АКАДЕМИЯ НАУК СССР

НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

2-2-1
55-68 НПЛ

ЕВГЕНИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ
БОЛОТОВ

Н. Я. ЦЫГАНОВА

Евгений Александрович
БОЛОТОВ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА 1969

Книга рассказывает о жизни и деятельности известного русского ученого конца XIX — начала XX в. Евгения Александровича Болотова. Его творчество связано главным образом с работами в области аналитической механики. Именно здесь Болотов-ученый наиболее ярко проявил черты, характерные для школы Н. Е. Жуковского. Автор знакомит читателя и с работами Е. А. Болотова по исследованию движения с трением, по гидромеханике и другими, а также останавливается на отдельных моментах его педагогической и административной деятельности, в частности на его деятельности на посту ректора Казанского университета.

Ответственный редактор

кандидат физико-математических наук

И. А. ТЮЛИНА

От автора

Евгений Александрович Болотов — один из известных русских механиков конца XIX — начала XX в., научная и педагогическая деятельность которого много лет протекала в тесной близости с Николаем Егоровичем Жуковским и Сергеем Алексеевичем Чаплыгиным — видными деятелями высшей школы первых лет Советской власти.

Воспитанник Казанского университета Болотов начал свою научную и педагогическую деятельность в 90-х годах XIX в. в московских средних и высших учебных заведениях. Наиболее активный период творческой деятельности Болотова относится ко времени его работы в Московском техническом училище на кафедре теоретической механики, возглавляемой Н. Е. Жуковским. После смерти Н. Е. Жуковского Болотов заведовал здесь кафедрой теоретической механики. Научные исследования Е. А. Болотова относятся главным образом к аналитической механике; в них ярко проступают черты, характерные для школы Н. Е. Жуковского.

Самой значительной работой Е. А. Болотова по аналитической механике является его исследование наиболее общего вариационного принципа механики — принципа наименьшего принуждения Гаусса. Е. А. Болотову принадлежит обобщение принципа наименьшего принуждения, которое легло в основу дальнейших исследований этого принципа учеными казанской школы механики (Н. Г. Четаева, М. Ш. Аминова и др.). Н. Е. Жуковский высоко оценивал этот труд Е. А. Болотова.

Представляют также интерес работы Е. А. Болотова по исследованию движения с трением, по гидромеханике и учебные руководства по курсам математического анализа и аналитической геометрии, которые ученый много лет читал в Московском техническом училище.

Научная, педагогическая и административная деятельность Болотова оставила значительный след в истории Казанского университета, где Болотов в 1914—1921 гг. заведовал кафедрой теоретической механики и в 1918—1921 гг. был ректором. Руководя университетом в сложной обстановке первых лет Советской власти, Болотов проявил себя как талантливый организатор.

До сих пор научная, педагогическая и административная деятельность Болотова не нашла отражения в нашей литературе, если не считать беглого упоминания о Болотове в юбилейных сборниках Казанского университета. Автор ставит своей целью восполнить этот пробел, прекрасно понимая, что как первая книга об ученом она не может претендовать на полноту изложения всех сторон жизни и деятельности Е. А. Болотова.

Материал для биографического очерка автор почерпнул в основном из личных бесед с дочерью Болотова Мариной Евгеньевной и сыном Георгием Евгеньевичем, а также из воспоминаний Ивана Николаевича Веселовского. Автор использовал также документы, хранящиеся в музее Н. Е. Жуковского. К сожалению, удалось воспользоваться только некоторыми материалами семейного архива Болотовых, так как почти весь архив пропал в Великую Отечественную войну при эвакуации из Москвы семьи Георгия Евгеньевича Болотова.

Краткий биографический очерк

Годы учебы

Евгений Александрович Болотов родился 27(14) ноября 1870 г. в Казани в семье архитектора Александра Андреевича Болотова. Семья жила небогато и в основном существовала только на заработок отца. Евгений был старшим из четырех детей Болотовых. Когда ему исполнилось 14 лет, неожиданно умер отец. Семья оказалась в очень тяжелом материальном положении. Вскоре умерла мать. Жить стало совсем трудно. Обучение в гимназии Евгений продолжал на казенный счет.

Математические способности проявились у Евгения Болотова уже в гимназические годы. Они были замечены близким другом семьи Болотовых приват-доцентом Казанского университета Георгием Николаевичем Шебуевым. Шебуев не только оказал большое влияние на развитие интереса подростка к точным наукам, но после смерти родителей поддерживал его материально. В 1887 г. Е. А. Болотов окончил гимназию с золотой медалью и поступил на физико-математический факультет Казанского университета.

В годы учебы в университете Болотов жил в семье Шебуева. У него же он слушал многие лекционные курсы, в том числе и курс теоретической механики. К сожалению, мы мало знаем о Г. Н. Шебуеве. Его имя лишь вскользь упоминается в нашей литературе по истории механики, поэтому следует сказать несколько подробнее об этом замечательном казанском ученом.

Георгий Николаевич Шебуев (1850—1900) был воспитанником Казанского университета, который окончил в 1873 г. В университете он слушал лекции таких известных ученых, как В. Г. Имшенецкий, М. А. Ковальский.

Интенсивная преподавательская деятельность Шебуева в Казанском университете охватывает значительный

Александр Андреевич Болотов

период — с 1879 по 1893 г. Кроме лекций по математической физике ученый читал общий курс физики, а после смерти профессора И. С. Громеки вел все обязательные курсы по кафедре прикладной математики.

Теоретическую механику Шебуев преподавал с 1889 по 1893 г. Вспоминая своего учителя, Е. А. Болотов впоследствии писал: «Эрудиция Георгия Николаевича поражала всех, его знавших, своей обширностью и глубиной и позволяла ему читать курсы по всевозможным отделам математической физики и теоретической механики. Показателем высоты его репутации в этом отношении может, между прочим, служить поручение физико-математического факультета Казанского университета, согласно которому он, не имея ученой степени, должен был выступить рецензентом докторской диссертации» [1].

Научные исследования Г. Н. Шебуева по различным вопросам прикладной математики были высоко оце-

---

[1] Е. А. Болотов. Г. Н. Шебуев. Некролог. «Математический сборник», т. 22, вып. 1. М., 1901, стр. XIV—XV.

Евгений Болотов — гимназист

Е. А. Болотов в годы студенчества

нены научными кругами. В 1888 г. по постановлению совета Казанского университета Георгию Николаевичу было предоставлено право соискания степени доктора прикладной математики без экзамена и диссертации на степень магистра. Но Георгий Николаевич не воспользовался этим правом: по семейным обстоятельствам он был вынужден расстаться с университетом.

В 1893 г. Шебуев переезжает в Москву и получает должность инспектора классов Константиновского межевого института. Он принимает горячее участие в переустройстве Межевого института. Шебуеву принадлежит значительная доля в разработке нового плана устройства института и программ, приспособленных к этому плану. Значительны и его научные исследования этого периода — ряд работ по геодезии. Умер Шебуев в 1900 г.

Е. А. Болотов прекрасно нарисовал облик этого незаурядного ученого: «Полная простота изложения, отсутствие стремления раздуть значение добытых результатов и малая заботливость о широком распространении своих работ вполне отвечают той скромности в оценке своих заслуг, которой отличался Шебуев в течение всей своей жизни. Он работал, не делая из науки средства к получению известности и улучшения своего материального положения, а движимый исключительно чувством, никогда, к счастью, вполне не угасающим в людях и заставляющим прощать человечеству все его недостатки — любовью к истине» [2].

Научные интересы Евгения Александровича Болотова формировались под влиянием этого замечательного ученого. В 1892 г. Болотов окончил университет с дипломом первой степени и был оставлен при университете для подготовки к профессорскому званию.

В 1896 г. Болотов женился на дочери Шебуева Софье Георгиевне и переехал в Москву, где с 1893 г. проживала семья Шебуевых. Софья Георгиевна была одаренным человеком. Она окончила Казанскую гимназию и Казанскую художественную школу, где училась рисовать по фарфору, неплохо играла на рояле. После смерти Евгения Александровича она давала уроки рисования, брала заказы на выполнение рисунков по фарфору.

---

[2] Е. А. Болотов. Г. Н. Шебуев, стр. XIV—XV.

Г. Н. Шебуев

София Георгиевна Болотова

Московский период педагогической деятельности

30 января 1896 г. Е. А. Болотов был принят в число приват-доцентов Московского университета по кафедре прикладной математики, возглавляемой Николаем Егоровичем Жуковским.

Н. Е. Жуковский всегда уделял большое внимание подготовке молодых ученых-механиков. Из среды его учеников вышло много талантливых ученых: С. А. Чаплыгин, Г. Г. Аппельрот, Д. Н. Горячев, Е. А. Болотов и др. Дальнейшее тесное общение Болотова с Н. Е. Жуковским, творческая работа под его непосредственным руководством сыграли большую роль в формировании Болотова как ученого и преподавателя.

Первые годы жизни Болотова в Москве, заполненные интенсивной преподавательской деятельностью в различных учебных заведениях, оставляли мало времени для научного творчества. Так, Болотов преподавал теоретическую механику в Инженерном училище ведомства путей сообщения, в Коммерческом училище Р.К. Сливинского, в Практической академии коммерческих наук, исполнял обязанности директора Коммерческого училища Р. К. Сливинского и т. д.

На кафедре прикладной математики университета основной курс теоретической механики читал Н. Е. Жуковский. Приват-доценты кафедры В. М. Коваленский и Н. И. Мерцалов вели дополнительные курсы по прикладной механике, приват-доценты Д. Н. Горячев, Е. А. Болотов, Г. Г. Аппельрот и И. В. Станкевич читали специальные, необязательные курсы по отдельным частным, но актуальным вопросам теоретической механики, а также проводили практические занятия. Н. Е. Жуковский практическим занятиям по механике придавал большое значение, активно участвуя в их проведении.

В Московском университете, где Болотов преподавал до 1914 г., он с успехом читал специальный курс теории трения и вел практические занятия.

Это было время крупнейших открытий в области механики, сделанных учеными московской школы. Именно в этот период Н. Е. Жуковский и С. А. Чаплыгин разработали теоретическую аэродинамику и газовую динамику.

Е. А. Болотов в первые годы работы в МТУ

Ряд замечательных результатов по динамике твердого тела был получен в работах Н. Е. Жуковского, Г. Г. Аппельрота, Д. Н. Горячева, С. А. Чаплыгина и Е. А. Болотова.

Жуковского и Болотова, помимо работы в университете, сближала их преподавательская деятельность в Московском техническом училище, где Жуковский с 1897 г. занимал должность профессора кафедры аналитической механики. С 1900 г. Московское техническое училище являлось основным местом работы Болотова. Он читал в нем курс аналитической геометрии и одновременно вел упражнения по теоретической и аналитической механике, которую читал Жуковский.

В оригинальных лекциях по аналитической геометрии Болотов излагал аналитическую геометрию на плоскости и в пространстве, а также сферическую тригонометрию, связывая многие разделы этого курса с отдельными вопросами теоретической механики и астрономии. Не удивительно, что курс лекций Болотова по аналитической геометрии выдержал три литографированных издания и долгое время служил учебным пособием для студентов технического училища.

После ухода из Московского технического училища преподавателя Н. А. Шапошникова должность преподавателя кафедры математического анализа занял Е. А. Болотов. Он сразу же горячо взялся за дело. И вскоре студенты с увлечением слушали его курс математического анализа.

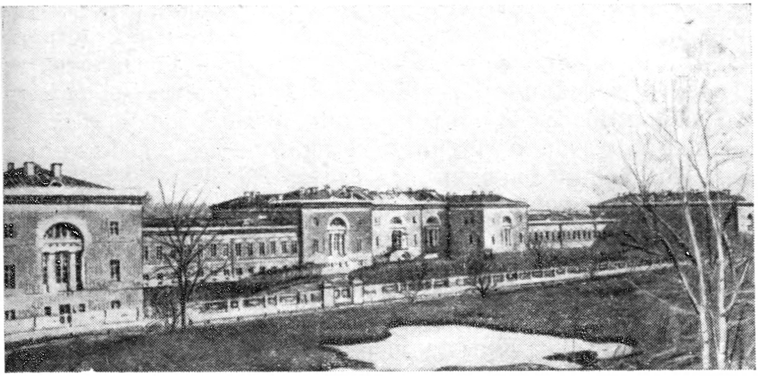
Курс математического анализа Болотова отличался простотой и строгостью изложения и содержал много ценного материала по приближенным вычислениям, например вывод мало известной формулы Понселе для приближенного вычисления определенных интегралов и т. п. Эта работа Болотова получила высокую оценку современников. Его лекции составили двухтомное литографированное издание. Позднее, после переезда из Москвы в Казанский университет, Болотов по предложению Госиздата подготовил свой курс математического анализа к печатному изданию. Однако завершению публикации помешала смерть автора.

В 1909—1910 гг. Е. А. Болотов читал в училище специальный курс теории упругости (эти лекции были стенографированы и подготовлены к печати В. П. Ветчинкиным). К сожалению, и этому курсу Болотова не суждено было быть опубликованным. Дело в том, что в момент подготовки его к печати в Киеве вышел литографированный курс теории упругости профессора С. П. Тимошенко, и Болотов, естественно, отказался от своего издания.

Студентам, слушавшим у него курс теории упругости, Болотов параллельно читал курс дифференциальных уравнений в частных производных. Ученый считал, что эти лекции помогут слушателям училища легче усвоить сложный курс теории упругости.

Евгений Александрович уделял большое внимание подготовке своих лекций. Он отрабатывал их настолько детально и тщательно, что при издании их почти не требовалось редактирования.

Лекторское мастерство Болотова высоко ценили его коллеги — профессора и преподаватели, в частности Н. Е. Жуковский. О чрезвычайной популярности Болотова среди студентов можно рассказывать долго. Марина Ев-



Московское техническое училище

геньевна Болотова вспоминала, что отдельные студенты, уже сдавшие Болотову экзамен, продолжали ходить на его лекции по сданному курсу и на вопрос товарищей, почему продолжают посещать лекции, отвечали: «Почему же не получить удовольствие бесплатно?»

В 1907 г. Е. А. Болотов был утвержден в степени магистра прикладной математики за работу на тему «О движении материальной плоской фигуры, стесненном связями с трением». Сохранился отзыв Н. Е. Жуковского на эту работу, в котором, в частности, отмечалось, что главная заслуга Болотова в этой работе — его геометрический анализ. «Найденные им свойства критических точек и критических прямых позволяют из рассмотрения законов моментов сил реакций связей сделать разбор различных движений, допустимых в рассматриваемой задаче. Можно сказать, что задача о движении площадки с двумя степенями свободы автором разъяснена вполне».

В 1908 г. Болотов был командирован с научной целью в Берлин и Дрезден. В 1913 г. его вновь направили в научную командировку за границу. На этот раз, кроме Берлина, он посетил Мюнхен и ряд городов Швейцарии.

Евгений Александрович был общительным, гостеприимным человеком. Семью Болотовых охотно посещали многие известные московские ученые. По вечерам к ним часто приходили С. А. Чаплыгин, с которым Болотов был на «ты», В. П. Писарев, Л. С. Лейбензон, А. И. Некрасов, И. В. Станкевич. Нередко бывал в их доме и Н. Е. Жуковский. Особенно часто заезжал он за Болотовым по дороге в Техническое училище. Однажды произошел такой забавный случай. Жуковский и Болотов подъехали в одной пролетке к училищу и вышли из нее с разных сторон. Когда они сошлись на тротуаре, Жуковский воскликнул с удивлением: «Интересно, Евгений Александрович, как это мы с вами встретились?»

В свободное от учебных занятий время Евгений Александрович много читал. Но и во время отдыха он не переставал думать о науке и наряду с художественной литературой читал научные книги и статьи. Болотов живо интересовался политикой, любил читать газеты. Он часто обсуждал вопросы политики с друзьями, спорил, отстаивал свою точку зрения по тому или иному вопросу. Болотов увлекался шахматами и хорошо играл в них. Иногда его можно было видеть за раскладкой пасьянса.

Почти ежегодно летние каникулы Евгений Александрович с семьей проводил под Казанью, на даче Георгия Николаевича Шебуева, в так называемом имении. Г. Н. Шебуев, страстный садовод, превратил большой участок земли при даче в прекрасное место отдыха с садом и цветником. Летом на даче Шебуева собирались все его родственники. После смерти Г. Н. Шебуева семья Болотовых по-прежнему проводила летний отдых в дачной местности под Казанью. Евгений Александрович любил совершать длительные пешеходные прогулки. Ходил он быстро, большими шагами. На одной из фотографий он запечатлен отдыхающим на раскладном стуле во время одной из прогулок. В семье Болотовых эта фотография называлась «на травке».

Болотовы имели двоих детей. Дочь, Марина Евгеньевна, недавно умершая, окончила Казанскую гимназию, училась на различных библиотечных курсах и работала библиотекарем, затем — библиографом. Последнее место ее работы — библиотека Московского политехнического музея.

Сын, Георгий Евгеньевич, окончил Московский университет по специальности механика.

В Казанском университете

В 1914 г. Жуковский рекомендовал Болотова на кафедру теоретической механики Казанского университета. Его рекомендация содержала яркую характеристику Болотова как ученого и преподавателя. Высоко оценивая его лекторское мастерство, Жуковский придавал большое значение работам Болотова по исследованию движения при наличии трения, причем его работу «О принципе Гаусса» расценивал как докторскую диссертацию.

«На предложенный мне вопрос,— писал Н. Е. Жуковский,— по поводу достойного кандидата для замещения кафедры теоретической механики в Казанском университете, имею ответить, что, по моему убеждению, наиболее достойным кандидатом является Евгений Александрович Болотов.

Его блестящие лекторские способности с удовольствием вспоминаются его благодарными учениками по техническому училищу. Он умел всегда в самой простой форме указать на суть разбираемой задачи. Его ученые работы «Задача о разложении данного винта», «О движении материальной плоской фигуры при связях с трением» и «К теореме Гаусса» отличаются простотой изложения и оригинальностью мысли. Вторая работа была представлена на магистерскую диссертацию в Московском университете и послужила к разъяснению многих парадоксов [...] в вопросе динамики с трением. Наконец, его последнее сочинение о некотором приложении теоремы Гаусса могло быть принято как докторская диссертация.

Казанский университет вполне правильно оценил ученые заслуги Евгения Александровича, пригласив его сразу на должность ординарного профессора [3]. Я не представляю себе лучшего замещения кафедры теоретической механики в Казанском университете, как переизбрание профессора Евгения Александровича Болотова.

Профессор Н. Жуковский [4].

---

[3] Вообще звание ординарного профессора не присваивалось без предварительной работы в университете в качестве заведующего кафедрой.— *Н. Ц.*

[4] Музей Н. Е. Жуковского. Фонд Е. Н. Жуковского, инв. № 209.

Болотов тяжело переживал переезд из оживленной Москвы в тихую, провинциальную Казань, отрыв от общества Н. Е. Жуковского и других коллег по университету и МТУ. Об этом, в частности, свидетельствует его первое письмо (от 24 января 1915 г.) к Н. Е. Жуковскому, где звучат нотки уныния.

«Глубокоуважаемый
Николай Егорович!

Уже почти полтора месяца прошло с тех пор, как я покинул Москву, причем, к великой досаде, обстоятельства отъезда не позволили мне проститься с Вами. Много раз я собирался писать Вам, но постоянно откладывал в надежде, что наберется такой материал для письма, который мог бы быть для Вас сколько-нибудь интересным. К сожалению, это едва ли случится в скором времени, и приходится говорить о мало интересных вещах.

Конечно, Вам нимало не любопытно было бы повествование о том, как мы перебрались в Казань и устраивались в хозяйственном смысле, как мне пришлось путешествовать с визитами по всем членам университетского совета, причем дело затруднялось неточностью адресов, полученных в канцелярии, и отсутствием нумерации домов на улицах Казани.

Очень бы хотелось, наоборот, сообщить что-либо достойное внимания о научной жизни Казанского университета, в особенности относительно механики, но, к сожалению, как раз в этом отношении ничего хорошего не наблюдается.

С уходом в Киев А. П. Котельникова математика в Казанском университете оказалась в печальном положении. Не считая А. В. Васильева, который, продолжая числиться профессором в Казани, живет в Петрограде как член Гос[ударственного] Совета, налицо имеется один только профессор математики (Н. Н. Парфентьев) и тот не настоящий, а и. д., как и Ваш покорный слуга. Есть несколько приват-доцентов по чистой математике (4), один из которых младший брат покойного Н. П. Слугинова, но лишь один из них, как говорят, талантливый человек... По механике есть один приват-доцент (А. Л. Лаврентьев). Человек он, по-видимому, очень недурной, что же касается его цены как ученого, то пока об этом ничего не могу сказать.

Понятно, что при таких условиях жизнь Казанского ф[изико]-матем[атического] общества почти совсем замерла. Лекции я начал читать и, по частным сведениям, студентам понравился, но аудитория нельзя сказать чтобы была многолюдна. Очень плохо влияют на студенческие занятия министерские правила о минимальном числе полукурсовых экзаменов, нужном для зачета полугодий. Диффер[енциальные] и интегр[альные] исчисления вместе с геометр[ическими] приложениями считаются за одно полукурсовое испытание, за одно же считается химия или описат. астрономия.

Конечно, студенты для минимума выбирают легкие предметы и, к тому моменту, когда надо слушать механику, оказываются в большинстве не подготовленными по математике. В январе я был ассистентом на экзамене по математике и видел ряд студентов, числившихся на 8 семестре и сдавших диффер[енциальное] исчисление! Вероятно, это имеет место и в Москве, но не так заметно, как в малолюдном университете. Очень большое огорчение доставил мне «кабинет практической механики», которому основание положил Д. Н. Зейлигер. По-видимому, он не составил себе заранее определенного плана устройства кабинета, а увлекался разными идеями. В результате у него в кабинете стоят 2 токарных станка с моторами, несколько верстаков с набором столярных инструментов, фрез[ерный] станок; имеется фотографическая комната, прекрасно оборудованная, но что со всем этим делать — решительно не знаю. Приборов для демонстраций, соответствующих курсу теоретической механики, почти нет (4 гироскопа), так же как и моделей механизмов. Вероятно, порядочное время кабинет будет бездействовать, тем более что военное время не позволяет покупать что-либо новое даже на имеющиеся деньги.

Пока до свидания, дорогой Николай Егорович, передайте, пожалуйста, поклон Елене Николаевне и всем товарищам по техническому училищу, которое по-старому близко моему сердцу. Если найдете когда-либо время черкнуть два слова, то очень обрадуете глубоко Вас уважающего и всей душой преданного Евгения Болотова»[5].

Н. Е. Жуковский интересовался жизнью Болотова в Казани, его научной работой. К сожалению, из писем

Музей Н. Е. Жуковского. Фонд Н. Е. Жуковского, инв. № 209.

Жуковского к Е. А. Болотову сохранилось только одно от 24 декабря 1915 г. Ниже приводим его в сокращенном варианте.

«Глубокоуважаемый

Евгений Александрович!

Поздравляю Вас с праздником Рождества Христова и с наступающим Новым годом. Очень давно не писал Вам. Весьма благодарен за Ваше поздравление с днем ангела и Вашу добрую память обо мне. На 6-е собралась наша прежняя компания; вспоминали о Вас. К этому дню я приноравливал сделать юбилей моей 100-й работы, но мои ученики выпустили книжечку с перечислением всех моих ученых трудов и насчитали 130 номеров. Посылаю Вам эту книжечку; она издана Имп. техн. училищем. Несмотря на старость лет, моя деятельность усилилась. Много времени у меня отнимают «Сокращенные курсы авиации», которые устроены при Имп. техн. училище Комитетом воздушного флота и на которых я числюсь заведующим. У нас команда из 43 военных летчиков, которые, пройдя у нас курсы авиационных и военных наук, будут переведены в Севастополь обучаться летанию. Наш курс 4-месячный и курсы в Севастополе тоже 4 месяца, так что полный курс обучения на летчика 8 месяцев.

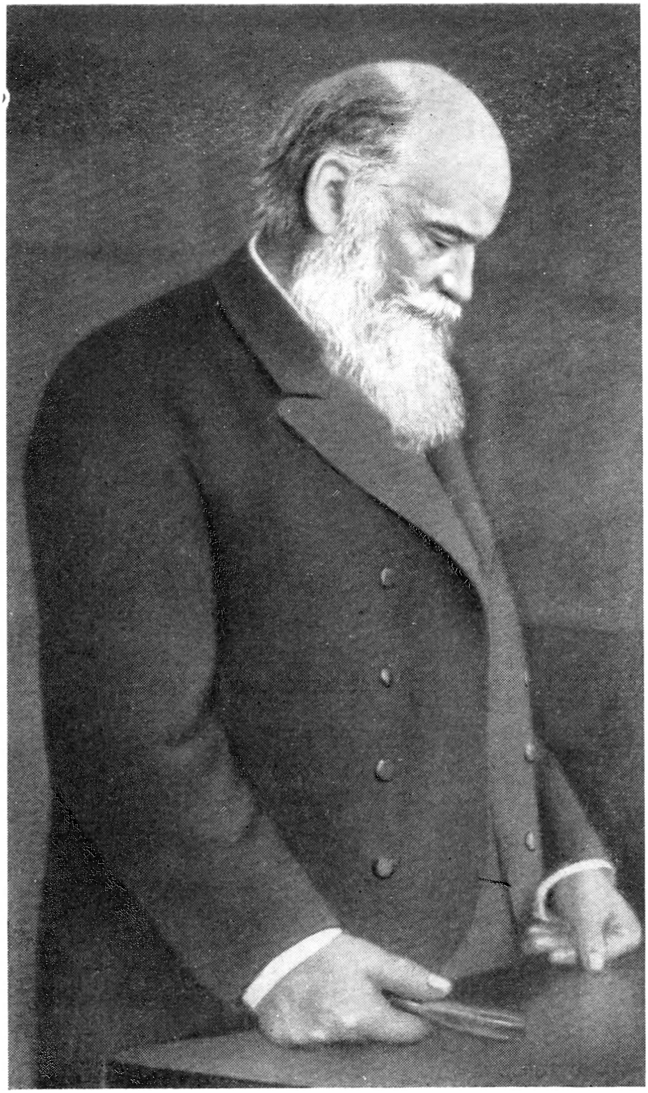
Полный комплект нашей школы 60 учеников (вероятно, при втором приеме, который начнется в феврале, комплект пополнится) и бюджет 30 тысяч в год. Аэродинамическую лабораторию Имп. техн. училища, где мы читаем лекции курсам, Вы бы теперь не узнали. Она вся перестроена, и где был коридор, там теперь сделана большая аэродинамическая труба. Кроме курсов авиации я занимаюсь еще в Военно-промышленном комитете, где состою председателем отдела изобретений [...]. С нетерпением жду Вашей статьи «О принципе Гаусса». Следует Вам подумать и насчет докторской диссертации.

Вашей супруге и деткам мой сердечный привет. Леночка шлет Вам поклон и поздравление с праздником.

Ваш Н. Жуковский» [6]

---

[6] Сб. «Н. Е. Жуковский». Документы научной и общественной деятельности. М., 1954, стр. 45.



Н. Е. Жуковский

В октябре 1918 г. Болотов бы избран ректором Казанского университета. На этом посту он оставался до середины января 1921 г.

Чтобы правильно оценить роль Е. А. Болотова как ректора университета в сложных условиях того времени, необходимо дать характеристику политической обстановки в Казани и Казанском университете в период Октябрьской революции, гражданской войны и интервенции.

Уже начиная с февраля 1917 г. актовый зал и аудитории Казанского университета являлись ареной острой политической борьбы за перерастание буржуазно-демократической революции в социалистическую. В этой борьбе наряду со студентами и преподавателями университета участвовали широкие круги казанских рабочих и солдат. С университетской трибуны большевики призывали рабочих города к борьбе за власть Советов. В вопросе о власти реакционная профессура университета поддерживала буржуазное Временное правительство. Сосредоточив в своих руках все органы управления университетом, она бешено сопротивлялась их демократизации, опасаясь проникновения идей социалистической революции в студенческую среду.

26 октября (8 ноября) 1917 г. в результате кровопролитных боев власть в Казани перешла в руки пролетариата и революционных солдат гарнизона. Вскоре Советская власть была установлена во всей Казанской губернии.

В дни Октябрьского вооруженного восстания особенно ярко выявилась контрреволюционная позиция реакционной профессуры Казанского университета. Так, совет университета вынес решение о посылке верноподданнейшей телеграммы свергнутому Временному правительству. Реакционные профессора Казани стремились установить контакт с контрреволюционными учеными других городов страны. 9 декабря 1917 г. Совет Казанского университета присоединился к контрреволюционному протесту Харьковского университета, Президиума педагогического совета Стебутовских высших женских сельскохозяйственных курсов, съезда врачей Красного Креста Западного фронта, выступивших против Октябрьской революции и мирной политики Советского правительства. Совет университета агитировал за войну с Германией «до победного конца». Его члены не желали признавать законным правительством Совет Народных Комиссаров и продолжали обращаться к свергнутому Временному правительству.

С первых же дней Октября органы Советской власти в Казани проделали огромную работу по построению и укреплению нового государственного аппарата. Были созданы отряды революционной армии, сыгравшие решающую роль в разгроме внутренней контрреволюции и иностранной интервенции. Губернские советские и партийные органы приняли решительные меры по ликвидации контрреволюции. В деревне создавались комитеты бедноты, на производстве вводился рабочий контроль. Все эти социалистические преобразования приходилось проводить в обстановке ожесточенной борьбы с врагами Советской власти.

Антисоветское движение в Среднем Поволжье особенно усилилось летом 1918 г. в связи с мятежом чехословацкого корпуса. Характеризуя сущность этого мятежа, В. И. Ленин указывал, что его организовали иностранные интервенты: «...чехословацкое движение было одним из звеньев, давно рассчитанных на удушение Советской России систематической политикой англо-французских империалистов, с целью втягивания России снова в кольцо империалистических войн» [7].

Казань, еще недавно мирный, тыловой город, оказалась в прифронтовой полосе. Белогвардейцы и чехи придавали большое значение захвату города — это открывало им путь на Москву. Кроме того, их привлекал хранившийся в кладовых Казанского банка золотой запас РСФСР.

Обстановка в городе способствовала исполнению замыслов врагов Советской власти. В Казани в то время укрывалось около 5 тыс. бывших офицеров. В их среде назревал заговор, подготовляемый Савинковым. «Решил ехать на Волгу,— вспоминал Савинков о тех днях.— Надеюсь, что Казанская организация будет счастливее, чем рыбинская, и что мы своими силами возьмем город».

В Казанском кремле стоял батальон сербов, сформированный из бывших военнопленных австро-германской армии, нейтральный к Советской власти. Батальон под-

[7] В. И. Ленин. Полное собрание сочинений, т.37, стр. 1—2.

чинялся сербской военной миссии, но командир батальона, потеряв связь со своей миссией и оставшись без денег, нашел поддержку во французской военной миссии и вскоре примкнул к заговорщикам. Сербский батальон и офицерские организации были предупреждены о дне наступления белочешского корпуса и белогвардейской армии Комуч (Комитет учредительного собрания).

В июле частями белочешского корпуса и белогвардейской армии были захвачены восточные и юго-восточные районы Казанской губернии. Рано утром 6 августа белые высадились на левом берегу Волги и пошли в обход для удара с восточной стороны Казани. Четыре роты чехов начали наступление с юга. Казанские пристани были обстреляны артиллерийским огнем.

Большевики сделали все, чтобы организовать четкую оборону города. Были созданы рабочие дружины. Вместе с частями Красной Армии активную роль в его обороне играли 5-й Земгальский латышский полк, интернациональный батальон им. Карла Маркса и др. Однако место высадки противника оказалось неожиданным для защитников города, и пока рабочие дружины подошли к этому району, белые уже успели продвинуться на значительное расстояние. В самый критический момент ожесточенного, длившегося несколько часов неравного боя, когда рабочие дружины с помощью подоспевших бойцов Латышского полка начали теснить противника, к нему подоспело подкрепление — 300 человек из сербского батальона. Сербы ударили с фланга и прорвались к орудиям.

В это время в городе вспыхнуло офицерское контрреволюционное восстание. Восставшие помогли части белогвардейцев прорваться в центр города. Обстреливаемые из-за углов, с чердаков и окон домов красногвардейцы и рабочие дружины, потеряв связь друг с другом упорно боролись за каждый дом. Бой длился до глубокой ночи. Но силы оказались слишком неравными. Город перешел в руки белых.

Белочехи вместе с белогвардейцами восстановили органы буржуазной власти. В городе начался массовый террор, в котором приняли участие не только буржуазия и помещики, но и меньшевики, эсеры, националисты. Рабочие районы Казани были разгромлены. Рабочих расстреливали прямо на улицах — у стен их домов. По Волге плавали «баржи смерти».

Е. А. Болотов на даче в Красной Горке (ныне Юдино) под Казанью. 1910 г.

В Казани и в уездах были восстановлены старые порядки. Фабрики и заводы возвратились к прежним владельцам, земля — помещикам. Власти распустили рабочие и крестьянские организации, отменили 8-часовой рабочий день.

Трудящиеся Казани и Казанской губернии, руководимые большевиками, самоотверженно боролись против врагов Советской власти. В ряде мест губернии вспыхивали вооруженные восстания рабочих и крестьян, которые способствовали ослаблению тыла противника. Рабочие и крестьяне создавали партизанские отряды и выступали против белогвардейцев и белочехов. Под руководством Центрального Комитета партии и лично В. И. Ленина шла напряженная работа по укреплению Восточного фронта.

Благодаря мерам, принятым Коммунистической партией и Советским правительством, Восточный фронт превратился в грозный бастион революции. Под Казанью была создана 5-я армия; по указанию Ленина на Восточный фронт направилась Волжская флотилия. Красная Армия остановила наступление белогвардейцев и белочехов и, перейдя в контрнаступление, при поддержке Волжской флотилии 10 сентября 1918 г. с боем овладела Казанью.

К освободителям Казани с приветственным письмом обратился В. И. Ленин:

«Товарищи! Вам уже известно, какое великое значение приобрело для всей русской революции взятие Казани, ознаменовавшее перелом в настроении нашей армии, переход ее к твердым, решительным победоносным действиям. Тяжелые жертвы, понесенные вами в боях, спасают республику Советов. От укрепления армии зависит прочность республики в борьбе с империалистами, зависит победа социализма в России и во всем мире. От всей души приветствую геройские советские войска, армию авангарда эксплуатируемых, борющихся за свержение эксплуатации, и желаю дальнейших успехов.

С товарищеским и коммунистическим приветом

В. Ульянов (Ленин)»[8]

---

[8] В. И. Ленин. Полное собрание сочинений, т. 37, стр. 96.

В октябре 1918 г. от врага была очищена вся территория современной Татарии.

В течение месячного пребывания белочехов в Казани реакционная профессура университета оказывала практическую помощь контрреволюции, собирая средства для белогвардейской армии, выступая в печати с антисоветскими статьями. Предшественник Болотова на посту ректора Д. А. Гольдгаммер даже подписал приветствие белочехам. Настроенные против Советской власти представители Казанского университета бежали из города с белочехами, отступая на территорию, занятую Колчаком.

В конце 1918 г. над молодой Советской республикой нависла новая опасность. На среднюю Волгу надвигались орды иностранной интервенции. Начался первый военный поход Антанты. Основную ударную силу этого похода составляли войска Колчака. В середине марта колчаковцы вторглись в пределы Казанской губернии.

В течение марта — апреля 1919 г. армия Колчака захватила огромную территорию и стала подходить к Волге. Одновременно на территории Среднего Поволжья, в частности в Казанской губернии, вспыхнули кулацкие восстания. Центральный Комитет партии, В. И. Ленин призвали весь советский народ дать отпор врагу. Руководствуясь решениями партии, указаниями В. И. Ленина, большевики Казани и Казанской губернии развернули большую работу по мобилизации трудящихся на борьбу с колчаковскими бандами. 26 марта на расширенном заседании Казанского Совета обсуждался вопрос о положении на Восточном фронте. Совет постановил объявить в губернии военное положение. 29 марта был создан губернский Революционный комитет, которому передавалась вся полнота власти. Под руководством большевистских организаций создавались революционные комитеты в прифронтовых уездах Казанской губернии. Трудящиеся Казани и губернии непрерывно усиливали помощь фронту.

Наступательные операции колчаковских войск на территории губернии продолжались до начала мая 1919 г. В захваченных районах колчаковцы вводили кровавый режим, они расстреляли тысячи рабочих и крестьян. Решающее значение для разгрома Колчака имело контрнаступление Южной группы войск Восточного фронта, которым руководили М. В. Фрунзе и В. В. Куйбышев. В июне 1919 г. колчаковские войска были изгнаны из Татарии. Летом 1919 г. начался новый поход Антанты против Советской России. Основной силой этого похода были войска Деникина, развернувшие наступление с юга на север. Снова оказались под угрозой исторические завоевания Октябрьской революции. Конкретной программой мобилизации сил на разгром деникинских банд явилось письмо ЦК РКП (б) «Все на борьбу с Деникиным!», написанное В. И. Лениным и опубликованное 9 июля 1919 г.

Партийные организации Казани и уездов широко разъясняли массам опасность деникинского похода. 6 июля 1919 г. Объединенное собрание членов Казанского Совета и делегатов губернской партийной организации поручило губисполкому и губкому выработать и осуществить ряд мер по оказанию помощи Южному фронту. В боях против Деникина приняли участие десятки тысяч трудящихся Казанской губернии. Профсоюзные, партийные и комсомольские организации отдали свои лучшие силы Красной Армии. Преодолевая большие трудности, рабочие Казани и других городов губернии увеличивали производство необходимой для фронта продукции, в центры страны и на фронт один за другим отправлялись эшелоны с продовольствием.

В начале 1920 г., когда остатки деникинских войск катились на юг, страна получила некоторую передышку. Затишье на фронтах дало возможность партии и правительству усилить внимание к хозяйственным задачам. Однако период мирной жизни оказался кратковременным. Снова над Советской республикой нависла грозная опасность. 25 апреля 1920 г. польская армия без объявления войны вторглась на территорию Украины, вслед за этим начали наступление из Крыма войска Врангеля.

Трудящиеся Казанской губернии напрягали все свои силы, чтобы помочь Западному фронту. 28 апреля 1920 г. Казанский губком партии принял решение о мобилизации коммунистов на Западный фронт; по примеру коммунистов на фронт отправились тысячи беспартийных рабочих и крестьян.

К осени 1920 г. обстановка на фронтах значительно улучшилась. Испытав сокрушительные удары Красной

Армии, белополяки отказались от своих захватнических планов, и 20 октября 1920 г. был заключен мирный договор между РСФСР и Польшей. Теперь все внимание было сосредоточено на Южном фронте против Врангеля. 8—11 ноября, взяв Перекоп, войска Красной Армии ворвались в Крым, и врангелевцы отступили.

Гражданская война была победоносно закончена. Наступило долгожданное время мирного строительства.

В героической борьбе рабочего класса и трудящихся масс Татарии с внутренней контрреволюцией и иностранной интервенцией активное участие приняла и интеллигенция, в том числе профессорско-преподавательский состав и студенчество Казанского университета. Значительная часть прогрессивно настроенных профессоров и преподавателей университета понимала необходимость установления тесной связи науки с народом, видела цель науки в служении народу и в дни тяжелых испытаний для Советского государства была с народом. Она живо откликнулась на ленинский лозунг «Все для фронта, все для обороны республики».

Е. А. Болотов, представитель этой лучшей части профессуры, находясь на посту ректора университета, честно выполнял директивы Советской власти и сумел сохранить университет от развала в тяжелые годы интервенции и гражданской войны.

В это время работа медицинских кафедр университета была подчинена интересам фронта. При этом большую помощь фронту и тылу оказывали университетские клиники оперативной хирургии, хирургической патологии, гигиены и эпидемиологии. Раненые красноармейцы находились на излечении в университетских клиниках. Более 1200 студентов-медиков отправились на Восточный фронт. Многие питомцы университета отбыли в те дни в распоряжение Главсанупра. По инициативе научных работников физико-математического и гуманитарных факультетов была развернута активная культурно-просветительная работа среди населения.

30 апреля 1918 г. Совет университета по предложению группы прогрессивных профессоров принял решение об организации публичных лекций для населения города. Эту инициативу поддержали губернский и городской революционные комитеты. Они утверждали тематику лекций по общественным и естественным наукам.

Совет университета, одобрив предложение Казанского комиссариата по просвещению, создал при университете культурно-просветительную ассоциацию по лекционно-пропагандистской работе среди населения. Наряду со многими профессорами в работе ассоциации активное участие принимал и Болотов. Активисты выезжали в районные рабочие клубы, в подразделения Красной Армии, выступая перед рабочими и красноармейцами с лекциями по различным отраслям знания.

Передовые ученые Казани стремились помочь своими исследованиями народному хозяйству страны. Так, физико-математический факультет университета решительно перестраивал всю научную работу естественного отделения, направляя ее на решение ряда хозяйственных задач.

В годы революции и гражданской войны Казанский университет являлся крупнейшим центром математической культуры. Несмотря на тяжелые экономические условия, его ученые поддерживали связь со многими научными учреждениями страны. За годы гражданской войны в стенах университета было подготовлено для печати большое количество оригинальных научных работ. Например, только на физико-математическом факультете в 1919 г. было сдано около 30 печатных листов, в том числе статьи Н. Н. Парфентьева, Е. А. Болотова и др. В этот период Е. А. Болотов продолжал трудиться над работой «О принципе Гаусса», высоко оцененной Н. Е. Жуковским.

Сразу же после освобождения Казани от белочехов в университете стал проводиться в жизнь ленинский декрет об отмене приемных экзаменов при поступлении в высшее учебное заведение. Это мероприятие было встречено в штыки реакционной профессурой. Руководству университета пришлось пойти на жесткие меры, предупредив противников декрета об ответственности по суду Военно-революционного трибунала.

Великая Октябрьская революция изменила и состав студенчества в Казанском университете. Заметно увеличилась рабоче-крестьянская прослойка, среди студентов стало больше юношей и девушек из семей служащих. Об этом, в частности, свидетельствуют воспоминания одной из казанских студенток, Е. Гинзбург, занимавшейся в начале 20-х годов на факультете общественных наук (сокращенно ФОН).

«Среди бушлатов, шинелей, тулупов в университетских коридорах начала 20-х годов еще часто мелькают выцветшие голубые околыши на фуражках...

Забавную группку среди голубых околышей составляли так называемые вечные студенты [...]

Но эти уникумы выглядели островами прошлого на фоне студентов другого типа, которых мы [...] условно называли «те, что в обмотках». Иногда эти люди донашивали красноармейские шинели и буденовки, иногда ходили в ватниках и бушлатах. Но обувь у всех была одинаковая, потому что обувная проблема была слишком серьезной, чтобы ее можно было разрешить в промежуток между фронтом и университетом. Вот и ходили все в чоботах, зашнурованных лямками или веревочками, а икры ног туго обматывали широкими лентами защитного цвета [...]

Некоторые из «обмоточных» именовались в наших разговорах «беднейшее крестьянство». Я вспоминаю удивительные лица, как бы сошедшие с картин передвижников. Только выражением спокойной уверенности в своем праве на эти аудитории они и отличались от своих дедов, пробивавших некогда дорогу к свету, видя перед собой только небо, ельник да песок.

Были и такие, кто пришел в университет, не имея самой элементарной общеобразовательной подготовки. «Здесь не больно трудно, у нас, на ФОНе-то,— говорил демобилизованный красноармеец Бакшеев, — предметы тут, так сказать, жизненные, про войну, скажем, или про революцию. А вот у меня сеструха на медфак подалась, так у них, верьте, химию учат не простую, а не-ог-ра-ни-ченную...»[9]

Отдельные профессора на своих лекциях остро выражали неприязнь к этой новой аудитории, ко всему новому, что принесла с собой революция. По словам Гинзбург, один известный казанский профессор по международному праву «начисто игнорировал специфику своей новой аудитории и читал так, как привык читать издавна. Все иностранные источники цитировал на языке подлинника, сыпал латинскими пословицами и остротами, доступными только «избранным», к голубым околышам обра-

---

[9] Е. Гинзбург. Студенты двадцатых годов. «Юность», 1966, № 8, стр. 79—81.

щался со словами «коллеги», к остальным вообще никак не обращался»[10]. Его коллега, читавший историю средних веков, умышленно говорил со своими слушателями как с высокообразованными людьми. «Давая библиографию какого-нибудь вопроса, вдруг заявляет: «Ну, это опускаю, как общеизвестное...» или «Вы, конечно, помните, что...»[11]

Большое значение в формировании пролетарского студенчества, в демократизации университета, в подготовке новых, пролетарских кадров имел открытый 1 ноября 1919 г. рабочий факультет, внесший живую пролетарскую струю в деятельность Казанского университета.

Как и следовало ожидать, реакционная профессура восприняла это новшество как нечто чуждое, инородное, даже само слово «рабфак» вызывало у них злобную издевку. Гинзбург вспоминает, как профессор-лингвист на лекции убеждал в неправомочности этого слова в русском языке:

«По законам русского языка «рабфак» должен бы склоняться по типу слов «сапог», «пирог». То есть в родительном падеже должно быть «рабфага», а как раз это невозможно, то слово это в нашем языке — инородное тело [...] Потом профессор переходит к характеристике сокращенных слов, введенных революцией. Сначала опять-таки язвит. Дескать, теперь лирический пейзаж с описанием лунной ночи будет выглядеть так: «Лунночь вся была нежистома...» Но вот лектор обрушивается всей своей эрудицией на наши неологизмы и с такой силой предрекает гибель русского литературного языка, что дрожь берет...»[12]

Е. А. Болотов принимал деятельное участие в организации рабфака. Постановлением президиума рабфака от 22 февраля 1921 г. он был назначен преподавателем математики.

Председателем комиссии по организации рабочего факультета являлся профессор Николай Николаевич Парфентьев (1877 — 1943), крупный ученый и передовой человек своего времени. В дореволюционный период Парфентьев неоднократно подвергался нападкам за свои

---

[10] Е. Гинзбург. Студенты двадцатых годов. «Юность «1966, № 8, стр. 82.

[11] Там же, стр. 91.

[12] Там же.

прогрессивные взгляды, а в 1905 г. даже был уволен из университета и вновь принят только через год.

После Октябрьской революции Парфентьев активно участвовал в работе по перестройке системы высшего и среднего образования. С 1918 г. он был деканом физико-математического факультета Казанского университета, в 1919 г. возглавлял комиссию по организации рабочего факультета и затем долгое время входил в состав его правления.

Парфентьев работал в тесном контакте с Болотовым. Он высоко оценивал вклад Болотова в развитие образования. Так, Н. Н. Парфентьев писал: «Е. А. Болотов был не только ученым: он был прекрасным администратором, и его деятельность в качестве декана физико-математического факультета (1 год) и в течение чуть ли не 3 лет в качестве ректора университета создала ему в Казани чрезвычайно большую популярность. Особенно надо отметить его роль в деле проведения идей и требований Октябрьской революции.

Без преувеличения можно сказать, что Е. А. Болотов был единственным профессором в Казани, который безоговорочно принял Октябрьскую революцию со всеми ее требованиями и стал работать на новое строительство.

Обстоятельства заставили его уйти из университета: давление казанской профессуры, в массе чуждой Октябрю, создало ему тяжелые условия работы и тяжелую моральную обстановку.

Я был деканом физико-математического факультета с 1918 по 1924 г. в Казанском университете, и я должен сказать, что работа по факультету шла успешно исключительно потому, что во главе КГУ стоял такой ректор, каким был Е. А. Болотов. Отмечу его положительную и умелую работу в деле содействия организации Рабочего факультета в 1919 году. Я, как председатель Организационной тройки по созданию факультета, встречал большие препятствия со стороны значительной массы ученых Казани, и помощь ректора КГУ дала возможность в конце концов преодолеть все трудности по созданию факультета. Отмечу также и постоянные общественно-политические выступления Е. А. Болотова на митингах, на общественных сходках, на собраниях студентов, рабочих.

Все это делало из Е. А. Болотова прекрасного и умелого агитатора и пропагандиста новых советских идей и тактики общественности»[13].

Осенью 1919 г. в жизни коллектива Казанского университета произошло событие огромного значения. В его стенах оформились коммунистическая и комсомольская организации. Партийный и комсомольский актив стал верным помощником ректора в борьбе за советский университет. Годы ректорства Болотова были годами перестройки университета на основе принципов советской высшей школы. Перестройка происходила в обстановке ожесточенной классовой борьбы. Важнейшим вопросом являлся вопрос о подготовке новых советских кадров научных работников для высших учебных заведений.

9 октября 1918 г. был опубликован правительственный декрет о переизбрании преподавателей, отслуживших определенный срок в высших учебных заведениях, только по всероссийскому конкурсу. Это событие сыграло важную роль в демократизации профессорского состава советской высшей школы и, в частности, Казанского университета. Тщетны были попытки реакционной профессуры сорвать проведение в жизнь нового декрета. Старый профессорско-преподавательский состав был пересмотрен. В системе образования остались лишь такие профессора, чья методика преподавания удовлетворяла требованиям, предъявляемым к советским высшим учебным заведениям. В июне 1918 г. в Москве на совещании представителей высших учебных заведений были рассмотрены вопросы, связанные с реформой высшей школы. В первую очередь это касалось перестройки факультетской системы.

С 1 января 1919 г. в Казанском университете был открыт лесной факультет. Вскоре в состав университета были включены высшие женские историко-филологические курсы и женский медицинский институт. В этом же месяце Городской комиссариат просвещения упразднил юридический факультет университета. В конце 1919 г. при казанском отделе народного образования была создана общевузовская комиссия по реформе высшего об-

---

[13] Отзыв профессора Казанского университета Н. Н. Парфентьева о покойном профессоре Казанского университета Евгении Александровиче Болотове. Казань, 1932. Семейный архив Болотовых.

разования. Первым на повестку дня был поставлен вопрос о руководящих органах университета. Вокруг него сразу же вспыхнула ожесточенная борьба. При этом объектом борьбы реакционной профессуры против демократизации университета являлись не только должность ректора, но и коллегиальные органы управления.

До мая 1919 г. совет университета состоял только из профессоров. 15 мая в «Известиях ВЦИК» было опубликовано предложение отдела высших учебных заведений об изменении состава совета университета. Согласно этому предложению в совет университета, руководимый ректором, должны были входить наряду с профессорами и преподаватели, а также представители коммунистической ячейки. Подверглась изменению и сфера деятельности совета университета. Если раньше совет являлся органом профессорского корпоративного управления, наделенным широкими функциями (вплоть до утверждения профессоров), то теперь они сужались за счет расширения полномочий правления и факультетских собраний. Вся деятельность совета университета и факультетских собраний направлялась партийной организацией и органами Советской власти.

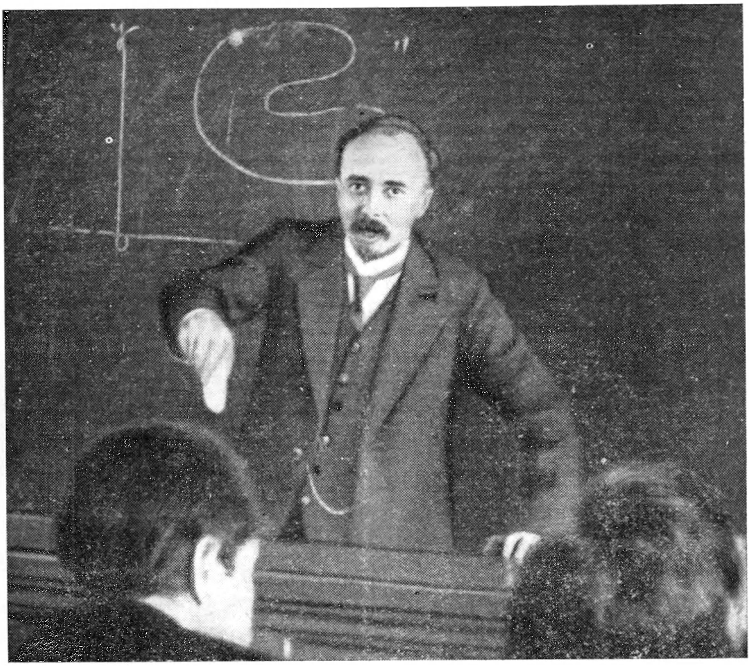
Е. А. Болотов находился на посту ректора Казанского университета до середины января 1921 г. До него ректором Казанского университета являлся Дмитрий Александрович Гольдгаммер (1860—1922). Это был известный русский физик конца XIX — начала XX в. Прогрессивный ученый, активный защитник материалистического понимания явлений природы, выступавший в период «кризиса» физики против «физического» идеализма, Гольдгаммер до Октябрьской революции за свою критику политики царизма в области просвещения считался «неблагонадежным» профессором. Однако он не смог быстро и правильно разобраться в событиях Октября. Ученый не сразу увидел подлинного творца истории — рабочий класс. Поэтому, находясь на посту ректора (до октября 1918 г.), Гольдгаммер совершил ряд принципиальных ошибок. Он противился действиям революционного комитета, считая, что большевики не смогут руководить делом образования, подписал приветствие белочехам и т. д.

В отличие от него Е. А. Болотов всеми силами стремился помочь большевикам в преобразовании деятельности университета на основе принципов советской высшей школы, делал все, чтобы спасти университет от хозяйственной разрухи.

Как уже отмечалось, Болотов занял этот пост в очень тяжелое для молодой республики время. Об обстановке, царившей в то время в университете, о трудностях, с которыми пришлось столкнуться советской профессуре при перестройке системы образования, свидетельствуют, в частности, отрывки из воспоминаний Николая Александровича Ливанова, бывшего в тот период профессором естественного факультета Казанского университета. Звание профессора он получил уже при Советской власти осенью 1918 г. Он пишет: «О такой колоссальной загрузке, как в ту пору, я не знал ни раньше, ни позже. По ленинскому декрету о высшем образовании был осуществлен первый послереволюционный набор студентов. Приняли 4157 человек! Подобного не было в университете за все годы его существования. Публика явилась шумная, горластая, веселая, не тянущаяся, а просто рвущаяся к знаниям. Читаешь, бывало, в самой большой аудитории, рассчитанной на 400 студентов, а набирается вся тысяча. Полно на хорах, усеяны все высокие подоконники, на которые без лестницы не заберешься и с которых во время лекции то и дело кто-нибудь падал. Да и сам ты окружен таким плотным кольцом слушающих, что к доске не подойти.

А профессуры, преподавателей — единицы. Кто ушел с белыми, кто поджидает, запершись дома, прояснения обстановки. У меня на кафедре — ни одного ассистента. А мне не разорваться — и лекции читать, и семинарами руководить, и практические занятия вести. Что делать? Присмотрелся к студентам и выбрал двух самых, как мне показалось, толковых. И сделал их своими ассистентами. Студенты-ассистенты! Отличнейшим образом вели практикум. Одного звали Слава Изосимов, другого — Сережа Жданов. Давно уже профессора, доктора наук, заведующие кафедрами Вячеслав Владимирович Изосимов и Сергей Васильевич Жданов...

Я читал зоологию у себя на естественном, на медицинском факультете, на только что созданном лесном. В городе появились три новых института: сельскохозяйственный, ветеринарный, педагогический. И везде кафедра зоологии, а профессор я один. Лекции до позднего вечера, до ночи. Не успевал к студентам, они ко мне съезжа-



Е. А. Болотов на лекции в МТУ. 1912 г.

лись. Закончив лекцию ветеринарам, уже из аудитории не выходил, встречая новую группу студентов» [14].

Кадетствующая профессура радовалась трудностям, встающим на путях строительства социалистического государства и, в частности, в деле перестройки системы образования. «Чем хуже, тем лучше»,— в один голос злобно шипели недоброжелатели «в ученых шапочках», призывая бойкотировать начинания Советского правительства. «Нет, мы должны все свои знания отдать Советской власти и помочь ей вывести страну из тяжелого состояния кризиса»,— неустанно призывал худой как скелет от постоянного недоедания Е. А. Болотов. Естественно, что его самоотверженная деятельность вызвала неприязнь со стороны реакционно настроенной профессуры. В то же время Болотов был не одинок в своих благородных стремлениях. Выше говорилось об активной деятельности

[14] «Правда», 10 января 1967 г.

профессора Н. Н. Парфентьева, с которым Болотов находился в дружеских отношениях. Близок к Болотову в этот период был и профессор Д. А. Гольдгаммер — муж сестры Болотова. Общение с Болотовым в какой-то мере помогло Гольдгаммеру понять допущенные политические ошибки. В последующие годы этот профессор стал активным деятелем советской высшей школы. В 1919 г. его избрали по Всероссийскому конкурсу профессором Казанского университета. При участии Гольдгаммера в 1919 г. был создан Высший институт народного образования. В 1922 г. болезнь вынудила Гольдгаммера оставить работу в университете. Умер он 26 декабря 1922 года.

В годы ректорства Болотова на кафедру механики вернулся Д. Н. Зейлигер. Этот ученый был уволен из Казанского университета в 1914 г. за демократические взгляды. После отъезда Болотова из Казани Д. Н. Зейлигер стал заведующим кафедрой механики. Болотов очень ценил Зейлигера как ученого и человека. Зейлигер бывал часто в его доме.

Дом Болотова часто посещали приват-доцент кафедры механики А. Л. Лаврентьев (отец академика Михаила Алексеевича Лаврентьева, бывшего в то время студентом Казанского университета), физик И. А. Соколов и другие прогрессивно настроенные профессора и преподаватели Казанского университета.

Е. А. Болотов очень любил Москву. Через всю свою жизнь он пронес чувство глубокой привязанности к своим коллегам по Московскому техническому училищу, в особенности к Н. Е. Жуковскому. Не удивительно, что в годы ректорства в Казанском университете ученый прилагал много усилий для того, чтобы вернуться в Москву и продолжать научную деятельность в стенах любимого института. Об этом свидетельствует его энергичная переписка с Жуковским и Чаплыгиным.

В начале 20-х годов ухудшилось состояние здоровья Болотова. Очевидно, сказались тяжелые годы упорной борьбы за перестройку системы образования, за становление советской высшей школы. Евгению Александровичу стало нелегко исполнять обязанности ректора. И он до истечения срока своих полномочий заявил совету университета о своем желании оставить ректорский пост. Совет принял отставку Болотова. Прогрессивная часть профессорско-преподавательского состава и студентов очень сожалела об его уходе.

Последний год жизни

В 1921 г. советская наука понесла большую утрату. Скончался Н. Е. Жуковский. В том же году Е. А. Болотов был приглашен на пост заведующего кафедрой теоретической механики Московского технического училища. Он переехал в Москву, и 15 декабря 1921 г. состоялось его утверждение в должности профессора этой кафедры.

Евгений Александрович очень тяжело переживал смерть Николая Егоровича Жуковского. Он до конца своих дней хранил в душе светлый образ своего учителя и друга. Эти свои чувства он прекрасно выразил в речи, произнесенной в марте 1922 г. на торжественном заседании, посвященном памяти Н. Е. Жуковского. Отметив огромные заслуги Жуковского в деле технического образования, Болотов закончил свое выступление следующими словами: «Все, по крайней мере представители теоретических знаний, которые продолжают работать в Техническом училище, в настоящее время ощущают около себя какую-то пустоту, чувствуют, как будто исчез фундамент, на котором строилось дело технического образования в МТУ. Чем же объяснить, что потеря одного человека является настолько невознаградимой? Другими словами, я кончаю тем, чем начал. Чем был Н. Е. [Жуковский] для Технического училища? Я думаю, что немного ошибусь, если скажу, что в МТУ он был олицетворением науки, но не равнодушной, а науки, согретой любовью к человечеству» [15].

В последний период своей жизни Евгений Александрович был особенно близок с С. А. Чаплыгиным, В. П. Ветчинкиным и В. П. Писаревым. Писарев жил с Болотовым в одном доме и часто бывал у него.

В должности заведующего кафедрой теоретической механики Болотов пробыл очень недолго, менее года. В Москву он вернулся с тяжелой болезнью сердца. Однако ученый не прерывал научной работы. В этот краткий второй московский период своей жизни он написал очень важную работу по теории упругости. Она была закончена в день смерти. Смерть наступила внезапно. Е. А. Болотов умер 27 сентября 1922 г. за письменным столом. Его похоронили на Лазаревском кладбище в Москве.

---

[15] Сб. «Памяти профессора Николая Егоровича Жуковского». М., 1922, стр. 121.

Обзор научного творчества Е. А. Болотова

Исследование в области теории винтов

Научные исследования Е. А. Болотова относятся главным образом к аналитической механике. Первая научная работа Болотова «Задача о разложении данного винта на два винта с равными параметрами и следствия ее» написана в год окончания Казанского университета. К этому времени здесь уже начинает складываться крупная математическая школа по векторному исчислению и его обобщению — винтовому исчислению, которую возглавляли Г. Н. Шебуев, Д. Н. Зейлигер и несколько позднее А. П. Котельников. В первой своей работе Болотов решает одну задачу винтового исчисления, предложенную Г. Н. Шебуевым, о разложении данного винта на два винта с равными параметрами.

Известно, что система скользящих векторов может быть сведена к совокупности двух векторов: главному вектору и главному моменту, лежащим на одном основании. Такая совокупность двух векторов называется винтом.

Главный вектор называется амплитудой винта, а отношение главного момента к главному вектору — параметром винта.

В теории винтов имеет большое значение линейчатая поверхность третьего порядка, называемая цилиндроидом Болла [1]. При сложении двух винтов эта поверхность играет ту же роль, что и плоскость при сложении двух векторов.

Болотов воспользовался цилиндроидом Болла для решения обратной задачи о разложении данного винта на два винта с равными параметрами. При этом винты с рав-

---

[1] См. Г. К. Суслов. Теоретическая механика. М.— Л., 1946, стр. 416; Ф. М. Диментберг. Винтовое исчисление. М., 1965.

ными параметрами, составляющие систему, эквивалентную данному винту, Болотов называет сопряженными.

Болотов показывает, что направление одного из двух сопряженных винтов параметра p может быть выбрано произвольно, тогда второй винт лежит на поверхности цилиндроида Болла, определенного данным α и произвольно выбранным β винтами. Если же винт β является одним из главных винтов цилиндроида, то на цилиндроиде, кроме β, не будет другого винта параметра p.

В последнем случае винт β можно рассматривать как двойной винт, образованный слиянием двух винтов равных параметров. Оси двойных винтов называются двойными осями для параметра p.

Строя цилиндроид по способу Левиса, Болотов получает необходимое и достаточное условие того, чтобы винт β являлся двойным винтом

$$(p_\alpha - p)\cos(\alpha, \beta) + d\sin(\alpha, \beta) = 0,$$

где p_α — параметр винта α; p — параметр двойного винта; d — расстояние между осями винтов α и β.

Затем Болотов рассматривает расположение двойных осей в пространстве. И в заключение останавливается на частном случае разложения данного винта на два, когда параметр сопряженных винтов равен нулю.

Ученый доложил о своей работе Казанскому физико-математическому обществу 28 сентября 1892 г. На этом же заседании Болотов по предложению Д. А. Гольдгаммера и М. С. Сегеля был избран действительным членом этого общества.

Исследование движения при наличии трения

Общая теория движения механических систем с сухим трением была развита П. Пэнлеве в «Лекциях о трении» [2]. При этом Пэнлеве показал также, что законы трения Кулона применимы лишь в определенных границах. В тех случаях, когда трение становится весьма большим, применение законов Кулона в совокупности с гипотезой существования абсолютно твердых тел и конечных ускорений приводит к противоречию с основным положением

[2] П. Пэнлеве. Лекции о трении. М., 1954.

механики о том, что механическая система при заданных начальных положениях и начальных скоростях всегда получает в дальнейшем одно, и только одно определенное движение. Пэнлеве привел ряд примеров, когда при больших значениях коэффициента трения применение законов Кулона приводит к неопределенности (при одних и тех же начальных условиях оказываются возможными два различных движения) или к невозможности движения. В обсуждении этих парадоксов приняли участие известные французские и немецкие ученые: Л. Лекорню, де Спарр, Ф. Клейн, Р. Мизес, Г. Гамель, Л. Прандтль, а также сам Пэнлеве.

В итоге дискуссии было намечено несколько возможных способов устранения противоречия. Так, противоречия исчезают, если отказаться от гипотезы существования абсолютно твердых тел; или, сохраняя гипотезу абсолютной твердости, принять гипотезу мгновенной остановки движения — гипотезу «скачка».

В 1907 г. вышла в свет работа Е. А. Болотова «О движении материальной плоской фигуры, стесненном связями с трением», которую он в основном закончил до опубликования материалов дискуссии. Интересно, что при этом в объяснении парадоксальных случаев движения с трением некоторые идеи Болотова совпали с соображениями, высказанными Лекорню и де Спарром.

Лекорню предложил два способа объяснения случаев невозможности движения.

В первом он, считая закон Кулона справедливым, учитывает деформацию тел. На частном примере, принимая одно тело проникающим внутрь другого, Лекорню показал, что в особом случае, выявленном Пэнлеве, при действии закона Кулона возникают ударные силы, мгновенно уничтожающие скорость скольжения.

По второй гипотезе Лекорню — при начале соприкосновения двух твердых тел в течение очень короткого промежутка времени закон Кулона не имеет места и отношение $\frac{F}{N}$ пробегает ряд значений от 0 до f (F — величина силы трения, N — величина нормального давления, f — коэффициент трения скольжения). Учитывая одни только тангенциальные деформации тел, Лекорню делает относительно этих деформаций и сил, которые ими вызываются, предположение, приводящее его к заключению, что трение останавливает скольжение раньше, чем установится режим движения. Так как и здесь произвольно большая скорость скольжения уничтожается в очень малый промежуток времени, то опять имеет место явление удара — тангенциальный удар. Лекорню только в общих чертах указал на это явление. Подробно его исследовал Болотов.

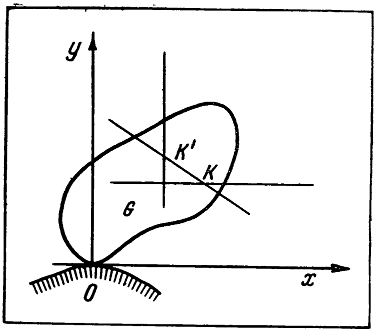
Случаи неопределенности движения рассматривались де Спарром и Пэнлеве. Так, де Спарр, разбирая один частный случай, пришел к заключению, что неопределенность может быть устранена, если станет известно движение твердого тела, предшествующее наступлению условий, вызывающих неопределенность. Пэнлеве, не отрицая заключения де Спарра, предложил свой принцип. Он заключается в том, что если два твердых тела в заданных условиях не производят никакого давления друг на друга, имея идеально гладкие поверхности, то они не действуют друг на друга и в случае шероховатости их поверхностей.

Придавая большое значение принципу Пэнлеве и пользуясь подобными же соображениями для определения действительного движения в случае неопределенности, Болотов, однако, не считает его решающим. Движение, называемое Пэнлеве «истинным», он считает только «вероятным».

В работе Болотова обращает внимание геометрический метод исследования.

Несмотря на то что работа Болотова о движении материальной плоской фигуры при наличии трения была опубликована уже после появления в печати материалов дискуссии о трении, новый метод исследования, употребленный в ней, установление условий, при которых могут возникать особые случаи, рассмотрение некоторых интересных частных случаев делали ее актуальной при решении ряда спорных вопросов этой проблемы.

Болотов рассматривает в общем виде движение с трением материальной плоской фигуры, опирающейся на данную кривую, причем включает и случай «неудерживающей связи», до него никем не рассматривавшийся. Затем он переходит к разбору движения материальной плоской фигуры, опирающейся на две данные кривые. Последний случай также не затрагивался предшествовавшими исследованиями других ученых.



Чертеж 1

В первой главе работы («Кинематические условия, стесняющие движение плоской фигуры в ее плоскости, и следствие их») Болотов устанавливает существование критических точек плоской фигуры, играющих большую роль в его геометрическом исследовании. Критическая точка плоской фигуры, движущейся, опираясь на данную кривую, обладает тем свойством, что мгновенная сумма моментов сил инерции относительно этой точки вполне определяется формой соприкасающихся контуров площадки и кривой и скоростями точек площадки, не завися от внешних сил, действующих на площадку, и реакции кривой.

Если ось y-ов направить по общей нормали к контурам кривой и площадки в точке соприкосновения, а ось x-ов — по общей касательной, то будем иметь следующие координаты критической точки:

$$x = \xi + \frac{\varkappa^2}{\xi}, \quad y = \eta,$$

где ξ и η — координаты центра тяжести фигуры; $\varkappa$ — радиус инерции фигуры относительно оси, перпендикулярной к ее плоскости и проходящей через центр тяжести G (чертеж 1). Эту критическую точку K при данном положении площадки Болотов называет главной.

Если площадка катится без скольжения по неподвижной кривой, то существует еще вторая критическая точка K', координаты которой

$$x = \xi, \quad y = \eta + \frac{\varkappa^2}{\eta}.$$

Далее Болотов рассматривает случаи движения плоской фигуры, опирающейся на две кривые.

Во второй главе исследования обсуждаются законы движения материальной плоской фигуры, опирающейся на данную кривую. При этом Болотов выводит дифференциальные уравнения ее движения, содержащие реакции связи, и указывает на ход решения задачи в зависимости от начальных условий движения.

Переходя к геометрическому методу исследования, Болотов получает условия, которые характеризуют либо единственное движение, либо двойственность, либо неопределенность движений. Решающим является расположение главной критической точки относительно области PMP', где M — точка касания кривых, а прямые MP и MP' образуют угол трения φ с общей нормалью к кривым (чертеж 2).

Если рассматриваемая связь удерживающая, то сила полной реакции $\bar{R}$ ее в соответствии с законами трения будет направлена или по прямой MP, или по MP' ($\bar{R}'$). Эти прямые делят всю плоскость, которой принадлежат фигура и опорная кривая, на две области.

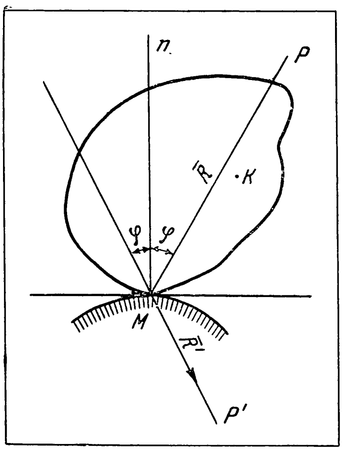
Первая из них — это область углов $\angle PMP'$ и ему противоположного.

Вторая — область углов, смежных предыдущим. Силы $\bar{R}$ и $\bar{R}'$ относительно всех точек первой области имеют моменты противоположных знаков. Поэтому Болотов называет эту область «областью противоположных моментов».

Вторую область он именует «областью сходных моментов»: силы $\bar{R}$ и $\bar{R}'$ относительно любой ее точки обладают моментами одного знака.

Болотов доказывает, что если главная критическая точка K лежит в области противоположных моментов (как на чертеже 2), то возможно только одно определенное движение. Этот случай соответствует тангенциальному удару. В случае, когда главная критическая точка находится в области сходственных моментов, имеет место невозможность или неопределенность движения. При этом Болотов указывает на возможность двух движений, считая, однако, одно из них более вероятным.

В третьей главе работы рассматривается движение материальной плоской фигуры, опирающейся на две кривые, и вводится понятие критической прямой. Болотов устанавливает условия единственности, неопределенности и невозможности такого рода движения. По его мнению, решающим здесь является расположение критической прямой в плоскости фигуры. Однако эта часть исследования не исчерпывает все возможные случаи. Бо-



Чертеж 2

лотов ограничивается рассмотрением только некоторых расположений критической прямой.

Н. Е. Жуковский одним из главных достоинств этой работы Болотова [3] считал геометрический метод исследования. По его мнению, этот метод позволил Болотову полностью исчерпать задачу о движении плоской фигуры по опорной кривой и подробно исследовать явление тангенциального удара, затронутое Лекорню лишь в общих чертах.

Проблема движения при наличии трения исследуется и в следующей работе Болотова «Об ударе двух твердых тел при действии трения» (1908 г.), отмеченной Н. Е. Жуковским как значительное исследование по динамике твердого тела [4]. В ней Болотов применяет геометрический метод к исследованию явления удара.

Аналитически, с помощью исследования дифференциального уравнения задачи, удар двух твердых тел был изучен Дарбу и Майером [5]. Наиболее трудным является изучение тех случаев, когда в течение удара скольжение может прекратиться.

Болотов вводит в рассмотрение кинетическую энергию потерянных за время удара скоростей, связывая ее величину с проекциями импульса силы реакции опоры на движущееся тело за время удара. При этом устанавливается величина скорости, углы, образуемые силой трения с осями координат, и другие величины.

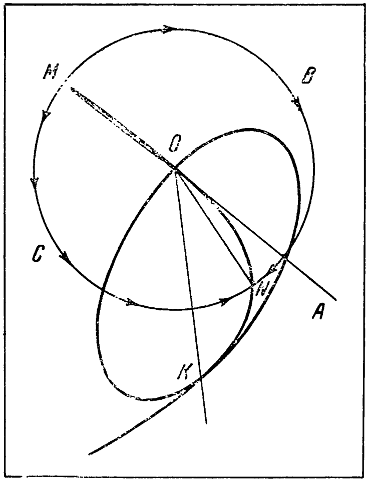
---

[3] См. Приложение, стр. 85.

[4] Н. Е. Жуковский. Полн. собр. соч., т. IX. М.— Л., 1937, стр. 208.

[5] Etude géometrique sur les percussions et le choc des corps. Bull. sci. math., 1880. Über den Zusammenstoss zweier Körper unter Berücksichtigung der Gleitreibumg. Berc. üb. Verhandl. sächs. Ges. Bd. 54, 1902.

Далее, и в этом основная заслуга Болотова, ученый геометрически исследует условия, при которых прекращается скольжение. Он записывает уравнения некоторых вспомогательных поверхностей: гиперболического и эллиптического конусов с вершиной в точке касания соударяющихся тел, т. е. в начале координат. Кроме того, в исследовании используется понятие конуса трения и рассматривается плоскость, параллельная касательной плоскости к соударяющимся поверхностям в точке их касания.



Чертеж. 3

Болотов выясняет значение взаимного расположения поверхностей конусов и плоскости для хода удара. Он устанавливает следующее.

1. Скольжение может прекратиться лишь в тот момент, когда сила реакции направлена по образующей гиперболического конуса.

2. Существует не больше четырех направлений, при подходе к которым скольжение может прекратиться.

3. В течение той фазы удара, во время которой скольжение отсутствует, сила реакции сохраняет постоянное направление. Она идет по единственной общей образующей эллиптического и гиперболического конусов, не совпадающей с общей нормалью соприкасающихся поверхностей. Направление общей образующей лежит внутри конуса трения.

4. Если скольжение возобновляется, то реакция направлена по единственной общей образующей конуса трения и гиперболического конуса, лежащей внутри эллиптического конуса ON (чертеж 3).

Таким образом, заключает Болотов, «возможность возобновления скольжения и возможность такого течения удара, при котором нет скольжения, исключают друг друга. Не могут встретиться такие условия, при которых без противоречия законам трения мы могли бы сделать и то и другое допущение. Равным образом единственным оказывается то направление, которое может получить вновь начинающееся скольжение». Это направление сохраняется до конца удара.

На основе этих общих заключений Болотов рассматривает ряд конкретных примеров.

В указанных выше работах Болотова, освещающих проблему движения с трением, ярко проступает черта, характерная для школы Н. Е. Жуковского,— необыкновенная геометрическая наглядность. Самой значительной работой Е. А. Болотова по аналитической механике является его исследование принципа Гаусса — принципа наименьшего принуждения.

Принцип Гаусса

Из истории изучения принципа Гаусса. Принцип наименьшего принуждения, высказанный Гауссом в 1829 г.[6], является наиболее общим вариационным принципом механики, приложимым как к голономным, так и к неголономным (линейным и нелинейным) системам. Вместе с тем это наиболее простой в приложениях принцип. Отыскание уравнений движения по принципу Гаусса — нахождение экстремума функции второй степени относительно ускорений, названной Гауссом принуждением (Zwang)

$$Z = \sum_{i=1}^{3n} m_i \left(\ddot{x}_i - \frac{X_i}{m_i} \right)^2 .$$

Общность, простота и наглядность принципа наименьшего принуждения обусловливают его чрезвычайно большое теоретическое и практическое значение. Область его приложений не ограничивается только задачами теоретической механики. Принцип Гаусса находит применение в теоретической физике и других смежных областях естествознания.

Большая теоретическая и практическая значимость принципа Гаусса постоянно привлекала к нему внимание

---

[6] Сб. «Вариационные принципы механики». М., 1959, стр. 170—172.

многих выдающихся математиков, механиков и физиков. Не удивительно, что во всех работах этот принцип получил дальнейшее развитие и обобщение.

Самому Гауссу принадлежит только словесная формулировка принципа: «Движение системы материальных точек, связанных между собою произвольным образом и подверженных любым влияниям, в каждое мгновение происходит в наиболее совершенном, какое только возможно, согласии с тем движением, каким обладали бы эти точки, если бы все они стали свободными, т. е. происходит с наименьшим возможным принуждением, если в качестве меры принуждения, примененного в течение бесконечно малого мгновения, принять сумму произведений массы каждой точки на квадрат величины ее отклонения от того положения, которое она заняла бы, если бы была свободной.

Пусть m, m' m'' ... — масса точек, a, a', a'' ... — соответственно их положения, b, b', b'' ... — места, которые они заняли бы по истечении некоторого бесконечно малого промежутка времени под влиянием действующих на них сил и скорости, приобретенной ими к началу этого промежутка.

Приведенный выше принцип гласит, что положения c, c', c'' , которые эти точки займут, являются (из всех положений, допускаемых наложенными на них связями) такими, для которых сумма $m\overline{bc}^2 + m'\overline{b'c'}^2 + m''\overline{b''c''}^2 +$ $+$ ... является минимумом» [7].

Аналитическое выражение принципа обычно связывают с именем Германна Шеффлера. Работа Шеффлера [8] представляет довольно обстоятельное исследование принципа Гаусса, в котором получено аналитическое выражение для принуждения в декартовых прямоугольных координатах.

Ход рассуждений Шеффлера сводится к следующему. Пусть точка a в момент t имеет координаты x, y, z. Она обладает скоростью, проекции которой равны соответственно производным $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ от координат по времени, и

[7] Сб. «Вариационные принципы механики». М., 1959, стр. 171.

[8] H. Scheffler. Über das Gauss'sche Grundgesetz der Mechanik oder Princip des kleinsten Zwanges, sowie über ein anderes neues Grundgesetz der Mechanik mit einer Excursion über verschiedene, die mechanischen Principien betreffenden, Gegenstände. Z. Math. Phys., Bd. III, 1858, s. 204.

ускорением, проекции которого равны вторым производным $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ от координат по времени. На эту точку действует результирующая сила с проекциями X, Y, Z. В этом случае перемещения точки a в направлении координатных осей за промежуток времени dt с точностью до членов третьего порядка малости будут соответственно равны.

$$\dot{x}dt + \frac{1}{2}\ddot{x}dt^2, \quad \dot{y}dt + \frac{1}{2}\ddot{y}dt^2, \quad \dot{z}dt + \frac{1}{2}\ddot{z}dt^2.$$

Если бы точка a в момент t стала свободной, то перемещения ее в направлении координатных осей за тот же промежуток были бы

$$\dot{x}dt + \frac{1}{2}\frac{X}{m}dt^2, \quad \dot{y}dt + \frac{1}{2}\cdot\frac{Y}{m}dt^2, \quad \dot{z}dt + \frac{1}{2}\cdot\frac{Z}{m}dt^2.$$

Поэтому вектор $\overline{cb}$, отклонение точки от свободного движения, имеет проекции

$$\frac{1}{2}\left(\frac{X}{m} - \ddot{x}\right)dt^2, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{Y}{m} - \ddot{y}\right)dt^2, \quad \frac{1}{2}\left(\frac{Z}{m} - \ddot{z}\right)dt^2.$$

Следовательно, принуждение (Zwang), равное по Гауссу сумме

$$\sum m\overline{bc}^2,$$

аналитически представляется выражением

$$\frac{dt^4}{4}\sum m\left[\left(\frac{X}{m} - \ddot{x}\right)^2 + \left(\frac{Y}{m} - \ddot{y}\right)^2 + \left(\frac{Z}{m} - \ddot{z}\right)^2\right].$$

Отбрасывая множитель $\frac{dt^4}{4}$, не имеющий влияния на экстремум принуждения, Шеффлер под Z понимает величину

$$Z = \sum m\left[\left(\ddot{x} - \frac{X}{m}\right)^2 + \left(\ddot{y} - \frac{Y}{m}\right)^2 + \left(\ddot{z} - \frac{Z}{m}\right)^2\right].$$

Работа Шеффлера не является первым значительным исследованием принципа Гаусса. Ей предшествовали диссертация ученика Гаусса А. Риттера[9], а также очень интересная работа Реушле[10].

---

[9] A. Ritter. Über das Princip des kleinsten Zwanges. Dissertation. Göttingen, 1853.

[10] Reuschle. Über das Princip des kleinsten Zwanges und die damit zusammenhängenden mechanischen Principe. Arch. Math. Phys., № 6, 1845.

В своей диссертации Риттер обращается к связи принципа наименьшего принуждения с методом наименьших квадратов. Сам Гаусс так пишет об этой связи: «Весьма примечательно, что когда свободные движения не совместимы с природой системы, то они изменяются совершенно так же, как геометры при своих исчислениях изменяют выводы, полученные ими непосредственно, применяя к ним метод наименьших квадратов с тем, чтобы сделать эти выводы совместимыми с необходимыми условиями, предписанными природой вопроса. Настоящую аналогию можно было бы продолжить, но это выходит за пределы поставленной мною в данный момент задачи» [11].

Дальнейшее развитие идеям Гаусса дал его ученик Риттер. Принцип наименьшего принуждения для систем с двусторонними или удерживающими связями он аналитически выразил равенством

$$dZ = 0,$$

$$Z = \sum_{i=1}^{n} m_i \left[(x_i - \xi_i)^2 + (y_i - \eta_i)^2 + (z_i - \zeta_i)^2\right],$$

где x_i, y_i, z_i — координаты точки m_i в свободном движении в момент $t + dt$, а ξ_i, η_i, ζ_i — координаты точки m_i в действительном движении в момент $t + dt$. Риттер подчеркивает, что задача определения положения точек системы с двусторонними связями (Риттер рассматривал только голономные связи) в действительном движении по принципу Гаусса сводится к известной чисто математической задаче нахождения экстремума непрерывной функции Z.

К отысканию экстремума Z в случае односторонних или неудерживающих связей Риттер привлекает методы многомерной геометрии. Соответствующий раздел диссертации Риттера вошел в собрание трудов Гаусса.

Работа Реушле интересна аналитическим выражением для принуждения, а также критическими замечаниями по поводу обоснования принципа наименьшего принуждения у Гаусса. В своей работе Реушле получает выражение для принуждения в декартовых прямоугольных координатах, но в отличие от рассуждения Шеффлера его вывод

[11] Сб. «Вариационные принципы механики», стр. 172.

затрагивает случаи конечного и бесконечно малого промежутков времени и относится соответственно к конечным [12] и бесконечно малым виртуальным перемещениям. В последнем случае выражение для принуждения у Реушле совпадает с результатами Шеффлера.

Говоря о принципе Гаусса, нельзя не отметить «Курс статики» Мёбиуса [13].

Как известно, Гаусс дал формулировку принципа наименьшего принуждения и для равновесия системы материальных точек. Он пишет: «Равновесие является частным случаем общего закона; оно имеет место в том случае, когда точки не имеют скорости, и сумма $m\overline{ab}^2 + m'\overline{a'b'}^2 + \ldots$ является минимумом; другими словами, когда сохранение системы в состоянии покоя является более близким к свободному движению, которое каждая точка стремится принять из всех любых возможных перемещений» [14].

Эту мысль Гаусса использовал в своем «Курсе статики» Мёбиус; правда, в его работе она прозвучала несколько иначе. Мёбиус рассматривает статический «принцип наименьших квадратов» не как частный случай динамического принципа Гаусса. Он дает ему самостоятельное обоснование с помощью принципа виртуальных перемещений. Он отмечает: «Если силы, действующие на систему точек, находятся в равновесии, и их направление и величину представить прямыми линиями A_1B_1, $A_2B_2\ldots$, исходящими из их точек приложения A_1 A_2 ..., и если при перемещении системы точки B_1, $B_2\ldots$ считать неподвижными, то сумма квадратов

$$A_1B_1^2 + A_2B_2^2 + \ldots + A_nB_n^2$$

для положения равновесия есть max или min [15].

Далее Мёбиус формулирует обратное предложение: «Пусть имеется движущаяся система точек A_1, $A_2\ldots$, находящихся на неизменном расстоянии друг от друга, и неподвижная система стольких же точек B_1, $B_2\ldots$ Если первая система приводится по отношению к последней в такое положение, что сумма квадратов

$$A_1B_1^2 + A_2B_2^2 + \ldots + A_nB_n^2.$$

---

[12] В этой части работы Реушле допускает ошибку.

[13] A. Möbius. Lehrbuch der Statik. Leipzig, 1837, S. 349.

[14] Сб. «Вариационные принципы механики», стр. 171.

[15] A. Möbius. Lehrbuch der Statik. Leipzig, 1837, S. 350.

есть max или min, то соблюдается в положении A_1, A_2... равновесие сил, направленных по A_1B_1, A_2B_2... и им по величине пропорциональных».

Известный немецкий математик Р. Липшиц впервые обратился к выражению принципа Гаусса в обобщенных координатах [16]. В его углубленном исследовании было дано четкое толкование словесной формулировки принципа Гаусса, окончательно установлен характер варьирования и т. п. Выражение принуждения в обобщенных координатах, выведенное Липшицем, положило начало целой серии работ по развитию аналитической формулировки принципа Гаусса [17]. По мнению Липшица, отсутствие такой формулировки у Гаусса привело к тому, что слова Гаусса по этому вопросу толкуются учеными поразному. Липшиц останавливается на двух возможных предположениях, касающихся содержания слов Гаусса — «свободное» движение. При этом он исследует их, дает им аналитические выражения.

Для большей ясности Липшиц рассматривает движение системы материальных точек с голономными стационарными связями в системе декартовых прямоугольных координат. Значения координат точек системы в момент t в свободном движении, по его мнению, должны удовлетворять уравнениям связей

$$\varphi_l(x_i,\ y_i,\ z_i) = 0,\quad l = 1,\ 2,\ \ldots,\ \lambda.$$

Что же касается скоростей, то:

1) компоненты скоростей в свободном движении удовлетворяют уравнениям $d\varphi_l/dt = 0$, $l = 1, 2, \ldots, \lambda$, полученным из уравнений связей;

---

[16] R. Lipschitz. Bemerkungen zu dem Princip des kleinsten Zwanges. Crelle's Journal, Bd. 82, 1876.

[17] A. Wassmuth. Über die Anwendung des Principes des kleinsten Zwanges auf die Elektrodynamik. Ber. München Akad. math.-phys. Kl., Bd. XXIV, 1894; A. Wassmuth. Transformation des Zwanges in allgemeine Coordinaten. Ber. Wien. Akad. math.-naturwiss. Kl., Bd. CIV, Abt. IIa, 1895; A. Wassmuth. Das Restglied bei der Transformation des Zwanges in allgemein. Coord. Ber. Wien. Akad. math.-naturwiss. Kl., Bd. CX, Abt. IIa, 1901; A. Voss. Bemerkungen über die Principièn der Mechanik. Ber. München. Akad. math.-phys. Kl., 1901; R. Leitinger. Über die Ableiting des Caußschen Prinzips des kleinsten Zwanges aus den allgemeinen Lagrangeschen Gleichungen zweiter Art. Ber., Wien. Akad. math.-naturwiss. Klass. Bd. CXVI, H. IX, Ab. IIa, 1907.

2) компоненты скоростей противоречат уравнениям $d\varphi_i/dt = 0$.

В первом случае предполагается, что для момента t координаты и скорости рассматриваются как данные, а ускорения как неизвестные, которые определяются по принципу наименьшего принуждения.

Во втором — к данным относятся только координаты, а скорости и ускорения рассматриваются как неизвестные. Липшиц доказал, что только в случае первого предположения из принципа Гаусса получаются уравнения движения системы. Иначе говоря, по принципу Гаусса варьируются только ускорения, а координаты и скорости не варьируются.

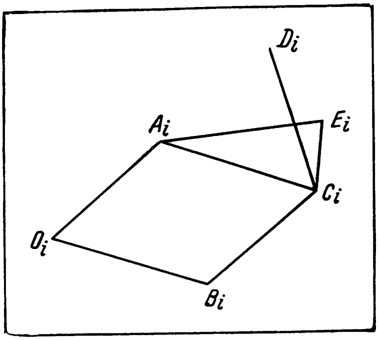
В работе Гаусса и в последующих работах, включая работу Липшица, рассматривались только системы со стационарными связями. Впервые обобщил принцип Гаусса на системы с нестационарными связями И. И. Рахманинов в работе «Начало наименьшей потерянной работы как общее начало механики» (1878 г.).

Надо сказать, что работа Рахманинова является первым обстоятельным изложением принципа Гаусса в русской литературе. Ранее к принципу Гаусса в России обращался М. В. Остроградский в мемуаре «О мгновенных перемещениях системы, подчиненной переменным условиям» (1836 г.). При этом он так истолковывал этот принцип: «Если движение точки m стеснено какими-либо препятствиями, так что она не может повиноваться действию движущей силы, т. е. не может двигаться по тому пути, по которому двигалась бы, если бы была свободна, то движущая сила и фактическая сила инерции уже не будут взаимно уничтожаться, но их равнодействующая будет стремиться произвести только невозможные перемещения, т. е. будет только оказывать давление на препятствия, стесняющие движения массы m. Можно добавить, что, не будучи равна нулю, эта равнодействующая будет приближаться к нему как можно ближе» [18], т. е. равнодействующая действующей силы и силы инерции, представляющая давление на связи со стороны точки m, в действительном движении ее минимальна.

---

[18] М. В. Остроградский. Полн. собр. трудов, т. II. Киев, 1961, стр. 35.

Остановимся подробнее на истолковании принципа Гаусса в работе Рахманинова. Пусть O_i — положение точки m_i системы в момент t; A_i — положение, которое заняла бы точка m_i в момент $t + dt$ под влиянием скорости $\bar{v}_i$, достигнутой к моменту t; B_i — положение, которое заняла бы точка m_i в момент $t + dt$, если бы на нее действовала только активная сила $\bar{F}_i$. Под действием силы $\bar{F}_i$ и скорости $\bar{v}_i$ свободная точка m_i в момент времени $t + dt$ была бы в положении C_i. Так как точка m_i несвободна, то в действительном движении в момент $t + dt$ она будет в положении E_i (черт. 4).



Черт. 4

Пусть D_iE_i — виртуальное перемещение. Рахманинов дает ему определение в духе Остроградского, считая, что виртуальное перемещение в соединении с действительным дает перемещение, допускаемое связями. Это перемещение Рахманинов называет возможным. Неравенство

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\overline{E_iC_i}^2 < \sum_{i=1}^{n} m_i\overline{D_iC_i}^2, \qquad (*)$$

выражающее принцип Гаусса (в любой момент движения отклонение действительного движения от свободного меньше, чем для кинематически возможного движения), Рахманинов видоизменяет, представляя принуждение системы по Гауссу

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\overline{E_iC_i}^2.$$

в виде

$$\frac{dt^2}{2}\sum_{i=1}^{n} P_ip_i,$$

где P_i — величина потерянной силы, а p_i — величина перемещения, которое вызвала бы потерянная сила, если бы точка m_i системы была свободной; $p_i = E_i C_i$, следовательно, сумма $\sum_{i=1}^{n} P_i \, p_i$ является работой, которую произвели бы потерянные силы, если бы все материальные точки были свободны. Неравенство (*), таким образом, выражает предложение, что при движении системы материальных точек работа, которую потерянные силы могли бы произвести, если бы материальные точки были совершенно свободны, имеет наименьшую величину; «приращение этой работы от всякого перемещения, которое, соединяясь с перемещением действительным, давало бы перемещение возможное, будет положительным» [19]. Такое энергетическое толкование принципа Гаусса, подчеркивает Рахманинов, более соответствует современным воззрениям на явления природы. (Он имел в виду установление в XIX в. всеобщего закона сохранения и превращения энергии и введения в механику понятий, «работы», «к. п. д.», «мощности» и др.)

Далее Рахманинов делает вывод из начала наименьшей потерянной работы уравнений движения, а также устанавливает связь между принципом наименьшей потерянной работы и принципом виртуальных перемещений в соединении с принципом Даламбера для систем с нестационарными связями.

Дальнейшее развитие учения о принципе Гаусса связано с работами виднейших представителей теоретического естествознания второй половины XIX в. — американского математика и физика Д. В. Гиббса (1839—1903) и австрийского физика Л. Больцмана (1844—1906), чьи исследования по статистической физике были тесно связаны с методами аналитической механики.

Большой интерес представляет статья Гиббса «Об основной формуле динамики» [20], опубликованная в 1879 г., в ту пору, когда Гиббса пригласили в Балтиморский университет прочесть курс теоретической механики. По словам самого ученого, цель курса заключалась в «изложении общих принципов механики в их взаимосвязи, а также объяснении наиболее важных методов».

---

[19] И. И. Рахманинов. Начало наименьшей потерянной работы как общее начало механики. «Изв. Киев. ун-та», 1878, стр. 11.

[20] D. W. Gibbs. On the fundamental formulae of dynamics. Amer. J. Math., 2, 1879.

Основной формулой динамики Гиббс называет соотношение, выражающее принцип Гаусса в вариационной форме

$$\sum_{i=1}^{n} [(X_i - m_i\ddot{x}_i)\,\delta\ddot{x}_i + (Y_i - m_i\ddot{y}_i)\,\delta\ddot{y}_i + (Z_i - m_i\ddot{z}_i)\,\delta\ddot{z}_i] \leqslant 0.$$

Ученый рассматривает несколько преобразований этой формулы. Например, он записывает ее в виде

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i\delta\ddot{x}_i + Y_i\delta\ddot{y}_i + Z_i\delta\ddot{z}_i) - \delta \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{2}\, m_i w_i^2\right) \leqslant 0,$$

где $\bar{w}_i$ — ускорение i-й точки системы. Переходя в последнем соотношении сначала к обобщенным, а затем и к квазикоординатам, Гиббс получает уравнения движения в той форме, которая значительно позже была получена Аппелем и известна как уравнения Аппеля.

Далее Гиббс останавливается на примере использования принципа Гаусса при исследовании систем с неудерживающими связями.

Сопоставляя решение вопроса об условиях ослабления связей с помощью принципа Даламбера — Лагранжа, с одной стороны, и с помощью принципа Гаусса — с другой, Гиббс высказывает утверждение, что для систем с неудерживающими связями второй принцип шире первого. Больцман в «Лекциях о принципах механики» [21] подробно рассматривает это утверждение Гиббса, называя его теоремой Гиббса.

Однако утверждение Гиббса и Больцмана нельзя считать справедливым. Принцип виртуальных перемещений в соединении с принципом Даламбера в той форме, которую ему придал Остроградский (Гиббс и Больцман, очевидно, не знали работ Остроградского), в такой же мере позволяет решить вопрос о движении при неудерживающих связях, как и принцип Гаусса.

После работ Гиббса и Больцмана в развитии учения о принципе Гаусса наступило некоторое затишье. Дальнейшие исследования в этой области связаны с работами

---

[21] L. Boltzmann. Vorlesungen über die Prinzipien der Mechanik. I Teil. Leipzig, 1897, § 69.

наших ученых, и в первую очередь Ярослава Ивановича Грдины, Евгения Александровича Болотова, Николая Гурьевича Четаева и Валентина Витальевича Румянцева.

Выдающиеся исследования Я. И. Грдины (1870—1931) сыграли огромную роль в развитии принципа наименьшего принуждения Гаусса вообще и применительно к динамике живых организмов в частности. При этом он показал, что принцип Гаусса распространяется на неголономные системы с волевыми связями [22].

Е. А. Болотов в работе «О принципе Гаусса», опубликованной в Казани в 1916 г., дал обобщенную характеристику этого принципа, соответствующую новому взгляду на освобождение материальных систем. Если Гаусс рассматривал полное освобождение механической системы от всех связей, то Болотов исследовал частичное освобождение, состоящее в освобождении системы от всех неудерживающих и части удерживающих связей.

Эта мысль (сравнивать отклонения действительного и возможного движений системы материальных точек не от свободного движения, а от движения при освобождении системы от части связей) была высказана Э. Махом в «Механике» (1909 г.). Однако Мах не смог выразить ее аналитически. Кроме того, он ограничился только голономными системами, тогда как Болотов рассматривал и линейные неголономные системы. На ряде примеров Мах показывает, что отклонение движения системы от свободного увеличивается с каждой новой связью. При этом и он утверждает — это увеличение всегда минимально. «Если две или несколько систем,— пишет Мах,— связываются между собою, то движение происходит с наименьшим отклонением от движений несвязанных систем. Если, например, мы соединяем несколько простых маятников в один линейный сложный маятник, то колебание этого последнего происходит с наименьшим отклонением от колебаний отдельных маятников» [23]. Мах пользуется

---

[22] Я. И. Грдина. Меры отклонения в механике. Екатеринослав, 1910; он же. К динамике живых организмов. Екатеринослав, 1911; он же. Динамика живых организмов. Екатеринослав, 1911.

[23] Э. Мах. Механика. Историко-критический очерк ее развития. СПб., 1909, стр. 306.

этим видоизмененным принципом Гаусса для определения ускорения сложного маятника (черт 5).

«При размахе α простой маятник имеет ускорение на своем пути $g \sin \alpha$. Если $\gamma \sin \alpha$ означает ускорение, соответствующее тому же размаху на расстоянии 1 от оси сложного маятника, то $\sum m(g \sin \alpha - r\gamma \sin \alpha)^2$ или

$$\sum m\,(g - r\gamma)^2$$

становится минимумом. Поэтому

$$\sum m\,(g - r\gamma)\,r = 0 \quad \text{и} \quad \gamma = g\frac{\sum mr}{\sum mr^2}$$[24].

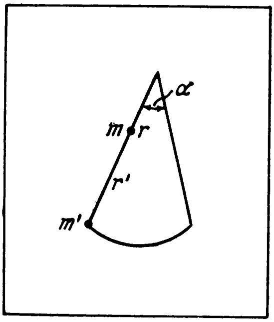
Принцип Гаусса в исследовании Е. А. Болотова. Свое развитие мысль Маха получила в уже известной работе Болотова. По его мнению, обобщенный принцип Гаусса состоит в том, что «отклонение действительного движения системы от действительного же ее движения, получающегося при отбрасывании всех неудерживающих связей и произвольного числа удерживающих, меньше, чем отклонение любого из возможных движений».

В обобщенном принципе принуждение Z заменяется следующей суммой:

$$\frac{dt^4}{4}\sum m\,[(j_{ix} - j_{kx})^2 + (j_{iy} - j_{ky})^2 + (j_{iz} - j_{kz})^2] = \frac{dt^4}{2} S_{ik}, \quad (1)$$

принимаемой за меру отклонения движения с индексом «k» от движения с индексом i, где, j_{kx}, j_{ky}, j_{kz} и соответственно j_{ix}, j_{iy}, j_{iz} — проекции ускорения точки системы на оси координат в движениях с индексами k и i (не обязательно возможных) в момент t. Координаты же и скорости точек системы в этих двух движениях в момент t одинаковы. Если под движением i понимать движение системы, освобожденной от связей под действием внешних сил, а под движением k одно из возможных для системы движений, то выражение (1) совпадает с выражением для принуждения Z принципа Гаусса. Болотов рассматривает освобождение системы от всех неудерживающих

[24] Э. Мах. Механика, Историко-критический очерк ее развития..., стр. 306—307.



Черт. 5

голономных связей

$$\varphi_\mu(t, x, y, z) \geqslant 0,$$
$$\mu = 1, 2, \ldots, m \qquad (2)$$

и некоторого числа удерживающих связей

$$f_\lambda(t, x, y, z) = 0,$$
$$\lambda = 1, 2, \ldots, l). \qquad (3)$$

Основой доказательства видоизмененного принципа служат следующие два положения:

1. Виртуальные перемещения при связях (2) и (3) находятся среди виртуальных перемещений системы, освобожденной от всех неудерживающих и произвольного числа удерживающих связей.

2. Существуют виртуальные перемещения, проекции которых пропорциональны разностям $j_{kx} - j_{ix}$, $j_{ky} - j_{iy}$, $j_{kz} - j_{iz}$. В самом деле, из условий, которые накладывают на ускорения системы связи в действительном движении (Болотов называет это движение «первым») и в возможном движении с индексом k, в котором координаты и скорости в момент t те же, что и в действительном, легко получить соотношения

$$\sum\left[\frac{\partial f_\lambda}{\partial x}(j_{kx} - j_{1x}) + \frac{\partial f_\lambda}{\partial y}(j_{ky} - j_{1y}) + \frac{\partial f_\lambda}{\partial z}(j_{kz} - j_{1z})\right] = 0,$$
$$\lambda = 1, 2, \ldots, l,$$

$$\sum\left[\frac{\partial \varphi_\mu}{\partial x}(j_{kx} - j_{1x}) + \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial y}(j_{ky} - j_{1y}) + \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial z}(j_{kz} - j_{1z})\right] \geqslant 0,$$
$$\mu = 1, 2, \ldots, m.$$

Сравнивая эти соотношения с условиями, которым удовлетворяют виртуальные перемещения данной системы,

$$\sum\left[\frac{\partial f_\lambda}{\partial x}\delta x + \frac{\partial f_\lambda}{\partial y}\delta y + \frac{\partial f_\lambda}{\partial z}\delta z\right] = 0, \quad \lambda = 1, 2, \ldots, l,$$

$$\sum\left[\frac{\partial \varphi_\mu}{\partial x}\delta x + \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial y}\delta y + \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial z}\delta z\right] \geqslant 0, \quad \mu = 1, 2, \ldots, m,$$

очевидно, можно положить

$$\delta x = a(j_{kx} - j_{1x}), \quad \delta y = a(j_{ky} - j_{1y}), \quad \delta z = a(j_{kz} - j_{1z}),$$

где a — произвольный положительный множитель. Тогда по принципу Даламбера — Лагранжа имеем

$$\sum[(X - mj_{1x})(j_{kx} - j_{1x}) + (Y - mj_{1y})(j_{ky} - j_{1y}) + \\ + (Z - mj_{1z})(j_{kz} - j_{1z})] \leqslant 0. \tag{4}$$

Пусть теперь система освобождена от всех неудерживающих связей, а из удерживающих сохраняется лишь l_1 связей. Болотов называет нулевым движением действительное движение освобожденной системы при прежних скоростях в момент t и при прежних внешних силах. Ускорения j_{ox}, j_{oy}, j_{oz} в этом движении определяются равенством

$$\sum[(X - mj_{0x})\Delta x + (Y - mj_{0y})\Delta y + (Z - mj_{0z})\Delta z] = 0, \tag{5}$$

при Δx, Δy, Δz, удовлетворяющих условиям

$$\sum\left[\frac{\partial f_\lambda}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f_\lambda}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial f_\lambda}{\partial z}\Delta z\right] = 0, \quad \lambda = 1, 2, \ldots, l_1.$$

В силу первого основного положения можно принять

$$\Delta x = a(j_{kx} - j_{1x}), \quad \Delta y = a(j_{ky} - j_{1y}), \quad \Delta z = a(j_{kz} - j_{1z}).$$

Тогда равенство (5) можно записать следующим образом:

$$\sum[(X - mj_{0x})(j_{kx} - j_{1x}) + (Y - mj_{0y})(j_{ky} - j_{1y}) + \\ + (Z - mj_{0z})(j_{kz} - j_{1z})] = 0. \tag{6}$$

Вычитая равенство (6) из неравенства (4), имеем

$$\sum m(j_{0x}j_{kx} + j_{0y}j_{ky} + j_{0z}j_{kz}) - \sum m(j_{1x}j_{kx} + j_{1y}j_{ky} + j_{1z}j_{kz}) - \\ - \sum m(j_{0x}j_{1x} + j_{0y}j_{1y} + j_{0z}j_{1z}) + \sum m(j_{1x}^2 + j_{1y}^2 + j_{1z}^2) \leqslant 0. \tag{7}$$

Если ввести новое понятие — энергию ускорений,

$$S_i = \frac{1}{2}\sum m(j_{ix}^2 + j_{iy}^2 + j_{iz}^2),$$

то можно установить, что

$$\sum m\,(j_{ix}j_{kx}+j_{iy}j_{ky}+j_{iz}j_{kz})=S_i+S_k-S_{ik}.$$

В этом случае соотношение (7) примет вид

$$S_{1k}-S_{ok}+S_{01}\leqslant 0$$

или

$$S_{10}\leqslant S_{ko}-S_{1k}.$$

А так как $S_{1k}>0$, то $S_{10}<S_{ko}$, т. е. отклонение действительного движения системы от движения частично освобожденного меньше, чем отклонение любого возможного движения от частично освобожденного движения.

Это доказательство сохраняет свою силу и для случая, когда среди связей имеются линейные неголономные.

Два исходных положения, лежащие в основе доказательства Болотова, являются главными и в доказательстве Н. Г. Четаева [25]. Болотов использует видоизмененный принцип Гаусса для решения вопроса об условиях ослабления неудерживающих связей. Ход его рассуждений следующий.

Пусть положение системы, если бы она была подчинена только удерживающим связям

$$f_\lambda(t,\,x,\,y,\,z)=0,\quad \lambda=1,\,2,\,\ldots,\,l,$$

определяется «s» обобщенными координатами q_1, $q_2,\ldots$, q_s. Неудерживающие связи

$$\varphi_\mu(t,\,x,\,y,\,z)\geqslant 0,\quad \mu=1,\,2,\,\ldots,\,m$$

налагают на них m ограничений, причем обобщенные координаты всегда можно подобрать так, чтобы эти ограничения выразились соотношениями

$$q_1\geqslant 0,\quad q_2\geqslant 0\ldots q_m\geqslant 0.$$

Пусть в момент t неудерживающие связи не освобожда-

[25] Н. Г. Четаев. О принципе Гаусса. «Изв. физико-математического общества при Казанском университете», серия 3, т. VI, 1932—1933, стр. 70.

ют точки системы, тогда

$$q_1 = 0, \quad q_2 = 0 \ldots q_m = 0.$$

Также предположим, что в этот момент имеет место

$$q_1 = 0, \quad \dot{q}_2 = 0 \ldots \dot{q}_m = 0\,^{26}.$$

В этом случае вторые производные обобщенных координат для какого-нибудь возможного движения удовлетворяют условиям [27]

$$\ddot{q}_{1k} = \beta_{1k}, \quad \ddot{q}_{2k} = \beta_{2k} \ldots \ddot{q}_{\mu k} = \beta_{\mu k},$$

где

$$\beta_{ik} \geqslant 0.$$

Чтобы получить условия ослабления неудерживающих связей, Болотов рассматривает освобождение системы только от неудерживающих связей. По его мнению, отклонение возможного движения (с индексом k) от движения освобожденной системы (нулевого)

$$S_{k0} = \frac{1}{2} \sum m \left[(j_{kx} - j_{0x})^2 + (\dot{j}_{ky} - j_{0y})^2 + (j_{kz} - j_{0z})^2 \right]$$

в обобщенных координатах можно получить из выражения для кинетической энергии освобожденной системы, выделяя в нем члены второго измерения относительно $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ldots \ddot{q}_s$ и заменяя их разностями $\ddot{q}_{1k} - \ddot{q}_{10}$, $\ddot{q}_{2k} - \ddot{q}_{20} \ldots$ $\ldots \ddot{q}_{sk} - \ddot{q}_{s0}$. Ускорения $q_{10}, q_{20} \ldots q_{s0}$, входящие в выражение для отклонения S_{ok}, определяются из уравнений Лагранжа для освобожденной системы. Ускорения действительного движения системы при всех связях определяются из условия минимума отклонения S_{ok}.

Задачу отыскания минимума S_{ok} Болотов делит на две части. Сначала определяется наименьшее значение отклонений S_{ok}, возможное при определенной выбранной системе значений m ускорений $\ddot{q}_{1k} = \beta_{1k}$, $\ddot{q}_{2k} = \beta_{2k} \ldots \ddot{q}_{mk} =$

---

[26] Если $\dot{q}_1 > 0$, $\dot{q}_2 > 0, \ldots, \dot{q}_m > 0$, то никаких заключений о вторых производных $\ddot{q}_1, \ddot{q}_2, \ldots, \ddot{q}_m$ сделать нельзя (см. Г. К. Суслов. Теоретическая механика. М.- Л., 1946, стр. 188).

[27] Г. К. Суслов. Теоретическая механика, стр. 188.

$= \beta_{mk}$. Его он обозначает через $\bar{\bar{S}}_{ok}$.
Затем определяются значения β_{1k}, $\beta_{2k} \ldots \beta_{mk}$, при которых $\bar{S}_{ok}$ имеет наименьшее значение. Болотов пишет: «Если наименьшее значение $\bar{S}_{ok}$ достигается при положительных значениях некоторых величин β, то соответствующие связи в действительном движении в момент t, очевидно, ослабевают, остальные остаются в напряжении».

С точки зрения теории общее решение вопроса об ослаблении неудерживающих связей в работе Болотова несложно. Вместе с тем практическая расчетная часть связана с громоздкими выкладками. Учитывая это, Болотов в одном из параграфов делает несколько замечаний, упрощающих расчетный материал.

Два параграфа работы Болотова посвящены доказательству справедливости видоизмененного принципа Гаусса в теории удара, происходящего или от действия внешних ударных импульсов, или от внезапного наложения новых связей, а также в случае совместного действия этих факторов. Доказательство дано только для голономных связей.

Прежде чем сформулировать принцип для удара, Болотов вводит следующие новые понятия: «скорости деформации» и «скорости ослабления связи». Если в начале удара на систему налагается связь $\varphi(t, x, y, z) \geqslant 0$, то полная производная по времени от φ

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \sum\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} V_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y} V_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z} V_z\right)$$

имеет в начале удара отрицательное значение. Она называется скоростью деформации связи. Если же к концу удара связь $\varphi(t, x, y, z) \geqslant 0$ приходит в ослабление, то полная производная по времени $d\varphi/dt$ имеет в конце удара положительное значение. В этом случае она называется скоростью ослабления связи.

Под частично освобожденным движением (у Болотова оно называется «вторым») понимается движение системы при действии тех же внешних ударных импульсов и при наложении тех же новых связей, что и в действительном движении, но при условии предварительного освобождения системы от всех старых неудерживающих связей и произвольного числа удерживающих.

Болотов так формулирует принцип: «Отклонение системы от движения, названного нами вторым, будет после удара для действительного движения наименьшим по сравнению со всеми теми возможными движениями, при которых все неудерживающие связи ослабляются с теми же скоростями, как в действительном движении». При этом суть его доказательства сводится к следующему.

Пусть до удара система была подчинена l удерживающим связям

$$f_\lambda(t, x, y, z) = 0, \quad \lambda = 1, 2, \ldots, l \tag{8}$$

и m неудерживающим

$$F_\mu(t, x, y, z) \geqslant 0, \quad \mu = 1, 2, \ldots, m \tag{9}$$

В общем случае удар вызывается внешними ударными импульсами $\dot{F}$ ($\dot{X}$, $\dot{Y}$, $\dot{Z}$) и мгновенным наложением новых связей

$$\varphi_\nu(t, x, y, z) \geqslant 0, \quad \nu = 1, 2, \ldots, p. \tag{10}$$

В начале удара, в момент t, скорости точек системы известны. Очевидно, известны и скорости деформации новых связей

$$\frac{d\varphi_1}{dt}, \quad \frac{d\varphi_2}{dt} \cdots \frac{d\varphi_p}{dt},$$

которые Болотов обозначает как $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$. По принципу виртуальных перемещений в соединении с принципом Даламбера (это сочетание обычно называют принципом Даламбера — Лагранжа) имеет место соотношение

$$\sum \{[X + m(V_{0x} - V_{1x})]\,\delta x + [Y + m(V_{0y} - V_{1y})]\,\delta y + \\ + [Z + m(V_{0z} - V_{1z})]\,\delta z\} \leqslant 0, \tag{11}$$

где V_{0x}, V_{0y}, V_{0z} — проекции скорости точки системы в начале удара; V_{1x}, V_{1y}, V_{1z} — проекции действительной скорости точки системы после удара; δx, δy, δz — проекции виртуальных перемещений, удовлетворяющие условиям

$$\sum\left(\frac{\partial f_\lambda}{\partial x}\delta x+\frac{\partial f_\lambda}{\partial y}\delta y+\frac{\partial f_\lambda}{\partial z}\delta z\right)=0,\quad \lambda=1,2,\ldots,l,\quad (12)$$

$$\sum\left(\frac{\partial F_\mu}{\partial x}\delta x+\frac{\partial F_\mu}{\partial y}\delta y+\frac{\partial F_\mu}{\partial z}\delta z\right)\geqslant 0,\quad \mu=1,2,\ldots,m,\quad (13)$$

$$\sum\left(\frac{\partial \varphi_\nu}{\partial x}\delta x+\frac{\partial \varphi_\nu}{\partial y}\delta y+\frac{\partial \varphi_\nu}{\partial z}\delta z\right)=0,\quad \nu=1,2,\ldots,p.\quad (14)$$

Для частично освобожденного движения («второго», по терминологии Болотова) справедливо равенство

$$\sum\{[X+m(V_{0x}-V_{2x})]\,\Delta x+[Y+m(V_{0y}-V_{2y})]\,\Delta y+ \\ +[Z+m(V_{0z}-V_{2z})]\,\Delta z\}=0,\quad (15)$$

где V_{2x}, V_{2y}, V_{2z} — проекции действительной скорости точки системы после удара в частично освобожденном движении; Δx, Δy, Δz — проекции виртуального перемещения частично освобожденного движения.

Так как в этом движении система освобождена от всех неудерживающих старых связей, а новые связи в момент удара находятся в напряжении, то в выражении принципа Даламбера — Лагранжа имеет место знак строгого равенства. Если учесть, что по первой основной предпосылке виртуальные перемещения данной системы находятся среди виртуальных перемещений частично освобожденной системы, то последнее равенство можно записать следующим образом:

$$\sum\{[X+m(V_{0x}-V_{2x})]\,\delta x+[Y+m(V_{0y}-V_{2y})]\,\delta y+ \\ +[Z+m(V_{0z}-V_{2z})]\,\delta z\}=0.\quad (16)$$

Вычитая его из соотношения (11), получаем

$$\sum m\,[(V_{2x}-V_{1x})\,\delta x+(V_{2y}-V_{1y})\,\delta y+(V_{2z}-V_{1z})\,\delta z]\leqslant 0.\quad (17)$$

Далее Болотов доказывает, что существуют виртуальные перемещения, пропорциональные разностям $V_{kx}-V_{1x}$, $V_{ky}-V_{1y}$, $V_{kz}-V_{1z}$, где V_{kx}, V_{ky}, V_{kz} — проекции скорости точки в каком-нибудь из возможных движений. Это вторая основная предпосылка его доказательства. Она вытекает из рассмотрения условий для скоростей действительного и возможного движений после удара.

При этом ученый останавливает свое внимание только на таких возможных движениях, при которых скорости ослабления связей (10) равны скоростям ослабления этих же связей в действительном движении, а скорости ослабления связей (9) равны или больше соответствующих скоростей в действительном движении.

Полагая, что

$$\delta x = k(V_{kx} - V_{1x})) \quad \delta y = k(V_{ky} - V_{1y}), \quad \delta z = k(U_{kz} - V_{1z}),$$

и подставляя эти выражения для δx, δy, δz в соотношение (17), можно получить следующее:

$$\sum m\,[(V_{2x} - V_{1x})(V_{kx} - V_{1x}) + (V_{2y} - V_{1y})(V_{ky} - V_{1y}) + \\ + (V_{2z} - V_{1z})(V_{kz} - V_{1z})] \leqslant 0. \qquad (18)$$

Оно свидетельствует о справедливости видоизмененного принципа Гаусса для удара. Действительно, для удара мерой отклонения движения с индексом i от движения с индексом k служит величина

$$dt^2 \sum m\,[(V_{ix} - V_{kx})^2 + (V_{iy} - V_{ky})^2 + (V_{iz} - V_{kz})^2],$$

где ради краткости сумму можно обозначить символом T_{ik}

$$T_{ik} = \frac{1}{2} \sum m\,[(V_{ix} - V_{kx})^2 + (V_{iy} - V_{ky})^2 + (V_{iz} - V_{kz})^2].$$

Отбрасывая постоянный множитель $2dt^2$, за меру отклонения можно принять T_{ik} — кинетическую энергию потерянных скоростей при переходе движения i к движению k. Преобразуя соотношение (18), пользуясь очевидным соотношением

$$\sum m\,(V_{ix}V_{kx} + V_{iy}V_{ky} + V_{iz}V_{kz}) = T_i + T_k - T_{ik},$$

получаем

$$T_{12} \leqslant T_{k2} - T_{k1}.$$

Так как $T_{k1} > 0$, то $T_{12} < T_{k2}$, т. е. отклонение действительного движения от частично освобожденного меньше, чем отклонение любого из возможных движений от того же частично освобожденного. В качестве примера применения видоизмененного принципа Гаусса Болотов рассматривает задачу о соударении между собой двух тел.

Доказательство видоизмененного принципа Гаусса, приведенное Болотовым только для голономных связей, справедливо и для линейных неголономных. Что же касается нелинейных неголономных связей, то их работа Болотова не затронула. Таким образом, разработка вопроса о видоизменении принципа Гаусса осталась незаконченной. Дальнейшее развитие эта проблема получила в работах воспитанника Казанского университета Н. Г. Четаева [23] и других советских ученых.

Дальнейшее развитие принципа Гаусса в работах советских ученых. Н. Г. Четаев ввел новое понятие виртуальных (в работе Четаева они называются «возможными») перемещений так, чтобы имели место одновременно и принцип Даламбера — Лагранжа и принцип Гаусса для любых идеальных линейных и нелинейных неголономных связей. Кроме того, он развил новую точку зрения на освобождение материальных систем, рассмотрев некоторое параметрическое освобождение системы.

В работе Четаева «О принципе Гаусса» рассматривается система n материальных точек, подчиненная нелинейным неголономным связям, явно зависящим от времени. Положение системы определяется независимыми координатами q_1, q_2 ,..., q_k; проекции скоростей точек системы в действительном движении — равенствами

$$x_i = a_i(t, q_s, \dot{q}_s),$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

$$y = b_i(t, q_s, \dot{q}_s),$$

$$s = 1, 2, \ldots, k$$

$$z_i = c_i(t, q_s, \dot{q}_s).$$

---

[28] Впервые Четаев применил принцип Гаусса в своей студенческой работе: «Об устойчивых фигурах равновесия некоторой однообразной массы вращающейся жидкости под действием сил лучистого сжатия к центру тяжести». Изв. физико-математического общества при Казанском университете, серия 3, т. I, 1926.

Виртуальные перемещения σx_i, σy_i, σ_{z_i} Четаев определяет аксиоматически соотношениями

$$\sigma x_i = \sum_{S=1}^{k} \frac{\partial a_i}{\partial \dot{q}_S} \sigma q_S,$$

$$\sigma y_i = \sum_{S=1}^{k} \frac{\partial b_i}{\partial \dot{q}_S} \sigma q_S, \tag{19}$$

$$\sigma z_i = \sum_{S=1}^{k} \frac{\partial c_i}{\partial \dot{q}_S} \sigma q_S,$$

где σq_S — произвольные бесконечно малые величины [29]. Это определение виртуальных (возможных) перемещений — наиболее общее из всех известных в настоящее время. При таком определении виртуальных перемещений из принципа Даламбера — Лагранжа, взятого в форме следующего равенства:

$$\sum_{i=1}^{n} [(m_i d\dot{x}_i - X_i dt)\,\sigma x_i + (m_i d\dot{y}_i - Y_i dt)\,\sigma y_i + \\ + (m_i d\dot{z}_i - Z_i dt)\,\sigma z_i] = 0, \tag{20}$$

с учетом аксиомы определения идеальных связей, вытекает видоизмененная форма принципа Гаусса.

Если Гаусс рассматривал полное освобождение материальной системы (освобождение ее от всех связей), Болотов — частичное освобождение (освобождение системы от части связей), то Четаев называет освобождением материальной системы всякое преобразование, подчиняющееся определенному математическому алгоритму. По его представлению, в освобожденном движении проекции действительных скоростей точек задаются формулами

$$\dot{x}_i = a_i(t, q_S, \dot{q}_S) + \alpha_i(t, q_S, \eta_r, \dot{\eta}_r),$$

$$\dot{y}_i = b_i(t, q_S, \dot{q}_S) + \beta_i(t, q_S, \eta_r, \dot{\eta}_r),$$

$$\dot{z}_i = c_i(t, q_S, \dot{q}_S) + \gamma_i(t, q_S, \eta_r. \dot{\eta}_r),$$

[29] Н. Г. Четаев. О принципе Гаусса. Изв. физико-математического общества при Казанском университете, серия 3, т. VI, 1932—1933.

где α_i, β_i, γ_i — произвольные функции указанных переменных, причем число новых переменных или параметров η_r равно числу «новых степеней свобод, приобретенных системой».

Его доказательство видоизмененного принципа Гаусса, как и у Болотова, основывается на двух положениях.

1. Существуют виртуальные перемещения, пропорциональные разностям

$$d\dot{x}_i - \delta\dot{x}_i, \quad d\dot{y}_i - \delta\dot{y}_i, \quad d\dot{z}_i - \delta\dot{z}_i,$$

где $d\dot{x}_i$, $d\dot{y}_i$, $d\dot{z}_i$ — проекции изменения скорости точки m_i за время dt в действительном движении, а $\delta\dot{x}_i$, $\delta\dot{y}_i$, $\delta\dot{z}_i$ — изменения этих величин для какого-либо варьированного по Гауссу движения.
Тогда

$$\sum_{i=1}^{n} [(m_i d\dot{x}_i - X_i dt)(d\dot{x}_i - \delta\dot{x}_i) + (m_i d\dot{y}_i - Y_i dt)(d\dot{y}_i - \delta\dot{y}_i) + \\ + (m_i d\dot{z}_i - Z_i dt)(d\dot{z}_i - \delta\dot{z}_i)] = 0. \qquad (21)$$

2. Виртуальные перемещения данной системы находятся среди виртуальных перемещений освобожденной системы. Тогда

$$\sum_{i=1}^{n} [(m_i \partial\dot{x}_i - X_i dt)(d\dot{x}_i - \delta\dot{x}_i) + (m_i \partial\dot{y}_i - Y_i dt)(d\dot{y}_i - \delta\dot{y}_i) + \\ + (m_i \partial\dot{z}_i - Z_i dt)(d\dot{z}_i - \delta\dot{z}_i)] = 0, \qquad (22)$$

где $\partial\dot{x}_i$, $\partial\dot{y}_i$, $\partial\dot{z}_i$ — проекции изменения скорости точки m_i, за время dt в действительном движении частично или полностью освобожденной системы при прежних координатах и скоростях в момент t.

Вычитая равенство (22) из равенства (21) и делая некоторые преобразования левой части, Четаев получает следующее соотношение:

$$A_{d\delta} + A_{d\partial} - A_{\partial\delta} = 0, \qquad (23)$$

где

$$A_{d\delta} = \sum_{i=1}^{n} m_i [(d\dot{x}_i - \delta\dot{x}_i)^2 + (d\dot{y}_i - \delta\dot{y}_i)^2 + (d\dot{z}_i - \delta\dot{z}_i)^2] -$$

величина отклонения действительного движения (d) от варьированного движения (δ) за время dt.

Аналогичным образом определяются величины $A_{d\partial}$ и $A_{\partial\delta}$. Так как

$$A_{d\delta} > 0,$$

то из равенства (23) непосредственно следует неравенство

$$A_{d\partial} < A_{\partial\delta}, \tag{24}$$

выражающее видоизмененный принцип Гаусса для систем с нелинейными неголономными связями. Иначе говоря, отклонение действительного движения (d) от действительного движения (∂) частично освобожденной системы меньше отклонения любого из варьированных движений (δ) от того же частично освобожденного движения (∂). В частном случае, если системы освободить от всех связей, неравенство (24) выражает принцип Гаусса в его обычной форме. При параметрическом освобождении (по Четаеву) геометрический смысл обобщенных координат q_1, q_2, ..., q_k может меняться.

Известный советский ученый-механик Н. Е. Кочин рассмотрел освобождение систем, при котором не меняется геометрический смысл обобщенных координат,— освобождение от всех или части неголономных связей [30].

Освобождение систем с голономными и неголономными линейными связями, затронутое в известной работе Е. А. Болотова, можно считать частным случаем рассмотренного способа освобождения, если за исходные лагранжевы координаты q_1, q_2,..., q_k принять декартовы координаты точек. Н. Е. Кочин доказывает, что при освобождении системы, сохраняющем геометрический смысл параметров q_1, q_2,.., q_k, так же, как при параметрическом освобождении (по Четаеву), имеет место неравенство

$$A_{d\partial} < A_{\partial\delta}.$$

Оно выражает принцип Гаусса в видоизмененной и, в частности, в обычной формах.

Развитие принципа Гаусса в работах Е. А. Болотова, Н. Г. Четаева и Н. Е. Кочина относится к системам

---

[30] Н. Е. Кочин. Об освобождении механических систем «Прикладная математика и механика» (ПММ), 1946, т. X, вып. 5—6

с идеальными связями. Применение этого принципа в случае неидеальных связей исследовано М. Ш. Аминовым [31]. В частности, он доказал, что для негладких голономных и неголономных связей неравенство

$$A_{d\partial} < A_{\partial\delta}$$

заменяется неравенством

$$A_{d\partial} < \frac{1}{2}\left(A_{\delta\partial} + A_{\delta-d,\,d-\partial}\right),$$

которое в частном случае идеальных связей превращается в прежнее неравенство

$$A_{d\partial} < A_{\partial\delta}.$$

В последние годы интересные исследования принципа Гаусса, относящиеся к системам с неидеальными связями, провели В. В. Румянцев и Г. К. Пожарицкий [32]. Наиболее общие результаты получены В. В. Румянцевым.

Исследования в области гидромеханики

Научные интересы Е. А. Болотова не замыкались в области аналитической механики. Ему принадлежат два довольно значительных исследования по гидромеханике. Кроме того, Болотов готовил докторскую диссертацию по одной проблеме теории волн. Работа была почти закончена, когда он узнал, что эта тема уже разработана другим ученым.

В работе «Об установившемся движении тяжелой несжимаемой жидкости во вращающемся сосуде» Болотов рассматривает различные случаи установившегося движения вязкой несжимаемой жидкости, когда траекториями частиц жидкости являются окружности с центрами на оси вращения сосуда, в котором заключена жидкость.

---

[31] М. Ш. Аминов. К принципу Гаусса. Ученые записки Казанского авиационного института, № 4, 1935.

[32] В. В. Румянцев. О системах с трением. ПММ, т. XXV, вып. 6, 1961; он же. О движении некоторых систем с неидеальными связями. Вестник МГУ, 1961; № 5; Г. К. Пожарицкий. Распространение принципа Гаусса на системы с сухим трением. ПММ, т. XXV, вып. 3, 1961.

В общем случае предполагается, что части стенок сосуда вращаются с различными скоростями. Поэтому, принимая ось вращения сосуда за ось z, Болотов считает угловую скорость ω движения частицы вязкой жидкости функцией не только ее расстояния ρ от оси вращения сосуда, но и функцией высоты z. Интегрируя уравнения Навье движения вязкой жидкости, он получает для угловой скорости ω и давления p следующие выражения:

$$\omega = \frac{c}{\rho^2} + c_1,$$

$$p = c_2 - \mu g z - \frac{1}{2}\mu \frac{c^2}{\rho^2} + 2cc_1 \log \rho + \frac{1}{2} c_1^2 \rho^2,$$

где μ — плотность жидкости; k — коэффициент внутреннего трения жидкости; c, c_1, c_2 — произвольные постоянные.

Если ось z проходит внутри жидкости $\omega = c_1$ — жидкость вращается как твердое тело, если — вне ее, то жидкость вращаться как твердое тело не может. Для последнего случая Болотов устанавливает возможные формы стенки сосуда. Отмечая, что поверхность стенок сосуда при совершенном и несовершенном прилипании к ним жидкости является поверхностью вращения

$$F(\rho, z) = 0,$$

граничные условия у Болотова выражены равенством

$$k \frac{\partial \omega}{\partial \rho} \cdot \frac{\frac{\partial F}{\partial \rho}}{\Delta_1 F} = \lambda (\omega - \Omega), \tag{25}$$

где

$$\Delta_1 F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial \rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2};$$

Ω — угловая скорость вращения сосуда; λ — коэффициент, характеризующий степень прилипания жидкости к стенкам сосуда.

Наибольший интерес, по мысли ученого, представляет случай несовершенного прилипания жидкости к стенкам сосуда, что соответствует конечному значению коэффициента λ.

Равенство (25) можно рассматривать как дифференциальное уравнение меридиана стенки сосуда. Интегрируя его, Болотов получает уравнение меридиана стенки, содержащее эллиптический интеграл

$$z = \pm \int \frac{\alpha\rho\,(1+\beta\rho^2)\,d\rho}{\sqrt{1-\alpha^2\rho^2\,(1+\beta\rho^2)^2}}\,,$$

где

$$\alpha = \frac{\lambda}{2k}\,, \quad \beta = \frac{C_1 - \Omega}{C}\,.$$

Параметр α для данного материала стенки и данной жидкости, очевидно, имеет определенное значение, в то время как параметр β может принимать любые значения. Меняя β, можно получить различные формы стенок сосуда, заключающего жидкость. Следовательно, жидкость можно ограничить так, чтобы ось вращения не лежала внутри нее.

В заключение Болотов останавливается на тех случаях, когда уравнение меридиональной кривой можно представить в конечном виде. По его расчетам, наиболее простой случай соответствует $\beta = 0$, когда уравнение меридиана стенки получает вид

$$\rho^2 + z^2 = \frac{4k^2}{\lambda^2}$$

т. е. стенка сферическая. Чтобы в этом случае ось вращения не лежала внутри жидкости, нужно ограничить жидкость другими стенками так, чтобы ось z располагалась вне пространства, занятого жидкостью. Например, жидкость может быть заключена внутри пространства, ограниченного сферой и цилиндром с радиусом, меньшим $1/\alpha$.

В работе «О влиянии ветра на скорость распространения малых волн по поверхности жидкости» Болотов останавливается на вопросе скорости распространения малых волн по поверхности раздела газа и жидкости. В своем известном курсе гидродинамики Г. Ламб, исследуя распространение малых волн по поверхности раздела двух тяжелых несжимаемых жидкостей различной плотности, получил зависимость скорости распространения волн данной длины от относительной скорости течения жидкостей [33]. Полученный результат он развил для случая распространения малых волн по поверхности раздела газа и жидкости.

[33] Г. Ламб. Гидродинамика. М., 1947, стр. 468.

В отличие от него Болотов начинает исследование для газа и жидкости. Вместе с тем он устанавливает условия, при которых решение Ламба является достаточно точным.

В своем исследовании Болотов опирается на ряд ограничительных предположений. Так, он предполагает, что скорости частиц жидкости очень малы и что волны, распространяясь, не меняют формы. Считая газ идеальным, он предполагает, что его движение очень мало отличается от равномерного горизонтального движения. Температура, давление и плотность газа, по его предположению, почти не отличаются от значений, которые они имели бы в случае покоящегося газа при некоторой постоянной абсолютной температуре T. Наконец, он считает адиабатическим процесс изменения любого элемента объема газа. Строя свое исследование на этих предположениях, Болотов получает соотношение, связывающее скорость распространения волн со скоростью ветра. В частном случае из этого соотношения вытекает результат Ламба для волн на границе двух несжимаемых жидкостей.

Работа Е. А. Болотова по теории упругости

Заканчивая обзор научного творчества Евгения Александровича Болотова, нельзя не сказать несколько слов об одной его работе по теории упругости. Этот труд ученый закончил в день смерти. Рукопись последней работы Болотова утеряна вместе с делами В. П. Писарева, готовившего ее к изданию.

Работа содержала строгое доказательство постулата Сен-Венана о том, что напряжения в стержне при любом закреплении концов быстро выравниваются и вблизи концов принимают значения как в стержне бесконечно большой длины [34].

Математическое обоснование принципа Сен-Венана представляет значительные трудности. Поэтому потеря этой работы Е. А. Болотова заслуживает большого сожаления.

---

[34] Сен-Венан. Мемуар о кручении призм. М., 1961.

Послесловие

Евгений Александрович Болотов — крупный русский ученый конца XIX — начала XX в., посвятивший свою научную деятельность в первую очередь решению сложных и актуальных проблем аналитической механики. Этой науке он отдал всю свою энергию и талант. Вместе с тем он обращался и к новым, нерешенным проблемам гидродинамики, а также к обоснованию основных принципов теории упругости. Болотов был в то же время прекрасным преподавателем. Его лекторские способности высоко оценивал Н. Е. Жуковский.

Болотов принадлежал к той лучшей части русской интеллигенции, для которой не существовало вопроса о выборе пути после Октябрьской социалистической революции. Он так же, как и его учитель Н. Е. Жуковский, безоговорочно принял Октябрьскую революцию и все силы отдал служению народу. Об этом ярко свидетельствует его деятельность на посту ректора Казанского университета.

Болотов стоял во главе университета в тяжелые годы интервенции и гражданской войны. Вместе с передовой частью профессорско-преподавательского состава и студенчества он осуществлял преобразование университета на основе принципов советской высшей школы в тяжелых условиях хозяйственной разрухи, голода, саботажа антисоветски настроенной части профессоров и преподавателей.

Самоотверженная деятельность Болотова на посту ректора Казанского университета является важным моментом для определения его места как общественного деятеля первых лет Советской власти. Он был прекрасным агитатором и пропагандистом советских идей, постоянно выступал на митингах, на собраниях студентов и рабочих.

Все это дает право сказать, что на заре строительства Советского государства Болотов являл собой прекрасный образец передового ученого-общественника.

Вспоминая о выдающихся деятелях русской национальной культуры, вставших на службу Советской власти с первых же ее шагов — Н. Е. Жуковского, К. А. Тимирязева, А. Н. Крылова, И. П. Павлова и др., — мы должны по праву присоединить к ним имя замечательного ученого, человека незаурядных способностей и огромной воли, талантливого организатора Евгения Александровича Болотова.

Приложения

Основные даты творческой жизни Е. А. Болотова

27 (14) ноября 1870 г. родился в Казани.

1887 — Окончил Казанскую гимназию и поступил на физико-математический факультет Казанского университета.

1892 — Окончил Казанский университет и был оставлен при нем для подготовки к профессорскому званию.

1892 — Избран действительным членом Казанского физико-математического общества.

1896 — Принят в число приват-доцентов Московского университета по кафедре прикладной математики.

1899 — Преподаватель теоретической механики в Инженерном училище ведомства путей сообщения (ныне МИИТ); исполняющий обязанности директора Коммерческого училища Р. К. Сливинского (ведомства министерства финансов); преподаватель Коммерческого училища Р. К. Сливинского (училище второго разряда с курсами реальных и промышленных училищ); преподаватель Практической академии коммерческих наук.

1900 — Преподаватель математики и аналитической механики Московского технического училища; преподаватель Инженерного училища, Практической академии коммерческих наук.

1901 — Преподавал в Инженерном и Московском техническом училищах, в Практической академии коммерческих наук.

1902 — Избран действительным членом Общества любителей естествознания, антропологии и этнографии.

1903 — Назначен преподавателем аналитической геометрии Московского технического училища с оставлением в занимаемых должностях приват-доцента Московского университета и преподавателя Инженерного училища. Преподавал в Межевом институте.

1903 — Избран действительным членом Московского математического общества.

1904 — Зачислен на должность старшего преподавателя Межевого института.

1904 —1906 — Преподавал в университете, в Межевом институте, в Инженерном и Московском техническом училищах.

1907 — Утвержден в степени магистра прикладной математики.

1907—1908 — Преподавал в Межевом институте, в Инженерном и Московском техническом училищах.

1908 — Был командирован с ученой целью на летние каникулы в Берлин и Дрезден.

1909 — Преподавал в Московском техническом училище и Межевом институте.

1910—1912 — Преподавал в Московском техническом училище, Межевом институте и университете.

1912—1913 — Преподавал в Народном университете им. А. Л. Шанявского.

1913 — Преподавал в Московском техническом училище и университете.

1913 — Был командирован с научной целью в Германию (Берлин, Мюнхен) и Швейцарию.

1914 — Преподавал в Московском техническом училище и Межевом институте.

1914—1921 — Заведующий кафедрой механики Казанского университета в должности ординарного профессора.

1918—1921 — Ректор Казанского университета.

1921 — Назначен преподавателем математики на рабфаке Казанского университета.

1921—1922 — Профессор и заведующий кафедрой теоретической механики Московского технического училища.

27 сентября 1922 — Скончался в Москве и похоронен на Лазаревском кладбище.

Основные труды Е. А. Болотова

1. Задача о разложении данного винта на два винта с равными параметрами и следствия из нее. Изв. физ.-мат. об-ва при Казанском университете, серия 2, т. 3, Казань, 1893.
2. Георгий Николаевич Шебуев (некролог). «Математический сборник», т. 22, М., 1901.
3. Аналитическая геометрия. Лекции, чит. на 1 курсе в Московском техническом училище в 1904—1905 г. препод. Е. А. Болотовым и состав. ст. Г. Даниленко. Изд. 2. М., 1904, изд. 3. М., 1907.
4. О движении материальной плоской фигуры, стесненном связями с трением. «Математический сборник», т. 25, М., 1906.
5. Об ударе двух твердых тел при действии трения. Изв. Московского инженерного училища, ч. II, вып. II, 1908.
6. О работе С. В. Ковалевской «О движении твердого тела». «Изв. физ.-мат. об-ва при Казанском университете», серия 2, т. 22 (юбилейный), № 1, 1916.
7. О принципе Гаусса. «Изв. физ.-мат. об-ва при Казанском университете», т. 21, № 3, 1916.
8. Доклад комиссии по рассмотрению студенческих записей лекций Н. И. Лобачевского по механике. «Изв. физ.-мат. об-ва при Казанском университете», серия 2, т. 22 (юбилейный), № 2, 1917.
9. О подборе реакций, заменяющих связи, и об особых положениях подвижной системы. «Изв. физ.- мат. об-ва при Казанском университете», серия 2, т. 22 (юбилейный), № 2, 1917.
10. Н. Е. Жуковский как профессор Московского высшего технического училища. Речь на торжественном заседании 19.III 1922 г., посвященном памяти Н. Е. Жуковского. «Памяти профессора Николая Егоровича Жуковского». М., Изд-во «центран», 1922.
11. Об установившемся движении тяжелой несжимаемой жидкости во вращающемся сосуде. Отд. оттиск «Изв. физ.-мат. об-ва при Казанском университете», 1916.
12. О влиянии ветра на скорость распространения малых волн по поверхности жидкости. Отд. оттиск «Изв. физ.-мат. об-ва при Казанском университете», 1916.
13. Математический анализ I. Записки по лекциям, читанным на механическом отделении училища. М., 1912.
14. Математический анализ II. Записки по лекциям, читанным на механическом отделении училища. М., 1912.

Отзыв Н. Е. Жуковского о сочинении Е. А. Болотова «О движении материальной плоской фигуры, стесненном связями с трением», представленном на соискание степени магистра прикладной математики

При решении задач о движении материальной точки по данной кривой, развивающей трение, никаких сомнений не возникает. Здесь сила трения F изменяет только [тангенциальную скорость] точки, не оказывая никакого влияния на нормальное ускорение, и потому при всяком законе трения нормальное давление N можно подобрать так, чтобы оно давало точке по нормали ускорение, представляющее разность между V^2/ρ и ускорением, сообщаемым действующей силой.

Иначе представляется задача, когда речь заходит о материальной плоской фигуре, движущейся с трением, опираясь на данную кривую. От эффекта силы F в этом случае получается вращение материальной фигуры около ее центра тяжести, которое влияет на нормальную составляющую ускорения точки прикосновения: причем может случиться, что нормальная составляющая ускорения точки прикосновения от действия сил F и N направляется прямо противоположно реакции N. Это обстоятельство при пропорциональности сил N и F сохраняется при всяком значении N и может сделать невозможным уничтожение разности между кинематически необходимым нормальным ускорением точки прикосновения и тем ускорением, которое она получит от действия внешних сил.

Когда в этом случае при действии силы трения площадка прижимается к связи, тогда при присутствии трения точка прикосновения площадки стремится проникнуть внутрь удерживающей связи, причем сила N беспредельно возрастает; если же при отсутствии трения площадка стремится покинуть удерживающую ее одностороннюю связь, то при действии силы трения она может, так сказать, примкнуть к связи. Еще с бо́льшими затруднениями встречаемся мы при рассмотрении движения площадки, опирающейся с трением на две кривые. Рассмотрение всех подобных случаев при движении материальной площадки с трением составляет предмет рассматриваемой работы Е. А. Болотова. Направляющей нитью к исследованию автора послужило сочинение Painlevé «Leçons sur le frottement» и указанные им парадоксальные случаи движения с трением. Когда работа Е. А. Болотова приближалась к концу, он познакомился с появившимися в 1905 г. статьями Майера, Лекорню и Спарра, написанными по поводу задачи Пэнлеве. При этом оказалось, что некоторые идеи автора совпали с замечаниями, высказанными этими учеными. Но следует указать, что различные взгляды, высказанные упомянутыми учеными, являются до сих пор спорными и отчасти противоречивыми. Вследствие чего сочинение Е. А. Болотова, в котором разбираются различные воззрения на рассматриваемый вопрос и устанавливается определенная точка зрения на него, заслуживает серьезного внимания.

Сочинение заключает в себе три главы.

1-я глава посвящается рассмотрению сил инерции материальной площадки, движущейся с двумя или с одной степенью свободы. Автор показывает, что на площадке, опирающейся на данную кривую, всегда существует точка, обладающая тем свойством, что относительно ее сумма моментов всех сил инерции определяется только по скорости вращения фигуры и по скорости скольжения ее по опорной кривой. Эту точку автор называет **главной критической точкой.** Когда фигура не имеет скольжения, а катится по опорной кривой, то существует еще вторая критическая точка, обладающая упомянутым свойством.

Переходя затем к движению фигуры с одной степенью свободы, автор рассматривает этот случай как случай фигуры, скользящей по двум данным кривым. Здесь, найдя мгновенный центр вращения O, автор соединяет его с центром тяжести G фигуры и обнаруживает, что главные критические точки для той и другой опорной кривой лежат на прямой, перпендикулярной к OG и пересекающей OG на расстоянии k^2/OG, где k — радиус инерции фигуры относительно ее центра тяжести. Эту прямую автор называет главной критической прямой и доказывает, что все силы инерции заменяются двумя силами, из которых одна известна по скоростям точек площадки и проходит через центр ее тяжести, а вторая, зависящая от ускорений, направляется по главной критической прямой.

2-я глава заключает в себе динамическую часть исследования движения материальной площадки, опирающейся на неподвижную кривую. Автор начинает исследование аналитическим способом, приняв за переменные, определяющие положение площадки, координаты ξ и η ее центра тяжести и угол θ, который какая-нибудь прямая образует с осью OX. Он получает аналитические условия возможности скольжения или катящего движения, причем для случая возможных движений, выводящих площадку из покоя, условия автора совпадают с условиями, указанными Джоллстом.

Главный интерес 2-й главы представляет геометрический метод исследования автора, опирающийся на теоремы первой главы. Проведя через точку прикосновения две прямые, образующие с нормалью поверхности угол трения i и дающие направления полной силы реакции связи, автор замечает, что эти две прямые разделяют плоскость на две пары вертикальных углов, из которых при данном направлении скольжения для каждой точки одной пары углов моменты сил реакции имеют одинаковые знаки, а для каждой точки другой пары вертикальных углов — разные знаки. Пользуясь свойством главной критической точки, автор доказывает теорему: если главная критическая точка лежит в области противоположных моментов, то возможно только одно определенное движение площадки при заданных начальных скоростях; если же главная критическая точка находится в области сходственных моментов, то или нельзя согласовать движение с законами трения, или при тех же начальных данных являются возможными два движения. Случай невозможности согласования движения с законами трения, как совершенно справедливо замечает автор, соответствует тангенциальному удару, на который в общих чертах указывал Лекорню. Силы N и F при этом беспредельно возрастают, и скорость скольжения точки прикосновения в весьма короткий промежуток времени изменяется на конечную величину и, перейдя через нуль, может изменить свое направление; после чего получается возможное движение площадки. Автор подробно исследует такой тангенциальный удар и обнаруживает, что при его допущении мы находимся в полном согласии с законами динамики и законами трения. Он исследует также упругий удар, прибавляя к периоду неупругого удара еще период восстановления деформированной связи. В конце этого второго периода точка прикосновения получает скорость, направленную от удерживающей связи, вследствие чего наступает освобождение площадки от связи.

Что касается до решения задачи в случае, когда первая критическая точка лежит в области сходственных моментов, то, по мнению автора, оба получаемые при этом движения с трением (при двусторонних связях) могут происходить. Одно из этих движений, при котором при отсутствии трения площадка нажимала бы на связь, автор считает **более вероятным**, а другое, при котором площадка стремится покинуть соответственную связь, но, будучи прижата к ней, как бы прилипает к ней, он считает **менее вероятным**. При этом оказывается, что реакция связи, для которой момент нормальной составляющей относительно **главной критической** точки будет иметь тот же знак, какой имеет момент полной реакции связи, будет более вероятным.

В рассматриваемой главе автор разбирает также и вопрос о катящем движении материальной площадки по данной кривой. Останавливаясь сначала на случаях выхода площадки из положения равновесия, он дает простой критерий случаев выхода тела из покоя катящимся или скользящим движением. Случай, когда точки катящегося тела, кроме точки прикосновения, имеют скорости, автор сводит к выше рассмотренному случаю, слагая равнодействующую сил инерции от начальных скоростей с равнодействующей от внешних сил.

В конце 2-й главы автор предполагает, что площадка находится в покое под действием силы, проходящей через точку ее прикосновения и лежащей внутри угла трения. Так как сила, слагаясь с полной реакцией связи, не может дать силы, направленной по **критической прямой** (прямая, соединяющая первую и вторую критическую точки), то тело не может выйти из покоя катящимся движением. Автор указывает, что в том случае, когда главная критическая точка лежит внутри угла трения, кроме покоя возможны еще два выхода тела из положения равновесия при скольжении точки опоры, причем один выход будет более вероятен, а другой — менее вероятен. Глава 2 заканчивается примером, в котором получается тангенциальный удар и двойственное решение при коэффициенте трения $f > 0{,}4$.

3-я глава посвящается исследованию движения с трением материальной пластинки с одной степенью свободы. Проведя для обеих точек прикосновения вертикальные углы, заключающие в себе области различных и сходственных моментов, автор разделяет всю плоскость на четыре области. Первая область заключает в себе части плоскости, входящие в состав полостей противоположных моментов той и другой точек прикосновения; вторая область заключает в себе полости, являющиеся для одной точки прикосновения полостями противоположных моментов, а для другой — полостями сходственных моментов, наконец, третья и четвертая области заключают в себе части полости сходственных моментов для обеих точек прикосновения. Автор рассматривает относительно этих областей различные положения критической прямой, причем для удобства рассуждения представляет ее схематически в виде окружности и определяет расположение на ней точек пересечения критической прямой с направлением сил реакции связей. Рассматривая сначала неосвобождающие связи, автор устанавливает несколько общих теорем о возможных движениях площадки. Он показывает, что в случае нахождения критической прямой в первой и второй области при всяких внешних силах существует единственное вполне определенное движение площадки. Все теоремы автора опираются на рассмотрение законов моментов сил относительно точек, взятых на критической прямой. Глава 3 заканчивается подробным анализом нескольких частных задач, между которыми рассматривается задача Пэнлеве о площадке, концы которой скользят по двум параллельным рельсам.

Обращаемся теперь к оценке рассматриваемой работы. Автор трактует об одном интересном вопросе теоретической механики, имеющем также и важное практическое значение. В явлениях движения материальной пластинки с трением исследователи Пэнлеве, Майер, Лекорню, Спарр указали ряд парадоксов и сделали попытки их объяснения. Но эти объяснения не представляют общих теорий и иногда являются друг другу противоречивыми. Было важно собрать весь рассматриваемый материал вместе и установить на явления определенную точку зрения, что и сделано Е. А. Болотовым в рассматриваемом сочинении. **Главная заслуга автора, по нашему мнению, заключается в его геометрическом анализе.** Найденные им свойства критических точек и критических прямых позволяют из рассмотрения законов моментов сил реакций связей сделать разбор различных движений, допустимых в рассматриваемой задаче. Можно сказать, что **задача о движении площадки с двумя степенями свободы автором разъяснена вполне**. Им показано, что здесь при неосвобождающих связях будет в зависимости от положения главной критической точки или одно определенное движение, или два движения, из которых одно более вероятно, а другое менее вероятно; в последнем случае внешние силы могут быть таковы, что явление может быть согласовано с законами динамики и законами трения только при допущении тангенциального удара, на который в общих чертах указывал Лекорню. **Автору принадлежит подробное исследование этого удара, которое устраняет** все сомнения в задачах о движении площадки с двумя степенями свободы. Третья глава в сочинении автора, трактующая о движении площадки одной степени свободы, является менее разработанной. В ней автору приходится сделать ограничение и рассматривать только некоторые из положений критической прямой. Ряд примеров, которыми заканчивается сочинение, примыкает к задаче Пэнлеве и разъясняет парадоксы таких задач с общей точки зрения, установленной автором.

К недостаткам работы мы относим манеру автора рассматривать наперед неосвобождающие связи. Было бы вполне достаточно и просто везде останавливаться только на односторонних связях, так как всякая удерживающая связь слагается из двух односторонних. Далее свои взгляды о тангенциальном ударе и о прилипании тела к связи эффектом силы трения автор высказывает несколько робко. Он выражается, что явление тангенциального удара было бы согласно с законами динамики и законами трения, тогда как, по нашему мнению, это явление необходимо должно при известных обстоятельствах произойти. Точно так же маловероятное движение, соответствующее прилипанию тела, следовало бы скорее назвать неустойчивым. Что касается до геометрических теорем автора о критических точках и критических прямых, то они могли бы быть выведены несколько проще и естественнее. Тем не менее самая установка этих теорем составляет большую заслугу автора, так как они с большой ясностью позволяют делать суждение о возможных движениях площадки.

На основании всего сказанного мы считаем сочинение Е. А. Болотова вполне заслуживающим быть допущенным для защиты на степень магистра [1].

---

[1] Музей Н. Е. Жуковского. Фонд. Н. Е. Жуковского, инв. № 194.

Из отзыва проф. В. П. Ветчинкина о работах Е. А. Болотова

Покойного профессора Евгения Александровича Болотова я помню еще сравнительно молодым преподавателем Московского высшего технического училища, где он читал курс аналитической геометрии и одновременно вел упражнения по теоретической и аналитической механике как помощник профессора Н. Е. Жуковского, который всегда ценил Е. А. Болотова, принимал его магистерскую диссертацию и торопил с написанием и защитой докторской диссертации, считая Е. А. Болотова достойным ученой степени доктора прикладной математики (письмо Н. Е. Жуковского к Е. А. Болотову в декабре 1915 г.).

В 1909/10 учебном году Е. А. Болотов читал в МТУ специальный курс теории упругости, который я стенографировал и подготовил к печати. Но в это время в Киеве вышел первым изданием литографированный курс теории упругости проф. С. П. Тимошенко, и Е. А. Болотов по своей скромности отказался от издания своего курса, хотя он, несомненно, имел много отличий от курса Тимошенко. Насколько тщательно Е. А. Болотов отделывал свои лекции, можно судить по тому, что при расшифровке их почти не требовалась дополнительная отделка текста для приведения прочитанных лекций к виду, годному для печати.

Все студенты МТУ, прослушавшие этот курс, благодарны Е. А. Болотову за приобретенные знания не только в области чистой и прикладной теории упругости, но также и в области теории дифференциальных уравнений математической физики (уравнений в частных производных), мастерски изложенных автором попутно с основным курсом, который без этого дополнения был бы студентам-техникам мало понятен.

После ухода из МТУ преподавателя Н. А. Шапошникова Е. А. Болотов занял его кафедру высшего анализа, передав кафедру аналитической геометрии заслуженному профессору К. А. Андрееву. Несмотря на это, еще долгое время основным руководством для студентов по аналитической геометрии служил литографированный курс Е. А. Болотова.

Что касается курса математического анализа, то учебник Н. А. Шапошникова (достаточно полный, но сухой по изложению и несколько трудный для понимания) быстро был вытеснен 2-томным литографированным курсом Е. А. Болотова, который отличался оригинальностью изложения и содержал важные для практических приложений сведения — например, вывод весьма удобной формулы квадратур Понселе, которого я не нашел ни в одном из курсов анализа других авторов, русских и иностранных, хотя знаю более 30 таких курсов — как общих, так и специально посвященных приближенным вычислениям.

После перехода из Москвы в Казанский университет проф. Е. А. Болотов по предложению Госиздата подготовил свой курс анализа к печатному изданию, но преждевременная смерть автора воспрепятствовала доведению до конца этого весьма полезного для советского студенчества издания.

И еще одна очень важная работа Е. А. Болотова, доведенная им в рукописи до конца утром в день смерти, была утеряна вместе с делами проф. В. П. Писарева, который взялся за ее издание, но сам вскоре умер. Эта рукопись — строгое доказательство постулата Сен-Венана о том, что напряжения в теле при любом закреплении концов быстро выравниваются и почти у самого конца принимают значения как в стержне бесконечно большой длины.

В связи с утерей этой работы постулат Сен-Венана до сих пор остается недоказанным.

Научно-исследовательские работы Е. А. Болотова отражены в списке его трудов. Кроме того, он был вторым редактором журнала «Труды физического отделения общества любителей естествознания, антропологии и этнографии в Москве», первым редактором которого был проф. Н. Е. Жуковский.

Все сказанное здесь подтверждает, что Е. А. Болотов был крупным ученым и выдающимся лектором.

Лауреат Государственной премии,
заслуженный деятель науки и техники,
доктор технических наук, профессор

В. ВЕТЧИНКИН

Москва, 9 февраля 1947 г.

Содержание

Нина Яковлевна Цыганова

Евгений Александрович Болотов

Утверждено к печати редколлегией научно-биографической серии Академии наук СССР

Редактор *В. И. Большаков*. Художник *А. В. Коржкин*

Техн. ред. *В. В. Тарасова*. Корректоры *Р. П. Шаблеева, Ц. Ш. Ершова*

Сдано в набор 14/XII-1968 г. Подписано к печати 4/IV-1969 г.
Формат 84×108 1/32. Бумага № 2. Усл. печ. л. 4,62 + вкл. 0,1 Уч.-изд. л. 4,4
Тираж 9800 Т-04186 Тип. зак. 1492. *Цена 27 коп.*
Москва К-62, Подсосенский пер., 21 Издательство «Наука»
Москва Г-99, Шубинский пер., 10 2-я типография издательства «Наука».

Евгений Александрович
БОЛОТОВ

27 коп.

ИЗДАТЕЛЬСТВО
·НАУКА·