



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК



СЕРИЯ «НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА»  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Основана в 1959 году

РЕДКОЛЛЕГИЯ СЕРИИ  
И ИСТОРИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ  
ИНСТИТУТА ИСТОРИИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ  
им. С.И. ВАВИЛОВА РАН ПО РАЗРАБОТКЕ  
НАУЧНЫХ БИОГРАФИЙ ДЕЯТЕЛЕЙ  
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ:

академик *Н.П. Лаверов* (председатель),  
академик *Б.Ф. Мясоедов* (зам. председателя),  
докт. экон. наук *В.М. Орёл* (зам. председателя),  
докт. ист. наук *З.К. Соколовская* (ученый секретарь),  
докт. техн. наук *В.П. Борисов*, докт. физ.-мат. наук *В.П. Визгин*,  
канд. техн. наук *В.Л. Гвоздецкий*, докт. физ.-мат. наук *С.С. Демидов*,  
академик *А.А. Дынкин*, академик *Ю.А. Золотов*,  
докт. физ.-мат. наук *Г.М. Идлис*, академик *Ю.А. Израэль*,  
докт. ист. наук *С.С. Илизаров*, докт. филос. наук *Э.И. Колчинский*,  
академик *С.К. Коровин*, канд. воен.-мор. наук *В.Н. Краснов*,  
докт. ист. наук *Б.В. Лёвшин*, академик *М.Я. Маров*,  
докт. биол. наук *Э.Н. Мирзоян*, докт. техн. наук *А.В. Постников*,  
академик *Ю.В. Прохоров*, член-корреспондент РАН *Л.П. Рысин*,  
докт. геол.-минерал. наук *Ю.Я. Соловьёв*,  
академик *И.А. Шевелёв*

*А.В. Козенко*

**Гарольд  
ДЖЕФФРИС  
1891 – 1989**

Ответственный редактор  
доктор физико-математических наук  
Н.В. КОНДОРСКАЯ



---

МОСКВА  
НАУКА  
2008

УДК 550.3(092)  
ББК 26.2г  
К59

Рецензенты:

доктор физико-математических наук *Л.П. Винник*,  
доктор физико-математических наук *С.М. Молоденский*

### **Козенко А.В.**

Гарольд Джеффрис, 1891–1989 / А.В. Козенко; отв. ред. Н.В. Кондорская. – М.: Наука, 2008. – 247 с. – (Научно-биографическая литература). – ISBN 978-5-02-034287-3 (в пер.).

Книга посвящена жизни и деятельности крупнейшего геофизика XX в. – пионера классической сейсмологии, в становлении которой он сыграл выдающуюся роль. Впервые в мире Г. Джеффрис построил сейсмическую модель Земли. Много его работ посвящено проблемам, лежащим на стыке геофизики и астрономии. Он разработал теорию приливов, теорию движения Луны, построил первые модели внутреннего строения планет земной группы и планет-гигантов. Важное место в его творчестве занимали работы в области прикладной математики. При написании научной биографии Г. Джеффриса использованы ранее не публиковавшиеся архивные материалы.

Для широкого круга читателей, интересующихся развитием мировой науки.

Темплан 2007-I-155

ISBN 978-5-02-034287-3

© Российская академия наук и издательство «Наука», серия «Научно-биографическая литература» (разработка, оформление), 1959 (год основания), 2008  
© Козенко А.В., 2008  
© Редакционно-издательское оформление. Издательство «Наука», 2008

## Предисловие

Гарольд Джеффрис был крупнейшим геофизиком XX столетия, первым универсалом в этой науке, а его работы в области сейсмологии практически определяли ее лицо в первой половине ушедшего века. Джеффрисом впервые в мире построена сейсмическая модель Земли. Им еще в 1926 г. на основе данных сейсмологии и динамической астрономии было установлено: ядро Земли – жидкое. Джеффрисом были решены важнейшие задачи отождествления новых фаз сейсмических волн при интерпретации сейсмограмм. Но, пожалуй, основным достижением ученого стали разработанные им совместно с помогавшим ему К.Е. Булленом и опубликованные в 1935 г. Таблицы времен пробега сейсмических волн. Все эти работы вошли в золотой фонд классической сейсмологии.

Много работ Джеффриса посвящено проблемам, лежащим на стыке геофизики и астрономии. Он разработал теорию приливов, теорию движения Луны, построил первые модели внутреннего строения как планет земной группы, так и планет-гигантов.

Принадлежа к классической английской школе прикладной математики, Г. Джеффрис и в области математической физики получил выдающиеся результаты. Им независимо создан метод приближенного решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка, известный как метод ВКБДж (метод Венцеля, Крамерса, Бриллюэна и Джеффриса) при решении уравнения Шредингера; дано теоретическое обоснование операционного метода Хевисайда; развиты новые методы в математической статистике и теории вероятности.

Научное наследие Джеффриса составляют шесть объемных томов Собрания сочинений, фундаментальная монография «Земля: ее происхождение, история и строение» (1924), выдержавшая семь изданий (последнее в 1976 г.), такие известные книги, как «Землетрясения и горы» (1935, 1950), «Операционные методы математической физики» (1927, 1931), «Теория вероятностей» (1939, 1948, 1961, 1967, 1983), «Научный вывод» (1931, 1937, 1957, 1973), «Картезианские тензоры» (1931, много переизданий до 1987), «Асимптотические аппроксимации» (1962, 1968), и совместно со своей супругой Бертой Свирлс (леди Джеффрис) замечательное по глубине изложения и

широте охватываемого материала учебное руководство повышенного типа «Методы математической физики» (1946, 1950, 1956, 1962, 1966, 1972, 1980). В этом руководстве, обобщающем полувековой опыт плодотворной работы Джеффриса в области теоретической геофизики и астрономии, чувствуется отбор материала исследователем, который сам на протяжении многих лет использовал самые рафинированные математические методы для прогресса естествознания.

Джеффрис методично разрабатывал одну проблему за другой. Принадлежа к замечательной школе английских теоретиков, давшей науке такие фигуры, как лорд Кельвин, лорд Рэлей, О. Рейнольдс, Дж. Стокс, Г. Лэмб, А. Ляв, Дж. Дарвин, Дж. Джинс, А. Эддингтон, Гарольд Джеффрис, имя которого, безусловно, также стоит в этом ряду, в своих работах фактически разработал математический аппарат классической геофизики.

Джеффрис занимался проблемами научного творчества и психологии, интересовался философией науки. В данной книге этим вопросам, наряду с историко-научным анализом оригинальных геофизических и астрономических концепций Джеффриса, также уделено внимание.

Гарольд Джеффрис создал геофизическую школу. Среди его учеников мы находим имена таких известных ученых членов Королевского общества, как С. Голдстейн, Л. Розенхед, К.Е. Буллен, Г. Бонди, Р. Стоунли и ряд других.

При работе над книгой автор использовал архивные материалы, собранные им в библиотеках и архивах Лондонского королевского общества (Карлтон хаус террасе, Лондон), Королевского астрономического общества (Барлингтон хаус, Лондон), Сент-Джеймс колледжа Кембриджского университета и его Астрономического института, а также взятые из личного архива леди Джеффрис (Кембридж).

Автор с благодарностью вспоминает свои встречи и беседы, прежде всего, конечно, с вдовой выдающегося ученого леди Джеффрис (доктор Берта Свирлс, 1904–1999), предоставившей уникальные материалы и разрешившей их публикацию, а также с людьми, знавшими сэра Гарольда. Это члены Лондонского королевского общества: Реймонд Артур Литтлтон, сэр Мартин Рис, Майкл Вульфсон, сэр Герман Бонди, С.К. Ранкорн и доктор Алан Г. Смит, а также наша соотечественница профессор Н.В. Кондорская. На разных стадиях подготовки рукописи к печати отдельные ее разделы читали Л.П. Винник, В.Н. Жарков, Н.В. Кондорская и С.М. Молоденский, сделавшие полезные критические замечания. Существенную и разнообразную помощь при подготовке рукописи к печати оказала Л.В. Потапова. Всем им автор выражает глубокую благодарность.

## Детство и годы учебы

Гарольд Джеффрис родился 22 апреля 1891 г. в Фэтфилде, о чем в местной церкви сделана соответствующая запись под № 559. Фэтфилд на реке Уэрь в графстве Дарем – небольшая деревушка, вернее, шахтерский поселок, которых было так много в этом северо-восточном районе Англии. Впервые он упоминался еще в 1138 г.

В конце XIX в. Э. Реклю писал: «Уэрь можно назвать по преимуществу рекой каменноугольной области. Этот водяной поток так же, как и Тис, зарождается в Пеннинских горах и течет к востоку, проходя целый ряд озер и ущелий, где замки и парки чередуются с шахтами и фабриками. Несмотря на множество фабрик и на груды шлаков, очаровательная природа этой страны сохраняет за ней славу английской Аркадии» [644, с. 222].

Что еще можно сказать об этой местности, в которой прошли детские годы будущего ученого. Фэтфилд располагался всего в одной миле южнее деревни Вашингтон, от названия которой предки Джорджа Вашингтона, первого президента США, получили свою фамилию. Впоследствии семья Вашингтонов переехала в Сулгрейв. Фэтфилд был также ареной действия Лэмбтона Уорда в средневековой легенде о драконе, которая сходна с легендами о Персее, Беовульфе («пчелином волке», т.е. медведе) и Зигфриде (также Сигурде, одним из ранних подвигов которого была победа над драконом). Специалисты по топонимике пытались объяснить этимологию названия Фэтфилд, но не предложили ничего лучшего, чем то, что оно может иметь отношение к успешному земледелию.

Один из районов деревни, вспоминал Джеффрис, назывался Бидик и имел дурную репутацию. Джеффрис упоминает бытовавшую легенду: граф Перта (Перт – римская стоянка, впоследствии – столица единой Шотландии вплоть до середины XV в.) был на стороне проигравших при Калодене (при завоевании Горной Шотландии в 1746 г.) и лишился своего титула. Его сын, по имени Драмонд, пытался вернуть титул, но не преуспел в этом. До сих пор Драмонды проживают в Фэтфилде.

В автобиографических заметках Гарольд Джеффрис кратко написал о своей семье, своих предках. Он был единственным ребенком в семье.

Отец Гарольда – Роберт Холл Джеффрис (1866 – 30.12.1947 г.) был школьным учителем и ко времени рождения сына уже занимал должность директора местной деревенской школы. Мать – Элизабет Мэри (ум. 30.12 1942 г.) до замужества также была заведующей школой в Баримуре, расположенном в шести милях южнее Фэтфилда близь Хоктоне-ле-Спринг. Она была дочерью Уильяма и Мэри Шэри и родилась в Стэннингтоне, несколько южнее Морпета. Отец Гарольда был сыном Эндрю и Эллен Джеффрис из Фелтона, которые позже переехали в Морпет – старинное местечко у реки Уэнсбек, где она судоходна для морских судов небольшого водоизмещения. Там они и были впоследствии похоронены. Леди Джеффрис в память родителей своего мужа на месте их захоронения установила памятник.

Гарольд Джеффрис писал: «Мои самые ранние воспоминания сохраняют картины людей, катающихся на коньках по замерзшей реке Уэрь. Уэрь меньше реки Тайн, но были годы, когда Тайн замерзала, а Уэрь – нет. Я думаю, мои воспоминания относятся к марту 1895 г., как я узнал позже, тогда можно было добегать на коньках до Или, соседнее графство Англии. Мне не было и четырех лет.

Мост через реку в Пеншоу был построен до моего появления на свет. Железная дорога, проведенная от Ньюкасла до Дарема, со станцией в Пеншоу выделялась очень красивым виадуком, потому что ранее строили лучше. Данные об уровне реки были отмечены на нем. (Я думаю, наивысший был в 1903 г., но не был зарегистрирован.)

Школа принадлежала церкви, и в ней всем распоряжался викарий. Школьное здание было безнадежно сырое. К счастью, Акт Бальфура 1901 г. разрешил директорам школ жить не только при школах, и, возможно, это спасло мою жизнь; в 1905 г. мы переехали в Бертли, соседний поселок всего в трех милях. Все деревни были в безнадежно антисанитарном состоянии, и большинство их строений (включая школьные здания) были признаны непригодными для проживания людей и перестройки» [453, р. 1].

Семья Джеффрисов переехала жить в Бертли, но глава семьи оставался директором школы в Фэтфилде, и ему приходилось ежедневно ездить туда и обратно на велосипеде; так продолжалось до 1908 г., когда муниципальная школа была открыта в Бертли, и отец Гарольда был приглашен стать ее директором.

Джеффрис в пятилетнем возрасте посещал начальную школу всего в течение трех дней и, проявив свои познания, был досрочно переведен на второй уровень обучения и оказался среди учеников на два года старше его. Отношения между учениками деревенской школы не отличались толерантностью. Но так как он был достаточно высоким для своего возраста, то смог отстаивать свои позиции с помощью физической силы.

Гарольд делал успехи в обучении в школе Фэтфилда. В 1903 г. он принял участие в конкурсе на малую школьную стипендию Совета графства Дарем и возглавил список получающих. Его друг Гарри Берч тоже выдержал экзамены, но оказался в списке лиц, которые стипендию не получили. Он стал кузнецом в каменноугольной копи Хэротон. Джеффрис поддерживал с ним отношения на протяжении всей жизни.

В окрестностях Фэтфилда преобладал индустриальный пейзаж: угольные шахты чередовались со свинцовыми рудниками, дымили литейные заводы у города Консета и кораблестроительные верфи Сандерленда, воздух наполнялся гарью и вызывал смог, а Гарольда привлекала живая природа. В возрасте девяти лет он стал увлеченным натуралистом. После переезда семьи в Бертли его интерес концентрируется на ботанике. На базе своих «научных» интересов Гарольд подружился с жившим неподалеку серьезным исследователем, энтомологом Хэслоном Харисоном. Ботаника навсегда останется его хобби, и он в зрелом возрасте даже опубликует в этой области ряд статей [23], [29].

Получив стипендию, Гарольд Джеффрис поступил в Резерфорд Колледж в Ньюкасле, в котором тогда уже совместно обучались и мальчики и девочки. Историю этой школы написал в 1964 г. доктор Виллиам Меу [546]. Она несколько раз переезжала из здания в здание. Школа стала слишком многочисленной для занимаемого помещения на Баф Лейн, но как раз тогда Королевская классическая школа переехала на Джесмонд Род, ее здание освободилось, и девочек перевели в него. Позже мальчики и девочки вместе были переведены в большее здание. Обучение в колледже было очень хорошее. С наибольшей симпатией Джеффрис вспоминал мистера Т.В. Мэйбея, преподававшего на четвертом году его обучения в колледже, а также преподавателей математики, английского и химии. На третьем году обучения девочки имели возможность выбора: продолжать ли изучение физики и химии или перейти на изучение физиологии и гигиены. Большинство выбирало второе. Когда Джеффрис занял первое место по успеваемости в школе, две девочки, по одной из каждой группы, также удостоились такой же чести.

Гарольду Джеффрису ежедневно приходилось добираться до колледжа на поезде. Директором его был А.М. Эллис, а в последний год обучения Джеффриса – Дж.Б. Гаунт. В тот год в учебном заведении произошли знаменательные перемены. Так как колледж был переведен в ведение города, то совместное обучение должно было быть прекращено. Были созданы специальные школы для мальчиков и девочек. В первых был введен институт «префектов» – старших учеников, следящих за дисциплиной. Гарольда тогда назначили одним из первых шести «префектов». Много позже, уже став известным ученым, сэр Гарольд Джеффрис избирался президентом Ассоциации старых резерфордианцев.

Окончив школу, Гарольд в 1907 г. поступил в Армстронг колледж, который в то время считался филиалом Даремского университета. Открытый в 1888 г. принцессой Луизой, он присуждал только ординарную степень бакалавра естественных наук. Это означало, что учащийся должен был изучать на первом году математику, физику, химию и еще геологию или биологию по выбору, три предмета на втором году обучения и один – на третьем.

Гарольд выбрал геологию. Профессором геологии был Г.А. Лебур, а экскурсии проводил доктор Д. Вулакот. Окрестности города Ньюкасла на Тине были очень удобны для изучения геологии: в пределах однодневной экскурсии можно было увидеть любой геологический период от Силура до Юры.

Больше всего Гарольд любил занятия, проводившиеся профессором К.М. Джесопом и доктором Т.Х. Хэйвелоком по математике, профессором Х. Штроудом и мистером Дж.В. Балервелом по физике, профессором П.П. Бедсоном и доктором Д.А. Смитом по химии. Он добивался призов за отличную успеваемость каждый год, обучаясь в Армстронг колледже. В последний год обучения к своему основному предмету – математике он взял дополнительно химию. Тогда же Гарольд Джеффрис провел самостоятельные исследования в области фотографической химии. Их результаты были опубликованы в Британском журнале фотографии в 1910–1911 гг. [12], [13]. Это были первые публикации начинающего исследователя. Вероятно, именно с тех пор у него появилось и развилось увлечение фотографией, сохранившееся на всю жизнь. Гарольд Джеффрис стал превосходным фотографом-художником, сделавшим множество фотоснимков, свидетельствующих о его утонченном вкусе. К концу жизни в его архиве собрались тысячи стеклянных негативов. Некоторые из сделанных им фотоснимков приведены в настоящей книге.

Джеффрис окончил Армстронг колледж в июне 1910 г. с отличием по математике. По совету профессора Джесоп он подал заявление в Кембриджский университет и в декабре того же года был отобран в числе четырех студентов-математиков Сент-Джон колледжа со стипендией 60 фунтов в год.

Джеффрис вспоминал: «Финансы всегда вызывали затруднения. Стипендия едва покрывала расходы. Совет графства Дарем любезно продлил для меня стипендию на год, а в его конце Армстронг колледж предоставил мне место члена колледжа еще на два года. Я и не подозревал тогда, какая это замечательная вещь, когда место члена колледжа предоставляется студенту другого университета.

Я был одним из четырех студентов-математиков, другие по порядку были Уитфилд, Гильберт и Морис. Они были подготовлены по математике лучше меня. В Кембриджском университете, в том числе и в Сент-Джон колледже, каждый год в мае проводились экзамены, и в первый год стало ясно, что Гильберт был сильнее, чем Уитфилд» [453, р. 3].

Гарольду Джеффрису профессор Джесоп далеко не случайно рекомендовал изучать математику в Кембриджском университете. Основанный в 1257 г., всего на девять лет позже открытия Университета в Оксфорде, он в области математических и естественных наук занимал лидирующие позиции. Мировую славу Кембриджскому университету принес гениальный английский ученый Исаак Ньютон, который учился и преподавал в его Тринити-колледже с 1661 по 1696 г.

Кембридж расположен на реке Кем, южном притоке реки Уз, в мало живописной равнине, но старинные здания университетских колледжей монументальны и по-своему очаровательны. Над городом возвышается здание Кингз (Королевского) колледжа – замечательный памятник стрельчатой готики. Большое впечатление производит Тринити-колледж (Святой Троицы) – в то время самый богатый и многолюдный в университете; практически рядом – комплекс сооружений Сент-Джон колледжа (Святого Джона), в котором доминирует башня церкви колледжа, построенная сэром Джорджем Гильбертом Скотом в 1866–1869 гг. в величественном стиле викторианской готики. Сам Сент-Джон колледж был построен гораздо раньше. Леди Маргарет Бьюфорт, графиня Ричмонд и Дерби, мать короля Генри VII, задумала основать его в 1511 г. Она умерла до того, как ее планам суждено было реализоваться, и большая заслуга ее духовника Джона Фишера состоит в том, что он настоял на их исполнении. Основные здания колледжа и знаменитый Второй Двор построены по

проекту архитектора Ральфа Симонса в 1592–1602 гг. Но особенно поразил Джеффриса своим изяществом «Мост вздохов», который он сфотографировал в 1916 г. Джеффриса радовало и то, что во всех колледжах имелись просторные сады и даже парки и лужайки, спускающиеся к берегам реки Кем, по которой живописно шли суда под разноцветными флагами. Он любовался игрой в крикет: рослые, стройные юноши с сильными руками, в легких и свободных белоснежных костюмах, воодушевленные жадой победы, напоминали ему античных героев Олимпийских игр. Занятия спортом – неотъемлемая часть подготовки англичанина-джентльмена.

В Кембриджском университете сохранялись традиции и церемониалы, возникшие еще в средние века. Это проявлялось и в повседневном быту (совместные трапезы облаченных в мантии студентов и преподавателей и торжественные церемонии присуждения ученых степеней), и в особенностях системы обучения, издавна базирующейся на методике прикрепления нескольких студентов к преподавателю-репетитору – тьютеру. Студенты регулярно встречались с ним поодиночке или группами из двух-трех человек для того, чтобы в непринужденной обстановке беседовать об изучаемом предмете и о выполненных заданиях, но главное – чтобы выяснить то, что осталось непонятным на лекции. Таким образом, обучение проходило при непосредственном общении, и становился возможным индивидуальный подход к обучаемому, позволяющий учитывать как его сильные, так и слабые стороны. В обязанности же профессора входило лишь чтение небольшого количества лекций. Благодаря чему у него оставалось достаточно много времени для научных исследований.

Но наряду с достоинствами такого характера обучения существовали и недостатки традиционных кембриджских «экзаменов на отличие». «Математический трайпос» – конкурсные экзамены для математиков – был установлен в Кембридже еще в первой половине XVIII в. Ч.П. Сноу писал о них: «Существовала специальная система подготовки к этим экзаменам. Таким одаренным людям, как Харди, Литлвуду, Расселу, Эддингтону, Джинсу и Кейнсу, пришлось потратить два-три года, чтобы подготовиться к участию в этом необычайно усложненном состязании» [647, с. 33].

Но за два года до поступления Джеффриса прежняя структура «трайпоса» была отменена. После этого звание лучшего на экзамене – «сеньор вранглер» стало носить неофициальный характер, и уже после Первой мировой войны интерес к нему совершенно исчез.

Все же Джеффрису пришлось готовиться к сложным экзаменам; сам уровень преподавания математики в Кембридже был намного выше, чем в Армстронг колледже, и ему было гораздо труднее.

Подготовкой к экзаменам Джеффрис занимался вместе с Уитфилдом, а Морис – с Гильбертом. Результаты Джеффриса на экзаменах ни в первый год обучения, ни во второй не были отличными. Сам Джеффрис вспоминал: «Я сделал досадную ошибку на второй год моего обучения. Многие говорили, что они заканчивают работать за две недели до экзаменов. Я же продолжал до последнего момента. Перед майскими экзаменами второго года я попытался последовать примеру других и в результате спустился с четвертого места на шестое, и моя стипендия была понижена с 60 до 40 фунтов. Но при сдаче экзаменов третьего года я уже вернулся к своей собственной системе подготовки и имел изумительный результат. Гильберт был первым, но я был вторым и знал, что все отведенное время писал то, что нужно, и был уверен, что превосхождство Гильберта полностью объяснялось тем, что он писал быстрее. (У вдовы Джеффриса сохранилось письмо его тьютера Буша-Фокса, информирующее его об этом, с поздравлениями.) Во всяком случае, после сдачи первой части трайпоса в 1911 г. и получения первого класса колледж повысил обе наши стипендии до 90 фунтов в год, и учиться четвертый год стало возможно. Я перешел на исследования в области астрономии» [453, р. 3].

Джеффрис был удостоен колледжем премии Адамса в 1912 г. за эссе о прецессии и нутации. В пасхальные каникулы второго года обучения им были сделаны первые наброски теории избыточного, по сравнению со сжатием равновесной фигуры, сжатия фигуры Луны, которые составили основу его тезисов, удостоенных весьма престижной Смитовской премии колледжа. За сданную вторую часть математического трайпоса в 1913 г. Джеффрис получил звание «Вранглера» и наряду с Гильбертом получил премию Хагеса, присуждаемую студентам, которые лучшие в колледже по какому-нибудь предмету. Впоследствии сэр Бернард Гильберт стал главой Государственного казначейства, а его дочь преподавала математику в Гиртон колледже Кембриджского университета (колледж для девушек).

Джеффрис за время учебы в разные семестры посещал лекции профессора Х.Ф. Бейкера, доктора Т.Дж. Д'А. Бромвича, Р. Вебба, Германа, А. Бери и Е. Канингэма – одного из пионеров релятивистской физики.

Джеффрис вспоминал, что проводившие исследования студенты обсуждали с профессорами интересовавшие их проблемы.

Он уточнил: «Я преимущественно, в порядке частоты, общался с Ньювэллом, Эддингтоном, Бромвичем и Лармором.

Мое первое исследование состояло в выяснении структуры Земли и Луны. Имелись пять данных, которые представлялись полезными. Я предположил однородную оболочку и ядро – модель по Вихерту, для которой уравнения упругости были решены Герглотцем (чья статья была полна опечаток). Я получил решение, которое, конечно, несколько раз пересматривалось позднее, и был избран членом Колледжа в ноябре 1914 г. Я остаюсь членом Колледжа под различными названиями с тех пор. Работа была намного расширена позже, главным образом, благодаря учету значительных улучшений времен пробега сейсмических волн. В 1926 г. я определенно установил, что центральное ядро является жидким. Гутенберг и Леманн позже нашли, что наблюдения указывают на то, что имеется меньшее ядро, которое может быть твердым» [453, р. 4].

Гарольд Джеффрис оставался членом Сент-Джон колледжа Кембриджского университета около 75 лет, вплоть до своей кончины. С 1914 по 1917 г. он получал стипендию им. Исаака Ньютона, которой удостаивались особо отличившиеся студенты. С 1915 по 1917 г. он также какое-то времени работал в Кавендишской лаборатории по военной тематике. Эти первые годы Мировой войны были годами, завершившими образование будущего великого геофизика XX в.

### Годы исследований

Становление Джеффриса как исследователя пришлось на военное время. В начале войны успех сопутствовал Германии. Ее хорошо подготовленная армия быстро продвигалась по бельгийской, а затем и французской территории. Когда возникла реальная угроза захвата Парижа, английское командование перебросило на континент экспедиционный корпус в 80 тыс. человек. Контрнаступление французских и английских войск – «битва на Марне» – сорвало немецкие планы, и западный фронт стабилизировался. Переход к позиционной войне дал возможность странам Антанты использовать преимущества своего военно-экономического потенциала. Английский флот господствовал на морях и блокировал Германию.

Весной 1915 г. 8 консерваторов вошли в Британское правительство и либеральный кабинет Асквита превратился в коалиционный. Наконец, в декабре 1916 г. во главе правительства стал Ллойд-Джордж в качестве министра вооружения, много сделавший для организации военной промышленности. Он имел имидж сторонника социальных реформ и «войны до победного конца».

Джеффрис не остался в стороне от нарастающего движения за социальные реформы. В 1917 г. в его комнате в Сент-Джон колледже прошло собрание, на котором была сформирована Ассоциация научных работников. Ее создание произошло не без влияния статей, публиковавшихся в журнале «Кембридж мэгэзин» и книги Севарда и Дрю «Наука и нация». Джеффрис и Фрэнклин Кид затем созвали дополнительное собрание в Лондоне, на котором ассоциация приняла название «Национальный союз научных работников». На этом же собрании были приняты цели организации, по существу экономические. Члены таких учреждений, как Национальная физическая лаборатория и Вулвический арсенал, активно работали в новом союзе. Н.Р. Кэмпбел стал секретарем Союза, а Г. Джеффрис – членом его исполнительного комитета, а позже секретарем исследовательского комитета. Около 1930 г. Джеффрис вышел из Союза, так как ему стала яс-

на его неэффективность, главным образом в силу малочисленности. Когда численность Союза значительно увеличилась, Джеффрис снова в него вступил. Хотя эта организация была первой ассоциацией научных работников (впоследствии стала называться Ассоциацией менеджмента, науки и финансов) и Джеффрис был одним из ее основателей, у него не возникал интерес к активному участию в ней. Он всецело посвящал себя научной деятельности.

Тогда, в годы Первой мировой войны, патриотические настроения не могли не повлиять на выбор занятий Джеффриса. В 1917 г. профессор Ньюэл рекомендовал Джеффриса в Метеорологическое ведомство, в которое он и был принят на должность старшего ассистента, где занимался вначале гидродинамическими проблемами, возникавшими в связи с запросами с фронта во Франции, а затем в 1921 г. занял там должность библиотекаря. Он в основном занимался анализом влияния ветра на океан, используя данные, полученные в Северном море.

Вот как сам Джеффрис вспоминал то время: «Я тогда старался получить работу, связанную с военной тематикой, и был в течение нескольких месяцев в Кавендише, где работал над кое-чем, что шло в ничто, но сэр Нэпиер Шоу, бывший тогда директором Метеорологического ведомства, попросил профессора Ньюэла предложить ему кого-нибудь, кто мог бы помочь в гидродинамике в вопросах, которые приходили с фронта. Ньюэл предложил меня, и я перешел в Метеорологическое ведомство. Я ранее немного изучал метеорологию, но не имел благоприятной возможности для серьезных занятий ею. Я думаю, что основной вклад в науку, который я сделал, работая там, – это обобщение тейлоровской теории турбулентности к приливному трению в мелководных морях, которое, по-видимому, объясняет (более или менее) наблюдаемое вековое ускорение Луны.

В то время в Империял-колледже, который располагался сразу за углом вблизи Метеорологического ведомства, работал Артур Холмс, с которым я был знаком достаточно хорошо. Он с увлечением занимался пересмотром возраста Земли. До тех пор, пока это было возможно, математики принимали кельвиновский возраст Земли, оценивавшийся по времени остывания Земли по механизму теплопроводности в 15 млн лет; геологи комбинировали, главным образом, толщину осадков и скорость дунудации и получали что-то около 200 млн лет. Холмс был пионером использования метода радиоактивного датирования, который значительно увеличил возраст Земли. Недавно наблюдаемые архейские породы имеют возраст 1500 млн лет. А наблюдаемые метео-

риты имеют возраст около 4500 млн лет; хотя имеющиеся все еще некоторые разногласия и вызывают сомнения» [453, р. 4–5].

Надо отметить, что выдающийся геолог сэр Артур Холмс (1890–1965), член Королевского общества, физик по образованию, разработавший методы абсолютной геохронологии, оказал заметное влияние на научные интересы Г. Джеффриса. Им были стимулированы первые работы Джеффриса по орогенезу. Именно он познакомил Джеффриса с идеями крупнейшего австрийского геолога Эдуарда Зюсса (1831–1914). По его концепции в ходе остывания Земли вследствие прогрессирующего затвердевания и контракции более легкий материал, поднимающийся к поверхности, вызывал образование изверженных гранитоидных пород. Они лежат на подстилающих их основных более плотных породах типа базальта, габбро и перидотита.

По гипотезе Зюсса горные хребты возникли в результате контракции, подобно тому как образуются складки на коже сморщенного, остывшего, печеного яблока. Эти представления казались наиболее привлекательными Джеффрису на протяжении всей его научной деятельности.

В написанной им совместно с Доротой Вринч статье, посвященной исследованию сейсмограмм от мощного взрыва в Опау (близь Манхейма) 21 сентября 1921 г. [64], впервые в сейсмологической литературе используются идеи Зюсса о сложном строении земной коры. Дороти Вринч училась в Гиртон колледже Кембриджского университета в 1914–1917 гг. и вела там исследования в качестве члена колледжа в 1920–1923 гг., она также была лектором в Университетском колледже в Лондоне. С ней Джеффрис плодотворно сотрудничал в исследованиях по сейсмологии и теории вероятностей.

Может быть, поэтому он вступился за права женщин в 1921 г., когда на Михайлов день (29 сентября) прошение считать женщин полными членами Университета было отклонено Советом Университета. Тогда еще работала Королевская комиссия по университетам Оксфорда и Кембриджа, и Джеффрис направил туда письмо с аргументами против такого решения. Сэр Хорэс Дарвин одобрил его большую часть, но неизвестно, дошло ли письмо до Комиссии.

В начале 1922 г. Джеффрис вернулся в Сент-Джон колледж в качестве лектора колледжа по математике. Именно тогда его впервые увидела Берта Свирлс, впоследствии ставшая его женой. Она вспоминала: «Он обучал двух моих друзей, и мы обычно видели его, когда он шел к Дороты Вринч, с которой он совместно писал серию статей “Научный метод” для журнала “Философи-

кал Мэгэзин” в 1919–1923 гг. Гарольд считал эти статьи отправной точкой для его последующих работ “Scientific Inference” и “Theory of Probability”» [520, p. 22].

В 1923 г. Гарольд Джеффрис впервые пересекает Атлантический океан. Он посещает Гарвардский и Йельский университеты. Джеффрис, видимо, произвел очень хорошее впечатление на крупнейшего американского астронома Харлоу Шепли (1885–1972), тогда бывшего директором Гарвардской обсерватории, и Шепли предложил Джеффрису переехать в США и работать в его обсерватории. Гарольд серьезно отнесся к этому заманчивому предложению, но все же решил пока остаться в Кембридже. Реши он по-другому, и геофизика могла лишиться одного из своих самых выдающихся представителей.

Но на следующий год Гарольд Джеффрис снова отправляется в Америку. Собрание 1924 г. Британской ассоциации содействия науки, которая была основана в 1831 г. для популяризации научных знаний среди широких слоев населения, проходило в Торонто, и в нем принимал участие Джеффрис. Он получил большое удовольствие от путешествия через всю Канаду до Ванкувера на поезде. Канадская железная дорога посчитала участников этого Собрания своими гостями и сделала для них такой замечательный подарок.

Берта Свирлс, впоследствии леди Джеффрис, вспоминала, что она познакомилась с Гарольдом после этой его поездки в Канаду. И хотя он был дружелюбен, но рассказывал о себе очень мало, и она узнала о поездке гораздо позже.

Также немного позже она узнала, что в 20-е годы Джеффрис интересовался проблемами экологии. Им были проведены исследования в этой области в окрестностях своего дома в графстве Дарем и в Брекленде, графстве Суффолк. Тому способствовала его дружба с ботаником Е.П. Фэроу, который также познакомил Джеффриса с фундаментальным трудом английского философа и статистика Карла Пирсона (1857–1936) «Грамматика науки» [558]. Нельзя не согласиться с его такими не слишком оригинальными утверждениями, что задачи науки состоят в «увеличении общественного блага» и обеспечении «социальной устойчивости». Пирсон исходил из того, что наука описывает прошлый опыт и что закономерности исследуются на основе статистического анализа. Им же был основан журнал «Biometrika».

Джеффрису импонировал его подход: поиск математических функций, описывающих статистические ряды, и принятие этих функций в качестве законов, управляющих статистической совокупностью. В соответствии со своим методом работы, заключа-

ющемся в придании количественного выражения всему, чему можно, он считал, что язык теории вероятностей должен использоваться во всех случаях, где присутствуют неопределенности; он считал целью научного исследования использование экспериментальных или наблюдательных данных для уменьшения неопределенности, т. е. проверки оценки большей или меньшей вероятности гипотез. В этом процессе понятие противоположной вероятности играет важную роль. Научный метод Джеффриса сейчас известен как Обратная (Противоположная) теория.

Но, конечно, основной сферой интересов и деятельности и в 20-е годы, и на протяжении всей последующей жизни Джеффриса была физика Земли и планет. В 1924 г. выходит первое издание его фундаментальной монографии «Земля, ее происхождение, история и строение». Вот что пишет сам автор в Предисловии к ней:

«В 1920–1923 гг. я трижды читал в колледже Сент-Джон курс из восьми лекций по физике недр Земли. Целью курса было дать очерк современных знаний в области, которую можно назвать основными проблемами геологии, а именно: строение Земли, причины горообразования и природа изостазии. Однако полно осветить в лекциях использованную аргументацию оказалось невозможным: частично вследствие краткости курса, а частично из-за того, что уровень математических знаний слушателей был чрезвычайно различен. Данная книга написана, чтобы восполнить этот пробел. Везде, где это было возможно, проведена аргументация и рассмотрены различные вопросы геофизики (например, вариации ширины), которые нельзя было изложить в ходе лекций...

Я старался осветить в основном современное положение вопроса, а не его историю. В связи с этим не упомянуты отдельные капитальные работы, хотя они и имели большое значение для развития геофизики. Примером может служить работа лорда Кельвина по определению жесткости Земли, опирающаяся на приливные деформации; она не рассмотрена потому, что сейсмология позволяет ныне получить более подробные и определенные данные. Точно так же новаторская работа Г.Х. Дарвина о приливном трении посвящена преимущественно упругим приливам в однородной Земле, которые, как представляется сейчас, сравнительно мало влияют на эволюцию Земли и Луны. Тем не менее, если бы работы, входящие во второй том сочинений Г. Дарвина, остались неопубликованными, то и появление в печати 3-й («Происхождение Луны») и 14-й («Приливное трение») глав настоящей книги оказалось бы невозможным.

Количественное сравнение теории и фактов всегда было главной целью автора. Фактически все отстаиваемые гипотезы

выдержали количественную проверку применительно к нескольким наблюдаемым явлениям...

Геологи непременно выдвинут два критических замечания, и поэтому я хочу попытаться ответить на них заранее. Во-первых, могут отметить, что книга содержит много материала негеофизического характера. Сначала я думал избежать этого упрека, разделив книгу на две части – космогоническую и геофизическую. Я убедился, однако, что такой путь невозможен: обе части слишком тесно переплетаются, и каждая из них частично опирается на результаты другой. Поэтому представляется наиболее правильным в книге, носящей главным образом теоретический, а не описательный характер, разрабатывать следствия из гипотез во всех случаях, когда это приводит к результатам, допускающим опытную проверку, и не сосредотачивать внимание только на одной планете. Если теория удовлетворительна, то, чем больше она может объяснить, тем она надежнее; если же нет, то не имеет значения, относится ли противоречащий теории факт к Земле или к спутникам Урана.

Второе из ожидаемых мною замечаний – то, что в книге слишком много математики для читателя-геолога. Ответ прост: автор стремился получить количественные результаты, а путь к количественным результатам лежит только через математику. Я старался, чтобы изложение было, по возможности, элементарно; однако некоторые задачи не решаются простыми математическими методами, и мне не оставалось иного выхода, как привести необходимое математическое обоснование. Если геолог не сможет разобраться в какой-либо части книги, то, я надеюсь, он пропустит ее и перейдет к следующему нематематическому разделу, поверив, что найдется человек, который отыщет любую вкравшуюся ошибку (и каждый математически подготовленный читатель, за немногим исключением, это несомненно сделает). Далее, такой геолог, во всяком случае, знает, что имеются люди, которые в состоянии проследить всю аргументацию полностью, и, кроме того, он увидит, до какой степени может следить за изложением самостоятельно. В то же время так называемое “наглядное” нематематическое изложение только озадачит физика-математика, а геолог так и не сможет понять, где он имеет дело с гипотезой, а где – просто с систематически разработанными следствиями ранее сделанных гипотез и ранее установленных данных. Короче говоря, если для работы в области геофизики требуется математика, то в этом виновата Земля, а не геофизики» [1, p. 15–17].

В монографии Джеффриса заложены два основных принципа: математизация наук о Земле и неразрывная связь изучения

Земли с исследованием процессов ее происхождения и компаративного анализа с другими планетами Солнечной системы. Вторым принцип в полной мере заработал в космическую эру, когда возникла сравнительная планетология и стали наблюдаться протопланетные диски и планеты у других звезд. Но Джеффрис был первым, кто отчетливо их сформулировал. В этой работе 33-летний исследователь проявил себя не только талантливым ученым, но и ученым энциклопедических знаний. В 20-е годы, надо отметить, имела место весьма бурная дискуссия между профессором Мультином из Чикаго и Джеффрисом по поводу приоритета космогонических теорий Чемберлина–Мультина и Джинса–Джеффриса. В 1925 г. Джеффриса избирают членом Лондонского королевского общества.

В 1926 г. по результатам работы аттестационной комиссии он был переведен с должности лектора колледжа на должность лектора Университета. А в 1927 г. был удостоен премии Адамса Кембриджского университета за эссе «Строение Земли».

В 1931 г. Джеффрис становится «ридером» (некая промежуточная должность между университетским лектором и профессором) по геофизике Кембриджского университета. В 1937 г. Королевское астрономическое общество наградило Джеффриса Золотой медалью. Президент Общества сэр Джеймс Х. Джинс в речи на январской сессии отметил выдающиеся заслуги Гарольда Джеффриса в области исследований физики Земли и других планет, происхождения и возраста Солнечной системы.

Джеффрис, однако, не был блестящим лектором, его с трудом понимали студенты. Е.Р. Лэпвуд писал: «Джеффрис был университетским лектором, затем “ридером”, потом профессором, но, насколько я могу об этом говорить, он никогда не уделял какого-либо внимания технике чтения лекций до тех пор, пока он не стал президентом Королевского астрономического общества. До этого он обычно тихо говорил у доски, на которой писал мелким, непонятным почерком. Я думаю, он не получал удовольствия от чтения лекций. Но, если вы позаботитесь сесть впереди и тщательно записать конспект лекции, вы найдете в нем много интересного и разъясняющего материала. Когда в 1953 г. я спросил Джеффриса, читал ли он курс лекций в этом семестре, он ответил: “Да читал, но, к счастью, они все перестали приходить”. Только профессора могут говорить так искренне.

Джеффрис был очень хорошим научным руководителем. Однажды он сказал: “В исследовании поиск ответа не так труден: поставить правильные задачи, вот это трудно”. Его широкие знания и глубокое проникновение в геофизические проблемы озна-

чали, что он был способен предложить студентам и аспирантам, ведущим исследования, проблемы, которые бы удовлетворяли двум основным требованиям: (1) они были уместны и ожидали решения, (2) они могли быть решены методами, которые были в арсенале исследователя.

Он также был очень обязателен в отношениях с работающими под его руководством студентами. Если вы представляли ему часть своей работы, он ее немедленно прочитывал и возвращал со значительными комментариями, тщательно написанными на отдельном листе» [535, p. 82].

А профессор Д.Дж. Финей, член Королевского общества, прислал автору официального некролога Джеффриса сэру Алану Куку следующие воспоминания:

«В 1937–1938 гг. Деррик Н. Лэвлей и я были двумя юными выпускниками математиками в Кембридже, старающимися узнать что-нибудь о практике статистики под руководством покойного доктора Джона Вишарта. Мы начали посещать курс лекций, читаемый Гарольдом Джеффрисом, – “Вероятность”. Он не был наиболее понятным из лекторов, и очень скоро мы были смущены замечаниями о тестовых процедурах, основанных на предшествующих распределениях, очень отличных от идей, которые мы восприняли от Вишарта. Личное обаяние и энтузиазм Джеффриса не могли препятствовать постепенному уменьшению посещаемости до тех пор, пока Лэвлей и я не обнаружили себя единственными оставшимися из первоначально приходивших на лекции 15-ти человек. Наше посещение также стало несколько нерегулярным, но мы старались организовать так, чтобы по крайней мере один из нас приходил утром каждую среду. Наступила неделя, когда мы оба отсутствовали на лекции, и в последующую неделю, к нашему замешательству, мы нашли, что лектор отказался от курса.

Немного позднее Вишарт сказал нам, что доктор Джеффрис спросил, не согласится ли какой-нибудь из его студентов помочь ему в расчете небольшой таблицы функций, важной для его теории. Лэвлей и я согласились помочь; у нас не было особых способностей в расчете таблиц, но функция была простая, и мы скоро смогли послать сообщение о том, что работа завершена. Ответом была просьба захватить ее с собой к доктору Джеффрису в следующую субботу днем. Около трех часов по полудни мы вошли в его комнату в Сент-Джон колледже, мы были приглашены войти и стали пробираться, утопая буквально по лодыжку в различных бумагах, которые полностью покрывали пол его просторной комнаты. Нас поблагодарили за таблицу и пригласили

остаться на чашку чая. Мы с удовольствием вспоминаем большие липкие сдобные булочки с изюмом, поданные из коричневой бумажной сумки Мэтьюза, но особенно запомнились гостеприимство и личное обаяние – неформальное общение между старшим членом колледжа и студентами было не столь обычно 50 лет назад. Год или два спустя, мы нашли, что наша помощь отмечена в сноске в новой книге “Вероятность” Гарольда Джеффриса» [477, р. 307–308].

Алан Кук считает, что этот эпизод очень характерен для Джеффриса. Он вспоминал: «Как аспирант, после 1946 г. я посещал курсы Джеффриса “Математика. III часть” о волнах и приливах, волнах упругости и фигуре Земли. Из пяти студентов, начавших с энтузиазмом посещать лекции, класс быстро сократился до двух, меня и доктора Е.Р. Лэпвуда; но не жажда знаний удерживала нас там, а опасность отмены лекционного курса из-за нашего отсутствия» [477, р. 308].

Но в действительности Джеффрис был замечательным научным руководителем, и для некоторых, как, например, К.Э. Буллена, сотрудничество с Джеффрисом определило всю их научную карьеру. Кейт Эдвард Буллен (1906–1976), ставший впоследствии выдающимся сейсмологом, получил ученую степень доктора наук в Кембридже в 1946 г. и был избран членом Лондонского королевского общества в 1949 г. Он родился в Окленде, в Новой Зеландии, в семье репортера газеты «Окленд Геральд». Еще обучаясь в школе, проявил блестящие математические способности. В 1922 г. Буллен поступил в Оклендский университетский колледж и в 1925 г. получил степень бакалавра искусств по чистой и прикладной математике, в 1928 г. – магистра и в 1930 – бакалавра наук по физике.

Буллен приехал в Кембридж в 1931 г. для того, чтобы подготовиться к сдаче математического трайпоса, но вместо этого стал работать под руководством Джеффриса над пересмотром большого количества данных о временах вступления сейсмических волн на сейсмических станциях, расположенных по всему земному шару. Результат этой совместной работы – Таблицы времен пробега сейсмических волн, которые были опубликованы в 1935 г. [190].

Во второй половине 30-х годов в работах Джеффриса и Буллена было проведено вычисление времен пробега для различных сложных фаз, и в особенности таких, которые один или несколько раз отражались от границы ядра. Это было выполнено как для поверхностных очагов землетрясений, так и для очагов с глубинами до  $0,12R$  (где  $R$  – радиус Земли). Тогда же Джеффрис пока-

зал, что метод учета несферичности Земли, предложенный Гутенбергом и Рихтером в 1933 г., неверен. В 1935 г. он разработал удобный метод учета влияния несферичности. Те же факторы, которые вызывают несферичность дневной поверхности, обуславливают несферичность внутренних слоев равной плотности (т. е. предположительно слоев с равными скоростями сейсмических волн). Несферичность внутренних слоев рассматривается в теории фигуры Земли, в которую Джеффрис также внес значительный вклад. Все это привело к построению в конечном итоге в 1940 г. Таблиц Джеффриса–Буллена [271]. Они дают времена прохождения для всех главных фаз и применялись как стандартные до 1948 г.

Известные американские сейсмологи К. Аки и П. Ричардс так характеризуют их: «Опубликованные в 1940 г. Таблицы Джеффриса–Буллена явились одним из величайших достижений классической сейсмологии, основанной на изучении времен вступления волн» [603, с. 529].

Но 1940 год стал знаменателен для Джеффриса не только этим его научным достижением. В его личной жизни также произошло важное событие. 6 сентября 1940 г. в церкви «Всех святых» в г. Нортхэмптон состоялось бракосочетание Гарольда Джеффриса и Берты Свирлс. Его невеста была дочерью Уильяма Александра Свирлс (ум. в 1905 г.), коммерсанта и путешественника, и Хэриет, в девичестве носившую фамилию Блэксли, учительницы начальной школы. Она была также кузиной, тогда уже покойного, Майкла Стюарта (лорда Стюарта Фулхэма), бывшего Министра иностранных дел. Берта Свирлс, как мы уже упоминали, познакомилась с Гарольдом еще в 20-е годы, когда училась в Гиртон колледже Кембриджского университета. Она получила ученую степень доктора философии за диссертацию по атомной физике, написанную под руководством членов Королевского общества Р.Х. Фаулера (1889–1944) и Д.Р. Хартри (1897–1958). После отъезда Хартри, получившего профессию в Манчестерском университете, Берта Свирлс переезжает в Манчестер и становится там университетским лектором по математике. Вот как она сама вспоминает о том времени:

«Я оставила Кембридж и переехала в Манчестер в 1928 г. и вернулась обратно в 1938 г. В течение этого времени научная продуктивность Гарольда была очень высокой ...

Работа по сейсмологии была связана с работой по теории вероятности. В одно декабрьское утро 1939 г. я уходила с лекции в Кавендишской лаборатории, когда встретила Гарольда, имеющего царственный вид и сильно взволнованного потому, что его

книга по теории вероятностей только что вышла из печати. Ему шел 50-й год, когда мы поженились в 1940 г. Сначала мы арендовали Тэтчед Коттедж у Бридж стрит в центре Кембриджа у Гордона Фрэйзера (издававшего рождественские открытки), так как он служил в армии. В годы войны мы проводили несколько ночей в неделю в своих колледжах (после возвращения в Кембридж Берта Свирлс стала членом Гиртон колледжа и лектором по математике в нем. – А.К.) в качестве помощников дежурных при авианалетах. Это помогало в написании нашей книги “Методы математической физики”, так как мы обычно читали черновики отдельно друг от друга. Кто-то однажды спросил Гарольда, что ему нравится в сотрудничестве с собственной женой, и он ответил, что он прошел через все возможные эмоции. Часть книги воспроизводила “Операционные методы”, имелось совпадение с «Картезианскими (декартовыми) тензорами», маленькой книжкой, которая выходила довольно живо то в одном издательстве, то в другом с 1931 г. В последующих изданиях “Методов...” были сделаны исправления.

В 1945 г. мы переехали в дом под номером 160 по Хантингдон род, где я до сих пор проживаю. Яблони и ягоды в саду очень нравились Гарольду. До обоих наших колледжей можно было легко доехать на велосипеде, и у нас не было автомобиля. Гарольд продолжал ездить на велосипеде в Сент-Джон колледж до 91 года. Он работал дома или в колледже, стоя на коленях на полу с бумагами вокруг и арифмометром перед собой. Ближе к концу своей жизни позвонившему старому другу сказал с отчаянием: “Нет листов на полу”. Он печатал сидя в кресле и держа пишущую машинку на коленях» [520, р. 23].

Гарольд Джеффрис не любил электроники и до последних лет жизни никогда не пользовался калькулятором или ЭВМ, хотя и имел такие возможности.

Джеффрис активно работал, несмотря на военное время, и вскоре после окончания Второй мировой войны вышло написанное им в соавторстве с супругой руководство по математической физике повышенного типа [8]. Известный российский геофизик, под редакцией которого оно было переведено на русский язык, В.Н. Жарков характеризовал его как выдающееся явление в мировой литературе, сравнимое лишь с курсами Куранта и Гильберта или Морса и Фешбаха. Он писал о книге: «Сам Джеффрис, являясь крупнейшим современным геофизиком, обобщил в ней свой полувековой опыт плодотворной работы в области теоретической геофизики, смежных областях астрономии и физики сплошной среды и прикладной математики.

В связи с этим в книге чувствуется отбор материала исследователем, который сам на протяжении многих лет использовал математику для прогресса естествознания. В ней описано много рациональных математических методик и приведено решение многих важнейших типовых задач. Короче говоря, она обладает всеми достоинствами английских книг по математической физике» [8, с. 5].

Сами авторы книги в Предисловии писали: «Цель этой книги – описать те разделы чистой математики, в которых больше всего нуждается физика» [8, с. 10], и они блестяще справились с поставленной перед собой задачей.

### **Плюмианский профессор в Кембридже**

В 1946 г. Гарольд Джеффрис был избран на должность Плюмианского профессора астрономии и экспериментальной философии. Несколько запоздалое признание.

Приехавший в Кембридж после войны индийский математик Васант С. Хузарбазар, сотрудничавший с Гарольдом Джеффрисом в области теории вероятности и математической статистики, вспоминал:

«Во время первых месяцев моего пребывания в Кембридже я заметил с некоторым удивлением, что во всех официальных циркулярах Кембриджского университета и предлагаемых курсах лекций Джеффрис упоминался просто как “мистер Джеффрис”, хотя ему было 55 лет, и он имел репутацию выдающегося ученого, университетские отличия и достижения (в своем научном багаже). Я усвоил, что Кембриджский университет использовал обозначения в строгом смысле в соответствии с первым законом логики (т.е. называл вещи своими именами). Так как Джеффрис был ридером по геофизике, звание “профессор” не могло предшествовать его имени. Число ставок профессоров в Кембриджском университете было чрезвычайно малым и твердо фиксированным, и многие департаменты не имели даже одной ставки профессора. Звание “доктор” не могло стоять перед его именем, потому что, хотя он и был доктором, его докторская степень не была ни от одного из трех университетов, а именно – Кембриджского, Оксфордского университетов, или Тринити колледжа в Дублине, доктора которых только и могли иметь этот титул перед своим именем. Титул “сэр” еще не мог использоваться, так как он получил его семью годами позже, в 1953 г. Однако сразу же через месяц я был приятно восхищен хорошими новостями, что Джеффрис получил престижную Плюмианскую профессиру по астрономии и экспериментальной философии. Предыдущим лицом, занимавшим должность Плюмианского профессора, был выдающийся астроном и астрофизик сэр Артур Эддингтон, и она оставалась вакантной около двух лет со времени его смерти в 1944 г. В соответствии с рассказом, который я слышал в то время,

Джеффриса спросили, как его выдвинули на престижную должность по астрономии, в то время как большинство его выдающихся работ имели отношение к геофизике, хотя он провел важные исследования в компаративной планетарной (сравнительной планетологии) астрономии в предыдущие годы. Ответ Джеффриса состоял в том, что Земля также является планетой!» [514, p. 19].

Сам Джеффрис так объяснил это на первый взгляд несколько необычное избрание: «Люди могут удивиться, что геофизик может стать профессором астрономии. В действительности в этом нет ничего удивительного. Когда мне было около шестнадцати, мой интерес привлекла популярная книга о приливах сэра Джорджа Дарвина [483], а впоследствии и его работы. Он умер в 1912 г., и я никогда его не встречал. (Эддингтон наследовал ему на кафедре, а я наследовал Эддингтону.) Почти все работы Дарвина были на стыке между астрономией и геофизикой, и я думаю, что около трех четвертей моих работ является продолжением его трудов. Возможно, в результате влияния Дарвина астрономия и геофизика были тесно связаны в Королевском астрономическом обществе, которое опубликовало некоторые его работы. Общество начало геофизические дискуссии в 1917 г., основало журнал “The Geophysical Supplement to the Monthly Notices” в 1922 г., переименованный в журнал “The Geophysical Journal” в 1958 г. По-видимому, я считался подходящим кандидатом на место Плюмианского профессора по этой причине, но, возможно, также и потому, что я пытался построить теорию происхождения Солнечной системы, и потому, что вопреки бытовавшему в то время мнению я показал, что внешние планеты должны быть очень холодными. Это было немедленно проверено Кобленцем и Мензелом.

Моиими главными учениками являются профессора С. Голдстейн, Л. Розенхед, К.Э. Буллен, Р.О. Вайсент, Е.Р. Лэпвуд, В.С. Хузарбазар, доктора П.Дж. Мессадж, Е.П. Арнольд и М.Л. Гогнэ» [424, p. 1–2].

Действительно, находясь на стыке наук о Земле и наук о планетах как небесных телах, традиционно относящихся к астрономической проблематике геофизика в начале XX в. не имела самостоятельного печатного научного издания. В Великобритании геофизические работы публиковались в основном в журналах Лондонского королевского общества и Королевского астрономического общества, членом которого Джеффрис стал в 1915 г. Нельзя здесь не упомянуть и о сообщениях, публиковавшихся Сейсмологическим комитетом Британской ассоциации развития

науки с 1896 по 1901 г. В 1917 г. Британская ассоциация основала Геофизический комитет, который в 1919 г. стал Геофизическим комитетом Королевского астрономического общества. Гарольд Джеффрис был его секретарем в 1920–1927 гг. Ведь еще первое собрание геофизиков прошло в помещении Королевского астрономического общества 7 ноября 1917 г. под председательством Королевского астронома. Уже на нем стало ясно – геофизические исследования проводятся во всех частях Британской империи, но сообщения о них редко появляются в научной прессе. На последующих собраниях обсуждались вопросы состава атмосферы, геодезии, сейсмологии, земных недр и др., к участию в этих собраниях приглашались заинтересованные члены других научных обществ: Королевского географического, Королевского метеорологического, геологического, физического и Британской астрономической ассоциации.

Активное участие по привлечению геофизиков к работе Королевского астрономического общества приняли его президент Г.Х. Тернер и секретарь Дж.Х. Джинс. Г.Х. Тернер вел активную работу в области геофизики вплоть до своей внезапной смерти на Ассамблее в Стокгольме в 1930 г., где он был как президент Международной комиссии по сейсмологии (с 1922 г.). Его гипотеза о возможности глубокофокусных землетрясений была опубликована в первом томе «*Geophysical Supplement to the MNRAS*».

В те же годы состоялось собрание, на котором в члены Королевского астрономического общества было решено принимать и женщин. Джеффрис, как всегда, поддержал права женщин и голосовал «за». Джеффрис также отстаивал право на снижение цены на подписку научных журналов Королевского астрономического общества для геофизиков и право зарубежных геофизиков быть избранными как Associates, т.е. иностранными членами.

Активная общественная деятельность Гарольда Джеффриса продолжалась и после избрания его профессором Кембриджского университета. С 1946 г. по 1957 г. он почетный директор Международных сейсмологических сообщений. Одиннадцать лет Джеффрис входил в Совет Королевского астрономического общества, а в 1955–1957 гг. был его президентом. Это было время – июль 1957 – декабрь 1958 г. – Международного геофизического года, когда значительно активизировались геофизические исследования во всех странах. 4 октября 1957 г. в СССР был проведен запуск первого искусственного спутника Земли, положивший начало космической эре и в том числе исследованиям Земли из космоса. В 1956 г. Золотая медаль Королевского астрономического общества была присуждена Т. Каулингу, а в 1957 г. – А. Ун-

зольду [506]. При вручении медали Т.Дж. Каулингу, известному специалисту по электродинамике магнитных полей Солнечных пятен, автору монографии «Магнитная гидродинамика» [628], Джеффрис произнес речь «Тепловая история Земли» [341]; при вручении медали немецкому астрофизику Альбрехту Отто Иоганнесу Унзольду, специалисту по теории звездных атмосфер, автору фундаментальной монографии «Физика звездных атмосфер», выдержавшей два издания (1938 и 1955 гг.) и переведенной на русский язык в 1949 г. [650], Джеффрис произнес речь «Теория вероятности в астрономии» [352]. Джеффрис превратил свои Президентские адреса в отчеты о результатах, полученных при собственных исследованиях.

В 1958 г. Гарольд Джеффрис, в связи с достижением 67-летнего возраста, официально уходит в отставку, но продолжает активную научную и научно-организационную деятельность. С 1957 по 1960 г. он президент Международной ассоциации сейсмологии и физики земных недр. В 1961 г. торжественно отмечается его 70-летний юбилей. В Сент-Джон колледже Департаментом геодезии и геофизики был устроен торжественный ланч. Вручая ему специальный номер геофизического журнала Королевского астрономического общества, президент Общества сэр Уильям Хантер Мак-Кри сказал: «Я знаю Гарольда уже очень много лет, но сегодня я еще меньше соглашусь с тем, что он достиг семидесятилетнего возраста, чем когда я впервые встретил его» [586, p. 33].

Его научная активность практически не снизилась после выхода в отставку с должности профессора. Заняв ее в 1946 г., Джеффрис вел научные исследования по многим направлениям. Он был твердо уверен в единстве всех наук. Часто использовал методы одной науки при решении задач, возникавших в другой. Если какое-либо явление привлекало его внимание, он использовал все имеющиеся в его распоряжении научные методы для его объяснения и количественного описания. Джеффрис многократно возвращался к ранее им уже рассмотренным вопросам по мере того, как новые экспериментальные или наблюдательные данные вводились в научный оборот. Но и относился к научной работе Джеффрис не без юмора. Так, он сказал однажды, что предпочтет пойти на геологические экскурсии, организованные ежегодными съездами Британской ассоциации, так как они проходят по всем лучшим местам, тогда как ботаники будут пилить на Землю все время. Или другой пример такого своеобразного поведения Гарольда: на собрании, проходившем во время Второй мировой войны, обсуждалась возможность определения береговой линии по аэрофотоснимкам волн, набегających на нее.

После длительной дискуссии, в продолжении которой Джеффрис молчал, председательствующий повернулся к нему и спросил, нет ли кого-нибудь еще, кто хотел бы высказаться, он ответил: «Я рад, что это не моя проблема». В другом случае Джеффрис, как рассказывал Фрэнк Смитис, оставался молчаливым в течение длительного времени, слушая пространную аргументацию присутствующих, но дал ответ сразу, как только к нему обратились. Он не хотел лишать себя удовольствия выслушивать приводимые аргументы, казавшиеся ему смешными.

В послевоенные годы Джеффрис продолжает в первую очередь свои работы в области наблюдательной и теоретической сейсмологии. В 1947 г. выходит его статья по временам пробега сейсмических волн от мощного взрыва вблизи города Бертон на Тренте, произошедшего 27 ноября 1944 г., волны от которого зарегистрированы на четырех британских и шести континентальных сейсмических станциях [298]. На основании анализа полученных данных сделана коррекция времен пробега  $P_n$  волн по сравнению с таблицами 1940 г. Предварительное объяснение, по мнению Джеффриса, могло быть в увеличении скорости  $P_n$  волн на коротких дистанциях. Хорошо были зарегистрированы  $S_g$  волны. Эта статья как бы продолжала эстафету исследований, проведенных в первой работе Джеффриса по сейсмологии, написанной совместно с Дороти Вринч по исследованию сейсмических волн от взрыва в Оппау [64].

Им исследуются сейсмические волны в Западной и Центральной Европе [299], в Японии [331], дается интерпретация волн  $P_d$  [357], исследуются землетрясения в Европе, Центральной Азии и на Западе Северной Америки [377], глубокофокусные землетрясения [378], сейсмические проявления от ядерных испытаний на Бикини [380].

Исследования Гарольда Джеффриса получают высокую государственную оценку, в 1953 г. он возводится в рыцарское достоинство и становится сэром Гарольдом.

Уже выйдя в отставку и отметив свой 70-летний юбилей, сэр Гарольд продолжает исследования в области сейсмологии. Ряд работ выходит в соавторстве с сотрудником Института им. Вейцмана (Израиль) Майклом Шимшони [394], [399]. В 1966 г. он предпринимает пересмотр времен пробега сейсмических волн [400]. А последняя его работа, посвященная региональным различиям в сейсмологии, была завершена за два года до смерти, в 1987 г. [451].

Не оставляя Джеффрис и исследования в области механических свойств твердых тел – статья «Сдвиги (разрывы) в веществ-

вах, которые затвердевают при образовании (происхождении)» [363] и в области математики – «Полнота теоремы раскрытия векторной функции в сферических гармониках» [404].

Значительное место в его трудах продолжают занимать работы по теории упругих волн: «Упругие волны в сплошной слоистой среде» [347], «Небольшие поправки в теории поверхностных волн» [370], «Головные волны и природа границы Мохоровичича» [382], «*SH* от источника в нижнем слое» [383], «Об очень длинных волнах Лява» [395].

В 1958 г. из-под его пера выходит такая важная для его дальнейшей исследовательской деятельности работа, как «Модификация закона Ломнитца для ползучести горных пород» [359]. И в развитие ее далее: «Ползучесть горных пород и тепловая неустойчивость» [360], «Ползучесть горных пород и приливное трение» [374], «Влияние приливного трения на эксцентриситет и наклонение» [375], «Насколько пластична Земля?» [391], «Затухание *S*-волн» [397], «К модификации закона затухания Ломнитца» [415].

Работа [374] представляет собой Президентский адрес, произнесенный сэром Гарольдом Джеффрисом на съезде Международной ассоциации сейсмологии и физики недр Земли 26 июля 1960 г. в Хельсинки. Свою речь президент начал так: «Ассоциация сейсмологии включила физику недр Земли в число направлений своей деятельности с 1948 г., и для настоящего выступления я выбрал соответствующую тему. Я имею отношение к физике земных недр, так как в моих ранних работах исследовалась неупругость Земли и Луны при малых напряжениях, и я всегда старался найти определенные свидетельства этих эффектов, которые бы делали возможным определить их тип и величину». А закончил таким утверждением: «Заключение, которое можно сделать, состоит в том, что упруго-вязкий закон в том виде, каком его применяли к Земле и внутренним планетам, мертв, и все выводы, основанные на нем, связанные с постледниковыми поднятиями, блужданием полюса, дрейфом континентов и конвективными течениями, являются полностью ошибочными». Но здесь, конечно, сэр Гарольд был слишком категоричен, и его мнение уже тогда нельзя было считать общепринятым.

И через три года, однако, выступая с первой джеффрисовской лекцией 25 октября 1963 г., сэр Гарольд Джеффрис опять настаивает на этом своем мнении [391]. Все свидетельства, противоречащие ему, он отвергает: «Я не стараюсь объяснить палеомагнитные данные; мой предмет – механика. Здесь уместно процитировать замечание, которое Р. Фишер однажды сделал

мне: “В любое время в прошлом веке имелись частные свидетельства, появляющиеся для того, чтобы поддержать наследование приобретенных признаков, которое нельзя было объяснить другим способом”. Это и есть позиция по отношению к дрейфу континентов» [391, р. 18].

В соответствующих главах, касающихся собственно научных исследований Джеффриса, будет дан анализ, который, возможно, несколько прояснит подобную позицию выдающегося ученого относительно появляющейся новой парадигмы в науках о Земле. Здесь же для нас более интересно начало этой его лекции, имеющей исторический характер.

Учреждение ежегодных джеффрисовских лекций в 1963 г. в Королевском астрономическом обществе по геофизической тематике было связано с учреждением Обществом в том же году второй Золотой медали для награждения за наиболее выдающиеся исследования в области геофизики. Потребность во второй медали возникла, когда стало необходимым преодолеть трудности сравнения работ по астрономической и геофизической тематике при выдвижении их авторов к награждению Золотой медалью Общества. Поэтому было также решено, что две медали будут вручаться ежегодно. Это соответствовало возросшему значению геофизических исследований во второй половине XX в.

Естественно, первую джеффрисовскую лекцию было предложено прочитать тому, в честь кого они были названы – сэру Гарольду Джеффрису. Лекция была начата им так:

«Мне бы хотелось прояснить, что, хотя я очень польщен тем, что мое имя присвоено лекции, я ощущаю сильное сопротивление, соглашаясь на это. Совет должен был подумать о сэре Джордже Дарвине, но его имя уже занято. Однако, так как меня попросили прочитать первую лекцию, я думаю, будет уместным сказать о степени его влияния на современную геофизику. Я стал интересоваться проблемами космогонии и геофизики, прочитав его популярную книгу о приливах. Я никогда не встречался с ним лично, и он умер на третьем году моего обучения в Кембридже. Но я часто видел человека, тренирующегося в стрельбе из лука, когда прогуливался в районе болота Коу, и, как я узнал гораздо позже, Дарвин был спортсменом – стрелком из лука, и его дом был вблизи того места. Поэтому я, должно быть, видел его, не зная кто это.

Я думаю, что почти все мои собственные работы были прямо или косвенно инспирированы Дарвином. Я отношу это, в частности, к приливному трению, образованию гор и напряжению в Земле. Я предполагаю сказать немного о каждом этом направлении

исследований. Также весь первый том собрания его трудов посвящен океанским приливам и их анализу. Они остаются имеющими первостепенную важность для навигации» [391, р. 10].

В том же 1963 г. Королевское статистическое общество награждает Джеффриса Гюи медалью (в золоте) за его выдающийся вклад в развитие теории вероятности и математической статистики. Уже в 1980 г. вышел большой сборник работ по Бейсианскому анализу в эконометрии и статистике, изданный в честь Гарольда Джеффриса [599]. Леди Джеффрис рассказывала автору настоящей книги, что ей говорили, как встретившиеся в Беркли статистики и геофизики спрашивали: «Ваш Джеффрис – это наш Джеффрис?»

В следующем 1964 г. Геологическое общество награждает Джеффриса медалью Волластока. Хотя он не смог лично присутствовать на собрании Общества, но прислал его президенту письменную благодарность, в которой отметил, что после первого награждения его Геологическим обществом медалью Мурчисона в 1939 г. он продолжал работать в области исследования строения Земли. Джеффрис отметил изданные им совместно с Булленом в 1940 г. Сейсмологические таблицы. Однако при дальнейших исследованиях стали обнаруживаться региональные различия в скоростях сейсмических волн. Их исследование и интерпретацию Джеффрис сравнивает с замечанием Пер Гюнта, своего любимого литературного героя: «Запах не становится лучше, чем глубже ты копаешь». Различия в скоростях, по Джеффрису, могут возникать из-за различий в составе или в температуре, но он считал, что их нельзя объяснить просто как вариации толщины слоев (осадочных отложений) земной коры. Но главное – в этом письме Джеффрис указывает на то, что он считает, вследствие полученной им оценки величины вязкости Земли, и конвекцию и континентальный дрейф невозможными в настоящее время, но он не отрицает их возможности в прошлом.

Конечно, в те времена не существовало спутниковой интерферометрии, которая прямо указывает на изменение расстояний между материками порядка нескольких сантиметров в год, и поэтому позицию Джеффриса можно понять. Концепция тектоники плит стала широко обсуждаться, когда Джеффрису уже было за семьдесят; возможно, для него было уже слишком поздно менять свои представления о мироустройстве. К тому же методологические размышления привели Джеффриса к заключению: «Не существует такой вещи, как окончательная научная теория» [573, р. 102].

Гарольд Джеффрис активно участвует в деятельности международных научных обществ, особенно таких, как Международ-

ный союз геодезии и геофизики (МСГГ) и Международный астрономический союз (МАС). Он также был вице-президентом Международной ассоциации сейсмологии в 1933–1936 гг. и президентом Международной ассоциации сейсмологии и физики земных недр в 1957–1960 гг. Практически все собрания этих организаций проводились за рубежом, и Джеффрису приходилось много путешествовать, что он и делал не без удовольствия. Так, он посещает собрания Международного союза геодезии и геофизики в 1922, 1933, 1936, 1939, 1948, 1951, 1954, 1957, 1960 и 1963 гг. Джеффрис не отказывается и от чтения лекций за рубежом. Осенний семестр 1950–1951 гг. он читает курс лекций по гидродинамике в Гарвардском университете (США), подробно излагая теорию приливов, волн и вопросы метеорологии. В ту же поездку в США он посетил университет в Беркли, Йеркский университет, Калифорнийский технологический институт и некоторые другие учебные заведения.

В 1958 г. Джеффрис с супругой участвовали в Генеральной ассамблее МАС в Москве. Они также побывали на Пулковской обсерватории. А на обратном пути провели несколько дней в Копенгагене. Там они встретились со своей датской коллегой, открывшей в 1936 г. внутреннее ядро Земли, доктором Инге Леманн.

Инге Леманн, родившаяся в 1888 г. и посвятившая свою жизнь науке, принадлежала к первой плеяде женщин-ученых в эпоху, когда занятие женщинами исследовательской работой было не столь обычно, как в наши дни. Ее имя по праву стоит в одном ряду с именами таких выдающихся исследовательниц, как Софья Ковалевская, Мария Складовская-Кюри, Лизе Мейтнер и других.

Брюс Болт писал о ней: «Инге Леманн посещала первую в Дании школу с совместным обучением, которая была основана и содержалась Ганой Адлер (теткой Нильса Бора). В своих автобиографических записках она вспоминала, что в этой школе был совершенно одинаковый подход к обучению мальчиков и девочек: “Не проводилось никаких различий между умственными способностями девочек и мальчиков. Это принесло мне в дальнейшей жизни разочарования, когда пришлось узнать, что такое отношение не является общепринятым”. Она закончила Копенгагенский университет по математике и физике и начала работать в сейсмологии в 1925 г. В 1928 г. Леманн была назначена на должность заведующего отделом сейсмологии Датского королевского геодезического института. Этот пост она занимала до своего ухода в отставку в 1953 г. К 1936 г. она уже имела 10-лет-

ний опыт интерпретации сейсмограмм и овладела научным методом, требующимся для решающего шага вперед» [605, с. 27].

По воспоминаниям леди Джеффрис: «Инге организовала наше размещение в пансионе вблизи Кастелсведжа. Его держала фрекен Хов, чей бывший пансион на Трианглен, 2 был хорошо знаком физикам из Института Нильса Бора во время между двумя мировыми войнами. Так как я гостила у нее в 1930 г., мы встретились с большим удовольствием. Инге свозила нас в олений заповедник и в свой летний коттедж в Хольте, где, уже достигнув 70 лет, она установила веревочную лестницу в свою спальню на втором этаже. Я полагаю, что она продолжала ею пользоваться еще несколько лет после нашего визита. В 1964 г. наше посещение Ламонтской геологической обсерватории частично совпало с ее посещением, но мы не были на присуждении ей почетной степени доктора Колумбийского университета...

Когда Инге приехала в Кембридж в 1960 г., она очень удивилась тому, что я использовала массивные чашки и блюда для завтрака в качестве украшения, имитирующего Королевский Копенгаген – первую декоративную керамику, которая появилась в Англии после войны. В 1969 во время конференции в Копенгагене она приехала из Кастелсведжа в наш пансион близ Конгенс Ниторва для того, чтобы подарить мне настоящие вещи, слишком изящные для практического использования. Я также храню как сокровище стеганный чехол для чайника, вышитый ее матерью» [521, р. 233–234].

В 1959 г. Джеффрисы много путешествуют. С марта по июнь Джеффрис читает лекции в г. Миннеаполисе в Университете Миннесоты. Затем на пути в Новую Зеландию они останавливались в Беркли, на Гавайях, на Фиджи. После двух недель, проведенных в Новой Зеландии, Джеффрис читает курс лекций в Университете Сиднея, а затем посещает Брисбен, Университет Нового Южного Уэльса, Ньюкасл, Кенберу, Хобарт, Мельбурн, Перт – все под покровительством Королевского общества и вице-канцлера Австралии. В Сиднее, по воспоминаниям леди Джеффрис, они останавливались у Булленов. Тогда же они последний раз встречались с Р.Э. Фишером – главным оппонентом Джеффриса по вопросам обоснования статистических методов.

Рональд Эймлер Фишер не всегда жил в Австралии и был не только оппонентом, но и приятелем Гарольда Джеффриса. Они были почти ровесниками. Фишер родился в Лондоне в 1890 г. В 1912 г. он окончил Кембриджский университет, специализируясь по математике и физике, но особенно его интересовала статистика. С 1919 г. Фишер сотрудник Ротамстедской эксперимен-

тальной станции, где он разрабатывает методы статистической обработки массовых опытов по селекции сельскохозяйственных культур и генетике. Они были подытожены в его известной книге «Методы статистики для научных работников». Десять лет он занимал гальтоновскую кафедру в Лондоне, а с 1936 г. становится профессором генетики в Кембриджском университете, именно в эти годы их полемика велась наиболее интенсивно. Но в 1957 г., после выхода в отставку, Фишер переехал в Австралию, где и умер через пять лет, в 1962 г., в Аделаиде. Леди Джеффрис вспоминала: «Фишер и его дочь пришли на обед и затем произошли комичные события. После того, как они ушли, им пришлось вернуться из-за поломки автомобиля, и они увидели Гарольда, лежащим на полу, и меня, закапывающей ему в уши капли. Это выглядело, как если бы он был символическим победителем над любыми утверждениями, какие они могли ему высказать» [520, р. 26].

В ноябре чета Джеффрисов в Индии; они прибыли в Калькутту, попутно посетив Дарджелинг, Бенарес (Варанаси), Агру, Дели, Бомбей и Пуну. Индийский математик Васант С.Хузарбазар, работавший вместе с Джеффрисом в Кембридже во второй половине 1940-х годов, вспоминал их посещение г. Пуна: «Я был чрезвычайно обрадован, когда они навестили меня в Пуне, где я основал отдел математики и статистики. Оба выступили с лекциями в Университете Пуны, которые были очень хорошо приняты. Темой анонсированной лекции сэра Гарольда была: “Расширение форм Питмана–Купмана для дискретных параметров, допускающих достаточные статистики”. Буквально за несколько минут до начала своей речи он, бросив беглый взгляд, обнаружил, что перед ним заметки к лекции по “измерению силы тяжести” вместо заметок по анонсированной теме. Не было времени для того, чтобы вернуться обратно в его отель, расположенный в нескольких милях от университета, и принести соответствующие заметки. Он не знал, что делать. Я предположил, что было бы весьма желательным выступить по теме “измерения силы тяжести”».

И сэр Гарольд и леди Джеффрис были довольны своим пребыванием в Пуне. Я ожидал около 12 лет, чтобы получить возможность снова встретиться с ними. Мне лично принесло глубокое удовлетворение, что в течение прошедших лет теорема Байеса получила признание и, наконец, выдающийся вклад Джеффриса в статистику и научную методологию были должным образом осознаны и приняты» [514, р. 21].

В 1961 г. Джеффрис с сентября по ноябрь в Смитсоновской астрофизической обсерватории Кембриджа (Массачусетс, США).

И снова в США в 1964 г. Джеффрис пять месяцев проводит в Ламонтской геологической обсерватории, а также в Палисайте и Нью-Йорке. Он преимущественно работает с Арнольдом над временами пробега сейсмических волн, вызванных японскими глубокофокусными землетрясениями.

В 1967 г. Джеффрис проводит пять месяцев в Южном Методистском университете в Далласе, Техас, США (с 1984 г. Техасский университет в Далласе), который десять лет назад присудил ему почетную степень доктора наук. У леди Джеффрис в рабочем кабинете дома висит фотография сэра Гарольда, сделанная в этом университете, на которой он сфотографирован в обычных для него поношенных шортах и с кожаным портфелем за спиной.

Сэр Гарольд Джеффрис и леди Джеффрис в 1971 г. приняли участие в Международной конференции по вращению Земли в Мариоке, Япония. Во время посещения Международной широтной обсерватории в Мизусаве жена ее директора миссис Окуда предложила всем национальным группам спеть свои народные песни. В британской группе соло исполнил Джеффрис, спели «Blaydon Races».

Отдыхал Джеффрис, будучи и более молодым, и в весьма почтенном возрасте, главным образом, совершая велосипедные туры по Великобритании, а однажды даже отправился на велосипеде в Голландию и Германию. Он также любил восхождение на горы, которое не требует альпинистского снаряжения, можно сказать, горный туризм.

Иногда совместно с Робертом Стоунли, особенно в более молодом возрасте, Джеффрис совершал длительные велосипедные туры по Англии для сбора ботанических или геологических образцов.

Его ученик Лэпвуд в 1980 г. вспоминал: «Несколько лет назад он неудачно затормозил на велосипеде и сломал запястье. Его друзья надеялись, что это положит конец его карьере велосипедиста, так как улицы Кембриджа стали сейчас очень опасными. Но в то время, пока мы занимались вопросом, как организовать его транспорт, собственный план Гарольда и намерение его были вернуться к велосипеду снова. Вплоть до 90-летнего возраста он продолжал ездить по Кембриджу на велосипеде в любую погоду» [535, р. 83].

У Джеффриса был неплохой тенор, и он многие годы пел в хоре Кембриджской филармонии под управлением С. Кеннеди Скотта. Он был членом Кембриджского университетского музыкального общества и Кембриджского филармонического общества. Профессор Фред Риммер вспоминал его в хоре, которым он

дирижировал, как отличного певца. Он с удовольствием пел в мессах Баха, в реквиеме Моцарта, но не любил месс Бетховена из-за слишком высокой партии тенора.

Другим видом отдыха для Джеффриса было чтение. Частенько также он раскладывал пасьянс. Он читал и перечитывал пьесы древнегреческих авторов и Норвежские Эдды в переводах, пьесы Вильяма Шекспира и Бернарда Шоу, а также научные труды по археологии. Он относился серьезно к детективным романам. В его домашней библиотеке в книгах Аугустина Фримана и Дороти Сэйерс можно найти на полях страниц рисунки, отображающие описываемые события. Многие отмечали его энциклопедические познания в детективном жанре и в юмористической прозе П.Г. Вудхауса. Иногда экспромтом у него слагались каламбуры.

В философских и религиозных вопросах Джеффрис был близок к агностицизму. Религиозные и социальные проблемы не играли большой роли в его жизни. Вместе с тем, он хорошо и в деталях знал Библию, в частности Ветхий Завет, интересовался ее новыми переводами.

Лэпвуд вспоминал: «Большинство его исследований и статей были сделаны им ночью, после полуночи. Поэтому он никогда не соглашался на лекции, начинающиеся ранее 11 часов утра. Было бесполезно звонить ему раньше этого времени, после позднего подъема он завтракал и решал кроссворд в “Таймсе” – puzzle – приблизительно за 20 минут, тогда как большинство людей затрачивали на него несколько часов» [535, р. 82].

Однако он не был внимательным слушателем радио и очень не любил телевидение. В доме Джеффрисов никогда не было телевизора. Яблони и кусты ягод в саду, пожалуй, привлекали его внимание больше.

Джеффрис был очень отрешенным человеком, с ним было трудно говорить. Правда, это не означает, что он был отрешен от мира. Его научная и общественная активность в национальном и интернациональном масштабах подтверждают это.

Лэпвуд отмечал: «С другой стороны, было нелегко говорить с ним. Вы задавали ему вопрос, а он сидел невозмутимо, покуривая (он очень много курил всю жизнь), пока ты не начинал беспокоиться о том, должен ли сказать что-нибудь еще. Тогда в несколько отрывочных фразах он отвечал. Поначалу его ответ представлялся лишенным смысла. Но я научился вникать в смысл его ответов: шел домой и работал над ними до тех пор, пока не открывались их уместность и значение. Однажды я сказал Буллену: “Вы близко сотрудничали с Джеффрисом много лет.

Могли Вы понимать его, беседуя с ним?”. Он ответил: “Я понимал Джеффриса лучше, когда он был в Кембридже, а я был в Австралии, и мы обменивались письмами”.

Я никогда не имел возможности расспросить Джеффриса о его методе работы, но, как мне кажется, он всегда старался предоставить себе простор для собственных размышлений. Вообще-то он не просматривал журналы и не изучал монографии, написанные его современниками. Он заглядывал только в те статьи или книги, которые имели прямое отношение к тем проблемам, над которыми он размышлял. Но он все же писал много писем друзьям или знакомым, которые могли дать ему специальную информацию» [535, р. 82].

Имеется много историй, подтверждающих некоммуникабельность сэра Гарольда Джеффриса. Таким же замкнутым членом Сент-Джон колледжа был Нобелевский лауреат профессор Поль Дирак. Сэр Гарри Хинслей рассказал сэру Алану Куку как-то о них следующее:

«Дирак, тогда уже в отставке с должности кембриджского профессора, обедал в колледже после возвращения с Флориды и сидел рядом с Джеффрисом, но они не обмолвились ни словом за весь обед. На следующее утро, встретившись с Гарольдом, сэр Гарри спросил: “Каким ты нашел Пауля прошлым вечером? – Он не изменился ни на йоту; он не найдет все еще слов для разговора”» [477, р. 328].

Гарольд Джеффрис всегда голосовал на парламентских выборах за либералов, но, по мнению леди Джеффрис, был по характеру консерватором. Об этом же свидетельствует эпизод, рассказанный А. Куку бывшим ридером экспериментальной геофизики Кембриджского университета Б.С. Броуни: «Гарольд пригласил Броуни, который был членом Тринити, в Сент-Джон колледж на концерт Майской недели. За неимением других указаний Броуни, всегда безукоризненный в отличие от Гарольда, частенько бывшего небрежным, прибыл в смокинге в соответствии с обычаями Тринити и большинства других колледжей, но нашел Гарольда в вечернем костюме, Гарольд сообщил ему, что в Сент-Джоне они надевают «белый галстук» (т.е. фрак) на концерт Майской недели» [477, р. 329]. Но обычно Гарольд Джеффрис был очень неформален в повседневной одежде. Сэр Эдвард Буллард предлагал приобрести его древнюю шляпу для постоянной выставки в Департаменте геофизики. За границей в жарких странах он неизменно в поношенных шортах, да и члены Сент-Джон колледжа говорили, что лето наступило, когда Гарольд появился в шортах. Леди Джеффрис удавалось сделать его весьма элегант-

ным, если это было необходимо, но в будние дни он выглядел как типичный кембриджский профессор. Леди Джеффрис пыталась повлиять на супруга, чтобы он сократил количество выкуриваемых им за день сигарет, но здесь она потерпела неудачу. Она рассказывала автору настоящей книги, что говорила Гарольду: «Если ты будешь столько курить, то умрешь от рака легких». Действительно, он умер от рака легких, но всего около месяца не дожив до своего 98-летия – 18 марта 1989 г. Ушел из жизни старейший член Сент-Джон колледжа (состоял им около 75 лет) и старейший член Королевского общества (состоял около 64 лет) и многих других академий и научных обществ.

До последних лет жизни сэр Гарольд не прерывал связей с Сент-Джон колледжем. Почти всегда его видели на воскресном обеде в Колледже. Он оставался влиятельным членом Колледжа даже после формальной отставки с должности Плюмианского профессора. Когда в 1985 г. исполнилось 70 лет его пребывания в членах Сент-Джон колледжа, известная портретист Зсузси Робоз написала его портрет. С тех пор портрет занимает почетное место в малой профессорской комнате Колледжа.

А имя Гарольда Джеффриса золотыми буквами вписано в историю науки. С ним неразрывно связаны такие крупнейшие направления современной науки, как сейсмология, планетная астрономия, геодинамика, математика и статистика. Его по праву можно назвать крупнейшим геофизиком XX в., блестящим представителем английской школы прикладной математики, настоящим классиком науки.

### **Вклад Джеффриса в математику и методологию научных исследований**

Объединение столь различных, казалось бы, направлений в одной главе не должно вызывать удивления. Для Джеффриса математика, собственно, и была всегда основным методом исследования, в какой бы области науки он ни работал – геофизике, астрономии, гидродинамике и др. Наиболее лаконично, но исчерпывающе о роли математики для естествоиспытателя высказался Нобелевский лауреат Эжен Вигнер в статье «Непостижимая эффективность математики в естественных науках»: «Важно заметить, однако, что математическая формулировка полученных физиком зачастую не слишком точных экспериментальных данных приводит в огромном числе случаев к удивительно точному описанию широкого класса явлений. Это свидетельствует о том, что математический язык служит не только средством общения, но и является единственным языком, на котором мы можем говорить. Правильно будет сказать, что математический язык отвечает существу дела» [608, с. 190].

В Предисловии к первому изданию монографии «Земля, ее происхождение, история и строение» Джеффрис писал:

«Количественное сравнение теории и фактов всегда было главной целью автора... а путь к количественным результатам лежит только через математику... Короче говоря, если для работы в области геофизики требуется математика, то в этом виновата Земля, а не геофизики» [1, с. 15–17].

Собственно, в области математики Джеффрис внес вклад преимущественно в следующие разделы: теорию вероятностей и математическую статистику [6], операционные методы [2], Картезианские (декартовы) тензоры [4] и асимптотические аппроксимации [9].

Еще в 1924 г. Джеффрис получил приближенное решение дифференциального уравнения вида  $y'' - k^2\chi(x)y = 0$ , где  $k$  – велико [82]. Несколько позднее он сам обнаружил, что сходные с его подходом методы предлагали Грин и Лиувиль в 1837 г. и независимо Хорн в 1899 г., а также Лорд Рэлей в 1912 г.

Как известно, уравнение Шредингера для одномерной волновой функции  $y(x)$  можно записать в виде

$$y'' + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V(x))y = 0.$$

Решение этого уравнения, аналогичное джеффрисовскому, в 1926 г. в виде разложения по нисходящим степеням  $k$  нашли Венцель, Бриллюэн и Крамерс. Этот метод получил название JWKB метода, что отмечает более ранний результат Джеффриса.

Если функция  $\chi(x)$  имеет в рассматриваемой области нуль, то возможна модификация метода к функциям Матье, что и было также сделано Джеффрисом [83], а к определению коэффициента прохождения через потенциальный барьер в волновой механике метод был применен Бертой Свирлс [518].

В 1942 г. Джеффрис снова вернулся к этой математической задаче. Он использовал оба решения уравнения Эйри ( $d^2Z/dz^2 - zZ = 0$ )  $A_i(z)$  и  $B_i(z)$  для получения связующего соотношения. Специальные функции  $A_i(z)$  и  $B_i(z)$  были выбраны Джеффрисом как фундаментальные решения уравнения Эйри. Они представлены в виде рядов, линейная комбинация которых будет представлять собой асимптотическое решение этого уравнения.

Асимптотические разложения имеют важные приложения в квантовой механике и механике сплошных сред. Джеффрис придерживался радикального, быть может, взгляда, с точки зрения консервативного математика, что в приложениях в физике представляющие функцию ряды не обязательно должны быть сходящимися. Он писал:

«В действительности это разложение нельзя рассматривать как бесконечный ряд; выражение “использование расходящихся рядов” может вызвать недоразумение. Будем рассматривать разложение как сумму с конечным числом слагаемых, останавливаясь всякий раз или на члене, предшествующем наименьшему, или несколько раньше, — если мы уже достигли желаемой точности. При подходящих условиях точность может быть очень велика. Но в отличие от сходящегося ряда, который в принципе дает любую точность, если взять достаточное число членов, точность асимптотического ряда определенным образом ограничена: взяв больше некоторого числа членов, мы снова увеличим ошибку» [287].

Теорию тензорного анализа Джеффрис изложил в монографии «Картезианские тензоры» [4]. В ней рассмотрены приложения и для вывода формул сферической астрономии, и для механики, и для теории упругости. Джеффрисом получены в полном виде матрицы изометрических преобразований евклидова пространства [398].

Гарольду Джеффрису принадлежит заслуга математического обоснования операционного исчисления [2].

Впервые этот способ вычислений был предложен в 1893 г. английским физиком О. Хевисайдом [604]. Хевисайд, руководствуясь интуицией и физическим смыслом, рассматривал знак дифференцирования  $d/dt$  как оператор  $p$ . Операция дифференцирования функции  $f(t)$  записывалась как  $pf(t)$ ,  $n$ -я производная соответственно  $p^n f(t)$ . Очевидно, оператор  $1/p$  или  $p^{-1}$  представлял операцию интегрирования, так как  $p^{-1}pf(t) = f(t)$ . В этом случае формулы, содержащие дифференциалы и интегралы, сводились к алгебраической форме, что Хевисайд называл «алгебраизацией» задачи. Он уделял основное внимание линейным дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами, для которых из оператора интегрирования и констант можно составлять комбинации, как в случае, если бы оператор был числом. При этом надо учитывать, что этот оператор не коммутирует с независимыми переменными. Джеффрис с Бертой Свирлс писали: «К сожалению, хотя Хевисайд и отмечал, что операторы дифференцирования и интегрирования можно комбинировать с константами без ограничения, он не заметил, что они не коммутируют друг с другом. В самом деле

$$(d/dt)Qf(t) = (d/dt) \int_0^t f(\xi) d\xi = f(t),$$

$$Q(d/dt)f(t) = \int_0^t f'(\xi) d\xi = f(t) - f(0),$$

что отличается от предыдущего результата на  $f(0)$ . Хевисайд получил довольно много неверных результатов, меняя порядок дифференцирования и интегрирования, и Джеффрис [2] впервые объяснил это некоммутативностью этих операций. Хевисайд также не слишком интересовался вопросами сходимости, и этот факт так возмущал математиков того времени, что они не захотели выяснить, при каких условиях предлагаемые методы могли бы быть оправданы, что было в их возможностях. Для динамических систем с конечным числом степеней свободы систематическое использование оператора взятия определенного интеграла дает гораздо более короткий способ решения, чем какой-либо другой метод. В этом случае вопрос обоснования не требует никакой более развитой математики, чем та, которая была во времена Хевисайда» [8, с. 374].

Обычно операционное исчисление рассматривает либо функции, связанные интегральным преобразованием Карсона, либо

функции, связанные преобразованием Лапласа. Однако Джеффрис критиковал такой подход, так как он включает неопределенные интегралы, в которых функции не определены. Он предпочитал более строгий метод своего учителя в Сент-Джон колледже Бромвича, который и развивал в своих сочинениях [2] и [8].

Наконец, нельзя не отметить учебное пособие Гарольда Джеффриса и Берты Свирлс «Методы математической физики», в предисловии к первому изданию которого они написали : «Цель этой книги – описать те разделы чистой математики, в которых больше всего нуждается физика» [8]. В нем изложено и большинство результатов оригинальных математических исследований авторов и их многочисленные приложения.

Российский геофизик В.Н. Жарков, по инициативе и под редакцией которого был осуществлен перевод этого фундаментального руководства на русский язык в 1969–1970 гг., писал:

«Сам Джеффрис, являясь крупнейшим современным геофизиком, обобщил в ней свой полувековой опыт плодотворной работы в области теоретической геофизики, смежных областях астрономии и физики сплошной среды и прикладной математики.

В связи с этим в книге чувствуется отбор материала исследователем, который сам на протяжении многих лет использовал математику для прогресса естествознания. В ней описано много рациональных математических методик и приведено решение многих важнейших типовых задач. Короче говоря, она обладает всеми достоинствами английских книг по математической физике» [8, с. 5].

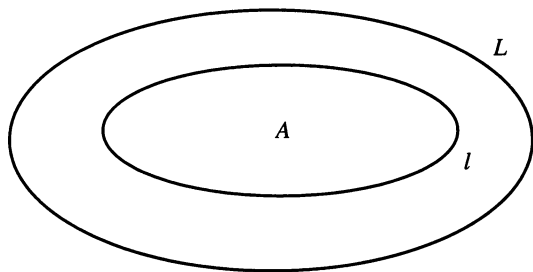
\* \* \*

Среди достижений Джеффриса в области математики значительное место занимает его вклад в развитие теории вероятностей и математической статистики.

Понятие вероятности в математическом смысле появляется в работах Кардано в XVI в. и Ньютона в конце XVII в. Этому человечество обязано азартным играм. Было замечено, что во многих играх в карты, кости и др. частота некоторого итога игры группируется вблизи какого-то числа, если игра повторяется большое количество раз. Попытки математического осмысления обнаруженных закономерностей привели во второй половине XVII в. к созданию теории вероятностей в трудах Паскаля, Ферма, Гюйгенса, Якова Бернулли, а позже Галлея, Байеса и многих других. Впоследствии такого же рода устойчивости были обнаружены для частот в демографических данных при исследованиях в области популяционной генетики и главное – при проведении измере-

ний. Сегодня можно считать эмпирически установленным устойчивость длинного ряда частот для случайных экспериментов, производящихся при неизменных условиях.

Однако в математике требуются более строгие определения и доказательства. Здесь опять на помощь приходят азартные игры. Во всех этих играх результаты априори распадаются на конечное число случаев, являющихся абсолютно симметричными: шесть сторон игральной кости, 36 карт в карточной колоде.



**Рис. 1.** Геометрическая интерпретация множества

На этой основе в XVIII в. был введен принцип равновозможности случаев, который был точно сформулирован Лапласом как основной принцип теории вероятностей. В соответствии с ним разбиение на равновозможные случаи возможно в любых наблюдениях, и вероятность события есть отношение числа случаев, благоприятных ему, к их общему числу. Слабость этого классического определения вероятности очевидна, и поэтому естественны попытки его модернизации. В русле преобладания аксиоматического подхода при построении математической теории была сделана попытка определить вероятность события как предел частоты  $m/n$  этого события. При  $n \rightarrow \infty$ , где  $m$  – число осуществлений события и  $n$  – общее число попыток. Наиболее яркий представитель этой частотной школы Р. Мизес [638].

В настоящее время наиболее распространен, однако, другой аксиоматический подход, в котором не постулируется существование определенных пределов для частот, а вводится вероятность события как число, связанное с этим событием. Аксиомы теории, вводящие правила, по которым следует оперировать с этими числами, представляют собой идеализированные утверждения о наблюдаемых свойствах частот. К этому направлению принадлежат Колмогоров [633], Нейман [553] и многие другие. В дополнение ко второму изданию монографии Г. Крамера [634] А.В. Прохоров писал: «Как показывает опыт развития теории вероятностей и математической статистики, аксиоматика, предложенная Колмогоровым, охватывает почти все задачи (исключение состав-

ляет лишь случай, когда ситуация описывается в терминах одних лишь условных вероятностей» [634, с. 626].

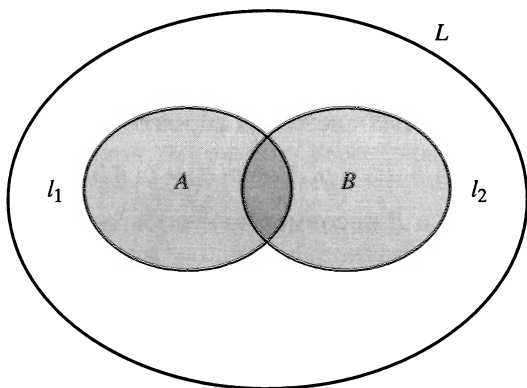
Введем некоторые понятия на основе упрощенной геометрической интерпретации, а общая аксиоматика теории вероятностей строится на основе теории множеств. Для этого рассмотрим часть плоскости, ограниченную контуром  $L$ , и примем, что попадание случайной точки в любые равновеликие участки ее равновозможно. Также положим, что внутри контура  $L$  имеется контур  $l$ , при попадании в пределы которого случайной точки имеет место событие  $A$  (рис. 1). Если обозначить площади этих контуров соответственно  $S$  и  $S_A$ , то вероятность события  $A$  можно определить следующим образом:

$$p(A) = (S_A/S), \quad (1)$$

так как  $0 \leq S_A \leq S$ , то  $0 \leq p_A \leq 1$ .

Пусть на рис. 2 внутри контура  $L$  два контура  $l_1$  и  $l_2$  с площадями  $S_A$  и  $S_B$ , при попадании в которые происходят события соответственно  $A$  и  $B$ . Площадь пересечения контуров  $l_1$  и  $l_2$  равна  $S_{AB}$ .

**Рис. 2.** Геометрическая интерпретация пересечения множеств



Тогда по определению вероятности (1), вероятность произведения событий  $A$  и  $B$  будет равна

$$p(AB) = \frac{S_{AB}}{S} = \frac{S_{AB}}{S_A} \cdot \frac{S_A}{S} \quad (2)$$

или

$$p(AB) = \frac{S_{AB}}{S} = \frac{S_{AB}}{S_B} \cdot \frac{S_B}{S}. \quad (3)$$

В соответствии с (1)  $(S_A/S) = p(A)$  и  $(S_B/S) = p(B)$ , а  $S_{AB}/S_A$  можно рассматривать как вероятность появления события  $B$  при

условии наступления события  $A$ , т.е. условную вероятность

$$p(B | A) = S_{AB}/S_A \quad (4)$$

и соответственно

$$p(A | B) = S_{AB}/S_B. \quad (5)$$

Но тогда соотношение (2) можно переписать как

$$p(AB) = p(B | A)p(A), \quad (6)$$

а (3) как

$$p(AB) = p(A | B)p(B). \quad (7)$$

Таким образом, вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного события на вероятность другого события, вычисленную при условии, что первое событие имело место. Если события  $A$  и  $B$  независимы, то

$$p(AB) = p(A)p(B). \quad (8)$$

Произведение любого числа событий можно рассматривать как последовательное произведение двух событий. Например,  $ABC = A(BC)$ , тогда

$$p(ABC) = p(A | BC)p(BC) = p(A | BC)p(B | C)p(C). \quad (9)$$

Теорема сложения вероятностей

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - p(AB), \quad (10)$$

если  $A$  и  $B$  несовместные события, то соотношение (10) упрощается

$$p(A + B) = p(A) + p(B). \quad (11)$$

Как следствия теорем умножения и сложения вероятностей могут быть получены теорема о полной вероятности и теорема гипотез.

Если имеется ряд несовместных событий  $H_1, H_2, \dots, H_m$ , образующих полную группу событий, т.е. в результате опыта обязательно должно произойти одно из них. Будем называть  $H_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) гипотезами и предположим, что вероятности гипотез  $p(H_j)$  заданы, тогда

$$\sum_{j=1}^m p(H_j) = 1.$$

Предположим, что некоторое событие  $A$  может произойти вместе с гипотезой  $H_j$  с вероятностью  $p(A | H_j)$ . Тогда полная вероятность события, которое может осуществиться с одним и

только одним из несовместных событий  $H_1, H_2, \dots, H_m$ ,

$$A = \sum_{j=1}^m A(H_j),$$

т.е. вероятность появления этого события независимо от того, какая гипотеза имела место, будет по теореме сложения вероятностей

$$p(A) = p\left(\sum_{j=1}^m AH_j\right) = \sum_{j=1}^m p(AH_j) = \sum_{j=1}^m p(A|H_j)p(H_j). \quad (12)$$

Последнее соотношение есть формула полной вероятности, которая позволяет вычислять вероятность появления событий по вероятностям гипотез и условным вероятностям появления этого события для каждой гипотезы.

Эту теорему можно рассматривать как обратную теореме о полной вероятности, так как она позволяет вычислять вероятности гипотез после проведения испытания. Пусть в результате испытания получено событие  $A$ ; и вероятности  $p(H_j)$  и  $p(A|H_j)$  до испытания известны. Но вероятности гипотез после испытания изменятся, так как будет получена дополнительная информация. Будем их называть апостериорными вероятностями гипотез  $p(H_j|A)$ .

Рассмотрим вероятность события  $AH_j$ , т.е. вероятность появления  $A$  с гипотезой  $H_j$ . По теореме умножения вероятностей

$$p(AH_j) = p(A|H_j)p(H_j) = p(H_j|A)p(A).$$

Учитывая выражение (12) для полной вероятности  $p(A)$ , получаем

$$p(H_j|A) = \frac{p(H_j)p(A|H_j)}{\sum_{i=1}^m p(A|H_i)p(H_i)}, \quad (13)$$

где  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Соотношение (13) – формула Байеса (Томас Байес (1702–1761) – английский священник и математик) показывает, что вероятность гипотезы после испытания (апостериорная) равняется вероятности гипотезы до испытания, умноженной на вероятность события, имевшего место при испытании, и деленной на полную вероятность этого события.

Гарольд Джеффрис считал, что говорить о вероятности чего-либо, самого по себе, лишено смысла, вероятности имеют смысл только, если условия определены. Поэтому он строит аксиоматику своей теории вероятности на условной вероятности. В работе

[439] Джеффрис пишет:

$$\llcorner P(q \mid p) = a \quad (1')$$

читается: вероятность  $q$  при данном  $p$  равняется  $a$ , где  $p$  и  $q$  – два набора предположений и  $0 \leq a \leq 1$ . Если  $p$  влечет за собой  $q$ , то  $a = 1$ , если  $p$  препятствует  $q$ ,  $a = 0$ . Для того чтобы развить полезную теорию, мы должны ввести правила для подсчета  $a$ . Двумя главными являются правило сложения: если  $q$  и  $r$  не могут оба иметь место при данном  $p$ , тогда

$$P(q \text{ или } r \mid p) = P(q \mid p) + P(r \mid p) \quad (2')$$

и правило произведения

$$P(q \text{ или } r \mid p) = P(q \mid p) + P(r \mid q \text{ и } p). \quad (3')$$

Правило сложения идет прямо от лапласовского правила подсчета вероятностей ряда эквивалентно вероятных альтернатив. Правило перемножения часто также читается: совместная вероятность двух предположений есть произведение их вероятностей, взятых порознь, т.е.

$$P(q \text{ и } r \mid p) = P(q \mid p)P(r \mid p), \quad (4')$$

это, очевидно, неверно. Мы можем иметь  $r = \text{не } q$  с  $P(q \mid p) = P(r \mid p) = 1/2$ , тогда уравнение (4') приведёт к равенству  $0 = 1/4$ . Правильное соотношение (3') дает  $0 = 0$ , так как при данных  $r$ ,  $q$  и  $p$  не  $q$  невозможно, и, следовательно,  $P(r \mid q \text{ и } p) = 0$ . Отметим, однако, что без замечания, что условия для данных выражены до конца, мы не сможем различить (3') или (4'); и многие авторы до сих пор не используют такое замечание» [439, р. 87–88].

Что же здесь аксиоматика Джеффриса вступает в противоречие с общепринятой классической? Нет, ведь, по сути, он рассматривает вероятность произведения трех событий в своем соотношении (3'), причем вероятность третьего события принимает равной единице. Вернемся к соотношению (9)

$$p(ABC) = p(A \mid BC)p(B \mid C)p(C),$$

но

$$ABC = A(BC) = (AB)C = (BA)C,$$

поэтому

$$p(AB \mid C)p(C) = p(A \mid BC)p(B \mid C)p(C)$$

и так как  $p(C) \neq 0$  и  $AB = BA$ ,

то

$$p(AB \mid C) = p(B \mid C)p(A \mid BC). \quad (14)$$

Положим теперь  $r = A$ ,  $q = B$  и  $p = C$ . Тогда, подставляя их в соотношение (14), являющееся следствием классического определения правила перемножения вероятностей (9), получаем  $P(qr|p) = P(q|p)P(r|qp)$ , что совпадает с джеффрисовским определением (3'). Никакого противоречия с классической аксиоматикой нет. И формализм Джеффриса имеет право на существование.

Джеффрис также указывал, что правило умножения ведет сразу к принципу обратной вероятности. Апостериорная вероятность гипотезы пропорциональна произведению ее априорной вероятности на вероятность получения данных даваемой гипотезой и предыдущей информацией. Или апостериорная вероятность гипотезы, данной наблюдениями и другими данными, пропорциональна произведению априорной вероятности на правдоподобие получения наблюдений даваемой гипотезой. То есть здесь также Джеффрис следует формуле Байеса (13). Джеффрис записывает: «... если  $p$  – наше предыдущее знание,  $q_1, q_2, \dots, q_n$  – набор гипотез и  $\Theta$  – набор наблюдательных данных,

$$P(qr|p \text{ и } \Theta) = AP(q|p)P(qr|p)P(\Theta|qr \text{ и } p) \quad (5')$$

где  $A$  независимо от  $r$ .

Это объясняет сразу важность «критического теста», где  $\Theta$  – очень вероятно, если  $q_1$  – истина, но не очень вероятно, если любая из  $q_2 \dots q_n$  – истина; в таком случае, если априорные вероятности не очень различаются, то  $P(qr|p\Theta)$  будет очень большой по сравнению с другими и поэтому будет близка к 1» [439, р. 88].

Множитель  $P(\Theta|qr \text{ и } p)$  был назван «правдоподобием» Р. Фишером. Пусть гипотезой, например, будет значение параметра в некоем законе, то это значение будет выбираться таким, чтобы максимизировать апостериорную вероятность реальных наблюдений.

Рассматривая проблему априорной вероятности, Джеффрис обсуждает случай, когда мы должны оценивать вероятности, для которых вообще нет наблюдательных свидетельств. Вся информация – это общие положения теории. Джеффрис ищет систему, которая в подходящих случаях даст закону вероятность, близкую к 1. Но число законов, которыми мы можем описать фактический материал, первоначально может быть бесконечным, и поэтому первоначальная вероятность каждого закона будет нулевой. Но тогда, делает вывод Джеффрис, апостериорные вероятности законов должны быть пропорциональны элементам множества, каждый из которого содержит нулевой множитель, и ситуация становится полностью неопределенной.

Для решения проблемы Вринч и Джеффрисом в 1921 г. [51] развит следующий подход. Предлагается даже в отсутствии вообще какой-либо наблюдательной информации полагать все вероятности законов отличными от нулевой, с условием, что они могут образовывать сходящиеся ряды с суммой 1. Также необходимо введение понятия простоты закона. Первоначально считаем, что наблюдаемые величины постоянны. Если такое предположение не проходит, проверяем линейную зависимость, если и это не подходит, проверяем квадратичную форму и так далее. Для любого закона, выражаемого дифференциальным уравнением, и поэтому, считает Джеффрис, любого закона классической физики можно придать конечное число сложности закона и тем самым определить его место во множестве вероятных гипотез. В качестве примера Джеффрис рассматривает закон гравитации. Он замечает, что можно объяснить координаты наблюдений планет точно подходящими элементами орбит только в случае не очень большого количества наблюдений. В случае, если число наблюдений больше  $7n$ , где  $n$  – число планет, абсолютно точного соответствия будет получить невозможно. Вступят ошибки наблюдений. Действительная величина ошибки при каждом наблюдении непредсказуема, и необходимо сделать какое-то предсказание их.

Джеффрис пишет, что первоначально любой процесс можно рассматривать как случайные вариации, но, продолжая изучение, станет видно, как изменения каких-либо величин можно объяснить на основании расчетов, проведенных на базе иной информации. «Таким образом, – заключает он, – действительно научный метод состоит в последовательном приближении к вероятным распределениям. Их связь с тем, что философы называют реальностью, – дальнейший вопрос, но, я думаю, не важный как научный.

Теория ведет к правилам значимости для внесений изменений в законы, включая введение в них новых параметров.

Они обычно аппроксимируются выражением:

$$K = \frac{P(q|\Theta p)}{P(q'|\Theta p)} = (An)^{1/2} \exp\left(-\frac{a^2}{2S_a^2}\right).$$

Здесь  $q$  – гипотезы, что новый параметр  $\alpha$  равен нулю, т.е. что предыдущий закон не нуждается в альтерации;  $q'$  – гипотеза, что  $\alpha$  необходима, имеющая значимость, оцениваемую по результатам наблюдений;  $a$  и  $S_a$  – оценки  $\alpha$  и ее стандартной ошибки, сделанные методом наименьших квадратов;  $n$  – число наблюдений;

$A$  – константа, обычно близкая к 1. Если  $a < S_a$ , множитель  $n^{1/2}$  делает  $K > 1$ , и старая теория поддерживается; но с обычным числом наблюдений, если  $a > 2S_a$  или  $3S_a$ ,  $K < 1$ , и новый закон поддерживается. Использование теста такого рода имеет, конечно, первостепенное значение для того, чтобы установить число необходимых наблюдений. На самом деле это не часто делается физиками; но благодаря, главным образом, работе Фишера (с которым я не всегда согласен) биологи обычно делают это, но различными методами. Я однажды заметил Фишеру, что почти во всех практических приложениях мы должны быть в согласии и что, когда мы расходимся, мы оба должны быть полны сомнений.

Для многих целей достаточен грубый тест, а именно  $\chi^2$  критерий Пирсона. Если мы имеем  $n$  независимых измерений, скажем  $x_r = \pm \sigma_r$ ,  $\chi^2 = \sum x_r^2 / \sum \sigma_r^2$ . Их ожидание  $n$ , и оно обычно лежит между  $(n \pm \sqrt{n})$ . Если  $m$  параметров подобраны так, чтобы соответствовать данным, и рассчитанные значения  $a_r$ , соответствующие им, найдены, мы можем взять взамен

$$\chi^2 = \sum \frac{(x_r - a_r)^2}{\sigma_r^2};$$

и это повлечет то же самое правило с  $n$ , замененным на  $v = n - m$ . Когда  $\chi^2$  лежит далеко вне пределов  $v \pm \sqrt{(2v)}$ , имеет место значительное отличие от гипотезы. Только когда оно незначительно выходит за пределы, требуется более детальный тест.

Я должен сказать, что многие статистики полагают, что вероятности имеют отношение только к наблюдениям данных гипотез, и считают вероятности гипотез данных наблюдениями, лишёнными смысла. Если кто-нибудь использует наблюдения для того, чтобы помочь им решить, что гипотеза истина, статистики, как правило, не запрещают ему, но не берут ответственность на себя. Это, я считаю, просто увиливание от того, что нам как ученым необходимо знать» [439, р. 89–90].

Джеффрис также отмечает значительное продвижение в этом научном направлении своего ученика В.С. Хузарбазара и полагает, что его результаты могут быть распространены на проблему значимости. Многие статистики стали пользоваться обратными вероятностями.

Липман как-то сказал Пуанкаре: «Каждый верит в нормальный закон для ошибок: экспериментаторы думают, что он доказан математически; математики думают, что он доказан экспериментально.

Да, удивительно, существует теорема о том, что сумма любого числа независимых нормально распределенных величин сама распределена нормально, и обратная ей теорема. Показано также, что при весьма общих условиях композиция большого числа не нормальных компонент представляет приближенно нормальное распределение» [634, с. 238].

Более того, согласно центральной предельной теореме закон распределения суммы независимых случайных величин (при достаточно общих условиях) с ростом числа слагаемых, независимо от вида законов распределения слагаемых, стремится к нормальному закону.

Однако если эти случайные величины не независимы, то нормального распределения, вообще говоря, не будет.

По гипотезе элементарных ошибок Хагена и Бесселя, суммарная ошибка астрономического или физического измерения представляется суммой большого числа взаимно независимых элементарных ошибок. Тогда суммарная ошибка должна быть распределена также нормально:

$$P(dx | \lambda, \sigma, H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \lambda)^2}{2\sigma^2}\right) dx.$$

Но Джеффрис утверждает [439, р. 91], что распределение  $x$  часто лучше согласуется с законом Пирсона типа VII:

$$P(dx | \lambda, \sigma, H) = \frac{m!}{(2\pi M)^{1/2} (m - 3/2)!} \left\{ 1 + \frac{(x - \lambda)^2}{2M\sigma^2} \right\}^{-m} dx,$$

где  $M = (m - 1/2)^3 / m^2$  ( $1/2 < m < \infty$ ).

Это распределение, как видно, приближается к нормальному закону, когда  $m \rightarrow \infty$ .

Еще в конце 30-х годов XX в. Джеффрис сделал вывод, что в качестве всеобщего закона ошибок вместо нормального закона чаще лучше использовать распределение Пирсона VII типа с индексом  $m = 4$  [240], [263], особенно если число наблюдений превышает 500.

Этот вывод Джеффриса подтверждается в работах ряда исследователей, в том числе украинского математика и астронома И.В. Джунь, обработавшего огромные по объему материалы наблюдений советской и международной служб полюса [614]. Но и во многих других случаях при обработке длинных рядов высокоточных наблюдений И.В. Джунь находит свидетельства в пользу утверждений Джеффриса [615], [616], [617].

К. Аки и П. Ричардс в своем фундаментальном труде «Количественная сейсмология» отмечают:

«Классическим примером негауссовского распределения является распределение невязок времен пробега, полученных Джеффрисом при создании Таблиц Джеффриса–Буллена. Он использовал взвешенное среднее с весом, зависящим от отклонения каждого наблюдаемого значения  $d_i$  относительно среднего для данного пункта наблюдения» [603, с. 668 ].

«Если данные содержат ошибки, не подчиняющиеся распределению Гаусса, то метод наименьших квадратов теряет силу. Если мы хотим одно среднее значение данных  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) и предполагаем, что невязка имеет распределение с плотностью вероятности вида

$$F(t) = \frac{1 - \varepsilon}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\bar{t}t)^2}{2\sigma^2}\right] + \varepsilon g(t),$$

где первый член, очевидно, гауссово распределение со средним значением  $\bar{t}$  и дисперсией  $\sigma^2$ , а  $g(t)$  – медленно изменяющаяся функция, учитывающая плавное спадание распределения времен пробега,  $\varepsilon$  – очень малая величина. Тогда оценка среднего значения по принципу максимального правдоподобия есть средневзвешенное  $\bar{t} = \Sigma W_i t_i / \Sigma W_i$ , где весовая функция  $W_i$  для наблюдаемого времени прихода  $t_i$  дается выражением

$$W_i = 1 / \{1 + \mu \exp[(t_i - \bar{t}) / 2\sigma^2]\},$$

где  $\mu$  – отношение остаточной амплитуды к максимальной амплитуде  $f(t)$ » [603, с. 604].

Джеффрис отмечал в сейсмограммах значительное отклонение от нормального закона. В своей монографии «Земля» он писал [1, с. 132]:

«Уже в начальной стадии работ по пересмотру таблиц стало ясно, что для существенного продвижения вперед необходимо главным образом разработать лучшую методику сопоставления наблюдений по сравнению с применявшейся до сих пор. Поэтому наряду с сейсмическими работами исследовались основы научных методов обработки данных и разрабатывалась теория вероятностей [6]. В текущем столетии в этом вопросе достигнуты значительные успехи, в особенности К. Пирсоном и Р. Фишером (главным образом для целей биологии). Однако оказалось, что с сейсмологией связан ряд еще неисследованных задач (не считая анализа существенных отклонений от нормального закона ошибок, основы которого были заложены Фишером).

Наиболее обычной задачей, по-видимому, является сглаживание эмпирических табличных значений, когда предполагается, что истинные значения не согласуются ни с какой заранее заданной математической функцией. Наблюдаемые значения по необходимости несогласованы вследствие ошибок наблюдений. Возникает вопрос, в какой степени можно сгладить имеющиеся значения, не сглаживая, вместе с тем, некоторых истинных аномалий, обуславливающих отклонения. Решение этой задачи [6, р. 171–175] должно получить гораздо более широкое применение. В то время как биологи обычно могут представить свои опыты в таком виде, что сравнительно простой анализ результатов показывает их истинную ценность, для сейсмолога такое представление невозможно, и возникает необходимость в разработке приближенных методов. Тем самым значительно расширились бы критерии достоверности результатов».

Так, Джеффрис на основе своей методики обработки времен пробега сейсмических волн от близких землетрясений нашел указание на истинные различия скоростей в разных районах, а подобные различия у поверхностных волн привели его к заключению о значительном различии между фундаментом под континентами и океанами [1, с. 132–133]. Периоды свободных колебаний Земли оцениваются методами гармонического анализа сейсмограмм. Проблеме уточнения таких оценок статистическими методами посвящена работа Джеффриса [392]. Им же исследовались систематические ошибки при анализе гравиметрических данных. Он нашел, что гравитационные аномалии в свободном воздухе систематически увеличиваются с высотой в некоем ограниченном регионе [273], [290]. На основе обработки громадного материала гравиметрических измерений Джеффрис пытался оценить две и три гармоники в разложении гравитационного поля по сферическим функциям. С развитием космонавтики, по данным ИСЗ, такие разложения получены с высокой точностью для очень большого числа гармоник.

Джеффрис не согласен с мнением, что стандартная ошибка – это окончательная оценка точности. Он аргументирует свою точку зрения тем, что, во-первых, оно основывается на гипотезе, что значительные отклонения редки. Но ведь значения ошибок при предыдущих наблюдениях не дают дополнительной информации об ошибке в новом наблюдении. Однако условия наблюдения могут быть такими, что составная часть ошибки может быть предсказуема для всех наблюдений, по данному ее значению – для одного наблюдения. Именно ее Джеффрис и считает систематической ошибкой. Как он справедливо замечает, ее можно

определить или по сравнению с другими наблюдениями, или путем ее расчета. Джеффрис критикует распространенное среди экспериментаторов мнение о том, что они знают, с какой точностью работают, и из этих соображений устанавливают пределы ошибки. Мнение о том, что эта ошибка больше (шире) стандартной ошибки, хотя и довольно распространенное, Джеффрис считает ошибочным.

Джеффрис рассмотрел и более тонкий вид отклонения от случайности, который Саймон Ньюкомб (1835–1909) называл полусистематической ошибкой. Она связана, по его терминологии, с внутренней корреляцией. Джеффрис напоминает о ее исследовании, проведенном Карлом Пирсоном еще в самом начале XX в. [559]. Им был предложен метод определения постоянной систематической ошибки и показано, что имеется переменная часть ошибки, которая имеет тенденцию повторяться в нескольких последовательных наблюдениях.

Ошибки подобного типа Джеффрис называет «основной» неприятностью, так как вся теория метода наименьших квадратов опирается на постулат независимости ошибок. Конечно, сравнением групп наблюдений, как в случае Пирсона, можно снизить неопределенность. Но иногда, как в случае вариации широт, отклонение от случайности есть основная часть процесса, и, по мнению Джеффриса, для его изучения требуется специальная методика.

В 1968 г. Джеффрис применил к 70-летним сериям наблюдений за колебаниями оси Земли методику использования коррелятивных связей, впервые примененную к солнечным пятнам [598]. Незвестными у Джеффриса были свободный период и затухание. Корреляция между ошибками вводилась методом сравнения.

\* \* \*

Работы Гарольда Джеффриса по теории вероятностей были связаны, как мы уже отмечали, с его исследованиями в области эпистемологии научного познания. И в начале его научного творчества преобладали исследования общеметодологического характера, подытоженные в монографии «Научный вывод» [3]. В ней Джеффрис пытается ответить на вопрос, которым задается рано или поздно любой исследователь, – как так получается, что мы можем вывести из эмпирических данных теории или построить на их основе модели, которые одинаково хорошо объясняют наблюдения, которые уже были сделаны, но также и те, которые еще только предстоит совершить? Как может получиться, что в моделях, отражающих наблюдательные данные, имеются сво-

бодные параметры, по числу не совпадающие с числом наблюдений? И не является ли возможность предсказания свидетельством успеха научного метода в целом?

Джеффрис начал свою монографию предложением: «Основная проблема этой работы состоит в вопросе о природе вывода от эмпирических данных до предсказания результатов экспериментов, которые могут быть проведены в будущем» [3].

Первоначально Джеффрис сотрудничал по этой проблематике с Дороти Вринч. Они высказали две идеи, которые впоследствии развивались Джеффрисом. Это то, что некая априорная вероятность закономерности необходима, если она подтверждается наблюдательными данными. И что определение вероятности в понятиях предела последовательности ряда испытаний некорректно, потому что нет доказательств существования такого предела для эмпирических последовательностей.

Джеффрисом и Вринч также дано обоснование методу максимального правдоподобия и так называемому закону наипростейшей формы [3], который позднее стал называться принципом Джеффриса–Вринч [600]. Основным методологический вывод Джеффриса состоял в том, что мы не можем делать определенные выводы из наблюдений, скорее мы можем делать заключения, которым мы придаем большую или меньшую степень доверия (достоверности). Он утверждал, что степень доверия формирует определенные последовательности, и поэтому это означает возможность численной оценки этого доверия. Вероятности, по мнению Джеффриса, не определяются статистическими рядами или свойствами гипотетической бесконечной первичной генеральной совокупности как большое каноническое распределение Гиббса. Идею вероятности Джеффриса часто сравнивают с похожим представлением Кейнса [522], но все же имеется много различий в их подходах. Аксиоматику Джеффриса и ее соотношение с классической мы уже ранее обсуждали. Она, а также понятие обратной вероятности и принцип правдоподобия составляли содержание первой главы монографии Джеффриса «Теория вероятности» [6]. Из принципа максимального правдоподобия, который, по Джеффрису, формулируется так: пусть гипотеза дает значение некоего параметра в законе, то тогда это значение следует выбирать так, чтобы максимизировать апостериорную вероятность реально сделанного наблюдения. В первой главе выводятся два важных следствия. Во-первых, показано, почему повторение наблюдений могут увеличивать степень вероятности гипотез, и, таким образом, этот принцип показан как краеугольный камень научного вывода. Во-вторых, апостериорная вероят-

ность во многих случаях, особенно когда число наблюдений велико, будет достигать своей максимальной величины, почти такой же, как и максимум правдоподобия. Тогда лучшей оценкой гипотезы будет та, для которой вероятность правдоподобия максимальна, часто определяемая методами достаточных статистик.

Главное отличие подхода Джеффриса от подходов Неймана и Фишера состояло в том, что последние строили теорию вероятностей и научный вывод, основываясь исключительно на свойствах наблюдений и без какого-либо влияния априорных вероятностей гипотез. Такой подход Джеффрис рассматривает как нелогичный и не соответствующий реальному процессу научного познания.

Во второй главе монографии Джеффрис излагает методы расчета вероятностей гипотез. Он приводит биномиальное и мультиномиальное распределения Пуассона и более общие формы, предложенные Карлом Пирсоном. Рассматриваются также центральная предельная теорема,  $\chi^2$  распределение и  $t$  и  $z$  распределения Стьюдента и, конечно, различные типы распределений Пирсона.

В третьей и четвертой главах приводятся, в соответствии с принципом обратной вероятности, методы оценивания, выполняемые путем расчетов величин параметров, которые максимизируют апостериорную вероятность.

На примерах, иллюстрирующих применение развитых им принципов, Джеффрис подчеркивает значение достаточных статистик, где это возможно.

Подытоживая, можно сделать вывод, что Джеффрис заложил основы самой общей аксиоматики теории вероятностей и детально развил вытекающие из нее следствия и подходы математической статистики. Гарольд Крамер в своей фундаментальной монографии «Математические методы статистики» так оценил его вклад:

«В коренной оппозиции к описанным выше направлениям (классическим. – А.К.) стоит более общая концепция теории вероятностей – теория степеней правдоподобия, представляемая, например, Кейнсом [522] и Джеффрисом [6]. Согласно этой теории в ее наиболее развитой форме, данной Джеффрисом, каждое предложение имеет вероятность, выражаемую числом. Так, например, можно было бы выразить численно степень “практической несомненности” будущего согласия некоторой математической теории с опытными данными. Подобным же образом должна была бы существовать определенная численная вероятность истинности всякого утверждения, вроде “Железная маска” был

братом Людовика XIV”, “нынешняя европейская война закончится в течение года” (написано в 1942–1944 гг. – А.К.) или “на планете Марс существует органическая жизнь”. Вероятности такого рода не имеют непосредственного отношения к случайным экспериментам и не имеют, очевидно, частотной интерпретации» [634, с. 172–173]

Однако Джеффрис не был совершенно одинок в таком своем подходе к теории вероятностей. Почти одновременно с ним на той же основе теорию вероятностей выстраивает итальянский математик Бруно де Финетти. В работе [489] середины 1970-х годов итальянский математик признает неоспоримость основных положений Джеффриса. В ней он углубляется в аксиоматические теории, но практические приемы оценивания значимости и т.п. разработаны не так полно, как у Джеффриса.

Как мы уже отмечали, подход Джеффриса нашел понимание у экономистов и плодотворно применялся [599], [600]. Можно ожидать, что он будет все шире использоваться в самых различных областях знания, от теории ошибок до статистических методов в гуманитарных науках.

### Сейсмология

Большинство работ Г. Джеффриса относятся к области сейсмологии. Когда он начал свою научную деятельность в этом направлении в начале 20-х годов XX в., сейсмология как наука находилась на начальном этапе становления. Приборы, отмечающие толчки землетрясений, были известны еще в XII–XIII вв. Однако конструкция первого надежного сейсмографа была предложена только в конце XIX в. английским профессором Джоном Милном (1850–1913), более 20 лет проработавшим в Токийском императорском колледже. В Японии, стране с высокой сейсмичностью, всегда был повышенный интерес к проблемам землетрясений. Сейсмограф Милна стал результатом его деятельности в качестве эксперта государственной службы Японии по прогнозу землетрясений. Его использование в Японии способствовало и систематизации количественных характеристик землетрясений.

В 1883 г. Джоном Милном было сделано предположение о том, что с помощью подходящих инструментов любое сильное землетрясение, вероятно, можно зарегистрировать в любой точке земного шара. К началу 80-х годов XIX в. появились первые сейсмографы. Первая автоматическая запись землетрясения в Токио 25 июля 1880 г. была сделана в Японии сейсмографом Вагенера. Грей, Милн, Котт, Юинг внесли усовершенствования в конструкцию сейсмографов, и они стали регистрировать колебания не только в вертикальном, но и в двух горизонтальных направлениях и автоматически записывать их на движущейся фотографической бумаге. А японские сейсмологи Секийя и Омори, сопоставив показания сейсмографов на поверхности земли и в штольне на глубине 6 метров, выявили их хорошее совпадение, особенно при сильных землетрясениях [642, с. 365]. Важнейшим моментом в развитии наблюдательной сейсмологии явилось установление совпадения с одновременной регистрацией сейсмических волн в Потсдаме и Вильгельмсхавене в Германии и сильным землетрясением в Токио, произошедшем в 2<sup>h</sup>7<sup>m</sup> 18 апреля 1889 г. Е. Ребер-Пашвитцем был сделан вывод, что возмущения, замеченные в Германии, были действительно результатом землетрясения в

Токио. Предсказание Джона Милна сбылось, и в изучении недр Земли, говоря словами известного американского сейсмолога Брюса Болта, «новая эра началась» [605, с. 16]. Тогда была получена первая идентифицированная запись колебаний почвы, источником которых было землетрясение на противоположной стороне Земли [570, р. 294–295].

В 1897 г. один из основателей сейсмологии Ричард Диксон Олдгем (1858–1936), работавший тогда в Геологической службе Индии, выявил на сейсмограммах удаленных землетрясений три отдельные волны, которые последовательно следуют друг за другом [554]. Тогда они получили название соответственно первичных ( $P$ ) и вторичных ( $S$ ) предварительных колебаний и больших (длиннопериодных) волн. Джон Милн построил для некоторых землетрясений графики зависимости времен пробега предварительных колебаний и больших волн от расстояния, пройденного ими от эпицентра до сейсмографа. Он предположил, что расстояние до эпицентра землетрясения можно оценить, измеряя интервал времени между предварительными колебаниями и большими волнами. Тогда при определении этих интервалов, хотя бы на трех сейсмических обсерваториях, местоположение эпицентра получается на пересечении проведенных на глобусе дуг, соответствующих этим интервалам. Для широкого применения этой методики (метод определения координат эпицентров по данным удаленных обсерваторий используется и в наши дни) требовалось большое количество сейсмических станций, расположенных в самых различных местах земного шара. По инициативе Милна Сейсмологическая комиссия, образованная в 1896 г. Британской ассоциацией содействия науке, создала первую глобальную сеть сейсмических станций. В 1903 г. основана Международная сейсмологическая ассоциация (МСА) и повышены требования к качеству записей сейсмических колебаний и стандартам публикуемых станциями бюллетеней. Многие сейсмические станции стали приводить не только времена вступлений первичных и вторичных волн, но и амплитуды  $P$ ,  $S$  и других волн, что впоследствии позволило Гутенбергу и Рихтеру использовать эти данные для оценки магнитуд большого количества землетрясений. С 1918 г. начался выпуск Международной сейсмологической сводки (МСС), содержащей данные, присылаемые всеми станциями мировой сети.

Необходимо отметить вклад в мировое развитие науки русской сейсмологической школы, основанной ординарным академиком Петербургской Императорской академии наук князем Борисом Борисовичем Голицыным (1862–1916). Организацион-

ное оформление она получила, когда Сейсмологическая комиссия при Британской ассоциации содействия развитию науки обратилась в Петербургскую академию наук с предложением принять участие в Международных сейсмологических наблюдениях.

В этой связи Академия учредила Комиссию по организации наблюдений над сейсмическими явлениями, первое заседание которой состоялось 4 февраля 1889 г.

На I Ассамблее Международного сейсмологического союза, состоявшейся в Страсбурге в апреле 1901 г., Россию представляли генерал-майор Военно-топографического отдела Главного штаба И.И. Померанцев и профессор Юрьевского университета Г.В. Левицкий. Г.В. Левицким был на этом форуме поставлен вопрос об установлении единой шкалы для оценки силы землетрясения. Здесь в основном были представлены доклады, посвященные теории сейсмических наблюдений.

Сейсмологическая комиссия ходатайствовала перед правительством о присоединении России к Международной сейсмологической ассоциации и выдвинула в ее Постоянную комиссию Г.В. Левицкого. 3 января 1905 г. Государь Император утвердил присоединение России к МСА.

В 1906 г. Б.Б. Голицын в подвале Пулковской обсерватории завершил оборудование сейсмической станции, где использовался горизонтальный аperiодический маятник системы Голицына с оптической и электромагнитной регистрацией. В 1907 г. Б.Б. Голицын вместе с Г.В. Левицким участвовали в I Общем собрании МСА, состоявшемся в сентябре в Гааге. На нем была образована Комиссия для разработки программы исследования новых инструментов, в которую был включен Б.Б. Голицын. Большой интерес вызвал доклад Э. Вихерта об использовании сейсмограмм для определения внутреннего строения Земли. Во многом предложенная им гипотеза согласовалась с его же гипотезой внутреннего строения, выдвинутой в 1887 г., на основе оценки момента инерции Земли. Он оказался заметно меньше 0,4, что служило однозначным свидетельством значительного возрастания плотности к центру нашей планеты. По гипотезе Вихерта Земля состоит из оболочки однородной плотности, лежащей на также однородном ядре. Оболочка предполагалась каменной, а ядро – железным.

Председатель МСА, член Лондонского королевского общества, профессор Артур Шустер (1851–1934) отметил сейсмометры Голицына как лучшие и рекомендовал иметь их на всех сейсмических станциях, так как инструменты одинаковой конструкции представляют сопоставимые результаты.

К 1911 г., когда Б.Б. Голицын вместе с Г.В. Левицким и А.Я. Орловым представлял Россию в числе 18 государств, участвовавших в заседании МСА в Манчестере, сейсмографы его конструкции были установлены на станциях в Париже и Шотландии и заказаны также для Брюсселя, Страсбурга и Франкфурта. Выдающаяся роль русской сейсмологической школы и лично заслуги Б.Б. Голицына получили международное признание, что нашло выражение в его избрании 21 июля 1911 г. председателем МСА. В золотой фонд науки вошли его изобретения и теоретические обобщения. Изобретенный им сейсмограф с электромагнитным затуханием дал возможность регистрировать смещения почвы порядка нескольких микрон, обеспечив запись отдаленных или слабых толчков. Введение гальванометрического способа записи сейсмических колебаний допускает как их фиксацию на фотобумаге, так и телеметрическую регистрацию.

Применение сконструированных Голицыным вертикальных сейсмографов позволяло судить о характере первой волны, что важно при определении координат эпицентра. Сейсмографы системы Голицына – вертикальные и горизонтальные – позволяли сравнивать соответствующие составляющие колебаний. Б.Б. Голицын получил предварительную картину строения верхних слоев земной коры. Им были предложены методы определения основных параметров сейсмических волн, угла выхода сейсмических лучей, определение координат эпицентра землетрясения по записям одной удаленной станции, разрабатывались другие важные вопросы теоретической сейсмологии.

Несмотря на то что теоретически объемные продольные ( $P$ ) и поперечные ( $S$ ) волны были открыты Пуассоном еще в 1829 г. при развитии теории упругости [564], [565], когда в марте 1881 г. в Токийском университете с помощью горизонтального маятника были получены первые сейсмограммы местного землетрясения, Дж.А. Юинг и Джон Милн спорили о природе первой группы волн: волны ли это сжатия или сдвига? Понимание приходило постепенно.

Продольные волны ( $P$ ) являются волнами сжатия–разряжения и связаны с изменением объема, при котором движение элементов среды происходит вдоль направления распространения возмущения, так что у этого типа волн поляризация отсутствует. Поперечные волны ( $S$ ) являются волнами сдвига, при которых деформации происходят без изменения объема. Колебания элементов среды имеют составляющую, перпендикулярную направлению возмущения, и поэтому они обладают поляризацией и

не могут распространяться в жидких и газообразных средах, им необходим модуль сдвига  $\mu$ , отличный от нуля.

Скорости объемных волн выражаются через модули упругости

$$v_p = \sqrt{[k_s + (4/3)\mu]/\rho} \text{ и } v_s = \sqrt{(\mu/\rho)},$$

где  $k_s$  – объемный или адиабатический модуль всестороннего сжатия,  $\mu$  – модуль сдвига,  $\rho$  – плотность среды в данной точке.

Продольные и поперечные волны первым правильно идентифицировал на сейсмограммах Ассамского землетрясения 12 июня 1887 г. Олдгем в 1899 г. как первичные ( $P$ ) и вторичные ( $S$ ) предварительные колебания [555]. До этого многие исследователи принимали за  $S$ -волны поверхностные волны и пропускали их истинные вступления. Скорее всего, это было связано со слабым затуханием использовавшихся тогда сейсмографов. Олдгем установил, что  $P$ - и  $S$ -волны распространяются сквозь недра Земли, а большие (низкочастотные) волны распространяются вблизи поверхности. До 1907 г. оба типа поверхностных волн не различались, они давали длинную серию больших длиннопериодных волн, так называемые большие волны. Эти волны теоретически изучались Рэлеем в 1885 г. [568] и Лявом в 1911 г. [544]. В волне Рэлея смещение частиц почвы лежит в вертикальной плоскости и сами частицы описывают эллипс, двигаясь против часовой стрелки и как бы накатываясь на источник волны. В волне Лява смещение частиц почвы происходит в горизонтальной плоскости перпендикулярно к направлению распространения волны. Поверхностные волны называли волнами  $L$ , а после их разделения на волны Рэлея и Лява соответственно  $LR$  и  $LQ$  (от немецкого *querwellen* – поперечные волны). В волнах этого типа амплитуда максимальна на поверхности и экспоненциально убывает с глубиной. Поэтому с помощью поверхностных волн можно зондировать Землю до глубин, составляющих приблизительно одну треть их длины волны. И так как длины поверхностных волн, возбуждаемых землетрясениями, составляют от десятков до многих сотен километров, то с их помощью можно исследовать наружные слои Земли до глубин в сотни километров.

Чтобы понять суть следующего открытия Олдгема в сейсмологии – ядра Земли, напомним, что годографом называют экспериментально определяемые времена пробега сейсмических волн  $T$  как функции эпицентрального расстояния  $\Delta$  (расстояние, выраженное в градусах или километрах по дуге большого круга между эпицентром землетрясения и принимающим колебания сейсмографом; на Земле  $1^\circ$  соответствует приблизительно 111 км). Очевидно, что объемные волны, регистрируемые сейсмометром,

проходят тем глубже в недрах Земли, чем больше эпицентрального расстояние. Поэтому функция  $T = T(\Delta)$  связана с распределением скорости с глубиной  $v(z)$ , ( $z$  – глубина), и так как скорости сейсмических волн определяются параметрами среды, то  $v(z)$  отражает внутреннее строение нашей планеты. Первая таблица времен пробега волн  $P$  и  $S$  была составлена Олдгемом. Он обратил внимание на то, что с увеличением эпицентрального расстояния времена пробега увеличиваются медленнее, чем это было бы в однородной сфере. Олдгем заключил, что скорости объемных волн заметно увеличиваются с глубиной. Это обстоятельство, кстати, было основным аргументом против отождествления поверхностных волн, распространяющихся по поверхности с постоянной скоростью, с фазой  $S$ . Если бы скорости объемных  $P$ - и  $S$ -волн были постоянными и не зависели от глубины, то сейсмические лучи представляли бы собой прямолинейные отрезки. Вследствие же возрастания  $v_p$  и  $v_s$  с глубиной, реальные сейсмические лучи искривлены, т.е. Земля ведет себя по отношению к ним как линза.

В 1906 г. Олдгем изучал сейсмограммы, полученные вблизи антицентра (противоположной эпицентру землетрясения точки на поверхности земного шара), и заметил, что времена пробега  $P$ -волн намного больше тех, какие можно согласовать с временами пробега для  $\Delta = 90^\circ$ . Для объяснения такого поведения  $T(\Delta)$  Олдгем предположил существование центральной области в Земле, где скорости волн намного меньше, чем непосредственно у ее внешней границы [556]. Во введении к этой статье он писал:

«В различные времена было предложено множество теорий строения Земли: вещество центральной области предполагалось поочередно огненным, жидким, твердым и газообразным до тех пор, пока геологи не отвернулись в отчаянии от этого предмета и не склонились к решению ограничиться изучением внешней коры Земли, оставив ее центр для развлечения математикам.

Целью данной статьи не является преподнесение очередной умозрительной идеи, а, наоборот, вынесение вопроса о недрах Земли, по крайней мере частично, из области догадок в область знания, благодаря методу исследования, который вложил в наши руки современный сейсмограф. Как спектроскоп открыл новую эру в астрономии, позволив астрономам определять некоторые компоненты, из которых состоят далекие звезды, так и сейсмограф, записывая неощутимые движения далеких землетрясений, позволяет нам заглядывать в Землю и определять ее природу почти с такой же высокой степенью достоверности, как если бы мы проложили туннель в глубины Земли и, продвигаясь по нему,

отбирали образцы вещества» [556, р. 456]. Олдгем определил запаздывание «вторых фаз» ( $S$ -волн) на 10 мин при расстоянии  $130^\circ$ . Для его объяснения он предложил гипотезу, что  $S$ -волны прошли через центральное ядро, в котором их скорость примерно в два раза меньше, чем в окружающих его слоях. Оценку размера ядра Олдгем сделал в предположении прямолинейного распространения сейсмических волн в недрах Земли. По его гипотезе волны, выходящие на расстоянии  $120^\circ$ , не проникают в ядро, а сильное уменьшение амплитуды волн, выходящих на расстоянии  $150^\circ$ , свидетельствует о том, что они глубоко проникают в ядро. Сегодня мы знаем, что  $S$ -волны не проходят через ядро, а регистрируемые с опозданием вторые фазы на расстояниях более  $130^\circ$  являются отраженными  $S$ -волнами (фазами  $SS$ ), распространяющимися только в мантии. Поэтому, конечно, оценка размеров ядра в  $0,4 R$  Земли или 2550 км, сделанная Олдгемом, была очень приблизительной и имеет исключительно историческое значение.

Работа по составлению времен пробега была продолжена в Геттингене К. Цёпритцем, собравшим данные по регистрации трех крупных землетрясений (Индия, 4 апреля 1905 г.; Калабрия, 8 сентября 1905 г.; Калифорния, 18 апреля 1906 г.), наблюдавшихся на эпицентральных расстояниях от  $10$  до  $100^\circ$ , и проэкстраполировавшим свои результаты до  $117^\circ$  [602]. Несколько позднее оксфордский сейсмолог Х. Тёрнер обобщил эти данные, сведя их в таблицу и проэкстраполировав до  $150^\circ$ . Так были получены первые таблицы времен пробега сейсмических волн.

В первое десятилетие минувшего века методами сейсмологии была открыта и кора Земли. Андреа Мохоровичич, работавший на сейсмической станции в Загребе, изучая сейсмограммы землетрясения в долине Кулпа в Хорватии, произошедшего 8 октября 1909 г., обнаружил на них по два различных вступления  $P$ - и  $S$ -волн. Первая пара была идентифицирована с фазами, выявляемыми на больших расстояниях. Вторая пара, которую сейчас обозначают  $P_g$  и  $S_g$ , наблюдается только вблизи эпицентра. На больших расстояниях их обгоняют менее интенсивные, но более быстрые  $P$ - и  $S$ -волны, так что на одной сейсмограмме можно выделить четыре вступления, но далее  $P_g$  и  $S_g$  затухают.

На этом материале Мохоровичич строит гипотезу, что если очаг землетрясения находится в верхнем слое земной коры, то  $P_g$  и  $S_g$ -волны распространяются от него прямо к сейсмографу, а  $P$ - и  $S$ -волны преломляются в нижнем слое, где скорости распространения сейсмических волн больше, и затем вновь преломляются в сторону поверхности. Его гипотезу подтверждал и резкий

изгиб кривой годографа  $P$ -волны на расстоянии  $\sim 200$  км, т.е.  $\sim 2^\circ$ , который также можно интерпретировать наличием резкой скоростной границы на глубине  $\sim 50$  км. Она отделяет земную кору от подстилающей ее мантии или оболочки, как ее всегда именовал Джеффрис.

Похожие особенности наблюдали позднее ассистенты Э. Вихерта С. Мохоровичич и Б. Гутенберг на сейсмограммах двух землетрясений в окрестностях Штутгарта 16 ноября 1911 г. и 20 июля 1913 г. Модели распределения скоростей, полученные ими с использованием различных методов и данных, подтверждали гипотезу А. Мохоровичича. Граница, названная в честь последнего разделом Мохоровичича, или кратко – Мохо (М), существует повсеместно, но располагается на различных глубинах.

В 1914 г. Б. Гутенберг сделал новое определение размеров ядра Земли на основе уже достаточно многочисленных значений времен пробега сейсмических волн. Он получил, что сейсмическая граница между мантией (оболочкой) и ядром лежит на глубине 2900 км с ошибкой  $\pm 50$  км [497, р. 125–176] Это очень хороший результат, современные оценки отличаются от значения Гутенберга не более чем на несколько километров.

Российский геофизик В.Н. Жарков так оценивает результат Гутенберга: «Эта граница не имеет специального названия, хотя с полным основанием ее можно назвать границей Гутенберга, или границей Г. Граница мантия – ядро является наиболее резкой границей раздела в недрах Земли. Она сильно отражает объемные  $P$ - и  $S$ -волны и сильно преломляет  $P$ -волны» [618, с. 15].

Вот как сам Джеффрис характеризует ситуацию, сложившуюся в сейсмологии ко времени, когда он сам приступил к научным исследованиям:

«Таким образом, к 1914 г. с помощью сейсмологии были установлены общая картина строения Земли и приблизительные скорости распространения волн  $P$  и  $S$ . В основном результаты исследований показали постепенное увеличение скорости волн  $P$  примерно от 8 км/с близ поверхности до 13 км/с на полпути к центру с последующим резким падением примерно до 9 км/с в ядре. Скорость волн  $S$  возрастала приблизительно от 4,4 км/с до 7,5 км/с, но волны  $S$ , прошедшие через ядро, не были обнаружены. Чтобы объяснить фазы  $P_g$  и  $S_g$ , скорость волн  $P$  у поверхности должна составлять около 5,6 км/с, а волны  $S$  – несколько больше 3 км/с. Существование такого внешнего слоя подтверждалось наличием волн Лява и критерием Лява, по которому должна наблюдаться дисперсия волн Рэлея и Лява. Тем самым становится понятным, почему поверхностные волны вступают в

виде длинного цуга. Как ни странно, но связь обнаруженной поверхностной зоны со строением, которое было предложено по геологическим соображениям Зюссом в книге “Лик Земли”, повидимому, не привлекла в то время внимания» [1, с. 96–97].

Для того чтобы было понятным дальнейшее изложение, необходимо рассказать об обозначениях сложных фаз сейсмических волн, которые возникают при их отражении и преломлении на границах разделов в недрах Земли. Как мы уже знаем, символы  $P$  и  $S$  обозначают отрезки лучей, лежащих в пределах мантии и не испытывавших отражения или изменения своего типа. Падая на границу раздела,  $P$ -волна распадается на преломленную и отраженную  $P$ -волны, но порождает также отраженную и преломленные  $S$ -волны, так как в месте падения волны вещество на границе испытывает не только сжатие, но и сдвиг.

В отличие от  $P$ -волн  $S$ -волны могут быть поляризованы. Если частицы среды перемещаются только в горизонтальной плоскости, то волну обозначают  $SH$ . Если же частицы среды смещаются только в вертикальной плоскости, содержащей направление распространения волны, то ее обозначают  $SV$ . Когда  $SV$ -волна падает на границу раздела под углом, отличным от  $90^\circ$ , возникают и отраженные, и преломленные  $P$ - и  $SV$ -волны. Однако если падающая волна горизонтально поляризована  $SH$ , так что частицы среды движутся параллельно поверхности раздела, то на границе раздела не будет возникать ни сжатий, ни вертикальных смещений. В этом случае  $P$ - и  $SV$ -волны возникать не будут, а будет отраженная и преломленная волны, обе  $SH$  типа. Если  $P$ -волна падает по нормали к границе раздела, то на ней не будет возникать сдвиговых движений и, следовательно,  $SV$ - и  $SH$ -волн, а будет генерироваться лишь отраженная  $P$ -волна. Отметим и такую особенность  $SH$ -волн, что они не интерферируют с  $P$ -волнами и  $SV$ -волнами, вектор смещения которых лежит в плоскости, содержащей луч и перпендикулярной к границе раздела. Отраженные и преломленные волны различных типов называются обменными волнами. Для каждого типа волн, при прохождении границы раздела, отношение синуса угла падения  $i$  к скорости волны  $v$  остается постоянным ( $\sin i/v = \text{const}$ ), тогда угол падения равен углу отражения, и отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению скоростей волн по обе стороны границы раздела. Угол  $e = \pi/2 - i$  и называется углом выхода. Стандартная система обозначений проиллюстрирована на рис. 3.

$P$ -волна и  $S$ -волна, испущенные из очага в сторону земной поверхности, обозначаются  $p$  и  $s$ . Если после первого отражения

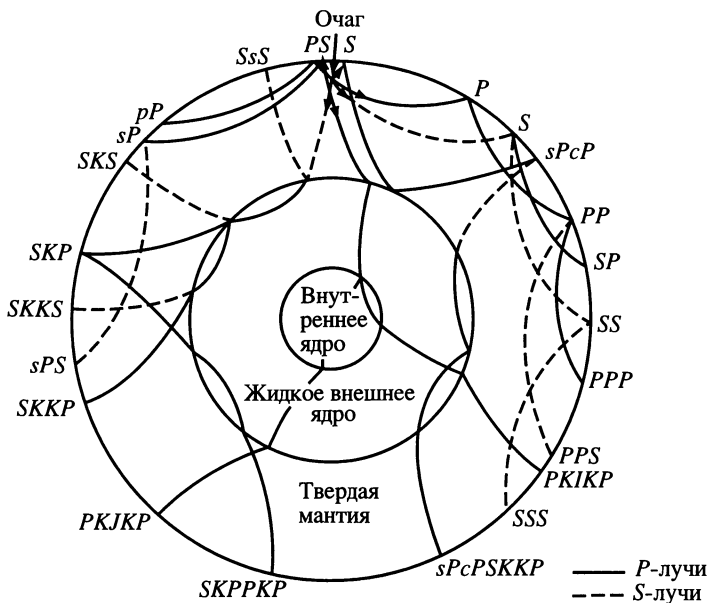


Рис. 3. Классификация фаз сейсмических волн

$P$ -волна останется продольной волной, то будет обозначаться  $PP$ , если перейдет в поперечную, то –  $PS$ . Аналогично для  $S$ -волны будут возникать фазы  $SS$  и  $SP$ . Символы  $s$  и  $i$  употребляются для обозначения отражения вверх соответственно от границы ядро–мантия и от границы внутреннего ядра. Буква  $K$  обозначает отрезок пути  $P$ -волны во внешнем жидком ядре, буквы  $I$  и  $J$  – отрезок пути соответственно  $P$ - и  $S$ -волн в твердом внутреннем ядре. Двукратно отраженные импульсы записываются следующим образом:  $PPP$ ,  $PPS$  ..., а  $PcP$  описывает продольную волну, дошедшую до ядра и отразившуюся от него также в виде продольной. Далекие вступления  $P$ -волн, изучавшиеся Олдгемом, во введенных обозначениях будут выглядеть как  $PKP$ . Для волн при землетрясениях, отразившихся от внешней поверхности  $pP$ ,  $sP$  и др., продольная волна один раз, отразившаяся внутрь от внешней границы ядра –  $PKKP$ , дважды отразившаяся –  $PKKKP$ .

Сейсмические волны не только отражаются и преломляются, но могут и дифрагировать, в частности на ядре Земли.  $P$ - и  $S$ -волны, огибающие границу между мантией и ядром, обозначают диф  $P$  и диф  $S$ . Дифрагированные колебания проявляются за каустической зоной или поверхностью (т.е. поверхностью, огибающей

семейство лучей, испущенных точечным очагом и прошедших через преломляющую среду).

Первой работой Гарольда Джеффриса в области сейсмологии было его совместное с Доротой Вринч исследование сейсмограмм от взрыва химической фабрики в Оппау в долине Рейна близ Манхейма, произошедшего ранним утром 21 сентября 1921 г. [64]. Метеорологическое ведомство тогда заинтересовалось этим явлением в основном с целью изучения распространения звуковых волн, но собирало и другие материалы, связанные со взрывом, в частности, его регистрацию на различных сейсмических станциях. Впоследствии директор Метеорологического ведомства Шоу, знавший Джеффриса, позволил ему и Вринч использовать имевшиеся в ведомстве сейсмограммы. Ими было значительно уточнено значение скоростей  $P$ - и  $S$ -волн в земной коре, так как время и координаты взрыва были хорошо известны. Эти значения были более надежными и оказались значительно ниже, чем использовавшиеся в таблицах К. Цёпритца и Х. Тёрнера. Джеффрис и Вринч из более низких значений скоростей, определенных по временам вступлений на небольших расстояниях от эпицентра, заключили, что кора над границей Моховичича состоит, по крайней мере, из двух слоев. По-видимому, это предположение сделано не без влияния идей Зюсса о сложном строении земной коры. Как сообщил Джеффрису Э. Ридль, взрыв в Оппау был вызван детонацией 4500 т двойной соли  $2\text{NH}_4\text{NO}_3(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ . Но при разложении моля  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  выделяется 7500 калорий, и поэтому энергия взрыва должна составлять порядка  $1,5 \cdot 10^{12}$  кал, или  $6,8 \cdot 10^{19}$  эрг. Это показало, что при взрыве большая часть энергии переходит в ударную (звуковую) волну в атмосфере и лишь тысячные ее доли передаются в сейсмические волны.

Можно отметить три важнейших аспекта работы Джеффриса и Вринч. Во-первых, в ней показано, что таблицы времен пробега сейсмических волн нуждаются в улучшении. Во-вторых, получено свидетельство того, что кора Земли является более сложным образованием, чем однородный слой над мантией. В-третьих, в исследовании впервые в мировой практике взрыв использовался как источник сейсмических волн.

В следующей работе Джеффрис [65], развивая идею Б.Б. Голицына об энергетической классификации землетрясений, учел, кроме кинетической, потенциальную энергию волнового движения. В этой же работе были получены соотношения для определения энергии поверхностных волн Рэлея.

В середине 30-х годов выходит серия статей Джеффриса, посвященная теории распространения сейсмических волн.

В работе «О поверхностных волнах от землетрясений» [87] развита теория дисперсии поверхностных волн. Дисперсией (от лат. *dispersio* – рассеяние) называется зависимость фазовой скорости  $v_\phi$  гармонической волны от ее частоты  $\omega$ . Она характеризуется в простейших случаях дисперсионным уравнением, связывающим частоту  $\omega$  и волновой вектор  $\vec{k}$ .

Джеффрис показал, что волны Лява можно рассматривать как волны *SH*, последовательно отражающиеся от верхней и нижней границ с учетом гармонических вариаций относительно вертикального направления в верхнем слое. По определению поверхностной волны требуется полное внутреннее отражение от нижней границы, по причине чего волны и распространяются в горизонтальном направлении без постоянного отвода энергии вглубь. У таких волн разным скоростям распространения соответствуют различные длины волн. Под этими скоростями понимаются скорости продвижения пакетов гармонических волн одинаковой длины. Но для описания произвольного возмущения (особенно сосредоточенного импульса) наиболее удобно представить его согласно теории Фурье в виде суперпозиции бесконечного числа синусоидальных составляющих с различными длинами волн и периодами. Но для волн Лява отдельные синусоидальные составляющие общего возмущения движутся с различными скоростями. В этом случае с течением времени возмущение расплывается, т.е. диспергирует. Эту особенность можно использовать для изучения структуры внешних слоев Земли. Поверхностные волны следует характеризовать двумя типами скоростей – групповыми и фазовыми, каждая из которых поддается определению из наблюдений. При землетрясениях и взрывах образуются не монохроматические волны, а сосредоточенные импульсы, представляющие волновые пакеты. Скорость переноса энергии волновым пакетом называется групповой скоростью. При наличии дисперсии фазовая и групповая скорость поверхностной волны различны. Зависимость фазовых  $c_i(T)$  и групповых  $C_i(T)$  скоростей от периода  $T$  поверхностной волны на графике называют дисперсионными кривыми. Индекс  $i$  обозначает номер моды (ветви) функций  $c_i(T)$  и  $C_i(T)$  поверхностной волны:  $i = 1$  – первая или основная мода,  $i = 2$  – вторая мода и т.д. Интересно отметить, что в поверхностных волнах, относящихся к первой моде, смещение как функция глубины не имеет узлов, для второй моды имеет

один узел (т.е. уменьшается до нуля и далее с ростом глубины меняется знак) и т.д. Дисперсионные кривые групповой скорости могут проходить через так называемые стационарные точки, в окрестностях которых стандартные асимптотические аппроксимации для смещения неприменимы. Но эти случаи часто бывают важны для практики. В обсуждаемой работе [87] Джеффрис получил необходимое соотношение. Им также было указано на возможность изучения структуры наружных слоев путем сравнения теоретически рассчитанных дисперсионных кривых для модельных представлений с полученными из наблюдений. Дальнейшее развитие этих методов в классической сейсмологии подробно изложено в [607].

В двух статьях «Отражение и преломление упругих волн» [94] и «Об амплитудах реальных сейсмических волн» [95], опубликованных Джеффрисом в одном выпуске журнала, рассмотрены важные вопросы поведения сейсмических волн на поверхностях раздела, где механические свойства среды претерпевают резкие изменения. Наибольший интерес, по Джеффрису, представляют следующие поверхности:

- 1) поверхность Земли;
- 2) дно океана;
- 3) основание гранитного слоя;
- 4) граница Вихерта на глубине 0,2 радиуса, где плотность кажется резко возрастает без соответствующих изменений в скоростях волн;

5) переход (граница), открытая Олдгемом в 1906 г. и в дальнейшем исследованная Гутенбергом на глубине около 0,5 радиуса, ниже которой сдвиговые волны не распространяются, а скорости волн сжатия падают только до  $2/3$  от величины, которую они имеют над ней.

Специально рассмотрено поведение каждого типа  $SH$ -,  $P$ -,  $SV$ -волн на границах раздела и свободной поверхности. Для некоторых случаев получены интересные результаты. Так, если постоянные Лямэ, характеризующие упругие свойства среды,  $\lambda$  и  $\mu$  равны, что близко к истине для свойств большей части недр нашей планеты, можно получить аналитические выражения для характеристик обменных волн (т.е. волну  $P$ , возникшую от волны  $S$ , и волну  $S$ , возникшую от волны  $P$ ). Джеффрисом было показано, что при отражении волн  $P$  от свободной поверхности при углах выхода от  $12^\circ$  до  $63^\circ$  не менее половины энергии переходит в волну  $S$ . При нормальном и касательном падении волны происходит полное отражение с образованием волны того же типа. При отражении волны  $SV$  большая половина энергии переходит в

волну  $P$  при углах выхода от  $55^\circ$  до  $75^\circ$ , причем при углах выхода  $60^\circ$  и  $55^\circ 44'$  отраженная волна  $S$  полностью отсутствует. Вместе с тем, при любых углах выхода, меньших  $55^\circ 44'$ , происходит полное отражение с образованием волны того же типа. При отражении от свободной поверхности волна  $SH$  всегда полностью переходит в волну того же типа.

Если одна из сред жидкая, то в ней могут распространяться только  $P$ -волны. Если волна  $SV$  падает на границу между твердым телом и жидкостью, то она порождает весьма интенсивную  $P$ -волну. Если падает  $SH$ -волна, то имеет место либо полное внутреннее отражение волны с изменением фазы, либо полное преломление. Джеффрисом изучалась и граница между мало различающимися средами. В предположении, что разности плотностей и упругих постоянных – величины первого порядка малости и что разности амплитуд падающей и преломленной волн одного и того же типа – величина первого порядка малости, можно показать, что и амплитуды остальных волн, порожденных падающей, – величины первого порядка малости, за исключением двух случаев, отмеченных Джеффрисом в [94].

Во второй статье на основе результатов, полученных в первой, рассматриваются амплитуды и энергии движения волн на различных эпицентральных расстояниях и сделанные оценки сравниваются с ранее полученными.

Большое научное значение имела работа Джеффриса, также опубликованная в 1926 г., «О волнах сжатия в двух наложенных слоях» [97]. В ней впервые развита теория головных волн как отчетливо различных вступлений. Головные волны называются также «коническими» или «боковыми» волнами, траекторию их распространения первым выявил А. Мохоровичич при изучении времен пробега для некоторых типов волн землетрясения 1909 г. в Хорватии. Эти волны преломляются в кровле мантии. У них линейная зависимость времени пробега от горизонтального расстояния до эпицентра в отличие от отраженных или прямых волн. На достаточно большом расстоянии головная волна образует первое вступление, но, правда, это преимущество ослаблено весьма существенным затуханием ее амплитуды. Дальнейшее развитие Джеффрисом теории головных волн было сделано в работе «Образование волн Лява в двухслойной коре» [144].

Им также изучалось и поведение волн Лява в неоднородных средах. Так, в статье «Влияние на волны Лява неоднородности в нижнем слое» [117] сделан переход к модели, в которой допускается изменение плотности внутри слоев. Джеффрис показал, что в слоистой земной коре дисперсия возникает и у волн Рэлея.

Для них также характерен теоретический минимум групповых скоростей. Теоретический анализ привел Джеффриса к заключению, что для существования волн Лява не обязательно наличие двух однородных слоев, а достаточно, чтобы скорость  $S$ -волн возрастала с глубиной.

В начале 30-х годов Джеффрис теоретически рассмотрел рассеивание сейсмических волн [143]. Его могут вызвать небольшие неправильности в строении среды, которые он называет зернами. Если свойства зерен отличны от окружающей их среды, главным образом в них должны изменяться скорости сейсмических волн, то плоская волна будет неправильно преломляться и после прохождения нескольких зерен распадется на несколько волн, распространяющихся в различных направлениях. Такому явлению будут подвержены волны любой длины, но наиболее сильно оно будет проявляться у коротких волн. Образовавшиеся на различных зернах волны будут интерферировать, что приведет к беспорядочным колебаниям, и в конечном итоге их энергия перейдет в тепловую.

Для схематического описания этого процесса Джеффрис привлекает методы кинетической теории газа. Молекула газа, переходя из области с большой средней скоростью в область с меньшей средней скоростью, резко изменяет направление движения в результате первого столкновения, при этом избыток импульса распределяется между молекулами второй области, что обуславливает явление вязкости. Аналогично можно интерпретировать процесс теплопроводности.

И кинематическую вязкость, и теплопроводность можно количественно характеризовать параметром порядка  $s\delta$ , где  $s$  – скорость, а  $\delta$  – средняя длина свободного пробега. При рассеивании импульс передается со скоростью упругой волны. В идеальном газе  $\delta$  – расстояние, в среднем проходимое молекулой до момента изменения направления движения. Если средний диаметр зерен  $l$ , а изменение скоростей волн при переходе от одного зерна в другое характеризуется множителем  $\epsilon$ , то величина, аналогичная  $\delta$ , будет иметь порядок  $l/\epsilon$ , при этом эффективная кинематическая вязкость будет порядка  $\alpha l/\epsilon$ , где численный множитель  $\alpha \sim 1/3$ . Если перейти к области со множеством зерен, то разности среднего напряжения на ее границах, по Джеффрису, обуславливают частично ускорение всей области как целого, а частично – рассеивание волн. Поэтому зависимость между главными напряжениями и главными деформациями в такой области приближенно выражается законом так называемой стойкой вязкости  $\tau \approx 1/3 \alpha \epsilon$  [1, с. 29].

Так как скорость продольных волн  $a(1 + \epsilon)$ , то никакое движение нельзя передать с большей скоростью, и поэтому закон стойкой вязкости описывает ситуацию очень приблизительно. Но приближение работает для скоростей порядка средних скоростей упругих волн. В [143] показано, что более короткие волны затухают сильнее. Там же получено выражение для смещения, где отмечено специфическое действие расстояния на внезапный импульс. Из него видно, что смещение не является резким, оно начинается несколько ранее момента, в который волна, двигаясь со средней скоростью, достигла бы рассматриваемое место. Оно непрерывно возрастает, стремясь к своему максимальному значению, причем основная часть изменений происходит за время порядка  $(2\pi)^{1/2}$ . Такое течение процесса объясняется тем, то в неоднородной среде часть возмущения распространяется с меньшей, а часть – с большей скоростью, чем средняя. Изложенное приближение относится и к продольным возмущениям, так как с ними связаны искажения формы.

В те же годы Джеффрис детально изучает вопросы возбуждения сейсмических волн. В статье «О причине колебательных движений в сейсмограммах» [147] им сделана попытка понять механизм возбуждения  $P$ - и  $S$ -волн. Им предложена модель очага землетрясения в виде небольшой сферы радиуса  $a$ , в которой в нулевой момент времени прилагается направленное наружу симметрическое давление  $A$ . Для такой простейшей модели Джеффрисом получено аналитическое выражение для смещения в последующие моменты времени вне сферы. Смещения в  $P$ -волне, генерируемой таким источником, исключительно радиальные и равны [147, p. 410]:

$$U = (a^3 A) / (\mu r^2) \left[ \left( 1/4 + 1/4a \exp[-2/3(ct - r + a)/a] \right) \times \right. \\ \times \left\{ \left[ r - (1/2)a \right] \sqrt{2} \sin \left[ 2/3\sqrt{2}(t - r + a)/a \right] - \right. \\ \left. \left. - a \cos \left[ 2/3\sqrt{2}(ct - r + a)/a \right] \right\} \right],$$

при  $ct > r - a$ , а до этого смещения равны нулю. Движения являются сильно затухающими гармоническими колебаниями, и масштаб времени пропорционален  $c$ . При больших  $r$  максимальное смещение приблизительно пропорционально  $1/r$ .

В той же работе [147, p. 414] показано, что возможно возбудить простую  $S$ -волну, прилагая внутри сферы пару сил. Джеффрис получил для поперечных смещений при боль-

ших  $r$  выражение

$$\left(2/\sqrt{3}\right)(a^3 A/\mu r)\sin\Theta\exp[-(3/2a)(ct - \\ - r + a)/a]\sin\left(\sqrt{3}/2a\right)(ct - r + a).$$

Это движение состоит практически из единичного отклонения и возвращения в начальное положение. Рассмотренный тип движения слишком искусственный, так как предполагает действие внутренней пары сил. Вместе с тем, любое движение, вызванное освобождением внутренних напряжений, можно представить как суперпозицию, по крайней мере двух движений, описанного типа. Таким образом, подход Джеффриса имел большое методическое значение и позволял описывать движения в очаге без ограничения общности, хотя бы для простейшей модели.

В уже упоминавшейся нами работе [144] Джеффрис рассматривает вопрос возбуждения волн Лява. В качестве математической модели выбирается поверхностный слой, лежащий на полупространстве, в котором скорость  $c$  больше, чем в поверхностном слое. В пределах малой сферы, расположенной в верхнем слое, прилагается импульс с моментом относительно вертикальной оси того же типа, который был рассмотрен выше при возбуждении  $S$ -волн. С помощью традиционных методов Джеффрис получил решение в виде комплексного интеграла.

Применяемый им метод его вычисления состоял в разложении подынтегрального выражения в ряд экспоненциальных членов. Каждый член ряда соответствует импульсу, вступающему в момент, когда теоретически должна вступать одна из отраженных или преломленных волн. Джеффрис интерпретирует его как импульс  $S$ -волны, распространившийся между его границами. Но при вычислении оказалось, что каждый такой импульс является первым в бесконечном цуге волн, наложение которых и дает волны Лява. Поэтому, считает Джеффрис, волны Лява можно рассматривать как остаточное явление, возникающее из-за того, что после прохождения внезапного импульса затихание довольно медленно, и большая часть энергии всегда сосредотачивается в окрестности некоторой плоскости.

Джеффрис отмечает, что, если не разлагать подынтегральное выражение, а прямо вычислять приближенное значение интеграла методом скорейшего спуска, можно получить уравнение частот для волн Лява и соотношение для дисперсии групповых скоростей, но для описания начала движения такой подход неудовлетворителен. Джеффрис заключает, что два отмеченных мето-

да дополняют друг друга: метод разложения на отдельные волны описывает начало колебаний, рассчитываемое методами геометрической оптики; метод скорейшего спуска описывает позднейшую фазу движения. Наконец, Джеффрис приходит к правильно-му объяснению большой продолжительности колебаний: «...единственное предположение, которое выдерживает критику, состоит в том, что колебания вызваны отражениями первоначального импульса внутри приповерхностных слоев» [147, р. 414].

К середине 30-х годов сейсмология достигла такой точности измерений, что стало невозможным пренебрегать несферичностью Земли. Как известно, в первом приближении ее форму можно аппроксимировать сжатым у полюсов эллипсоидом вращения. То, что даже в однородной модели Земли нельзя не учитывать несферичность, независимо отметили в 1933 г. Гутенберг, Рихтер и Л. Комри [1, с. 84].

При учете несферичности следует учитывать следующие моменты. Во-первых, необходимо различать географическую и геоцентрическую широты. Геоцентрическая широта определяется как угол  $\varphi'$  между плоскостью экватора и радиусом, проведенным из центра массы Земли в данную точку, в отличие от географической широты  $\varphi$ , как известно, углу между плоскостью экватора и нормалью к данной точке поверхности Земли. Вообще говоря,  $\varphi$  численно больше  $\varphi'$ .

Джеффрис отмечает следствия такого различия. Для двух близких точек, находящихся на расстоянии  $\delta\varphi'$  по геоцентрической широте и  $\delta\lambda$  – по долготе, с точностью до первого порядка малости по  $\delta\varphi'$  и  $\delta\lambda$  соответствующие линейные расстояния будут равны  $r\delta\varphi'$  и  $r\cos\varphi'\delta\lambda$ . Отношение этих величин равно тому же значению, как и для сферы, но при этом значение  $r$  изменяется от экватора к полюсу от  $a$  до  $(a - ea)$ , где  $a$  – экваториальный радиус и  $e$  – сжатие. Однако линейное расстояние между двумя точками, находящимися на расстоянии  $\delta\lambda$  по географической широте, равно  $\zeta\delta\varphi$ , где  $\zeta$  – радиус кривизны меридиана. На экваторе и на полюсе  $\zeta$  равняется соответственно  $b^2/a$  и  $a^2/b$ , где  $b = a(1 - e)$  – полярный радиус. Аналогичное отношение в этом случае будет иметь значение, близкое к  $(1 - 3e)$ . Таким образом, при смещении по дуге меридиана на  $ds$  значение отношения  $ds/d\varphi$  будет втрое больше, чем  $ds/d\varphi'$ . Поэтому при вычислении расстояний на Земле в предположении, что она имеет сферическую форму, мы будем допускать меньшую ошибку при использовании геоцентрических координат, а не географических. В этом случае на коротких расстояниях ошибка будет более равномерно распределена по азимуту.

Эти преимущества послужили основанием для рекомендации Гутенберга и Рихтера пользоваться в сейсмологии геоцентрическими координатами.

Влияние несферичности на больших расстояниях Джеффрис поясняет на примере, в котором рассматривает вступление в антицентр сейсмической волны от поверхностного источника. Путь волн, вышедших с полюса и экватора, будет различаться на одну трехсотую, хотя и в том, и в другом случае географические и геоцентрические координаты будут одинаковыми. Так как время пробега к антицентру, например, для *PKP*-волн порядка 20 мин, то различия во временах пробега в рассмотренном выше примере будет около 4 с. Джеффрис подчеркивает аналогичную неопределенность и при вычислении эпицентральных расстояний. Разность во временах пробега в некоторых случаях тоже может достигать нескольких секунд. До 1933 г. времена пробега с такой точностью не были известны. Когда же средняя квадратичная ошибка одного наблюдения оказалась не более 1–2 с, то стал вопрос об устранении превышающей ее систематической ошибки для того, чтобы полностью использовать наблюдательные данные.

Джеффрисом в 1935 г. было показано, что метод учета несферичности, предложенный Гутенбергом и Рихтером, некорректен [189]. Сам Джеффрис писал: «Решения, которые Буллен [467], [468] нашел наиболее удобными для вычисления, получены из моих, но их можно вывести и более непосредственно, к чему мы и переходим.

В качестве стандарта для сравнения возьмем такую сферу, слой которой с данным  $s$  имеют такой же объем, как и в реальной Земле. Назовем ее средней сферой. Пусть  $r$  будет при данном  $s$  радиусом-вектором средней сферы, который в реальной Земле равен  $r + \delta r$ , где

$$\delta r = r \epsilon S_2, \quad S_2 = 1/3 - \sin^2 \varphi' \quad (1)$$

и  $\epsilon$  – сжатие слоя с данным  $s$ . Примем, что угол  $\Theta$  отсчитывается от центра и, следовательно, вычисляется в геоцентрических координатах. Рассмотрим на поверхности средней сферы очаг  $A$ , и пусть  $P$  будет точкой на луче, а  $B$  – точкой его выхода. Обозначим точки с той же геоцентрической широтой и долготой на реальной Земле через  $A'$ ,  $B'$ ,  $P'$ .

Поскольку

$$|\partial t / \partial r| = (1/c^2 - p^2/r^2)^{1/2}, \quad (2)$$

то из-за того, что луч фактически идет из  $A'$  в  $B'$ , а не из  $A$  в  $B$ ,

время  $T$  увеличивается на сумму

$$\begin{aligned} (r\epsilon S_2 | \partial t / \partial r |)_A + (r\epsilon S_2 | \partial t / \partial r |)_B = \\ = \left[ e S_2 (\eta_0^2 - p^2)^{1/2} \right]_A + \left[ e S_2 (\eta_0^2 - p_0^2) \right]_B. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь, однако, учитываются изменения только у концов луча, но не деформация луча в целом. Поэтому мы должны еще сопоставить времена пробега по  $AB$  для Земли и средней сферы; обозначим их через  $t_e$  и  $t_m$ . Для реальной Земли  $t_e$  стационарно относительно малых изменений луча и отличается только на величину порядка  $e^2$  от времени пробега в реальной Земле по пути  $APB$ . Но в точке  $P'$  скорость в Земле равна скорости в средней сфере при радиусе  $r - \delta r$ . Поэтому с точностью до первого порядка (относительно  $\delta r$ ) мы имеем

$$T_1 = \int_A^B ds / [c - (dc / dr) \delta r] = t_m + \int_A^B (1 / c^2) (dc / dr) \delta r ds. \quad (4)$$

Так как

$$ds = \sec i |dr| = (1 - p^2 / c^2)^{-1/2} |dr|, \quad (5)$$

то

$$t_e - t_m = \int_A^B (r^2 dc / p c^2 dr) [(r^2 / p^2 c^2) - 1]^{-1/2} \epsilon_2 |dr|. \quad (6)$$

Влияние несферичности равно сумме (3) и (6), которую следует вычесть из наблюдаемых значений времен, чтобы получить времена, приведенные к средней сфере. На близких расстояниях величина  $S_2$  имеет один и тот же знак на большей части пути, и (6) частично уничтожается с (3), ввиду отрицательного знака у  $dc/dr$ .

Для данного луча азимут  $A_z$  постоянен. В сейсмологии азимут – угол между плоскостью  $OAB$  и меридиональной плоскостью, проходящей через  $A$ ; он отсчитывается с севера на восток. Тогда, если  $\phi'$  – геоцентрическая широта  $A$ , а  $\Psi$  – геоцентрическая широта  $P$ , то

$$\sin \Psi = \sin \phi' \cos \Theta + \cos \phi' \sin \Theta \cos A_z \quad \text{и} \quad S_2 = 1/3 - \sin^2 \Psi.$$

Вычисления, разумеется, чрезвычайно кропотливы, так как поправку нужно вводить для всех возможных значений  $\phi'$ ,  $\Theta$  и  $A_z$ . К счастью, их можно вычислять через большие интервалы» [1, с. 85–86].

Дальнейшее развитие этого направления в классической сейсмологии изложено в [607, с. 150–151].

Учитывая сделанные выше уточнения, Джеффрис на основе метода наименьших квадратов далее развивает методику определения координат эпицентров землетрясений [6, р. 121–132].

\* \* \*

С начала и до конца 30-х годов Джеффрис совместно с Булленом работал над составлением Таблиц времен пробега сейсмических волн.

Уже первые исследования сейсмограмм близких землетрясений привели к заключению, что таблицы Цёпритца для  $P$ - и  $S$ -волн неточны на малых эпицентральных расстояниях, так как были составлены для скоростей  $P$ -волн в 7,2 км/с и  $S$ -волн в 4,0 км/с. Но ими продолжали пользоваться в Международной сейсмологической сводке (МСС) до начала 30-х годов до того, как появились первые Таблицы Джеффриса–Буллена [190].

С 1915 г. Тёрнер стал проводить классификацию невязок с целью внести поправки в таблицы времен пробега. В его работе 1926 г. была проведена классификация невязок за 1918–1922 гг. [592]. С изменением эпицентрального расстояния средние значения изменялись приблизительно для  $P$ -волн на 20 с и для  $S$ -волн на 30 с. Тогда же П. Байерли, на основе анализа записей землетрясения в Монтане 28 июня 1925 г., измерил ряд времен пробега [469]. Джеффрис, сопоставив их с поправками Тёрнера, нашел, что для  $P$ -волн согласие очень хорошее до  $\Delta = 55^\circ$ . Вместе с тем, на больших расстояниях данные Байерли вызывают необходимость внести небольшие поправки в таблицы Цёпритца и гораздо более значительные в таблицы Тёрнера [118]. Используя данные Макелвейна о калифорнийском землетрясении 31 января 1922 г., которые охватывали больший диапазон расстояний, Джеффрис ввел поправки и для времен вступления  $S$ -волн. В 1931 г. он, как то впервые делал Тёрнер, классифицировал невязки в данных МСС с января 1923 г. по март 1927 г. [145]. При этом он несколько произвольно исключил из рассмотрения довольно значительное количество землетрясений, которые, как казалось ему, не могли дать полезных сведений. Всего он проанализировал данные по 85 землетрясениям. Характер полученных поправок сохранял тенденции, выявленные в его предыдущих работах. Поправки были близки к результатам А. Мохоровичича 1922 г., за исключением времени пробега  $P$ -волн вблизи эпицентрального расстояния  $\Delta = 30^\circ$ , которое было меньше почти на 10 с. Постоянная поправка добавлялась ко всем временам про-

бега с условием, чтобы при экстраполяции к расстоянию  $\Delta = 0^\circ$  время пробега было бы равно 0.

Эти уточненные Таблицы Джеффриса были проинтерполированы и опубликованы Британской ассоциацией в 1932 г. Однако Джеффрис справедливо считал, что координаты и времена землетрясений, приведенные в сводках МСС, основаны на таблицах Цёпритца–Тёрнера, и поэтому если в них есть погрешности, то определенную их часть можно компенсировать за счет погрешностей элементов отдельных землетрясений. Поэтому величина поправок может оказаться недостаточной. И Джеффрис решил пересмотреть данные для отдельных землетрясений на основе своих последних таблиц, а затем снова провести классификацию невязок и определить новые поправки.

На этой стадии работы, требовавшей громадного количества вычислений, на помощь Джеффрису пришел Буллен. Ими было установлено, что требуется дальнейшее внесение поправок для  $P$ -волн минус 6 с и для  $S$ -волн минус 9 с. Они затем продолжали получать последовательные приближения до тех пор, пока полученные данные не перестали изменяться. Было обнаружено, что в имевшемся материале  $S$ -волны не годятся для определения эпицентров, и поэтому они стали для этой цели использовать только  $P$ -волны. Данные по другим фазам они учитывали до тех пор, пока не было получено окончательное решение по  $P$ -волнам [190].

Джеффрис и Буллен испытывали трудности при анализе данных по  $S$ -волнам; до  $\Delta = 20^\circ$  невязки были разбросаны в интервале более 20 с без заметной концентрации. Поэтому они опирались на аналогии с поведением  $P$ -волн в этом интервале эпицентральных расстояний и на данные близких землетрясений о скоростях  $S$ -волн на небольших расстояниях. Отмеченный разброс невязок для  $S$ -волн они тогда так и не смогли объяснить. На эпицентральных расстояниях в интервале от  $25^\circ$  до  $83^\circ$  невязки для  $S$ -волн для одного и того же землетрясения изменялись сравнительно плавно, но при сравнении разных землетрясений Джеффрис и Буллен отметили усложнения. Они назвали этот эффект феноменом  $Z$ . Поведение  $S$ -волн было таким, как если бы они генерировались не одновременно с  $P$ -волнами, причем это  $\Delta t$  было непостоянным для различных землетрясений. Если время в очаге по  $P$ -волнам было  $t_0$ , то средняя невязка  $S$ -волн (при том же  $t_0$ ) могла меняться от  $-12$  с до  $+8$  с. Первыми такое поведение этих невязок отметили Леманн и Плетт при анализе землетрясений в Перу 18 июля 1928 г. и на Марианских островах 24 октября 1930 г. Джеффрис с

Булленом стали перед дилеммой, какое у них считать типичным, и остановились на Перуанском, так как  $S$ -волна второго землетрясения могла иметь более раннее время вступления из-за глубины очага. Впоследствии это их предположение не подтвердилось.

Как и для  $SKS$ -волн, так и для  $SKKS$ -волн на эпицентральных расстояниях, превышающих  $\Delta = 83^\circ$ , отмечался феномен  $Z$ , поэтому для них определялись эмпирические времена.

Для  $PKP$ -волны невязки подчинялись резко асимметричному закону ошибок. Нормальный закон не описывал ни одну фазу. Джеффрис отмечал, что, хотя невязки сосредоточены около моды (здесь в смысле волнового поля, обладающего симметрией), это может свидетельствовать о средней квадратичной ошибке в 2–3 с. Однако по обе стороны моды отмечались длинные интервалы, в которых число погрешностей падало очень медленно до невязок  $\sim 10$  с. В этих условиях, отмечает Джеффрис, средние и среднеквадратичные отклонения, вычисленные по невязкам стандартным образом, не привели бы к оценке истинной точности. Это связано прежде всего с трудностью отождествления фаз. Так как все вступления сопровождаются нерегулярными колебаниями, наблюдатель произвольно берет какое-либо одно из них и принимает его за вступление. Но при сопоставлении такого измерения со временем пробега истинной фазы возникает большая невязка. Ведь известно, что даже  $P$ -волны вступают на фоне микросейсм (т.е. непрерывных, неравномерных смещений почвы). Джеффрис этим обуславливает погрешность в определении истинного начала фаз и, как следствие, большие невязки обоих знаков.

Джеффрис также указывал на трудности, связанные с большими ошибками хода часов, характерными для того времени. В таких случаях Джеффрис рекомендует после выявления сейсмостанции с неточными часами не принимать ее данные в исследуемый ансамбль.

В результате проделанной работы Джеффрис и Буллен получили трансформированное распределение ошибок с острым пиком корректно сделанных отсчетов, наложенным на некий фон. Они также заключили, что при обработке данных можно использовать метод «постоянной редукции». Суть его состоит в следующем: невязки группируются в интервалы и подсчитываются; после этого из числа погрешностей каждого интервала (кроме центрального) вычитается постоянное число, причем среднее и среднее квадратичное отклонения определяются по центральной группе как по редуцированной.

Сделанные Джеффрисом впоследствии работы [197], [6, р. 161–164] подтвердили, что описанным выше методом достигается хорошее приближение к наиболее совершенной обработке, в которой каждому наблюдению придается вес, зависящий от невязки. Вес интерпретируется как вероятность того, что данное наблюдение выполнено нормально.

По мнению Джеффриса, такой подход, при котором одни наблюдения отбрасываются, а другим придается полный вес, некорректен. Он совершенно справедливо отмечает, что решение о том, какие из наблюдений отбрасывать, является произвольным, а при отбрасывании каждого наблюдения среднее изменяется на величину, равную его кажущейся средней квадратичной ошибке. При распределении невязок, несоответствующем нормальному закону, считает Джеффрис, следует признать этот факт и разрабатывать метод решения проблемы в соответствии с установленным законом распределения ошибок. Он даже отмечает, что трудности, которые могут возникнуть в этой связи, не столь велики, как при анализе самой сейсмограммы.

Джеффрис признает, что у *PKP*-волн так же, как и у *P*-волн, отмечается несколько ранних вступлений, после чего их количество резко растет и достигает максимума в интервале около 2 с, а затем очень медленно уменьшается на протяжении более 20 с, и поэтому они с Булленом сами не очень доверяют своему предварительному результату.

Джеффрису и Буллену по временам пробега *SKKS*-волн и *SKS*-волн удалось получить времена пробега *ScS*-волн и несколько позднее *PcP*-волн, в предположении пропорциональности изменения скоростей *P*- и *S*-волн. Таким образом, они смогли оценить времена пробега и других волн, связанных с ядром Земли. Но вскоре Джеффрис и Буллен отказались от этого метода, так как смогли непосредственно выделять вступления *ScS*-волны. Полученные таблицы начали с января 1930 г. использоваться в МСС вместо таблиц Цёпритца–Тёрнера, однако поправка за глубину очага не только в них, но и в Таблицах Джеффриса–Буллена 1935 г. не вводилась и по-прежнему определялась на основе таблиц Цёпритца–Тёрнера. Дальнейшую деятельность по совершенствованию таблиц времен пробега сейсмических волн Джеффрис характеризует как работу, главным образом, по прослеживанию и устранению систематических ошибок.

О необходимости учета несферичности Земли было сказано выше. Джеффрис отмечает, что связанная с ней поправка к вступлению *P*-волн учитывается довольно легко. Дело в том, что все землетрясения принадлежат к четко выраженным географиче-

ским регионам: юго-восточная Европа и западная Азия, Северная и Центральная Америка, Япония, Южная Америка и Тихий океан. Для землетрясений каждой группы значение поправки за несферичность почти одинаково, и, поэтому, взяв значение, соответствующее среднему эпицентру, его вводят в уже полученные данные. Исправленные значения сохраняют прежние среднеквадратичные ошибки, так как введенная поправка известна. Таким же образом таблицы времен пробега  $P$ -волн приводятся к средней сфере.

Джеффрис указывает на необходимость введения поправки для времен вступления  $P$ -волн при  $\Delta > 90^\circ$ , вследствие того что большинство фаз выделяется с запаздыванием из-за слабости вступления. В этом сложном интервале эпицентральных расстояний Джеффрис и Буллен использовали данные только первоклассных станций, обладающих сейсмографами, регистрирующими вертикальную компоненту. Ее легче зарегистрировать, так как на больших расстояниях  $P$ -волны и  $PKP$ -волны подходят к поверхности круто, и поэтому у них вертикальная составляющая наибольшая. Джеффрис заметил, что при подобном отборе данных распределение невязок становится симметричным, а средняя квадратичная ошибка и фон помех остаются такими же, как и на средних расстояниях. Таким путем исключался эффект смещения годографа. Как определил сам Джеффрис, две вышеописанные систематические ошибки вызывают наибольшее отклонение от времен пробега в Таблицах Джеффриса–Буллена 1935 г. – около минус 2,7 с [216].

При определении времен вступления  $S$ -волн и  $SKS$ -волн основное затруднение обуславливалось уже отмеченным феноменом  $Z$ . Времена пробега на больших расстояниях этих волн ранее также были определены неточно. Ряд исследователей отметили завышенную оценку  $dt/d\Delta$  для  $S$ -волн, которая следовала из Таблиц Джеффриса–Буллена 1935 г. Сначала Джеффрис полагал, что рассогласование – следствие ошибки в определении влияния глубины очага землетрясения. Но изучение афганского глубокофокусного землетрясения 1 февраля 1929 г., на сейсмограммах которого многие европейские сейсмостанции выделили вступление  $S$ -волны, а североамериканские – вступление  $SKS$ -волны, убедило Джеффриса в несовершенстве его таблиц. Невязки в определении фаз европейских станций были малы, а североамериканских – почти одинаковы и составляли около минус 12 с. Это можно было объяснить только завышением времен пробега в Таблицах Джеффриса–Буллена 1935 г. для  $S$ -волн и  $SKS$ -волн на больших расстояниях примерно на 12 с [191].

Эта ошибка, по мнению Джеффриса, порождена так называемым явлением многократности излучения волн из одного очага. Дело в том, что большинство землетрясений составляют не один, а множество толчков, разделенных несколькими секундами или более длительными промежутками времени, и более поздний толчок нередко бывает сильнее первого. В этом случае вступление  $P$ -волны регистрируется по первому толчку, а при отождествлении вступления  $S$ -волны отыскивают наиболее значительный импульс, который порожден более поздним толчком, и тем самым получают преувеличенный интервал между вступлениями  $P$ - и  $S$ -волн. Поэтому Джеффрис приходит к выводу, что все случаи с положительным  $Z$  можно объяснить с указанной выше точки зрения, ведь даже в Перуанском землетрясении, принятом за стандартное, имелись признаки отмеченной многократности [1, с. 125].

В этой связи Джеффрис предлагает для регистрации вступлений фаз  $S$ - и  $SKS$ -волн использовать землетрясения с длинной серией вступлений  $S$ - и  $SKS$ -волн, коррелируемых в достаточной степени, чтобы придать уверенность в том, что сейсмостанции отметили на большом интервале эпицентральных расстояний вступление одной и той же фазы [251], [253].

Для получения достаточного количества сейсмограмм с ясным вступлением фаз  $SKS$ -волны Джеффрис предложил изучать землетрясения Южного полушария, которые регистрировались до  $\Delta = 145^\circ$ . Для этого использовались в основном японские глубокофокусные землетрясения. Результаты их изучения подтвердили необходимость введения поправок для больших эпицентральных расстояний. Согласованность средних невязок была проверена критерием  $\chi^2$  для отдельных землетрясений через каждые  $5^\circ$  эпицентрального расстояния. Согласованность была вполне удовлетворительной, и тем самым правильность внесения поправок проверена [235]. Несмотря на трудность выделения вступления  $S$ -волн на расстояниях до  $25^\circ$ , изучение десяти глубокофокусных землетрясений в Японии позволило, по мнению Джеффриса, весьма удовлетворительно определить время пробега  $S$ -волн вплоть до  $20^\circ$ .

Сделанные оценки времен пробега позволили определить скорости  $P$ - и  $S$ -волн в мантии Земли, а по ним оценить времена пробега отраженных от ядра фаз  $PcP$ - и  $ScS$ -волн при различной предполагаемой глубине ядра.

Как уже отмечалось, Джеффрис установил, что при  $\Delta = 20^\circ$  значение  $d^2t/d\Delta^2$  становится очень большим. По данным, полученным в 30-е годы на близких эпицентральных расстояниях, для

большинства регионов Земли  $dt/d\Delta \approx 14,3$  с на  $1^\circ$ . Эта величина постепенно уменьшается до 12,3 с на  $1^\circ$  между  $18^\circ$  и  $19^\circ$  и затем резко падает до 10,4 с на  $1^\circ$  между  $20^\circ$  и  $21^\circ$ . При больших  $\Delta$   $dt/d\Delta$  постепенно уменьшается до 4,4 с на  $1^\circ$  при  $\Delta > 100^\circ$ .

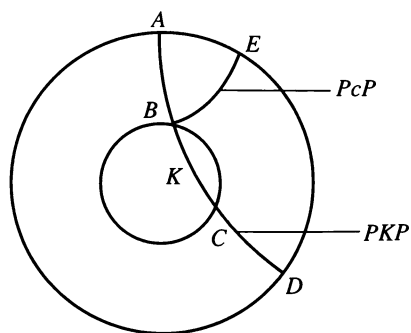
Из такого поведения  $dt/d\Delta$  Джеффрис сделал вывод: скорость  $P$ -волн сильно возрастает на тех глубинах, до которых проникают лучи, выходящие на эпицентральных расстояниях между  $19^\circ$  и  $20^\circ$ . Гипотезу Джеффриса о новой границе подтвердила Леманн [536], [537]. Ею также было обнаружено новое вступление  $P$ -волн при  $\Delta$  в интервале  $20^\circ$  и  $24^\circ$ , наподобие вступлению  $P_g$ -волны, когда последняя все еще выделяется на записях близких землетрясений за вступлением  $P$ -волн. Для объяснения так называемой 20-градусной границы Джеффрис предложил гипотезу, по которой скорость сейсмических волн изменяется непрерывно, но на некотором интервале очень быстро, чтобы возбуждать достаточное количество фаз  $P$ -волн на соответствующем эпицентральных расстоянии. По его мнению, эту границу можно также сопоставить с особым распределением электропроводности, открытым к тому времени Чепменом. Если граница разрывная, то ее глубина  $\sim 500$  км, а если непрерывное увеличение скорости, то оно происходит на глубинах от 400 до 650 км.

Ранее эта граница была обнаружена Б.Б. Голицыным. Исследуя в 1913–1915 гг. углы выхода продольных волн, он указал на границу на глубине 492 км, связанную с залеганием слоя с повышенным градиентом скорости [492].

Джеффрис и Буллен продолжали работу по вычислению времен пробега различных сложных фаз, особенно таких, которые один или несколько раз отражались от границы ядра [235, р. 522–533].

Окончательные результаты исследований Джеффриса и Буллена были собраны и переизданы Британской ассоциацией. Они известны под названием Таблицы Джеффриса–Буллена, 1940.

В Таблицах Джеффриса–Буллена, 1940 времена пробега главных наблюдаемых фаз  $P$ ,  $S$ ,  $PKP$ ,  $SKS$  приводятся к поверхностному очагу и средней сфере. При этом принимается, что имеется верхний слой толщиной 15 км и промежуточный – толщиной 18 км. Времена пробега  $PcP$  и  $ScS$  вычислены (по скоростям  $P$ - и  $S$ -волн) для нескольких предполагаемых значений радиуса ядра. После чего величина радиуса выбрана такой, чтобы как можно лучше соответствовать фиксируемым временам пробега, а затем снова времена пробега  $PcP$ - и  $ScS$ -волн интерпретировались по

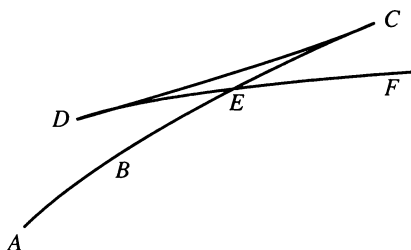


**Рис. 4.** Сейсмические волны от источника  $A$

выбранному значению радиуса. Времена пробега в ядре Джеффрис определял вычитанием времен пробега  $PcP$  из  $PKP$ , а  $ScS$  из  $SKS$ . На малых расстояниях, на которых сопоставление фаз практически невозможно, времена пробега рассчитывались интерполированием.

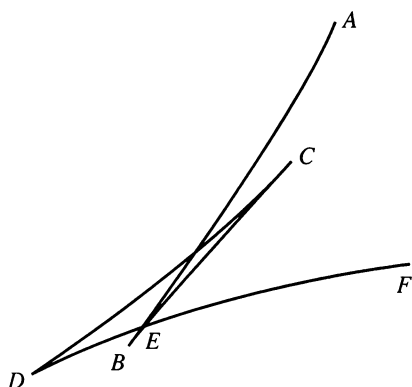
Внутреннее ядро, об открытии которого расскажем несколько позже, создавало дополнительные трудности.

На рис. 4 показаны сейсмические лучи в недрах Земли, генерируемые в точке  $A$ . Годограф для  $K$ -волны имеет форму, проиллюстрированную на рис. 5. Похожие годографы характерны и для многих других волн в ядре, в том числе и для  $SKS$ . Годографы  $PKP$ -волн и некоторых других волн в ядре с сильной каустикой представлены на рис. 6 и 7. Видно, что иногда крайняя точка петли  $B$  лежит выше, а иногда ниже ветви  $DF$ . Так случается из-за сложного поведения волны вблизи внутреннего ядра, им и обусловлен отрезок  $ECD$  годографа. Наблюдаемые времена пробега соответствуют участку  $AEF$  на рис. 5; участку от точки  $D$  до точки, соответствующей точке  $B$ , интервалу  $BE$  и интервалу  $EF$  на рис. 6 и интервалу  $DF$  на рис. 7. Для этого необходимо теоретически построить части годографа, для которых отсутствуют наблюдательные данные, и это отразится на точности определения скорости  $K$ -волны на соответствующих глубинах. Конечно, эта теоретическая часть годографа должна быть согла-



**Рис. 5.** Годограф для  $K$ -волны

**Рис. 6.** Годограф для  $PKP$ -волны, у которого точка  $B$  лежит ниже ветви  $DF$



сована с наблюдаемыми временами пробега различных типов волн.

В Таблицах Джеффриса–Буллена, 1940 приводятся значения глубин очагов землетрясений до  $0,12R$  Земли. За  $R$  брался средний радиус до подошвы коры на континентах; при среднем радиусе 6371 км и общей толщине верхних слоев 33 км, т.е.  $R = 6338$  км.

Времена большинства фаз вычислены по временам основных фаз, исходя из принципа стационарного времени, за исключением дифрагированной  $P$ -волны при  $\Delta > 105^\circ$ , для которой использовались наблюдаемые времена пробега. Для землетрясений с поверхностным очагом годографы для ряда фаз приведены на рис. 8. Джеффрис подчеркивает, что лишь фазы, времена пробега которых соответствуют истинному минимуму, можно отчетливо выделить. На рис. 8, кроме основных фаз, лишь фаза  $PKS$  удовлетворяет этому условию. Если остальные фазы интенсивны, но всегда расплывчаты, то фазы  $pP$  и  $sS$  отчетливы лишь у глубокофокусных землетрясений.

Средние квадратичные ошибки времен пробега основных волн колеблются от 0,3 с для большинства табличных времен  $P$ -волн до 1 с для некоторых интервалов  $SKS$ - и  $ScS$ -волн. Они определялись по согласованности данных. Джеффрис отмечает, что не все наблюдения будут совпадать с табличными данными с указанной точностью. Но если мы в угоду каким-либо данным изменим табличные значения, то, хотя мы и будем иметь с этими данными лучшее согласие, получим гораздо большее рассогласование с другими данными. Джеффрис также указывает на региональные различия во временах пробега. Но подчеркивает, что первое требование для анализа подобных вариаций – это обладать надежными стандартными значениями для сравнения. Ведь расхождение данных, как правило, можно объяснить различными причинами, и без их сопоставления с другими данными невозможно выявить истинную. Но сопоставление невозможно, если сами стандартные данные несогласованны.

Джеффрис отмечает главный недостаток своей общей таблицы – это отсутствие в ней дифференциации между

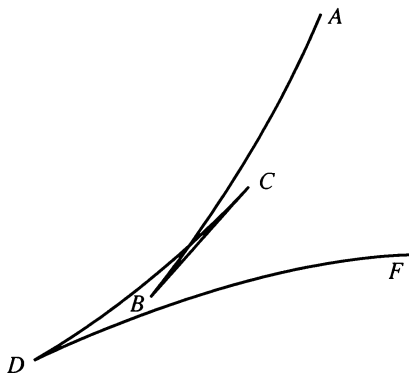


Рис. 7. Годограф для  $PKP$ -волны, у которого точка  $B$  лежит выше ветви  $DF$



континентальными и океаническими регионами. Но в то время строение коры под океанами не было известно, и совершенствование таблиц в указанном направлении было невозможно.

Общую точность таблиц установить трудно. Некоторые времена пробега  $P$ - и  $S$ -волн известны с точностью около 0,001 с, но и имеются трудности, как, например, с 20-градусной границей, так как в этой зоне часть годографов построена по неполным данным.

Джеффрис указывает, что время  $K$ -волны вдоль диаметра равно 11 мин 37,9 с  $\pm$  0,6 с. Средняя точность для ядра такая же, как и для мантии. Правда, внутреннее ядро все же вносит некоторые осложнения в оценку точности. Создание Таблиц Джеффриса–Буллена еще до появления электронных вычислительных машин было огромным научным достижением – настоящим научным подвигом.

\* \* \*

Середина 30-х годов была ознаменована новым крупным открытием во внутреннем строении Земли, сделанным на основе данных сейсмологии. После открытия Олдгемом жидкого ядра, сделанного в начале века, сейсмологи уточнили зону тени для предварительных колебаний, в которой они очень слабы или полностью отсутствуют для эпицентральных расстояний от  $105^\circ$  до  $142^\circ$ . Она интерпретировалась естественным образом как кольцевая область экранирования, поскольку  $P$ -волны в ядре должны были испытывать значительную рефракцию. Вместе с тем, не следует зону тени понимать слишком буквально с точки зрения геометрической оптики. Некоторая часть сейсмических волн дифрагирует вдоль границы ядра. Слабые дифрагированные волны, порожденные сильными землетрясениями, прослеживаются вплоть до  $\Delta = 150^\circ$ . Хотя вступления их нерезкие, но удается определить времена пробега и построить их годограф до слияния с фазой  $P$  при  $\Delta = 105^\circ$ . Отмечающееся при этом незначительное увеличение  $dt/d\Delta$ , вероятно, является следствием слишком плавного, четко не зафиксированного вступления.

Были выделены и другие слабые фазы, вступающие через несколько минут на эпицентральных расстояниях между  $105^\circ$  и  $142^\circ$ . Тогда их обозначали  $P'$ , а сейчас, как мы уже знаем, –  $PKP$ . Их также считали дифрагированными от поверхности каустики волн  $PKP$ .

Однако в 1936 г. Инге Леманн представила другую интерпретацию. Ведь именно уменьшение скорости  $P$ -волн при переходе из мантии в ядро является причиной того, что идущие вниз  $P$ -лучи

резко отклоняются к центру Земли, поэтому-то и возникает зона тени при  $105^\circ < \Delta < 143^\circ$ . А существование в ней *РКР*-волн, по Леманн, можно объяснить наличием в глубине ядра зоны резкого возрастания скорости с глубиной. Существование такой зоны – внутреннего ядра – и заставляет идущие вниз *Р*-лучи резко заворачивать вверх.

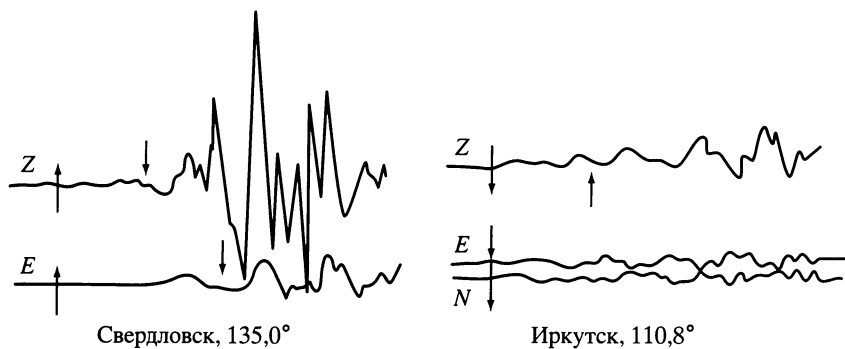
Инге Леманн, занимавшая должность заведующей отделом сейсмологии Датского королевского геодезического института, в течение ряда лет наблюдала прошедшие через ядро Земли волны от землетрясений в Тихом океане (рис. 9). Она подразделила их на три группы  $P'_1$ ,  $P'_2$  и  $P'_3$ . Первые два луча отклонялись на границе мантии и ядра и фокусировались на противоположной стороне Земли.

В работе «*P'*» И. Леманн писала:

«Требуется объяснить происхождение фазы  $P'_3$ , поскольку теперь едва ли можно считать вероятным, что она образуется вследствие дифракции. Здесь будет предложена гипотеза, которая представляется более вероятной, хотя она и не может быть доказана с помощью имеющихся данных.

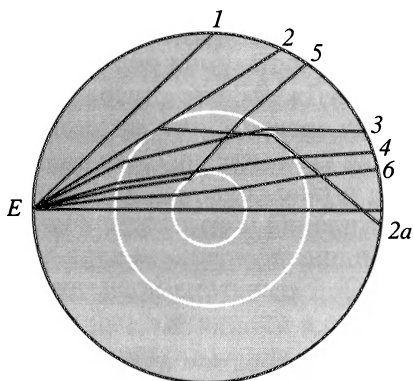
Мы принимаем, как и прежде, что Земля состоит из мантии и ядра, но в этом ядре имеется еще внутреннее ядро, в котором скорость сейсмических волн больше, чем во внешнем ядре. Радиус внутреннего ядра принимается равным  $r_1 = (8/10)r_0 \sin 16^\circ = 0,2205r_0$ , так что луч, угол падения которого на поверхность Земли равен  $16^\circ$ , лишь касается внутреннего ядра» [537].

Лучам  $P'_1$  и  $P'_2$  на рисунке (рис. 10), взятом из работы Леманн [537], отрывок из которой приведен в книге Болта [605] и взятой нами из нее, соответствуют луч 3 и луч 2а. Луч  $P'_3$  (на рис. 10 луч 5) Леманн объяснила как отраженный на резкой границе внутри ядра. По ее мнению, для дифрагированной волны у него слишком короткий период. Она решила прямую задачу, рассмотрев простейшую двухслойную модель Земли, в которой скорости сейсмических волн принимались постоянными и равными 10 км/с в мантии и 8 км/с в ядре, и внеся в нее центральное внутреннее ядро, в котором скорость сейсмических волн также принималась постоянной. В такой модели сейсмические лучи были прямолинейными отрезками (хордами) и времена пробега рассчитывались по элементарным тригонометрическим соотношениям. Затем Леманн методом последовательных приближений подобрала радиус внутреннего ядра и скорости волн, при которых составленные по наблюдениям годографы волн  $P'_3$  совпадали с расчетными. То есть она показала, что можно построить правдоподоб-



**Рис. 9.** Записи фазы  $P'_3$ . 16 июня 1929 г.

**Рис. 10.** Ход лучей в Земле, имеющей внешнее и внутреннее ядро. [Из работы Леманн, 1936]



ную трехслойную модель Земли, которая объясняет наблюдаемые сейсмологические данные.

Леманн в той же работе [537] отметила, что дифракцией нельзя объяснить появление прошедших через ядро  $PKP$ -волн глубоко в зоне тени.

Однако для получения более убедительных доказательств существования внутреннего ядра надо было решить обратную задачу. Это и было сделано Джеффрисом [254], [255]. Он получил предварительное значение радиуса внутреннего ядра 0,36 радиуса ядра Земли, т.е.  $1200 \div 1250$  км, что близко к современным значениям [607], [643, с. 147], [618, с. 19]. Джеффрис также количественно проверил, могут ли дифрагированные волны иметь столь короткие периоды, какие наблюдаются у волн в зоне тени [255]. Для этого он использовал теорию Эйри о дифракции близ каустики. Джеффрис получил, что периоды в 1 с должны были бы проследиваться в сторону меньших эпицентральных расстояний  $\Delta$  до  $\Delta = 139^\circ$ , а в 10 с – примерно до  $\Delta = 128^\circ$ . Фактически периоды в 1 с наблюдаются в интервале  $123^\circ < \Delta < 125^\circ$ . На этом

основании Джеффрис отвергает гипотезу дифракции. Вместе с тем, он отмечает, что для получения при преломлении такой длинной ветви требуются особые условия. Значение  $dt/d\Delta$  вдоль нее практически остается неизменным и равно 2,0 с на  $1^\circ$ , но на эпицентральном расстоянии  $\Delta = 143^\circ$  испытывает скачок и становится 3,5 с на  $1^\circ$ . Джеффрис справедливо замечает, что уже одного этого свидетельства достаточно для утверждения, что рассматриваемые лучи должны проходить гораздо ближе к центру планеты, чем лучи, формирующие каустику.

В своих первых распределениях скоростей  $P$ -волн Джеффрис показал скачок при переходе границы между внешним и внутренним ядрами. Для этого значение всестороннего модуля сжатия следовало бы увеличить на 32%, если исключить невероятную возможность уменьшения плотности с глубиной. Как бы то ни было, Джеффрис считал границу резкой. Но имелаась и другая точка зрения Гутенберга, представлявшего ее растянутой на десятки километров. Прав оказался Джеффрис, но ответ был получен в 60-е годы, когда были предприняты специальные поиски вступлений короткопериодных  $PKiKP$ -волн, отражавшихся от границы внутреннего ядра.

События того времени описывает Брюс Болт: «Приблизительно в это время я работал вместе с Мэри О'Нейл в Калифорнийском университете в Беркли. Если поверхность внутреннего ядра резкая, то внимательное изучение сейсмограмм должно было выявить НСВ (неопознанное сейсмическое вступление. – Пер. Л.П. Винника) в предсказанном временном интервале на расстояниях  $105^\circ$ – $110^\circ$ . Мы искали их и нашли. Еще более убедительное доказательство было получено с помощью гигантской группы сейсмографов LASA. В 1970 г. Э.Р. Энгдал, А. Флинн и К.Ф. Ромни в США объявили о том, что группой LASA в шт. Монтана обнаружены волны  $PKiKP$ , которые отразились от границы внутреннего ядра под малым углом и вышли на поверхность на очень малых эпицентральных расстояниях – всего  $10^\circ$ . Источниками этих эхо-сигналов служили подземные ядерные взрывы, произведенные в шт. Невада, а также землетрясения. Отсюда непосредственно вытекали два вывода: во-первых, внутреннее ядро имеет резкую поверхность, а во-вторых, его радиус с точностью до нескольких километров равен 1216 км» [605, с. 91–92].

К 1940 г. независимые исследования групп Гутенберга–Рихтера и Джеффриса–Буллена по применению лучевой теории привели к созданию скоростных моделей Земли. Так, в интервале глубин 800–2800 км различие между скоростями  $P$ -волн в моделях Джеффриса и Гутенберга составляет порядка 1%, и такое же раз-

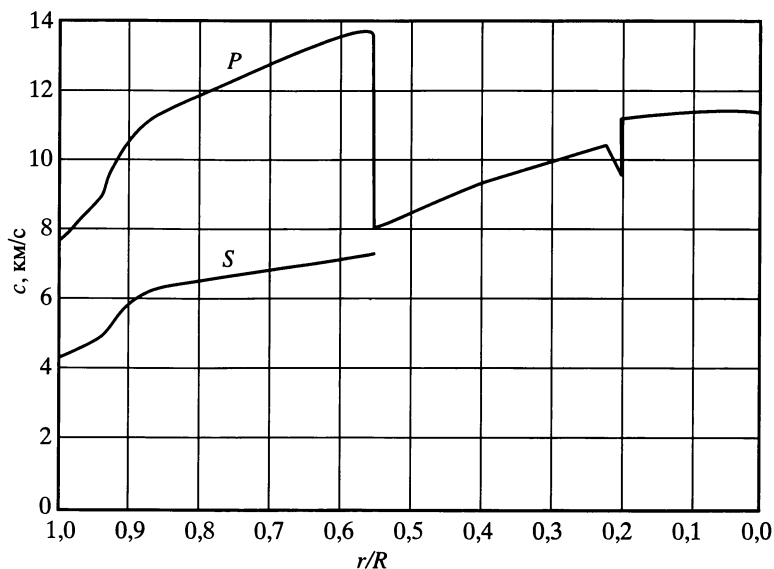
личие между моделью Джеффриса и современными моделями [603, с. 359].

Свою модель распределения скоростей в 1939 г. Джеффрис создал совместно с Таблицами времен пробега сейсмических волн Джеффриса–Буллена 1940 г., о которых мы уже подробно рассказывали.

Для расчета скоростей  $P$ -волн –  $\alpha$  и  $S$ -волн –  $\beta$  Джеффрис использовал зависимость между ними, глубиной и годографом ( $t, \Delta$ )  $t = t(\Delta)$ . Если задано соотношение  $t = t(\Delta)$  для семейства лучей в сферически-симметричной модели Земли, скорости сейсмических волн как функции глубины можно найти, решив интегральное уравнение. Впервые решение такого вида было получено Абелем, а для задач сейсмологии решения получали Герглотц, Вихерт и Бейтман в 1907–1910 гг. (подробнее см. [606]). С его помощью можно получить значения  $\alpha$  и  $\beta$  как функции  $r$ . Однако этот метод применим только в областях, где скорость изменяется нормальным образом с изменением  $r$ . Метод может не работать при аномальном изменении скорости с глубиной. Так, если на некотором интервале функция  $t(\Delta)$  трехзначна, т.е. ее график имеет петлю, как на рис. 5–7, то вычисление включает в себя интегрирование вдоль петли. Но аномалии, к счастью, характерны лишь для некоторых довольно узких диапазонов глубины. Для исследования аномальных областей, как мы уже отмечали, привлекаются дополнительные данные, как-то  $dt/d\Delta$ , амплитуды объемных волн и др.

Используя эти методы, Джеффрис к 1939 г. определил статистически достоверные скорости сейсмических волн:  $\alpha$  для всех глубин и  $\beta$  для мантии. В интервалах глубин с нормальными изменениями скоростей Джеффрис использовал прием сглаживания для избавления от лишних параметров. В тех небольших диапазонах глубин, где не удавалось определить скорости, он принимал для нее условное значение, зависящее от минимального количества параметров. Так, например, в интервале глубин 4980 и 5120 км Джеффрис принял  $\alpha$  пропорциональной радиусу. Но дело в том, что и времена пробега в Таблицах Джеффриса–Буллена были вычислены при использовании сглаженных и условных скоростей. Поэтому и создание таблиц, и расчет скоростей модели Земли – это два аспекта проделанной Джеффрисом и Булленом работы. Значительно позднее Буллен показал, что между скоростями 1939 г. и таблицами имеются незначительные расхождения [500].

Скоростная модель Земли Джеффриса состояла из верхнего слоя – земной коры, включающего две части, в которых



**Рис. 11.** Распределение скоростей сейсмических волн в зависимости от глубины

скорости сейсмических волн принимались постоянными, – оболочки и ядра. Внешний «гранитный» слой имел толщину 15 км, и в нем  $\alpha = 5,57$  км/с и  $\beta = 3,36$  км/с, а подстилающий его промежуточный слой имел толщину 18 км, и в нем  $\alpha = 6,50$  км/с и  $\beta = 3,74$  км/с. Распределение скоростей в зависимости от глубины показано на рис. 11 [7, р. vii].

Знание этих зависимостей позволяет получить и распределение плотности  $\rho$  в зависимости от глубины  $Z$  или расстояния до центра  $r$ . Кроме того, знание скоростей  $\alpha$  и  $\beta$  как функций  $r$  позволяет описывать и распределение в Земле модуля сжатия  $k$ , модуля сдвига  $\mu$ , давления  $p$ , ускорения силы тяжести  $g$ , а также производных от них – модуля Юнга  $E$ , коэффициента Пуассона  $\sigma$  и некоторых других.

Первая попытка оценить распределение плотности в Земле была сделана Вильямсоном и Адамсом еще в 1923 г. [597, р. 413–428]. В предположении гидростатического равновесия  $dp/dZ = g\rho$ ,  $g = Gm/r^2$ , где  $G$  – гравитационная постоянная,  $m$  – масса, заключенная в шаре радиусом  $r$ . Как известно,  $\varphi = k/\rho = \alpha^2 - 4\beta^2/3$ , и так как  $p = (\rho/k)(dp/dZ)$ , то  $p = g\rho/\varphi = Gmp/r^2\varphi$  и  $dp/dZ = (\partial p/\partial p)(\partial p/\partial Z)$ . В пренебрежении над адиабатическим температурным градиентом получаем уравнение Вильямсона–Адамса  $dp/dZ = g\rho/\varphi = Gmp/r^2\varphi$ , таким образом, зная  $\varphi$ , можно

оценить градиенты плотности в недрах Земли. Вильямсон и Адамс показали, что сжимаемостью можно объяснить увеличение плотности от поверхности к глубине ~3400 км примерно на 2 г/см<sup>3</sup>. Однако только за счет одной сжимаемости нельзя прийти к высокой плотности в центральных областях Земли, для того чтобы получить ее полную массу  $M$ . Это явилось первым прямым доказательством существенного изменения химического состава и/или фазовых переходов при движении в глубь Земли. Они приняли среднюю плотность под корой  $\rho \sim 3,3$  г/см<sup>3</sup> и заключили, что основной составляющей непосредственно под корой должна быть ультраосновная порода, а мантия, скорее всего, имеет оливиновый состав.

При дальнейшей работе по построению моделей Земли стали учитываться такие факторы, как изменение химического состава, изменение температуры, изменение фазового состояния. Построением моделей Земли на основе скоростного разреза, полученного по Таблицам Джеффриса–Буллена, 1940 г., занимался преимущественно Буллен (подробнее см. [607]). Им были введены обозначения А, В, С, D, E, F и G для семи концентрических зон в недрах Земли. С некоторыми изменениями они используются до настоящего времени (подробнее см. [620]). В основном границы между слоями различаются в тех местах, где  $\alpha$  и  $\beta$  или их градиенты претерпевают резкие изменения. Иногда границы интерпретируются как участки, где изменения свойств среды происходят скачкообразно. Такая интерпретация границ в модельных представлениях Земли уместна, если расстояния, на которых происходят изменения физических свойств, меньше длин  $P$ - и  $S$ -волн.

Зона А – это земная кора. Строение ее очень сложное и имеет большие региональные различия. Однако в первых простых моделях крупномасштабного строения Земли земная кора принималась как единая для всей планеты зона, описываемая всего несколькими параметрами. Так как первые сейсмологические исследования проводились в континентальных регионах, общая толщина коры оценивалась в 33 км. Граница Мохоровичича не во всех регионах настолько резкая, чтобы могли отчетливо наблюдаться отраженные от нее объемные волны. Как правило, принималось, что на ней происходит изменение  $\alpha$  на 1 км/с до 8 км/с и изменение  $\beta$  на 1 км/с в интервале глубин ~1 км.

Зона В – первоначально определена как слой толщины ~380 км от подошвы земной коры до границы, которая была уверенно выявлена в работах Байерли [469], Джеффриса и Буллена [174], [190]. В этих работах был показан резкий изгиб книзу годо-

графов  $P$ - и  $S$ -волн вблизи эпицентрального расстояния  $\Delta = 20^\circ$ . Он интерпретировался как наличие некой « $20^\circ$ -ной границы раздела». Однако оказалось сложным установить, имеется ли на этой границе разрыв «первого рода», т.е. скачкообразное увеличение скоростей  $\alpha$  и  $\beta$ , или разрыв «второго рода», выражающийся в резком увеличении градиентов  $d\alpha/dZ$  и  $d\beta/dZ$ . Сначала Джеффрис предполагал наличие разрыва «первого рода», но затем тщательный анализ данных [253] склонил его мнение в сторону разрыва «второго рода».

Сегодня все же нельзя считать изменение  $\alpha$  и  $\beta$  в зоне В повсеместно нормальным. К этому приводили горизонтальные неоднородности свойств вещества в этой зоне и аномальные градиенты температуры в ней.

Возникали и опасения для признания самого факта существования зоны В. Так, в работах Джеффриса 50-х годов [320], [331], [356] было показано, что первый резкий изгиб годографа для  $P$ -волн наблюдается для  $\Delta < 20^\circ$ . В Европе [299], как указал Джеффрис,  $\Delta \sim 15^\circ$ – $16^\circ$ , и поэтому резкое увеличение  $\alpha$  или  $d\alpha/dZ$  под этими областями должно происходить на глубинах меньших, чем 400 км. Вместе с тем, для Японии существование границы  $20^\circ$  не вызывает сомнений. Действительно, все это свидетельствует, что горизонтальные вариации под земной корой простираются на значительные глубины. Вполне возможно существуют дополнительные зоны скачков скорости. Дальнейшее уточнение структуры позволило выделить две подзоны В' и В'' и несколько скорректировать глубину подошвы всей зоны В.

Сюда же примыкает и вопрос о существовании в зоне В «слоя пониженных скоростей», впервые поднятый Гутенбергом еще в 1926 г. [499, р. 24–29]. Но, несмотря на все поправки и уточнения, можно считать скорости  $\alpha$  и  $\beta$  1939 г., если их рассматривать как усредненные по горизонтали значения, достаточно хорошим первым приближением. И, несмотря на имеющиеся флуктуации, средние значения их градиентов  $d\alpha/dZ$  и  $d\beta/dZ$  мало отличаются от соответствующих значений при нормальном характере изменения скоростей с глубиной. Зона С выделяется от подошвы зоны В до глубины  $\sim 1000$  км, считая от поверхности. Слой на глубинах от 400 до 900 км – нижний слой верхней мантии под астеносферой в отечественной литературе называется слоем Голицына. Наличие второй зоны быстрого изменения скоростей, найденной позже, разделило ее на подзоны С' и С'' на глубине  $\sim 650$  км. Для зоны С в целом характерны градиенты скорости большие, чем нормальные, но с глубиной в приближении к ее подошве они уменьшаются почти до нормы. Иногда зоны В и С на-

зывают верхней мантией. Но иногда под ней понимают только верхние 400 км.

Зона D не отделена от зоны C резкой границей. И скорости волн, и их градиенты считаются непрерывными при переходе от зоны C к зоне D. Граница введена для того, чтобы отметить глубину, с которой поведения  $d\alpha/dZ$  и  $d\beta/dZ$  становятся опять нормальными.

Зону D часто называют нижней мантией, так как она простирается до границы N между мантией и ядром Земли. В ней вплоть до глубины 2700 км можно принимать градиенты скоростей Джеффриса 1939 г. (в самом первом приближении), которые остаются нормальными и непрерывными. Это естественным образом интерпретируется как свидетельство об однородности. Но в интервале 2700–2900 км градиенты скоростей, по Джеффрису, падают до нуля или даже становятся отрицательными. Изучение этой особенности привело Буллена к выделению в зоне D двух подзон – D' (1000–2700 км) и D'' (2700–2900 км). Как понятно с позиций геофизики сегодняшнего дня, несмотря на малые размеры зоны D'', изучение ее свойств важно для правильного понимания таких проблем, как температура ядра Земли, возможность существования конвекционных потоков. Однако в настоящее время все еще остаются существенные разногласия во мнениях относительно скоростей сейсмических волн в этой зоне.

Зона E лежит между 2900 км и 4980 км и представляет собой внешнее ядро Земли. По данным Джеффриса 1939 г., значения  $d\alpha/dZ$  непрерывны и нормальны в диапазоне глубин от границы N до глубины 4980 км, т.е. верхней границы внутреннего ядра, об открытии которого уже говорилось. Как известно, именно в работах Джеффриса показано, что зону E можно рассматривать как жидкую и, как следствие, принимать в ней  $\beta = 0$ .

Слой F – это переходный слой между глубинами 4980 и 5120 км, который следовал из распределения скорости волн P, полученных Джеффрисом. Ему пришлось постулировать градиент  $d\alpha/dZ = -0,0075 \text{ с}^{-1}$ , совместимый с имевшимися данными о временах пробега. На нижней границе Джеффрисом был введен скачок  $\alpha$  с 9,40 до 11,16 км/с.

Слой G – внутреннее ядро, для радиуса которого, как уже отмечалось, Джеффрис в 1939 г. получил предварительное значение 1250 км. Но о внутреннем ядре и его исследованиях Джеффрисом в этой главе уже рассказывалось.

К началу 40-х годов, таким образом, сложилась общая картина внутреннего строения Земли. И подразделение Земли на слои, предложенное Булленом на основе кривых зависимости скоро-

стей сейсмических волн от глубины Джеффриса, несмотря на некоторую неопределенность в положении и иногда даже реальность границ, служит основой для дальнейших исследований недр в геофизике.

В последующие годы Джеффрис продолжает развивать различные направления как в теоретической, так и в наблюдательной сейсмологии.

В 1943 г. выходит его работа «Об импульсах, чьи времена пробега не являются истинно минимальными» [289]. В ней Джеффрис дает объяснение «хвосту» волн, который нельзя вызвать простой дисперсией. Дело в том, что при дисперсии групповая скорость должна быть функцией периода, а волны «хвоста» при одинаковом периоде имеют времена пробега, т.е. групповые скорости, различающиеся почти вдвое. Известно, что время пробега сложного импульса будет постоянным лишь при малых вариациях луча, и оно не обязательно минимально для всех вариаций. Так, время пробега, показывает Джеффрис, *PP*-волн в однородной сфере было бы максимальным по отношению к вариациям точки отражения в плоскости луча. Джеффрис указывает также на то, что делались попытки получить эмпирические времена пробега для всех возможных фаз, но проявилось качественное различие между фазами, времена пробега которых соответствуют истинному минимуму, и фазами с просто стационарными временами. К первым относятся *P*, *S*, *PKP*, *SKS*, *PcP*, *ScS*, *pP*, *sS* и *PKS*, и для них распределение невязок характеризуется резкими пиками с соответствующими средними квадратичными ошибками порядка 1–3 с и с обычным фоном помех. Для вторых фаз, к которым относятся *PP*, *PS*, *SS*, *SKKS* и *SKSP*, характерен разброс данных до 20 с и более без какой-либо выраженной концентрации. Эти данные отбрасывались. Были сделаны попытки теоретически рассчитать для них времена пробега. Наблюдаемые времена, отмечает Джеффрис, оказались разбросанными по обе стороны вычислений.

Создание теории импульсов этого типа встретилося с непреодолимыми математическими трудностями, указывает Джеффрис. Поэтому он принимает предложение Ф.Г. Фридлендера использовать имеющееся аналитическое решение распространения волн от цилиндрического источника, создающего возмущение тыльной частью цилиндра, которое обладает указанными свойствами. Для Джеффриса не составило большого труда получить в работе [289] приближенное решение. Оно показывало, что возмущение должно быть очень большим, но не резким, начинаясь раньше теоретического времени вступления и постепенно затухая после него.

Развивая теорию упругих колебаний, Джеффрис совместно с Е.Р. Лэпвудом в 1957 г. публикует статью «Отражение импульса внутри сферы» [346]. До этого Лэпвудом было показано, что в задаче Лэмба для глубокого источника в твердом полупространстве будут существовать дополнительные фазы. Некоторые фазы, времена пробега которых отличны от истинного минимума, будут обладать большим нерезким вступлением. Джеффрис, используя соответствующий математический аппарат [7, § 14–11], показал, что во многих задачах дифракции в простом цуге волн происходит сдвиг фазы на  $\pi/2$ . В частности, это имеет место для луча, коснувшегося каустики. Он также показал, что если начальный импульс до касания представлен интегралами Фурье или Бромвича, то смещения после касания могут быть представлены сопряженным интегралом. При этом взаимоотношение с начальной функцией такое же, как у поля электрического заряда с потенциальной функцией в полуплоскости. Если в момент  $t = 0$  импульс изменялся скачком от 0 до 1 (т.е. это  $\delta$ -функция), то преобразованный импульс близ теоретического момента вступления  $t = \tau$  изменяется как минус  $1/\pi \ln(t - \tau)^2$ . Это значение велико близ  $t = \tau$ , но вступление не резкое и нарастает постепенно. Это и было показано в [346].

В этом же году Джеффрис в работе «Упругие волны в непрерывно стратифицированной среде» [347] показал, что если свойства среды непрерывно изменяются от точки к точке, то вместо нее можно рассматривать  $n$  однородных слоев, где  $n$  достаточно велико. Им рассмотрены вступления в область волн под различными углами, с образованием вторичных волн и с полным внутренним отражением (случай миража). Лучи, испытавшие внутреннее отражение в среде с непрерывно изменяющимися свойствами, так же будут преобразовывать импульс  $\delta$ -функции, как и в предыдущей задаче [347].

Большое теоретическое и практическое значение имела опубликованная Джеффрисом в 1961 г. статья «Небольшие исправления в теории поверхностных волн» [370]. Как известно, поверхностные волны удобно использовать для изучения земной коры. Но, так как их групповая скорость и строение коры связывают сложные соотношения, то изучение ведется численными методами. Как показал в свое время Э. Мейснер, в любой гармонике средняя кинетическая и потенциальная энергия равны, и поэтому можно определить период, если дано отношение смещений. Но по принципу Рэлея, если принятые величины отношений имеют погрешности первого порядка малости и по ним оценивают период, то ошибка результата будет второго порядка малости.

сти. Таким образом, требуется меньшая точность, чем при численном интегрировании. Можно так же получить соотношения для групповых скоростей волн Лява и Рэлея. Этот метод Джеффриса стал очень популярен и с особенно большим успехом использовался американскими сейсмологами. В фундаментальном труде Аки и Ричардса [603, с. 276] он назван вариационным методом и ему дана высочайшая оценка.

В этой же области в 1963 г. выходят две статьи Джеффриса «Головные волны и природа границы Мохоровичича» [382] и «*SH* от источника в нижнем слое» [383]. В первой Джеффрис объясняет наличие быстрых колебаний за вступлением *P*- и *S*-волн и длину коды наличием нерегулярностей в основании верхнего слоя и, возможно, в пределах его самого. Это только дифракцией объяснить было невозможно. Во второй статье, написанной в соавторстве с Кедриком Селлсом, продолжается исследование проблем генерации *SH* волн и ее связь с волной Лява, рассмотренной для верхнего слоя Джеффрисом еще в 1931 г. Э. Лэпвуд отмечает [535] как одно из наиболее значительных достижений Джеффриса в теоретической геофизике показанную в этой работе необходимость специального обозначения функций Эйри при их использовании для описания волн Лява в неоднородных слоях. Введенные им обозначения сейчас общеприняты.

В работе 1965 г. «Об очень длинных волнах Лява» [395], написанной совместно с Дж. Хадсоном, рассмотрены волны с периодом  $\sim 40 \div 150$  мин, т.е. практически колебания Земли как целого. Это стало актуальным после обнаружения собственных колебаний Земли в записях Чилийского землетрясения 1960 г.

Им также было показано, что поправки за затухание собственных колебаний Земли могут разрешить противоречивость новых оценок радиуса ядра Земли [407]. Джеффрис подверг критике гармонический анализ данных по собственным колебаниям и указал пути совершенствования статистических методов [409].

В области наблюдательной сейсмологии Джеффрис в 1966 г. публикует работу «Ревизия времен пробега» [400]. В ней он учитывает рассогласование, полученное при анализе времен пробега волн от взрыва на Маршалловых островах с даваемыми годографом Джеффриса–Буллена. В ней отмечается важность результатов, полученных российскими исследователями Н.В. Кондорской и С.Д. Коган. Подробнее проблема ревизии времен пробега в 60-е годы освещена в [642, с. 123–154]. Джеффрис изучает времена пробега сейсмических волн *P*, *S*, *SKS*, и *PcP* от ядерных взрывов на Бикини, но отличие от Таблиц Джеффриса–Буллена, 1940 г. не очень значительное [380]. Он в серии ста-

тей изучает близкие землетрясения [384], времена пробега волн, прошедших через ядро или отразившихся от него [394], глубоко-фокусные землетрясения [378], обсуждает свидетельства или их отсутствия периодичности в повторяемости землетрясений [439].

Но большинство его сейсмологических работ позднего творческого периода относятся к исследованию региональных, географических вариаций скоростей сейсмических волн. В 1952 г. он показал, что влияние горизонтальных изменений на данные наблюдения объемных сейсмических волн статистически значимо. С тех пор данные и по близким землетрясениям, и по ядерным взрывам многократно использовались для изучения горизонтальных вариаций скоростей непосредственно под корой. Было показано, что хотя они и уменьшаются с глубиной, но их можно обнаружить вплоть до глубин в сотни километров. И его последняя научная работа, написанная им совместно с Майклом Шимшони – сотрудником отдела прикладной математики Института им. Вейцмана (Израиль), когда ему было уже 95 лет, также посвящена региональным различиям в сейсмологии [451]. В ней используются данные по землетрясениям в Японии, Гиндукуше, Тихом океане и Северо-Восточной Америке, а также по ядерным взрывам, какие были доступны. Данные по *P*- и *S*-волнам сравниваются с Таблицами Джеффриса–Буллена, 1940 г., различия в структуре коры рассматривались также. Они приводят к выводу, что картина все еще остается неопределенной, так как волны разной длины представляют слои Земли по-разному.

## Гравиметрия и теория фигуры планет

Гарольд Джеффрис начал свою работу в области гравиметрии, когда разрабатывались первые, еще несовершенные приборы для измерений силы тяжести и гравитационное поле Земли еще практически не было изучено. К концу же его жизни для изучения гравитационного поля Земли использовались гравиметры, с помощью которых можно было производить измерения не только на суше, но и на море и в воздухе. Наибольший прогресс в области изучения гравитационного поля не только Земли, но и других планет связан с использованием для этой цели искусственных спутников [618], [620].

Знание гравитационного поля Земли важно для решения многих фундаментальных и прикладных задач. Оно отражает распределение масс в недрах Земли и тесно связано с ее формой. Этой проблеме уделил внимание И. Ньютон. В вышедших в 1687 г. его «Математических началах натуральной философии», в которых был приведен закон всемирного тяготения, в третьей части изложена основанная на нем теория фигуры Земли. Ньютон первым понял, что Земля должна быть сплюснута у полюсов и растянута вблизи экватора, т.е. быть не сферой, а эллипсоидом вращения. Он же впервые теоретически вычислил сжатие Земли  $e = (a - b)/a$ , где  $a$  – экваториальный радиус,  $b$  – полярный радиус. Ньютон, в силу ряда причин, получил неточные значения  $e = 1/230$ . Современное значение  $e = 1/298,25$ .

Расхождение связано прежде всего с тем, что Ньютон решил задачу о фигуре, вращающейся однородной жидкости. Для каждого значения угловой скорости вращения  $\omega$ , вообще говоря, имеется несколько равновесных фигур. Задача сводится в общем случае к определению уравнения уровенных (эквипотенциальных) поверхностей тела  $r = r(\Theta)$ , определяемых из условия

$$U(r) = V(r) + Q(r) = \text{const},$$

где  $U$  – потенциал силы тяжести,  $V$  – гравитационный потенциал,

$Q$  – центробежный потенциал.

$$V = G \int \frac{\rho(\bar{r}')}{|\bar{r} - \bar{r}'|} d\tau, \quad Q = \frac{\omega^2}{2} r^2 \sin^2 \Theta,$$

где  $\rho(r)$  – распределение плотности.

Все решения этого уравнения не найдены даже в простейшем случае  $\rho = \text{const}$ . Маклорен и Якоби изучали частные точные решения в виде эллипсоидов. Однако реальное вещество, из которого состоят небесные тела, сжимаемо и, следовательно, неоднородно. Основы теории фигуры сжимаемой самогравитирующей медленно вращающейся жидкости были заложены в книге французского математика Алексиса Клода Клеро «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики», вышедшей в 1743 г. [473]. Дифференциальное уравнение Клеро определяет строение вращающейся неоднородной жидкой планеты, в том числе и Земли (в той мере, в какой ее можно считать гидростатически равновесной). Рассматривая медленно вращающуюся конфигурацию, состоящую из квазисферических слоев различной плотности, Клеро показал, что уровенные поверхности должны совпадать с поверхностями равной плотности. Применяя гюйгеновский принцип линии отвеса к каждой уровенной поверхности, он доказал, что сфероиды (определенные таким образом сфероиды отличаются от эллипсоидов вращения) удовлетворяют условиям относительного равновесия, и вывел уравнение, связывающее переменную сплюснутость слоев с их плотностью. В современных обозначениях уравнение Клеро записывается в следующем виде [627]:

$$e(\beta)D(\beta) - 3/5[S(\beta) + T(\beta)] - m/2 = 0.$$

Здесь  $m = \omega^2 S_1 / GM$  – безразмерный малый параметр теории фигуры,  $\beta = s/s_1$  – относительный средний радиус,  $s$  – радиус сферы равновеликого объема,  $s_1$  – радиус, отнесенный к поверхности планеты, на что указывает индекс 1,  $M$  – масса планеты,  $G$  – гравитационная постоянная,

$$D(\beta) = \frac{1}{\beta^3} \int_0^\beta \delta(t) d(t)^3, \quad S(\beta) = \frac{1}{\beta^5} \int_0^\beta \delta(t) d(t)^5 e, \quad T(\beta) = \int_\beta^1 \delta(t) dt -$$

интегральные параметры, в которых  $\delta = \rho/\rho_0$  – относительная плотность,  $\rho_0$  – средняя плотность планеты.

Это уравнение в первом порядке малости по малому параметру позволяет определить сжатие планеты. В силу условия малости безразмерного параметра общие результаты известны почти для любых малых угловых скоростей вращения  $\omega$ .

В 1789 г. А.М. Лежандр нашел метод непосредственного определения фигур равновесия, близких к сфере, для любой сферической гармоник. Применение этого метода стало решающим на более поздних этапах развития теории фигуры планет. Лежандр задает в каждой точке малые отклонения фигуры равновесия от сферы, определяет это отклонение в функции сферических координат и выражает потенциал через полиномы, которые впоследствии были названы его именем.

П.С. Лаплас в пятом томе своей «Небесной механики» подытожил эти ранние работы, а также привел доказательство, что сжатый эллипсоид, мало отличающийся от сферы, является фигурой равновесия, даже если он находится под влиянием притяжения со стороны другого тела [534].

В 1885 г. Р. Радо получил [571] линейное уравнение второго порядка из уравнения первого порядка Клеро. Для этого получим из интегрального уравнения Клеро дифференциальное уравнение. Дифференцируем  $D(\beta)$ , взятую в нулевом приближении, и  $S(\beta)$  и  $T(\beta)$ , взятые в первом приближении:

$$\frac{d(\beta^3 D)}{D\beta} = 3\delta\beta^2, \quad \frac{dT}{d\beta} = -\delta \frac{de}{d\beta}, \quad \frac{d(\beta^5 S)}{d\beta} = \delta \left( 5e + \beta \frac{de}{d\beta} \right) \beta^4.$$

Дифференцируя уравнение Клеро и подставляя в него полученные выражения, имеем

$$S(\beta) = D(\beta)[e - (1/3)\beta(de/d\beta)].$$

Умножая это соотношение на  $\beta^5$  и повторно дифференцируя, получаем дифференциальное уравнение Клеро

$$\frac{d^2 e}{d\beta} = \frac{6e}{\beta} - \frac{6\delta}{D\beta} \left( \frac{e}{\beta} + \frac{de}{d\beta} \right).$$

Входящая в уравнение интегральная величина  $D$  является функцией  $\beta$ , и уравнение также линейно по  $e$  и однородно по  $\beta$  и  $\delta$ , поэтому оно может быть переписано в размерной форме:

$$\left( \frac{1}{s^2} \frac{d^2 e}{ds} - \frac{6e}{s^4} \right) \int_0^s \rho t^2 dt + 6\rho \left( \frac{e}{s} + \frac{de}{d\beta} \right) = 0.$$

Его интегрирование дает распределение сжатия в планете.

Радо ввел логарифмическую производную сжатия по радиусу  $\beta$ :

$$\eta = \frac{d \ln e}{d \ln \beta} = \frac{\beta}{e} \frac{de}{d\beta},$$

тогда  $\frac{de}{d\beta} = \frac{\eta}{\beta} l$ ;  $\frac{d^2 l}{d\beta^2} = \left( \frac{1}{\beta} \frac{d\eta}{d\beta} + \frac{\eta^2 - \eta}{\beta^2} \right) l$ , и, подставляя эти соотно-

шения в дифференциальное уравнение Клеро, получаем

$$\beta(d\eta/d\beta) + \eta^2 - \eta - 6 + 6[(\delta/D)(\eta + 1)] = 0,$$

и так как  $\frac{\delta}{D} = 1 + \frac{1}{3} \frac{d \ln D}{d \ln \beta}$ , то  $\beta \frac{d\eta}{d\beta} + \eta^2 + 5\eta + 2(1 + \eta) \frac{d \ln D}{d \ln \beta} = 0$ .

Вычислим производную от  $\ln \beta^5 \sqrt{(1 + \eta)}$ :

$$\frac{1}{D\beta^5 \sqrt{(1 + \eta)}} \frac{d[\beta^5 D \sqrt{(1 + \eta)}]}{d\beta} = \frac{5}{\beta} + \frac{1}{\beta} \frac{d \ln D}{d \ln \beta} + \frac{1}{2(1 + \eta)} \frac{d\eta}{d\beta}.$$

И, исключая производную  $\eta$ , получаем уравнение Радо:

$$\frac{d[\beta^5 D \sqrt{(1 + \eta)}]}{d\beta} = 5D\beta^4 F(\eta),$$

где  $F(\eta) = \frac{1 + (\frac{1}{2})\eta - (1/10)\eta^2}{\sqrt{(1 + \eta)}}.$

Если распределение плотности в планете найдено, можно определить функции  $\eta(\beta)$ . После этого распределение сжатия в планете легко определить:

$$d \ln e = \frac{\eta}{\beta} d\beta, \quad \ln e = \ln e_1 - \int_{\beta}^1 \frac{\eta(\beta)}{\beta} d(\beta),$$

где  $e_1$  определяется граничным условием на поверхности планеты:

$$\eta_1 = \frac{5}{2} \frac{m}{e_1} - 2, \quad e_1 = \frac{5m}{2\eta_1 + 4}.$$

Каждое слагаемое уравнения Клеро имеет первый порядок малости. Переходя к уравнению Радо, получаем уравнение с членами нулевого порядка малости. Тем самым, интегрируя уравнение Радо и определяя  $\eta = (\beta/e)(de/d\beta)$  в нулевом приближении, при последующем интегрировании определяем сжатие с точностью до членов первого порядка малости. Поэтому, и в этом его преимущество, все величины в нем достаточно вычислять в нулевом приближении. Но основное его преимущество по сравнению с уравнением Клеро, на которое первым обратил внимание Джеффрис в 1924 г. [75], так это замечательные свойства функции

$F(\eta)$ . Эта функция близка к 1. Следуя Джеффрису, это можно показать [1]. Найдем область изменения аргумента  $\eta$ . В уравнение Клеро вместо  $e(\beta)$  введем  $\lambda = \beta^{-3}e$ , тогда

$$e = \beta^3\lambda, (de/d\beta) = 3\beta^2\lambda + \beta^3(d\lambda/d\beta),$$

$$(d^2e/d\beta^2) = 6\beta\lambda + 6\beta^2(d\lambda/d\beta) + \beta^3(d^2\lambda/d\beta^2)$$

и уравнение Клеро примет вид:

$$\frac{d^2\lambda}{d\beta^2} + 6\left(1 + \frac{\delta}{D}\right)\frac{1}{\beta}\frac{d\lambda}{d\beta} + \frac{24\delta\lambda}{D\beta^2} = 0.$$

Изучим поведение функции  $\lambda(\beta)$  в области  $\beta \rightarrow 0$ .  $D(\beta)$  является средней плотностью в объеме, ограниченном поверхностью с параметром  $\beta$ . Из этого следует, что при  $D(\beta) \rightarrow \delta(0)$ , при  $\beta \rightarrow 0$  и  $(\delta/D) \rightarrow [\delta(0)/D(0)] = 1$ . Ищем решение полученного нами уравнения Клеро в виде  $\lambda = c\beta^n$ . Подставляя это выражение в уравнение Клеро для показателя степени, получим уравнение

$$n(n-1) + 12n + 24 = 0,$$

корни которого  $n_1 = -3$  и  $n_2 = -8$ .

Можно сделать вывод, что функция  $\lambda(\beta)$  при малых  $\beta$  является степенной функцией, убывающей с ростом  $\beta$ . Но  $\lambda(\beta)$  не может быть возрастающей функцией и при больших  $\beta$ , так как тогда  $\lambda(\beta)$  должна иметь минимум в некоторой точке  $\beta^*$ , т.е.

$$(d\lambda/d\beta)|_{\beta^*} = 0, \text{ но тогда так как}$$

$$\frac{d^2\lambda}{d\beta^2}\bigg|_{\beta^*} = -\left(\frac{24\delta\lambda}{D\beta^2}\right)\bigg|_{\beta^*} < 0, \text{ поскольку } \delta, \lambda, D, \beta > 0,$$

если функция имеет экстремум, то он может быть только максимумом. Окончательно приходим к заключению, что функция  $\lambda(\beta)$  убывает с ростом  $\beta$  при всех  $\beta > 0$ , т.е.  $(d\lambda/d\beta) < 0$ . Последнее условие для переменной  $e(\beta)$  переписывается в виде  $[d(\beta^{-3}e)/d\beta] < 0$ . Откуда  $-3\beta^{-4}e + \beta^{-3}(de/d\beta) < 0$ ,  $\eta = (\beta/e)(de/d\beta) < 3$ . Сжатие фигуры  $e(\beta)$ , вызванное центробежными силами, растет к поверхности планеты, так что  $(de/d\beta) > 0$ . Поэтому диапазон возможных изменений  $\eta$  заключен в пределах  $0 < \eta < 3$ .

Теперь не представляет труда изучить поведение функции  $F(\eta)$ , входящей в уравнение Радо:

$$\frac{dF}{d\eta} = F \frac{d \ln F}{d\eta} = \frac{\eta(1-3\eta)}{20(1-\eta)^{3/2}}.$$

Последнее соотношение показывает, что  $F(\eta)$  имеет два экстре-

мум: минимум  $F = 1$  при  $\eta = 0$  и максимум  $F = 1,00074$  при  $\eta = 1/3$ . Джеффрис определяет значение функции для реальной Земли  $m = 1/288$ ,  $e = 1/297$ , тогда  $\eta = 0,57$ ; он также приводит ее наиболее характерные значения:

$$F(0) = 1,00000; F(1/3) = 1,00074; F(0,57) = 0,99928; F(3) = 0,8.$$

При применении к Земле  $F(\eta)$  возрастает от 1 при  $\beta = 0$  и  $\eta = 0$  до значения 1,00074 в слое, где  $\eta = 1/3$ , и затем снова падает до 0,99928 у поверхности.

Это свойство функции  $F(\eta)$  дает возможность решать интегральное уравнение Радо методом последовательных приближений. В первом приближении положим  $F(\eta_1) = 1$ ; тогда, зная среднюю плотность  $D(\beta)$ , можно определить функцию  $\eta^{(1)}(\beta)$  в первом приближении. Затем вычисляется  $F_2^{(1)} = F(\eta^{(1)})$ , и, интегрируя произведение  $F_2(\eta)D(\beta)$ , находим  $\eta^{(2)}(\beta)$  во втором приближении и т.д. Так как  $F(\eta)$  близка к единице, то итераций делаем немного.

Уравнение Радо в первом приближении, так называемом приближении Радо–Дарвина, можно записать в виде, полагая  $F = 1$ ,

$$\frac{d[\beta^5 D \sqrt{(1+\eta)}]}{d\beta} = 5D\beta^4,$$

или то же самое  $\beta^5 D(\beta) \sqrt{(1+\eta)} = 5 \int_0^\beta D(t) t^4 dt$ , полагая  $\beta = 1$ ,

находим  $\sqrt{(1+\eta)} = 5 \int_0^1 D(t) t^4 dt$ , и, как известно,

$$\int_0^1 D(t) t^4 dt = \int_0^1 \delta t^4 dt - \frac{1}{3} \int_0^1 t^5 \frac{dD}{dt} dt, \text{ и после интегрирования по частям}$$

получаем

$$\int_0^1 D(t) t^4 dt = \frac{1}{2} \left( 1 - 3 \int_0^1 \delta t^4 dt \right) \text{ или } \sqrt{(1+\eta)} = \frac{5}{2} \left( 1 - 3 \int_0^1 \delta t^4 dt \right).$$

Интеграл в последнем выражении представляет собой момент инерции, в нулевом приближении полярный  $C$  или экваториальный  $A$  равны. Тогда

$$\int_0^1 \delta t^4 dt = \frac{C}{2Ma_1^2} \text{ или } \frac{C}{2Ma_1^2} = \frac{2}{3} \left( 1 - \frac{2}{5} \sqrt{(1+\eta_1)} \right).$$

С точностью до членов первого порядка из теории внешнего потенциала можно показать:  $(C - A)/(Ma_1^2) = 2/3(e - m/2)$ .

А поделив последнее равенство на предпоследнее, получаем динамическое сжатие или постоянную прецессии, которые для Земли можно с достаточной точностью определить из астрономических наблюдений.

$$H = \frac{C - A}{C} = \frac{e_1 - m/2}{1 - 2/5\sqrt{(1 - \eta_1)}} = \frac{e_1 - m/2}{1 - (2/5)\sqrt{\{[(5/2)(m/e_1)] - 1\}}}.$$

Для однородного сфероида  $H = e$ .

Казалось бы, определив  $H$  и  $m$ , можно решить задачу распределения плотности. Но оказалось, что весьма различные законы распределения плотности дают одинаковые значения наблюдаемых констант, поэтому установить верный закон таким путем невозможно.

Вот что пишет по этому поводу Джеффрис:

«Приближение Радо объясняет причину указанного выше результата, но оно же ведет к противоречию, на которое обратили внимание Пуанкаре и Тиссеран. Принимая  $m = 1/288,4$ ,  $H = 1/305,6$ , они получили  $e \leq 1/297,3$ . Между тем в то время правильным значением  $e$  считалось  $1/293,5$ , согласно определению Кларка в 1880 г. В результате нового определения, выполненного Хейфордом и Гельмертом, получено значение  $1/297,0 \pm 1,2$ ; оно согласуется с гидростатической теорией. Но к тому времени стало ясно, что гидростатическая теория (всегда признаваемая верной) могла бы дать более точное значение, чем то, которое можно надеяться получить из наблюдений. Поэтому сначала Колландро [470], [471], а затем Г. Дарвин [484] развили гидростатическую теорию с учетом членов порядка  $e^2$  и изменением  $F$  внутри Земли. В качестве независимой переменной они ввели экваториальный радиус поверхности равной плотности. Де Ситтер [580], [582], [583] показал, что гораздо выгоднее заменить его средним радиусом. Кроме того, он показал, что, согласно общей теории относительности, должна быть небольшая прецессия, не связанная с фигурой Земли, а также вековое движение лунных узлов и перигея» [1, с. 189]

Вслед за Дарвином Джеффрис [327] ищет уравнение фигуры равновесия в виде «стандартного сфероида второго приближения», обобщающего уравнение эллипсоида введением дополнительного параметра  $k$  второго порядка малости. Уравнение Дарвина для определения параметра  $k$  имеет вид [327, с. 99]:

$$(3e^2 - 8k)D - 6eS + 3P + (8/3)Q = 0.$$

Здесь интегральные операторы  $D$  и  $S$  такие же, как и в уравнении Клеро, а  $P$  и  $Q$  следующие:

$$P(\beta) = \frac{1}{\beta^7} \int_0^\beta \delta(t) d \left[ t^7 \left( e^2 + \frac{8}{9} \right) k \right],$$

$$Q(\beta) = \beta^2 \int_\beta^1 \delta(t) d[t^{-2}k].$$

Для решения уравнения Дарвина необходимо использовать решение уравнения Клеро. Тогда, имея решения уравнений Клеро и Дарвина, можно из уравнения Дарвина–Де Ситтера

$$\left( e + \frac{31}{42} e^2 + \frac{4}{7} k \right) D - \frac{3}{5} \left( 1 + \frac{4}{7} e \right) S - \frac{3}{5} \left( 1 - \frac{8}{21} e \right) T - \frac{m}{2} \times \\ \times \left( 1 + \frac{20}{21} e \right) = 0.$$

получить  $e$  во втором порядке малости. Уравнение Дарвина–Де Ситтера, в отличие от уравнений Клеро и Дарвина, имеет такой простой вид только в том случае, когда за независимую переменную выбран средний относительный радиус  $\beta = S/S_1$ , что и было использовано Джеффрисом [327].

Несколько позже Джеффрисом было показано, что в свете первых спутниковых данных о фигуре и гравитационных моментах Земли приближение Радо при оценках сжатия поверхности вносит ошибку не более  $6 \cdot 10^{-7}$ , однако оно менее надежно в применении к планетам-гигантам [385]. Именно с исследованием последних связано развитие Джеффрисом теории фигуры до второго порядка малости в удобном для численных расчетов виде.

Дальнейшее развитие теории фигуры до третьего и более высоких порядков малости связано с именами российских геофизиков В.Н. Жаркова и В.П. Трубицына [626], [632].

\* \* \*

Джеффрис интересуется результатами гравиметрической съемки с целью создания картины глобального гравитационного поля Земли. В этой связи им рассмотрены некоторые методические вопросы. Так, он рассматривает редукцию в свободном воздухе [148]. По его мнению, она не является следствием гипотезы Файя, выдвинутой в 1880 г., о том, что силу тяжести на земной поверхности следует вычислять, пренебрегая притяжением всех неровностей рельефа, но учитывая расстояние от центра Земли.

Эту гипотезу Джеффрис называет гипотезой тяготения в свободном воздухе [1, с. 210]. Редукция в свободном воздухе, считает он, несмотря на формальное сходство, представляет собой просто математический прием для упрощения расчета внешнего поля по наблюдениям силы тяжести.

Возвышенности, конечно, обладают массой, но гипотеза тяготения в свободном воздухе представляет предельный случай, при котором внутренние аномалии плотности расположены близко к поверхности и достаточны по величине для компенсации притяжения дополнительных масс неровностей рельефа.

Джеффрис обсуждает также гипотезу Буге, по которой сила тяжести на высоте  $h$  подсчитывается так, как если бы промежуток от уровня моря до высоты  $h$  был заполнен веществом горного плато с плотностью  $\sigma'$ . В этом случае избыток силы тяжести на высоте  $h$  по сравнению с уровнем моря будет

$$-\frac{2gh}{a}\left(1 - \frac{3}{4}\frac{\sigma'}{\bar{\sigma}}\right),$$

где  $\bar{\sigma}$  – средняя плотность.

Проверка этого соотношения показала, что оно дает значительные ошибки. Аномалия силы тяжести на вершине горы ближе к величине  $-2gh/a$ , т.е. гора как бы представляет собой пустотелую оболочку. Похожие результаты были получены при исследовании отклонений отвеса у горных массивов. Буге в 1749 г. у горы Чимборасо в Андах Южной Америки измерил отклонение намного меньшее, чем рассчитывалось по закону тяготения. По измерениям Пратта 1855 г. вблизи Эвереста величина отклонения отвеса составляет только 1/3 от величины, какая должна была бы быть вызвана притяжением гор, если их рассматривать как дополнительные массы.

Джеффрис рассматривает эти вопросы в статье «О природе изостазии» [99]. Он освещает историю проблемы, начиная с объяснения результатов наблюдений Пратта, которые дал Эйри в 1855 г. Эйри считал, что Земля покрыта твердой тонкой корой, лежащей на некоем податливом субстрате. В этом случае, как он показал, вес гор, если они являются просто дополнительной массой, должен прогнуть кору. Возникшие в ней напряжения будут превышать предел прочности горных пород, и кора будет разломана. Но тогда добавочный груз будет вдавливать кору вниз, пока она не уравнивается выталкивающей силой от более плотного подстилающего вещества. В первом приближении горная система плавает на субстрате, как айсберг на воде, и «лишняя» масса

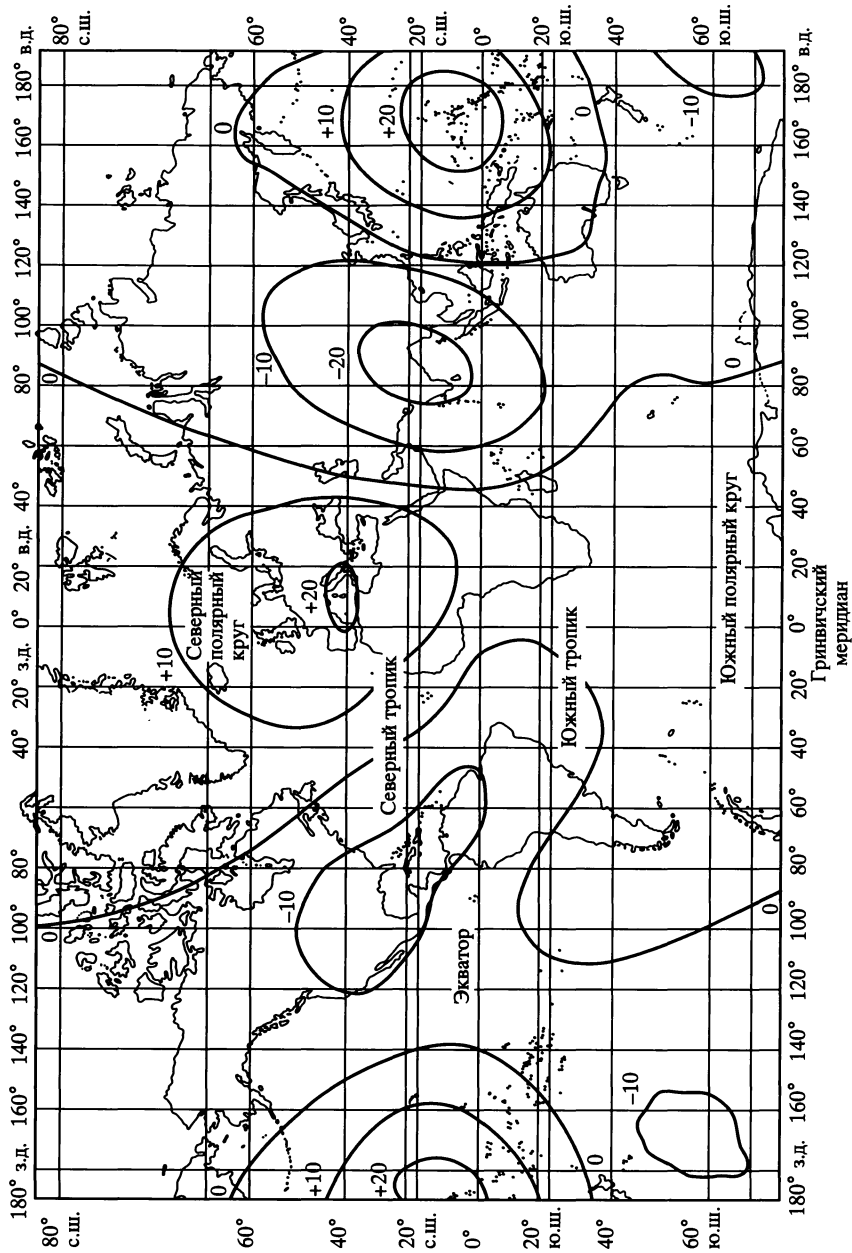
системы равна вытесненной ею массе субстрата. Поэтому полученный Праттом результат можно было ожидать. В середине XIX в. было принято представление о магматическом субстрате, покрытом земной корой. Оно основывалось на экстраполяции наблюдаемого вертикального градиента температуры на глубины в десятки километров. В этом случае температура там будет превышать точку плавления. Такое грубое приближение давало верную по порядку величины оценку толщины коры.

Пратт возражал Эйри и предложил свою гипотезу компенсации, которая уже во время написания статьи [99] Джеффрисом в 1926 г. не могла выдержать научной критики, и мы не будем ее здесь излагать. Здесь отметим только, что Джеффрис упоминает о работах В. Хейсканена, начатых в 1924 г. в Изостатическом институте Международной геодезической ассоциации в Хельсинки по проверке схемы Эйри. Он так подытоживает результат этих работ: «Уже собрано достаточно данных для утверждения, что ни одна из них не верна, но остается важная задача выяснить, насколько каждая из них ошибочна» [1, с. 213].

Но если и говорить о возможной компенсации, то Хейсканен заключил, что лучше всего удовлетворяет результатам наблюдений средняя глубина компенсации 50 км. Дж. Баррел на основе данных Хейфорда по отклонениям отвеса пришел к выводу, что высокие горы только приблизительно скомпенсированы и компенсация эта неполная. Значительная нагрузка поддерживается благодаря некоторой прочности той геосферы, которая считалась совершенно неупругой. Баррел назвал ее астеносферой. По его мнению, прочность астеносферы порядка  $1/6$  прочности горных пород.

Рассматривая проблему аномалий плотности в недрах Земли, которыми можно обусловить наблюдаемые значения силы тяжести на поверхности планеты, Джеффрис привлекает теорему Грина. Согласно этой теореме, если замкнутая поверхность  $S$  включает внутри себя распределенные массы, то существует по крайней мере одно распределение масс и диполей на самой поверхности  $S$ , дающее в точности то же самое гравитационное поле в точках, наружных по отношению к поверхности  $S$ . Поэтому если измеренное гравитационное поле Земли можно объяснить неким распределением масс на поверхности и в глубине, то его также можно объяснить, подобрав соответствующую поверхностную плотность на сфере, расположенной на меньшей глубине.

Джеффрис рассматривает проблему компенсации и для океанов. На основе имеющихся измерений им были вычислены средние аномалии силы тяжести в свободном воздухе по международной



формуле для квадратов, ограниченных параллелями и меридианами (рис. 12) через  $10^\circ$  [273, р. 18–22]. Из полученной таблицы Джеффрис выбрал данные с квадратичной ошибкой 25 мгал и менее в трех регионах: 1) суша в секторе  $0-60^\circ$  в.д., 2) Атлантический океан, 3) Северная и Южная Америка. Средняя аномалия для каждого региона равна соответственно  $+8,4 \pm 3,6$  мгал;  $+6,4 \pm 4,7$  мгал;  $-1,6 \pm 5,7$  мгал. На основе анализа полученных данных Джеффрис указывает на полную неприемлемость распространенной в то время гипотезы об отсутствии компенсации. Джеффрис пишет: «Гипотеза о наличии компенсации обычного типа оказывается гораздо ближе к истине, но все же и она не совсем согласуется с фактами. Можно прийти к заключению, что легкие верхние слои земной коры под Атлантическим океаном, так же как и под Тихим океаном, гораздо тоньше, чем на материках, но общая масса на единицу площади не постоянна: под Атлантическим океаном она немного больше, чем под материками» [1, с. 223–224]. Надо отметить, что сам Джеффрис отчетливо понимал предварительный характер своих выводов. «Следовательно, – пишет он, – приходится пересмотреть методы анализа данных гравиметрической съемки» [1, с. 225].

Так как в распоряжении Джеффриса были результаты морских измерений, выполненных Венинг–Мейнесом во время рейса 1938 г., он предлагает свою поправку к международной формуле (в миллигалах):

$$\begin{aligned} &+2,5 \pm 1,9 - (6,1 \pm 5,0)P_2 + (4,0 \pm 1,4)P_2^2 \cos 2\lambda + \\ &+ (1,30 \pm 0,68)P_3^2 \cos 2\lambda + (4,2 \pm 2,4)P_3^1 \cos \lambda + \\ &+ (0,46 \pm 0,26)P_3^3 \sin 3\lambda. \end{aligned}$$

Джеффрис обращает внимание: «Если отбросить долготные члены, то решение сводится к виду:

$$+1,5 \pm 1,8 - (1,4 \pm 4,6)P_2.$$

Если же долготные члены вычислены нами правильно, то они указывают на отклонение геоида от сфероида порядка 100 м» [1, с. 227–228]. Джеффрис сделал такое заключение, как он сам подчеркивал, опираясь на карту высот геоида в СССР, составленную Б.В. Дубовским, на которой близ границы Монголии показана депрессия глубиной 110 м.



**Рис. 12.** Карта распределения аномалий силы тяжести (в свободном воздухе) на земном шаре в зависимости от долготы. Проекция Меркатора. (Джеффрис, 1959)

Таким поправкам к геодезическим результатам Джеффрис в своих работах уделяет значительное внимание.

Как известно, из гравиметрических данных можно определить внешний потенциал  $U'$ . Тогда высота когеоида над наиболее приближающимся к нему сфероидом определяется соотношением  $\zeta = U'/g$ . Джеффрис [302, р. 226] получил с точностью порядка  $e^2$  для съемки по меридиану

$$\frac{dS}{d\varphi} = a \left\{ 1 - \frac{1}{2} e(1 + 3 \cos 2\varphi) + e^2 - \frac{15}{8} e^2 \sin^2 2\varphi \right\} + \zeta + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \varphi^2}$$

и для съемки по параллели

$$\begin{aligned} \frac{dS}{\cos \varphi d\lambda} = & a \left( 1 + e \sin^2 \varphi + e^2 \sin^4 \varphi - \frac{1}{8} e^2 \sin^2 2\varphi \right) + \\ & + \zeta - \operatorname{tg} \varphi \frac{d\zeta}{d\varphi} + \sec^2 \varphi \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda^2}. \end{aligned}$$

Кроме геодезической съемки, сведения о радиусе  $a$  и сжатии  $e$  Земли, таким образом, могут быть получены из анализа гравитационного поля и из соотношения, связывающего  $e$  с постоянной прецессии.

Джеффрис различными методами оценивает параметры и получает достаточно согласованные друг с другом результаты [302]:

«1) если отбросить долготные члены в разложении силы тяжести, то получим

$$\begin{aligned} a &= 6378,097 \pm 0,116 \text{ км}, \\ e &= 0,0033638 \pm 0,0000029, \\ e^{-1} &= 297,28 \pm 0,25; \end{aligned}$$

2) а если их сохранить,

$$\begin{aligned} a &= 6378,103 \pm 0,116 \text{ км}, \\ e &= 0,0033680 \pm 0,0000046, \\ e^{-1} &= 296,91 \pm 0,40. \end{aligned}$$

Внешнее гравитационное поле в общем виде удобнее всего представлять в виде разложения по сферическим функциям

$$\begin{aligned} V_e = \frac{GM}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n J_n P_n(t) + \right. \\ \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n P_{nm}(t) (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) \right\}, \end{aligned}$$

где  $P_n$  – обычные полиномы Лежандра,  $P_{nm}$  – нормализованные присоединенные полиномы Лежандра,  $t = \cos \Theta$ ,  $\Theta$  – полярное геоцентрическое расстояние,  $\lambda$  – долгота,  $r$  – расстояние от центра масс,  $a$  – экваториальный радиус,  $M$  – масса планеты,  $G$  – гравитационная постоянная.

Можно установить единую нормировку полиномов Лежандра. Для этого заменим  $J_n$  на  $A_{n0}$ :  $A_{n0} = -(2n + 1)^{-1/2} J_n$ . Тогда

$$V_e = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n P_{nm}(t) (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) \right\}.$$

В доспутниковую эру был определен всего один коэффициент  $J_2(A_{20})$ , и гравитационное поле Земли оценивалось простой двухчленной формулой

$$V_e = (GM/r)[1 - (a/r)^2 J_2 P_2(\cos \Theta)].$$

Такое представление поля Земли было связано с тем, что не удавалось покрыть Землю детальной сетью гравиметрической съемки, которая позволила бы выявить поправки к ньютоновской части поля. Для весьма приблизительного определения коэффициента  $J_2$  гравипотенциала потребовалось проведение громадного количества геодезических и гравиметрических съемок по всей Земле, включая акваторию морей и океанов, где съемка проводилась с помощью специальных методов измерения силы тяжести на подвижном основании. К возможности определения последующих коэффициентов разложения геопотенциала в то время относились весьма скептически. Джеффрис в 50-е годы предсказывал возможность определения коэффициента  $J_4$  через 20 лет при условии, что темпы астрономо-геодезических и гравиметрических работ не будут замедляться. Он также предполагал, что коэффициент  $J_3$  будет намного меньше  $J_4$ . Однако даже ошибочные прогнозы и предположения таких крупных исследователей, как Джеффрис, очень поучительны. Он полагал, что все свидетельствует о том, что Земля находится в состоянии, близком к гидростатическому равновесию. В этом случае все нечетные зональные моменты  $J_n$  и все тессеральные моменты  $A_{nm}$  и  $B_{nm}$  равнялись бы нулю:

$$J_{2k+1} = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$A_{nm} = B_{nm} = 0.$$

Поэтому в разложении внешнего гравипотенциала гидростатически равновесной планеты встречаются только четные зональные моменты  $J_{2n}^{(0)}$ , причем  $J_{2n}^{(0)} \sim e^n$ , где  $e = (a - b)/a$  –

сжатие, т.е. очень быстрое убывание с ростом  $n$ , пропорциональное  $\sim(1/300)^n$ .

Однако спутниковые наблюдения дали сенсационный результат: все гравитационные моменты, начиная с  $J_3$ , примерно одного порядка  $10^{-6}$ , т.е. порядка квадрата сжатия Земли, и уменьшение моментов с ростом  $n$  проходит значительно медленнее, чем ожидалось.

Наблюдения спутников, в том числе специально запущенных для геофизических целей, позволили уже к началу 60-х годов определить порядка десятка зональных моментов  $J_n$  и ряд тессеральных. Впоследствии они были значительно уточнены, а их ряд стал намного длиннее. Так, модели OSU 86E/F содержат коэффициенты с номерами  $n, m = 360$  [567], полученные комбинированными методами, сочетающими данные спутниковой альтиметрии и наземные оценки аномальной силы тяжести по трапециям  $1^\circ \times 1^\circ$ , а для ограниченных территорий – по трапециям  $30' \times 30'$ . Вместе с тем, принципиальных изменений в картину глобального гравитационного поля Земли внесено не было.

Зональные моменты в разложении геопотенциала вызывают вековые возмущения орбит искусственных спутников Земли (ИСЗ). Поэтому для их определения необходимо использовать длинные ряды наблюдений, и они определяются увереннее, чем тессеральные моменты гравитационного поля. Спутниковые данные подтвердили, что наибольшим моментом в разложении геопотенциала является  $J_2 \sim 10^{-3}$ . То же, что все остальные моменты  $J_3, J_4, J_5, J_6 \sim e^2 \sim 10^{-6}$ , обусловлено отклонением состояния реальной Земли от гидростатического равновесия.

Вопрос о том, насколько  $J_2$  и  $J_4$  отклоняются от значений  $J_2^0$  и  $J_4^0$  у гидростатически равновесной Земли, достаточно детально рассмотрен Джеффрисом в работе 1963 г. «К гидростатической теории фигуры Земли» [385].

Джеффрис принимает значение  $J_2$  по спутниковым данным и постоянную прецессии  $H$  по наблюдениям Луны, которые лишь незначительно отличаются от современных значений:

$$J_2 = (C - A)/Ma^2 = (1082,78 \pm 0,05) \cdot 10^{-6},$$

$$H = (C - A)/C = 0,0032730(1 \pm 0,00018).$$

Как известно, средний момент

$$I = (C + 2A)/3 = C[1 - (2/3)H],$$

а  $s$  – радиус равновеликой сферы  $s^3 = a^2b$ , т.е.  $s^2 = a^2[1 - (2/3)e]$ .

Тогда

$$(3/2)(I/Ms^2) = 3J_2/2H[1 + (2/3)e - (2/3)H] = \\ = 0,496266(1 \pm 0,00018).$$

За нулевое приближение для гравитационного поля и фигуры планеты в гидростатическом равновесии Джеффрис принимает формулу Радо–Дарвина

$$(3/2)(I/Ms^2) = 1 - (2/5)\sqrt{(1+\eta)}, \quad \eta = (d \ln e / d \ln r).$$

Как мы уже знаем, в первом приближении величины  $\eta$  и  $e$  на поверхности равновеликой сферы связаны соотношением

$$\eta(1) = (5/2)[m/e(1) - 2], \quad m = q(1 - e) = 0,0034498,$$

$$J = (2/3)J_2 = e(1) - m/2 = (3/2)(C - A)/Ma^2,$$

$$H = (C - A)/C = J/[(3/2)C/Ma^2].$$

Как мы уже в этой главе отмечали, приближенная теория Радо отличается от точной теории Клеро тем, что функция Радо  $F(\eta)$ , близкая к единице, принимается равной единице. Джеффрис называет такую теорию упрощенной. Им построены интерполяционные кривые в приближении Радо для  $\eta(1)$ ,  $e(1)$ ,  $J$  и  $H$  как функций от  $(3/2)(I/Ms^2)$ . Но они требовали введения коррекции, так как функция  $F(\eta)$  отклоняется от единицы вследствие пренебрежения членами второго порядка малости в сжатии  $e$ . Джеффрис находит эти поправки, выбирая распределение плотности в Земле, близкое к реальному, основываясь на своей сейсмической модели Земли и интегрируя дифференциальное уравнение для сжатия с учетом членов второго порядка малости. Поправки в  $e$  и  $J$  за счет приближения Радо составляют  $6 \cdot 10^{-7}$ , а полные поправки, в которых учитываются также и члены второго порядка малости, будут  $16 \cdot 10^{-7}$  для сжатия  $e$  и  $24 \cdot 10^{-7}$  для  $J$ .

Джеффрис имеет возможность теперь определить с помощью приближения Радо, в которых учтены члены второго порядка малости,  $e_0$  и  $J_0$  и с учетом полученных поправок вывести гидростатические значения сжатия  $e^0$  и моментов  $J^0$ :

$$100e^0 = 0,33370 \pm 0,00006, \quad (e^0)^{-1} = 299,67 \pm 0,05;$$

$$J_0 = 0,0016105 \pm 0,0000006;$$

$$J_0^0 = 0,0016081 \pm 0,0000006;$$

$$J_2^0 = 0,0010721 \pm 0,0000004.$$

Видно, что имеются весьма существенные различия между значениями гидростатических модельных параметров и реаль-

ных. Джеффрисом, как мы уже отмечали, было решено интегральное уравнение для параметра второго порядка малости  $k$  и получено значение  $k(1) = 6,4 \cdot 10^{-7}$  на поверхности Земли. Это позволило ему определить гидростатическое значение четвертого зонального момента  $J_4^0$

$$J_4^0 = (4/7)e^0 m - (4/5)(e^0)^2 - (32/35)k = -2,3 \cdot 10^{-6}.$$

Реально наблюдаемое значение [396]  $J_4 = -1,649 \cdot 10^{-6}$ , так что и здесь имеются отличия. Подытоживая, Джеффрис приходит к выводу, что спутниковые данные свидетельствуют об отклонении Земли от гидростатического равновесия порядка квадрата сжатия.

\* \* \*

Отклонение Земли от состояния гидростатического равновесия свидетельствует о наличии в ней, наряду с гидростатическим напряжением – давлением, касательных напряжений. Джеффрис подошел к их оценке следующим образом. В его модели Земля рассматривается как однородная сфера. Отклонение ее гравитационного поля от поля гидростатически равновесной планеты с такими же параметрами принимается обусловленным тонким слоем, с той же самой, что и у Земли, плотностью, слоем, расположенным на поверхности однородной Земли.

Джеффрис затем представляет рельеф Земли в виде разложения по сферическим функциям. Но, зная уравнение поверхности однородной планеты, легко записать выражения для ее внешнего и внутреннего потенциалов. Джеффрис легко получает коэффициенты разложения рельефа по сферическим функциям («высоты»), выраженные через гравитационные моменты:

$$\epsilon_2 = -(5/2)(J_2 - J_2^0); \quad \epsilon_4 = -3(J_4 - J_4^0);$$

$$\epsilon_n = -[(2n + 1)/3]J_n; \quad n = 3, 5, 6, 7, 8;$$

$$\alpha_{nm} = [(2n + 1)/3]A_{nm}; \quad \beta_n = [(2n + 1)/3]B_{nm}.$$

Их величина порядка сжатия. Теперь можно рассмотреть компоненту внутреннего поля  $V^*$ , пропорциональную сферической функции и соответственно объемной сферической функции. Тогда можно записать уравнения равновесия при наличии объемной силы (силы тяжести):

$$(\partial \sigma_{ik} / \partial x_k) + \rho g_i = 0, \quad g_i = \partial V^* / \partial x_i,$$

где  $\sigma_{ik}$  – тензор напряжений,  $x_i$  – декартовы компоненты радиусавектора.

Решение граничной задачи дает возможность получить вид тензора напряжений. Приведя тензор  $\sigma_{ik}$  к диагональному виду, можно определить главные напряжения, а максимальное касательное напряжение определить как наибольшую из полуразностей главных напряжений:

$$\tau_n = \max[|\sigma_i - \sigma_k|_n/2], \quad i, k = 2, 2, 3, i \neq k.$$

Для однородной сферы и  $n = 2$  максимальное касательное напряжение получается в центре и составляет [1, с. 253]

$$\tau_2 = (3/10)g\rho s_1|\varepsilon_2| = (1/2)g\rho s_1(J_2 - J_2^0) \approx 3,2 \cdot 10^8 \text{ дин/см}^2.$$

Джеффрис анализирует полученные оценки:

«В любом случае следует считать, что ядро лишено прочности. В силу отсутствия глубокофокусных землетрясений на глубинах более 0,1 радиуса необходимо рассмотреть гипотезу об отсутствии разности напряжений ниже этой глубины. Можно заключить, что если мы свободны предположить любую прочность вплоть до ядра, то нам потребуются значения  $1,5 \cdot 10^8$  дин/см<sup>2</sup> до глубины 600 км и значения приблизительно  $0,8 \cdot 10^8$  дин/см<sup>2</sup> ниже этой глубины и вплоть до ядра. Если предполагаемая прочность на глубине более 0,1  $a$  равна нулю, то разности напряжений должны достигать  $3,3 \cdot 10^8$  дин/см<sup>2</sup> на глубинах между 50 и 600 км. Основанную на менее очевидных фактах оценку Баррелла, по которой прочность астеносферы равна примерно одной шестой прочности пород на поверхности, следовало бы увеличить на одну треть. Этот результат согласуется с интенсивностью глубокофокусных землетрясений, которая сравнима с таковой для наиболее сильных обычных землетрясений» [1, с. 253–254].

Джеффрис из приведенного анализа делает следующие основные выводы:

на глубине до 50 км  $\tau_2 \sim 1,5 \cdot 10^9$  дин/см<sup>2</sup> (1500 атм);

на глубине 50–600 км  $\tau_2 \sim 1,5 \cdot 10^8$  дин/см<sup>2</sup> (150 атм),

при условии, что разности напряжений сохраняются до ядра; если ниже разность напряжений отсутствует, то тогда на глубине 50–600 км  $\tau_2 \sim 3 \cdot 10^8$  дин/см<sup>2</sup> (300 атм).

С современной точки зрения:

«В действительности отклонение гравитационного поля Земли от поля гидростатически равновесной планеты не обязательно связано с неоднородностью, локализованной у поверхности. В принципе эта неоднородность может быть рассредоточена по наружному слою планеты заметной толщины...

В заключение отметим, что касательные напряжения  $\tau \sim (2-10) \cdot 10^7$  дин/см<sup>2</sup> превосходят предел текучести большинства горных пород при высоких температурах и длительных нагрузках. Поэтому весьма вероятно, что напряжения  $\tau_2$  в основном сосредоточены в нижней мантии Земли, где вязкость и время релаксации велики. Таким образом, оценки касательных напряжений в мантии Земли в общем подтверждают мысль о том, что неравновесность фигуры Земли, связанная с экваториальным выступом ( $n - 2$ ), обусловлена вековым замедлением угловой скорости Земли и большой вязкостью нижней мантии (слоя D)» [626, с. 161–162].

\* \* \*

В ряде работ Джеффрис изучает фигуру Луны [1], [204], [221], [274], [302], [358], [373], [386].

Так как в случае гидростатического равновесия сжатие планеты определяется угловой скоростью ее вращения, то на Луне, сутки на которой почти в 30 раз длиннее земных, а радиус примерно в 4 раза меньше земного, оно составляет всего 7,5 м. Таким образом, вращение Луны не оказывает существенного влияния на ее фигуру.

Однако Луна находится в сильном возмущающем гравитационном поле Земли. Какое влияние оно оказывает на равновесную фигуру Луны, было исследовано Джеффрисом [373].

Если поместить в центр Луны декартову систему координат и направить ось  $x$  в сторону от Земли, то расстояние от центра Земли до точек на Луне будет равно  $R^2 = (c + x)^2 + y^2 + z^2$ , где  $c$  – среднее расстояние между центром Земли и Луны. Гравитопотенциал, создаваемый Землей,  $V_3 = (GM_3)/R$ , и, разлагая в ряд по степеням  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и отбрасывая члены, содержащие эти величины в третьей степени и выше, получаем:

$$V_3 = \frac{GM_3}{c} - \frac{GM_3}{c^2} x + \frac{GM_3}{2c^3} (2x^2 - y^2 - z^2).$$

Учтем также, что Луна обращается вокруг общего центра тяжести Земли и Луны и ее движение описывается третьим законом Кеплера:

$$N^2 c^3 = G(M_3 + M_L) = GM_3(1 + \mu),$$

где  $\mu = (M_L/M_3)$ .

Расстояние центра тяжести системы Земля–Луна от центра Луны равно

$$Mc/(M_3 + M_L) = c/(1 + \mu).$$

Теперь можно записать потенциал, возникающий за счет движения Луны по орбите  $\frac{1}{2} n^2 \{ [c/(1+\mu) + x]^2 + y^2 \}$ , и, складывая его с потенциалом притяжения Земли, получаем суммарный потенциал

$$\begin{aligned} U &= \frac{GM_3}{c} - \frac{GM_3}{c^2} x + \frac{GM_3}{2c^3} (2x^2 - y^2 - z^2) + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{n^2 c^2}{(1+\mu)^2} - \frac{n^2 c x}{1+\mu} + \frac{1}{2} n^2 (2x^2 + y^2) = \\ &= \frac{GM_3}{c} + \frac{n^2}{2(1+\mu)} (2x^2 - y^2 - z^2) + \frac{1}{2} n^2 (x^2 + y^2). \end{aligned}$$

Постоянная часть, равная  $(GM_3)/c$ , действует на Луну как на целое и удерживает ее на орбите. Возмущающий потенциал, деформирующий фигуру Луны, равен

$$U' = \frac{n^2}{2(1+\mu)} (2x^2 - y^2 - z^2) + \frac{1}{2} n^2 (x^2 + y^2).$$

Так как  $\mu \sim 1/83$ , то этой величиной можно пренебречь, и также будем считать плотность Луны постоянной. Если прибавить к возмущающему потенциалу величину  $\lambda(x^2 + y^2 + z^2)$ , которая вызывает небольшое однородное расширение и с точностью до малых первого порядка не влияет на эллиптичность, то потенциал  $U'$  принимает вид:

$$U' = (n^2/6)(7x^2 - 2y^2 - 5z^2),$$

так как множитель  $\lambda$  определяем так, чтобы весь потенциал представлял собой шаровую функцию, что эквивалентно условию  $\Delta U' = 0$ , и тогда  $\lambda = -(n^2/3)$ .

Если поверхность Луны  $r = a \left( 1 + \sum_n \epsilon_n S_n \right)$ , то внешний потенциал Луны будет определяться суммой ее собственного потенциала и возмущающего  $U'$ :

$$V = GM_{\text{л}}[(1/r) + (3/5)(a^2/c^3)\epsilon S_2] + U'.$$

Подставляя в это выражение  $r$ , с точностью до малых первого порядка, получаем  $V = GM_{\text{л}}[(1/a) - (2/5)(\epsilon S_2/a)] + U'$ .

На равновесной Луне  $V = \text{const}$ , поэтому сумма вторых гармоник внешнего потенциала Луны должна быть равна нулю:

$$-(2/5)GM_{\text{л}}(\epsilon S_2/a) + U' = 0.$$

Теперь нетрудно получить уравнение поверхности Луны:

$$R = a \left\{ 1 + \frac{5}{12} \frac{M_3}{M_{\text{Л}}} \frac{a^3}{c^3} \frac{(7x^2 - 2y^2 - 5z^2)}{a^2} \right\}.$$

Тогда отклонения полуосей  $x, y, z$  от среднего радиуса  $a$  составляют соответственно:

$$\frac{35}{12} \frac{M_3}{M_{\text{Л}}} \frac{a^4}{c^3}; \quad -\frac{10}{12} \frac{M_3}{M_{\text{Л}}} \frac{a^4}{c^3}; \quad -\frac{25}{12} \frac{M_3}{M_{\text{Л}}} \frac{a^4}{c^3},$$

численные значения которых 39 м, -11 м, -28 м.

Нетрудно получить и соотношения для моментов инерции (в первом приближении):

$$\frac{C-A}{C} = 5 \frac{M_3 a^3}{M_{\text{Л}} c^3}, \quad \frac{C-B}{C} = \frac{5}{4} \frac{M_3 a^3}{M_{\text{Л}} c^3},$$

а их численные значения соответственно 0,0000375 и 0,0000094. Однако значение  $(C-A)/C$ , полученное из наблюдений над движением узла и перигея лунной орбиты, оказалось 0,000629, что в 17 раз больше гидростатического. Наблюдения также показали, что фигуру Луны можно представить как сфероид с разностью полуосей порядка 0,83 км, на который накладывается вытянутость в сторону Земли (и от нее) порядка 300 м.

К настоящему времени гравитационное поле и фигура Луны достаточно хорошо изучены с помощью наблюдений за искусственными спутниками Луны [460], [646].

Так как фигура Луны значительно отклоняется от гидростатически равновесной, то в ней имеются напряжения. Их расчет определяется принимаемой механической моделью естественного спутника Земли. Если недра Луны имеют сравнительно низкую температуру и время релаксации существенно превосходит время значительных изменений параметров лунной орбиты, то в качестве подходящей модели можно взять упругую однородную сферу. Расчет напряжений для такой модели и второй сферической гармоники был выполнен Джеффрисом. Задача решена в предположении о несжимаемости среды ( $\lambda/\mu \rightarrow \infty$ ). Разность напряжений достигает максимального значения в центре и составляет  $2 \cdot 10^7$  дин/см<sup>2</sup>. Более детально на современном уровне этот вопрос рассмотрен в [625].

Отклонение Луны от состояния гидростатического равновесия гораздо значительнее, чем Земли. Джеффрис еще в 1915 г. выдвинул гипотезу, что экваториальное вздутие Луны представ-

ляет собой затвердевшее приливное образование, возникшее, когда Луна находилась в 2,7 раза ближе к Земле, чем в современную эпоху [16]. В принципе такая гипотеза не противоречит современным сценариям эволюции лунной орбиты, по которым в прошлом она должна была быть значительно ближе к Земле [619, с. 3–14]. Но уже в вышедшей в 1924 г. монографии «Земля» [1] Джеффрис отказывается от своей гипотезы, так как она не объясняла ни наличие асимметрии в направлении Земля–Луна, характеризующей третьей тессеральной гармоникой, ни экваториальную асимметрию, описываемую третьей зональной гармоникой. А динамическое сжатие Луны соответствует ее положению на расстоянии 140 тыс км от Земли или вращению Луны вокруг оси с периодом 3,5 земных суток. Вместе с тем, В.Н. Жарков и другие [625] показали, что достаточно небольшая плотностная неоднородность для объяснения наблюдаемых значений динамического сжатия и постоянной физической либрации. В.Н. Жарков дает следующее объяснение особенностям фигуры Луны:

«Луна имеет эффективно горячее происхождение, т.е. в эпоху своего образования она была сильно разогрета и, возможно, частично расплавлена. Есть все основания ожидать, что в эпоху лунного катаклизма – образования круговых морей – и сразу после него  $\sim (4-3,8) \cdot 10^9$  лет тому назад Луна приняла и зафиксировала свою равновесную форму. На это, в частности, указывает существование лунных масконов на протяжении  $\sim 3,5 \cdot 10^9$  лет» [620, с. 65].

\* \* \*

Освещая работы Джеффриса в области гравиметрии, нельзя не сказать и о его работе [306] об абсолютном измерении силы тяжести.

В 1904 г. Кюненом и Фуртвенглером в Потсдамском геодезическом институте при помощи пяти так называемых оборотных маятников было проведено фундаментальное абсолютное определение силы тяжести. Было получено значение  $g = 9,81274 \pm 0,00003 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} = 981274 \pm 3 \text{ мгал}$ . К этому пункту приводились все относительные измерения силы тяжести, и поэтому его значение как эталона было очень велико. Позднее также при помощи оборотных маятников были проведены абсолютные определения силы тяжести в 1936 г. Хейлем и Куком в Вашингтоне (США) и в 1938 г. Кларком в Теддингтоне (Англия). Их последующая увязка показала, что два последних пункта не согласуются между собой в пределах 4 мгал и оба не согласуются с Потсдамом в пределах 15 мгал. Джеффрисом в 1949 г. [306] было показано,

что поправки, данные Кларком, неправильны, и что значение для Теддингтона надо увеличить на 1,7 мгал, а для Вашингтона – на 1,5 мгал. В этой же работе он, анализируя работу Кюнена и Фуртвенглера, показал, что если правильно учесть влияние поправок за прогибание ножей маятников, то следует ввести поправку к значению  $g$  в Потсдаме в  $-10,6$  мгал. Общая же поправка к этому значению, полученная Джеффрисом, составляет  $-13,4$  мгал.

Последующий анализ показал, что результат в Потсдаме завышен на  $\sim 14$  мгал. Вообще же с 1900 по 1970 г. точность измерения обратными маятниками удалось повысить на порядок [649]. В настоящее время этот метод уступил свое место наиболее точному – методу свободного падения, в котором достигается точность  $\pm 10^{-7} - 10^{-9} g$ .

### Приливы и вариации широты

Прежде чем излагать проблему вариации широт, напомним о таких астрономических явлениях, как прецессия и нутация.

Прецессия была открыта знаменитым древнегреческим астрономом Гиппархом, жившим на острове Родос за 140 лет до начала нашей эры. Он определил координаты ряда неподвижных звезд в эклиптических координатах. Такие наблюдения проводились и раньше, еще за несколько столетий до Гиппарха. Сравнивая свои наблюдения с наблюдениями своих предшественников, Гиппарх заметил, что широты звезд отличаются в пределах точности наблюдений, а в долготах обнаруживаются расхождения до двух градусов. Так как изменения долгот для всех звезд одинаковы, то он предположил, что смещается точка отсчета долгот – точка весеннего равноденствия, представляющая собой точку пересечения небесного экватора и эклиптики.

Последующие наблюдения подтвердили существование этого движения, которое было оценено в  $50''$  в год. Прецессия, или предварение равноденствий, приводит к повороту равноденственной линии (линии, по которой пересекается плоскость экватора с плоскостью эклиптики), т.е. является следствием медленного перемещения плоскости экватора. Поэтому полюс мира будет описывать на небесной сфере малый круг с углом  $23^{\circ}27'$  около полюса эклиптики за приблизительно 26 тыс. лет. Так было открыто медленное перемещение оси вращения Земли.

Честь открытия нутации принадлежит Джемсу Брадлею, который сообщил о своих результатах частным образом Мопертюи в 1737 г., а опубликовал их только в 1748 г. Определяя координаты звезд с помощью оптического прибора – значит, с достаточно большой точностью, и повторив их через несколько лет, он обнаружил, что, после исправления за прецессию и приведения к единой эпохе, в координатах звезд замечаются маленькие периодические изменения, которые не превышают нескольких секунд дуги и потому ускользнули от прежних наблюдателей. Оказалось, что точка, которая вследствие прецессии описывает со скоростью  $50''$  в год малый круг около полюса эклиптики, сама явля-

ется центром маленькой замкнутой кривой, по которой обратным движением перемещается полюс экватора. Полный оборот ось вращения Земли делает за 18,6 лет, этот промежуток времени называется периодом нутации. Кривую его движения можно рассматривать как маленький эллипс. Большая ось его совмещается с большим кругом, проходящим через центр эллипса и полюс эклиптики. Большая полуось этого эллипса называется постоянной нутации и равна  $9'',21$ , перпендикулярная к ней малая полуось равна  $6'',86$ . Центр эллипса называется средним полюсом, а действительное положение полюса на кривой – истинным полюсом. Полюс описывает на небе слегка волнистую кривую линию.

Объяснение прецессии дал Ньютон. Он учел сплюснутость Земли и тот возмущающий эффект действия составляющей силы притяжения Солнца, перпендикулярной плоскости земного экватора.

Объяснение нутации дал Даламбер. Так как период главного члена нутации совпадает с периодом обратного движения узлов лунной орбиты, то ее существование обязано возмущающему воздействию Луны. Надо также отметить, что под нутациями понимают не только движение полюса под возмущающим воздействием Луны, но и все другие его движения, которые имеют периодический характер.

Важно подчеркнуть, что, как показал Леонард Эйлер в 1758 г., вращающийся эллипсоид вращения и в отсутствии внешних сил может обладать таким видом движения, при котором мгновенная ось вращения движется с постоянной скоростью, описывая поверхность кругового конуса вокруг наименьшей оси сплюснутого эллипсоида вращения, т. е. вокруг полярной оси. Период этой так называемой свободной нутации – период Эйлера – зависит от периода вращения и главных моментов инерции  $A=B$  и  $C$ . Для Земли период Эйлера равен 305 средних суток. Ее амплитуда должна быть очень небольшой. Естественно, после теоретического открытия свободной нутации ее стали искать. Но, когда обнаружили дополнительные к известным вариации широты, это вызвало удивление. Но об этом позже.

Первое письменное упоминание о приливах можно найти в «*Historia Naturalis*» Плиния старшего, датируемой началом новой эры. В ней отмечалось, что в Кадисе возле храма Геракла «имеется замкнутый источник вроде колодца, вода в котором иногда поднимается и спадает вместе с океаном, но в другое время ведет себя совсем наоборот». Указывается и на другие колодцы, например, у берегов Гвадалквивира и около Севильи, в которых



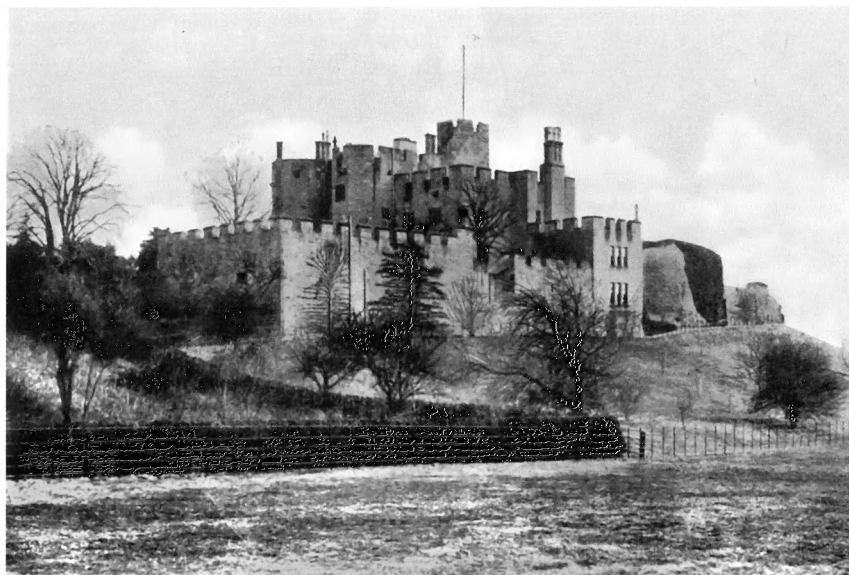
Гарольд с родителями и псом Тосс



Гарольд в саду, 7–8 лет



Гарольд в возрасте 9–10 лет



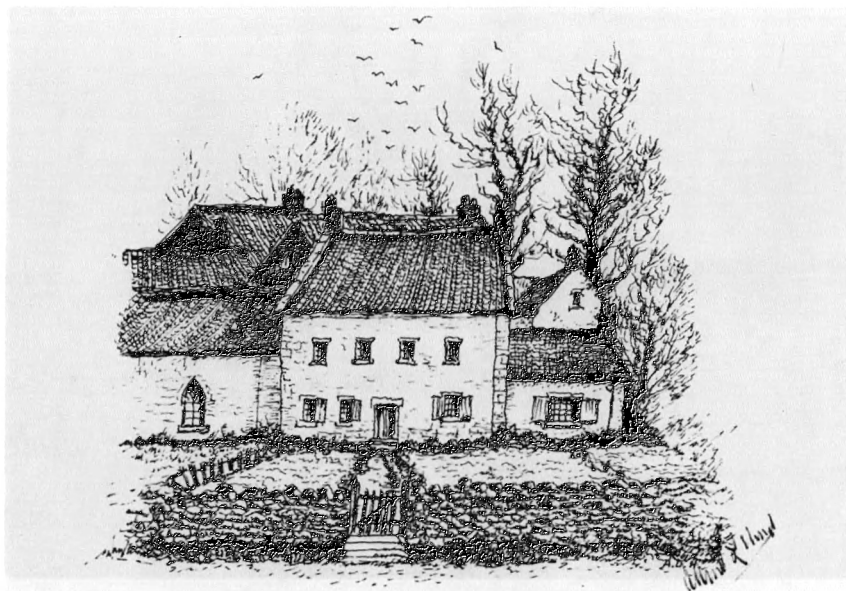
Замок Батэл, Морнет



Роберт Холл Джеффрис, отец



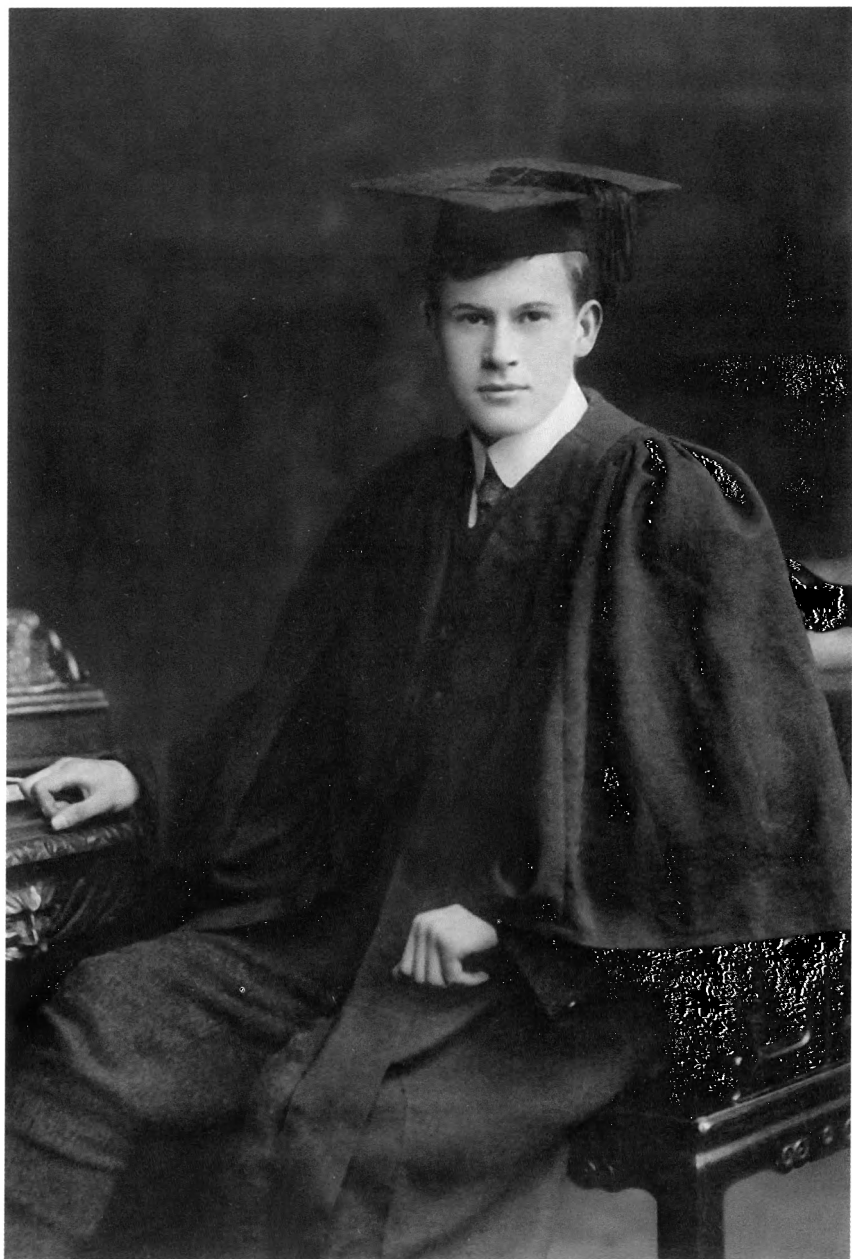
Школа в Фэтфилде, 1907 г.



Школа в Фэтфилде (рисунок)



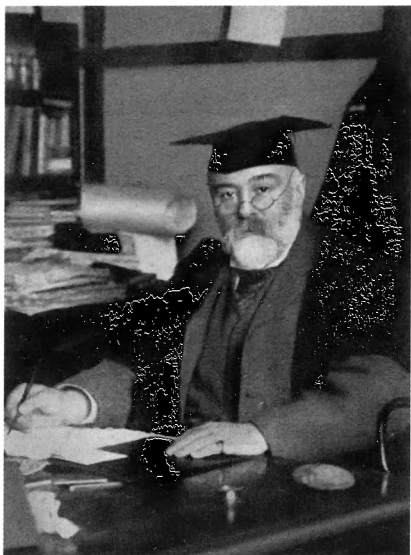
Учителя школы в Фэтфилде



Гарольд в Армстронг колледже



Гарольд в первые годы учебы в Кембридже



Профессор Лебур (геология)



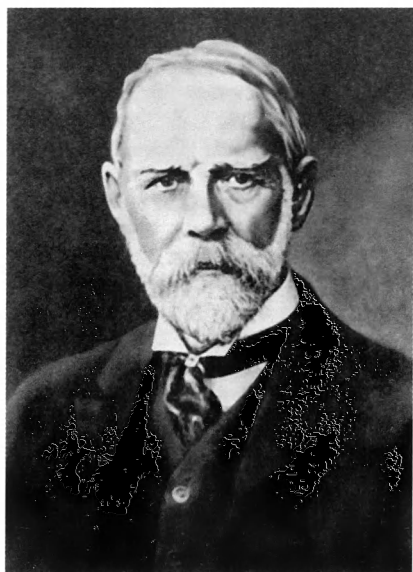
Профессор Бедсон (химия)



«Мост вздохов»



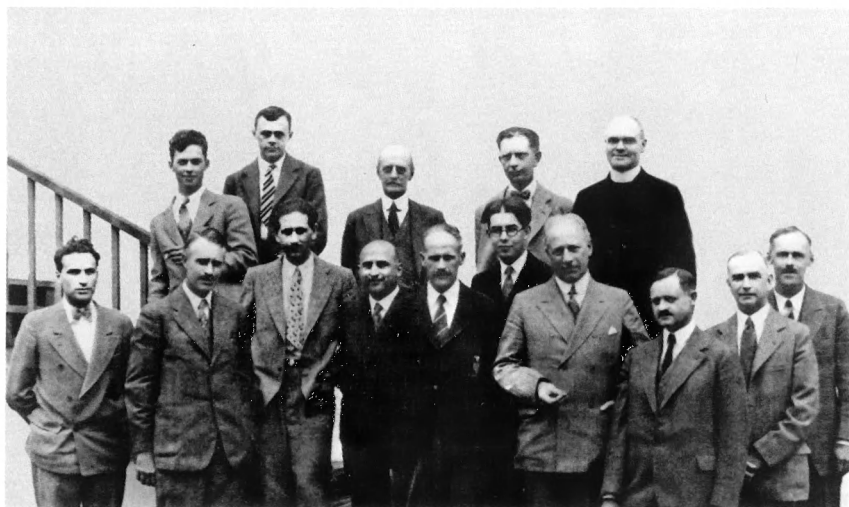
Гарольд, 1920-е годы



Профессор сэр Джордж Дарвин



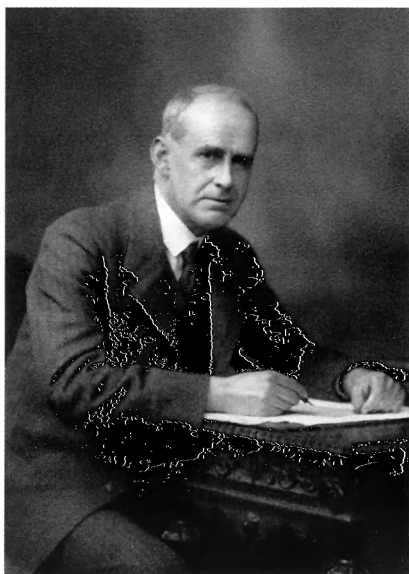
Лорд Рэлей



Участники сейсмологической конференции  
в Калтехе Пасадена, 1929 г.



Сэр Джеймс Джинс



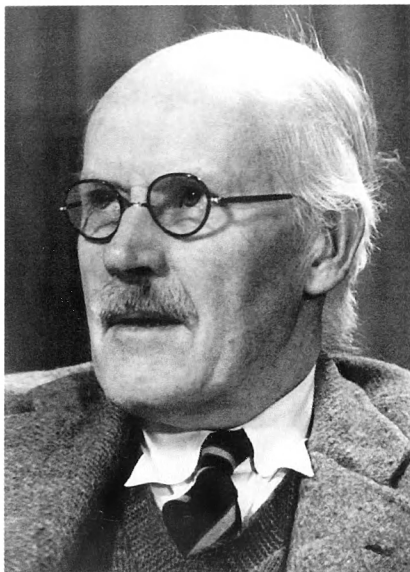
Сэр Артур Эддингтон



На сейсмической станции «Москва», 1958 г.  
Слева направо: Е.Ф. Саваренский, Н.В. Кондорская, Г. Джеффрис



Джеффрис, 1940-е годы



Сэр Гарольд, 1953 г.



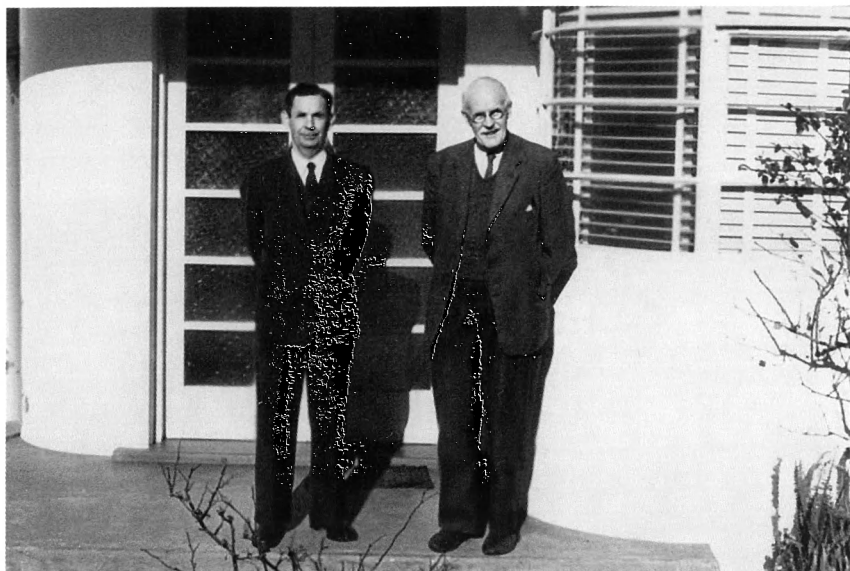
Джеффрис в клубе Королевского астрономического общества, 1960 г.



Берта и Гарольд Джеффрисы, 1959 г.



Пулковская обсерватория, 1958 г.  
 Слева направо: Г. Джеффрис, леди Джеффрис, А.П. Лазарева,  
 М.С. Зверев, Т.Б. Яновская



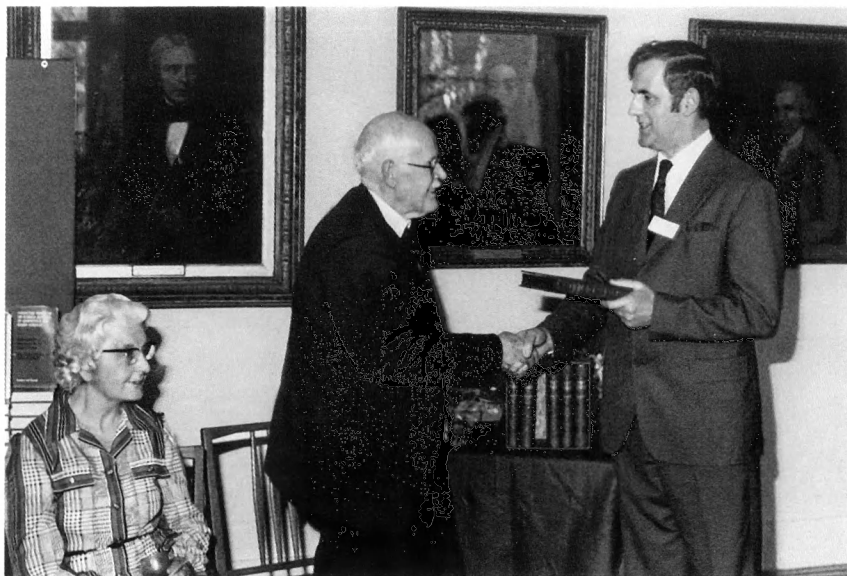
Джеффрис с Булленом в Сиднее, 1959 г.



Мизусава, Берта и Гарольд Джеффрисы, Федоров, г. Висенте, 1971 г.



Берта и Гарольд Джеффрисы в гостиной своего дома, Кембридж, 1979 г.



Награждение в Королевском обществе, 1977 г.



Джек Джекобс награждает медалью ICSA Гарольда Джеффриса, 1979 г.



Берта и Гарольд Джеффрисы в своем саду, 1984 г.

наименьший уровень воды устанавливается во время приливов, а наполняться они начинают с наступлением отливов.

По мнению Б.Б. Голицына, Нильс Генрик Абель, норвежский математик, первым заметил влияние притяжения Луны и Солнца на отклонение отвесной линии. А Поль Мельхиор указал на попытки Хименс рассчитать этот эффект еще в 1757 г. Первая правильная оценка, однако, была сделана Петерсом в 1844 г. [561]. В XIX в. уже стали понимать, что Земля может быть подвержена деформациям и не является абсолютно твердым телом. Тогда же возникло подозрение о возможности вибраций широт. Стали изучаться изменения в отклонениях отвеса и местные колебания земной коры. В 1831 г. д'Аббади при помощи ванн с ртутью обнаружил некие неправильные колебания вблизи Бискайского залива, которые представлялись довольно сложным образом связанными с океанскими приливами [454].

Основной прибор для изучения земных приливов – горизонтальный маятник – был изобретен Хенглером в 1832 г. Однако в практику наблюдений в усовершенствованном виде он был введен Целльнером и с тех пор известен как маятник Целльнера. Ребер–Пашвиц в Потсдаме предложил для него подвес на металлических опорах. Такая усовершенствованная модификация маятника позволила получить первые надежные свидетельства уклонения отвеса, вызываемого земными приливами. В 1890 г. уже на трех станциях, оснащенных маятниками такого рода, – в Страсбурге, Потсдаме и Тенерифе – велись наблюдения периодических уклонений отвеса. В России первые измерения приливных уклонений отвеса были проведены Иваном Егоровичем Кортацци в Николаеве почти в то же время. С 1909 г. А.Я. Орловым были организованы наклономерные наблюдения в Юрьеве (Тарту) и с 1912 г. в Томске. В последнем были получены довольно длинные ряды наблюдений, которые были обработаны уже после революции. А.Я. Орлов организовал в 1926 г. в Полтаве гравиметрическую обсерваторию, в задачу которой также входило проведение подобных исследований.

В изучении приливов произошел качественный сдвиг, когда в середине 70-х годов XIX в. лорд Кельвин указал на необходимость учитывать влияние деформации самой Земли, так как наша планета не является абсолютно твердым телом. По сути дела, твердая поверхность Земли деформируется при приливах так же, как и океаны, но в значительно меньшей степени. Кельвином также было выявлено, что амплитуды каждого явления, вызванного приливным воздействием, такого, как океанские приливы, уклонения отвесной линии, изменения силы тяжести, которые

наблюдаются на поверхности Земли, бывают искажены ее приливной деформацией.

Действительно, если наблюдать приливы в океане с помощью мареографов относительно «фиксированных» меток, то, если бы эти метки были закреплены на недеформируемой Земле, амплитуда приливов совпадала бы с расчетной. Если же поверхность Земли тоже деформируется, то измеренная величина прилива будет соответствовать разности между амплитудами океанского и земного прилива.

Первым такой подход использовал Дж.Х. Дарвин в 1883 г. [481]. Он применил его к анализу материалов наблюдений за долгопериодическими океаническими приливами (месячных и полумесячных лунных приливов), так как только их можно считать статическими.

Им было определено, что амплитуда этих приливов приблизительно равна  $2/3$  от теоретического значения. Таким образом, было показано, что амплитуда приливов в земной коре в три раза меньше, чем океанических. Если считать Землю однородной, то при такой амплитуде приливов ее твердость должна быть не меньше, чем у стали.

Но статическая теория приливов – это весьма приближенная теоретическая схема. Впервые она была предложена Ньютоном и разработана Лапласом для объяснения приливов в океане в предположении, что в каждый момент океан принимает положение равновесия, соответствующее мгновенному положению отвесных линий, с учетом влияния смещения самих водных масс. Но эта теория не представляет адекватного количественного моделирования явления, особенно для коротких периодов: суточных и полусуточных. Дело в том, что элементы жидкости, не связанные жестко друг с другом, по инерции переходят положения своего равновесия, тем самым вызывая колебательные движения. С учетом последнего обстоятельства Дарвин, Кельвин и Ляв развили динамическую теорию приливов. Но и она оказалась недостаточной для объяснения значительных различий в приливах, наблюдаемых в различных океанах. Существенный прогресс в описании приливов достигнут Гаррисом, который учел региональные различия различных океанических бассейнов и тот факт, что в зависимости от их геометрической формы приливные волны могут испытывать резонанс. Нельзя не сказать и о вкладе в развитие теории динамических приливов российского механика Леонида Николаевича Сретенского [648].

Однако в твердой Земле никакие течения, естественно, возникать не могут. Отдельные элементы ее вещества только сме-

щаются на несколько дециметров, и равновесие быстро восстанавливается.

Периоды приливных волн велики по сравнению с периодом собственных колебаний Земли (~3–55 мин), и, таким образом, явление резонанса не может возникнуть. Поэтому к возникающим в твердой Земле, как их называет Джеффрис, «объемным упругим приливам» применима статическая теория.

Джеффрис пишет:

«Если возмущающий потенциал представляет пространственную сферическую функцию вида:

$$U_2 = k_2 K_2 = k_2 r^2 S_2, \quad (1)$$

то статический прилив можно определить как  $U_2/g$ , где  $g$  – сила тяжести в отсутствие возмущений у поверхности  $r = a$ . Смещения в упругом твердом теле со сферической симметрией (но не обязательно однородном) равны

$$u_i = F(r)(\partial / \partial x_i)(r^2 S_2) + G(r)x_i r^2 S_2. \quad (2)$$

Второй член уравнения представляет чисто радиальное смещение; первый член имеет в общем случае компоненты также и в горизонтальных направлениях. Примем радиальное смещение у поверхности равным  $hU_2/g$ , так что

$$2F(a) + G(a)a^2 = hk_2 a/g. \quad (3)$$

Деформация Земли вызывает возмущение гравитационного потенциала, значение которого у поверхности равно  $kU_2$ . Это возмущение необходимо учесть при теоретическом расчете величин  $F$  и  $G$ . Но, во всяком случае, числа  $h$  и  $k$ , введенные Лявом, характеризуют вертикальное смещение поверхности и возмущение потенциала, обусловленные любым приливным потенциалом второго порядка.

Горизонтальные смещения частицы равны

$$u_\varphi = F(r) \frac{\partial}{r \partial \varphi} (r^2 S_2), \quad u_\lambda = F(r) \frac{\partial}{r \cos \varphi \partial \lambda} (r^2 S_2) \quad (4)$$

и на поверхности смещения определяются выражениями

$$u_\varphi = F(a)a \frac{\partial S_2}{\partial \varphi}, \quad u_\lambda = F(a)a \frac{\partial S_2}{\cos \varphi \partial \lambda}, \quad (5)$$

что можно записать в виде

$$u_\varphi = \frac{l}{g} \frac{\partial U_2}{\partial \varphi}, \quad u_\lambda = \frac{l}{g \cos \varphi} \frac{\partial U_2}{\partial \lambda}, \quad (6)$$

где

$$F(a) = lk_2a/g. \quad (7)$$

Обозначение  $l$  ввел Тоси Сиды [577], и значение этой величины стало несомненным в результате работ Л. Госкинса [510].

Полный внешний гравитационный потенциал равен

$$U = (ga^2) + U_2 + (ka^5/r^5)U_2 \quad (8)$$

(последний член в уравнении (8) выражает косвенное влияние потенциала  $U_2$  вследствие вызванной им деформации Земли), а ускорение равно  $g'_i$ , где

$$g'_i = \frac{ga^2}{r^3} x_i - \left(1 + \frac{ka^5}{r^5}\right) \frac{\partial U_2}{\partial x_i} + \frac{5ka^5}{r^7} x_i U_2. \quad (9)$$

Для смещенного положения частицы с первоначальными координатами  $x_i$  ускорение равно

$$g''_i = \frac{ga^2}{r^3} (x_i + u_i) - \frac{3ga^2}{r^5} x_k u_k x_i - \left(1 + \frac{ka^5}{r^5}\right) \frac{\partial U_2}{\partial x_i} + \frac{5ka^5}{r^7} x_i U_2. \quad (10)$$

Результирующее ускорение при  $r = a$  с точностью до первого порядка равно

$$g\{1 - (2U_2/ag)(1 - (3/2)k + h)\}. \quad (11)$$

[При этом  $u_i$  заменено через  $h(U_2/g)$ , а для получения  $\partial U_2/\partial x_i$  использовано выражение (1).]

Таким образом, в движущейся вместе с Землей точке сила тяжести под действием упругих приливов будет изменяться, что может быть зарегистрировано достаточно чувствительными приборами, предназначенными для измерения малых разностей силы тяжести.

Что касается  $u_i$ , то несколько членов в выражении для  $g''$  чисто радиальны; имеются, однако, и поперечные компоненты, получаемые из этих членов (при  $r = a$ ), что выражается уравнением

$$\frac{g}{a} F(a) \frac{\partial}{\partial x_i} (r^2 S_2) - (1+k) \frac{\partial U_2}{\partial x_i} = -(1+k-l) \frac{\partial}{\partial x_i} (k_2 r^2 S_2). \quad (12)$$

Эти компоненты равны соответственно

$$g_\phi = -(1+k-l) \frac{\partial U_2}{a \partial \phi}, \quad g_\lambda = -(1+k-l) \frac{\partial U_2}{a \cos \phi \partial \lambda}. \quad (13)$$

Масса воды, собственный период колебаний которой мал по сравнению с приливными периодами, установится примерно в

таком положении, когда на ее свободной поверхности величина  $U$  будет постоянна. Если  $\zeta$  – уровень такой поверхности, то

$$-g\zeta + (1+k)U_2 = \text{const.} \quad (14)$$

Разности уровней нельзя измерить непосредственно. Однако дно бассейна движется совместно с Землей и высота его равна  $hU_2/g$ , а поэтому, если  $\zeta'$  – уровень свободной поверхности воды относительно дна, можем записать

$$\zeta' - (1+k-l)U_2/g = \text{const.} \quad (15)$$

Константу определяют исходя из того, что масса воды остается постоянной во времени.

Теоретически возможно определить из наблюдений все величины ( $k$ ;  $1+k-h$ ;  $1+k-l$  и  $1-3/2k+h$ ). Величина  $k$  связана с периодом свободных вариаций широты. Значения  $(1+k-h)$  и  $(1-3/2k+h)$  уже объяснены. Значение  $(1+k-l)$  определяет следующее: при астрономических наблюдениях направление вертикали места определяется местным направлением силы тяжести, и, следовательно, возмущения этого направления зависят от  $(1+k-l)$ . Если бы ось вращения была фиксирована в пространстве, то вариации широты и долготы имели бы периоды приливов. Но приливный потенциал возбуждает также пары сил, действующие на Землю как на целое, и некоторые из них отклоняют ось вращения. При попытке найти смещения оси вращения может оказаться необходимым ввести поправки за местные отклонения вертикали. Для приливного потенциала в целом отношение  $U_2/ga$ , выраженное в угловых единицах, достигает 0,01 сек. В работах, связанных с анализом большого числа наблюдений, этой величиной нельзя пренебрегать» [1, с. 268–270].

Таким образом, мы видим, что введенные Лявом в 1909 г. два безразмерных параметра  $k$  и  $h$  количественно определяют отклик твердой Земли на прилив:  $k$  равно отношению дополнительного потенциала, возникающего из-за приливной деформации Земли, к приливообразующему потенциалу на поверхности Земли;  $h$  – отношению высоты земного прилива к высоте соответствующего статического океанического прилива на абсолютно твердой Земле, т.е. к высоте подъема эквипотенциальной поверхности абсолютно твердой Земли под действием приливообразующего потенциала.

Комбинации этих величин можно определять из наблюдений.

Так,  $(1+k-h)$  определяется по уровню свободной поверхности воды относительно дна. Для этого приливы должны удовлетворять статической теории. Так как она неприменима к океанам, то

следует выбирать замкнутые водные бассейны, периоды собственных колебаний которых малы по сравнению с сутками, и исследовать вариации разностей уровней между различными частями бассейна. Можно попытаться также оценить эту величину с помощью горизонтального маятника. Проанализировав большое количество определений  $(1+k-h)$ , Джеффрис приходит к выводу:

«За исключением Красного моря, полученные результаты хорошо согласуются между собой. Однако даже для замкнутых масс воды теоретические расчеты вызывают некоторые сомнения, так как океанический прилив искажает гравитационный потенциал, а все воды океана вызывают деформации. Таким образом, в изложенном методе трудности, связанные с теорией океанического прилива, все же не преодолены, хотя и заметно уменьшены...

Приемлемое значение  $(1+k-h)$ , исключая Красное море и Ливерпуль, равно  $0,68 \pm 0,05$ » [1, с. 272].

Анализируя наблюдательные данные для  $(1+k-l)$ , Джеффрис отмечает признаки систематических различий между данными континентальных и прибрежных станций. За среднее значение он принимает  $1,20 \pm 0,10$ . Для  $l$  измерения горизонтальным деформометром дали значение 0,040. По современным данным  $k$  и  $h$  для суточных или полусуточных волн соответственно равны:  $k = 0,301$ ,  $h = 0,609$ , что значительно расходится с оценками Джеффриса.

При интерпретации чисел Лява Джеффрис основывается на теории Кельвина и деформации объемными силами однородной сферы жесткостью  $\mu$ :

$$h = \frac{5}{2} \frac{2g\rho a}{19\mu + 2g\rho a}; \quad k = \frac{3}{5}h; \quad l = \frac{1}{2}k = \frac{3}{10}h.$$

При  $a = 6,37 \cdot 10^8$  см,  $\rho = 5,53$  г/см<sup>3</sup>,  $g = 980$  см/с<sup>2</sup> получаем  $\mu = (1,53 \pm 0,04) \cdot 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup>. Джеффрис сравнивает жесткость Земли с жесткостью стали  $\mu = (0,8-0,9) \cdot 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup> и отмечает, что во времена Кельвина она казалась поразительно большой, но ныне подтверждается сейсмологическими данными. Джеффрис принимает плотность вещества под промежуточным слоем 3,3 г/см<sup>3</sup>, а скорость волн  $S - 4,3$  км/с. Для этой зоны он получает жесткость, равной  $6,2 \cdot 10^{11}$  дин/см<sup>2</sup>. Вблизи основания оболочки (мантии) он берет плотность  $\sim 5$  г/см<sup>3</sup> и скорость  $S$  волн  $\sim 7,5$  км/с и получает оценку жесткости  $\sim 2,8 \cdot 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup>. Вследствие того, что жесткость такого порядка характерна более чем для 1000 км оболочки, Джеффрис делает вывод: средняя жесткость оболочки больше жесткости однородной Земли, удовлетворяющей наблю-

даемым вариациям широты. Он заключает: «Считая Землю однородной, мы тем самым располагаем массы слишком далеко от центра и, следовательно, преувеличиваем эффективность приливных сил. Поэтому с целью получения удовлетворительного значения  $k$  для фактической Земли необходима явно меньшая величина жесткости по сравнению с принятой Кельвином. Но по сейсмическим данным мы получим большую величину жесткости, если будем считать, что жесткость ядра сопоставима с жесткостью оболочки» [1, с. 278].

Для дальнейшего развития теории приливов необходимо было перейти к модели неоднородной сжимаемой Земли. Герглотцем были сделаны следующие предположения [503]:

- 1) Земля подчиняется закону Гука.
- 2) Параметры  $\rho$ ,  $\lambda$  и  $\mu$  постоянны на эквипотенциальной поверхности, которую в первом приближении можно считать сферой:  $\rho = \rho(r)$ ,  $\lambda = \lambda(r)$ ,  $\mu = \mu(r)$ .
- 3) Земля несжимаема ( $\mu = \infty$ ).
- 4) Начальное давление считаем гидростатическим.
- 5) Внешние силы могут быть разложены в ряд по сферическим гармоническим функциям.
- 6) Модуль жесткости предполагается очень большим, инерционные эффекты не учитываются (статическая теория).

Выпишем здесь, следуя П. Мельхиору [636], некоторые основные соотношения, без которых нельзя понять модель Земли Джеффриса – «ядро–оболочка».

Пусть радиальное смещение, определяемое во всех точках Земли  $(x, y, z)$  силами, вызываемыми потенциалом второго порядка  $W_2$ :

$$\xi = u(x/r) + v(y/r) + w(z/r) = q/r,$$

тогда изменение плотности  $\rho_0 - \rho = \zeta(dp_0/dr)$ , откуда получается плотность  $\rho = \rho_0 - \xi(dp_0/dr)$  и давление  $\Pi = p_0 - (dp_0/dr) + p$ , где  $p$  – дополнительное давление, являющееся функцией величины деформаций.

Внутренние напряжения имеют компоненты

$$X_x = -p_0 - p + 2\mu(\partial u/\partial x),$$

.....

$$X_y = Y_x = \mu[(\partial v/\partial x) + (\partial u/\partial y)] .$$

Тогда три составляющие  $F$ ,  $G$ ,  $H$  силы, действующей на элементарную площадку, нормальную к радиусу, можно записать в виде

$$F = X_x(x/r) + X_y(y/r) + X_z(z/r) = \Pi(x/r) + (\mu/r)[r(\partial u/\partial r) + (\partial q/\partial x)] - u,$$

$G$  и  $H$  имеют аналогичные выражения. На внешней поверхности они все обращаются в нуль.

Так как начальное давление гидростатическое, то условие равновесия в начальный момент

$$\rho \frac{\partial V_0}{\partial x} = \frac{\partial p_0}{\partial x}.$$

Возмущающий потенциал складывается из начального  $V_0$ , внешнего потенциала  $W$  и вызванного деформацией добавочного потенциала  $V$ , который Ляв считал равным  $kW$ .

$$R = V_0 + W + V,$$

тогда уравнение равновесия будет вида

$$-\rho \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z}.$$

.....

а учитывая, что  $\frac{\partial \mu}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{\partial \mu}{\partial r}$ ,

и пренебрегая величинами более высокого порядка малости, чем  $\xi$ ,  $V$  и  $W$ , получаем уравнения равновесия в виде

$$-\rho \frac{\partial (V+W)}{\partial x} + \xi \frac{dp}{dr} \frac{\partial V_0}{\partial x} = -\frac{p}{x} + \mu \Delta u + \frac{1}{r} \frac{d\mu}{dr} \left[ \frac{\partial q}{\partial x} - u + r \frac{\partial u}{\partial r} \right].$$

К уравнениям равновесия добавляем уравнение Лапласа  $\Delta W = 0$  и уравнение Пуассона  $\Delta V_0 = -4\pi f\rho$ .

Тогда  $\Delta(V_0 + V) = -4\pi f[\rho - \xi(dp/dr)]$ , т. е.  $\Delta V = 4\pi f\xi(dp/dr)$ .

Для вывода из комбинации уравнений равновесия уравнения Герглотца умножаем их соответственно на  $x/r$ ,  $y/r$ ,  $z/r$  и складываем; и, вводя обозначение

$$-\sigma r^2 = \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{dV_0}{dr} = -\frac{4\pi f}{r^2} \rho' \int_0^r \rho r^2 dr,$$

получаем уравнение

$$-\rho r \frac{\partial (V+W)}{\partial r} - q r^2 \sigma = -r \frac{\partial \rho}{\partial r} + \mu \Delta q + 2 \frac{d\mu}{dr} \left( \frac{\partial q}{\partial r} - \frac{q}{r} \right).$$

Уравнение для  $p$  получаем аналогичной комбинацией уравнений равновесия после их соответствующего дифференцирования по  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , и затем исключаем  $p$ . В полученном уравнении величины

$q$ ,  $V$  и  $W$  разлагаем, согласно Ляву, по сферическим гармоникам:

$$q = \sum_v h_v p_v,$$

$$V = \sum_v k_v p_v,$$

$$W = \sum_v w_v p_v,$$

где  $h_2$  и  $k_2$  – числа Лява.

Положим  $r_1 = r/a$ , где  $a$  – радиус Земли, и введем оператор  $D$ :

$$D(h_v p_v) = \left( \frac{d^2 h_v}{dr_1^2} + \frac{2v+2}{r_1} \frac{dh_v}{dr_1} \right) p_v = a^2 \Delta(\xi r).$$

Для исключения в уравнении равновесия членов разложения  $h_v$  принимаем оператор  $D$  и уравнение Пуассона в виде:

$$Dk_v = \frac{d^2 k_v}{dr_1^2} + \frac{2v+2}{r_1} \frac{dk_v}{dr_1} = 4\pi f \frac{dp}{dr_1} \frac{h_v}{r_1}.$$

Полученное нами дифференциальное уравнение шестого порядка называется уравнением Герглотца:

$$\begin{aligned} & D \left[ \frac{r_1}{\rho'} D(\mu D h_v) \right] - 2 \left[ D \frac{\mu'}{\rho'} D h_v \right] - \\ & - 2D \left[ \frac{d}{dr_1} \left( \frac{\mu'}{r_1} \right) \frac{r_1^v}{\rho'} \frac{d}{dr_1} (r_1^{1-v} h_v) \right] = v(v+1) a^4 D \left( \frac{r_1}{\rho'} \sigma h_v \right) - \\ & - 4\pi f v(v+1) a^2 \frac{\rho'}{r_1} h_v, \end{aligned}$$

где  $\rho'$  и  $\mu'$  обозначают производные  $\rho$  и  $\mu$  по  $r_1$ . Это уравнение при  $\mu = 0$  и  $v = r$  переходит в дифференциальное уравнение Кле-ро, определяющее сжатие концентрических слоев вращающегося жидкого тела. Уравнение Герглотца широко использовалось до появления ЭВМ, в том числе в работах Джеффриса.

Его решение имеет вид:

$$h = A\varphi(r) + B\psi(r) + C\theta(r) + \frac{D}{\chi(r)} + \frac{E}{\xi(r)} + \frac{F}{\zeta(r)}.$$

Шесть постоянных  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  определяются из граничных условий, так, для сферического тела с непрерывной функцией распределения плотности внутри:

- 1) радиальное смещение в центре Земли обращается в нуль, т.е.  $D = E = F = 0$ ,
- 2) должно удовлетворять уравнению равновесия,
- 3) на внешней границе  $r = a + h/a$  все напряжения обращаются в нуль.

Однако результаты, полученные вследствие введения в уравнение Герглотца непрерывных функций распределения плотности и модулей упругости, не могут считаться удовлетворительными, так как сейсмологические данные указывают на существование в недрах Земли нескольких поверхностей разрыва.

Приближенную к реальности модель, правда весьма упрощенную, первым рассмотрел Джеффрис в 1926 г. [96]. В его модели Земля представлена двумя однородными средами, разделенными поверхностью разрыва на глубине 2900 км. В случае однородной среды уравнение Герглотца сводится к уравнению четвертого порядка. Если вслед за Джеффрисом положить  $\rho' = 0$ ,  $\mu' = 0$  и  $\sigma = 0$ , то уравнение Герглотца сведется к  $DDh_v = 0$ .

Интеграл уравнения для ядра  $h_n = Mr^2 + N$  и для оболочки

$$h_n = \frac{A}{r^{2n-1}} + \frac{B}{r^{2n+1}} + Cr^2 + D.$$

На внешний слой уже не будет налагаться условие, по которому деформация в центре равна нулю. Шесть постоянных определяются из условий на внешней поверхности и на поверхности раздела. Ограничиваясь членами второго порядка малости, Джеффрис получает два фундаментальных соотношения

$$H_1 h_E - H_4 h_N + \frac{aw_2}{g} = 0,$$

$$H_3 h_E - H_1 h_N - \frac{aw_2}{g} = 0,$$

где  $H_1, H_2, H_3, H_4$  – постоянные, зависящие от плотности, жесткости и формы Земли.

Из этих соотношений легко получить

$$h_E = \frac{aw_2}{g} \frac{H_4 + H_2}{H_2 H_3 - H_1 H_4},$$

$$h_N = \frac{aw_2}{g} \frac{H_3 + H_1}{H_2 H_3 - H_1 H_4}.$$

Положив  $\eta = (\rho_N - \rho_E)/\rho_E$ , находим  $g = (4\pi/3) f \rho a(1+\eta\alpha^3)$  и

$$k = \frac{3}{5} \frac{h_E + \eta\alpha^5 h_N}{1 + \eta\alpha^3}.$$

В 1926 г. Джеффрис утверждал, что лучшего согласия с наблюдениями можно достичь, если для ядра и мантии принять следующие модули жесткости:

$$\mu_N = 5,2 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2,$$

$$\mu_E = 16,95 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2.$$

Однако это приводит к скорости поперечных волн в ядре – 2,5 км/с. Ее сравнение со скоростью продольных волн в ядре приводит к  $\lambda/\mu = 12$ . Такое отношение не согласуется с известными свойствами твердых тел и жидкостей:  $\lambda \approx \mu$ . Джеффрис отказался от ядра, обладающего такими невероятными свойствами, и стал искать решение, принимая жесткость ядра равным нулю. Отношение радиусов ядра и оболочки  $\alpha = a_N/a_E = 0,545$ ; их плотности  $\rho_E = 4,27$ ,  $\rho_N = 12,04$ ; жесткость  $\mu_E = 16,95 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$ ,  $\mu_N = 0$ .

Эти значения определяют параметры

$$H_1 = 16,923; H_2 = 9,131; H_3 = 4,483; H_4 = 1,479,$$

по которым Джеффрис оценивает

$$h = 0,667; k = 0,354; \gamma = 0,687; \delta = 1,136; \tau = 486 \text{ суток}; k/h = 0,531.$$

Эти значения неудовлетворительны:  $\gamma$  и  $\delta$  – слишком малы, период движения полюса слишком большой. В этом нет ничего удивительного, ведь рассматривалась слишком примитивная модель Земли, к тому же Земля считалась несжимаемой, что также не согласуется с наблюдениями. Джеффрис, оценивая этот этап исследований, делает вывод [1, с. 279]: «Для всех методов общим является то, что они приводят к гораздо меньшим значениям жесткости в отдельных зонах, чем это следует из сейсмических данных. Однако предположение, что ядро является жидким, позволяет выйти из указанного затруднения».

Как отметил в 1953 г. М.С. Молоденский, к аналогичным выводам еще в 1910 г. пришел известный российский механик и геофизик Л.С. Лейбензон [635].

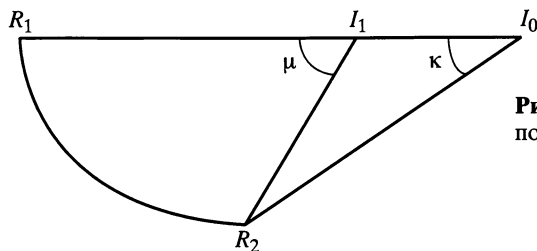
\* \* \*

В конце XIX в. Кюстнер и Маркус, основываясь на наблюдениях, уверенно показали проявление периодических смещений мгновенной оси вращения в теле Земли, правда, с очень малой амплитудой ~0,3".

Но настоящий успех в исследовании этой проблемы был достигнут американским астрономом-любителем С. Чандлером в

1891 г. Проанализировав вариации широт обсерваторий за более чем 200-летний период, он установил наличие члена с периодом около 430 сут и амплитудой, близкой к  $0,15''$  ( $\sim 10$  м), ответственного за круговое движение полюса.

Установлено также эллиптическое движение полюса с периодом в год. Оси эллипса составляют приблизительно  $0,10''$  и  $0,08''$ . По современным данным большая ось ориентирована по меридиану  $27^{\circ}39'$  з.д.



**Рис. 13.** Смещение мгновенного полюса инерции Земли

Установлено, что амплитуда чандлеровского движения переменна – за период с 1846 по 1971 г. она составляла от  $0,1''$  до  $0,3''$ .

Ньюкомб объяснил чандлеровские колебания как свободную нутацию с удлинённым (почти на 40%) периодом из-за деформаций, которым подвергается Земля под действием возмущающего тессерального потенциала. Свои рассуждения Ньюкомб проиллюстрировал простой схемой (рис. 13).

Изложим их, следуя П. Мельхиору:

«Рассмотрим на рис. полюс инерции в исходном положении  $I_0$ .  $R_1$  – здесь – мгновенный полюс вращения.

Возмущающий потенциал центробежной силы создает в теле Земли внутренние напряжения, приводящие к ее деформации. Если Земля подчиняется закону Гука, то деформация мгновенна и имеет такое же распределение, как и потенциал. Ось инерции смещена, и мгновенный полюс инерции перемещается в точку  $I_1$ . Дуга  $I_0I_1$  – это параметр, характеризующий упругость Земли.

Эйлеровское движение  $R_1$  (дуга  $R_1R_2$ ) происходит по отношению к реальному полюсу инерции (т.е. мгновенному полюсу  $I_1$ ). Тогда угол  $\mu$  представляет собой угловую эйлеровскую скорость.

Однако этот угол нельзя измерить астрономическими методами, поскольку не существует способа, как определить положение точки  $I_1$ . Астрономы могут только отмечать относительное движение мгновенного полюса вращения  $R$  по отношению к так называемому международному условному началу координат (МУН). [МУН – некое условное определение начала координат по координатам пяти широтных станций, утвержденное МАС.]

Вычисляя центр тяжести кривой, описываемой полюсом  $R$  за период 6 лет (соизмеримый с годовым и чандлеровским периодами), астрономы могут найти только положение точки  $I_0$  и определить угловую скорость  $\kappa$ , меньшую  $\mu$ . Значит, период им кажется большим (430 сут). Это удлинение периода связано с расстоянием  $I_0I_1$  и используется в геодинатике как параметр для исследования внутреннего строения Земли» [637, с. 169–170].

Ньюкомб учел, что в случае упругой Земли с океаном дефект массы, возникающий вследствие несовпадения эквипотенциальной поверхности с поверхностью Земли, может частично компенсироваться как в результате изгиба поверхности Земли, так и в результате перетекания океанических вод. Если принять оценку Кельвина, по которой изгиб поверхности Земли достигает  $1/3$  расстояния между невозмущенной поверхностью и эквипотенциальной поверхностью, то тогда уменьшение частоты нутации также должно составлять около одной трети эйлеровской частоты. Тем самым удлинение чандлеровского периода должно составлять около половины эйлерова периода  $\sim 150$  сут. Ньюкомб также оценил, что подвижность вод океанов должна привести к дополнительному увеличению чандлеровского периода на  $\sim 30$  суток. Он определил поправку, исходя из отношения плотностей морской воды и средней плотности Земли и отношения площади поверхности океана к общей площади поверхности Земли. Но это дополнительное удлинение чандлеровского периода не наблюдается. Впоследствии стало ясно, что сокращение периода приблизительно на такую же величину вызывает динамический эффект жидкого ядра.

Годовая компонента в вариациях широты, скорее всего, связана с цикличностью процессов в атмосфере. По мнению Джеффриса, главная причина – это годовое перераспределение воздушных масс, проявляющееся в больших изменениях давления в Центральной Азии.

Джеффрис много работ посвятил проблеме вариации широт [19], [76], [260], [266], [303], [307], [310], [348], [349], [365], [390], [403], [406], [412]. Им последовательно теоретически проанализированы как наблюдательные данные, так и геофизические модели. Джеффрис пишет:

«Анализ наблюдений движения полюса связан с особыми трудностями. Ожидалось, что, когда накопится материал наблюдений нескольких лет, можно будет с помощью гармонического анализа непосредственно разделить годовую и 14-месячную составляющие. Фактически же получены значительные неправильности в наблюдаемых вариациях. Это не слишком удивительно,

так как свободное движение должно затухать под влиянием различных причин, и поэтому возникает вопрос, каким образом оно поддерживается. Дело в том, что нерегулярные возмущения имеют тенденцию к формированию свободных колебаний.

Для группы сходных задач простую модель предложил Юл [598]. Вообразим себе массивный маятник, в который несколько мальчишек разрядили свои пугачи. Удары последуют через неравномерные интервалы, но постепенно сформируются колебания, имеющие собственный период маятника. Величина достигнутой амплитуды ограничена затуханием. Но само движение обусловлено тем, что большее число толчков способствовало движению в одну и ту же сторону, а не в противоположную. Если удары происходят через случайные интервалы, то наступит момент, когда перевес будет на стороне другого направления импульсов и движение может затухнуть либо смениться обратным. При гармоническом анализе, относящемся к длительному сроку, периодичность может быть вообще не обнаружена, хотя, взяв более короткий интервал, это, возможно, удалось бы сделать. Юл предложил метод оценки собственного периода, основанный на корреляции между смещениями при различных интервалах времени; такой метод был применен при анализе нескольких аналогичных процессов.

Легко доказать, что вариации широты в точности похожи на поведение маятника в модели Юла. Во-первых, налицо нерегулярные возмущения. Далее, движение, даже если его представить в сглаженном виде, нельзя разложить на два периодических движения с постоянными амплитудами; амплитуда собственных колебаний подвержена большим вариациям. Следовательно, можно проводить анализ по Юлу. К сожалению, ошибками наблюдения нельзя пренебречь, а разделение нерегулярных возмущений и ошибок наблюдения представляет чрезвычайно сложную задачу.

С помощью различных методов были получены многочисленные решения. Мое решение [266] отражает наблюдения в течение самого большого интервала (1892–1938 гг.). Однако трудности встречались на каждом шагу, и, пока они не объяснены, нелегко сказать, в какой степени можно доверять получаемым результатам. Необходимо было учесть затухание, что было выполнено по методу Юла. В результате получился период, равный  $447,9 \pm 7,0$  сидерическим суткам, или  $446,7 \pm 6,9$  средним солнечным суткам; при этом затухание таково, что амплитуда невозмущенного движения уменьшается в  $e^{-1}$  раз в течение 14–24 лет. Однако имеющиеся данные не очень хорошо согласуются с тем, что следовало бы ожидать, исходя из модели Юла.

По-видимому, нерегулярные возмущения сильно отклоняются от нормального распределения ошибок. Однако с 1908 по 1921 г. отмечалось устойчивое уменьшение амплитуды, словно возмущения были крайне малы в течение всего этого интервала. В модели Юла это соответствует случаю, когда в течение интервала, равного нескольким периодам, совсем не было ударов по маятнику. Для такого интервала при анализе можно учитывать лишь погрешности наблюдения. В результате определено, что период равен  $440,2 \pm 5,9$  сидерическим суткам, или  $439,0 \pm 5,8$  средним солнечным суткам; время релаксации равно  $15,1 \pm 1,8$  лет.

По мнению автора, это определение – самое лучшее. Ему соответствует  $k = 0,288 \pm 0,008$ .

Годовое движение определяется величинами

$$l = x, m = -y,$$

$$x = -0,036'' \cos L - 0,085'' \sin L,$$

$$y = -0,070'' \cos L + 0,029'' \sin L.$$

Средняя квадратичная погрешность каждого коэффициента составляет  $0'',0076$ ,  $L$  – долгота Солнца, измеряемая от начала года. Как нерегулярные вариации, так и погрешности наблюдения отдельно взятой величины близки к  $0'',04$ » [1, с. 276–277].

Джеффрисом также было выполнено вычисление годичных движений по метеорологическим данным [19]. Им показано, что изменения температуры и солености океана вызывают заметные годовые перераспределения масс. Джеффрис обосновал необходимость введения поправки на прогибание водной поверхности океана под действием давления, а также необходимость учета деформации твердой Земли, обусловленной изменением давления.

Как мы уже отмечали, при рассмотрении приливов в твердой Земле Джеффрис моделировал ее твердой оболочкой и жидким ядром. В этом случае возникает вопрос о том, насколько применима статическая теория приливов и насколько можно считать ядро неподвижным? Известно, что суточные (тессеральные) приливы влияют на положение земной оси, поэтому ядро может вращаться по отношению к оболочке. В таком случае условия на границе оболочки с ядром нельзя получить с необходимой для решения проблемы точностью.

Теоретические работы в этой области, однако, уже имелись. В 1895 г. одновременно и независимо профессором Московского университета Ф.А. Слудским и английским теоретиком С.С. Ха-

фом была решена задача с эллипсоидальной полостью, целиком заполненной однородной и несжимаемой жидкостью [584], [512]. Более подробно это явление для искусственной модели абсолютно твердой оболочки и жидкого ядра было рассмотрено А. Пуанкаре в 1910 г. [563]. Им был получен для эйлеровской нутации укороченный период в 270 сут, так как за нее стала ответственна только одна оболочка.

В 1948 г. Джеффрис отметил геофизическое значение теории Пуанкаре [303]. По сравнению с началом XX в., точность астрономических наблюдений к этому времени выросла почти на порядок и составляла 0,05". В середине века также появились первые надежные наблюдения приливных изменений силы тяжести, дающие возможность значительного уточнения чисел Лява [1, с. 285]. Поэтому Джеффрис решил уточнить теорию нутации. Анализируя теорию Пуанкаре, он пришел к выводам:

1) модель, состоящая из двух упругих сред, дает слишком большое значение периода Чандлера;

2) модель с жидким ядром и абсолютно твердой мантией уменьшает период Чандлера;

3) свободный период жидкого шара бесконечен.

Они заставили его предположить, что можно получить действительный период чандлеровского движения, рассматривая модель с жидким ядром и упругой мантией, причем давление, возникающее из-за изменения скорости при переходе к ядру, вызывает деформации в мантии.

Сам Джеффрис об этом пишет:

«Пуанкаре [562] указал на новое осложнение, связанное с учетом жидкого состояния ядра. Во всех решениях, описывающих упругие деформации, предполагалось, что инерциальные члены пренебрежимо малы по сравнению с упругими, т.е. внутренние смещения соответствуют статической теории. В решениях Розенхеда и моих для жидкого ядра при определении внутренних смещений принималось, что жесткость ядра равна нулю. Совместно с предыдущим допущением (отбрасывание инерциальных членов) это означало, что ядро неподвижно. В решении Пуанкаре учитывались возможные движения ядра совместно с жесткой оболочкой. Раньше не замечали, что это решение связано с рассматриваемой нами задачей (хотя часть решения была воспроизведена Лэмбом в его "Гидродинамике"). Оказалось, что наличие жидкого ядра должно укорачивать период собственных колебаний (результат, ранее полученный Кельвином и С. Хоу), а также уменьшать амплитуду 19-летней лунной нутации

(которая остается практически без изменений, если учитывать только упругость). Последняя амплитуда, вычисленная для жесткой Земли, равна  $9'',2272 \pm 0'',0012$ ; наблюдаемое значение  $-9'',2109 \pm 0'',0023$ . Различие здесь, по-видимому, истинное, и, как подчеркнул Дж. Джексон [516], объяснение его оказалось серьезной задачей. Было показано [303], что, считая ядро жидким и используя современные данные, мы получаем поправку нужного знака, но в 3–4 раза больше требуемой. В результате необходимо было исследовать весь вопрос заново, учитывая как жидкое состояние ядра, так и упругость оболочки [307]. Оказалось, что прежняя теория вариаций широты была не так уж плоха; жесткость оболочки, соответствующая наблюдаемому периоду, была исправлена всего с  $2,0 \cdot 10^{12}$  на  $1,9 \cdot 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup>. Незначительность поправки обусловлена тем, что оболочка деформируется таким образом, что в конце концов ядру передаются лишь сравнительно слабые движения.

Значительный прогресс в рассматриваемой проблеме достигнут благодаря работам Такеучи [588]. Он взял два распределения плотностей и упругих постоянных, близких к данным Буллена, и решил статическую задачу полностью методом численного интегрирования. Для двух своих моделей он соответственно получил:

$$k = 0,290, h = 0,587, l = 0,068;$$

$$k = 0,281, h = 0,610, l = 0,082.$$

Затем он рассмотрел последствия допущения о жесткости ядра и получил, что, полагая последнюю больше  $10^{10}$  дин/см<sup>2</sup>, мы приходим к явному расхождению с наблюдениями. Так как модуль объемного сжатия – величина порядка  $10^{13}$  дин/см, то отношение указанных двух величин резко отличается от того значения, каким оно оказывается во всех случаях для любого нормального твердого тела. Если считать жесткость нулевой (как для жидкости), то получаемые данные согласуются.

Вопрос, однако, этим не исчерпывается, так как главный результат исправленной теории жидкого ядра заключается в том, что статическая теория неверна для движений, изменяющих направление оси вращения, и, следовательно, она неверна для вариаций широты и нутаций. Нутации вызваны теми же силами, что и суточные приливы. Но статическая теория верна для других движений, включая полусуточные, двухнедельные и полугодовые приливы.

Р. Висенте и я [348], [349], применяя теорию Такеучи, получили решения для двух моделей. В обеих ядро имело надлежащую

массу и момент инерции. В одной ядро было однородным, несжимаемым и содержало дополнительную массу в центре. Другая представляла модель Роша (квадратичный закон плотностей), когда изменения плотности целиком определяются сжатием. В обоих случаях свободный период составлял около 392 сут, а с учетом океанических приливов увеличился до 430. Поправочные множители к 19-летней нутации равны 0,9964 и 0,9989, т.е. сжимаемость ядра не имеет существенного значения. В реальном ядре изменения плотности (с известной степенью произвола) примерно наполовину обусловлены сжатием, а в остальном – избыточной плотностью внутреннего ядра. Поэтому истинные значения должны находиться где-то на середине между данными обеих моделей и им должна соответствовать амплитуда около  $9'',212$  или  $9'',209$  – в зависимости от того, принято ли для солнечного параллакса значение Спенсера Джонса или Рейба. Согласие с наблюдениями явно удовлетворительно, хотя при этом возникают дальнейшие трудности.

Ниже приводятся вычисленные параметры упругих приливов для двух указанных выше моделей (табл.);  $n$  – скорость относительно звезд;  $(-\omega + n)$  – скорость относительно Земли, где  $\omega$  – угловая скорость вращения Земли.

Приливная компонента	$n$	$h$	$k$	$l$	$i-h+k$	$i+h-(3/2)k$
МОДЕЛЬ С ЦЕНТРАЛЬНОЙ МАССОЙ						
$OO$	$-\omega/13,7$	0,590	0,244	0,082	0,654	1,224
	$-\omega/183/$	0,523	0,218	0,084	0,695	1,196
$K_1$	0	0,492	0,206	0,086	0,714	1,183
$P$	$-\omega/183$	0,555	0,231	0,082	0,676	1,209
$O$	$-\omega/13,7$	0,584	0,242	0,082	0,658	1,221
Полусуточная и долгопериодная		0,585	0,289	0,082	0,704	1,152
МОДЕЛЬ РОША						
$OO$	$-\omega/13,7$	0,597	0,258	0,070	0,661	1,210
	$-\omega/183$	0,710	0,298	0,072	0,588	1,263
$K_1$	0	0,551	0,244	0,082	0,693	1,185
$P$	$-\omega/183$	0,568	0,264	0,084	0,696	1,172
$O$	$-\omega/13,7$	0,603	0,261	0,078	0,658	1,211
Полусуточная и долгопериодная		0,598	0,273	0,082	0,675	1,188

Наибольшими компонентами суточных приливов являются  $K_1$  и  $O$ ; очевидно, легче всего обнаружить отличия от параметров полусуточных и долгопериодических приливов по компоненте  $O$ .

Значения параметров в модели 6 Молоденского равны:  $h = 0,619$ ,  $k = 0,310$ ,  $l = 0,091$  [639]. Они несколько выше значений полусуточной компоненты прилива в предложенной мною и Висенте модели с центральной массой, хотя следовало бы ожидать согласия вычисленных значений. Возможно, что это – следствие различий в предполагаемых плотностях оболочки.

Следует предупредить о возможной неясности. Нутации представляют движения оси фигуры Земли относительно инерциальной системы (практически – системы, неподвижной относительно звезд). Скорость этих движений равна  $n$ . Но соответствующие приливные движения рассматриваются относительно вращающейся Земли, и их скорость равна  $(\omega - n)$ . Например,  $K_1$  – как приливной компоненте – соответствует в астрономии прецессия. Приливым эквивалентом 19-летней нутации являются две компоненты со скоростями  $(\omega \pm \omega/6800)$ , которым соответствуют почти такие же параметры упругих приливов, как и у компоненты  $K_1$ . Приливым компонентам  $O$  и  $OO$  соответствует двухнедельная нутация, а компоненте  $P$  – полугодовая нутация. В то же время двухнедельные и полугодовые приливы являются долгопериодными компонентами и не обуславливают нутации» [1, с. 280–283]

П. Мельхиор дает такую характеристику этим работам:

«В 1957 г. Джеффрис и Висенте развили теорию, пользуясь теорией Такеучи для мантии и уравнениями Пуанкаре для ядра и предполагая среду несжимаемой. Они применили вариационный метод, который не дает четкого представления о степени приближения, а некоторые преобразования не совсем ясны. Кроме того, численное интегрирование приводит к некоторым расхождениям с наблюдениями, тогда как более новая теория Молоденского (основанная на тех же динамических предпосылках) хорошо согласуется с наблюдениями» [636, с. 384]

Последовательная динамическая теория земных приливов, позволяющая уточнить теорию свободной и вынужденной нутации за счет учета воздействия сил инерции на прилив в оболочке, развита С.М. Молоденским. Кстати, он дает следующую характеристику вкладу Джеффриса в рассматриваемую проблему:

«Как было показано Джеффрисом, ни модель упругой Земли без жидкого ядра, ни модель Пуанкаре (абсолютно твердой оболочки и жидкого ядра) не позволяют согласовать теоретические значения амплитуд нутаций с данными наблюдений. В 1957 г.

Джеффрисом совместно с Висенте [349] была построена модель, значительно лучше согласующаяся с данными наблюдений, чем все предыдущие модели. Было показано, что эффекты упругости мантии оказывают существенное влияние не только на период чандлеровского движения, но и на амплитуды вынужденной нутации. Показательны следующие оценки Джеффриса и Висенте: 1. Переход от модели абсолютно твердой Земли к модели с упругой мантией без жидкого ядра почти не меняет значений невязок между теоретическими и наблюдаемыми амплитудами основной и полугодичной компонент нутаций. 2. При переходе от модели абсолютно твердой Земли без жидкого ядра к модели с абсолютно твердой мантией и жидким ядром (модели Пуанкаре) знак невязок для главных (19-летних) компонент нутаций изменяется на противоположный; абсолютные же значения невязок возрастают примерно вдвое. Эти оценки показали, что задача о вращении Земли под действием лунно-солнечных моментов тесно связана с задачей об упругих деформациях Земли под действием приливных сил, а результаты астрономических наблюдений вариаций координат должны интерпретироваться совместно с результатами приливных наблюдений» [641].

Точное решение задачи об упругих приливных деформациях сферической гравитирующей радиально неоднородной Земли с жидким ядром в статическом приближении было независимо построено японским геофизиком Х. Такеучи (1951) и в ГЕОФИАН СССР – чл.-корр. АН СССР М.С. Молоденским.

\* \* \*

Внимание Джеффриса привлекала проблема приливного трения, которое тормозит вращение Земли вокруг оси и тем самым систематически увеличивает продолжительность суток.

Прежде всего следует отметить, что если учитывать только лунные приливы, то систему Земля–Луна следует считать замкнутой, т.е. в ней должны соблюдаться законы сохранения энергии и момента количества движения. Но в таком случае замедление вращения Земли приводит к увеличению орбитального момента количества движения Луны. Поэтому Луна систематически отодвигается от Земли, т.е. ее орбита расширяется. Джеффрис обращал внимание на то, что вопрос об эволюции лунной орбиты непосредственно связан с проблемой происхождения Луны. Но его работы в этой области будут освещены в главе, посвященной астрономической проблематике.

Мы уже знаем, что в результате приливного воздействия, в случае идеально упругой Земли, последняя приобретает неболь-

шую сфероидальную деформацию с наибольшей осью, направленной по линии, соединяющей центры масс Земли и Луны. И если бы недра Земли были идеально упругими, то, так как Земля вращается значительно быстрее, чем Луна обращается вокруг нее, приливные выступы перемещались бы по планете, все время оставаясь на линии центров. В этом случае не возникает момента сил, действующего на Луну, и приливной эффект на параметры лунной орбиты не влияет. Таким образом, передачи момента не происходит. Но в реальности свойства вещества Земли не являются идеальными. Поэтому деформация в данной точке будет запаздывать на некоторый угол  $\delta$  от направления силы, ее вызывающей. Тогда максимальная деформация в данной точке будет возникать несколько позже, чем максимальное напряжение, направленное вдоль линии центров. По причине того, что Земля вращается вокруг своей оси быстрее, чем Луна вокруг Земли, приливной выступ выносится вращением Земли вперед относительно линии центров. Смещенный с оси приливной выступ вызывает замедление вращения Земли из-за момента сил, возникающего при взаимодействии Луны и приливного выступа. Этот же момент сил увеличивает момент количества движения Луны по орбите. Поэтому Луна отодвигается от Земли. Если бы планета вращалась медленнее обращения спутника по орбите, то приливной горб отставал бы от линии центров и все эффекты приливного трения имели бы обратный знак.

Джеффрис отмечает, что солнечные приливы ведут себя аналогично лунным приливам и поэтому при количественном анализе также должны учитываться. Он рассматривает влияние изменений угловых скоростей на астрономические наблюдения и наблюдаемые вековые ускорения Солнца и Луны.

Джеффрис подчеркивает, что приливное трение на Земле возникает как из-за отклонения земных недр от состояния идеальной упругости, так и из-за трения морских приливных волн. Им дана оценка диссипации энергии  $-(dE/dt) \sim 1,5 \cdot 10^{19}$  эрг/с [1, с. 299]. И далее рассматриваются ее возможные источники:

«Рассмотрим теперь вопрос о том, имеются ли источники диссипации энергии, которые могли бы объяснить указанное выше значение величины  $dE/dt$ . Г.Х. Дарвин, теория которого занимает большую часть второго тома его собрания сочинений, исследовал главным образом гипотезы, по которым диссипация энергии обусловлена упруго-вязкостными свойствами веществ, образующих тело Земли. Он, однако, выражает сомнение, может ли твердое тело показывать отклонение от идеально упругого состояния под влиянием малых деформаций (порядка  $10^{-6}$ ), дейст-

вительно имеющих место в земных приливах. Это обстоятельство, казалось бы, должно благоприятствовать гипотезам, по которым диссипация энергии действительно происходит в океанах. Фактически ни одна из предлагаемых гипотез не является приемлемой.

В 1916 г. мною на основании упруго-вязкостной теории было определено значение вязкости, которое необходимо для правильной оценки диссипируемой энергии. Полученное значение вязкости я затем применил к свободным вариациям широты; мной найдено, что последние затухали бы за несколько дней [19]. Порядок величины диссипируемой энергии в океанах может быть рассмотрен следующим образом. Если имеется высота равновесного прилива и нет приближенно резонансного состояния, истинная высота прилива будет сравнима с величиной  $\bar{\zeta}$ , а компоненты скорости будут порядка  $g\bar{\zeta}/\omega A$ . Максимальное значение  $\bar{\zeta}$  равно 26 см, так что скорости должны быть порядка 1 см/с.

Если движение турбулентное, то сила трения равна  $k\rho(u^2 + v^2)$  и направлена противоположно результирующей скорости; здесь  $\rho$  – плотность воды, а  $k$  – численный коэффициент, называемый коэффициентом поверхностного трения и равный приблизительно 0,002. Диссипация, следовательно, происходит со скоростью  $k\rho(u^2 + v^2)$  на единицу площади, и она равна примерно 0,004 эрг/см<sup>2</sup>сек. Площадь всех океанов, будучи приближенно равной  $3,7 \cdot 10^{18}$  см<sup>2</sup>, дает значение диссипации порядка  $10^{16}$  эрг/с, что оказывается малой долей от тех значений, которые необходимы для объяснения вековых ускорений. Таким образом, главная часть приливной диссипации энергии не может происходить благодаря поверхностному трению в открытых океанах.

Справедливость этих оценок зависит от того, выполнен ли критерий Рейнольдса для турбулентности. Если бы движение было чисто вязкостным, кинетическая вязкость равнялась бы  $\nu$ , и если влияние границы существенно до расстояний  $h$ , то критерием чисто вязкостного течения будет условие, когда величина  $uh/\nu$  несколько меньше 300 [103]. Согласно Лэмбу [528, с. 590], для полусуточных движений в вязкой среде имеем

$$uh/\nu = u/(\nu\omega)^{1/2} = 800.$$

Таким образом, критерий для вязкостного движения не выполнен, и движение будет турбулентным.

Приливное трение в мелководных морях. Рассмотренный выше довод определенно указывает, что имеются такие условия,

когда высота прилива невелика по сравнению с высотой равновесного прилива. Если форма дна такова, что приливы в значительной степени увеличиваются благодаря резонансу или вследствие мелководья, то полученный выше результат не будет иметь силы. Подобные условия в целом отсутствуют в океане, но вполне могут проявиться в отдельных его местах. Повсюду известны места, где приливные течения имеют скорости более 1 см/с (скорость приливного течения в открытом океане, полученная в предыдущем параграфе). В таких местах диссипация энергии должна сильно превосходить ту, которая имеет место в открытых океанах, так как скорость диссипации на единицу площади пропорциональна кубу скорости. Вопрос заключается в том, будет ли возрастание скорости диссипации энергии на единицу площади в мелководных морях достаточным, чтобы компенсировать влияние сравнительно небольших площадей, занимаемых такими морями, и сделать суммарную диссипацию энергии в мелководных бассейнах большей, чем в открытых океанах.

На этот вопрос утвердительно отвечает Дж. Тейлор [591], который определил двумя способами скорость диссипации энергии в приливах Ирландского моря. Первый метод является таким же, как и применяемый в открытых океанах, но с использованием наблюдаемых скоростей приливных течений для определения диссипации энергии на единицу площади. Суммирование полученных таким образом значений по полной площади моря дает диссипацию энергии в нем.

Второй метод заключается в определении величины работы в единицу времени, производимой морем при совместном влиянии океана и Луны. Величина этой работы была найдена и в среднем оказалась положительной. Энергия моря, однако, не возрастает, и, следовательно, поступаемая в море извне энергия рассеивается со скоростью ее поступления. Таким образом, полную величину диссипации энергии можно определить...

Методы Тейлора были расширены мною [46] для оценки приливного трения в большинстве мелководных морей земного шара. Все оценки характеризуют сизигийные приливы (т.е. приливы, когда приливные течения являются наибольшими)...

Полная диссипация энергии найдена равной  $22 \cdot 10^{18}$  эрг/с для сизигийских приливов. Среднее значение диссипации энергии будет тогда равным  $1,1 \cdot 10^{19}$  эрг/с, что составляет 80% от значения, необходимого для объяснения векового ускорения Луны.

Согласие между величиной полной диссипации в мелких морях и значением, необходимым для объяснения лунного векового ускорения, оказывается лучшим, чем этого можно было бы ожи-

дать на основании имеющихся данных. Две трети от найденной таким образом полной диссипации приходится на Берингово море; это определение может быть неверным наполовину своей величины, если оценки скоростей течений содержат систематическую ошибку порядка 25%, – случай, вполне возможный. Имеется основание утверждать, что диссипация в приливах определено достаточна для объяснения большей части векового ускорения, и нет каких-либо доказательств обратного. В частности, какая-то доля векового ускорения может быть приписана действию трения в объемных упругих приливах в недрах Земли только лишь на основании независимого доказательства, что именно трение при таких приливах должно оказывать такую же долю влияния на вековое ускорение. С точки зрения теории приливного трения в мелких морях нет никаких оснований для предположений, что вековые ускорения частично обусловлены трением при приливах в теле Земли» [1, с. 299–304].

Джеффрисом рассмотрена также реакция приливного трения на океанические приливы. Он приходит к выводу, что вся энергия прилива рассеивается через следующие  $3 \cdot 10^4$  с, т.е. в течение полусуток. Поэтому запаздывание фазы приливов в дополнении к запаздыванию, вызываемому их инерционностью, также должно быть равно углу умеренной величины.

В настоящее время этот угол оценивается  $\delta \approx 2-4^\circ$ . Рассматривая приливное трение в прошлом, Джеффрис дает оценку увеличения суток на 1 с за последние 120 тыс. лет. Но за время порядка  $10^9$  лет, по его мнению, период вращения Земли мог увеличиться на несколько часов. Современная точка зрения по этому вопросу детально изложена в [620].

### Астрономия

---

Джеффрис активно работал как в области, лежащей на стыке геофизики и астрономии, так и непосредственно по астрономической проблематике.

В середине 10-х годов XX в. астрономами активно обсуждались проблемы происхождения Солнечной системы. С точки зрения сегодняшнего дня постановка вопроса была несколько преждевременной. Слишком мало было известно как о строении планет земной группы, так и планет-гигантов. Космические исследования, чрезвычайно обогатившие планетологию геофизическими и геохимическими методами и заново открывшие взору исследователей целые новые миры планет и их спутников, стали планомерно проводиться лишь во второй половине XX в. Наконец, открытие протопланетных туманностей (газопылевых дисков) и самих планетных систем у других звезд, сделавшее возможным компаративный анализ и наблюдательную проверку космогонических сценариев, относится уже к самому концу XX – началу XXI в. Но такова логика развития науки, пытливый ум человека всегда задавался вопросом о происхождении отдельных структурных элементов окружающего его мира, в том числе по мере расширения его границ, Земли, Солнца, Луны, Солнечной системы, звезд, галактик и самой Вселенной. Подробное описание истории развития планетной космогонии и теории происхождения Земли до реализации программы «Аполлон» представлено в трехтомнике американского историка науки С. Браша [465].

Классическая космогония начала XX в. ставила перед собой задачу объяснить установленные к тому времени следующие свойства Солнечной системы.

1. Движение всех планет происходит в одном направлении по почти круговым орбитам. Солнце вращается вокруг своей оси в том же направлении, причем ось его вращения почти перпендикулярна к центральной плоскости планетной системы. Вращение большинства планет и их спутников (за исключением Венеры и Урана) вокруг своей оси происходит в том же направлении.

2. Планетные орбиты распределены не случайным образом, всегда соблюдается правило Тициуса–Боде: возрастание расстояний планет от Солнца подчиняется определенной закономерности (отношения радиусов соседних орбит лежат в пределах 1,4–2).
3. Все планеты делятся на две группы: планеты земной группы – сравнительно небольшие небесные тела с высокой плотностью, содержащие в основном тяжелые химические элементы и медленно вращающиеся, и планеты-гиганты – тела больших размеров, но имеющие малую плотность и состоящие в основном из легких химических элементов.
4. Существует пояс малых тел между орбитами Марса и Юпитера. Имеются или отсутствуют у планет спутники, спутниковые системы и кольца.
5. Распределение момента количества движения в Солнечной системе такое: Солнце, содержащее 99% всей массы системы, обладает менее 2% момента количества движения, остальные 98% момента принадлежат планетам.

Космические гипотезы классического периода условно можно подразделить на две группы. В основе первой из них лежит идея катастрофы, в результате которой вещество планет отрывается от Солнца за короткое время. В основе второй – развитие процессов во вращающейся сжимающейся газовой массе, так называемые небулярные гипотезы.

К первой относятся гипотезы Ж. Бюффона (1749), Э. Фая (1884), Т. Чемберлина и Ф. Мультон (1900, 1916), Дж. Джинса (1917). Ко второй – гипотезы И. Канта (1755), П. Лапласа (1796), О. Биркеланда (1912).

Большинство исследователей конца XIX – начала XX в. склонялись к небулярным гипотезам – они полагали, что Солнечная система, вероятно, сформировалась в процессе разделения и конденсации частей горячего газа, но не считали, что оригинальная теория Лапласа дает полностью удовлетворительное описание этого процесса.

В рамках небулярной гипотезы считалось:

- 1) невозможно объяснить вращение Венеры, Урана и ретроградные движения спутников планет;
- 2) невозможно объяснить распределение момента количества движения в Солнечной системе;
- 3) невозможно согласовать возраст и излучение Солнца с возрастом Земли;
- 4) невозможно объяснить формирование дискретных колец и собственно самих планет.

С небулярной гипотезой в XIX в. соперничали ряд других, одной из них была «метеоритная гипотеза», в которой предполагалось формирование планет в результате аккреции небольших твердых частиц. Однако оставалось неясным, как основные трудности небулярной теории могли быть преодолены таким образом. Дж. Дарвин в 1888 г. показал, что рой метеоритов ведет себя как жидкость, и поэтому из него можно сконструировать лапласовскую туманность [482]. Но им не было показано, как планеты, сформировавшиеся из такой туманности, смогли получить прямое вращение или как Земля, построенная аккрецией метеоритных частиц, давала бы геологии подходящую основу. В известной книге Дж. Локьера, основателя журнала «Nature», «Метеоритная гипотеза», опубликованной в 1890 г., нет даже попыток объяснить образование планет [542].

Еще большее сомнение в справедливость небулярной гипотезы внесли работы американских исследователей геолога Томаса Чемберлина (1843–1928) и астронома Фореста Мультона (1872–1952). В этом творческом союзе несомненно доминировал Чемберлин, который являлся основным генератором новых идей. Роль Мультона, тоже весьма ответственная, сводилась к их математическому оформлению, к тому, чтобы они согласовывались с положениями небесной механики и были восприняты астрономическим сообществом. Термин «планетезималь» впервые появился в докладе Чемберлина на собрании Геологического общества Америки в Вашингтоне 1 января 1903 г. В опубликованных тезисах он отделяет свою теорию от лапласовской и других небулярных гипотез и от метеороидных гипотез, предлагаемых Локьером и Дарвином.

В этих теориях «собираение» – это просто следствие действия притяжения, тогда как в планетезимальной гипотезе «собираение» зависит от совпадения орбит и протекает сравнительно медленно при намного более низких температурах. Планетезималь была определена просто как «бесконечно малый планетоид», из которых планеты растут вследствие их объединения [472].

Но Чемберлину надо было объяснить, откуда взялись в окрестностях Солнца эти бесконечно малые планетоиды? И он предложил сценарий, по которому некая звезда, проходя близко мимо Солнца, оказала на него такое приливное воздействие, что солнечные протуберанцы поднимались достаточно высоко над поверхностью для того, чтобы сгущавшиеся из них планетезимальи начинали обращаться вокруг Солнца. Эти представления уже в начале прошлого века казались довольно наивными и невероятными, но в планетезимальной гипотезе, как оказалось впоследст-

вии, были правильно обрисованы многие черты самого процесса образования планет.

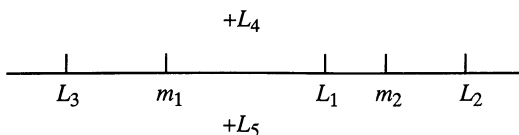
Весьма плодотворными были и идеи астронома Т. Си, обратившего внимание на важную роль образующихся вокруг звезд, вследствие их эволюции, пылевых туманностей. Им также были выдвинуты идеи о том, что кометы – это сохранившиеся остатки древней туманности, из которой образовалась Солнечная система. Си придавал большое значение метеорному мелкодисперсному веществу в формировании как поверхностей планет и их спутников, так и орбит этих тел [576].

Джеффриса интересовали проблемы происхождения Земли и планет, и поэтому неудивительно, что его первые научные исследования имеют астрономическую тематику с акцентом на космогонические вопросы. Как мы уже отмечали, на втором году своего обучения в Кембридже Джеффрис исследовал проблему избыточного сжатия Луны, позже эта работа вошла в публикацию [16]. В том же 1915 г. он публикует «Влияние тормозящей среды на лагранжевы три частицы» [14]. В ней рассмотрен частный случай задачи трех тел, но в усложненных влиянием среды условиях. Сила сопротивления среды принимается пропорциональной скорости движущегося в ней тела. Выдающийся французский математик Жозеф Луи Лагранж в своем знаменитом сочинении «Опыт исследования задачи о трех телах», опубликованном в 1772 г., доказал, что существует некоторое количество частных случаев в задаче о трех телах, для которых можно получить точное решение при любых значениях всех трех масс. При движении эти массы навсегда сохраняют прямолинейную или равностороннюю конфигурацию, их движение будет плоским, относительные орбиты двух тел в движении вокруг третьего будут коническими сечениями; отношения взаимных расстояний навсегда сохраняют постоянную величину, при некотором выборе начальных условий сами эти расстояния остаются постоянными. Если у нас имеются две материальные точки  $m_1$  и  $m_2$ , то можно определить в плоскости пять так называемых лагранжевых точек либрации  $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5$ , из которых каждая из двух последних ( $L_4$  и  $L_5$ ) образует равносторонние треугольники с точками  $m_1$  и  $m_2$ , а три первые ( $L_1, L_2, L_3$ ) лежат с ними на одной прямой, причем  $L_3$  расположена слева,  $L_1$  – между точками, а  $L_2$  – справа от них (рис. 14).

Точное расположение точек  $L_1, L_2, L_3$  на прямой  $m_1 m_2$  зависит от соотношения между массами тел  $m_1$  и  $m_2$ . Эти лагранжевы точки либрации обладают такой особенностью, что если мы поместим в одну из них третью материальную точку с массой  $m_3$ , то все три точки  $m_1, m_2$  и  $m_3$  будут двигаться в плоскости, в которой они

находятся по коническим сечениям одинакового вида так, что отношения между их взаимными расстояниями будут сохраняться всегда одними и теми же. Надо сказать, что сам Лагранж считал рассмотренные им случаи слишком искусственными и поэтому нереализуемыми в природе. Но здесь он оказался не прав. В конце XIX в. были открыты астероиды так называемой группы Юпитера – троянцы, движущиеся приблизительно по орбите Юпитера, группируясь вблизи точек либрации  $L_4$  или  $L_5$ , образуя почти равносторонний треугольник с Солнцем и Юпитером.

**Рис. 14.** Лагранжевы точки либрации



Джеффрисом было показано, что наличие тормозящей среды не может приводить к смещению малого тела с его среднего положения, которое может увеличиваться со временем, т.е. к вековой неустойчивости, если его движение обладает обычной устойчивостью. Как известно, движение троянцев устойчиво. Поэтому Джеффрис заключает статью: «Мы не можем, следовательно, считать влияние тормозящей среды способным вызвать превращение троянцев как в малые планеты, так и в спутники Юпитера» [14, с. 583].

В следующем 1916 г. эта тема получает дальнейшее развитие в пространной публикации «О некотором возможном распределении метеорных тел в Солнечной системе» [20]. В ней три части. В первой части рассматривается задача движения небольших твердых тел, с размерами, сравнимыми с метеорными или даже меньше, под действием гравитации вокруг массивного центра. Их собственные массы считаются достаточно малыми для того, чтобы их взаимным притяжением можно было пренебречь. В качестве примера рассматриваются кольца Сатурна. Джеффрисом показано, что в этом случае частота столкновений очень высокая и, следовательно, при учете уменьшения относительного движения при каждом столкновении, кольца должны были давно достигнуть состояния, в котором все частицы двигаются по правильным окружностям в одной плоскости. Джеффрис также отмечает, что если считать зодиакальный свет порождением метеорных тел размерами, меньшими по сравнению с его длиной волны, то о возрасте этой пыли ничего сказать нельзя.

Во второй части исследуется движение метеорных тел в окрестностях орбиты Земли. Движение не предполагается установив-

шимся, но частота столкновений мала, время их жизни получается сравнимым с возрастом самой Земли. Из отношения числа метеоров, подбираемых Землей спереди и сзади по отношению к направлению ее движения, Джеффрисом показана высокая вероятность того, что подавляющее большинство этих тел движется прямым движением, т.е. в направлении обращения планет вокруг Солнца.

В третьей части рассматривается планетезимальная гипотеза Чемберлина и Мультона. Небулярная гипотеза, по которой Солнечная система формируется из сжимающейся газовой массы, простирающейся за орбиту Нептуна и вращающейся как твердое тело, критикуется по следующим позициям.

(а) Современный общий момент количества движения Солнечной системы недостаточен для возникновения такого типа ротационной неустойчивости, когда при существующих размерах системы, а значит, и протопланетной туманности у нее началось бы экваториальное истечение вещества с образованием колец.

(б) Так как сжатие будет длительным процессом, то это приведет к формированию не отдельных колец, а непрерывной среды молекул, движущихся по эллиптическим орбитам, за исключением подвергшихся столкновениям.

(в) Кольца вещества, какими они описаны Лапласом, не могут сконденсироваться в планету. Если они вообще сконденсируются, то образуют несколько планет приблизительно одинакового размера и с одинаковым средним движением, которые не могут объединиться в единую планету.

(г) По гипотезе Лапласа каждая планета должна вращаться быстрее, чем любой из ее спутников обращается вокруг нее. Это условие нарушается Фобосом, внутренним спутником Марса. Джеффрис приводит объяснение Дж. Дарвина, который считает, что эта аномалия объясняется солнечными приливами на Марсе, затормозившими его вращение и сделавшими таким образом период его вращения вокруг оси длиннее периода обращения Фобоса. (Современную точку зрения на этот вопрос см. в [621].) Подобное возражение, замечает Джеффрис, снова было высказано Мультином, который отметил сходную ситуацию для частиц внутреннего края кольца Сатурна, где приливное трение вряд ли достаточно для снятия противоречия.

(д) Все спутники должны вращаться в том же самом направлении, в каком вращается их планета. Это условие не удовлетворяется для внешнего спутника Сатурна и для двух внешних спутников Юпитера. Если планета первоначально имела обратное вращение, то оно могло быть постепенно обращено на прямое

приливным трением; так подобным образом могло быть обратное вращение у спутников Урана и Нептуна, но вызывает сомнение, достаточно ли приливного трения на расстояниях Юпитера и Сатурна для того, чтобы обратить их вращения. Дж. Джексон [515] показал, что на большом расстоянии от планеты орбита ретроградного спутника будет меньше возмущаться Солнцем, чем орбита обладающего прямым движением. Это объясняет устойчивость этих орбит, каким-то образом уже образовавшихся, но, как они возникли, остается необъясненным.

Джеффрис приходит к выводу, что хотя планетезимальная гипотеза преодолевает большую часть затруднений небулярной гипотезы в объяснении формирования планетной системы, но сама сталкивается с весьма серьезной проблемой. Дело в том, что в принятых предположениях частицы двигаются вокруг Солнца с кеплеровскими скоростями, т.е. в районе орбиты Меркурия их скорости  $\sim 20$  км/с, а в районе планет-гигантов  $\sim 60$  км/с и выше. Но известно, что 400 кал/г вполне достаточно, чтобы испарить практически любое твердое тело. Поэтому скорость движения  $\sim 6$  км/с, обеспечивающая при столкновении выделение эквивалентной энергии, достаточна для испарения рассматриваемых метеорных частиц. А она намного меньше их реальных скоростей. Таким образом, должно произойти их полное испарение. Джеффрис полагает, что частота столкновений планетезималей между собой приблизительно в 10 раз превышает частоту их столкновений с растущей планетой, и они испарятся прежде, чем смогут оказать ощутимое воздействие на протопланету (ядро планеты). Если предположить, рассуждает Джеффрис, что планетезимали изначально двигались по почти круговым орбитам, то эта проблема не возникает, но тогда требуется, чтобы планеты всегда были очень большие. В качестве альтернативной гипотезы Джеффрис предлагает такую, которая может объединить достоинства небулярной и планетезимальной гипотез. Первоначальная туманность в этом случае предполагается газообразной, с сильной конденсацией к центру, и, возможно, сильно неоднородная, но движущаяся так, что период обращения вокруг центра зависит от расстояния до него, таким образом, критерий постоянства момента количества движения автоматически удовлетворяется. Эта туманность будет действовать на протопланеты как тормозящая среда, и эксцентриситеты их орбит будут поэтому постепенно уменьшаться.

Джеффрис рассмотрел также вариант с изначально малыми эксцентриситетами орбит протопланет. Если все частицы изначально двигались по близким к круговым орбитам в одной плос-

кости, то относительные скорости столкновений были небольшими и их испарения не происходило. При этом телам, движущимся по эксцентричным орбитам, Джеффрис приписывает более позднее происхождение. Он считает, что такая модификация имеет преимущество перед стандартной формой планетезимальной гипотезы, так как более естественно объясняет ретроградные спутники планет. Джеффрис рассмотрел движение протопланеты в рое таких планетезималей. Им было показано, что если протопланета собирает достаточно планетезималей для удвоения своей массы, то и эксцентриситет ее орбиты уменьшается почти в два раза.

В качестве примера Джеффрис рассматривает Юпитер. Эксцентриситет его орбиты в настоящее время 0,048. Джеффрис полагает на этом основании, что если бы даже его начальная масса была всего  $1/20$  от ее настоящей величины, то эксцентриситет его орбиты должен в прошлом быть настолько большим, что представляется невероятным. Иными словами в гипотезе изначально почти круговой орбиты Юпитер никогда не мог быть меньше, чем Уран сегодня. Джеффрис заключает, что его модифицированная планетезимальная гипотеза могла бы быть удовлетворительной, если бы могла объяснить, как могли произойти ядра планет достаточно крупные,двигающиеся по эксцентричным орбитам.

Такой количественный анализ Джеффрисом процессов в протопланетном облаке имел большое методологическое значение для дальнейшего развития планетной космогонии. Современная точка зрения на формирование Юпитера и его роль в образовании планет изложена в работах [622] и [623].

Наконец, заключает рассматриваемую работу Джеффриса раздел «Дальнейшее развитие проблемы лагранжевых трех частиц». В отличие от предыдущей работы, в которой рассматривалось движение частиц в неподвижной среде, здесь Джеффрис рассматривает их движение в движущейся среде, у которой скорость движения является функцией положения. Он приходит к выводу, что во вращающейся среде лагранжевы частицы обладают вековой неустойчивостью. Поэтому они могут в этом случае превращаться как в малые планеты, так и в спутники Юпитера.

В 1969 г. в III томе своего Собрания сочинений Джеффрис сделал замечание, касающееся испарения сталкивающихся планетезималей. Он отметил, что, как показал А.Л. Парсон, испарившееся вещество будет снова конденсироваться. Это обстоятельство опять затрудняет объяснение существующих эксцентриситетов планетных орбит.

В 1916 г. опубликована еще одна статья Джеффриса – «Вековые возмущения четырех внутренних планет» [21]. В ней показано, что попытки, делавшиеся ранее, до появления общей теории относительности, объяснить эти возмущения неким веществом, имеющимся между орбитами планет, несостоятельны.

Одноименная работа Джеффриса [36], появившаяся в 1918 г., рассматривает эффект вековых возмущений в рамках теории гравитации Зильберштейна, разработанной последним как альтернатива эйнштейновской общей теории относительности. Однако в последних двух одноименных работах есть ошибки в численных расчетах, и они могут быть интересны только с методической стороны.

Джеффриса отличает широта интересов в астрономии. В том же 1918 г. он публикует работу «Сжимаемость карликовых звезд и планет» [31]. Однако в ней он рассматривает этот вопрос с классических позиций уравнения Ван дер Ваальса и сравнения с условиями в недрах Земли, что неправомерно.

И опять Джеффрис обращается к проблемам космогонии. В работе 1918 г. «Ранняя история Солнечной системы» [32] Джеффрис для объяснения образования планетной системы приходит к необходимости принятия приливной теории, выдвинутой годом ранее Джеймсом Джинсом. Подробный анализ этой теории с позиций современной космогонии дан в [629]. Несмотря на то что в целом космогонический сценарий, рассматриваемый Джеффрисом, с точки зрения современной науки представляется практически невероятным, в работе есть решения отдельных задач, которые имеют непреходящее научное значение. Так, Джеффрисом решена задача движения планет в среде. Если бы планеты сразу после своего образования двигались бы в практической пустоте, то их орбиты были бы вытянутыми эллипсами. Но они двигались в среде, в которой была как газовая, так и пылевая компоненты. В этом случае сопротивление среды изменило форму орбит, приблизив ее к круговой. В Солнечной системе эта сопротивляющаяся среда исчезла до того, как орбиты успели приобрести форму правильных окружностей. Поэтому орбиты всех планет имеют большие или меньшие эксцентриситеты. Сравнительно более вытянутые орбиты существуют на периферии Солнечной системы, так же как в спутниковых системах планет-гигантов, они характерны для самых внешних объектов. И у тех, и у других удлиненной форме орбит соответствуют малые массы движущихся по ним тел. Орбиты Меркурия и Марса имеют заметные эксцентриситеты соответственно 0,21 и 0,09, тогда как у других планет они не превышают 0,05. Но у этих планет не-

большие массы, у Меркурия больше чем в 20 раз меньше земной, а у Марса – в девять. Джеффрис дал этой особенности такое объяснение. Тяжелые планеты должны были собирать вокруг себя значительные массы вещества из окружающей среды и нести их с собой как некие обширные оболочки. Поэтому их взаимодействие с тормозящей средой было более значительным, и они скорее переходили на более круговые орбиты, чем более легкие планеты, собиравшие оболочки гораздо меньших размеров. Джеффрисом была вычислена скорость, с какой происходило изменение форм планетных орбит под действием тормозящей среды. Аналогичному рассмотрению он подверг эволюцию орбит спутников. Для них дополнительно было рассмотрено соотношение масштабов воздействия тормозящей среды и приливного трения. Джеффрисом изучено возможное начальное состояние планет. Он предполагает для планет земной группы первичное состояние жидкое, а для планет-гигантов – газообразное. Полагая происхождение планет эффективно горячим, Джеффрис изучает устойчивость их газовых оболочек, используя джинсовскую теорию диссипации планетных атмосфер.

Джеффрис обсуждает и вопрос происхождения пояса астероидов между орбитами Марса и Юпитера. Он полагает, что они могли образоваться в результате разрушения растущей в этой зоне планеты. Качественно рассмотрены сценарии ее разрушения в результате столкновения с крупной малой планетой и сценарий резонансного приливного воздействия со стороны Юпитера. Сегодня большинство исследователей полагают, что именно возмущающее влияние со стороны быстро сформировавшегося Юпитера помешало образоваться планете в поясе астероидов.

Джеффрис исследует возможность образования спутников планет вследствие резонанса. Он уже анализировал дарвиновскую «резонансную теорию» происхождения Луны [26]. Об этой теории, ее развитии Джеффрисом и его взглядах на происхождение Луны и эволюцию лунной орбиты будет рассказано несколько позже. Здесь же только отметим, что Джеффрис изучил возможность аналогичного сценария образования спутников для других планет Солнечной системы. В отсутствии наблюдательных данных о периодах вращения вокруг оси Меркурия и Венеры, а также незнания распределения плотности в планетах, заключение раздела носит спекулятивный характер. Тем не менее при сделанных предположениях Джеффрис приходит к выводу о невозможности подобного сценария образования спутников у планет Солнечной системы из-за недостаточного общего момента количества движения планеты и ее спутников. Как известно

[630], рассмотренный Джеффрисом сценарий неприменим к системе Земля–Луна.

В 1925 г. Джеффрис публикует интересную работу «Происхождение Солнечной системы в связи с теорией профессора Эддингтона о светимости звезд» [88]. Джеффрис имеет в виду полученное Эддингтоном теоретическое соотношение «масса–светимость» для звезд, состоящих из идеального газа [485], см. также [631]. Таким образом возможно оценить и размеры звезды. Джинс в своей приливной теории образования Солнечной системы полагал, что Солнце достигало пределов орбиты Нептуна. Джеффрис в своих космогонических работах считал, что Солнце имеет размеры в пределах орбиты Меркурия. Джеффрис приводит оценки возраста Земли методом абсолютной геохронологии от  $1,3 \cdot 10^9$  до  $8 \cdot 10^9$  лет; возраста планет по выравниванию планетных орбит в тормозящей среде от  $10^9$  до  $10^{10}$  лет; возраста Луны, оцененного по теории приливного трения, порядка  $4 \cdot 10^9$  лет. Он отмечает также, что поверхностная температура Земли оставалась практически постоянной на протяжении всей геологической истории нашей планеты, и поэтому светимость Солнца можно считать не изменялась на протяжении этого периода времени. Джеффрис оценивает потерю массы Солнцем за  $10^{10}$  лет при нынешнем уровне светимости в  $1/2000$  его современной массы. Джеффрис пишет:

«Если Солнце сжимается при учете потери массы, есть основания ожидать, что  $(1/r)(dr/dt)$  и  $(1/M)(dM/dt)$  будут величинами одного и того же порядка; таким образом, если масса заметно не изменилась, то того же следует ожидать и от радиуса. Профессор Эддингтон в частном письме ко мне предложил другой аргумент. Имеются наблюдательные данные, что у звезд небольшой массы, таких, как Солнце, спектральный класс тесно коррелирует со светимостью и поэтому с массой; следовательно, если масса заметно не изменяла температуру и светимость, они оба должны были быть практически такими же, как сейчас. Таким образом, радиус и плотность не могли иметь значительных изменений» [88, р. 415]. Джеффрис не знает, как согласовать приливную гипотезу с тем обстоятельством, что радиус Солнца значительно не менялся на протяжении  $10^{10}$  лет.

Эта кризисная ситуация заставляет его искать выход, и в 1929 г. он в серии статей предлагает собственную космогоническую гипотезу [128], [129]. В отличие от гипотезы Джинса, предполагавшей близкое прохождение гигантской звезды у Солнца, Джеффрис предполагает реальное столкновение Солнца со звездой. Таким сценарием он пытается объяснить и момент количе-

ства движения выброшенного вещества, и вращение Солнца и планет, и общую массу планет. Джеффрис осознает трудность, как в собственном сценарии, так и в приливной гипотезе, объяснения конденсации солнечного вещества в планеты и предлагает превращение его в капли жидкости, которые впоследствии объединяются в жидкую планету. Естественно, его теория подвергается критике, и он отвечает [165], в частности, на критику Ф. Нольке. В настоящее время эта гипотеза Джеффриса представляет только исторический интерес, и поэтому нами детально анализироваться не будет.

Впоследствии Джеффрис также постоянно обращается к проблеме происхождения Солнечной системы. В 1944 г. [294] он снова критикует приливную гипотезу Джинса за неоправданно приписываемые Солнцу громадные размеры вплоть до орбиты Нептуна. Но в этой же работе он критически анализирует и собственную столкновительную гипотезу и ее модификацию Литтлтоном.

Статья Джеффриса 1948 г. и его Бэйкерианская лекция 1952 г. имеют одно и то же название – «Происхождение Солнечной системы» [305], [323]. В них нет ни одного математического соотношения, хотя Г.Х. Рессел назвал Джеффриса «одним из самых талантливых математиков, которые уделяли серьезное внимание космогонии» [575]. А объясняется это тем, что в этих работах Джеффрис не развивает свою оригинальную космогоническую теорию, а дает обзор проблем космогонии, остающихся нерешенными. Он очень самокритичен: «Сейчас ясно, что эта теория нуждается в значительной модификации в каждом упомянутом вопросе, а в некоторых она совершенно неверна» [305, р. 94]. В этой статье он также критически обсуждает космогонический сценарий Литтлтона. Джеффрис пытается осмыслить космогоническое значение полученных им теоретических моделей внутреннего строения как планет земной группы, так и планет-гигантов. Эти работы будут подробнее освещены несколько ниже. В Бэйкерианской лекции круг обсуждаемых вопросов шире [323].

Джеффрис проводит компаративный анализ основных теорий происхождения планет. Он отмечает, что первая серьезная количественная оценка предлагаемой модели происхождения Солнечной системы была сделана в 1854 г. Э. Рошем. Предыдущие гипотезы Канта, Лапласа, Бюффона имели качественный характер.

Джеффрисом рассмотрены небулярные гипотезы, приливные, столкновительные и, наконец, гипотезы газопылевого об-

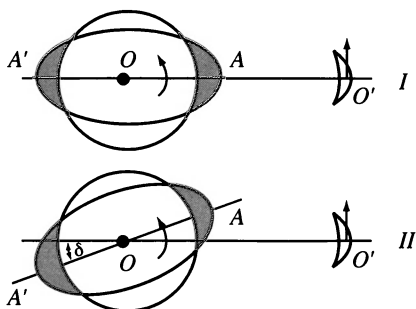
лака, включая гипотезу О.Ю. Шмидта. Им также обсуждаются тесно связанные с космогонической проблемой такие вопросы, как плотности планет, их состав, начальные температуры, деление быстро вращающихся масс, происхождение астероидов и спутников планет, в том числе Луны.

Джеффрисом еще в 1917 г. была рассмотрена резонансная теория происхождения Луны [26]. Он рассмотрел приливное трение в прошлые эпохи. Джеффрис справедливо замечает, что в настоящее время величина солнечного приливного трения мала по сравнению с величиной лунного приливного трения, и она не подвержена изменению, так как расстояние Земли от Солнца значительно не изменялось. Поэтому солнечное приливное трение имело еще меньшее относительное значение в прошлом. В таком допущении Джеффрис получил время, когда Луна была на расстоянии от Земли в 240 тыс. км, равное  $4 \cdot 10^9$  лет назад. Он также утверждает, что для того, чтобы Луна отошла от своего кратчайшего расстояния от Земли на расстояние 240 тыс. км, необходимо не более  $1/20$  этого времени, т.е.  $0,2 \cdot 10^9$  лет. Для ближайшего расстояния от Земли для Луны Джеффрис получил период ее орбитального вращения 4,8 ч и суточный период вращения Земли 4,8 ч [1, с. 307]. Это несколько меньше значения, полученного Дж. Дарвином.

Изучая приливы, Дж. Г. Дарвин пришел к выводу, что они должны влиять на динамику системы Земля–Луна. И действительно, поскольку Земля не является идеально упругим телом, приливная деформация в данной точке будет отставать от силы, ее вызывающей, на некоторый угол  $\delta$ . В результате максимальная деформация в данной точке будет возникать несколько позже, чем максимальное напряжение, направленное вдоль линии, соединяющей центры Земли и Луны. Так как Земля вращается вокруг своей оси быстрее, чем Луна вокруг Земли, приливной выступ выносятся относительно линии центров.

Таким образом, из-за отклонения земных недр от идеальной упругости и из-за трения морских приливных волн о дно в мелких морях на Земле возникает эффект приливного трения (угол запаздывания для Земли  $\delta \sim 2-4^\circ$ ). Так как приливной выступ А ближе к Луне, чем А', возникает момент сил, направленный навстречу вращательному моменту Земли, т.е. тормозящий ее вращение. Поскольку выступ А ближе к Луне, чем А' и к тому же вынесен вперед, он стремится увеличить орбитальный момент количества движения Луны [618] (рис. 15).

Орбитальный момент пропорционален произведению скорости Луны  $v$  на расстояние до нее  $a$ . Скорость же убывает с



**Рис. 15.** Приливной выступ для идеально упругой планеты (I) и для Земли (II)

расстоянием пропорционально  $1/\sqrt{a}$ . Таким образом, рост орбитального момента Луны ( $\sim \sqrt{a}$ ) приводит к росту среднего расстояния до нее ( $a$ ), а также к убыванию скорости обращения Луны ( $\sim a^{1/2}$ ) и периода ее обращения ( $\sim a^{-3/2}$ ).

Еще в 1878 г. Дж. Дарвин, проследив историю системы Земля–Луна до весьма отдаленных времен (54 млн лет назад), заключил, что, когда Луна была на расстоянии всего

10 тыс. км от поверхности Земли, ее период обращения вокруг Земли совпадал с периодом вращения Земли в ту эпоху и составлял 5 ч 36 мин. Он писал: «Эти результаты с неизбежностью приводят к заключению, что если Луна и Земля были когда-либо расплавленными, вязкими массами, то они составляли тогда части одной общей массы.

Мы, таким образом, подошли к проблеме, как и почему планета распалась. Условия устойчивости вращающихся жидких масс, к сожалению, неизвестны, и поэтому невозможно представить большее, чем спекуляцию по этому предмету» [480].

Тем не менее в то время, когда Дарвин писал это, теория фигуры жидких вращающихся масс была уже довольно продвинута. Она стала развиваться после публикации в 1743 г. книги французского математика А.К. Клеро «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики» [473]. Стало ясно, что вращающаяся самогравитирующая жидкая масса приобретает фигуру сплюснутого у полюсов сфероида вращения.

После того как К. Маклорен развил теорию на случай быстрого вращения, было показано, что при возрастании угловой скорости вращения тела (из несжимаемой жидкости) до значения, соответствующего  $\omega^2/\pi G\rho = 0,4493$ , сжатие достигает предельного значения, которое соответствует эксцентриситету 0,93. (Здесь  $\omega$  – угловая скорость вращения,  $G$  – гравитационная постоянная,  $\rho$  – плотность; сжатие  $a = (a^2 - b^2)/a$ , где  $a$  и  $b$  – экваториальный и полярный радиусы; эксцентриситет  $e = [(a^2 - b^2)/a^2]^{1/2}$ .

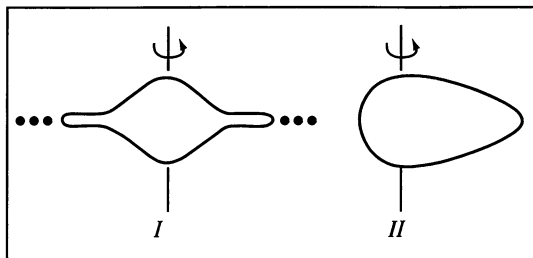
При большей скорости вращения сфероидальных фигур равновесия уже не будет. Однако еще до достижения критического

значения  $\omega$  вращающаяся конфигурация становится неустойчивой. Это происходит при значении  $\omega$ , соответствующем  $\omega^2/\pi G\rho = 0,3742$  и эксцентриситету 0,8127.

В этот момент, называемый точкой бифуркации, от последовательности сфероидов Маклорена «ответвляется» последовательность эллипсоидов Якоби (у которых все оси различны), открытая им в 1834 г. Интересно, что последний сфероид Маклорена является первым эллипсоидом Якоби с двумя экваториальными осями одинаковой длины.

В 1885 г. А. Пуанкаре показал, что в точке бифуркации устойчивость переходит эллипсоидам Якоби. Им же было установлено, что при продолжении серии Якоби будет достигнута следующая точка бифуркации, с которой берет начало другая серия конфигураций, получивших название грушевидных. Пуанкаре предположил, что новая серия должна обладать устойчивостью (рис. 16).

**Рис. 16.** Ротационная неустойчивость быстровращающейся конфигурации: *I* – истечение вещества с экватора; *II* – формирование неустойчивой грушевидной фигуры



Неудивительно, что Дарвин также заинтересовался проблемой устойчивости вращающихся тел, особенно в свете своей гипотезы об образовании системы Земля–Луна вследствие деления единой быстровращающейся массы. Он пришел к заключению об устойчивости грушевидных фигур. И хотя деление быстровращающейся грушевидной конфигурации путем разрыва сужения стало представляться маловероятным, это не помешало Дарвину придерживаться своей точки зрения об отделении Луны от протоземли. Он показал, что если бы Луна была единым целым с Землей, то их общий момент количества движения привел бы к вращению протоземли с периодом  $\sim 3\text{--}4$  ч (в этом случае период солнечных приливов был бы равен  $\sim 1,5\text{--}2$  ч).

Одновременно Дарвин рассчитал период собственных колебаний Земли, аппроксимируя ее однородным жидким шаром с плотностью, эквивалентной средней плотности Земли. По его данным, он составляет  $\sim 1$  ч 34 мин. Учитывая неопределенность этой оценки из-за неоднородности Земли, Дарвин допустил воз-

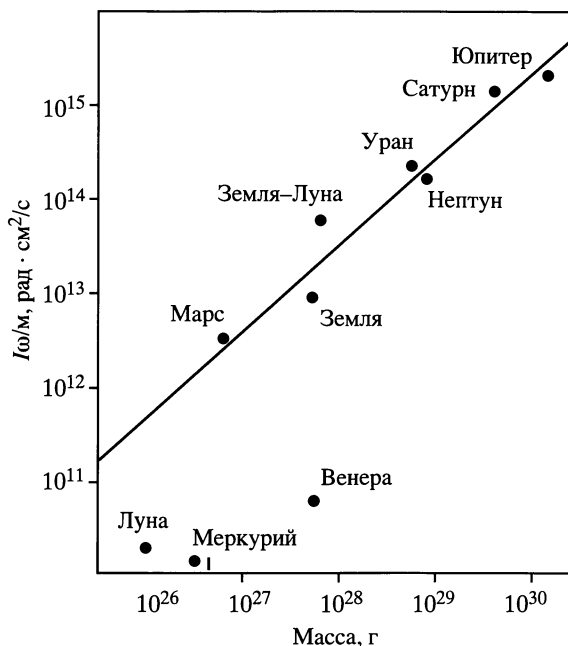
можность возникновения резонанса. В этом случае высота прилива должна была увеличиваться до тех пор, пока от Земли не отделилась бы масса, впоследствии ставшая Луной [483].

В позапрошлом веке гипотеза Дарвина представлялась весьма правдоподобной. На Земле, казалось, даже сохранился след такого отделения – Тихий океан. Кроме того, гипотеза хорошо объясняла более низкую среднюю плотность Луны по сравнению с Землей, так как образующаяся Луна не должна была включать в себя даже часть железного ядра Земли.

Новый импульс гипотеза отделения получила в самом начале XX в., когда возникли сомнения в устойчивости грушевидных конфигураций. В 1905 г. русский математик А.М. Ляпунов, который даже раньше Пуанкаре открыл грушевидные конфигурации, пришел к заключению об их неустойчивости. Через десять лет Дж. Джинс провел исследование с точностью до третьего порядка малости по эксцентриситету и также пришел к выводу о неустойчивости грушевидных фигур [629]. Не обсуждая эту проблему подробно, отметим только, что в 1924 г. Е. Картан пришел к такому же выводу на основе строгого математического исследования.

Однако с современных позиций эта гипотеза не выдерживает критики. Дело даже не в том, что основной период собственных колебаний Земли составляет примерно 55 мин и никакого резонанса с приливами не получается. Если даже допустить возможность резонанса для протоземли, обладавшей некими гипотетическими характеристиками, то, как показал еще в 1930 г. Г. Джеффрис, внутреннее трение должно было помешать приливному выступу вырасти до требуемых размеров. Критическая высота прилива не превышала бы  $1/17$  радиуса планеты, и разрыв не мог бы возникнуть [135]. Основной недостаток гипотезы Дарвина состоит в допущении, что Земля сначала как-то образовалась и только после завершения этого процесса приливное воздействие стало действенным, т.е. нет четких начальных и граничных условий.

Наиболее существенное заключается в том, что система Земля–Луна не обладает достаточным моментом количества движения. Для наступления ротационной неустойчивости он должен был бы в 3–4 раза превышать существующий ныне. Однако в этом случае удельный вращательный момент протоземли  $I\omega/M$  был бы не менее  $2 \cdot 10^{14}$  рад  $\cdot$  см<sup>2</sup>/с, что не соответствует установленной Г. Макдональдом эмпирической зависимости удельного момента от массы планеты (момент количества движения не должен сильно превышать  $2 \cdot 10^{13}$  рад  $\cdot$  см<sup>2</sup>/с) (рис. 17). Чтобы обойти это затруднение, необходимо допустить какой-либо механизм по-



**Рис. 17.** Зависимость удельного вращательного момента планет от их массы

тери «лишнего» вращательного момента за время эволюции системы Земля–Луна. Но более всего непонятно, как в предложенной модели массивный выступ сможет вытянуться на расстояние, превышающее предел Роша. Ведь если разделение произойдет под пределом Роша, то образовавшийся спутник планеты будет разорван приливными силами. Впрочем, это общее затруднение для всех моделей отделения Луны. Ф. Нольке также отметил, что отделившаяся Луна должна была создавать такой приливной эффект, который немедленно вернул бы ее к Земле: период обращения Луны оказался бы меньше периода вращения Земли, и, следовательно, ее вращение тормозилось бы.

Кроме того, необходимо более строгое рассмотрение самого явления резонанса, на что Э. Браун обратил внимание Джеффриса [1, с. 309]. Решение, полученное Брауном и Шуком, было обобщено Джеффрисом в 1958 г. [360]. Им было более строго получено, что случай затухания (т.е. наличия рассеяния энергии) ведет к конечному пределу для возможно достижимой максимальной величины амплитуды. Максимальная амплитуда должна быть порядка  $(A^2H)^{1/3}$ , где  $H$  – амплитуда равновесного прилива и

$A$  – радиус Земли. Джеффрис заключает, что максимальная амплитуда не будет достаточной для возникновения неустойчивости. В работе Джеффриса [26, р. 122] показано, что учет конденсации более тяжелых веществ в центральных областях Земли привел бы к еще большему необходимому моменту количества движения для системы Земля–Луна. И поэтому нельзя считать, что Луна когда-то была частью Земли. На самом деле здесь требуются уточнения. Луна могла быть частью Земли и при нерезонансном механизме образования. И, скорее всего, Джеффрис и инициировал своей «катастрофической» гипотезой образования Солнечной системы эту новую гипотезу образования Луны. Впервые идея образования Луны вследствие разделения протоземли, инициированного столкновением с планетоидом, была предложена Р.А. Дали в 1933 г. [479]. Интересно, что в первом издании его книги в 1914 г. проблема образования Луны вообще не обсуждалась. Дали должен был быть знаком с книгой Джеффриса «Земля» [1], опубликованной в 1924 г., в которой обсуждалась «катастрофическая» гипотеза происхождения Солнечной системы. Таким образом, употребляя современную терминологию, можно сказать, что космогонический сценарий «мегаимпакта» зародился между 1914 и 1933 гг. Подробнее об этом см. [610], [630].

Рассматривая возможную эволюцию орбиты Луны в будущем, Джеффрис указывает на выравнивание периодов обращений Луны вокруг Земли и периода вращения Земли у величины, приблизительно соответствующей 47 современным суткам. Но, когда это произойдет, скорость вращения Земли будет замедляться действием солнечных приливов. И тогда Земля приливным воздействием будет тормозить Луну, и последняя начнет приближаться к Земле пока не подойдет к Земле ближе предела Роша и, как считает Джеффрис, не будет разорвана приливным воздействием [300].

На работе Джеффриса «Влияние когезии на предел Роша» [300] следует остановиться подробнее, как имеющей большое методическое значение.

Как показал Джеффрис, если несжимаемое сферическое тело с плотностью  $\rho$ , поверхностным ускорением свободного падения  $g$ , твердостью  $\mu$ , подвержено воздействию гравитационного потенциала  $k_n K_n$ , где  $K_n$  – шаровая гармоника, компоненты напряжений даются выражениями:

$$P_{ik} = -p_n \delta_{ik} K_n + \mu \left\{ 2(A + Br^2) \frac{\partial^2 K_n}{\partial x_i \partial x_k} + \right.$$

$$+(2B+C)\left(x_k \frac{\partial K_n}{\partial x_i} + \frac{\partial K_n}{\partial x_k}\right) + 2C\delta_{ik}K_n\Bigg\},$$

$$\text{где } B = \frac{n+3}{2n}; \quad A = \frac{n+2}{2(n-1)}Ca^2; \quad C_n = \frac{2n+2}{2(n-1)}Ca^n;$$

$$C\left\{\frac{2n^2+4n+3}{n}\mu + g\rho a\right\} = \rho k_n;$$

$$p_n = \mu\{(4n+2)D + 2C\} + \rho\left(k_n + \frac{3gC_n}{(2n+1)a^{n-1}}\right).$$

Радиальные смещения на поверхности тела  $C_n K_n / a^{n-1}$ , но они не потребуются для решения рассматриваемой задачи. Притяжение между частями небольшого тела имеет в этой задаче гораздо меньшее значение, чем его прочность. Даже для Земли члены в коэффициенте  $C$  для  $n = 2$  будут относиться приблизительно как 6 к 1. Поэтому Джеффрис пренебрегает членами в  $g$ . Сжатие также имеет небольшое значение, так как может повлиять на результат не более, чем на несколько процентов.

Джеффрис рассматривает тело, находящееся на расстоянии  $C$  от центра масс  $M$  и вращающееся с угловой скоростью  $\omega$  в плоскости, проходящей через радиус-вектор. Тогда деформация определяется гравитационным потенциалом

$$U = (GM/2C^3)(2x^2 - y^2 - z^2) + 1/6\omega^2(x^2 + y^2 - 2z^2).$$

Джеффрис изучает два сценария.

В первом – тело может быть блуждающим астероидом, случайно приблизившимся к Юпитеру или Марсу. В этом случае, скорее всего,  $\omega$  слишком мала для того, чтобы произвести разрушение тела, Джеффрис просто считает  $\omega = 0$ .

Во втором сценарии тело – спутник планеты, который приближается к планете вследствие приливного трения или сопротивления среды. Если приливное трение в самом спутнике довольно сильное или спутник трехосный, как Луна, соотношение  $\omega^2 = (GM/2C^3)$  будет поддерживаться во время движения. Тогда для случайного астероида

$$U = (GM/2C^3)(2x^2 - y^2 - z^2),$$

и для спутника в синхронном вращении

$$U = (GM/6C^3)(7x^2 - 2y^2 - 5z^2).$$

Для обоих случаев Джеффрис находит разность напряжений в центре малого тела соответственно равной

$$\frac{24}{19} \frac{GM}{C^3} \rho a^2 \quad \text{и} \quad \frac{32}{19} \frac{GM}{C^3} \rho a^2,$$

где  $a$  – искомый предельный радиус тела.

Различие сценариев, как видно, не влияет на порядок величины результата.

В качестве примера Джеффрис рассматривает спутник с плотностью Луны, приближающийся к Земле. Он принимает критическую разность напряжений для горных пород  $\sim 10^9$  дин/см<sup>2</sup>. Если  $\rho_0$  – плотность Земли, то  $(M/C^3) = 4/3\pi\rho_0$ , и условие разрушения спутника будет

$$4/3\pi \cdot 32/19 \cdot 6,66 \cdot 10^{-8} \rho_0 \rho a^2 > 10^9,$$

из которого при  $\rho_0 \approx 5,5$  г/см<sup>3</sup> и  $\rho = 3$  г/см<sup>3</sup> получаем  $a \geq 1,1 \cdot 10^7 = 110$  км.

Таким образом, заключает Джеффрис, и спутник, и астероид, если они имеют прочность горных пород, могут упасть на Землю без разрушения, если их диаметр меньше  $\sim 200$  км. Столь неожиданно большое значение размера тела Джеффрис объясняет путем сравнения его с горой, которая, как известно, при высоте во много километров может разрушаться под действием собственного веса. Дело в том, что в горе вся результирующая притяжения Земли уравнивается внутренними напряжениями в подошве коры. В рассмотренном же примере прочность вещества должна превышать лишь разность напряжений.

В случае Юпитера, плотность которого 1,3 г/см<sup>3</sup>, т.е. в  $\sim 4$  раза меньше, размер тела может быть в два раза больше.

Джеффрис оценил также возможные размеры ближайшего ледяного спутника Сатурна. В пределах колец Сатурна ледяной спутник, по его оценкам, не может иметь размер  $> 200$  км.

Завершить изложение космогонических работ Джеффриса лучше всего его выступлением на симпозиуме о происхождении Земли и планет, состоявшемся 15 и 19 августа 1958 г. в рамках Генеральной ассамблеи Международного астрономического союза, проходившем в Москве. В симпозиуме, прошедшем под председательством Б.Ю. Левина, приняло участие свыше 300 астрономов и геофизиков. Открыть дискуссию попросили Г. Джеффриса, выступившего с докладом «Вопросы, связанные с проблемой происхождения Солнечной системы»:

«Я думаю, что меня попросили открыть дискуссию потому, что я скептически отношусь ко всем современным гипотезам.

Я останавлиюсь на отдельных серьезных трудностях, погубивших прежние гипотезы и не вполне преодоленных в настоящее время в некоторых из наиболее популярных гипотез.

Джинс доказал, что наша система не могла произойти вследствие ротационной неустойчивости. Локальный избыток плотности может расти тогда, когда плотность будет достаточна для того, чтобы противостоять дифференциальному вращению. Это означает, что плотность в любом месте, где образуются планеты, должна быть сравнима с плотностью, которая получится, если масса Солнца будет равномерно заполнять сферу с радиусом, равным расстоянию планеты от Солнца. Но в таком случае момент количества движения был бы много больше современного момента системы, и неизвестно, как бы он мог быть потерян.

Таким образом, Джинс показал, что условия, необходимые для ротационной неустойчивости, внутренне несовместимы. Но они несовместимы также и в другом, более существенном отношении. Он рассматривал весьма протяженную газовую массу, вращающуюся как твердое тело, но это невозможно при принятых температурах. Легко показать, что в случае такого вращения при любых разумных значениях температуры плотность должна уменьшаться с увеличением радиуса столь быстро, что масса вне орбиты Юпитера составит незначительную долю грамма. Если же распределить вещество так, чтобы его было достаточно для образования внешних планет, то скорость в каждой точке должна быть почти такой, как скорость планеты на круговой орбите. Давление тогда может быть малым повсюду, и вещество будет находиться почти в одной плоскости, а его скорость будет уменьшаться наружу. Применив критерий Джинса к такой системе, я выявил противоречие, подобное найденному им, и потому отказался от идеи происхождения путем конденсации.

В теории Вейцзеккера и в работах его последователей предполагается, что вследствие наличия градиента угловой скорости в таком диске должна возникнуть турбулентность. Я думаю, что это неправильно. Согласно принципу, использованному Рэлеем и подтвержденному экспериментально Тэйлором, такая неустойчивость могла бы возникнуть только в случае, если бы скорость уменьшалась быстрее, чем  $r^{-1}$ , тогда как в Солнечной системе она уменьшается как  $r^{-1/2}$ . Другой важный шаг был сделан К. Эджвортом. В такой проблеме неправильно рассматривать движение в каком-либо месте просто как перенос и вращение. Скорость сдвига (изменение скорости вдоль радиуса-вектора) сравнима со скоростью вращения, и вблизи какой-либо точки  $A$  имеются два направления, в которых движение относительно  $A$  направлено

точно к А. Поэтому условие устойчивости с учетом гравитации может сильно отличаться от условия для случая простого вращения. Я составил дифференциальные уравнения в очень упрощенном виде и консультировался с двумя специалистами, но они смогли лишь заверить меня, что решение будет очень трудным. Однако я думаю, что из всех вопросов, относящихся к происхождению Солнечной системы, этот является наиболее важным. Даже если вещество было не газовым, а пылевым, возникнет та же проблема гравитационной неустойчивости при наличии дифференциального вращения.

В 1916 г. я указывал по поводу первоначальной формы планетезимальной гипотезы, что в системе твердых частиц вероятность столкновения между двумя частицами зависит главным образом от площади поверхности наименьшей сферы, в которой они могли бы поместиться. Если, например, планета должна удвоить свою массу в результате выпадения малых твердых тел, то их полная поверхность оказывается много больше поверхности планеты. Поэтому они будут сталкиваться между собой и испарятся гораздо раньше, чем планета успеет заметно вырасти. Из работы Парсона мы теперь знаем, что образовавшийся газ будет снова конденсироваться. Но никакая планета не может вырасти вследствие выпадения больших частиц. Возможно, что она могла бы расти вследствие вычерпывания пыли.

Мы считали не требующим доказательства, что планеты были когда-то жидкими. Теперь это часто подвергается сомнению. Но возникает большая трудность, если мы представим себе, что Земля всегда была твердой. Ее возраст достаточен для того, чтобы тепло, выделявшееся до глубины порядка 500 км, успело достичь поверхности. Если бы породы до этой глубины обладали такой же радиоактивностью, как поверхностные породы, то тепловой поток был бы в 30 раз больше фактического. Эту трудность легко избежать, если считать, что Земля была когда-то жидкой. Когда силикатная магма кристаллизуется, то радиоактивные элементы остаются в растворе до конца. Гольдшмидт дал кристаллографические основания для этого, а Пиготт нашел петрологическое подтверждение. Поэтому даже если первоначальная радиоактивность была низкой, то при затвердевании радиоактивные элементы концентрировались бы к поверхности. Но если Земля всегда была твердой, то не видно способа объяснить такую концентрацию кверху. Было высказано предположение, что внешние слои добавились на более поздней стадии. Однако это вещество не могло быть пылью, так как пыль оседала бы равномерно на поверхности вращавшейся Земли. Оно должно было бы

находиться в виде приблизительно шести больших астероидов гранитного состава. Таких астероидов нет, если считать, что состав астероидов характеризуется составом метеоритов. Во всяком случае, это было бы в чистом виде гипотезой *ad hoc*. Предполагается, что современные метеориты удовлетворительно представляют состав внутренних частей Земли, и, следовательно, большинство прежних метеоритов было сходно с современными. Когда же это предположение приводит к трудностям, то приходится далее принимать, что на некотором промежутке времени выпадающее вещество совершенно отличалось от падающего сейчас и от того, которое выпадало раньше.

Хотя представление о том, что Земля и Луна образовались из больших планетезималей, противоречит соображениям вероятности, однако это не исключает возможности выпадения немногих из них. Но где тогда находятся те, которые не выпали? Тела от 1 до 12 км диаметром на расстоянии Луны имели бы звездную величину от 5<sup>м</sup> до 0<sup>м</sup>. Кажется невероятным, чтобы из них не могло бы выжить ни одного; это подобно утверждению, что вакуумный насос может выкачать все молекулы.

Наконец, я должен предостеречь против обычного предположения, что лунные кратеры, если они внутреннего происхождения, должны выглядеть подобно земным вулканам типа Везувия. Извержение Кракатау должно быть достаточным свидетельством того, что наиболее сильные извержения на Земле не связаны с коническими вулканами». (Выступление Г. Джеффриса в переводе Е.Л. Рускол и В.С. Сафронова опубликовано в [611].)

\* \* \*

Как мы знаем, Джеффрисом была поставлена и решена основная задача геофизики первой половины XX в. [624, с. 80]. На основе созданной им сейсмической модели Земли – распределения скоростей сейсмических волн, им же была построена классическая модель планеты Земли. Она включала рассчитанные по сейсмическим данным распределения в недрах Земли плотности, давления, ускорения силы тяжести, модулей упругости и некоторых других параметров. На основе нее стало возможным выделить в Земле кору, мантию, ядро и установить их тонкую структуру.

Но Джеффрис не остановился на этом. Им был сделан и следующий принципиальный шаг – использование этой модели для получения представлений о внутреннем строении планет земной группы. Таким образом, Джеффрис задолго до начала космической эры совершил переход к сравнительной планетологии.

Его смело можно назвать пионером в этой области знания [524]. Более того, Джеффрис, на основе развитой им теории фигуры гидростатически равновесной вращающейся конфигурации, впервые построил модели внутреннего строения планет-гигантов.

Интерес Джеффриса к внутреннему строению планет происходил из его желания найти основные граничные условия для решения одной из самых фундаментальных задач естествознания – проблемы происхождения Солнечной системы. Вместе с тем, он прекрасно понимал невозможность построения реальных эволюционных моделей Земли и планет без решения проблемы их начального состояния, которое возможно только в рамках развитой теории их происхождения.

В статье к 100-летию юбилею Гарольда Джеффриса говорилось:

«В настоящее время наступает эпоха “великого объединения” физики Земли, сравнительной планетологии и космогонии. Действительно, геофизика дает ответ на многие вопросы происхождения и эволюции различных тел Солнечной системы. Знаменательно, что, опережая такое объединение, Джеффрис мыслил и работал в рамках такого подхода» [624, с. 83].

В 1923 г. Джеффрис публикует статью «Строение четырех внешних планет» [66]. До этой работы считалось, что планеты-гиганты находятся в горячем газообразном состоянии. Однако Джеффрис теоретически показал, что за время своего существования эти планеты могли излучить достаточное количество тепла и в отсутствии собственных источников энергии их поверхностная температура будет около 300 К. Эта температура, считает Джеффрис, в настоящее время определяется только солнечным излучением и поэтому столь низкая. Он также предположил, что Юпитер, Уран и Нептун преимущественно состоят из льда, но отмечает, что плотность Сатурна слишком низка для этого.

Детали работы, конечно, не соответствуют сегодняшним представлениям. В 20-е годы прошлого века было недостаточно наблюдательных данных, но главный вывод Джеффриса о низких поверхностных температурах и о том, что к этим телам применимы обычные уравнения состояния жидкостей и твердых тел, был верен.

В следующем году в работе «О внутреннем строении Юпитера и Сатурна» [78] Джеффрис развивает приближение Радо в теории фигуры и указывает на преимущественно водородный, с примесью аммиака и метана, состав этих планет. Для плотности у эффективной поверхности Юпитера и Сатурна в предположе-

нии твердого состояния он получил в качестве верхних пределов 0,4 и 0,8 г/см<sup>3</sup>. Он указывает на наблюдательные данные Кобленца и Мензела, подтверждающие выводы предыдущей работы о низких поверхностных температурах планет-гигантов. Интересно, что сжатие Сатурна он берет по измерениям Германа Оттовича Струве, сделанных им в Пулковской обсерватории в 1898 г.

В 1934 г. Вильдт подтвердил вывод Джеффриса о водородном составе внешних слоев у планет-гигантов. И в 1938 г. Джеффрис [239] уточняет, что, говоря о низких температурах, он имеет в виду внешние слои, а в центральных областях и давление и температура должны быть достаточно высоки.

В 1970 г. он сделал дополнение о том, что при высоких давлениях водород переходит в металлическое состояние, и это снимает многие затруднения в моделях внутреннего строения. Создание водородной концепции строения Юпитера и Сатурна, начатое Джеффрисом, было завершено в 1951 г. в трудах В.Г. Фесенкова и А.Г. Масевич [651] в СССР, У.Г. Рамзея [572] в Англии и У. ДеМаркуса [545] в США.

В 1953 г. Джеффрис детально развивает теорию фигуры до второго порядка малости для исследования планет-гигантов и применяет ее к моделям Рамзея и Майлса для Юпитера и Сатурна [327]. В этой работе показано, что теоретически определенные гравитационные моменты значительно больше, чем для однородного тела в гидростатическом равновесии, и согласуются с наблюдательными данными. В следующем году Джеффрис уточняет фигуру во втором приближении для Сатурна [332]. Теория внутреннего строения планет-гигантов приняла современный вид в работах В.Н. Жаркова и В.П. Трубицына. Подробнее см. [620], [626], [627].

Не только газо-жидкие планеты-гиганты интересуют Джеффриса. Он обсуждает возможность конвекции в звездах [138] и вмешивается в знаменитую дискуссию Джинса и Эддингтона о строении звезд [151]. Но, кроме этих коротких заметок в начале 30-х годов, Джеффрис больше к звездной проблематике не обращается.

Конечно, Джеффриса больше интересуют планеты, и прежде всего планеты земной группы. В 1934 г. выходит его работа «Строение внутренних планет» [182] с целью обратить внимание на космогоническую проблему, проистекающую из различий в составе планет. Он указывает на принципиальную возможность определения размеров ядер у планет по астрономическим данным при их сравнении с данными о Земле. В 1937 г. эта тема находит более полное развитие в работе «Распределения плотности во внутренних планетах» [222]. В ней Джеффрис делает попытку использовать полученные данные о планетах для проверки ряда

физических гипотез об изменении структуры вещества в недрах Земли, предлагавшихся в то время. Кроме того, на основе таблиц распределения плотности в Земле ему удалось построить первую модель внутреннего строения Венеры. При этом считалось, что у Венеры, как и у Земли, ядро и мантия различаются по составу. В этой же работе предложены модели Марса и Меркурия. В своей монографии «Земля» Джеффрис кратко излагает результаты этих исследований:

«Сопоставление Земли с Луной, по-видимому, дает возможность решить окончательно, какой из вариантов строения Земли следует принять. Согласно изложенному выше, на выбор представляются три возможности.

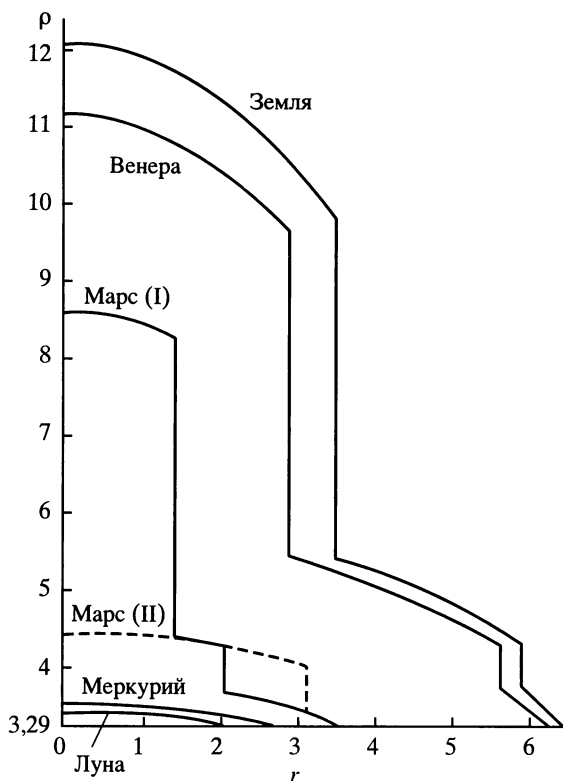
1. Плотность на глубине 35 км может быть 3,8 (или около того), а не 3,3.

2. Сразу ниже поверхности разрыва может залегать материал нового состава.

3. Это может быть новая, соответствующая высокому давлению форма того же самого материала.

Далее, разумно предположить, что остальные внутренние планеты (включая Луну) составлены из тех же веществ, что и Земля, хотя и не в тех же пропорциях. Если верны первое или второе предположения, то Луна должна состоять в основном из материала плотностью около 3,8. При введении поправок за ядро (если оно есть у Луны) и за сжимаемость материала эта цифра еще возрастет. С другой стороны, давление, соответствующее глубине 480 км в Земле, в Луне нигде не достигается. Следовательно, если верно третье предположение, то в составе Луны не должно быть материала такой большой плотности, как в Земле, и средняя плотность Луны (если она не имеет ядра) должна быть близка к плотности оливина в обычном состоянии, т.е. к значению 3,3. Последнее согласуется с наблюдениями; плотность Луны составляет около 3,33. Между прочим, плотность Луны, по-видимому, слишком мала для эклогита.

Реальная плотность Луны очень низка и соответствует минимальной цифре из всех возможных значений, выдвигаемых различными гипотезами. Такая плотность свидетельствует, что у Луны нет ядра или, если есть, то чрезвычайно маленькое. Кроме того, указанную величину плотности Луны можно рассматривать как подтверждение косвенного вывода (получаемого из данных сейсмологии и лабораторных измерений) о том, что устанавливаемый по наблюдениям близких землетрясений нижний слой состоит либо из оливина, либо из чего-то механически неотличимого от оливина (подробнее см. [222]).



**Рис. 18.** Распределение плотности в планетах земной группы

Такие же сопоставления были нами проведены и для остальных внутренних планет. Ни для одной из них, однако, не получено результатов, позволяющих непосредственно подвергнуть проверке упомянутые выше три гипотезы. Тем не менее, приняв гипотезу Дж. Бернала, можно составить представление о распределении плотности в каждой из этих планет (рис. 18).

Луна мало сжата вследствие своих малых размеров. Если она сплошь состоит из одного материала, то ее плотность изменяется от 3,28 на поверхности до 3,41 в центре. На Луне, вероятно, есть внешние слои, так же как и на Земле. Принимая разумные гипотезы о возможной толщине этих слоев, получаем для Луны

$$3/2(C/Ma^2) = 0,5956 \pm 0,0010.$$

Это равенство вместе с данными о вращении и гравитационном поле Луны очень важно.

Меркурий, вероятно, подобен Луне. Для него вычисление дает среднюю плотность  $3,39 \pm 0,01$  [221, р. 5], тогда как ошибка прямого определения плотности по измеренному диаметру и массе составляет  $\pm 22\%$ .

Марс должен иметь небольшое ядро, а Венера – почти такое же, как и Земля<sup>1</sup>.

Простая линейная экстраполяция решения для ядра дает плотность (при давлении, равном нулю) около 8,16, что немного больше плотности железа 7,86. Плотность никеля равна 8,9. В расчетах для Марса и Венеры автор брал плотности, интерполированные как линейная функция давления между 7,86 при давлении 0 и 9,75 при давлении  $1,34 \cdot 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup>. Неясно, в какой мере вероятное жидкое состояние ядра влияет на плотность; при затвердевании чистое железо слегка сжимается, а чугун слегка расширяется, но в обоих случаях изменение объема составляет только 1 или 2%. Имеющиеся данные вполне согласуются с гипотезой, что ядро состоит из расплавленного (жидкого) железа. Однако значение плотности 7,86 относится к холодному железу; при температуре плавления плотность жидкого железа равна  $6,92 \pm 0,07$ . В написанной позднее статье Буллен отмечает, что если в формуле экстраполяции сохранить квадратичный член, то плотность при нулевом давлении получится около 7,0. Такое изменение мало влияет на распределение плотностей, вычисленное для Венеры и Марса.

Уравнение  $\frac{dp}{dr} = -\rho \frac{f\mu'}{r^2}$  учитывает только изменения плотности с давлением<sup>2</sup>. Так как температура, по-видимому, возрастает с глубиной, то изменение плотности в пределах каждого слоя

<sup>1</sup> Эти расчеты нуждаются в пересмотре. Рейби [566] внес некоторые поправки в цифры, связанные с вращением Земли, и получил новые значения солнечного параллакса и масс внутренних планет. Он значительно увеличил массу Меркурия, и если до сих пор принимаемая величина диаметра правильна, то плотность Меркурия больше 5. Лично я не доверяю этому значению диаметра.

Было сделано несколько динамических определений солнечного параллакса и одно спектроскопическое, исходя из орбитальной скорости Земли. Полученные значения заметно больше (приблизительно на 1/900), чем определенное Спенсером Джонсом, и хорошо согласуются между собой. До сих пор не предложено никакого объяснения этому расхождению.

Согласно Рамзею [572], земное ядро состоит не из железа, а из еще одной дальнейшей модификации оливина под высоким давлением. Рамзей и Буллен пересмотрели подробно все внутренние планеты с точки зрения этой гипотезы.

<sup>2</sup> Поскольку сейсмические волны адиабатичны, уравнение предполагает адиабатическое сжатие. В данном параграфе по существу речь идет об избытке прироста температуры с глубиной над адиабатическим приростом.

может быть меньше, чем дает решение этого уравнения. Если предположить, что плотность в пределах каждой геосферы сохраняется постоянной, это будет равносильно смещению вещества наружу и, следовательно, приведет к увеличению  $C$ . Но  $C$  дано и задана также наружная плотность. Поэтому, чтобы сохранить те же значения  $M$  и  $C$ , придется уменьшить среднюю плотность между поверхностями разрыва и увеличить среднюю плотность ядра.

Результатом этого будет: 1) уменьшение плотности непосредственно над 20-градусной границей разрывности; 2) увеличение плотности непосредственно под нею, частью скомпенсированное общим уменьшением средней плотности между границами разрывности; 3) общее увеличение плотности в ядре. Величина необходимого скачка плотности будет больше того значения, которое получается, если игнорировать влияние температурных различий» [1, с. 195–197].

В заключение этой главы хочется еще раз подчеркнуть роль Джеффриса в признании астрономами и геофизиками важности исследования свойств планет для развития космогонических теорий. Отмечая в своих работах значение исследования других планет для изучения Земли, с одной стороны, и получения знаний о нашей планете как фундамента для познания других планет, с другой стороны, он стоит у истоков сравнительной планетологии.

Работа в метеорологическом ведомстве в годы Первой мировой войны привлекла внимание Джеффриса к некоторым проблемам гидродинамики. Незадолго до этого коллега Джеффриса по Кембриджскому университету Джеффри Инграм Тейлор, впоследствии ставший знаменитым, введя понятия о дислокациях в 1933 г., опубликовал статью «Вихревое движение в атмосфере» [590]. В ней он ввел вихревую вязкость и теплопроводность и нашел, что они часто даже могут превосходить по величине молекулярную вязкость и проводимость. Действительно, при наличии вихрей, кроме среднего потока среды, имеются еще и случайные добавки к скорости – турбулентные пульсации, и частицы среды поэтому могут пересекать линии тока осредненного движения и тем самым переносить импульс, например, из той точки, где он больше, в ту точку, где импульс осредненного движения меньше. Этот процесс аналогичен переносу импульса из одних частей потока к другим молекулам вещества, чем обусловлена молекулярная вязкость. В результате турбулентности таким же образом пульсации скорости переносят из одних частей потока в другие, кроме импульса и частички с более высокой температурой, создавая турбулентную теплопроводность.

Джеффрис применил теорию Тейлора к обсуждению проблемы конвективных течений в атмосфере, вызываемых периодическими вариациями поверхностной температуры, а также ее горизонтальными изменениями [27], [28]. Обычно полагалось, что можно пренебречь вертикальной компонентой скорости воздушных масс в уравнении сохранения момента количества движения даже при большой турбулентной вязкости. Но Джеффрис показал, что вертикальным движением можно пренебрегать над континентами даже годовой периодичности, а для острова размером от 10 до 1000 км в диаметре такое возможно только для суточной периодичности движений. Он также отметил, что суточные движения воздуха не могут проникать глубоко в крупные континенты. Наконец, в случае маленьких островов нет больше оснований, по его мнению, пренебрегать вертикальной скоростью.

Анализ многочисленных распределений скорости ветра, измеренных на больших высотах для исключения влияния вязких и тепловых воздействий у поверхности Земли, позволил метеорологам обнаружить, что силы инерции намного меньше сил Кориолиса. Течения, в которых силами инерции можно пренебречь, называются геострофическими течениями. Градиент давления в горизонтальной плоскости в этом случае всюду направлен по нормали к линиям тока. Метеорологи имеют возможность вычислить компоненты гипотетического ветра, который аппроксимирует реальный ветер.

Как правило, геострофические течения в атмосфере обладают симметрией по отношению к центральной области течения, в которой относительная завихренность не равна нулю и имеет один и тот же знак. Такое течение может образоваться в результате перемещения массы воздуха с других широт, происходящего без изменения завихренности. Если относительная завихренность положительна с циркуляцией против движения часовой стрелки в Северном полушарии или отрицательна в Южном полушарии, то силы Кориолиса будут направлены от центра рассматриваемой области. Такие течения имеют низкие давления в центре и называются циклонами. Течения, в которых относительная завихренность и определенная выше циркуляция имеют разные знаки, имеют в центре повышенное давление и называются антициклонами. Проанализировав наблюдения (~600 ветров) над Северным морем, Джеффрис установил, что приповерхностные ветры не дули вдоль изобар, как следовало бы ожидать на вращающейся Земле в отсутствии вязкости и других негеострофических эффектов.

В работе [43] он смог объяснить имеющуюся взаимосвязь между направлением ветра и градиентом давления вихревой (турбулентной) вязкостью, которая изменяется с высотой. Горизонтальные градиенты давления, которые можно считать однородными на расстояниях порядка многих километров, естественно возникают в атмосфере из-за изменений температуры в горизонтальном направлении, обусловленных неравномерностью нагрева атмосферы от земной поверхности. Возникающие по этой причине течения воздушных масс вблизи земной поверхности всегда сопровождаются появлением закрутки, аналогичной спирали Экмана. (Спираль Экмана – это установившееся течение, характеризующееся равновесием кориолисовых сил и сил трения, которые впервые в 1905 г. теоретически установил В. Экман и применил для описания океанических течений на вращающейся Земле, порождаемых ветром.)

В [61] Джеффрис дает классификацию ветров, основанную на динамических принципах. Им выделены три основных класса ветров. Если силы, развиваемые разностью давлений, уравновешиваются ускорением, то это эйлеровский тип. Преобладание сил Кориолиса естественно приводит к геострофическому типу. А если главенствуют силы трения, то это тип антитриптик. По мнению Джеффриса, тропические циклоны и торнадо относятся к эйлеровскому типу. Все ветры, связанные с перемещающимися циклонами при общей циркуляции воздушных масс, можно с неким приближением отнести к геострофическим. Морские и прибрежные бризы и ветры в горах и долинах преимущественно относятся к типу антитриптик. Им также было показано, что в отсутствии трения общая циркуляция в атмосфере не определена, а при наличии трения циклоны составляют значительную часть общей циркуляции [112], [115], [196]. Таким образом, осуществляется перенос момента количества движения по широте. Приповерхностные ветры в тропиках преимущественно восточные, но становятся западными на средних широтах. Вследствие трения угловой момент переходит от твердой Земли к воздушным массам на низких широтах и передается ей снова на средних широтах. Такой баланс поддерживается моментом количества движения, переносимым циклонами. Эти представления о штормах как основном элементе в общей циркуляции момента количества движения были значительным шагом вперед в ее понимании, но не могли быть полностью проверены до тех пор, пока высотноатмосферные исследования не стали возможными в достаточном количестве два десятилетия спустя.

\* \* \*

Джеффрисом также было изучено влияние вихревой вязкости на океанические течения, вызываемые и поддерживаемые ветрами, дующими над поверхностью, более детально развивая идею спирали Экмана [47]. Он рассмотрел влияние трения у морского дна и даже учел влияние берегов в последующей работе [70]. Джеффрис исследовал волны на море [10], [80] и был первым, кто попытался построить теорию возбуждения волн ветром, дующим над поверхностью. Он пришел к выводу, что волны вызываются разницей в давлении между теми сторонами волны воды, которые расположены против ветра и с подветренной стороны. Джеффрис назвал свой подход – гипотезой прикрытия. Эта гипотеза отличалась от схемы Кельвина образования волн на воде под воздействием ветра.

Джеффрисом были рассмотрены два эффекта от воздействия вязкости на движение жидкости: ее включение в уравнение закона сохранения момента количества движения и изменение ею граничных условий. При наличии трения скорость на границе должна приближаться к нулю, а не только компонента скорости, нормальная к границе. Влияние на граничные условия может оказаться очень важным. Так, в работах [92], [123], [124] и [141] Джеффрис, изучая циркуляцию воздуха, приводящую к возникновению приложенной к крылу подъемной силы, приходит к выводу, что сопротивление среды в общем случае должно считаться преимущественно следствием неприменимости классического (т.е. при отсутствии вязкости) решения для удовлетворения правильных граничных условий, а не непосредственного влияния членов, учитывающих вязкость в уравнениях движения. На это обстоятельство есть некие указания и у Стокса, но Джеффрис первым дал такое недвусмысленное объяснение этой проблемы. Он также проанализировал, что этот результат составляет теоретическое обоснование для теории граничного слоя Прандтля и его последователей.

Джеффрис проводил экспериментальные исследования турбулентного течения в наклонных прямоугольных каналах [90]. Он ввел в рассмотрение условие неустойчивости и показал, что для гладких цементных каналов, в которых он проводил эксперименты, коэффициент трения согласуется с общепринятым. Но при таком коэффициенте трения однородный поток будет становиться неустойчивым, когда уклон будет превосходить 1 к 100. Результаты экспериментов Джеффриса привели его к заключению, что его попытки возбуждения катящихся волн неубедительны и что для этого требуются гораздо более длинные каналы с уклонами, значительно превосходящими 1 к 100. Джеффрис наблюдал катящиеся волны в 1962 и 1973 гг. в Австралии в искусственном канале [11, vol. 5, p. 324], но это было непохоже на явление в естественном потоке, о котором он слышал от гребцов [140].

Джеффрис отмечал турбулентное течение и в наблюдениях за перемещением волн по поверхности воды и в Альпийских ручьях [10].

Джеффрисом также изучалась обратная циркуляция в потоках и перенос осадков ими [131], [132]. Ему удалось предложить свое объяснение, почему поверхностное течение в реках направляется к центру и почему линия наиболее быстрого течения лежит под поверхностью воды. Первая статья Джеффриса [91] об образовании волн на поверхности воды была проиллюстриро-

вана его собственными фотографиями волн в Атлантическом океане и на реке Кем в том месте Кембриджа, который потом изображала в эскизах Гвэн Рэверрат – дочь Джорджа Дарвина, труды которого оказали такое большое влияние на геофизические интересы Джеффриса. Он также наблюдал ламинарное течение вблизи поверхности, отличное от турбулентного в реке Кем, капая в нее чернила [153]. Дочь члена Королевского общества Сиднея Голдстейна миссис Руф Доннер вспоминала, что видела, как Джеффрис вновь проводил этот эксперимент в 1944 г.

\* \* \*

Ряд работ Джеффриса посвящен теории конвективных течений. В статье «Устойчивость слоя жидкости, подогреваемого снизу», опубликованной в 1926 г. [103], получила развитие теория Рэлея в постановке более реалистичных граничных условий. В примечаниях, сделанных соответственно в 1969 и 1974 гг., Джеффрис сам отмечает вкравшиеся в работу ошибки в численных расчетах, хотя предложенный в ней подход справедлив. В работе [120] эта задача решается другими математическими методами, и в ней показана ее аналогия с задачей устойчивости слоя жидкости, находящегося между двумя коаксиальными цилиндрами, вращающимися с различными скоростями. Джеффрисом рассмотрена неустойчивость сжимаемой жидкости, подогреваемой снизу [137]. В работе было подтверждено, что в этом случае вертикальный градиент температуры должен определенным образом превышать адиабатический градиент для начала конвективного перемешивания.

В [315] Джеффрис пытается предложить теоретическое объяснение регулярной пространственно-периодической структуры конвективных ячеек в подогреваемом снизу слое жидкости, которую наблюдал Бенар в своих экспериментах в 1900 г. Численный метод Джеффриса дал результат, согласующийся с экспериментальными данными, и, по-видимому, может применяться и в некоторых других случаях.

Стремясь рассматривать модели, более приближенные к реальности, так как небесные тела шарообразны, Джеффрис совместно с М.Е.М. Блэнд (леди Эдвардс) изучил неустойчивость жидкой сферы, разогреваемой изнутри [317].

Такое исследование было интересно для Джеффриса и по причине возможности рассмотрения вопроса о предполагаемом горизонтальном перемещении вещества во время затвердевания Земли. Уже отмечалось, что Джеффрис придерживался взглядов, по которым все особенности поверхностного строения на-

шей планеты произошли вследствие контракции при ее остывании. Такое крупномасштабное горизонтальное перемещение материала, как было известно Джеффрису, Г. Хиллс [505] объяснял, основываясь на теории ячейистой конвекции. Он приводит пример образования в кипящем варенье пленки, которая отгоняется к краям конвективными потоками, растекающимися из центра. По его мнению, при затвердевании Земли частицы гранита таким же образом были собраны в массивы, сформировавшие материки.

С точки зрения Джеффриса, в начале 1950-х годов в этой связи было очень важно решить вопрос о том, сможет ли такой механизм создать асимметрию, выражающуюся в наличии материкового и океанического полушарий.

В работе Джеффриса и Блэнд теория горизонтального слоя была переработана для сферы. Вязкость была принята небольшой, а первоначальные вариации плотности – малыми. В результате решения задачи было найдено, что при заданной вязкости и постепенном нарастании температурного градиента первоначальное движение будет возбуждаться так, что возмущение температуры на сфере будет пропорционально сферической функции 1-й степени. Течение проходит через центр и возвращается по внешней поверхности, как раз то, что нужно, по мнению Джеффриса. В теле же, вязкость которого постепенно увеличивается, этот тип возмущения появляется в последнюю очередь.

Полученное распределение течений показывало, что наличие в Земле плотного ядра препятствует течению и меняет сам тип наиболее легко возбуждаемого возмущения. Для уточнения влияния ядра Джеффрисом в работе [322] была рассмотрена конвекция в модели Земли с плотным жидким ядром. В этой модели сферические гармоники 1-й степени уже не являются наиболее легко возбудимыми. Легче возбуждаются гармоники 3-й и 4-й степени.

Однако сам Джеффрис не согласен с выводом собственного исследования. Несколько позже он так комментировал полученный результат:

«Это, однако, нельзя считать неопровержимым возражением. Если могут быть возбуждены несколько различных типов возмущений, то, по-видимому, в течение достаточно продолжительного времени будет преобладать наиболее широко распространенный тип возмущения. Например, при образовании завихрений между двумя потоками жидкости сначала возникают маленькие вихри, которые постепенно сливаются в большие. При возбуждении ветром волн на воде в процессе движения начинают преобла-

дать самые длинные волны, какие только могут образоваться. Мне кажется, что для проблемы возникновения материкового и водного полушарий решающий вопрос не в том, легче ли всего возбуждается гармоника 1-й степени, а в том, может ли она возбуждаться вообще; а на этот вопрос ответ дается утвердительный» [1, с. 430–431].

Им был получен общий критерий возникновения неустойчивости и начала конвекции, заключающийся в том, что подводящая энергия, вызывающая расширение элемента среды, в результате чего он будет подниматься, должна превышать диссипацию энергии вследствие преодоления вязкого сопротивления, т. е. сила плавучести должна превосходить так называемую диссипативную силу [322], [342]. Общий критерий конвективной неустойчивости реальной жидкости можно сформулировать в виде требования необходимости превышения градиента температуры адиабатического градиента на некоторую конечную величину из-за стабилизирующего действия теплопроводности и вязкости. Если это превышение недостаточно, то любое смещение из положения равновесия будет приводить к возникновению восстанавливающей силы, и система будет возвращаться в начальное состояние. Под руководством Джеффриса проблемами конвекции в приложении к условиям в недрах Земли занимались К. Пикерис [560] и А. Хейлз [501]. Оба полагали конечное значение вязкости для нижнего слоя. В этом случае необходимы специальные условия для возникновения конвективного перемешивания. Иначе может возникнуть «проблема кашеобразной массы» (*porridge problem*) или случай, аналогичный тому, который происходит при варке в кастрюле овсяной каши без размешивания: на дне она подгорает, а сверху не достигает точки кипения. Вязкость в этом случае будет способствовать сохранению стабильного состояния при значительном градиенте температуры.

Пикерис полагал, что конвективные течения возникают вследствие глубинных разностей температуры, связанных с неравномерностями в распределении радиоактивных элементов, имеющими размеры порядка размеров континентов. Такие вариации температуры вдоль уровнях поверхностей в среде с конечной вязкостью должны вызывать конвективные течения. Явление схоже с океаническими течениями, за исключением того обстоятельства, что вследствие малой скорости конвективных движений в мантии Земли можно пренебречь влиянием инерции. Восходящие потоки, естественно, образуются в более нагретых областях, нисходящие – в более холодных, и образуются также горизонтальные потоки для поддержания непрерывности процесса.

При принятии правдоподобного температурного градиента и кинематической вязкости, равной  $3 \cdot 10^{21}$  см<sup>2</sup>/с, появляются конвективные течения со скоростью порядка 1 см/год и возникают напряжения порядка  $10^7$  дин/см<sup>2</sup> на нижней стороне коры. Тогда полный цикл движения будет примерно  $\sim 10^9$ – $10^{10}$  лет. Нормальные напряжения порядка  $10^8$  дин/см<sup>2</sup>, и наружная поверхность сместится в радиальном направлении на 2 км. Однако такие смещения будут почти полностью скомпенсированы, и соответствующие гравитационные аномалии не будут превышать  $\sim 20$  мгал.

С положительными аномалиями связаны поднятия. Напряжения и поднятия практически не зависят от принятой вязкости.

Хэйлз нагревание земного шара предполагал однородным, но весьма значительным, чтобы нарушить стабильность сферически-симметричного состояния. Если стабильность нарушается, то весь избыток тепла выносится конвекцией. Для кинематической вязкости Хэйлз не делает заранее оценок, а получает из условия, чтобы разность напряжений составляла  $\sim 5 \cdot 10^7$  дин/см<sup>2</sup>, а такое значение получается при кинематической вязкости  $\sim 10^{22}$ – $10^{23}$  см<sup>2</sup>/с. Полный цикл конвективного движения также  $\sim 10^{10}$  лет. Сравнивая эти две теории, Джеффрис заключил: «Эти две теории основываются на совершенно различных принципах и данных, и удивительно, что их результаты так сходны» [1, с. 425].

\* \* \*

В ряде работ Джеффрис затрагивает вопросы теории упругости и реологии. Горные породы, как и большинство тел, которые считаются твердыми, не обладают идеальной упругостью.

Простая упругость: деформации пропорциональны напряжению.

Упругий гистерезис: после снятия напряжений сохраняется часть деформации, но не возрастает.

Течение: часть деформации неограниченно возрастает, если напряжения поддерживаются достаточно долго. Это свойство называется пластичностью.

Упругое последствие: при постоянном напряжении деформация стремится к конечному пределу и исчезает через достаточно долгое время после снятия напряжений.

Постоянной компоненте деформации  $\epsilon$  соответствует компонента сдвигового напряжения  $P$

$$P = 2\mu\epsilon e^{-1/\tau},$$

где  $\mu$  и  $\tau$  – константы, характеризующие вещество.

Можно считать, что деформация имеет две составляющие:  $\varepsilon_1$ , связанную с напряжением по закону упругости, и  $\varepsilon_2$ , соответствующую закону вязкости, т.е.

$$(dP/dt) = 2\mu(d\varepsilon_1/dt) \quad \text{и} \quad P = 2\eta(d\varepsilon_2/dt),$$

где  $\eta$  – коэффициент вязкости,  $\mu$  – жесткость.

Тогда

$$(d\varepsilon/dt) = (d\varepsilon_1/dt) + (d\varepsilon_2/dt) = (1/2\mu)(dP/dt) + (1/2\eta)P;$$

$$2\mu(d\varepsilon/dt) = (dP/dt) + (P/\tau),$$

где  $\tau = \eta/\mu$ .

Полученное соотношение для всех девиаторных компонент напряжения и деформации называется упруго-вязким законом. В этом случае  $\varepsilon = 0$ ,  $t < 0$ ;  $2\mu\varepsilon = (1 + t/\tau)P$ ,  $t > 0$ , т.е. в нулевой момент деформация возрастает скачком, а затем возрастает со временем с постоянной скоростью, пропорциональной напряжению. Такой закон слишком прост для характеристики реальных веществ, так как скорость деформации, вообще говоря, не пропорциональна напряжениям.

Необходимо заметить, что 1) упруго-вязкий закон переходит в уравнение вязкости, когда  $\mu$  стремится к бесконечности, но  $\mu\tau$  остается конечным; 2) различие между пластичностью и упругим последствием в значительной степени обусловлено пространственным распределением ослабленных участков.

Джеффрис рассмотрел [156] два примера с помощью цилиндров различного строения, состоящих частично из идеально-упругого вещества, а частично из упруго-вязкого. Джеффрис дает следующее пояснение:

«В одном ослабленный материал образует сердцевину, заключенную в оболочку из более прочного вещества. Было установлено, что в результате приложения пары закручивающих сил немедленно возникает упругая деформация; в том же направлении развиваются дальнейшие деформации, экспоненциально приближающиеся к конечному пределу. В другом случае предполагалось, что цилиндр образован чередующимися слоями обоих веществ. Приложение постоянного закручивающего момента приводило тогда к неограниченному возрастанию деформаций закручивания, которые все еще соответствовали упруго-вязкому закону, но уже с другими постоянными. Первый пример иллюстрирует упругое последствие и позволяет считать, что в некоторых случаях упругое последствие можно учесть, заменяя  $\mu$  при решении уравнения упругости на

оператор вида

$$\mu \frac{1 + Q/\tau'}{1 + Q/\tau},$$

где  $\tau' > \tau > 0$ . Реакция среды на внезапно приложенное постоянное напряжение примет тогда вид

$$\frac{P}{\mu} \left\{ \frac{\tau'}{\tau} - \left( \frac{\tau'}{\tau} - 1 \right) e^{-t/\tau'} \right\}.$$

О другой возможности учитывать неидеальную упругость мне сообщил сэр Дж. Лармор. Можно рассматривать напряжение как сумму упругого напряжения, пропорционального деформации, и вязкого напряжения, пропорционального скорости деформации. Тогда получим зависимость

$$P = \mu[\varepsilon + \tau(d\varepsilon/dt)].$$

Я назвал такую зависимость *стойкой вязкостью* (firmoviscosity), так как в телах, обладающих данным свойством, предполагается сопротивление, добавочное к упругому.

Эта зависимость широко применялась в физиологии и инженерном деле под названием *вязко-упругой* (viscoelasticity); некоторые авторы даже предложили отбросить вполне утвердившийся термин упруго-вязкий (elasticoviscosity), чтобы избежать путаницы. Однако я совершенно убежден, что вполне возможно построить модели, которые будут реагировать как упруго-вязкие и которые нельзя заставить вести себя как стойко-вязкие. Согласно последнему уравнению, если  $P = 0$  при отрицательных  $t$  и остается постоянным при положительных  $t$ , то в начальный момент  $\varepsilon$  равно нулю, а с возрастанием времени непрерывно увеличивается, стремясь к конечному пределу  $P/\mu$ . Таким образом, это уравнение совершенно не отражает начального упругого смещения, характерного для всех твердых тел. По-видимому, данные, удовлетворяющие закону стойкой вязкости, можно так же хорошо объяснить с помощью уравнения (для первого примера).

С другой стороны, в пределах ограниченного интервала времени рассматриваемое уравнение является удачным приближением для анализа влияния неправильностей структуры на распространение волн. Мы вернемся к этому ниже.

К. Ломнитц [543] предложил следующую модель для деформаций при постоянном давлении, приложенном начиная с  $t = 0$ , где  $\varepsilon = (P/\mu) \{1 + \Phi(t)\}$ ,  $\Phi(t) = 1 + q \ln(1 + at)$ ,  $q$  и  $a$  – постоянные. Деформация для переменного напряжения определяется анало-

гично с помощью принципа суперпозиции. Решение обладает тем свойством, что в широком диапазоне периодов (например, когда угловая скорость, деленная на  $a$ , меняется от  $10^{-11}$  до  $10^{-2}$ ) и рассеяние энергии, приходящееся на один период, составляет почти постоянную долю максимальной энергии деформаций. Это подтверждено экспериментально. В изверженных породах величина  $a$ , по-видимому, имеет порядок 1000 пер/с и  $q$  – порядок  $10^{-3}$ – $10^{-2}$ . Динамические уравнения будут линейными, но их коэффициенты уже не будут независимы от времени, так что вместо дифференциальных уравнений следует рассматривать интегральные. Я обнаружил [359], [360], что геофизические данные согласуются лучше всего, если коэффициент, определяющий течение в полностью установившемся процессе, изменяется как  $0,07 t^\alpha$  [1, с. 28–30].

Таким образом, Джеффрис приходит к виду модифицированного закона Ломнитца, получившего название закона Ломнитца–Джеффриса:

$$\varepsilon = (P/\mu)[1 + (q/\alpha)\{(1 + at)^\alpha - 1\}],$$

который аппроксимирует закон Ломнитца при малых  $\alpha$  и больших  $at$ .

Как мы уже отмечали, Джеффрис показал, что значения параметров в уравнениях упругого последдействия зависят от распределения упруго-вязкого материала. Он предполагал, что природа неидеального упругого поведения твердых тел в основном определяется распределением в упругой области участков, способных испытывать молекулярные перераспределения под действием заданных напряжений. Необходимо здесь подчеркнуть, что Джеффрис называл среду твердой, если через нее проходят поперечные волны, и жидкой, если не проходят. И упруго-вязкие среды по такой классификации являются твердыми. Джеффрис пришел к заключению, что при эффективном  $a \simeq 0,25$  модель неупругого поведения среды удовлетворяет как задачам сейсмологии, так и задачам с геологическим масштабом времени. Джеффрис так описывал свой подход:

«Согласно экспериментальному закону К. Ломнитца, ползучесть (крип) при постоянном напряжении, приложенном в начальный момент времени ( $t = 0$ ), возрастает пропорционально  $\ln t$ , для  $t$  больших, чем малая доля секунды. В печатаемой статье Ломнитца показано, что его закон объясняет затухание поверхностных волн и волн в верхних слоях коры без необходимости учета рассеяния. Однако мной установлено [359], [360], что если подобрать фазу запаздывания в законе Ломнитца так, чтобы

объяснить наблюдаемое затухание вариаций широты, то начало волн  $S$  на расстоянии  $80^\circ$  имело бы размытие в 30 с, и волны  $S$ , таким образом, были бы слишком размыты и их невозможно будет зафиксировать. Наблюдаемая в действительности резкость волн  $S$  может быть согласована с затуханием вариаций широты, если ползучесть в момент  $t$  определяется законом  $At^\alpha$  с  $\alpha$ , равным примерно 0,17. В этом случае данные относительно обоих явлений могли бы характеризовать земную кору в целом.

Сравнив видоизмененный закон ползучести (крипа) с данными по приливному трению, я установил, что он приводит к значительно большему затуханию, чем любая из форм упругого последствия, за исключением области периодов от 100 до 1000 сут. Но даже в указанной области получаются величины того же порядка, к которым приводят формулы упругого последствия. Следовательно, видоизмененный закон дает удовлетворительное объяснение характера вращения Луны и Меркурия. Хотя предельная деформация при постоянном напряжении, согласно новому закону ползучести, неограниченно возрастает со временем, уменьшение эллиптичности Луны за  $3 \cdot 10^9$  лет оказывается все же малым, и это уничтожает противоречие, к которому приводило применение законов вязко-упругого тела. Модифицированный закон ползучести не дает объяснения изостазии, но это не является серьезным его недостатком, так как при изостазии мы имеем в любом случае дело с напряжениями, сравнимыми по величине с предельными напряжениями материала» [1, с. 327].

### Некоторые вопросы геофизики

В этой главе будет рассмотрен вклад Джеффриса в те разделы геофизики, которые по тем или иным причинам не были затронуты в предыдущих главах. Геофизическая проблематика занимала центральное место в многогранном творчестве выдающегося английского специалиста по прикладной математике. И все же некоторых направлений геофизики, как, например, геомагнетизма, Джеффрис практически не касался. По отдельным вопросам наук о Земле он занимал оригинальные позиции и последовательно и упорно их отстаивал, хотя они оказались и не в основном русле развития науки XX в. Но мнение исследователя такого масштаба, каким был Гарольд Джеффрис, всегда интересно и тогда, когда оно признается основополагающей идеей, давшей жизнь новому направлению в науке, и тогда, когда оно не совпадает с точкой зрения подавляющего числа современных специалистов.

\* \* \*

В разные периоды своего творчества Джеффрис обращался к вопросу о возрасте нашей планеты. Он пытался для этой цели найти процессы, достаточно устойчивые на значительных интервалах времени, протекающие в заданном направлении с определенной скоростью. Тогда, определив полную продолжительность процесса, можно утверждать, что возраст Земли не меньше произведенной оценки.

Так, в 1918 г. Джеффрис изучает проблемы денудации [35]. По его мнению, возраст мирового океана можно оценить, если определить полное количество любых растворимых его компонент и скорость их поступления в океан. Он также считает, что возраст океана можно найти, если будут оценены общий объем осадочных пород и скорость их образования. Эти методы Джеффрис называл денудационными.

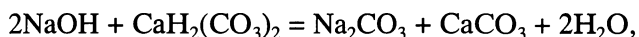
Джеффрис критикует упрощенный подход, оценки возраста океана, например, путем деления известного общего количества натрия в океанах на скорость его поступления. Он отмечал, что,

хотя имеется достаточно данных о скоростях переноса реками натрия и осадков в моря, общая скорость денудации зависит от наклона поверхности Земли, количества и температуры выпадающих атмосферных осадков, содержания в них углекислоты и природы формирующихся почв. И даже в самых общих чертах нельзя представить, как эти факторы варьировали на протяжении геологического времени. Хотя этот метод определения возраста Земли признается Джеффрисом неудовлетворительным, он все же приводит его к интересным замечаниям: «При любом масштабе времени возникают два соображения на основе данных о составе океанов. Во-первых, предполагая, что в среднем изверженные породы содержат 2% натрия, найдем, что для обеспечения имеющегося содержания натрия в океанах объем денудированных изверженных пород должен быть порядка  $6 \cdot 10^{23}$  г. Если предположить, что только половина общего количества натрия переходит в раствор, а остальная часть остается в образующихся на месте осадочных породах, то найденное нами количество должно быть удвоено.

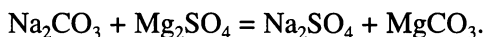
Так как площадь поверхности Земли порядка  $5 \cdot 10^{18}$  см<sup>2</sup>, то средняя масса изверженных пород, превратившихся в осадочные породы, равна  $2,4 \cdot 10^5$  г/см<sup>2</sup>. Это означает, что средняя мощность осадочных пород, равномерно распределенных по всей земной поверхности, порядка 1 км. Реальная мощность их сильно изменяется в различных местах. Если бы все осадочные породы были распределены по континентам и континентальным шельфам, то средняя их мощность была бы около 3 км. Подобная оценка мощности осадочных пород позволяет полагать, что имеется много мест, где первичные изверженные породы находятся на недоступной глубине под толщей осадочных пород. В этом отношении было бы полезно при изучении поверхностных волн в сейсмологии принимать также во внимание слои осадочных пород [136].

Второе соображение касается хлора, который практически уравнивает натрий, но его происхождение является почти независимым. Обычно предполагается, что хлор имеет вулканическое происхождение. Это основано не столько на прямых измерениях и анализах вулканических газов, сколько на отсутствии других видимых источников хлора для получения основного его количества. Однако количество хлора должно весьма близко соответствовать количеству натрия на протяжении геологического периода, так как заметное преобладание любого из этих элементов привело бы к вымиранию всех живых организмов в морях. Как же это равновесие осуществляется? Нам кажется, что этой проблеме уделялось мало внимания, за исключением случайных

замечаний о влиянии кальция. Справедливо, что небольшой избыток натрия приводил бы к осаждению кальциевых и магниевых карбонатов, а такой же излишек хлора – к обратному их растворению. Так, для натрия в форме гидроксиды и кальция в форме бикарбоната существует следующее равновесие:



а для карбоната натрия и сульфата магния –



Но это соображение отодвигает трудность только до момента, когда весь кальций и магний будут осаждены или растворены» [1, с. 331].

Наиболее адекватным методом определения возраста Земли Джеффрис признает метод, основанный на законе радиоактивного распада, открытом Эрнстом Резерфордом в 1905 г. Он писал: «Радиоактивные элементы непрерывно распадаются с известными скоростями. Если в данном образце породы мы знаем количественное содержание радиоактивных элементов и конечных продуктов его распада, то на основании этих данных может быть вычислен возраст породы. Этот метод может дать возраст изверженных пород любого геологического периода и не имеет ограничений в целях оценки полного возраста Земли» [1, с. 328–329]. В нескольких работах Джеффрис развивает методы абсолютной геохронологии [205], [283], [308], [311]. Несомненно, на Джеффриса в этом вопросе большое влияние оказал один из основоположников этого метода – уже упоминавшийся нами Артур Холмс. Джеффрис пытается применить в развитие метода статистические подходы. Вот как он с этих позиций рассматривает метод Холмса.

«Этот метод основывается на изотопических анализах рудного свинца различного возраста, которые в основном выполнены Ниром и его сотрудниками. Существует изотоп свинца с атомным весом 204 нерадиоактивного происхождения. Обычно относительное содержание свинца изотопов атомных весов 206, 207 и 208 выражается отношением к количеству изотопа с атомным весом 204. Найдено, что эти отношения коррелируются с возрастом руд и являются в целом меньшими в наиболее древних рудах.

Предполагается, что первичный свинец содержал все четыре названных изотопа, широко рассеянные среди пород, и что вследствие радиоактивности количества трех тяжелых изотопов свинца прогрессивно возрастали. Порции этих смесей отделялись че-

рез разные интервалы времени, и, сконцентрировавшись, они образовали руды различных возрастов. На основе анализа, который многие могут посчитать сомнительным, Холмс [507], [508] получил результат, по которому возраст земной коры определяется значением около 3350 млн лет. Ниже приводится критическое рассмотрение данной проблемы. Если в данной области земной коры  $a$  и  $u_m$  – первичные атомные относительные количества  $^{206}\text{Pb}$  и  $^{238}\text{U}$  (выраженные как кратные отношения к количеству  $^{204}\text{Pb}$ ), а  $t_0$  – возраст земной коры, то в момент времени  $t_m$  количество  $^{208}\text{Pb}$  равнялось бы

$$x_m = a + u_m \{2 - \exp[-\lambda(t_0 - t_m)]\}. \quad (1)$$

Если  $b$ ,  $c$ ,  $v_m$ ,  $w_m$  обозначают соответственно величины содержания первичных  $^{207}\text{Pb}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $\text{Th}$ , а  $y_m$ ,  $z_m$  – значения количеств для  $^{207}\text{Pb}$  и  $^{208}\text{Pb}$  в момент времени  $t_m$ , то мы найдем два аналогичных уравнения для  $y_m$ ,  $z_m$ , где  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  будут константами распада  $^{235}\text{U}$  и  $\text{Th}$ , которыми следует соответственно заменить  $\lambda_1$  в уравнении (1).

При образовании руды свинец отделяется от урана и тория, и его состав после этого не испытывает дальнейших изменений. Таким образом, каждый рудный образец в результате анализа характеризуется тремя уравнениями типа (1).

Если бы величины  $u_m$ ,  $v_m$ ,  $w_m$  были всегда неизменными, например равными  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , то мы имели бы для  $n$  руд систему из  $3n$  условных уравнений для определения  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $t_0$ . Однако такое упрощенное представление не годится, так как оно ведет к неопределенному ответу. Сравнение руд с различными  $t_m$  определяло бы  $u \exp[-\lambda t_0]$ , но оно не определяло бы  $t_0$ , так как изменение  $t_0$  не изменило бы этой величины в целом, поскольку всегда можно подобрать компенсирующее изменение  $u$ ; результирующее же изменение  $a + u$ , в свою очередь, могло бы быть компенсировано подходящим изменением  $a$ . Но, если бы  $u_m$ ,  $v_m$ ,  $w_m$  были различны в разных областях, решения были бы возможны.

Холмс предположил, что элементы вначале имели однородный изотопный состав. В настоящее время отношение атомных относительных количеств  $^{238}\text{U}$  к  $^{235}\text{U}$  равно 139. Тогда, если даже  $u_m$ ,  $v_m$  изменяются от места к месту, мы все же будем иметь

$$\frac{u_m}{v_m} = 139 \frac{\exp[\lambda_1 t_0]}{\exp[\lambda_2 t_0]}, \quad (2)$$

и, комбинируя это уравнение с (1) и соответствующим уравне-

нием для  $^{207}\text{Pb}$  (чтобы исключить  $u_m v_m$ ), мы получим

$$\frac{x_m - a}{y_m - b} = 139 \frac{\exp[\lambda_1 t_0] - \exp[\lambda_1 t_m]}{\exp[\lambda_2 t_0] - \exp[\lambda_2 t_m]}. \quad (3)$$

В таком случае  $x_m$  и  $y_m$  для различных свинцовых руд будут давать набор уравнений для  $a$ ,  $b$ ,  $t_0$ . Решение Холмса и решение Ф. Хаутерманса [511] основаны до некоторой степени на неудовлетворительных графических методах [304]. Лучший способ принадлежит Э. Булларду и Дж. Стэнли [466]. Они выразили уравнение (3) в виде

$$-139(y_m - b)(\exp[\lambda_2 t_0] - \exp[\lambda_2 t_m]) = 0. \quad (4)$$

Это уравнение не удовлетворяется точно измеряемыми значениями величин, но рассмотрение данных для образцов из соседних мест ведет к оценкам неопределенности величин  $x_m$  и  $y_m$ , а сравнение различных возрастных определений приводит к оценке неопределенности в величине  $t_m$ .

Таким образом, эта система уравнений имеет известные неопределенности и может быть решена методом наименьших квадратов. Имеются, однако, трудности, которые возникают в той или иной форме во всех методах решений. Данные для руд из соседних мест усреднялись таким образом, чтобы уравнения имели, насколько это возможно, независимые неопределенности и количество уравнений было при этом равно 13. Если сохраняются все уравнения, результат будет определенно несколько меньше 2600 млн лет. Если два уравнения отбрасываются, оставшиеся приводят к значению

$$t_0 = 3290 \pm 200 \text{ млн лет}, \quad (5)$$

и ошибки в вычислениях согласуются с указанными выше неопределенностями. Таким образом, результат в значительной степени зависит от отбора двух уравнений из 13. Неудовлетворительность подобного решения заметили даже его авторы.

Хорошо известно, что отбрасывание наблюдений из-за того, что они имеют неожиданно большие ошибки, будет обязательно приводить к серьезным ошибочным результатам, и к тому же с большими недооценками величины ошибки вычислений. Возможно, что тесное согласование результатов, получающееся путем использования лишь образцов руд с малыми неопределенностями, является случайным, и весьма вероятно, что не принятые в расчет образцы руд так же типичны, как и оставленные для составления уравнений.

Эти методы не позволяют использовать данные для  $^{108}\text{Pb}$ . Используемый в этом случае метод заключается в следующем. Предположим, что  $u_m, v_m, w_m$  распределены вблизи средних значений с нормальными ошибками  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Пусть данные наблюдений сгруппированы в областях значений  $t_m$ . Тогда стандартное отклонение величины  $x_m$  от мирового среднего значения было бы

$$\sigma_1 \{1 - \exp[-\lambda_1(t_0 - t_m)]\}.$$

Оцененное стандартное отклонение для серии  $n_m$  наблюдений есть  $s_{1m}$ , и, согласно хорошо известной приближенной формуле, имеем

$$\ln \sigma_1 + \ln\{1 - \exp[-\lambda_1(t_0 - t_m)]\} = \ln s_{1m} \pm \frac{1}{\sqrt{2(n_m - 1)}}. \quad (6)$$

Каждая область значений  $t_m$  дает одно уравнение подобного типа для каждого из изотопов  $^{206}\text{Pb}$ ,  $^{207}\text{Pb}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ , и, следовательно, получим набор уравнений для  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, t_0$ . Дополнительно к этому будем иметь

$$\sigma_1 \exp[(\lambda_2 - \lambda_1) t_0] = 139 \sigma_2. \quad (7)$$

С этих позиций мною сделана попытка получить решение (которое нуждалось бы в поправке, полученной в приведенном выше расчете), но число данных в группе для больших величин  $t_m$  слишком мало, чтобы это решение было в достаточной степени удовлетворительным.

Рассмотренный метод в действительности предполагает, что все рассеяние измеряемых величин  $x, y, z$  для руд одинакового возраста является следствием рассеяния количеств  $^{238}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$ ,  $\text{Th}$  в различных частях первозданной земной коры. Если бы сказанное и выражение (2) были совершенно справедливы, руды одинакового возраста характеризовались бы точным линейным соотношением между  $x_m$  и  $y_m$ . Однако это не так, ибо в действительности  $x_m$  является более тесно коррелированным с  $z_m$ , а не с  $y_m$  внутри возрастных групп [304], [308]. Изменения  $y_m$  малы в сравнении с другими аналогичными переменными, и, вероятно, некоторые другие неправомерности влияют на значения  $y_m$  и будут, следовательно, систематически увеличивать  $s_{2m}$ . Так как  $\sigma_2$  намного меньше  $\sigma_1$ , а ошибки наблюдений являются примерно одинаковыми, то последние могут быть достаточными для объяснения особенностей коррелирования. Этот метод, применимый для оценки  $^{206}\text{Pb}$  и  $^{208}\text{Pb}$ , вызывает в то же время недоверие при применении его к  $^{207}\text{Pb}$ .

Можно заметить, что комбинация формулы (6) и связанного с ней уравнения (7) привела бы к оценке  $t_0$ , даже если бы все  $t_m$

были одинаковыми. Р. Расселл и Д. Аллен [574] применили этот принцип к образцам, возраст которых был не старше 320 млн лет, и получили величину  $t_0$  в интервале от 3,4 до  $5 \cdot 10^9$  лет для различных серий данных. Они оценили  $t_0$  равным  $(4,3 \pm 0,4) \cdot 10^9$  лет. Метеорный свинец, исследованный аналогичным образом, дал примерно то же значение» [1, с. 345–348].

\* \* \*

Значительное внимание Джеффрис уделял термической истории Земли. Ей он посвятил большое количество работ [101], [110], [111], [113], [119], [149], [152], [183], [236], [275], [341]. Но его подход к проблеме был исключительно с позиций гипотезы о первоначально огненно-жидкой, расплавленной Земле. Он рассматривает процесс затвердевания, предполагая, что пока Земля в целом была жидкой этот процесс был весьма простым. Тяжелое вещество довольно быстро опустилось к центру и образовало земное ядро. Вследствие уменьшения объема вещества при охлаждении, при котором оно становится более плотным, остывшие массы с поверхности планеты опускались через более горячие и находящиеся в расплавленном состоянии. И так поддерживались конвективные течения, и к поверхности постоянно подводилось тепло. Возможно, что конвективные движения, считал Джеффрис, охватывали всю однородную оболочку (мантию Земли).

Джеффрисом рассмотрены также вопросы расслоения оболочки, радиоактивности пород, нагревания вследствие радиоактивности, величины теплового потока Земли, концентрации радиоактивных элементов в верхних слоях, рассмотрено значение радиоактивности в ранней истории Земли, влияние осадочного покрова, процессы затвердевания планеты и, наконец, остывание твердой Земли. В настоящее время эти работы имеют методическое и историческое значение.

\* \* \*

Происхождение особенностей рельефа земной поверхности – вопросы, имеющие первостепенное значение для геологии, – Джеффрис рассматривает с позиций контракционной гипотезы, что следует из его позиции в проблеме термической истории Земли. Его работа 1916 г. так и называется «Сжатие земной коры при охлаждении» [22]; и другие его работы в этой области лежали в том же русле [50], [142], [150], [152], [160], [161], [164], [183], [206], [208], [209], [284]. В этих работах он объяснял охлаждением недр Земли, которое в разных частях планеты привело к раз-

личному уменьшению их объема и соответственно к появлению значительных механических напряжений, – и образование разрывов (ведущих к образованию сбросов и рифтовых долин), и образование горных систем.

Джеффрис всегда оставался противником любых форм концепции дрейфа континентов. Он отвергал как палеонтологические свидетельства, так и прямые указания геомагнитных измерений. Его возражения, основанные на оценке твердости литосферы и т.п., относятся к ранним формам гипотезы дрейфа континентов и не могут служить критическими замечаниями для современной тектоники плит.

Но главное – Джеффрис не видел физического механизма, способного обеспечить крупномасштабные горизонтальные перемещения на поверхности планеты. Дело в том, что он был приверженцем закона Ломнитца для ползучести, выведенного в результате обобщения экспериментальных данных, полученных в очень ограниченных масштабах времени и сил. Джеффрис обобщил закон, что позволило ему объяснить многие геофизические явления, такие, как затухание волн различных частот в горных породах [35] и многие другие [359], [367], [374]. Он подытожил свои взгляды в первой джеффрисовской лекции в Королевском астрономическом обществе в 1964 г. [391] и после этого также продолжал с этих позиций рассматривать затухание сейсмических волн [397], [426], [435] и другие геофизические вопросы [415], [420], [422], [432], [440], [441], [445].

А как он показал в 1958 г. в работе «Ползучесть пород и тепловая неустойчивость» [360]: «Если вязкость будет подчиняться не упруго-вязкому закону, а закону Ломнитца или моей модификации этого закона, то термическая неустойчивость не может возникнуть. Любое нарушение гидростатического равновесия будет погашено» [1, с. 427]. То есть Джеффрис допускал возможность конвекции в Земле только на самых ранних стадиях ее эволюции.

Такая абсолютизация закона Ломнитца с современной позиции представляется слишком категоричной. Процессы, вызывающие явления затухания и ползучести в настоящее время, изучены на молекулярном уровне. Имеются прямые свидетельства, что нельзя использовать единый закон для явлений, протекающих в различных временных масштабах и под действием напряжений, различающихся на много порядков. Вместе с тем, в заключении главы позволим себе привести весьма объемную цитату из монографии Джеффриса, в которой обсуждается эта проблема:

«Рассмотрим здесь вопрос о возможности значительных смещений отдельных частей земной поверхности относительно друг друга. Смещения порядка 100 км – как при горообразовании – не подлежат сомнению. Однако Ф. Тэйлор и А. Вегенер и их многочисленные последователи утверждали, что имели место смещения порядка тысяч километров. В частности, Америка, по их мнению, первоначально примыкала к Европе и Африке и заняла свое современное положение в результате дрейфа, начавшегося в меловом периоде.

Данные в пользу этой гипотезы – в основном палеонтологические. Главный метод сопоставления возраста слоев в различных частях Земли состоит в сопоставлении ископаемых организмов. Нет сомнения, что в главных чертах биологическая эволюция повсюду шла одним и тем же путем.

Однако имеются примечательные исключения; например, сумчатые распространены в Австралии и крайне редки в других местах. Но в целом после появления нового типа в какой-нибудь области он затем гораздо быстрее, чем за геологический период, появляется и в очень отдаленных областях.

Если данный тип обитает на суше, то геологам приходилось допускать связь между удаленными районами, для чего часто требовались “мосты суши”, пересекающие нынешние океаны. Для обитателей моря выдвигали требование связи между океанами. Результаты оказывались не всегда удовлетворительными. Число связей, каждая из которых предназначалась для особого случая, становилось чрезмерно большим [495], [496]. В некоторых случаях, допустив “мост суши” через океан, мы разрушили бы тем самым требуемый “пролив”, соединяющий разные части океана. Кроме того, отсутствовало объяснение, каким образом исчезли “мосты суши”.

Принципиальным вкладом Вегенера было решительное отстаивание невозможности вертикальных колебаний уровня большой амплитуды и тем самым неприемлемости гипотезы о “мостах суши”. Он утверждал, что связь по суше осуществлялась благодаря близости в прошлом разделенных ныне континентов, а обрыв связи между ними объясняется дрейфом расходящихся континентов. Его объяснение механизма такого дрейфа мы сейчас разберем.

Свою аргументацию о невозможности значительных изменений уровня поверхности Вегенер основывал на изостазии. Предполагалось, что континенты состоят из вещества, подобного граниту (оболочка с а л ь – по Зюссу, переименованная Вегенером в с и а л ь) и плавающего на слое более плотного вещества (слой

с и м а, по Зюссу); последний образует также океанический фундамент. Если плотности веществ обоих слоев даны, то уровень суши определяется мощностью с и а л и ч е с к о г о слоя, и он может измениться не иначе как в ходе длительной денудации. Но и тогда он не может стать ниже уровня моря. Таким образом, большая область суши, по Вегенеру, никогда не может стать дном глубокого океана, как того требует гипотеза “мостов суши”.

Изложенная аргументация, очевидно, исходит из идеальной изостазии; иначе не было бы оснований полагать, что высота суши определяется локальной мощностью слоя с и а л ь. Книга Вегенера была опубликована в 1915 г., как раз после серии статей Баррела, где было ясно показано, что отклонения от изостазии широко распространены и для их объяснения нужно допустить наличие в нижнем слое разности напряжений, по величине равной примерно 1/7 предела прочности гранита. Более новые данные, изложенные мной в гл. 6, показывают, что эта доля должна быть увеличена до 1/3.

Вегенер предполагал также, что плотности веществ постоянны, и изменения плотности, обусловленные изменениями температуры и состава, им не учитывались. В гл. 11 было показано, что вполне правдоподобные изменения температуры могут привести к относительным изменениям уровня поверхности порядка 10 км. Следовательно, аргументация Вегенера неубедительна.

При объяснении дрейфа предполагалось, что он происходит за счет силы Этвеша, стремящейся сместить плавающее тело в сторону экватора; на вращающейся планете она должна была бы вызывать постоянное смещение дрейфующего тела к западу. На первый взгляд это кажется неожиданным, на второй – более естественным, но затем обнаруживаются серьезные трудности. В самом деле, ветры преимущественно направлены почти под прямым углом к градиенту давления, т.е. вдоль изобар, и на высоте примерно 1 км это происходит с большой точностью. Вегенер же был в основном метеорологом.

Для медленных движений жидкости с малой вязкостью явление объясняется просто. Если  $u$  и  $v$  – горизонтальные компоненты скорости, а  $X$  и  $Y$  – компоненты силы, приходящейся на единицу массы, то движения при указанных условиях определяются уравнением

$$(\partial u / \partial t) - 2\omega \sin \varphi v = X; \quad (\partial v / \partial t) + 2\omega \sin \varphi u = Y. \quad (1)$$

Если движение является установившимся или имеет настолько большой период, что темпы изменения скорости относитель-

но поверхности Земли недостаточны, чтобы вызывать заметные изменения в течение суток, то производные по времени малы по сравнению с членами, содержащими  $\omega$ , и вектор  $(u, v)$  будет почти перпендикулярен  $(X, Y)$ .

Однако при данной аргументации пренебрегают вязкостью и не учитывают, что силы Этвеша являются сдвиговыми силами, прилагаемыми к поверхности. Даже при тех данных, какими пользовался Вегенер, эта аргументация несостоятельна. В то время, когда Вегенер писал свою работу, вековое ускорение Луны обычно еще объясняли объемным приливным трением и для описания процесса пользовались упруго-вязким законом. Исходя из этого, была получена величина вязкости порядка  $10^{16}$  CGS. Однако в 1915 г. мною доказано, что при таком значении вязкости в течение нескольких суток произошло бы затухание свободных вариаций широты и что истинное значение вязкости не может быть меньше  $10^{20}$  CGS. В настоящее время считается, что отсутствуют прямые доказательства существования значительного приливного трения где-либо, кроме мелководных бассейнов.

Теория установившегося движения, на которое влияют как вращение, так и вязкость, была предложена В. Экманом [488] и затем несколько расширена мною [47] в применении к океаническим течениям, вызываемым ветрами. При указанных условиях и малой вязкости горизонтальное движение, обусловленное сдвиговыми напряжениями на поверхности, будет быстро затухать с глубиной и изменится по направлению. У поверхности движение при постоянной вязкости направлено под углом  $45^\circ$  к сдвиговым напряжениям, и для океанических течений это условие приближенно выполняется. Изменение направления движения становится незначительным на глубинах, больших  $(\nu/\omega)^{1/2}$ , т.е. при принятом Вегенером значении вязкости – на глубине порядка  $10^{10}$  см, что гораздо больше радиуса Земли. Поэтому вязкость имеет гораздо большее значение, чем вращение, и фактические условия будут близки к тем, которые получатся, если пренебречь членом, характеризующим вращение. А в этом случае скорость направлена так же, как и приложенная сила, т. е. к экватору.

Не похоже, чтобы последние работы по континентальному дрейфу подчеркивали значение силы Этвеша. В борьбе за идею дрейфа утверждалось, что ее подтверждает открытие тех изменений долготы, которые произошли за последнее время. Но такие открытия ни разу не исходили от длительно существовавших обсерваторий, наблюдения которых были бы наиболее пригодны, чтобы обнаружить вековые изменения долготы, если только они существуют. В большинстве случаев самые ранние измере-

ния делались исследователями новых земель, а при таких условиях трудно точно определить долготу. Но нет никаких оснований считать, что деформации коры должны отражаться только на долготе, помимо ложного допущения, что сила Этвеша может вызвать дрейф требуемого масштаба, а также динамической ошибки, приводящей к заключению, что если эта сила могла вызвать дрейф, то он был бы целиком направлен к западу. Широту же не особенно трудно измерить и в исследовательских экспедициях, а поэтому отсутствие сообщений об изменениях широты примечательно.

Фактически можно говорить лишь об одном случае доказательства. Ламберт [530], [531] обнаружил, что с 1900 по 1917 г. Северный полюс перемещался со среднегодовой скоростью  $0,0062''$  вдоль меридиана  $81^\circ$  з.д. Уонач [593] нашел, что скорость смещения полюса несколько меньше, но также направлена в сторону Америки. Ламберт пишет [532, р. 268]: "Смещение подобного рода, достигающее, вероятно, 1 мин дуги за 12 тыс. лет, не годится для объяснения последнего наступления льда в плейстоцене. Не так уж много раз по 12 тыс. лет прошло с тех пор, а смещения полюса всего на несколько минут дуги могли повлиять на климат лишь самым незначительным образом. Более того, у нас нет уверенности ни в том, что это медленное, квазивековое движение происходило в прошлом, ни в том, что оно будет продолжаться в будущем". Мы можем добавить, что подобное смещение было отмечено впервые в Юкиа несколько севернее Сан-Франциско и вблизи разлома, появившегося при большом землетрясении 1906 г. Смещение этого разлома соответствует дуге  $0,2$  с центром в центре Земли.

Принципиальная трудность, на которую указывает Ламберт, весьма серьезна. Для того чтобы уверенно экстраполировать на  $10^5$  или  $10^8$  лет любое систематическое изменение, отмеченное в данном месте после появления здесь обсерватории требуемого класса точности, необходимо прежде всего знать, что это изменение не связано ни с каким явлением временного характера и что оно вряд ли превзойдет смещение на известном разломе.

При исследовании вариаций широты мною обнаружены систематические изменения, которые нельзя связать ни с одним из периодических движений: их амплитуда составляла около  $0,005''$ , а знак менялся. Возможно, что частично они обусловлены подвижками на сбросах, хотя обычно их связывают с различиями в методике наблюдений и вычислений.

Следует отметить, что по изложенной выше аргументации перемещению континентов препятствует только вязкость ниже-

лежащего слоя. Совершенно не учитывается сопротивление фундамента океанов, сквозь который должны проталкиваться континентальные блоки. Допустив, что под континентами (где господствует высокая температура) слой с и м а имеет конечную вязкость, Вегенер, видимо, с легким сердцем решил на такое же допущение и по отношению к подошве океана, где температура близка к 0 °С.

Неровности рельефа дна океана того же порядка, что и у континентов; следовательно, и прочность пород океанического дна должна быть того же порядка, чтобы эти неровности не расползались. Итак, пусть движения вызывают горизонтальные напряжения в 4000 дин/см<sup>2</sup>, действующие на континент радиусом 2000 км. Тогда будет всего приложено сил  $4000 \pi (2 \cdot 10^8)^2$  дин. Движению препятствует упругость литосферы мощностью, скажем, 40 км. Чтобы движение оказалось невозможным, достаточно среднего напряжения в 10<sup>5</sup> дин/см<sup>2</sup> на поверхности цилиндра радиусом 2000 км и проходящего через всю литосферу. Предел прочности пород у поверхности имеет порядок 10<sup>9</sup> дин/см<sup>2</sup>. Если даже воспользоваться значением прочности для нижнего слоя, выведенным исходя из гравитационных аномалий, то и этого было бы более чем достаточно.

Следовательно, сила Этвеша и тем более любая меньшая сила не может вызвать перемещения континентов относительно друг друга, даже если считать, что на глубине 40 км вязкость вещества конечна. Могло бы возникнуть вращение земной коры в целом относительно внутренних частей Земли с тенденцией обеспечить возможно более симметричное расположение крупнейших континентов относительно экватора. Однако угловая скорость такого вращения была бы даже меньше приведенной выше величины (0,0062 с в год), так как в этом случае в вязком торможении участвовала бы вся внутренняя область Земли, а не только части, примыкающие снизу к континентам. Фактически к теории Вегенера можно применить оценку, которую Даттон дал контракционной гипотезе: “Она неудовлетворительна количественно и неприемлема качественно. Это – объяснение, которое не объясняет ничего из того, что мы желаем объяснить”. Но в то время, как на возражения, выдвинутые Даттоном в связи с теорией температурного сжатия, позднее был дан ответ, возражения против теории континентального дрейфа так и остались без ответа.

Часто указывают на прилегающие к Тихому океану горные цепи как на довод в пользу континентального дрейфа. Это просто поразительно. Если континентальный блок толкают в сторо-

ну океанического дна, лишённого жесткости, то почему дно просто не расступится, “уступив дорогу” жесткому блоку? Но если блок толкают в сторону дна, жесткость которого выше жесткости самого блока (доводы в пользу этого см. в параграфе 11-04), то формирование тихоокеанских гор сразу становится понятным.

Представление о фундаменте океана, податливом на всем его протяжении вплоть до поверхности, лежит в самой основе рассуждений Вегенера. Хотя последующие защитники некоторых разновидностей континентального дрейфа, пытаясь предложить какое-то объяснение, несколько отступали от Вегенера, мне кажется, что их идеи относятся в сущности к той же теории. Однако это несовместимо с наличием океанических впадин, и трудно понять, каким образом вообще могли формироваться горы, если континенты не наталкивались со всех сторон на жесткую преграду.

Конвекционные теории представляются более удовлетворительными, чем теория Вегенера, поскольку они связаны с большими напряжениями. Их часто выдвигали для объяснения континентального дрейфа, возможно, потому, что в основе этих теорий также лежит идея о конечной вязкости. Однако под действием системы конвекционных потоков плавающие массы должны смещаться в сторону тех участков, где потоки погружаются.

Вполне возможно, что при подходящих условиях напряжения окажутся достаточными для образования в коре разрывов, в результате которых один блок может наползть на край другого, вызывая надвиги или складкообразование. Но малоправдоподобно, чтобы описанный механизм мог объяснить цикличность горообразования или континентальный дрейф. Процесс нагромождения блоков должен прекратиться, когда гравитационные силы, стремящиеся к выравниванию мощности коры, вновь сравняются со сдвиговыми силами, обусловленными конвекционными потоками, и на этом – в среде с постоянным составом – дело и кончится. Локальные утолщения земной коры могут вызвать нагревание на протяжении геологического периода и, вероятно, повторное плавление вещества, но все это, по-видимому, приведет лишь к возобновлению миграции радиоактивных веществ вверх и новому устойчивому состоянию.

Указывалось, что если данные палеонтологии и метеорологии подтверждают существование континентального дрейфа, то данные геофизики о его невозможности не заслуживают рассмотрения. (Так как все еще существует тенденция считать данное разногласие разногласием между геологией и геофизикой, то стоит отметить, что главные из приведенных здесь доводов были

даны геологами – Баррелом и М. Дэвисом.) Согласившись с посылкой, я мог бы принять и вывод, хотя и в этом случае нужно отметить тот примечательный факт, что за 30 лет защитники континентального дрейфа не выдвинули ни одного объяснения, которое допускало бы проверку. Но я должен в целом отвергнуть весь подход, при котором какой-либо род научных данных считается до такой степени убедительным, что отбрасываются любые противоречащие данные.

Если данные противоречивы, то научный подход состоит в отыскании новой идеи, которая могла бы их примирить. Вопрос состоит в том, следует ли искать такую идею в палеонтологии, метеорологии или в механике самой Земли. По-моему, менее всего вероятно отыскать ее в последней области, ибо она самая легкая из трех. Тот простой факт, что в этой области пользуются математическими методами, – весьма обычен.

Однако математика есть средство проверки соответствия той или иной гипотезы определенному ряду фактов. Такое мое отношение к рассматриваемому вопросу основано на опыте нескольких публичных дискуссий. Всегда оказывалось, что когда одни выдающиеся палеонтологи приводили данные в пользу континентального дрейфа, то сейчас же другие не менее выдающиеся палеонтологи указывали на факты, объяснить которые при этом было более трудно.

Во втором издании этой книги я в предварительном порядке предположил, что миграция биологических видов нередко могла происходить вообще без связи по суше: например, с помощью спор, семян или яиц, плывущих вместе с океаническими течениями на остатках растений. Некоторые критики объявили это невозможным (что является чистым воспроизведением – в обратном виде – довода, упомянутого мною выше). Меня в этом мнении поддержало тщательно проведенное Г. Симпсоном [578] исследование данных о существовании в прошлом связей по суше между современными континентами, а также аргументы Ф. Лекка [526].

Гипотеза о том, что миграция сухопутных биологических видов может происходить лишь при наличии связей по суше, по-видимому, приводит к многочисленным противоречиям. Конечно, миграция через море должна быть редкостью; но так как для объяснения явления не требуется, чтобы оно случалось более нескольких раз, то его редкость не является возражением. В действительности, как доказывал Лекк, при наличии связей по суше сходство между фауной должно было бы быть больше, чем это фактически наблюдается. Он ставил задачу объяснить, почему из

всех птиц американского континента лишь несколько родственных видов певчих птиц представлены на Галапагосских островах.

Трудности, связанные с длинными путями миграции через океан, во многих случаях можно уменьшить, допустив, что миграция происходила вдоль островных цепей.

Данные метеорологии частично относятся к предыдущим оледенениям, из которых наиболее известно пермо-карбовое. Они частично подтверждаются палеонтологическими сведениями: ряд ископаемых растений обнаружен на широтах, весьма удаленных от тех широт, которые, по-видимому, подходят для их обычного произрастания. Готовность положиться на доводы метеорологии опирается, как мне кажется, на распространенное мнение о том, что метеорология – наука простая; каждый, например, знает, когда идет дождь. Но каждый (во всяком случае, в Англии) видит и то, как плохо обстоит дело с прогнозами погоды, если только он их читает. Этот факт говорит о подлинной сложности метеорологии; даже специалисты могут грубо ошибиться, предсказывая погоду за 12 часов или меньший срок.

Турбулентное движение жидкости (даже в простейшей форме) сопоставимо по сложности (за исключением нескольких эмпирических правил) с ядерной физикой. В атмосфере мы сталкиваемся со всеми задачами турбулентности, осложненными существенным влиянием вращения и близостью почти сферической границы. Несмотря на достигнутые успехи, пока разработано лишь самое грубое объяснение общей циркуляции атмосферы, а задача предсказания пути циклона в умеренных широтах представляет видоизменение (с дополнительными осложнениями) задачи о предсказании движения отдельного завихрения в турбулентном ветровом потоке. Во втором издании книги (в приложении С) я указывал, какие выводы можно извлечь из объяснений изменения климата на основе принятых методов. Я не вижу, чтобы из сказанного тогда следовало много изменить, но я смотрю с меньшей надеждой на достоверность этих объяснений и склонен думать, что мы скорее узнаем что-то о метеорологии, изучая древние климаты, чем наоборот.

Самым популярным доводом в пользу континентального дрейфа является, вероятно, ссылка на соответствие берегового выступа Южной Америки береговому углублению Африки. Но стоит лишь проверить это на глобусе – и видишь, что фактически имеется несоответствие в 15°. Линии побережья, расходящиеся от вершины угла (выступа и углубления), невозможно совместить без расхождений во много сот километров или не предполагая деформации. Ширина шельфовой зоны океана не позво-

ляет принять гипотезу, что форма побережья была сильно изменена эрозией или осадконакоплением. Если же форма изменена складчатостью, то должны были бы существовать вытянутые в направлении вершины угла большие горные хребты, у которых высота или ширина (или и то и другое) возрастали бы при удалении от вершины; однако этого ничего нет.

Аналогичные несоответствия установлены при сопоставлении Северной Америки с Европой [527]. Вопрос о затоплении Северо-Атлантического континента устраняется гипотезой о примыкании Северной Америки к Европе. Восхитительна окончательная картина – два континента формируются из осадков друг друга. К ряду новых несоответствий приводит петрологическое сопоставление районов, о которых говорится, что они примыкали друг к другу [594]. Нужно сказать, что большинство современных сторонников континентального дрейфа признают реконструкцию Вегенера в большей или меньшей степени неудовлетворительной. Тем не менее они продолжают публиковать его карты, на которых очень мало (или совсем нет) признаков переделки.

Накопленные за последние годы данные о намагниченности пород используются для подтверждения гипотез о блуждании полюса и дрейфе континентов. Установлено, что во многих местах образцы пород намагничены в направлении, отличном от современного направления магнитного поля. Отсюда был сделан вывод, что направление магнитного поля Земли изменилось относительно ее поверхности. В течение некоторого времени данные о породах одного и того же геологического возраста согласовывались с идеей о сдвиге магнитной оси, и, поскольку предполагалось, что магнитная ось всегда была близка к оси вращения, эти данные считались доказательством смещения оси вращения относительно поверхности Земли. Исследование предполагаемых причин такого смещения не имело успеха, но механические доводы против блужданий полюса оказались не столь убедительны, как против дрейфа континентов.

Однако в недавней работе Блеккета показано, что в Индии и Австралии породы намагничены в направлении, которое сильно отличается от направления магнитного поля по измерениям в северных странах. Блеккет считает этот факт подтверждением реальности дрейфа континентов. Однако данные о неравномерном рельефе океанического дна ныне более убедительны, и я продолжаю считать, что вязкое вещество разгладилось бы под действием силы тяжести, хотя многие лауреаты Нобелевской премии по физике уверяют меня в обратном.

Когда я в последний раз занимался магнитными наблюдениями (около 1909 г.), нас предупреждали о недопустимости беспечного обращения с постоянными магнитами, но их намагниченность изменялась даже тогда, когда мы не проявляли особой беспечности. Для изучения магнитных свойств образца породы его надо отбить от массива геологическим молотком, а затем доставить в лабораторию. Предполагается, что при этом магнитные свойства образцов существенно не изменятся, и я часто спрашивал, как это может быть, но ни разу не получал убедительного ответа. В самом деле, современный этап исследований начался с провозглашения, что многие древние породы намагничены в направлении, противоположном современному магнитному полю. Однако дальнейшие работы, по-видимому, показали, что в смежные геологические эпохи магнитное поле было, вероятно, ориентировано в направлениях, близких к взаимно противоположным. Затем подобные повороты магнитного поля были оставлены без внимания, и обычно предполагалось, что главное магнитное поле Земли подвержено внезапным поворотам без промежуточных стадий. Причина такого поворота магнитного поля, если считать его истинным, остается неизвестной.

Интересное предположение выдвинул Дж. Грэхем [493]. Известно, что под действием негидростатического сжатия твердое тело может намагнититься; это явление называется магнито-стрикцией. В общем такое намагничивание непостоянно и исчезает после снятия напряжений. Грэхем предположил, что дело может обстоять иначе, когда разность напряжений поддерживается длительное время. В таком случае можно было бы объяснить (не прибегая к гипотезам о блуждании полюса или дрейфе континентов), почему на обширных площадях породы намагничены почти в одинаковом направлении, отличающемся от направления главного поля. Грэхем приводит примеры, которые, по-видимому, трудно объяснить с помощью названных выше гипотез. Отбросив выводы, следующие из затухания вариаций широты, мы ничем не помогли бы делу. Немыслимо считать затухание более быстрым. А будь оно медленнее, все указанные выше трудности оказались бы еще серьезнее» [1, с. 445–453].

## **Вместо заключения**

### **К столетию сэра Гарольда Джеффриса**

Мы знаем сэра Гарольда Джеффриса как классика современной науки, который внес громадный вклад в науки о Земле и Солнечной системе. Он обогатил их чрезвычайно, но более того, он расширил их основания настолько, что трудно представить эти науки без его теорий. Его научная деятельность, широкий диапазон его научных интересов и его личность сделали его имя легендарным еще при его жизни.

В моей научной деятельности я была тесно связана с фундаментальной работой сэра Гарольда в сейсмологии. И я счастлива, что имела возможность посещать его в его доме в Кембридже, где чувствовала неизменное гостеприимство сэра Гарольда и леди Джеффрис, встречаться с ним в Москве и на многих научных собраниях в разных странах. На каждое собрание сэр Гарольд приносил множество новых научных идей и всегда инициировал интересные дискуссии, притягивающие множество ученых.

Я считала сэра Гарольда Джеффриса своим учителем, который всегда поражал меня своей широчайшей научной эрудицией и даром научного предвидения.

Мы, сейсмологи, никогда не переставали восхищаться сделанным сэром Гарольдом расчетом Таблиц времен пробега сейсмических волн задолго до того, как первые компьютеры вошли в практику. Таблицы времен пробега Джеффриса–Буллена, впервые опубликованные в 1940 г., все еще используются в международной сейсмологической практике.

Сэр Гарольд придавал большое значение международному сотрудничеству и принимал активное участие в Генеральных Ассамблеях Международного союза геодезии и геофизики. Он был президентом Международной Ассоциации сейсмологии и физики земных недр в 1957–1960 гг. Мне бы хотелось подчеркнуть его огромную роль в развитии «Международного сейсмологического сводного бюллетеня», который зародился в Британии. Он отдавал много энергии работе в соответствующих комиссиях Международной Ассоциации сейсмологии и физики земных недр, будучи их постоянным главой, когда сотрудничал в этих комиссиях с

такими видными учеными, как К. Буллен, И. Леманн, Р. Стоунли и другими. Я была свидетелем огромного научного влияния сэра Гарольда, его непререкаемого авторитета.

Сейчас, в столетие со дня его рождения, можно быть спокойным, зная, что работа, начатая Джоном Милном и Х. Тёрнером и развитая сэром Гарольдом Джеффрисом, теперь продолжается в Международном сейсмологическом центре (г. Фэтчем) с директором А. Хагесом, сыном Дж.С. Хагеса, работавшего с сэром Гарольдом на протяжении многих лет. Текущие публикации Международного сейсмологического центра аккумулируют данные более чем 1500 сейсмических обсерваторий со всего мира, являются основными и наиболее полными сейсмическими сводками о землетрясениях в мире.

Полная отдача научной работе, умственная молодость и живость, удивительная активность – эти особенности характеризуют личность сэра Гарольда. Они гармонировали (сопутствовали) с естественной манерой поведения и глубочайшей внутренней духовной культурой.

Он обладал великим даром – способностью удивляться, которая характерна для детей и лишь для немногих взрослых. Вероятно, поэтому он любил такие книги, как Льюиса Кэрролла «Алиса в стране чудес» и «Алиса в зазеркалье», из которых он обычно брал эпиграфы для многих глав в своих монографиях. Он рассказывал о соотношении мира Кэрролла с реальным миром современной физики. Он видел цель естествоиспытателя только в поиске модели, с помощью которой он мог постигать реальный мир. Хотя модель могла скрывать сюрпризы, более замечательные, чем те, что встречались маленькой Алисе.

Интересы сэра Гарольда выходили за пределы естественных наук. Он интересовался математикой, астрономией, психологией, ботаникой.

Мне бы хотелось подчеркнуть также многосторонность его личности. Хотя имеется много историй о его некоммуникабельности, я с трудом верю в них.

У меня много прекрасных воспоминаний о гостеприимстве сэра Гарольда. Благодаря нему я познакомилась со многими интересными людьми в Кембридже. Я была приятно поражена его неформальной дружеской беседой на приеме в профессорской столовой Сент-Джон колледжа. Он старался показать мне Кембридж и его окрестности настолько, насколько это было возможно. Мы посетили кафедральный собор в Или и много других интересных мест. Он восхищался, видя любые проявления жизни. Я помню, что, когда мы гуляли вместе, он обычно срывал про-

стой полевой цветок и много мне рассказывал о нем или молча любовался им. Он мог много рассказывать о птицах, живущих в его саду, с большой любовью и нежностью. Он приготавливал корм для них, учитывая их привычки и вкусы. Было такое удовольствие разгадывать с ним вместе кроссворды в гостиной. Я помню очень теплую атмосферу этих встреч, полную юмора и веселья. Было невозможно стараться догнать его при езде на велосипеде.

Говоря о сэре Гарольде, я не могу не подчеркнуть очень большую роль, которую сыграла в его жизни его жена и друг леди Джеффрис, его соавтор в фундаментальной книге «Методы математической физики», которой пользуются во всем мире. Значение шеститомного «Собрания статей по геофизике и другим наукам» сэра Гарольда Джеффриса вряд ли возможно переоценить. Леди Джеффрис сотрудничала в редактировании его сочинений с 3-го по 6-й том. Мне бы хотелось выразить свое восхищение этой очень гармоничной и сердечной женщиной, обладающей даром привлекать интересных людей, создающей атмосферу теплоты и дружелюбия.

Вспоминая сэра Гарольда Джеффриса, мы можем сказать, что он оставил нам великое наследие своей созидательной работой, которое продолжает интересовать исследователей. Дальнейший прогресс науки проявляет, как можно видеть, глубину и значимость его идей для поисков путей решения новых проблем.

Я буду всегда помнить моего великого учителя, пример неистощимой энергии, которая давала силу в научных исследованиях и в преодолении трудностей, встречающихся в жизни.

*Н.В. Кондорская*

главный научный сотрудник Института физики Земли  
им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук,  
член-корреспондент Российской академии  
естественных наук,  
член Нью-Йоркской академии наук,  
доктор физико-математических наук, профессор

## Основные даты жизни и деятельности

- 1891, 22 апреля – родился в Фэтфилде, графство Дарем.  
1896 – начало обучения в начальной школе в Фэтфилде.  
1905 – получение школьной стипендии от графства Дарем и начало обучения в Резерфордском колледже в Ньюкасле.  
1907 – окончание школы и поступление в Армстронг колледж, ныне университет Ньюкасла.  
1910, декабрь – поступление в Сент-Джон колледж Кембриджского университета.  
1912 – удостоен колледжем премии Адамса за эссе о прецессии и нутации.  
1913 – получил звание «Вранглера».  
1914–1917 – стипендиат стипендии им. Исаака Ньютона.  
1914 – избрание членом Сент-Джон колледжа.  
1915 – присуждение Смитсоновской премии Кембриджского университета.  
1915 – избрание членом Королевского астрономического общества.  
1917 – присуждена ученая степень доктора наук Даремского университета.  
1917 – начало работы в Метеорологическом ведомстве по военной тематике.  
1922 – лектор колледжа в Сент-Джон колледже Кембриджского университета.  
1925 – избрание членом Лондонского Королевского общества.  
1926 – лектор университета в Сент-Джон колледже Кембриджского университета.  
1927 – премия Адамса за эссе «Строение Земли».  
1929 – Премия Бачэна Королевского метеорологического общества.  
1931 – Ридер по геофизике Кембриджского университета.  
1937 – Золотая медаль Королевского астрономического общества.  
1940 – публикация Сейсмологических таблиц Джеффриса–Буллена.  
1940, 6 сентября – женитьба на Берте Свирлс.  
1941 – медаль Виктории Королевского географического общества.  
1946 – избрание на должность Плюмианского профессора астрономии и экспериментальной философии Кембриджского университета.  
1946–1957 – почетный директор Международных сейсмологических сообщений.  
1948 – Королевская медаль Королевского общества.  
1952 – медаль Бовье Американского геофизического союза.  
1953 – возведение в Рыцарское достоинство.  
1953 – почетный доктор наук Ливерпульского университета.  
1955–1957 – президент Королевского астрономического общества.

- 1956 – почетный доктор наук Тринити-колледжа Дублинского университета.
- 1957–1960 – президент Международной ассоциации сейсмологии и физики земных недр.
- 1958 – выход в отставку.
- 1960 – почетный доктор наук Даремского университета.
- 1960 – медаль Копли Королевского общества.
- 1963, 25 октября – учреждение джеффрисовских лекций Королевского астрономического общества, выступление сэра Гарольда с первой джеффрисовской лекцией.
- 1963 – награждение Гюй медалью Королевского статистического общества.
- 1964 – награждение медалью Волластона Геологического общества.
- 1967 – почетный доктор наук Южного Методистского университета, Даллас, США.
- 1977 – почетный доктор наук Упсальского университета, Швеция.
- 1979 – медаль Сейсмологического общества Америки.
- 1989, 18 марта – скончался в Кембридже.

## **Литература**

### **Монографии**

1. The Earth, its origin, history and physical constitution. Cambridge: Univ. press, 1924, 1929, 1952, 1959, 1962. Repr. with add., 1970, 1976: Рус. пер. изд. 1959 г.: Земля, ее происхождение, история и строение. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
2. Operational methods in mathematical physics. Cambridge: Univ. press, 1927, 1931.
3. Scientific interference. Cambridge: Univ. press, 1931, 1937, 1957, 1973.
4. Cartesian tensors. Cambridge: Univ. press, 1931 [and many reprints up to 1987].
5. Earthquakes and mountains. L.: Methuen, 1935, 1950.
6. Theory of probability. Oxford: Clarendon press, 1939, 1948, 1961, 1967 (paperback) 1983.
7. [With K.E. Bullen]. Seismological tables. Edinburgh: Neil, 1940, 1958, 1967, 1970; Cambridge: British Association Seismological Investigation Committee, 1988.
8. [With B.S. Jeffreys]. Methods of mathematical physics. Cambridge: Univ. press, 1946, 1956, 1962, 1966 (paperback), 1972, 1980: Рус. пер. изд. 1966 г.: Методы математической физики: В 3 т. М.: Мир, 1969–1970.
- 9 Asymptotic approximations. Oxford: Clarendon press, 1962, 1968.
10. Additional notes in (Vaughan Cornish) ocean waves and kindred geophysical phenomena. Cambridge: Univ. press, 1934. xv, 164 p.
11. Collected papers. L.; N.Y.; P.: Gordon and Breach. Vol. 1–2 / Ed. H. Jeffreys. 1971, 1973; vols. 3–6 // Ed. H. and B. Jeffreys). 1974, 1975, 1976, 1977.

### **Статьи**

#### **1910**

12. On keeping sodium sulphite in solution // Brit. J. of Photography. Vol. 57. P. 320–321.

#### **1911**

13. The sulphide toning of P.O.P. // Ibid. Vol. 58. P. 759–760, 775–777.

#### **1915**

14. The effect of a resisting medium on Lagrange's three particles // MNRAS. Vol. 75. P. 577–583.

15. The viscosity of the Earth // *Ibid.* Vol. 75. P. 648–658.
16. Certain hypotheses as to the internal structures of the Earth and Moon // *RAS Memoirs*. Vol. 60. P. 187–217.
17. The viscosity of the Earth. Second Paper // *MNRAS*. Vol. 76. P. 84–86.
18. The figure of the Earth: a reply to Mr Hinks // *Ibid.* Vol. 76. P. 86–89.

## 1916

19. Causes contributory to the annual variation of latitude // *Ibid.* Vol. 76. P. 499–525.
20. On certain possible distributions of meteoric bodies in the Solar System // *Ibid.* Vol. 77. P. 84–112.
21. The secular perturbations of the four inner planets // *Ibid.* Vol. 77. P. 112–118.
22. The compression of the Earth's crust in cooling // *Phil. Mag.* Ser. 6. Vol. 32. P. 575–591.
23. On the vegetation of four Durham coal-measure fells. I, II // *J. Ecol.* Vol. 4. P. 174–195.

## 1917

24. Two applications of Jacobi's integral // *MNRAS*. Vol. 77. P. 447–448.
25. The viscosity of the Earth. Third Paper // *Ibid.* Vol. 77. P. 449–456.
26. The resonance theory of the origin of the Moon // *Ibid.* Vol. 78. P. 116–131.
27. On periodic convection currents in the atmosphere // *Phil. Mag.* Ser. 6. Vol. 34. P. 112–128.
28. On periodic convection currents in the atmosphere. Second Paper // *Ibid.* Vol. 34. P. 449–458.
29. On the vegetation of four Durham coal-measure fells. III, IV // *J. Ecol.* Vol. 5. P. 129–154.
30. Theories regarding the origin of the Solar System // *Sci. Progress*. Vol. 45, July. P. 52–62.

## 1918

31. The compressibility of Dwarf stars and planets // *MNRAS*. Vol. 78. P. 183–184.
32. On the early history of the Solar System // *Ibid.* Vol. 78. P. 424–441.
33. Some problems of evaporation // *Phil. Mag.* Ser. 6. Vol. 35. P. 270–280.
34. On transpiration from Leaf Stomata // *Ibid.* Vol. 35. P. 431–434.
35. Some problems of denudation // *Ibid.* Vol. 36. P. 179–190.
36. The secular perturbations of the inner planets (note on a theory of Dr L. Silberstein) // *Ibid.* P. 203–205.
37. The early history of the Solar System // *Nature*. Vol. 101. P. 447–448.
38. The causes of mountain building // *Geol. Mag.* P. 215–219.
39. On the rarity of certain heath plants in Breckland // *J. Ecol.* Vol. 6. P. 226–229.

## 1919

40. On traveling atmospheric disturbances // *Phil. Mag.* Ser. 6. Vol. 37. P. 1–8.
41. On the derivation of the Lorenz–Einstein transformation // *Ibid.* Vol. 38. P. 349–351.

42. On certain aspects of the theory of probability. With D.M. Wrinch // *Ibid.* P. 715–731.
43. On the relation between wind and distribution of pressure // *PRSA.* Vol. 96. P. 233–249.
44. On the crucial tests of Einstein's theory of gravitation // *MNRAS.* Vol. 80. P. 138–154.

## 1920

45. The chief cause of the Lunar secular acceleration // *Ibid.* Vol. 80. P. 309–317.
46. Tidal friction in shallow seas // *Phil. Trans. A., R.S.* Vol. 221. P. 239–264.
47. On turbulence in the ocean // *Phil. Mag. Ser. 6.* Vol. 39. P. 578–586.
48. Gravitation shift of spectral lines // *Nature.* Vol. 105. P. 37–38.
49. The energy of cyclones // *Ibid.* Vol. 106. P. 437.

## 1921

50. On certain geological effects of the cooling of the Earth // *PRSA.* Vol. 100. P. 122–149.
51. On certain fundamental principles of scientific inquiry. With D.M. Wrinch // *Phil. Mag. Ser. 6.* Vol. 42. P. 369–390.
52. Contribution to the number of February 17 devoted to articles on relativity by Einstein and others. With D.M. Wrinch // *Nature.* Vol. 106. P. 806–809.
53. The concept of space in physics // *Ibid.* Vol. 107. P. 806–809.
54. The physical status of space // *Ibid.*
55. Uniform motion in the aether // *Ibid.*
56. The oppau explosion // *Ibid.* Vol. 108. P. 278–279.
57. The age of the Earth // *Ibid.* P. 284.
58. Artificial production of rain // *Ibid.* P. 313.
59. Relativity and materialism // *Ibid.*
60. Secular perturbation of the inner planets // *Science.* Vol. 54. P. 248.

## 1922

61. On the dynamics of wind // *Q.J.R. Met. Soc.,* Vol. 48. P. 29–47.
62. A treatise on probability. (Review of Keynes's book) // *Nature.* Vol. 109. P. 132–133.
63. The variable depth of earthquake foci. With D.M. Wrinch // *Ibid.* Vol. 110.

## 1923

64. On the seismic waves from the oppau explosion of 1921 Sept. 21. With D.M. Wrinch // *MNGSN.* N 1. P. 15–22.
65. The Pamir earthquake of 1911 Febr. 18, in relation to the depths of earthquake foci // *Ibid.* P. 22–31.
66. The constitution of the four outer planets // *MNRAS.* Vol. 83. P. 350–354.
67. On Jeans's theory of the origin of spiral nebulae // *Ibid.* 83, P. 449–453.
68. On certain fundamental principles of scientific enquiry. With D.M. Wrinch // *Phil. Mag. Ser. 6.* Vol. 45. P. 368–374.

69. The theory of mensuration. With D.M. Wrinch // Phil. Mag. Ser. 6. Vol. 46. P. 1–22.
70. Effect of steady wind on the sea level near a straight shore // Ibid. P. 114–125.
71. Physics, the elements: (Review of N.R. Campbell's book) // Ibid. P. 1021–1025.
72. Hypotheses of continental drift // Nature. Vol. 111. P. 495.
73. Tidal dissipation of energy // Ibid. Vol. 112. P. 622.

## 1924

74. Study of explosions // Ibid. Vol. 114. P. 123.
75. On the radau transformation in the theory of the figure of the Earth // MNGS. N 1. P. 121–124.
76. Note on the bodily tide in a fluid Earth // Ibid. P. 157–160.
77. On the possible rate of increase of mass of the Sun // MNRAS. Vol. 84. P. 533–534.
78. On the internal constitution of Jupiter and Saturn // Ibid. P. 534–538.
79. The cause of cyclones // Q. J. R. Met. Soc. Vol. 50. P. 61–67.
80. On water waves near the shore // Phil. Mag. Ser. 6. Vol. 48. P. 44–48.
81. The rare gases of the atmosphere // Nature. Vol. 114. P. 934.
82. On certain approximate solutions of linear differential equations of the second order // Proc. Lond. Math. Soc. Ser. 2. Vol. 23. P. 428–436.
83. On certain solutions of Mathieu's equation // Ibid. P. 437–481.
84. On the modified Mathieu's equation // Ibid. P. 449–454.
85. The free oscillations of water in an elliptical lake // Ibid. P. 455–476.

## 1925

86. On the dynamical theory of the Tides // MNGS. N 1. P. 244–246.
87. On the surface waves of earthquakes // Ibid. P. 282–292.
88. The origin of the Solar System, in relation to professor Eddington's theory of stellar luminosity // MNRAS. Vol. 85. P. 413–416.
89. On fluid motions produced by differences of temperature and humidity // Q. J. R. Met. Soc. Vol. 51. P. 347–356.
90. The flow of water in an inclined channel of rectangular section // Phil. Mag. Ser. 6. Vol. 49. P. 793–807.
91. On the formation of water waves by wind. I // PRSA. Vol. 107. P. 189–206.
92. On the circulation theory of aeroplane lift. // Phil. Mag. Ser. 6. Vol. 50. P. 815–819.
93. Origin of the Solar System: A reply to «T.C.C.» // Amer. J. Sci. Vol. 9. P. 395–405.

## 1926

94. The reflexion and refraction of elastic waves // MNGS. N 1. P. 321–334.
95. On the amplitudes of bodily seismic waves // Ibid. P. 334–348.
96. The rigidity of the Earth's central core // Ibid. P. 371–383.
97. On compressional waves in two superposed layers // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 23. P. 472–481.
98. On near earthquakes // MNGS. N 1. P. 385–402.

99. On the nature of isostasy // GBG. Bd. 15. S. 167–188.
100. The viscosity of the Earth. Fourth paper // MNGS. N 1. P. 412–424.
101. On Professor Joly's theory of Earth history // Phil. Mag. Ser. 7. Vol. 1. P. 923–31.
102. The Earth's thermal history and some related problems // Geol. Mag. Vol. 63. P. 516–525.
103. The stability of a layer of fluid heated below // Phil. Mag. Ser. 7. Vol. 2. P. 833–844.
104. On the dynamics of geostrophic winds // Q. J. R. Met. Soc. Vol. 52. P. 85–104.
105. On the formation of water waves by wind. II // PRSA. Vol. 110. P. 241–247.
106. On the relation to physics of the notion of convergence of series // Phil. Mag. Ser. 7. Vol. 2. P. 241–244.
107. The structure of the continents // Nature. Vol. 118. P. 443.

## 1927

108. Wave propagation in strings with continuous and concentrated loads // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 23. P. 768–778.
109. On two British earthquakes // MNGS. N 1. P. 483–494.
110. The Earth's thermal history // Geol. Mag. Vol. 64. P. 444–446.
111. On the Earth's thermal history and some related geological phenomena // GBG. Bd. 18. S. 1–29.
112. Atmospheric circulation // Nature. Vol. 119. P. 194.
113. Numerical solution of algebraic equations // Ibid. P. 565.
114. On the near earthquakes: a reply to prof. S. Mohorovičić // GBG. Bd. 17. S. 417–427.
115. Cyclones and the general circulation // Q. J. R. Met. Soc. Vol. 53. P. 401–406.

## 1928

116. On the structure of liquids and vitreous solids // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 24. P. 19–31.
117. The effect on Love waves of heterogeneity in the lower layer // MNGS. N 2. P. 101–111.
118. The times of transmission and focal depths of large earthquakes // Ibid. N 1. P. 500–521.
119. Professor Joly and the Earth's thermal history // Phil. Mag. Ser. 7. Vol. 5. P. 208–214.
120. Some cases of instability in fluid motion // PRSA. Vol. 118. P. 195–208.
121. The more rapid longitudinal seiches of a narrow lake // MNGS. N 1. P. 495–500.
122. Possible tidal effects on accurate time keeping // Ibid. N 2. P. 56–58.
123. The equations of viscous motion and the circulation theorem // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 24. P. 477–479.
124. On aerofoils of small thickness // PRSA. Vol. 121. P. 22–28.
125. The thermal state of the Earth's crust // Nature. Vol. 121. P. 13–14.
126. Validity of modern physics: (Review of Bridgman's book) // Ibid. P. 86–87.
127. The instability of a single Vortex row // Ibid. Vol. 122. P. 206.

## 1929

- 128. Collision and the origin of rotation in the Solar System // MNRAS. Vol. 89. P. 636–641.
- 129. The early history of the Solar System on the collision theory // Ibid. P. 731–738.
- 130. The average life period of an atom // Nature. Vol. 123. P. 87.
- 131. On the transverse circulation in streams // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 25. P. 20–25.
- 132. On the transport of sediments by streams // Ibid. P. 272–276.
- 133. The planetesimal hypothesis // Observatory. Vol. 52. P. 173–177.

## 1930

- 134. The thermodynamics of an elastic solid // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 26. P. 101–106.
- 135. The resonance theory of the origin of the Moon. Second Paper // MNRAS. Vol. 91. P. 169–173.
- 136. On the quantity of oceanic NaCl // GBG. Bd. 26. S. 58–60.
- 137. The instability of a compressible fluid heated below // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 26. P. 170–172.
- 138. Convection in stars // MNRAS. Vol. 91. P. 121–122.
- 139. The draining of a vertical plate // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 26. P. 204–205.
- 140. ‘Digging’ in rowing // Nature. Vol. 125. P. 928.
- 141. The wake in fluid flow past a solid // PRSA. Vol. 128. P. 376–393.
- 142. Bromwich’s work on operational methods // J. Lond. Math. Soc. Vol. 5. P. 220–223.

## 1931

- 143. Damping in bodily seismic waves // MNGS. N 2. P. 318–323.
- 144. The formation of Love waves (Querwellen) in a two-layer crust // GBG. Bd. 30. S. 336–350.
- 145. The revision of seismological tables // MNGS. N 2. P. 329–348.
- 146. The times of P and S at short epicentral distances // Ibid. P. 399–407.
- 147. On the cause of oscillatory movement in seismograms // Ibid. P. 407–416.
- 148. An application of the free-air reduction of gravity // GBG. Bd. 31. S. 378–386.
- 149. The thermal effect of blanketing by sediments // MNGS. N 2. P. 323–329.
- 150. On the mechanics of mountains // Geol. Mag. Vol. 68. P. 435–442.
- 151. Stellar structure // Nature. Vol. 127. P. 162.
- 152. The Earth’s thermal history // Ibid. P. 777–778.
- 153. Turbulence in a river // Ibid. Vol. 128. P. 1078.

## 1932

- 154. An alternative to the rejection of observations // PRSA. Vol. 137. P. 78–87.
- 155. On the theory of errors and least squares // Ibid. Vol. 138. P. 48–55.
- 156. On plasticity and creep in solids // Ibid. P. 283–297.
- 157. A smoothing device applied to the new seismological tables. With Dr. L.J. Comrie // MNGS. N 3. P. 10–13.

158. On the figure of the Earth // GBG. Bd. 36. P. 206–211.
159. The figure of the Earth: Remarks on professor Hopfner's paper // Ibid. S. 374–377.
160. On the stresses in the Earth's crust required to support surface inequalities // MNGS. N 3. P. 30–41.
161. On the stresses in the Earth's crust required to support surface inequalities. Second paper // Ibid. P. 60–69.
162. On the variation of melting-point within the Earth // Ibid. P. 6–9.
163. The deformation of the Earth due to unsymmetrical cooling // Ibid. P. 53–59.
164. Elastic instability and geology // Geol. Mag. Vol. 69. P. 321–324.
165. On the origin of the Solar System // MNRAS. Vol. 92. P. 887–891.
166. Scree slopes // Geol. Mag. Vol. 69. P. 383–384.
167. Tables of the times of transmission of the P and S waves of earthquakes. L.: BAGMT.

### 1933

168. A rediscussion of some near earthquakes // MNGS. N 3. P. 131–156.
169. Insolation and denudation // Amer. J. Sci. Vol. 26. P. 607–608.
170. Quantity of meteoric accretion // Nature. Vol. 132. P. 934.
171. Probability, statistics and the theory of errors // PRSA. Vol. 140. P. 523–535.
172. On the prior probability in the theory of sampling // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 29. P. 83–87.
173. On Gauss's proof of the normal law of errors // Ibid. P. 231–234.
174. Corrections to the times of the P wave in earthquakes. With K.E. Bullen // Nature. Vol. 131. P. 97.
175. Vorschlag einer neuen Nomenklatur für Nahbebendiagramme // GBG. Bd. 40. S. 96–109.

### 1934

176. The seismology of the Pacific // Proc. Fifth Pacif. Sci. Congr., Canada, 1933. Vol. 3. P. 2523–2526.
177. Probability and scientific method // PRSA. Vol. 146. P. 9–16.
178. On smoothing and differentiation of tables // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 30. P. 134–138.
179. Upward curvature in seismic time curves // MNGS. N 3. P. 201–202.
180. On errors due to variation of drum-rate // Ibid. P. 213–222.
181. State of the Earth's central core // Nature. Vol. 134. P. 324–325.
182. The constitution of the inner planets // MNRAS. Vol. 94. P. 823–824.
183. Crustal Temperatures // Mining Mag. Vol. 50. P. 344–346.
184. The philosophy of Sir James Jeans // Nature. Vol. 134. P. 499.
185. Note on Mr. G.F.S. Hills's paper «The granitic and basaltic areas of the Earth's surface» // Geol. Mag. Vol. 71. P. 275–280.

### 1935

186. On the relation between fusion and Strength // Phil. Mag. Ser. 7. Vol. 19. P. 840–846.

187. Time and amplitude relations in seismology // Proc. Phys. Soc. Vol. 47. P. 455–458.
188. The surface waves of earthquakes // MNGS. N 3. P. 253–261.
189. On the ellipticity correction in seismology // Ibid. P. 271–274.
190. Times of transmission of earthquake waves. With K.E. Bullen // Bur. Centr. Séism. Trav. Sci. Vol. 11. P. 3–96, 1–106 (separate paging).
191. Some deep-focus earthquakes // MNGS. N 3. P. 310–343.
192. Philosophy and modern science // Nature. P. 911.
193. Philosophy and modern science // Ibid. P. 106.
194. Philosophy and modern science // Ibid. P. 261.
195. Some tests of significance treated by the theory of probability // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 31. P. 203–222.
196. The function of cyclones in the general circulation // Proc. Verb. Assoc. Mét. UGGI (Lisbon, 1933). Lisbon. Pt. 2. P. 219–230.

### 1936

197. On travel times in seismology // Bur. Centr. Séism. Trav. Sci. Vol. 14. P. 3–86.
198. Geophysics and the Royal Astronomical Society // MNRAS. Vol. 96. P. 384–387; MNGS. N 3. P. 369–372.
199. The structure of the Earth down to the 20° discontinuity // MNGS. N 3. P. 401–422.
200. A comparison of seismological stations // Ibid. P. 423–443.
201. Reliability of seismograph stations // Nature. P. 464.
202. Hypothesis on 20° discontinuity // Observatory. Vol. 59. P. 268.
203. Further significance tests // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 32. P. 416–445.
204. On the figures of the Earth and Moon // MNRAS. Vol. 97. P. 3–15.
205. On the radioactivities of rocks // GBG. Bd. 47. P. 149–171.
206. Note on fracture: (Appendix to Dr. Anderson's paper) // Proc. Roy. Soc. Edinb. Vol. 56. P. 158–163.
207. The oscillations of the atmosphere // PRSA. Vol. 157. P. 535–537.
208. The problem of oceanic structure: Address to the IUGG Edinburgh meeting, 1936. Privately printed. P. 15.
209. A symmetrical interpolation formula, using second divided differences // J. Lond. Math. Soc. Vol. 11. P. 270–272.
210. Asymptotic solutions of linear differential equations // Phil. Mag. Ser. 7. Vol. 21. P. 544–546.
211. On some criticisms of the theory of probability // Ibid. Vol. 22. P. 337–359.
212. Summary of papers by Dr E.M. Anderson «The dynamics of the formation of cone-sheets, ring-dykes and cauldron-subsidences» // Proc. Roy. Soc. Edinb. Vol. 56. P. 156.
213. The unconscious significance of numbers // Int. J. of Psycho. Vol. 17. P. 217–223.

### 1937

214. The structure of the Earth down to the 20° Discontinuity. Second pap. // MNGS. N 4. P. 13–39.
215. On the materials and density of the Earth's crust // Ibid. P. 50–61.

216. The ellipticity correction to the P table // Ibid. P. 165–184.
217. Reliability of Pacific seismological stations // Nature. Vol. 140. P. 237–238.
218. The Italian earthquake of 1930, July 23 // GBG. Bd. 49. S. 393–401.
219. A further study of near earthquakes // MNGS. N 4. P. 196–225.
220. Further corrections to the P, S and SKS tables // Ibid. P. 225–250.
221. On the figures of the Earth and Moon // Ibid. P. 1–13.
222. The density distributions in the inner planets // Ibid. P. 62–71.
223. Note on Mr. Hales's paper «Convection currents in Geysers» // Ibid. P. 132–152.
224. On statistically steady distributions in astronomy // MNRAS. Vol. 98. P. 59–64.
225. On the relation between direct and inverse methods in statistics // PRSA. Vol. 160. P. 325–348.
226. The tests for sampling differences and contingency // Ibid. Vol. 162. P. 479–495.
227. The comparison of series of measures // Proc Camb. Phil. Soc. Vol. 33. P. 35–40.
228. On the smoothing of observed data // Ibid. P. 444–450.
229. Figures of the Earth and Moon // Nature. Vol. 139. P. 471.
230. Modern Aristotelianism: Contribution to discussion // Ibid. P. 1004–1005.
231. Modern geophysics and the Gerlands Beitrage Geophysik // GBG. Bd. 51. S. 1–8.
232. Review of V.H. George «The scientist in action' // B. J. of Med. Psych. Vol. 16. P. 281–284.
233. Table for near earthquake pulses. L.: BAGMT.

## 1938

234. Aftershocks and periodicity in earthquakes // GBG. Bd. 53. S. 111–139.
235. Southern earthquakes and the core waves // MNGS. N 4. P. 281–308.
236. The disturbance of the temperature gradient in the Earth's crust by inequalities of height // Ibid. P. 309–312.
237. The determination of gravity anomalies from deflexions of the vertical // Ibid. P. 313–314.
238. The correction of frequencies for a known standard error observation // MNRAS. Vol. 98. P. 190–194.
239. Note on the state of the outer planets // MNRAS. Vol. 98. P. 214–215.
240. The law of error and the combination of observations // Phil. Trans. A., R. S. Vol. 237. P. 231–271.
241. Maximum likelihood, inverse probability and the method of moments // Annals Eugenics. Vol. 8. P. 146–151.
242. The use of minimum  $\chi^2$  as an approximation to the method of maximum likelihood // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 34. P. 156–157.
243. Significance tests for continuous departures from suggested distributions of chance // PRSA. Vol. 164. P. 307–315.
244. Significance tests when several degrees of freedom arise simultaneously // Ibid. Vol. 165. P. 161–198.
245. The comparison of series of measures on different hypotheses concerning the standard errors // Ibid. Vol. 167. P. 367–384.

246. The posterior probability distributions of the ordinary and intraclass correlation coefficients // *Ibid.* P. 464–483.
247. Science: Logic and philosophy // *Nature*. Vol. 141. P. 672, 716.
248. The nature of mathematics // *Phil. Sci.* Vol. 5. P. 434–451.
249. Table for converting geographic to geocentric angular distances (introduction to table of K.E. Bullen). L.: BAGMT.
250. The geocentric direction cosines of seismological stations (introduction to Table of Dr L.J. Comrie). L.: BAGMT.

### 1939

251. Some Japanese deep-focus earthquakes // *MNGS*. N 4. P. 424–640.
252. Seismological tables // *MNRAS*. Vol. 99. P. 397–408.
253. The times of P, S and SKS, and the velocities of P and S // *MNGS*. N 4. P. 498–533.
254. The times of PcP and ScS // *Ibid.* P. 537–547.
255. The times of the core waves // *Ibid.* P. 548–561.
256. Remarks on the paper of C. Schmerwitz on Central European earthquakes // *ZfG*. Bd. 15. S. 168–175.
257. Deep-focus earthquakes // *Ergebn. Kosm. Phys.* Bd. 4. S. 75–105.
258. Times of transmission for small distances and focal depths // *MNGS*. N 4. P. 571–578.
259. The times of the core waves. Second paper // *Ibid.* P. 594–615.
260. The constant of nutation // *MNRAS*. Vol. 99. P. 206–210.
261. The Minimum  $\chi^2$  approximation // *Proc. Camb. Phil. Soc.* Vol. 35. P. 520.
262. Random and systematic arrangements // *Biometrika*. Vol. 31. P. 1–8.
263. The law of error in the Greenwich variation of latitude observations // *MNRAS*. Vol. 99. P. 703–709.
264. Frequency interpretations in probability // *Nature*. Vol. 143. P. 242.

### 1940

265. On P up to 20° in North America // *BSSA*. Vol. 30. P. 225–234.
266. The variation of latitude // *MNRAS*. Vol. 100. P. 139–155.
267. An analogy between the theories of potential and vibrations // *Phil. Mag.* Ser. 7. Vol. 30. P. 161–167.
268. On the heaviside operational calculus. With D.P. Dalzell // *Proc. Camb. Phil. Soc.* Vol. 36. P. 267–282.
269. Note on the Behrens–Fisher formula // *Annals Eugenics*. Vol. 10. P. 48–51.
270. Review of «On the upheaval of land in Fenno-Scandia» by E. Niskanen // *Geogr. J.* Vol. 95. P. 384–385.
271. Seismological tables. With K.E. Bullen. L.: BAGMT.

### 1941

272. A derivation of the equations of equilibrium of a thin plate // *Phil. Mag.* Ser. 7. Vol. 32. P. 365–368.
273. The determination of the Earth's gravitational field // *MNGS*. N 5. P. 1–22.
274. On the figures of the Earth and Moon. Second paper // *MNRAS*. Vol. 101. P. 34–36.

275. The thermal state of the Earth // Amer. J. Sci. Vol. 239. P. 825–835.  
 276. Epistemology and modern physics // Phil. Mag. Ser. 7. Vol. 32. P. 177–205.  
 277. Some applications of the method of minimum  $\chi'^2$  // Annals Eugenics. Vol. 11. P. 108–114.  
 278. Aspects of mathematical logic // Nature. Vol. 148. P. 396.

#### 1942

279. Initial stress and elastic instability // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 38. P. 125–128.  
 280. The times of *sP* and *sPKP* // MNGS. N 5. P. 31–32.  
 281. The deep earthquake of 1934 June 29 // Ibid. P. 33–36.  
 282. On the Lunar equation // MNRAS. Vol. 102. P. 194–204.  
 283. On the radioactivities of rocks. Second paper // MNGS. N 5. P. 37–40.  
 284. On the mechanics of faulting // Geol. Mag. Vol. 79. P. 291–295.  
 285. On the significance tests for the introduction of new functions to represent measures // PRSA. Vol. 180. P. 256–268.  
 286. A derivation of the tidal equations // PRSA. Vol. 181. P. 20–22.  
 287. Asymptotic solutions of linear differential equations // Phil. Mag. Ser. 7. P. 451–456.  
 288. Probability and quantum theory // Ibid. P. 815–831.

#### 1943

289. On pulses whose travel times are not true minima // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 39. P. 48–51.  
 290. The determination of the Earth's gravitational field. Second paper // MNGS. N 5. P. 55–66.  
 291. The stress-differences in the Earth's shell // Ibid. P. 71–89.  
 292. Units and dimensions // Phil. Mag. Ser. 7. Vol. 34. P. 837–842.  
 293. Math. Gaz. Vol. 27. P. 20.

#### 1944

294. Origin of the Solar System // Nature. Vol. 153. P. 140.

#### 1945

295. Seismology // Rep. Progr. Phys. Vol. 10. P. 52–82.  
 296. Types of isostatic adjustment // Amer. J. Sci. Vol. 243A. P. 352–359.

#### 1946

297. An invariant form for the prior probability in estimation problems // PRSA. Vol. 186. P. 453–461.

#### 1947

298. On the Burton-on-Trent explosion of 1944 November 27 // MNGS. N 5. P. 99–104.

299. Seismic waves in Western and Central Europe // *Ibid.* P. 105–119.  
 300. The relation of cohesion to Roche's limit // *MNRAS.* Vol. 107. P. 260–262.  
 301. The effect of collisions on Saturn's rings // *Ibid.* P. 263–267.

#### 1948

302. The figures of the Earth and Moon. Third paper // *MNGS.* N 5. P. 219–247.  
 303. The Earth's core and the Lunar nutation // *MNRAS.* Vol. 108. P. 206–209.  
 304. Lead isotopes and the age of the Earth // *Nature.* Vol. 162. P. 822–823.  
 305. The origin of the Solar System. Council note // *MNRAS.* Vol. 108. P. 94–103.

#### 1949

306. On the absolute measurement of gravity // *MNGS.* N 5. P. 398–408.  
 307. Dynamic effects of a liquid core // *MNRAS.* Vol. 109. P. 670–687.  
 308. Lead isotopes and the age of the Earth // *Nature.* Vol. 164. P. 1046.  
 309. Dimensions of the Earth and the value of gravity // *Bull. Astron.* Vol. 15. P. 1–4.

#### 1950

310. Dynamic effects of a liquid core. Second paper // *MNRAS.* Vol. 110. P. 460–466.  
 311. On the radioactivity of potassium // *Ann. Géophys.* Vol. 6. P. 10–17.  
 312. Heaviside's pure mathematics // *Inst. Elec. Eng. Heaviside Centenary.* P. 90–92.  
 313. Bertrand Russell on probability // *Mind.* Vol. 59. P. 313–319.

#### 1951

314. On the figure of a planet with homogeneous shell and core // *MNRAS.* Vol. 111. P. 410–412.  
 315. The surface elevation in cellular convection // *Q. J. Mech. and Appl. Math.* Vol. 4. P. 283–288.  
 316. The variation of latitude and the 19-yearly nutation // *Observatory.* Vol. 71. P. 154.  
 317. The instability of a fluid sphere heated within. With M.E.M. Bland // *MNGS.* N 6. P. 148–158.  
 318. On the highest gravity waves on deep water // *Q. J. Mech. and Appl. Math.* Vol. 4. P. 385–387.  
 319. The relations between astronomy and geophysics // *Amer. Sci.* Vol. 39. P. 407–411.

#### 1952

320. The times of P up to 30° // *MNGS.* N 6. P. 348–364.  
 321. The free-air reduction of gravity to the second order // *Ibid.* P. 316–318.  
 322. Problems of thermal instability in a sphere // *Ibid.* P. 272–277.  
 323. The origin of the Solar System. Bakerian lecture // *PRSA.* Vol. 214. P. 281–291.

324. The case of equal periods in gyroscopic systems // J. Lond. Math. Soc. Vol. 27. P. 362–364.

### 1953

325. The use of Stokes's formula in the adjustment of surveys // Bull. géodés. Vol. 30. P. 331–338.  
326. On the masses of Saturn's satellites // MNRAS. Vol. 113. P. 81–96.  
327. The figures of rotating planets // Ibid. P. 97–105.  
328. Half a century in geophysics // Advancement Science. Vol. 38. P. 1–7.  
329. Halving the interval in a table when first derivatives are given // Q.J. Mech. and Appl. Math. Vol. 6. P. 128.  
330. On approximate solutions of linear differential equations // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 49. P. 601–611.

### 1954

331. The times of  $P$  in Japanese and European earthquakes // MNGS. N 6. P. 557–565.  
332. Second order terms in the figure of Saturn // MNRAS. Vol. 114. P. 433–436.  
333. What is Hamilton's principle? // Q.J. Mech. and Appl. Math. Vol. 7. P. 335–337.  
334. The theory of probability: (Review of H. Reichenbach «An inquiry into the logical and mathematical foundations of the calculus of probability») // Nature.  
335. Review of P. Carnap «Logical foundations probability» // Ibid.  
336. Note on Fourier analysis // BSSA. Vol. 54. P. 1441–1444.

### 1955

337. Two properties of spherical harmonics // Q.J. Mech. and Appl. Math. Vol. 8. P. 448–451.  
338. The Moon's principal librations in rectangular coordinates // Vistas Astron. Vol. 1. P. 189–194.  
339. The present position in probability theory // B.J. Phil. Sci. Vol. 5. P. 275–289.

### 1956

340. Award of the gold medal to professor Thomas George Cowling: (Presidential address) // MNRAS. Vol. 116. P. 229–231.  
341. The Earth's thermal history: (Presidential address) // Ibid. P. 231–238.  
342. The thermodynamics of thermal instability in liquids // Q.J. Mech. and Appl. Math. Vol. 9. P. 1–5.  
343. A modification of Lagrange's equations for small oscillations when some natural frequencies are high // Ibid. P. 247–248.  
344. On the use of asymptotic approximations of Green's type when the coefficient has zeros // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 52 P. 61–66.  
345. The damping of the variation of latitude // MNRAS. Vol. 116. P. 362–364.

### 1957

346. The reflexion of a pulse within a sphere. With E.R. Lapwood // PRSA. Vol. 241. P. 455–479.

347. Elastic waves in a continuously stratified medium // MNGS. N 7. P. 332–337.
348. The theory of nutation and the variation of latitude. With R.O. Vicente // MSRAS. Vol. 117. P. 142–161.
349. The theory of nutation and the variation of latitude: the Roche model core. With R.O. Vicente // Ibid. P. 162–173.
350. Award of the gold medal to professor Albrecht Unsold: (Presidential address) // Ibid. P. 344–346.
351. Award of the Jackson–Gwilt medal and gift to R.P. de Kock: (Presidential address) // Ibid. P. 346.
352. Probability theory in astronomy: (Presidential address) // Ibid. P. 347–355.
353. The Moon's libration in longitude // Ibid. P. 475–477.
354. Imperfections of elasticity in the small bodies of the Solar System // Ibid. P. 506–515.
355. The secular accelerations of satellites // Ibid. P. 585–589.

## 1958

356. The times of P up to 30°. Second paper // RAS Geophys. J. Vol. 1. P. 154–161.
357. On the interpretation of Pd // Ibid. P. 191–197.
358. Rock creep, tidal friction and the Moon's ellipticities // MNRAS. Vol. 118. P. 14–17.
359. A modification of Lomnitz's law of creep in rocks // RAS Geophys. J. Vol. 1. P. 92–95.
360. Rock creep and thermal instability // Ibid. P. 162–163.
361. The remainder in Watson's lemma // PRSA. Vol. 248. P. 88–92.
362. The clock paradox in special relativity // Austr. J. Phys. Vol. 11. P. 583–586.

## 1959

363. Faults in a material that hardens when it yields // PRSA. Vol. 252. P. 431–435.
364. The reduction of gravity observations // RAS Geophys. J. Vol. 2. P. 42–44.
365. Nutation: Comparison of theory and observations // MNRAS. Vol. 119. P. 75–80.
366. The simple pendulum under periodic disturbance // Q.J. Mech. and Appl. Math. Vol. 12. P. 124–128.

## 1960

367. Rock creep: A correction. With S. Grampin // MNRAS. Vol. 121. P. 571–577.
368. Beno Gutenberg: (Obituary) // QJRAS. Vol. 1. P. 239–242.
369. An extension of the Pitman-Koopman theorem // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 56. P. 393–395.

## 1961

370. Small corrections in the theory of surface waves // RAS Geophys. J. Vol. 6. P. 115–117.
371. The analysis of gravity // Smithsonian Inst. Spec. Rep. Vol. 79. P. 1–12
372. On two methods of Brown and Shook // MNRAS. Vol. 122. P. 335–338.

373. On the figure of the moon // *Ibid.* P. 421–432.  
 374. Rock creep and tidal friction: *Comptes rendus* // *Proc. IASPEI.* Vol. 13. P. 27–35; Presidential address. Helsinki, 1960.  
 375. The effect of tidal friction on eccentricity and inclination // *MNRAS.* Vol. 122. P. 339–343.  
 376. Dissipative interaction between satellites // *Ibid.* P. 345–347.

## 1962

377. Some normal earthquakes // *RAS Geophys. J.* Vol. 6. P. 493–508.  
 378. Deep foci and distribution of velocity // *Ibid.* P. 550–552.  
 379. Who named the milligal? // *Ibid.* P. 553.  
 380. Travel times for Pacific explosions // *Ibid.* Vol. 7. P. 212–219.  
 381. Note on letter of C.H. Barnett «A suggested reconstruction of the land masses of the Earth as a complete crust» // *Nature.* Vol. 195. P. 447–448.

## 1963

382. Head waves and the nature of the Mohorovičić discontinuity // *RAS Geophys. J.* Vol. 7. P. 412–414.  
 383. SH from a source in the lower layer. With C. Sells // *Ibid.* P. 593–604.  
 384. S in three European earthquakes. With E.P. Arnold and M. Shimshoni // *Ibid.* Vol. 8. P. 12–16.  
 385. On the hydrostatic theory of the figure of the Earth // *Ibid.* P. 196–202.  
 386. The analysis of gravity // *Smithsonian Contrib. Astrophys.* Vol. 6. P. 205–212.  
 387. A canonical transformation for treating small coordinates // *MNRAS.* Vol. 127. P. 1–2.  
 388. Review of «The foundations of statistical inference» by L.J. Savage and others // *Technometrics.* Vol. 5. P. 407–410.

## 1964

389. On the expression of gravity formulae // *RAS Geophys. J.* Vol. 8. P. 541.  
 390. Nearly diurnal nutation of the Earth. With R.O. Vicente // *Nature.* Vol. 204. P. 120–121.  
 391. How soft is the Earth? // *QJRAS.* Vol. 5. P. 10–22.  
 392. Note on Fourier analysis // *BSSA.* Vol. 54. P. 1441–1444.  
 393. Some points in the interpretation of «Peer Gynt» // *Scandinavica.* Vol. 3. P. 56–58.  
 394. The times of pP, sS, sP and pS\*. With M. Shimshoni // *RAS Geophys. J.* Vol. 8. P. 324–337.

## 1965

395. On very long love waves. With J.A. Hudson // *Ibid.* Vol. 10. P. 175–179.  
 396. Constants related to the Earth and Moon // *Bull. Astron.* Vol. 25. P. 67–79; *IAU Symp.* Paris, 1963. N 21.  
 397. Damping of S waves // *Vol.* 208. P. 675.  
 398. Orthogonal matrices in three dimensions // *Math. Gaz.* Vol. 49. P. 192–194.

## 1966

- 399. The use of amplitudes in improving velocity distributions for Europe. With M. Shimshoni // RAS Geophys. J. Vol. 10. P. 515–524.
- 400. Revision of travel times // Ibid. Vol. 11. P. 5–12.
- 401. Estimation of small changes in a function // Ibid. Vol. 12. P. 111.
- 402. Small changes in seismic distributions of velocity // Ibid. P. 113.
- 403. Comparison of forms of the elastic equations for the Earth. With R.O. Vicente // Acad. Roy. Belg., Mems. Vol. 37. P. 5–31.

## 1967

- 404. A completeness theorem for expansion of a vector function in spherical harmonics // RAS Geophys. J. Vol. 12. P. 465–468.
- 405. On the structure of the Moon // MNRAS. Vol. 136. P. 311–312.
- 406. The energy of elastic strain in the Earth. With R.O. Vicente // Acad. Roy. Belg., Cl. Sci. Bull., Vol. 53. P. 926–933.
- 407. Radius of the Earth's core // Nature. Vol. 215. P. 1365–1366.
- 408. Inelastic processes in the shell // RAS Geophys. J. Vol. 14. P. 1–4.
- 409. Spheroidal oscillation of the Earth // Ibid. P. 177.
- 410. Figure and density of the Moon // Mantles of the Earth and terrestrial planets / Ed. S.K. Runcorn. London: Interscience. P. 93–96.

## 1968

- 411. Comparison of seismological stations // RAS Geophys. J. Vol. 15. P. 249–251.
- 412. The variation of latitude // MNRAS. Vol. 141. P. 255–268.
- 413. Waves and tides near the shore // RAS Geophys. J. Vol. 16. P. 253–257.

## 1969

- 414. Continental drift // Nature. Vol. 222. P. 706.

## 1970

- 415. On the modified lomnitz law of damping. With S. Crampin // MNRAS. Vol. 147. P. 295–301.

## 1971

- 416. The Moon's librations // Ibid. Vol. 153. P. 73–81.
- 417. Dynamics of the Moon // Phys. Earth and Planet. Inter. Vol. 4. P. 153–155.
- 418. The saddle-point approximation for damped surface waves. With Ari Ben-Menahem // RAS Geophys. J. Vol. 24. P. 1–2.

## 1972

- 419. Symmetrical treatment of a case of normal correlation. With Kehar Singh // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 71. P. 107–109.
- 420. Creep in the Earth and planets // 48th IAU symp. «Rotation of the Earth» / Ed. P. Melchior and S. Yimi. Dordrecht: Reidel. P. 1–9.

421. The variation of latitude // Ibid. P. 39–42.  
 422. Creep in the Earth and planets // Tectonophysics. Vol. 13. P. 569–581.

### 1973

423. On isotropic tensors // Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 73. P. 173–176.  
 424. Developments in geophysics // Annu. Rev. Earth and Planet. Sci. 1973. Vol. 1. P. 1–13.  
 425. Comparison of station errors in seismology. With Kehar Singh // RAS Geophys. J. Vol. 32. P. 423–437.  
 426. Damping of P and S at short distances // Ibid. Vol. 33. P. 237–238.

### 1974

427. Fisher and inverse probability // Intern. Statist. Rev. Vol. 42. P. 1–3.  
 428. Theoretical aspects of continental drift // Mem. Amer. Assoc. Petrol. Geol. N 23. P. 395–405.  
 429. On isotropic tensors // Proc. Corrigendum. Vol. 76. P. 393.  
 430. Asymptotic approximation and notation // Bull. Inst. Math. and Appl. Vol. 10. P. 334–339.

### 1975

431. Tidal friction // QJRAS. Vol. 16. P. 145–151.  
 432. The importance of damping in geophysics // RAS Geophys. J. Vol. 40. P. 23–27.  
 433. On the Dalmatian earthquake of 1962 January 7 // Ibid. P. 139–141.  
 434. The Fenno-Scandian uplift // J. Geol. Soc. London. Vol. 131. P. 323–325.

### 1976

435. The damping of *P* waves // RAS Geophys. J. Vol. 47. P. 347–349.  
 436. Robert Stoneley // Biogr. Mem. Fell. Roy. Soc. Vol. 22. P. 555–564.

### 1977

437. *P* and *S* beyond 95° // RAS Geophys. J. Vol. 51. P. 387–391.  
 438. Keith Edward Bullen // Biogr. Mem. Fell. Roy. Soc. Vol. 23. P. 19–39.  
 439. Probability theory in geophysics // J. Inst. Appl. Math. Vol. 19. P. 87–96.

### 1978

440. Some difficulties in the theory of Nutation // RAS Geophys. J. Vol. 54. P. 711–712.  
 441. On imperfection of elasticity in the Earth's interior // Ibid. Vol. 55. P. 273–282.

### 1980

442. Seismic travel times for central Asian epicentres. With M.L. Gogna and M. Shimshoni // Ibid. Vol. 63. P. 577–599.

443. Some general points in probability theory // Bayesian analysis in econometrics and statistics / Ed. A. Zellner. Amsterdam: North Holland. P. 4451–4453.

#### 1981

444. The mass of Mercury // QJRAS. Vol. 22. P. 320–321.

#### 1982

445. Tidal friction; the core; mountain and continent formation // RAS Geophys. J. Vol. 71. P. 555–566.

#### 1983

446. Travel times for Pacific earthquakes. With R.A.W. Haddon // Ibid. Vol. 72. P. 273–291.  
447. Earth models // Ibid. Vol. 74. P. 5.

#### 1984

448. Distant P and PKP. With M. Shimshoni // Ibid. Vol. 77. P. 271–273.  
449. Regional seismic travel times for central Asian epicentres. With M. Shimshoni // Ibid. Vol. 79. P. 773–778.  
450. Constants related to the Moon // MNRAS. Vol. 208. P. 229–230.

#### 1987

451. On regional differences in seismology. With M. Shimshoni // RAS Geophys. J. Vol. 88. P. 305–309.

#### 1989

452. Some reminiscences // Bull. Inst. Math. Appl. Vol. 25. P. 39.  
453. Possible addition to my biography. Unpublished.

### Использованная литература

454. *D'Abbadie A.* Recherches sur la verticale // Ann. Soc. Bruxelles. 1881. P. 37–51.  
455. *Adams L.H., Williamson E.D.* // J. Wash. Acad. Sci. 1923. Vol. 13. P. 413–428.  
456. *Airy G.B.* On the computation of the effect of the attraction of mountain-masses, as disturbing the apparent astronomical latitude of stations in geodetic surveys // Phil. Trans. A., R. S. 1855. Vol. 145. P. 101–104.  
457. *Ashby M., Verrall R.A.* // Ibid. 1978. Vol. 288. P. 59–95.  
458. *Ball, Sir R.* A popular guide to the heavens. London, 1905.  
459. *Batchelor G.K.* Geoffrey Ingram Taylor // Biogr. Mem. Fell. R. S. 1976. Vol. 22. P. 565–633.  
460. *Bills B.G., Ferrari A.J.* A harmonic analysis of lunar gravity // JGR. 1980. Vol. 85. P. 1013–1025.

461. *Bolt B.A.* Memorial essay Sir Harold Jeffreys (1891–1989) // SSA. 1989. Vol. 79. P. 2006–2011.
462. *Bolt B.A.* Sir Harold Jeffreys and geophysical inverse problems // *Chance: New Direction for Statistics and Computing*. 1991. Vol. 4, N 2. P. 15–17.
463. *Brillouin L.* // *C.r. Acad. sci.* 1926. Vol. 183. P. 24–26; *J. Phys. Ser. 6.* Vol. 7. P. 353–368.
464. *Brush S.G.* Discovery of the Earth's core // *Amer. J. Phys.* 1980. Vol. 48. P. 705–724.
465. *Brush S.G.* A history of modern planetary physics. Cambridge: Univ. press, 1996.
466. *Bullard E.C., Stanley J.P.* // *Ver. finn. geod. Inst.* 1949. N 36. P. 33–40.
467. *Bullen K.E.* The ellipticity correction to travel-time of P and S seismic waves // *MNGS.* 1937. N 4. P. 143–157.
468. *Bullen K.E.* A suggested new «Seismological Latitude» // *Ibid.* P. 158–164.
469. *Byerly P.* The Montana earthquake of June 28, 1925 // *BSSA.* 1926. Vol. 16. P. 209–265.
470. *Callandreau O.* // *Ann. Observ. Paris*, 1889. P. 1–84.
471. *Callandreau O.* // *Bull. Astron.* 1897. Vol. 14. P. 214–217.
472. *Chamberlin T.C.* The origin of ocean basins on the planetesimal hypothesis // *BGSA.* 1903. Vol. 14. P. 548, abstract.
473. *Clairaut A.C.* *Theorie de la figure, tirée des princeper de l'hydrostatique.* P., 1743.
474. *Cook A.H.* *Interiors of the planets.* Cambridge: Univ. press, 1980.
475. *Cook A.H.* The geophysical Journal, 25 years // *Geophys. J.* 1983. Vol. 74. P. 1–4.
476. *Cook A.H.* The motion of the Moon. Bristol: Hilger, 1988.
477. *Cook A.H.* Sir Harold Jeffreys // *Biogr. Mem. Fell. Roy. Soc.* 1990. Vol. 36. P. 303–333.
478. *Cook A.H.* Jeffreys, Sir Harold /// *Dictionary of national biography*, 1986–1990. Oxford, 1996. P. 229–230.
479. *Daly R.A.* Igneous rocks and the depths of the Earth. 1933. N.Y.
480. *Darwin G.H.* // *Phil. Trans. R.S.* 1879. Vol. 170, N 447. P. 535–536.
481. *Darwin G.H., Sir.* Attempted evaluation of the rigidity of the Earth from the tides of long period // *Sci. Pap.* 1883. Vol. 1, N 9. P. 340–346.
482. *Darwin G.H., Sir.* On the mechanical condition of a swarm of meteorites and on theories of cosmogony // *Proc. R.S. London.* 1888. Vol. 14. P. 3–16.
483. *Darwin G.H., Sir.* The tides and kindred phenomena in the Solar System. London, 1898. Рус. пер.: *Дарвин Дж.Г.* Приливы и родственные им явления в Солнечной системе. М.: Наука, 1965.
484. *Darwin G.H., Sir.* // *MNRAS.* 1900. Vol. 60. P. 82–124.
485. *Eddington A.S., Sir.* On the relation between the masses and luminosity of the stars // *Ibid.* 1924. Vol. 84. P. 309.
486. *Eddington A.S., Sir.* Relativity theory of protons and electrons. Cambridge, 1936.
487. *Eddington A.S., Sir.* Philosophy of physical science. Cambridge, 1939.
488. *Ekman W.* // *Ark. mat. akad. Stockholm.* 1905. Bd 2, N 11.
489. *Finetti B. de.* Theory of probability. Engl. transl. L.: Wiley, 1974. Vol. 1; 1975. Vol. 2.
490. *Fowler R.H., Gallop E.G., Lock C.N.H., Richmond H.W.* // *Phil. Trans. A, R.S.* 1920. Vol. 221. P. 33–79.

491. *Fröman N., Fröman P.O.* The JWKB approximation. Amsterdam: North Holland. 1965.
492. *Galitzyn B.* Sur l'angle d'émergence des rayons sismiques // Изв. постоян. Центр. сейсм. комис. 1919. Т. 7, вып. 2. С. 185–333.
493. *Graham J.W.* // J. Geophys. Res., 1956. Vol. 61. P. 735–739.
494. *Green G.* // Proc. Camb. Phil. Soc. 1837. Vol. 6. P. 457–462.
495. *Gregory J.W.* // Q. J. Geol. Soc. 1929. Vol. 85. P. 68–122.
496. *Gregory J.W.* // Ibid. 1930. Vol. 86. P. 62–136.
497. *Gutenberg B.* Über Erdbeben-Wellen. VII A. Beobachtungen an registrierungen von Fernbeben in Göttingen und Folgerungen über die Konstitution des Erdkörpers // Nachr. Ges. Wiss. Göttingen. Math.-Phys. Kl., 1914. Bd. 52. S. 125–176.
498. *Gutenberg B.* // Phys. Ztschr. 1923. Bd. 23. S. 29–69.
499. *Gutenberg B.* Untersuchungen zur Frage, bis zu welcher Tiefe die Erde Kristallin ist // Ztschr. Geophys. 1926. Bd. 2. S. 24–29.
500. *Haddon R.A., Bullen K.E.* An Earth model incorporating free Earth oscillation data // Phys. Earth and Planet. Inter. 1969. Vol. 2. P. 35–49.
501. *Hales A.L.* // MNGS. 1935. N 3. P. 372–379.
502. *Heiskanen W.* Åber den einfluss der gezeiten auf die sèkulære acceleration des mondes // Ann. Acad. Sci. Fenn. 1921. Bd. A18. S. 1–84.
503. *Herglotz G.* Über die Elastizität der Erde bei Berücksichtigung ihrer Variablen Dichte // Ztschr. Math. und Phys. 1905. Bd. 52. P. 275–299.
504. *Hide R.* // Q. J. R. Met. Soc. 1989. Vol. 115. P. 711–713.
505. *Hills G.F.S.* The formation of continents by convection. L.: Arnold, 1947.
506. History of the Royal Astronomical Society. L.: Royal Astronomical Society, 1987. Vol. 1/ Ed. J.L.E. Dreyer and H.H. Turner. VI, 258 p.; Vol. 2 / Ed. R.J. Tayler, VII, 262 p.
507. *Holmes A.* // Nature. 1946. Vol. 157. P. 680–684.
508. *Holmes A.* // Ibid. 1947. Vol. 159. P. 127–128.
509. *Horn J.* // Math. Ann., 1899. Bd. 52. S. 271–292, 340–362.
510. *Hoskins L.M.* // Trans. Amer. Math. Soc. 1920. Vol. 21. P. 1–43.
511. *Houtermans F.G.* // Z. Naturforsch. A. 1947. Bd. 2. S. 322–328.
512. *Houth S.S.* // Phil. Trans. A., R. S. 1895. Vol. 186. P. 469–506.
513. *Hudson J.A., Smith A.G.* Memorial to Sir Harold Jeffreys (1891–1989) // J. Geol. Soc. Amer. 1993. Vol. 9. P. 137–140.
514. *Huzurbazar V.S.* Sir Harold Jeffreys: Recollections of a student // Chance: New Direct. Statist. and Comput., 1991. Vol. 4, N 2. P. 18–21.
515. *Jackson J.* // MNRAS. 1913. Vol. 74. P. 69.
516. *Jackson J.* // Ibid. 1930. Vol. 90. P. 733–742.
517. *Jeanes J.H.* The propagation of earthquake waves // Proc. Roy. Soc. London A. 1923. Vol. 102. P. 554–574.
518. *Jeffreys B.S.* // Proc. Camb. Phil. Soc. 1942. Vol. 38. P. 401–405.
519. *Jeffreys B.S.* // Ibid. 1956. Vol. 52. P. 273–279.
520. *Jeffreys B.S.* Harold Jeffreys: Some reminiscences // Chance: New Direct. Statist. and Comput., 1991. Vol. 4, N 2. P. 22–23, 26.
521. *Jeffreys B.S.* Inge Lehmann: reminiscences // QJRAS. 1994. Vol. 35, N 2. P. 233–234.
522. *Keynes J.M.* Treatise on probability. L., 1921.
523. *Knopoff L.* Sir Harold Jeffreys: The Earth: Its origin, history, and physical con-

- stitution // *Chance: New Direc. Statist. and Comput.*, 1991. Vol. 4, N 2. P. 24–26.
524. *Kozenko A.V.* Sir Harold Jeffreys, pioneer of modern planetology // *Proc. XX Intern. Congr. of history of science. Brepols*, 2001. Vol. 12. P. 213–215.
525. *Kramers H.A.* Wellenmechanik und halbzahlige Quantisierung // *ZfG*. 1926. Bd. 39. S. 54–56.
526. *Lack D.L.* Darwin's finches, Cambridge: Univ. press, 1947.
527. *Lake P.* // *Geol. Mag.* 1922. Vol. 59. P. 338–346.
528. *Lamb H.* Hydrodynamics. 6<sup>th</sup> ed. Cambridge: Univ. press, 1932.
529. *Lambeck K.* The Earth's variable rotation. Cambridge: Univ. press, 1980. XI, 449 p.
530. *Lambert W.D.* // *Astron. J.* 1922. Vol. 34. P. 103–110.
531. *Lambert W.D.* // *USC and G.S. Spec. Publ.* 1922. N 80.
532. *Lambert W.D.* / *Bull. II Sect. Ocean. Intern. Res. Council.* 1928.
533. *Langer R.E.* The asymptotic solution of ordinary linear differential equations of the second order, with special reference to the Stokes phenomenon // *Bull. Am. Math. Soc.* 1934. P. 545–582.
534. *Laplace.* *Mecanique celeste.* Paris, 1825.
535. *Lapwood E.R.* Contributions of Sir Harold Jeffreys in theoretical geophysics // *Math. Sci.* 1982. Vol. 7. P. 69–84.
536. *Lehmann I.* // *Medd. Geod. Inst. Kobenhavn.* 1936. Bd. 5; *Bur. Centr. Séism. Trav. Sci.* 1934. Vol. 14. P. 3–31.
537. *Lehmann I.P.* // *Bur. Centr. Séism. Trav. Sci. Ser. A.* 1936. Vol. 14. P. 88.
538. *Lindley D.V.* // *J. Roy. Statist. Soc. A.* 1989. Vol. 152, part 3. P. 417–419.
539. *Lindley D.V., Runcorn, K.* Sir Harold Jeffreys (1891–1989) // *Independent.* 1989. Mar. 23.
540. *Lindley D.V.* Sir Harold Jeffreys // *Chance: New Direct. Statist. and Comput.* 1991. Vol. 4, N 2. P. 10–14, 21.
541. *Liouville J.* // *J. Math.* 1837. Vol. 2. P. 16.
542. *Lockyer J.N.* The meteoritic hypothesis. L., 1890.
543. *Lomnitz C.* // *J. Geol.* 1956. Vol. 64. P. 473–479.
544. *Love A.E.H.* Some problems of geodynamics. Cambridge: Univ. press, 1911.
545. *Marcus D.* // *Astron. J.* 1958. Vol. 63. P. 2.
546. *Maw W.* The story of Rutherford Grammar School. Newcastle-upon-Tyne: Rutherford History Publ. Committee, 1964. XII, 260 p.
547. *McCrea W.* Foreword to reprint of A.S. Eddington: The expanding universe. Cambridge: Univ. press, 1987. XIX, 128 p.
548. *Michelson A.A., Gale H.G.* // *J. Geol.* 1919. Vol. 27. P. 585–601.
549. *Miller J.C.P.* Mathematical tables. Part-vol B. The Airy integral. Cambridge: British Association, 1946.
550. *Milne J.* Seismological observations and Earth physics // *Geogr. J.* 1903. January.
551. *Morse P.M., Feshbach H.* Methods of theoretical physics. N.Y.: McGraw-Hil, 1953.
552. *Munk W.H., MacDonald G.J.* The relation of the Earth. Cambridge: Univ. press, 1960. XIX, 323 p.
553. *Neyman J.* Lectures and conferences on mathematical statistics. Wash.(D.C.), 1938.
554. *Oldham R.D.* // *Mem. Geol. Surv. India.* 1899. Vol. 29.

555. *Oldham R.D.* On the propagation of earthquake motion to great distances // Phil. Trans. A., R. S. 1900. Vol. 194. P. 135–174.
556. *Oldham R.D.* The constitution of the interior of the Earth, as revealed by earthquakes // Q. J. Geol. Soc. 1906. Vol. 62. P. 456–475.
557. *Olver F.W.J.* Asymptotic and special functions. N.Y.; L.: Acad. press, 1974.
558. *Pearson K.* The grammar of science. Dent: Macmillan, 1892.
559. *Pearson K.* // Phil. Trans. A., R. S. 1902. Vol. 198. P. 235–299.
560. *Pekeris C.L.* // MNGS. 1935. N 3. P. 343–367.
561. *Peters C.A.* Von den kleinen Ablenkungen der Lotlinie und des Niveaus // Astron. Nachr. 1845. Bd. 22. S. 33.
562. *Poincaré H.* // Bull. Astron. 1910. Vol. 10. P. 578–605.
563. *Poincaré H.* Sur la precession des corps déformables // Ibid. Vol. 27. P. 321–356.
564. *Poisson S.D.* // Mem. Acad. Sci. Paris. 1829. Vol. 8. P. 623–627.
565. *Poisson S.D.* // Ibid. 1831. Vol. 10. P. 578–605.
566. *Rabe E.* // Astron. J. 1950. Vol. 55. P. 112–126.
567. *Rapp R.H., Cruz J.Y.* Spherical harmonic expansions of the Earth's gravitational potential to degree 30' means anomalies // OSU Rep. 1986. N 376.
568. *Rayleigh, Lord. (Strutt J.W.).* On waves propagated along the plane surface of an elastic solid // Proc. Lond. Math. Soc. 1885. Vol. 17. P. 4–11.
569. *Rayleigh, Lord* // Phil. Mag. 1916. Vol. 32. P. 529–546.
570. *Rebeur-Paschwitz E. von.* The earthquake of Tokyo, April 18, 1889 // Nature. 1889. Vol. 40. P. 294–295.
571. *Rodan R.R.* // C. r. Acad. sci. 1885. Vol. 100. P. 972.
572. *Rumsey W.H.* // MNRAS. 1951. Vol. 3. P. 427.
573. *Runcorn K.* Sir Harold Jeffreys (1891–1989) // Nature. 1989. Vol. 339. P. 102.
574. *Russell R.D., Allan D.W.* // MNGS. 1955. N 7. P. 80–101.
575. *Russell H.N.* to W.J. Luyten, 26 November 1932, in Box 35, Henry Norris Russel papers at Princeton Univ. Library.
576. *See T.J.J.* On the cause of the remarkable circularity of the orbits of the planets and satellites and on the origin of the planetary system // Astron. Nachr. 1909. Bd. 181, N 4308. S. 184–194.
577. *Shida T., Matsuyama M.* // Mem. Coll. Sci. Eng. 1912. Vol. 4. P. 277–284.
578. *Simpson G.G.* // Amer. J. Sci. 1943. Vol. 251. P. 1–43, 413–429.
579. Sir Harold Jeffreys (1891–1989) // Times. 1989. Mar. 23.
580. *De Sitter W.* // Bull. Astron. Inst. Netherl., 1924. Vol. 2. P. 97–108.
581. *De Sitter W.* // Proc. Kon. Akad. Wet. Amst. 1924. Vol. 27. P. 1–15.
582. *De Sitter W.* // Bull. Astron. Inst. Netherl. 1927. Vol. 4. P. 57–61.
583. *De Sitter W., Brouwer D.* // Ibid. 1938. Vol. 8. P. 213–231.
584. *Sloudsky Th.* // Bull. Soc. Imp. Naturwiss. 1896. N 2. P. 285–318.
585. *Smith A.G.* // Geogr. J. 1989. Vol. 155, pt 3. P. 447–448.
586. *Smithies F.* Obituary. Sir Harold Jeffreys. Obituary notice // Proc. Phys. Soc. 1989. Vol. 111. P. 29–33.
587. *Stoneley R.L.* On deep-focus earthquakes // GBG. 1931. Bd. 29. S. 417–435.
588. *Takeuchi H.* // Trans. Amer. Geophys. Union. 1950. Vol. 31. P. 651–689.
589. *Takeuchi H.* On the Earth tide // J. Fac. Sci. Univ. Tokyo. Sect. II. 1951. Vol. 7.
590. *Taylor G.I.* Eddy motion in the atmosphere // Phil. Trans. A., R. S. 1915. Vol. 215. P. 1–26
591. *Taylor G.I.* Tidal friction in the Irish Sea // Ibid. 1919. Vol. 220. P. 133.

592. *Turner H.H.* MNGS. 1926. N 1. P. 425–446.
593. *Wanach B.* // Zf. G. 1927. Bd. 3. S. 102–105.
594. *Washington H.S.* // J. Wash. Acad. Sci. 1923. Vol. 13. P. 339–347.
595. *Wentzel G.* Eine Verallgemeinerung der Quantenbedingungen für die Zwecke der Wellenmechanik // ZfP. 1926. Bd. 3S. S. 518–529.
596. *Wiechert E.* Ueber die Massenvertheilen im innern der Erde // Nachr. Kngl. Ges. Wiss. Göttingen. Math.-Phys. Kl. 1897. S. 221–243.
597. *Williamson. E.D., Adams L.H.* Density distribution in the Earth // J. Wash. Acad. Sci. 1923. Vol. 13. P. 413–428.
598. *Yule G.U.* // Phil. Trans. A., R. S. 1927. Vol. 226. P. 267–298.
599. *Zellner A.* (ed.) Bayesian analysis in econometrics and statistics: Essays in honour of Harold Jeffreys. Amsterdam: North Holland, 1980.
600. *Zellner A.* Basic issues in econometrics. L.: Wiley, 1984.
601. *Zellner A.* // Bull. Inst. Math. Statist. USA. 1989. Vol. 18, N 3. P. 336–337.
602. *Zöppritz K.* // Nachr. Ges. Wiss. Göttingen. 1907. S. 529–549.
603. *Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология: В 2 т. М.: Мир, 1983.
604. *Болотовский Б.М.* Оливер Хевисайд. М.: Наука, 1985.
605. *Болт Б.* В глубинах Земли. М.: Мир, 1984.
606. *Буллен К.Е.* Введение в теоретическую сейсмологию. М.: Мир, 1966.
607. *Буллен К.Е.* Плотность Земли. М.: Мир, 1978.
608. *Вигнер Е.* Этюды о симметрии. М.: Мир, 1971.
609. *Винник Л.П.* Исследования мантии Земли сейсмическими методами. М.: Наука, 1976.
610. *Витязев А.В., Козенко А.В.* Происхождение Солнечной системы // Земля и Вселенная. 1988. № 2. С. 25–32.
611. Вопросы космогонии. Т. 7. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
612. *Дарвин Дж.* Приливы и родственные им явления в Солнечной системе. М., 1965.
613. *Джекобс Дж.* Земное ядро. М.: Мир, 1979.
614. *Джунь И.В.* Распределение Пирсона VII в ошибках наблюдений над колебаниями широт // Астрономия и астрофизика. 1969. Вып. 2. С. 101–115.
615. *Джунь И.В.* Об одном обобщении математической формы распределений Лапласа и Гаусса и его применении при математической обработке астрономических наблюдений // Кинематика и физика небес. тел. 1985. Т. 1, № 4. С. 62–66.
616. *Джунь И.В.* О границах неравенства Рао–Крамера для дисперсий оценок параметров распределения Пирсона VII типа // Там же. 1988. Т. 4, № 1. С. 85–87.
617. *Джунь И.В.* Распределение Пирсона VII типа ошибок лазерных наблюдений ИСЗ // Там же. 1991. Т. 7, № 3. С. 82–91.
618. *Жарков В.Н.* Внутреннее строение Земли. М.: Наука, 1983.
619. *Жарков В.Н.* Об истории лунной орбиты // Астрон. вестн. 2000. Т. 34, № 1, С. 3–24.
620. *Жарков В.Н.* Геофизические исследования планет и спутников. М.: ИФЗ РАН, 2003.
621. *Жарков В.Н., Козенко А.В.* Фобос и Деймос – спутники Марса. М., 1985.
622. *Жарков В.Н., Козенко А.В.* О времени формирования Юпитера // ПАЖ. 1989. Т. 15, № 8. С. 745–749.

623. *Жарков В.Н., Козенко А.В.* О роли Юпитера в формировании планет-гигантов // ПАЖ. 1990. Т. 16, № 2, С. 169–173.
624. *Жарков В.Н., Козенко А.В.* Крупнейший геофизик XX в. // Природа. 1991, № 4. С. 77–84.
625. *Жарков В.Н., Паньков В.Л., Калачников А.А., Оснач А.И.* Введение в физику Луны. М.: Наука, 1969.
626. *Жарков В.Н., Трубицын В.П.* Физика планетных недр. М.: Наука, 1980.
627. *Жарков В.Н., Трубицын В.П., Самсоненко Л.В.* Физика Земли и планет. М.: Наука, 1971.
628. *Каулинг Т.Дж.* Магнитная гидродинамика. М.: Мир, 1964.
629. *Козенко А.В.* Джеймс Хопвуд Джинс. М.: Наука, 1985.
630. *Козенко А.В.* История представлений о происхождении Луны // Природа. 1994. № 3. С. 4–11.
631. *Козенко А.В.* Артур Стенли Эддингтон. М.: Наука, 1997.
632. *Козенко А.В., Потапова Л.В.* 250 лет теории фигуры Земли: Периодизация развития теории фигуры сжимаемой самогравитирующей медленно вращающейся жидкости // На рубежах познания Вселенной. М.: Янус, 1994. С. 13–31. (Ист.-астрон. исслед.; XXIV).
633. *Колмогоров А.Н.* Основные понятия теории вероятностей. М., 1931.
634. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М.: Мир, 1975.
635. *Лейбензон Л.С.* Деформация упругой сферы в связи с вопросом о строении Земли. М., 1910.
636. *Мельхиор П.* Земные приливы. М.: Мир, 1968.
637. *Мельхиор П.* Физика и динамика планет. М.: Мир, 1975. Т. 1; 1976. Т. 2.
638. *Мизес Р.* Вероятность и статистика. М., 1930.
639. *Молоденский М.С.* // Тр. Геофиз. ин-та. М., 1953. Вып. 19. С. 3–52.
640. *Молоденский С.М.* Приливы, нутация и внутреннее строение Земли. М., 1984.
641. *Молоденский С.М.* Исследования приливов и вращения Земли в Институте физики Земли. Рукопись. М., 2000.
642. *Неймар М.* История Земли. Т. 1. СПб., 1902.
643. *Природа твердой Земли: Сборник / Под ред. Ю. Робертсона.* М.: Мир, 1975. 275 с.
644. *Реклю Э.* Британские острова // Земля и люди. СПб., 1899. Вып. 5.
645. *Саваренский Е.Ф.* Сейсмические волны. М.: Недра, 1972.
646. *Сагитов М.У.* Лунная гравиметрия. М.: Наука, 1979.
647. *Сноу Ч.П.* Две культуры. М.: Прогресс, 1973.
648. *Сретенский Л.Н.* Динамическая теория приливов. М.: Наука, 1987.
649. *Торге В.* Гравиметрия. М.: Мир, 1999.
650. *Унзольд А.* Физика звездных атмосфер. М.: ИИЛ, 1949.
651. *Фесенков В.Г., Масевич А.Г.* // АЖ. 1951. Т. 28. С. 317.

## Список сокращений

Acad. Roy. Belg., Mems.	Académie royale de Belgique: Mémoires
Acad. Roy. Belg., Cl. Sci., Bull.	Académie royale de Belgique: Bulletin de la Classe de Science
AN	Astronomische Nachrichten
ApJ	Astrophysical Journal
Amer. J. Sci.	American Journal of Science
Amer. J. Phys.	American Journal of Physics
Astron. J.	Astronomical Journal
Austr. J. Phys.	Australian Journal of Physics
BAGMT	British Association Seismological Committee, Gray-Milne Trust
BIAM	Bulletin of the International Association of Meteorology
B. J. of Med. Psych.	British Journal of Medical Psychology
B. J. Phil. Sci.	British Journal for the Philosophy of Science
Brit. J. of Photography	British Journal of Photography
BSSA	Bulletin of the Seismological Society of America
BGSA	Bulletin of the Geological Society of America
Bull. Am. Math. Soc.	Bulletin of the American Mathematical Society
Bull. Astron.	Bulletin Astronomique
Bur. Centr. Séism. Trav. Sci.	Bureau Central Séismologique International, Strasbourg, Travaux Scientifiques
Geogr. J.	Geographical Journal
Geol. Mag.	Geological Magazine
GBG	Gerlands Beiträge zur Geophysik
Inst. Elec. Eng.	Institute of Electrical Engineers
Int. J. of Psycho.	International Journal of Psychoanalysis
Int. Union of Geod. and Geophys.	International Union of Geodesy and Geophysics
J. Ecol.	Journal of Ecology
J. Geol.	Journal of Geology

J. Lond. Math. Soc.	Journal, London Mathematical Society
JGR	Journal of Geophysical Research
MNGS	Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Geophysical Supplement
MNRAS	Monthly Notices of the Royal Astronomical Society
Phil. Mag.	Philosophical Magazine
Phil. Trans. A., R. S.	Philosophical Transactions, Series A, Royal Society
Proc. Camb. Phil. Soc.	Proceedings, Cambridge Philosophical Society
Proc. IASPEI	Proceedings of the International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior
Proc. Lond. Math. Soc.	Proceedings, London Mathematical Society
Proc. Phys. Soc.	Proceedings of the Physical Society
Proc. Roy. Soc. Edinb.	Proceedings of the Royal Society of Edinburgh
PRSA	Proceedings of the Royal Society, Series A
Q. J. Mech. and Appl. Math.	Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics
QJRAS	Quarterly Journal of Royal Astronomical Society
Q. J. Geol. Soc.	Quarterly Journal of Geological Society
Q. J. R. Met. Soc.	Quarterly Journal of Royal Meteorological Society
RAS Geophys. J.	Royal Astronomical Society, Geophysical Journal
RAS Memoirs	Royal Astronomical Society. Memoirs
Sci. Progress	Science Progress
USC and G.S.	United States Coast and Geodetic Survey
ZfA	Zeitschrift für Astrophysik
ZfG	Zeitschrift für Geophysik
ZfP	Zeitschrift für Physik
АЖ	Астрономический журнал
ИАИ	Историко-астрономические исследования
ИИЛ	Издательство иностранной литературы
ПАЖ	Письма в «Астрономический журнал»

## Именной указатель

- д'Аббади А. 129  
Абель Нильс Генрик 35, 129  
Адаме Джон Куч 13  
Адаме Л. 96, 97  
Адлер Гана 35  
Аки К. 24, 55, 102  
Аллен Д. 200  
Арнольд Е.П. 28, 38  
Асквит Герберт Генри (граф Оксфорд)  
15
- Байерли П. 81, 97  
Байес Томас 37, 45, 51, 63  
Балервел Дж.В. 10  
Бальфур Артур Джеймс 8  
Баррел Дж. 113, 121, 203, 208  
Бах И.С. 39  
Бедсон П.П. 10  
Бейкер Х.Ф. 13  
Бейтман 95  
Бенар 186  
Бери А. 13  
Бернал Дж. 179  
Бернулли Яков 45  
Берч Гарри 9  
Бессель Фридрих Вильгельм 54  
Бетховен Л. ван 39  
Биркеланд О. 154  
Блеккет П. 210  
Блэнд М.Е.М., леди Эдвардс 186, 187  
Боде Иоганн Элерт 154  
Болт Брюс 35, 62, 92, 94  
Бонди, сэр Герман 6  
Бор Нильс 35, 36  
Брадлей Джеймс 127  
Браун Э. 169  
Браш С. 153  
Бриллюэн Леон 5, 43  
Бромвич Т.Дж. Д'А 13, 14, 45, 101  
Броуни Б.С. 40  
Буге П. 112  
Буллард, сэр Эдвард 40, 198
- Буллен Кейт Эдвард 5, 6, 23, 28, 34, 36,  
39, 55, 79, 81, 82, 83, 84, 85, 87, 89, 91,  
94, 95, 97, 99, 102, 103, 145, 180, 212,  
213  
Буш-Фокс 13  
Бьюфорт Маргарет, графиня Ричмонд и  
Дерби 11  
Бюффон Ж., граф 154, 164
- Вагенер 61  
Вайсент Р.О. 28  
Ван дер Ваальс И. 161  
Вашингтон Джордж 7  
Вебб Р. 13  
Вегенер А. 202, 203, 204, 206, 207, 210  
Вейцзеккер К. фон 173  
Вейцман Хаим 38  
Венинг-Мейнес Ф.А. 115  
Венцель 5, 43  
Вигнер Эжен 42  
Вильдт Р. 177  
Вильямсон Э. 96, 97  
Винник Л.П. 6, 94  
Висенте Р.О. 145, 147, 148, 184  
Вихерт Э. 14, 63, 68, 73, 95  
Вишарт Джон 22  
Волласток 34  
Вринч Дороти 17, 31, 52, 58, 71  
Вулакот Д. 10  
Вудхаус П.Г. 39  
Вульфсон Майкл 6
- Галлей Э. 45  
Гаррис 130  
Гаунт Дж.Б. 10  
Гаусс Карл Фридрих 55  
Гельмерт Ф.Р. 110  
Генри VII, король 11  
Геракл 128  
Герглотц Г. 14, 95, 135, 136, 137, 138  
Герман 13  
Гиббс Джозайя Уиллард 58

- Гильберт Бернард, сэр 11, 13, 14, 31  
 Гильберт Давид 25  
 Гиппарх 127  
 Гогне М.Л. 28  
 Голдстейн С. 6, 28, 186  
 Голицын Б.Б., князь 62, 63, 64, 71, 87, 98, 129  
 Гольдшмидт В.М. 174  
 Госкинс Л. 132  
 Грей Дж. 61  
 Грин Дж. 42, 113  
 Грэхем Дж. 211  
 Гук Роберт 135, 140  
 Гутенберг Б. 14, 24, 62, 68, 73, 78, 79, 94, 98  
 Гюй 34  
 Гюйгенс Христиан 45  
  
 Даламбер Жан ле Рон 128  
 Дали Р.А. 170  
 Дарвин, сэр Джордж Г. 6, 19, 28, 29, 33, 109, 110, 111, 119, 130, 149, 155, 158, 165, 166, 167, 168, 186  
 Дарвин Хорее 17  
 Даттон С.Е. 206  
 Де-Маркус У. 177  
 Джексон Дж. 145, 159  
 Джесоп К.М. 10, 11  
 Джеффрис, леди, Берта Свирлс 5, 6, 8, 17, 18, 24, 36, 37, 38, 40, 41, 43, 44, 45, 214  
 Джеффрис Роберт Холл 8  
 Джеффрис Элизабет Мэри 8  
 Джеффрис Эллен 8  
 Джеффрис Эндрю 8  
 Джинс, сэр Джеймс Хопвуд 6, 12, 21, 35, 154, 161, 163, 168, 173, 177  
 Джуль И.В. 54  
 Дирак Поль 40  
 Доннер Руф 186  
 Драмонд 7  
 Дрю 15  
 Дубовской Б.В. 115  
 Дэвис М. 208  
  
 Жарков В.Н. 6, 25, 45, 111, 125, 177  
  
 Зигфрид (Сигурд) 7  
 Зильберштейн Л. 161  
 Зюсс Эдуард 17, 19, 69, 71, 202, 203  
  
 Канингэм Е. 13  
 Кант И. 154, 164  
  
 Карсон 44  
 Кардано Иероним 45  
 Картан Е. 168  
 Каулинг Т.Дж. 29, 30  
 Каупман 37  
 Кейнс Дж.М. 12, 58  
 Кельвин, лорд (Уильям Томсон) 6, 19, 129, 130, 134, 141, 184  
 Кеплер Иоган 122  
 Кид Фрэнклин 15  
 Кларк Ф.У. 110, 125, 126  
 Клеро Алексис Клод 105, 106, 107, 108, 111, 119, 137, 166  
 Кобленц У.В. 28, 177  
 Ковалевская Софья 35  
 Коган С.Д. 102  
 Колландро О. 110  
 Колмогоров А.Н. 46  
 Комри Л. 78  
 Кондорская Н.В. 6, 102, 214  
 Кориолис Г. 183, 184  
 Кортацци Иван Егорович 12  
 Котт 61  
 Крамер Гарорльд 46, 59  
 Крамерс Х.А. 43  
 Кук, сэр Алан 22, 23, 40, 125  
 Курант Г. 25  
 Кэмпбел Н.Р. 15  
 Кэрролл Льюис 213  
 Кюннен Ф.Г. 125, 126  
 Кюстнер 139  
  
 Лагранж Жозеф Луи 156, 157  
 Ламберт В.Д. 205  
 Лармор Дж. 14, 191  
 Лаплас П. 45, 46, 106, 130, 136, 154, 158, 164  
 Лебур Г.А. 10  
 Левин Б.Ю. 172  
 Левицкий Г.В. 63, 64  
 Лежандр А.М. 106, 117  
 Лейбензон Л.С. 139  
 Лекк Ф. 208  
 Леманн Инге 14, 35, 36, 82, 87, 91, 92, 93, 213  
 Липман 53  
 Литлвуд Дж.Е. 12  
 Литлтон Реймонд Артур 6, 164  
 Лиувиль Джозеф 42  
 Ллойд-Джордж Дэвид 15  
 Локьер Дж. 155  
 Ломнитц К. 32, 191, 192, 201  
 Луиза, принцесса 9  
 Лэвлей Деррик Н. 22

Лэмб Г. 6, 101, 144, 150  
Лэпвуд Е.Р. 21, 23, 28, 38, 39, 101, 102  
Людовик XIV, король 60  
Ляв А. 6, 32, 65, 68, 72, 74, 75, 77, 102,  
130, 131, 133, 134, 136, 137, 144  
Ляме Габриэль 73  
Ляпунов А.М. 168

Майлс Б. 177  
Макдональд Г. 168  
Макелвейн Дж.Б. 81  
Мак-Кри Уильям Хантер 30  
Маклорен К. 105, 166, 167  
Маркус 139  
Масевич А.Г. 177  
Матье 43  
Мейснер Э. 101  
Мейтнер Лизе 35  
Мельхиор Поль 129, 135, 140, 147  
Мензел Д.Х. 28, 177  
Меркатор 115  
Мессадж П.Дж. 28  
Меу Вильям 9  
Мизес Р. 46  
Милн Джон 61, 62, 64, 213  
Мэйбей Т.В. 9  
Молоденский М.С. 139, 147, 148  
Молоденский С.М. 6, 147  
Мопертюи Пьер Луи де 127  
Морис 11, 13  
Морс П.М. 25  
Мохоровичич Андреа 32, 67, 68, 74, 81,  
97, 102  
Мохоровичич С. 68  
Моцарт Вольфганг Амадей 39  
Мультон Форест 21, 154, 155, 158  
Мурчисон 34  
Мэтьюз 23

Нейман Джон фон 46, 59  
Нольке Ф. 164, 169  
Ньюэл 14, 16, 128  
Ньюкомб Саймон 57, 140, 141  
Ньютон Исаак 11, 14, 45, 104, 130

Окуда 37  
Олдгем Ричард Диксон 62, 65, 66, 67, 70,  
73, 91  
Омори 61  
О'нейл Мэри 94  
Орлов А.Я. 64, 129

Парсон А.Л. 160, 174  
Паскаль Б. 45

Персей 7  
Перт, граф 6  
Петерс 129  
Пиготт К.С. 174  
Пикерис К. 188  
Пирсон Карл 18, 54, 55, 57, 59  
Питман 37  
Плетт 82  
Плиний 128  
Померанцев И.И. 63  
Потапова Л.В. 6  
Прандтль Л. 185  
Пратт Дж.Х. 112, 113  
Прохоров А.А. 46  
Пуанкаре А. 53, 110, 144, 147, 167, 168  
Пуассон С.Д. 59, 64, 96, 136, 137

Радо Р. 106, 107, 108, 109, 110, 111, 119,  
176  
Рамзей У.Г. 177, 180  
Ранкорн С.К. 6  
Рассел Р. 12, 200  
Ребер-Пашвитц Е. 61, 129 159  
Резерфорд Эрнст 196  
Рейби Е. 146, 180  
Рейнольдс О. 6, 150  
Реклю Э. 7  
Рессел Г.Х. 164  
Ридль Э. 71  
Риммер Фред 38  
Рис Мартин, сэр 6  
Рихтер К.Ф. 24, 62, 78, 79, 94  
Ричардс П. 24, 55, 102  
Робоз Зсузси 41  
Розенхед Л. 6, 28, 144  
Ромни К.Ф. 94  
Рош Э. 146, 147, 169, 170, 172  
Рускол Е.Л. 175  
Рэверрат Гвэн 186  
Рэлей, лорд, Джон Вильям Стрэтт 6, 42,  
65, 68, 71, 74, 101, 102, 173, 186

Сафронов В.В. 175  
Свирлс Берта, см. Джеффрис, леди  
Свирлс Уильям Александр 24  
Свирлс Хэриет (урожд. Блэкли) 24  
Севард 15  
Селлс Кедрик 1 02  
Секийя 61  
Си Т. 156  
Сид Т. 132  
Симонс Ральф 12  
Симпсон Г. 208  
Ситтер В. де 110, 111

Складовская-Кюри Мария 35  
Скот Джордж Гильберт, сэр 11  
Скотт С. Кеннеди 38  
Слудский Ф.А. 143  
Смит Алан Г. 6  
Смит Д. А. 10  
Смитс Фрэнк 3 1  
Сноу Ч.П. 12  
Спенсер-Джонс Х. 145, 180  
Сретенский Л.Н. 130  
Стокс Дж. 6, 185  
Стоунли Роберт 6, 38, 213  
Струве Г.О. 177  
Стюдент 59  
Стэнли Дж. 198  
Сэйерс Дороти 39

Такеучи Х. 145, 147, 148  
Тейлор Джеффри Инграм 151, 182  
Тернер Х. 29, 67, 71, 81, 82, 84, 213  
Тиссеран Ф.Ф. 110  
Тициус И.Д. 154  
Тэйлор Ф. 173, 202  
Трубицын В.П. 111, 177

Уитфилд 11, 13  
Унзольд Альбрехт Отто Иоганнес 29, 30  
Уонач 205  
Уорд Лэмбтон 7

Фай Э. 111, 154  
Фаулер Р.Х. 24  
Ферма П. 45  
Фесенков В.Г. 177  
Фешбах Х. 25  
Финей Д.Дж. 22  
Финетти Бруно де 60  
Фишер Джон 11  
Фишер Рональд Эймлер 32, 36, 37, 51, 53,  
55, 59

Флинн А. 94  
Фридлендер Ф.Г. 100  
Фрэйзер Гордон 25  
Фриман Аугустин 39  
Фулхэм Стюарт, лорд 24  
Фурье Джозеф 72, 101  
Фуртвенглер 125, 126  
Фэроу Е.П. 18

Хаген 54  
Хагес А. 213  
Хагес Дж.С. 13, 213  
Хадсон Дж. 102  
Харди Г.Х. 12

Харисон Хэслон 9  
Хартри Д.Р. 24  
Хаутерманс Ф. 198  
Хаф С.С. 143, 144  
Хевисайд О. 5, 44  
Хейвелок Т.Х. 10  
Хейл Дж.Э. 125  
Хейлз А.Л. 188, 189  
Хейсканен В. 113  
Хейфорд 110, 113  
Хенглер 129  
Хиллс Г. 187  
Хименс 129  
Хинслей Гарри 40  
Хов 36  
Холмс Артур 16, 17, 196, 197, 198  
Хорн Дж. 42  
Хоу С. 144  
Хузарбазар Васант С. 27, 28, 37, 53

Целльнер И.К.Ф. 129  
Цёпритц К. 67, 71, 81, 82, 84

Чандлер С. 139, 144  
Чемберлин Томас 21, 154, 155,  
158  
Чепмен С. 87

Шекспир Вильям 39  
Шепли Харлоу 18  
Шимшони Майкл 31, 103  
Шмидт О.Ю. 165  
Шоу Бернард 39  
Шоу Нэпиер 16, 71  
Шредингер Э. 5, 42  
Штроуд Х. 10  
Шук 169  
Шустер Артур 63  
Шэрп Мэри 8  
Шэрп Уильям 8

Эддингтон А.С. 6, 12, 14, 27, 28, 163, 177  
Эджворт К. 173  
Эйлер Леонард 1 28  
Эйри Джордж Бидделл 43, 93, 112, 113  
Экман В. 183, 184, 204  
Эллис А.М. 10  
Энгдал Э.Р. 94  
Этвеш Р. 203, 204, 205, 206

Юинг Дж.А. 61, 64, 96  
Юл Г.У. 142

Якоби К.Г.Я. 105, 167

## Оглавление

<b>Предисловие</b> .....	5
<b>Глава 1</b>	
<b>Детство и годы учебы</b> .....	7
<b>Глава 2</b>	
<b>Годы исследований</b> .....	15
<b>Глава 3</b>	
<b>Плюмианский профессор в Кембридже</b> .....	27
<b>Глава 4</b>	
<b>Вклад Джеффриса в математику и методологию научных исследований</b>	42
<b>Глава 5</b>	
<b>Сейсмология</b> .....	61
<b>Глава 6</b>	
<b>Гравиметрия и теория фигуры планет</b> .....	104
<b>Глава 7</b>	
<b>Приливы и вариации широты</b> .....	127
<b>Глава 8</b>	
<b>Астрономия</b> .....	153
<b>Глава 9</b>	
<b>Механика</b> .....	182
<b>Глава 10</b>	
<b>Некоторые вопросы геофизики</b> .....	194
<b>Вместо заключения</b>	
<b>К столетию сэра Гарольда Джеффриса</b> .....	212
<b>Основные даты жизни и деятельности</b> .....	215
<b>Литература</b> .....	217
<b>Список сокращений</b> .....	241
<b>Именной указатель</b> .....	243

Научно-биографическое издание

**Козенко Александр Васильевич**

**Гарольд Джеффрис**  
**1891–1989**

*Утверждено к печати  
Редколлегией серии  
«Научно-биографическая литература»  
Российской академии наук*

Зав. редакцией *М.В. Грачева*  
Редактор *Г.Г. Гусева*  
Художественный редактор *Ю.И. Духовская*  
Технический редактор *З.Б. Павлюк*  
Корректоры *Г.В. Дубовицкая, Е.А. Желнова,*  
*Т.А. Печко*

Подписано к печати 24.06.2008  
Формат 60 × 90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Гарнитура Таймс  
Печать офсетная  
Усл.печ.л. 16,5. Усл.кр.-отт. 16,8. Уч.-изд.л. 17,2  
Тип. зак. 3335

Издательство «Наука»  
117997, Москва, Профсоюзная ул., 90  
E-mail: [sccret@naukaran.ru](mailto:sccret@naukaran.ru)  
[www.naukaran.ru](http://www.naukaran.ru)

Отпечатано с готовых диапозитивов  
в ГУП «Типография «Наука»  
199034, Санкт-Петербург, 9 линия, 12

НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ  
ЛИТЕРАТУРА



*А.В. Козенко*

**Гарольд  
ДЖЕФФРИС**

А.В. Козенко  
Гарольд  
ДЖЕФФРИС

## НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА

Книга представляет собой первую в мировой литературе научную биографию выдающегося английского физика Гарольда Джеффриса. Его работы в первой половине XX века во многом определяли лицо классической сейсмологии. Г. Джеффрисом впервые была построена сейсмическая модель Земли. Большое внимание он уделял проблемам, лежащим на стыке геофизики и астрономии. Им была развита теория приливов, теория движения Луны, построены первые модели внутреннего строения планет. Нельзя не отметить и его вклад в прикладную математику, гидродинамику и особенно математическую статистику. При написании научной биографии Г. Джеффриса использованы ранее не публиковавшиеся архивные материалы, часть которых была предоставлена его вдовой — леди Джеффрис.

ISBN 978-5-02-034287-3



9 785020 342873

