна и доходчива, такие соображения до сих пор в ходу в теории потенциала. Существенная нестрогость его изложения для подавляющего большинства современников оставалась неощутимой. Поэтому строгие аналитические выводы Остроградского могли казаться в 1830 г. ненужным усложнением. Во всяком случае, неизвестный автор довольно обширной статьи [18] об интересующих нас здесь работах Остроградского и Пуассона писал, что путь, которым шел Остроградский, труден (laborieuse), что его доказательства «неясны и далеки от изящной простоты анализа Пуассона».

Может быть, эта оценка отодвинула в тень работу Остроградского. Но сейчас ясно, что там, где Пуассон прост и краток, он обходит основные трудности доказательства, тогда как в детальном изложении Остроградского тщательно и строго проведена необходимая выкладка. То, что Остроградский избегает обращения к геометрической наглядности, надо также признать достоинством его подхода: хорошо известно, какая большая работа понадобилась, чтобы уточнить содержание ряда геометрических понятий, без чего нельзя было «навести порядок» ни в теории потенциала, ни в ряде других математических дисциплин.

Работы по теории теплоты

В дошедших до нас исследованиях Остроградского по теории теплоты разработаны две темы: распространение тепла в твердых телах и вывод уравнения для распространения тепла в жидкостях.

Общие дифференциальные уравнения для распространения тепла в твердых телах были выведены Фурье, им же был рассмотрен и решен ряд конкретных задач. Свои исследования Фурье подытожил в монографии «Аналитическая теория теплоты» [19], составившей эпоху в математической физике. Книга Фурье богата математическими идеями, с нею в обиход нашей науки вошло немало методов и приемов. Но сам Фурье и его современники, свидетели быстрого распространения паровых машин, источником энергии для которых являются тепловые процессы, прежде всего имели в виду приложения новой теории. Правда, подчеркивалось и то, что именно математический анализ

[18] «Bulletin de Ferussac», t. XIV. Paris, 1830, p. 81—88. Статья подписана одним инициалом S.

[19] «Théorie analytique de la chaleur». Paris, 1822.

дал возможность создать общую теорию для процессов распространения тепла и получить количественные оценки там, где раньше приходилось ограничиваться качественными суждениями. И огнем управляют числа (et ignem regunt numeri) — латинское выражение, взятое Фурье в качестве эпиграфа, казалось, звучало оправданно гордо. Но эти же слова выдают ошибку первооткрывателя, вступившего в область слишком обширную, чтобы он мог правильно наметить ее очертания. Эпиграф Фурье надо было оправдать работой следующих поколений. При этом наиболее важные технические приложения дала несколько позже возникшая термодинамика, а не теория теплопроводности.

Получилось так, что в XIX в. применение в других областях методов, разработанных в теории теплопроводности, имело значительно большее теоретическое и практическое значение, чем решение с их помощью отдельных задач теории теплоты. Для правильной оценки рассматриваемых здесь работ Остроградского необходимо отметить, что именно в них постановка проблемы и методика их решения впервые были даны с должной общностью.

Как Фурье, так и Пуассон, занявшийся вслед за ним теорией теплопроводности, рассматривали только отдельные конкретные задачи (охлаждение твердого шара, стержня, цилиндра, куба, прямоугольного параллелепипеда). Они не приступили к исследованию общих свойств интегралов дифференциальных уравнений теории теплопроводности. Что же касается методов решения задач, то, как указал В. А. Стеклов, «Фурье применял один и тот же прием, известный теперь под именем метода Фурье, но едва ли сам он усматривал всю общность своего приема. По крайней мере из исследований Фурье этого не видно, и мы едва ли ошибемся, если скажем, что метод Фурье, во всей своей общности, впервые был формулирован Остроградским, а затем уже (в 1829 г.) Ламе и Дюгамелем». И далее, характеризуя первую «Заметку по теории теплоты» (1828 г.) Остроградского [20], В. А. Стеклов писал: «В рассматриваемом мемуаре Остроградского содержится как бы целая программа решения общего вопроса об охлаждении какого угодно твердого тела, ограниченного поверхностью без особых точек и линий (сфероида, как тогда

[20] П. с. тр., т. I, стр. 62—69.

называли) и одновременно с этим ставится ряд общих задач анализа, которые впервые попытался строго разрешить только спустя 70 лет известный французский математик Poincaré (1894). Следует заметить еще, что свои результаты Остроградский выводит, как частный случай, из некоторых общих свойств интегралов линейных уравнений какого угодно порядка с каким угодно числом независимых переменных, которые он устанавливает в начале своего мемуара» [21].

Действительно, разбираемая работа Остроградского естественно делится на две части. В первой дана общая схема решения краевых задач математической физики, выведена для трехмерного случая формула преобразования объемного интеграла от выражения типа дивергенции в поверхностный — формула Остроградского; введены сопряженные дифференциальные операторы (термина «сопряженный» у Остроградского нет) и доказано соотношение, которое теперь часто называют общей формулой Грина, хотя у Грина нет этой формулы; наконец, доказана при весьма общих предположениях ортогональность системы фундаментальных (собственных) функций краевой задачи.

Значительно позже, в 1841 г., эти свойства решений линейных уравнений в частных производных (вместе с разбором ряда частных случаев) были введены Коши во втором томе его «Упражнений в анализе и математической физике» [22]. При этом Коши сослался на Остроградского. Он писал: «Я хотел бы иметь возможность сравнить полученные мною здесь результаты с результатами, полученными Остроградским в мемуаре, в котором он установил несколько общих предложений относительно интегрирования линейных уравнений в частных производных. Но я только смутно помню этот мемуар и, так как я не знаю, был ли он где-либо опубликован, я лишен возможности произвести это сравнение» [23]. Таким образом, приоритет

[21] В. А. Стеклов. О работах М. В. Остроградского в области математической физики. В кн.: П. И. Трипольский. Михаил Васильевич Остроградский. Празднование столетия дня его рождения. Полтава, 1902, стр. 118—127; см. стр. 122.

[22] «Exercices d'Analyse et de Physique Mathématique», t. II. Paris, 1841; см. мемуар «Recherches sur les intégrales des équations linéaires aux derivées partielles», p. 331—351.

[23] Это замечание Коши приведено в цитированной речи В. А. Стеклова в не совсем точном переводе.

Остроградского в исследовании общих свойств линейных уравнений в частных производных и в открытии нескольких важных для математической физики общих соотношений не подлежат сомнению. Однако этим не исчерпывается содержание «Заметки...» Остроградского. Во второй ее части он применяет общую схему первой части к дифференциальным уравнением теории теплопроводности твердых тел. При этом он приходит к представлению произвольной функции трех аргументов, задающей начальное распределение температуры, в виде ряда по фундаментальным функциям соответствующей краевой задачи. Относительно полученного ряда он пишет: «Я думаю, что ряд $\Sigma \dfrac{U \int f(x, y, z)\, U'\omega}{\int UU'\omega}$ всегда сходится, но доказать это замечательное свойство в общем случае очень трудно». Это заявление показывает, что Остроградский превосходно представлял себе сложность проблемы сходимости таких рядов и вместе с тем, в отличие от многих его современников, чувствовал необходимость в ее исследовании.

Характерно и такое высказывание Остроградского в этой части статьи: «Замечу под конец, что величина ϑ^2 [«параметр разделения»], содержащаяся в уравнении (20), непременно действительная — это следствие закона распространения теплоты, но столь общая истина должна быть выявлена и математическим анализом». И здесь сказывается тот более высокий уровень требований к математической строгости и полноте изложения, который мы находим у Коши, но которого нет еще ни у Фурье, ни у Пуассона, ни у многих других старших и младших современников Остроградского [24].

Наконец, в этой же второй части статьи имеется очень интересная наметка доказательства сходимости тригонометрических рядов (рядов Фурье). Основная идея доказательства та же, что и в известной, почти одновременной работе Дирихле, но переход к пределу не проведен с должной строгостью, поэтому условия сходимости не могли быть получены Остроградским. Однако принцип локализации для тригонометрических рядов выступает в рассуждениях Остроградского вполне отчетливо.

[24] Даже в конце XIX в. А. Пуанкаре считал возможным в работах по механике идти на «послабления» в отношении строгости рассуждений, что вызвало справедливые возражения А. М. Ляпунова.

Как одно целое с «Заметкой по теории теплоты» следует рассматривать ее непосредственное продолжение — «Вторую заметку по теории теплоты» (1829 г.) [25]. В напечатанном виде «Вторая заметка...» содержит решение одного вопроса: как привести задачу теории теплопроводности при неоднородном краевом условии к задаче с однородным краевым условием. На языке физики это значит, что определение охлаждения или нагревания твердого тела, находящегося в соприкосновении с внешней средой, температура которой в разных точках разная и меняется со временем, может быть сведено к решению аналогичной задачи при условии, что температура внешней среды во всех точках равна нулю.

Это приведение неоднородной краевой задачи к однородной достигнуто Остроградским тем естественным методом, который до сих пор применяется с этой целью и излагается в учебных курсах. Решение вопроса изложено в этой небольшой статье с полной обстоятельностью. Но обратимся для сопоставления к работе Дюгамеля, в которой рассматривается тот же вопрос. Ж.-М. Дюгамель (1797—1872), получивший известность своими работами по математической физике, впоследствии член Парижской Академии, начал научную деятельность примерно одновременно с Остроградским. Его статья под заглавием «Мемуар об общем методе, относящемся к движению тепла в твердых телах, находящихся в среде, температура которой меняется со временем», снабжена таким примечанием: «Этот мемуар составляет резюме двух других мемуаров, представленных Институту: один — 9 февраля 1829 г., другой — 5 апреля 1830 г.».

Работа изложена без малого на 60 страницах. Она содержит несколько теорем, при доказательстве которых автор прибегает в немалой мере и к физическим соображениям. Эти теоремы, вместе взятые, дают не больше того, что получено Остроградским во «Второй заметке по теории теплоты». Вот как сам автор резюмирует содержание своей работы. Он пишет, что доказанные им теоремы «имеют целью свести тот случай, когда температуры различных точек среды или поверхности тела меняются со временем, следуя любому закону, к более простому случаю,

[25] П. с. тр., т. I, стр. 70—72.

когда они остаются постоянными. Когда получено решение в последнем случае, можно получить решение в первом простыми интегрированиями. Общность этих предложений столь велика, как только можно желать». Мы думаем, что именно работа Дюгамеля позволяет правильно оценить работу Остроградского. Иначе чтение немногих страниц, составляющих «Вторую заметку...» Остроградского, может оставить впечатление, что все это просто и что все это, разумеется, было сразу и легко найдено. Между тем обширный мемуар Дюгамеля в основном только повторяет небольшую статью Остроградского [26].

Выше мы говорили о содержании «Второй заметки по теории теплоты» Остроградского в напечатанном виде. Наша оговорка не случайна. Первое упоминание об этой работе Остроградского в академическом архиве под датой 8 июля 1829 г. таково: «Адъюнкт Остроградский представил заметку «О теории теплоты», в которой он решил вопрос о распространении теплоты в твердом теле, излучающем в окружающую среду с переменной температурой. Решение этой задачи сводится к случаю, когда тело излучает в среду, температура которой постоянно равна нулю. Вопрос о температуре земного шара является только частным случаем вышеуказанной задачи. Г. Остроградский предполагает на одном из ближайших заседаний представить подробный мемуар о движении теплоты внутри земли» [27].

В том же году, 16 ноября, как значится в протоколах Академии, «г. адъюнкт Остроградский зачитал извлечение из мемуара, который трактует о влиянии солнечного тепла на температуру земного шара» [28]. Как видно, «Вторая заметка по теории теплоты» имела продолжение и развитие, но эти неопубликованные исследования Остроградского полностью утеряны. Это тем печальнее, что темы не дошедших до нас исследований были весьма актуальны для науки того времени. Мы говорили в начале этого раздела, что аналитическая теория теплопроводности твердых тел не получила сразу применений в технике. Однако

[26] «Mémoire sur la méthode générale relative au mouvement de la chaleur dans les corps solides plongés dans des milieux dont la température varie avec le temps».— «Journal de l'Ecole Polytechnique», t. XIV, 1833, Cahier 22, p. 20—77.

[27] Архив АН СССР, ф. 1, оп. 1А, № 41, § 404

[28] Там же, § 678.

некоторые серьезные и новые физические выводы были сделаны. Например, Фурье показал, что температура межпланетного пространства должна быть примерно от —50° до —60°, что достаточно близко к современным оценкам. Между тем многие физики до Фурье оценивали эту температуру в сотни и даже тысячи градусов ниже нуля (об абсолютном нуле температуры они еще, понятно, не знали).

Фурье доказал также, что приток тепла из недр земли к ее поверхности имеет ничтожное значение по сравнению с солнечным излучением. Необъяснимым в рамках теории теплопроводности оставался факт значительного повышения температуры при углублении в землю. Именно этот комплекс вопросов был в центре внимания в те времена, когда Остроградский занимался теорией теплоты, и к нему-то и относились утерянные для нас работы.

Еще об одной не дошедшей до нас работе Остроградского мы знаем благодаря упоминаниям о ней у Ламе. Эта работа — решение задачи о распространении теплоты в треугольной призме, в основании которой лежит равнобедренный прямоугольный треугольник. Впервые Ламе сообщил об этой задаче и о ее решении Остроградским в той же тетради 22 «Журнала политехнической школы», где помещена работа Дюгамеля, о которой шла речь, — в «Мемуаре о распространении тепла в многогранниках, преимущественно в правильной треугольной призме» [29]. Хотя статья напечатана в 1833 г., в заголовке указано, что она представлена Парижской Академии наук 8 мая 1829 г. Работа Ламе посвящена решению задачи теории теплопроводности для тел, имеющих форму многогранников. Автор подчеркивает принципиальное значение таких задач, в связи с этим сообщает о задаче, решенной Остроградским, и оценивает этот результат как существенный шаг вперед:

«Во всех приложениях физико-математического анализа на каждом шагу встречаются тела, имеющие форму многогранников, надо ли точно определить усилия и реакции в различных частях какого-либо сооружения, или вскрыть аналитические тайны двойного преломления и

[29] Lame. Mémoire sur la propagation de la chaleur dans les polyèdres, et principalement dans le prisme triangulaire regulier. Paris, p. 194—251.

поляризации, или изучить обстоятельства, при которых образуются кристаллы.

Поэтому к наиболее важным вопросам, которые теперь могут поставить перед собою геометры, надо отнести определение законов движения теплоты в многогранниках. Прямоугольный параллелепипед является единственным многогранником, для которого соответствующие интегральные соотношения давно известны и, главным образом, с открытием законов распространения в нем теплоты связаны все достижения физико-математического анализа за последнее время.

Разумеется, прямоугольный параллелепипед в силу простоты уравнений его поверхности должен был первым из всех многогранников подвергнуться исследованию.

Следует заметить, что до сих пор в теории теплоты исследованы только такие тела, поверхность которых перпендикулярна к направлению одной из соответствующих осей координат, более того, уравнения этой поверхности получаются, полагая соответствующую координату постоянной. Г. Остроградский первый рассмотрел такую задачу, когда два вышеприведенные условия не соблюдаются во всех точках поверхности, — задачу о движении тепла в призме, в основании которой равнобедренный прямоугольный треугольник. Я поставил себе задачу исследовать законы движения теплоты в прямой призме, в основании которой лежит равносторонний треугольник» [30].

Приведенная выше высокая оценка работы Остроградского, принадлежащая едва ли не самому компетентному в этих вопросах его современнику, весьма поучительна. Но общие результаты, полученные Остроградским в двух «Заметках по теории теплоты», без преувеличения можно назвать классическими, их содержание почти полностью вошло в основной фонд науки. А для полной оценки их значения в истории науки надо принять во внимание еще то, что в математической физике эпохи Остроградского аналитическая теория теплоты была в известном смысле ведущей дисциплиной. Так, в цитированном выше мемуаре Ламе писал: «Из всех уравнений в частных производных,

....

[30] Перевод (стр. 195 указанного выше мемуара Ламе). Задачу, решенную Остроградским, Ламе приводит и в своих «Лекциях по аналитической теории теплоты», изданных в 1861 г. (П. с. тр., т. I, Приложение, стр. 245—263).

открытых физико-математическим анализом, простейшими являются уравнения, выражающие общие законы движения теплоты в однородных телах. Поэтому есть все основания полагать, что открыть интегральные соотношения для физических явлений, происходящих в твердом теле заданной формы, удастся лишь после того, как эти соотношения будут найдены для частного явления — движение тепла в таком теле».

По теории теплоты Остроградский оставил еще две работы. Одна из них (1829 г.) известна нам только в извлечении [31]. Впрочем, вторая работа «Об уравнении, относящемся к распространению теплоты внутри жидкости» [32], полностью перекрывает первую.

История вопроса изложена Стекловым [33] следующим образом:

«Получив дифференциальное уравнение распространения теплоты в твердом теле (ранее 1811 г.), Фурье перешел к решению более сложной задачи о распространении теплоты в жидкостях. Вопрос этот представлялся Фурье, как он сам говорит («Oeuvres», t. II, p. 598), в высшей степени трудным и долгое время не поддавался анализу. Только в 1820 г. Фурье сообщил Академии наук результаты своих изысканий по этому вопросу и предложил Лапласу и Пуассону, в виде вызова, дать доказательство указанного им уравнения».

Узнав об этом, Остроградский сам занялся предложенной задачей и 23 октября 1829 г. представил Парижской Академии свой вывод искомого уравнения [34]. В том же году Пуассон предложил другое решение задачи и получил искомое уравнение в другом виде, чем у Остроградского, но затем в своей «Аналитической механике» заменил свое уравнение именно тем, которое было получено Остроградским. Через три года после смерти Фурье (1830 г.) был опубликован один из оставшихся его манускриптов, где Фурье подробно излагает вывод полученного им в 1820 г. уравнения. Познакомившись с этой посмертной работой Фурье, Остроградский увидел, что все предыдущие выводы уравнения распространения теплоты в жидкости

[31] П. с. тр., т. I, стр. 73.
[32] Там же, стр. 75—79.
[33] П. И. Трипольский. Указ. соч., стр. 125—126.
[34] Здесь у Стеклова неточность: «октября» вместо «сентября» и не «Парижской», а «Петербургской Академии».

ошибочны, как основанные на различного рода недопустимых предположениях. И, действительно, Фурье, например, предполагает жидкость несжимаемой, а плотность ее зависящей только от температуры, удельную теплоемкость постоянной и т. п.

Усмотрев подобные несоответствия, Остроградский вновь занялся этим вопросом и в 1836 году разрешил надлежащим образом задачу в упомянутом выше мемуаре. Таким образом, как решение вопроса о распространении теплоты в твердом теле[35] принадлежит Фурье, так решение того же вопроса для жидкости должно быть приписано М. В. Остроградскому, ибо решения других авторов — Фурье и Пуассона — нельзя считать решениями вследствие их ошибочности».

К этим оценкам В. А. Стеклова надо дать некоторые поправки и дополнения. Вряд ли можно говорить об ошибочности решения Фурье, т. е. данного Фурье уравнения для распространения теплоты в жидкостях. Неясность вывода Фурье отмечена Остроградским, но Остроградский не опровергал Фурье, а стремился дать обоснованный вывод того же уравнения. Как показывает тщательный анализ, проделанный В. И. Антроповой, Остроградский получил более общее решение вопроса: уравнение Фурье является уравнением распространения теплоты в жидкости идеальной, уравнение же Остроградского пригодно для движущейся жидкости, несжимаемой по отношению к давлению и невязкой, т. е. без внутреннего трения.

Позже Кирхгофф вывел уравнение распространения теплоты с учетом вязкости жидкости. Таким образом, налицо три вида уравнения для распространения теплоты в жидкостях. В порядке возрастающей общности это — уравнение Фурье, уравнение Остроградского, уравнение Кирхгоффа.

Поэтому необоснованным является то, что уравнение теплопроводности для несжимаемой жидкости с конвекцией называют уравнением Фурье — Кирхгоффа. Еще менее справедливо то, что имя Остроградского в этом вопросе обычно не упоминается.

....

[35] «Решение» в смысле вывода общих дифференциальных уравнений задачи.

Работы по теории упругости

Две основные работы Остроградского по теории упругости названы почти одинаково: «Об интегрировании уравнений в частных производных малых колебаний упругой среды» (1829 г.) [36] и «Мемуар об интегрировании уравнений в частных производных, относящихся к малым колебаниям упругих тел» (1832 г.) [37]. Годы, когда они писались, были началом нового этапа в развитии теории упругости.

После длительного периода, от Галилея до 1820 г., когда только на частных задачах вырабатывались общие основы механики упругих тел, в работах третьего десятилетия XIX в. (Навье, Коши, Пуассона) были получены дифференциальные уравнения равновесия и движения упругих тел. Таким образом, был найден общий подход к трактовке задач теории упругости. Однако еще многое оставалось неясным и спорным; достаточно напомнить о полемике между Навье и Пуассоном, приходящейся на то же десятилетие, о котором идет речь. Поэтому первоочередной проблемой было применение новых и общих уравнений к отдельным задачам, имеющим определенный и ясный физический смысл и допускающим полное математическое решение. Такой задачей и была та, которой посвящены рассматриваемые работы Остроградского. В них, как и в других своих работах, Остроградский был на первой линии науки своего времени.

Одновременно с Остроградским та же задача, тоже в два приема, была рассмотрена одним из создателей общих методов теории упругости Пуассоном. Работы обоих ученых велись параллельно, и их необходимо сравнить, чтобы правильно оценить результаты Остроградского. Поэтому мы дадим необходимые сведения об исследованиях Пуассона.

Первая из двух работ Пуассона, которые здесь нас интересуют, — это «Дополнение» («Addition») к его большому «Мемуару о равновесии и движении упругих тел». Мемуар этот был доложен Парижской Академии в апреле 1828 г. и, в частности, содержит общие уравнения механики упругих тел в перемещениях в той форме, в какой они

[36] П. с. тр., т. I, стр. 80—85.
[37] Там же, стр. 86—115.

были раньше получены Навье и в которой ими пользуется Остроградский, но непосредственного отношения к задаче о колебаниях бесконечной упругой среды не имеет. «Дополнение» же доложено несколько позже (24 ноября 1828 г.) и напечатано только в 1829 г.[38] Следовательно, Остроградский, доложивший свой первый мемуар в июне 1829 г., не мог знать «Дополнения» Пуассона. Но Остроградский не ссылается на эту работу Пуассона и в более позднем своем мемуаре, когда ему была известна и вторая работа Пуассона, посвященная той же задаче. Мы полагаем, что это не случайно и связано с тем, что у Остроградского были все основания считать решение, данное Пуассоном в его «Дополнении», неудачным.

Дело в том, что формулы Пуассона в отличие от формул Остроградского не симметричны относительно величин u, v, w (составляющих вектора смещения точки упругой среды), трудно обозримы, а определение входящих в них произвольных функций по начальным данным для u, v, w представляется затруднительным. Между тем сам Пуассон писал в только что упоминавшемся мемуаре по поводу решения уравнений в частных производных в виде определенных интегралов: «Особенно надо добиваться в таких интегралах, чтобы они легко позволяли определить входящие в них произвольные функции» («Ce qu'il faut surtout rechercher dans ces sortes d'intégrales c'est qu'elles se prêtent facilement à la détermination des fonctions arbitraires qu'elles renferment»). Всех этих недостатков лишено решение Остроградского, данное в его работе 1829 г.

Особого внимания заслуживает метод решения, применяемый Остроградским. Выражения для искомых функций он ищет в виде интегралов Фурье. Это позволяет свести систему линейных уравнений в частных производных к системе обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Такой способ интегрирования уравнений в частных производных был в общем виде развит Коши, но только для одного уравнения с одной неизвестной функцией (уравнение может быть любого порядка, любым может быть и число аргументов неизвестной функции). Как указывает Стеклов, «когда Навье и Пуассоном были составле-

[38] S. D. Poisson. Mémoires de l'Académie Royale des Science de l'Institut de France, т. VIII. Paris, 1825, p. 357—570; Addition — p. 623—627, хотя на корешке тома имеется пометка «1825 г.», он был издан только в 1829 г.

ны уравнения движения упругих тел, представляющиеся совокупностью трех уравнений с тремя неизвестными функциями, явилась необходимость распространить только что упомянутый метод и на этот более общий случай». Такая задача и решена Остроградским в его первом мемуаре по теории упругости. Подробное изложение схемы решения Остроградским делает совершенно очевидным, что она применима для любой определенной системы линейных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами.

Следует указать, что обобщение метода Коши на случай системы уравнений было дано также Коши и Пуассоном, но несколько позже, чем это сделал Остроградский.

Работа Остроградского, доложенная им Академии наук в 1829 г., была напечатана только в 1831 г., с обычной тогда для академических публикаций задержкой. Тем временем Пуассон еще раз обратился к той же задаче. Это им сделано в работе «Mémoire sur la propagation du mouvement dans les milieux élastiques», доложенной в октябре 1830 г.[39] Первая часть мемуара, где рассматривается вопрос о распространении возмущения в жидкостях, не имеет отношения к нашей задаче. Вторая же часть целиком ей посвящена.

На этот раз Пуассон использует более удачный метод и получает окончательный результат в виде, совпадающем с точностью до обозначений с тем, который приведен Остроградским в его втором мемуаре в конце § 5.

Выписав свои формулы, Пуассон в примечании на стр. 594 пишет: «После того, как был написан этот мемуар, г. Остроградский, из Санкт-Петербургской академии, сообщил мне другие интегралы уравнений (2), которые он доложил этой Академии» («Depuis que ce Mémoire est écrit, M. Ostrogradski, de l'Académie de Saint-Pétersbourg m'a communiqué d'autres intégrales des équations (2) qu'il a presentées a cette Académie»). И дальше Пуассон приводит то решение, которое дано Остроградским в его первой работе.

Сравнивая второе решение Пуассона с решением Остроградского, полученным на год ранее, приходим к выводу, что они примерно равноценны, но способ вывода,

[39] «Mémoires de l'Académie... de France», t. X, 1831, p. 549—605. На корешке тома — 1827 г.

примененный Пуассоном, во многом уступает методу Остроградского. Подбор произвольных постоянных, а затем произвольных функций у Пуассона не вполне обусловлен его общей методикой и усложнен, и только окончательная форма результата могла убедить читателя в достаточной общности полученного решения. Но во всяком случае новый вид общего интеграла исходной системы дифференциальных уравнений не имел недостатков первого решения Пуассона и был им успешно использован в последних параграфах работы (стр. 595—605) для анализа движения при больших значениях времени и на большом удалении от места первоначального возмущения. Пуассон выявляет, таким образом, наличие двух типов упругих волн, распространяющихся с разными скоростями, причем в волнах одного типа имеет место объемное расширение (волны дилатации), в волнах второго типа оно отсутствует.

Вторая работа Остроградского является как бы ответом на рассмотренную только что вторую работу Пуассона. Достоинства и применимость новых интегралов Пуассона были налицо, и Остроградский показывает, что, следуя в основном методу своей первой работы, он может получить результаты Пуассона более естественным и общим путем. Собственно, критики методов Пуассона у Остроградского нет, но она сама собой вытекает из сравнения обеих работ. Кроме того, новым во второй работе Остроградского является рассмотрение тех упрощений, которые вносит наличие потенциала для начальных деформаций или для начального распределения скоростей деформаций (§ 6 и 7 работы), прямое доказательство того, что полученное решение представляет общий интеграл исходной системы уравнений (§ 8), а также применение тех разложений по несколько обобщенным Остроградским полиномам Лежандра, которые выведены в § 1.

Итак, следует признать, что именно Остроградский дал (в первой работе) не вызывавшее сомнений относительно своей общности практически применимое решение задачи о распространении колебаний в бесконечной упругой среде. Позже Пуассон смог пойти дальше в анализе явления, исходя из своего второго решения. Затем Остроградский получил и несколько углубил результаты Пуассона, пользуясь методом своей первой работы, методом, имеющим общее значение для интегрирования систем линейных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. Добавим, что результаты Остроградского и Пуассона получены на основе уравнений с одной упругой постоянной, но они очевидным образом могут быть использованы, если исходить из уравнений для упругих твердых тел с двумя постоянными, ныне общепринятых. Это показано в примечаниях к отдельным местам мемуаров [40].

Решение Остроградского — Пуассона имеет для математической физики значение, не ограниченное рамками теории упругости. По сути, метод Остроградского дает решение волнового уравнения для вектор-функции в неограниченной среде при заданных начальных значениях функции и ее первой производной по времени. Для рассматриваемого уравнения (системы уравнений) второго порядка задача, исследованная Остроградским и Пуассоном, является, можно сказать, канонической задачей «на начальные значения». Поэтому посвященные ей исследования способствовали развитию общей теории уравнений в частных производных. Здесь достаточно сослаться на замечание Стеклова, «что подобного рода изыскания, в которых, как видим, деятельное участие принимал и М. В. Остроградский, привели Коши (в 1839 г.) к замечательному обобщению задачи, известному теперь под именем задачи Коши».

В теории упругости интегралы, открытые Остроградским и Пуассоном, не раз были предметом исследования, как правило, без ссылок на первого из авторов.

Работы, которые мы здесь имеем в виду, относятся к последним десятилетиям XIX в. При жизни Остроградского первым продолжателем исследований его и Пуассона был Бланше (Blanchet), рассмотревший ту же задачу для анизотропной (кристаллической) среды. Серия работ Бланше появилась в 1840—1842 гг. [41]

В России первым после Остроградского занимался той же задачей, по-видимому, А. Ф. Попов [42]. В «Бюллетене Московского общества натуралистов» за 1853 г. («Bulletin

....

[40] П. с. тр., т. I, стр. 285—287.

[41] О них см.: Todhunter and Pearson. A History of the Theory of Elasticity, vol. I. London, 1886, p. 626—635.

[42] Александр Федорович Попов (1815—1878) — ученик Лобачевского по Казанскому университету. Был профессором в Казани и членом-корреспондентом Академии наук. Ему принадлежит ряд работ по математической физике. Он чрезвычайно высоко ценил Остроградского и считал его первым математиком России.

de la Société des naturalistes de Moscou», vol. XXVI, p. 342) помещена его статья «Об интегрировании уравнений, относящихся к малым колебаниям упругой среды» («Sur l'intégration des équations relatives aux petites vibrations d'un milieu élastique»). Новых результатов в статье не было. Автор сам считает, что исследование вопроса завершено работами Остроградского и Пуассона. Но Попов дал более простой вывод прежних результатов, несколько видоизменив метод второй работы Остроградского. Кроме того, у Попова весьма просто проведен анализ полученных интегралов, выявляющий наличие продольных и поперечных волн.

Помимо рассмотренных выше двух работ по теории упругости, Остроградским написана еще одна небольшая «Заметка о равновесии упругих тел» (1832 г.). Заметка появилась в связи с дискуссией, вызванной изложением вопроса об упругой нити в «Аналитической механике» Лагранжа [43].

К математической физике, кроме рассмотренных выше, можно отнести еще следующие четыре работы М. В. Остроградского: «О взаимном намагничивании брусков» и напечатанная вместе с этой статьей «Вторая заметка по тому же вопросу» (1839 г.), неоконченная «Заметка о различных вопросах анализа» (1830 г.) и «Разбор сочинения Сомова „Аналитическая теория волнообразного движения эфира"» (1848 г.).

В статьях о взаимном намагничивании брусков Остроградский рассматривает задачу, поставленную его сочленом по академии и выдающимся физиком Б. С. Якоби. Физическая схема, положенная в основу Якоби и воспроизведенная Остроградским, небезупречна в применении к намагничиванию, и Остроградский подчеркивает, что обсуждать ее он не будет. Однако в общей постановке схема, рассмотренная математически Остроградским, может иметь применение. То, что решение просто и получается, в сущности, элементарными средствами, повышает интерес к работе.

Действительно, не прибегая к терминам теории магнетизма, задачу Якоби — Остроградского можно сформулировать так. Имеется n одинаковых элементов (или частиц, или ячеек и т. п.), образующих цепь. Если некоторая фи-

[43] См. комментарии к «Заметке», П. с. тр., т. I, стр. 287—289.

зическая величина A имеет в одном из элементов значение a, то в смежных элементах значения A становятся отличными от нуля, пропорциональными a, с коэффициентом пропорциональности меньшим единицы. Следовательно, появление отличного от нуля значения A в одном из элементов индуцирует эту величину во всех других элементах, каждый из них в свою очередь возбуждает новую волну индукции и т. д. Требуется определить итоговое стационарное распределение значений величины A в рассматриваемой системе n элементов.

Как показывает Остроградский, дело сводится к решению линейного разностного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Следовательно, ответ дается в общем виде в элементарных функциях. Во второй «Заметке» Остроградский заменил свой первоначальный вывод разностного уравнения более простым и вместе с тем более общим выводом, так что все решение изложено им на одной странице.

«Заметка о различных вопросах анализа» была напечатана в журнале с пометкой «продолжение следует». Писал ли автор это продолжение, остается неизвестным. Статья содержит:

а) небольшое замечание к теории эллиптических интегралов;

б) оригинальный вывод свойств сферических полиномов, которые рассматриваются в несколько обобщенном виде; в более полном виде эти результаты изложены в первом параграфе второго мемуара по теории упругости (1832 г.);

в) вывод уравнений для системы частиц, взаимодействующих друг с другом с силами, пропорциональными массам частиц и в остальном зависящими только от расстояния между частицами. Этот вопрос рассматривается в статье Остроградского первым, и автор придавал ему, видимо, особое значение. Через 18 лет, разбирая книгу Сомова, Остроградский вернулся к тому же вопросу и воспроизвел, с незначительными изменениями, то, что вошло в его статью 1830 г. Интерес к «молекулярной механике» (выражение Остроградского) не остывал у Остроградского в течение длительного периода, что доказывает и написанный в 1838 г. разбор книги Н. Д. Брашмана.

Сейчас работы в этом направлении как Остроградского, так и его современников имеют только исторический интерес. Вызваны они были неоправдавшимися надеждами:

казалось, что следствия из уравнений для системы взаимодействующих частиц позволят уточнить закон взаимодействия, введенный в уравнения в виде неизвестной функции расстояния.

На всех работах Остроградского по математической физике лежит печать его эпохи. Говоря словами В. А. Стеклова из не раз цитированной выше его речи, «ценить их теперь нужно не столько с точки зрения строгости и точности рассуждений, обязательных в настоящее время, сколько по важности рассматривавшихся в них новых задач, новых идей, новых методов исследования, еще только создававшихся в то время». Какую нужно дать общую оценку творчеству Остроградского в области математической физики? Для этого нужно оценить:

Выбор задач.— Остроградский сосредоточил свои усилия на задачах, которые для его времени были действительно новыми и важными. Он поставил в самом общем виде (по сравнению с современниками) проблему собственных значений и проблему разложения заданной функции в ряд по системе фундаментальных функций краевой задачи. В гидродинамике, теории упругости, теории потенциала он рассматривал вопросы, в иных случаях частные, но такие, что их решение было существенным условием для развития соответствующей научной дисциплины.

Новизну идей методов исследования.— В этом отношении особенно выделяется классическая работа Остроградского «Заметки по теории теплоты». Затем идут работы по теории упругости, в которых развит общий метод решения линейных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. Немало ценного в отношении методов исследования и доказательств содержат работы по теории волн, потенциала, «Об одном особом случае равновесия жидкостей» и др.

Для последующего развития математической физики работы Остроградского имели значение не только благодаря результатам и изложенным в них новым идеям. Выше, в частности при сопоставлении с работами Пуассона, не раз указывалось на то, что по точности и строгости математических рассуждений Остроградский вместе с Коши сделал существенный шаг вперед.

Исследования по математической физике обеспечили молодому Остроградскому одно из самых видных мест среди представителей физико-математических наук. Достаточно напомнить, что в работах по гидродинамике, по теории упругости, по теории потенциала Остроградский и Пуассон несколько раз решали одни и те же задачи примерно одновременно, и сравнение работ Пуассона с работами Остроградского не в пользу Пуассона: у Остроградского подход шире, он получает те же результаты более общими и более простыми методами. Понятно, что уже первые работы Остроградского столь высоких достоинств должны были получить должную оценку, говоря иными словами, «по когтям узнали льва». Остроградский был сразу признан первым математиком России, и эта слава сопутствовала ему до последних дней жизни.

РАБОТЫ ПО МЕХАНИКЕ

В первые годы научной деятельности, когда Остроградский работал преимущественно в области математической физики, он дал, собственно, только одну работу по теоретической механике. Это — «Заметка о вариации произвольных постоянных в задачах механики»[44]. В «Заметке...» исходным пунктом является общее уравнение динамики системы, получаемое на основе принципа Даламбера и принципа возможных перемещений. Оно записывается в виде

$$\left(d\frac{\partial T}{\partial x'} - \frac{\partial T}{\partial x} \right)\delta x + \left(d\frac{\partial T}{\partial y'} - \frac{\partial T}{\partial y} \right)\delta y + \ldots + \delta V = \delta U, \qquad (\alpha)$$

где T — живая сила системы, $x, y,\ldots$ — координаты составляющих систему материальных точек, штрихи обозначают дифференцирование по времени, δV — вариация потенциала сил, а δU обозначает элементарную работу на возможном перемещении системы возмущающих сил, не имеющих потенциала, т. е. U — пертурбационная функция. В теории возмущений предполагается, что мы умеем найти решение системы динамических уравнений, возникающих из (α) при $\delta U \equiv 0$ (невозмущенная система), и, исходя из этого решения, ищут решение для случая, когда $\delta U \not\equiv$

[44] П. с. тр., т. II, стр. 7.

$\neq 0$ (возмущенная система), в том же виде, но считая произвольные постоянные, входящие в решение невозмущенной системы, функциями времени.

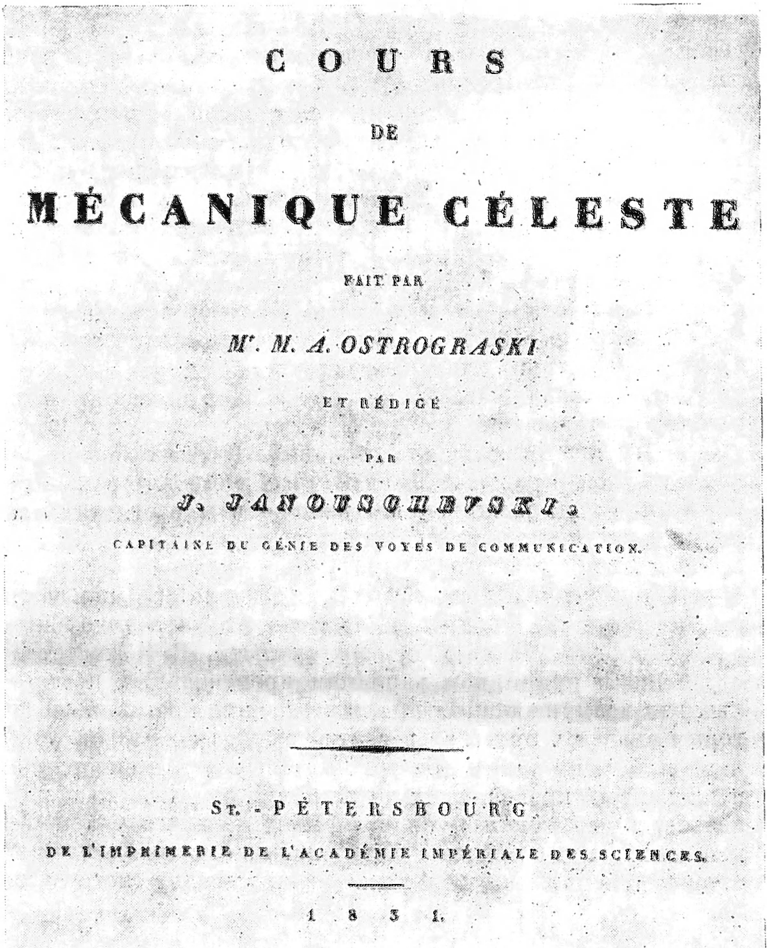
Чтобы получить необходимые поправки к решению невозмущенной системы, надо прежде всего иметь выражения для дифференциалов или производных по времени произвольных постоянных, входящих в решение невозмущенной системы. Составление таких выражений в задачах небесной механики представляло сначала немалые аналитические трудности, которые лишь постепенно были преодолены Лагранжем, Лапласом, Пуассоном (идея метода идет от Эйлера). Заодно метод стали трактовать как общий, применимый во всех задачах механики. Остроградский в своей «Заметке...» выдвигает положение, что любую систему возможных перемещений δx, δy, ...можно считать возникшей из каких-то вариаций произвольных постоянных a, b,..., содержащихся в x, y,...» (т. е. в решении невозмущенной системы). «Можно, следовательно, предположить, что любое положение механики можно получить, исходя из системы вариаций δa, δb,... постоянных a, b,...». Основываясь на этом, Остроградский чрезвычайно просто показывает, что «имеются постоянные, дифференциалы которых определяются непосредственно», и следовательно, без особых аналитических трудностей. Это те постоянные, которые вводятся непосредственным интегрированием уравнения (α) при $\delta U \neq 0$, когда возможным перемещением δx, δy,... приданы такие значения, при которых левая часть обращается в полный дифференциал. В частности, это, очевидно, те постоянные, которые входят в интегралы центра тяжести, площадей, живых сил. Действительно, обозначим через K постоянную, равную интегралу полного дифференциала

$$\left(d\frac{\partial T}{\partial x'}-\frac{\partial T}{\partial x}\right)\delta x + \\ + \left(d\frac{\partial T}{\partial y'}-\frac{\partial T}{\partial y}\right)\delta y + \ldots + \delta V = 0,$$

тогда

$$dK = \delta U,$$

«лишь бы операция δ во втором члене этого уравнения применялась только к величинам a, b..., при вариациях которых имеет место интеграл с постоянной, равной K».



COURS

DE

MÉCANIQUE CÉLESTE

FAIT PAR

M^{r}. M. A. OSTROGRASKI

ET RÉDIGÉ

PAR

J. JANOUSCHEVSKI,

CAPITAINE DU GÉNIE DES VOYES DE COMMUNICATION.

St.-PÉTERSBOURG

DE L'IMPRIMERIE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

1831.

Титульный лист книги «Курс небесной механики»

Изложенные идеи легли в основу того публичного «Курса небесной механики», который был прочтен Остроградским в 1829—1830 гг.[45] и в 1830 г. представлен им Парижской Академии наук. Отзыв об этом курсе давали Араго и Пуассон, в 1831 г. этот отзыв появился в печати — в журнале Крелля[46]. Араго и Пуассон отметили, что основная идея курса «принадлежит автору» и «достойна внимания» и что «он выводит отсюда... принципы живых сил, центра тяжести и площадей, рассматривая специальным образом произвольную постоянную, которая добавляется ко времени, когда и силы и связи системы не зависят от этой переменной, и те произвольные постоянные, которые относятся к началу координат и к направлениям координатных осей,— последнее в тех случаях, когда система совершенно свободна или же может только свободно вращаться вокруг начала координат».

Метод вывода классических интегралов динамики, который охарактеризован Араго и Пуассоном, указан в «Заметке...». Она является идейной основой «Курса небесной механики» Остроградского. Но в «Курсе...» его автор не ограничился только расширенным изложением результатов заметки и их применением. Для характеристики «Курса...» приведем продолжение цитированного отзыва:

«Автор затем предполагает, что добавляются новые силы, которые не должны, в отличие от первоначальных, удовлетворять условию интегрируемости. В соответствии с основным принципом вариации произвольных постоянных эти возмущающие силы изменяют те постоянные, которые входят в интегралы, соответствующие первоначальным силам, но таким образом, что выражения координат и их первых производных не изменяются. Именно исходя из этого положения и из дифференциальных уравнений движения, куда введены возмущающие силы, получают производные этих постоянных. Автор выводит систему линейных уравнений, которую Лагранж получил указанным выше образом.

Эти общие теории отчетливо изложены в первых пяти лекциях г-на Остроградского. Затем он применяет их к эллиптическому движению планеты вокруг солнца, при воз-

[45] Издан в 1831 г. на франц. яз.; в русском переводе см.: П. с. тр., т. I, стр. 139—244.

[46] «Journal für die reine und angewandte Mathematik». Berlin, S. 97—101.

мущениях, вызываемых действием одной или нескольких других планет. Он получает, таким образом, производные шести эллиптических элементов... Главным применением этих формул является их непосредственное приложение к вычислению возмущенных планет...; они (формулы) дают без труда вековые неравенства как для эксцентриситетов и перигелиев планет, так и для наклонений и узлов их орбит. Лекции, о которых мы даем отзыв, заканчиваются выводом упомянутых соотношений и их интегрированием с помощью известных методов, которые изложены автором со всеми уместными подробностями...»

Далее дается такая общая оценка «Курса небесной механики».

«Внимательно прочтя лекции г-на Остроградского, мы убедились, что этот умелый профессор в результате глубокого изучения овладел наиболее общими методами, которыми в последнее время обогатилась небесная механика, причем он сам упростил их изложение».

В середине 30-х годов Остроградский дал несколько важных работ по механике. Вызваны они, несомненно, его преподавательской деятельностью. Частично полученные им результаты вошли в его «Лекции по аналитической механике», изданные впервые в 1836 г.

Первой в этой группе работ является статья «Общие соображения относительно моментов сил» (1834 г., напечатано в 1838 г.) [47]. В ней вводятся связи односторонние (неудерживающие), допускаются также и связи дифференциальные (неинтегрируемые, позже названные Г. Герцем неголономными). Для систем с такими связями принцип возможных перемещений остается в силе, если равенство нулю суммы элементарных работ активных сил на возможных перемещениях системы заменить неравенством — требованием неположительности этой суммы или, как выражается Остроградский, полного (возможного) момента сил. Это обобщение, указанное Фурье, впервые было систематически использовано в рассматриваемой статье для вывода уравнений равновесия. Показаны также применения в механике точки, несжимаемой жидкости и гибкой нерастяжимой нити. К этой работе примыкает и напечатанная в 1839 г. статья «О равновесии веревочного многоугольника и гибкой нерастяжимой нити» [48] и главы

[47] П. с. тр., т. II, стр. 13.
[48] Там же, стр. 60.

XVIII, XIX и XX из «Лекции по аналитической механике». В последних параграфах на основе сочетания принципа возможных перемещений в его обобщенной форме с принципом Даламбера выведены уравнения движения систем с неудерживающими, но стационарными связями. Правда, в заключение сделаны некоторые замечания относительно нестационарных связей, но они носят предварительный характер. Системы с нестационарными связями были обстоятельно рассмотрены Остроградским в его замечательном «Мемуаре о мгновенных перемещениях систем, подчиненных переменным условиям» [49]. Этот мемуар заслуживает подробного разбора.

В первых шести параграфах Остроградский впервые изложил в научной печати свою трактовку нескольких понятий и положений, имеющих принципиальное значение для механики. Во-первых, дается определение действительных и возможных перемещений в сочетании с обобщенной формулировкой принципа возможных перемещений. Этот пункт можно изложить по резюме мемуара, несомненно принадлежащему самому Остроградскому [50]:

«Автор этого мемуара г. Остроградский утверждает, что уравнения движения систем, подчиненных изменяющимся со временем условиям, установлены с недостаточной ясностью, что может вызвать сомнения в их точности.

Обозначив через Δx, Δy, Δz, Δx^1, Δy^1, Δz^1,... проекции на координатные оси любых перемещений точек, движение которых отыскиваем, Остроградский рассматривает систему этих точек, определенную некоторым числом уравнений или неравенств такого вида:

$$a\Delta x + b\Delta y + c\Delta z + a^1\Delta x^1 + b^1\Delta y^1 + c^1\Delta z^1 + Tdt > 0, \quad (a)$$

где a, b, c, a^1, b^1, c^1,..., T — коэффициенты, которые могут зависеть от положения системы по истечении времени t, элемент которого обозначен через dt.

Чтобы иметь уравнения системы, нужно к условиям (a) добавить условия, которые выражают равновесие потерянных сил.

Как раз доказательство этих последних уравнений и подвергает критике Остроградский. Воспроизведем ее.

Чтобы находиться в равновесии, потерянные силы как будто не должны стараться произвести в течение мгнове-

[49] П. с. тр., т. II, стр. 321.
[50] Там же, стр. 316—317.

ния dt никакого перемещения, удовлетворяющего условиям (a); во всяком случае это одна из первых идей, приходящих на ум.

Но вместо того, чтобы следовать ей, начинают с того, что опускают в (a) члены, умноженные на dt, что сводит условия системы к

$$a\Delta x + b\Delta y + c\Delta z + a^1\Delta x^1 + b^1\Delta y^1 + c^1\Delta z^1 + \ldots > 0, \qquad (b)$$

и показывают, что потерянные силы не могут произвести никакого перемещения, удовлетворяющего (b). Приводимые в обоснование этого доводы совершенно не имеют силы. Можно даже возразить, что чаще всего перемещения, удовлетворяющие (b), противоречат природе системы и, следовательно, они не осуществятся, если только не оказалось необходимым их ограничить некоторыми условиями.

Потерянные силы должны, конечно, находиться в равновесии, и, таким образом, речь может идти только об условиях их равновесия. Но мы сразу после небольшого размышления придем к этим условиям. И вот принцип, который приводит к этому.

Для равновесия сил, приложенных к движущейся системе, необходимо, чтобы действительное перемещение системы, в последовательном сочетании со всеми теми перемещениями, которые могут быть вызваны силами, находящимися в равновесии, приводили бы только к перемещениям невозможным или противоречащим природе системы.

Таким образом, для равновесия потерянных сил нужно, чтобы они были неспособны вызвать перемещения, которые в настоящий момент доступны системе. Обозначим через dx, dy, dz, dx^1, dy^1, dz^1... проекции на координатные оси действительных перемещений точек системы и через δx, δy, δz, δx^1, δy^1, δz^1,... проекции на те же оси одного из перемещений, которое могут вызвать потерянные силы. Необходимо, чтобы проекции dx, δx, dy, δy, dz, δz, δx^1, dy^1, δy^1, dz^1, δz^1... относились к невозможным перемещениям, т. е. к перемещениям, которые не удовлетворяют условиям (a).

Отсюда следует, что неравенства

$$\begin{aligned} a(dx + \delta x) + b(dy + \delta y) + c(dz + \delta z) &+ \\ + a^1(dx^1 + \delta x^1) + b^1(dy^1 + \delta y^1) &+ \\ + c^1(dz^1 + \delta z^1) + \ldots + Tdt &> 0 \end{aligned}$$

не удовлетворяются. Но г. Остроградский доказывает, что $adx + bdy + cdz + a^1dx^1 + b^1dy^1 + c^1dz^1 + \ldots + Tdt = 0$, значит, перемещения δx, δy, δx, δx^1, δy^1, δx^1,... не могут удовлетворять условиям

$$a\delta x + b\delta y + c\delta z + a^1\delta x^1 + b^1\delta y^1 + c^1\delta z^1 + \ldots > 0. \qquad \text{(c)}$$

Таким образом, нужно чтобы потерянные силы не могли вызвать никакого перемещения, удовлетворяющего неравенствам (с); это условие, которое обычно используют, но оно не было доказано».

Во-вторых, Остроградский рассматривает вопрос о силах инерции и доказывает их реальность (аргументация его содержится в § 3 Мемуара). В обоих этих пунктах взгляды Остроградского не менялись: мы их находим в статье 1841 г. «О принципе виртуальных скоростей и о силе инерции»[51], где изложена примерно та же аргументация и заодно подвергается критике то, как изложен принцип Даламбера в курсе механики Пуассона и в более поздних работах — в мемуаре по теории удара (1854 г.), в его лекциях по механике.

В-третьих, здесь рассматриваются связи (идеальные) самого общего вида: нестационарные, неудерживающие, неголономные, причем подчеркивается важность такого обобщения.

В-четвертых, уравнения движения составляются в проекциях на произвольные, в общем случае переменные направления. При решении отдельных задач удачный выбор таких направлений может дать значительные упрощения, но в общем случае изложение получается громоздким. В «Мемуаре о мгновенных перемещениях...» Остроградский систематически использует такую запись уравнений, желая избежать, как сказано в резюме, «употребления координатных осей, так как это не вытекает из природы вопроса».

Во второй части работы (§ 7—11) Остроградский в полном объеме выявил то специфически новое, что привносит введение неудерживающих нестационарных связей.

Пусть имеем систему n материальных точек с массами m_1, m_2, ..., m_n. Обозначим их координаты в неподвижной ортогональной декартовой системе через x_1, y_1, z_1; x_2, y_2,

[51] П. с. тр., т. II, стр. 104.

$z_2; \ldots; x_n, y_n, z_n$, а проекции на те же оси приложенных к ним сил соответственно через $X_1, Y_1, Z_1; X_2, Y_2, Z_2; \ldots; X_n, Y_n, Z_n$. Величины $X_1, Y_1 \ldots, Z_n$ зависят в общем случае от координат точек, от составляющих их скоростей dx_1/dt, $dy_1/dt, \ldots, dz/dt$ и от времени t. Движение системы ограничено связями, заданными k конечными соотношениями

$$f_i(x_1, y_1, \ldots, z_n;\ t) \geqslant 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, k) \tag{1}$$

и l неинтегрируемыми дифференциальными зависимостями вида

$$f_j(x_1, \ldots, z_n;\ x'_1, \ldots, z'_n;\ t) \geqslant 0 (j = k+1, \ldots, k+l), \tag{2}$$

где $x'_1 = \dfrac{dx_1}{dt}, \ldots$

Для начального момента $t = t_0$ задается состояние системы, т. е. координаты и их первые производные по времени всех точек системы.

Если связи заданы неравенствами, при составлении уравнений движения возникает следующее принципиальное отличие от случая удерживающих связей. Надо установить, какие из связей (1) и (2) следует принимать во внимание. Пусть мы как-то удостоверились, что все они должны быть приняты во внимание с момента $t = t_0$ и мы можем проинтегрировать составленные при этом допущении уравнения движения нашей системы. Тогда вопрос сводится к определению момента, когда наступает освобождение системы от той или иной связи, и решается путем определения значений t, при которых изменяют знаки лангранжевы множители. В такой постановке Остроградский рассматривал проблему в работе 1834 г. «Общие соображения относительно моментов сил». Но такой подход еще не затрагивает сущности дела. Она заключается в том, чтобы указать, какие из связей (1) и (2) надо принять сразу во внимание, т. е. в момент $t = t_0$.

С этой целью Остроградский рассуждает так. Возьмем, например, одно из уравнений (1) и разложим его левую часть в ряд Тейлора по степеням $dt = t - t_0$ до членов третьего измерения относительно dt. Получим

$$f_{i0} + f'_{i0}dt + f''_{0i}\frac{dt^2}{2} \geqslant 0. \tag{3}$$

Здесь коэффициенты $f_{i0} = f_i(x_{10}, \ldots, z_{n0};\ t_0)$ и $f'_{i0} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial t}\right)_0 + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_1}\right) x'_{10} + \ldots + \left(\frac{\partial f_i}{\partial z_n}\right)_0 z'_{n0}$ вычисляются по заданному начальному состоянию системы. Не так обстоит дело с f''_{i0}, куда линейно входят начальные значения ускорений:

$$f''_{i0} = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}\right)_0 x''_{i0} + \ldots + \left(\frac{\partial f_i}{\partial z_n}\right)_0 z''_{n0} + A_i,$$

где A_i зависят только от начальных значений координат, скоростей и времени и, следовательно, являются известными нам величинами, равно как и $\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}\right)_0, \ldots, \ldots, \left(\frac{\partial f_i}{\partial z_n}\right)_0$. Теперь, если оказалось, что $f_{i0} > 0$, то это обеспечивает соблюдение строгого неравенства $f_i > 0$ в течение достаточно малого промежутка времени dt, такая связь не стесняет, следовательно, движение системы при $t = t_0$ и должна быть отброшена.

Итак, в дальнейшем надо рассматривать лишь связи $f_i \geqslant 0$, для которых $f_{i0} = 0$. Неравенство (3) переходит после сокращения на $dt > 0$ в неравенство

$$f'_{i0} + f''_{i0} \frac{dt}{2} \geqslant 0. \tag{4}$$

К этой форме приводятся и неголономные связи (2), поэтому в дальнейшем мы не будем иметь их особо в виду, а будем считать включенными в группу связей (4).

Вычислим теперь все f'_{i0}. Если для какой-либо связи окажется, что $f'_{i0} > 0$, то она не стесняет движения системы при $t = t_0$ и в течение некоторого промежутка времени dt и должна быть отброшена. Сохранить надо лишь связи, для которых $f'_{i0} = 0$ (и вместе с тем $f_{i0} = 0$, если это голономная связь). Для них вместо (4) имеем, после сокращения на dt/z,

$$f''_{i0} > 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, r; \quad r \leqslant k + l) \tag{5}$$

И, наконец, повторив прежние рассуждения, приходим к выводу, что принять в расчет надо лишь те связи, для которых неравенство (5) переходит в равенство, т. е. для которых

$$f''_{i0} = 0. \tag{6}$$

Но из связей (1) и (2) мы по значениям $f_{i0} = 0$, $f'_{i0} = 0$ могли выделить те r связей, для которых соблюдается, следовательно, условие (5), а отобрать из этих r связей те, для которых (5) переходит в (6), мы непосредственно не сможем, так f''_{i0} не вычисляются по начальному состоянию системы, поскольку содержат неизвестные нам наперед начальные ускорения. Как устранить это затруднение?

Интересный анализ Остроградского до сих пор безупречен. К сожалению, в общем случае неверен предложенный им способ отбора из r связей, для которых (3) и (4) сводятся к (5), тех, для которых (5) сводится к (6). Ошибка была замечена лишь в конце XIX в. Правильный метод отбора можно указать, используя принцип наименьшего принуждения Гаусса. Впрочем, допущенная Остроградским погрешность (в § 8 Мемуара) не влияет на дальнейшие выводы и выкладки.

В § 9—11 выведены уравнения движения (в форме Лагранжа первого рода), в соответствии с теми общими установками, которые развиты в первых шести параграфах. Тем самым эти уравнения установлены для систем с неудерживающими связями. При этом не имеет значения, зависят ли связи от времени или не зависят, как видно из § 4 и 5.

Новый и существенный результат содержится в § 12. Имея уравнение движения с неопределенными множителями и решая их совместно с уравнениями связи, мы можем расчленить выкладки на три части: а) исключить из этой полной системы уравнений все неопределенные множители, т. е. реакции связей; б) определить после этого координаты точек системы как функции времени и начального состояния системы; в) найти затем все множители (реакции связей). Остроградский дает в весьма изящном виде формулы для определения этих множителей через остальные величины, входящие в уравнения (время, координаты, скорости и ускорения). Эти формулы раз навсегда решают и задачу «а» и, после решения «б», сразу дают решение «в». Удивительным образом в курсах механики весь этот вопрос остается в тени. Его лишь касается Якоби в седьмой из своих «Лекций по динамике», причем он знал комментируемую работу Остроградского. Трактовка Якоби менее обстоятельна, ссылок никаких нет.

В курсе Г. К. Суслова этот вопрос рассматривается, притом в частном виде, без ссылки на Остроградского и без использования его результатов. Есть ирония судьбы в том, что именно ошибка Остроградского упоминается и разбирается в литературе, а все богатое содержание его выдающейся работы, касающейся основ аналитической механики, предано забвению.

Большое значение имели работы Остроградского по механике, относящиеся к последнему периоду его научной деятельности. Первой в этой группе работ была статья 1847 г. «О вариации произвольных постоянных в задачах динамики» [52]. Название статьи не в полной мере передает ее содержание. Остроградский сначала дает оригинальный вывод канонических уравнений, полученных Гамильтоном в работах 1834—1835 гг., при тех же условиях, что и у последнего: стационарные удерживающие связи, силы потенциального характера. Затем излагается новое доказательство теоремы Пуассона о первых интегралах уравнений динамики (если $f_1 = \text{const}$ и $f_2 = \text{const}$ — два интеграла динамической системы, то и скобка Пуассона, составленная из f_1 и f_2, является постоянной). Эта теорема используется в последнем параграфе статьи для более простого, чем у Пуассона, вывода уравнений, определяющих вариации произвольных постоянных, входящих в решение, соответствующее невозмущенному движению. Собственно только этот последний параграф и подходит под название статьи, показавшей, что ее автор включается в разработку новых тогда методов аналитической механики, связанных с именами Гамильтона и Якоби.

Через год, в 1848 г., была написана работа «Об интегралах общих уравнений динамики» [53]. Сам Остроградский резюмировал ее следующим образом: «В ней рассмотрены методы интегрирования, изобретенные математиками для дифференциальных уравнений движения системы, подчиненных конечным и не изменяющимся во времени условиям, и показано, что эти методы охватывают движение систем, определение которых изменяется в каждый момент времени».

[52] П. с. тр., т. II, стр. 117.
[53] Там же, стр. 129.

«Определение системы», о котором здесь идет речь, в терминологии Остроградского равнозначно заданию наложенных на систему связей. Итак, то новое, что было в работе, состояло в распространении на системы с нестационарными связями метода интегрирования Гамильтона и Якоби. Фактически это можно расчленить на два новых для своего времени результата: а) вывод канонических уравнений для этого случая (силы имеют потенциал, который может зависеть от времени, но живая сила системы не является уже однородной функцией второй степени относительно скоростей, а содержит члены первого и нулевого измерения относительно этих переменных); б) вывод при этих допущениях уравнения в частных производных Гамильтона — Якоби и доказательство того, что его полный интеграл дает все интегралы соответствующей канонической системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Теперь мы знаем, что такие же результаты несколько раньше получил Якоби, но это было опубликовано лишь в 60-х годах прошлого века, когда обоих ученых уже не было в живых. Работа же Остроградского была оценена современниками как «важный шаг вперед в теории уравнений движения» (А. Кэли). Указанные выше результаты изложены настолько просто и отчетливо, что учебные руководства, как правило, до сих пор воспроизводят это изложение.

В 1848 г. Остроградский написал и обширный «Мемуар о дифференциальных уравнениях, относящихся к изопериметрической задаче»[54]. Изопериметрической, согласно терминологии того времени, названа задача об экстремуме интеграла вида

$$\int_{t_1}^{t_2} V\left(x_1,\ x_2, \ldots\ x_m, \frac{dx_1}{dt}, \frac{d^2x_1}{dt^2}, \ldots, \frac{d^nx_1}{dt^n}, \ldots, \frac{d^nx_m}{dt^n}\right)\ dt,$$

где m и n — любые натуральные числа.

Первую часть мемуара образуют § 1—4. Характерной чертой изложения является то, что Остроградский избегает операции интегрирования: вопрос ставится сразу о преобразовании вариации «выражения вида дифференциала» Vdt, где V зависит от t и от его функций $x_1, x_2, \ldots, x_m$ с их

[54] П. с. тр., т. II, стр. 139.

производными по t до некоторого произвольного порядка n включительно. Поэтому, имея в виду все время непосредственно $\delta V dt$, а не $\delta \int V dt$, Остроградский говорит об условиях преобразования такого выражения в точный дифференциал, что для задачи в интегральной форме при закрепленных концах дает условия обращения вариации интеграла в нуль. Вызванное этим своеобразие формулировок, по крайней мере их внешнее отличие от обычных формулировок в вариационном исчислении, следует постоянно иметь в виду при чтении мемуара.

Основной результат содержится во втором параграфе, где речь идет о преобразовании дифференциальных уравнений рассматриваемой вариационной задачи к каноническому виду. Естественным образом в преобразованиях появляются величины ξ_{ik} — аналоги обобщенных импульсов динамики, двойная сумма $\sum\limits_{i=1}^{m} \sum\limits_{k=0}^{n-1} \xi_{ik} x_i^{(k+1)}$ — аналог живой силы, которую Остроградский и обозначает, следуя стандарту, через T, и аналог гамильтоновой функции, которая у Остроградского обозначена через θ.

В § 3 дается еще один вывод тех же уравнений. При этом подчеркивается то обстоятельство, что между каноническими переменными, по допущению, нет никаких зависимостей. Если бы такие зависимости были наложены, надо было бы их учесть либо путем уменьшения с их помощью числа неизвестных, либо методом неопределенных множителей. Но рассмотрение этих случаев (условного экстремума) Остроградский оставляет читателю, не считая, видимо, существенным такое обобщение. С этой точкой зрения вряд ли можно согласиться.

В § 4 содержится важное обобщение интеграла живых сил динамики на тот общий случай, который рассматривается Остроградским. Тут показано, что если в функцию V независимое переменное t входит так, что $\partial V/\partial t$ зависит лишь от t, то имеет место соотношение

$$dT = dV - \frac{\partial V}{\partial t} dt,$$

откуда, интегрируя, получаем, что

$$\theta - \int \frac{\partial V}{\partial t} dt = \text{const.} \qquad (\theta = V - T).$$

Последнее соотношение в частном случае динамики превращается в интеграл живых сил.

Следующую часть работы образуют § 5, 6. Здесь Остроградский вывел вариационный принцип, который представляет обобщение «принципа варьирующего действия» Гамильтона и с полным основанием назван принципом стационарного действия Гамильтона — Остроградского. Гамильтон рассматривал системы со стационарными связями, обобщение Остроградского охватывает и случай нестационарных связей. Но кроме, так сказать, утверждающей части, в рассматриваемых параграфах имеется критическая часть: Остроградский ставит под сомнение принцип наименьшего действия Лагранжа и выдвигает возражения против способа, примененного Лагранжем для вывода из принципа наименьшего действия уравнений движения. Критические замечания Остроградского вызвали многочисленные отклики. В работах русских и иностранных исследователей [55] вопрос был окончательно разъяснен: оба вариационных принципа верны и не противоречат друг другу, но необходимо точно определить те (различные для этих принципов) условия, которые выделяют класс допустимых вариаций. Но надо также признать, что изложение Лагранжа как в «Аналитической механике», так и в предшествовавших ей мемуарах таково, что дает основание для критики. В третьей части мемуара, к которой мы отнесем § 7—11, метод Гамильтона — Якоби интегрирования дифференциальных уравнений динамики обобщается на уравнения изопериметрической задачи и исследуются интегралы канонической системы дифференциальных уравнений в предположении, что эта система обладает (обобщенным) интегралом живых сил. В последней части работы (заключительные § 12—15) содержится теория возмущений для канонических систем. Она представляет собой существенное развитие положений, изложенных в последних двух параграфах статьи 1847 г. «О вариации произвольных постоянных в задачах механики». Главный результат состоит в том, что для элементов возмущенного движения снова получается каноническая система уравнений.

....

[55] См.: Ю. Д. Соколов. Исследования М. В. Остроградского по механике.— П. с. тр., т. II, стр. 354; см. там же комментарий И. Б. Погребысского к работе XIV, стр. 332—334, а также статью Н. Я. Цыгановой «Работы русских ученых XIX в. по исследованию начала наименьшего действия и начала Гамильтона — Остроградского».— Труды ИИЕТ, 19 (1957), стр. 462—534.

Сохранился черновик письма Остроградского Н. Фусу, тогда непременному секретарю Академии наук [56], в котором содержится характеристика результатов комментируемого мемуара, предназначенная, видимо, для отчета о работе Академии за 1848 г. Остроградский подчеркивает в этом письме, что его мемуар «не является простым распространением известных методов, в нем устанавливается новая теория, относящаяся к предмету, который включает в себя Динамику как весьма частный случай. Предметом мемуара является изопериметрическая задача. Нам кажется излишним входить в детали истории этой знаменитой проблемы, где встречаются знаменитые имена братьев Бернулли, Ньютона, Эйлера, Лагранжа и других. Но эти великие геометры дали только постановку этой проблемы с помощью математического анализа, тогда как наш академик (Остроградский писал о себе в третьем лице.— *Г. П.*) старается ее разрешить. Ему это удается сделать в той же мере, в какой математикам это удалось в Динамике, хотя последняя является, как мы уже сказали, только очень частным случаем изопериметрической проблемы».

Нельзя не согласиться с последней формулировкой. Все то, что удалось сделать в развитии методов интегрирования дифференциальных уравнений механики в течение 30-х и 40-х годов прошлого века (трудами Гамильтона, Якоби и самого Остроградского), Остроградскому здесь полностью удалось обобщить и применить в «знаменитой изопериметрической проблеме».

Следует оговорить, что значительная часть результатов Остроградского, изложенных в «Мемуаре о дифференциальных уравнениях, относящихся к изопериметрической задаче», была независимо от него получена и Якоби (теория возмущений для канонических систем и приведение к каноническому виду уравнений изопериметрической задачи, когда под знаком интеграла входят производные первого порядка неизвестных функций). Но то, что сделал Якоби, появилось в печати много позднее, когда были изданы его «Лекции по динамике» (1866 г).

Последней выдающейся работой Остроградского по механике был его «Мемуар по общей теории удара» (1854 г.) [57]. Большое место в нем занимает вывод общих

[56] Архив АН СССР, разряд V, оп. 0—11, № 7.
[57] П. с. тр., т. II, стр. 234.

уравнений движения для системы материальных точек в том виде, в каком они впервые были получены Остроградским в «Мемуаре о мгновенных перемещениях систем...» 1838 г. Эти уравнения можно охарактеризовать как обобщенные уравнения Лагранжа первого рода. Обобщение заключается в том, что они выписаны в проекциях на произвольные, в общем случае — переменные направления, а не на неизменные направления координатных осей.

При выводе своих уравнений Остроградский снова анализирует понятие действительного и возможного перемещения, а общее уравнение динамики он приводит к формулировке, которой придавал особое значение и называл результатом, заключающим в себе всю механику: «Вариация живой силы плюс момент [58] сил связи составляют полную производную по времени».

Все эти общие вопросы занимают первые восемь параграфов работы. К основной теме автор переходит в § 9, где общее уравнение динамики он преобразует интегрированием по времени от того момента, когда начинается удар. Удар рассматривается как результат внезапного наложения (или снятия) связи. Предполагается, что введенная связь сохраняется к концу того промежутка времени, когда прекращается действие ударных сил, а если удар возник вследствие уничтожения связи, то эта связь не восстанавливается.

Эти предположения соответствуют случаю неупругого удара. Исходя из них, Остроградский из общего уравнения удара получает систему уравнений для определения скоростей после удара и величин, характеризующих реакции наложенных связей. Затем он показывает, как в общем виде решить эту систему уравнений (§ 11 и 12). Его способ сходен по идее с изящным методом определения лагранжевых множителей, данным в работе «О мгновенных перемещениях систем...» Мемуар Остроградского обратил на себя внимание главным образом благодаря последним двум параграфам (13 и 14), где излагается обобщение теоремы Л. Карно о потере живой силы при неупругом ударе (у Карно эта теорема была выведена для соударения двух тел). Видный французский математик Ж. Бертран выступил в «Отчетах» («Comptes Rendus») Парижской Академии наук с замечаниями по поводу

[58] Напоминаем, что здесь «момент» — элементарная работа.

мемуара, указывая, что теорема Карно в таком же виде была раньше (в 1841 г.) обобщена Штурмом. Затем с притязаниями на еще более раннее обобщение той же теоремы выступили Коши и Дюамель. Между ними завязалась дискуссия (не лишенная личных выпадов), в которую вмешался и Понселе. Остроградский, к его чести, остался в стороне от этой перепалки. Анализ всех выступлений в дискуссии и более ранних работ ее участников, на которые делались ссылки, приводит к выводу, что, действительно, обобщение теоремы Карно было сформулировано до работы Остроградского (вполне четко — только Штурмом), но полного доказательства этой теоремы никто до него не дал.

Но независимо от обобщения теоремы Карно мемуару Остроградского надо отвести почетное место в истории аналитической механики: впервые в этой работе задача теории удара, правда, только в случае вполне не упругого удара, рассмотрена в общем виде. В самом деле, возьмем «Аналитическую механику» Лагранжа. Там указаны для случая удара уравнения, соответствующие уравнениям Лагранжа второго рода [59], но там нет применений этих уравнений и не рассматривается методика их решения. Пуассон в своем «Трактате по механике» [60] подробно рассматривает физические предпосылки и различные случаи соударения двух тел, но у него нет общей аналитической трактовки удара в динамической системе. Другие известные нам авторы из числа тех, кто занимался теорией удара до Остроградского, дают меньше, чем Пуассон.

Таким образом, мемуар Остроградского надо оценить как весьма существенный вклад в теорию удара.

Остроградский написал еще несколько работ меньшего значения. В «Заметке об уравнениях движения материальной точки, помещенной внутри прямой трубки, вращающейся вокруг заданной оси» (1838 г.) [61], он занимается вопросом, который «уже был решен Иоганном Бернулли и Ампером». Работа Ампера была написана в связи с тем, что в одном из научных журналов того времени появилось ошибочное решение этой задачи. Остроградский вывел уравнение движения значительно проще, чем Ампер.

[59] 1950, т. II, стр. 195—198.
[60] S. D. Poisson. «Traité de Mécanique», ed. 2. Paris, 1833.
[61] П. с. тр., т. II, стр. 29.

В 1843 г. была напечатана статья «О сфероидах, все моменты инерции которых равны»[62]. Сфероид здесь означает, собственно, любое тело. Вопросом о телах с равными главными моментами инерции занимался Лаплас во втором томе своего знаменитого «Трактата по небесной механике». Лаплас вывел условие, характеризующее поверхность, ограничивающую такое тело, предполагая его однородным. Остроградский получает аналогичное условие для тела, состоящего из слоев разной плотности.

«Об использовании линейных многочленов в динамике» (1857 г.)[63] — последняя работа Остроградского по механике. В ней дано обоснование метода неопределенных множителей Лагранжа при составлении основного уравнения динамики для систем со связями. Статья состоит из четырех параграфов. В § 1 Остроградский повторяет свои выводы относительно систем с неудерживающими связями, которые он впервые изложил в своих работах 30-х годов. В § 2 приведены необходимые для дальнейшего алгебраические результаты; § 3 оправдывает название статьи: в нем основное уравнение динамики выведено на основании понятия о линейной зависимости. В последнем параграфе тот же метод применен для вывода условий связанного экстремума в основной задаче вариационного исчисления и условий полноты дифференциала.

Много оригинальных результатов имеем и в «Лекциях по аналитической механике»[64]. Кроме того, что перекрывается рассмотренными выше статьями или повторяет их, надо отметить, по крайней мере, два пункта. Одним из них является оригинальное доказательство закона параллелограмма сил в лекции VI, вторым — теорема, доказанная в лекции IX: если при плоском движении материальной точки существует не зависящая от времени силовая функция, т. е. имеет место интеграл живых сил, и, кроме того, известен еще один первый интеграл, то задача решается в квадратурах. Эта теорема, примерно одновременно полученная и К. Якоби, была существенным образом обобщена Якоби, Лиувиллем, Донкином и Буром. Последнему принадлежит в известном смысле завершающий результат (1855 г.): для любой канонической системы порядка $2n$,

---

[62] Там же, стр. 110.
[63] Там же, стр. 267.
[64] П. с. тр., т. I и II (приложение и комментарии).

если имеет место (в соответствующей механической задаче) интеграл живых сил и известны k ($k \leqslant n-1$) первых интегралов, отличных от интеграла живых сил и находящихся между собой в инволюции, порядок системы может быть понижен на $2k$ (в случае Остроградского — Якоби $n = 2$, $k = 1$). В заключение приведем общую оценку курса Остроградского, данную Ю. Д. Соколовым [65]: ««Лекции по аналитической механике» характеризуются богатством материала, полной оригинальностью изложения и, как по времени их появления, так и по содержанию, занимают промежуточное место между трактатами Лагранжа и Пуассона и «Лекциями по динамике» Якоби... В «Лекциях по аналитической механике» проявилось присущее М. В. Остроградскому мастерство и ясность изложения (за небольшими исключениями, например, в лекции шестнадцатой). Этот курс отразил замечательный этап в истории развития общих принципов механики и оказал в свое время большое и весьма плодотворное влияние на развитие аналитической механики в России».

Мы закончим эту главу словами Н. Е. Жуковского, сказанными им в 1901 г. в связи со столетием со дня рождения М. В. Остроградского [66]: «Большая часть ученых работ Остроградского относится к его любимому предмету — аналитической механике... Во всех его работах главное внимание сосредоточивалось не на решении частных задач, а на установлении общих теорий. Он с особенной любовью занимался расширением метода Лагранжа о возможных скоростях [67] и установлением на самых общих началах теорем динамики. Его обширная работа «Об изопериметрах» [68] заключает в себе как частные случаи различные предложения Лагранжа, Пуассона, Гамильтона и Якоби об интегрировании уравнений динамики. С именем Остроградского всегда будет связано распространение способа возможных перемещений на системы с освобождающимися связями и изложение теорем динамики с помощью рассмотрения вариаций координат, происходящих от изменения произвольных постоянных».

[65] П. с. тр., т. II, стр. 355—356.

[66] Н. Е. Жуковский. Ученые труды М. В. Остроградского по механике.— Собр. соч., т. VII. М.— Л., 1950.

[67] Т. е. возможных перемещениях.

[68] Сокращение полного названия: «Мемуар о дифференциальных уравнениях, относящихся к изопериметрической задаче».

РАБОТЫ ПО ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКЕ

К задачам внешней баллистики аналитические методы механики начали применять почти одновременно с оформлением самих методов в первой половине XVIII в. Но в течение почти столетия эти методы применялись к расчету движения снаряда, рассматриваемого как материальная точка. В конце первой части мы уже отмечали, что работа Пуассона 1839 года, в связи с которой был привлечен к баллистическим исследованиям Остроградский, является первой работой о движении снаряда как твердого тела — с учетом его вращения. На этом новом этапе развития теоретической баллистики Остроградский был первым, кто вслед за Пуассоном сказал новое слово.

Едва получив, выражаясь современным языком, правительственное задание «заняться сим предметом и составить программу опытов», Остроградский сообщил, что прежде всего «необходимо углубить теорию вопроса». В чем состояло это углубление?

Из сохранившихся документов мы узнаем, что артиллерии генерал-майор Философов, дававший Николаю I отзыв о сочинении пэра Франции г. Пуассона, «заметил в этом сочинении заключения, совершенно соответствующие тому, что мы усматриваем при стрельбе регулированными гранатами, хотя сию стрельбу автор вовсе не имел в виду и, кажется, ее не знал». И дальше: «Генерал Философов находит весьма полезным стрельбу регулированными гранатами подвергнуть подобным теоретическим исследованиям для чего, по мнению его, необходимо произвести предварительный ряд опытов по программе, которую должен составить тот самый математик, на которого исполнение этого дела возложено быть может» [69].

Как видим, задание перед Остроградским было поставлено достаточно четкое. Самым существенным было то, что регулированная граната представляла собой сферический снаряд, имевший внутреннюю сферическую полость и изготовленный так, чтобы центр внутренней полости был максимально смещен от центра оболочки. Поэтому центр масс снаряда оказывался значительно

[69] Сб. «Михаил Васильевич Остроградский, 1862—1962», документ LX, стр. 297—298. М., Физматгиз, 1961.

смещенным от центра фигуры. Технический замысел был таков: если подобный снаряд помещался в канале ствола так, что линия центров была перпендикулярна оси канала, а центр масс был в наивысшем положении, то при выстреле давление пороховых газов сообщало снаряду вращение вокруг оси, перпендикулярной плоскости стрельбы. Это вращение давало бо̀льшую устойчивость снарядов, следовательно, лучшую кучность (кроме того, такое положение снаряда в канале ствола давало большую дальность).

Пуассон в своих работах не имел в виду подобных снарядов, потому что при выводе уравнений вращательного движения снаряда он исходил из предположения о малости смещения центра масс снаряда относительно его центра фигуры.

Остроградскому надо было вывести уравнения движения снаряда без ограничения Пуассона, т. е. для произвольного смещения центра масс (или центра инерции — термин, которым пользуется Остроградский) относительно центра фигуры (сферы).

Уравнения, полученные Остроградским, выписаны в первом параграфе его «Заметки о движении сферических снарядов в сопротивляющейся среде» [70]. Это уравнения (1) для поступательного и уравнения (2) для вращательного движения. Даны они там без вывода [71]. Уравнения для поступательного движения у Остроградского тоже получились не такими, как у Пуассона, но только вследствие того, что входящие в них проекции мгновенной угловой скорости снаряда взяты на направления неподвижных осей, а у Пуассона они взяты на направления главных осей инерции снаряда. В итоге эти уравнения у Остроградского оказались, как отмечает С. М. Тарг, «гораздо более компактными и позволили ему сразу заметить, что действующая на центр масс снаряда сила, зависящая от вращения снаряда, пропорциональна произведению его мгновенной угловой скорости на скорость геометрического центра и на синус угла между ними, чего Пуассон не усмотрел».

....

[70] П. с. тр., т. II, стр. 76.

[71] Компактный вывод этих уравнений в векторных обозначениях см. в «Дополнении» С. М. Тарга к указанной работе Остроградского (П. с. тр., т. II, стр. 323—325).

Что касается уравнений вращательного движения (уравнения (2) «Заметки»), то они у Остроградского, конечно, сложнее, чем у Пуассона. Но когда Остроградский, вместе с Пуассоном, принял, что расстояние a от центра масс до центра фигуры очень мало, и упростил эти уравнения, пренебрегая квадратом величины a/l (l — радиус сферического снаряда), то он обнаружил ошибку в уравнениях Пуассона (для поступательного движения) — наличие у одной из групп слагаемых лишнего множителя вида a/l.

Физическая схема, которая положена в основу выводов Пуассона и Остроградского, одна и та же. А именно, обозначим через $\vec{v}_n$ и $\vec{v}_\tau$ нормальную и касательную составляющие скорости $\vec{v}$ любой точки поверхности снаряда. На элемент поверхности снаряда $d\sigma$ действует сила лобового сопротивления:

$$d\vec{F}_n = -k\Delta v_n^2 \frac{\vec{l}}{l}\, d\sigma, \tag{a}$$

(пропорциональная квадрату нормальной скорости $v^2{}_n$ и плотности покоящегося воздуха Δ и направленная по нормали к $d\sigma$, т. е. по орту $\frac{\vec{l}}{l}$; $k(>0)$ — коэффициент, который надлежит определить из опыта) и сила трения

$$d\vec{F}_\tau = -f\rho\vec{v}_\tau d\sigma \tag{b}$$

(f — коэффициент, определяемый из опыта; $\rho=\Delta(\Omega+v_n)$, т. е. плотность воздуха вследствие его сжимаемости считается отличающейся от плотности покоящегося воздуха Δ на величину, зависящую от нормальной скорости; Ω тоже определяется экспериментально). К этому надо добавить, что при интегрировании по поверхности снаряда интегралы от $d\vec{F}_n$ надо брать только по передней части поверхности.

Обозначим еще через $\vec{\omega}$ угловую скорость снаряда и через $\vec{v}_0$ скорость его геометрического центра. Для снаряда сферической формы уравнения движения получаются в виде

$$\frac{4}{3}\pi l^3\Delta'\vec{w}_c = \vec{F} + \frac{4}{3}\pi l^3\Delta' g_1, \tag{1'}$$

$$\frac{d\vec{K}_c}{\partial t} = \vec{L}_c, \tag{2'}$$

где $\vec{w}_c$ — ускорение центра масс, Δ' — плотность снаряда, K_c — кинетический момент снаряда относительно центра масс, а F и L_c, соответственно, главный вектор аэродинамических сил и их главный момент относительно геометрического центра снаряда.

Это и есть уравнения Остроградского, записанные в векторной форме [72].

В рассматриваемой нами «Заметке» Остроградский применил свои уравнения к почти горизонтальной стрельбе из карабина с винтовой нарезкой, вводя при этом некоторые упрощающие предположения.

В извлечении из «Мемуара о движении сферических снарядов в воздухе» [73] он указывал, что не придает значения этому приложению, «потому что мы не учли трения воздуха по незнанию относящихся сюда коэффициентов и потому, что вследствие нагрузки пули деформируются и заметно уклоняются от предположенной нами формы, т. е. от сферической формы». В том же извлечении Остроградский разъясняет все принятые им физические гипотезы относительно сопротивления воздуха движению снаряда. Он в достаточной мере критичен и не раз упоминает о недочетах теории и опыта. Вполне верно его утверждение, что надо было бы составить уравнения одновременного движения воздуха и снаряда, но «эти уравнения были бы не более точны, чем наши знания, а их интегрирование представляло бы, безусловно, непреодолимые трудности».

Вообще все рассуждения Остроградского в этой работе показывают, что он глубоко продумал ту поневоле упрощенную физическую схему, которую ему пришлось принять, хорошо видел ее недочеты и понимал, что более точные результаты могут быть получены лишь на основе более полной физической теории и более тщательного экспе-

[72] Их вывод в таком виде и выражения для $\vec{F}_c$ и $\vec{L}_c$ также см. в «Дополнении» С. М. Тарга.

[73] П. с. тр., т. II, стр. 89.

римента. Отсюда его тезис: «если только мы не определим из опыта величину трения воздуха или не построим новую теорию упругих жидкостей, надо отказаться от притязаний узнать сопротивление, не прибегая к каким бы то ни было гипотезам, следовательно, надо отказаться и от вполне строгого определения движения снарядов в воздухе по заданному начальному состоянию».

На основании принятых гипотез в уравнения, выведенные Остроградским, вошли уже известные нам три коэффициента, определить которые можно было только из опыта. Идея этих опытов, вероятно, принадлежит Остроградскому и изложена им в том же «Извлечении» [74]. Например, коэффициент f при первой степени скорости [см. выше зависимость (b)] предлагается найти из наблюдений над весьма малыми колебаниями сферического маятника. Действительно, при малых скоростях можно пренебречь их квадратами по сравнению с первыми степенями и по затуханию колебаний маятника определить коэффициент при силе сопротивления. Это, очевидно, побудило Остроградского заняться исследованием колебаний маятников различных форм при учете сопротивления воздуха. В рукописном архиве ученого (Киев, Публичная библиотека Академии наук УССР) сохранилось довольно много черновиков с выкладками, относящимися к этой задаче. Имеются там и записи результатов экспериментов. Об этих работах Остроградский докладывал Академии наук. В академическом отчете за 1843 г. о представленном им мемуаре по теории маятника читаем:

«Г-н Остроградский в своих исследованиях по баллистике, которыми он занимается уже много лет, пришел к вопросу о движении маятника в воздухе в тех предположениях о сопротивлении и трении воздуха, которые принимаются обычно при изучении движения артиллерийских снарядов. Целью этого мемуара является определение трех коэффициентов, которые вводятся в гипотезы, принимаемые в теории движения снаряда, и из которых известен в некоторой мере лишь один. Из исследования г. Остроградского следует, что период полного колебания почти такой же, как в пустоте. Но амплитуды все время убывают и по истечении некоторого значительного времени начинают убывать в геометрической прогрессии. Тот же

[74] П. с. тр., т. II, стр. 89.

вопрос был уже изучен Пуассоном, который принимал во внимание третьи степени амплитуд. Наш математик не считал необходимым рассматривать приближения более высокого порядка. Но Пуассон опустил некоторые члены третьего порядка, что привело к недостаточной полноте его формулы. Кроме того, она неудобна в том отношении, что содержит время вне знака периодических функций и функций непрерывно убывающих, что приводит к ошибочным приближенным значениям по истечении сколько-нибудь значительного времени. Как известно, это же обстоятельство имеет место в теории движения планет и при рассмотрении вековых неравенств; оно же возникает, вообще говоря, во всех приложениях метода последовательных приближений. Г-н Остроградский также воспользовался этим методом, но с теми изменениями, которые он ввел в 1835 г.[75] Он избегает пользоваться дугами круга, т. е. временем вне периодических функций, и не опускает членов третьего порядка из тех, до которых он доводит степень приближения. Сравнение формул, приведенных в этом мемуаре, с наблюдением дает возможность Остроградскому найти один из искомых коэффициентов. Чтобы найти другой коэффициент, наш ученый коллега занимается теперь исследованием о крутильных колебаниях упругого стержня. Опыт, который предлагается произвести в этом исследовании, состоит в том, что артиллерийский снаряд прикрепляется к металлическому стержню, например железному, и после того, как этот стержень скрутили, наблюдают за крутильными колебаниями, которые вызваны этим кручением»[76].

В печать из всех этих материалов попало только то, что вошло в уже упоминавшееся нами сочинение Н. Будаева «Теория маятника». Оно представляет собой, собственно, отдельную книгу (188 стр., со своей пагинацией), но появилось в составе сборника «Опыты... студентов Главного педагогического института седьмого выпуска» (СПб., 1853). В предисловии Будаев указывает, что «первые шесть параграфов — точный перевод «Théorie de pendule»[77] нашего геометра Михаила Васильевича Остроградского,

[75] Об этой работе Остроградского («Заметка о методе последовательных приближений») см. стр. 208—209.

[76] См. Сборник, документ XXIX, стр. 305.

[77] Теории маятника (франц.).

сочинение, которое, я уверен, никому не известно, кроме меня: оно не напечатано, а знаменитый его автор давно уже позабыл, если не о его существовании, то по крайней мере о его содержании...» Содержат же эти шесть параграфов вывод дифференциального уравнения движения маятника с учетом сопротивления воздуха по схеме, принятой в баллистических исследованиях Остроградского, и вычисление коэффициентов этого уравнения для шаровой формы маятника. Однако сличение с рукописями Остроградского показывает, что Будаев взял у Остроградского и вычисление коэффициентов уравнения для маятника, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда (§ 7), и метод приближенного решения уравнения движения в виде разложения по степеням малого параметра — начального угла отклонения маятника от положения равновесия (§ 9 и 10). Остроградский считал работу незаконченной или неотделанной: Будаев пишет в предисловии, что «Михаил Васильевич... не был доволен мною за то, что я перевел такой дурной, по его словам, мемуар».

До нас дошла еще одна работа Остроградского, связанная с его занятиями баллистикой. Но о ней мы знаем только то, что сказано в отчете Академии наук за 1842 г.:

«Наконец, в течение последнего лета г. Остроградский занимался постановкой нескольких опытов, относящихся к его исследованиям о движении снарядов, которые ему были поручены. Эти опыты привели его, между прочим, к исследованию действия стрельбы на лафет. Когда порох, превращаясь в газы, выталкивает снаряд из ствола орудия, ствол испытывает значительные усилия, передающиеся лафету через гнезда цапф и через раму, расположенную над подъемным винтом.

Когда снаряд покидает дуло, порох продолжает действовать на орудие, и его полное действие сообщает системе, т. е. орудию и лафету, весьма ощутительное движение, противоположное движению ядра, вследствие сего система перемещается, пока не встретит препятствия, на значительное расстояние, которое артиллеристы называют откатом. В своем первом мемуаре на эту тему г. Остроградский ставит себе целью оценить эффект влияния стрельбы на лафет во время действия пороха на ствол орудия. Он дает в этом мемуаре общие формулы для подсчета удара, испытываемого гнездами цапф, подъемным винтом, ложем, колесами и их втулками, а также дает некоторые заключения относительно изготовления лафетов с тем, чтобы по возможности ослабить сотрясения, которые они должны испытать» [78].

Еще в первые месяцы своих занятий баллистикой, в 1839 г., Остроградский убедился в необходимости усовершенствовать приближенные методы вычисления определенных интегралов. Так появилась его выдающаяся работа «Мемуар об определенных квадратурах». По методу, изложенному в ней, были вычислены «Таблицы для облегчения расчета траектории, которую описывает тело, движущееся в сопротивляющейся среде» [79]. Этот мемуар — самое существенное, что дали баллистические исследования Остроградского. Общая же оценка этих исследований, данная С. М. Таргом, такова:

«Работы М. В. Остроградского по баллистике, среди его классических исследований по математике и аналитической механике, занимают довольно скромное место. Но и в этих работах, представляющих собою одну из первых попыток дать решение задачи о движении неоднородного вращающегося сферического снаряда в воздухе, сказались широта взглядов Остроградского и столь характерная для его исследований общность анализа.

При уровне тех знаний о законах сопротивления движению тел в воздухе, которые имелись в 30-х годах прошлого столетия, Остроградский не мог, конечно, получить уравнения, полно и верно описывающие все особенности движения вращающегося сферического снаряда. Однако как пример решения задачи динамики свободного твердого тела, на которое действует система распределенных сил, определенным образом зависящих от скорости движения, исследования Остроградского не утратили своего значения и в наши дни».

РАБОТЫ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Работы М. В. Остроградского по анализу в большинстве случаев вызваны его исследованиями по математической физике и механике: они дают решение математических вопросов, поставленных теоретическим естествозна-

[78] Сборник, документ LXXVI, стр. 304.
[79] П. с. тр., т. II, стр. 70.

нием того времени. Но, начиная с первых лет своей научной деятельности, Остроградский занимался и такими темами, которые мы сейчас отнесли бы к «чистой математике», хотя и они, в конечном счете, связаны с весьма конкретными проблемами. Есть у Остроградского работы, очевидным образом связанные с его учебными курсами. В целом его исследования по анализу представляют внушительный вклад в математику, притом в основные ее разделы.

Перейдем к краткому обзору содержания самих работ Остроградского.

Формула Остроградского

В статье «Заметка по теории теплоты», напечатанной в 1828 г., была выведена формула

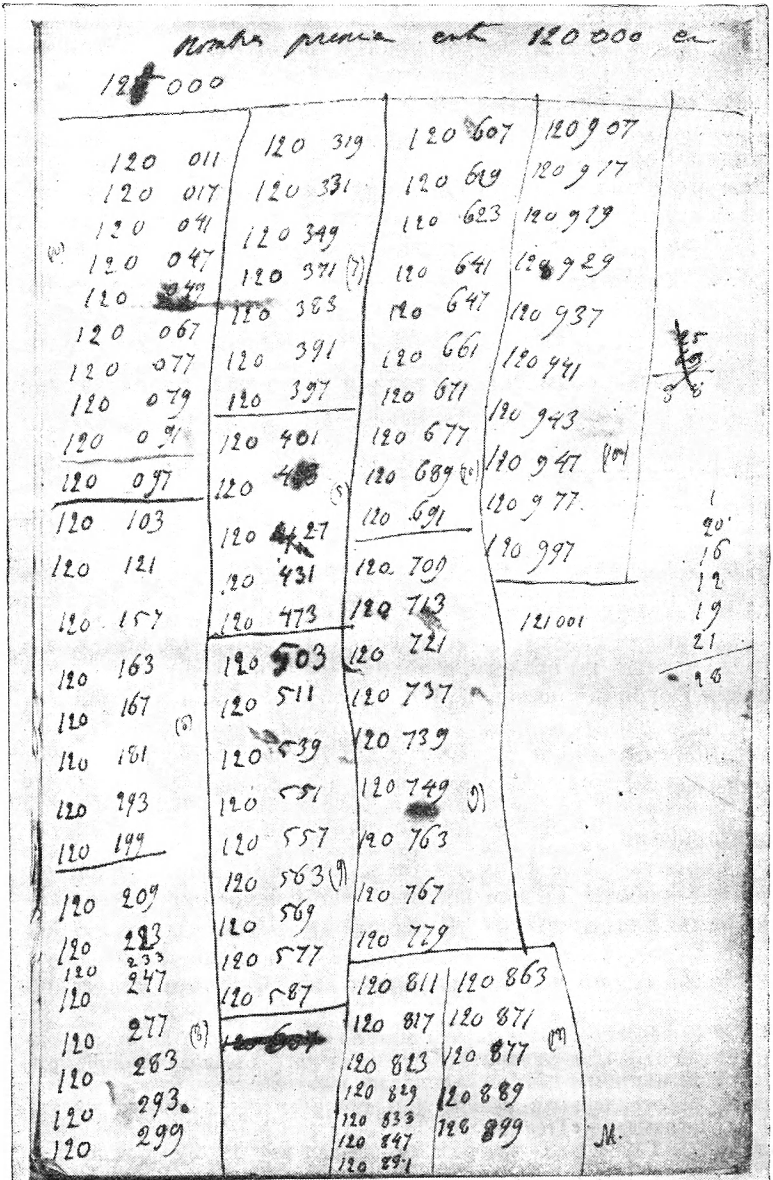
$$\iiint_v \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dx\, dy\, dz = \\ = \iint_S P\, dy\, dz + Q\, dx\, dz + R\, dx\, dy, \qquad \text{(I)}$$

вошедшая теперь во все учебники математического анализа и математической физики под именем формулы Остроградского — Гаусса [80]. Формула (I), связывающая интеграл, взятый по объему, с двойным интегралом по поверхности, ограничивающей этот объем, была применена Остроградским к решению некоторых вопросов распространения тепла в твердом теле. В настоящее время эта формула играет огромную роль в математической физике, векторном анализе и других отделах математики и ее приложений.

Вероятно, эта формула была предметом не дошедшей до нас работы Остроградского «О доказательстве одной теоремы интегрального исчисления» — одной из тех трех статей, которые были им поданы в Академию наук в 1828 г. после возвращения из Франции [81]. От ее

[80] Интересно заметить, что многие иностранные авторы неоднократно отмечали приоритет Остроградского в выводе этой формулы. Так, например, Максвелл писал: «Эта теорема была впервые дана Остроградским в 1828 г.» (см. его «Трактат об электричестве и магнетизме» — «Treatise on Electricity and Magnetism», t. I, 1873, стр. 117). Гаусс до Остроградского вывел эту формулу лишь для частных случаев поверхностей в предположении, что $P = x$, $Q = y$, $R = z$.

[81] Архив АН СССР, ф. 1, оп. 1а, № 39, протокол № 33, § 543.



121 000

120 011
120 017
120 041
120 047
120 049
120 067
120 077
120 079
120 091
120 097
120 103
120 121
120 157
120 163
120 167
120 181
120 193
120 199
120 209
120 223
120 233
120 247
120 277
120 283
120 293
120 299

120 319
120 331
120 349
120 371
120 383
120 391
120 397
120 401
120 413
120 427
120 431
120 473
120 503
120 511
120 539
120 551
120 557
120 563
120 569
120 577
120 587
~~120 607~~

120 607
120 619
120 623
120 641
120 647
120 661
120 671
120 677
120 689
120 691
120 709
120 713
120 721
120 737
120 739
120 749
120 763
120 767
120 779
120 811
120 817
120 823
120 829
120 833
120 847
120 851

120 863
120 871
120 877
120 889
120 899

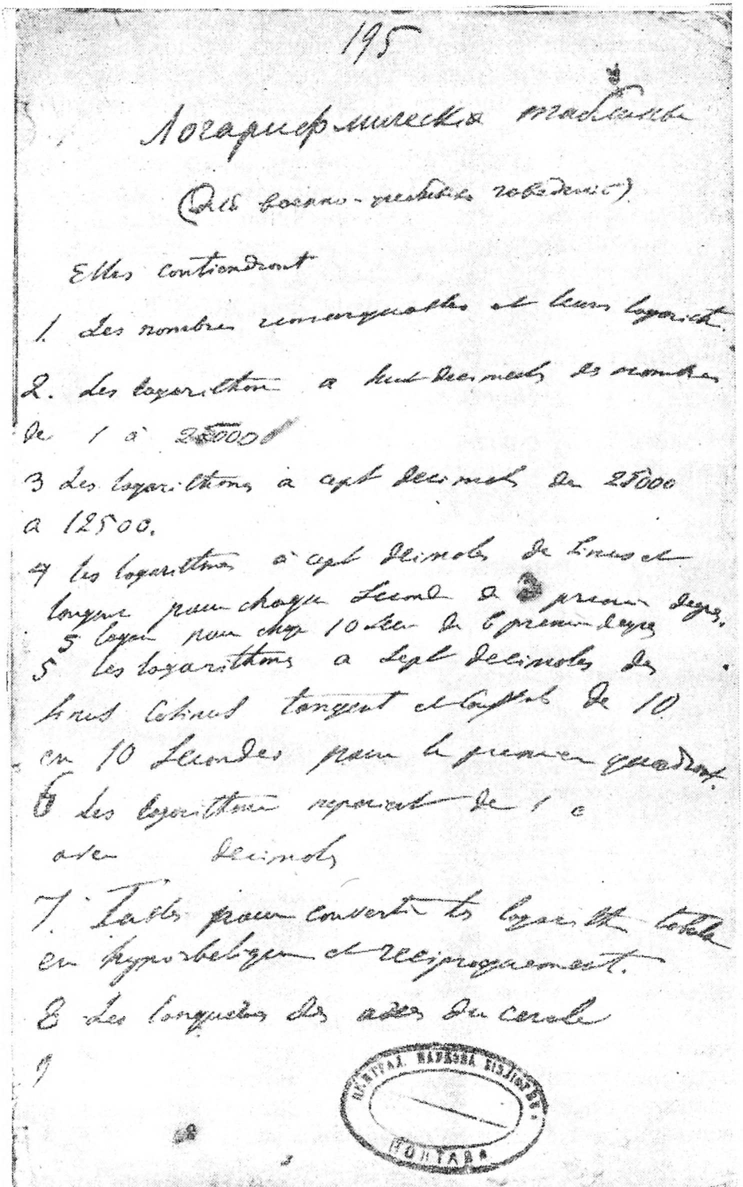
120 907
120 917
120 919
120 929
120 937
120 941
120 943
120 947
120 977
120 997

121 001

1
20
16
12
19
21
18

M.

Страница рукописи М. В. Остроградского


195

Логарифмических таблиц

(Для военно-учебных заведений)

Elles contiendront

1. Les nombres incommensurables et leurs logarit.

2. Les logarithmes à huit décimales des nombres de 1 à 25000

3 Les logarithmes à sept décimales de 25000 à 125000.

4 les logarithmes à sept décimales de sinus et cosinus pour chaque seconde du premier degré.

5 logar. pour chaq. 10 sec. du 5 premiers degrés

5 les logarithmes à sept décimales de sinus cosinus tangent et cotangent de 10 en 10 secondes pour le premier quadrant.

6 Les logarithmes népériens de 1 à avec décimales

7. Table pour convertir les logarith. tabulaires en hyperboliques et réciproquement.

8 Les longueurs des arcs du cercle

9

Страница рукописи М. В. Остроградского опубликования автора могло удержать, может быть, то, что он уже тогда предусматривал возможность более существенного обобщения. Но и обобщение своей формулы Остроградский дал только попутно, в своем замечательном «Мемуаре об исчислении вариаций кратных интегралов» [82], законченном в начале 1834 г., но напечатанном лишь в 1838 г. Об этом мемуаре скажем ниже, а сейчас приведем формулу, о которой шла речь, возможно более точно придерживаясь записи Остроградского.

Пусть x, y, z, t, ... — независимые переменные, функция L $(x, y, ...)$ имеет производные и обладает тем свойством, что неравенству

$$L(x, y, z, t, \ldots) < 0 \tag{1}$$

удовлетворяют только точки с ограниченными координатами x, y, z, ... В этих условиях мы скажем, что уравнение

$$L(x, y, z, t, \ldots) = 0 \tag{2}$$

определяет границу области, в которой имеет место неравенство (1).

Пусть далее P, Q, R, ...— функции тех же аргументов, однозначные и непрерывные в области (1) и имеющие производные. Тогда

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}+\ldots\right) dx\, dy\, dz \ldots =$$

$$= \int \frac{P\dfrac{\partial L}{\partial x}+Q\dfrac{\partial L}{\partial y}+R\dfrac{\partial L}{\partial z}+\ldots}{\sqrt{\left(\dfrac{\partial L}{\partial x}\right)^2+\left(\dfrac{\partial L}{\partial y}\right)^2+\left(\dfrac{\partial L}{\partial z}\right)^2+\ldots}}\, ds, \tag{II}$$

где первый интеграл распространяется на область (1), а второй — на ее границу (2).

В двух позднейших исследованиях — «Об одной заметке относительно определенных интегралов, выводимых из теории ортогональных областей» [83] и «Об одном определенном интеграле» [84] Остроградский рассмотрел интересные частные случаи своей формулы.

....

[82] П. с. тр., т. III, стр. 45—64.

[83] Там же, стр. 153—157.

[84] Там же, стр. 308—310.

Поводом к первой статье была заметка Ламе, напечатанная в 1838 г. в т. III «Журнала Лиувилля» («Journal de mathématiques pures et appliquées», p. 552—555). В этой заметке Ламе вывел формулу Остроградского для трехмерного случая, когда (см. формулу I) $P = x$, $Q = y$, $R = z$, т. е. когда объемный интеграл в (I) представляет собой утроенный объем области интегрирования, и применил ее, используя переход к криволинейным координатам. Очевидно, как общая формула Остроградского (для трехмерного случая), так и частная формула Гаусса, выведенная последним как раз при $P = x$, $Q = y$, $R = z$, не были известны Ламе. Остроградский не только указывает в своей статье 1840 г., что исходная формула Ламе является частным случаем его общей формулы, но и выводит следствия, которые нужны были Ламе, более просто и изящно.

Во второй статье (1860 г.) был рассмотрен частный случай формулы (II), а именно, когда уравнение границы есть

$$x^2 + y^2 + z^2 + \ldots = 1, \qquad (2')$$

а функции P, Q, R, ... определяются равенствами

$$P = v\frac{\partial u}{\partial x} - u\frac{\partial v}{\partial x}, \quad Q = v\frac{\partial u}{\partial y} - u\frac{\partial v}{\partial y}, \ldots,$$

где u и v — однородные функции соответственно порядков m и n $(m \neq n)$, удовлетворяющие уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \ldots = 0 \text{ и}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \ldots = 0.$$

В этом случае равенство (II) принимает такой вид:

$$\int uv\,ds = 0, \qquad (II')$$

что и представляет собой нужный результат.

В начале статьи «Об одном определенном интеграле» (1860 г.) Остроградский указывает, по какому поводу она была написана [85]:

[85] Мы приводим первоначальный вариант текста статьи по рукописи Остроградского (лист 755 рукописей, хранящихся в Гос. публ. биб-ке УССР в Киеве). В печатном тексте статья начинает-

«На последнем заседании Академии г. Чебышев показал мне письмо, которое ему прислал г. Эрмит и в котором этот знаменитый геометр сообщает одну теорему, аналогичную той, которая имеет место для функций Лапласа, но более общую тем, что распространяется на любое число независимых переменных. Но его теорема, о которой идет речь, содержится в одном еще более общем предложении, которое было доказано нами уже давно. В мемуаре «О вариации кратных интегралов»[86] находится следующее соотношение...» (Остроградский указывает далее формулу (II) и затем выводит те результаты, о которых у нас уже была речь).

Работы по вариационному исчислению и статья «О преобразовании переменных в кратных интегралах»

Быть может, самым замечательным достижением Остроградского в анализе является его «Мемуар об исчислении вариаций кратных интегралов» (1834 г.)[87]. Мемуар обратил на себя внимание — был дважды перепечатан еще при жизни Остроградского (в т. 15 журнала Крелля и в качестве приложения к книге по истории вариационного исчисления Тодхантера[88]), и все же он не был полностью оценен и использован современниками. Как известно, уже в конце XVII в. началось применение методов математического анализа к вариационным задачам. Вариационное исчисление как отдельная дисциплина создано Эйлером и Лагранжем в середине XVIII в. Ими был разработан метод получения дифференциальных уравнений и краевых условий, которым должны удовлетворять искомые функции, входящие под знаком интеграла, на основе вычисления первой вариации этого интеграла. Но все это относится к простым интегралам, когда мы имеем дело с функциями одного аргумента и, следовательно, с обыкно-

ся следующими словами: «Из частной переписки мне стала известна формулировка теоремы, которая имеет место для функций Лапласа...».

[86] Остроградский называет свою статью не вполне точно.

[87] П. с. тр., т. III, стр. 45—64.

[88] T o d h u n t e r. A history of the calculus of variations during the nineteenth century. Cambridge, 1861.

венными дифференциальными уравнениями. К кратным интегралам с переменными границами Эйлеру не удалось применить общий метод: тут он допустил ошибку, сделавшую его анализ применимым лишь в весьма частных случаях. Таким образом, дифференциальные уравнения вариационных задач были получены тогда, собственно, лишь для одномерного случая.

Положение в этом вопросе оставалось без изменения в течение нескольких десятилетий. Характеризуя это положение, Остроградский начинает свой мемуар следующими словами: «Применение метода вариаций к функциям, которые содержат лишь интегралы, относящиеся к одной переменной, не оставляет ничего желать ни со стороны простоты, ни со стороны общности. Но не так обстоит дело в том случае, когда дело идет об отыскании вариации кратного интеграла, взятого относительно нескольких переменных. Некоторые вопросы, относящиеся к этому случаю, требуют бо̀льшей общности, чем та, какую дает метод вариаций в виде, изложенном Лагранжем. Отсюда можно заключить, что принципы этого великого математика применялись не совсем правильно, или что сами эти принципы не всегда являются достаточными». И Остроградский продолжает: «Несомненно, по этой причине Пуассон в мемуаре, который доложил 10 ноября 1831 г. Парижской академии наук, счел необходимым добавить к принципам вариационного исчисления, установленным Лагранжем, нечто вроде нового принципа. Он заключается в том, что независимые переменные в задаче рассматриваются как функции других вспомогательных переменных. Эти последние исчезают сами собою в ходе вычисления; но, вводя их в случае двух независимых переменных x и y, Пуассон избегает для вариаций δx и δy предположения о независимости первой от величины y, а второй — от величины x. Между тем, все математики, отыскивавшие вариацию частных производных функции от двух переменных, в силу самой природы своих вычислений, были в известном смысле вынуждены делать это предположение».

Последняя цитата требует пояснений. Замечательная работа Пуассона «О вариационном исчислении» [89] —

[89] S. D. Poisson. Sur le calcul des variations.— «Mémoires de l'Académie d. Sciences», 12, 1833.

первая, в которой правильно и в общем виде получена первая вариация двойного интеграла

$$I = \iint\limits_B U\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \; \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \ldots\right) dx\,dy. \quad (3)$$

(B — двумерная область интегрирования, $u \equiv u\ (x,\ y)$) в виде

$$\delta I = \iint\limits_B \left(\delta U + U\frac{\partial \delta x}{\partial x} + U\frac{\partial \delta y}{\partial y}\right) dx\,dy, \qquad (4)$$

В (4) вариации независимых переменных δx и δy рассматриваются как бесконечно малые и произвольные функции независимых переменных x и y, тогда как раньше «все математики» вынуждены были ограничивать себя допущением, что δx не зависит от y, δy не зависит от x. Но эти ограничивающие допущения, говорит Остроградский, «кажутся вытекающими из самых простых и элементарных принципов дифференциального исчисления; и пока не доказано, что эти принципы недостаточны (или что их неправильно применяли), остается открытым вопрос, следует ли предпочесть формулы Пуассона для вариации частных производных функции от двух переменных формулам Эйлера и других математиков, относящимся к тому же вопросу. В сущности, последние формулы являются частными случаями первых; но, может быть, этот частный случай должен иметь место всегда». И вот Остроградский прямыми вычислениями показывает, что если $u = u\ (x,\ y)$ то, как и у Пуассона,

$$\delta\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \delta u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial \delta x}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial \delta y}{\partial x}, \qquad (5)$$

тогда как у Эйлера и других математиков получалось, что

$$\delta\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \delta u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial \delta x}{\partial x}, \qquad (5')$$

что действительно следует как частный случай из (5), если принять, что δx не зависит от y. Аналогично обстоит дело с вариацией $\delta\frac{\partial u}{\partial y}$ и с вариациями производных высших порядков. Но у Пуассона его правильные формулы выведены специальным методом — это «новый принцип», о котором говорит Остроградский. Суть метода состоит в том, что x и y рассматриваются как функции двух новых независимых переменных, не подлежащих уже варьированию. При этом, как указывает Е. Я. Ремез, «Пуассону пришлось здесь ограничиться случаем двойного интеграла фактически не потому, что дальнейшее обобщение для $n > 2$ уже не представляло затруднений, а наоборот, как раз в силу того, что для распространения результатов на общий случай любого n недоставало ряда наиболее необходимых для этого предпосылок ...» [90]

И вот Остроградский, не ограничиваясь тем, что он вскрыл характер ошибки, допущенной Эйлером, переходит к рассмотрению общего случая и показывает, как вычислить первую вариацию n — кратного интеграла

$$V = \int_B U dx\, dy\, dz \ldots, \tag{6}$$

где U — функция от $x, y, z, \ldots$, от u $(x, y, z, \ldots)$ и от производных любого порядка функции u по ее n аргументам, а B обозначает область интегрирования, которую Остроградский задает неравенством $L < 0$, «где L — функция x, y, z...» (Вариации, рассматриваемые Остроградским,— так наз.— слабые вариации: вместе с δx, δy, δz, ... бесконечно малыми считаются и все встречающиеся в вычислении частные производные от δx, δy, δz, ...; этого Остроградский не оговаривает, как не оговаривали этого и все его предшественники и современники). Он получает сначала для δV свою первую формулу

$$\delta V = \int_B \left[\frac{\partial(U\delta x)}{\partial x} + \frac{\partial(U\delta y)}{\partial y} + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial(U\delta z)}{\partial z} + \cdots \right] dx\, dy\, dz \ldots + \int_B DU\, dx\, dy\, dz \ldots \tag{7}$$

где DU — вторая часть вариации δU; эта часть зависит от приращения Du величины u, которое следует придать к u всюду, где эта функция содержится в U».

[90] Е. Я. Ремез. Об исследованиях М. В. Остроградского в области анализа.— П. с. тр., т. III, стр. 379.

Чтобы преобразовать (7), Остроградский попутно: 1) выводит в общем виде свою формулу преобразования n-кратного интеграла от выражения типа дивергенции, о чем мы говорили выше,— это нужно для преобразования первого слагаемого в правой части (7); 2) вводит, в связи с заменой переменных в n-кратном интеграле, функциональные определители одновременно с Якоби, по имени которого они названы [91]; 3) впервые в математической литературе разъясняет, как вычислять n-кратный интеграл n повторными интегрированиями, то есть как при этом последовательно определять пределы при отдельных интегрированиях. Все это позволяет ему получить новое выражение для вариации δV, которое, правда в не совсем раскрытом виде, дает как дифференциальное уравнение (уравнение Эйлера — Остроградского), так и краевые условия вариационной задачи.

Заключительная часть мемуара изложена весьма сжато, и ее глубокое содержание расшифровывается не без труда. Этим объясняется то, что Парижская Академия наук через несколько лет после появления мемуара, в 1840 г., предложила для соискания большой премии по математическим наукам на 1842 г. тему: «Найти предельные уравнения, которые дóлжно присоединить к уравнениям неопределенным для того, чтобы вполне определить maxima и minima кратных интегралов», а затем присудила в 1844 г. премию Саррюсу, который по сути не пошел дальше Остроградского, а в изложении своем допустил целый ряд погрешностей. Почетным отзывом Парижская Академия (на том же конкурсе) отметила работу Ш. Делоне, который сам признал, что «Остроградский преодолел главные трудности вопроса, предложенного академией», и что его метод «мало чем отличается от метода Остроградского» (цитируем по указанной выше статье Е. Я. Ремеза).

Важный результат по вариационному исчислению Остроградский получил в своем большом мемуаре об изопериметрической проблеме, показав там, что в одномерном случае Эйлеровы уравнения вариационной задачи с несколькими неизвестными функциями представимы в каноническом виде.

....

[91] Якоби в том же 1834 г. опубликовал в журнале Крелля статью об этих определителях, где вывел ряд их свойств, аналогичных свойствам обыкновенной производной.

В статье «Способ вариаций», опубликованной в учебнике по дифференциальному исчислению В. Беренса [92], Остроградский разъясняет свою трактовку понятия вариации функции (вкратце он изложил ее в третьей из своих «Заметок по различным вопросам математического анализа», опубликованных в 1838 г.) [93]. В этой же статье он рассказывает о работах Гаусса и Пуассона о вариации двойных интегралов и упрощает в одном из пунктов изложение своего основного мемуара 1834 г. К этому же мемуару примыкает и статья 1838 г. «О преобразовании переменных в кратных интегралах» [94], о которой надо рассказать подробнее.

Дело в том, что в своем мемуаре «Об исчислении вариаций кратных интегралов» Остроградский выводил формулу для замены переменных в n-кратном интеграле так, как этот делал Лагранж (для тройного), и повторил его ошибку (вместе со всеми «промежуточными» авторами). Ошибка заключалась в том, что при выводе общей формулы замены переменных элемент области интегрирования (многомерный элементарный объем) в старых координатах $dxdydz...$ выражался в новых координатах X, Y, Z, ... и для него получалось выражение $IdXdYdZ...$, где I — функциональный определитель старых координат $x, y, z...$ по новым. На этом-то основании $\int F(x, y, z, \ldots)\, dxdydz \ldots$ и преобразовался в $\int F(X, U, Z, ...)\, I \cdot dXdUdZ$ ... ... Формула получается верная (потому что интегрирование как бы поглощает допускаемую ошибку), однако примененное при ее выводе равенство $dxdydz... = IdXdYdZ...$ ошибочно.

Чтобы разъяснить эту ошибку, мы, следуя Г. М. Фихтенгольцу [95], воспроизведем сначала рассуждения Лагранжа. Ему нужно «выразить старый элемент объема $dxdydz$ через дифференциалы новых переменных dp, dq, dr, исходя из соотношений

$$dx = Adp + Bdq + Cdr,$$
$$dy = Ddp + Edq + Fdr,$$
$$dz = Gdp + Hdq + Jdr.$$

Для этого Лагранж последовательно вычисляет все три измерения dx, dy, dz элементарного параллелепипеда. Так,

---

[92] П. с. тр., т. III, стр. 267.
[93] Там же, стр. 120—122.
[94] Там же, стр. 109.
[95] Там же, стр. 348—350.

чтобы получить dz, он полагает в предшествующих соотношениях $x = \text{const}$ и $y = \text{const}$, т. е. $dx = 0$ и $dy = 0$, затем исключает dq и dr и приходит к формуле (если воспользоваться привычными обозначениями определителей)

$$dz = \frac{\begin{vmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & J \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ D & E \end{vmatrix}} dr.$$

Чтобы вычислить dy, Лагранж полагает $dx = 0$ и $dz = 0$, т. е. $dr = 0$, $Adp + Bdq = 0$, исключает dp и находит

$$dy = \frac{\begin{vmatrix} A & B \\ D & E \end{vmatrix}}{A} dq.$$

Наконец, для вычисления dx он полагает $dy = 0$ и $dz = 0$, что дает $dr = 0$, $dq = 0$, откуда

$$dx = Adp.$$

Если перемножить найденные значения dx, dy и dz, то окончательно получается

$$dx\,dy\,dz = \begin{vmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & J \end{vmatrix} dp\,dq\,dr».$$

Остроградский в мемуаре 1834 г. проводит такие же вычисления в общем случае n переменных. Его ошибка, «повторяющая ошибку Лагранжа, заключается в том, что вычисляя *последовательно* дифференциалы старых переменных dx, dy, dz,... через новые dX, dY, dZ, ... автор при каждом новом шаге вперед, сам того не замечая, пользуется уже другими, чем ранее, значениями этих последних дифференциалов; например, чтобы получить Gdy, нужны не те dX, dY, dZ..., какие перед тем были использованы для получения dz, и т. д.» (Г. М. Фихтенгольц).

Поэтому формула

$$dx\,dy\,dz \ldots = Id\,Xd\,G\,dZ \ldots$$

неверна, даже с точностью до бесконечно малых высших порядков.

В своей статье 1838 г. «О преобразовании переменных в кратных интегралах» Остроградский *впервые в истории интегрального исчисления* дает правильную геометрическую интерпретацию выражения $IdXdY$ как элемента площади в новых координатах, правильное (геометрическое) обоснование правила замены переменных в двойных интегралах, и замечает, что «указанное выше преобразование легко можно сделать независимым от представлений о кривых и распространить на любое число интегралов». Но, пишет он, «мы предпочли воспользоваться геометрическими соображениями для большей наглядности, ибо предназначали это рассуждение для лиц, не имеющих навыка в математическом анализе». Остается добавить, что в сохранившихся рукописях Остроградского имеется и вывод формулы замены переменных для общего случая — интеграла любой кратности.

Несколько позже, в 1841 г., появились работы Якоби и Каталана, в которых эти математики, независимо друг от друга, дали доказательство общей формулы замены переменных в n-кратном интеграле. Итак, этот результат надо поставить в заслугу трем ученым, но Остроградский первый получил его.

Работы по интегрированию алгебраических функций

Уже создатели математического анализа Ньютон и Лейбниц обнаружили, что интегралы от достаточно простых функций иной раз выражаются более сложными функциями, а иной раз для них не удается найти выражение при помощи известных функций, и вопрос о том, возможно ли это вообще, приходится оставлять открытым. Так, Ньютон выяснил, что так называемые биномные дифференциалы, т. е. выражения вида $x^m(a + bx^n)^p\, dx$, где a, b — любые постоянные, а показатели m, n, p — рациональные числа, интегрируются, когда целым оказывается одно из трех чисел: $p, \frac{m+1}{n}, \frac{m+1}{n} + p$, но, как обстоит дело в остальных случаях, оставалось неизвестным в течение двух столетий, до замечательной работы Чебышева. В школе Лейбница сначала сочли «невозможным» найти выражение для интеграла от степенной функции ($\int x^m dx$), когда $m = -1$, потому что общая формула для него $\frac{x^{m+1}}{m+1}$ ($+$ const) в этом случае действительно неприменима, и лишь несколько позже выяснили, что он выражается при помощи логарифмической функции, тогда еще не столь «обиходной», как сейчас.

Так постепенно выкристаллизовывалось представление об интегрировании в конечном виде.

В современном понимании это означает следующее: имеется определенный набор функций, называемых элементарными и допускаемых в качестве подынтегральных. требуется выяснить, когда интегралы от них выражаются в этих же функциях. Такая постановка вопроса исходит из того, что далеко не всегда можно выразить интеграл от «элементарных» функций только через «элементарные», в чем математики были убеждены еще в XVIII столетии. Но общих и строго обоснованных результатов в этой области не было до двадцатых годов прошлого века, т. е. до работ Абеля. Современная теория интегрирования в конечном виде начинается только с этих работ.

К теории интегрирования в конечном виде относится и проблема «алгебраического интегрирования»: под знаком интеграла имеем рациональную функцию двух аргументов: $R(x, y)$, где y есть явная или неявная алгебраическая функция от x; требуется указать условия для того, чтобы $\int R(x, y)\,dx$ выражался алгебраически через x и y, и, если эти условия соблюдаются, определить этот интеграл.

Этой-то проблемой и занимается Остроградский в «Мемуаре об интегрировании рациональных дробей» и «Продолжении мемуара об интегрировании рациональных дробей» (1833 г.)[96]. Одновременно с ним этими вопросами занялся и выдающийся французский математик Лиувилль. Из работ рано умершего Абеля им были доступны лишь те, которые при жизни их автора были напечатаны в журнале Крелля, и письмо Абеля к Лежандру, опубликованное Креллем вскоре после смерти Абеля в 1829 г.

Применительно к проблеме алгебраического интегрирования Абелем было доказано, что если $\int y\,dx$, где y свя-

[96] П. с. тр., т. III, 13 и 31.

зан с x каким-нибудь алгебраическим уравнением, может быть явно или неявно выражен при помощи алгебраических функций, то всегда можно положить $\int y\,dx = u$, где u — рациональная функция x и y. Однако вопросом эффективного определения функции u Абель не занимался. Подобным вопросом он занимался в более широкой постановке, допуская в представлении интеграла от алгебраической функции также логарифмы, и вместе с тем в более узкой — лишь для интегралов вида $\int \frac{\varrho\, dx}{\sqrt{R}}$ где ϱ и R — многочлены от x. Кроме того, методы Абеля в этой последней задаче, несмотря на все их остроумие, имеют коренной недостаток: заранее нельзя указать количество действий, которое понадобится в предложенном Абелем алгорифме, чтобы выяснить представимость интеграла в алгебраическо-логарифмическом виде, а когда такое представление невозможно, вычисление можно продолжать как угодно далеко, не будучи уверенным в том, какое заключение должно сделать. Следовательно, до Остроградского и Лиувилля проблема алгебраического интегрирования алгорифмически еще не была решена, и у Абеля, кроме постановки, они могли почерпнуть лишь общую форму интеграла. Как узнать, возможно ли интегрирование в алгебраическом виде, и как получить в случае возможности интеграл — эти вопросы еще требовали ответа.

Перейдем теперь к полученным Остроградским результатам. Его мемуар начинается с доказательства того, что если $z = \int \frac{f(x, y)}{F(x, y)}\, dx$ есть алгебраическая функция от x, то z есть рациональная функция от x и y. Доказательство построено на теории исключения и не представляется теперь достаточно строгим (равно как и доказательство Абеля). Этот результат Остроградского отличается от приведенного выше утверждения Абеля в двух пунктах, но только по внешности, а не по сути. Во-первых, Остроградский исходит из того, что z есть алгебраическая функция только от x, а не от x и y, как у Абеля, и последнее допущение выглядит более общим. Однако из алгебраических уравнений, которыми заданы z и y, $\psi_1(x, y, z) = 0$, $\psi_2(x, y,) = 0$ можно исключить y и, следовательно, получаем постановку вопроса по Остроградскому. Во-вторых, Остроградский рассматривает более общий по виду

$\int \frac{f(x, y)}{F(x, y)} dx$, а не $\int y\, dx$, как Абель (и Лиувилль). Но, как известно (и этим Остроградский сразу пользуется), дробь $\frac{f(x, y)}{F(x, y)}$ можно преобразовать, пользуясь тем уравнением, которому удовлетворяет y как функция от x, к виду $\frac{f_1(x, y)}{M(x)}$ где в знаменателе многочлен только от x, и заменить в итоге $\int \frac{f(x, y)}{F(x, y)} dx$ определенным числом интегралов вида $\int R_k(x) y\, dx$, где R_k $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ — рациональные функции. А так как по уравнению, которому удовлетворяет y как функция от x, мы можем построить уравнение, которому удовлетворяет алгебраическая функция $R_k(x) y$, то постановка вопроса у Абеля и Лиувилля той же степени общности, что и у Остроградского, хотя с вычислительной точки зрения различия могут быть довольно существенны. На основании полученного результата (Абеля Остроградский здесь не упоминает) и указанных преобразований ищем интеграл $\int \frac{F(x, y)}{M(x)} dx$ в виде

$$\frac{X_1 y^{n-1} + X_2 y^{n-2} + \ldots + X_n}{Y}; \qquad (a)$$

$X_1, X_2, \ldots, X_n, Y$ — полиномы от x, а n — степень относительно y того (неприводимого) уравнения $(b)\, \psi(x, y) = 0$, которому удовлетворяет y (ψ — полином относительно x, y). Дифференцируя (a) с учетом (b) и приравнивая результат подынтегральному выражению, получаем то соотношение, которому должны удовлетворять $X_1, X_2, \ldots X_n, Y$.

После этих общих результатов Остроградский переходит к исследованию того частного случая, когда уравнение (b) первой степени относительно y. Следовательно, рассматривается вопрос об алгебраической выразимости интеграла от рациональной дроби в обычном смысле. Тут надо найти только два полинома — числитель X и знаменатель Y ответа. Остроградский доказывает, что Y находится чисто алгебраически (как общий наибольший делитель знаменателя подынтегральной дроби и его прозводной), а X удовлетворяет некоторому линейному дифференциальному уравнению первого порядка с известными полиномиальными коэффициентами, причем степень X можно определить заранее. Для отыскания искомого полиномиального решения линейного дифференциального уравнения Остроградский применяет два метода — неопределенных коэффициентов и цепных дробей. Вся вычислительная сторона тщательно отработана. Заодно получаются условия алгебраической интегрируемости.

«Продолжение мемуара...» — это исследование второго частного случая, когда уравнение, определяющее y, вида $y^2 = R$ где R — полином от x.

На основании общей теоремы первого параграфа получаем, что $\int \frac{\alpha}{M} \frac{dx}{y}$ должен быть вида $\frac{X}{Y} y + \mathrm{const}$, если он алгебраичен ($\alpha$, M, X, Y — многочлены от x). В итоге кропотливого исследования, по приемам сходного с проделанным в случае рациональной дроби, приходим к аналогичным результатам: знаменатель Y определяется алгебраическими действиями по заданным α, M, R, а для X опять получается линейное дифференциальное уравнение с полиномиальными коэффициентами. Указаны различные методы для определения из этого уравнения искомого числителя X, в том числе и методы, примененные для решения аналогичной задачи в случае рациональной дроби.

Весьма интересен заключительный (десятый) параграф. Остроградский заявляет, не приводя доказательств, что изложенный в предыдущих параграфах метод «без малейших трудностей» применим для вычисления интеграла вида $\int \left(\frac{\alpha_1}{y^{n-1}} + \frac{\alpha_2}{y^{n-1}} + \ldots + \frac{\alpha_{n-1}}{y} \right) dx$, где y определяется уравнением $Y^n = R$ (R — многочлен, $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-1}$ — рациональные функции), если он представлен алгебраически. И далее: «Что касается интеграла $\int (\alpha_1 y^{n-1} + \alpha_2 y^{n-2} + \ldots + \alpha_{n-1} y) dx$, в котором y определяется алгебраическим уравнением $0 = y^n + A_1 y^{n-1} + A_2 y^{n-2} + \ldots + A_n$, где $A_1, \ldots, A_n$ суть целые функции от x, то, чтобы его определить, нужно будет рассмотреть более сложные уравнения, чем те, которые мы решали. Однако решение их всегда возможно, так что *всегда можно найти интеграл некоторой алгебраической функции, когда сам этот интеграл является алгебраической функцией*» (курсив наш.— *Г.*, *П.*).

Выделенное курсивом утверждение верно, но требует доказательства. Можно не сомневаться, что Остроградский имел в своем распоряжении достаточно оснований для своего заявления, но полное изложение, особенно при явно выраженном у него стремлении тщательно отработать вычислительную сторону дела, должно было потребовать значительных усилий. Но, конечно, не поэтому он не возвращался больше к этому вопросу в своих печатных работах. Причина этого, нам кажется, в том, что в том же 1833 г. появились два мемуара Лиувилля на ту же тему. В них Лиувилль, действительно, получает в общем виде доказательство того, что с помощью вполне определенной последовательности действий «всегда можно найти интеграл некоторой алгебраической функции, когда сам этот интеграл является алгебраической функцией» (слова Остроградского). Но в разработке вычислительной стороны дела он не пошел, в сущности, дальше Остроградского, показав свой алгорифм, в виде примера, лишь в двух случаях: когда степень n уравнения, определяющего подынтегральную функцию, равна 1 и 2. Приведем для характеристики его результатов выдержку из отзыва о рассматриваемых здесь работах комиссии Парижской Академии наук в составе Лакруа, Навье и Пуассона (докладчиком, т. е. составителем отзыва, был Пуассон). Там сказано, что данное Лиувиллем решение задачи отыскания рациональных интегралов линейных дифференциальных уравнений уже для уравнений 1-го и 2-го порядка требует «кропотливого исследования различных могущих представиться случаев. Это исследование еще больше возросло бы по объему и усложнилось бы для 3-го порядка и, может быть, стало бы практически невыполнимым (impraticable) для дифференциальных уравнений высших порядков. Таким образом, автор ограничился рассмотрением дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядка и удовлетворился добавлением, что его метод равным образом пригоден и для других уравнений. И мы действительно верим этому в части, касающейся принципиальной стороны метода, с оговоркой о возрастающем усложнении вычислений, что, впрочем, может вызываться существом дела» [97].

....

[97] «Rapport sur deux memoires de Mr. J. Liouville...» — «Journal für die reine und angewandte Mathematik», Bd. 10, 1833, 341—348; особенно 346—347.

Нам кажется, что изложенные факты подсказывают следующий вывод: именно потому, что Лиувилль получил примерно те же результаты, которые вошли в напечатанные работы Остроградского, и пошел дальше, показав метод, по крайней мере в принципе решающий задачу в общем случае, Остроградский не напечатал продолжения своих исследований. Лиувилль же в дальнейшем тоже почти ничего не опубликовал по проблеме алгебраической интегрируемости. Мы знаем только еще одну его работу по этому вопросу: «Nouvelles recherches sur la détermination des intégrales dont la valeur est algébrique» [98]. В ней без доказательств и пояснений указаны некоторые упрощения, которые можно сделать в вычислениях его первых двух, основных, работ. В своих дальнейших исследованиях, примыкающих по тематике к рассмотренным, Лиувилль занимался уже интегрированием в элементарных трансцендентных функциях и решением уравнений в таких функциях.

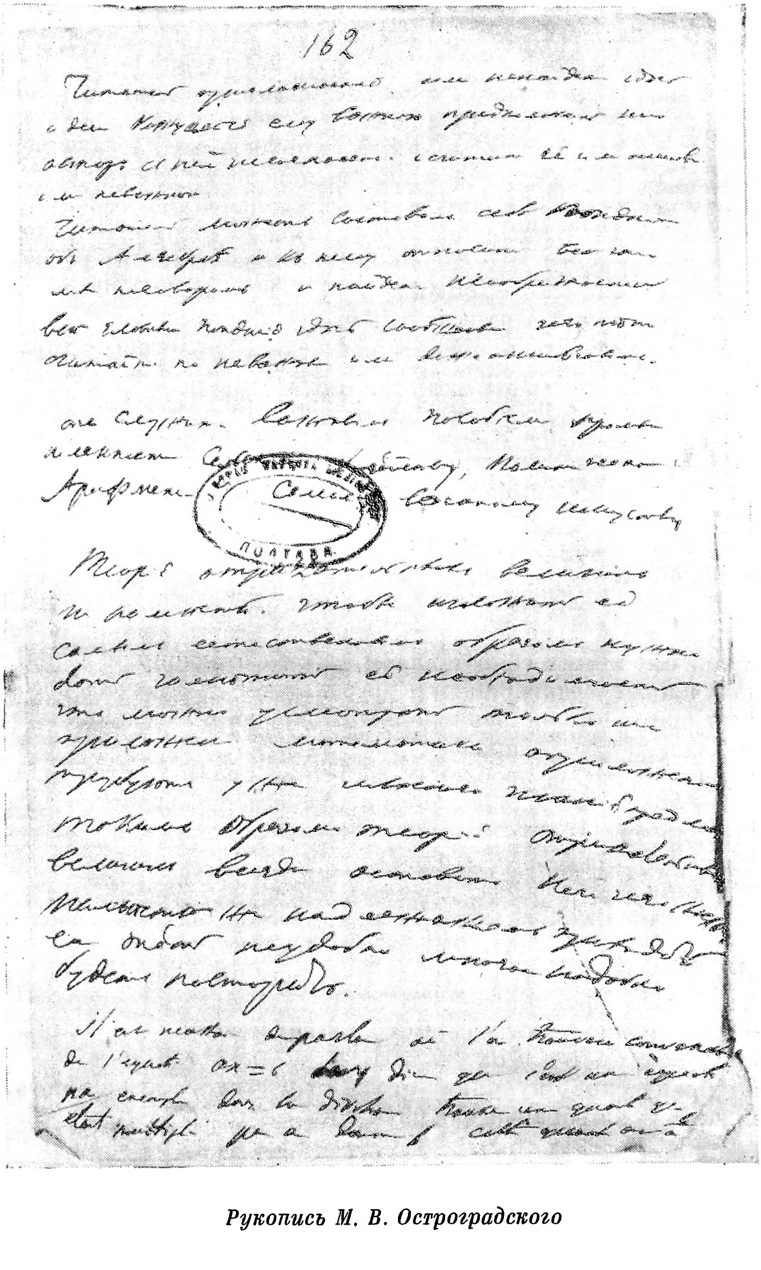
Рассмотренные работы Остроградского следует отнести к теории алгебраических функций, и на этапе развития этой теории, который был начат работами Абеля, они представляют выдающееся достижение. Работы Лиувилля, с которыми мы их сопоставляем, как-то отодвинули в тень полученные одновременно результаты Остроградского, хотя они примерно равноценны. Конечно, методы Лиувилля были более общими и оказались плодотворными и в других, смежных проблемах, но это не причина, чтобы обходить молчанием роль Остроградского в разработке тех же вопросов. И есть прямая преемственность между работами Остроградского, с одной стороны, Чебышева, а также Сомова, Алексеева, Тихомандрицкого, с другой.

В том же 1833 г., когда были опубликованы рассмотренные выше две работы, появилась и «Заметка о соотношении, которое может иметь место между интегралами алгебраических функций» [99]. В ней доказывается теорема: Если между интегралами алгебраических функций $z = \int y\, dx$, $t_i = \int y_i\, dx$ $(i = 1, 2, ..., n)$, где y и y_i — алгебраические функции от x, существует зависимость вида: $z =$ алгебраическая функция от $x, t_1, .., t_n$, (α),

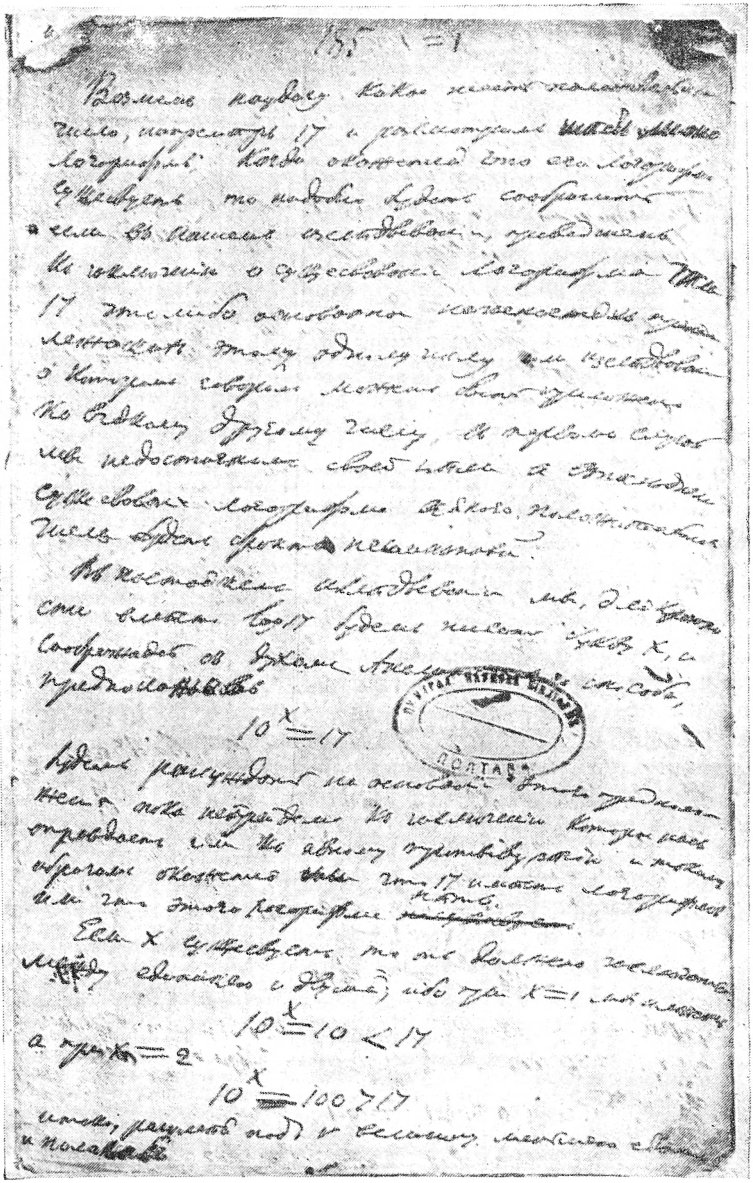
....

[98] «Journal de Mathématiques pures et appl.», serie I, t. 3 (1838), p. 20—24.

[99] П. с. тр., т. III, стр. 42.



Рукопись М. В. Остроградского



Рукопись М. В. Остроградского

причем t_i алгебраически невыразимы и уравнение вида:

$$\varphi(t_1, t_2, \ldots, t_n, x) = 0,$$

где φ — алгебраическая функция, невозможно, то зависимость (α) имеет вид:

$$z = \sum_{i=1}^{n} c_i t_i + \text{рациональная функция от } x, y, y_1, \ldots, y_n,$$

где c_i — постоянные[100].

Эта замечательная теорема должна иметь большое значение для теории интегрирования в конечном виде. Она было получена также Абелем в незаконченной работе, опубликованной впервые лишь в 1881 г., во втором издании полного собрания его трудов. К тому же кругу идей относится более поздняя работа Остроградского «Об интегралах алгебраических функций» (1842 г.)[101].

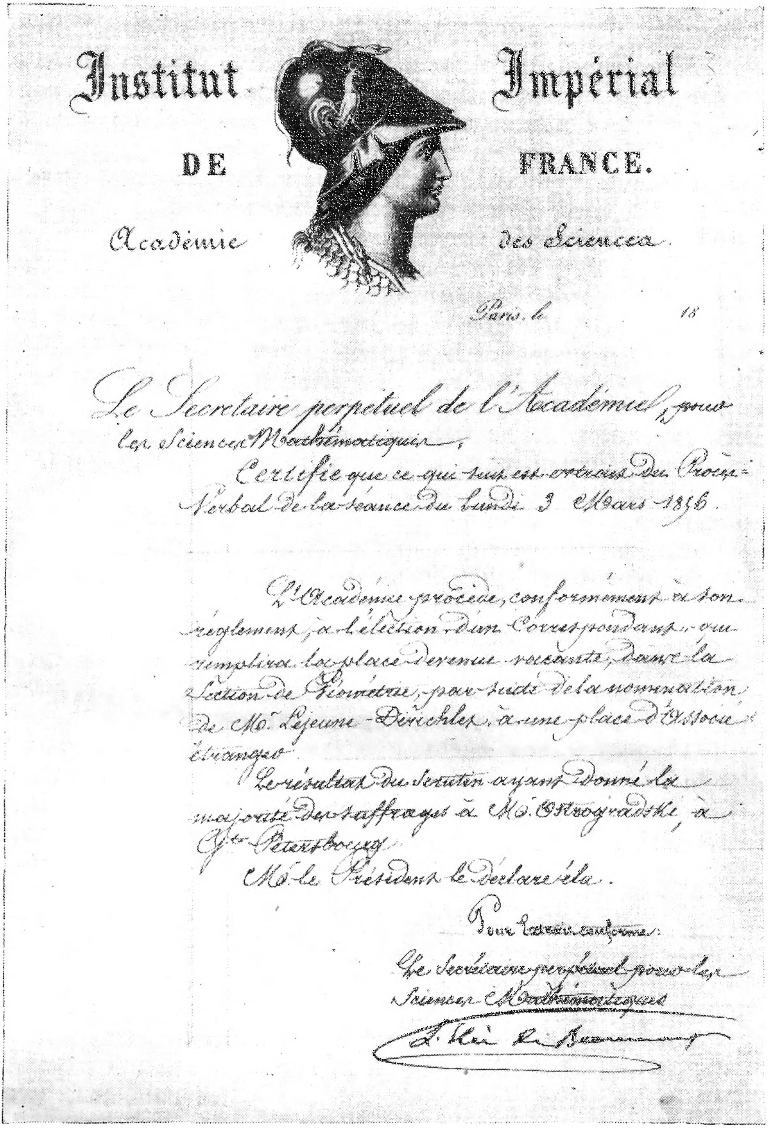
Остроградский ввел здесь понятия «прямой» и «обратной» трансцендентных функций, понимая под прямой функцией ту, производная от которой есть алгебраическая функция аргумента x, а под обратной — производная которой есть алгебраическая функция от самой функции. В работе доказано: 1) что между прямыми и обратными функциями не могут существовать алгебраические соотношения и 2) что самое общее алгебраическое соотношение между прямыми трансцендентными функциями может быть приведено к линейной форме от этих функций, причем коэффициенты этой формы — постоянные числа, а свободный член — алгебраическая функция от x.

Из первого результата вытекает, между прочим, что интеграл от алгебраической функции не может содержать ни показательных, ни тригонометрических функций (конечно, если не переходить к мнимым аргументам).

Второму результату можно придать такую форму. Пусть y есть алгебраическая функция от x, связанная с ним уравнением $f(x, y) = 0$. Пусть, далее, $F_1(x, y)$, $F_2(x, y), \ldots, F_n(x, y)$ — рациональные функции от x и y. Тогда всякая зависимость между интегралами $\int F_1(x, y)\,dx$, $\int F_2(x, y)\,dx, \ldots, \int F_n(x, y)\,dx$ непременно имеет такой вид:

$$c_1 \int F_1(x, y)\,dx + c_2 \int F_2(x, y)\,dx + \ldots + \int F_n(x, y)\,dx = R(x, y),$$

[100] П. с. тр., т. III. стр. 333 и сл.
[101] Там же, стр. 174.



Institut Impérial

DE FRANCE.

Académie des Sciences

Paris, le 18

Le Secrétaire perpétuel de l'Académie, pour les Sciences Mathématiques,

Certifie que ce qui suit est extrait du Procès-Verbal de la séance du Lundi 3 Mars 1856.

L'Académie procède, conformément à son réglement, à l'élection d'un Correspondant qui remplira la place devenue vacante, dans la Section de Géométrie, par suite de la nomination de Mr Lejeune-Dirichlet à une place d'Associé étranger.

Le résultat du scrutin ayant donné la majorité des suffrages à Mr Ostrogradski, à St Petersbourg,

Mr le Président le déclare élu.

Pour extrait conforme:

Le Secrétaire perpétuel pour les Sciences Mathématiques

L. Élie de Beaumont

Письмо Парижской Академци наук об избрании А. В. Остроградского ее членом-корреспондентом где $R(x, y)$ — рациональная функция от x и y, а коэффициенты $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — постоянные.

Простейший случай интегрирования алгебраических функций — интегрирование рациональных дробей одного переменного, казалось, был исчерпывающим образом исследован задолго до Остроградского. Это было сделано Лейбницем, Иваном Бернулли, Эйлером. Но и здесь Остроградскому принадлежит завершающее слово.

В мемуаре 1844 г. «Об интегрировании рациональных дробей»[102] им указан метод получения алгебраической части интеграла от рациональной дроби без разложения этой дроби на простые. Как указал Е. Я. Ремез, метод таков, что он не зависит от арифметической природы коэффициентов рациональной дроби. Почти тридцать лет спустя Эрмит, не зная, видимо, работы Остроградского, получил тот же результат, который вошел и в известный «Курс анализа» Эрмита, изданный в 1873 г. Поэтому прием Остроградского отделения алгебраической части интеграла от рациональной дроби во многих распространенных ранее руководствах называли правилом Эрмита. Сейчас, кажется, можно считать эту историческую несправедливость устраненной.

Уместно сказать в этом разделе еще об одной работе Остроградского — «О производных алгебраических функций» (1850 г.)[103].

В работе доказывается теорема, которую Остроградский характеризует как очень простую: степень производной от алгебраической функции на единицу ниже степени самой функции (если последняя степень отлична от нуля). Под степенью алгебраической функции $Y(x)$ здесь понимается показатель α, при котором предел отношения $\dfrac{Y(x)}{x^{\alpha}}$ получает конечное значение при $x \to \infty$. Это понятие использовал в своих работах Абель.

То положение, что каждая алгебраическая функция имеет определенную степень в смысле Абеля, и теорема, которую доказывает Остроградский, являются очевидными следствиями того, что алгебраическая функция в окрестности любой точки $x=a$, разложима в ряд Лорана по целым

....

[102] П. с. тр., т. III, стр. 179.
[103] Там же, стр. 257.

или дробным степеням $x-a$, соответственно $\frac{1}{x}$ = при $a = \infty$, причем главная часть разложения содержит лишь конечное число слагаемых. Однако следует принять во внимание, что разложимость однозначной аналитической функции в окрестности особой точки в ряд, названный его именем, Лоран доказал в 1843 г., а соответствующие разложения для алгебраических функций были достаточно строго обоснованы Пюизе (Puiseux), работа которого появилась лишь в 1850 г. в журнале Лиувилля и, очевидно, не была известна Остроградскому, когда он докладывал свою работу в Петербургской Академии 12(24) июня 1850 г. До результатов Пюизе применение в этом вопросе разложения в ряды, хотя имело за собою почти двухвековую давность, не представлялось достаточно строгим, на что и указывал Остроградский. Кроме того, он, очевидно, стремился доказать теорему, которой посвящена работа, по возможности чисто алгебраическими средствами.

Остальные работы по анализу Остроградского мы рассмотрим в хронологическом порядке. Каждая из них — изолированный эпизод в его научной деятельности, но и среди этих работ есть такие, которые заслуженно вошли в историю математики.

1. «Заметка об определенных интегралах» (1828 г.) [104] — одна из работ, представленных Петербургской Академии в 1828 г. и вторая по времени опубликования работа Остроградского. Она примыкает к исследованиям Коши. Коши, как признавали его современники, первый заметил, что двойной интеграл, взятый в заданных для каждой переменной пределах, не всегда дает один и тот же результат при двух способах выполнения интеграций, и выяснил причину такого расхождения. Позже Коши связал эту задачу со своими исследованиями по интегрированию в комплексной области и со своей теорией вычетов. Мы знаем, что при этом он с пользой учел некоторые замечания Остроградского. В своей «Заметке...» Остроградский дает простое выражение для оценки изменения значения несобственного двойного интеграла при перестановке порядка интеграций, отсутствующее у Коши, и применяет его как для получения одного из результатов Коши, так

[104] П. с. тр., т. III, стр. 7.

и для новых выводов. Собственно аппарата теории вычетов Остроградский в этой статье не применяет.

2. «Заметка о методе последовательных приближений» [105] — небольшая статья, но в ней содержится идея метода, который впоследствии приобрел весьма большое значение для исследования широкого класса физических и технических проблем и прочно вошел в арсенал средств современной нелинейной механики. Но при этом, как отмечает академик В. И. Смирнов [106], работа Остроградского «нигде (до недавнего времени.— *Г.*, *П.*) не упоминается». Остроградский показывает здесь, как можно избежать появления так называемых вековых членов, или, по его выражению, как оградить себя от членов, могущих привести к ошибочному приближению. Для разъяснения сути дела обратимся к тому нелинейному дифференциальному уравнению, которое выбрал с этой целью Остроградский:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + y = \alpha y^3, \tag{β}$$

где α — «малый параметр». Пренебрегая «нелинейностью», то есть отбрасывая член αy^3, получаем элементарное линейное уравнение, решение которого в тригонометрических функциях обозначим через y_0. Но попробуем пойти по методу последовательных приближений дальше: чтобы получить следующее приближение, подставляем y_0 в правую часть (β) и решаем неоднородное линейное уравнение

$$\frac{d^2y_1}{dt^2} + y_1 = \alpha y_0^3 .$$

Затем, чтобы получить y_2, решаем уравнение

$$\frac{d^2y_2}{dt^2} + y_1 = \alpha y_1^3$$

и т. д. При этом обнаруживается, что в следующих приближениях появляются слагаемые не периодические — вида $t \cos t$, $t \sin t$ и т. п. С этим явлением столкнулись впервые в небесной механике, где аргумент t — время. Ясно, что члены такого вида, как $t \cos t$, ...неприятны — при боль-

[105] П. с. тр., т. III, стр. 71.
[106] Там же, стр. 344—346.

ших значениях t они делают неприменимыми полученные приближения. Их-то назвали вековыми. Но идея Остроградского состоит в том, что одновременно с разложением решения по параметру разлагается по этому параметру и период входящих в решение периодических функций, что позволяет устранить вековые члены. Надо оговорить, впрочем, что Остроградский показывает это только на примере уравнения (β), ограничиваясь получением первого приближения. Как идти дальше, он не указывает. Но он подчеркивает общее значение способа, заканчивая статью словами: «Почти излишне отмечать, что метод последовательных приближений в таком виде, в каком мы его только что представили, никогда не введет произвольные величины в избыточном количестве. Мы намереваемся применить предыдущие рассмотрения к движению планет вокруг Солнца».— Это намерение осталось неосуществленным, но именно в работах по небесной механике Гюльдена (1881 г.), Линдштедта (1883 г.) мы снова находим этот метод, широко разработанный в дальнейшем А. Пуанкаре и А. М. Ляпуновым.

3. «Заметки о различных вопросах математического анализа» (1837 г.)[107] — это три небольшие, совершенно не связанные друг с другом статьи. О последней из них сказано выше, так как она относится к вариационному изложению. Первая статья «О показательных функциях» дает теорию показательной функции как функции, обратной логарифмической, причем последняя считается определенной как $\int \frac{dx}{x}$. Такой подход позже был неоднократно использован в различных курсах анализа. Вторая же статья «Об одном виде функций от сферических координат» посвящена выводу различных свойств сферических функций. Оригинальным в ней является способ вывода. В несколько другом виде тот же вопрос изложен в незаконченной статье Остроградского, относящейся в основном к математической физике,—«Заметка о различных вопросах анализа»[108].

4. В 1838 г. была напечатана работа Остроградского «Заметка о линейных дифференциальных уравнениях»[109],

[107] П. с. тр., т. III, стр. 114.

[108] Напечатана в «Bulletin de Ferussac», 1830, t. XIV; см. П. с. тр., т. I, стр. 118—123, особенно стр. 121—123.

[109] Там же, стр. 123.

в которой был доказан результат, излагающийся во всех курсах дифференциальных уравнений. Этот результат состоит в следующем. Пусть дано дифференциальное уравнение

$$y^{(n)} + P_1 y^{(n-1)} + \ldots + P_n y = Q$$

и пусть n частных его интегралов — $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Тогда

$$\Delta = \begin{vmatrix} y_1, & y_2, & \ldots, & y_n \\ y'_1, & y'_2, & \ldots, & y'_n \\ y_1^{(n-1)}, & y_2^{(n-1)}, & \ldots, & y_n^{(n-1)} \end{vmatrix} = ae^{-\int P dx}$$

где a — постоянная.

Доказательство этого предложения ничем не отличается от того, какое теперь обычно излагается в учебниках. Часто этот результат излагается под именем теоремы Лиувилля, хотя получен и опубликован он был обоими: Остроградским и Лиувиллем одновременно.

5. «Мемуар об определенных квадратурах» (1839 г.) [110] — выдающаяся работа. Написана она в связи с баллистическими исследованиями Остроградского. Для приближенного вычисления определенных интегралов, которые ему при этом понадобились, Остроградский использовал известную формулу Эйлера — Маклорена. Эта формула, дающая преобразование определенного интеграла в сумму и обратно, в течение примерно ста лет применялась без оценки допускаемой при этом погрешности. Впервые вопросом об остаточном члене этой формулы занялся в 1823 г. Пуассон. Но его метод (он исходил из разложения подынтегральной функции в ряд Фурье), как указывает Остроградский, не вполне отвечал сути дела, и результат он получил в сложном виде. Позже, в 1834 г., Якоби предпринял свое исследование «О законном применении сумматорной формулы Маклорена» (журнал Крелля, т. XII). Содержание работы Якоби, которая, очевидно, не была известна Остроградскому, совпадает по результатам с тем, что изложено в первых трех параграфах «Мемуара об определенных квадратурах». В способе вывода у Якоби имеется ряд отличий. Но главное то, что Якоби, получив свое выражение для остаточного числа формулы Эйлера — Маклорена, почти не анализирует его. Из вступления к работе видно, что Якоби предпринял ее с целью обосновать применение асимптотических (по Якоби — полусходящихся) рядов. Метод квадратур как таковой Якоби не интересовал.

[110] П. с. тр., т. III, стр. 126.

М. В. Остроградский. Рисунок неизвестного художника

Но для Остроградского основным было именно вычисление определенных интегралов, и поэтому он пошел дальше Якоби. Во-первых, он по возможности полно исследует полученную им формулу остаточного члена (см., например, § 4 мемуара). Во-вторых, в связи с вычислениями, куда входят эмпирические функции, как в баллистике, желательно иметь формулу для усредненных значений. Видимо, поэтому, а также в связи с формулой Лежандра, для приближенного вычисления интегралов, Остроградский предпринимает исследования, которые изложены в § 5—9 мемуара, и получает впервые формулу с остаточным членом, которая построена с помощью значений функции и ее производных в серединах интервалов. Наконец, в заключительных параграфах работы Остроградский дает непосредственное приложение своих результатов к баллистической задаче. Таким образом, работа Остроградского в целом содержит значительно больше материала, чем статья Якоби, и имеет, в сущности, другую направленность.

Вместе с предшествующими работами Пуассона и Якоби мемуар Остроградского характерен для нового этапа в области приближенных вычислений: в отличие от XVIII века оценка погрешности становится обязательной.

6. Остроградский указал на ошибку, допущенную в курсе Навье при определении наибольшего объема прямоугольного параллелепипеда, имеющего данную поверхность. При определении знака второго дифференциала Навье не учел связи, существующей между переменными. Кроме того, Остроградский дал общее правило для решения подобных задач. «Нельзя не сказать,— пишет Л. К. Лахтин [111],— что это замечание очень полезно; но до сих пор оно обыкновенно опускается в курсах дифференциального исчисления».

Мы закончим эту главу общей характеристикой рассмотренных здесь работ, которую дает Л. К. Лахтин:

«В области чистого анализа М. В. Остроградскому принадлежит ряд мемуаров, посвященных решению отдельных, очень разнообразных вопросов. Многие из теорем и формул Остроградского вошли даже в самые краткие учебники всех математиков, причем имя великого автора этих теорем не упоминается, его точно забыли. Для нас теперь кажется почти невероятным, что эти столь привычные нам

[111] Профессор Московского университета.

истины так недавно еще не были известны. Это объясняется тем, что в начале и даже середине недавно истекшего XIX века анализ далеко еще не был такой завершенной наукой, как сейчас: в нем было много пробелов даже по основным вопросам. Светлый, систематизирующий ум Остроградского не мирился с этими пробелами; он стремился их заполнить всякий раз, как они встречались ему на пути в его собственных исследованиях и в выработке читанных им курсов лекций.

Этим, я думаю, объясняется разнообразие и разрозненность вопросов, которыми занимался Остроградский.

Изложение научных работ Остроградского отличается простотой; мысль его сразу ясна читателю; наметив цель, он прямо ведет к ней свои рассуждения и выкладки. Поэтому работы Остроградского читаются легко; они имеют как бы элементарный характер. Остроградский не любит сложных и запутанных тем, он старается быть проще, доступнее своему читателю, как бы снисходит к нему, как он сам говорит, что он пишет для лиц мало знакомых с анализом. Но это не мешает ему быть строгим в рассуждениях и решать вопросы, стоявшие в то время на очереди. Последнее особенно заметно из тех совпадений в результатах исследований, которые имел Остроградский с своими современниками... Остроградский всюду опередил своих современников на несколько лет, кроме одного случая, где его опередил Якоби. Вероятно, в то время издания Петербургской академии, хотя и печатавшиеся на французском языке, мало читались за границей; текст же сочинений Якоби, написанный по-латыни, по-видимому, был не очень доступен Остроградскому. Поэтому я полагаю, что Остроградский и его современники получили тождественные результаты независимо друг от друга, но первенство в большинстве случаев принадлежит Остроградскому»[112].

РАБОТЫ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ, АЛГЕБРЕ, ГЕОМЕТРИИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Теория чисел, алгебра, геометрия, теория вероятностей не были в центре научных интересов Остроградского. Получив в механике, математической физике и математиче-

[112] «Математический сборник», 1901, **22**, вып. 4, стр. 540—544. Очерк написан к столетию со дня рождения М. В. Остроградского.

ском анализе результаты принципиального значения, он ограничился здесь решением частных задач.

К теории чисел относится лишь одна работа Остроградского — вычисленные им в 1836 г. таблицы первообразных корней всех простых чисел, меньших 200 [113]. Позднее таблицы Остроградского были перепечатаны П. Л. Чебышевым в его знаменитой «Теории сравнений». Относительно этих таблиц Чебышев писал [114], что они «могут быть употребляемы с чрезвычайной выгодой при решении многих вопросов теории чисел». Остроградский не указал способа, которым он вычислял свои таблицы; по-видимому, он следовал тому приему, который изложил в своих лекциях по алгебраическому анализу [115].

Обширный курс Остроградского «Лекции алгебраического и трансцендентного анализа», изданный в 1837 г., сыграл весьма существенную роль в развитии алгебраических знаний и алгебраических интересов в среде русских математиков.

В этом курсе немало оригинального. Обратимся сначала к первой части курса, в которой изложено отделение и приближенное вычисление корней алгебраических уравнений. Остроградскому здесь принадлежит анализ и упрощение ряда методов, кончая методом Штурма (1829 г.), впервые здесь появившимся в учебной литературе. В частности, при изложении метода Фурье Остроградский дает вывод формулы для второго приближения корня и указывает, как получить в этом случае оценку погрешности.

Во второй части курса Остроградский впервые в учебной литературе изложил работы Лагранжа, Гаусса и Абеля по теории алгебраических уравнений (работ Галуа Остроградский тогда еще не мог знать—они были впервые напечатаны в 1844 г.). Здесь Остроградский дал упрощение доказательства теоремы Абеля о неразрешимости уравнения пятой степени в радикалах (хотя не провел доказательство со всей полнотой). Как и первоначальное доказательство Абеля, это видоизмененное доказательство легко обобщается на случай любого алгебраического уравнения простой степени >4, что было сделано составителями

[113] П. с. тр., т. III, стр. 76. Эти таблицы были через три года продолжены Якоби, как он об этом сам говорит в книге «Canon arithmeticus», и доведены до 1000.

[114] П. Л. Чебышев. Полн. собр. соч., т. 1, М., 1944, стр. 102.

[115] П. с. тр., т. III, стр. 100.

записей курса Остроградского Бурачком и Зеленым и вошло в напечатанный текст «Лекций».

По алгебре Остроградским написаны еще две небольшие статьи: «О равных корнях целых полиномов» (1849 г.)[116] и «Заметка о равных множителях целых полиномов»[117]. Обе они относятся к задаче разыскания кратных корней многочленов, которой Остроградский занимался в связи с интегрированием рациональных дробей. Предложенный Остроградским способ выделения кратных корней многочленов несколько отличается от общеизвестного и в окончательной редакции 1856 г. имеет определенные преимущества перед ним. А именно, пусть X — рассматриваемый многочлен, X' — его производная, P — общий наибольший делитель многочленов X и X', а через Q и R обозначим соответственно частные X/P и X'/P. Пусть $X = q_1 q_2^2 q_3^3 q_4^4 \ldots$, где q_k — произведение линейных множителей в X, соответствующих корням кратности k. Тогда

$$P = q_2 q_3^2 q_4^3 \ldots, \quad Q = q_1 q_2 q_3 q_4 \ldots, \quad R = q'_1 q_2 q_3 q_4 \ldots + 2 q_1 q'_2 q_3 q_4 \ldots + 3 q_1 q_2 q'_3 q_4 \ldots + \ldots$$

Отсюда видно, что каждое q_k получается как общий наибольший делитель многочленов Q и $R - k\dfrac{dQ}{dx}$, в чем и состоит изящный способ Остроградского.

К геометрии (дифференциальной), строго говоря, относится только одна небольшая статья «О кривизне поверхностей»[118]. В ней дан наглядный вывод известной теоремы Менье. Целью автора было, как видно из текста, улучшить изложение по сравнению с тем, которое имеем в «Лекциях о применении исчисления бесконечно малых к геометрии» Коши. В печать не попал и до нас не дошел мемуар «О теории поверхностей и кривых линий», о котором в протоколах заседаний Российской Академии наук за 1845 г. (от 12 декабря) сказано, что академик Остроградский его представил и зачитал. Мы не располагаем также курсом «Лекций по аналитической геометрии», читанным Остроградским в 1852 г. в Главном педагогическом

[116] П. с. тр., т. III, стр. 246.
[117] Там же, стр. 262.
[118] Там же, стр. 304.

институте и записанным Н. Е. Будаевым. Дошедшие до нас сведения об этом курсе мы приведем далее.

Несколько подробнее остановимся на работах Остроградского по теории вероятностей. Ей Остроградский посвятил шесть статей [119]; первую из них он написал еще в 1834 г., а последнюю — в самом конце своего жизненного пути, в 1859 г. В записке А. Н. Крылова «Памяти Остроградского» [120] содержится следующее указание на работы Остроградского в области страхования:

«В 1856 г. по Парижскому трактату Россия была лишена права иметь флот на Черном море. Предстояло увольнение большого числа служащих, и для улучшения их положения было решено учредить в Морском ведомстве эмеритальную кассу, которая должна была начать выдачу пенсий с 1859 г. Страхование жизни было тогда дело новое, а тем более расчет эмеритальных касс и установление размеров пенсий в соответствии с размерами вычетов из содержания; поэтому в комиссию, которая должна была выработать положение о кассе, вошли оба академика по математике, т. е. Остроградский и Буняковский, которые и произвели все необходимые расчеты и теоретическое их обоснование. Труды этой комиссии тогда же были напечатаны, и в них находится замечательная записка Остроградского и ряд совместных его записок с Буняковским» [121].

....

[119] Имеются указания о том, что в 1858 г. были напечатаны три лекции Остроградского по теории вероятностей. К сожалению, их не удалось видеть и даже не удалось выяснить, где их можно найти. Они представляли бы значительный интерес для выяснения методологических позиций, с которых Остроградский излагал свой курс.

[120] Архив АН СССР, ф. 759, оп. 1, № 354, стр. 22. В этой записке А. Н. Крылов указывает, что он сам использовал статьи М. В. Остроградского во время работы в эмеритальной кассе морского ведомства.

[121] В этом утверждении А. Н. Крылов допустил неточность: имеется только одна статья Остроградского («Записка об эмеритальной кассе» см.: П. с. тр., т. III, стр. 295); в упоминаемом им сборнике «Предположение об учреждении в Морском ведомстве эмерительной пенсионной кассы» совместных статей М. В. Остроградского с В. Я. Буняковским нет.

В своей статье Остроградский разрешал вопрос о наименьшей пенсии, которую следует выплачивать пенсионеру в зависимости от его возраста и от того, сколько лет он делал взносы. К статье приложены три таблицы, предназначенные для практических расчетов.

Остроградский работал в тот период, когда физика еще не поставила перед теорией вероятностей серьезных проблем, за исключением, быть может, теории ошибок наблюдений. Работы Максвелла по кинетической теории газов появились лишь в самые последние годы жизни Остроградского, а идеи Ломоносова о молекулярном строении материи и его кинетическая теория теплоты были забыты, и никто не думал об их математическом оформлении. Приложения теории вероятностей к теории стрельбы находились в зачаточном состоянии. Основное внимание уделялось приложению теории вероятностей к «нравственным наукам». Эта область приложений настойчиво выдвигалась Лапласом, имевшим в то время непререкаемый авторитет. Одна из важнейших задач, стоящих перед «нравственными науками», по Лапласу, состояла в том, чтобы определить, «какова вероятность того, что решение суда, который может осудить только при данном большинстве, будет справедливо, т. е. будет соответствовать истинному решению поставленного вопроса».

Остроградский не избежал этого увлечения, и его первая работа по теории вероятностей [122], написанная в 1834 г., посвящена вычислению вероятностей ошибок судебных трибуналов.

В работе 1836 г. «Мемуар об исчислении производящих функций» [123] Остроградский исправил ошибочные заключения, допущенные Лапласом в его «Аналитической теории вероятностей» относительно производящих функций — важного аналитического аппарата теории вероятностей.

В самой большой по объему работе, посвященной теории вероятностей, «Об одном вопросе, касающемся вероятностей» [124], написанной в 1846 г., Остроградский занимался решением следующей задачи. В урне содержатся белые и черные шары, общее число которых известно. Из нее наудачу вынимается некоторое число шаров и фиксируется, сколько среди них будет того и другого цвета. Спрашивается: 1) чему равна вероятность того или иного состава урны, после того как результаты опытов становятся известными; 2) чему равна вероятность того, что число белых шаров в урне не превзойдет заданных пределов.

....

[122] «Извлечение из мемуара о вероятности судебных ошибок».— П. с. тр., т. III, стр. 65.

[123] Там же, стр. 106.

[124] Там же, стр. 213.

Остроградский и в данном случае не изменяет своим научным принципам и рассматривает свое исследование не как простое аналитическое упражнение, а как задачу, могущую иметь важные приложения в практической жизни. Во введении к этой работе он пишет:

«Чтобы понять важность этого вопроса, заметим, что постановка его уместна, когда имеются затруднения при получении большого числа предметов, обладающих некоторыми качествами, и когда нужно затратить некоторое время на каждый предмет для того, чтобы убедиться в наличии этих качеств. Армейские поставщики часто должны делать работу подобного рода. Для них шарами, заключенными в урне, служат получаемые предметы: белые, например,— предметы, обладающие требуемыми условиями для приемки, а черные — те, которые им не удовлетворяют. Извлечение некоторого числа шаров для проверки их цвета подобно ревизии части получаемых предметов с целью выяснения их качества. Зафиксировав эту часть в количестве пяти, шести или семи предметов на сотню, выбирают соответствующее число предметов случайно из всей совокупности; затем, после того как они будут изучены и подсчитаны, те, которые могут быть приняты, определяют вероятность того, что общее число приемлемых предметов во всей совокупности не выходит из пределов, которые назначены наперед. Это определение производится так, как если бы определялось число белых и черных шаров в урне... Таким образом, решение предложенного нами вопроса может служить поставщикам для сокращения, приблизительно до двадцатой части, механической работы, чаще всего очень утомительной, по проверке очень большого числа мешков с мукой или кусков сукна».

Остроградский приводит аналитические расчеты, решающие поставленную им задачу, и в конце статьи прилагает таблицы для практических применений своей теории.

Неоконченная статья Остроградского 1847 г. «О страховании» [125] не содержит каких-либо аналитических выкладок; ее интерес преимущественно методологический. На примере этой статьи мы дополнительно убеждаемся, что основные научно-методологические установки Остроградского были материалистическими, хотя далеко не последовательными. Так, при определении вероятности Остроград-

[125] П. с. тр., т. III, стр. 236.

М. В. Остроградский (около 1850 г.)

ский не избегает субъективного подхода, считая вероятность «мерой нашего незнания». Но в то же время, когда он занимается конкретными задачами, от этой трактовки вероятности не остается и следа: Остроградский понимает ее как некоторую объективную характеристику массовых явлений особого рода.

Во второй части статьи «О страховании» дано определение математического ожидания и иллюстрировано примерами лотерей и расчета страховых платежей.

Коротенькая статья, написанная в том же году, «Игра в кости» [126], примыкает к статье о страховании. Она посвящена разъяснению того, что всякого рода предприятия азартного характера — лотереи или игры невыгодны публике и приносят верный доход их устроителям. Вывод, который он сделал в этой статье, сводится к следующему:

«Такой-то, вы говорите, получил первую ставку и вдруг приобрел состояние,— почему такая же ставка не достанется и мне. Вы невольно сравниваете себя с выигравшим и не хотите подумать, что гораздо естественнее поместить себя в число проигравших, потому что их несравненно более».

Последняя статья, посвященная теории вероятностей, «О вероятности гипотез после исхода испытаний» [127], написана в 1859 г. и содержит вывод формулы Бейеса.

Мы ограничимся этими краткими замечаниями о содержании работ Остроградского по теории вероятностей. В этой области, находившейся на периферии его научных интересов, темы его работ тесно связаны либо с вопросами практики, либо с вопросами, живо интересовавшими общественное мнение. Согласно Остроградскому, «все наши понятия приобретаются от совокупного влияния чувств и размышления». При этом все наши знания, в том числе и математические, имеют «только относительную достоверность». Для Остроградского теория вероятностей имеет ценность лишь как орудие познания явлений материального мира. Этого вывода не могут затемнить даже философские шатания Остроградского, допускаемые в даваемых им определениях и рассуждениях. В теории вероятностей, как и всюду в своей научной деятельности, Остроградский выступает как стихийный материалист. Это было характерно для большинства естествоиспытателей того времени.

---

[126] П. с. тр., т. III, стр. 243.
[127] Там же, стр. 299.

ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ

Общепедагогические взгляды

Не подлежит сомнению, что взгляды Остроградского на педагогический процесс, его оценки преподавания менялись в течение более чем тридцатилетней педагогической деятельности. Как они менялись — проследить вряд ли возможно: материалы слишком отрывочны. Но во что они отстоялись, в какую систему были сведены — об этом достаточно полно говорят «Размышления о преподавании», написанные (совместно с А. Блумом [128]) на предпоследнем году жизни Остроградского.

Credo авторов «Размышлений...» можно изложить в виде следующих положений:

1. Образование, общее и техническое, имеет для общества первостепенное значение, в частности «техническое образование является самым могучим рычагом, который можно пустить в ход, чтобы активизировать развитие сельского хозяйства и промышленности» [129]. Поэтому «распространение знаний по математике и физике приобретает основное значение».

2. Применяемые в обучении этим наукам абстрактные методы отпугивают, а не привлекают. «Не интересуются ни вкусами, ни наклонностями, и для обучения молодежи используют те же приемы, которыми пользовались Сократ и Платон для преподавания высоких истин морали людям, уже сформировавшимся...» Поэтому любая мать испугалась бы, если бы могла представить себе «хоть тысячную долю огорчений, трудов и опасностей», которые ожидают ее ребенка, если из него «во что бы то ни стало хотят сделать военного инженера, или инженера-механика, или офицера генерального штаба, или артиллериста».

....

[128] Блум Исаак Август (1812—1877) — французский математик; окончив Политехническую школу, стал офицером морской артиллерии; в 1835 г. ушел из армии, чтобы заняться педагогической деятельностью; активный участник революционных событий 1848 г.; в 1844 г. основал журнал по точным наукам «Bulletin Polytéchnique», в 50-х годах издавал журнал по чистой и прикладной математике — «La Science»; автор нескольких учебных руководств.

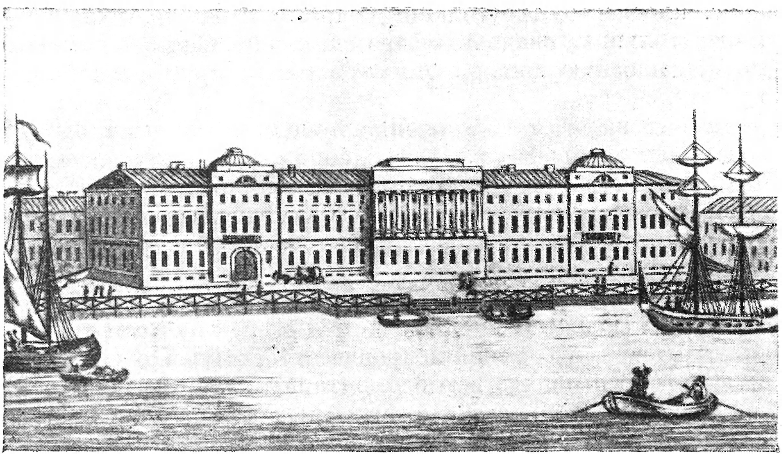
[129] Все цитаты в дальнейшем — по русскому переводу «Размышлений», помещенному в Сборнике.

3. «Прогресс прикладных наук сделал ощутимой необходимость в подготовке инженеров, офицеров, медиков, тактиков, промышленников. Стало понятным, что техническое обучение детей следует начинать в более раннем возрасте». Но при этом сохранили прежние методы обучения. И вот, если «обратимся к воспоминаниям людей, заслуживающих доверия: кто из нас не испытал несказанных огорчений в самом начале обучения элементам наук». Уточняя свою кратику, авторы «Размышлений» заявляют: «Действительно, на уроках по арифметике, алгебре и геометрии ничто не напоминает о насущной необходимости изучения этих предметов для практической жизни. Ничто не указывает на наслаждение, испытываемое при изучении этих дисциплин людьми, для которых это изучение связано с выбранной ими профессией. Ничего не рассказывают об истории наук».

4. Чтобы обучение было действенным и привлекательным, надо «заинтересовать детский разум — это одно из основных положений нашей доктрины, и мы ничем не пренебрегаем, чтобы привить учащимся вкус, мы готовы сказать — страсть к учению». Тут же указывается, что «изучение биографий людей, принесших пользу наукам и искусству, является одним из средств... чтобы привлечь внимание учеников. Это в одно и то же время отличная разрядка и средство с помощью живого рассказа запечатлеть то или иное основное положение, либо удачное приложение теоретических принципов».

5. При изучении наук «хотят получить людей полезных и с опытом во всех областях деятельности цивилизованных народов» и вместе с тем «хотят иметь ученых, продолжающих отвлеченные исследования, произведенные наиболее выдающимися умами». На деле идут преимущественно по второму пути, подобно тому как в военных школах «намереваются подготовить офицеров, а поступают так, будто хотят подготовить исключительно генералов». Но «сначала подготовьте солдат и офицеров, а уж затем появятся генералы, и они будут среди первых, кто явится на призыв». Т. е. предлагается «излагать элементы наук в наиболее простом виде... наиболее приспособленном для детей» и с семилетнего возраста.

6. Это обучение должно сочетаться с воспитанием наблюдательности и силы воли. «Дети мало приучены наблюдать. Вообще они смотрят не видя, слушают не слыша;



Морской корпус в Петербурге

говорят не зная». Поэтому «важно с самого раннего возраста уметь направить внимание «детей, а приучить людей к точному наблюдению значит приблизиться к достижению совершенства в деле воспитания».

7. Решение всех этих задач дает обучение и воспитание в процессе труда. «...все дети любят физический труд. Они проворны и изобретательны, у них хорошее настроение до тех пор, пока школа не уничтожит в них бо́льшую часть этих драгоценных ростков». Поэтому предлагается, чтобы при каждой школе была мастерская, пусть на первых порах небольшая. «Дайте в руки детей инструменты токарные, столярные, слесарные, небольшие химические и физические приборы... Ребенок должен сам производить основные опыты по химии, физике, механике, астрономии, используя все, что у него имеется под рукой... Через несколько месяцев он должен быть в состоянии сам делать инструменты, вначале грубые, затем более совершенные...

Когда дети постепенно научатся пользоваться глиной, топором, молотком, пилой, буравчиком, стамеской, рубанком; когда они смогут изготовлять небольшие геометрические фигуры, аппараты для механических, астрономических или физических наблюдений, наступит время дать им в руки компас и рейсфедер, карандаши, бумагу, перья и чернила; они уже будут знать, что такое прямая линия, круг, плоскость, треугольник, параллельные прямые, четырехугольник, квадрат, сфера, цилиндр. Они смогут измерить плоскую фигуру, многоугольник, круг, пирамиду, призму, сферу.

У них выработается оценка приближений. Они будут знать, чем довольствоваться в зависимости от случая, приближенным или более точным вычислением, и приобретут столь необходимые навыки уметь довольствоваться тем, что возможно, не вдаваясь в раздражающие и бесполезные исследования.

Наш опыт показал нам, что после трех лет занятий ребенок десяти или двенадцати лет, в зависимости от индивидуальности, в состоянии произвести все вычисления по арифметике и понять всю элементарную геометрию, освобожденную от тонкостей, необходимых для формирования суждения и пополнения научного образования.

Если среди этих ребят будут такие, способности которых заслуживают внимания преподавателя, то правильно будет дать им для проработки специальные учебники. Нужно будет руководить ими только при разборе необходимых доказательств — и скорее придется их сдерживать, чем побуждать, спрашивать их и ставить перед ними некоторые вопросы, и их обучение пойдет почти самостоятельно. Но только в виде исключения можно таким образом предоставить детей самим себе».

8. Чтобы закрепить и систематизировать знания, получаемые детьми на описанном этапе обучения, Остроградский и Блум предлагают пользоваться синоптическими таблицами. Эти таблицы дают детям краткое резюме того, что они знают.

«Возьмем, например, геометрию. Синоптическая таблица содержит посредине страницы основные фигуры, размещенные методично и упорядоченно в прямоугольной рамке. Вокруг этой рамки приведены формулировки определений, размеры плоских фигур и наиболее простых тел. И все это — чтобы навсегда закрепить в памяти усвоенное на первой ступени геометрического образования».

9. Как вообще представляют себе авторы «Размышлений» дальнейшее специализированное обучение, видно из приводимого ими примера подготовки морских офицеров:

«Общепризнано, что шестнадцатилетний возраст является подходящим для технического обучения гардемаринов.

Этому обучению должны предшествовать специальные занятия арифметикой, элементарной геометрией, основами алгебры, начертательной геометрией, прямолинейной и сферической тригонометрией.

Следовательно, подготовка детей начинается с восьмилетнего возраста; в четырнадцать лет все готовы к сдаче экзаменов; многие уже достаточно подготовлены в двенадцать лет».

10. Для работы по новой методике нужны соответственно подготовленные учителя и преподаватели. Остроградский и Блум доказывают, что необходимая переподготовка потребует примерно шести месяцев. Они останавливаются и на других организационных вопросах, будучи уверены, что предложили «рациональный метод, легко осуществимый и бесспорно полезный». Они заверяют: «Мы готовы отдать все свои силы этой новой организации преподавания» и заканчивают заявлением: «Мы страстно хотим приблизить ту пору, когда почти все люди науки, преданные своей родине, с воодушевлением займутся жизненно важным вопросом преподавания наук.

Все упростится тогда в жизни нации, и наука станет деятельным, настойчивым помощником, соучастником всех моральных и материальных достижений».

Нетрудно заметить слабости мировоззрения авторов «Размышлений». Они не видят, что недостатки школы связаны с недостатками общественного строя.

Они рассчитывают самым существенным образом повлиять на общество перестройкой системы образования — это можно назвать просветительской утопией. Блум был участником революции 1848 г. во Франции, но, вероятно, потерял веру в революционные методы. Остроградский вряд ли когда-либо был их сторонником. Во всяком случае в вопросе о связи школы и общества, о реальных возможностях перестройки школы авторы «Размышлений», несмотря на свой педагогический опыт, были далеки от понимания нужд времени и стоят значительно ниже русских революционных демократов — их современников. Но бесспорно прогрессивной была основная идея «Размышлений» — идея трудового воспитания, активного, наглядного и творческого обучения.

Много в «Размышлениях» ценных замечаний по частным вопросам воспитания и методики. Написана брошюра Остроградского и Блума с редкой увлеченностью, превосходным слогом, сжато и выразительно. В ряде пунктов она и сейчас злободневна.

В педагогической практике Остроградского — преподавателя высшей школы, о которой мы можем судить по воспоминаниям его учеников, можно отметить приемы и подходы, по духу родственные тем принципам, которые он отстаивал вместе с Блумом в «Размышлениях». Вообще ученики Остроградского вспоминали своего учителя с горячей любовью и считали, что во многом именно его педагогическому мастерству они обязаны своими научными интересами, умением ставить научные проблемы и разрешать их. Приведем несколько отрывков из воспоминаний учеников Остроградского, ставших впоследствии крупными инженерами и профессорами.

Профессор Новороссийского (Одесского) университета Е. Ф. Сабинин, ученик Остроградского по Главному педагогическому институту, в 1882 г. в своей актовой речи, посвященной Остроградскому, сказал: «Имея счастье быть его учеником, я не иначе могу вспомнить о его лекциях, как с глубокой признательностью к своему великому учителю. Михаил Васильевич читал лекции так, что увлекал всех; самые сложные и трудные вещи излагал с такой простотой и ясностью, что не понять было невозможно; но, заметив, что и тут могут встретиться некоторые затруднения, он тотчас проводил другое доказательство, нисколько не задумываясь, как великий мастер своего дела, обладавший необыкновенным талантом совершенствовать и вести его вперед» [130].

Мы уже приводили отрывок из воспоминаний другого ученика Остроградского по Институту корпуса путей сообщения, впоследствии крупного инженера и строителя железных дорог в европейской части России В. А. Панаева о лекциях Остроградского по аналитической механике, читанных им в офицерских классах института. Приведем еще одно место из этих же воспоминаний.

«Остроградский любил возбуждать в учащихся соревнование и тем напрягать их мысль, и умел иногда поощрить их одним словом, которым, конечно, страшно дорожили, что служило сильным подстрекательством для занятий».

....

[130] Е. Ф. Сабинин. М. В. Остроградский.— «Записки Новороссийского ун-та», 1882, **33**, стр. 62—63.

Панаев вспомнил один из таких эпизодов и рассказал о нем. «Однажды после экзамена Остроградский пришел в класс и сказал: „Я доволен — класс хороший, но все-таки никто из вас не решит одного интеграла, разве Лебедев“».

Все записали этот интеграл $\int\limits_0^\infty \frac{\sin x}{x}\, dx$ и горячо принялись за его вычисление. Ряд слушателей благополучно довел вычисления до конца, среди них был и Панаев. Если учесть, что слушателям было по 17—19 лет и они были слушателями военного учебного заведения, в котором математика была только средством, а не целью, то нам станет ясно, как высоко поднял Остроградский преподавание математики в нем.

Тот же педагогический прием отмечают А. Платов и Л. Кирпичев: «Профессор искусно поджигал самолюбие молодых людей».

В качестве главного наблюдателя за преподаванием математики Остроградскому приходилось много экзаменовать и присутствовать на экзаменах. Он и здесь не изменял своим педагогическим принципам: экзамен — не самоцель, а средство заставить учащегося понять суть дела, научиться логически мыслить, дать возможность самостоятельно воссоздать цельную картину научной дисциплины. Именно поэтому он на экзаменах спрашивал не то, что можно было выучить, а то, что требовало понимания. В своих воспоминаниях В. А. Панаев писал об этом так: «Я уже сказал, что Остроградский, по обыкновению, экзаменовал выпускной класс, который должен был поступить на его курс. Эти его экзамены висели, как Дамоклов меч, над головами выпускников. Характер его экзаменов наводил панический страх потому, что он пытал, главным образом, способность и сообразительность и не придавал большого значения тем вопросам, где могла играть большую роль память, т. е. тому, что можно было задолбить».

В некоторых воспоминаниях об Остроградском его облик искажается, и вместо глубоко мыслящего педагога, стремящегося передать учащимся знания, необходимые им для дальнейшей практической работы, вместо заботливого воспитателя, тщательно отбиравшего талантливую молодежь для научной деятельности, перед нашими глазами возникает фигура чудака (каким Остроградский никогда не был), не уважающего учащихся, сводящего свои лекции к дурному анекдоту. Такая фигура существовала лишь в воображении людей, обращающих внимание только на внешние чудачества и не способных за этим увидеть глубокие педагогические приемы, постоянное наблюдение за характером и знаниями своих учеников.

Так, например, в своей книге А. Платов и Л. Кирпичев говорят, что Остроградский «в оценке знаний был несправедлив и до чудачества оригинален», и в качестве подкрепления этой мысли приводят следующий эпизод. Одному слушателю было поставлено на экзамене 12 баллов потому, что его звали Цезарем. По окончании экзамена М. В. Остроградский обратился к нему и сказал: «Душенька, благодарите вашего папеньку, что он назвал вас Цезарем, а то не получили бы 12 баллов». Конечно, дело было не в том, что имя слушателя было Цезарь, а в том, что сам слушатель был выдающийся человек и это еще во время лекций было замечено Остроградским. Имя этого ученика навсегда вошло в историю культуры нашей страны — это был известный впоследствии военный инженер, профессор фортификации в академиях Военно-инженерной, Артиллерийской, Генерального штаба и в то же время один из крупнейших композиторов прошлого века — Цезарь Антонович Кюи.

Другой подобный же случай рассказан в книге Трипольского. «Однажды экзаменовался слушатель Эвальд. Остроградский, не спрашивая, поставил ему на экзамене высший балл, а когда тот удивился, он ответил: „Многое из математики не остается в памяти, но когда поймешь ее, тогда легко при случае вспомнить забытое; из обращения с вами я заметил, что вы поняли мой курс, а потому и ставлю вам без экзамена высший балл“» [131].

Этот эпизод полностью подтверждает высказанную нами точку зрения.

Нередко Остроградскому делали и такие упреки.

«При чтении своих лекций Остроградский любил от времени до времени развлечь своих слушателей каким-нибудь анекдотом или каламбуром. Эти вставки по большей части, впрочем, имели связь с содержанием самой лекции... Юмор его анекдотов передать нельзя. Здесь много значили фор-

....

[131] П. И. Трипольский. Указ. соч., стр. 68.

ма изложения, малороссийский акцент и игра физиономии. Для образчика приведем один из его рассказов.

«Еду я раз,— говорил он, по поводу ссылки одного из учеников на какой-то авторитет,— по Полтавской губернии и вижу: землемер работает. Я подошел к нему: что вы делаете? — Поле вымеряю.— Каким же это способом? — А видите: оно треугольное (а точно, это был прямоугольный треугольник), так я вымерю саженью ту и другую сторону, перемножу, разделю на 4800 и выйдет сколько десятин в поле.— Это очень любопытно, а может быть, и совершенно верно, но скажите, отчего же это так.— Тот думал, думал...— Так губернский землемер делает» [132].

Мы видим, что анекдот был рассказан Остроградским с глубоким смыслом, а не только для того, чтобы развлечь слушателей. Едва ли после этого случая у кого-нибудь вновь возникало желание заменить ссылкой на авторитет самостоятельную мысль или скрыть отсутствие собственного мнения.

Остроградский развивал идею необходимости введения элементов высшей математики в курс средней школы для развития у учащихся, так сказать, функционального мышления. Он в известной мере добился этого: в 1850 г. во всех четвертых общих классах кадетских корпусов было введено преподавание элементов высшей математики. Конечно, при этом Остроградскому пришлось преодолевать немалое сопротивление.

Остроградский считал, что основные понятия высшей математики должны стать достоянием подавляющего большинства грамотных людей. В этом отношении весьма характерно его высказывание в статье «Погрешности при вычислении процентов», написанной для широкого круга читателей.

«Рассмотрим же, какими формулами должно руководствоваться при вычислении сложных процентов. Вопрос этот можно решить на основании самых элементарных правил алгебры, но мы употребим дифференциальное ис числение, во-первых, для большей простоты, а во-вторых, чтобы оно мало-помалу распространилось на все классы читателей. Фраза: „Дифференциальное исчисление есть трансцендентный или высший анализ, доступный весьма

....

[132] А. Платов и Л. Кирпичев. Исторический очерк... стр. 151, примечание.

немногим“,— повторяемая со времени Лейбница, должна же, наконец, устареть. Что может быть проще дифференциального исчисления для читателей, хотя бы несколько знакомых с математическими науками?» [133]

У нас теперь имеются все основания заключить, что в таких основных вопросах, как введение элементов высшей математики в курс средней школы, развитие функционального мышления, установление связи математики с вопросами физики и естествознания, наглядность преподавания, учет возрастных особенностей учеников и т. п., Остроградский еще за 50 лет до Феликса Клейна высказывал и частично осуществил идеи, которые затем легли в основу известного международного движения за реформу преподавания математики. Глубоко ошибочным является мнение, будто только в 1900-е годы и только под влиянием идей Клейна в России начало развиваться движение за реформу преподавания алгебры в средней школе. В действительности, движение за реформу преподавания математики началось в России гораздо раньше XX в., и требования, предъявленные к преподаванию математики в России, шли дальше тех требований, какие выдвигались в Западной Европе.

Инициатором, вдохновителем и руководителем этого прогрессивного педагогического движения в России был М. В. Остроградский.

Средняя школа

В педагогической деятельности Остроградского значительное место занимает разработка методики элементарного курса математики. И в «общих классах» специальных военно-учебных заведений, и в кадетских корпусах Остроградскому по его должности главного наблюдателя за преподаванием математики надо было контролировать преподавание математических дисциплин средней школы. Сначала он был рецензентом программ и учебников, позже принял непосредственное участие в составлении программ, в выработке основных положений и инструкций для преподавателей и составителей учебников, наконец, сам взялся за составление учебников. Вся эта работа выполнялась для военных учебных заведений, но влияла на все дело средне-

[133] П. с. тр., т. III, стр. 312—313.

го математического образования в России. Все, что было связано с именем Остроградского, тогда не могло не обращать на себя внимания любого его соотечественника, соприкасавшегося с математикой.

Дидактические и методические установки, из которых исходил Остроградский, изложены в «Общей инструкции для составления учебных конспектов и программ военно-учебных заведений», вошедшей в официальное «Наставление для образования воспитанников военно-учебных заведений» [134]. Эта «Общая инструкция» — безымянный документ, но по стилю и содержанию она вполне может быть приписана Остроградскому и во всяком случае не могла быть составлена без его участия.

В инструкции сказано, что при переделке программ и определении объема и степени значения каждого учебного предмета нужно:

«1. Каждой науке, сверх главной ее цели, определить и положительную цель, для которой должна она быть преподаваема в военно-учебных заведениях.

2. Освободить каждую науку от ржавчины, которою затемняют ее и схоластика, и утопические умозрения, и каждую науку сосредоточить в один логический пункт простых, удобообчисляемых (а оттого и легкопонимаемых) истин.

3. Основы ее преподавания строить не на механическом труде памяти, а на развитии нравственном и умственном, и потому... утвердить преподавание каждой науки на главных ее устоях, а сии уже последние, где необходимо, подчинить сведениям важности второстепенной.

4. Иметь неослабно в соображении, что всем наукам, входящим в состав курса... кадету невозможно обучиться в полноте совершенной; что главная цель кадетского обучения состоит в том, чтобы дать воспитаннику прочное основание в науке, дабы при любви к труду, когда ум его впоследствии, с летами и опытом, разовьется, он мог уже себе сам идти далее без помощи посторонней; для чего и надобно всеми мерами приучать кадета к работе самостоятельной, вселять в него любовь к труду и уважению к науке, а самое учение сделать простым, живым, заманчивым, а не запутанным и не схоластическим.

....

[134] СПб., 1849; см. стр. 5—11. Черновик в ЦГВИА, ф. 725, оп. 1, д. 2432, лл. 20—29.

5. Все отвлеченные понятия пояснять, как только можно, и примерами, и задачами, и приложениями...

6. Всеми мерами стараться освободить науку от частей придаточных, не составляющих систематической ее сущности...

7. Новых неупорядоченных еще предложений в курс преподавания не вводить; это работа академий и университетов, а не училищ средних.

8. Все программы, конспекты и руководства тщательно приноровить к возрастам учащихся: детскому, отроческому и юношескому (курсы приготовительный, общий и специальный).

9. Резко обозначить переходы преподавания по возрастам.

10. Чтобы кадета или особенно даровитого, или особенно любознательного, или получившего особую к какой-либо науке наклонность не лишать возможности проходить каждую науку подробно — обозначать в выносках программ все статьи науки, в общую программу не вошедшие, а подробное развитие этих статей, не обязательных для общего экзамена, печатать в учебных руководствах мелким шрифтом.

11. Не упустить из виду, что способности и склонности воспитанников, как и вообще всех людей, неодинаковы, а потому во всех науках по мере возможности (в языках и искусствах непременно)... не сдерживать тех воспитанников, которые вырываются из общего уровня классной массы и заслуживают... идти далее и шире пределов, программою для их классов назначенных.

12. Улучшая программы на сих основаниях, действовать осторожно, дабы исключением каких-либо статей, повидимому, для военно-учебных заведений не необходимых, не разорвать общей связи науки и не поколебать самостоятельного ее достоинства.»

Надо признать, что после соответствующих, преимущественно редакционных, изменений эти пункты инструкции и сейчас заслуживают признания. Но как они осуществлялись Остроградским?

По геометрии Остроградский сам составил «Руководство начальной геометрии», изданное в трех выпусках (1855—1860 гг.). Это — полный курс средней школы.

Еще при предварительном рецензировании рукописи преподаватели военно-учебных заведений К. Л. Линден и

Л. С. Киндерев пришли к выводу, разбирая первую часть учебника, что она едва ли доступна для юношей 12—13 лет, начинающих учиться геометрии. О достоинствах учебника Линден писал в таких выражениях: «В научном отношении полнота, доходящая до излишка, математическая строгость и последовательность, какую редко можно встретить, смелая новизна, свежесть (если так можно выразиться) и порядок доказательств — все это ясно доказывает, что это создание более чем знатока-математика». Признавал научные достоинства учебника и Киндерев, но его общий вывод был таков: «Я вполне убежден, что г. Остроградский при составлении этого руководства совершенно потерял из виду или совсем не думал о возрасте и развитии способностей учеников, предназначенных учиться по этому руководству» [135].

Печатная рецензия Н. Г. Чернышевского (1855 г.) на первую часть учебника была хвалебной [136]; разбор первых двух частей, сделанный известным в то время педагогом В. П. Воленсом в 1862 г., заканчивался выводом, что «не может быть и речи о принятии этого руководства в пособие при преподавании» [137].

Последним из близких по времени откликов на геометрические учебники Остроградского был достаточно подробный разбор их в статье известного методиста В. А. Латышева «Исторический очерк русских учебных руководств по геометрии» [138]. Этот разбор Латышев заканчивает сопоставлением рецензий Н. Г. Чернышевского и Воленса и говорит: «Разница в рецензиях разительная и характерная для каждого периода, ярко обрисовывающая крайности и недостатки каждого из них». Сам Латышев, процитировав «Предуведомление» (к курсу II общего класса) Остроградского, чтобы познакомить читателя с его основными установками, называет книгу Остроградского самобытной. И далее читаем: «Благодаря таланту и знанию он написал прекрасную книгу, блестящую редкой глубиной и ясностью мысли, строгим и умелым ее развитием, но настолько богатую материалом, настолько полную, что ученик разве только

....

135 Отзывы сохранились в ЦГВИА, ф. 775, оп. 1, д. 2582.

136 «Современник», т. 53, № 9; см. также: Н. Г. Чернышевский. Полн. собр. соч., т. II. М., 1949, стр. 739—741.

137 Ж. «Учитель», т. 2, № 15, стр. 836—837.

138 «Педагогический сборник», кн. VI, СПб., 1879, стр. 652—658.

сможет уследить за ее содержанием, а сделать сам уже ничего не сможет: и уследить-то может он только при усиленном труде: отвлеченность содержания подавляет ученика». Латышев приходит к выводу, что руководство Остроградского может быть полезно для учителя «как образец обобщенного изложения всей науки», но оно «не может быть учебником». Он считает книгу Остроградского драгоценной уже по множеству беглых, но глубоких замечаний, очень полезной для учителя, но «ее совершенно неудобно употреблять как учебник именно вследствие особенностей изложения».

Но пора дать слово самому Остроградскому. Прежде всего обратимся к брошюре «Программа и конспект начальной геометрии для руководства в военно-учебных заведениях» [139], написанной им совместно с В. Я. Буняковским. Основные выдвигаемые там положения таковы:

1. «Изучение геометрии представляет две стороны, которые, может быть, обозначаются в ней резче, нежели в других пунктах. Цель умозрительная — развитие силы мышления и цель практическая — многоразличные приложения этой науки в общежитии».

2. Необходима четкая структура курса, а до сих пор учебники «более или менее напоминают своим видом сборники, хотя систематические, геометрических предложений». Поэтому предлагается деление на две части — плоскую и пространственную геометрию; каждую часть предлагается делить на разделы (в первой части — лонгиметрия и планиметрия, во второй — плоскость, прямая и плоскость, стереометрия), а в каждом разделе изучать геометрические образы в порядке их усложнения.

3. Определения вводить только по мере надобности и так, «чтобы возможность определяемого предмета не подлежала никакому сомнению»; не пытаться определять «простые, первоначальные идеи, не подлежащие определению»,— и не вводить в курс геометрии общих положений вроде «два количества, равные третьему, равны между собою» и т. п.

4. Предпочитать доказательства прямые, так как «умствование, основанное на приведении к противоречию, хотя, конечно, убеждает разум, но не просвещает его в такой степени».

---

139 СПб., 1851.

5. Пользоваться методом бесконечно-малых (при определении длины окружности, площади круга, других площадей, объемов).

6. Оживлять изложение экскурсами в историю математики.

В своем «Предуведомлении» к первой части «Руководства начальной геометрии» Остроградский писал:

«Сочинение это отличается от других руководств по той же науке: развитием основных начал, порядком теорем и способом доказательств. Автор имеет в виду приблизить изложение истин начальной геометрии к способам, употребляемым в других частях математики, а потому разместил предложения в порядке, который показался ему наиболее соответствующим предложенной цели. Однако ж он не посмел, в первой попытке, войти в решительное состязание с изложением, которому Эвклид представил образец и которое употребляется более двадцати веков. Но если первый опыт будет одобрен, то в последующих изданиях автор поступит с большею решительностью и введет в начала науки все изменения, необходимые для совершенного выполнения сейчас указанной мысли. Теперь же только некоторые предложения доказаны способом аналитическим и без пособия фигур, т. е. дан алгебраический характер только некоторым частям геометрического изложения.

Что касается до подробностей в объяснении предмета и оснований науки, предположений, на которых она основана, и начальных ее истин, то некоторые из этих подробностей, а может быть и все, могут показаться бесполезными. Автор имел в виду избежать недостатка противного, т. е. неполноты объяснений. Он полагает, что составители курсов начальной геометрии, по примеру Эвклида, слишком сократили этот важный предмет и тем самым могли породить в идеях и неправильные взгляды на основные начала науки.

Эвклид не подлежит упреку, в его время геометрия была предметом изучения в возрасте зрелом, но подобное оправдание не относится к писателям нашего времени, когда наука вошла в состав преподавания элементарного.

Некоторые из предложений также могут показаться, и даже уже показались, излишними; автор просит не произносить подобного приговора, не вникнув совершенно в вопрос: что следует принять как необходимое допущение и что должно доказать. Вы, например, спросите: начерченная линия прямая или нет? Нет, отвечают вам, это видно. В практике такое решение достаточно, но в началах науки свидетельство глаза не принимается. Где был бы конец допущениям, основанным на показании чувств? Пусть докажут, что проведенная линия не имеет свойств прямой, и тогда только убедят нас неоспоримо, что она не прямая.

Впрочем, автор, понимая всю трудность составления элементарного курса, весьма далек от мысли, чтобы предлагаемое им руководство было вполне удовлетворительно».

Рассмотрим теперь несколько подробнее первые две части учебника, наиболее оригинальные.

В вводной части учебника автор останавливается на понятии пространства, впрочем, не определяя его: это понятие рассматривается как первоначальное. Любопытно, что, определив геометрию как учение о свойствах форм (вообще говоря, пространственных) и об их измерении, Остроградский подчеркивает, что под это определение не подходит понятие о точках, которые все же являются предметом геометрии. Но когда речь идет о точках, для исследования предмета нет, так как все точки одинаковы. Следующий образ — линии. Надо начать с простейшей, и такой будет та линия, которая определяется двумя точками, если такая линия существует. В последнем случае геометрия будет наукой действительной, если же такой линии нет — геометрия будет наукой отвлеченной, и польза ее будет заключаться в том, что она как умственное упражнение изощряет наши способности.

Исходя из определения прямой, Остроградский подробно ее исследует, что занимает у него двадцать страниц, и доказывает при этом такие утверждения: прямая имеет два противоположных направления и продолжение каждого из них вполне определенное; прямые, имеющие две общие точки, совпадают; беспредельная прямая не может заключаться в ограниченном пространстве. С такою же полнотой исследуется понятие угла и излагается теория параллельных и наклонных линий. Постулат о параллельных берется в форме: через каждую точку вне прямой можно провести одну прямую, ей параллельную.

После этого Остроградский переходит к выводу общих свойств многоугольников, а о свойствах треугольников и четырехугольников речь идет как о частных случаях. Заметим, что, говоря о многоугольниках, Остроградский подробно рассматривает свойства выпуклых ломаных.

Затем, прежде чем переходить к окружности, Остроградский, верный своей системе изложения, подвергает исследованию кривые вообще. Кривая линия толкуется как граница, разделяющая плоскость на две части так, что если точки одной части плоскости имеют определенное свойство, то точки другой части плоскости имеют противоположное свойство. Как примеры кривой линии рассматриваются сперва парабола, а затем окружность. Парабола определяется следующим образом: «Парабола есть линия, разделяющая плоскость на две части, из которых в одной — каждая точка далее отстоит от данной прямой — от директрисы, нежели от данной точки — от фокуса, а в другой, напротив, все точки ближе к директрисе, нежели к фокусу». Далее на основе этого определения выводятся свойства параболы. Устанавливается, что «через каждую точку параболы можно провести не пересекающую ее прямую, но только одну», и указывается метод построения таких прямых. Затем каждой точке директрисы приводится в соответствии точка параболы и на основе этого дается способ построения параболы.

После рассмотрения других примеров кривых дается при помощи подробного рассуждения понятие об «общем способе задания кривых» и устанавливается различие между способом заданий кривых в аналитической и синтетической геометрии. Теперь вводятся в рассмотрение секущие и хорды. Касательная определяется как «прямая, имеющая с кривой общую точку и в этой точке ее не пересекающая» [140].

....

[140] Нельзя считать такое определение касательной удовлетворительным; оно исключает случай касательной к кривой в точке перегиба и пригодно для прямых, проходящих через угловую точку и не пересекающих кривую. Однако из найденных архивных материалов видно, что Остроградский настаивал на таком определении. В инструкции 1852 г. для преподавателей математики Института корпуса инженеров путей сообщения Остроградский писал: «Лучшее, по мнению моему, определение касательной то, что эта прямая линия, имея общую точку с кривой, не пересекает последней в смежности с этой точкой. Общепринятое определение касательной, как предела секущих, в сущности не разнится от предлагаемого мною, но не представляет надлежащей ясности». Далее Остроградский предложил вывод уравнения касательной в соответствии с принятым определением.

Видимо, Остроградский предпочитал свое определение касательной, не пользующееся предельным переходом, как «статичное» и, следовательно, более наглядное. Что же касается угло-

Рассматривая расположение точек относительно касательной в непосредственной близости от точки касания, Остроградский вводит понятия кривизны, выпуклости, вогнутости кривой. Здесь особый интерес представляют рассуждения автора о существовании касательной в точке кривой; о точках, в которых нет касательной. Затем последовательно доказываются теоремы, выясняющие общие свойства кривых.

Свойства окружности, в значительной части, автор непосредственно получает из рассмотренных общих свойств выпуклых замкнутых кривых.

Здесь, кроме теорем и предложений, приводимых в учебниках этого периода, дается ряд других теорем, вроде таких: круглая линия допускает касательную в каждой из своих точек и в каждой только одну; нормаль, проведенная из точки встречи двух касательных, делит пополам угол между этими прямыми, и др.

Кроме того, Остроградский здесь же рассматривает все случаи взаимного расположения двух окружностей.

Все метрические отношения в этом отделе опущены. Лишь в следующем отделе, где рассматривается общая теория пропорциональности, в качестве примера доказывается пропорциональность углов дугам. Говоря о метрической части геометрического курса Остроградского, следует подчеркнуть, что, выводя формулу для длин окружностей и площадей кругов, он следует приемам Архимеда, избегая явного применения понятия о пределе.

Все же надо думать, что Остроградский выдержал единство изложения: всегда начинал с общего, потом переходил к частным случаям. Ему приходилось вкраплять во многих местах утверждения с их доказательствами и в обычном стиле школьных руководств. С другой стороны, Остроградский не стремился сделать изложение исключительно аналитическим, и в этом отношении адресованные ему упреки не имеют оснований. Конечно, он хотел значительно усилить аналитический элемент, но сохранял вместе с тем обычную, так сказать, геометрическую речь.

Вполне понятно, почему учебник Остроградского не привился в средней школе. Не следует, однако, умалять значения «Руководства». Оно явилось пособием для учите-

....

вых точек и других особенностей, то они, возможно, исключались из рассмотрения соответствующими ограничениями.

лей математики и для авторов более поздних учебников по геометрии.

С каких же позиций нам следует теперь подойти к учебнику Остроградского? Бесспорно, дидактически — это неудача, крупная неудача его автора. Учить по нему детей нельзя сейчас, нельзя было и раньше. К тем недостаткам, которые указаны рецензентами, надо добавить, что язык книги очень тяжел — даже для времени, когда она была написана. Однако надо обратить внимание на то, что книга содержит разъяснение ряда положений топологического характера и дает некоторые сведения, которые и сейчас не включаются в элементарный курс геометрии, хотя фактически ими пользоваться приходится. В этом отношении Остроградский, правда, с большими дидактическими погрешностями, в известной мере решает задачу сближения курса средней школы с практикой и с курсом высшей школы. Совершенно справедливо, что его учебник недопустимо отвлечен для учеников 11—12—13 лет. Но то, что было привнесено им в традиционный курс, вполне доступно в подходящем изложении в старших классах и может служить для дальнейшего развития логического мышления учащихся. Между тем наши систематические учебники геометрии до сих пор пишутся так, что уровень требований к учащимся и седьмых и десятых классов один и тот же. Поэтому некоторые части книги Остроградского заслуживают и сейчас пристального внимания. Говоря это, мы не смотрим на нее как на книгу для учителя — в этом отношении она вполне устарела. Но она может кое-что подсказать при переработке, коренной переработке учебников геометрии, если признать, что такой учебник для средней школы должен решать две задачи: 1) дать геометрические сведения в объеме, нужном для практики, но вместе с тем так, чтобы эти сведения соответствовали нынешнему построению и пониманию этой науки; 2) излагать предмет, изучаемый несколько лет, не единообразно, а заставляя учащегося переходить несколько раз в его умственной работе с одной ступени на следующую, более высокую. Но со всем этим мы должны признать, что учебник геометрии — самое слабое в дошедшем до нас педагогическом наследии Остроградского.

«Программу и конспект по тригонометрии для руководства в военно-учебных заведениях»[141] Остроградский

[141] СПб., 1854.

написал единолично. До этого, в 1849 г., при его участии была разработана более обширная программа, состоявшая из четырех отделов: 1-й — тригонометрические линии, 2-й — решение треугольников, 3-й — задачи, основанные на решении треугольников, 4-й — о проекциях. В программе 1851 г. (она была утверждена в 1852 г. и, в основном, воспроизведена в 1857 г.) надо было пойти на сокращения, так как на тригонометрию по новому учебному плану отводилась только одна лекция в неделю в течение одного учебного года. Поучительно познакомиться с тем, как Остроградский решил эту задачу.

Главная идея, положенная в основу программы,— устранить из курса все «тренировочно-математическое», подчинить отбор материала главной цели — ознакомлению с тригонометрическими величинами (термин программы, мы бы сейчас сказали — функциями) и их основными свойствами, имея в виду решение треугольников, что и составляет предмет тригонометрии в понимании М. В. Остроградского.

Поэтому нужно как можно раньше ввести тригонометрические таблицы и перейти к решению треугольников. Задачи во второй части отобраны из применений тригонометрии к измерениям на местности, для будущих военных это имело непосредственно практическое значение.

В конспекте, следующем за программой, согласно инструкции, которую мы выше цитировали, надо было объяснить, «какой отдел науки, в каком объеме, с какой целью должен быть преподаваем; указать учителю наиболее полезные приемы обучения, поименовать сочинения, знание которых ему необходимо, и обозначить резко главные точки опоры каждой науки».

Конспект Остроградского, действительно, давал такие сведения учителю, за вычетом литературы (потому что подходящих для разработанной программы учебников и руководств не было). Весьма убедительно показано, почему надо обратиться к новому, тригонометрическому методу решения треугольников, и очень хорошо разъяснено, чем обусловлено использование тригонометрических таблиц определенного вида.

В целом новая программа и конспект, составленные в духе цитированной «общей инструкции», удачно решают те задачи, которые были поставлены в специальной «Инструкции для составления конспектов и программ по математическим наукам для военно-учебных заведений»[142]. В этой инструкции указывалось, что «в математический курс военно-учебных заведений должно войти исключительно все то, что составляет основную сущность науки и что ведет к исчисленным выше применениям» (т. е. в области военного дела и для получения высшего специального образования). И далее: «На сем основании, при предстоящей переделке программ и составлении конспектов, должно:

1) Упростить программу математики до возможной степени, не колебля однако же достоинства и стройности науки...

2) В конспекте не только определительно указать учителям самую методу обучения, но изложить подробно, как бы в руководстве, главные основания переходов науки...»

По Остроградскому, как уже указано, основная задача тригонометрии — решение треугольников. Прямоугольные треугольники решаются непосредственно при помощи таблиц и самых простых правил пропорции. Для решения косоугольных треугольников требуется изучение некоторых свойств тригонометрических функций и некоторых аналитических соотношений между ними.

Обычно этому изучению авторы посвящали специальные предварительные главы, в которых выводили формулы приведения, формулы сложения, деления и умножения углов, формулы преобразований суммы и разности синусов, косинусов, тангенсов, котангенсов к виду, удобному для логарифмирования, а с их помощью доказывали теоремы, необходимые для решения треугольников.

Остроградский считает такое изложение методически неприемлемым, ибо оно отрывает внимание учащихся от основной, непосредственной задачи тригонометрии, и предлагает строить курс так, чтобы «не терять из виду ни на один момент предмета тригонометрии». Поэтому он рекомендует все необходимые теоремы и формулы выводить непосредственно в процессе решения треугольников и из самих треугольников. Для этой цели он предложил некоторые собственные, весьма остроумные доказательства.

Теорема синусов выводится просто и изящно с помощью выражения сторон треугольников через диаметр

[142] «Наставления для образования воспитанников военно-учебных заведений». СПб., 1848, стр. 145—156. Черновик в ЦГВИА, ф. 725, оп. 1, д. 2432, лл. 122—141.

описанной окружности — доказательство, сохранившееся до наших дней. Теорема котангенсов, формулы для выражения тангенсов половинных углов — через стороны треугольника, так называемые формулы Мольвейде и др. выведены с помощью рассмотрения данного и вспомогательных треугольников, стороны которых в зависимости от задачи равны сумме или разности сторон данного треугольника.

Для доказательства всех теорем и формул Остроградский пользуется одной исходной фигурой, состоящей из данного косоугольного треугольника и двух вспомогательных линий. Остальные аналитические выражения между тригонометрическими функциями, формулы сложения, вычитания, формулы преобразования сумм и разностей синусов, косинусов, тангенсов и котангенсов в произведения и др.— вытекают как следствие из предыдущих формул решения треугольников.

Курс Остроградского выгодно отличается от многих других компактностью, цельностью и ясностью изложения материала, а также остроумием доказательств.

Вместе с тем Остроградский сильно сократил содержание курса школьной тригонометрии.

Чем же объяснить, что Остроградский так сузил курс тригонометрии и обеднил в некоторой мере идейную сторону предмета?

Остроградский, конечно, видел важнейшие недостатки учебников тригонометрии. Определив тригонометрию как науку, имеющую своей единственной целью указать способы решения треугольников, авторы загромождали курсы большим количеством формул и предложений, не имеющих отношения к главной и, собственно, единственной задаче. Формулы приводились в большом количестве, а теории тригонометрических функций по существу не было. Не приводились графики тригонометрических функций, не рассматривались тригонометрические уравнения и обратные круговые функции, не давались указания на какие-либо другие приложения, кроме решения треугольников. Значительная часть содержания этих учебников, таким образом, повисла в воздухе.

В своей «Заметке о руководстве по тригонометрии» (1851 г.) [143] Остроградский подчеркивает, что он решил

[143] Сборник, стр. 107—108.

«ни на одно мгновение не упускать из виду предмета тригонометрии», поэтому в учебник он предложил включить только то, что необходимо для решения основной задачи тригонометрии. Структура, содержание курса, характер доказательств подчинены этой единственной задаче.

Но остается непонятным, почему Остроградский, боровшийся за приближение методов элементарной математики к методам высшей, за внедрение элементов высшей математики в курсы средней школы, так ограничил цели изучения тригонометрии. Почему он не превратил тригонометрию из науки о решении треугольников в науку, посвященную изучению тригонометрических функций и их приложений, в том числе и приложений к решению треугольников?

Ответ на этот вопрос, на наш взгляд, следует искать в тех специфических условиях, в которых находились в то время военно-учебные заведения. Остроградский был связан положениями уже цитированного «Наставления» главного начальника военно-учебных заведений, где, в частности, сказано: «Исследования же, служащие только подробнейшему развитию какой-либо теории, также изыскания, полезные только в высших отраслях прикладной математики, должны быть из курса исключены».

Тригонометрия преподавалась в военно-учебных заведениях с целью сообщения учащимся сведений, необходимых для успешного прохождения курсов: артиллерии, фортификации, топографии и др. Курс Остроградского был по необходимости подчинен этой задаче.

Но, чтобы расширить и углубить познания учащихся кадетских корпусов в области тригонометрии, Остроградский ввел в курс математики высших военно-учебных заведений раздел, посвященный изучению тригонометрических и обратных круговых функций. В составленной им «Инструкции для преподавателей математики Института корпуса инженеров путей сообщения» (1853 г.) [144] Остроградский предлагает предпослать курсу дифференциального и интегрального исчисления подробное изложение свойств тригонометрических и обратных круговых функций с чисто функциональной точки зрения. Он предлагает также рассмотреть представление комплексных чисел в тригонометрической форме и вывод с помощью теоремы

[144] Сборник, документ CIX, стр. 325 и сл.

Моавра формул синусов и косинусов кратных дуг. Причем, указывает Остроградский, «обзор и исследование аналитических формул (алгебры, тригонометрии) преподаватель разовьет до такой степени, чтобы воспитанники могли получить ясную идею о возможности общей теории функций».

Представляют интерес некоторые методические соображения, содержащиеся в «Программе и конспекте тригонометрии».

Чтобы добиться положительного отношения учащихся к изучаемому предмету, преподаватель, по мнению М. В. Остроградского, должен создать у учащихся отчетливые представления о целях, возникающих перед ними при изучении того или иного раздела программы. Он рекомендует преподавателям сначала объяснить, зачем нужна тригонометрия, какие задачи она решает, почему нельзя обойтись для решения треугольников методами начальной геометрии, что принципиально нового дает тригонометрия по сравнению с геометрией. Затем следует указать в общих чертах, какими методами тригонометрия решает основные свои задачи, и лишь после этого переходить к систематическому изложению материала.

В соответствии с программой и взглядами Остроградского был составлен, во втором издании 1857 г., учебник тригонометрии Ф. И. Симашко [145]. В письме от 25 февраля 1850 г. начальнику штаба главного управления военно-учебных заведений генералу Ростовцеву [146] Остроградский сообщал: «Курс тригонометрии, составленный учителем Симашко, я возвратил автору. Тригонометрия будет изложена в виде, совершенно отличном от обыкновенного, и... г. Симашко приступил с охотою и с полным убеждением не к переделке прежнего своего курса, но к составлению совершенно нового учебника...» В архиве [147] сохранилось много писем Остроградского относительно редактирования второго издания учебника Симашко. Рецензировали учебник Буняковский и Перевощиков, окончательное заключе-

---

[145] Симашко Франц Иванович (1811—1892) слушал лекции Остроградского в Морском кадетском корпусе, с 1839 г. преподавал математику в военно-учебных заведениях; автор ряда учебников по математике. В 1886 г. его «Тригонометрия» вышла третьим изданием, переработанным для гимназий.

[146] ЦГВИА, ф. 725, оп. 1, д. 2440, лл. 73, 84.

[147] Там же, д. 2446.

ние, содержавшее ряд дополнительных указаний, давал опять-таки Остроградский. Учебник Симашко долгое время был в употреблении.

Работа Остроградского над перестройкой курса тригонометрии представляется заслуживающей внимания и в наше время. Почему? Во-первых, потому, что задачи, стоявшие перед Остроградским, заключались прежде всего в удалении из курса устаревшего материала и отборе оставляемого материала в возможно меньшем объеме с сохранением при этом как всего важного для практических применений, так и логической стройности. Время от времени такой пересмотр учебных дисциплин необходим и сейчас, в совершенно других общественных условиях, при гораздо более высоком уровне развития теоретических и прикладных наук. Во-вторых, многое в общих методических и дидактических установках, из которых исходил Остроградский, на наш взгляд, остается в силе и сейчас. Поэтому полезно познакомиться с проделанной Остроградским большой и до сих пор мало освещенной в литературе работой.

По алгебре Остроградский предполагал написать учебник,— это доказывают его рукописи из Киевского фонда, в которых есть несколько отрывков по элементарной алгебре, и рукопись в Архиве Академии наук СССР о квадратных уравнениях и об извлечении квадратных корней из чисел. Эти рукописи относятся, по-видимому, к последним годам жизни ученого. Две таблицы по алгебре есть среди «Политехнических таблиц», которые Остроградский начал издавать совместно с Блумом.

Как ни отрывочен и скромен по объему этот материал, он заслуживает упоминания, потому что и тут мы находим оригинальные приемы изложения. Остроградскому удается своеобразно (и удачно) изложить даже такой вопрос, как решение уравнения второй степени.

Именно, пусть имеется уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ и допустим, что оно имеет корень α, т. е., что $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$. Вычтя почленно эти равенства и разложив полученное выражение на множители, получим $a(x - \alpha) \times (x + \alpha + a/b)$, откуда заключаем, что существует второй корень $\beta = -\alpha - b/a$ и исходный квадратный трехчлен разлагается на множители: $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha) \times (x - \beta)$. Это дает зависимости $\alpha + \beta = - b/a$ и $\alpha\beta = c/a$, что позволяет получить $(\alpha - \beta)^2 = \dfrac{b^2 - 4ac}{a^2}$, откуда

$\alpha - \beta = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{a}}$. Стало быть, получаем окончательные выражения корней через коэффициенты.

Мы рассказали в этой главе о том, что сделал Михаил Васильевич Остроградский для средней школы. Это — сравнительно небольшая часть его педагогической деятельности, но в истории математического образования нашей страны она занимает видное место. Десятилетиями сказывалось благотворное влияние Остроградского: в деятельности непосредственно воспитанных или отобранных им математиков-педагогов, через учебники и учебные пособия, написанные под его влиянием или при его непосредственном участии как редактора, рецензента, консультанта. И сейчас в этой части его педагогического наследия можно найти много отдельных интересных замечаний, предложений, выводов.

Однако главное — не в частностях, а в том живом духе, который ощутим во всем педагогическом наследии Остроградского. Не раз и не два он возвращается к вопросу о математическом языке, разъясняет его сущность и значение, критикует определения, сводящиеся к подстановке вместо одних слов других.

Остроградский — против формализма в преподавании и за развитие самостоятельности учащихся, против заучивания и за воспитание навыков математического мышления, против отвлеченности и за «практические приспособления» математики.

Высшая школа

Основным делом Остроградского-педагога было преподавание высшей математики и теоретической механики. Мы располагаем несколькими курсами его лекций: печатными, литографированными, рукописными, сохранившимися в архивах программами, которые он составлял, и другими архивными документами, характеризующими Михаила Васильевича Остроградского как деятеля высшей школы. Среди этих документов — «Инструкция для преподавателей математики и механики Института корпуса инженеров путей сообщения», на которую мы уже ссылались. Она написана Остроградским в связи с введением новых программ по математике и теоретической механике и, по-видимому, в ней изложены взгляды ее автора, которые можно считать итоговыми.

В «Инструкции» Остроградский рассматривает следующие предметы: сферическую тригонометрию, дифференциальное исчисление, высшую алгебру, интегральное исчисление, аналитическую геометрию и аналитическую механику. О сферической тригонометрии он пишет, что здесь, в силу простоты и ограниченности предмета, вопрос стоит лишь о выборе «между двумя способами изложения — аналитическим и синтетическим». Он отдает преимущество аналитическому — «как по простоте его, так и потому, что он согласнее другого способа с духом преподавания большего числа частей математики в институте». В качестве руководства рекомендуется мемуар Лагранжа из «Journal de l'École Polytéchnique, Cahier VI». «Мемуар этот следует перевести на русский язык, присовокупить некоторые упрощения весьма незначительного объема и по нему преподавать».

Весьма интересна такая установка Остроградского: «Два следующих предмета: дифференциальное исчисление и высшую алгебру я полагаю соединить в один и поручить одному преподавателю, даже было бы весьма полезно присовокупить к ним и часть аналитической геометрии, чтобы приложением к ней можно было пояснять основные идеи дифференциального исчисления». Если первое положение — о «слиянии» дифференциального исчисления и высшей алгебры — фактически осуществлено в современных курсах анализа для наших втузов, то присоединение к ним аналитической геометрии — не формальное объединение в руках одного преподавателя, а включение по сути — до сих пор не проведено. К сожалению, это лишь ненужная дань традиции. Безусловно, курс высшей математики втузов выиграл бы в компактности и идейной цельности, если бы исследование геометрических образов производилось средствами анализа бесконечно-малых с использованием координатного метода, знакомого в основном уже со средней школы, и стало бы органической его частью. Преобразование координат нашло бы свое место как целесообразный прием предварительного упрощения уравнений при исследовании геометрических мест. Изложение образов первого порядка не было бы так гипертрофировано, что тоже делается в угоду традиции, а кривые и поверхности второго порядка были бы изучены полнее и быстрее, если лишить их ореола особой части науки. Процитированное место «Инструкции» говорит о том, что свыше ста лет тому назад Остроградский имел в виду такое, если угодно, развенчание традиционной аналитической геометрии.

Остроградский затем подчеркивает, что следует изложить «важный предмет элементарного алгебраического анализа, выпущенный в видах сокращения из программы военно-учебных заведений: мы говорили о непрерывных дробях». Дальше, при построении дифференциального исчисления, следует начинать, по Остроградскому, с обзора функций (алгебраических, логарифмических, тригонометрических), «добавить к ним обратные тригонометрические и объяснить мнимые величины», вывести теорему Моавра, показать ее применения — все это сейчас обычно. Но во времена Остроградского введение мнимых величин не было еще стандартным. Кроме того, Остроградский подчеркивает основную идею такого введения в анализ: «Воспитанники, получив ясную идею об общей теории функций, будут достаточно приготовлены к изучению дифференциального исчисления». Он обращает внимание и на то, что «преподаватель отнюдь не должен упустить из виду нахождение численных величин функций при помощи логарифмических и тригонометрических таблиц, а постарается, напротив, пояснить это нахождение примерами, прилично выбранными и в достаточном числе».

В качестве основы при изложении собственно дифференциального исчисления Остроградский предлагает взять «развертывание приращения функции, происшедшего от изменения переменной независимой, по степеням последнего». При этом «вид развертывания, о котором говорим, следует допустить без предварительного доказательства, как истину, оправдываемую впоследствии всеми из нее выведенными заключениями, которые вообще не приведут к противоречию, что непременно бы случилось, если бы предположенный вид развертывания был несправедлив».

Мы узнаем здесь положения, идущие от работ Лагранжа по обоснованию анализа бесконечно-малых. То, что Остроградский принимает без доказательства основное положение, не является ущербом для логики изложения: по сути, принятие этого положения является определением того класса функций, к которым применяется метод анализа бесконечно-малых. Заслуживает внимания конец процитированной выше фразы: «...которые вообще не приведут к противоречию...» Обосновывал ли как-то это утверждение Остроградский? Вряд ли, скорее здесь имеется в виду ссылка на все известные результаты математического анализа. Иначе это можно понять как подход к доказательствам непротиворечивости — для того времени совершенно необычное явление.

Говоря о высшей алгебре, Остроградский более подробно останавливается на отделении (несоизмеримых) корней, так как в учебной литературе этот вопрос не изложен должным образом. По его мнению, лучший способ решения уравнений «состоит из приличного соединения трех способов: Ньютона, Лагранжа и Фурье». Метод Штурма Остроградский, видимо, считает имеющим лишь теоретическое значение и не упоминает его. Его подход к вопросу лучше всего передать его же словами: «Составитель руководства обратит все внимание на то, чтобы от каждого из этих способов заимствовать только необходимое, и сделает все упрощения и перемены, служащие к облегчению практических применений, на которые геометры, предложившие способы, о которых говорим, нигде не указали».

Как сказано, аналитическую геометрию Остроградский хотел видеть включенною в курс анализа. В связи с этим он вводит в ее программу общую теорию плоских кривых — определение их хорд, центров, диаметров, осей, касательных, нормалей, подкасательных, поднормалей, бесконечных ветвей и асимптот, кривизны (что практически возможно лишь при применении методов дифференциального исчисления); свойства кривых 2-го порядка, равно как двух — трех кривых 3-го и 4-го порядка, предполагается излагать после перехода «к частностям». Хочется повторить, что это — наиболее естественный и экономичный путь, и только странный и архаичный «пуризм» заставляет доныне сохранять в качестве отдельной учебной дисциплины «строго финитное» изложение свойств алгебраических образов первых двух порядков.

Отметим еще одно методическое замечание Остроградского, относящееся к изложению геометрической части курса. Он указывает, что, «приступая к этому изложению, небесполезно повторить из начальной геометрии о свойствах прямых и плоскостей, рассматриваемых в пространстве, и потом уже показать, каким образом алгебраический анализ выражает прямые и плоскости посредством координат и как он разрешает относящиеся сюда вопросы...».

Группировка предметов, которая предложена в «Инструкции», соответствует взглядам ее автора на высшую математику. В «Лекциях алгебраического и трансцендентного анализа», изданных в 1837 г., дано такое разделение математического анализа на три части: 1) алгебраический анализ; 2) теория чисел; 3) трансцендентный анализ. Как представлял себе Остроградский ту часть алгебраического анализа, которая является собственно алгеброй, т. е. занимается решением алгебраических уравнений и теорией алгебраических функций, показывают нам упомянутые выше «Лекции...», в них же содержится небольшой курс элементарной теории чисел [148]. Та часть алгебраического анализа, куда должно было войти дифференциальное исчисление, если она и была в курсе 1837 г., до нас не дошла. Позже Остроградский стал составлять учебник по дифференциальному и по интегральному исчислению для Морского корпуса. Был ли этот учебник закончен, неизвестно; часть его была напечатана, однако ни одного экземпляра не сохранилось. В этом курсе Остроградский, видимо, строил изложение на теории пределов по Коши. Вероятно, это тот учебник, с которым весьма своеобразным способом познакомилась Софья Васильевна Ковалевская. Вот что она рассказывает об этом в книге «Воспоминания детства» [149].

«Говоря об этих первых моих соприкосновениях с областью математики, я не могу не упомянуть об одном очень курьезном обстоятельстве, тоже возбудившем во мне интерес к этой науке. Когда мы переезжали на житье в деревню, весь дом пришлось отделать заново и все комнаты оклеить новыми обоями. Но так как комнат было много, то на одну из наших детских комнат обоев не хватило, а выписывать-то обои приходилось из Петербурга; это было целой историей, и для одной комнаты выписать решительно не стоило. Всё ждали случая, и в ожидании его эта обиженная комната так и простояла много лет, с одной стороны оклеенная простой бумагой. Но, по счастливой случайности, на эту предварительную оклейку пошли

---

148 См. статью И. Г. Башмаковой и Л. А. Сорокиной «О лекциях по алгебраическому анализу М. В. Остроградского» (Сборник, стр. 137—151).

149 М.— Л., 1951, стр. 53.

именно листы литографированных лекций Остроградского о дифференциальном и интегральном исчислении, приобретенные моим отцом в молодости.

Листы эти, испещренные странными, непонятными формулами, скоро обратили на себя мое внимание. Я помню, как я в детстве проводила целые часы перед этой таинственной стеной, пытаясь разобрать хоть отдельные фразы и найти тот порядок, в котором листы должны бы следовать друг за другом. От долгого, ежедневного созерцания внешний вид многих из формул так и врезался в моей памяти, да и самый текст оставил по себе глубокий след в мозгу, хотя в самый момент прочтения он и остался для меня непонятным.

Когда много лет спустя, уже пятнадцатилетней девочкой, я брала первый урок дифференциального исчисления у известного преподавателя математики в Петербурге Александра Николаевича Страннолюбского, он удивился, как скоро я охватила и усвоила себе понятия о пределе и о производной «точно я наперед их знала». Я помню, он именно так и выразился. И дело, действительно, было в том, что в ту минуту, когда он объяснял мне эти понятия, мне вдруг живо припомнилось, что все это стояло на памятных мне листах Остроградского, и самое понятие о пределе мне показалось давно знакомым».

В некоторой мере можно представить себе, как излагал Остроградский дифференциальное исчисление, по книге В. Беренса[150].

Автор учебника был учеником Остроградского и пользовался его лекциями и советами. В предисловии В. Беренс оговаривает, чтó в его книге принадлежит Остроградскому «по мысли изложения». Среди этих пунктов есть то, что нам знакомо по напечатанным работам, напр., способ выделения кратных множителей многочленов и то, что теперь обнаружено в рукописном архиве Остроградского, например, способ введения числа e[151].

....

[150] В. Беренс. Курс дифференциального исчисления. СПб.. 1849; изд. 2, расширенное и отчасти переработанное — 1858.

[151] Ищем такое основание $e>0$ системы логарифмов, чтобы для каждого $x>0$ было $\log x \leqslant x-1$ (a). Заменим x на $\frac{1}{x}$. Тогда должно быть $\log x \geqslant \frac{x-1}{x}$ (b). Ограничимся $x>1$, пос-

Есть методически интересные приемы, которые сохранились только в изложении Беренса, например, выводы производных некоторых функций [152].

....

ле чего при замене x на $\frac{1}{x}$ система двух неравенств (a) и (b) остается без изменений. Итак, пусть $x = 1 + \frac{1}{\omega}$, $\omega > 0$. Из (a) и (b) следует, что $\frac{1}{\omega+1} < \log\left(1 + \frac{1}{\omega}\right) < \frac{1}{\omega}$, откуда $\frac{1}{e^{\omega+1}} < 1 + \frac{1}{\omega} < e^{\frac{1}{\omega}}$, или, в иной записи, $\left(1 + \frac{1}{\omega}\right)^{\omega} < e < \left(1 + \frac{1}{\omega}\right)^{\omega+1}$. Остается показать, что существует $\lim \left(1 + \frac{1}{\omega}\right)^{\omega}$, так как $\left(1 + \frac{1}{\omega}\right)^{\omega}$ и $\left(1 + \frac{1}{\omega}\right)^{\omega+1}$, очевидно, имеют общий предел при $\omega \to \infty$.

[152] Приведем здесь вывод производной от функции $y = \operatorname{arc\,tg} x$.

Пусть $0 < y < \frac{\pi}{2}$, тогда $\sin y < y < \operatorname{tg} y$, или, в иной записи,

$$\frac{\operatorname{tg} y}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 y}} < y < \operatorname{tg} y, \text{ т. е.}$$

$$\frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} < \operatorname{arc\,tg} x < x, \text{ что напишем в виде}$$

$$\frac{x}{\sqrt{1 + 1 \cdot x^2}} < \operatorname{arc\,tg} x < \frac{x}{\sqrt{1 + 0 \cdot x^2}}$$

Поэтому

$$\operatorname{arc\,tg} x = \frac{x}{\sqrt{1 + \theta x^2}}, \text{ где } 0 < \theta < 1,$$

и мы можем написать, что

$$\operatorname{arc\,tg} z - \operatorname{arc\,tg} x = \operatorname{arc\,tg} \frac{z - x}{1 + zx} = \frac{z - x}{(1 + zx)\sqrt{1 + \theta\left(\frac{z - x}{1 + zx}\right)^2}},$$

откуда

$$\frac{\operatorname{arctg} z - \operatorname{arctg} x}{z - x} = \frac{1}{(1 + zx)\sqrt{1 + \theta\left(\frac{z - x}{1 + zx}\right)^2}}$$

При $z \to x$ получаем

$$(\operatorname{arc\,tg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}.$$

Вообще книга В. Беренса заметно пополняет наши сведения о дифференциальном исчислении по Остроградскому. В цитированной не раз книге А. Платова и Л. Кирпичева сообщается, что был записан и издан курс дифференциального исчисления по лекциям, читанным Остроградским в 1859—1860 гг. в Артиллерийской академии. Это было сделано прапорщиком И. И. Борткевичем, впоследствии преподавателем артиллерии в военном училище. И этот курс нигде не обнаружен.

Под трансцендентным анализом Остроградский понимал исследование трансцендентных функций — таких функций, которые не могут быть определены конечным числом алгебраических действий, производимых над независимой переменной. В трансцендентный анализ входят интегральное исчисление, вариационное исчисление и пр. Термин «интегральное исчисление» Остроградский применял в том же смысле, что и Эйлер: это и интегрирование функций, и интегрирование уравнений. В «Инструкции» указывается, что изложение интегрирования функций «начнется выводами элементов площадей и дуг кривых линий, поверхностей и тел вращения, и поверхностей тел вообще. Потом, доказав, что всякий дифференциал первого порядка от одной переменной имеет интеграл, предложат основные теоремы интегрального исчисления, способ квадратур, Симпсонову теорему, важную по своим практическим приложениям, и все подробности интегрирования рациональных функций.

Следующее затем интегрирование функций иррациональных и трансцендентных должно ограничить существенно необходимым; но, избегая излишних исследований, не следует выпускать некоторых теорий, обыкновенно не помещаемых в курсах интегрального исчисления, таковы, например: разыскания употребительнейших определенных интегралов, дифференцирование функции интегральных и приложения этого дифференцирования к нахождению интегралов. Излагая интегрирование посредством строк, следует доказать и некоторые приложения этого интегрирования к нахождению интегралов определенных.

За предыдущими статьями следуют кратные интегралы относительно одной переменной и кратные интегралы относительно различных переменных. Последние можно ограничить двойными и тройными интегралами, которые преимущественно встречаются в приложении. Первая часть интегрального исчисления заключится интегрированием дифференциалов от нескольких переменных.

Различные доказанные нами теории интегрального исчисления должны быть поясняемы примерами и приложениями, заимствованными из геометрии и механики, именно нахождением площадей и дуг кривых линий, поверхностей и объемов вращения, поверхностей и объемов геометрических тел вообще, и определением масс и центров инерции тел материальных».

Объем сведений об интегрировании дифференциальных уравнений, который требует «Инструкция» Остроградского, примерно соответствует тому, что включается теперь по этому разделу в курс втузов. Отличия таковы: 1) по «Инструкции» следует показать способ интегрирования дифференциальных уравнений с помощью непрерывных дробей; 2) «Курс интегрального исчисления заключится нахождением условий, которым должны удовлетворять вариации дифференциальных выражений, чтобы они были полными производными относительно переменной независимой, и приложением к нахождению наибольших и наименьших величин интегральных выражений. Что же касается до признаков, показывающих существование этих величин и отличающих одни из них от других, то в преподавание их вводить не следует, но в руководство они войдут непременно как одна из важнейших теорий интегрального исчисления».

Как эта программа осуществлялась Остроградским? Мы располагаем учебником того же Беренса «Интегральное исчисление» [153], записями двух первых лекций по интегральному исчислению, составленными поручиками Собко и Агамоновым [154], и найденной в 1951 г. рукописью «Записки интегрального исчисления, составленные с публичных лекций Остроградского» [155]. Расположение материала в книге Беренса соответствует «Инструкции». В изложении есть много по тем временам оригинального. Это видно даже по записям двух первых лекций Собко и Агамонова.

В первой лекции Остроградский вводит интеграл как предел среднего арифметического значения функции в рав-

[153] СПб., 1863.

[154] П. с. тр., т. III, стр. 158 и далее.

[155] Напечатаны в Сборнике, стр. 152—252; там же «Комментарии и примечания» В. И. Антроповой, стр. 253 и сл.

ноотстоящих точках, умноженного на длину интервала суммирования. Из этого определения выведены основные свойства определенного интеграла. Во второй лекции была дана следующая критика Коши:

«[Коши] в своих уроках доказывает, что кроме постоянных величин есть некоторые прерывные функции, которые имеют свойства нашей функции y, т. е. что дифференциал их равен нулю, и для примера приводит функцию

$$y = \frac{c + c'}{z} + \frac{c - c'}{z} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2}}$$

где $\sqrt{x^2}$ принимаем со знаком $+$, взяв производную по обычным правилам, как это и делает г. Коши, найдем, что

$$\frac{dy}{dx} = \frac{c - c'}{z} \left\{ \frac{\sqrt{x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2}}}{x^2} \right\}$$

$$\text{или} \quad \frac{dy}{dx} = 0, \quad \text{откуда} \quad dy = 0.$$

Но мы сейчас убедимся в ошибке, сделанной г. Коши, доказав, что dy не при всех величинах равен нулю...» (Далее Остроградский предлагает рассматривать симметрическую производную

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(a + \varepsilon) - f(a - \varepsilon)}{2\varepsilon}$$

и показывает, что предел этот при $a = 0$ равен бесконечности) [156].

В этой же лекции была выведена формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.

Публичные лекции, по которым были составлены «Записки интегрального исчисления», Остроградский читал в 1858/59 г. в зале Инженерной академии. Курс был не обычный: рассматривались несобственные интегралы с постоян-

[156] Коши неправомерно распространял понятие производной на разрывные функции, считая, что если в точке разрыва существует как производная справа, так и производная слева и эти производные равны, то существует и производная в точке скачка. Остроградский правильно критиковал эту точку зрения Коши.

ными пределами и кратные интегралы, способы их вычисления и различные приложения.

Это один из первых известных нам курсов определенных интегралов. Почти полностью по этому курсу в книге Беренса изложены такие разделы: 1) «Дифференцирование и интегрирование под знаком интеграла. Нахождение определенных интегралов»; 2) «Изменение порядка интегрирования в двойных интегралах. Формула Коши...»; 3) «Развертывание функций по синусам и косинусам кратной переменной. Теорема Фурье»; 4) «Преобразование кратных интегралов»; 5) «Эйлеровы функции».

Отметим, что в своем курсе Остроградский использовал теорию вычетов Коши.

«...Лекции Остроградского по интегральному исчислению замечательны и по манере изложения. Несмотря на то, что их запись составлена на слух, она все же в некоторой мере отражает ту живость и то мастерство речи, о которых вспоминали многочисленные слушатели Остроградского.

Теорию определенных интегралов, изложенную в наиболее общем для того времени виде, Остроградский всюду поясняет конкретными примерами, показывает, в каких прикладных вопросах встречаются те или иные интегралы.

В связи с приложениями Остроградский часто затрагивает некоторые общие вопросы математического анализа — понятие функции, ее периодического продолжения, разложение функции в тригонометрический ряд и т. д., расширяя кругозор своих слушателей. Лекции оживляются историческими ссылками, разъяснением некоторых идей классиков математики...» [157]

Со взглядами Остроградского на преподавание аналитической геометрии в высшем техническом учебном заведении мы уже познакомились. Те же взгляды были изложены в совместной рецензии В. Я. Буняковского и М. В. Остроградского на учебник И. (О.) И. Сомова «Аналитическая геометрия» [158]. Сомов написал свой учебник в строгом соответствии с «Инструкцией» Остроградского. Но для будущих преподавателей в Главном педагогическом институте Остроградский строил курс иначе. Записи этого

[157] В. И. Антропова. Комментарии и примечания.— Сборник, стр. 256.

[158] 1857; изд. 2, с исправлениями и дополнениями, вышло в 1867 г.

курса, сделанные Н. С. Будаевым, были случайно найдены академиком А. Н. Крыловым у букиниста. Во время блокады Ленинграда они исчезли, и сейчас приходится считать их безвозвратно утерянными.

Мы приводим здесь сведения о них из докладной записки А. Н. Крылова, поданной им в Президиум Академии наук СССР в связи с изданием сочинений Остроградского. Они скорее должны были бы называться дифференциальной геометрией и во всяком случае не имеют ничего общего с теми курсами, которые обычно понимаются под названием аналитической геометрии. Лекции Остроградского начинались с учения о касательных и кривизне линий в пространстве; плоские кривые рассматривались как частный случай пространственных. Далее шло исследование кривизны поверхностей и линий и кривизны как в прямоугольных, так и в криволинейных координатах. С помощью вариационного исчисления было изложено учение о геодезических линиях. По словам А. Н. Крылова, эти лекции отличались значительными методическими достоинствами и содержали большое число примеров, решенных различными методами; изложение оживлялось краткими историческими замечаниями.

Во всех геометрических курсах Остроградского аналитические методы — на первом месте. Но он умел ценить и собственно геометрические методы, считал полезным ознакомление с ними учащихся, по крайней мере факультативно, высказывался, правда, в начале своей педагогической деятельности, за синтетическое изложение теории конических сечений.

Курс механики, который читал Остроградский в 1836 г. в Институте корпуса путей сообщения, был написан самим Остроградским и издан литографским способом [159].

Помимо этого курса, сохранились записки лекций по механике, которые читал Остроградский в Главном педагогическом институте в 1851/1852 г. И эти записки составил ученик Остроградского Н. С. Будаев, впоследствии профессор Артиллерийской академии и Петербургского университета [160]. Весь курс состоит из 30 лекций

[159] СПб., 1836; переиздан в 1946 г. в составе т. I Полн. собр. соч. М. В. Остроградского, (М.— Л., Изд-во АН СССР. Это издание осталось незаконченным).

[160] Дополнения, которые содержались в этих лекциях по сравнению с курсом 1836 г., были воспроизведены в 1946 г. в т. I Полн. собр. соч. Остроградского.

и содержит обширный материал, очень оригинально изложенный. Помимо изложения общих идей механики, Остроградский обратил большое внимание на подбор и систематизацию интересных практических примеров. Курс значительно отличается от подобных книг того времени новизной выводов, единством основной мысли и доходчивостью изложения.

В цитированной «Инструкции» 1853 г. Остроградский предлагает обратить особое внимание в курсе механики на общее уравнение механики системы в редакции, ему принадлежащей. Там он пишет:

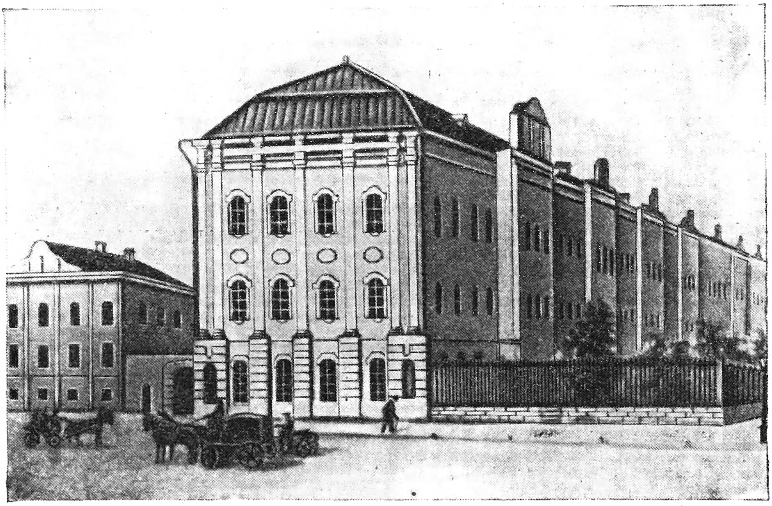
«Механика системы должна показать правила решения всякого вопроса, касающегося до движения тел, или, точнее, должна привести вопросы о движении к теории чистой математики.

Вся эта наука заключается в одном уравнении с присовокуплением к нему условий, показывающих сущность рассматриваемого тела, т. е. определения его свойства, выраженного на математическом языке, например: твердости, жидкости, нерастяжимости и проч., и препятствий, стесняющих его движение.

Уравнение, о котором говорим, довольно просто может быть выражено без помощи алгебраических знаков таким образом: «Момент движущих сил, сложенный с моментом сил, заменяющих связи системы, и с вариацией живой силы, составляет полную производную». [Здесь под моментом силы надо понимать ее работу на том или ином перемещении].

Уравнение, о котором идет речь, есть простейшая и вместе обширнейшая динамическая теорема и не только по удобству выражения на словах, но и потому, что из нее проистекают самым легким и самым удобным образом все нужные для определения движения уравнения и во всяком случае. Предположите, например, что вам нужно изложить правила теории мгновенных сил, т. е. сил, действующих подобно пороху на ядро или удару с чрезвычайным напряжением и в самое короткое время.

По краткости этого времени вы можете пренебречь изменением перемещений системы, что обратит в нуль вариацию живой силы, и вы получите отношение между суммой моментов сил движущих, суммой моментов сил, заменяющих связи системы, и мгновенным изменением количества движений. Помножите это отношение на элемент



Главный педагогический институт в Петербурге

времени, потом возьмете интеграл от начала до конца действия мгновенных сил — и вы получите уравнение, которое поставит все, что нужно для вычисления этого действия.

То же общее уравнение движения заменением входящих в него совершенно произвольных перемещений системы перемещениями действительными непосредственно доставит уравнение работ или законы живых сил, служащие основанием прикладной механики.

Закон этот должен быть изложен с подробностью и пояснением, принадлежа в одно время механике аналитической и механике прикладной, служит переходом от одной из них к другой и взаимной их связью.

Но особенное внимание должны обратить преподаватель и составитель руководства на основной закон динамики, выраженный уравнением, о котором сейчас было говорено. Как истина, заключающая в сжатом виде всю науку, закон этот должен быть изложен с ясностью, отчетливостью и полнотой, чтобы его вывод не оставил и тени сомнения.

Что же касается до приложения общих правил механики к частным случаям, то оно в преподавании необходимо ограничивается временем; а поэтому в его состав вошли или предметы, необходимые для практической механики, например: скорость и расход жидкости, вытекающей малым отверстием из сосуда,— предметы любопытные и нужные в других приложениях, подобно измерению высот посредством барометра, или, наконец, предметы, поясняющие как примеры общие теории».

О курсе небесной механики, изданном в 1831 г., мы уже говорили. Еще об одном публичном курсе Остроградского по теории вероятностей мы располагаем некоторыми сведениями. Он был прочитан в 1858 г. в Артиллерийской академии.

Новизна вопроса и блестящее лекторское дарование знаменитого математика вызвали к курсу большой интерес. Вот что рассказывают о первой лекции А. Платов и Л. Кирпичев:

«На первую лекцию знаменитого профессора собрались сотни слушателей. Остроградский, принарядившись, во фраке со звездой,— с необыкновенным изяществом и удивительной простотой, почти не прибегая к мелу и губке, изложил происхождение теории вероятностей и основные ее начала. Все были в восторге. Явилось сразу несколько желающих записывать и издавать лекции...» [161].

Однако после того как Остроградский перешел от общей характеристики науки к изложению ее математического аппарата, число слушателей резко сократилось, и к концу цикла (было прочитано 20 лекций) их было совсем мало. Тут сказалась, очевидно, трудность темы.

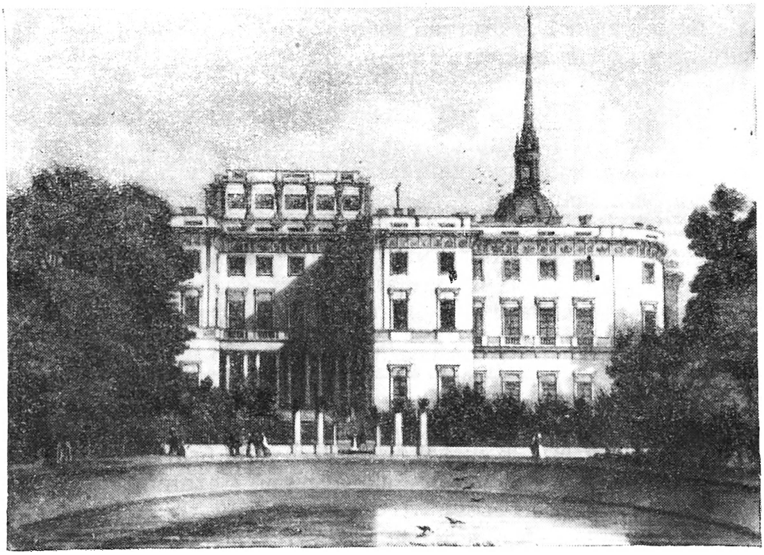
Большого размаха работа Остроградского в высшей школе в сочетании с его многообразной талантливой научной деятельностью сделала его основателем научной школы русских ученых, работавших в области механики и прикладной математики. Эта организующая роль Остроградского высоко оценивалась уже современными ему математиками и механиками. Характерно мнение одного из учеников Михаила Васильевича, К. А. Яниша, писавшего в 1838 г.:

«Центром всей математической деятельности в России вполне можно назвать Остроградского. Его ученые труды, его уроки, его советы, может быть, служат основанием всему, что по части математических наук делается у нас хотя несколько замечательного» [162].

---

[161] Как утверждают А. Платов и Л. Кирпичев, были изданы первые три лекции. Этого издания также не удалось обнаружить.

[162] К. А. Яниш. О началах равновесия и движения. СПб., 1838.



Главное инженерное училище в Петербурге

И действительно, ученики Остроградского восприняли от него не только проблематику, но и его пристальное внимание к задачам практики, его стремление к глубине и строгости тех теорий, которые создавались для разрешения больших, принципиальных проблем, возникающих в науке. Об этой характерной особенности школы Остроградского хорошо сказал проф. Н. Д. Моисеев [163]:

«...Для русской механики характерно органическое возникновение и плодотворное существование на протяжении 18 и 19 веков весьма крепкой школы, имевшей своим методическим стержнем именно принцип сознательного сочетания теории с практикой. Такой школой и была школа Остроградского, восходящая своими истоками к деятельности Ломоносова и включавшая в себя плеяду ярких русских ученых 19 и 20 веков. Именно эта школа и была ведущей научной школой в России, задававшей основной тон всей русской механике».

---

163 «Механика в СССР за тридцать лет». М.— Л., 1950, стр. 16.

Методологические особенности передовой русской школы по механике отчетливо сознавались ведущими представителями этой школы. Так, например, Н. Е. Жуковский, характеризуя труды Н. Д. Брашмана, Ф. А. Слудского, свои и С. А. Чаплыгина, писал: «Мне кажется, что этот девиз — решение определенных реальных задач механики — является руководящим для большинства учеников московской школы» [164].

Ту же мысль подчеркивал и А. М. Ляпунов, говоря: «Только те изыскания имеют цену, которые вызываются приложениями (научными или практическими), и только те теории действительно полезны, которые вытекают из рассмотрения частных случаев» [165].

Приведенные слова двух выдающихся представителей русской науки показывают, насколько близки были их методологические установки. И это естественно, так как в конечном счете и Жуковский, и Ляпунов были представителями одной и той же школы русской механики, родоначальником которой был М. В. Остроградский.

Со временем обозначились заметные различия в интересах, проблемах и методах исследования московских и петербургских представителей школы Остроградского. Естественно поэтому разделить школу Остроградского на две ветви — московскую и петербургскую. Как в той, так и в другой мы видим выдающихся ученых.

К московской ветви школы Остроградского можно отнести Н. Д. Брашмана (1796—1866), А. Ю. Давидова (1823—1885), Ф. А. Слудского (1841—1897), Н. Е. Жуковского (1847—1921), С. А. Чаплыгина (1869—1942).

К петербургской — И. И. Сомова (1815—1876), П. Л. Чебышева (1821—1894), Д. К. Бобылева (1842—1918), А. М. Ляпунова (1857—1918), Г. К. Суслова (1857—1932), В. А. Стеклова (1863—1926), И. В. Мещерского (1859—1935) и А. Н. Крылова (1863—1945).

Конечно, такое разделение школы Остроградского на две ветви очень условно, хотя бы потому, что представители обеих школ работали во многих городах страны — Харькове, Киеве и др., а также потому, что нередко представи-

....

[164] Н. Е. Жуковский. Механика в Московском университете за последнее пятидесятилетие (статья, относящаяся к 1911 г.).

[165] «Сообщения Харьковского математического об-ва», вторая серия, 1895, т. IV, № 5 и 6, стр. 263—273.

телей обоих направлений интересовали одни и те же задачи.

Высказывалось мнение, что основное различие петербургской и московской научных школ заключается в том, что представители первой всегда отправлялись от решения конкретных задач, а представители второй были склонны к построению общих теорий. Из приведенных выше слов А. М. Ляпунова и Н. Е. Жуковского видно, что представители обоих направлений отправлялись в своих общетеоретических изысканиях от конкретных явлений, фактов и задач. В то же время и те и другие занимались построением общих теорий.

Испытал на себе влияние идей Остроградского и крупнейший русский математик второй половины XIX в. П. Л. Чебышев. Это видно, в частности, из следующего письма П. Л. Чебышева, адресованного, по-видимому, непременному секретарю Петербургской академии наук П. Н. Фусу в 1843 г.[166]

«Ваше превосходительство. Позвольте мне просить Вас быть любезным представить в Академию приложенный при сем мемуар.

Когда я занимался интегральным исчислением перед экзаменом на степень магистра философии, то проблема, решение которой я даю в моем мемуаре, возникла у меня сама собой, и я попытался ее решить, хотя и знал, что г. Остроградский уже занимался этим вопросом.

Я не могу соперничать с этим знаменитым геометром в тонкости анализа, но проблема сама по себе достаточно интересна, чтобы вызвать, может быть, некоторое снисхождение по отношению к недостаткам метода и выражения».

Несомненно также, что П. Л. Чебышев написал работы «Вычисление корней уравнений» и «Об интегрировании помощью логарифмов» под влиянием работ Остроградского.

Назовем несколько имен непосредственных учеников Остроградского, оставивших глубокий след в инженерных науках или в развитии передовых технических идей. Крупными учеными и инженерами были ученики Остроградского: И. А. Вышнеградский (1831—1895), Н. П. Петров

166 П. Л. Чебышев. Полн. собр. соч., т. V. М., Изд-во АН СССР, 1951, стр. 415.

(1836—1920), Г. Е. Паукер (1822—1889), П. И. Собко (1819—1870), Н. Ф. Ястржембский (1808—1874), С. В. Кербедзь (1810—1899), Д. И. Журавский (1821—1891), В. Н. Шкляревич (1835—1915), К. А. Яниш (1813—1872), П. Л. Лавров (1823—1900), В. И. Беренс (1814—1884), Е. Ф. Сабинин (1831—1909), Н. С. Будаев (1833—1902) и др. Они многое сделали для развития строительного дела, артиллерии, механики, математики, педагогики, баллистики, фортификации и т. д.

Этот список далеко не полный; приводя его, мы хотели только указать на исключительное разнообразие интересов учеников Остроградского. Все перечисленные крупные представители науки и техники испытывали глубокую благодарность к своему учителю и вспоминали его много лет спустя, когда каждый из них уже являлся признанным авторитетом и сам был учителем многих выдающихся ученых. Они были учениками Остроградского не только потому, что слушали его лекции, но главным образом потому, что Остроградский, старательно следя за появлением талантливых слушателей, отмечал их, направлял их интересы и уже не выпускал их из-под своего влияния. В неоднократно цитированной книге А. Платова и Л. Кирпичева говорится:

«Остроградский любил, чтобы к нему собирались в дом способнейшие его ученики, и в беседах с ними о вопросах науки они черпали многое для своего развития».

О роли, которую сыграл Остроградский в формировании интересов многих своих учеников, ярко сказал выдающийся русский ученый Н. П. Петров через пятьдесят лет после смерти своего учителя:

«Основу знания я получил от знаменитого нашего соотечественника Михаила Васильевича Остроградского. Он был выдающийся ученый и вместе с тем обладал удивительным даром мастерского изложения в самой увлекательной и живой форме не только отвлеченных, но, казалось бы, даже сухих математических понятий. Это мастерство и помогало ему приготовлять многих отличных преподавателей математики. Теперь я часто вспоминаю те счастливые часы, когда, благодаря его мастерскому изложению, какая-то магическая сила неизгладимыми чертами вписывала в моем уме новые знания, всегда представляя и красоту и силу знания в таких формах, которые внушали нам веру в могущество знания. Как все могущественное обладает притягательной силой, так и наука действовала на нас притягательно, побуждая изучать ее глубже и служить ей, не ожидая другой награды, кроме сознания высокой чести быть ее слугой. Вот какие благие для меня последствия проистекли из того, что я имел счастье быть учеником Остроградского» [167].

Многочисленные ученики Остроградского на всю жизнь сохранили воспоминания о встречах с ним, как о самых ярких событиях их жизни. Вот что вспоминает об этом академик А. Н. Крылов:

«Мой отец сам не был в артиллерийской Академии, но, дожив до глубокой старости (он умер в 1912 г., когда мне было 49 лет), он всю жизнь поддерживал дружеские отношения с некоторыми своими товарищами-артиллеристами, учениками Остроградского, и мне самому приходилось слышать, с каким восторгом через 45—50 лет эти заслуженные старцы вспоминали своего учителя» [168].

[167] Речь Н. П. Петрова в день его юбилея.— «Вестник Военно-инженерной академии», 1945, вып. 43, стр. 5.

[168] Архив АН СССР, ф. 759, оп. 1, д. 354, стр. 14.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наш рассказ о Михаиле Васильевиче Остроградском подходит к концу. Известен его жизненный путь, рассмотрены все его научные работы, записи курсов, фрагменты рукописей. Но для оценки деятельности ученого важно знать его мировоззрение.

У Остроградского нам не найти развернутых программных выступлений, но в своей научной практике он, бесспорно, стихийный материалист. Там, где дело касалось явлений природы, он твердо стоял на позициях естественно-научного материализма. Для него мир существует независимо от его сознания; пространство и время также представляют собой объективно существующие категории; все знания приобретаются посредством чувств, на которые воздействуют предметы, существующие вне и независимо от нашего сознания. Во всем этом мы видим отзвук тех идей, которые так смело и последовательно насаждал в Харькове учитель Остроградского Т. Ф. Осиповский, влияние которых Остроградский продолжал испытывать и в Париже в кругу выдающихся ученых — Лапласа, Фурье, Пуассона и др.

Материализм Остроградского шел от главного направления философской мысли русских ученых, проложенного в XVIII в. Михайлом Ломоносовым [169].

Приведем здесь два характерных отрывка из рукописей Остроградского.

[169] Г. Ф. Рыбкин. Материалистические черты мировоззрения М. В. Остроградского и его учителя Т. Ф. Осиповского.— «Успехи математических наук», 1952, т. VI, вып. 2.

В одном из них [170] Остроградский дает «обычное», как он говорит, определение материи, как всего того, что мы можем воспринимать чувствами (т. е. всего того, существование чего мы можем обнаружить через посредство чувств), и добавляет:

«Мы не будем пытаться определить материю. Для нас достаточно будет знать, что она существует и обладает двумя свойствами — подвижностью и непроницаемостью...»

Другой отрывок [171] содержит своеобразное доказательство того, что верить в бога нельзя. Вот дословный перевод соответствующего текста:

«Порой мы слепо верим в вещи точно не доказанные. Это зависит от склонности нашего организма, от наших чувств. Следует верить только в вещи доказанные, ибо вера, о которой шла речь, меняется с нашим положением, с нашим организмом. Обжорство не является свойством, осужденным божественным законом, так как высшее существо не вмешивается в столь низкие дела, как наш желудок. Это неверно, для бога нет ни малых, ни больших дел. Сказанное нами содержит противоречие. Следует верить лишь в доказанные вещи. Но мы не можем доказать существование высшего существа, таким образом мы не должны верить в бога».

Этот отрывок подтверждает атеизм Остроградского. Необходимо отметить, что Остроградский проявил большое гражданское мужество, записав свои «кощунственные» и «еретические» мысли. В то время эти строки могли повлечь за собой суровое наказание их автора.

Остроградский не только поступал как материалист в своей научной деятельности, но и сам воспринимал свои взгляды как материалистические и атеистические. Во время одной из бесед у В. Я. Буняковского он так определил свои взгляды: «Я был полным материалистом и атеистом, признавал только то, что мог осязать, вымерять и свесить» [171a].

....

[170] Лл. 886—887 рукописей Остроградского (Гос. публ. биб-ка УССР, Киев).

[171] Лист 10 рукописей Остроградского (там же). На это интересное высказывание Остроградского обратил внимание проф. Е. Я. Ремез. Оно находится в рукописях Остроградского между общими соображениями по гидродинамике и приближенными вычислениями.

[171a] Цит. по статье А. М. Бутлерова «О явлениях медиумизма», помещенной в журнале «Psychische Studien» (1874, стр. 300).

Такова была система взглядов Остроградского в период его интенсивной научной деятельности. К сожалению, в приведенном высказывании Остроградский говорит о себе в прошедшем времени. В последние годы жизни его взгляды круто переменились.

Приведем отрывок из книги П. И. Трипольского:

«Под конец своей жизни Остроградский сделался весьма религиозен, и у него даже в небольшие праздники горела лампадка. По поводу такой перемены в нем племянницы его передавали нам следующее. Когда в 1855—1856 году в Петербурге увлекались спиритизмом, в частности верчением столов, Остроградский также принимал участие в этих сеансах» [172].

Имеются сведения [173] о том, что в последние годы своей жизни Остроградский заговаривал о загробной жизни; в связи с этим «часто случалось слышать от других... мнение, что будто он ослабел умственно, если не совсем помешался». Это мнение, конечно, неосновательно, хотя и нельзя отрицать того, что в последние годы жизни, поддавшись моде [174] и занявшись спиритизмом, Остроградский начал воспринимать проповеди мистиков. Подобный путь, к сожалению, прошли и некоторые другие крупные ученые; будучи в своей практической работе стихийными материалистами, они не были последовательными при решении основных вопросов теории познания, оставляли место недоговоренности, возможности различных решений вопроса о действительном существовании реальных вещей.

Так, в «Лекциях по аналитической механике» (1836 г.), а также в статье 1840 г., посвященной началам механики [175], мы находим примеры философской непоследовательности Остроградского. Он не берется, как он говорил, «доказывать существование материи» [176], но тем не менее принимает ее объективное существование, и механика им определяется как «наука о движении тел». В то же время в непосредственной близости от этих вполне материалистических его высказываний имеются предложения, делающие

....

[172] П. И. Трипольский. Указ. соч., стр. 82.

[173] В указанной статье Бутлерова.

[174] Заметим, что именно в эти годы спиритизм начал становиться модой во многих домах русской интеллигенции.

[175] П. с. тр., т. II, работа IX.

[176] М. В. Остроградский. Полн. собр. соч., т. I, ч. II, стр. 5.

его предыдущие утверждения неопределенными. Например, в тех же «Лекциях по аналитической механике» Остроградский писал: «Наука эта прикладная, если только материя действительно существует» [177].

Разумеется, характеризуя Остроградского, не надо преувеличивать значение подобных непоследовательностей и мистических увлечений последних лет его жизни. Это следует считать проявлением слабости не столько его мировоззрения, сколько его как человека.

Теперь можно подвести итоги.

Сто лет, прошедшие после смерти Михаила Васильевича Остроградского, кое-что скрыли от нас в его облике и мы это оговаривали по ходу изложения, но гораздо больше показали и объяснили. Мы различаем и слабые стороны его мировоззрения. Зная Н. И. Лобачевского и П. Л. Чебышева, мы в отличие от его современников, не назовем его гениальным математиком. Он не обогнал своего времени в науке и чувствовал себя на своем месте в сословном обществе эпохи Николая I. Но он был свободен от многих предрассудков своей среды, не был апологетом существовавшего реакционного строя, отвергал в нем многое, и мощь своего большого таланта, свою незаурядную энергию (только для поверхностного взгляда прикрытую несколько напускной флегматичностью и неторопливостью) он, сознательно или бессознательно, целиком отдал на то, чтобы приблизить лучшее будущее. Перед нами — выдающийся ученый, организатор крупной русской научной школы в области математики и механики, замечательный педагог и зачинатель прогрессивного движения в преподавании математики.

Великие преобразования в нашем, советском государстве сказались и на развитии математики. Теперь мы гордимся уже не единичными выдающимися учеными, многие десятки талантливых математиков высоко подняли и поддерживают славу и честь советской науки. Наша одаренная молодежь выдвигает из своей среды все новые и новые силы, обогащающие математику крупнейшими открытиями.

Пришло то время, о котором мечтали лучшие современники М. В. Остроградского: труды советских матема-

---

[177] М. В. Остроградский. Полн. собр. соч., т. I, ч. II, стр. 5.

тиков изучаются во всем мире; советская математика не только разрешает отдельные важные проблемы, но и в значительной мере определяет пути развития современной математики. И не только развитие больших новых абстрактных теорий вдохновляет ученых нашей советской школы на научные подвиги: в конкретных задачах практики они находят материал для создания важных областей теории, а в создаваемых ими теориях видят неограниченные возможности для решения насущных задач практики.

Советские математики высоко оценивают то наследство, которое они получили от своих замечательных предшественников — Н. И. Лобачевского, П. Л. Чебышева, А. А. Маркова, А. М. Ляпунова, С. В. Ковалевской, Н. Е. Жуковского и др. В этой славной плеяде достойное место по праву занимает Михаил Васильевич Остроградский.

СОДЕРЖАНИЕ

Борис Владимирович Гнеденко,
Иосиф Бенедиктович Погребысский

Михаил Васильевич Остроградский

Утверждено к печати
Редколлегией научно-биографической серии
Академии наук СССР

Редактор издательства *А. В. Зайцева*
Художник *К. М. Егоров*
Технические редакторы *Н. Д. Новичкова* и *В. И. Зудина*

РИСО АН СССР № 132А-44. Сдано в набор 19/VI **1963 г.**
Подписано к печати 18/IX **1963 г. Формат** 84×108 1/32.
Печ. л. 8,5+1 вкл.. Усл. печ. л. 13,94. **Уч.-изд. л.** 13,9+0,1 вкл.=14.
Тираж 6000 экз. **Т-**11656. **Изд. №** 1694. **Тип. зак. №** 2351

Цена 91 к.

Издательство Академии наук СССР
Москва, К-62, Подсосенский пер., 21

2-я типография Издательства АН СССР
Москва, Г-99, Шубинский пер., 10

91 коп.

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

М. В. Остроградский

Б. В. Гнеденко
И. Б. Погребысский

Михаил Васильевич Остроградский

Б. В. ГНЕДЕНКО, И. Б. ПОГРЕБЫССКИЙ

Михаил Васильевич Остроградский

1801-1862

М. В. Остроградский

Б. В. ГНЕДЕНКО, И. Б. ПОГРЕБЫССКИЙ