АКАДЕМИЯ НАУК СССР

НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

Ю. А. Белый

Йоганн МЮЛЛЕР (РЕГИОМОНТАН)

1436—1476

Ответственные редакторы:
академик
А. А. МИХАЙЛОВ,
доктор физико-математических наук
Б. А. РОЗЕНФЕЛЬД

МОСКВА
«НАУКА»
1985

УДК 510.93

ББК 22.I г

Б-43 Белый Ю. А. **Йоганн Мюллер (Региомонтан) (1436—1476).**— М.; Наука, 1985.

Книга посвящена жизни и деятельности одного из наиболее видных представителей научной мысли второй половины XV в. Йоганна Мюллера, известного под именем Региомонтана, который внес значительный вклад в развитие математики, создав, в частности, первый систематический курс тригонометрии, а также в астрономию и точное инструментостроение в Европе, был инициатором издания типографским способом книг естественнонаучного содержания, чем способствовал распространению научных знаний.

Книга рассчитана на широкий круг читателей, интересующихся развитием мировой науки.

Рецензенты:
А. И. ВОЛОДАРСКИЙ, А. С. ХРИСТЕНКО
Г. П. МАТВИЕВСКАЯ

Б $\frac{1702010000-420}{054(02)-85}$ 34-85 НП

От автора

Среди ученых XV в. одним из первых, если не первым, должно быть названо имя замечательного математика, астронома и распространителя научных знаний Йоганна Мюллера, более известного под именем Региомонтана. Рано начав свою научную деятельность, Региомонтан рано ее и закончил — его жизнь оборвалась в расцвете творческих сил, когда ученому только исполнилось 40 лет. Деятельность Региомонтана приходится на третью четверть XV в., значительная часть его работ вошла в научный оборот спустя полстолетия, но до сих пор сохраняется значение вклада ученого в развитие науки, продолжается изучение и разработка его наследия.

Региомонтан, несомненно, был высокоодаренным, талантливым человеком, способности которого проявились очень рано. Но не только личными качествами ученого объясняется та роль, которую ему довелось сыграть в истории науки. Ему посчастливилось в том смысле, что это время было эпохой глубоких преобразований в жизни всего человеческого общества: в недрах феодализма рождался новый общественный строй — капитализм.

В промышленности возникают мануфактуры, требующие технических усовершенствований и обеспечивающие реализацию достижений научной и технической мысли в виде изобретений. Резко возрастает торговый товарооборот, бурно развивается мореплавание — приближается эпоха великих географических открытий. В свою очередь, все это стимулирует развитие методов вычислений в математике и в астрономии, а также способствует познанию физических законов. Создаются и предпосылки для ускоренного распространения научных и технических знаний: появляется относительно дешевая бумага и изобретается книгопечатание. Это важнейшее для развития культуры, образования и науки изобретение впервые реализуется в тот год, когда

12-летний Региомонтан начинает свое университетское образование.

Это время — XV и XVI вв. — вошло в историю Европы под названием «эпоха Возрождения» — возрождения высокого уровня науки и культуры античного мира. Пробуждение интереса к наследию прошлого объясняется многими факторами, в том числе и некоторыми внешнеполитическими событиями: падение Византийской империи и взятие турками Константинополя в 1453 г. привели к тому, что большое количество представителей византийской интеллигенции, носителей мало кому известного тогда древнегреческого языка, вынуждены были покинуть родину и поселиться в других европейских странах, прежде всего в Италии. Вместе с ними прибыло большое количество рукописей, отражавших достижения представителей древнегреческой науки, литературы и искусства.

Региомонтан впоследствии много лет провел в Италии и получил доступ ко многим важным первоисточникам. Но еще до того, находясь в Вене, он познакомился с кардиналом Виссарионом, выходцем из Византии, большим знатоком, ценителем и популяризатором культурных и научных достижений своих предков. Общение с Виссарионом сыграло важную роль в направлении научного поиска молодых венских ученых Региомонтана и Пурбаха — их глубоком усвоении классического произведения древности «Альмагеста» Птолемея (прочитанного на языке оригинала), его переводе на латинский — язык тогдашней европейской науки и культуры, и изложении этого важного труда в форме, приспособленной для учебных целей.

Возросшие требования к астрономическим вычислениям способствовали совершенствованию соответствующих методов и средств решения треугольников. Региомонтан стал автором первого в Европе труда, в котором тригонометрия рассматривалась не как раздел астрономии, а как самостоятельная математическая дисциплина. Основанный на анализе и обобщении многочисленных источников, главным образом работ математиков и астрономов Ближнего и Среднего Востока, писавших на арабском языке, его знаменитый тригонометрический трактат «Пять книг о треугольниках разного рода» содержал и исследования самого ученого. Этот труд Региомонтана — важная веха в становлении и развитии математики в Европе.

В свое время в различных вычислениях широко использовались математические таблицы, усовершенствованные Региомонтаном, его астрономический календарь «Эфемериды» многие годы служил людям не только на суше, но и на море: например, он был подручной книгой Колумба и Америго Веспуччи.

Региомонтан в своих астрономических наблюдениях применял разнообразные астрономические приборы своего времени, причем большинство таких инструментов он изготовлял и совершенствовал сам. В частности, ученый создал кольцевые дорожные солнечные часы, универсальный дорожный солнечный квадрант с оригинальным шарнирным механизмом, одну из конструкций сафеи — разновидности астролябии.

Региомонтан первым среди ученых оценил огромное значение типографского способа печатания книг для просвещения и распространения научных знаний. В созданной им типографии были разработаны способы оформления книг научного содержания и впервые отпечатаны труды некоторых классиков науки и отдельные произведения самого ученого. Преждевременная смерть помешала ему выполнить намеченную обширную программу издания многих наиболее выдающихся произведений ученых прошлого. Однако это благородное дело было продолжено последователями Региомонтана. В результате многие европейцы смогли познакомиться с классическим наследием мировой науки. Тем самым были созданы предпосылки для становления и развития науки в Европе.

В данной книге предпринята попытка впервые на русском языке дать возможно более полный и обстоятельный очерк жизни и деятельности выдающегося представителя раннего периода Возрождения. В основу работы легли многочисленные источники, включая рукописи Региомонтана, хранящиеся в нашей стране. Фоном изложения служат основные общественно-исторические и научные события того далекого времени.

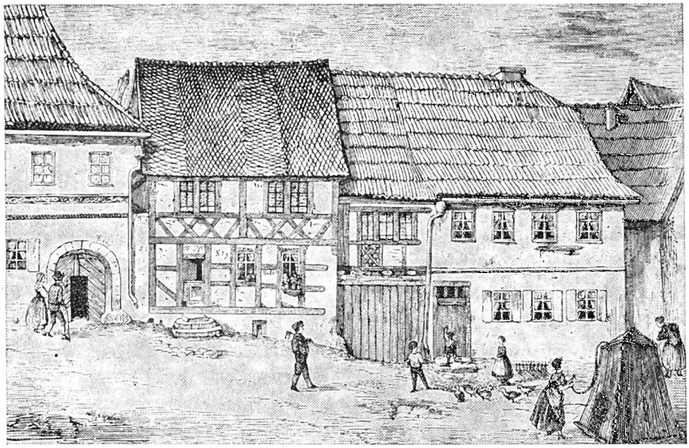
Автор посвящает свой труд памяти недавно скончавшегося выдающегося советского астронома и блестящего знатока историко-астрономических первоисточников академика А. А. Михайлова, просмотревшего рукопись накануне ее завершения; его советы и пожелания помогли устранить ряд неточностей и во многих местах внести существенные дополнения.

Автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность научному редактору книги профессору Б. А. Розенфельду за тщательную работу по редактированию рукописи, многочисленные советы и замечания, направленные на улучшение ее качества, а также рецензентам — члену-корреспонденту АН УзССР, доктору физико-математических наук Г. П. Матвиевской, профессору А. С. Христенко, кандидату физико-математических наук А. И. Володарскому, а также профессору, доктору физико-математических наук А. П. Юшкевичу и кандидату технических наук З. К. Соколовской, представившим ценные источники для настоящей работы.

Юные годы Йоганна Мюллера, прозванного Региомонтаном

Время и забвение нередко скрывают от нас многие интересные детали жизни и деятельности замечательных людей прошлого, важные для понимания процесса формирования личности, становления будущего ученого. Например, нам мало известно о родных, а также о раннем детстве Николая Коперника, мы почти ничего не знаем о том, где и под чьим руководством он учился до поступления в университет. До нас дошли весьма смутные сведения и об итальянском периоде его жизни и учебы, причем даже не выяснено точно, когда он возвратился из Италии на родину. Многое из того, что касается первых шагов его научной деятельности, также до сих пор не удалось узнать. Почти нет сведений о детстве и первоначальном обучении Тихо Браге, астронома, накопившего исключительно ценные для утверждения коперниканского учения материалы наблюдений за небесными светилами. Сказанное, к сожалению, справедливо и для героя настоящей книги, одного из самых крупных и ярких представителей науки XV в.

Достоверно известно, что наш герой имел личное имя Йоганн, Ганс. Его фамильное имя — Мюллер, в переводе «мельник». Отсюда делается вывод — отцом будущего ученого был и в самом деле мельник. Правда, в те далекие времена, когда понятие фамильного имени только появилось, в его качестве могло закрепиться уличное прозвище, профессия его носителя, а еще чаще — название местности, из которой он происходил. Но в принципе мельником мог быть и дед будущего ученого, и еще более далекий предок, а то и он сам! Следуя традиции, согласимся с тем, что ученый был сыном мельника, притом человека зажиточного, что по крайней мере косвенно может быть подтверждено. Местом рождения будущего астронома принято считать городок Кёнигсберг в Верхней Франконии (ныне в Баварии, ФРГ). Но и здесь есть «но» — указания на то, что настоящим местом рождения Йоганна Мюллера было небольшое селение Унфинден, расположенное совсем недалеко



Дом семьи Региомонтана в Кёнигсберге (Верхняя Франкония)

от Кёнигсберга, где действительно была водяная мельница — одна из двух, обслуживавших городок, и мельником в ней одно время и в самом деле был некий Мюллер, притом по имени также Йоганн. Впрочем, сам ученый в качестве места рождения постоянно называл упомянутый городок, записывая себя в силу неустоявшейся орфографии то как Johan von Künsperg, то как Johannes Müller von Kunisperg, то Johannes molitoris (лат. «мельник») de Königsperg, то Jonannes de Monte regio (лат. Monte Regio — нем. Königsberg — рус. Королевская гора) или Regio monte и т. д. Интересно отметить, что закрепившимся за ним в истории науки именем Региомонтан сам ученый себя никогда не называл — впервые его так назвал, по-видимому, известный лидер лютеранства и просветитель Филипп Меланхтон в предисловии к своему изданию книги «Сфера мира» Сакробоско.

Примем на веру и дату рождения Региомонтана — 6 июня 1436 г. — ее называют большинство ранних биографов Региомонтана, начиная с Эразма Рейнгольда (1549) и Йоганна Шёнера, издателя сочинений Региомонтана и Коперника. Прямых документов на этот счет не сохранилось: ратуша, в которой хранился кёнигсбергский архив, сгорела еще в 1640 г., во времена Тридцатилетней войны.

О первых годах жизни Йоганна Мюллера мы не знаем ничего. Первоначальное образование он получил, скорее всего, в местной школе, о которой также отсутствуют какие-либо сведения. Можно, однако, утверждать, что уже на самом первом этапе обучения он проявил необычайные способности — известно, что осенью 1447 г., не достигнув одиннадцати с половиной лет от роду, Йоганн становится студентом Лейпцигского университета. Как и почему он оказался в далеком Лейпциге, когда значительно ближе к его родным местам был, скажем, Эрфуртский университет со сложившимися традициями и богатой библиотекой, можно только предполагать. Может быть, там жили его родственники?

Крупный торговый центр тех лет, Лейпциг, расположенный на оживленных путях сообщения между востоком и западом, севером и югом Европы, в научном отношении тогда еще ничем себя не проявил. Университет был основан здесь в 1409 г. большой (но не лучшей) группой преподавателей и студентов немецкого происхождения, покинувших пражский Карлов университет в самом начале гуситского движения, которое в значительной мере было обусловлено возмущением местного чешского населения чужеземными поработителями. За 40 лет своего существования Лейпцигский университет не выдвинул ни одного сколько-нибудь заметного имени ученого; преподавание астрономии и математики, которое уже тогда должно было особенно интересовать мальчика-студента, было поставлено в нем из рук вон плохо.

Так или иначе, но 15 октября 1447 г. в имматрикуляционной книге этого университета появляется запись, свидетельствующая о том, что по уплате вступительного взноса (десять грошей) был «зачислен студентом Johannes Molitoris». Эта запись и принимается как документ о времени поступления малолетнего Ганса в университет. Странно, правда, что в записи отсутствуют сведения о местности, из которой происходил новый студент, а при распределении студентов по землячествам («Nationen») он попал в «мейссенскую», а не в «баварскую» нацию, как должно было быть. Впрочем, распределение по землячествам носило весьма условный характер: позже, в Вене, Йоганн из Кёнигсберга запишет себя в «рейнскую» нацию, а в 1457 г. его явный земляк и однофамилец, некий Nicolaus Molitoris de Kunnigesperg (Николай Мельник из Кёнигсберга) в том же Лейпциге занесет себя в ту же «мейссенскую» нацию (да и территориально Кёнигсберг был почти на самой границе, разделявшей «баварцев» и «мейссенцев»). Обратим внимание на то обстоятельство, что десять грошей, внесенных Йоганном в кассу университета, представляли собой весьма крупную сумму по тем временам, к тому же высшую в данном университете (в Венском университете высший взнос составлял всего четыре гроша). Отсюда можно заключить, что, во-первых, Мюллер в самом деле происходил из состоятельной семьи и, во-вторых, родители одаренного мальчика не пожалели средств для развития у своего сына рано проявившихся замечательных задатков.

Сохранился астрономический календарь на 1448 г., написанный, несомненно, собственноручно, самим Йоганном. В нем приводятся даты наступления новолуний и полнолуний, координаты расположения планет на небосводе. Не так давно обнаружен календарь «Tafel der Neu- und Vollmonde und der Planetenörter für 1448», («Таблица ново- и полнолуний и положения планет на 1448 г.»), изданный в Майнце европейским первопечатником Йоганном Гутенбергом. Его составитель остался неизвестен. Но вот что представляет особый интерес: по данным Э. Циннера, известного современного астронома и исследователя творчества Региомонтана, в рукописи последнего положения планет предвычислены значительно точнее, чем в календаре Гутенберга, более того, они даже точнее тех, которые приводятся в календаре на 1468 г., изданном в Лейпциге двадцать лет спустя. Если сравнить данные, приводимые Гутенбергом, Региомонтаном и составителем Лейпцигского календаря, то окажется, что в первом календаре среднее отклонение предвычисленных положений планет составляет 2,2°, а в двух других — всего 1,5°. Исключив данные по Меркурию (предвычисление которых представляло особые затруднения), можно выразить средние отклонения как 1,7°, 0,7° и 0,8 соответственно. При этом в календаре Гутенберга положения планет вычислены на каждые 15 дней, в Лейпцигском календаре положения Солнца, Луны и Меркурия приводятся для каждого 4-го или 5-го дня, для Венеры и Марса — для каждого 14-го или 15-го дня, а для Юпитера и Сатурна — через каждые 30 дней, Региомонтан же дает эти данные на каждый день! Можно уверенно утверждать — ни одному тогдашнему преподавателю Лейпцигского университета составление такого календаря было не под силу. Дело в том, что никто из тогдашних магистров не специализировался в математике или астрономии: в число предметов, которые преподавались на факультете искусств — подготовительном факультете всех тогдашних университетов, конечно, входил математический «квадривиум» (арифметика, геометрия, астрономия и музыка), но его вели по очереди и по необходимости все преподаватели. Поэтому такое преподавание мало что давало студентам. Не вызывало оно энтузиазма и у Региомонтана.

Трудно себе представить, чтобы 12-летний мальчик, пусть и одаренный, мог самостоятельно выполнить весьма сложную вычислительную работу, хотя в качестве источника ему и служили, несомненно, так называемые «Альфонсинские» астрономические таблицы, составленные большой группой астрономов по поручению и при участии Альфонса X, короля Кастилии и Леона, ко дню его коронации в 1252 г. Маловероятно, что юный ученый скопировал для себя этот ежегодник по оригиналу, подготовленному каким-то опытным взрослым астрономом,— неизвестны ни сколько-нибудь подходящие претенденты на эту роль, ни прототипы рукописи. А рукопись Региомонтана, хранящаяся под № 4988 в коллекции латинских манускриптов Венской национальной библиотеки, является немым свидетельством столь загадочного явления в истории науки...

Формальная, схоластическая постановка преподавания в Лейпцигском университете начатков математики и входившей в ее состав астрономии не удовлетворяла, по всей видимости, пытливого и талантливого мальчика. Трудно поверить в то, что он сам составил для себя астрономический календарь, но даже если он просто скопировал невесть откуда взятый и оставшийся неизвестным источник, напрашивается вывод: далеко не всякого подростка заинтересует такая информация, не каждый сумеет разобраться в ней и займется ее переписыванием — лишь необычайно рано проявившиеся феноменальные способности вундеркинда могут хотя бы отчасти объяснить существование календаря на 1448 год, написанного рукой 11-летнего ребенка. И еще один вывод: по своей астрономо-математической подготовке он превзошел большинство (если не всех) тогдашних лейпцигских магистров еще до того, как стал их учеником, но ощутив это, Региомонтан не сразу решился переменить место учебы, пробыв в Лейпциге около трех с половиной лет.

Высокий уровень преподавания математических дисциплин в Вене к тому времени стал известен во всей Европе. Именно в Вену и решил направить свой путь Региомонтан, теперь уже 14-летний подросток. Это произошло, скорее всего, ранней весной 1450 г. Заканчивалась первая, начиналась вторая половина XV в. Назревали события, важность которых для развития науки и культуры в Европе трудно переоценить.

Венское десятилетие. Региомонтан и Пурбах

В середине XV в. Вена была не только резиденцией императора «Священной Римской империи германской нации», но и своеобразной математической столицей Центральной Европы. Хотя Венский университет и считался первым в германоязычных странах, он не относился к числу старейших в Европе и был почти на 250 лет «моложе» Болонского, основанного в 1119 г., на 17 лет — Пражского (1348 г.) и на год — Краковского (1364 г.). Однако менее чем за сто лет это высшее учебное заведение превратилось в одно из крупнейших в Европе — ежегодный прием студентов в 1450—1461 гг. составлял в среднем пятьсот человек, а общее число студентов, одновременно обучающихся в университете, достигало трех тысяч человек (десятая часть всего населения Вены, тогда одного из самых больших городов Европы). Венский университет становился важным центром развития идей гуманизма (большую роль в этом процессе играли итальянский гуманист и дипломат Энеа Сильвио Пикколомини, представлявший Ватикан при венском дворе; позже, с 1458 г. — папа римский под именем Пий II) и перевалочным пунктом продвижения этих идей из Италии в Центральную и Северную Европу. В то же время в этом университете, как нигде тогда, значительное внимание уделялось преподаванию математики и астрономии, а это как раз и было тем, в поисках чего Региомонтан покинул Лейпциг.

В Вене Пикколомини находился с 1443 по 1455 г. Все это время он стремился возбудить интерес общественности к углубленному изучению и осмыслению творчества выдающихся античных писателей и поэтов. Под его воздействием с 1451 г. в Венском университете стали читаться лекции о древнеримских поэтах, в 1454 г. такой курс лекций прочитал сам Пикколомини. Вокруг него сгруппировался кружок венских гуманистов. Постепенно росли его численность и влияние. На первых порах гуманистические идеи не оказывали существенного воздействия на преподавание математико-астрономических дисциплин, но уже с первых лет существования университета в нем сложилась традиция выделять на преподавание этих дисциплин значительно больше времени, чем в других учебных заведениях.

В то время астрономию изучали по трактату «Sphaera mundi» («Сфера мира»), составленному англичанином Джоном Голивудом, или Галифаксом (ум. около 1256 г.), одно время преподававшим в Парижском университете и более известным под латинизированной фамилией Сакробоско. Этот трактат, на изучение которого отводилось пять недель (по четыре часа в каждую), представлял собой весьма элементарное изложение очевидных последствий суточного вращения небесной сферы и пользовался в течение нескольких веков огромной популярностью. После изобретения книгопечатания это сочинение стало первым пособием по астрономии, изданным типографским способом (1472 г.), а затем в течение последующих двухсот лет переиздававшимся не менее 65 раз! 14 недель (по четыре часа в каждую) изучалось сочинение Аристотеля «О небе», в котором классик древнегреческой науки излагал свои физические теории. Весьма основательно для того времени штудировались «Начала» Евклида, точнее, первые книги этого сочинения с элементами планиметрии. Студенты обучались вычислениям положений планет на разные моменты времени по Альфонсинским таблицам и комментариям к ним «Theoretica planetarum» («Теория планет») итальянца Герардо из Сабионетты, получали элементарные сведения из алгебры, элементы теории перспективы.

Знание всех этих предметов требовалось для приобретения ученых степеней. Так, для получения первой степени бакалавра, присваивавшейся после окончания подготовительного факультета — факультета искусств, нужно было знать астрономию в объеме трактата Сакробоско, геометрию — в объеме первой книги «Начал» Евклида. Соискатель следующей степени, лиценциата, должен был уметь делать расчеты для определения положений небесных светил в заданный момент времени, знать содержание уже пяти книг «Начал», теорию перспективы, изучить еще один естественнонаучный трактат по выбору. Все это вело к тому, что астрономо-математическая подготовка воспитанников Венского университета в общем была выше, чем студентов других университетов того времени. Но и в Вене на первых порах отсутствовали специализация магистров, читавших лекции на факультете искусств, и закрепление за ними курсов, соответствовавших их наклонностям и интересам. Первым, кто стал здесь читать преимущественно предметы астрономо-математического характера (заметим, что математика и астрономия в то время и еще много позже составляли единую науку), был Йоганн из Гмундена, Йоганн Гмунденский (в дальнейшем Йоганн Гмунден).

Точная дата рождения его неизвестна. Поскольку Гмунден стал магистром в 1406 г., можно предположить, что он родился между 1380 и 1385 гг. Несколько мест претендуют на то, чтобы считать его своим земляком, вероятнее всего, он происходил из городка Гмунден у оз. Траунзее в Верхней Австрии. Есть основание считать, что фамильное имя Гмундена было Крафт, но сам он его никогда не употреблял. После окончания Венского университета и получения магистерской степени Гмунден читал сначала лекции по философии (по Аристотелю), но с 1412 г. стал специализироваться по математическим предметам, перейдя на чтение геометрии по Евклиду, теории движения планет по фрагментам из «Альмагеста» Птолемея и сочинению Герардо из Сабионетты, теорию шестидесятиричных дробей по собственному руководству (изданному в 1515 г. типографским способом под названием «Tractatus de minutiis physicis», т. е. «Трактат о физических [шестидесятиричных] [1] дробях»). Кроме того, он учил студентов применять астрономические инструменты (в основном астролябии) для наблюдений и измерений.

Гмундена называют первым профессиональным преподавателем математических предметов в германоязычных странах. Его можно отнести и к числу первых ученых-математиков, если, следуя М. Кантору, причи-

[1] Обычные шестидесятиричные дроби у арабов назывались «астрономическими». Поскольку Гмунден пытается заменить астрономические знаки зодиака (по 30°) «физическими» (по 60''), становится понятным происхождение названия трактата.

слять к ним тех, кто оставил после себя хоть какой-то след в истории этой науки. Этим следом для Гмундена можно считать изложенную им теорию действий над шестидесятиричными дробями — от преобразования целых частей в дробные и наоборот и до правил извлечения квадратных и кубических корней из них,— которая довольно долго находила практическое применение. Обращая внимание на то, что при градусном делении дуг и углов принцип шестидесятиричности не выдержан до конца, Гмунден предложил ввести добавочную единицу измерения, равную 60° (двум из двенадцати частей пояса Зодиака), и назвал ее «signum physicum» («физическим знаком»). Число 132°45′36″ по его предложению должно было быть представлено так: 2.12.45.36, т. е. два раза по знаку (по 60°)+12°+45/60°+36/3600°. Это предложение Гмундена, восходящее к Альфонсинским таблицам, не прижилось. Йоганн Гмунден составил еще один трактат «De arcubus et sinibus», («О дугах и синусах»), а также две астрономические таблицы (1437, 1440). Большой известностью в течение длительного времени пользовались его астрономические календари. Среди них следует выделить календарь на 1439—1514 гг.: хотя он никогда не издавался типографским способом, сохранилось около сотни его рукописных копий.

Как преподаватель Йоганн Гмунден пользовался среди коллег и студентов высоким авторитетом, неоднократно избирался деканом, выполнял другие важные поручения, вследствие болезни ему было даже разрешено читать лекции дома, что считалось исключительной привилегией. Задолго до смерти, еще в 1426 г., Гмунден передал свое богатое книжное собрание и коллекцию инструментов университету для всеобщего пользования.

Интересно отношение Гмундена к астрологии. В противоположность большинству своих коллег он никогда не читал лекций по астрологии, не составлял гороскопов. Когда в сентябре 1432 г. наблюдался «парад планет» (планеты сосредоточились в одной части небосвода), Гмунден обрушился с резкой критикой на тех, кто пытался истолковать это явление как предвестник стихийных бедствий и других испытаний для целых стран и народов.

Йоганн Гмунден умер в 1442 г. и, вопреки тому, что иногда утверждается, вряд ли был прямым учителем представителя следующего поколения венских математиков — Георга из Пурбаха.

Пурбах, местечко на австро-баварской границе примерно в 40 км западнее Линца, в котором 30 мая 1423 г. родился будущий ученый, называлось также Пейербах, Пейрбах, Пеурбах. Соответственно по-разному пишется и та часть имени Георга, которая указывает на местность, из которой он происходил. В дальнейшем мы будем его называть Георг Пурбах. В университет он поступил сравнительно поздно, весной 1446 г., 23-х лет от роду. Выдающиеся способности позволили Георгу Пурбаху уже через полтора года стать бакалавром, двумя годами позже — лиценциатом, а 28 февраля 1453 г. он был удостоен ученой степени магистра (по другим, менее достоверным данным, Пурбах стал магистром еще в 1440 г.). Несколько лет (по одним источникам с 1448 по 1450 г., а по другим — даже по 1453 г.) он провел в Германии, Франции и Италии. Во время пребывания в Италии Пурбах познакомился с Николаем Кузанским и Джованни Бьянкини — видными учеными того времени.

Возвратившись на родину, Пурбах некоторое время находился в весьма стесненном материальном положении, пока не стал придворным астрономом (или астрологом). Вскоре он начал преподавать в университете, причем в отличие от своего предшественника Гмундена лекции по гуманитарным предметам читал столь же охотно, как и по астрономии и математике; его особым расположением пользовались древнеримские поэты Вергилий, Гораций и Ювенал. Пурбах в совершенстве владел литературной латынью — несколько его писем в качестве образцовых попали в латинские письмовники. Известны и сочиненные им стихотворения, отличающиеся высокими художественными достоинствами. Однако в историю Пурбах вошел все-таки не как литературовед и поэт, а как астроном и математик, непосредственный учитель Региомонтана.

Из биографии в биографию Региомонтана кочует утверждение, что в Вену повлекла его именно слава Пурбаха — преподавателя астрономии и математики. Но вряд ли вообще Пурбах занимался преподаванием до 1453 г., когда стал магистром. Региомонтан же поступил в Венский университет 14 апреля 1450 г. — факт, никем не оспариваемый и подтверждающийся записью в имматрикуляционной книге («Johannes molitoris de Künsperg»), сохранившейся до наших дней. Больше того, уже 16 января 1452 г. он получил первую академическую степень бакалавра. Поэтому весьма сомнительны рассказы о том, что по прибытии в Вену Региомонтан сразу же предстал перед местной знаменитостью Пурбахом, слава которого как преподавателя и ученого распространилась уже тогда далеко за пределы Вены, а тот, моментально распознав в пришельце «божий дар», принялся за его воспитание и обучение. Не исключено, однако, что если к моменту появления Региомонтана в Вене там находился и Пурбах, они и в самом деле познакомились, подружились, при этом выявились у них общие интересы, и Пурбах уже на начальном этапе не столько как прямой преподаватель, сколько как добровольный наставник, старший товарищ, во многом способствовал становлению будущего ученого. Одно можно утверждать — совместная работа обоих ученых прервалась только скоропостижной смертью Пурбаха в 1461 г.

Известно, что в 1453/54 г. Пурбах впервые прочитал курс лекций по теории движения планет. Очень вероятно, что это и был первый курс, прослушанный Региомонтаном у Пурбаха. По содержанию курс представлял собой мастерски изложенные основы геоцентрической теории Птолемея. Однако в отличие от Птолемея Пурбах излагал здесь взгляды ал-Баттани и других арабоязычных ученых на природу прецессии — явления, заключавшегося в том, что точка весеннего равноденствия медленно, менее чем на одну минуту в год, перемещается навстречу видимому движению Солнца. Новой в значительной мере была форма изложения курса — лекции сопровождались демонстрацией чертежей и схем, а также пространственных моделей (многие из которых Пурбах описал в своих сочинениях). Лекции Пурбаха пользовались огромным успехом и многократно переписывались вручную — сохранились многочисленные их копии. По этим лекциям сам Пурбах составил учебное пособие. В 1472 г. Региомонтан издал его под названием: G. Purbachii. «Theoricae novae planetarum» («Новая планетная теория Г. Пурбаха»), в собственной типографии, после чего в течение почти двух веков это произведение было одним из самых популярных руководств по астрономии: до 1653 г. вышло не менее 60 ее изданий на латинском, а также в переводе на ряд других языков.

Пурбах составил также вспомогательные таблицы, облегчавшие работу по подготовке астрономических ежегодников, написал учебник арифметики целых и дробных чисел «Opus algorismi jocundissimum» («Веселейший труд по алгоризму»)[2], в котором без доказательств приводились правила выполнения тех или иных операций над числами. В качестве отдельных операций рассматривались удвоение («duplicatio») и деление пополам («mediatio»). Несмотря на свою элементарность (а может быть, и благодаря ей), это пособие стало весьма популярным и начиная с 1492 г. издавалось типографским способом не менее шести раз. Пурбах составил также «Tractatus Georgii Purbachii super propositiones Ptolemaei de sinibus et chordis» («Трактат Георгия Пурбаха о предложениях Птолемея о синусах и хордах»), изданный посмертно в 1541 г. Эта работа имела много общего с сочинением Й. Гмундена на ту же тему: тригонометрия хорд Птолемея сравнивалась с тригонометрией синусов, пришедшей в Европу через арабов от индийцев. К трактату прилагались составленные самим Пурбахом таблицы синусов с шагом в 10 мин. и с радиусом тригонометрического круга, равным 6000 единиц, — здесь мы видим своеобразное объединение шестидесятиричной и десятичной систем счисления, впервые, впрочем, предложенное Йоганном Гмунденом. Для перехода к чисто десятичной системе в таблицах синусов и других тригонометрических величин оставался только один шаг, и он вскоре был сделан Региомонтаном.

Пурбах занимался также проблемой числа π. Приведя различные выражения значения π от границ, установленных Архимедом, до 62 832 : 20 000, он замечает, что точным это отношение не может быть, поскольку прямая и кривая — величины разного рода.

Свои таблицы синусов Пурбах тут же использовал при вычислении солнечных таблиц для широты Вены (48°), позволявших определить положение Солнца для любого часа дня. Высота Солнца h вычислялась по полуденной высоте H, часовому углу t и половине дневной дуги α в соответствии с формулой $\sin h \cdot \cos \alpha = \sin H (\cos \alpha - \cos t)$. При этом наклон плоскости эклиптики принимался им равным $23°34'$.

---

[2] «Алгоризм» (от «ал-Хорезми») — в то время руководство по арифметике в арабских цифрах.

1456 г. ознаменовался появлением большой кометы, которая позже была отождествлена с кометой Галлея, видимой каждые 76 лет. Комета вызвала многочисленные толки и попытки угадать значение этого необычного и, по мнению многих, зловещего явления для судеб человечества. Высказал свое соображение по этому поводу письменно и Пурбах. Примечательной в этой работе является первая в истории науки попытка определить фактические размеры кометы и ее удаление от Земли. В своих расчетах Пурбах исходил из того, что комету как нерегулярный и изменяющийся объект следовало отнести к «подлунному миру». Ученый наблюдал эту комету в течение нескольких часов 9 и 13 июня. Принимая, по данным Птолемея и Архимеда, радиус Земли равным 1000 (немецким) милям (1 миля=7420,44 м), а расстояние до Луны — 30 000 миль, Пурбах пришел к выводу, что расстояние от Земли до кометы превышало 1000 миль, поэтому «ее диаметр не мог быть менее 4 миль, а длина — менее 80 миль». Размеры эти больше указанных... в десятки и сотни тысяч раз! Тем не менее факт самой попытки важен, и указанное сочинение Пурбаха занимает свое место в истории науки о кометах наряду с первыми многолетними результатами наблюдений комет, выполненных в 1433—1472 гг. его современником итальянским астрономом Паоло даль Поццо Тосканелли (1397—1482). Этот ученый определял положение комет как по отношению к соседним звездам, так и по высоте и азимуту или в эклиптических координатах. Наблюдения комет в дальнейшем были продолжены Региомонтаном, посвятившим им одно из своих сочинений, относящееся к 1472 г.

Большое внимание Пурбах уделял совершенствованию солнечных часов и астрономических инструментов. Результаты этой работы он осветил в лекциях, которые читал в 1458 г., нашли они отражение и в нескольких рукописях. Значительную часть работы Пурбах выполнил совместно с Региомонтаном.

Нам неизвестно, какую роль играл Пурбах в образовании Региомонтана, не знаем мы и других преподавателей Венского университета начала 50-х годов XV в., которые могли бы оказать существенное влияние на формирование юноши как ученого. Но известно, что вскоре после своего прибытия в Вену Региомонтан вновь принялся за составление астрономического календаря, на этот раз на 1451 г., сохранившийся до наших дней, Слава о необычном вундеркинде быстро распространилась по Вене и достигла императорского двора. Тогдашний император Фридрих III, отличавшийся суеверием, пожелал использовать необычные познания молодого венского студента для определения судьбы своей невесты, принцессы Леоноры Португальской, ровесницы Региомонтана, свадьба с которой намечалась на март 1452 г. Составленный Региомонтаном гороскоп также дошел до наших дней и не так давно опубликован [22, с. 10].

Интересно, как же справился юный астролог со столь ответственным поручением? Он предсказал Леоноре продолжительность жизни 49 3/4 года, и то, что она станет матерью двух сыновей и дочери, причем первенец должен был умереть в раннем возрасте. Увы, ни одно из предсказаний, как и следовало ожидать, не осуществилось: Леонора умерла в возрасте 30 3/4 года, успела родить пятерых детей, из которых только двое достигли зрелого возраста.

Для родившегося в 1459 г. наследника престола Максимилиана (коронованного в 1493 г.) Региомонтану тоже пришлось составить гороскоп. По звездам получалось, что прожить он должен был всего 49 лет, в 27 лет ему предстояла женитьба на не отличавшейся крепким здоровьем женщине, которая должна была родить ему недолговечного сына и трех дочерей. И снова гороскоп оказался несостоятельным — в первый брак Максимилиан вступил в 18-летнем возрасте с Марией Бургундской, которая, не прожив с ним и пяти лет, умерла, оставив малолетнего сына и только одну из предсказанных дочерей. Второй брак оказался и вовсе бездетным. О 14 внебрачных детях Максимилиана в гороскопе совсем не упоминалось. Сам же император дожил почти до 60-летнего возраста, более чем на десять лет превзойдя возраст, отпущенный ему звездами, и по всем правилам астрологического искусства установленный толкователем.

Неудачные предсказания не сразу подрывали авторитет Региомонтана, как, впрочем и других астрологов. Между предсказанием и его исполнением проходило обычно много времени, за которое многое забывалось и изменялось. Когда же несовпадение предсказанного с реально имевшим место становилось очевидным, можно было всегда сослаться по крайней мере на две причины — неточности в указании времени рождения и несовершенства и неполноту знаний о закономерностях движения небесных светил. Следствием второй причины были новые попытки постижения этих закономерностей, т. е. как раз то, чем занимались астрономы и что нужно было для астрономии. Вольно или невольно астрология — «внебрачная (по выражению Кеплера) дочь астрономии» оказывала матери существенную помощь — она содержала ее, иначе умершую бы от голода, и всемерно содействовала ее «возмужанию».

Мы знаем, что в 15 лет после окончания факультета искусств Региомонтан стал бакалавром. Дальше предстояла учеба на одном из трех обычных факультетов тогдашних университетов — богословском, медицинском или юридическом. На каком из них стал учиться Региомонтан — неизвестно. Он никогда не занимался медициной и не имел духовного сана (сообщение, что папа в связи с работами над реформой календаря возвел его в сан кардинала не подкрепляется ни одним сколько-нибудь достоверным свидетельством, см. с. 53). Скорее всего, он учился на юридическом факультете, хотя с точки зрения его вполне определенно проявившихся интересов ни этот, ни два остальных факультета юношу не устраивали, но и учеба на любом из них не была для него слишком обременительной. Однако получение им «главной» ученой степени — магистра задержалось по чисто формальным причинам: для этого следовало достичь возраста в 21 год, и даже для такого яркого таланта и знатока, каким был Региомонтан, существовавший порядок и в виде исключения не мог быть нарушен. Только летом 1457 г. он становится магистром, что косвенно подтверждает его год рождения (1457—21=1436). От своего учителя и старшего коллеги Пурбаха он отстал в этом всего на четыре года.

К этому времени Региомонтан уже прослушал лекции Пурбаха по теории планетных движений, и их содержание не было для него тайной.

Региомонтан, возобновив составление календарей в 1450 г., занимается этим ежегодно, постоянно совершенствуя их форму и содержание, пока к 1459 г. его творения не принимают окончательного вида, сохранившегося при издании им календарей в своей типографии.

Календари Региомонтана были очень популярны, часто переписывались вручную. Однако он сохранял их оригиналы, на их полях остались многочисленные пометки и примечания, внесенные собственноручно ученым. В декабре 1454 г. появляются (точнее, возобновляются, так как начало этому было положено еще в Лейпциге) записи о погоде, в дальнейшем они становятся систематическими. Региомонтан пытается установить зависимость между состоянием погоды и взаимным расположением небесных светил. Соединение Юпитера и Марса в 1455 г. должно было, по его предположению, стать причиной обильных дождей; Луна в квадратуре к Марсу — не это ли обусловило холодный пронизывающий ветер? А нет ли связи между сильным морозом 18 января 1455 г. и наступившим новолунием? С новолунием связывается и появление кометы 2 июня 1456 г., которую Региомонтан наблюдал совместно с Пурбахом. И в следующем, 1457 г., можно было видеть появление кометы, и вновь Региомонтан пытался увязать этот феномен с расположением Луны относительно планет, обращая внимание на эти детали не в меньшей мере, чем на фиксацию времени и места ее расположения на небесном своде. Время ее появления, указанное Региомонтаном, точно совпадает с данными уже упоминавшегося «охотника за кометами» Тосканелли, но данные, полученные ими в заключительном периоде ее видимости, расходятся.

По-видимому, в том же 1457 г. Региомонтан начинает более систематические и целенаправленные астрономические наблюдения. 3 сентября, находясь на башне бенедиктинского монастыря на высоком правом берегу Дуная в городке Мельк (нижняя Австрия), он совместно с Пурбахом наблюдает лунное затмение, используя при этом искусно изготовленную им собственноручно и до сих пор сохранившуюся астролябию. Начало и конец явления были вычислены по расположению Луны относительно Альционы, самой яркой звезды в звездном скоплении Плеяд.

В Вене Региомонтан производит серию наблюдений за положениями Марса, отмечая, что «соединение последнего с Юпитером произошло на 4 дня раньше», чем указывалось в таблицах. Он вносит в них соответствующую поправку. В 1458 г. Региомонтан продолжает наблюдения Марса, установив, что соединение этой планеты с Регулом (самой яркой звездой в созвездии Льва) произошло в ночь на 8 ноября, а не 21 ноября, как указывалось в астрономическом ежегоднике Пуркарда Нестлера, астронома из Зальцбурга, и не 10 ноября, определенного в его собственном календаре.

К тому времени при определении планетных положений, кроме альфонсинских таблиц, применялись и другие таблицы, составленные на их основе, но более удобные в обращении. Речь идет о так называемых оксфордских таблицах Йоганна Гмундена и таблицах итальянского астронома Бьянкини. В одном из писем того периода Пурбах сообщает, что он работает по альфонсинским таблицам, а его сотрудник, магистр Йоганн (несомненно, имеется в виду Региомонтан), предпочитает таблицы Бьянкини. Позже Региомонтан познакомится с этим ученым-гуманистом лично и между ними завяжется оживленная научная переписка. Отметим, что копии всех упомянутых таблиц, как и многих других интересовавших его сочинений античных и современных ему авторов, Региомонтан переписал сам, не жалея на это времени.

Правда, переписывал он, по-видимому, только необходимые для работы сочинения, которые не мог приобрести. Известно, что в эти годы он собрал большое количество рукописных книг по занимавшим его вопросам. Более того, располагая, как магистр, ключами от университетской библиотеки, он проштудировал многочисленные книги из ее собрания. На них остались его пометки, касающиеся, как правило, неточностей и промахов, допущенных их авторами или переписчиками, и имеющие целью предостеречь последующих читателей от ошибочных положений. Часть записей представляет изложение результатов, полученных Региомонтаном в своей работе; многие из них были в дальнейшем развернуты в законченных трактатах, некоторые так и остались незавершенными разработками.

Сохранился объемистый томик записей Региомонтана в 1454—1462 гг., известный под названием «Wiener Rechenbuch» («Венская счетная книга»)[3]. В числе содержащихся в нем сочинений — арифметический трактат «Algorithmus demonstratus» («Алгоризм с доказательствами»), относящийся к XIII в., но популярный и в последующее время: издан Й. Петреем в Нюрнберге в 1534 г. Его автор, «мастер Гернард», отождествляется иногда с Йорданом Неморарием, автором нескольких работ по математике и механике. Среди записей Региомонтана находятся также выдержки из «Конических сечений» Аполлония (III—II в. до н. э.) в переводе Герардо Кремонского, сочинение о музыке француза Жа-

[3] Кодекс.— Австр. нац. б-ка, 5203.

на де Мёра и др. Имеются там и собственные вычисления ученого, например его расчеты стороны правильного многоугольника по способу, восходящему к древнеиндийским математикам, определение площадей различных многоугольников, поверхностей и объемов пространственных тел. Небольшой фрагмент о правилах извлечения квадратных и кубических корней из чисел, не являющихся точными квадратами и кубами, показывает, что Региомонтан владеет итерационным способом Герона, по которому и сейчас составляются подпрограммы для извлечения корней в ЭВМ. Тут же составленные Региомонтаном таблицы квадратов и кубов чисел, предназначенные, очевидно, для выбора начальных приближений при извлечении корней. Приводится найденное Региомонтаном очень хорошее приближение для $\sqrt{10}$ в виде обыкновенной дроби $3\frac{53353}{328776}$ (квадрат этого числа, вычисленный на десятиразрядном калькуляторе, равен 10,00000000).

Интересен набросок Региомонтана о совершенных числах, равных сумме своих делителей, включая единицу. В «Началах» Евклида (кн. 9, предл. 36) доказывается предложение, что числа вида $(2^p-1)\cdot 2^{p-1}$ совершенны, если только $2^{p-1}-1$ — простое число. Этим способом легко определяются первые четыре совершенных числа 6, 28, 496 и 8128, известные еще с античных времен (они упоминаются у Никомаха ок. 100 г. н. э.). Пятое совершенное число $(2^{13}-1)\cdot 2^{12}=8191\cdot 4096=33\,550\,336$ находит и приводит в этой рукописи Региомонтан. Он указывает и на число $(2^{17}-1)\cdot 2^{16}$ как на следующее по порядку совершенное число. Региомонтан не мог знать, что 5-е совершенное число было найдено ок. 1300 г. Кутб ад-Дином аш-Ширази (1236—1311) в трактате «Жемчужина короны для украшения Дибаджа».

Записи о совершенных числах относятся ко времени, когда Региомонтану было только 20 лет. По всей видимости, он занялся этими числами под влиянием «Начал» Евклида, с юных лет привлекавших его внимание. Известно, что Региомонтан располагал несколькими вариантами перевода «Начал» на латинский язык Джованни Кампано, а также переводом Аделарда из Бата, отличавшимся во многих деталях от текста Кампано. Сохранился вариант «Начал» в трактовке Аделарда [4],

---

[4] Рукопись.— Нюрнберг. гор. б-ка, Cent. VI.13.

принадлежавший Региомонтану и в значительной части (до 9-го предложения третьей книги) им переписанный. Этот манускрипт, видимо, готовился Региомонтаном к изданию: он носит многочисленные следы его обработки, замечания и примечания. Как показывает исследование М. Фолькертса (57, S. 155), именно этот текст был использован Й. Шёнером для его известного издания «Начал» в 1537 г. Однако шёнеровское издание не было первым. «Начала» Евклида были названы в проспекте серии крупнейших классических сочинений по математике и астрономии, которую решил издать Региомонтан и даже основал для этого собственную типографию. Преждевременная смерть ученого помешала осуществлению этого плана. Однако работавший у Региомонтана искусный печатник Э. Ратдольт, переехав в Венецию, довел дело Региомонтана до конца; в 1482 г. он выпустил в свет «Начала», ставшие, таким образом, первой математической книгой, изданной типографским способом.

«Начала» Евклида были и предметом курса лекций, которые Региомонтан читал студентам Венского университета в течение нескольких лет. Кроме этого, он читал лекции по оптике «Perspectiva communis» («Общая перспектива»), и, подобно Пурбаху, увлекаясь античной литературой, — лекции по «Буколикам» Вергилия.

Но главные интересы Региомонтана и его учителя Пурбаха были сосредоточены на так называемом геоцентрическом учении александрийского астронома второй половины II в. н. э. Клавдия Птолемея. Свое учение он изложил в книге «μέγαλε σ΄ύνταξις» («Великое построение»). К сожалению, при переводе с греческого на арабский, а затем с арабского на латинский название было искажено и впоследствии эта работа Птолемея стала называться «Альмагест». Но искажено было не только название, в результате неоднократных переводов и переписывания претерпел значительные изменения и текст сочинений. Так, Пурбах и Региомонтан имели в своем распоряжении тексты, в основе которых лежал перевод Герардо Кремонского. Пурбах поставил задачу, во-первых, исправить перевод «Альмагеста», максимально приблизив его к греческому оригиналу, во-вторых, подготовить сокращенный текст этого сочинения, который можно было бы использовать в учебных целях и для ознакомления с основами астрономии. Следует отметить,

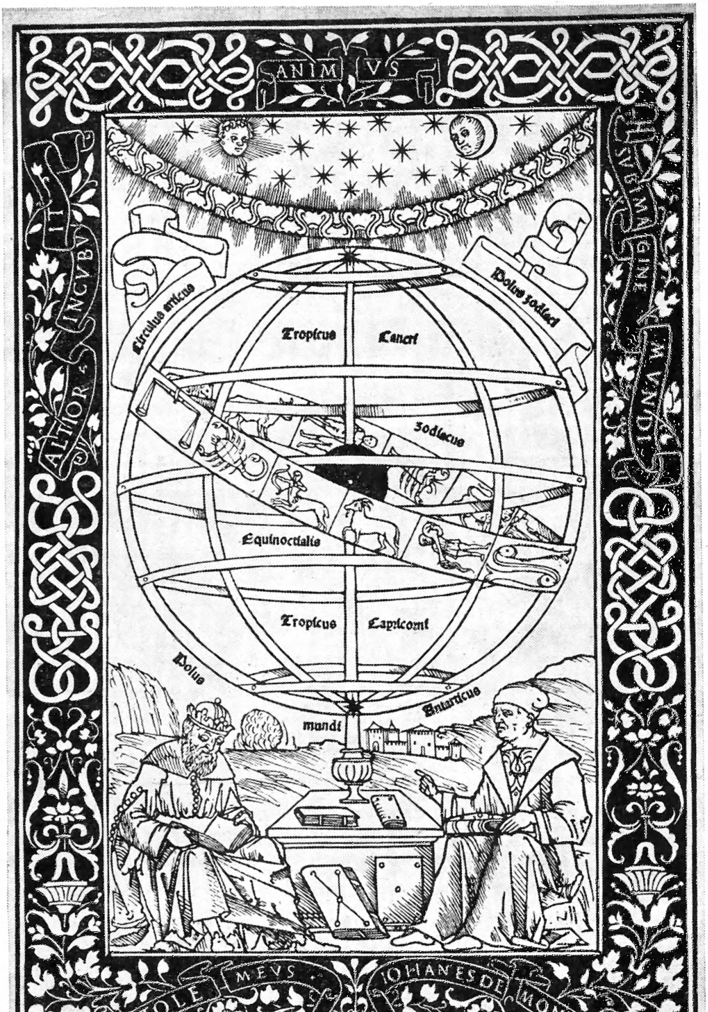


Иллюстрация к изданию «Эпитомы» Пурбаха — Региомонтана. Венеция, 1496 г. Внизу — изображение Птолемея и Региомонтана. Считается одним из самых старых дошедших до нас изображений Региомонтана

что ни Пурбах, ни Региомонтан не владели тогда древнегреческим языком, изучение которого в европейских университетах до середины XV в. не практиковалось; не имели они и надежного греческого текста «Альмагеста».

Но, как говорится, не было бы счастья, да несчастье помогло. В 1453 г., за несколько лет до описываемых нами событий, под ударами турок пал Константинополь — закончилась многовековая история Византийской империи. Спасаясь от турок, в разные европейские страны, главным образом в Италию, бежали многие византийские ученые и просветители, для которых древнегреческий язык был родным. Они привезли с собой большое количество рукописей на этом языке, среди которых были и сочинения классиков математики и астрономии. Этот фактор сыграл не последнюю роль в возрождении интереса к древнегреческой культуре и науке. Появилась потребность в изучении древнегреческого языка, и его носители, оказавшиеся, по несчастью, на чужбине, значительно способствовали ее удовлетворению.

Весной 1461 г. к императорскому двору в Вене прибыл папский легат, кардинал Виссарион, с важной дипломатической миссией — добиться участия империи в крестовом походе против турок. Необычна история этого незаурядного человека. Родившись около 1403 г. в Трапезунде в простой и малообеспеченной семье, Виссарион благодаря своим способностям и энергии начал быстро подниматься по ступенькам православной церковной иерархии и уже в 1437 г. стал архиепископом Никейским. К этому времени обстановка в Византии осложнилась натиском турок, судьба государства была под все усиливающейся угрозой. В этих условиях Виссарион примкнул к латинофильской партии, стремившейся заключить союз с Западом для совместной борьбы против турецкого нашествия. В 1438 г. на Флорентийский собор прибыла большая делегация от православной церкви, в составе которой были последний византийский император Константин XI, высшие иерархи православной церкви. Входил в делегацию и Виссарион. Переговоры были напряженными и изнурительными. В конце концов члены византийской делегации были вынуждены подписать так называемую Флорентийскую унию между католической и православной церковью на условиях, навязанных католическими представителями. Однако в Византии уния была отвергнута, а представителям латинофильской партии, в том числе и Виссариону, пришлось эмигрировать. Прибыв в Рим в 1439 г., Виссарион перешел в католичество, в том же году стал кардиналом. Будучи энциклопедически образованным человеком и обладая большим собранием древнегреческих рукописей различного содержания, в числе которых был и текст «Альмагеста», он стал организатором кружка гуманистов. Виссарион много сделал для пропаганды греческой культуры в Италии, сам перевел с древнегреческого на латинский язык ряд классических произведений Аристотеля, Теофраста, Ксенофонта и др., познакомил Запад с Платоном... После падения Константинополя Виссарион — один из главных сторонников организации вооруженной борьбы с турками. Именно с этой целью он появился в Вене. Забегая вперед, отметим, что в конце своей жизни (1472) Виссарион всячески способствовал заключению брака между Зоей (в России — Софией) Палеолог, племянницей последнего византийского императора, и русским царем Иваном Васильевичем (Иваном III).

По прибытии в Вену Виссарион очень быстро свел знакомство с Пурбахом и Региомонтаном. Он представил им необходимый экземпляр текста «Альмагеста», а для совершенствования в древнегреческом языке и ознакомления с другими рукописями предложил совершить поездку в Италию в составе его свиты. Предложение было принято, и оба ученых стали готовиться к отъезду, намеченному на сентябрь того же 1461 г. Одновременно они продолжали работу над представленным Виссарионом текстом. Неожиданно тяжело заболел Пурбах. Перед лицом приближающейся смерти он завещает Региомонтану продолжить и завершить начатое дело.

Пурбах скончался 4 апреля 1461 г., доведя работу над сокращенным, но некоторым образом приспособленным для учебных целей изложением «Альмагеста» до шестой книги. Выполняя завещание Пурбаха, Региомонтан завершил эту работу. Она была опубликована в 1496 г. в Венеции спустя 20 лет после смерти Региомонтана.

Во второй половине сентября 1461 г. Региомонтан в свите Виссариона покидает Вену, и притом, по-видимому, навсегда. Утверждения некоторых авторов о том, что впоследствии, в 1468—1471 гг. он жил в Вене и даже состоял в это время профессором Венского университета не подтверждаются ни одним из известных в настоящее время или в прошлом первоисточников! Эти утверждения восходят к книге А. Циглера (1874 г.), который писал: «со многими рукописями и книжными сокровищами возвратился он [Региомонтан] в Вену и исполнял до 1468 г. свою должность профессора математики и астрономии, которая перешла к нему после смерти Пурбаха» [79, с. 9]. В хорошо сохранившихся за тот период документах Венского университета об этом нет ни малейшего упоминания.

В Италии

Региомонтан, располагая греческим текстом «Альмагеста», полученным от Виссариона, мог и в Вене продолжать дело, завещанное учителем и другом — Пурбахом. Однако, вклад древнегреческих классиков в развитие науки интересовал Региомонтана в более широком смысле. Перед ученым встала необходимость ознакомления с соответствующими источниками, которые в то время можно было найти прежде всего в Италии. Именно там ведь сосредоточилась основная часть греков-эмигрантов из Византии, неофициальным лидером которых был Виссарион. Кроме того, Региомонтан понимал, что возможности совершенствования в древнегреческом языке при общении с лицами, владеющими им, как родным, значительно расширялись. Были и другие причины, которые стимулировали поездку молодого ученого в Италию, в страну старейших в Европе университетов и ученых обществ, переживавшую в то время расцвет культуры, искусств и науки, правда, сопровождавшийся глубоким политическим и военным кризисом.

К моменту приезда Региомонтана в Италию многие европейские страны завершили процесс национально-государственного объединения. Италия же, где раньше, чем в других странах, проявились важные сдвиги в сфере производства, обозначавшие зарождение нового общественного строя — капитализма, в то время не приближалась, а, скорее, удалялась от перспектив централизации политической власти. Одной из причин такой на первый взгляд парадоксальной особенности развития итальянской государственности были факторы раннего расцвета итальянских городов: возникновение массового мануфактурного производства товаров, предназначенных на вывоз, прохождение через эти города важнейших путей международной торговли. Конкуренция, соперничество на внешнем рынке, получение выгод от транзитной торговли превращали городской патрициат в противников политического объединения.

Во многих итальянских городах-государствах тех лет республиканская форма правления сменилась режимом единоличной диктатуры. Опасаясь восстаний городской и сельской бедноты, городские патриции, стоявшие у кормила республиканского правления, без особого сопротивления уступали власть сильным жестоким правителям. В свою очередь, последние, добившись власти, были готовы объединиться с соседями лишь при условии их покорения. Борьба между отдельными тиранами за расширение подвластных территорий, за завоевание внешних рынков не утихала. Это вело к политическому ослаблению Италии и росту внешней угрозы.

Постепенно на территории Италии из множества княжеств и городов-республик выделилось несколько более или менее крупных государств: Венецианская республика, которой заправляла торговая олигархия (основные города — Венеция, Падуя, Верона, Брешия); герцогство Милан, в котором правили тираны из рода Сфорца (Милан, Кремона, Павия); Флоренция, формально остававшаяся республикой, но фактически управлявшаяся представителями династии крупнейших банкиров Медичи (Флоренция, Пиза, Ареццо, Ливорно); Папская область (Рим, Перуджа, Равенна, Болонья). Юг Италии занимало королевство обеих Сицилий — Неаполитанское королевство, где властвовала иноземная Арагонская династия (Неаполь, Салерно, Таранто, Реджо, Мессина, Сиракузы). Более мелкими государствами были герцогства Мантуя, Феррара, Парма, республики Генуя, Лукка и сохранившая до сих пор свою самостоятельность Сан-Марино.

Однако в то время в жизни Италии наряду с факторами, содействовавшими раздробленности и политической отсталости тогдашних итальянских государств, существовали другие, способствовавшие развитию сложного и многогранного процесса, известного под названием Rinascimento, т. е. Возрождения. Характерным для этого процесса было изменение взглядов на окружающий мир, новая оценка возможностей, обязанностей, прав и интересов человека, его роли в обществе. В новых условиях положение личности в значительно большей мере, чем прежде, стало определяться не столько знатностью и богатством предков, сколько инициативой, предприимчивостью, энергией, знаниями.

Идейным содержанием нового процесса стал гуманизм — мировоззрение, яркой чертой которого был культ человеческого разума, его способностей к познанию окружающего мира. В противовес религиозной идеологии средневековья, проповедовавшей принижение человеческой личности, объявлявшей греховными естественные влечения человека, возводившей в идеал аскетизм, умерщвление плоти, гуманисты выдвигали на первое место разум, определяющий и направляющий действия человека. Гуманисты открыли простор умственным возможностям человека в познании как своего внутреннего мира, так и внешней действительности. Ученые-гуманисты считали важным условием для получения новых знаний опыт, что еще больше подчеркивало значение творческих, познавательных возможностей человека.

Одновременно резко возрос интерес к культуре, искусству и науке античности. В Италии этому особо содействовали два обстоятельства: во-первых, ее территория в свое время сама была центром античной цивилизации, следы которой сохранились в разных формах и проявлениях, привлекая к себе все большее внимание; во-вторых, как уже упоминалось, после падения Византии в Италию бежали многие представители византийской культуры и науки.

«В спасенных при падении Византии рукописях, — подчеркивал Ф. Энгельс, — в вырытых из развалин Рима античных статуях перед изумленным Западом предстал новый мир — греческая древность; перед ее светлыми образами исчезли призраки средневековья; в Италии наступил невиданный расцвет искусства, который явился как бы отблеском классической древности и которого никогда уже больше не удавалось достигнуть... Рамки старого orbis terrarum были разбиты; только теперь, собственно, была открыта Земля и были заложены основы для позднейшей мировой торговли и перехода ремесла в мануфактуру, которая в свою очередь послужила исходным пунктом для современной крупной промышленности. Духовная диктатура церкви была сломлена... у романских народов стало все более и более укореняться перешедшее от арабов и питавшееся новооткрытой греческой философией жизнерадостное свободомыслие, подготовившее материализм XVIII века.

Это был величайший прогрессивный переворот из всех, пережитых до того времени человечеством, эпоха, которая нуждалась в титанах и которая породила титанов по силе мысли, страсти и характеру, по многосторонности и учености»[1].

Все это способствовало превращению Италии в своеобразную школу европейского гуманизма, тем более что и в постановке системы образования, и в научном отношении Италия к тому времени занимала ведущее место. Так, здесь раньше, чем в других европейских странах, возникли первые высшие учебные заведения: точная дата основания первого университета, Салернского (юго-восточнее Неаполя) неизвестна, но он функционировал уже в первой половине XI в., вторым стал Болонский университет, основанный в 1119 г.; на протяжении XIII в. один за другим создавались университеты в Виченце, Ареццо, Падуе и Неаполе, в 1303 г. был открыт Римский университет.

В Италии же начиная с первой половины XV в. возникают и первые в Европе объединения ученых и литераторов, которые в память о собраниях ученых в саду Академа в Афинах времен Платона стали называться академиями. Первая из них была основана итальянским ученым и литератором Помпонием Летом (1423—1497) в Риме, вслед за ней возникла Платоновская академия во Флоренции, возглавлявшаяся литератором Марсилио Фичино. Кружок ученых, группировавшихся вокруг Виссариона в Риме, также иногда неофициально называют его «домашней академией».

Известно и то, что первым самостоятельным математиком Западной Европы, не только освоившим основное наследие прошлого, но и внесшим в эту науку самостоятельный вклад, был итальянец Леонардо Пизанский (1180—1240), известный также под именем Фибоначчи. Его «Книга абака» (1202) сыграла важную роль в распространении сведений по арифметике и алгебре как в самой Италии, так и в других странах Европы. Именно итальянцы, в том числе уже упоминавшийся Герардо из Кремоны (1114—1187) и Джованни Кампано из Новары (XIII в.) первыми стали переводить с арабского (а позже — и с древнегреческого) на латинский язык — язык тогдашней европейской культуры — произведения античных и восточных ученых.

---

[1] *Маркс К., Энгельс Ф.* Соч., т. 30, с. 345—346.

Кампано и сам был автором нескольких трактатов математического и астрономического содержания.

Получить, завершить образование в Италии или по крайней мере посетить ее — к этому стремились тогда многие молодые люди из разных стран, ощутившие новые веяния. Побывал в Италии и Пурбах, позже проведет там несколько лет Коперник, сейчас в эту страну ехал Региомонтан.

Отъезд в Италию посольства Виссариона был связан с некоторыми трудностями. Миссия его не удалась: ни положение личного представителя папы, ни утонченная дипломатия хитрого и умного византийца не помогли поднять «Священную Римскую империю» на борьбу против турок — у императора было достаточно своих забот и проблем как внутреннего, так и внешнего характера, перед которыми меркла прямая угроза турецкого нашествия. Здоровье кардинала, которому тогда заканчивался шестой десяток, было расшатано, он плохо переносил путешествия, хотя очень часто был вынужден их совершать, да и средств на обратную поездку не хватало, пришлось добиваться займа. Вереница повозок и карет с кардиналом и его свитой покинула Вену только в конце сентября 1461 г. Почти месяц посольство добиралось до Болоньи, куда прибыло 23 октября, после короткой остановки двинулись на Равенну. По дороге кардинал почувствовал себя очень плохо и в Равенну прибыл совсем больным. Состояние здоровья больного быстро ухудшалось, были серьезные поводы опасаться за его жизнь. Остановка в Равенне в связи с этим оказалась значительно более длительной, чем предполагалось. Только 20 ноября посольство возвратилось в «вечный город».

Положение Региомонтана при Виссарионе было неопределенным, сам он называл себя «clientulus» — «подчиненный», позже «familiaris» — «домочадец», но его обязанности вряд ли были обременительны. Известно, что в течение всего времени, которое Региомонтан провел при кардинале, он вел активный розыск древнегреческих рукописей, многие из которых пополнили коллекцию Виссариона — крупнейшее частное книжное собрание того времени. Когда в 1468 г. Виссарион передал свою библиотеку Венеции, оговорив свободный доступ к ней всех желающих, в ее составе насчитывалось 350 древнегреческих и 264 латинские рукописи. Часть этих рукописей была приобретена для собрания

Региомонтаном, а некоторые, в том числе «Таблицы затмений» Пурбаха, были переписаны им для кардинала.

Несомненно, что в годы пребывания Региомонтана в Риме он встречался со многими виднейшими представителями культуры и науки, которые довольно часто собирались у Виссариона в его «домашней академии». Имена большинства участников этих встреч мало что могут сказать современному читателю, но некоторые из них назвать стоит. Так, среди посетителей и гостей Виссариона бывали уже упоминавшийся писатель-гуманист и неутомимый «охотник» за кометами Паоло даль Поццо Тосканелли, знаменитый архитектор и искусствовед Леон Баттиста Альберти, весьма вероятно, что приходил в «академию» и известный ученый-гуманист Николай Кузанский. Среди выходцев из Византии назовем Теодора из Газы, автора первой на Западе грамматики древнегреческого языка, а также земляка Виссариона — Георгия Трапезундского, с 1420 г. преподававшего в Италии древнегреческий язык и осуществившего перевод на латинский язык нескольких классических произведений, в том числе «Альмагеста» Птолемея. Поскольку Георгий плохо разбирался в существе дела, его перевод «Альмагеста» изобиловал ошибками и искажениями, что дало повод Региомонтану выступить с его резкой критикой. Оригинал этого критического разбора вместе с двумя другими рукописями Региомонтана хранится в Архиве АН СССР [29—31].

Собирание и переписывание рукописей, встречи и переписка с учеными занимали у Региомонтана немало времени, но находилось время и для собственных исследований. С первых дней пребывания в Италии Региомонтан много работал над завершением изложения «Альмагеста», завещанного ему Пурбахом, которое, следуя его авторам, в дальнейшем будем называть «Эпитомой» (от древнегреч. Ἐπιτομή — краткое изложение, сокращение). На эту работу ушли конец 1461 г. и почти весь 1462 г.; она прерывалась лишь несколькими кратковременными поездками из Рима в Витербо, славившийся целебной силой своих минеральных источников, где Виссарион пытался поправить здоровье.

Можно попытаться определить время окончания этой работы: Региомонтан посвятил сочинение Виссариону, как патриарху Константинопольскому — этот сан на основании отвергнутой православной церковью Флорентийской унии 1439 г. папа присвоил Виссариону 28 апреля 1463 г. Однако в рукописной копии сочинения, подаренной Региомонтаном своему покровителю и до сих пор хранящейся в Венеции в составе его книжного собрания, Виссарион назван кардиналом Тускуланским, следовательно, труд был завершен до возведения Виссариона в «патриарший» сан. Кроме того, известно, что уже в конце 1462 г. Региомонтан занялся составлением своего основного математического труда — книги о треугольниках, для этой весьма сложной работы ему очень желательно было освободиться от других неотложных дел.

«Эпитому» следует рассматривать как высшее достижение докоперниканской астрономии. Прежде всего форма ее изложения была значительно доступнее, чем текст самого Птолемея. Вычисления с хордами Региомонтан заменил вычислениями с синусами, что само по себе облегчало усвоение весьма сложной математической теории движения небесных тел, предложенной Птолемеем. Были устранены многие ошибки и погрешности, накопившиеся при многократном переписывании и при переводах, переделаны или по крайней мере оговорены неудачные места текста оригинала Птолемея. Так, по теории Птолемея «Луна, находясь в квадратурах, т. е. в положениях, направления на которые составляют углы в 90° с направлениями на точки соединения, должна находиться к Земле значительно ближе, чем в соединениях», что должно было существенно изменять видимые размеры ее диаметра, между тем этого не отмечали ни древние астрономы, ни Региомонтан со своими современниками. На это несоответствие учения Птолемея с данными наблюдений обратил внимание Николай Коперник, внимательно изучавший «Эпитому» после издания ее в 1496 г. типографским способом, и это могло быть одним из тех стимулов, которые побудили его взяться за разработку принципиально нового, гелиоцентрического учения о движениях небесных тел.

«Эпитома» была впервые напечатана лишь через 20 лет после смерти Региомонтана, но сразу же привлекла к себе внимание астрономов и нескольким поколениям служила основным учебником астрономии в тогдашних университетах. Ее много раз переиздавали до середины XVII в.

Уже в посвящении к «Эпитоме» Региомонтан упоминает о своей работе над книгой о треугольниках. В ней ученый решил собрать и систематизировать весь накопленный за многие века материал, касающийся различных случаев решения сферических и плоских треугольников. До того учение о треугольниках считалось одним из разделов астрономии; Региомонтан превратил его в самостоятельный раздел математики, известный под названием тригонометрии.

Подготовленное в основном (но оставшееся незаконченным) в 1463 г. классическое произведение Региомонтана «De triangulis omnimodis libri quinque» («Пять книг о треугольниках всякого рода») включало следующий материал: первая книга содержала общие сведения о плоских треугольниках и их элементах и правила вычисления углов и сторон в прямоугольных треугольниках с помощью приводимых им таблиц синусов; во второй книге давалась теорема синусов и описывалось ее применение для решения плоских треугольников общего вида; третья и четвертая книги были посвящены вопросам сферической тригонометрии с выводом и применением сферической теоремы синусов, в пятой книге вводилось понятие «обращенного синуса», «sinus versus» ($\sin \operatorname{vers} A = 1 - \cos A$), и описывалась сферическая теорема косинусов — важнейшее соотношение сферической тригонометрии, найденное и введенное в научный оборот Региомонтаном.

Региомонтан не называет в новом сочинении имен своих предшественников. Но в «Эпитоме» упоминаются имена ряда ученых, писавших на арабском языке, в том числе Тебита, т. е. багдадского ученого IX в. Сабита ибн Корры; Альбатегния — уже известного нам арабского астронома IX—X в. ал-Баттани; Гебера, т. е. арабского астронома и математика XII в. Джабира ибн Афлаха. Каждый из этих ученых в своих астрономических трактатах рассматривал в числе других и вопросы, относившиеся к тригонометрии. Региомонтан знал об этих и некоторых других сочинениях, в которых приводились разрозненные сведения, касающиеся вопросов решения плоских и сферических треугольников. Однако его следует считать первым ученым, обобщившим и систематизировавшим все эти вопросы; среди доказательств рассматриваемых им предложений большинство имеет чисто геометрический характер, но некоторые основаны на применении алгебры.

Работа осталась незаконченной, вероятно, этому помешал отъезд Региомонтана летом 1463 г. из Рима.

Более того, обстоятельства сложились так, что книга была опубликована только через 70 лет после ее создания, в 1533 г. Однако, несмотря ни на что, она занимает в истории математики особое место.

Летом 1463 г. Виссарион снова получает от папы важное поручение — поднять против турок армию Венецианской республики — и направляется в Венецию в качестве папского легата. Региомонтан сопровождает его. Миссия выехала из Рима 5 июля, а 22 июля уже была в городе на каналах и островах. Следует отметить, что Венеция в те годы была важнейшим центром мировой торговли, поддерживавшим особо тесные связи со странами Востока, прежде всего с Византией до ее падения. Именно здесь образовалась одна из крупнейших в Италии общин из числа греков, покинувших Константинополь после его захвата турками. Этим же объяснялось и то, что впоследствии Виссарион принес в дар свое богатейшее собрание манускриптов именно Венеции. Сейчас же Виссарион настойчиво разыскивал и приобретал уцелевшие рукописи, Региомонтан ему в этом активно помогал.

В процессе поисков Региомонтана ожидала редкая удача — ему первому в Европе удалось обнаружить греческий текст знаменитой «Арифметики» Диофанта, точнее, шести из тринадцати уцелевших ее книг[2]. Региомонтан не опубликовал найденного им текста (это было сделано значительно позднее: только в 1572 г. Р. Бомбелли в своей «Алгебре» привел 143 из 189 задач Диофанта, в 1575 г. появился первый перевод этого сочинения на латынь, выполненный Ксиландером, а греческий оригинал был впервые издан в 1621 г. Баше де Мезириаком). Однако знакомство с ним во многом способство-

---

[2] В 1975 г. был обнаружен и издан арабский перевод еще четырех книг этого сочинения: Сина'а ал-джабр ли-Дийуфантус ал-Искандарани, тарджама Куста ибн Лука, хакакахи ва каддама Рушди Рашид. Каир, 1975. В 1982 г. этот текст был издан с английским переводом: J. Sesiano. Books IV to VII of Diophantus' Arithmetica in Arabic translation attributed to Qusta ibn Luqa. New York — Heidelberg — Berlin, 1982, а в 1984 г.— французским переводом: Diophante. Les arithmitiques, t. III — livre IV, t. IV — livres V—VII. Texte itabli et traduit par R. Rashed. Paris, 1984. И. Г. Башмакова и Е. И. Славутин (История диофантова анализа от Диофанта до Ферма. М.: Наука, 1984), изучившие этот текст, считают его автором не самого Диофанта, а одного из его учеников или последователей, вероятнее всего Гипатию (см. также [83]).

вало привлечению интереса Региомонтана к важным алгебраическим проблемам того времени; именно через Региомонтана это замечательное произведение позднеантичного периода (Диофант жил предположительно в III в.) было введено в научный оборот.

В Венеции миссия оставалась более года. На этот раз Виссарион выполнил дипломатическое поручение более успешно: после длительных обсуждений и жарких споров верх взяла военная партия, и Венеция объявила Турции войну. В период пребывания в Венеции Региомонтан совершил по крайней мере две продолжительные поездки: в конце 1463 г.— в Милан, где пробыл до середины февраля следующего года; в апреле того же года — в Падую, куда он был приглашен руководством местного университета для чтения лекций об Альфраганусе — так тогда называли среднеазиатского астронома и математика IX в. ал-Фергани. Вводная лекция Региомонтана, содержание которой было позднее опубликовано, представляла собой очерк развития математики и смежных наук до середины XV в. Впоследствии М. Кантор, известный историк математики, назвал этот очерк первым западным достижением в области истории математики [93, S. 256]. Региомонтан сделал упор на практическое значение математических знаний. Толчок развитию математики, по его мнению, дали древние египтяне. Вследствие разливов Нила им приходилось ежегодно заново распределять земельные участки и тем самым невольно совершенствовать свои познания в области геометрии. Региомонтан кратко характеризует вклад в развитие математики таких древнегреческих ученых, как Евклид, Аполлоний, Архимед, затем упоминаются Евтокий, Феодосий, Менелай, Гипсикл и др. В создании арифметики он отмечает роль Пифагора, Евклида и Диофанта. У последнего, по словам ученого, скрыт весь цвет арифметики — искусство неизвестной и квадрата, которое «называется арабским словом алгебра».

Из математики как из основной науки, по мысли Региомонтана, развились астрономия и музыка. Он особо подчеркивает заслуги «арабов, персов и индийцев» в развитии астрономии. Из современных ему ученых Региомонтан называет феррарского астронома и математика Джованни Бьянкини.

Региомонтан познакомился с Бьянкини незадолго до своей лекции. О жизни этого ученого-гуманиста известно очень мало — мы ничего не знаем, например, о месте и о времени его рождения. Можно утверждать, что Бьянкини не получил систематического образования, но его личные способности и настойчивое самостоятельное изучение наук позволили ему достичь высокого положения на службе у феррарского правителя, герцога Никколо д'Эсте. Помимо службы, Бьянкини занимался составлением математических и астрономических таблиц, вел астрономические наблюдения. Им были составлены планетные таблицы, солнечные таблицы, для которых наклон эклиптики принимался равным $23°33'30''$, таблицы для пересчета положений небесных светил на широте Феррары, которую он считал равной $44°45'4''$, а также весьма интересные тригонометрические таблицы, частично на шестидесятиричной, частично — (здесь Бьянкини наряду с Региомонтаном был в числе первых) на десятиричной основе. В этих так называемых «магистральных таблицах» («tabulae magistrale») синусы и косинусы вычислены с шагом в 10 мин., причем «полный синус» (радиус тригонометрического круга) берется равным $60 \cdot 10^3$, например $\sin 30° = 30\,000$. Имеются у Бьянкини также десятиричные таблицы тангенсов при $r = 10^3$ ($\mathrm{tg}\, 45° = 1000$) и косекансов. Предполагается, что Бьянкини составил на той же десятиричной основе и таблицы синусов и косинусов, но они не сохранились. Научные интересы Бьянкини были весьма разнообразны и отразились в оживленной переписке с Региомонтаном, прервавшейся смертью Бьянкини в 1465 г. В 1902 г. она была опубликована [20].

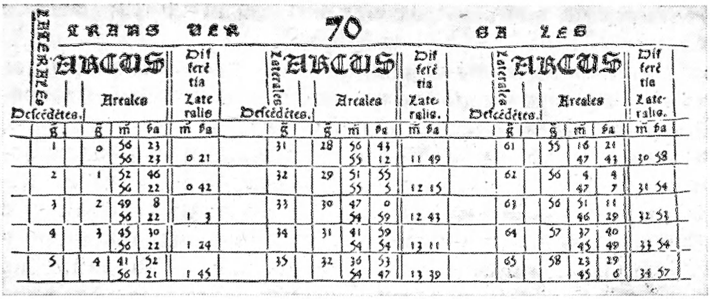
Из Венеции Региомонтан снова возвращается в Рим. Установлено, что 6 октября 1464 г. он вел в Риме астрономические наблюдения. Известны и документы, свидетельствующие о его пребывании в «вечном городе» почти до конца 1465 г. Но затем в течение почти полутора лет о его местонахождении и занятиях нет достоверных сведений. И только летом 1467 г. он объявляется в Венгрии.

В Венгрии

Промежуток между концом 1465 и летом 1467 г. в биографии Региомонтана является пробелом. До сих пор не найдены его записи астрономических наблюдений и его письма, датированные этими годами, не обнаружены и какие-нибудь иные документальные данные, по которым можно было бы сделать какие-либо выводы о его местопребывании и занятиях в это время. Неосновательны утверждения некоторых биографов Региомонтана о том, что после Италии он провел несколько лет в Вене, заняв доставшуюся ему в наследство от Пурбаха кафедру математики и ведя там астрономические и математические курсы. Ни один подлинный документ, в том числе и хорошо сохранившиеся перечни лекций, читавшихся в эти годы в Венском университете, имени Региомонтана не упоминают... Можно лишь предполагать, что в это время Региомонтан в силу каких-то оставшихся неизвестными обстоятельств вышел из окружения Виссариона, но некоторое время оставался в Италии. Зато твердо установлено, что летом 1467 г. Региомонтан появляется в Эстергоме (Венгрия), куда его пригласил видный венгерский гуманист, церковный и политический деятель Янош Витез.

Янош Витез из Зредны (1408—1472), с 1445 г. епископ Надьварадский, а с 1465 г. — Эстергомский, в течение многих лет принимал активное участие в политической жизни страны на посту канцлера. Большой любитель литературы, он собрал значительную по тем временам библиотеку рукописей. Витез выступил как один из родоначальников эпистолярного жанра, считая послания к общественности важной для формирования общественного мнения литературной формой. Его послания имели, с одной стороны, ярко выраженный гуманистический характер, с другой — антитурецкую направленность: нападения турок продолжались, и отражать их натиск становилось все труднее.

Вокруг Витеза в Венгрии, как и вокруг Виссариона в Италии, группировался кружок гуманистов, среди которых выделялись его племянник Янус Панноний, поэт Петр Гаразда, получивший образование в Италии, писатель Георгий Саноки, итальянский библиофил Верджерио. С Региомонтаном и Пурбахом Витез познакомился и подружился еще во время пребывания в Вене в 1457 г. Пурбах посвятил Витезу свои астрономические таблицы, Региомонтан переписывался с ним, живя в Италии. В одном из писем он подробно изложил Витезу свои взгляды на движение планет (в птолемеевом духе, но с некоторыми поправками), после чего Витез поручил ему подготовить астрономический календарь на 1467 г. Календарь, до нашего времени не дошедший, был составлен. Впоследствии Региомонтан неоднократ-



TRANS VER 70 SA LES

Descēdētes. g	ARCUS Areales g	m	sa	Differentia Lateralis m sa	Laterales Descēdētes. g	ARCUS Areales g	m	sa	Differentia Lateralis. m sa	Laterales Descēdētes. g	ARCUS Areales g	m	sa	Differentia Lateralis. m sa
1	0	56 56	23 23	0 21	31	28	56 55	43 12	11 49	61	55	16 47	24 43	30 58
2	1	52 56	46 22	0 42	32	29	51 55	55 5	12 15	62	56	4 47	4 7	31 54
3	2	49 56	8 22	1 3	33	30	47 54	0 59	12 43	63	56	51 46	11 29	32 53
4	3	45 56	30 22	1 24	34	31	41 54	59 54	13 11	64	57	37 45	40 49	33 54
5	4	41 56	52 21	1 45	35	32	36 54	53 47	13 39	65	58	23 45	29 6	34 57

Образец таблиц с двойным входом, составленных Региомонтаном

но составлял такие календари, а затем и многолетние астрономо-математические таблицы, известные под названием «Tabulae primi mobilis» («Таблицы первого движущегося»). Задуманные им как вспомогательное средство ускорения решения сферических треугольников, они спустя много лет после его смерти были изданы типографским способом и получили известное распространение. Это были первые в Европе таблицы с двойным входом (название ввел сам Региомонтан), предназначенные для облегчения и ускорения трудоемких комбинированных вычислений с тригонометрическими функциями (тогда еще не существовало таблиц логарифмов и не были разработаны простаферетические методы вычисления). С помощью этих таблиц произведение синуса гипотенузы сферического прямоугольного треугольника на синус противоположного угла давало без выполнения умножения синус катета. К своим таблицам Региомонтан составил подробную инструкцию по их употреблению с многочисленными примерами, а в дополнении изложил основы сферической астрономии.

В Европе простаферетические методы вычислений были разработаны значительно позже, во второй половине XVI в., и до появления логарифмических таблиц применялись для ускорения астрономических вычислений (особенно в обсерватории Тихо Браге на о-ве Вен). Ускорение достигалось заменой умножения синусов или косинусов (с использованием поправочных коэффициентов — любых действительных чисел вообще), сложением и вычитанием тригонометрических функций от аргументов, преобразованных в соответствии с известными формулами: $\sin\alpha\cdot\sin\beta = {}^1/_2[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$; $\cos\alpha\times\times\cos\beta = {}^1/_2[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)]$.

Данные таблицы Региомонтана отражали результаты одного из начальных этапов поисков путей ускорения сложных вычислений. Простаферетические методы, таблицы логарифмов, механические, а позже электромеханические вычислительные машины характеризовали следующие этапы этого пути. Но лишь в наши дни общедоступные электронные калькуляторы инженерного и программируемого типов позволили кардинально ускорить решение соответствующих задач.

Вскоре после прибытия в Венгрию Региомонтан принял участие в торжествах, связанных с открытием созданного по инициативе Витеза университета в Пожони (ныне Братислава, ЧССР). Вероятно, он надеялся, что его, уже известного ученого, пригласят читать в новом университете лекции, но этого не произошло. В Пожони он приступил к составлению новых астрономо-астрологических таблиц, известных под названием «Tabulae directionum profectionumque» («Таблицы направлений и удалений»). Но основная часть этой работы была выполнена в Буде, куда Региомонтан прибыл по приглашению тогдашнего венгерского короля Матвея Корвина (Матьяша Яноша). Этим приглашением Региомонтан во многом обязан польскому астроному Мартину (Марцину) Былице из Олькуша. Последний, окончив в 1463 г. Краковский университет, приехал в Италию и одно время читал лекции по астрономии в Болонье. В 1464 г. он познакомился с Региомонтаном. К моменту прибытия Региомонтана в Венгрию Былица состоял астрономом при королевском дворе. Он и Витез и приблизили Региомонтана к королю. Как известно, Матвей Корвин сыграл выдающуюся роль в истории Венгерского государства, в частности в развитии отечественной науки и культуры. Это его имела в виду знаменитая русская женщина-математик Софья Ковалевская (ее девичья фамилия — Корвин-Круковская), когда писала: «Я получила в наследство страсть к науке от предка, венгерского короля Матвея Корвина...» [1]

Матвей Корвин, сын национального героя Венгрии Яноша Гуньяди, прославившегося в битвах с турками, был избран на престол в 1458 г., в очень тяжелое для

---

[1] *Ковалевская С. В.* Воспоминания и письма / Отв. ред. М. В. Нечкина. М.: Изд-во АН СССР, 1951, с. 409.

Венгрии время. Страну осаждали турки, не прекращались интриги и со стороны императора Римской империи, посягавшего на венгерскую корону, то и дело вспыхивали конфликты с соседними государствами; были и внутренние трудности, среди которых не последнее место занимали козни оппозиции крупных феодалов. Матвею Корвину удавалось справляться со всеми невзгодами и трудностями. Перед ним не раз бежали турки, открывались ворота Вены и других столиц. Но он прославился не только как энергичный полководец и талантливый государственный деятель. На высоком холме в Буде рядом с воздвигнутым Матвеем Корвином великолепным королевским дворцом выросло здание огромной библиотеки, известное в истории науки под названием «Корвина». 30 опытных переписчиков, копируя наиболее значительные произведения, ежегодно приумножали огромное собрание библиотеки, состоявшее более чем из 50 000 манускриптов и книг. При дворе Матвея нашли приют видные итальянские гуманисты Марцио Галеотто (1427—1497) и Антонио Бондини (1434—1530), он поддерживал и многих ученых, в числе которых были и Мартин Былица и Региомонтан. Заметим, что незадолго до своей смерти (1493 или 1494 г.) Былица отправил в Краков богатую библиотеку манускриптов и книг, в числе которых находились и произведения Региомонтана, а также большую коллекцию приборов и астрономических инструментов. Со всем этим смог познакомиться молодой тогда студент Краковского университета Николай Коперник...

Во время пребывания в Буде Региомонтан выступил с резкой критикой перевода «Альмагеста» Птолемея и комментариев к нему Теона Александрийского (как говорилось, этот перевод был сделан Георгием Трапезундским и преподнесен им королю Матвею). Критические замечания составили целое сочинение под названием: «Theonis Alexandrini defensio in sex voluminibus contra Georgium Trapezuntion» («Защита Теона Александрийского от Георгия Трапезундского в шести томиках»). Оно не было опубликовано, но сохранилось до наших дней в числе других рукописей Региомонтана в Ленинградском отделении Архива АН СССР. Региомонтан обвинил Георгия в многочисленных ошибках, неверной трактовке многих мест и даже в плагиате, назвав переводчика «бесстыжим и злым болтуном», королю же Матвею ученый посоветовал отклонить это произве-

Tabula secunda

G	Numerus	G	Numerus	G	Numerus
0	00000	31	60086	61	180402
1	1745	32	62486	62	188075
2	3492	33	64940	63	196263
3	5240	34	67452	64	205034
4	6992	35	70022	65	214450
5	8748	36	72654	66	224607
6	10511	37	75356	67	235583
7	12278	38	78129	68	247513
8	14053	39	80978	69	260511
9	15838	40	83909	70	274753
10	17633	41	86929	71	290422
11	19439	42	90040	72	307767
12	21256	43	93254	73	327088
13	23087	44	96571	74	348748
14	24932	45	100000	75	373211
15	26794	46	103551	76	401089
16	28674	47	107236	77	433148
17	30573	48	111062	78	470453
18	32492	49	115037	79	514438
19	34433	50	119177	80	567118
20	36396	51	123491	81	631377
21	38387	52	127994	82	711569
22	40402	53	132704	83	814456
23	42448	54	137639	84	951387
24	44522	55	142813	85	1143131
25	46631	56	148253	86	1430203
26	48772	57	153987	87	1908217
27	50952	58	160035	88	2863563
28	53170	59	166429	89	5729796
29	55432	60	173207	90	Infinitū
30	57734				

Таблицы тангенсов Региомонтана

дение, «прыщущее глупостью». Некоторые биографы Региомонтана позже предполагали, впрочем, без сколько-нибудь достоверных данных, что эта критика стоила ученому жизни — его, якобы, отравили сыновья Георгия во время его пребывания в Риме в 1476 г.

Матвей проявлял большой интерес к астрономическим инструментам, и Региомонтану пришлось вспомнить свои умения в их изготовлении: в 1469 г. он передал королю собственноручно сделанный торквет, своеобразный универсальный угломерный инструмент, напоминавший известные еще с античных времен армиллы, но значительно упрощенного устройства. К прибору было приложено подробное описание (см. с. 117), а также обзор многих других известных в то время астрономических инструментов. Региомонтан изготовил для короля еще один прибор, трикветр (линейки Птолемея), приспособление для измерения высот и расстояний до недоступных предметов на Земле и для определения вертикальных расстояний между небесными светилами. Прибор этот широко применял и сам Региомонтан, а позже — Коперник и Тихо Браге.

В Венгрии Региомонтан продолжал заниматься астрономическими наблюдениями. Известны его измерения положений Марса и Юпитера 28 и 29 апреля 1468 г., а также 15 мая 1471 г. Эти и другие измерения были почти через 150 лет использованы наряду с измерениями многих других астрономов от Птолемея до Тихо Браге Кеплером при выводе им законов движения планет.

Астрономические наблюдения Региомонтана, место и время проведения которых точно указаны, а также ряд других фактов позволяют с полным основанием утверждать, что, находясь в 1467—1471 гг. в Венгрии, ученый не мог в это время состоять профессором Венского университета. Между тем эта явно не соответствующая истине «деталь» его деятельности переходит из источника в источник, включая и самые авторитетные справочники и энциклопедии: [35, с. 422; 36, с. 211; 40, с. 560].

Весной 1471 г. напряженная обстановка в Венгрии усугубилась раскрытием заговора магнатов против короля, в котором был замешан и Янош Витез со своим племянником Паннонием. Для Витеза дело кончилось отстранением от всех постов и опалой. Вероятно, эти события повлияли на решение Региомонтана покинуть Венгрию в поисках более удобного для его деятельности места. Летом 1471 г. он направляется в Нюрнберг. Отъезд состоялся как будто с согласия короля, поручившего ученому разыскать там ряд рукописей и книг для пополнения «Корвины». Неизвестно, как Региомонтан выполнил это поручение, но в Венгрию он уже не возвратился...

В Нюрнберге. Последняя поездка в Рим

В то время Нюрнберг представлял собой крупнейший торговый центр, важный перекресток мировой торговли, средоточие ремесленного производства, многие местные мастера уже тогда изготовляли весьма сложные изделия из латуни. Быстро развивалось в Нюрнберге и издательское дело — в начале 70-х годов XV в. в городе уже имелись две довольно крупные типографии. Не удивительно, что Региомонтан, будучи уже зрелым ученым, собирался обосноваться здесь надолго и реализовать оформившиеся к тому времени весьма обширные планы своей дальнейшей деятельности.

Эти планы заключались прежде всего в налаживании систематических наблюдений за небом с помощью астрономических инструментов повышенной точности, к изготовлению которых он надеялся привлечь искусных нюрнбергских мастеров, все это, по мысли ученого, должно было способствовать созданию надежной базы для обновления астрономической науки. Не менее важным был и его план организации базы для издания важнейших классических произведений по математике и астрономии, освобожденных от ошибок, накопившихся при многократном их переписывании, наконец, печатанье многочисленных собственных трудов, в том числе таких, как знаменитая впоследствии книга о треугольниках, тригонометрические и астрономические таблицы.

Свои планы Региомонтан частично изложил в письме к математику Кристиану Родеру, тогдашнему ректору Эрфуртского университета, написанном вскоре после прибытия в Нюрнберг 4 июля 1471 г. Он написал: «Пусть другие пытаются решать свои проблемы войнами, а мы хотим бороться другими средствами, не в битвах, а с помощью издания книг, нашим оружием должны стать не метательные оружия, не пики и не тараны для разрушения крепостных стен, а приборы Гиппарха и Птолемея, которые я уже изготовил из металла, огромные и удобные для наблюдений за звездами... Должны быть устранены ошибки и описки, противники истины, из-за которых обесцениваются и обезображиваются даже лучшие сочинения». По мнению Региомонтана, такие ошибки особенно угрожают сочинениям по математике и астрономии. Поэтому он предлагает после тщательной сверки с первоисточниками и соответствующих исправлений издавать сочинения типографским способом. Во-первых, считает Региомонтан, все экземпляры изданных таким образом книг будут идентичны и свободны от большинства, если не от всех ошибок, а во-вторых, размноженные типографским способом книги научного и учебного характера станут гораздо более доступными тем, кто в них нуждается. Пожалуй, впервые после изобретения книгопечатания мысль о роли печатной книги для развития науки, распространения знаний и для образования была высказана столь ясно и четко.

В том же письме Региомонтан сообщает, что намеревается на основании проведенных наблюдений определить уточненные элементы планетных траекторий и подготовить улучшенные астрономические таблицы, необходимые астрономам и мореходам. По его словам, он задумал составить такие таблицы на длительный срок — на 30 лет вперед — и издать их типографским способом.

За два дня до отправки письма Региомонтан приступил к проведению почти систематических астрономических наблюдений в Нюрнберге. Впоследствии их в течение многих лет продолжал его новый ученик, друг и покровитель Бернард (Бернхард) Вальтер (1430—1504). Состоятельный нюрнбергский патриций, представитель крупной франкфуртской торговой фирмы, Вальтер испытывал влечение к астрономии, но не имел для серьезных занятий ею должной подготовки. И тогда этот сорокалетний любитель астрономии обратился к Региомонтану, который был на шесть лет моложе его, с просьбой взять к себе на выучку. Более того, узнав подробнее о планах Региомонтана, он предлагает ему всестороннюю поддержку, в том числе и финансовую.

Впрочем, роль этой поддержки некоторыми биографами Региомонтана преувеличивается — есть основания для утверждения, что личные средства Вальтера были не очень значительны. Правда, нашлись и другие меценаты, оказавшие ученому денежную помощь. Кое-кто из биографов Региомонтана считает, что с помощью Вальтера он изготовил необходимые ему инструменты, построил в Нюрнберге первую в Европе астрономическую обсерваторию и оборудовал типографию. В таких сообщениях не все верно. Инструменты действительно были сделаны, но основные из них — трикветр и градшток были недорогими и появились у Региомонтана, вероятно, еще до знакомства с Вальтером — о них, скорее всего, идет речь в уже упомянутом письме Региомонтана к Родеру, написанном в первые недели пребывания ученого в Нюрнберге. Главное же в том, что эти инструменты не были стационарными и не нуждались в специально оборудованном помещении — обсерватории. Ее у Региомонтана, как и позже — у продолжателя его дела Вальтера,— не было. Когда Вальтер в 1501 г. переселился в другой дом, он, как известно из достоверных источников, велел пробить в его южной стене добавочные оконные проемы, через которые и продолжал свои наблюдения.

Что же касается типографии, то она была создана Региомонтаном и, вероятно, не без помощи Вальтера. Для издания книг научного содержания Региомонтану предстояло решить ряд специфических задач, например воспроизведения чертежей. Дело в том, что в изданном в 1482 г. в Ферраре известном астрономическом трактате Сакробоско с приложением «Теории планет» Герардо Кремонского пустовали места, отведенные для чертежей — их не смогли изготовить для типографского воспроизведения. Известны и другие издания того времени с пустыми местами на страницах. Региомонтан позаботился не только о наборщиках и печатниках, но и о чертежниках и граверах. Много внимания уделил он совершенствованию самой технологии изготовления печатных форм.

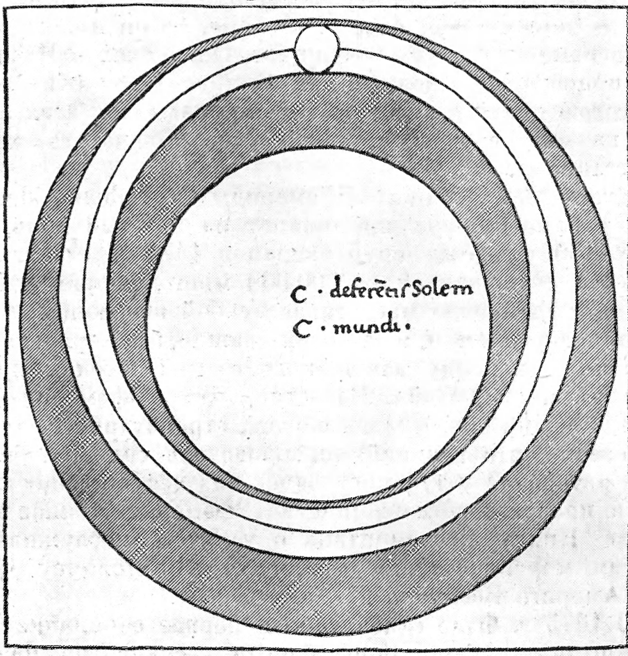
Вскоре после начала работы типографии Региомонтан отпечатал своеобразную программу своей книгоиздательской деятельности на ближайшие годы. В ней значилась 51 книга: 22 его собственных сочинения и 29 произведений классиков науки, в том числе Евклида, Птолемея, Аполлония, Архимеда. Но прежде всего Региомонтан воздал должное памяти своего учителя, издав «Новую теорию планет» (G. Purbachii theoreticae novae planetarum) — обработку текстов лекций по астрономии, которые Пурбах читал в Венском университете. Впоследствии книга многократно переиздавалась и надолго стала одним из самых распространенных университетских астрономических учебников. Вслед за ней вышла учебно-астрономическая поэма древнеримского автора Манилия (M. Manilii Astronomicon), напоминавшая известную естественнонаучную поэму

THEORICAE NOVAE PLANETARVM GEORGII PVRBACHII ASTRONOMI CELEBRATISSIMI

DE SOLE

SOl babet tres orbes a se inuicem omniquaq; diuisos atq; sibi contiguos. quoꝝ supmus secundũ supficiẽ conuexã est mundo concentricus: secundũ cõcauam aũt eccentricus. Infim⁊ uero secundũ cõcauã cõcentric⁊: sed secundũ conuexã eccentricus. Tercius aũt ĩ hoꝝ medio locatus tam secundũ supficiẽ suã conuexã ꝙ̃ concauã est mũdo eccentricus. Dicit̃ aũt mundo concentricus orbis cui⁊ centrum est cẽtrum mũdi. Eccentricus uero cui⁊ centrũ est aliud a centro mundi. Duo itaq; primi sunt eccentrici secundũ qd: & uocant̃ orbes augem solis deferentes. Ad motum enim eorum aux solis uariatur. Terci⁊ uero est eccentricus simpliciter: & uocatur orbis solem deferens. ad motum enim eius corpus solare infixũ sibi mouetur. Hi tres orbes duo cẽtra tenẽt.

THEORICA SOLIS.



Титульный лист сочинения Пурбаха «Новая теория планет», изданного Региомонтаном в Нюрнберге

Лукреция Кара. Затем свет увидели 2 астрономических календаря, «немецкий» и «латинский», с указанием праздничных дней, дат ново- и полнолуний, сведений о солнечных и лунных затмениях на многие годы вперед — с 1475 по 1531 г. К календарям прилагались также инструкции по устройству и употреблению обыкновенных и дорожных солнечных часов.

Ко времени издания этих календарей относится единственное дошедшее до нас известие о второй поездке Региомонтана в Италию. В 1472 г. нюрнбергский врач Герман Шедель в письме к своему племяннику Гартману Шеделю, в будущем автору известной «Хроники мира», сообщал о продолжительной беседе с Региомонтаном, затянувшейся до глубокой ночи, вскоре после которой «этот магистр Иоганн уехал из Нюрнберга, но, разумеется, с намерением возвратиться. Так как он держит свои работы в тайне, то он никого или лишь немногих в них посвящает. Он поехал в Италию для приобретения новых книг, как некоторые считают... Он готовит, как я слышал, «Эфемериды» для всех планет на многие годы, который велел напечатать своим печатникам».

Ежегодник, точнее «Эфемериды» («Ephemerides»), т. е. таблицы положений планет на каждый день, на 1475—1506 гг. был опубликован в 1474 г. Его текст (896 с.) содержал около 300 000 многозначных чисел. Выход «Эфемерид» представлял собой выдающееся событие в астрономии, и что очень важно, эфемериды «подоспели к периоду важнейших географических путешествий и открытий». Известно, что «Эфемеридами» Региомонтана пользовался в своих странствиях Колумб. Интересно, что великий мореплаватель сильно поднял свой авторитет у туземцев одного из вест-индских островов, предсказав им с помощью «Эфемерид» лунное затмение. Книга Региомонтана с успехом послужила и другим мореплавателям той эпохи — Бартоломеу Диашу, Америго Веспуччи и т. д.

В 1475 г. было отпечатано и первое сочинение Региомонтана «Disputationes contra cremonensia deliramentia» («Беседы против кремонской чепухи»), подготовленное им еще в Италии в 1464 г. и, к сожалению, ставшее последним трудом, изданным в его типографии. Это была критика на работу Герардо из Сабионетты. Свои возражения против Сабионетты автор приводит в форме дискуссии между двумя учеными, один из которых выходец из Польши. По-видимому, Региомонтан имел здесь в виду Мартина Былицу из Олькуша, с которым как раз тогда познакомился.

Астрономические наблюдения Региомонтана продолжались до 28 июля 1475 г. Они велись довольно систематически, и в них имеется только один перерыв — с 23 февраля по 26 сентября 1472 г. — видимо, в это время и состоялась вторая поездка Региомонтана в Италию, о которой сообщал Герман Шедель. В 1472 г. астрономы наблюдали комету, которую Региомонтан подробно описал.

2 августа 1475 г. астрономические наблюдения Региомонтана продолжил его ученик и последователь Вальтер, проводя их в дальнейшем систематически. Следовательно, Региомонтан уехал из Нюрнберга в конце июля. Куда и зачем?

О причинах, побудивших Региомонтана покинуть Нюрнберг, почти ничего не известно. Лишь Гартман Шедель в своей «Хронике мира», изданной в конце XV в., пишет, что Региомонтан был приглашен папой в Рим для проведения работ по исправлению календаря.

Региомонтан действительно намеревался напечатать сочинение о реформе церковного календаря под названием «De Instauratione Calendarii ecclesiae» («О восстановлении церковного календаря»), о чем сообщал в рекламном объявлении в 1474 г. Рукопись не была напечатана и не сохранилась, но в своем латинском календаре Региомонтан описывает недостатки метода вычисления пасхалий и приводит таблицу дат Пасхи на 1475—1531 гг. Это могло, конечно, привлечь внимание церковных иерархов в Риме, озабоченных положением дел, могло стать основанием и для его приглашения. Но в хорошо сохранившихся архивах Ватикана не обнаружены никакие документы, проливающие на это свет. Не подтверждаются и утверждения некоторых биографов, что по этому случаю папа возвел Региомонтана в сан епископа Регенсбургского. Нет ни одного сообщения о местонахождении Региомонтана с августа 1475 по лето 1476 г., когда его, видимо, и в самом деле не стало.

Нет никаких документальных данных и о времени его смерти. Уже известный нам Гартман Шедель в своем домашнем календаре на 1476 г. писал: «В июне этого 1476 года умер в Риме прославленный астроном Йоганн из Кёнигсберга и погребен на Готтесакер» — так называлось немецкое кладбище в Риме. При этом месяц смерти исправлен с «июля» на «июнь». Эту же дату, 6 июня 1476 г., как день смерти Региомонтана называет и М. Кантор, в то время как П. Гассенди считает датой смерти ученого 6 июля, а Г. Ретик, не указывая точной даты, предполагает, что Региомонтан умер около 6 июля. Если верить Кантору, то Региомонтан скончался в тот день, когда ему исполнилось ровно сорок лет. Однако большинство биографов Региомонтана склоняются к мнению, что датой его смерти следует считать все-таки 6 июля.

В 1986 г. исполняется 550 лет со дня рождения Региомонтана и 510 лет со дня его преждевременной смерти. Но до сих пор неясны ее причины. Эразм Рейнгольд считал, что Региомонтан был отравлен сыновьями Георгия Трапезундского в отместку за критику произведений их отца. Эту версию не исключают и некоторые другие исследователи жизни и творчества ученого, хотя для этого слишком мало оснований. Большинство же биографов Региомонтана думают, что он стал жертвой эпидемии чумы или какого-то другого острого инфекционного заболевания, вспыхнувшей в Риме весной 1476 г. после бурного разлива Тибра и заставившей самого папу спешно покинуть «священный» город.

Так внезапно прервалась жизнь и деятельность одного из самых выдающихся ученых XV в. Он ушел из жизни относительно молодым, в расцвете творческих сил, не успев реализовать многие свои планы и замыслы, не успев даже издать основные свои произведения, написанные задолго до смерти, хоть и располагал собственной типографией. К счастью, большинство его произведений чудом, можно сказать, уцелело и позже, через несколько десятилетий, увидело свет...

Судьба наследия

Покидая Нюрнберг, Региомонтан просил Бернарда Вальтера присмотреть за своим имуществом, включая книги и рукописи, и продолжить астрономические наблюдения. Вариант, что Региомонтан из своей поездки никогда уже не возвратится, очевидно, не предусматривался. В части астрономических наблюдений Вальтер выполнил просьбу Региомонтана полностью, о чем еще будет идти речь. К сожалению, вторую часть поручения, относительно рукописей, особенно манускриптов самого Региомонтана, Вальтер выполнил слишком буквально: он тщательно оберегал их от посторонних глаз в течение всей своей жизни. В 1504 г. Вальтер умер, и рукописи Региомонтана обрели новых хозяев, далеких от занятий наукой. Что касается типографии, то она прекратила свое существование, очевидно, сразу же после отъезда Региомонтана.

Почему это произошло? Согласно опубликованному Региомонтаном издательскому плану работой типография была обеспечена на несколько лет вперед. Финансовую поддержку должен был бы обеспечить тот же Вальтер, который смог выделить немалые средства на организацию издательской деятельности. Хотя в деятельности типографии Региомонтан видел не средство обогащения, а средство передачи знаний и развития науки, ее работа должна была обеспечить какой-то доход, в крайнем случае дотации не должны были быть значительными, а соизмеримыми со средствами, затраченными на первоначальное оборудование. В некоторых источниках глухо упоминается об отсутствии печатников. Но известно, что у Региомонтана работал очень опытный мастер Ратдольт, который покинул Нюрнберг после отъезда Региомонтана. Да и найти печатника в Нюрнберге, хотя это и было относительно новой специальностью, не должно было составлять проблемы. Вывод может быть такой — по какой-то причине Вальтер не стал принимать на себя обязательства по отношению к типографии сразу же после отъезда Региомонтана. Трудно даже предположить, какими могли быть эти причины.

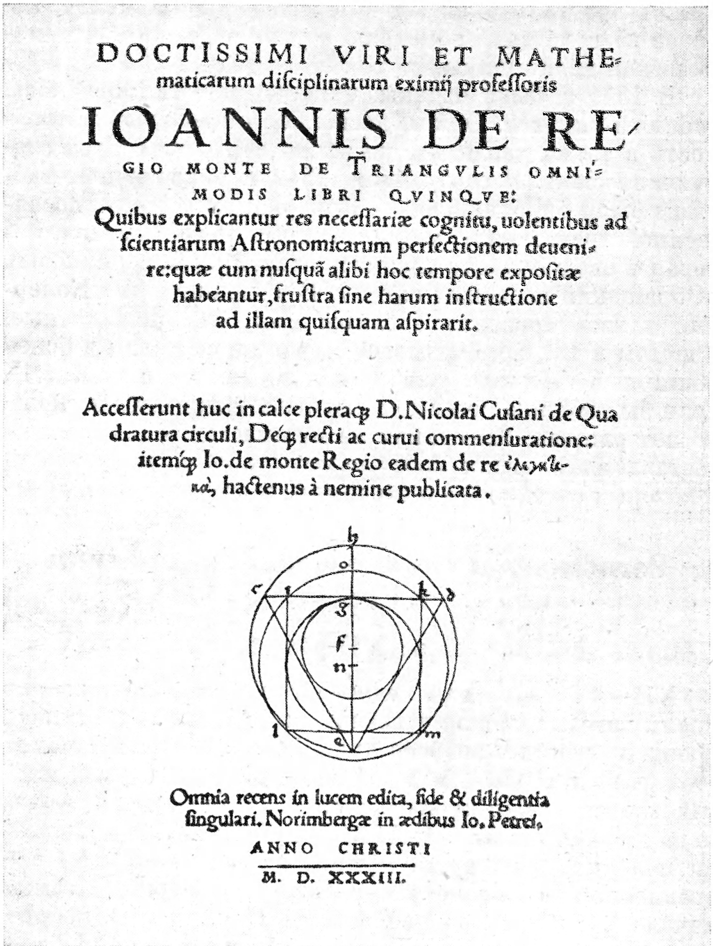
И еще одна загадка — почти одновременно с убытием Региомонтана в Рим переехал в Венецию его печатник Эрхард Ратдольт. Почему поспешил оставить свою службу у Региомонтана Ратдольт? В результате какого-то конфликта с ученым? Но стал бы в таком случае Ратдольт так настойчиво выполнять намеченные Региомонтаном планы? Основав в Венеции собственную типографию, которая вскоре стала крупнейшей и важнейшей в Европе по изданию научной литературы, Ратдольт уже в 1476 г. — в год смерти Региомонтана — издает его астрономический ежегодник «Calendarium». У историков книги это издание считается первым, в котором появился титульный лист! Он же начиная с 1481 г. неоднократно переиздает «Эфемериды» Региомонтана, а в 1490 г. впервые выпускает его «Tabulae directionum», составленные ученым еще в Венгрии около 1468 г. В переизданиях «Сферы» Сакробоско (1482 и 1485 гг.) он помещает также уже упоминавшуюся книгу Пурбаха «Theoreticae novae planetarum» и сочинение Региомонтана «Disputationes contra Cremonensis Deliramentia».

Таким образом, именно Ратдольт стал первым, кто принял меры к распространению значительной части научного наследия Региомонтана. Он же осуществил издание еще нескольких книг из издательского плана Региомонтана. Особо важным было издание «Начал» Евклида в 1482 г. — по существу первое типографское издание научной книги математического содержания, впоследствии только к началу XX в. повторенное свыше 500 раз! Итак, совсем недавно исполнилось 500 лет со дня выхода первого математического трактата.

Другими изданиями из списка Региомонтана, которые были осуществлены Ратдольтом в Венеции, были «Четверокнижие» Птолемея,а также иллюстрированное издание книги «Poetica Astronomica» («Астрономическая поэтика») ныне забытого автора Хигина (Higinus). Качество изданий Ратдольта было для того времени образцовым. Кроме титульного листа, он, следуя Региомонтану, первым в Италии ввел в книгу большие заглавные буквы (инициалы), применил многоцветные диаграммы (в книге Пурбаха, 1485 г.). В 1488 г. Ратдольт, приняв приглашение из родного города Аугсбурга, возвратился туда и в числе других книг в основанной им там типографии издал и несколько научных.

Ратдольт был виднейшим, но не единственным издателем научных инкунабул (т.е. книг, изданных до 1 января 1500 г.). Так, в библиотеке Николая Коперника, кроме ратдольтовских изданий Евклида, «Эфемерид» и «Tabulae directionum», были альфонсинские таблицы, изданные в той же Венеции в 1492 г. Иоанном Гаманном, а также выпущенная тем же Гаманном «Эпитома птолемеевого Альмагеста» Пурбаха—Региомонтана (1496).

Дальнейшие шаги в издании наследия Региомонтана были предприняты учеником Вальтера Йоганном Шёнером и издателем Йоганном Петреем, на этот раз в Нюрнберге. Дело в том, что рукописи Региомонтана после смерти Вальтера были разделены между несколькими его наследниками, которые имели весьма смутное понятие об их ценности для науки. Только в 1514 г.


DOCTISSIMI VIRI ET MATHE-
maticarum disciplinarum eximij professoris
IOANNIS DE RE-
GIO MONTE DE TRIANGVLIS OMNI-
MODIS LIBRI QVINQVE:
Quibus explicantur res necessariæ cognitu, uolentibus ad
scientiarum Astronomicarum perfectionem deueni-
re: quæ cum nusquã alibi hoc tempore expositæ
habeantur, frustra sine harum instructione
ad illam quisquam aspirarit.

Accesserunt huc in calce pleraq; D. Nicolai Cusani de Qua
dratura circuli, Deq; recti ac curui commensuratione:
itemq; Io. de monte Regio eadem de re ἐλεγκτι-
κά, hactenus à nemine publicata.

Omnia recens in lucem edita, fide & diligentia
singulari. Norimbergæ in ædibus Io. Petrei.
ANNO CHRISTI
M. D. XXXIII.

Титульный лист книги Региомонтана о треугольниках, 1533 г.

были изданы типографским способом уже упоминавшиеся «Tabulae primi mobilis», первые таблицы с двойным входом и с табличками пропорциональных частей. Часть рукописей вообще исчезла, по-видимому навсегда, но другая часть была разыскана и приобретена нюрнбергским библиофилом Виллибальдом Пиркгеймером, который и передал их Шёнеру. И вот только в 1533 г., через 70 лет после составления, увидела свет замечательная книга Региомонтана по тригонометрии «Пять книг о треугольниках всякого рода», произведение, которое возвело тригонометрию в ранг отдельной математической дисциплины.

В 1541 г. были изданы, наконец, и региомонтановы таблицы синусов. О том, насколько ощущалась потребность в таких таблицах, косвенно свидетельствует следующий факт. В следующем, 1542 г. аналогичные таблицы были опубликованы... Коперником в книге, посвященной треугольникам (как и книга Региомонтана, которая в свою очередь являлась главой из коперниковых «Обращений небесных сфер»). В «Обращениях» Коперник также приводит таблицы синусов, пятизначные, с шагом в 10′, но, оказывается, что он составил и более обширные таблицы, уже семизначные, и с шагом в 1′. Если бы таблицы Региомонтана были изданы на несколько лет раньше, Копернику не пришлось бы заниматься составлением своих собственных таблиц, потребность в которых ощущалась и им самим, и другими учеными...

Региомонтан и становление математики в Европе

Математические знания в Европе до середины XV в.

XII—XV вв. для европейской математики — по преимуществу период усвоения наследства математиков древней Греции и арабско-индийского Востока. Начался этот период переводом в XII в. на латинский язык многих классических произведений — от Евклида и Архимеда до ал-Хорезми и Сабита ибн Корры. Тогда же стали появляться и первые университеты: еще в XI в.— древнейший в Европе университет в Салерно, в самом начале XII в.— в Болонье, затем в Париже и Оксфорде, уже в начале XIII в.— в Кембридже, в течение XIV в.— в Праге, Кракове, Вене и Гейдельберге, в начале XV в.— в Лейпциге, в середине — в Базеле и т. д. Как уже упоминалось, в числе обязательных предметов первого этапа обучения во всех этих учебных заведениях — на факультете искусств — был так называемый квадривиум — «четверка» наук, состоявшая из арифметики, геометрии, астрономии и музыки. Впрочем, уровень обучения был весьма низким, не существовало еще специальных математических кафедр, в течение длительного времени не было и преподавателей, специализировавшихся на преподавании этих «наук». Напомним, что такое положение еще к середине XV в. имело место в Лейпцигском университете, когда туда пришел учиться Региомонтан,— предметы квадривиума читались магистрами факультета искусств по очереди, не по призванию, а по необходимости, и это неудивительно — преподавателей математики специально не готовили тогда ни в одном университете Европы.

Одним из первых специализировался на преподавании математических предметов магистр Венского университета Йоганн из Гмундена, уже упоминавшийся нами выше. Именно он положил начало традиции, вскоре выведшей Венский университет, тот самый, в котором получил образование Региомонтан, на первое место по постановке математического образования.

Развитие ремесла, товарного производства и торговли, улучшение материального положения и усиление общественной роли определенных слоев городского населения значительно усилили потребность в учебных пособиях, сочетавших практическую, прикладную направленность с обстоятельностью изложения и повышенным научным уровнем. Одно из наиболее выдающихся пособий такого рода появилось всего через несколько десятилетий после ознакомления европейцев с классиками древнего мира и Востока, в самом начале XIII в. Это была «Книга абака», ставшая важным средством распространения арифметики на основе «индийской» нумерации, а также элементарно-геометрических сведений. Автор этой книги — Леонардо Пизанский, известный также под именем Фибоначчи, считается первым самостоятельным математиком Западной Европы, усвоившим классическое наследие и в определенных областях продвинувшимся вперед. Это ему принадлежит разработка одного из частных случаев класса возвратных рядов, члены которых выражаются линейными комбинациями нескольких предыдущих, так называемого «ряда Фибоначчи», известного многим хотя бы по одной из брошюр серии «Популярные лекции по математике». Тот же Леонардо Фибоначчи в 1220 г. написал «Практику геометрии», содержавшую ряд важных геометрических теорем с доказательствами и основанных на них задач, некоторые из которых принадлежали самому автору. Примерно в то же время появились математические сочинения Йордана Неморария, в которых содержались оригинально изложенные сведения по арифметике, алгебре и геометрии.

На протяжении XIII и XIV вв. в английских и французских университетах стали усиленно изучаться и разрабатываться вопросы механики, некоторые свойства тепловых и оптических явлений. Среди ученых, работавших в этом направлении, особенно выделялся Роджер Бэкон (ок. 1214—1292), воспитывавшийся и преподававший в Оксфорде и Париже. Он проводил мысль, что познание физического мира должно основываться на наблюдении и опыте, считая в то же время математику важным средством исследований в физике и называя ее вратами и ключом к другим наукам. Ранние попытки математизации физики обусловили развитие таких математических теорий, как учение об отношениях, учение о континууме и другие. В этих направлениях заслуживающие внимания результаты были получены выдающимся английским мыслителем Томасом Брадвардином (ок. 1290—1349), рассматривавшим иррациональные числа как отношения несоизмеримых величин (термин «иррациональный» в математическом смысле был впервые употреблен этим ученым). Ему же принадлежат определенные результаты в изучении звездчатых многоугольников, а также в изучении изопериметрических фигур. Никола Орем (ок 1323—1382), видный французский ученый XIV в., ввел в оборот дробные показатели степеней и довольно близко подошел к понятию иррационального показателя, что явилось важным достижением средневековой алгебры.

К середине XV в. все большее значение стали приобретать такие проблемы математики, как систематизация и обобщение способов измерения геометрических величин средствами плоской и сферической тригонометрии, совершенствование методов и средств вычислений, разработка математических таблиц на десятичной основе, а также чрезвычайно важное для теории и практики превращение алгебры из словесной, риторической, в символическую. И во всех этих проблемах важная роль была сыграна героем нашей книги Региомонтаном. Остановимся более подробно на его достижениях.

Региомонтан и тригонометрия

Следы первых попыток выявления общих правил решения простейших геометрических фигур — треугольников — теряются в глубине веков. Уже за несколько столетий до нашей эры в астрономии использовались отношения хорд соответствующих центральных углов в окружности к ее радиусу. Во II в. до н. э. древнегреческий ученый Гиппарх составил первые таблицы хорд. В конце I в. н. э. Менелай Александрийский написал целое сочинение о вычислениях с хордами, до нас не дошедшее. Зато через арабский перевод Сабита ибн Корры до нас дошло его сочинение «Сферика», в котором отражено состояние сферической геометрии на то время и, в частности, содержалась теорема о трансверсалях, позже названная теоремой Менелая: если AB и AC — прямые на плоскости, и на них взяты произвольные точки E и D, и пусть CD и BE пересекаются в G, тогда имеет место соотношение

$$(AE/CE)\cdot(CG/DG)\cdot(DB/AB)=1.$$

Заменяя прямые на плоскости дугами больших кругов на сфере, Менелай получает аналогичное соотношение

$$(\text{хорда } 2AE/\text{хорда } 2CE)\cdot(\text{хорда } 2CG/\text{хорда } 2DG)\times$$
$$\times(\text{хорда } 2DB/\text{хорда } 2AB)=1,$$

равносильное соотношению

$$(\sin AE/\sin CE)\cdot(\sin CG/\sin DG)\cdot(\sin DB/\sin AB)=1.$$

Из этой теоремы Менелай, а затем знаменитый Клавдий Птолемей (середина II в.), автор «Альмагеста», получают важные формулы сферической тригонометрии. Птолемей составляет таблицу хорд с шагом в полградуса, широко использовавшуюся в течение многих последующих веков. Для ее составления им использована теорема, названная его именем: если четырехугольник вписан в круг, то произведение его диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон. С ее помощью Птолемей выводит соотношение, эквивалентное формуле $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$.

Тригонометрия хорд александрийских астрономов получила известность в Индии, а затем у ученых арабоязычных стран. Но уже в V—VI в. индийский ученый Варахамихира заменил в сочинении «Пять сиддхант» хорды полухордами, т. е. линиями синуса. Эта замена была существеннее, чем может показаться на первый взгляд, — она позволила ввести различные функции, связанные со сторонами и углами прямоугольного треугольника. Хорды у индийцев назывались «джива», буквально «тетива», синусы именовались сначала «ардха-джива» — полутетива, впоследствии слово «ардха» было отброшено, арабы произносили название линии синуса «джайб» — буквально «впадина», «пазуха». Роберт Честерский около 1145 г. при переводе арабских текстов на латынь использовал латинское «sinus», имеющее то же значение.

Кроме линии синуса индийцы использовали и линию косинуса — «котидживу», синус остатка, дополняющего данный угол до 90°, а также обращенный синус «уткрамадживу», разность между радиусом и линией косинуса, которую Герардо Кремонский в середине XII в. перевел как соответственный арабский термин синус-версус. Следовательно, $\sin \operatorname{vers} \alpha = 1 - \cos \alpha$, что нам понадобится в будущем. От того же Герардо Кремонского пошла традиция обозначать радиус тригонометрического круга переводом арабского термина «sinus totus», «полный синус». Этот термин (и его сокращение «sin tot») употребляли вплоть до времен Эйлера (XVIII в.), когда этот радиус стали считать равным 1. Индийцы же составили и первые таблицы синусов (у Бхаскары, XII в., с шагом в 1°).

Для определения высот и расстояний индийцы пользовались также тенью, отбрасываемой вертикальным (или горизонтальным) шестом — гномоном — на горизонтальную (и соответственно на вертикальную) плоскость. Арабские астрономы «обращенной тенью» стали называть линию тангенсов, а «плоской тенью» — линию котангенсов. Применялись и линии секанса и косеканса — соответственные таблицы позволяли заменить деление на синус и косинус более просто выполняемым умножением.

Восприняв достижения древнегреческой и индийской математики, ученые стран ислама внесли и свой вклад в ее развитие, в том числе в сферическую тригонометрию, которая, впрочем, ни у них, ни у их предшественников в самостоятельный раздел математики не выделялась и являлась вспомогательным средством астрономических вычислений. Работавший в Багдаде математик Сабит ибн Корра (836—901) в «Книге о часовом инструменте, называемом солнечными часами» (середина IX в.) дал два правила решения задачи об определении высоты Солнца h над горизонтом в зависимости от широты местности φ, склонения Солнца δ и его часового угла t. В современных обозначениях одно из этих правил выглядит так:

$$\sin h = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi + \delta\right) - \sin\operatorname{vers} t \cdot \cos\varphi \cdot \cos\delta,$$

что (как и второе правило) эквивалентно одной из важнейших теорем сферической тригонометрии — сферической теореме косинусов, к которой мы еще возвратимся. Эти правила вслед за ибн Коррой приводились и другими учеными стран ислама, в том числе ал-Баттани (ок. 850—929) в «Сабейском зидже» и ал-Бируни, знаменитым среднеазиатским ученым-энциклопедистом из Хорезма (973—ок. 1050), в «Каноне Мас'уда». К той же теореме сводились правила определения расстояния между двумя пунктами на земной поверхности с данными географическими координатами (ортодромии). У того же ибн Корры, по-видимому, впервые, встречается и правило, эквивалентное второй важной теореме — сферической теореме синусов.

Многие ученые стран ислама проявили себя и как весьма искусные составители тригонометрических таблиц. Уже у выдающегося среднеазиатского математика и астронома из Хорезма Мухаммеда ибн Мусы ал-Хорезми (ок. 783—ок. 850), 1200-летие со дня рождения которого недавно широко отмечалось научной общественностью многих стран мира, имелись шестидесятеричные таблицы синусов через 1° с тремя знаками, а также таблицы котангенсов. Основываясь на теореме из комментариев к «Альмагесту» Птолемея, греческого ученого Теона Александрийского (вторая половина IV в.), отца знаменитой женщины-математика Гипатии («При постоянном приросте аргументов разности синусов убывают»), арабский ученый Мухаммед Абу-л-Вафа ал-Бузджани (940—988) применил интерполяционный прием, позволивший ему найти достаточно близкие оценки снизу и сверху решения уравнения трисекции угла и определить при радиусе 60 значение синуса полградуса, равное в шестидесятиричной мере $31^{\mathrm{I}}\ 24^{\mathrm{II}}\ 55^{\mathrm{III}}\ 54^{\mathrm{IV}}\ 55^{\mathrm{V}} = 0{,}0087265366$. На восьмиразрядном калькуляторе получаем $\sin 0{,}5° = 0{,}008726535$. Отсюда видим, что при этом определении Абу-л-Вафа достиг точности в 10^{-8}. Им были составлены таблицы синусов с интервалом в $15'$ с точностью до 60^{-4}, а также таблицы тангенсов и котангенсов. Ему принадлежит доказательство теоремы тангенсов для прямоугольного сферического треугольника и установление соотношений $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ и $1 - \cos\alpha = 2\sin^2\alpha/2$, а также одно из первых доказательств сферической теоремы синусов (об этом — ниже) и указание на целесообразность принимать радиус тригонометрического круга равным единице. Теорема синусов для плоских треугольников впервые встречается, по-видимому, у ал-Бируни.

Определенный вклад в тригонометрию был сделан также испано-арабским математиком Джабиром ибн Афлахом, работавшим в Севилье в середине XII в. (в латинских текстах его имя часто переводится как Гебер, Geber). Он впервые в Европе получил решение сферического треугольника по данному катету и противолежащему углу (правило Гебера), обратил внимание на то, что решение треугольника по двум данным сторонам не всегда возможно, а если возможно, то может быть как единственным, так и двойным. Результаты тригонометрических работ ученых стран ислама и их предшественников были в значительной мере обобщены в «Снятии покрывала с тайн фигуры секущих» или «Трактате о полном четырехстороннике» ученого-энциклопедиста Насир ад-Дина ат-Туси (1201—1274), относящемся к 1260 г. В истории математики трактат ат-Туси считается первым сочинением, в котором тригонометрия рассматривается как самостоятельный раздел, а не как вспомогательный аппарат для решения астрономических задач.

Знакомство средневековых европейских ученых с тригонометрическим материалом началось подготовкой переводов сочинений классиков античности и средневекового Востока с арабского на латинский язык. Аделард из Бата в 1126 г. перевел астрономические таблицы ал-Хорезми в обработке ал-Маджрити, создав тем самым почву для ознакомления европейских ученых с начальными понятиями тригонометрии. Иоанн Севильский перевел в том же XII в. астрономический трактат знаменитого астронома из Ферганы Ахмада ал-Фаргани (IX в.), известный под названием «Книга об элементах науки о звездах». Оба этих перевода были хорошо известны Региомонтану. Кроме того, он, весьма вероятно, имел у себя перевод трактата «О движении звезд» ал-Баттани, который был выполнен Платоном из Тиволи в середине XII в., а также перевод «Трактата о полном четырехстороннике» ат-Туси. Как уже упоминалось, Региомонтан располагал также и греческим текстом птолемеевского «Альмагеста», для перевода которого на латинский специально изучил древнегреческий язык. Региомонтан использовал, вероятно, также переводы работ упоминавшегося уже Джабира ибн Афлаха, а также арабского астронома и математика аз-Заркали (ок. 1030—ок. 1090), известного в Европе под именем Арзахель.

Следует иметь в виду, что перечисленные выше переводы были в общем малодоступны, так как имелись всего в нескольких, а то и в одном экземпляре. В Центральной Европе практически не был известен упоминавшийся перевод таблиц ал-Хорезми, выполненный Аделардом, а это был один из немногих источников, из которых Региомонтан мог познакомиться с употреблением тангенса; по-видимому, мимо внимания Региомонтана прошли и составленные астрономом-математиком Джованни Кампано из Новары (ок. 1260—1280) таблицы тангенсов от 0° до 45° через каждый градус, хотя Региомонтан располагал его переводом «Начал» Евклида, позже изданным типографским способом. За исключением этих таблиц, а также таблиц коллеги Региомонтана по Венскому университету Пурбаха и его же итальянского коллеги Джованни Бьянкини, европейские предшественники Региомонтана ничего нового в тригонометрию не внесли. Проанализировать и обобщить весь накопленный ранее тригонометрический материал, расклассифицировать его логически, т. е. сделать в тригонометрии то, что Евклидом за 17 веков до того было сделано в геометрии, и предстояло Региомонтану.

Работа эта была им выполнена довольно быстро, в течение 1462—1464 гг. Начата она была в Риме, продолжена в Падуе. О том, что сочинение о треугольниках близко к завершению, Региомонтан сообщил в письме к Бьянкини.

Сохранился оригинал этого выдающегося произведения европейской математики XV в., бережно сохраняемый в настоящее время в Ленинградском отделении Архива АН СССР[1]. Этот манускрипт вместе с двумя другими рукописями Региомонтана был описан нюрнбергским коллекционером Х. Т. Мурром в 1801 г., передавшим их в 1803 г. русскому императору Александру I, который направил их в Московский университет. Позже эти рукописи попали в Пулковскую обсерваторию, а затем уже в Архив Академии наук.

Собственноручная вставка Региомонтана в рукописи гласит: «Reverendissimo in Christo patri et domino Bes-

---

[1] Архив АН СССР, ЛО, ф. 4, оп. 1, д. 936.

sarioni episcope Tusculana sancte Romane ecclesiae Cardinali: patriarcho Constantinopolitano Johanne Germanus de Regiomonte se offert devotissimum» («Почтеннейшему отцу во Христе и господину Виссариону, Тускуланскому епископу, кардиналу святой римской церкви и Константинопольскому патриарху Йоганн, немец из Кёнигсберга, изъявляет свое тайное почтение»). Поскольку в 1465 г. Региомонтан надолго покинул Италию, следует считать, что еще до своего отъезда он передал рукопись своему покровителю Виссариону. Позже рукопись каким-то образом снова оказалась у Региомонтана, скорее всего он попросил ее вернуть для внесения некоторых добавлений и для публикации: в плане-проспекте изданий своей типографии Региомонтан в 1474 г. указывает ее под названием «De triangulis omnimodis libri quinque» («О всех видах треугольников пять книг»). Под этим названием она и вошла в историю математики, хотя вышла в свет только спустя 70 лет.

Читателю известна уже судьба большей части научного наследия выдающегося ученого. Внезапный отъезд ученого в 1475 г. в Италию, внезапная смерть в следующем году, просьба о сохранении оставляемых рукописей, слишком буквально выполненная его нюрнбергским другом и коллегой Б. Вальтером, распыление научного наследия Региомонтана после смерти Вальтера — все это привело к тому, что часть этого наследия оказалась безвозвратно утраченной, а сохранившаяся опубликована через 50 и больше лет после его смерти. По публикациям основных произведений Региомонтана следовало бы считать ученым уже следующего, XVI века.

Сочинения Региомонтана получили широкую известность благодаря деятельности Йоганна Шёнера (1477—1547), с 1526 г. преподавателя математики гимназии в Нюрнберге (до того—священника в Эрфурте). Шёнер был известен как специалист по изготовлению земных и небесных глобусов, владел хорошей библиотекой с многочисленными редкими рукописями, часть из которых он переписал сам. С 1515 по 1531 г. он опубликовал 15 собственных работ на математические и астрономические темы. Обнаружив часть сочинений Региомонтана, он сразу же взялся за подготовку их к изданию. В 1531 г. он публикует сочинение Региомонтана о кометах [11], в 1533 г. издает свою обзорную работу «Opusculum geographiam et ex diversorum libris ac cartis... collectum» («Географическое сочинение... составленное из различных книг и карт»), во второй главе которой помещает приписываемое Региомонтану сочинение «De quadratura circuli...» («О квадратуре круга...»).

Однако особо важным было издание Шёнером тригонометрического сочинения Региомонтана. Хотя рукопись была в значительной мере подготовлена к печати самим Региомонтаном, который сам разделил ее на пять книг и на отдельные главы, выделив в каждой из них подчеркиванием заголовки, из-за многочисленных сокращений и правки ее трудно было использовать для непосредственного набора. Поэтому Шёнер сам переписал ее, подвергнув некоторой правке, в ходе которой отдельные места были пропущены, видимо, по недосмотру. Опущенными, в частности, оказались 6 строк текста в гл. 31-й четвертой книги [28, л. 93]. Копия Шёнера не сохранилась, оригинал рукописи, как уже знаем, дошел до наших дней.

Книга вышла из печати в 1533 г. и сразу же обратила на себя внимание многих ученых. Когда Ретик направлялся к Копернику и отбирал для него книжные новинки, среди них оказалась и тригонометрия Региомонтана. Ее полное заглавие «Doctissimi viri et mathematicarum disciplinarum eximii professoris Ioannis de Regiomonte de triangulis omnimodis libri quinque» («Учёнейшего мужа и выдающегося профессора математических наук Йоганна Региомонтана пять книг о различных видах треугольников»). Отпечатана она была в типографии Йоганна Петрея там же, в Нюрнберге. В этой же типографии десять лет спустя, в 1543 г., было выпущено знаменитое произведение Николая Коперника «Об обращениях небесных сфер».

Шёнер предпослал книге Региомонтана полуторастраничное предисловие, в котором посвящает ее «сенаторам города Нюрнберга», подчеркивает ее значение и выпадающую городу честь ее публикации, сообщает, что оригинал получен им через Виллибальда Пиркгеймера, и указывает, что при подготовке к изданию книгу пришлось переписать. В качестве приложения приводится известное сочинение Николая Кузанского о квадратуре круга. В 1967 г. Барнабас Юз издал факсимиле книги с английским переводом, а в 1972 г. Ф. Шмейдлер повторил его в факсимильно изданном «Opera Collectanea» — собрании сочинений Региомонтана.

Рассмотрим содержание этой книги и некоторые особенности представления материала в ней.

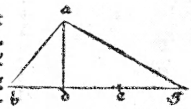
Первая книга — вводная. Как и в первой книге «Начал» Евклида, в самом начале даются определения основных понятий («количество», «мера», «число», «отношение», «сторона квадрата», «окружность», «дуга», «хорда», «прямой синус» (т. е. обычный синус в отличие от синуса-версуса), «дополнение дуги», «—угла», «основание» и «стороны» треугольника, «равносторонний», «равнобедренный» и «разносторонний треугольник», «сегмент», «умножение», «деление»). Затем следуют аксиомы («Равные количества имеют и равные измерения. В двух или большем числе одинаковых количеств одна и та же мера содержится одинаковое число раз, отношение единицы к любому числу (и обратно) есть данное отношение. Целая часть любого числа обозначается самим числом. Если из неравных вычесть равные, то их разности будут неравны в том же порядке. Если неравные вычитаются из равных, то разности неравны в обратном порядке. Любое отношение может быть выражено числом»).

Первая теорема, как и ряд последующих, является вспомогательной: «Квадрат любой данной линии (т. е. отрезка) известен». Обосновывается возможность построения квадрата на его стороне. Вообще первые 19 предложений первой книги посвящены величинам и их отношениям, а предложения с 20-го до 57-го — геометрическому решению прямоугольных, равнобедренных и косоугольных треугольников, за семью исключениями: в теоремах 20, 27 и 28 рассматривается и используется понятие синуса, а теоремы 49, 50, 52 и 58 посвящены решению косоугольных треугольников разбиением их на прямоугольные (при этом Региомонтан ссылается на теорему 27, в которой синус используется).

Систематическое изложение тригонометрического материала начинается с первой теоремы второй книги — теоремы синусов для прямолинейных треугольников. Ее Региомонтан формулирует так: «В каждом прямолинейном треугольнике отношение одной стороны к другой стороне такое же, как прямого синуса угла, лежащего против одной из сторон, к прямому синусу угла лежащего против второй стороны» [12, p. 46]. Теорема синусов тут же применяется им для двух случаев решения косоугольных треугольников: найти отсутствующие элементы треугольника, если даны два угла и сторона треугольника или же две стороны и угол, лежащий против

XII.

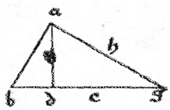
Data perpendiculari atq; basi, & proportione laterum cognitis, utrunq; latus cognoscere.



Hoc problema geometrico more absoluere nō licuit hactenus, sed per artē rei & census id efficere conabimur. Habeat itaq; triangulus a b g perpendicularem a d, & basim b g cognitas, proportionemq; laterum a b & a g datam, quærimus utrunq; eorum. Sit uerbi gratia ꝓportio a b ad a g tanq̄ 3 ad 5, ita, ut latus a b sit breuius latere a g, quo demum euenit ut casum b d breuiorē casu d g nemo inficiari possit, sit ergo d e æqualis ipsi b d, deturq; perpendicularis a d 5, & basis b g 20 pedes, pono lineam e g 2 res, ita, unde linea b e erit 20, demptis duabus rebus, & eius medietas b d 10 minus 1 re, reliqua uero d g, erit 10 & una res. duco b d in se, producitur 1 census & 100, demptis 20 rebus, quibus addo quadratū perpendicularis scilicet 25. colliguntur 1 census & 125. demptis 20 rebus. item b g in se, fiunt 1 census, 20 res & 100. quibus adijcio quadratum perpendicularis 25. colliguntur 1 census 20 res & 125. sic habebo duo quadrata linearum a b & a g, quorum proportio est ut 9 ad 25. duplicata scilicet proportio 3 ad 5, quæ erat ꝓportio laterum. cum itaq; proportio quadrati primi ad quadratum secundum sit tanq̄ 9 ad 25, si duxero 25 in quadratum primum, itemq; 9 in quadratum secundum, quæ producentur erunt æqualia, restaurans q; ut assolet defectibus, & ablatis æqualibus, utrobiq; perducemur ad 16 census & 2000 æquales 680 rebus: quamobrem quod restat, præcepta artis edocebūt. Linea ergo g e quam posui 2 res nota redundabit, hinc residua ex basi b e & eius medietas b d, quæ cum perpendiculari a d, latus a b notum suscitabūt, unde tandē & latus a g notum pronunciabitur, quæ libuit efficere.

XIII.

Cognito utroq; casuum, & proportione laterum data, quantitates laterum emoliri.



In triangulo a b g ducta perpendiculari a d, sit uterq; casuum b d & d g datus cum proportione laterum. Dico, q̄ utrunq; latus cum perpendiculari ipsa innotescent. Sit casus b d breuior, nam si essent æquales duo casus, latera quoq; haberentur æqualia, eorum tamen cognitio non consequitur casus datos & ꝓportionem laterum, quæ est æqualitatis. secetur ergo ex longiori casu linea d e æqualis casui breuiori: differentia quoq; duorum laterum sit h g. cum igitur ꝓportio a g lateris ad a b sit data, erit diuisim ꝓportio h g ad a h data, & ideo h g ad duplam ipsius a h scilicet congeriem duarum linearum a b & a h data erit: quare etiam coniunctim ꝓportio h g ad summam duorum laterum a b & a g non erit ignota. quod autem sub h g & duobus lateribus a b & a g cōiunctis continetur, æquum est ei, quod sub e g & g b. illud autem notum est ꝓpter duos casus ex hypothesi notos, unde & per processum primi huius, quod sub h g & g a a b continetur, notum erit: cumq; proportio linearum hoc continentium sit nota, erit per primi huius tam linea h g q̄ congeries duorum laterum nota: hinc tandem dempta h g nota ex aggregato laterū noto residui medietas pro latere breuiori reputabitur, unde & longius innotescet latus, quæ

Страница из книги Региомонтана о треугольниках одной из них (предложения 4 и 5 второй книги). Во второй книге следует обратить внимание на два момента.

Во-первых, в предложениях 12 и 13, посвященных определению длин сторон треугольника, используются алгебраические методы решения, сводящиеся к квадратным уравнениям, причем Региомонтан исходит из предположения, что читателю известны способы решения квадратных уравнений. Это может свидетельствовать о достаточно широком распространении уже в то время в Европе перевода уже упоминавшейся «Алгебры» ал-Хорезми, сам Региомонтан был хорошо знаком с этим произведением. Применяемая здесь алгебра скорее риторическая, словесная, чем синкопическая и тем более символическая, хотя, как нам уже пришлось видеть, Региомонтану были известны и символы Диофанта, и обозначения, которые тогда начали применяться у европейских математиков.

Следует отметить, что в ленинградском оригинале этой книги Региомонтан в примечаниях на полях, очевидно уже после завершения основной работы над рукописью, приводит и символическую запись этих уравнений, используя в качестве знака равенства вытянутую горизонтальную черту, обозначая неизвестное готической буквой 𝔯 (от res-вещь), а ее квадрат — готической буквой 𝔠 (от census — оценка), те же обозначения, которые он применяет в письме к Бьянкини, сообщая о находке Диофанта (см. с. 94), и в ряде других случаев (о происхождении этой символики см. на с. 90). В современных обозначениях эти уравнения можно представить так:

$25x^2 + 3125 - 500x = 9x^2 + 180x + 1125$ и (в теореме 13) —

$$\frac{1}{4}x^2 + 136 - 6x = 4x^2 + \frac{9}{4} - 6x.$$

Во-вторых, в теореме 26, по-видимому, впервые в истории математики площадь треугольника выражается тригонометрическим путем.

Итак, первые две книги этого сочинения Региомонтана посвящены в основном вопросам плоской тригонометрии. Фактический материал, изложенный здесь, во многом близок к упомянутым выше арабоязычным источникам. Сам Региомонтан не упоминает об этих источниках, но многие из них могли быть ему известны по их латинским переводам. Кроме того, Региомонтан мог познакомиться с ними по сочинению еврейского математика Леви бен Гершона (1288—1344), жившего в Провансе. Такого мнения придерживается А. Браунмюль [92, с. 126], однако биограф Региомонтана, немецкий историк астрономии Э. Циннер [49, с. 89—90], считает, что Региомонтан не мог познакомиться с произведением бен Гершона до 1467 г., когда работа над тригонометрическим трактатом фактически была уже давно завершена.

Третья книга данного сочинения излагает основы сферической геометрии. В ней приводятся 56 теорем, чье содержание в значительной мере совпадает со «Сферикой» Менелая, переводом которой на латинский язык, выполненным Герардо Кремонским, Региомонтан, по-видимому, располагал. Впрочем, он мог пользоваться и латинским переводом Герардо сочинения Джабира ибн Афла с изложением аналогичного материала.

Центральной теоремой следующей, четвертой, книги является сферическая теорема синусов (16-я в этой книге). Эта важная теорема сферической тригонометрии, утверждающая постоянство отношений синусов сторон прямоугольного сферического треугольника к синусам противолежащих углов, по-видимому, здесь впервые у европейских математиков приводится с полным доказательством.

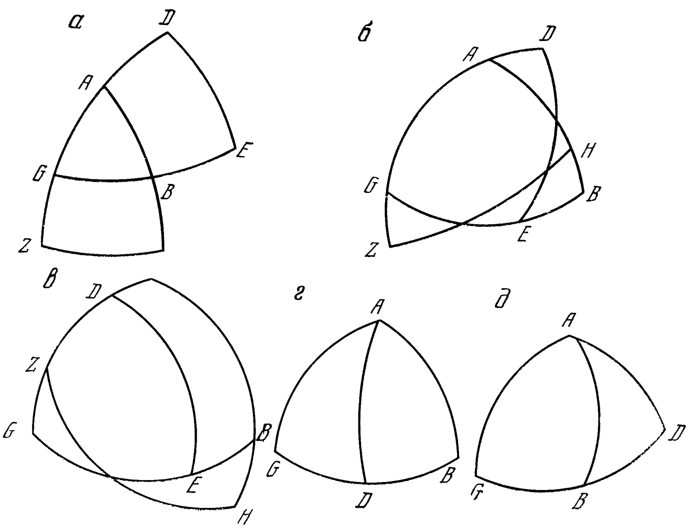
Для ознакомления со стилем и другими особенностями изложения Региомонтана приведем полный перевод соответствующего текста:

«[Теорема] XVI.

В каждом прямоугольном треугольнике отношение синусов всех сторон к синусам углов, на них опирающихся, постоянно.

Если ABG есть треугольник с прямым углом B, то отношение синуса стороны AB к синусу угла AGB то же, что и отношение синуса стороны BG к синусу угла BAG и отношение синуса стороны AG к синусу угла ABG, что мы и докажем следующим образом.

Неизбежно, что или каждый из углов A и G является прямым, или только один из них [прямой], или ни один [не прямой]. Если каждый из них есть прямой угол, тогда согласно гипотезе и теореме 2 точка A есть полюс круга AG и точка B, кроме того, есть полюс круга AG, а точка G есть полюс круга AB. Таким образом, по определению каждая из трех дуг будет давать величину противоположного угла. Следовательно, синус каж-



Чертеж из книги Региомонтана о треугольниках (*а—д*)

дой из трех сторон будет равен синусу противоположного угла, а потому отношение синуса каждой стороны к синусу противоположного угла будет одинаково, причем это отношение есть равенство.

Если же только один из углов A и G прямой [угол], то пусть прямым будет угол G. Так как мы предположили, что и угол B прямой, то при этих данных точка A есть полюс круга BG и каждая из дуг BA и AG есть четверть большого круга. Тогда по определению каждая из дуг AB, BG и GA будет определять величину противоположного угла, что и следует из самого определения угла. Отсюда становится очевидным, что отношение синуса любой стороны к синусу противоположного угла постоянно, причем это отношение есть равенство.

Если же ни один из углов A и G не является прямым, то ни одна из трех сторон не будет квадратом большого круга, как установлено выше, в теореме *3*, и может представиться три случая. Если оба угла A и G — острые, каждая из дуг AB и BG будет меньше квадранта, а потому и дуга AG будет меньше четверти большого круга. В этом случае продолжим дугу GA в сторону точки A настолько, чтобы она стала квадрантом GD [2], и, взяв хорду — сторону большого вписанного квадрата — в качестве радиуса и точку G в качестве центра, опишем большой круг, пересекающий продолжение дуги GB в точке E. Наконец, продолжим дугу GA до точки Z, чтобы получить квадрант AZ; а хорда этого квадранта, будучи повернутой около полюса A, опишет круг, пересекающий продолжение дуги AB в точке H. Приводим соответствующий чертеж (см. с. 72, *а*).

Если же оба угла A и G — тупые, то каждая из дуг AB и GB будет больше квадранта, и мы знаем, что дуга AG меньше квадранта. Тогда, продолжая дугу AG, как и прежде, в обе стороны до получения четверти большого круга GD, а также AZ, опишем два больших круга с центрами в точках G и A. Окружность круга, описанного около точки G, непременно пересечет дугу GB, которая больше квадранта. Пусть это произойдет в точке E. Другой круг, описанный около точки A, пересечет дугу AB в точке H. Таким образом получится фигура *2* (см. с. 72, *б*).

Если же один из углов A и G тупой, а другой — острый, то пусть A будет тупым, а G — острым, тогда из выше упомянутых теорем следует, что каждая из дуг BG и GA больше квадранта, а дуга AB — меньше квадранта. Тогда выделим на дуге AG два квадранта GD и AZ, имеющие общей частью дугу DZ. Окружность круга, описанного около точки G как полюса, пересечет дугу BG, которая больше квадранта; пусть точкой пересечения будет E. Далее, окружность круга, описанного около точки A, не пересечет дуги AB, так как эта последняя дуга меньше квадранта, но пересечет ее, если ее достаточно продолжить, например, в точке H (см. с. 72, *в*). Поэтому, когда ни один из углов A и G не прямой, мы хоть и вынуждены пользоваться тремя чертежами, ход рассуждений во всех трех случаях окажется один и тот же.

Так как два круга GD и GE наклонены один к другому (буквально: встречаются под углом. — *Ю. Б.*) и так как на окружности круга GD имеются две точки с перпендикулярами AB и DE, выходящими из этих точек, то тогда по предыдущей теореме отношение синуса дуги GA к синусу дуги AB равно отношению синуса дуги GD к синусу дуги DE, или, переставляя члены про-

---

[2] В тексте оригинала ошибочно указано AD вместо GD.

порции, получаем, что отношение синуса GA к синусу GD равно отношению синуса AB к синусу DE.

Подобным же образом два круга AZ и AH пересекаются под углом, и на окружности круга AZ имеются две точки G и Z, из которых опущены две перпендикулярные дуги GB и ZH. А потому по предыдущей теореме отношение синуса AG к синусу GB равно отношению синуса AZ к синусу ZH, и, изменяя порядок, получим, что синус AG относится к синусу AZ, как синус GB к синусу ZH.

Кроме того, синус AG относится к синусу AZ, как синус GA к синусу GD. Каждая из дуг AZ и GD является квадрантом. Следовательно, синус стороны AB относится к синусу DE, как синус стороны GB к синусу ZH, таковым же будет и отношение синуса стороны AG к синусу квадранта. Далее, синус DE есть синус угла AGB, так как дуга DE служит мерой угла AGB с точкой G как полюсом круга DE. Подобно этому, синус ZH является синусом угла BAG. Кроме того, синус квадранта является синусом прямого угла. Следовательно, отношение синуса стороны AB к синусу угла AGB и отношение синуса стороны BG к синусу угла BAG, а также отношение синуса стороны AG к синусу прямого угла ABG будут одинаковы, ч. и т. д.» [12, с. 103–104].

В следующей теореме Региомонтан обобщает доказанное утверждение на случай произвольного сферического треугольника:

«[Теорема] XVII.

В любом непрямоугольном треугольнике синусы сторон находятся в той же пропорции к синусам противолежащих углов.

Если доказательство предыдущей [теоремы] относилось к прямоугольным треугольникам, настоящая [теорема] утверждает то же для непрямоугольных треугольников. Пусть треугольник ABG не имеет ни одного прямого угла. Тогда я утверждаю, что отношение синуса стороны AB к синусу угла G и отношение синуса стороны BG к синусу угла A, и отношение синуса стороны GA к синусу угла B равны между собой.

Опустим перпендикуляр AD из точки A, который пересечет дугу BG, если он пройдет внутри треугольника, или же встретит продолжение дуги BG, если он окажется вне треугольника, причем этот перпендикуляр не может иметь общего конца ни с AB, ни с AG, так как в этом случае один из углов B или G оказался бы прямым углом, что противоречит нашему предположению. Поэтому пусть он — возьмем первый случай — падает внутри треугольника, разбивая его на два треугольника ABD и AGD (см. с. 72, *г*). Согласно предыдущему доказательству, только с перестановкой членов, отношение синуса AB к синусу AD равно отношению синуса угла ADB, прямого угла, к синусу угла ABD. Но согласно этому же доказательству отношение синуса AD к синусу AG равно отношению синуса угла AGD к синусу прямого угла ADG на основании того, что синус угла ABG относится к синусу AG, как синус угла AGB — к синусу угла ABG, и, изменив порядок, получаем, что синус стороны AB относится к синусу угла AGB, как синус стороны AG к синусу угла ABG.

Наконец, можно заключить, что отношение синуса стороны BG к синусу угла BAG равно указанным прежде отношениям, если из одной из указанных вершин B или G опустить дугу, перпендикулярную к противоположной стороне.

Если же перпендикуляр AD окажется вне треугольника, вследствие чего чертеж несколько изменится (см. с. 72, *д*), то мы опять постараемся получить тот же результат, так как, видоизменяя предыдущее доказательство, получим, что синус AB будет относиться к синусу AD, как синус прямого угла ADB относится к синусу угла ABD[3]. Подобным же образом синус AD относится к синусу AG, как синус угла AGB относится к синусу прямого угла ADG. Следовательно, синус стороны AB относится к синусу стороны AG, как синус угла AGB относится к синусу угла ABD.

Кроме того, синус угла ABD есть также синус угла ABG по определению. Следовательно, синус AB относится к синусу AG, как синус угла AGB к синусу угла ABD, а поэтому, переместив члены, получим также, что синус стороны AB относится к синусу угла AGB, как синус стороны AG относится к синусу угла ABG. Наконец, мы докажем, что тому же равно отношение синуса стороны BG к синусу угла BAG, и это докажется тем же способом, каким мы выше пользовались. Следовательно, положение, которое было доказано в этих теоремах для прямоугольных и непрямоугольных треугольников, мо-

---

[3] В тексте оригинала описка: прямым назван угол ABD, должно быть ADB.

жет быть теперь установлено нами вообще для треугольников любого типа, и мы увидим шаг за шагом те обильные и приятные плоды, которые принесет нам это изучение» [12, p. 104—105].

Перевод выполнен по факсимильному изданию оригинала [12], сверен с английским переводом [12, p. 223, 225, 227], с переводом на русский язык, опубликованным в 1936 г. [21, с. 3—7], а также с текстом собственноручной рукописи Региомонтана из Архива АН СССР [29]. Для улучшения восприятия текст в определенной степени пришлось «осовременить», но и без такой модернизации, следует заметить, свыше 500 лет тому назад Региомонтану удалось четко и вразумительно изложить весьма сложный и непривычный для того времени материал с важнейшими положениями сферической тригонометрии. Мы допустили еще одну «вольность» — точки, вершины треугольников и концы отрезков и дуг обозначили прописными, а не строчными, как в оригинале, буквами латинского алфавита.

Теоремы 25, 26 и 27 этой книги посвящены различным случаям решения прямоугольных сферических треугольников, а с 28-й по 34-ю — всем шести случаям решения произвольных сферических треугольников. И здесь заметно в общем и во многих деталях влияние и использование источников, опирающихся на работы математиков стран ислама. Эта связь подкрепляется и такой деталью, на которую указывает Б. А. Розенфельд [90, с. 24]: во многих случаях, в том числе и в только что рассмотренных теоремах, Региомонтан обозначает вершины рассматриваемых треугольников не в порядке букв латинского алфавита ABC, а ABG, т. е. теми латинскими буквами, которыми обычно транскрибируются первые три буквы арабского алфавита (*а*, *б*, *дж*). Влиянием арабского языка, в котором нет прописных букв, объясняется и то, что Региомонтан применял только строчные буквы.

Исследователи, изучавшие текст «Пяти книг о треугольниках» Региомонтана, неизменно подчеркивали последовательность, логичность и систематичность изложения материала первых четырех книг, но пятая книга всегда вызывала ощущение некоторой незавершенности, отклонения от тех требований совершенства изложения, которые Региомонтан стремился выдержать в первых четырех. И это несмотря на то, что в конце оригинала этой короткой, состоящей всего из 15 предложений книги рукою автора начертано «finis». Подчеркнем, что «книгами», из которых состояли относительно крупные сочинения, называли тогда фактически то, что мы теперь называем обычно «главами», «разделами». Но тем не менее именно в этой главе, довести которую до совершенства Региомонтану помешали какие-то обстоятельства, содержится своеобразная «жемчужина» сферической тригонометрии — вторая теорема этой книги.

Вот ее формулировка: «Во всяком сферическом треугольнике, состоящем из дуг больших кругов, отношение синуса-версуса какого-нибудь угла к разности двух синусов-версусов, один из которых — синус-версус стороны, стягиваемой этим углом, а другой — синус-версус от разности обеих дуг, ограничивающих этот угол, таково же, как отношение квадрата полного прямого синуса к прямоугольнику, образованному синусами дуг, заключающих рассматриваемый угол» [12, p. 127].

То, что выражено здесь в непривычной для нас словесной форме, мы можем совершенно свободно перевести на язык формул, пользуясь уже упоминавшимися (см. с. 62) обозначениями:

$$\frac{\sin \operatorname{vers} C}{\sin \operatorname{vers} c - \sin \operatorname{vers} (b - a)} = \frac{(\sin \operatorname{tot})^2}{\sin a \cdot \sin b}.$$

Принимая полный синус (sinus totus) за 1 и помня, что $\sin \operatorname{vers} x = 1 - \cos x$, получаем

$$\frac{1 - \cos C}{\cos (b - c) - \cos a} = \frac{1}{\sin b \cdot \sin c};$$

откуда $\cos C = \dfrac{\cos c - \cos a \cdot \cos b}{\sin a \cdot \sin b}$, или $\cos c =$

$$= \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C.$$

Но ведь эта формула — символическое выражение важнейшей в сферической тригонометрии сферической теоремы косинусов, которая находит самое широкое применение и в астрономии, и в географии (вычисление длины ортодромии, кратчайшего расстояния между двумя пунктами на поверхности земного шара), и во многих других случаях.

Нельзя сказать, что Региомонтан пришел к этому соотношению совершенно самостоятельно. Частный случай этой теоремы как задача определения высоты h Солнца по его склонению δ (т. е. по его сферическому расстоянию от небесного экватора), широте φ места наблюдения и часовому углу t рассматривался, как уже упоминалось, у Сабита ибн Корры, а затем в трактате «О движении звезд» ал-Баттани, переводом которого на латинский язык Региомонтан располагал еще в годы пребывания в Вене. Более общее предложение, равносильное этой теореме, для непосредственного определения азимута A по h, δ и φ было сформулировано современником ал-Баттани Мухаммадом ал-Махани (ок. 825—888) в «Книге об определении азимута в какой угодно час в каком угодно месте». В свою очередь, не исключаются заимствования арабоязычных ученых у их индийских коллег. Об использовании Региомонтаном источников, восходящих к сочинениям классиков науки средневекового Востока, говорит, как отмечает Б. А. Розенфельд [90, с. 24], и тот факт, что приводимый Региомонтаном чертеж к этой теореме (см. с. 72) вплоть до обозначений совпадает с чертежами в сочинениях Ибн Корры и ал-Баттани. где они служили для решения конкретных астрономических задач: на чертеже у Региомонтана хорошо различим небесный экватор, полюс мира, круг склонения, эклиптика и другие элементы небесной сферы. Но несомненно и другое. Хотя математики и астрономы средневекового Востока и пользовались правилами, равносильными сферической теореме косинусов, как отдельная теорема это предложение не был выделено ни у Ибн Корры, ни у ал-Баттани, ни у крупнейшего математика и астронома XIII в. Насир ад-Дина ат-Туси, автора наиболее полного арабоязычного изложения сферической тригонометрии «Снятие покрывала с тайн фигуры секущей». Честь выделения этого предложения в виде отдельной теоремы с соответствующим доказательством принадлежит, по всеобщему мнению, Региомонтану.

Можно сказать, что «Тригонометрия» Региомонтана, назовем ее так для краткости, значительно опередила его время, и ее публикация в 1533 г. не прошла незамеченной — математики и астрономы пользовались ею и столетия спустя. Но отсутствие этой книги ощущалось задолго до ее публикации.

В 1542 г., за год до выхода знаменитого произведения Николая Коперника «Об обращениях небесных сфер», в Виттенберге вышла небольшая книжка с весьма пространным, в духе того времени, названием: «De lateribus et angulis triangulorum tum planorum rectilineorum tum sphaericorum libellus eruditissimus et utilissimus, cum ad plerasque Ptolemaei demonstrationes intelligentias, tum vero ad alia multa, scriptus à clarissimo et doctissimo viro D. Nicolao Copernico Toronensi. Additus est Canon semissium subtensarum rectarum linearum in circulo. Escusum Wittembergae, per Johannem Lufft, Anno 1542» («О сторонах и углах треугольников, как плоских, прямолинейных, так и сферических. Ученейшая и полезнейшая книжечка как для понимания большей части доказательств Птолемея, так и для многого другого. Написана славнейшим и ученейшим мужем господином Николаем Коперником из Торуни. Добавлена таблица половин хорд окружности. Издана в Виттенберге Йоганном Люфтом в 1542 году»). Из предисловия к книжке мы узнаем, что своим изданием она обязана Ретику, молодому профессору математики Виттенбергского университета, специально побывавшему у Коперника для изучения на месте разработанной тем гелиоцентрической теории и опубликовавшему ее первое изложение (зимой 1539/40 г.).

Познакомившись подробно с его книгой «Об обращениях небесных сфер», Ретик долго не мог убедить Коперника дать согласие на ее издание и сначала добился права на публикацию лишь той ее части, которая представляла собой изложение плоской и сферической тригонометрии. В окончательном варианте этот материал вошел в виде трех глав (XII, XIII и XIV) в первую книгу «Обращений». Коперник, не имея подходящего сочинения по тригонометрии, был вынужден сам приняться за разработку ее основных положений; без этого он вряд ли смог бы выполнить поставленную перед собой грандиозную задачу — «остановить Солнце и запустить в движение Землю». Копернику едва ли были доступны многие из тех источников, которыми мог располагать Региомонтан, и основным был, по-видимому, «Альмагест» Птолемея.

Наибольший интерес здесь представляет материал, относящийся к сферической тригонометрии. Следует сразу же отметить, что данный им вывод теорем сферической тригонометрии отличался от предшествовавших тем, что был основан на чрезвычайно удачной идее, принадлежавшей, по-видимому, самому Копернику. По этой идее для вывода использовалась трехгранная пирамида со сферическим основанием и вершиной в центре сферы. На этой идее Коперник строит доказательство теоремы синусов сферической тригонометрии, которое отличается и от доказательств греческих и арабских математиков, и от приводимого в его книге доказательства Региомонтана.

Изложение тригонометрии у Коперника завершается рассмотрением случаев решения сферического треугольника по трем сторонам (теорема XIII) и по трем углам (теорема XIV). Из оригинала рукописи книги «О вращении» видно, что эти задачи включены ученым позже других, возможно, после приезда к нему Ретика, который передал Копернику несколько трактатов по математике и астрономии, изданных в предыдущие годы. Среди них были и региомонтановы «Пять книг о треугольниках всякого рода», вышедшие, как мы знаем, в 1533 г. (Ретик приехал к Копернику в 1539 г.). Можно, таким образом, допустить, что при доказательстве теорем XIII и XIV Коперник уже располагал произведением Региомонтана, но и здесь он пошел собственным путем и его доказательства отличаются от региомонтановых.

Публикации тригонометрических сочинений Региомонтана и Коперника появились с разницей всего в девять лет. Хронологически, а тем более фактически Коперник представлял уже новое поколение ученых, более того, его вклад в науку обеспечил ему положение лидера этого поколения, да и нескольких последующих. Недаром естественнонаучную революцию Нового времени часто называют коперниканской. Однако вклад в развитие тригонометрии у обоих ученых разный, и здесь уже роль лидера остается за Региомонтаном. И это естественно. Для Коперника занятия тригонометрией не были самоцелью; будучи прежде всего астрономом, он стремился к разработке методов, имеющих прикладное значение, облегчающих решение астрономических задач. Математик, а уж затем астроном, Региомонтан преследовал более общую цель — систематически изложить все, что относится к решению плоских и сферических треугольников. Тем самым тригонометрия была выведена Региомонтаном в самостоятельную отрасль математической науки.

Региомонтан и совершенствование тригонометрических таблиц

Современному читателю трудно оценить роль, которую в развитии математики и ее приложений сыграли в свое время различные математические таблицы — от таблиц сложения и умножения до таблиц тригонометрических функций и логарифмов. В последние годы происходит бурный процесс вытеснения большинства таблиц элементарных функций новыми средствами индивидуальных вычислений — электронными микрокалькуляторами. Набрал на клавиатуре аргумент и получай через доли секунды результат — соответствующую функцию, и притом с точностью, какая совершенно недостижима для наиболее распространенных таблиц. Карманный калькулятор размерами с туалетное зеркальце и массой в 50 г может быть всегда, в любых условиях, при себе, любой, даже довольно сложный вычислительный процесс почти не требует затрат умственной энергии и позволяет экономить много времени, которого постоянно так не хватает!

Еще в глубокой древности наблюдалось стремление упростить вычислительный процесс применением соответствующих таблиц. Их составление было весьма трудоемким делом, зато облегчалась работа их потребителей. Широкое распространение различные математические таблицы получили за много веков до нашей эры в древнем Вавилоне — от таблиц умножения и таблиц обратных величин до таблиц степеней. Если вспомнить, что носителем информации здесь были глиняные таблички, попробуйте представить себе те удобства, которые доставлялись пользователям, например, таблицами умножения, — при шестидесятиричной системе счисления, принятой у вавилонян, нужно было облегчить нахождение произведений не до 9×9, как у нас, а до 59×59.

Наиболее распространенными и громоздкими уже в древности были астрономические вычисления, связанные с решением треугольников. Уже в «Альмагесте» Птолемея мы находим составленные им таблицы хорд, стягивающих центральные углы, с шагом в $0{,}5°$. Как известно, хорды у Птолемея играли роль наших синусов; хорда a, стягивающая угол α, равна удвоенному синусу половины данного угла, $a=2\sin(\alpha/2)$.

Математики древней Индии заменили в вычислениях хорду полухордой, т. е. линией синуса, они же составили и первые таблицы синусов. Так, в одной из древнеиндийских математических рукописей «Сурья-сиддханта» и в сочинении математика Ариабхатты (р. в 475 г.) приводятся таблицы синусов с шагом в $3°45'$.

Наиболее ранние таблицы синусов в арабском мире были составлены, по-видимому, знаменитым ал-Хорезми (783—850), а его современник Хабаш ал-Хасиб ал-Марвази (764—834) из Мерва (ныне Туркменская ССР) ввел в употребление тангенс и котангенс как отношения катетов прямоугольного треугольника и составил первые таблицы значений этих функций. В X в. Абу-л-Вафа с помощью весьма тонких интерполяционных приемов сумел вычислить $\sin 30'$ с точностью до 10^{-8}. Он же составил и таблицы синусов с шагом в 15′. В Европе таблицы синусов стали известны около 1187 г., после того как Герардо Кремонский выполнил перевод сочинения аз-Заркали «Canones sive regulae super tabulas astronomiae» («Правила составления астрономических таблиц») — введения к «Толедским астрономическим таблицам».

Повышение требований к точности вычислений стимулировало составление новых, более точных и удобных для использования тригонометрических таблиц. Начало этим весьма трудоемким работам положили ученые Венского университета: Йоганн Гмунден составил таблицы синусов с шагом в 30′, а учитель Региомонтана Пурбах в своих таблицах выбрал шаг в 10′. Поскольку понятие десятичных дробей еще отсутствовало, синусы, т. е. отношения длин соответствующих линий к длине радиуса окружности тригонометрического круга, выражались целыми числами, для чего радиус — «sinus totus» — «полный синус» — также выражался достаточно большим целым числом, обычно в десятирично-шестидесятиричной системе счисления. У Птолемея этот радиус был принят равным 60, у аз-Заркали — 150, у Пурбаха — 60 000, позже — 600 000. У Абу-л-Вафы и ал-Бируни радиус принимался равным единице.

Региомонтан составлял таблицы синусов трижды. Первые его таблицы с шагом в 1′ и $R=60\,000$ были разработаны в Италии до 1463 г. Эти таблицы распространились в копиях, а также были напечатаны в 1490 г. уже упоминавшимся Эрхардом Ратдольтом. Он поместил эти таблицы в приложение к книге Региомонтана «Tabulae directionum» (Таблицы направлений). Более точные таблицы синусов, уже с радиусом 6 000 000 (а для серии узловых углов, применяемых для интерполяции, даже 6 000 000 000), появились несколько лет спустя. Наконец, третьи таблицы синусов были составлены

G. m.	15 Sinus	portio unig ī 10	16 Sinus	portio unig ī 10	17 Sinus	portio unig ī 10	18 Sinus
0	1552914	15 1	1653825	28 0	1754229	27 8	1854102
1	1554600		1655502		1755898		1855762
2	1556285		1657180		1757567		1857421
3	1557971		1658857		1759235		1859081
4	1559656		1660535		1760904		1860740
5	1561342		1662212	27 9	1763573		1862400
6	1563027		1663889		1764241		1864059
7	1564712		1665595		1765909		1865718
8	1566396		1667242		1767577		1867376
9	1568081		1668918		1769245		1869035
10	1569766		1670565		1770913		1870694

Страница из таблиц синусов Региомонтана, 1541 г.

Региомонтаном уже во время его пребывания в Венгрии в 1468 г., и радиус в них был равен 10 000 000. Это были первые тригонометрические таблицы, построенные на десятичной основе. Вторая и третья таблицы были опубликованы Шёнером только в 1541 г., на восемь лет позже региомонтановой «Тригонометрии». Нам трудно себе представить колоссальную работу, которую необходимо было провести Региомонтану для создания этих фактически семизначных таблиц с шагом в одну минуту! И это в условиях полного отсутствия каких-либо вспомогательных вычислительных средств.

Ход этих вычислений можно представить так: рассматривая равносторонний треугольник, вписанный в окружность с соответствующей (600 000 000) длиной радиуса, Региомонтан определяет $\sin 30° = 300\ 000\ 000$ как половину стороны такого треугольника. Далее он использует соотношение $\frac{R}{2} : R \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = R \cdot \sin\frac{\alpha}{2} : [R - R \sin(90° - \alpha)]$, которое при $R=1$ сводится к выражению синуса половинного угла через косинус основного: $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$, и находит $\sin 15°$. Комбинируя эти и другие известные ему соотношения между синусами и косинусами целых и половинных углов, он получает в конце концов с большой точностью $\sin 1°30'$ и $\sin 45'$, а затем с помощью интерполяции вычисляет ряд промежуточных значений, перепроверяя правильность получаемых результатов различными способами.

Находясь в Венгрии, Региомонтан составляет еще одну весьма своеобразную по форме и содержанию таблицу, предназначенную для выражения произведения синусов двух углов через синус некоторого третьего угла, $\sin a = \sin A \cdot \sin c$.

Эти таблицы привлекают внимание по двум причинам. Отличие в форме состоит в том, что один из аргументов располагается в горизонтальных строчках, а другой — в вертикальных столбцах, искомая же функция находится на пересечении соответствующих строчек и столбцов. Такие таблицы в наше время хорошо известны, их называют «таблицами с двойным входом», но так их назвал сам Региомонтан, применивший их первым в Европе (у арабов такое построение таблиц применялось задолго до Региомонтана). Что касается содержания, то фактически таблицы предназначались для облегчения вычислений по сферической теореме синусов, которая в средние века выражалась в виде пропорции $\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin c}{\sin \mathrm{tot}}$, откуда при $\sin \mathrm{tot} = 1$ и получаем $\sin a = \sin A \cdot \sin c$. По существу, мы встречаемся здесь с ранней попыткой реализации идеи об облегчении выполнения действий второй ступени (здесь — умножения) над тригонометрическими функциями с помощью предварительно найденных составителем таблиц результатов таких действий.

К сожалению, эти таблицы увидели свет только через полсотни лет после их составления и через 40 лет после смерти их составителя: они были напечатаны в 1514 г. под названием «Tabulae primi mobilis» («Таблицы первого движущегося»). Еще через полсотни лет развитие этой идеи приведет к разработке простаферетических методов вычислений, а ровно через сто лет, в 1614 г., появятся первые таблицы логарифмов.

По-видимому, после 1464 г. познакомившись с трудами ал-Баттани, Региомонтан уяснил возможную роль тангенсов при решении треугольников и, не имея в своем распоряжении таблиц этих функций, составленных арабскими учеными, сам принялся за их разработку, став тем самым первым в Европе математиком, создавшим и применившим таблицы тангенсов. Таблицы были изданы в 1490 г. под названием «Tabulae foecundae» («Плодородные таблицы»), чем, очевидно, подчеркивалась их полезность. И эти таблицы были составлены на десятичной основе ($R = 1\,000\,000$) с шагом в 1°, они довольно часто использовались впоследствии. Именно на свободном от текста листе этих таблиц поместил составленную им таблицу секансов Коперник.

В связи с изданием в 1541 г. семизначных таблиц синусов с шагом в 1′, составленных Региомонтаном, следует снова в тесной связи вспомнить его имя рядом с именем Коперника. Менее чем через год, в мае 1542 г., в Виттенберге вышла уже упоминавшаяся книга Коперника «О сторонах и углах треугольников». В ней, кроме весьма компактного и во многом оригинального изложения основ плоской и сферической тригонометрии, имеется и «Канон половин хорд удвоенных дуг», таблицы синусов, кстати, впервые в истории математики совмещенные с таблицами косинусов, с радиусом в 10 000 000 и шагом в 1′, т. е. с теми же параметрами, что и у таблиц Региомонтана. Возникает вопрос: кем были составлены эти таблицы? Они не могли быть позаимствованы из только что опубликованных таблиц Региомонтана, так как отличаются от них по форме и построению, а также по составу опечаток. Некоторые исследователи полагали, что эти таблицы были созданы Г. И. Ретиком, по инициативе которого данная книга была издана. Представляется, однако, что основания для такого предположения явно недостаточны: составление семизначных таблиц тригонометрических функций в те времена, когда отсутствовали вспомогательные вычислительные средства, было весьма трудоемким и длительным мероприятием. К тому же Ретик не располагал необходимым для этого временем ни до, ни после посещения Коперника в Фромберке и возвращения в Виттенберг в конце 1541 г. Приходится склониться к предположению, что эти таблицы были составлены самим Коперником после завершения работы над рукописью книги «О вращениях небесных сфер». И здесь Коперник проявил себя как искуснейший вычислитель своего времени. В книге «О вращениях небесных сфер» он приводит таблицы синусов, составленные им для радиуса в 100 000 и с шагом в 10′.

Региомонтан и становление алгебры в Европе

До середины XV в. в средневековой Европе в течение нескольких столетий происходило усвоение двух важных достижений математики Востока — индийско-арабского способа обозначения чисел десятичной позиционной системы счисления и учения о решении уравнений не выше второй степени. Оба этих достижения были связаны с деятельностью замечательного среднеазиатского ученого первой половины IX в. Мухаммеда ибн Мусы ал-Хорезми. Алгебраический трактат ал-Хорезми «Китаб мухтасар ал-джабр ва-л-мукабала» («Краткая книга о восполнении и противопоставлении») оказался в числе самых первых математических сочинений, переведенных с арабского на латинский язык. Известны два перевода этого сочинения, выполненные в середине XII в. в Испании такими известными специалистами, как англичанин Роберт Честерский и итальянец Герардо Кремонский. Заметим, что термин «ал-джабр», фигурировавший в заглавии книги ал-Хорезми, обозначал действие, состоявшее в перенесении отрицательного члена из одной части уравнения в другую, впоследствии этим словом стали называть целый раздел математики, нашу «алгебру». В своей книге ал-Хорезми впервые в истории математики представил алгебру как науку об общих методах решения числовых линейных и квадратных уравнений. Правда, «алгебра» ал-Хорезми была бы для нас слишком непривычна — это была «риторическая» алгебра, в которой все правила выражались в словесной, вербальной форме, буквенная символика отсутствовала.

Примерно в то же время был осуществлен перевод и второго важного сочинения ал-Хорезми, в котором рассматриваются правила действий над числами в десятичной системе счисления. За этим сочинением закрепилось название «Книга об индийском счете».

Следует отметить, что до середины XV в. европейцам было практически неизвестно основное и важнейшее произведение древнегреческого математика Диофанта Александрийского, также посвященное алгебре и относившееся к III в. н. э.

Выше говорилось о драматической судьбе научного наследия Региомонтана. Большинство его сочинений не было издано при его жизни, часть их появилась в печати через несколько десятилетий после его преждевременной смерти, некоторая часть так и осталась неопубликованной, многие, вероятно, утрачены навсегда. При всем этом нет оснований предполагать, что Региомонтан оставил после себя алгебраический трактат, который мог бы сыграть в истории математики столь же важную роль, как и его тригонометрия. Однако ученый его ранга, человек со столь ярко выраженным математическим талантом вряд ли мог пройти мимо проблем самой молодой тогда ветви математики, не сказав здесь своего веского слова. К тому же, кроме чисто личных данных, его занятиям алгебраическими проблемами особо благоприятствовали некоторые дополнительные факторы — Региомонтан оказался первым европейским математиком, который не только усвоил во всех тонкостях «Алгебру» ал-Хорезми и арифметику десятичных чисел, но и познакомился с сочинением Диофанта. Он же оказался в числе первых ученых, приступивших к созданию символической алгебры, оперировавшей уже не со словами, и даже не с их сокращенными записями, а с заменявшими их символами, значками.

Как уже упоминалось, сохранилась довольно объемистая рукописная «книга счета» [4], «Rechenbuch», в которую Региомонтан записывал те математические сведения, которые он изучал, а позже и разрабатывал в период учебы и последующего пребывания в Вене. Имеется здесь и алгебраический материал, косвенно свидетельствующий о том, что Региомонтан был знаком с «Алгеброй» ал-Хорезми. Здесь приводится, например, та же классификация видов уравнений, которая была разработана последним, с тем чтобы все коэффициенты уравнения были положительны, — понятие отрицательного числа еще отсутствовало. Вот эти виды:

1) «квадраты равны корням», т. е. в современной записи $ax^2=bx$;
2) «квадраты равны числу», т. е. $ax^2=c$;
3) «корни равны числу» — $bx=c$;
4) «квадраты и корни равны числу» — $ax^2+bx=c$;
5) «квадраты и числа равны корням» — $ax^2+c=bx$;
6) «корни и числа равны квадрату» — $bx+c=ax^2$.

Имеются и другие сведения по алгебре, например довольно объемистые таблицы квадратов и кубов чисел, составленные самим Региомонтаном и используемые им для приближенного извлечения квадратных и кубических корней, но об этом речь пойдет в другом месте.

Сохранились и прямые доказательства того, что Региомонтан хорошо знал «Алгебру» ал-Хорезми и специально занимался ее изучением. В свое время, в 1512,

---

[4] Австр. нац. б-ка, Codex 5203.

1522 и в 1563 гг., были составлены перечни сохранившихся на то время рукописей библиотеки Региомонтана. В перечне 1512 г. упоминается некая «Algebra». Это упоминание особого интереса для нас не представляет. Но вот в перечне 1522 г. значится «Liber, in quo Mahumethi de algebra etc., item flores arithmetice», т. е. «Книга, в которой Магомет об алгебре и т. д., а также цветы арифметики», что, несомненно, обозначало «Алгебру» Мухаммада ал-Хорезми и какую-то арифметическую рукопись. В перечне 1563 г. это название отсутствовало, и считалось, что эта рукопись утрачена навсегда.

Но вот сравнительно недавно была подвергнута изучению рукопись «Codex Plimpton 188» из библиотеки Колумбийского университета в Нью-Йорке [25]. В ней в одном переплете соединены несколько сочинений разного содержания и времени. Для нас особый интерес представляют два первых, составляющих листы с 1 по 96. На л. 96 об. имеется и дата — 1456 г., проставленная, скорее всего рукой Региомонтана. Первая из этих рукописей (лл. 1—70) носит название «Flores arithmeticae» («Цветы арифметики»). Это сочинение, написанное неизвестной рукой, но с собственноручными пометками и замечаниями Региомонтана, представляет собой изложение математического трактата «Quadripartitum numerorum», («Четверокнижия о числах») француза Жана де Мёра, относящегося к середине XIV в. и написанного, как показал Л. Ч. Карпинский [95], под сильным влиянием ал-Хорезми. Пометки Региомонтана свидетельствуют о том, что он, внимательно штудируя это сочинение, основательно познакомился с творчеством родоначальника алгебры. Есть все основания считать, что эта та самая рукопись, которая упоминается в перечне библиотеки Региомонтана 1522 года.

Но еще о большем говорит нам второе сочинение из того же кодекса (л. 73об.— 96об). Начинается оно так: «Liber Mahucmeti [5] de Algebra et almucabala, id est recuperationis et oppositionis. Prologus» («Книга Магомета об алгебре и алмукабале, т. е. восполнении и противопоставлении. Введение»). На этот раз речь идет уже о непосредственной копии «Алгебры» ал-Хорезми в переводе Герардо Кремонского. С большой степенью вероятности

---

[5] «Mahucmeti» — искаженное «Магомет» или «Мухаммад», как принято сейчас.

можно утверждать, что данная копия выполнена самим Региомонтаном, хотя и имеются отклонения при написании некоторых цифр, в частности 4, 5 и 7. Впрочем, именно в те годы только стало устанавливаться общепринятое сейчас начертание цифр. «Алгебра» ал-Хорезми занимает здесь, собственно, только лл. 73об.—82. Затем, на лл. 82—93об. идут собственноручные заметки и добавления Региомонтана, среди них — числовые загадки, ведущие к системе линейных уравнений (л. 88—89об.), и другие примеры, которые можно отнести к занимательной математике, примеры на все шесть видов уравнений по ал-Хорезми (лл. 85об.— 88), заметка об извлечении квадратных корней (лл. 91—92об.), а также теоретико-числовая задача о нахождении числа, дающего при делении на 3, 5 и 7 в остатке соответственно, 2, 4 и 1 (с методом решения) (л. 93об.), в современной записи $N \equiv 2 \pmod 3 \equiv 4 \pmod 5 \equiv 1 \pmod 7$.

Эта задача встречается и ранее, например в древнекитайском трактате Суньцзы, относящемся к III в., метод ее решения излагался китайским математиком Цинь Цзюшао в XIII в. Впрочем в Европе, до Региомонтана задачи этого типа имеются в «Книге абака» Леонардо Пизанского (1202). Региомонтан и в дальнейшем занимался такими задачами в переписке с научными коллегами. Здесь Региомонтан предлагает своим коллегам задачи, которые в современных обозначениях выглядят так:
$N \equiv 15 \pmod{17} \equiv 11 \pmod{13} \equiv 3 \pmod{10}$; [54, S. 219, № 8] и $N \equiv 12 \pmod{23} \equiv 7 \pmod{17} \equiv 3 \pmod{10}$; [Ibid., S. 295, № 6].

Трудно сказать, владел ли Региомонтан общим методом решения задач такого типа, но сам по себе интерес, проявленный Региомонтаном к задачам, относящимся сейчас к теории сравнений, разделу теории чисел, который рассматривает целые числа в их связи с остатками от деления на фиксированное натуральное число — модуль, теории, разрабатывавшейся такими первоклассными математиками, как Ферма, Эйлер, Лежандр, Лагранж, Гаусс и Дирихле, весьма примечателен.

Итак, непосредственная связь творчества Региомонтана с наследием ал-Хорезми прямо устанавливается наличием данной рукописи. Но главное ее значение, пожалуй, даже и не в этом. Именно здесь мы встречаемся с первыми в Европе попытками применения специальных сокращений для обозначения алгебраических величин и действий над ними, если только рукопись в самом деле относится к 1456 г., как в ней указано.

Дело в том, что здесь впервые у Региомонтана и впервые в Европе появляются следующие обозначения: неизвестное, наше x, обозначается в нескольких местах готическим $\mathfrak{R}$ (л. 83об. и 84), реже готическим $\mathfrak{r}$ (л. 85об.—88об.) — последнее обозначение позже удерживается и у Региомонтана, и у многих последующих ученых), причем знак этот пишется, как верхний индекс у коэффициента (как наш показатель степени). Вводится специальный знак и для квадрата неизвестного (тоже как верхний индекс при соответствующем коэффициенте) — готическим $\mathfrak{c}$, четвертая степень обозначается двойным таким знаком — $\mathfrak{cc}$. Знак равенства у Региомонтана представляет собой вытянутую горизонтальную черту ——. Знак «минус» обозначается символом $\overline{ig}$, «плюс» передается стилизованным латинским «*et*»= =и, а значит фактически не сокращается. Без сокращения обозначается и куб неизвестного «cubus». Употребляется граничащее с символом сокращение и для (квадратного) корня — готическое $\mathfrak{R}$, например, $\mathfrak{R}$ de 8 обозначает $\sqrt{8}$, но $\sqrt[3]{7}$ Региомонтан записывает так: $\mathfrak{R}$ cubica de 7. (Применяемые в тексте обозначения лишь приближенно передают оригиналы).

Напомним, что еще недавно появление алгебраической символики в Европе связывалось с анонимной Дрезденской рукописью С.80 (ок. 1480), с рукописью француза Никола Шюке (1484) и, наконец, с книгой итальянца Луки Пачоли «Сумма знаний по арифметике, геометрии, отношениям и пропорциональности», написанной в 1487 г. и изданной в Венеции в 1494 г. Затем было установлено, что регенсбургский ученый монах Фридрих Герхард (ум. в 1464—1465) употребил алгебраическую символику в рукописи, относящейся к 1461 г. [24], а Региомонтан применил свою символику в письмах к Бьянкини в 1463 г. Теперь же потолок поднят еще на 5 лет, и приоритет во внедрении алгебраической символики закрепляется за героем нашей книги, впрочем, не исключаются в будущем и новые находки, которые смогут пролить дополнительный свет на истоки алгебраической символики.

Остановимся на символике Герхарда. Неизвестное он обозначает готической буквой $\mathfrak{R}$ или латинскими буквами *co* (res, radix или cosa), квадрат неизвестного — готическими $\mathfrak{z}$ или $\mathfrak{c}$ (census). Для x употребляется также символ готическая $\mathfrak{d}$ (Ding). Вот запись нескольких уравнений у Герхарда:

Item 1z27 numero ist gleich 12 cosa ($x^2+27=12x$),

Item $2^{z}3^{cos}$ ist gleich 14 numero ($2x^2+3x=14$).

$7\mathscr{R}$ mig 30 equatur de $5\mathscr{R}30$ ($7x-30=5x+30$). А вот обозначение уравнения $250x-25x^2=2x^2+100-20x$ у Региомонтана: $250^r\ \overline{\mathrm{ig}}\ 25^c - 2^c$ et $100\ \overline{\mathrm{ig}}\ 20^r$.

Как видим, Региомонтан идет несколько дальше Герхарда — введен знак равенства — вместо «ist gleich» или «equatur», несколько проще обозначения неизвестного и «минуса», отсутствует «numero» при свободном члене.

Интересен еще один случай использования Региомонтаном своей символики: во второй книге своей тригонометрии две задачи (№№ 12 и 23) ученый решает методами алгебры. Одна из этих задач посвящена вычислению треугольника по основанию, высоте и отношению боковых сторон. Для нас не так важно, что Региомонтан не знаком с геометрическим решением этой задачи — с помощью геометрического места точек, расстояния которых до двух данных точек находятся в данном отношении, так называемой окружности Аполлония. Это решение, известное еще древним грекам, Региомонтан сводит к решению квадратного уравнения $25x^2+3125-500x=9x^2+180+1125$. В печатном тексте 1533 г. и последующих изданий это уравнение выражено словесно, как и уравнение задачи № 23: $1/4x^2+136-6x=4x^2+9/4x-6x$. Это дало повод Б. Юзу, одному из издателей и переводчиков «тригонометрии» на английский язык, заметить, что здесь «алгебра скорее словесная (риторическая), чем синкопическая или символическая» [62, p. 8]. Однако соответствующие места оригинала этой книги, хранящегося в Ленинградском отделении Архива АН СССР [29], снабжены собственноручными пометками Региомонтана на полях. Возможно, сделанные уже спустя некоторое время после завершения основной части работы над рукописью, они содержат те же символы, которые ученый употребил в источниках, о которых шла речь выше. В дальнейшем, обратившись к открытию Региомонтаном рукописи «Арифметики» Диофанта, можно еще раз убедиться, что ученый последовательно внедрял и распространял идеи символической алгебры. То, что он первым из европейских математиков применил алгебраическую символику,— факт, еще недавно остававшийся неизвестным. Именно в свете этого факта необходимо пересмотреть роль Региомонтана в становлении алгебры. Поэтому замечание известного западногерманского историка математики В. Каунцнера о том, что «Региомонтан представляется одним из наиболее ранних из известных в настоящее время авторов обработки учения ал-Хорезми об уравнениях в XV в., пользующимся к тому же и символикой, по меньшей мере равноценной той, которую применяли его современники» [87, с. 124], нуждается в усилении.

Одной из важных проблем алгебры, пути решения которой долго оставались скрытыми от взоров ученых, была проблема уравнений третьей и четвертой степени общего вида. Еще в конце XV в. Лука Пачоли писал, что для решения кубических уравнений «искусство алгебры еще не дало способа, как не дан еще способ квадратуры круга». Заметим, что задача о квадратуре круга, т. е. о построении квадрата, равновеликого кругу, которой занимались современник Региомонтана Николай Кузанский и (в связи с его работами) сам ученый, впоследствии оказалась вообще неразрешимой: построить квадрат, площадь которого точно равнялась бы площади данного круга, с помощью традиционных инструментов — циркуля и линейки было невозможно. Что же касается задач решения кубического уравнения и уравнения четвертой степени, то они были полностью решены уже в первой половине XVI в. Но первые попытки поиска ключа к этой проблеме опять-таки связаны с именем Региомонтана. Для такого утверждения можно найти достаточно доказательств в принадлежащих Региомонтану текстах из рукописи Plimpton — 188 [25], а также в его научной переписке.

Вот некоторые факты. Рассматривая частный случай кубического уравнения вида $1x^2 \cdot 2x = 3x^2$, Региомонтан заключает «est ergo cubus equalis 3/2 census», т. е. «следовательно, куб неизвестного равен 3/2 его квадрата» [25, л. 82об]. Там же он замечает: «duc 2 res in censum fiunt 2 cubi», т. е. «умножь 2 вещи на квадрат, получится два куба $2x \cdot x^2 = 2x^3$». Далее (л. 90об.), явно следуя ал-Хорезми с его выделением 6 видов уравнений первой и второй степени, он приводит 18 форм поддающихся решению уравнений третьей и четвертой степени. В современных обозначениях они выглядят так: $ax^4=bx^3$; $ax^4=bx^2$; $ax^4=bx$; $ax^4=b$; $ax^3=bx^2$; $ax^3=bx$; $ax^3=b$; $ax^3+bx^2=cx$; $ax^3=bx^2+cx$; $ax^3+bx=cx^2$; $ax^4+bx^3=cx^2$; $ax^4+bx^2=cx^3+dx^2$; $ax^4+bx^2=cx^3$; $ax^2=\sqrt{b}$; $x^2=a\sqrt{x}$; $ax^4+bx^2=c$; $ax^4+b=cx^2$; $ax^4=bx^2+c$) [6].

Большинство из этих уравнений легко приводятся к квадратным, только в трех случаях – к частным простейшим кубическим. Примечательна, однако, сама попытка развить здесь идеи ал-Хорезми.

Ал-Хорезми, следуя, очевидно, Евклиду, решение некоторых квадратных уравнений поясняет геометрическим путем, используя понятие равновеликости квадратов и прямоугольников. Этим же путем в ряде случаев идет и Региомонтан. Так, одна из задач [25, л. 54] приводит к системе $60 = xy = (x + 2)(y - 5)$. Исключая y, Региомонтан решает алгебраически соответствующее квадратичное уравнение и тут же дает ему геометрическую интерпретацию: исходя из прямоугольника 5×2, он строит подобный ему прямоугольник $x \times (y - 5)$, площадь которого вместе с площадями трех других, дополняющих его до прямоугольника $(x + 2)(y - 5)$, составляла бы 60. В другом случае [25, л. 91 об.] эта же интерпретация используется для решения системы иррациональных уравнений вида $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2\sqrt{xy} + x + y} = \sqrt{c}$, где xy — квадратное число, т. е. точный квадрат.

Ссылаясь далее на четвертое предложение II книги «Начал» Евклида, Региомонтан приходит к выводу, что при получении выражения для куба суммы $(a + b)^3$ умножением на $(a + b)$ выражения $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ интерпретацию этого выражения приходится связывать с выходом в трехмерное пространство. При этом он замечает: «также и другие предложения II книги Евклида, относящиеся к плоскости, можно аналогичным путем перенести на кубы и тела» [25, л. 44 об.].

В заметках Региомонтана, следующих в рукописи за текстом «Алгебры» ал-Хорезми, рассматривается задача: «Сколько процентов выплачивается из капитала в 100 гульденов, если за три года капитал возрастает до 265 гульденов?». Она сводится к реше-

---

[6] Аналогичную классификацию можно найти и у итальянских математиков того времени. См.: *Матвиевская Г. П.* Развитие учения о числе в Европе. Ташкент: Фан, 1971, с. 88.

нию кубического уравнения $x^3 + 300x^2 + 30\,000x = 1\,650\,000$. Кроме правильного решения $x = \sqrt[3]{2\,650\,000} - 100$, Региомонтан дает решение и своим методом: кубическое уравнение $x^3 + ax^2 + bx = c$ имеет решение $x = \sqrt[3]{\left(\frac{a}{3}\right)^3 + c} - \frac{a}{3}$ при условии, что $\left(\frac{a}{3}\right)^2 \left(\frac{a}{3}\right)^3 = \frac{b}{3}$. Приводится доказательство, сводящееся к следующему преобразованию:

$$\left(x + \frac{a}{3}\right)^3 = x + \left(\frac{a}{3}\right)^3 + ax^2 + 3\left(\frac{a}{3}\right)^2 x = x^3 + \left(\frac{a}{3}\right)^3 + ax^2 + bx = c + \left(\frac{a}{3}\right)^3,$$

следовательно, $x + \frac{a}{3} = \sqrt[3]{\left(\frac{a}{3}\right)^3 + c}$, откуда и находится x. По словам ученого, $x^3 + ax^2 + bx = c$ является «телесным гномоном», который охватывает куб со стороной $a/3$, т. е. дополняет его до куба со стороной $x + a/3$. В самом деле, $\left(x + \frac{a}{3}\right)^3 - \left(\frac{a}{3}\right)^3 = x^3 + ax^2 + bx = c$.

Подобная идея несколько десятилетий спустя (1535) привела Н. Тарталью к полному решению данной задачи; вскоре Л. Феррари нашел и общий метод решения уравнений четвертой степени.

В 1464 г. Региомонтан в письме к своему научному корреспонденту Дж. Бьянкини ставит проблему решения кубических уравнений [54, S. 219, № 6]. В ответном письме [54, S. 236] тот приводит правильное решение и замечает, что его он дал уже в своем сочинении «Liber florum» («Книга цветов»). Сочинение Бьянкини «Liber florum almagestum» («Книга цветов Альмагеста»), о котором идет речь, дошло до нас во многих копиях, но найти в них упоминаемое правило не удалось.

Представляется чрезвычайно важным тот малоизвестный факт, что Региомонтан, разыскав греческий оригинал знаменитого алгебраического сочинения Диофанта Александрийского, первым из европейских ученых не только познакомился с ним, но и предпринял шаги для распространения и развития идей этого замечательного памятника древнегреческой науки.

11 февраля 1464 г. Региомонтан писал Дж. Бьянкини: «Я обнаружил сейчас в Венеции Диофанта, греческого арифметика, который еще не переведен на ла-

тинский язык. В своем предисловии («Prooemium») при определении терминов этого искусства он доходит до «кубо-куба». Первое он называет «numerus» — «число», которое называется у нас «res» («вещь»), второе — «potentia» [7], а мы говорим «census», затем «cubus», затем «potentia potentiae», что у нас называется «census de censo», затем «cubus de censi» и, наконец, «cubus cubi». Все же я не знаю, рассмотрел ли он все комбинации, обнаружено шесть книг его произведения, которые сейчас находятся в моих руках, однако в своем предисловии он обещает написать тринадцать. Если это произведение, которое в самом деле является выдающимся и очень трудным, удастся разыскать полностью, то я позабочусь о том, чтобы перевести его на латинский язык, для этого моих познаний в греческом, которые я приобрел в доме моего почтеннейшего господина (кардинала Виссариона.— *Ю. Б.*), будет достаточно. Настоятельно прошу Вас разузнать, не найдется ли у Ваших знакомых полного текста этого сочинения. Ведь в Вашем городе Ферраре проживает несколько знатоков греческой литературы, у которых среди других могут быть и рукописи этого сорта. Я же, если и Вы мне это посоветуете, переведу это сочинение на латинский язык, так как латынь уже доросла до этой новой и исключительно ценной задачи» [54, S. 256—257].

Из этого письма следует прежде всего, что Региомонтан в самом деле обнаружил в конце 1463 г. или в самом начале 1464 г. греческий текст знаменитого произведения одного из величайших математиков древности Диофанта Александрийского — его «Арифметики», правда, неполный, всего шесть книг из тринадцати. Еще четыре книги в арабском переводе Косты ибн Луки лишь недавно были найдены в Мешхеде и изданы Р. Рашедом по-арабски в Египте и с французским переводом — во Франции, а с английским переводом Ж. Сезиано — в США (см. с. 39). Остальные книги не обнаружены до сих пор.

Сочинение Диофанта в истории математики занимает особое место. О жизни этого мыслителя прошлого почти ничего достоверно не известно. По косвенным данным считают, что его деятельность приходится на середину III в. Ниже приводится легендарная эпитафия Диофанта, являющаяся прекрасным образцом словесно-

---

[7] Греческие термины Диофанта Региомонтан тут же переводит на латынь.

стихотворной задачи на составление уравнений (перевод С. П. Боброва):

Прах Диофанта гробница покоит; дивись ей — и камень
Мудрым искусством его скажет усопшего век.
Волей богов шестую часть жизни он прожил ребенком,
И половину шестой встретил с пушком на щеках.
Только минула седьмая, с подругою он обручился.
С нею пять лет проведя, сына дождался мудрец;
Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил,
Отнят он был у отца ранней могилой своей.
Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе,
Тут и увидел предел жизни печальной своей.

Решение простейшего линейного уравнения, составленного по этому тексту, свидетельствует: Диофант дожил до глубокой старости — до 84 лет, что для того времени было уделом лишь очень немногих. Тем более загадочно, почему столь долгая жизнь такого выдающегося ученого почти не оставила следов в истории, кроме, разумеется, его бессмертного произведения. Но и это произведение хранит много тайн. По составу задач, методам их решения, по алгебраической трактовке величин и действий над ними оно представляет собой необычное, феноменальное явление в античной науке, особенно в период ее явственного упадка.

В первой книге своего сочинения Диофант рассматривает задачи, приводящиеся к определенным уравнениям вида $ax=b$ или $ax^2=b$, имеющим только одно положительное рациональное решение. Здесь же он впервые в истории науки пытается разработать систему символов, в том числе следующие:

ς от ἄριθμος лат. numerus	число	соответствует нашему	x
Δ^{υ} от δύναμις лат. potentia	сила, степень	»	x^2
K^{υ} от κύβός лат. cubus	куб	»	x^3
$\Delta\Delta^{\upsilon}$ от δύναμοδύναμις	квадрато-квадрат	»	x^4
ΔK^{υ} от δύναμοκύβος	квадрато-куб	»	x^5
$K^{\upsilon}K$ от κύβοκύβος	кубо-куб	»	x^6
ι от ἴσος	равный	»	«=»
⩚		»	«—» *

* Знак вычитания или отрицательного числа.

Применялись Диофантом и другие символы для сокращения записи. В настоящее время считается общепризнанным, что Диофант был первым ученым, предпринявшим попытку создания буквенной символики. Однако европейские ученые возвратились к той же идее, по-видимому, независимо от Диофанта: у Региомонтана, а вслед за ним у Фридриха Герхарда мы встречаем буквенную символику с 1456 г., рукопись же Диофанта обнаружена Региомонтаном не ранее конца 1463 г., причем, как видно из приводимого текста письма, он говорит о символике Диофанта, как о чем-то, что хорошо известно не только Региомонтану, но и его корреспонденту Бьянкини. Во всяком случае у нас есть все основания утверждать, что Региомонтан был первым в Европе математиком, который стал употреблять алгебраические символы, и притом независимо от найденного им сочинения Диофанта.

Не следует думать, что все достижения Диофанта заключаются в попытке разработки символической алгебры — большинство из 189 задач шести книг «Арифметики» Диофанта посвящено решению неопределенных уравнений и их систем, например:

$$ax \pm by = c;\ Ax^2 + Bx + C = y^2;$$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = y^2, \\ dx^2 + ey + f = z^2 \end{cases} \text{ и др.}$$

Теория неопределенных уравнений — диофантов анализ — находится на стыке алгебры, алгебраической геометрии и теории чисел и до сих пор привлекает внимание крупных ученых. Над ее проблемами работали такие замечательные ученые, как П. Ферма (XVII в.), Л. Эйлер (XVIII в.), К. Якоби (XIX в.), Д. Гильберт и А. Пуанкаре (конец XIX — первая четверть XX в.) и др. Но еще в XV в. под влиянием открытого им сочинения Диофанта этими проблемами занимается Региомонтан. Вот несколько проблем, поставленных ученым в переписке с коллегами:

Решить системы:

$$\begin{cases} x + y + z = 240, \\ 97x + 56y + 3z = 16047 \end{cases} \text{[54, S. 262, N 18];}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 214, \\ x^2 - y^2 = y^2 - z^2 \end{cases} \text{[Ibid., S. 262, N 19];}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4624, \\ x+y+z=116 \text{ [Ibid., N 21].} \end{cases}$$

Региомонтан не указывает пути решения этих проблем, но на полях письма приводит целочисленные решения первой системы: 114, 87 и 39. Предложенное Якобом Шпейером решение [54, S. 300] его не удовлетворяет.

Не прошла мимо внимания Региомонтана и теория чисел. Как уже говорилось, он еще в венские годы занялся совершенными числами, имеющими вид $(2^p-1)\cdot 2^{p-1}$, если только $2^{p-1}-1$ простое число. Четыре первых таких числа были известны еще в древности. Региомонтан одновременно с Фридрихом Герхардом, но независимо от него находит пятое совершенное число: $(2^{13}-1)\cdot 2^{12}=8191\cdot 4096=33\,550\,336$ и указывает на произведение $(2^{17}-1)\cdot 2^{16}$ как на шестое совершенное число. Впервые оно приводится у Й. Шейбла только через 100 лет, в 1555 г.

К теории чисел принадлежат и задачи, которые Региомонтан предложил своим коллегам по научной переписке, не приводя их решений:

1. Найти четыре квадратных числа (квадрата чисел), сумма которых также квадратное число [54, S. 296, № 7]. Ответ Якоба Шпейера: 1, 4, 16, 100 или 4, 16, 49, 100 [Ibid, S. 300].
2. Найти двадцать квадратных чисел, наименьшее из которых больше, чем 30 000, сумма которых — также квадратное число [Ibid, S. 334].
3. Найти три квадратных числа, образующих гармоническую прогрессию [Ibid, S. 296, № 10].
4. Найти три числа, образующих гармоническую прогрессию и меньшее из которых больше, чем 500 000 [Ibid, S. 334].
5. Найти три квадратных числа, образующих арифметическую прогрессию, из которых наименьшее больше, чем 20 000 [Ibid, S. 334].

Эти задачи тесно связаны с диофантовым анализом, и нет основания считать, что, предлагая их своим коллегам, сам Региомонтан не владел методами их решения.

Региомонтана интересовали и другие математические проблемы его времени, при этом он подчас получает результаты, достойные упоминания и в наши дни. Вот характерный пример: работая над имевшейся у него рукописью «Начал» Евклида в переводе Кампано, он останавливается на предложении 32 из первой книги («Теорема о сумме углов треугольника») и совершает здесь интересный экскурс в теорию звездчатых многоугольников. Сам Кампано в этом месте рассматривает звездчатый пятиугольник и находит сумму его острых углов. Позже Брадвардин без доказательства высказывает предположение, что сумма углов звездчатого многоугольника равна $(n-4)\cdot 2d$ $(d=90°)$, и замечает, что из звездчатого многоугольника можно продолжением его сторон получить другой звездчатый многоугольник. Региомонтан классифицирует звездчатые многоугольники по числу сторон, пересекаемых каждой его стороной. Используя теорему о внешних углах многоугольника, Региомонтан доказывает, что если сторона каждого из них пересекает две другие, то сумма углов многоугольника на 8 прямых углов меньше, чем удвоенное число его вершин, т. е. $S_n=(2n-8)d$. Идя далее, Региомонтан формулирует теоремы о суммах углов звездчатых многоугольников 2-го и 3-го порядка, каждая из сторон которых пересекает 4 или 6 других сторон. Он полагает, что $S_n^{(2)}=(2n-12)d$ и $S_n^{(3)}=(2n-20)d$. Правда, последнее предположение ошибочно, должно быть $S_n^{(3)}=(2n-16)d$. Региомонтан указывает также, что звездчатый многоугольник второго порядка может быть образован только при $n\geqslant 5$, а 3-го — при $n\geqslant 9$. По-видимому, только в начале XIX в. Л. Пуансо показал, что сумма углов звездчатого n-угольника k-го порядка может быть выражена соотношением $S_n^{(k)}=(n-(2k+2))\cdot 2d$.

Региомонтан хорошо знал произведения Архимеда, в частности «О коноидах и сфероидах», планировал их издание, написал комментарий к ним, к сожалению, до нашего времени не дошедший.

Проблема числа π и связанная с ней задача о квадратуре круга также не прошли мимо внимания Региомонтана: критикуя попытки решить эти проблемы, предпринятые Николаем Кузанским, которые Региомонтан охарактеризовал как неясные и неточные, он и сам не смог добавить ничего существенно нового: тогдашняя математика не была готова к решению этих проблем. Только около ста лет тому назад, когда в 1882 г. Ф. Линдеман доказал трансцендентность числа π, стало ясно, что точное решение задачи о квадратуре круга с помощью традиционных инструментов — циркуля и линейки — невозможно. Работы Николая Кузанского и Региомонтана по этому вопросу были даны Шонером в качестве приложения к тригонометрическому сочинению Региомонтана [13] и недавно переизданы [22, № 56].

Региомонтан и предкоперниканская астрономия

Вопрос о закономерностях, которым подчиняются движения небесных светил, интересовал пытливые умы еще в глубокой древности. Проще всего было объяснить движения «неподвижных» звезд — все они расположены на некоей сфере, которая равномерно обращается вокруг центра, совпадающего с центром земного шара, с периодом в одни сутки. Значительно сложнее обстоял вопрос об особенностях движения планет и Луны. Положение усугублялось тем, что со времен древнегреческого философа Платона (429—348 до н. э.) все объекты «надлунного» мира считались совершенными, вечными и неизменными, а отсюда и их движение тоже должно быть совершенным и неизменяющимся, круговым и равномерным. Наблюдаемые отклонения в движении Солнца, планет и Луны могли на этой основе объясняться только определенными комбинациями круговых движений. По этому пути и пошел младший современник Платона Евдокс Книдский (ок. 406 — ок. 365 до н. э.), который расположил все небесные светила на поверхности сфер, центры каждой из которых совпадали с центром Земли (гомоцентрические сферы).

С неподвижными звездами все было ясно — они располагались на поверхности сферы, обращающейся с периодом в одни сутки вокруг оси, проходившей через полюсы Земли. На поверхности этой сферы выделялся большой круг — траектория годового движения Солнца, — названный эклиптикой. Чтобы описать движение Солнца по эклиптике, пришлось разместить его на экваторе еще одной сферы, которая вращалась вокруг оси, проходящей через полюсы эклиптики. Совокупность движений этих двух сфер и представляла видимое перемещение Солнца по небесному своду в течение года.

Для объяснения видимого движения Луны потребовалось четыре сферы, с планетами было несколько проще — нужны были три сферы: одна — для объяснения суточного движения, вторая — для годового и третья —

для движения планеты по эклиптике с периодом, равным промежутку времени, в течение которого планета совершает один полный оборот вокруг Солнца по своей орбите.

Построения Евдокса были одобрены крупнейшим и авторитетнейшим представителем античной науки и философии Аристотелем. Теория гомоцентрических сфер Евдокса была принята и арабскими философами, в частности Ибн Рушдом (Аверроэсом), а затем и средневековыми схоластами в Европе.

Но в системе Евдокса были и существенные недостатки. Двигаясь по сфере с центром в Земле, каждая планета должна была находиться в любое время на одном и том же расстоянии от Земли, а следовательно, сохранять одинаковую яркость. Но по крайней мере для Венеры и Меркурия этого не наблюдалось. Отсюда напрашивалось мнение, что эти планеты вращаются вокруг Солнца. Оно и было высказано еще Гераклидом Понтийским почти за триста лет до н. э.

«Не вписывалось» в эту теорию и движение планеты Марс, которая, находясь в противостоянии с Солнцем, имела большую яркость, чем в соединениях. Так как эти противостояния и соединения могли происходить в любых местах Зодиака, приходилось допустить, что орбита Марса должна охватывать не только Землю, но и Солнце. Отсюда следовало: или Марс вращается вокруг Солнца, а Солнце — вокруг Земли, или же Земля, находясь между Солнцем и Марсом, должна вращаться вокруг Солнца.

Выдающийся античный астроном Аристарх Самосский, живший во второй половине III в. до н. э., наблюдая время прохождения Луны через тень Земли в течение лунного затмения, установил, что у конуса тени, которую Земля отбрасывает от Солнца, вершина лежит вне отрезка, соединяющего центры Земли и Солнца. Отсюда следовало, что диаметр Солнца значительно больше диаметра Земли. По расчетам Аристарха, эти диаметры относятся, как 19 и 3 (на самом деле, как 109 : 1), а расстояние от Земли до Солнца примерно в 20 раз больше, чем расстояние от Земли до Луны (на самом деле, более чем в 300 раз). Поскольку даже из заниженных результатов Аристарха следовало, что объем Солнца по меньшей мере в 200 раз больше объема Земли (на самом деле в 1 301 000 раз!), гораздо более правдоподобным было предположение, что меньшее тело — Земля — должно вращаться вокруг большего — Солнца, а не наоборот. Так появилась первая гелиоцентрическая модель строения нашей планетной системы.

Эта модель не удержалась тогда, так как исходила из несовместимых предположений: все небесные тела должны вращаться вокруг некоторого центрального тела и все движения планет вокруг этого тела должны быть равномерными. Но это противоречило данным наблюдений, и чтобы спасти основной закон естественных движений — равномерность круговых движений небесных тел, другой выдающийся астроном Гиппарх около 150 г. до н. э. предположил, что наблюдаемая неравномерность в движении планет — кажущаяся и происходит от того, что мы наблюдаем движения планет не из центра их орбит, т. е. Земля не является центром вращений планет, центр же находится в некоторой нематериальной точке.

Итак, Гиппарх разработал теорию видимого движения Солнца вокруг Земли. Теперь следовало увязать эту теорию с движениями планет. Это было сделано только через 300 лет после Гиппарха выдающимся александрийским астрономом Клавдием Птолемеем около 150 г. н. э. и изложено им в сочинении, которое в переводе с древнегреческого языка на русский должно было бы называться «Большой трактат астрономии», но при переводе с греческого на арабский, а с арабского на латинский было искажено и известно теперь под не имеющим смысла названием «Альмагест» [8]. Нас интересует сейчас только та часть его сочинения, в которой изложена птолемеева теория мироздания.

Птолемей в качестве исходного принимает тезис о полной неподвижности Земли. Все другие небесные тела: Луна, планеты, Солнце, а также сфера неподвижных звезд обращаются вокруг Земли. Для объяснения видимого петлеобразного движения планет по небосводу Птолемей предположил, что каждая из них совершает движение по особой малой окружности — эпициклу со скоростью один оборот в год, а центры эпициклов в то

---

[8] «Большой трактат астрономии» — «Математическая система». Это сочинение называли также «Великой системой» и «Величайшей системой». При переводе на арабский эпитет «величайшая» — μέγιστη был транскрибирован как ал-Маджисти, откуда произошло латинское название этой книги.— Примеч. отв. ред.

же время движутся с постоянной скоростью по окружностям других, значительно больших кругов — деферентов. Так как наблюдались некоторые расхождения такой гипотезы с данными наблюдений, пришлось центры деферентов несколько сместить относительно Земли; таким образом, деференты оказались эксцентричными по отношению к Земле. В дальнейшем добавлялись эпициклы для устранения расхождения гипотезы с наблюдениями, что весьма усложняло расчеты, связанные с определением местоположения планет на небосводе в тот или иной момент времени.

Построения Птолемея позволяли предсказывать с определенной точностью положения планет, их соединения и противостояния, солнечные и лунные затмения и т. д., сохраняя особое, центральное положение во Вселенной. Это вполне устраивало церковников, учивших, что Земля создана богом для проживания на ней созданных им же по своему образу и подобию людей и уже поэтому является главной, а все остальное за пределами Земли играет лишь вспомогательную роль. Так выдающееся произведение Птолемея со временем стало одной из опор религиозного мракобесия.

Но время, когда птолемеевой системе будет нанесен сокрушительный удар, еще не наступило в рассматриваемый нами период — тогда в Европе еще никто не мог достаточно глубоко в ней разобраться. Да и разобраться было непросто — немногочисленные и изобилующие ошибками и пропусками экземпляры рукописных копий переводов Птолемея с арабского не давали такой возможности. И вот усилия Пурбаха, написавшего «Новую теорию планет», и его ученика Региомонтана, завершившего начатую Пурбахом работу по составлению сокращенного, но свободного от большинства накопленных в предыдущие века ошибок изложения «Альмагеста» Птолемея, и были направлены на то, чтобы глубже уяснить птолемееву теорию движения Солнца и планет вокруг Земли и помочь другим астрономам разобраться в этом. Региомонтан же и издал как первую книгу своей типографии сочинение Пурбаха. Сочинение же самого Региомонтана увидело свет лишь через 20 лет после его смерти. Но к этому моменту приступил к научной деятельности, находясь в Италии, Николай Коперник. Именно эти книги и помогли Копернику изучить «Альмагест» Птолемея (полный текст «Альмагеста» увидел свет только в 1515 г.), а затем и перейти от геоцентрической к гелиоцентрической системе, «остановить Солнце и пустить в движение Землю». И то, что именно Региомонтан обеспечил Копернику возможность критического осмысливания птолемеевой системы, обусловливает важное значение его работ в этой области для дальнейшего развития астрономии.

Эфемериды и календари Региомонтана

Первая информация о Региомонтане дошла до историков науки в виде его астрономического календаря на 1448 г., о котором уже шла речь выше. Одним из последних сочинений Региомонтана, к тому же опубликованным при его жизни в его собственной типографии, были «Эфемериды» на 1475—1506 гг. О внушительности этого издания говорят следующие данные — 896 страниц текста и таблиц, по крайней мере 300 000 многозначных чисел.

Таблицы, предвычислявшие положение небесных светил на то или иное время вперед, составлялись и раньше. Широкой известностью в течение нескольких веков пользовались, например, «альфонсинские» таблицы, составленные большой группой ученых к 1252 г. под руководством будущего короля Кастилии и Леона Альфонса X. Были и другие. В них обычно приводились сведения о расположении Солнца и Луны на каждый день, интервалы для положений планет составляли от 4 до 10 дней, причем сведения о каждой планете приводились на разных страницах, поэтому было весьма неудобно решать такую задачу, как взаимное расположение Луны и планет или планет между собой в тот или иной момент времени. Региомонтан, составлявший астрономические таблицы еще в студенческие годы, с самого начала приводил соответствующие сведения в одном месте, на одной странице. Этот порядок он сохранил и в своих «Эфемеридах» (в которых, кстати, титульный лист и название еще отсутствовали).

«Эфемериды» Региомонтана содержали сведения о положении не только Солнца и Луны, но и каждой из планет: Сатурна, Юпитера, Марса, Венеры и Меркурия на каждый из дней с 1475 по 1506 г. на одной и той же (левой) странице, на правой приводились сведения о времени наступления полно- или новолуния, далее положения Луны по отношению к другим планетам и планет между собой. На каждый месяц отводилось по две страницы. Сведения о примечательных астрономических явлениях года, в частности о солнечных и лунных затмениях, давались в начале раздела на соответствующий год. Указания к пользованию таблицами имеются в различных местах таблиц первого года, где между прочим отмечается, что положения планет приводятся на полдень соответствующей календарной даты. Региомонтан показывает также, как пересчитывать данные «Эфемерид» для различных пунктов на территории Европы, таблица положений которых приводится отдельно.

Интересен вопрос о количестве ошибок и опечаток в таблицах Региомонтана. Зачинатель издания научной литературы типографским способом, Региомонтан особо отмечал, что этот способ размножения книг позволит резко уменьшить количество ошибок, обычно допускавшихся при переписывании. Во многих сохранившихся экземплярах «Эфемерид» заметны одни и те же рукописные поправки положений Луны на отдельные даты 1475, 1479 и 1498 гг., а также положений Юпитера в январе и феврале 1491 г. Все это позволяет согласиться с выводом [49, с. 141], что эти поправки сделаны еще в типографии и свидетельствуют о стремлении Региомонтана любой ценой свести к минимуму ошибки в изданных типографским способом книгах.

«Эфемериды» Региомонтана, первые астрономические таблицы, изданные типографским способом, быстро приобрели популярность. Многие записывали на широких полях таблиц данные о наблюдениях погоды, пытаясь уловить зависимость между расположением небесных светил и погодой. Эти таблицы специально изучались в различных университетах, например, в Краковском. Один из курсов, посвященных «Эфемеридам», был, видимо, прослушан Коперником, который хорошо знал и постоянно использовал эти таблицы. Так, находясь в Италии в момент лунного затмения 5 ноября 1500 г., Коперник на своем экземпляре «Эфемерид» против указанного для Нюрнберга времени затмения — 14 ч 2 мин записал: «Затмение наблюдалось в Риме в 14 часов 44 минуты». 18 января 1497 г. в 5 ч 24 мин в Риме лунное затмение наблюдал немецкий астроном Иоганн Вернер. Он обнаружил, что время затмения на 32 мин отличалось от указанного в «Эфемеридах». Иоганн Вернер использовал эти минуты для определения разности долгот Нюрнберга и Рима.

Популярность «Эфемерид» была столь велика, что только с 1481 по 1500 г. они переиздавались 11 раз — для эпохи инкунабул явление очень редкое. Часть этих переизданий осуществил сначала в Венеции, а затем в Аугсбурге Э. Ратдольт, бывший печатник нюрнбергской типографии Региомонтана. Впоследствии эти таблицы в таком же оформлении и со ссылками на Региомонтана были продолжены другими авторами и переиздавались в течение многих десятилетий.

«Эфемериды» Региомонтана, как уже отмечалось, появились накануне эпохи великих географических открытий и, естественно, стали совершенно необходимыми подручными средствами для мореплавателей. Они попали и в руки Колумба задолго до совершения его знаменитых путешествий в Америку: сохранились «Эфемериды» с пометками великого мореплавателя. Так, 14 ноября 1485 г. он отмечает в них наступление ненастья с сильными ветрами; погода улучшилась только 22 декабря, как об этом гласит его следующее замечание. Такие записи не случайны. Вера во взаимосвязь между «небесными» и «земными» явлениями, не имевшая никакой физической основы, была весьма широко распространена даже среди высокообразованных людей, и Региомонтан не ушел от этого.

Длительные морские путешествия в направлениях запад—восток поставили перед мореплавателями задачу определения долготы местоположения корабля в открытом океане (широта вычислялась по наблюдениям Полярной звезды и Солнца). Возникла идея определения долготы из астрономических наблюдений. Правда, этому препятствовало отсутствие в то время надежных приборов для измерения времени, т. е. часов с достаточно точным ходом. Однако попытки определения долготы все же предпринимались многими выдающимися мореплавателями того времени. Колумб перед вторым путешествием в Америку во время стоянки корабля в испанской гавани наблюдал лунное затмение 14 октября 1494 г. Сравнив время начала затмения с предвычисленным Региомонтаном для долготы Нюрнберга, Колумб установил разницу в долготах — 23°, что соответствовало 1,5 ч. В четвертом плавании, когда 29 февраля 1504 г. (високосного года) корабль Колумба находился у берегов Ямайки, а по «Эфемеридам» Региомонтана предвиделось лунное затмение, мореплаватель вновь использовал временную разницу для вычисления долготы своего местонахождения, правда, допустил при этом очень большую ошибку. В свою очередь, Америго Веспуччи, наблюдая покрытие Марса Луной 14 августа 1499 г.. с довольно большой точностью определил свое местонахождение к западу от Кадиса — в 82°. Следует заметить, что подобный метод определения долготы требовал наличия особого расположения небесных светил и оказался непригодным для систематических измерений.

Региомонтана считают создателем более совершенного способа определения долготы — «метода лунных расстояний». При этом используется одна из особенностей движения Луны — довольно быстро перемещаться по небосводу на фоне зодиакальных созвездий — примерно на полградуса за час, т. е. на расстояние, равное ее видимому диаметру. Изменение расстояния между Луной и одной из звезд зодиакального пояса и может быть взято для определения долготы места наблюдения сравнением данных соответствующих измерений с табличными данными, вычисленными для определенной долготы. Однако для практической реализации этого метода требовались астрономические инструменты с точностью измерений, значительно превосходящей ту, которую обеспечивали инструменты тех лет, нужны были и астрономические таблицы повышенной точности. Все это поступило в распоряжение астрономов и навигаторов значительно позже.

Астрономические инструменты Региомонтана

Полтора века отделяют начало научной деятельности Региомонтана от изобретения телескопа и его внедрения в астрономические наблюдения. Во времена Региомонтана астрономы применяли инструменты, заимствованные у арабов, а то и у древних греков, — астролябии, трикветры (параллактические линейки), армиллы, квадранты, «градштоки» или «якобштабы» («посохи Якова»), а для измерения времени — различные разновидности солнечных, звездных, а также лунных часов. Почти все эти инструменты строил, описывал и применял и Региомонтан, и почти каждый из них подвергался при этом более или менее значительным усовершенствованиям, так что в некоторых случаях можно говорить о создании ученым новых разновидностей астрономических инструментов.

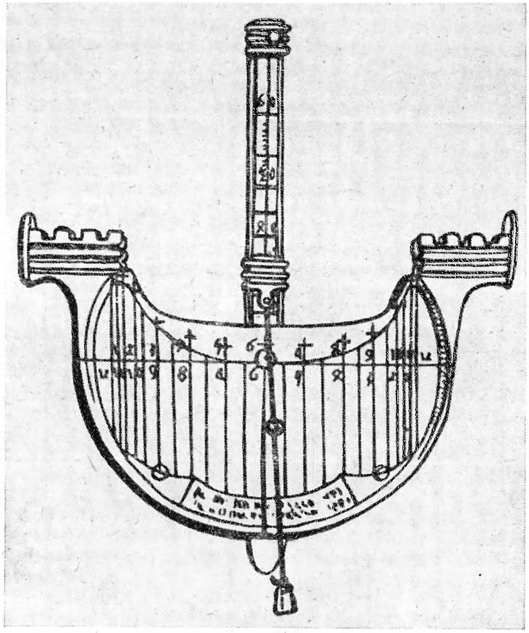
Интерес к астрономическим инструментам пробудился у Региомонтана в самом начале его деятельности. Имеются сведения, что уже около 1455 г. он написал сочинение об «альбионе» — сложном астрономическом приборе, имитирующем движения небесных тел, который был изобретен Ричардом из Валингфорда в 1327 г. Сочинение Региомонтана об этом приборе до нас не дошло, неизвестно, занимался ли он его изготовлением.

К 1457 г. относится работа Региомонтана о «геометрическом квадрате» («Quadratum geometricum»). Этот прибор применялся в землемерии еще в XI в., впервые был описан французским ученым Жаном Линьером в 1322 г. Инструмент представлял собой пластинку или рамку квадратной формы, в одной из вершин которой закреплялись подвижная алидада с диоптрами и отвес, а две противоположные стороны градуировались.

Региомонтан, предложив использовать этот простой прибор для измерения высот небесных тел, разделил стороны на 800 частей и для выражения углов в градусной мере составил пересчетные таблицы, которые по существу являются таблицами функции $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{n}{800}$, где n — количество делений, отмечаемых алидадой, направленной на объект, на горизонтальной шкале. Работа Региомонтана, сохранившаяся в рукописи, не была опубликована, но описание аналогичного прибора, выполненное его учителем Пурбахом, было дважды (1516, 1544) издано типографским способом под названием «Gnomon geometricus» («Геометрический гномон»).

Около того же времени Региомонтан описал еще один прибор — «Instrumentum amussis» («точный инструмент»), предназначенный для измерения высот Солнца и звезд. Он представлял собой круглый диск с делениями на дуге в 15° с отвесом и прорезями для визирования. Тогда же Региомонтан занялся и совершенствованием дорожных часов.

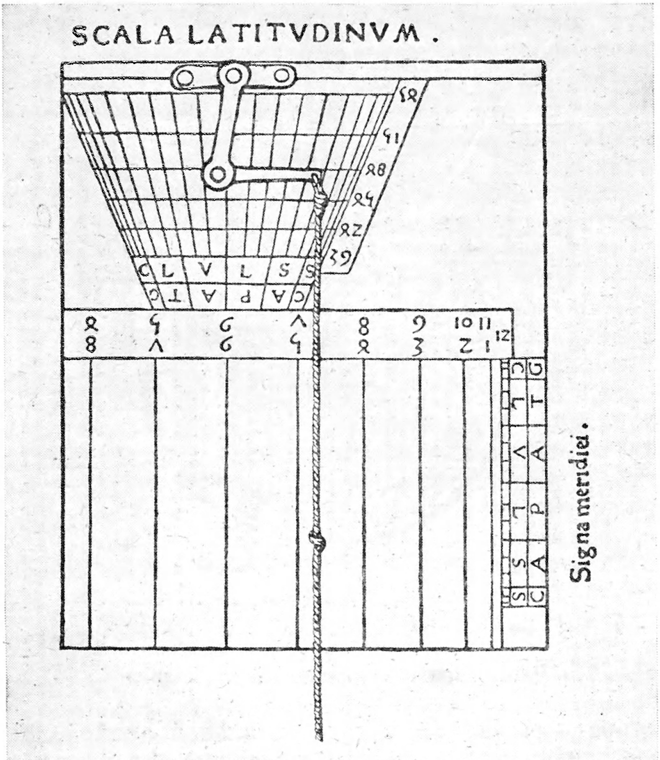
С XIV в. известны дорожные часы, основа которых напоминала по форме кораблик с высокими носом и кормой, в которых были укреплены визири. На корпусе наносились вертикальные часовые линии, с разметкой от 1 до 12 и в обратном порядке. Средняя линия, соответствующая 6-му часу, служила одновременно линией экватора. Внизу на дугообразной табличке имелись деления со знаками зодиака. В точке, в которой линия



Часы типа «Венецианский кораблик»

экватора пересекалась с горизонтальной линией, шарнирно закреплялась «мачта» кораблика. Ее конус, который выступал снизу, устанавливался в соответствии с наклонением Солнца, при этом верхняя часть мачты располагалась по широте места наблюдения (от 30 до 60°), также по широте размещалась и нить отвеса, закрепленная на мачте с помощью ползуна. При направлении с помощью визиря инструмента на Солнце шарик (бусинка) на отвесе должен был показать время. Эта разновидность дорожных солнечных часов называлась «Navicula de Venetiis» — «Венецианским корабликом».

В 1457 г. Региомонтан на основе конструкции «Венецианского кораблика» создал фактически новую разновидность солнечных часов, которую также можно отнести к дорожным. Сам Региомонтан назвал свой прибор «Quadratum horarium» («Часовой квадрат»), затем, после нескольких усовершенствований «Quadratum horarium generale» («Всеобщий часовой квадрат»). По описанию, приведенному Региомонтаном в календаре на 1474 г., изданном им в типографии в Нюрнбер-



«Часовой квадрат» Региомонтана

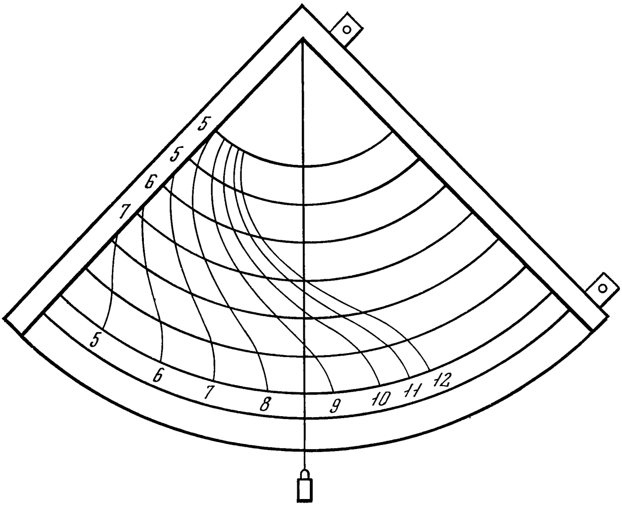
ге, часы представляли собой прямоугольную, почти квадратную пластинку, на верхней части которой была нанесена координатная косоугольная сетка, где горизонтальные линии, помеченные от 39 до 54°, являли собой широты Центральной и большей части Южной Европы, наклонные линии соответствовали положению Солнца на эклиптике (они обозначались первыми буквами латинских названий зодиакальных созвездий). Региомонтан назвал эту сетку «Scala latitudinum» («шкала широт»). Шкала с обозначением зодиакальных созвездий имелась также в правой нижней части прибора.

На часовой шкале вертикальные линии отмечают время до полудня (4—12 ч) и после полудня (12—8 ч). Над полуденной линией на скобке шарнирно закреплен одним концом рычажок, на втором конце которого также шарнирно крепится стрелка с отвесной нитью с узелком. При измерении времени с помощью этого инструмента система рычажок—стрелка устанавливается таким образом, чтобы конец стрелки соответствовал широте места измерения и положению Солнца на эклиптике, при этом верхняя сторона квадрата должна быть ориентирована на Солнце. Есть основания считать, что Региомонтан в своей нюрнбергской мастерской наладил выпуск этих приборов из латуни с визирями на верхнем ребре.

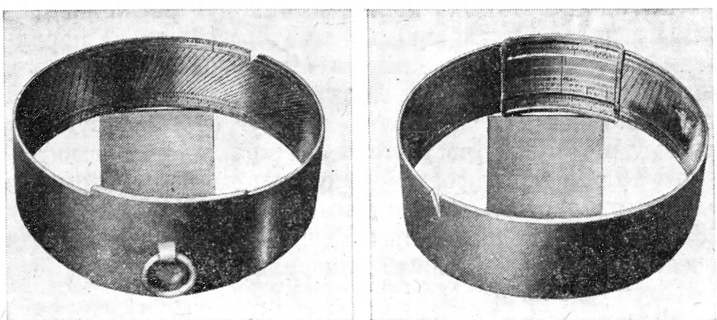
Вторая разновидность солнечных часов, разработанная Региомонтаном, известна под названием «Солнечный квадрант [Региомонтана]». В основе их конструкции лежит свойство равенства часовых углов при равных высотах Солнца, позволяющее определять его высоту, которая соответствовала тому или иному времени суток. Для этого дуги больших кругов, перпендикулярные к эклиптике и делящие на части пояс Зодиака, были разделены «на часы по изменению высоты Солнца». Порядок размещения дуг произволен, но все они имеют один и тот же центр. Длина дуг различна для зимы и лета: с удалением от экватора суточные параллели все больше наклоняются к горизонту, вследствие чего и имеет место изменение продолжительности дней и ночей. Если через все точки этих дуг, соответствующие одному и тому же часу, провести кривые (часовые линии), то они своей формой будут напоминать латинское «S». Этот часовой прибор, который В. Н. Пипуныров [89] называет «солнечными часами типа квадранта Региомонтана», как показал недавно Д. А. Кинг, был известен еще ал-Хорезми [9].

В 1451 г. Пурбах сконструировал солнечные часы с компасом, позволяющим ориентировать их по сторонам света. Роль часовой стрелки играл гномон: при измерении времени он устанавливался вертикально (точнее, параллельно земной оси), при переноске — прилегал к корпусу, наклоняясь на шарнире, как крышка карманных часов. При такой конструкции часовой циферблат был пригоден для определения равновеликих часов

[9] См. *King D. A.* Al-Khwārizmī and new trends in mathematical astronomy in the ninth century.— The Hakop Kevorkian center for Near Eastern Studies. Occasional papers, No 2. New York, 1983, p. 30—31.



Солнечный квадрант, изготовленный Региомонтаном



Кольцевые солнечные часы Региомонтана

во все времена года. Аналогичные часы с портретом папы Павла II были изготовлены и Региомонтаном в 1464—1467 гг.

Пурбаху приписывается изобретение и солнечных часов в форме кольца, «кольцевых солнечных часов». Лучи Солнца, проходя через небольшое отверстие в кольце, падают на часовую шкалу, нанесенную на внутренней поверхности кольца. Известны конструкции таких часов, усовершенствованные и изготовленные Региомонтаном. Одна из них относится к 1457 г. и предназначена для измерения времени как днем, так и ночью.

Региомонтан с астролябией. Из книги Г. Шеделя «Chronica mundi», 1497 г.

В наши дни большинство людей знакомы с весьма простым прибором для измерений на местности — астролябией — укрепленным на штативе горизонтально диском, отградуированным в градусах по окружности, с алидадой, линейкой с диоптрами, вращающейся вокруг центра диска. С помощью алидады визируются направления в горизонтальной плоскости.

Однако в средние века под тем же названием был широко распространен более сложный прибор, употреблявшийся для определения координат небесных светил. Нынешняя астролябия — только тыльная часть того прибора. Лицевая же часть состояла из «тимпана», неподвижного диска, на котором были показаны в стереографической проекции круги небесной сферы, сохраняющиеся при ее суточном движении (небесный экватор, горизонт и его параллели — «альмукантараты»), а также «паука», диска с прорезями сложной формы, на котором в той же проекции изображалась эклиптика и наиболее яркие звезды. Тимпаны изготовлялись для определенной широты местности.

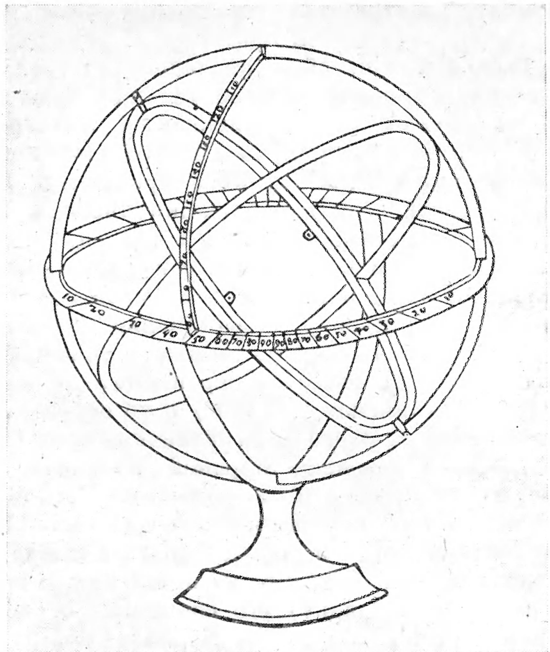
В рабочем положении астролябию подвешивали в вертикальной плоскости, проходящей через светило, высота которого над горизонтом измерялась с помощью алидады. Затем «паук» поворачивали так, чтобы изображение точки эклиптики, в которой находится Солнце в данный день, или изображение данной звезды совпало с изображением альмукантарата, соответствующего измеренной высоте. Тогда на лицевой стороне астролябии получалось стереографическое изображение звездного неба в момент наблюдения. Оно служило для определения второй координаты светила — азимута и точного времени, а также точки пересечения эклиптики с горизонтом в момент наблюдения — того самого «гороскопа», с помощью которого производились астрологические предсказания.

Известны многочисленные разновидности астролябии, разработанные на протяжении многих веков греческими и арабскими учеными. Занимались изготовлением астролябий Пурбах и Региомонтан: до нас дошло несколько экземпляров их работы. В Нюрнберге хранится образец астролябии, изготовленный Региомонтаном в 1468 г. из латуни. Диаметр прибора 280 мм, на тимпане изображена стереографическая проекция кругов небесной сферы для широты 50°, примерно на полградуса отличающейся от широты Нюрнберга. Альмукантараты проведены через два градуса. Своеобразны очертания «паука», напоминающие ствол дерева с ветвями. На них нанесены положения 18 северных звезд, расположенных внутри круга эклиптики, и 13 южных, внешних. У некоторых звезд указана их звездная величина. Существуют и другие астролябии, сделанные лично Региомонтаном или под его руководством в мастерской в Нюрнберге. Для всех них характерно одно: сменные тимпаны рассчитаны на широты 39—42° (Южная Италия, Рим), 45—48° (Северная Италия, почти вся Франция, Южная Германия, Швейцария, Австрия, Венгрия) и 51—54° (Южная Англия, Голландия, Северная Германия, Польша).

В средние века был распространен еще один астрономический инструмент, похожий на астролябию, но и существенно отличающийся от нее. В Европе его называли сначала «универсальной астролябией», затем «сафеей» («safea» — от арабского «сафиха», «диск») — под таким названием инструмент был описан в книге аз-Заркали «Китаб ал'-амал би-с-сафиха аз-зиджийя» («Книга действий с сафихой зиджей»). Сафея представляла из себя нечто вроде тимпана астролябии, на котором были выгравированы изображения экваториального круга и круга эклиптики в стереографической проекции из одной из точек равноденствия на диаметральную плоскость сферы, проходящую через точки солнцестояний. В этом случае небесный экватор и круг эклиптики наносятся прямыми, а их параллели — дугами кругов. Аналогично изображаются параллели небесного экватора. Таким образом, в сафее неподвижные звезды и элементы небесной сферы, не принимающие участия в движении Земли, даны не на «пауке», а на неподвижном тимпане, что достигается соответствующим выбором центра стереографической проекции. С помощью сафеи можно было легко перейти от одной из трех систем сферических координат (горизонтальных, экваториальных и эклиптических), применяемых в астрономии, к другой. Для этой цели служил особый шарнирный механизм — вокруг центра тимпана вращалась линейка («наклонный горизонт»), перпендикулярно к которой и вдоль нее перемещался бегунок с «пальцем», состоявшим из двух соединенных шарниров — «суставов», причем конец «пальца» мог быть установлен в любой точке тимпана. Этот прибор, представлявший собой своеобразную механическую номограмму и пригодный для любых широт, стал известен европейцам по описанию Вильгельма Английского (1231 г.) и по переводу вышеназванной книги аз-Заркали на латинский язык (1263 г.). Он пользовался довольно широкой популярностью и, естественно, не прошел мимо внимания Региомонтана. Ученый еще в 1457 г. усовершенствовал рычажно-шарнирную систему сафеи и трижды подготавливал, постоянно дополняя, указания к ее изготовлению и применению. Третье (по порядку) его сочинение о сафее под названием «Problemata XXIX Saphaea nobilis instrumenti astronomici ab Ioanne de Monteregio Mathematicorum omnium facile principe consripta» («29 задач сафеи, замечательного астрономического инструмента, нелегкие принципы которой описал математик Йоганн из Монтерегио [Региомонтан]») было опубликовано Й. Шёнером в 1534 г.

Еще в глубокой древности применялись так называемые армиллярные сферы. С помощью этого астрономического инструмента непосредственно определялись экваториальные координаты светил, его можно было использовать и для преобразования координатных систем, последнее позволяет рассматривать армиллярные сферы как древнейшие вычислительные машины аналогового типа. Основной частью этих инструментов было кольцо, устанавливаемое на подставке в плоскости меридиана. Система других колец, концентрических первому и связанных с ним и друг с другом шарнирно, допускала их установку в плоскостях экватора, эклиптики, других меридианов и т. д.

И этот инструмент не прошел мимо внимания Региомонтана. Около 1465 г. он составляет для кардинала Виссариона руководство к использованию разработан-



«Метероскоп» — армиллы Региомонтана

ной им разновидности армиллярной сферы, которую ученый называет «Meteoroscopium armillare» («армиллярным метеороскопом»). В метеороскопе Региомонтана неподвижными являются отградуированные меридианный и горизонтальный круги, внутри которых вокруг полюса мира вращаются круг склонения и экваториальный круг. Зенит меридианного круга соединен с горизонтальным кругом дугой в 90°, также отградуированной. На круге склонения имеются два визира для наблюдений. Прибор предназначался также для решения такой географической задачи, как нахождение долготы и широты некоторого места, если даны его расстояние и азимутальный угол относительно другого места с известной долготой и широтой. Руководство Региомонтана было издано Й. Вернером в 1514 г. в его сборнике «In hoc opere continentur» (В этом труде содержится...) [8] вместе с изображением инструмента, которое здесь приводится, затем в книге Introductio Geographice Petri Apiani...» («Введение в географию Петра Апиана...») [8] и в третий раз — в сборнике майнцского врача и любителя астрономии Дриандера: «Annulorum trium diversi generis instrumenti («Об инструменте, образованном тремя различными кольцами») [8].

Уже после смерти Региомонтана его нюрнбергский ученик Б. Вальтер построил армиллярную сферу и использовал ее в наблюдениях с 1488 по 1504 г. В 1512—1541 гг. с помощью армилл проводил наблюдения Н. Коперник. Различные усовершенствованные конструкции армилл были созданы и широко применялись Тихо Браге [85, с. 110—121].

Региомонтан интересовался еще одним астрономическим инструментом, в наше время почти забытым. Впервые об этом приборе упоминает в 1284 г. некий Франко из Парижа. Он называет его «туркетум», что должно было обозначать, очевидно, «турецкий инструмент», хотя никакой связи этого устройства с турками не установлено. Не уловил этой связи и Региомонтан, построивший этот прибор около 1467 г. для архиепископа Яноша Витеза и назвавший его «torquetum» («вращающийся прибор»).

Экваториальная плоскость в торквете Региомонтана с помощью специального клина устанавливается под соответствующим углом на горизонтальной плоскости. В свою очередь на экваториальной плоскости, разградуированной на градусы, часы и зодиакальные зоны, крепится на двух подпорках (также под соответствующим углом) диск в плоскости эклиптики, вокруг центра которого вращается алидада с кругом широт и отвесом. В указаниях к пользованию этим прибором обращается внимание на необходимость горизонтальной установки его на соответствующем цоколе, описываются особенности применения прибора для определения положения места наблюдения по Солнцу и звездам, а также рассматриваются условия наблюдения небесных светил в непосредственной близости от Солнца. К сожалению, торквет Региомонтана не сохранился. Соответствующая работа ученого о нем была опубликована Й. Шёнером в книге «Scripta clarissimi mathematici M. Ioannis Regiomontani», («Произведения известнейшего математика магистра Иоанна Региомонтана»), изданной в Нюрнберге в 1544 г.

В своих астрономических наблюдениях Региомонтан пользовался и более простыми инструментами. Так, с 1472 г. он при измерении высот небесных светил применял триквет (линейку Птолемея, параллактический инструмент). Этот древний астрономический инструмент состоял из вертикально закрепляемой по отвесу стойки, к которой на шарнирах крепились две планки: одна из них имела ту же длину, что и стойка, а вторая, более длинная,— «две длины двух других». Еще до прибытия в Нюрнберг, около 1470 г., Региомонтан описал трикветр для венгерского короля Матвея Корвина, рекомендуя инструмент для измерения высот на местности. При этом он обращал внимание на то, что измерения с помощью трикветра значительно точнее и проще, чем с помощью геометрического квадрата. Сам Региомонтан применял его для определения геометрических высот, затем этот же инструмент служил Бернарду Вальтеру, измерявшему с его помощью высоты Солнца с точностью до полуминуты. В дальнейшем с этим прибором работал Йоганн Вернер. Около 1544 г. его видел еще Шёнер, который утверждал, что на равных линейках было по 100 000 делений, а на более длинной — $141\,421 = 100\,000 \cdot \sqrt{2}$.

В свое время Гиппарх применил для измерения расстояния между двумя небесными объектами, а также диаметра Солнца и Луны планку, вдоль которой мог перемещаться диск. Леви бен Гершон изобрел в 1342 г. новую разновидность этого прибора, названную «посохом Якова» («Якобштабом»): на продольной планке имелось одновременно от 2 до 6 поперечных планок. На их концах и на конце продольной планки, размещаемой у глаза наблюдателя, находились устройства для визирования. Направив прибор на объекты, расстояние между которыми надо было определить, нужно было перемещать поперечную планку вдоль продольной до момента, пока наблюдаемые объекты будут одновременно видимы через визири. По отношениям расстояний от глаза до поперечной планки и ее длины определялась искомая величина. Региомонтан значительно усовершенствовал конструкцию «посоха Якова».

И все же, несмотря на то что Региомонтану принадлежит ряд изобретений и усовершенствований астрономических инструментов, в особенности различных видов солнечных часов, кардинальных изменений в эти механизмы им внесено не было. Новое слово в дотелескопической астрономии впервые сказал лишь спустя сто лет знаменитый датский астроном Тихо Браге в своей обсерватории на о-ве Вен (близ Копенгагена),

Основные даты жизни и деятельности Йоганна Мюллера (Региомонтана)

1436, 6 июня — родился в г. Кёнигсберге, Верхняя Франкония (ныне ФРГ).

1447 — 1449 или **1450** — учился в Лейпцигском университете.

1450, 14 апреля — стал студентом Венского университета.

1452, 16 января — получил степень бакалавра (первая ученая степень, присваивавшаяся по окончании подготовительного факультета искусств).

1456, со 2 июня — наблюдал совместно с Г. Пурбахом комету, позже отождествленную с кометой Галлея.

1457, лето — получил степень магистра (высшая в то время ученая степень).

1457, 3 сентября — набюдал совместно с Г. Пурбахом лунное затмение в г. Мёльк на Дунае (Австрия).

1457, 11 ноября — стал преподавателем Венского университета.

1458, 8 ноября — наблюдал соединение Марса с Регулом.

1460, весна — познакомился с кардиналом Виссарионом.

1461, 4 апреля — смерть Г. Пурбаха, наставника и друга Региомонтана.

1461, конец сентября — отбыл из Рима в составе свиты Виссариона в Италию (23 октября — прибыл в Болонью, 31 октября — в Равенну, 20 ноября — в Рим).

1461, конец, **1462,** конец или **1463,** начало — работал над сокращенным изложением «Альмагеста» Птолемея (издан в 1496 г.).

1462, конец — **1463 г.** — работал над сочинением по тригонометрии (напечатано в 1533 г.).

1463, 5 июля — отбыл из Рима в Венецию (прибыл 22 июля).

1463, конец — поездка в Милан (до 11 февраля 1464 г.).

1464, апрель — поездка в Падую. Знакомство с Дж. Бьянкини. Лекции в Падуанском университете по истории математики и о творчестве Альфрагануса (ал-Фергани).

1462, вторая половина — возвратился в Рим (6 октября 1464 г. зафиксировано астрономическое наблюдение), находился в Риме до конца 1465 г.

1465, конец — **1467,** лето — о местонахождении и занятиях Региомонтана достоверных сведений не обнаружено.

1467, лето — появлялся в Эстергоме (Венгрия) у архиепископа Эстергомского Яноша Витеза; составление «Таблиц первого движущегося» для решения сферических треугольников.

1467, конец — участвовал в открытии университета в Пожони (ныне — Братислава, ЧССР).

1467?—1471, лето — находился в Буде, при дворе Венгерского короля Матвея Корвипа (Матьяша Гуньяди).

1471, лето — **1475**, конец июля — проживал в Нюрнберге (2 июля 1471 г.— первое астрономическое наблюдение в этом городе, 28 июля 1475 г.— последнее наблюдение, в 1472 г. вторая поездка в Италию).

1471—1472 — организовал типографию в Нюрнберге.

1472, между 23 февраля и 26 сентября — посетил Италию по неизвестным причинам.

1474 — опубликовал «Эфемериды», астрономические таблицы на 1475—1506 гг.

1475 — вышли в свет сочинения Региомонтана с критикой сочинения Герардо из Сабионетты.

1475, после 28 июля — отбыл в Рим.

1476, 6 июня (по другим данным — ок. 6 июля) — скончался в Риме во время эпидемии чумы.

Литература

Опубликованные сочинения Региомонтана [1]

1474

1. [Calendarium]. Norimbergeae (Nürnberg): [Joh. Regiomontanus]. (Астрономический календарь на 1475—1531 гг. Б. назв. Переизд. на лат. яз: Ausburg: E. Ratdolt, 1489, 1492, 1496, 1499; на нем. яз.: Nürnberg, 1474, 1476; Venetiae, 1478; Augsburg: E. Ratdolt, 1489, 1492, 1496. Факс. переизд.: Der deutsche Kalender des Joh. Regiomontanus / Hrsg. E. Zinner. Leipzig: Harassowitz, 1937).
2. [Ephemerides ab anno 1475 ad annum 1506]. Norimbergae: Joh. Regiomontanus. (Эфемериды [астрон. таблицы] на 1475—1506 гг. Переизд., напр.: Augsburg: E. Ratdolt, 1481, 1484, 1488, 1498; Venetiae: P. Liechtenstein, 1498).
3. Disputationes Joh. Regiomonte contra Cremonensis in planetarum theoricas deliramenta. Norimbergae: Joh. Regiomontanus, 1474—1475. (Переизд.: Venetiae: E. Ratdolt, 1482; Augsburg, 1482, 1485, 1490; Basel, 1565, 1568, 1573).

1490

4. Tabulae directionum profectionumque. Augsburg: E. Ratdolt. (Таблицы направлений... Переизд.: 1504, 1514, 1550, 1551, 1559, 1584, 1606. Фр. пер.: P., 1626).
5. Tabella sinus recti: per gradus et singula minuta divisa. At tabula directionum magistri Joh. de Regiomonte necessarias. Augsburg: E. Ratdolt. (Табл. синусов).

1496

6. Epitoma Ioannis de Monte Regio in Almagestu Prolemaei. Venetiae: Joh. Hamann. (Сокр. излож. «Альмагеста» Птолемея. Переизд.: Basel: Petri, 1543; Nürnberg: Montanus, 1550).

1514

7. Tabulae primi mobilis Joannis de Monte Regio. Tabulae eclipsum magistri Georgii Purbachii / Ed. G. Tannstetter. Wien: J. Winterburges. (Астрон. табл. Переизд.: Basel, 1553; Neuburg, 1557; Wittenberg, 1585).
8. Ioannes de Regiomonte epistola ad... Bessarionem de compositione et usu cujusdam meteoroscopii.— In: Werner Joh. In hoc opere continentur: Nova translatio primi libri geographice Prolemaei. Nürnberg. (Об устройстве и употреблении метероскопа, прибора Региомонтана. Переизд: Introductio Geographica Petri Apiani. Ingolstadt, 1533; *Dryander J.* Annulorum trium diversi generis instrumentum astronomicorum. Marpurgi, 1537).

---

[1] Библиографический список дан в хронологической последовательности выхода первых изданий.

1525

9. Commentariolus singulare contra traductionem Jacobi Angelo. Argentorati (Strossburg). (Об ошибках, допущенных Я. Ангелом при переводе «Географии» Птолемея).

1531

10. Ioannes Regiomontanus Architypus solarium diversarum horarum. Astrolabium novum rectilinearum. Ephemerides. Cracoviae. (Описание астрономических инструментов, использовавшихся Региомонтаном).
11. De cometae magnitudine longitudineque ac de loco ejus vero problemata XVI / Ed. J. Schoner. Nürnberg: Fr. Peypus. (Соч. о кометах. Переизд.: 1544).

1533

12. Doctissimi viri et mathematici disciplinarum eximii professoris Jo. de Monte Regio de triangulis omnimodis libri quinque. Norimbergae: Jo. Petrei. («О всяких треугольниках пять книг» — основное тригонометр. соч. Переизд.: Basel, 1546, 1561. Факс. изд. с англ. пер.: Madison etc., 1967. Факс. изд. в собр. соч. Ed. F. Schmeidler. Osnabrück, 1972).
13. Ioannis de Regiomonte... de quadratura circuli, dialogus et rationes diversae separatim aliquot libellis exquisitae: Ad ea de re Cardinalis Cusani tradita et inventa. Nürnberg. (Критика Региомонтаном работ по квадратуре круга Николая Кузанского. Изд. как прилож. к [12]).

1534

14. Problemata XXIX Saphaea nobilis instrumenti astronomici ab Ioanne de Monteregio omnium facile principe conscripta. Norimbergae: Fr. Peypus. (Описание астрон. прибора сафеи).

1537

15. Oratio introductoria in omnes scientiae Mathematicae Ioannis de Regiomonte... Continentur in hos libro... Norimbergae. (Лекция Региомонтана по истории математики. Имеется переизд.).

1541

16. Compositio tabularum sinuum / Ed. Jo. Schoneri. Norimbergae. (Сб. таблиц синусов, составленных Региомонтаном. Переизд.: 1559, 1584, 1606, 1616, 1629).

1544

17. Scripta clarissimi mathematici Joh. Regiomontani de Torqueto, Astrolabio armillari, Regula magna Ptolemaica, Baquloque Astronomico, et Observationibus Cometarum aucta necessaria, Ioannis Schoneri Carolostadii additionibus. Item Observationes Solis, ac Stellarum tam fixarum, quam erraticarum. Norimbergae: Jo Montanum et U. Neuber. (Сб. работ Региомонтана по астрономическим инструментам и наблюдениям. Переизд.: Observationes... Lugd; Batavia, 1618).

1557

18. Fundamenta operationum, quae fiunt per tabulam generalem.— Neuburg: Andreas Schoner. (Обоснование расчета таблиц [7]). («Tabulae primi mobilis»).

1801

19. *Murr C. G. von.* Notitia trium codicum autographum Johannis Regiomontani. Norimbergae. (Выдержки из рукописей [29, 30, 31]).

1902

20. *Curtze M.* Der Briefwechsel Regiomontan's mit Giovanni Bianchini, Jacob von Speier und Christian Roder.— In: Abh. Ges. Math. Leipzig, Wiss. Bd. 12, S. 185—336. (Научная переписка Региомонтана с современными ему учеными).

1936

21. О законе синусов для сферического треугольника: Отрывок из кн. «De triangulis omnimodis» / Пер. с англ. И. А.— Мат. просвещение, вып. 8, с. 3—7.

1972

22. Opera collectanea. Faksimiledrucke von neun Schriften Regiomontans und einer von ihm gedruckten Schrift seines Lehrers Purbach. Zusammengestellt und mit einer Einleitung herausgegeben von F. Schmeidler. (Milliaria: Faksimiledrucke zur Documentation der Geistesentwicklung herausgegeben von H. Rosenfeld und O. Zeller, X. 2). Osnabrück: O. Zeller. (Собр. соч. Региомонтана в одном томе. Там же: «Theoricae novae planetarum Georgii Purbachii astronomici de sole» — «Новая теория планет» учителя Региомонтана Г. Пурбаха).

Неопубликованные рукописи Региомонтана и других авторов, упоминаемые в книге

23. Астрономический календарь на 1448 год, рукой юного Региомонтана.— Австр. нац. б-ка в Вене, Wien, 4988.
24. Wiener Recherbuch (Мат. зап. Региомонтана).— Австр. нац. б-ка в Вене, Wien, 5203.
25. Алгебраические рукописи Ж. де Мёра и ал-Хорезми, принадлежавшие Региомонтану и частично выполненные его рукой.— Б-ка Колумбийского ун-та в Нью-Йорке, Codex Plimpton, 188.
26. Ранняя алгебраическая символика Фридриха Герхарда.— Баварская гос. б-ка в Мюнхене, Clm, 14908.
27. Переписка Региомонтана.— Нюрнбергская гор. б-ка, Cent., 5 app. 56°.
28. Анонимная рукопись с ранней алгебраической символикой.— Дрезденская гор. б-ка, с. 80.
29. Оригинал книги «De triangulis omnimodis», написанный рукой Региомонтана.— Арх. АН СССР, Ленингр. отд-ние, ф. IV, оп. 1, д. 936.
30. Commentariolum singulare contra traductionem Jacobi Angeli.— Арх. АН СССР, Ленингр. отд-ние, ф. IV, оп. 1, д. 937. (Особая записка против перевода Якоба Ангела об ошибках, допущенных при переводе «Географии» Птолемея с греч. на лат. яз. Частично опубликована в изданной В. Пиркхеймером «Географии» Птолемея 1535 г.).
31. Defensio Theonis contra Trapezundium.— Арх. АН СССР, Ленингр. отд-ние, ф. IV, оп. 1, д. 935.

32. *Белий Ю. А.* Региомонтан и неговото место в историята на наука.— Физико-математическо списание (НРБ), 1977, № 1, с. 50—60.
33. *Бобынин В. В.* Региомонтан.— В кн.: Энцикл. словарь / Брокгауз и Ефрон, 1899, т. 26, с. 457—460.
34. *Боголюбов А. Н.* Региомонтан.— В кн.: Боголюбов А. Н. Математики. Механики: Биогр. справочник. К.: Наук. думка, 1983, с. 406.
35. *Бородин А. И., Бугай А. С.* Региомонтан.— В кн.: Бородин А. И., Бугай А. С. Биографический словарь деятелей в области математики. К.: Рад. шк., 1979, с. 422—423.
36. *Колчинский И. Г., Корсунь А. А., Родригес М. Г.* Региомонтан.— В кн.: Колчинский И. Г., Корсунь А. А., Родригес М. Г. Астрономы: Биогр. справ. К.: Наук. думка, 1977, с. 211—212.
37. Региомонтан.— В кн.: Биографический словарь деятелей естествознания и техники. М.: Изд-во БСЭ, 1959, т. 2, с. 167.
38. Региомонтан.— В кн.: Большая энциклопедия / Под ред. С. Н. Южакова. Спб., 1903, т. 16, с. 220—221.
39. Региомонтан.— В кн.: БСЭ. 2-е изд., 1951, т. 36, с. 219.
40. Региомонтан.— В кн.: БСЭ. 3-е изд., 1963, т. 21, с. 560.
41. *Doppelmayr J. G.* Historische Nachricht von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern. Nürnberg, 1730, S. 1—23.
42. *Gassendi P.* Tychonis Brahei exquisitis Dani astronomorum Coryphaei vita; accessit Nicolai Copernici, Georgii Peurbachii et Ioannis Regiomontani astronomorum celebrium vita. P., 1654; Hagae, 1655.
43. *Günther S.* Johannes Müller, bekannter... Regiomontanus.— In: Allgemeine Deutsche Biographie. Leipzig, 1885, Bd. 22, S. 564—581.
44. *Melanchton Ph.* Selectarum declamationum, quas partim ipse recitauitin Schola Witebergensi, partim alij recitandas exhibuit, hactenus nunquam editarum. Basileae, 1551, t. 3, p. 503—519. Перепечатка текста речи Э. Рейнгольда.
45. *Panzer J. F. H.* Bruchstücke zu Joh. Regiomontan's Leben. Nürnberg, 1797.
46. *Reinholdus E.* Oratio de Ioanne Regiomontano Mathematico, in renunciatione gradus magisterij Philosophici. Witebergae, 1549.
47. *Rosen E.* Johannes Regiomontanus.— In: Dictionary of scientific biography, 1975, vol. 11, p. 348—352.
48. *Röttel K.* Regiomontan — zum 500. Todestag.— Prax. Math., 1976, Bd. 18, N 11, S. 283—290; N 12, S. 319—324.
49. *Zinner E.* Leben und Wirken des Johannes Müller von Königsberg, genannt Regiomontanus. München: Beck, 1938; 2. Aufl. Osnabrück, 1968.

Литература о трудах Региомонтана

49a. *Циннер Э.* Три рукописи Региомонтана из Архива АН СССР.— Ист.-астрон. исслед., 1962, вып. 8, с. 373—380.
50. *Blaschke W., Schoppe G.* Regiomontanus: Kommensurator. Mainz, 1956.

51. *Braunmühl A. von.* Nassir Eddin Tusi und Regiomontanus.— Nova acta Abh. Leop.-Carol. Dt. Akad. Naturfortsch., 1897, Bd. 71.
52. *Bürgel B. H.* Das Astrolabium des Regiomontanus.— Dt. Uhrmacherzeitung, 1904, Bd. 28, S. 85.
53. *Clagett M.* A note on the Commensurator Falsely attributed to Regiomontanus.— Isis, 1969, vol. 60, N 4, p. 384.
54. *Curtze M.* Der Briefwechsel Regiomontan's mit Giovanni Bianchini, Jacob von Speyer und Christian Roder.— Abh. Ges. math. Wiss., Leipzig, 1902, Bd. 12, S. 185—336.
55. *Curtze M.* Die Quadratwurzelformel des Heron bei den Arabern und bei Regiomontan und damit Zusammenhängendes.— Ztschr. Math. und Phys., hist.-lit. Abt., 1897, Bd. 42, S. 145—152.
56. *Fiedler J.* Peuerbach und Regiomontanus. Leobschütz, 1870.
57. *Folkerts M.* Regiomontans Euklidshandschriften.— Sudhoffs Arch., 1974, Bd. 58, S. 149—164.
58. *Folkerts M.* Regiomontanus als Mathematiker.— Centaurus, 1977, bd 21, N 1, s. 14—45.
59. *Folkerts M.* Die mathematische Studien Regiomontans in seiner wiener Zeit.— In: Regiomontanus-Studien. Wien, 1980, S. 174—209.
60. *Hairetdinova N. G.* On the oriental sources of the Regiomontanus trigonometrical treatise.— Arch. intern. hist. sci., 1970, vol. 23, N 90/91, p. 61—66.
61. *Hofmann J. E.* Über Regiomontans und Buteons Stellungsnahme zu Kreisnäherungen des Nikolaus von Kues.— Mitt. und Forschungsbeitr. Cusanus-Ges., 1967, Bd. 6, S. 124—154.
62. *Hughes B.* Regiomontanus on triangles. Madison etc., 1967.
63. *Huillier G.* Regiomontanus et le Quadripartitum numerorum de Jean de Murs.— Rev. hist. sci., 1980, vol. 33, N 3, p. 193—214.
64. *Kaunzner W.* Deutsche Mathematiker des 15. und 16. Jahrhunderts und ihre Symbolik.— Veröff. Forschunsinst. Dt. Mus. Ges. Naturwiss. und Techn. R. A, 1971, N 90.
65. *Kaunzner W.* Über die Entwicklung der algebraischen Symbolik vor Kepler im deutschen Sprachgebiet.— In: Kepler-Festschrift des naturwissenschaftlichen Vereins Regensburg. Regensburg, 1971, S. 175—185.
66. *Kaunzner W.* Über Regiomontanus als Mathematiker.— In: Regiomontanus-Studien. Wien, 1980, S. 125—145.
67. *Magrini S.* Joannes de Bianchinis ferrariensis e il suo carteggio scientifico col Regiomontano (1463—1464).— Atti e mem. deputazione ferrarese di storia patria, Ferrara, 1917, vol. 22, fasc. III, N 37, p. 67.
68. *Meurers J.* Regiomontanus und der Geistesgeschichtliche Gang astronomischer Forschung.— In: Regiomontanus-Studien. Wien, 1980, S. 373—387.
69. *Murr C. G. von.* Notitia trium codicum autographorum Joannis Regiomonti in bibliotheca Christophori Theophili de Murr. Norimbergae, 1801.
70. *Newton R. R.* An analysis of the Solar observations of Regiomontanus and Walther.— Quart. J. Roy. Astron. Soc., 1982, vol. 23, N 1, p. 67—93.
71. *Petz H.* Urkundliche Nachrichten über den literarischen Nach-

lass Regiomontanus und B. Walthers, 1478—1522.— Mitt. Vereins Ges. Stadt Nürnberg, 1888, t. VII, S. 237—262.
72. *Pohl E.* Regiomontanus — der Begründer der astronomischen Tradition Nürnbergs.— In: Regiomontanus-Studien, S. 291—299.
73. Regiomontanus-Studien / Hrsg. G. Hamann.— S.-Ber. Österr. Akad. Wiss. Philos.-hist. Kl., 1980, Bd. 364, S. 448.
74. *Schubert G. H.* Peurbach und Regiomontan, die Wiederbegründer einer selbstständigen und unmittelbaren Erforschung der Natur in Europe. Erlangen, 1828.
75. *Wattenberg D.* Johannes Regiomontanus und die astronomischen Instrumente seiner Zeit.— In: Regiomontanus-Studien. Wien, 1980, S. 343—362.
76. *Wattenberg D.* Johannes Regiomontan und die Vorkopernikanische Astronomie.— Archenhold-Sternwarte. Vorträge und Schriften. Berlin; Treptow, 1973, N 53.
77. *Winter E.* Zur Bildungsgeschichte des Copernicus: Regiomontan.— In: Nicolaus Copernicus. B.: Akad.-Verl., 1973, S. 87—92.
78. *Vogel K.* Der Donauraum, die Wiege mathematischer Studien in Deutschland.— Neue Münchner Beitr. Ges. Med. und Naturwiss. Naturwiss. R., 1973, Bd. 3.
79. *Ziegler A.* Regiomontanus — Johann Müller aus Königsberg in Franken — ein geistiger Vorläfer des Kolumbus. Dresden, 1874. (Факс. переизд.: Amsterdam, 1967).
80. *Zinner E.* Kolumbus und die Ephemeriden des Regiomontanus.— Petermanns Mitt., 1935, S. 367—376.
81. *Zinner E.* Neue Regiomontanus-Forschungen und ihre Ergebnisse. Wiesbaden, 1963.
82. *Zinner E.* Die wissenschaftliche Bestrebungen Regiomontans.— Beitr. Inkunabelkunde, 1937, Bd. 2.

Дополнительная литература

83. *Башмакова И. Г., Славутин Е. И., Розенфельд Б. А.* Арабская версия «Арифметики» Диофанта.— Ист.-мат. исслед., 1978, вып. 23, с. 192—225.
84. *Белый Ю. А.* Математические методы и коперниканское учение в начале научной революции нового времени.— В кн.: Николай Коперник. М.: Наука, 1973, с. 70—83.
85. *Белый Ю. А.* Тихо Браге. М.: Наука, 1982. 229 с.
86. *Веселовский И. Н., Белый Ю. А.* Николай Коперник. М.: Наука, 1974. 454 с.
87. *Каунцнер В.* Об одной ранней латинской обработке «Алгебры» ал-Хорезми в рукописи Ms Lyell 52 Бодлеянской библиотеки (Оксфорд).— В кн.: Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми: К 1200-летию со дня рождения. М.: Наука, 1983, с. 116—134.
88. *Паннекук А.* История астрономии. М.: Наука, 1963. 592 с.
89. *Пипуныров В. Н.* История часов с древнейших времен до наших дней. М.: Наука, 1982. 496 с.
90. *Розенфельд Б. А.* История неевклидовой геометрии. М.: Наука, 1976. 413 с.
91. *Aschlach J.* Geschichte der Wiener Universität im ersten Jahrhundert ihres Bestehens. Wien, 1865. Bd. 1, S. 537—557.
92. *Braunmühl A.* Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie. Leipzig, 1900. Bd. I.

93. *Cantor M.* Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. 2. Aufl. Leipzig, 1913. Bd. 2, S. 254—289 u. a.
94. *Curtze M.* Urkunde zur Geschichte der Trigonometrie im Christlicher Mittelalter.— Bibl. Math. Ser. 3, 1900, Bd. 1, S. 321—416.
95. *Karpinski L. Ch.* Bibliographical Check-List of all works on Trigonometry published up to 1700 A. D.— Scripta Math., v. 12, 1946, p. 267—283.
96. *Clagett M.* A note to the Commensurator falsely attributed to Regiomontanus.— Isis, 1969, vol. 60, p. 384.
97. *Michel H.* Traité de l'astrolabe. P.: Gauthier-Villard, 1947.
98. *Ramus P.* Scholarum mathematicarum libri 31. Basileae, 1569.
99. *Repsold J. A.* Zur Geschichte der astronomischen Messwerkzeuge von Purbach bis Reichenbach, 1450—1830. Leipzig, 1908. Bd. I.
100. *Struik D.* The second part of chapter 5 of the De Arte mensurandi by Johannes de Muris / Ed. R. S. Cohen et al. Dordrecht, 1974.
101. *Thorndike L.* Pre-Copernican astronomical activity.— Proc. Amer. Philos. Soc., 1950, vol. 94, p. 321—326.
102. *Thorndike L.* Science and thouht in the fifteenth century. N. Y., 1929.
103. *Tropfke J.* Geschichte der Elementar-Mathematik. 2. Aufl. Leipzig, 1921—1924. Bd. 1—6.
104. *Victor S.* Johannes de Muris'autograph of the De arte mensurandi.— Isis, 1970, vol. 61, p. 389—395.
105. *Wagner H.* Die Legende der Längenbestimmung Amerigo Vespucci's nach Mondabständen (23 August 1499).— Nachr. Ges. Wiss. Göttingen. Math.-phys. Kl., 1972, H. 2, S. 264—298.
106. *Zeller M. C.* The development of trigonometry from Regiomontanus to Pitiscus. Ann Arbor, 1944, p. 86—94.
107. *Zinner E.* Deutsche und niederländische astronomische Instrumente des 11.— 18. Jahrhunderts. München, 1936.
108. *Zinner E.* Verzeichnis der astronomischen Handschriften der deutsche Kulturgebiete. München, 1925. 240 S.

Содержание

Юрий Александрович Белый

Йоганн Мюллер (Региомонтан)

1436—1476

Утверждено к печати
Редколлегией научно-биографической серии Академии наук СССР

Редактор издательства **В. П. Большаков**
Художественный редактор **Н. А. Фильчагина**
Технический редактор **Т. А. Калинина, М. Л. Анучина**
Корректоры **Р. З. Землянская, Ю. Л. Косорыгин**

ИБ № 29171

Сдано в набор 03.04.85. Подписано к печати 23.07.85. Т-14848.
Формат 84×108 1/32. Бумага книжно-журнальная, импортная.
Гарнитура обыкновенная. Печать высокая

Усл. печ. л. 6,72. Усл. кр. отт. 6.93. Уч.-изд. л. 6,9.
Тираж 9100 экз. Тип. зак. 1347. Цена 45 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука»
117864, ГСП-7, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 90

2-я типография издательства «Наука».
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6

Ю. А. Белый

ИОГАНН МЮЛЛЕР (РЕГИОМОНТАН)

45 коп.