АКАДЕМИЯ НАУК СССР

НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

Р. С. Гутер, Ю. Л. Полунов

Джон НЕПЕР

1550—1617

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
МОСКВА
1980

Г 97 Гутер Р. С., Полунов Ю. Л. Джон Непер (1550—1617). М.: Наука, 1980. 226 с.

В книге рассказывается о жизни и деятельности Джона Непера — изобретателя логарифмов и одного из крупнейших математиков XVI—XVII столетий, дается анализ его научного творчества. Показано развитие идей ученого в современной математике и вычислительной технике.

Книга рассчитана на широкий круг читателей.

17.1

Ответственный редактор
С. С. ДЕМИДОВ

Г $\frac{20201-473}{054(02)-80}$ БЗ—93—70—79. 1 701 000 000

Предисловие

Значение математического творчества великого шотландского ученого Джона Непера трудно переоценить. Если бы он оставил после себя только работы по сферической тригонометрии или только способ перемножения на предложенных им палочках, то уже одно это сделало бы его заметной фигурой в математике XVI—XVII столетий. Изобретением логарифмов Непер ввел в математику новую функциональную зависимость, обобщив понятие отношения, однако и это — ничто по сравнению с тем глубоким переворотом, который его труды произвели в методах вычислений. Идея сведéния сложных операций к более простым осталась непревзойденным средством упрощения вычислений в течение последующих столетий. Перефразируя Н. Винера, можно сказать, что если бы наука вычислений нуждалась в святом покровителе, то им следовало бы назвать Джона Непера.

Энгельс писал, что возникшая в обществе техническая потребность двигает науку вперед быстрее, чем дюжина университетов. Гениальное изобретение Непера было насущной потребностью своей эпохи. В 1543 г. увидел свет труд Коперника, совершивший переворот в мировоззрении человечества. Появившиеся сложные научные инструменты повысили точность астрономических наблюдений; при обработке их результатов потребовались громоздкие вычисления с многозначными числами. Между тем искусство письменного счета оставалось достоянием немногих, а эффективные инструментальные средства вычислений отсутствовали. Изобретение логарифмов не только облегчило жизнь многим сотням вычислителей, но и оказало непосредственное влияние на формирование физической картины мира. Созданная гением Ньютона, эта картина в значительной степени основывалась на вычислениях Иоганна Кеплера, которые вряд ли могли быть выполнены, если бы не изобретение логарифмов.

Ореол загадочности окружает фигуру Джона Непера — шотландского барона, владельца замка Мерчистон близ Эдинбурга. Он родился и жил в жестокий век, в нищей стране, опустошаемой религиозными войнами и междоусобицами знати; он был окружен невежественными и суеверными подданными, полагавшими, что их лэрд — слуга дьявола. О его жизни сохранилось немного сведений; большая их часть была собрана его потомком, адвокатом и историком Марком Непером (1798—1879) в книге «Биография Джона Непера из Мерчистона, его родословная, жизнь и время, с историей изобретения логарифмов» [28].

Единственным же очерком жизни великого шотландского ученого на русском языке является небольшая брошюра А. П. Старкова [15]. Настоящая работа представляет собой первую попытку создания научной биографии Непера.

Все цитаты из иностранных источников, не имеющихся в русских изданиях, даны в наших переводах, если явно не оговорено противное. Транскрипция имен исторических лиц или наименований местностей согласована с общепринятой. Впрочем, некоторые имена в различных документах того времени выглядят по-разному; в таких случаях мы старались всякий раз держаться как можно ближе к цитируемому документу.

Часть первая

Жизнь Джона Непера, барона Мерчистонского

Глава первая

Молодые годы (1550—1572)

Я приступаю к рассказу о временах, исполненных несчастий, изобилующих жестокими битвами, смутами и распрями, о временах, диких и неистовых даже в мирную пору.

Тацит

Родина Непера

Слово Шотландия заимствовано от немецкого Schottland, что, в свою очередь, является измененным английским Scotland, т. е. Страна Скóтов. Однако северная часть британских островов *Страной Скотов* стала не сразу — лишь в начале XI в. н. э.

В Риме, как свидетельствует Плиний, она была известна под именем Каледонии. Начиная с I в. н. э. римляне неоднократно пытались завоевать страну, но, встретив мужественное сопротивление пиктов, ее коренных жителей, вынуждены были отказаться от своих планов. В V в. они ушли из южной части Британских островов, и ее обитатели бритты для защиты от набегов своих воинственных северных соседей призвали на помощь англов, которые покорили Британию.

Примерно в это же время и пикты подверглись нападению скóтов, обитавших в Ирландии и на западных островах. Поэтому в VI в. Каледония оказалась во власти четырех народностей: темноволосые и черноглазые пикты — потомки кельтов — занимали гористую местность на северо-востоке; их западными соседями были скóты, имевшие также кельтское происхождение; южнее находились государства бриттов и англов — белокурых и голубоглазых потомков тевтонов.

Эти четыре королевства объединила борьба против общих врагов — датчан и норвежцев, не раз опустошавших Каледонию своими набегами, и общая религия — христианство, которое начало распространяться на острове с середины VI в. Около 844 г. король скóтов Кеннет Мак-Альпин создал объединенное королевство скóтов и пиктов. Наследники Кеннета продвинули границы государства на юг, и в 1018 г. король Малькольм II (1005—1034) присоединил к своим владениям государство англов и впервые стал именоваться королем шотландским. Границы его королевства впоследствии практически не изменялись.

Это была холодная, нищая и воинственная страна, протянувшаяся на 470 км с севера на юг и на 115 км в самом широком месте — с запада на восток. Берега ее были изрезаны глубокими бухтами, которые назывались *фритами*, или *фертами* (фиордами); многочисленные реки, короткие, но полноводные, образовали по своему течению исключительной красоты озера — лохи. Три горных массива покрывали страну. Северные горы — гранитные хребты, изрезанные множеством глубоких ущелий с величественными и дикими вершинами, на западе круто обрывались к берегам Северного моря и постепенно понижались удлиненными склонами на востоке. Среди центрального массива горделиво высился Бен-навис (1343 м) — самая высокая горная вершина Британских островов; южные же горы были совсем «низкорослы» и скорее походили на зеленые холмы.

Страна как бы делилась на четыре области, в которых обитали горцы (хайлендеры), жители равнин (лоулендеры), западных островов (айлендеры) и припограничных с Англией районов (бордереры). Шотландцы делились на кланы, управляемые главами рода; члены каждого отдельного клана носили одно и то же семейное имя. Убийство кого-либо из членов клана не прощалось и не забывалось — вендетта переходила из поколения в поколение, принося огромные бедствия стране. «Люди здесь,— писал в XV в. о шотландцах испанский посол Педро де Айала,— очень храбрые, сильные и предприимчивые; они так любят сражаться, что, когда нет иноземного врага, воюют друг с другом. Они очень горды и ... гостеприимны» [10, с. 273].

Клановая система, особенно характерная для горцев, была сложным образом переплетена с феодальной организацией общества. Во главе стоял суверен — король, ему подчинялись лендлорды — графы и бароны (последние именовались в Шотландии лэрдами). Равными им — а иногда и выше по богатству и влиянию — были князья церкви — епископы, аббаты и приоры, за которыми шло более мелкое духовенство. Третье сословие составляли горожане— купцы и ремесленники. В стране, кроме того, были свободные фермеры, которые имели некоторую земельную собственность или арендовали землю у баронов, и крестьяне, которые работали на лендлордов или были приписаны к монастырям. Постепенно освобождаясь от крепостной зависимости, они уходили в город или становились фригольдерами (свободными землепашцами).

Жилище шотландца определялось его социальной принадлежностью. «Большие бароны», вожди кланов и князья церкви жили в замках, мрачных, хорошо укрепленных и защищенных крепостными стенами. Замки строились на возвышенностях, с которых открывался хороший обзор местности и можно было заметить приближающегося врага. У *лэрда*, или сельского джентльмена средней руки, жилище было попроще: самое большее — каменная башня, одиноко стоявшая вблизи ленной деревни, меньшее — деревянная хижина. Убогим было жилище хайлендера, которое даже хижиной трудно назвать. Стены его сложены из больших камней, промежутки между которыми закладывались мхом и вереском. Пол в доме земляной, неровный, порога никогда не бывает, и на полу нередки грязные лужи, набежавшие с улицы. Крыша покрыта дерном, который летом зеленеет и служит кормом для овец. На полу между двумя камнями тлеет торф, над которым подвешен котелок. Черный дым покрывает стены и жалкую утварь. Жилище хайлендера разделено перегородкой на две части — по одну сторону живут люди, по другую — скотина.

Владея всеми землями королевства, суверен даровал их своим подданным — возводя их в рыцарское звание или по другим поводам. Королевская грамота давала право владельцу пользоваться всеми богатствами земли — собранным урожаем, рыбой в реках, зверем в лесах, полезными ископаемыми. Лендлорд же в свою очередь должен был защищать свою землю, поставлять воинов в королевское войско и «править суд». Лэрды, естественно, землю не обрабатывали, а сдавали в аренду, причем арендаторами выступали не только крестьяне или мелкие фермеры, но и младшие или двоюродные братья мастера (старшего сына в семье). Половину всей пахотной земли занимали посевы овса; кроме того, разводили ячмень, картофель, репу и совсем немного — пшеницу. В стране было много скота — коров, коз, овец, а рыба, особенно лососина, составляла почти единственную статью экспорта.

У шотландского короля был совет, дававший ему рекомендации по внутренним и международным вопросам и состоявший из знатнейших дворян, аббатов и епископов. Совет назывался «тайным», так как все, что на нем происходило и говорилось, считалось государственной тайной и содержалось в строгом секрете. Прежде чем предпринять что-либо важное, король собирал свой совет и сообща вырабатывал «программу действий». Если мнения короля и совета расходились, то король мог поступить и по-своему, но это было довольно опасно: члены совета обладали большой военной силой, духовной властью и деньгами.

Другой совет был Национальным собранием; в нем присутствовали не только дворяне и духовенство, но и мелкие землевладельцы и горожане. Этот совет, который получил название «парламента», был впервые собран в 1326 г. королем Робертом I. Все, что говорилось в парламенте, должно было стать достоянием всей страны. Здесь обсуждались и утверждались законы, по которым жила Шотландия; специальный комитет следил за тем, чтобы они — с помощью глашатаев — стали известны всем гражданам Шотландии. В отличие от английского шотландский парламент составлял одно общее собрание. Он избирал «Комитет лордов статей» (Lords of Articles), куда входили дворянство, духовенство и горожане (примерно в соотношении 3 : 3 : 1). Это было нечто вроде президиума парламента: комитет готовил все дела, которые должны были рассматриваться на сессиях.

Однако действенной центральной власти в стране не было. Лендлорды, получая королевскую грамоту на владение землей, вели себя на ней, как настоящие короли. Эта знать, которую Т. Карлейль называл «эгоистичной, свирепой и беспринципной стаей гиен», непрерывно воевала между собой из-за первенства, «вечно сбиваясь,— по словам С. Цвейга,—в шайки и клики». Лендлорды обладали огромными воинскими силами, король же постоянного войска не имел и целиком зависел от своих феодалов.

Единственной силой короля был его титул, а главной поддержкой в делах служила случайная и изменчивая преданность знатных фамилий. В своей политике он вынужден был противопоставлять одних лендлордов другим, возвышая одних и низлагая других. Таким образом, король не ослаблял могущества аристократов, а переносил его с одних лиц на другие, иначе говоря, обменивал одних противников на других.

Шотландские короли неоднократно пытались покорить свое дикое и необузданное дворянство. Распри между королями и баронами нередко кончались победами последних, и тогда страна на долгие годы погружалась в хаос разрушительных гражданских войн. Особенно тяжелым становилось положение в стране в периоды, когда шотландские короли были несовершеннолетними и государством правили регенты. Из 136 лет царствования пяти королей Иаковов Стюартов (1406—1542) 57 лет приходятся на годы их несовершеннолетия. Но как только короли достигали 18-летнего возраста и начинали править страной самостоятельно, они неизменно пытались ослабить шотландскую аристократию.

В культурном развитии Шотландия существенно отставала от Англии и других государств Европы. В стране было два типа школ — в лекторских школах преподавание велось на народном языке; такие школы считались низшими и были немногочисленными. Высшая категория школ — грамматические — давала общее гуманитарное образование. В них преподавание велось по-латыни, здесь изучали Вергилия, Горация, Цицерона, а из новых авторов — Луллия и Эразма. Первая грамматическая школа была открыта в 1519 г. в Эдинбурге. В 1494 г. парламент принял закон, характерный для страны, где культура, образование и науки находились в зачаточном состоянии. Закон предписывал каждому барону и фермеру под угрозой штрафа в 20 шотландских фунтов стерлингов посылать своих сыновей в школу. Но угроза штрафа не очень пугала шотландских землевладельцев, уверенных в том, что умение держать меч куда важнее умения ставить свою подпись под документом [1]. Бароны побогаче предпочитали отдавать своих сыновей в обучение монахам; столуясь у них, сыновья вместе с пищей земной получали кое-что и из пищи духовной.

---

[1] В 1567 г. один из главарей бордереров Вальтер Скотт — предок великого писателя — женился на Мэри из Драйхоуна. Брачный контракт за молодых подписал нотариус, так как они были неграмотны.

Естественно, что очень немногие из ученых-шотландцев пользовались европейской известностью. Таким был Майкл Скотт (ок. 1180 — ок. 1235), алхимик, астролог и врач при дворе императора Фредерика II. Это о нем писал в XX песне «Ада» Данте:

> ...этот худобокой
> Звался Микеле Скотто и большим
> В волшебных плутнях почитался докой [2].

Следует упомянуть еще философа-номиналиста Дунса Скотта (ок. 1265—1308), которого Маркс назвал первым выразителем материализма в средние века.

Из представителей изящной словесности можно назвать, пожалуй, лишь несколько имен, пользовавшихся популярностью в стране. Среди них поэты XV в. Генрисон и Уильям Данбар, поэт и драматург Дэвид Линдсей (1490—1555), переводчик Гэвин Дуглас (1475—1522), поэт, геолог, историк Джон Белленден (1490—1550), историки Гектор Бойс (1465—1536) и Джон Лесли (1527—1596).

В середине XVI в. население Шотландии составляло около 700 тыс. человек. К этому времени в стране насчитывалось уже свыше двух десятков городов. Город представлял собой группу деревянных домов, ютившихся вокруг замка или аббатства. В отличие от Европы в Шотландии города, как правило, не были окружены городской стеной. Короли были заинтересованы в их развитии, поскольку города приносили им доход и были очагами культуры.

Города обладали некоторой независимостью и управлялись мэрами, которых выбирали все горожане. Верхушку городской иерархии составляли купцы, затем шли ремесленники, которые обладали существенно меньшими привилегиями: большинство товаров ввозилось из-за границы и купцы вносили большой вклад в экономику страны. Ремесленники же могли торговать своими изделиями либо через купцов, либо — раз в неделю — сами, в торговый день. Специальная комиссия городского муниципалитета устанавливала цену ходовых товаров и «уровень их качества».

Крупнейшим городом страны был Эдинбург, насчитывавший около 8 тыс. жителей. Он состоял из трех

---

[2] *Данте Алигьери.* Божественная комедия/Пер. М. Лозинского. М.: Гослитиздат, 1961, с. 135.

переходящих друг в друга улиц: Кэннонгейт, Хайстрит и Лонгмаркет (Пушечные ворота, Высокая улица и Долгий рынок). Эта единая улица длиной в милю постепенно поднималась от ворот Холирудского аббатства — резиденции шотландских королей — до Эдинбургского замка, возведенного на мрачных и неприступных скалах. Маленькие, грязные и узкие боковые улочки сбегались к «королевской миле», беря начало прямо в полях и поросших вереском торфяниках, по улицам бродили свиньи. После наступления сумерек «доброму человеку» там появляться было небезопасно.

В 1558 г. в Эдинбурге было 736 купцов и 717 ремесленников, 100 пекарей, 25 парикмахеров, 15 кузнецов и т. д., из которых медленно начинала формироваться шотландская буржуазия. Именно ее нужды, нужды нового молодого класса, приблизили первую буржуазную революцию — Реформацию, оказавшую решающее влияние на формирование духовного облика великого математика.

Неперы Мерчистонские

Мы прервем рассказ о Шотландии, чтобы познакомиться с теми, от кого Джон Непер унаследовал фамильные черты характера — удивительную для шотландского барона верность своему суверену, столь же редкое миролюбие, деловую сметку и замечательную духовную стойкость.

«У графа Леннокса, жившего много лет тому назад, было три сына: старший, унаследовавший от отца титул и земли, средний — по имени Дональд и младший, которого звали Джилхристом. Однажды король Шотландии [3] собирал своих подданных на войну. Граф Леннокс — командир одного из королевских отрядов, оставив дома старшего сына, взял с собой в поход двух других. В битве с неприятелем шотландцам пришлось нелегко; враги яростно наступали и теснили их до тех пор, пока королевское войско не обратилось в бегство. Увидев это, Дональд выхватил отцовское знамя из рук знаменосца и храбро встретил врага. Следуя за Дональдом, воины Леннокса отразили атаку, военное счастье изменило неприятелю, и шотландцы одержали крупную победу. После сраже-

---

[3] Ч. Хаттон [67] считает, что этот рассказ относится ко времени царствования Давида II (1329—1371).

ния король сказал, что все сражались храбро, но был один воин — Дональд, которому не было равных (Na peer). В знак благодарности за достойную службу король велел изменить фамилию Дональда и впредь именовать его Непером...» [28, с. 8].

Так писал в 1612 г. Арчибальд Непер — сын великого математика. К сожалению, документального подтверждения рассказа сэра Арчибальда не сохранилось. Не исключена возможность, что он несколько приукрасил, подобно многим другим представителям аристократии, свою родословную. Доподлинно известно, что один из предков Непера — Александр — был всего лишь богатым торговцем шерстью и мэром Эдинбурга в 1437 г.[4] Постоянно нуждавшийся в деньгах Иаков I одолжил у него около 1433 г. некоторую сумму, поставив в залог болотистую местность под Эдинбургом, известную под названием Мерчистон. Заем возвращен не был, и в 1438 г. эти земли перешли во владение семьи Неперов [5]. Спустя некоторое время был построен замок Мерчистон — место рождения изобретателя логарифмов. Хотя сведений о строительстве замка не сохранилось, архитектурный стиль его позволяет утверждать, что он построен во второй половине XV столетия.

Вот как писал о Мерчистоне в «Провинциальных редкостях Шотландии» Вальтер Скотт: «Крепость расположена на крутом склоне, неподалеку от вершины возвышенности, именуемой „Городским торфяным холмом“, на расстоянии полутора миль от городских стен. По форме она представляет собой квадратную башню XIV

---

[4] В истории Шотландии известен Джон де Непер, граф Данбертон, сражавшийся в 1304 г. против Эдуарда I, однако неизвестно, связан ли он был родством с Неперами Мерчистонскими, как утверждает, например, Дж. Э. Ренни [12, с. 271—272].

[5] Написание фамилии великого математика многократно изменялось в XVI—XVII вв., когда орфография английского языка еще не устоялась. В брачном контракте (1572) и письме к отцу он подписывается как Neper; под письмом Иакову VI (1594) стоит подпись Napeir, Г. Бригс в письме к архиепископу Ашеру (1616) пишет Naper, в английском переводе «Описания удивительных таблиц» (1616) ученый назван Nepair, его завещание (1617) подписано Naipper. Кроме того, встречаются написания Nepeir, Nepper, Napparе. Современное английское написание Napier — появилось в середине XVII в. Заметим, что по-русски правильнее было бы передавать эту фамилию как *Нейпир*, но мы, следуя установившейся в отечественной литературе традиции, идущей от латинского написания, будем писать *Непер*.

или XV столетия, имеющую с одной стороны выступ. Верхушка крепости окружена зубчатой стеной... и сквозь зубцы видно небольшое строение с крутой крышей, как если бы маленький каменный домик был сооружен на верхушке башни...»[6]

Замок или, точнее, башня (tower) Мерчистон защищала юго-западный подход к Эдинбургу. Она имела в плане L-образную форму. Нижняя сторона ее длиной в 43 фута была обращена к дороге, западная, имевшая 45 футов в длину, выходила в сад; с востока к башне примыкала площадка для игры в мяч, а с севера — бассейн, источник воды для жителей Мерчистона. Стены башни имели толщину около 6 футов. По главной винтовой лестнице можно было попасть на любой из четырех этажей башни. Лестница заканчивалась в башенке, откуда был выход на зубчатую стену. Другая лестница вела из кухни в вырубленное в скальной породе подземелье, в котором хранились пищевые запасы.

Башня была защищена стеной только с северной стороны, где находился бассейн.

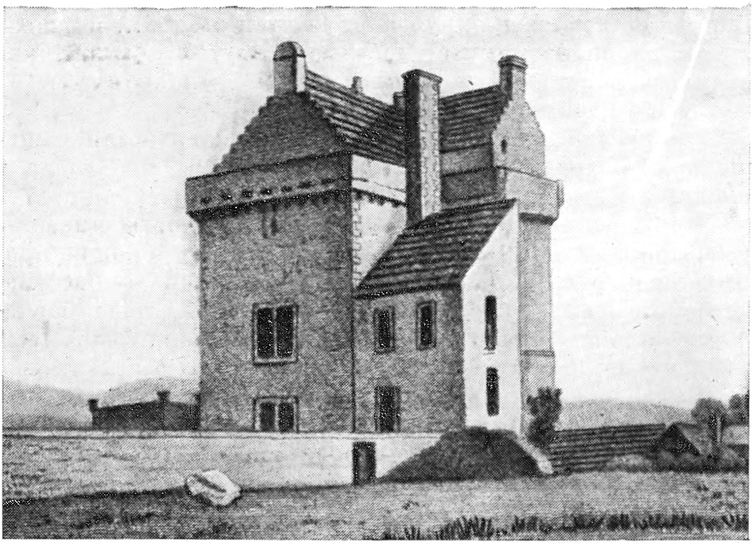
На приведенном рисунке — одно из самых старых изображений Мерчистона, относящееся к 1790 г. Заметим, что двухэтажная пристройка, видная на переднем плане рисунка, была сделана во второй половине XVIII в. В настоящее время Мерчистонская башня — часть Неперовского технического колледжа.

Александр Непер умер около 1454 г., и вторым владельцем Мерчистона стал его сын, также Александр. За много лет до этого, будучи еще совсем молодым человеком, он был взят ко двору Иакова I и сохранил верность королевской семье и после трагических событий 14 января 1438 г.[7], когда король был заколот в пертском монастыре «Черных монахов» Робертом Грэхэмом.

Непер смело защищал молодую вдову короля Джоан Бофорт и его маленького сына (будущего Иакова II) от мести мятежных баронов и был ранен в схватке с заговорщиками. В 1449 г., через несколько месяцев после провозглашения Иакова II королем, ему были дарованы земли в Пертишире и должность управляющего королевским имуществом. Эту должность Непер сохранил до

[6] *Scott W.* Provincial Antiquities and Picturesque Scenery of Scotland. London, 1826.

[7] В Англии Новый год начинался тогда 25 марта. В дальнейшем хронология дается по новому стилю.

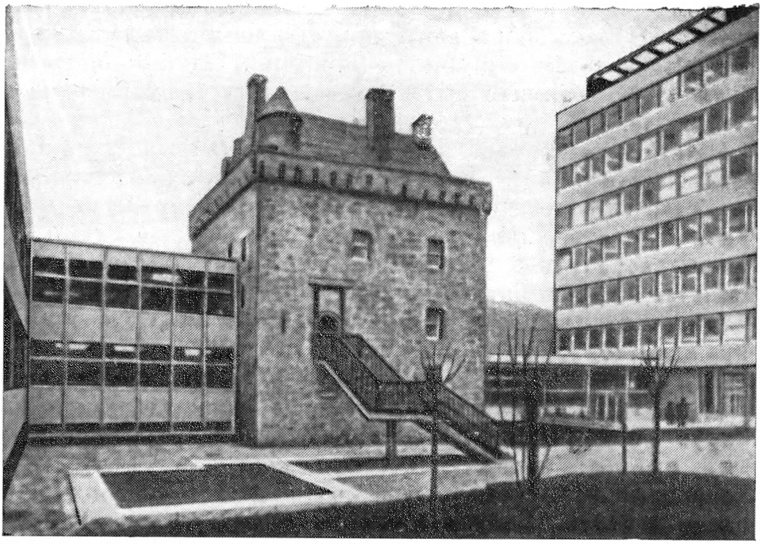


Мерчистон-тауэр

1461 г., однако основной его деятельностью стала дипломатия. Впервые в качестве посла он отправляется в 1451 г. в Англию, где ему предстояло заключить мирный договор между странами. Эту миссию он повторяет в 1459, а затем в 1461 г.

К тому времени Александр Непер уже был возведен в рыцари и пожалован титулом вице-адмирала Шотландии. В 1468 г. вместе с лордом-канцлером Эндрю Стюартом он ведет переговоры в Дании о женитьбе Иакова III на принцессе Маргарет. По свидетельству историка Титлера, «переговоры... велись с крайней осмотрительностью и благоразумием. Доведя свое дело до завершения в манере, делающей им честь и крайне выгодной для страны, шотландские послы отплыли вместе с юной невестой» [28, с. 24]. Через четыре года Непер оказывается в Брюгге, где закупает оружие для Иакова, а в мае 1473 г. в качестве специального посланника едет в Бургундию к королю Карлу Смелому.

Не менее активной была деятельность Александра Непера и в Шотландии. В 1452—1454, 1456, 1464—1470 гг. он избирается мэром Эдинбурга, а с 1450 по 1473 г. участвует в работе многочисленных парламентских комиссий.



Неперовский колледж

Сэр Александр был богат. Он владел землями в Пертшире, Файфшире и Линлитгоушире, король даровал ему выгодную должность «поставщика птицы двору», которая стала для Неперов наследственной.

Второй лэрд Мерчистона́ умер в конце января 1474 г.; 15 февраля наследником был объявлен старший из трех его сыновей, Джон, известный как Джон Непер из Раски. Джон унаследовал от отца не только земли Мерчистона, но и таланты.

В различные годы он был мэром Эдинбурга и членом парламентских комиссий, заменяя сэра Александра во время его дипломатических миссий.

Джон Непер остался верен своему суверену Иакову III и пал под его знаменами в битве с войском мятежных баронов у Сачеберна (11 июня 1488 г.). О его старшем сыне Арчибальде — четвертом владельце Мерчистона — почти ничего не известно. Его наследник Александр Непер был возведен в 1511 г. в рыцари Иаковом IV, а спустя два года погиб в битве с англичанами под Флodденом. Александр Непер был женат на Дженет Чизхолм из Кромликса; впоследствии из семьи Чизхолмов выберет себе жену и великий математик.

Шестой лэрд Мерчистона — Александр — не отличался крепким здоровьем и долгое время лечился за границей, главным образом во Франции. Он был близок к Иакову V, который обращался к нему в письме: «Наш возлюбленный друг, лэрд Марчеймстоуна».

Когда Александр Непер погиб в битве с англичанами под Пинки в 1547 г., его старшему сыну Арчибальду не было и 14 лет. 8 ноября 1548 г. он, несмотря на несовершеннолетие, получает специальное королевское разрешение вступить во владение отцовскими землями в баронстве Эдинбелли, а в начале 1549 г. женится на своей сверстнице Дженет, дочери одного из самых уважаемых граждан Эдинбурга Френсиса Босуэлла.

Пожалуй, не было ни одной должности в системе городского самоуправления — от секретаря до мэра, которую не занимал бы Босуэлл. «Он был человеком строгих правил, неподкупным и справедливым»,— писал современник. Может быть, поэтому шестой лэрд Мерчистона назвал Босуэлла опекуном своего сына. У Френсиса Босуэлла, умершего в декабре 1535 г., кроме дочери было два сына — Ричард, доктор теологии и права, член парламента, и Адам (1527—1593), епископ Оркнейский, видная фигура шотландской Реформации.

В 1550 г. у Дженет и Арчибальда Неперов родился сын Джон, будущий великий математик, затем появились второй сын Френсис и дочь Дженет. Достигнув в 1552 г. совершеннолетия, Арчибальд вступил во владения землями Неперов в Гартнесе, а в 1565 г. был возведен в рыцари и стал именоваться «сэром».

Сэр Арчибальд, видимо, изучал законы и слыл человеком рассудительным и сдержанным. Поэтому в марте 1561 г. он был введен в состав Высшего уголовного суда Шотландии, председателем которого был граф Аргайл. В течение нескольких лет имя А. Непера фигурирует в юридических документах [18, с. 3].

В 1576 г. А. Непер был назначен управляющим Монетным двором Шотландии. В его обязанности входило руководство поисками драгоценных металлов и контроль за добычей полезных ископаемых. Его имя часто встречается в документах, относящихся к деятельности Монетного двора [28, с. 228—234]. Несколько раз сэр Арчибальд отправлялся по делам своего оффиса в Англию, где к великому удивлению англичан вел свои переговоры с большим знанием дела и умением [28, с. 233].

А. Непер достиг высокого положения в шотландском обществе, но не в связи с кровавыми событиями, которые вознесли наверх многих его родственников, а благодаря своим духовным качествам и способностям. Умер он в 1608 г. [8]

История шотландской ереси

Вопросы религии всегда играли важную роль в истории Европы. Стоит вспомнить крестовые походы, многовековой гнет Ватикана, религиозные войны, костры инквизиции. На протяжении целого тысячелетия католической церкви удавалось сохранять власть над умами и душами западноевропейцев. Но когда в Европе стали складываться новые производственные отношения, несовместимые с идеологией феодализма, началась борьба и с ее носителем — римской католической церковью. Решающую роль в этот переломный момент сыграли два течения общественной мысли: гуманизм эпохи Возрождения и протестантская Реформация.

Реформация была направлена против католического духовенства, обладавшего колоссальными богатствами; в Шотландии, например, в руках духовенства находилось более трети богатств страны. Обогащение церкви способствовало ее моральной деградации: живя в роскоши, представители высшего духовенства все больше и больше погрязали в мирских грехах. Такое положение не могло оставить безучастным ни молодую буржуазию, рвущуюся к власти и богатству, ни бедствующий народ.

Характеризуя период возникновения Реформации, Ф. Энгельс писал: «В средние века, в той же самой мере,

---

[8] Скажем несколько слов и о потомках великого математика. Кроме Марка Непера, о котором мы упоминали в предисловии, семья Неперов дала Англии целую плеяду военных и политических деятелей, среди которых особую известность получили: Фрэнсис, седьмой лорд Непер (1758—1823) — генерал, участник американской войны, Чарльз Джеймс Непер (1782—1853) — генерал, участник наполеоновских войн и покорения Индии, Вильям Фрэнсис Патрик Непер (1785—1860) — генерал, один из выдающихся английских военных историков, Джордж Томас Непер (1784—1855) — генерал, участник колониальных войн в Африке, Чарльз Непер (1786—1860) — адмирал, член парламента, командующий Балтийским флотом в Крымскую войну, Роберт Корнелис лорд Непер Магдальский (1810—1890) — фельдмаршал, губернатор Пенджаба, участник походов в Китай и Абиссинию, Джозеф Непер (1804—1882) — лорд-канцлер Ирландии.

в какой развивался феодализм, христианство принимало вид соответствующей ему религии с соответствующей феодальной иерархией. А когда окрепло бюргерство, в противоположность феодальному католицизму развилась протестантская ересь... Средние века присоединили к теологии и превратили в ее подразделения все прочие формы идеологии: философию, политику, юриспруденцию. Вследствие этого всякое общественное и политическое движение вынуждено было принимать теологическую форму. Чувства масс вскормлены были исключительно религиозной пищей; поэтому, чтобы вызвать бурное движение, необходимо было собственные интересы этих масс представлять им в религиозной одежде...

Неистребимость протестантской ереси соответствовала непобедимости поднимавшегося бюргерства» [9].

На процесс формирования новой идеологии оказало воздействие и развитие естествознания. Не случайно Энгельс проводил параллели между протестантской реформацией и коперниковской революцией в концепции мира. Изобретение книгопечатания способствовало распространению культуры, и библия, например, стала доступной не только для очень богатых людей, как раньше. Народные массы получили возможность судить о религиозных доктринах самостоятельно, а не по интерпретации монахов.

Шотландский протестантизм ведет свое начало от лютеровских идей, проникших в страну в начале XVI в. В 1525 г. парламент вынужден был принять закон, запрещающий их распространение под страхом смертной казни, а 25 февраля 1528 г. в Сент-Эндрюсе был сожжен первый еретик — аббат Патрик Гамильтон из Ферна. При Иакове V преследования протестантов усилились, и только в 1539 г. на костре погибли 7 человек. Католики еще более упрочили свои позиции, когда архиепископом Сент-Эндрюса стал Дэвид Битон, человек жестокий и властолюбивый. Под его влиянием регент при малолетней Марии Стюарт граф Арран начал настоящую охоту за протестантскими проповедниками.

Одним из них был Джордж Уишарт (1513—1546), «человек возвышенного ума, нежной души, набожности,

---

[9] *Энгельс Ф.* Людвиг Фейербах и конец классической немецкой философии.— В кн.: Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 21, с. 314.

доходившей до аскетизма», знаток латыни, греческого, древнееврейского языков. Уишарта поддерживали лорды, которые ненавидели Битона и были подкуплены Генрихом VIII, пытавшимся женить своего сына Эдуарда на Марии Стюарт и подчинить тем самым Шотландию.

Графу Патрику Босуэллу удалось захватить Уишарта, остановившегося после проповеди на ночь в местечке Ормистон, и передать его архиепископу. Духовный суд приговорил проповедника к сожжению.

Это произошло 11 марта 1546 г. А два с половиной месяца спустя 16 заговорщиков во главе с Норманом Лесли и Уильямом Керколди пробрались в замок, убили Битона, а тело его повесили на крепостной стене. Правительственные войска осадили замок Сент-Эндрюса, в котором заперлись протестанты и заговорщики, и в июне 1547 г. захватили его; пленники были отправлены во Францию: знатные очутились в тюрьмах, простолюдины — на галерах. Попал на галеры и преемник Уишарта Джон Нокс — последователь Кальвина, духовный лидер протестантов, «быть может, самый законченный образец религиозного фанатика, какой знает история» (С. Цвейг).

Ослабление протестантской партии не устраивало англичан. Они неоднократно вторгались в Шотландию, сжигая города и деревни, уничтожая урожай, убивая жителей. Наиболее крупное сражение этих лет произошло уже после смерти Генриха VIII, в сентябре 1547 г., у местечка Пинки, когда 10 тысяч шотландцев были убиты и полторы тысячи взяты в плен. После битвы англичане остались в стране, продолжая грабить и убивать. Им, однако, не удалось заставить шотландцев разорвать традиционный союз с Францией: по просьбе парламента в страну был послан французский флот с 6 тыс. солдат, а юная королева отправлена во Францию.

Объединенными усилиями шотландцам и французам удалось вытеснить англичан из страны, а в 1554 г. Мария Лотарингская сместила Аррана и сама стала править Шотландией в качестве регента. К этому времени в стране было уже много протестантов. Их возглавил Джон Нокс, вернувшийся в 1555 г. в Шотландию после 19-месячного пребывания на галерах. Ему удалось обратить в новую веру нескольких могущественных дворян, в том числе Джеймса Стюарта, графа Меррея, сводного брата королевы. Нокс открыто проповедовал доктрины новой церкви в Эдинбурге, завоевывая своим красноречием все новых сторонников.

С некоторым опозданием регентша и католическое духовенство поняли опасность этих проповедей, и Ноксу был вынесен смертный приговор. Вовсе не склонный, как его учитель Уишарт, к самопожертвованию, Нокс бежал в Женеву к Кальвину, и в Эдинбурге на площади Высокого Креста было сожжено лишь его чучело. Однако регентша не могла изгнать из страны сторонников Нокса, особенно могущественных дворян. По наущению Нокса последние не только не перестали отправлять протестантские богослужения, но и образовали особое управление в государстве под названием «Лордов конгрегации», которое должно было содействовать установлению новой религии. В его состав вошли графы Меррей, Гленкерн, Аргайл, Мортон и другие.

После свадьбы Марии Стюарт с французским дофином (1558), желая упрочить за ней обладание Англией, регентша резко изменила свое либеральное отношение к протестантам. В Сент-Эндрюсе был сожжен 80-летний Уолтер Милл, а четыре ведущих протестантских проповедника были вызваны на духовный суд в Стирлинг. «Лорды конгрегации» ответили угрозой мятежа. 2 мая 1559 г. Джон Нокс высадился в Лейте; его страстные проповеди побуждали население к восстанию.

Начались разрушения монастырей и грабеж церковного имущества. Во вспыхнувшей гражданской войне войскам регентши противостояли силы протестантов во главе с Мерреем, Аргайлом и Керколди, которые к концу июня 1559 г. овладели Сент-Эндрюсом, Стирлингом и Эдинбургом. Однако в начале следующего года Мария Стюарт стала королевой Франции и Шотландии, и «лорды конгрегации» оказались перед лицом могущественной католической армии. Осенью французы, высадившиеся в Лейте, разгромили протестантов, которые вынуждены были обратиться за помощью к Елизавете.

В феврале 1560 г. 6 тысяч пехотинцев и 2 тысячи кавалеристов английской армии пересекли границу страны и осадили Лейт. Начались кровопролитные бои, продолжавшиеся до июля. Неустойчивое положение внутри Франции не позволяло герцогу Гизу и кардиналу Лотарингскому «питать» подкреплениями осажденных в Лейте, к тому же 10 июля умерла регентша. Это привело к заключению (в июле) Эдинбургского соглашения, в соответствии с которым французские короли отказались от притязаний на английский престол, обе иностранные армии покидали страну; управление Шотландией передавалось светским, а не духовным лицам.

Соглашение подготовило окончательное падение римской церкви в Шотландии, и 3 августа парламент утвердил протестантизм как национальную религию. Под страхом сурового наказания запрещались католические обряды, духовенство лишалось права заседать в мирских собраниях (парламент, суд) и т. д. Вскоре протестантские пастыри издали «Книгу благочиния», которая определяла порядок управления новой церковью — киркой. Предписывая повиновение государям и объявляя врагами бога тех, кто покушается уничтожить «святое учреждение гражданских властей», шотландские протестанты — в отличие от англиканцев — не признавали главу государства главой церкви.

Эдинбургское соглашение и парламентские акты 1560 г. сделали из Шотландии род протестантской республики, управляемой дворянами и пасторами. Такой нашла ее королева Мария Стюарт, 19 августа 1561 г. возвратившаяся из Франции.

Неперы и их родственники в Реформации

Бурные события Реформации не обошли стороной Неперов и их многочисленных родственников.

Хотя сэр Арчибальд и принял протестантскую веру, он был далек от религиозного фанатизма и (по-неперовски традиционно) сохранял верность своему суверену. Поэтому активного участия в кровавых «делах божьих» и мирских заговорах он, по-видимому, не принимал. Тем не менее, будучи опытным юристом, Арчибальд Непер неоднократно привлекался к работе Генерального собрания как член его многочисленных комиссий. Так, 24 апреля 1582 г. он называется в числе тех, кто должен готовить «дела» для рассмотрения собранием, 6 марта 1590 г. он назначается членом комиссии для выработки закона против иезуитов и т. д. Зато среди тех, с кем Неперы были связаны кровными узами,— Кемпбеллов, Мелвилей, Белленденов, Босуэллов — было немало истинных лидеров Реформации.

Родственниками и друзьями Неперов были Кемпбеллы из Гленорхи: пятый лэрд Мерчистона (сэр Александр) был женат на двоюродной сестре Дункана Кемпбелла, младшая дочь которого Аннабелла была бабушкой Джона Непера по отцовской линии. В Реформации активное участие принимали племянник Аннабеллы — сэр Колин Кэмпбелл, а также Уильям Меррей из Таллибардина, женатый на ее сестре Кэтрин. Последний был опекуном молодого Арчибальда Непера и одним из «лордов конгрегации», глава которых Арчибальд, пятый граф Аргайл, был также женат на девушке из дома Кемпбеллов. Аргайл, будучи наследным главой Высшего уголовного суда Шотландии и одним из вождей Реформации, не одобрял тем не менее жестоких мер по отношению к Марии Стюарт и поэтому, когда королева вернулась из Франции, стал членом ее Тайного совета. Он был другом и покровителем Арчибальда Непера, который был всего на два года моложе его.

Другие родственники Джона Непера, его двоюродные братья Мелвили, оставили значительный след в истории и литературе Шотландии. Они были сыновьями Элен Непер, старшей дочери сэра Александра, погибшего под Флодденом, и Джона Мелвила из Рейта. В 1548 г. Д. Мелвил, сторонник союза с Англией, был обвинен в шпионаже и повешен. Элен Непер осталась одна с 9 сыновьями и 3 дочерьми и пребывала в крайней нужде.

К счастью, ей покровительствовала регентша Мария Лотарингская, которая назначила третьего сына Элен — Джеймса — пажем своей юной дочери, находившейся в то время во Франции. На всю жизнь сохранил Джеймс Мелвил (1535—1617) верность своей королеве, неоднократно выполняя самые ответственные ее поручения. «Мелвил — самый преданный из дворян Марии Стюарт,— писал Стефан Цвейг,— искусный дипломат, но еще более искусное перо». Его «Записки», обнаруженные в 1660 г. в Эдинбурге и изданные здесь же спустя 13 лет,— яркое описание событий и нравов в Шотландии второй половины XVI в.

Второй Мелвил — Роберт (1527—1621) — был известным дипломатом, послом при дворе королевы Елизаветы, сыгравшим важную роль в событиях, связанных с отречением Марии Стюарт. Известен в истории и третий брат — Эндрю Мелвил — гофмейстер королевы («управляющий королевским имуществом»). Он был одним из тех, кто сопровождал Марию Стюарт к месту казни.

Сестра братьев Мелвилей Дженет была женой главного казначея Шотландии Джеймса Керколди из Грейнджа и матерью Уильяма Керколди — одного из самых опытных военачальников в стране. Человек огромного личного мужества, «один из самых смелых людей на земле» (по словам французского короля Генриха II), У. Керколди был другом Джона Нокса, но до последнего вздоха сохранил верность своей королеве.

Бабушкой Джона Непера по материнской линии была Кэтрин Белленден из Аухиноля. Ее брат Томас был судейским клерком и начальником канцелярии при Иакове V, а племянник Джон (умер в 1572 г.) — видным участником событий «смутного времени». Унаследовав в 1547 г. должность судейского клерка, он долгое время был сторонником Марии Лотарингской, которая в письме к дочери (1551) упоминает Беллендена в числе тех, на чью верность можно положиться. Однако преданности судейского клерка хватило ненадолго. После 1559 г. он примкнул к протестантам и, хотя был членом Тайного совета Марии Стюарт, принял самое активное участие в заговорах и интригах, которые способствовали ее падению.

Одной из колоритнейших, а с другой стороны — типичных фигур Реформации был дядя Джона Непера Адам Босуэлл. Унаследовав в 1552 г. от своего двоюродного брата должность католического настоятеля в Эскирке, Босуэлл вскоре примкнул к протестантам, но сделал это не из моральных или теологических соображений, а из-за перспективы быстрой карьеры.

Внешне, однако, Босуэлл сохранял верность римской религии и королеве: в 1559 г. он едет во Францию к Марии Стюарт, а в октябре того же года принимает сан епископа Оркнейского. Видимо, к этому времени Босуэлл еще не был уверен в окончательной победе Реформации, а поэтому согласился принять от злейшего врага протестантов — римского папы — оркнейское епископство.

Впрочем, беспринципность и полное безразличие к духовным обязанностям отличают епископа Адама и в дальнейшем. Его влечет политическая карьера; он готов взяться ради нее за меч или совершить любое предательство; католический ли епископ, протестантский ли *minister* (проповедник) — то или другое для него лишь ступеньки в пути наверх. Можно ведь совмещать духовные и мирские дела в надежде, что где-нибудь придет удача; Босуэлл так и делает. Вопреки запретам «Книги благочиния», он становится 14 января 1563 г. одним из лордов (членов) суда сессии, собиравшегося четыре раза в год, а затем — членом Тайного совета; спустя же полгода избирается членом Генерального собрания и комитета по пересмотру книги!

Мы еще встретимся с протестантским епископом — человеком своего времени, но отнюдь не «человеком на все времена». Наш интерес к нему объясняется в свою очередь тем интересом, который Адам Босуэлл проявлял к племяннику. Видимо, епископ сумел оценить способности мальчика и надеялся сделать его полезным в своих делах.

В начале 1561 г. А. Босуэлл завещает Джону Неперу все имущество [10], а в письме от 5 декабря 1560 г. проявляет интерес к его образованию: «Я прошу Вас, сэр,— пишет он Арчибальду Неперу,— послать Вашего сына Джона в школу, либо во Францию, либо во Фландрию, ибо ничему хорошему он дома научиться не сможет, равно как не сможет получить какую-либо пользу, которая могла бы спасти его в этом опасном мире, иначе говоря — приобрести друзей, чего, я не сомневаюсь, он хотел бы — после доброго имени и дохода» [28, с. 67].

Любопытно, что А. Босуэлл рекомендует послать Джона либо в *католическую* Францию, либо в *протестантскую* Фландрию. Это ли не свидетельство равнодушия (или по крайней мере терпимости) Босуэлла (и А. Непера) к религиозной конфронтации!

Джон Непер в университете св. Андрея

События в стране не позволили родителям Джона Непера выполнить совет Адама Босуэлла: мальчик не был послан на континент, а зачислен в колледж св. Спасителя — один из трех колледжей университета св. Андрея. Этому, очевидно, предшествовало некоторое домашнее образование либо обучение в грамматической школе Эдинбурга. В любом случае надо полагать, что Непер обладал объемом знаний, необходимых для слушания университетских курсов и, в частности, знал латынь, в которой был силен его отец (юридические документы зачастую составлялись на латыни).

---

[10] Джон Непер ничего не получил по этому завещанию, так как в 1571 г. Босуэлл женился на племяннице регента Мара и имел детей от этого брака.

Итак, в конце 1563 г., вскоре после внезапной (20 декабря) кончины матери, Дженет Босуэлл, 13-летний Джон впервые покидает родительский кров и отправляется в небольшой городок Сент-Эндрюс, в котором находился университет. Названный в честь покровителя Шотландии святого Андрея, городок был расположен на берегу широкого мелководного залива и состоял из четырех сходящихся к величественному собору улиц — Южной, Северной, Торговой и Ласточкиных ворот.

Сент-Эндрюс находился под защитой замка, неподалеку от которого, на Северной улице, высились университетская башня и часовня. Город был неофициальной церковной столицей страны, местом пребывания архиепископов; нет ничего удивительного, что в мае 1410 г. группа выпускников Парижского университета организовала здесь школу Studium generale для изучения теологии, канонического и гражданского права, искусства и медицины.

В конце августа 1413 г. папа Бенедикт XIII специальной буллой преобразовал эту школу в университет и 4 февраля 1414 г., после того как булла была зачитана перед толпой горожан и гостей, торжественные звуки «Te Deum» возвестили о рождении первого шотландского университета.

Ректор — глава университетской корпорации — ежегодно переизбирался на собрании, которое называлось Comitia, из числа магистров или докторов. Он обладал большой властью и имел право судить и выносить приговор по всем гражданским, уголовным и даже духовным делам, которые касались членов университета. Более того, даже лицо, не принадлежащее к корпорации, должно было предстать перед ректором, если его обвинял студент.

Ректор отвечал за нормальное течение учебного процесса и подчинялся канцлеру — своеобразному покровителю корпорации, который следил за всей жизнью университета (функции его, как правило, не были строго фиксированы).

Канцлером обычно являлся архиепископ Сент-Эндрюса. Было и третье лицо, которое контролировало действия ректора и канцлера и следило за соблюдением прав и привилегий университета. Этим лицом был хранитель привилегий, обычно архидьякон Сент-Эндрюса.

В университете св. Андрея было пять факультетов — теологии, канонического и гражданского права, искусств и медицины. Во главе каждого из них стоял декан, назначаемый на год. Декан составлял статус, регулировавший ход учебного процесса, руководил работами студентов и экзаменовал их.

В соответствии со средневековыми традициями факультет искусств считался «младшим», и лишь пройдя курс обучения на нем, можно было поступить на любой другой факультет.

Помимо общеуниверситетской иерархии, была еще иерархия внутри колледжей, из которых состоял университет и которые имели свою специализацию. Так, колледж св. Спасителя, основанный 27 августа 1450 г. епископом Джеймсом Кеннеди, был колледжем теологии и искусств. Во главе его стоял настоятель, или принципал, имевший степень магистра или доктора богословия, а в число преподавателей входили бакалавр, лиценциат и четыре магистра искусств.

На факультете искусств студенты вначале изучали «семь свободных искусств» [11], которые служили предварительным курсом к более важным предметам — трем философиям: натуральной, метафизической и моральной, включавшим в себя изучение физики, метафизики и этики Аристотеля.

Учебный год начинался 1 октября и прерывался лишь на каникулы — август и сентябрь. В середине третьего года обучения студенты факультета искусств, получившие от регентов и принципалов свидетельства о хорошем поведении и прилежании, допускались до экзаменов на степень бакалавра. В конце четвертого года обучения, пройдя через ряд экзаменационных испытаний, они получали из рук канцлера диплом магистра искусств — «in nominae patris, filii et spiriti sancti» (во имя отца, сына и святого духа).

На факультете теологии для получения степени бакалавра требовалось четыре года, столько же было необходимо для получения лицензии — ubique daendi (во всем искусен), дававшей право на преподавание теологии.

Но вернемся к Джону Неперу. Запись в матрикуляционной книге колледжа св. Спасителя гласит, что в 1563 г. — году ректорства Джона Дугласа, настоятеля колледжа св. Марии, наряду с десятью другими юношами в колледж был принят «Иоаннис Неперус».

---

[11] *Тривиум*: грамматика, риторика, диалектика и *квадривиум* арифметика, астрономия, музыка и геометрия.

Колледж св. Спасителя был выбран родителями Джона, быть может, потому, что во главе его стоял Джон Резерфорд (ум. в 1577 г.), личность весьма незаурядная. Из завещания Дженет Непер следует, что ее сын должен столоваться в университете у Резерфорда. Последнему выделялась для оплаты некоторая сумма денег.

Настоятель колледжа св. Спасителя учился во Франции в известном Коллеж де Гиень (Бордо), постигая классическую культуру и аристотелеву философию. Он сопровождал своего учителя и земляка Джорджа Бьюкенена в Португалию, в известный университет Коимбры, и по возвращении обосновался в 1552 г. в Парижском университете. Его высокая репутация гуманиста стала известна архиепископу Д. Гамильтону, который пригласил Резерфорда занять место преподавателя гуманитарных наук в колледже св. Марии. В 1560 г. он стал настоятелем колледжа св. Спасителя, а затем деканом факультета искусств.

Быстрой академической карьере Резерфорда способствовало и то обстоятельство, что вскоре после переезда из Парижа он стал протестантом, и Генеральное собрание сочло его «подходящим для преподавания и богослужения». Однако Резерфорд-теолог уступал Резерфорду-гуманисту, автору нескольких книг о философии Платона, Аристотеля и Фомы Аквинского. Он был прекрасным латинистом, и можно думать, что у него Джон Непер перенял тот ясный и четкий стиль, которым написаны все его математические сочинения.

Правда, «педагогической шишки» у Резерфорда не было. В 1566 г. по жалобе некоторых преподавателей власти университета послали в колледж комиссию, которая установила, что настоятель «слишком вспыльчив и нетерпелив». Ему рекомендовали «не допускать вспышек гнева, учиться сдерживать свой язык и вести себя с большей скромностью и быть более терпимым» [28, с. 94].

Из соучеников Джона Непера выделим Гомера Блэра, будущего преподавателя математики в колледже св. Спасителя, и Геркулеса Роллока — поэта, латиниста и педагога. Помимо них, можно назвать еще нескольких выдающихся современников ученого, получивших образование в университете св. Андрея; некоторые впоследствии неоднократно встречались с Джоном и поддерживали с ним дружеские отношения.

Среди них — Джон Скин (1543—1617), дипломат, государственный деятель и юрист, выпускник колледжа св. Марии. В 1564—1565 гг. он был регентом Alma mater, затем продолжал образование в Швеции, Дании, Норвегии, изучал право в Париже. Вернувшись в 1575 г. в Шотландию, Скин занялся адвокатской и политической деятельностью. Он был клерком-протоколистом, лордом суда сессии и послом в Голландии. Скин оставил после себя несколько латинских трактатов и первое собрание «Законов, принятых шотландским парламентом». Он был близким другом Непера, о котором писал как о «джентльмене исключительной рассудительности».

Другой современник Непера — Томас Крейг из Риккартона — был коллегой сэра Арчибальда в высшем уголовном суде. Он родился около 1538 г., в 1552 г. поступил в колледж св. Леонарда, получил здесь степень бакалавра и завершил образование в Париже. Крейг быстро приобрел репутацию одного из лучших шотландских юристов и знатоков классической культуры; по словам современника, он «не имел соперников в латыни и греческом и провел свою жизнь среди книг». Его второй сын, Джон, придворный врач Иакова VI, был другом Джона Непера [12].

Третьим следует назвать самого, быть может, задушевного друга Непера — Роберта Понта (1529—1610), также выпускника колледжа св. Леонарда. Понт был не только крупным протестантским деятелем, одним из лидеров Генерального собрания, но также и членом высшего суда. Политик, теолог и юрист, он был, кроме того, и неплохим математиком. В течение тридцати лет Понт поддерживал дружеские отношения с Непером, питаемые обоюдным интересом к теологии и математике. В своих трудах он часто упоминает «верного слугу Христова, моего достославного и высокоученого друга Джона Непера».

В университете св. Андрея получил начальное образование и выдающийся деятель шотландской церкви и культуры Эндрю Мелвил (1545—1622) [13]. Окончив колледж св. Марии, он осенью 1564 г. отправился в Париж, где слушал лекции де ла Раме (Рамуса) по философии, Андреа Торнебуса — по классической культуре и был дружен с выдающимся гуманистом Жозефом Скалигером

[12] Впрочем, В. Р. Томас [33] считает, что Джон Крейг был не сыном, а братом Т. Крейга.

[13] Однофамилец родственников Непера братьев Мелвилей.

(1540—1609). После возвращения в Шотландию он занял место настоятеля колледжа в Глазго и вскоре превратил его в университет и крупнейший в Европе центр гуманистической мысли. Впоследствии Мелвил стал главой протестантской церкви и лидером Генерального собрания. Его племянник и коллега Непера по комитету Генерального собрания в 90-х годах Джеймс Мелвил (1556—1614) окончил колледж св. Леонарда в 1574 г. и также стал студентом Парижского университета, а затем профессором колледжа св. Андрея.

Упомянем также выдающегося шотландского гуманиста Джорджа Бьюкенена (1506—1582), настоятеля колледжа св. Леонарда в 1567 г. Интересно, что имена Джона Непера и Бьюкенена соседствуют в стихах, которые приложил к первой математической книге Непера его друг Эндрю Юнг, профессор Эдинбургского университета:

Бьюкенен, себе прими Непера товарищем,
И Шотландия пускай славится мужами.
Ты поэзию довел до ее вершины,
Он к сияющей вершине вывел математику,
И ни той ни другой дальше нет путей [14].

[28, с. 321]

Реформация не обошла университет св. Андрея. В 1558 г. события в стране едва не опустошили его колледжи; по этой же причине в следующем году факультет искусств вынужден был отказаться от проведения публичной защиты магистерских работ. Даже спустя три года после принятия протестантизма как национальной религии в университете не затихали теологические споры. Шотландский историк писал об обстановке в университете в то время: «Один раз в неделю студенты упражнялись в теологическом диспуте, на котором председательствовал один из магистров колледжа. Студентов предупреждали о необходимости избегать препирательств, что обычно практиковалось в школах, не кусать и не рвать друг друга, подобно псам, а вести себя, как пристало людям, жаждущим взаимного обогащения знаниями, слугам Христовым, которым надлежало не драться, а проявлять во всем смирение...» [28, с. 86].

В подобных «дискуссиях», видимо, участвовал и Джон Непер, не без влияния родителей присоединившийся

---

[14] Перевод И. М. Липкина.

к протестантам. В интересном автобиографическом отрывке из «Обращения к благочестивому читателю — христианину», предваряющем его книгу об Апокалипсисе, он сообщает нам о проблеме, более всего занимавшей его в университете: «В мои юные годы... в школе св. Андрея, завязав, с одной стороны, дружеские отношения с неким джентльменом, папистом, а с другой стороны, будучи внимательным слушателем проповедей достойного слуги божьего Кристофера Гудмена, обучавшего Апокалипсису, я проникся такой убежденностью в слепоте папистов, что мог, казалось, воочию увидеть их семихолмный город Рим, так живо изображенный св. Иоанном как матерь всего духовного распутства. И я не только утвердился в своей аргументации против упомянутого знакомого, но и решил, что, начиная с этого времени, употреблю все мои знания и все мое усердие на то, чтобы с божьей помощью отыскать тайны этой святой книги...» (цит. по [28, с. 176]).

Кристофер Гудмен (1520—1603), оказавший столь большое влияние на юного Непера, был оксфордским профессором теологии, бежавшим от преследований Марии Тюдор в Женеву к Ноксу. Вернувшись вместе с последним в Эдинбург (1559), он становится членом Совета по вопросам религии и (с июля 1560 г.) преподавателем в университете св. Андрея.

Итак, Резерфорд пробудил интерес Непера к классической культуре, а Гудмен — к теологическим проблемам. Источник же математических знаний Непера и вкус к математике следует, видимо, искать за границей, куда будущий великий ученый отправился не позднее 1566 г.

Непер за границей

Мы можем судить — из-за отсутствия документальных данных — о путешествии и учебе Непера на континенте лишь по следующим косвенным соображениям. Его имя в отличие от имен его одноклассников не числится ни в списках бакалавров 1566 г., ни в списках магистров 1568 г. Остается предположить, что университет св. Андрея заложил лишь основы академических знаний Непера, и после нескольких лет пребывания в нем Непер отправился за границу. Известно также (из письма А. Босуэлла сэру Арчибальду), что в 1568 г. Непера в Шотландии не было.

Помимо этих соображений, имеются (не подтвержденные документально) свидетельства шотландских писателей.

Крауфорд: «Будучи человеком больших природных способностей, Непер заботился о том, чтобы подкрепить их хорошим образованием, сначала дома, а затем за границей, где он провел несколько лет» [28, с. 105]. Джордж Маккензи: «Наш автор [Джон Непер] не завершил своего философского образования в университете св. Андрея и был послан родителями в путешествие. Проведя несколько лет в Нидерландах, Франции и Италии, он вернулся на родину и посвятил себя углубленным занятиям математикой, в которой он превзошел всех ученых своего времени...» (цит. по [27, т. 2, с. 6].)

Можно указать несколько возможных причин того, почему родители Джона Непера решились, наконец, выполнить совет епископа Адама. Во-первых, почти ненарушаемой традицией XVI столетия были поездки сыновей шотландских дворян за границу для завершения образования; это было нечто вроде «хорошего тона». Во-вторых, выдающиеся способности Джона и его склонность к учебе к этому времени стали, видимо, особенно заметны для его родственников, а общий уровень преподавания в университете св. Андрея был невысок (это отмечала в 1563 г. специальная парламентская комиссия, в которую входил епископ Адам Босуэлл). Может быть, наконец, к первым двум причинам добавился буйный характер настоятеля или дружба Непера с папистом. Была, возможно, еще одна причина, по которой Джон Непер сам стремился попасть за границу: решив заняться толкованием Апокалипсиса, он должен был изучить греческий язык, на котором написано это произведение.

Джеймс Мелвил в 1574 г. писал о том, что в Шотландии невозможно выучить древние европейский или греческий языки: «Языки не в чести в этой стране». В Англии же «все силы были брошены» на разработку новой теологической доктрины, и в Кембридже XVI столетия, например, сохранилось очень мало книг на греческом языке [28, с. 104].

И в Европе было не так уж много знатоков греческого. Так, Мишель Монтень, например, получивший в середине XVI столетия под руководством Бьюкенена в Коллеж де Гиень прекрасное классическое образование, жалуется на бедность своего греческого языка. По данным В. Р. Томаса, в 60-х годах XVI столетия в Базеле было два знатока греческого языка, а в Женеве — один или два [33].

Где учился Непер? Еще одна загадка для биографов. Может быть, в Парижском университете, как считает Марк Непер. Париж, если учесть традиционные и глубокие связи Шотландии и Франции, был тем городом, где, как правило, завершали свое образование многие шотландцы; здесь было даже англо-шотландское землячество. Университет закончили Д. Бьюкенен и Т. Крейг — те особо уважаемые в стране люди, у которых сэр Арчибальд мог спросить совета по поводу места для учебы сына. Кроме того, к середине 60-х годов в университете утвердилась протестантская (гугенотская) доктрина.

Однако следует обратить внимание на то обстоятельство, что молодые магистры, вернувшись из Парижа, посвящали себя либо академической, либо юридической, либо государственной деятельности. Непер же, как мы увидим, после приезда с континента вел частную жизнь «сельского джентльмена». Такой образ жизни мог быть следствием того, что он европейского университета также не закончил, а приобрел знания «частным образом». Этой точки зрения придерживается В. Р. Томас, исследовавший архивы университетов Бордо, Парижа, Базеля, Женевы, Амстердама, Марбурга и Йены и не нашедший там сведений о пребывании в них Джона Непера.

Выдвигая свою гипотезу о месте учебы Непера, Томас исходит из предположения, что Непер прекрасно знал — как это следует из текста его книги об Апокалипсисе — римскую культуру и греческий язык. Томас считает, что изучить этот язык Джон Непер мог в Базеле или, скорее всего, в Женеве, где в 60-х годах жил шотландец Генри Скримгер, профессор гражданского права кальвиновской «академии». Скримгер, окончивший университет св. Андрея, давал приют молодым землякам, приезжавшим в Женеву. Среди них можно назвать хорошего знакомого Непера Джона Скина и Д. Мелвила, племянника Скримгера. Не исключено, что к ним следует добавить и Джона Непера.

Другой автор — А. Инглис [25] идет не по «языковой», а по «математической» линии, пытаясь установить источник математических знаний Непера. Инглис предполагает, что Непер поехал сперва с рекомендательными письмами к протестантам Фландрии, с которой Шотландия поддерживала тесные торговые отношения, и с их помощью установил связь с немецкими протестантами. По мнению Инглиса, Непер мог почерпнуть математические знания из общения со следующими учеными: фламандцем Симоном Стевином (1548—1620), выдающимся математиком, механиком и инженером, и немцами — крупнейшим алгебраистом Михаэлем Штифелем (1486—1567) и автором многих книг, профессором Тюбингенского университета в 1550—1570 гг. Иоганном Шейбелем (1494—1570). Штифель был страстным приверженцем Лютера; протестантами, вероятно, были и двое других ученых.

Инглис подкрепляет свою гипотезу следующими соображениями.

1. Все три упомянутых математика использовали для извлечения корней так называемый «треугольник Паскаля», который впоследствии подробно описал в одной из своих книг Д. Непер.

2. Непер, по словам Дж. Маккензи, будучи за границей, «изучал историю арабской системы обозначений, которую он исследовал по индийским источникам» [27, т. 2, с. 8]. Одним из таких источников мог быть перевод Робертом Честером «Алгебры» ал-Хорезми, который имелся в библиотеке Шейбеля. Может быть, эта довольно редкая рукопись и послужила пособием для Непера.

Добавим к этому, что Непер определял отрицательные и положительные числа так же, как и Штифель.

Был ли Непер в Италии? Нам представляется, что на этот вопрос следует ответить отрицательно, ибо из его книг не следует, что он был знаком с итальянской арифметической и алгебраической культурой. Например, он вряд ли писал бы о мнимых числах как «о великом алгебраическом секрете», если бы был знаком с Джироламо Кардано и Рафаэлем Бомбелли и их работами.

Итак, поскольку все гипотезы о месте учебы Непера в равной степени неубедительны, нам остается лишь ограничиться их изложением и дополнить их именами тех ученых, с которыми Непер мог (!) встретиться за границей.

Во Франции: с Пьером де ла Раме (1515—1572) — профессором Коллеж де Франс, философом и математиком, с Франсуа Виетом (1540—1603) — великим алгебраистом, Пьером Форкаделем (ум. в 1574 г.), Жаком Пелетье

(1517—1582), Жаном Бутео (1485? — 1572?) — авторами различных математических сочинений.

В Германии и Нидерландах, помимо упомянутых Штифеля, Шейбеля и Стевина, Непер мог познакомиться с Иоахимом Камерариусом (1500—1574) — профессором Тюбингенского и Лейпцигского университетов, автором книги «О логистике» Михаэлем Неандером (1529—1581) — профессором математики в Йене, Вильгельмом Ксиландером (1532—1576) — профессором греческого языка (!) и математики Гейдельбергского университета, с выдающимся вычислителем Лудольфом ван Кёленом (1540—1610) в Лейдене и Адрианом Метиусом (1543—1620) — инженером и математиком. Если же Непер, вопреки нашим предположениям, оказался в Италии, то там он смог многое получить от алгебраистов Кардано и Бомбелли, от Пьетро Антонио Катальди (1548—1626), сделавшего первые шаги в теории цепных дробей, от переводчиков греческих классиков Федериго Коммандино (1509—1573), Франческо Мавролико (1494—1575), Франческо Бароззи (1538—1587) и др. Наконец, если (по версии Томаса) Непер обучался в Швейцарии, то он мог познакомиться с Конрадом Дасиподисом (1530—1600)—издателем Евклида и автором математического словаря.

Снова в Шотландии (1565—1571)

Джон Непер пробыл за границей до конца 1571 г.; тем временем на его родине происходили драматические события, приблизившие судьбу шотландской королевы к трагическому финалу. Эти события начались браком Марии Стюарт и Генри Дарнлея, старшего сына графа Мэтью Леннокса (1565), убийством фаворита королевы Давида Риччо (9 марта 1566 г.) и гибелью Дарнлея (9 февраля 1568 г.). Через три месяца после гибели мужа Мария Стюарт вышла замуж за Джеймса Босуэлла [15], графа Хепберна и герцога Оркнейского, а еще спустя три месяца в шести милях от Эдинбурга, у Карберри-хилла сошлись войска королевы и лордов, ненавидевших убийцу Дарнлея, жестокого и властного Босуэлла.

Войска королевы разбежались, она вынуждена была капитулировать и отказаться от Босуэлла. Мятежные дворяне заточили Марию Стюарт в замок Лохливен и

[15] Однофамильца епископа Оркнейского.

заставили отречься от престола (25 июля 1567 г.). Ее малолетний сын стал королем Шотландии под именем Иакова VI, а сводный брат Джеймс Меррей (Мюррей или Моррэй) [16] — регентом. Вскоре, однако, Марии Стюарт удалось бежать из замка и собрать под свои знамена значительную часть шотландской знати во главе с графом Араном из клана Гамильтонов; 13 мая 1568 г. у Лангсайда (ныне часть города Глазго) состоялось решающее сражение королевского войска и армии регента. За три четверти часа Меррею удалось одержать решительную победу, и его сестра бежала в Англию, где после судебного разбирательства, затеянного ее соперницей Елизаветой Английской, на долгие годы стала узницей английских замков.

Однако и Меррей недолго продержался у власти — вражда между ним и лордами закончилась типично шотландским образом: в январе 1570 г. его застрелил Джеймс Гамильтон. Преемником Меррея стал Мэтью Леннокс. К этому времени большинство знати сохранило верность королеве, но крестьяне и горожане, среди которых было много протестантов, поддерживали регента и Иакова VI. В руках королевской партии было два замка — Данбартон и Эдинбургский. В апреле 1571 г. сторонникам Леннокса удалось захватить Данбартон. Среди его защитников был Джон Гамильтон, архиепископ Сент-Эндрюса, которого повесили как участника заговора против Дарнлея. Обороной другого замка руководил Уильям Керколди, получивший деньги и вооружение из Франции. Он не только искусно защищал замок, но и предпринимал попытки вернуть на трон королеву.

Осенью 1571 г. Леннокс собрал своих сторонников на совет в Стирлинг; этим решил воспользоваться Керколди. Рано утром 4 сентября он появился во главе отряда в замке и захватил почти всех лордов. Регент был застрелен на месте. Однако, увлекшись грабежами, люди Керколди не заметили, как к Стирлингу подошел отряд под командованием графа Мара, и вынуждены были освободить пленников и спешно ретироваться в Эдинбург. Мар, объявленный регентом Иакова VI, вновь осадил Эдинбургский замок.

Вот как писал об этом времени историк Спотсвуд, очевидец событий: «Новая гражданская война держала королевство в состоянии крайнего напряжения в течение двух

---

[16] Merrey, Murrey, Morrey.

лет... Вы могли видеть, как отцы шли против своих сыновей, а сыновья — против отцов; брат сражался против брата, а ближайшие родственники смотрели друг на друга как заклятые враги и каждый искал погибели другого...» [28, с. 131].

Убедительной иллюстрацией к этим словам служит поведение родственников Непера: Адам Босуэлл и Джон Белленден, «два величайших лицемера, когда-либо существовавших на земле» (М. Непер), действовали во вред королеве, а братья Мелвили и У. Керколди сохраняли ей верность.

Адам Босуэлл и Белленден, например, всячески и не без тайного умысла способствовали браку Марии Стюарт и Джеймса Босуэлла, а Джеймс Мелвил отговаривал королеву от этого опрометчивого шага и вынужден был даже бежать из страны от гнева Хепберна. Последнему на пути к трону необходимо было преодолеть два препятствия: добиться у кирки разрешения на оглашение брака и найти священника, который согласился бы его благословить.

Глава эдинбургской церкви Джон Крейг (Нокс бежал из Шотландии после убийства Риччо) отказался вывесить в храме оглашение, называя брак «презренным и позорным перед всем миром». Тогда за дело взялся судейский клерк Джон Белленден. Он сначала составил и подписал письмо у королевы для Крейга, а затем убедил церковный совет в том, что намерение Марии Стюарт должно быть в три дня объявлено народу. Затем начались поиски священнослужителя, согласившегося бы совершить обряд бракосочетания, и «был найден один епископ — им был епископ Оркнейский, который предпочел свету истины улыбку двора в то время, когда другие отклонили это предложение» (Д. Бьюкенен) [28, с. 116].

В «Записках» Д. Мелвила мы читаем: «Свадьба состоялась во дворце Холируда в большом зале заседаний совета, соответственно духу реформированной религии, а не в часовне... Служил Адам Босуэлл, епископ Оркнейский» [28, с. 116—117].

«Трагическая свадьба», по определению Цвейга, состоялась ранним утром 15 мая 1657 г., а ровно через 70 дней два лорда вели с королевой переговоры в Лохливене об отречении от престола и коронации ее сына. Одним из этих лордов был Роберт Мелвил, видевший в этом единственный способ сохранить жизнь Марии

Стюарт, отказавшейся от развода с Босуэллом; его брат Джеймс принял активное участие в подготовке коронации Иакова VI.

Согласно папской булле, помазание шотландских королей мог осуществить лишь архиепископ Сент-Эндрюса или Глазго. Но оба архиепископа были ярыми католиками, и это не устраивало Нокса и его коллег. Сами они стремились уничтожить «идолопоклоннический» акт помазания, но вынуждены были искать дружбы с католической знатью. В конце концов был найден компромисс — обряд должен быть совершен по католическому обычаю епископом, поддерживающим реформатскую церковь.

Церемония состоялась в соборе Стирлинга. Когда был прочитан акт отречения, граф Мортон произнес над евангелием присягу от имени Иакова, а Босуэлл объявил его королем и возложил на него корону. Джон Нокс произнес проповедь, предвещая долгое и счастливое царствование Иакову VI, а судейский клерк Белленден оформил необходимые документы.

Однако на этом список предательства Адама Босуэлла не кончается. Вчерашний союзник Меррея епископ Оркнейский охотно принял участие в погоне за герцогом Оркнейским.

После бегства с Карберри-хилла герцог попробовал захватить замок Керкуол на Оркнеях, потерпел неудачу и на нескольких кораблях ушел в бурное Северное море. За ним была послана погоня во главе с У. Керколди — 400 солдат на 5 кораблях. Экспедицию сопровождал епископ Адам: Керколди имел приказ не только захватить Джеймса Босуэлла, но немедленно уничтожить его; вероятно, для придания некоторой законченности этому убийству был «командирован» член Тайного совета, лорд суда сессии, епископ Оркнейский Адам Босуэлл.

Герцогу удалось уйти от преследования лишь потому, что флагманский корабль Керколди «Единорог» сел на мель. Одним из последних покинул корабль атлетически сложенный воин в железном панцире с тяжелым мечом на перевязи — смиренный служитель господень Адам Босуэлл.

Но в то же самое время, когда епископ охотился за злейшим врагом кирки, Генеральное собрание начало разбирать его «дело», и 25 декабря 1567 г. Босуэллу были предъявлены обвинения в том, что он редко посещает кирку, занимает место лорда суда сессии, а в это время его паства находится без пастыря, поддерживает знакомство с папистами и, наконец,— по-видимому, это было главным — благословил «противоречащий божьему закону и положению кирки» брак Марии и Босуэлла. На основании этих обвинений собрание запретило ему проводить богослужения.

Однако уже 10 июля 1568 г. епископ был полностью восстановлен в правах: видимо, он нужен был еще партии регента. И действительно, вскоре после этого мы видим Адама Босуэлла как одного из представителей регента на судебном разбирательстве в Англии (братья Мелвили были среди представителей Марии Стюарт). И именно Босуэлл сыграл наиболее постыдную роль в этом фарсе. Мелвил так пишет об этом в своих «Записках».

В судебном заседании 28 ноября Меррей потребовал, чтобы английская королева гарантировала вынесение обвинительного приговора Марии Стюарт, подтвердила коронацию Иакова VI и регентство его, Меррея. Герцог Норфолк ответил, что «сло́ва, данного королевой, вполне достаточно». «Где,— прибавил он,— бумаги, служащие доказательством вашего обвинения?» «Вот они,—сказал секретарь регента Джон Вуд, указывая на вверенные ему документы,— но мы отдадим их только тогда, когда увидим подпись королевы». Но тут епископ Оркнейский вырвал у него бумаги. «Вот они,— сказал он,— и я отдам их...» Он подошел к столу и отдал их обвинению» [28, с. 126—127].

Поведение епископа на процессе вызвало неодобрение даже заклятых врагов королевы. Поэтому вскоре после окончания процесса, 10 января 1569 г., Генеральное собрание выносит ему порицание, правда не в открытую, а под предлогом «невыполнения епископом предписания собрания от 15 июля 1568 г.». Позднее, 25 февраля 1570 г., ему было вновь предъявлено обвинение из семи пунктов. Его обвиняли в том, что он пренебрегает своими обязанностями проповедника и клевещет на своих эдинбургских коллег, а чтению проповедей предпочитает мирскую службу в качестве лорда суда сессии и т. д.

Была создана специальная комиссия для расследования деятельности протестантского епископа, которую возглавил сам Нокс. Босуэллу и здесь удалось выйти сухим из воды. Более того, он совершил симониальный [17]

[17] Симония — покупка или передача духовной должности.

обмен и получил Холирудское аббатство вместо Оркнейского, хотя и именовал себя до конца жизни «епископом Оркнейским».

Умер епископ Адам Босуэлл 23 августа 1593 г. В «лучших традициях» целибата он имел трех сыновей и дочь.

Сэр Арчибальд Непер, отец Джона Непера, относился к числу тех дворян, которые, приняв протестантство, оставались верными королеве (М. Непер сообщает, что семейной реликвией был портрет Марии Стюарт). Поэтому после победы регента у Лангсайда сэр Арчибальд был подвергнут домашнему аресту — ему было запрещено удаляться дальше чем на 2 мили от Эдинбурга. А необходимость в этом, очевидно, была: в 1568 г. город посетила чума и жизнь в нем замерла. Угроза страшного заболевания была для семьи Непера более чем реальна, так как прямо под стенами Мерчистона, на городском пустыре, жили в лачугах те, чьи семьи посетила чума; сюда же вывозили и здесь же сжигали трупы умерших.

Через три года — в июле 1571 г.— сэр Арчибальд был вновь арестован и даже заключен в Эдинбургский замок. На этот раз его арестовала партия королевы за то, что владелец Мерчистона не оказал сопротивления войскам регента, захватившим замок. Хорошо, что Джон Непер, находясь за границей, был избавлен от этих превратностей гражданской войны!

Женитьба. Войны Дугласов

24 октября 1571 г. Адам Босуэлл подписал документ, по которому Арчибальд Непер и его сыновья Джон и Фрэнсис получали на 19 лет право использовать церковную десятину Мерчистона.

Непосредственно вслед за этим начались переговоры о женитьбе Джона Непера на Элизабет, дочери сэра Джеймса Стирлинга из Кейра, друга и коллеги сэра Арчибальда по службе в суде. В декабре 1571 г. между родителями было подписано предварительное соглашение, по которому сэр Арчибальд обязывался отписать своему сыну баронства Эдинбелли и Мерчистон, а сэр Джеймс — уплатить ему три тысячи мерков [18] в качестве приданого.

Свадебный контракт был заключен 23 февраля 1572 г. Подписи под ними поставили родители жениха и невесты

---

[18] Мерк — шотландская марка, равна 13 шиллингам и 4 пенсам.

и все тот же А. Босуэлл. Спустя полтора месяца, 2 апреля 1572 г., в Мерчистоне подписали брачное соглашение и сами молодые. Однако из-за напряженной обстановки гражданской войны в стране королевская грамота, закрепившая за супругами права владения земельной собственностью, была получена лишь в октябре 1572 г. Джон и Элизабет Неперы получили в совместное владение земли Эдинбелли и Гартнеса; кроме того, Джон получил «земли Мерчистона с башней, земли Пултриленда, половину земель Ардевнана, половину земель Раски и Тома с домом в Барнисдайме, треть земель Калзимака и земли Охинлеша» [26, с. 60].

Свадьба состоялась в конце 1572 г., а незадолго до этого вторично женился сэр Арчибальд, взяв в жены Элизабет Маубрей, свою двоюродную сестру. Сводные сестры и братья Джона от этого брака — Александр, Арчибальд, Уильям, Элен и Элизабет — впоследствии доставили ему немало хлопот.

По-видимому, из-за женитьбы отца Джон Непер и Элизабет переехали в начале 1573 г. в Гартнес. Здесь, в 20 милях от Глазго, на берегу полноводного Эндрика был выстроен для них просторный дом, к которому примыкал сад и оранжерея. Другой причиной переезда могла быть гражданская война, с новой силой разгоревшаяся в стране. В центре ее оказался Эдинбург и его окрестности. Эта война, ставшая величайшим бедствием для страны, получила название «дугласовой»: ведущей фигурой в ней был граф Мортон, происходивший из дома Дугласов. Именно он, а не мягкосердечный и миролюбивый регент Мар стоял во главе армии в 5000 человек, осаждавшей Эдинбург.

По свидетельству историка Спотсвуда, этот город «пострадал больше, чем другой в стране. Те его обитатели, которые имели спокойный нрав и достаточное состояние, силой были принуждены оставить свои дома — это сделали отчасти солдаты, отчасти те, которые нашли для себя выгоду в этом бедствии...» [28, с. 131].

Убедившись в невозможности захватить замок штурмом, Мар и Мортон решили взять его защитников измором. Было объявлено, что любой человек, который попытается провезти провизию осажденным, будет повешен на месте без суда. Расположившись кольцом вокруг Эдинбурга, головорезы Мортона неукоснительно выполняли этот приказ. Какие сцены разыгрывались у ворот Мерчистона и соседнего с ним Брейда, мы узнаем из дневника Ричарда Бэннатайна, секретаря Нокса:

«В пятницу 25 мая 1571 г. шесть солдат подошли к имению Брейда в обеденный час и подожгли дом мельника. Когда же мельник, который обедал в это время у лэрда, выбежал к ним и начал просить их не сжигать его жилище, они схватили его и потащили в дом Брейда. Здесь они в оскорбительной форме приказали лэрду отправиться к капитану Мелвингу, угрожая в противном случае сжечь все вокруг. Лэрд, будучи тихим человеком, просил их уйти, говоря, что он ничего не замышляет против них... Солдаты же продолжали оскорблять Брейда и били его мельника. Тогда лэрд бросился на них с двуручным мечом... Солдаты начали стрелять в Брэйда из своих аркебузов, но благодаря божьему провидению он избежал их гнева и ударом меча свалил одного из них на землю... Солдаты, израсходовав все пули, ушли в город, где доложили, что у Брейда они натолкнулись на вооруженный отряд. Подняли тревогу, и капитан Мелвинг со своими людьми поспешил к месту событий. Они захватили лэрда Мерчистона, который сообщил капитану, что на выручку Брейда спешат люди из Долкейта...» [28, с. 132].

Трудно сказать, кто упоминается в этом отрывке под именем лэрда Мерчистона — Джон или его отец Арчибальд, скорее последний, но вполне ясно, каково приходилось «тихим шотландцам» в «дугласовой войне». Мерчистон-тауэр неоднократно переходил из рук в руки и очень пострадал от тяжелой артиллерии Керколди. До мая 1572 г. здесь был командный пункт отряда, осаждавшего Эдинбург с юга. 5 мая благодаря дерзкой вылазке отряд Керколди изгнал неприятеля из Мерчистона, причем солдат, запершихся в подземелье, пришлось «выкуривать», для чего был подожжен кустарник вокруг башни. Однако 10 июня Мортон вновь овладел Мерчистоном.

Братоубийственная война продолжалась до августа 1572 г. Не без помощи послов Англии и Франции враждующие стороны согласились на перемирие, в течение которого должны были быть проведены переговоры между партиями. В них — со стороны партии короля и регента (!) — участвовал Адам Босуэлл. Но пока велись переговоры, ушли из жизни два выдающихся деятеля—24 октября 1572 г. умер Мар, а спустя ровно месяц — Нокс. Варфоломеевская ночь в Париже (27 августа 1572 г.) заставила протестантов в других странах еще более ожесточенно бороться за свою веру. Преемник Мара граф Мортон, смертельный враг королевы, прервал переговоры и вновь начал осаду замка. Наконец с помощью английских войск сопротивление защитников было сломлено, Уильям Керколди и его брат Джеймс повешены, и в начале мая 1573 г. партия королевы прекратила свое существование. Гражданская война окончилась.

Глава вторая

Религия и жизнь (1573—1593)

Возвышенный гений... имел свои слабости. Непер, подобно Ньютону, тратил понапрасну время в попытках открыть загадки Апокалипсиса и выяснить сущность пророчества.

В. Скотт

«Испанские бланки»

В Гартнесе Непер прожил без малого 35 лет. Здесь у него родились сын Арчибальд и дочь Джоан, здесь в конце 1579 г. умерла его первая жена Элизабет Стирлинг и спустя несколько лет он женился на троюродной сестре Элизабет — Агнес, дочери Джеймса Чизхолма из Кромликса. Этот брак принес дому Неперов пять сыновей — Джона, Роберта, Александра, Уильяма и Адама и пять дочерей — Маргарет, Джейн, Агнес, Элизабет и Элен.

В Гартнесе Непер продолжал размышлять над тайнами Апокалипсиса, которые волновали его еще в студенческие годы. Особый оттенок этим занятиям придавали события в стране, связанные с настойчивым стремлением Иакова VI подчинить церковь Шотландии власти короля, подобно тому, как это было сделано в Англии. Он полагал, что дело суверена определять, какую религию должны исповедовать его подданные, чему должна учить церковь и какой властью должен обладать парламент.

Запоздалый «теоретик абсолютизма», Иаков столкнулся в Шотландии с сильной и хорошо организованной протестантской оппозицией. В 1581 г. Генеральное собрание, действовавшее под руководством Эндрю Мелвила, приняло пресвитерианскую организацию церкви, основные догматы которой содержались во «Второй Книге благочиния».

В ней говорилось, что ни король, ни парламент не могут определять содержание религиозных доктрин и порядок управления церковью, в которой все священнослужители должны быть равны между собой.

Иаков VI был взбешен решением собрания, состоявшегося без его ведома, и вынудил парламент принять закон, объявлявший короля главой церкви и дававший ему право назначать и смещать епископов. В 1584 г. Иаков попытался ограничить влияние церкви в парламенте: теперь нарушение любого закона, касающегося церковных дел, каралось суровым наказанием независимо от того, как к этому нарушению относятся сами церковники. Против попытки Иакова резко выступили протестантские деятели, в том числе друг Непера Роберт Понт, принадлежавший к тому же приходу св. Катбрета, что и великий математик. Однако эти протесты не были поддержаны в отличие от демаршей Нокса оружием баронов и Понт вынужден был бежать из страны, а его помощник по приходу Николь Далгейт за переписку с патроном попал в тюрьму.

В 1587 г., после казни Марии Стюарт, политика Иакова VI начала внушать протестантским лидерам все большие опасения. Он был единственным претендентом на английскую корону, в то время как папа и католические короли Европы не оставляли надежд вернуть Англию в лоно католицизма. Король Шотландии вел двойную игру: оставаясь для своих подданных протестантом, заверял папу, что он в душе католик. Деятели протестантской церкви подозревали, что при известном стечении обстоятельств Иаков согласится обменять новую религию на английский престол. Их положение осложнялось и тем, что около трети населения Шотландии все еще оставалось в католической вере.

Гибель Великой Армады и ослабление позиций католицизма во Франции не сблизили короля и лидеров Генерального Собрания. Казалось, обе стороны притаились на некоторое время в ожидании очередного хода противника.

Таким было положение в стране в 1588 г., когда Джон Непер был избран делегатом Генерального Собрания от единбургской пресвитерианской общины. Он был более искренним и последовательным протестантом, чем его отец, но мягкий характер, рассудительность и умеренность не позволили ему стать духовным лидером собрания. Войне — традиционному шотландскому методу решения споров — Непер предпочитал мирный путь переговоров.

Вскоре его принципиальность подверглась испытанию — он был вынужден выступить против своего тестя Д. Чизхолма, активного участника заговора, известного в истории Шотландии под названием «Испанские бланки». Этот заговор, ставивший своей целью организацию испанской интервенции, возник в год гибели Великой Армады. Джеймс Чизхолм, управляющий королевским имуществом, и его брат Джон присоединились к заговору в 1589 г. В решающей стадии заговора Чизхолму было поручено переправить за границу важные документы. Будучи очень осторожным человеком, он отказался, и за это опасное мероприятие взялся Джордж Керр — брат соученика Непера. Ему, однако, не повезло: некий священник Эндрю Нокс, узнав о заговоре, захватил с друзьями корабль Керра. В рукаве куртки одного из матросов они обнаружили письма и документы, под которыми стояли подписи крупнейших лендлордов Шотландии — Хантли, Энгуса и Эррола.

В январе 1593 г. Керр был доставлен в Эдинбург и подвергнут допросу с пристрастием: на ногу ему надели железный башмак, в который так вбивали молотком железный клин, что он дробил кости голени. Первый удар Керр выдержал, но после второго заговорил. Смысл его признаний сводился к следующему.

В июне 1592 г. Д. Чизхолм получил от Энгуса и Эррола чистые листы — бланки — с их подписями; бланки были переданы иезуиту Уильяму Кричтону, который должен был написать на них письма королю Испании. Керр показал, что на тайной встрече заговорщиков было решено просить о присылке 30 тыс. испанцев, 25 тыс. из которых должны были вторгнуться в Англию, а остальные — соединиться в Шотландии с силами «католических лордов».

25 сентября 1593 г. в Сент-Эндрюсе собрался церковный совет общины Файфа, который постановил назначить комиссаров, «для того чтобы откровенно заявить его величеству о том, что все его... подданные... предпочитают отдать свои жизни, чем терпеть осквернение идолопоклонством и допустить опустошение страны кровавыми папистами». Совет отлучил заговорщиков от церкви. «Главные враги — графы Хантли, Энгус, Эррол, лэрд Охинлеша

и сэр Джеймс Чизхолм своими идолопоклонством, ересью, богохульством, изменой, лжесвидетельством и открытой враждебностью против кирки и истинной веры ipso facto оторвали себя от друзей Христа и его церкви и потому заслужили отлучение от друзей Христа и должны быть переданы в руки Сатаны, слугами которого они являются» [28, с. 161].

Затем 17 октября в Эдинбурге собрание «дворян, баронов, джентльменов и пасторов» выбрало делегацию, которой надлежало встретиться с королем и потребовать наказания мятежников. В ее состав вошли два лэрда — Джон Непер и Джеймс Максвелл, два священника — Джеймс Мелвил и Патрик Галлоуэй и два горожанина. Избрание членом делегации Непера — человека, далекого от придворных интриг и к тому же родственника одного из главных преступников, говорит о том, что его честность и принципиальность были общепризнанны.

Делегация встретилась с Иаковым VI в аббатстве Джебург. Король — «среднего роста, в одежде, которая полнила его, с большими глазами, которые испуганно округлялись при виде любого входящего в комнату, с жиденькой бородкой и языком, который был слишком велик для его рта» [28, с. 164] — разразился бранью по поводу синода в Файфе. Комиссары же смиренно изложили свои просьбы и требования: мятежников необходимо изловить и запрятать в тюрьму, но с судом не спешить, дабы все церковники могли собраться для консультации друг с другом и т. д.

Иаков едва дотерпел, пока наконец комиссары закончили свою речь, и вновь в резкой форме выразил недовольство тем, что собрание было созвано без его разрешения. «Бароны держались с достоинством и отвечали, что их обязанность со всей прямотой, но оставаясь в то же время преданными слугами, просить его величество предотвратить приближающуюся опасность и зло для государства, религии и страны» (цит. по [28, с. 164]). Они напомнили королю, что он сам разрешил подобные собрания и «укололи» его, напомнив, что именно он санкционировал пытку Керра. Наконец Иаков согласился беседовать с ними, но не как с делегатами собрания, а как со своими подданными.

На следующий день Непер и его коллеги получили письменный ответ, в котором говорилось, что король намерен в ближайшее время собрать совет в Линлитгоу, дабы тщательно обсудить все события.

Двусмысленное поведение Иакова вело страну к гражданской войне. Отлученные лорды собрали большое войско, намереваясь сопровождать короля, а протестанты, в свою очередь, «ударили в набат». Король поспешил обратиться к обеим сторонам с увещеванием, и столкновение было предотвращено. Эдинбургское собрание вновь послало комиссаров (в том числе и Непера) к королю в Линлитгоу, и король вынужден был инсценировать судебное разбирательство. «Суд над лордами» произвел на свет «Акт отмены», сущность которого состояла в следующем: мятежники освобождались от дальнейших судебных преследований при условии, что они внесут определенный денежный залог и в дальнейшем не будут действовать во вред протестантам. Сумма залога была колоссальной: для графов — 40 тыс. фунтов, для Чизхолма и Гордона — 10 тыс.

В ноябре 1593 г. «Акт отмены» был оглашен к большому неудовольствию протестантов, а через два месяца, 29 января 1594 г., Джон Непер написал письмо-посвящение королю, предпослав его своей книге о тайнах Апокалипсиса.

Первая книга

В этой книге, названной «Простое объяснение всех откровений св. Иоанна» (и изданной в Эдинбурге печатником Робертом Вальдгравом), мы более чем в любом другом сочинении Непера приближаемся к личности великого математика.

«Книга откровения» — одна из самых ранних в Новом завете. Она написана около 68 г. н. э. каким-то малоазиатским евреем-христианином, который плохо владел разговорным греческим языком, общепринятым тогда на востоке Римской империи, но хорошо знал теологическую литературу, астрологию и владел стихосложением. Как указывал Энгельс, «апокалипсические видéния, составляющие почти все содержание Откровения, в большинстве случаев дословно взяты у классических пророков Ветхого завета и их позднейших подражателей, начиная с Книги Даниила...» [1].

---

[1] *Энгельс Ф.* Книга откровения.— В кн.: Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд., т. 21, с. 10.

Основная тема Апокалипсиса — пророчества близкого конца света и наступления сначала царства сатаны, а затем царствия небесного на земле. Пророчества этих событий излагаются в форме фантастических видений, которые якобы являлись автору на острове Патмос, куда он был сослан за исповедание христианства. Книга написана по своеобразной числовой схеме; в основу ее автор положил священные в древности числа 7 и 12 и их составляющие 3 и 4, которые он использует в различных комбинациях: 7 печатей на господней книге, 7 ангелов с трубами, 7 ангелов с чашами бедствий, 24 старца, 4 диковинных зверя, окружающих божий престол, и т. д. Как и в других апокалипсических произведениях, в «Откровении» много хронологических вычислений.

Публикуя свои комментарии к Апокалипсису, Непер преследовал две тесно связанные между собой цели: теологическая цель состояла в том, чтобы, расшифровывая пророчества, показать антихристианский характер католической церкви; политическая же заключалась в том, чтобы обратить внимание короля на подобное истолкование пророчеств и изменить его отношение к делу установления новой религии.

Эта последняя цель сформулирована в письме Непера «Его высокопревосходительству, высокому и могущественному князю, Иакову Шестому, королю Шотландии, его светлости и милости и прочая и прочая», которое предпослано книге. «... Сэр,— пишет Непер,— пусть постоянным занятием (названным и к тому же вверенным богом) Вашего величества будет искоренение всеобщих гнусностей в вашей стране и... прежде всего Вашего величества собственном доме, семье и дворе и очищение их ото всех подозрений в папизме, атеизме или предательстве. Ибо может ли быть государь... избавителем мира от антихристианизма, если он не очистил от него свою собственную страну? Очистит ли страну тот, кто не очистил свой дом? Или очистит ли свой дом тот, кто не очистился сам через созерцание своего бога?» (цит. по [28, с. 171]).

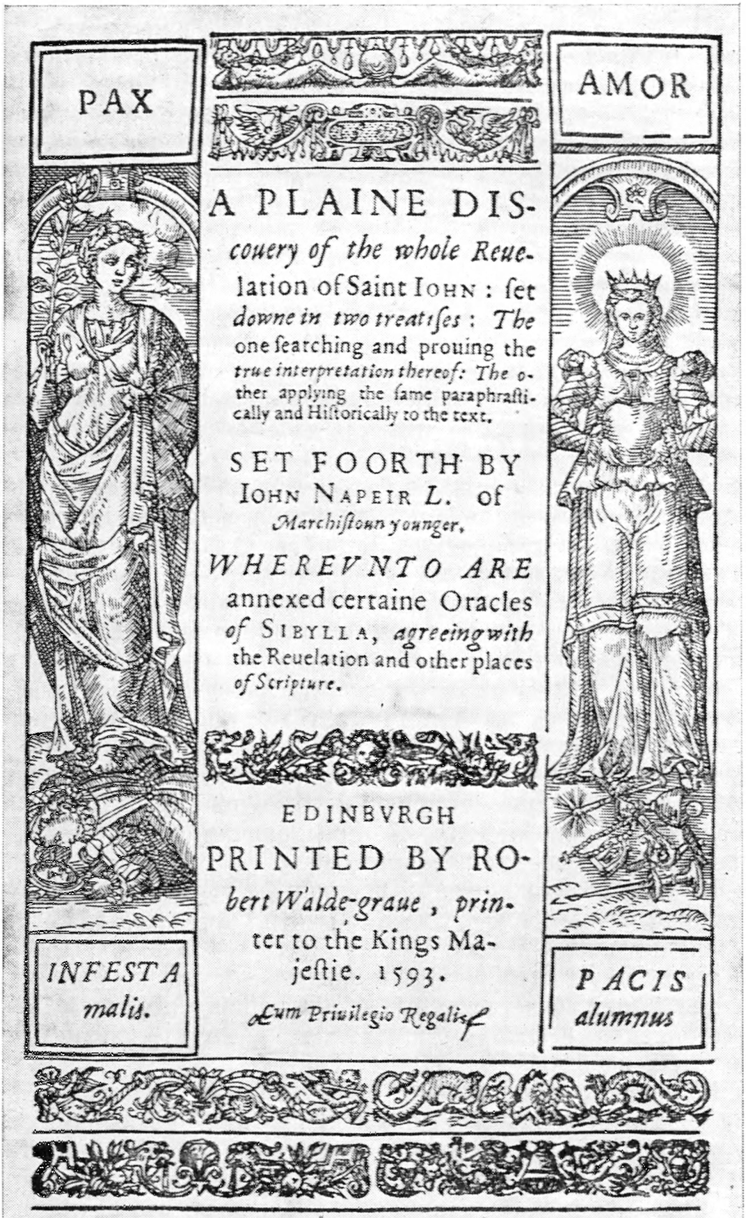
Подобные поучения свидетельствуют о глубокой убежденности и преданности Непера протестантизму и — в условиях вероятной контрреформации — о его несомненной личной смелости.

В «Обращении к богобоязненному читателю-христианину», которое предшествует книге, автор сообщает, что долгие годы он размышлял над тайнами «Откровения», пока божественное озарение не снизошло на него, и он начал излагать на латыни свою интерпретацию «святой книги». Однако «события в стране и наглость папистов» заставили его оставить латынь и перейти на английский, дабы сделать книгу широкодоступной и «на этом Острове... простые истины внушить, благочестивые — подтвердить, а надменные и неразумные ожидания грешников — разбить».

И далее Непер продолжает: «... хотя поспешность моя чрезмерна, а язык сочинения груб, я не сомневаюсь, что меня простят добрые люди, которые... поймут, что более уместно поспешить предотвратить вновь поднимающийся на нашем Острове мрак антихристианизма, чем тратить время на приукрашивание языка... Я уверен, что по стилю и выражениям мой язык ужасающе груб, и в этом отношении я ставлю себя ниже кого-либо другого; вряд ли я даже по зрелом размышлении мог бы найти слова, чтобы выразить свои мысли об этом высоком предмете... Но видя эти недостатки, господь, быть может, обратит их в великое достоинство скромности и сломит тщеславие...» (цит. по [28, с. 176]).

Так покаянно писал Непер о своем прекрасном, поэтичном, хотя и несколько цветистом — в традициях времени — языке. Мы приведем в качестве примера заключительный абзац из «Обращения».

«Но коль скоро это наше доброе намерение и благочестивая цель воистину исходят из очень нежного и хрупкого сосуда и так же, как все жидкости (как бы драгоценны они ни были), заимствуют часть вкуса от содержащих их сосудов, так и этот праведный труд может в некоторых вещах (хотя и не замеченных мною) иметь привкус моих недостатков. Поэтому смиренно представляю я эти несовершенства для великодушного исправления каждому благоразумному и мудрому человеку, кто о движении господнего духа судит честно, но без зависти и пристрастия, и молю всех добрых людей простить меня за все, что написано неверно; ибо хотя я сделал это не настолько совершенно, насколько должен был сделать, зато так усердно, как только мог, зная, что скромная лепта бедной вдовицы будет угодна богу; ибо не у всякого человека есть золото, серебро, шелка и пурпур, чтобы предложить их для сооружения святилища; но мне (как говорит Иеремия) уже много, если я смогу купить шерсть или очески и отдать их для священных деяний.



PAX

AMOR

A PLAINE DIS-
couery of the whole Reue-
lation of Saint IOHN : ſet
downe in two treatiſes : The
one ſearching and prouing the
true interpretation thereof: The o-
ther applying the ſame paraphraſti-
cally and Hiſtorically to the text.

SET FOORTH BY
IOHN NAPEIR L. of
Marchiſtoun younger.

WHEREVNTO ARE
annexed certaine Oracles
of SIBYLLA, agreeing with
the Reuelation and other places
of Scripture.

EDINBVRGH
PRINTED BY RO-
bert Walde-graue, prin-
ter to the Kings Ma-
jeſtie. 1593.

Cum Priuilegio Regali.

INFESTA
malis.

PACIS
alumnus

Титульный лист первой книги Непера

И без сомнений все то, чем я владею, как бы мало оно ни было... я с радостью отдаю во славу господа и ради обучения его истинной церкви...» (цит. по [28, с. 184]).

Проблема, которую поставил перед собой Непер, была для него вдвойне притягательной: она интересовала его не только с теологической точки зрения, но и как задача науки о числах. Для Непера библия была книгой, данной богом для спасения человечества, и возможно ли было поэтому думать, что ее интерпретация непозволительна или невозможна для человеческого разума? «Для чего,— спрашивает Непер,— пророчества Даниила Апокалипсиса были даны церкви господа и так много дат и обстоятельств времени, предвещающих последний день, заключены в них, если бы бог предназначил, чтобы они не были известны или поняты до тех пор, пока этот день не настанет?» (цит. по [28, с. 182]).

«Простое объяснение...» состоит из двух частей (трактатов). «Первый и вводный трактат, содержащий отыскания истин «Откровения», написан в форме, принятой авторами геометрических сочинений, т. е. состоит из *предложений* и *доказательств*. Непер называет его «парафрастическим» и дает в нем собственное толкование терминов и дат, скрытых в «Откровениях» «под некоторыми строками». Четкостью и сжатостью первый трактат действительно напоминает математическое произведение, тем более что Непер привлекает и математические образы. Например, в качестве иллюстрации троицы он приводит существование трех измерений пространства. Всего в «Простом объяснении...» 36 предложений, которые условно можно разбить на три группы.

Первые 16 предложений посвящены толкованию «пророческой хронологии». Здесь «вычисляются» годы, когда прозвучит каждый из семи трубных гласов и прольется на землю каждая из семи чаш бедствий, даты «снятия печатей с книги господней» и т. д. Важнейшим является 14-е предложение, в котором доказывается, что страшный суд наступит между 1688 и 1700 гг.

В последующих десяти предложениях расшифровываются имена «божьих слуг и злейших врагов господних»: 10-рогий зверь из бездны — Римская империя, 2-рогий зверь из земли — антихрист и т. д. 26-е предложение, которым Непер очень гордился, утверждает, что антихристом является не кто иной, как сам римский папа.

Важнейшим из следующих десяти предложений является 29-е, в котором расшифровывается «звериное число 666». В отличие от распространенного мнения, что под этим числом скрыто имя реального человека [2], Непер утверждает, что это имя первого зверя, т. е. Римской империи — $\lambda\alpha\tau\epsilon\iota\nu o\varsigma$, полагая $\lambda = 30$, $\alpha = 1$, $\tau = 300$, $\varepsilon = 5$, $\iota = 10$, $\nu = 50$, $o = 70$, $\varsigma = 200$. Он, таким образом, «мыслит шире». Далее (предложение 32) указывается, что под именами народов Гог и Магог скрыты папа (Гог) и турки и магометане (Магог). Любопытно предложение 36-е, где говорится, что наступление сатаны на христиан, которое должно длиться 1260 лет, началось в 300 г.! Поскольку в 1560 г. Генеральное собрание приняло протестантизм как национальную религию, предсказания Непера, таким образом, «проверены жизнью»!

Второй и главный трактат, состоящий из 22 глав, почти в три раза больше первого. Он имеет следующую структуру. Каждая страница делится на несколько колонок: в правой приводится текст Апокалипсиса, в центральной — его парафрастическое толкование, а в левой — «историческое приложение». После каждой главы следуют «Заметки», «Обоснования» и «Расширения».

Непер предстает перед нами в «Простом объяснении...» как знаток языков и классической культуры. В «Обращении» он указывает, что перед написанием книги он сличал тексты библии на латинском, греческом и английском языках и цитаты «выбирал из наиболее старых и заслуживающих уважения копий». При этом он несколько раз подчеркивает неточности Вульгата (средневекового латинского перевода библии) по сравнению с греческим оригиналом. При доказательстве 15-го предложения Непер демонстрирует знание календарной системы древних, используя данные греческого, халдейского, древнееврейского и юлианского календарей. Не чужд был Непер и стихотворного дара: книга заканчивается «Пророчеством Сивиллы». Непер заимствовал латинский текст Кастальо, но представил его своему английскому читателю стихами — девятью страницами терцин.

---

[2] Петер Бунгус, например, в своей 700-страничной, in quarto «*Числовой тайне*», полагая $a = 1$, $b = 2$, ..., $k = 10$, $l = 20$, находит, что под звериным числом скрыт $M_{30}A_1R_{80}T_{100}I_9N_{40}L_{20}V_{200}T_{100}E_5R_{80}A_1$ — Мартин Лютер. Отвечая католику Бунгусу, Штифель «не менее убедительно» показал, что, напротив, «зверем» является папа Лев X.

Книга Непера очень скоро приобрела европейскую известность. В 1602 г. ее перевел на французский язык Джордж Томсон, шотландец, натурализовавшийся во Франции (повторные издания вышли в Ла-Рошели, цитадели гугенотов, в 1603, 1605 и 1607 гг.). «Простое объяснение...» было встречено с большим интересом: парижанин Жак Эсприншар 5 июля 1602 г. писал Ж. Скалигеру: «Наша церковь в Гиени процветает, и ежедневно число ее прихожан заметно увеличивается... У нас очень высоко оценивают комментарии к Апокалипсису. Их автор — шотландец, который заслужил имя Несравненного. Вы должны обязательно прочесть эту книгу...» (цит. по [28, с. 179]).

В Германии переводы книги были изданы в 1611 г. (Лейпциг), в 1615 и 1627 гг. (Франкфурт-на-Майне), в Голландии — в 1607 г. (Амстердам). В то же время во Франции (1610) и в Германии (1623) появились книги, оспаривающие неперовскую трактовку Апокалипсиса.

Но, конечно, самый большой успех книга имела на родине Непера. Она была переиздана в Эдинбурге в 1594, 1611 и 1645 гг., а в 1611 г. в Лондоне (последнее издание было исправлено и дополнено автором). В 1599 г. неперовскую книгу в значительной степени повторил Р. Понт в «Новом трактате о правильном подсчете возраста мира...». Написанная на английском языке, она, как и «Простое объяснение...», состояла из предложений и доказательств. Переходя к иллюстрации своих предложений, Понт говорит: «А теперь я отсылаю своих читателей к глубоким и высокоученым комментариям Джона Непера, которые он сделал к «Откровению» [28, с. 196]. В 1614 и 1619 гг. издали свои толкования, основанные на книге Непера, епископ Абердина Патрик Фокс и епископ Галлоуэя Уильям Купер. Последний писал: «Джон Непер, лэрд Мерчистоуна, наш соотечественник, заслуженно прославленный как Несравненный за многочисленные научные труды...» [28, с. 199].

Наконец, в 1641 г. в Лондоне вышла анонимная книга «Неперово повествование, или сокращенный пересказ его книги об «Откровении». Она написана в форме диалога между учителем (Непером) и учеником (известным богословом Роллоком).

Интерес к книге резко упал, когда «конец мира» в предсказанные Непером годы не наступил, и в XVIII столетии о ней совершенно забыли.

Обращение Непера к Апокалипсису не только не удивительно, но даже в какой-то мере характерно для XVI — XVIII вв., когда многие крупные мыслители и ученые отдали дань увлечению теологией. По свидетельству Иштвана Рат-Вега [3], между 1500 и 1543 гг. не менее 26 раз возникала паника в связи с ожидаемым концом мира.

Так, профессор математики в Тюбингене Штофлер «определил» 1542 г. годом страшного суда. Выдающийся алгебраист Михаэль Штифель объявил, что конец мира будет в 10 часов 3 октября 1533 г. Он настолько уверовал в это, что пошел по деревням, расположенным в окрестностях Виттенберга, призывая молиться об искуплении грехов. Крестьяне начали продавать свой скот и имущество, соглашаясь на любую цену. Но когда страшный день прошел, Штифелю пришлось поспешно бежать не от божьего, а от людского гнева.

Над проблемой, занимавшей Непера, трудился великий Ньютон, опубликовавший «Замечания на пророчества священного писания и в особенности на пророчества Даниила и об Апокалипсисе св. Иоанна». Ньютон считал (как и Непер в свое время) свою богословскую работу важнейшей из всего, что было им создано. Интересно, что его методологическая установка при анализе «Откровения» совершенно иная, нежели у Непера. «Глупость людей, которые хотели толковать пророчества,— пишет Ньютон,— происходила из желания извлечь из них предвидение будущих событий, как будто бы бог имел намерение сделать из них пророков... Он дал Апокалипсис... для того, чтобы пророчества, один раз совершенные, могли быть толкуемы по событиям и чтобы его предвидение могло быть обнаружено не пророками» [4].

Как и Непер, Ньютон пытается найти ключ к иносказательному языку пророков, а затем, обратившись к св. Даниилу, старается вывести из их пророчеств исторические события, происшедшие после них.

«Опыт об откровении св. Иоанна» написал и ученик и преемник Ньютона по кафедре в Кембридже У. Уистон.

В XVI—XVII столетиях Роберт Бойль издал «Опыт о священном писании» и Роберт Гук — «Вавилонское столпотворение»; множество теологических трактатов на-

---

[3] *Rath-Vegh I.* From the history of Human Folly. Budapest, 1963, p. 34—44.

[4] Цит. по кн.: *Био Ж. Б.* Биография Ньютона. М., 1869, с. 98—99.

писал Джон Валлис, доктором богословия был Исаак Барроу, охотно трудился в области теологии и Лейбниц.

Этот список можно было бы продолжить, но мы ограничимся словами английского математика Джона Плейфейра: говоря о занятиях Кардано астрологией, он называет их «унылым доказательством того, что нет такой глупости или слабости, которая не могла бы соединиться с высокими интеллектуальными достижениями [5]».

Глава третья

Сельский философ (1594—1617)

Ничто не развлекает так безвредно, как вычисления.

Сэмюэл Джонсон

Джон Непер и «тайные науки»

Теология была далеко не единственным предметом, над которым размышлял Джон Непер в Гартнесе, а затем в Мерчистоне. Некоторые представления о его повседневной жизни дают сведения, которые собрал для «Шотландского статистического отчета» священник Дэвид Ур:

«По соседству с мельницей Гартнеса находятся остатки старого дома, в котором Джон Непер Мерчистонский, изобретатель логарифмов, проводил в течение многих лет большую часть своей жизни, занимаясь вычислениями. Говорили, что постоянный шум каскада не доставлял ему неудобств, но раздававшийся время от времени грохот мельницы нарушал ход его мыслей. Иногда, погрузившись в глубокие раздумья, он вынужден был просить мельника остановить мельницу, дабы ничего не прерывало его размышлений. Он имел привычку часто гулять в ночном халате и колпаке. Это и некоторые другие вещи, казавшиеся окружающим довольно странными, утвердили за ним репутацию колдуна. Все вокруг были убеждены и часто говорили о том, что он был связан с дьяволом, и время, которое он тратил на свои занятия, он проводил

---

[5] Цит. по кн.: *Cajori F.* History of mathematics. New York, 1919, p. 145.

в изучении черной магии и беседах со Старым Ником [1]» (цит. по [28, с. 215—216]).

Легенда, которую приводит М. Непер [28], показывает, как своеобразно использовал Джон Непер эту убежденность. Однажды у него дома случилась пропажа. Подозрение пало на слуг, хотя ни одного из них нельзя было обвинить наверняка. Тогда Непер объявил, что его черный петух обладает свойством открывать своему хозяину тайные мысли домашних. Каждый слуга должен был войти в темную комнату, где сидел петух, и дотронуться до него рукой. Слугам было сказано, что петух закричит, когда до него дотронется вор. И хотя петух во время этого «теста» так и не закричал, Непер тем не менее определил вора: он предварительно обсыпал петуха золой и чистые пальцы одного из слуг стали доказательством его виновности.

Возможно, что только авторитет Непера как богослова спас его от преследований по обвинению в колдовстве, и он не стал жертвой «охоты за ведьмами», столь популярной в XVI—XVII вв. По данным Д. Ф. Блэка [7], во второй половине XVI в. в Шотландии проходило 30—40 судебных процессов над ведьмами в год, которые, как правило, заканчивались вынесением обвинительного вердикта и казнью несчастных. Особенно много процессов было в 1590 и 1597 гг., что вполне объяснимо следующими обстоятельствами.

В 1590 г. Иаков VI возвращался из Дании вместе со своей невестой, принцессой Анной. Его корабль попал в страшную бурю, которую приписали сговору ведьм. По подозрению в колдовстве в Холируд доставили Агнес и Ричи Грэхэмов, которые под пытками признали, что вступили в связь с нечистой силой и устроили с ее помощью шторм. Они утверждали, что сделали это, уступая просьбам и настоянию Фрэнсиса Хеперна, пятого графа Босуэлла, одного из незаконнорожденных сыновей Иакова VI, и брата регента Меррея. Грэхэмов сожгли, а Босуэлл, отрицавший свою вину, вынужден был до конца своих дней скрываться от короля.

Увеличение же числа судебных процессов в 1597 г. объясняется, по-видимому, выходом в этом году в Эдинбурге небольшого трактата «Демонология», принадлежавшего перу... Иакова VI. Король твердо верил в су-

---

[1] Так в Шотландии называют дьявола.

шествование нечистой силы; по предположению некоторых шекспироведов, три ведьмы в «Макбете» появились по его настоянию.

Впрочем, верили в дьявола и ведьм и более образованные люди, например Джеймс Мелвил, который с уважением писал в своем дневнике о черной магии. Надо полагать, что и Джон Непер верил в их существование; об этом свидетельствует его «контракт» с Логаном, о котором речь пойдет в дальнейшем.

Но не будем строги к лэрду Мерчистона. «Рожденный в век, когда не признавать ведьм значило в глазах людей то же самое, что оправдывать их нечистые деяния, Домини сжился с этими легендами и верил в них так же свято, как верил в бога»,— писал об учителе Сэмсоне («Гай Мэннеринг») другой великий шотландец — Вальтер Скотт. Эти слова, пожалуй, как нельзя лучше относятся к Джону Неперу.

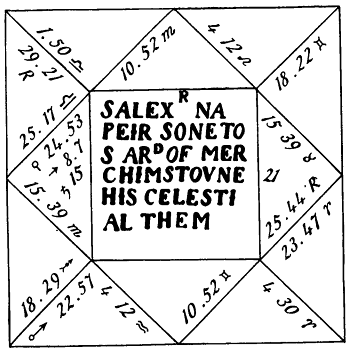
Одним из проявлений связи с нечистыми силами считалось умение отыскивать спрятанные сокровища. Уильям Лилли (1602—1681), известный астролог, так описывает в книге «История жизни Уильяма Лилли и его времени, написанная им самим в возрасте 66 лет» процедуру поиска клада:

«Дэви Рамсей, часовой мастер его величества, узнал о том, что в монастыре Вестминстерского аббатства спрятан богатый клад. Он сообщил об этом настоятелю... который разрешил Рамсею заняться поиском клада с тем условием, что в случае удачи церковь получит свою часть. Дэви Рамсей нашел некоего Джона Скотта, который для облегчения поисков предложил использовать *Моисеев жезл.*

Я пожелал присоединиться к ним. В одну зимнюю ночь Дэви Рамсей, вместе со мной, Скоттом и несколькими джентльменами вошел в монастырь. Мы обошли его, применяя для поиска орешниковые жезлы. Около западной стороны монастыря жезлы начали поворачиваться друг относительно друга, и это было указанием на то, что богатство спрятано здесь.

Землекопы вырыли яму по крайней мере в шесть футов глубиной, пока не наткнулись на гроб; но поскольку он был легким, мы не открыли его, о чем впоследствии сожалели. Из монастыря мы пошли в церковь аббатства, где поднялся такой свирепый, ужасающий ветер, что нам показалось, что западная часть церкви рухнула. Наши жезлы оставались неподвижными. Свечи и факелы погасли. Джон Скотт был поражен, он побелел и не знал, что делать, но я дал команду *изгонять демонов*; когда это было сделано, все вновь успокоились, и около 12 часов ночи мы вернулись домой... На мой взгляд, неудача этого предприятия объясняется тем, что слишком уже много людей в нем участвовало...» (цит. по [28, с. 226]).

Неудивительно, что к Неперу, имевшему репутацию мага и колдуна, с подобной просьбой обратился Роберт Логан из Рестальрига. Он был главой древней и некогда могучей фамилии, чьи владения находились близ Лейта. Постепенно состояние семьи было утрачено, и Логану достался лишь замок Фасткасл, расположенный недалеко от Бервика на крутом обрыве, прямо над морем. Впрочем, Р. Логан постоянно в замке не жил, а пользовался им как убежищем, в котором можно было укрываться от правосудия и короля, ибо Логан был «человеком развращенной нравственности, беспокойным и всегда готовым к заговорам» (В. Скотт). Одним из таких заговоров, в котором он участвовал, был «заговор Гаури»(1600) — попытка Рутвена графа Гаури пленить или убить Иакова VI [2]. Не брезговал Логан и разбоем на больших дорогах. Из записей в книгах Высшего суда Эдинбурга следует, что в апреле 1594 г. он послал своих слуг на проезжий тракт с приказом грабить и убивать богатых людей.



Гороскоп Непера

Запись там же от 13 июня гласит, что Логан объявляется мятежником за отказ появиться перед судом и ответить на обвинения Роберта Грэя, жителя Эдинбурга, которого слуги Логана под Бервиком избили, ранили в голову и отняли 200 фунтов стерлингов. В том же месяце Логан за отказ выдать преступников был объявлен вне закона, что, по-видимому, его мало волновало.

[2] Участие Р. Логана в этом заговоре было обнаружено в 1608 г., уже после его смерти. Умер он, как ни странно, естественной смертью.

Вскоре после вынесения приговора эдинбургского суда Логан заключает договор с Непером:

«В Эдинбурге, в день июля, в год от рождения господа 1594 . Назначено, согласовано и договорено между нижеподписавшимися лицами, т. е. Робертом Логаном из Рестальрига, с одной стороны, и Джоном Непером, владельцем Мерчистона, с другой стороны, следующее по форме, характеру и действию.

А именно, поскольку имеются различные старинные рассказы, указания и намеки на то, что в жилище упомянутого Роберта Фасткасле должна находиться в кошельках некоторая сумма денег в отчеканенной монете, спрятанная, тайно укрытая и еще никем не найденная, упомянутый Джон Непер приложит все свое старание, чтобы в соответствии со знанием и умением, которыми он обладает, обнаружить и извлечь данную сумму. И если на то будет господня воля, он либо найдет эту сумму, либо удостоверится — насколько позволит проделанная им работа, его знания и старания,— что там ничего не было. За это упомянутый Роберт должен отдать упомянутому Джону — в соответствии с гарантиями настоящего договора — третью часть тех денег или сокровищ, которые найдет Джон или которые будут найдены благодаря его знаниям внутри или около Фасткасла. Эти деньги должны быть разделены с помощью весов в правильном отношении, без обмана, споров и пререканий, таким образом, что упомянутый Роберт получит две части, а упомянутый Джон — третью часть в соответствии с их честью и совестью.

Для того чтобы гарантировать безопасное возвращение Джона в Эдинбург и сохранность этой третьей части богатства, иначе говоря, без ущерба для него и его имущества, упомянутый Роберт должен обеспечить Джона надежной охраной и сопровождать его до Эдинбурга. Вернувшись благополучно домой, Джон в присутствии Роберта аннулирует и уничтожит настоящий договор для полного освобождения обеих сторон, искренне удовлетворенных друг другом, от обязательств. Решено, что после уничтожения настоящего договора никакие документы не будут иметь силы, значения и действия.

В том случае, если упомянутый Джон, несмотря на все усилия и старания, не найдет спрятанных сокровищ, компенсация за его труды возлагается на усмотрение Роберта. В подтверждение настоящего и в знак соблюдения и честного выполнения условий обеими сторонами по отношению друг к другу они собственноручно подписали настоящее в Эдинбурге в указанный день и год.

Роберт Логан из Рестальрига,
Джон Непер, ленный владелец Мерчистона».
[28, с. 220—221]

Очень возможно, что на составление этого договора Логана «подбил» другой авантюрист и любитель «чертовщины» — Фрэнсис Хепберн, который скрывался в это время от королевского суда в Фасткасле.

Обращает на себя внимание осторожность, с которой составлен текст «договора» — в нем не используется ни слова из «магической» терминологии, которая могла бы навредить Неперу и Логану, если бы их договор стал известен другим. Неясен и способ отыскания «суммы денег» — то ли с помощью *Моисеева жезла*, то ли с помощью иного тайного «знания и умения».

Никаких сведений о поездке в Фасткасл и поисках клада не сохранилось. Видимо, они не состоялись или не привели к желаемым результатам, поскольку текст «договора» уцелел. Были, однако, какие-то обстоятельства, которые заставляли Джона Непера опасаться Логана: в сохранившемся договоре Непера с одним из арендаторов (от 14 сентября 1596 г.) говорится, что арендатор никогда не должен прямо или косвенно разрешать любому, кто носит имя Логана, вступать во владения Неперов [28, с. 223—224].

Нет ничего удивительного, что идея подобного «договора» пришла в голову невежественному авантюристу, но поразительно, что Непер, которого никак нельзя отнести к шарлатанам, собственноручно составил приведенный выше текст. За полгода до этого комиссар протестантского собрания, автор «благочестивой книги», друг Р. Понта, пишет письмо с христианскими увещеваниями к королю, а затем соглашается войти в союз с человеком, объявленным вне закона, зная, что беспринципность Логана может обратиться и против его жизни, и против его чести. Это ли не лучшая моральная характеристика «смутного времени», с одной стороны, и интеллектуального уровня в период становления нового знания — с другой, когда астрономия шла рука об руку с астрологией, химия еще не оторвалась от алхимии, математика — от мистики чисел, а юриспруденция — от охоты за ведьмами. Поэтому договор о поиске клада между *лучшим* и *худшим* шотландцами столь же характерен для своего времени, как астрология Кеплера, хиромантия Кардано или вера Браге в предзнаменования.

Непер не обошел своим вниманием такие науки, как астрология и алхимия. Уильям Лилли, характеризуя в уже упоминавшейся нами книге Джона Непера, в первую очередь отмечает: «Лорд Марчестон был большой любитель астрологии. Это тот самый Марчестон, который дал исключительно серьезное и научное толкование «Откровений св. Иоанна...» (цит. по [40, с. 173]).

О занятиях Непера алхимией мы узнаем из его собственной рукописи, сохранившейся в коллекции Патрика Рутвена (1584—1652), чернокнижника и алхимика, и обнаруженной известным историком химии профессором университета св. Андрея Дж. Ридом [31]. В рукописи содержится описание встреч и бесед Непера с немецким алхимиком Даниэлем Мюллером, происходивших в то время, «когда означенный доктор лежал больной подагрой в Эдинбурге». Из текста рукописи следует, что Непер в течение длительного времени изучал алхимию и, узнав о пребывании в Шотландии немецкого коллеги, решил посоветоваться с ним о методах получения философского камня.

Первая встреча состоялась 7 ноября 1687 г. Мюллер сообщил Неперу несколько рецептов, которые были им многократно проверены, и добавил, что для их осуществления необходима неочищенная ртуть, за которой он и послал в Истрию своего помощника. Во время следующих встреч (9 и 13 ноября) Непер расспрашивает Мюллера о сомнительных для него вопросах и добавляет, что «сочинения философов хорошо совпадают в части их теоретических толкований, но не в практических инструкциях». Около 25 марта 1608 г. мюллеровский помощник добрался до Эдинбурга, и немецкий алхимик вручил Неперу немного истрийской ртути.

В конце рукописи Непер пишет о том, что постарается «использовать все свое время и возможности», чтобы добыть философский камень — «к вящей славе господней и благоденствию его слуг».

Судьба алхимических опытов Непера неизвестна. Вероятно, Непер проводил их со своим старшим сыном от второго брака и литературным душеприказчиком Робертом. Последний оставил рукопись «Открытие тайны золотого тельца...», содержащую аннотированные отрывки из сочинений известных алхимиков.

Сельскохозяйственные опыты

Видимо, с особым удовольствием Непер — владелец обширных угодий — занимался вопросами сельского хозяйства. Опыты он проводил совместно со старшим сыном Арчибальдом, о котором уместно сказать здесь несколько слов. В марте 1593 г. в возрасте 16 лет он поступил в университет Глазго, в котором благодаря усилиям Эндрю Мелвила — ректора в 1574—1580 гг.— студенты получили возможность изучать классическую культуру и греческий язык. В университете была неплохая коллекция книг греческих авторов — Гомера, Платона, Аристофана, Евклида, Аполлония, подаренная в 1578 г. Д. Бьюкененом. Вероятно, по этим причинам Джон Непер и выбрал для своего сына университет Глазго.

В студенческие годы Арчибальд сблизился с Джеймсом Дугласом — младшим из девяти сыновей Уильяма Дугласа, английского посла в Дании. Сразу же после окончания университета Д. Дуглас был назначен секретарем Иакова VI и немало способствовал карьере своего друга. Когда в 1603 г. Иаков VI был объявлен английским королем, то в Лондон его сопровождали: Томас Крейг, юрист, Джон Крейг, врач и постельничий (gentlemen of bedchamber), Джеймс Дуглас и Арчибальд Непер.

В 1613 г. А. Непер стал членом Тайного совета, в 1622 г.— пожизненным вице-казначеем Шотландии, а в 1627 г. был возведен в ранг барона и стал, таким образом, первым пэром Мерчистонским [3]. Умер Арчибальд Непер в 1645 г. Современник писал о нем, как о «человеке безгрешной жизни и счастливой судьбы».

22 июня 1598 г. Арчибальд Непер получил от Иакова VI (сроком на 21 год) патент на новый метод удобрения почвы. Сельскохозяйственные опыты требуют многолетней работы, и поэтому в патенте А. Непера нашли, по-видимому, отражение эксперименты и результаты, полученные его

---

[3] В Англии существует пять рангов пэрства: по нисходящей — это герцоги, маркизы, графы, виконты и бароны. Вторая категория титулованного дворянства включает два ранга — баронетов и рыцарей и дает право именоваться сэром. В палате лордов заседают только пэры Англии.

отцом и, может быть, даже дедом. Вероятно, ради карьеры сына Джон Непер решил сделать его единоличным обладателем королевской привилегии.

Предложенная Непером методика описана в небольшом памфлете «Новый порядок улучшения и удобрения земель на полях всех видов с помощью обычной соли...». Здесь даются практические рекомендации типа: «После того как вы посеяли пшеницу, внесите в почву соль из расчета 1/2 семенной коробочки соли на семенную коробочку пшеницы — если почва глинистая, и 1 фирлот соли, если почва песчаная. Если же вы посеяли овес на низинных землях, то внесите 3 фирлота соли на 1 семенную коробку овса» и т. п. (цит. по [28, с. 284—285]).

Кончается памфлет предупреждением: описанный метод удобрения не может быть использован без лицензии А. Непера под страхом штрафа в 10 шиллингов за каждый акр обработанной земли.

Небезынтересно, что два столетия спустя аналогичные опыты вновь были проведены в Шотландии и их автор, д-р Картрайт, получил золотую медаль Шотландского сельскохозяйственного совета в 1804 г. [4]

Джон Непер — изобретатель

Можно предположить, что Непер долгие годы занимался изобретением различного рода устройств и машин и был хорошо знаком с состоянием современной ему техники. Намек на это мы находим в письме Иакову VI, предваряющем «Простое объяснение...»: «Пусть Ваше величество не сомневается в том, что в его государстве (равно как и в других странах) имеются благочестивые и полезные машины, изобретенные и изготовленные по всем правилам подлинной науки, и праведные ученые, которые при поддержке Вашего величества смогут и в дальнейшем приносить достойные памяти плоды...»

Свидетельством изобретательской деятельности Непера являются два документа.

Первый из них — королевская привилегия от 30 января 1597 г., дававшая Неперу монополию на изготовление, установку и эксплуатацию «гидравлического винта и вращающейся оси, с помощью которых можно было

---

[4] *Cartwright Ed.* An experimental Essay on Salt as a manure...— Communications to Board of Agriculture, 1804, v. 4, p. 370—409.

откачивать воду из затопленных шахт» [26, с. 62]. Марк Непер приводит свидетельство некого полковника Мак-Кензи, который видел в 1786 г. машину Непера, представлявшую собой модификацию архимедова винта [28, с. 276].

Второй документ, являющийся своеобразным авторефератом военных изобретений Непера, был найден в бумагах Энтони Бэкона [5], хранящихся в архиве лондонского Ламбетского дворца.

«Год 1596 от рождения Христова, 7 июня. Секретные изобретения, полезные и необходимые в наши дни для защиты Острова и борьбы с иноземцами, врагами божьей веры и религии.

Во-первых, изобретение, подтвержденное убедительным доказательством, геометрическим и алгебраическим, зажигательного зеркала, которое, получая рассеянные лучи солнца, отражает их, собирая в одной математической точке, что непременно порождает огонь; с очевидным доказательством ошибки тех, кто утверждает, что такое зеркало должно быть сделано по форме в виде части параболы.

Это изобретение может служить для сжигания вражеских кораблей на любом заданном расстоянии.

Во-вторых, изобретение и доказательство существования другого зеркала, которое, получая рассеянные лучи от любого источника огня или пламени, производит тот же эффект и может служить тем же целям.

В-третьих, изобретение и наглядная демонстрация орудия, при выстреле из которого ядра летят не по прямой линии, поражая, как у других, лишь то, что случайно окажется на его пути, и продолжая после этого свой полет безо всякой пользы для стрелявшего, но движется, рыская, над поверхностью целого заданного района и не покидает его до тех пор, пока не израсходует свою силу, уничтожив полностью то, что находится в пределах указанного района.

Его можно с большим успехом использовать не только против вражеских армий на суше, но и на море, для того чтобы одним выстрелом уничтожить, срубить все мачты и такелаж тех кораблей, которые будут находиться в определенном районе — как малой, так и большой площади — до тех пор, пока оно сохранит силу.

---

[5] Об Э. Бэконе см. ниже (с. 66).

В-четвертых, изобретение круглой подвижной колесницы, непробиваемой для выстрелов из сдвоенного мушкета и движимой теми, кто находится внутри нее, причем это движение будет осуществляться значительно легче и быстрее, чем перемещение такого же числа вооруженных людей другим способом.

Ее можно использовать либо в движении — для того чтобы прорвать боевые порядки противника и проделать проход, либо в неподвижном состоянии — при отражении атак врага. Она позволяет уничтожить окруженного неприятеля путем ведения непрерывной стрельбы из аркебузов через маленькие отверстия; при этом растерянные враги не будут знать, как защищаться или как преследовать это движущееся жерло.

Эти изобретения, кроме устройства для плавания под водой с ныряльщиками и различными инструментами и военными хитростями для нанесения вреда врагу, я надеюсь выполнить благословением господним с помощью искусных ремесленников.

Джон Непер, ленный владелец Мерчистона» [6]

Почему «докладная записка» Непера оказалась в бумагах Энтони Бэкона — старшего брата известного мыслителя Фрэнсиса Бэкона, лорда Веруламского и сына лорда-хранителя Большой печати Англии? Э. Бэкон (1558—1601), юрист, дипломат и государственный деятель, через несколько лет после окончания Кембриджского университета отправился за границу, где в Париже, Марселе, Берне пополнял образование и выполнял дипломатические поручения английского правительства. После возвращения в Англию в 1591 г. он становится членом парламента и секретарем графа Роберта Эссекса, всемогущего тогда фаворита королевы Елизаветы. Э. Бэкон, имевший, по словам его биографа, «замечательную способность привлекать к себе людей», вел переписку с английскими агентами в Шотландии, где Эссекс поддерживал Иакова VI. Одним из его корреспондентов был сын Адама Босуэлла Джон — двоюродный брат Непера и впоследствии

[6] Этот интересный документ впервые был опубликован д-ром Андерсоном в собрании редких материалов «Пчела» (Лондон, 1791, т. III), а затем перепечатан с комментариями в [34] Александром Тиллохом. А. Тиллох (1759—1825) — изобретатель стереопечати, основатель и издатель одного из первых научно-популярных журналов.

лорд Холирудский. Босуэлл, получивший образование во Франции, подружился там с Бэконом. Может быть, Д. Босуэлл и был лицом, передавшим Бэкону «докладную» Непера, написанную в то время, когда опасность «католической интервенции» по-прежнему была велика.

Зажигательные зеркала, с помощью которых Архимед, по преданию, уничтожил римский флот, осаждавший в 212 г. до н. э. Сиракузы, издавна привлекали внимание писателей, историков и ученых. О них писали Диокл, Лукиан, Гален и другие менее известные авторы, как, например, византийский математик и архитектор Анфимий из Тралл (VII в. н. э.). В средние века зажигательным зеркалам уделяли внимание Ибн ал-Хайсам, Витело, Р. Бэкон [7].

Непер, без сомнения, знал легенду о зеркалах Архимеда, и для нас интерес представляет не сам факт его обращения к этому изобретению, но упоминание об ошибке тех, кто «утверждает, что такое зеркало должно быть сделано по форме в виде части параболы».

Дело в том, что в средние века господствовала точка зрения, на которой стояли, в частности, Ибн ал-Хасайм и Р. Бэкон, о том, что зажигание возможно с помощью криволинейных зеркал. Вот как писал Бэкон в «Большом труде»: «Бесконечное число лучей может быть собрано путем отражения, точно так же, как путем умножения таким образом, что будет иметь место сильное возгорание. Но от плоской поверхности, точно так же, как и от выпуклого зеркала, лучи не могут сойтись в одном месте, так как один луч направляется ею в одну точку, а другой — в другую. Лучи могут сойтись либо от вогнутого сферического зеркала, либо от зеркал, имеющих форму колонны, пирамиды или овала... Если, таким образом, выгнутое сферическое зеркало поставить под солнце, бесконечное число его лучей, отразившись, сойдется в одной точке...

Мы полагаем, что Антихрист прибегает к помощи таких зеркал для того, чтобы сжечь города, и лагеря, и ар-

---

[7] Подробнее об истории вопроса см. в: *Житомирский С.*, *Суслович Н.* Зеркала Архимеда уже не легенда.— Наука и жизнь, 1974, № 10, с. 84—89; *Knowles W. E.* Middleton. Archimedes, Kircher, Buffon and the Burning—Mirrors.— ISIS, 1961, v. 52, N 170, p. 533—543. В этих статьях, однако, не упоминается о работах Д. Непера и Л. Диггса.

мии...» (Непер предлагает борьбу со слугами Антихриста его же средствами!).

Из других авторов только Анфимий в работе «О чудесных механизмах» приходит к выводу о том, что зеркала Архимеда должны были иметь плоскую форму:

«При помощи многих плоских зеркал можно отразить в одну точку такое количество солнечного света, что его объединенное действие вызовет загорание... Этот опыт можно сделать с помощью большого числа людей, каждый из которых будет держать зеркало в нужном положении. Но, чтобы избежать суматохи и путаницы, удобней применить раму, в которой следует закрепить 24 отдельных зеркала с помощью пластин или, еще лучше, на шарнирах. Подставляя этот механизм солнечным лучам, надо правильно установить центральное зеркало, а потом и остальные, быстро и ловко наклоняя их так, чтобы солнечные лучи, отраженные от этих различных зеркал, отражались в ту же точку...» [8]

Вряд ли, однако, Непер был знаком с работой Анфимия. С большей вероятностью можно говорить о том, что некоторые сведения о катоптрике и зажигательных зеркалах ему были известны по книге «Сокровища оптики», вышедшей в 1572 г. на латинском языке в Базеле и принадлежавшей перу выдающегося арабского ученого Ибн ал-Хайсама (965—1039), и более компилятивному трактату поляка Витело (XII в.), увидевшему свет в 1533 г.

Наконец, непосредственного предшественника Непер имел в Англии. Им был Леонард Диггс (ум. ок. 1571), выпускник Оксфорда. Его основные интересы лежали в области применения математики в геодезии, архитектуре, фортификации и военном деле. В 21-й главе книги «Геометрическая практика, именуемая Пантометрией», которую после его смерти издал в 1571 г. его сын Томас, Л. Диггс пишет о намерении в дальнейшем подробно рассказать о замечательных свойствах зажигательных зеркал Архимеда. Он заявляет: «Некоторые необоснованно высказывали предположение, что он [Архимед] сделал это с помощью зеркала параболической формы, заставив его отражать, а затем объединять лучи на большом от него расстоянии... но это чистейшая фантазия, ибо совершенно невозможно с помощью такого зеркала... поджечь какой-либо предмет на расстоянии в тысячу шагов... Смеш-

[8] Цит. по: *Житомирский С., Суслович Н.* Указ. соч., с. 85.

но слышать, что парабола с ее малым расстоянием собирает лучи успешней, нежели другие зеркала, и жжет сильнее» (цит. по [28, с. 259]).

Далее Диггс пишет о своем намерении поделиться с соотечественниками некоторыми секретами («которые в наше время открываются очень немногим») относительно того, как путем использования нескольких зеркал усилить действие солнечных лучей, и высказывает мысль о том, что подобные секреты будут полезны при защите отечества от врагов.

Издатель «Пантометрии» Томас Диггс в посвящении лорду-хранителю печати пишет о том, что его отцу удавалось в сухую погоду поджечь порох на расстоянии в полмили [9].

Не исключена возможность, что Непер читал книгу Диггса или по крайней мере слышал о ней и высказанная Диггсом гипотеза вызвала у него желание дать ее доказательство — «геометрическое и алгебраическое». Мы полагаем — вслед за первым комментатором Непера Александром Тиллохом, что ученый проводил исследования по катоптрике, экспериментальные и теоретические; учитывая научную добросовестность Дж. Непера, трудно допустить, что он писал бы о существовании «убедительного доказательства», не имея такового. Что касается слов «для сжигания... на *любом* расстоянии», то Тиллох считает, что Непер имел в виду *практически приемлемые* расстояния.

Переход от криволинейных зеркал к плоским отнюдь не представляется в историческом плане тривиальным. Лишь в 1646 г. Афанасий Кирхер в книге «Великое искусство света и тени» приходит вновь к заключению (правда, умозрительному), что плоские зеркала имеют преимущества перед параболическими, эллиптическими и т. д. Позднее это же утверждал и француз Дюфе (1726). Наконец, в 1747 г. знаменитый естествоиспытатель Жорж Бюффон реконструировал идею Анфимия, изготовив составное зеркало, состоящее из 168 плоских зеркал. Интересно, что в своем мемуаре «Изобретение зеркал для воспламенения на больших расстояниях» Бюффон говорит, так же как и Непер, об одном зеркале (имея в виду, что оно

---

[9] Любопытно, что Диггс намеревался посвятить свою книгу сэру Николасу Бэкону, а Непер адресовал свою «докладную записку» сыну лорда-хранителя.

составное). С помощью этого устройства Бюффон поджигал просмоленные доски на расстоянии около 50 метров.

В наше время (в конце 1973 г.) греческий инженер Иоанис Саккас поставил на берегу моря 60 солдат с зеркалами размером 900 × 500 мм. Мишенью служила груженная смолой лодка, которая находилась на пятиметровом расстоянии от «поджигателей». Наведя «зайчики» от зеркал на лодку, им удалось поджечь ее.

Таким образом, если предположение о том, что Непер успешно экспериментировал с группой плоских «зажигательных» зеркал, верно, то это означает, что им высказана (или, точнее, подтверждена) идея гелиоконцентратора — устройства современной солнечной энергетики.

Последнее вовсе не означает, что «геометрическое и алгебраическое» доказательство Непера верно и имеет ту же строгость, какой впоследствии отличалась «Диоптрика» Декарта (1636). Совершенно очевидно, например, что утверждение Непера о существовании зеркала, которое поджигает объект «лучами от любого источника огня или пламени», ошибочно [10].

Третье и четвертое изобретения Непера — пушка и некоторый прототип танка — вряд ли нуждаются в особых комментариях.

Подобного рода «изобретения» — с различной степенью фантастичности — встречались как до Непера, так и много лет спустя. Так, в 1575 г. в 12-й книге «Натуральной магии» Д. делла Порта описал «медную пушку, которая, будучи заряженной один раз, производила 10 выстрелов»; в 1641 г. епископ Уилкинс в «Математической магии» сообщил о пушке, стрелявшей 24 зарядами одновременно. Наконец, в 1663 г. в знаменитой книге «Век тех имен и образы тех изобретений, которые приходят мне на память» маркиз Ворчестерский привел десять изобретений (№ 58—67), относящихся к усовершенствованию пистолей, карабинов, мушкетов и, наконец, больших пушек и в какой-то степени перекликающихся с изобретением Непера [11].

---

[10] См., например, кн.: *Слюсарев Г. Г.* О возможном и невозможном в оптике. М.: Физматгиз, 1960, с. 11—33.

[11] Интересно, что другой выдающийся математик, Никколо Тарталья, также занимался — правда, теоретически — вопросами увеличения дальности артиллерийской стрельбы. В 1537 г., когда султан Сулейман стал угрожать старовенецианской области, Тарталья опубликовал книгу «Новая наука». Он объяснял ее

Забавный рассказ об испытании неперовской пушки приводит в трактате «Открытие самых прелестных и драгоценных камней, более дорогих, чем бриллианты, оправленные в золото» Томас Уркварт (1611—1660) — переводчик Рабле, изобретатель «универсального языка» (logopandecteition) и автор ряда математических книг: «Он [Непер] имел талант... создать машину, которая благодаря некоторым секретным пружинам, внутренним средствам и другим приспособлениям и подходящим для этой цели материалам, спрятанным в ее внутренностях, была способна... очистить пространство в радиусе 4 мили ото всех живых существ выше фута... независимо от того, насколько близко друг к другу они находились; он уверял, что с помощью только этой машины можно убить 30 тысяч турок, не причинив при этом вреда ни одному христианину. Говорили, что он на пари доказал это, уничтожив на обширной равнине в Шотландии большое количество гуртов рогатого скота и отар овец, некоторые из которых были отделены друг от друга на полмили, а некоторые на целую милю» [28, с. 245].

Этот рассказ так же фантастичен, как и составленная Урквартом собственная генеалогия, из которой следовало, что он является прямым потомком в 143-м колене Адама и в 133-м — Яфета!

Последний абзац «записки» содержит упоминание об «устройстве для плавания под водой». Подобного рода устройство было реализовано спустя несколько лет после смерти Непера. Корнелий Дреббель (1572—1634), замечательный голландский изобретатель, с начала XVI в. живший в Англии, вскоре после 1620 г. построил небольшую деревянную барку, предназначенную для передвижения под водой при помощи весел, и проплыл по Темзе две мили.

Почему же Непер не опубликовал подробного описания своих изобретений? Уркварт в упоминавшемся уже трактате пишет, что старый друг Непера уговаривал его открыть «ради славы его семьи и его собственной памяти

публикацию теми же, что и Непер, причинами: «Так как я вижу, что волк подкрадывается к нашему стаду и что все наши пастухи готовятся к защите, то мне представляется предосудительным скрывать далее эти вещи; и потому я решил ознакомить с ними... каждого христианина, чтобы каждый был лучше вооружен как для нападения, так и для защиты» (цит. по кн.: *Ольшки Л.* История научной литературы на новых языках. М.: Гостехиздат, 1934, т. 2, с. 54).

у потомков способ изобретения столь хитроумной выдумки». Однако Непер отказался, ответив: «Для уничтожения людей создано довольно много устройств; если бы можно было уменьшить число, он приложил бы для этого все свои силы, но, видя, что вражда и злоба, укоренившиеся в человеческих сердцах, не позволяют этого сделать, он не должен допустить хотя бы, чтобы его новые изобретения увеличили число таких устройств» [28, с. 246].

Изобретений и открытий, подобных описанным выше, научных трудов в кавычках и без них, вполне достойных уготованной им «грызущей критики мышей», было достаточно много во все времена. Даже наше время не составляет здесь исключения, и, хотя уровень средней грамотности неизмеримо возрос, этот поток не иссяк и поныне. В интересной статье, посвященной научному творчеству, академик А. Б. Мигдал [12] сформулировал даже отличительные признаки такого рода сочинений, что позволяет сразу и почти безошибочно отделить их от заслуживающих рассмотрения.

Почти все изобретения, о которых шла речь, бесспорно относятся к категории не стоящих внимания, и мы не уделяли бы им столько места, если бы не имя их автора. Тот факт, что их автором был Джон Непер, в корне меняет дело. Описания изобретений Джона Непера, какими бы фантастическими или бессмысленными ни казались они сами по себе, представляют существенный интерес. Они позволяют, с одной стороны, более полно охарактеризовать личность великого человека, великого, несмотря на все его заблуждения, и с другой — охарактеризовать общий уровень науки и культуры того времени.

Великий математик. Логарифмы

Для нас представляются достойными гения Непера лишь его математические работы.

Получив основы математических знаний в Европе, он, по-видимому, затем значительно умножил их путем самообразования. Поскольку библиотека Непера не сохранилась, о годах его учения известно мало, мы можем судить об источниках его знаний лишь предположительно: во-первых, по цитатам и упоминаниям фамилий матема-

[12] *Мигдал А. Б.* О психологии научного творчества.— Наука и жизнь, 1976, № 2, с. 100—107; № 3, с. 100—107.

тиков в его собственных книгах, и, во-вторых, по использованию некоторых терминов, введенных ранее другими авторами.

В «Описании удивительных таблиц логарифмов» Непер цитирует и упоминает Региомонтана [13], Коперника, Питиска [14] и Метиуса [15]. В «Устройстве удивительных таблиц логарифмов» он говорит о таблицах Рейнгольда [16], а в «Рабдологии» — о Стевине.

Непер использует термины «тройное число» (*triplicitas*), которое встречается только у Торпорли [17] в книге «Циклометрия» (1604), и тангенс, введенный в 1583 г. Томасом Финком [18] («Геометрия круглого»). Наконец, он определяет отрицательные и положительные числа так же, как это делал М. Штифель [19] («Полная арифметика»).

Однако все это, по-видимому, лишь верхушка айсберга; объем математического образования Непера нам по существу неизвестен. Современники же ученого были осведомлены о его прекрасном знании математики еще до выхода в свет его книг. К Неперу, например, обращался за консультацией Джон Скин, писавший об этом в своем «De Verborum Significatione» («О значении слов»):

«Необходимо, чтобы измерители земли, называемые землемерами, соблюдали и поддерживали нужное соотношение между длиной и шириной тех мер, которые они используют при измерениях. И поскольку знание этого предмета крайне необходимо при землемерных работах, ежедневно выполняемых в нашем государстве, я обдумал

---

[13] В. Р. Томас [33] обнаружил в библиотеке Эдинбургского университета книгу «Ученейшего мужа Иоанниса де Регио Монте пять книг о всякого рода треугольниках» (Нюрнберг, 1533), на которой имеется личный штамп Д. Непера. Иоганн Региомонтан (Мюллер, 1436—1476) — выдающийся математик, автор первых чисто десятичных тригонометрических таблиц (тангенсов).

[14] Бартоломей Питиск (1561—1613) — придворный капеллан пфальцского курфюрста Фридриха, автор нескольких книг по тригонометрии (ему принадлежит, кстати, и этот термин) и больших тригонометрических таблиц.

[15] Адриан Метиус (1571—1635) — профессор математики и медицины в университете Франекера, автор ряда математических и астрономических работ.

[16] Эразм Рейнгольд (1511—1553) — немецкий математик, автор тригонометрических и астрономических таблиц.

[17] Натаниэль Торпорли (1564—1632) — английский математик, школьный учитель.

[18] Томас Финк (1561—1656) — датский астроном, врач; профессор университета в Копенгагене.

[19] См. с. 98.

и предложил несколько вопросов Джону Неперу, ленному владельцу Мерчистона, необычайно рассудительному джентльмену, обладающему исключительными знаниями, особенно в математических науках» [20].

Напомним, что в XVI—XVII вв. к математике причисляли, помимо арифметики с алгеброй и геометрии с тригонометрией, также механику с гидростатикой, архитектуру, географию, оптику и т. д.

Непера никогда не занимали вопросы «чистой» математики, каковой была тогда геометрия. В 70—80-х годах он занимался алгеброй (может быть, под впечатлением замечательных результатов, полученных итальянскими алгебраистами) и арифметикой, позднее сделал несколько выдающихся открытий в плоской и сферической тригонометрии. Однако большую часть своей жизни он посвятил вопросам упрощения вычислений.

Доподлинно не известно, что послужило поводом для этих занятий, приведших в конце концов к изобретению логарифмов. Одна из возможных версий состоит в следующем.

В книге историка Энтони-э-Вуда (1632—1695) «Оксфордские Афины» читаем: «Должно Вам знать, что некий доктор Крейг, шотландец, по возвращении в свою страну был приглашен Джоном Непером, бароном Мерчистона близ Эдинбурга, и в беседе о новом датском изобретении (сделанном, как говорили, Лонгомонтанусом) рассказал о том, как можно избавиться от утомительных умножения и деления в астрономических вычислениях. Непер жаждал узнать подробности этого метода, но Крейг ничего более не мог рассказать, кроме того, что цель достигается с помощью пропорциональных чисел. Получив такое указание, Непер попросил Крейга по возвращении вновь посетить его. По прошествии нескольких недель Крейг приехал к Неперу, и тот показал ему первоначальный набросок того, что впоследствии назвал „Canonis mirabilis logarithmorum...“» [28, с. 362].

Датский астроном и математик Лонгомонтан (Христиан Ломберг, 1562—1647) был в течение некоторого времени ассистентом знаменитого астронома Тихо Браге. Приписываемым ему Вудом изобретением был, по-види-

---

[20] Цит. по [28, с. 95]. Ответ Непера, помещенный в книге Скина, приводит Гравелар [20, с. 9—10].

мому, так называемый метод простаферетики [21], который позволял свести произведение тригонометрических функций к их сложению или вычитанию. Простаферетический способ, о котором мы будем подробней говорить во второй части книги, широко использовал в вычислениях Т. Браге. Лонгомонтан же подробно описал его в своей книге «Датская астрономия» (1622). Вряд ли Лонгомонтан мог сообщить Крейгу идею логарифмов. Ведь в этом случае о ней обязательно знал бы и другой ассистент Браге — великий И. Кеплер, а он в письме к Неперу (28 июля 1619 г.) называет именно его изобретателем логарифмических вычислений.

«Некий доктор Крейг» был сыном юриста Томаса Крейга, друга и коллеги сэра Арчибальда по судебным делам [22]. Сохранились три письма Крейга, свидетельствующие о дружеских взаимоотношениях с Тихо Браге: Крейг обращается к своему адресату как к «прославленному другу» и подписывается «любящий Вас Джон Крейг, доктор философии и медицины» [28, с. 361].

В первом письме (без даты) Крейг пишет о том, что сэр Уильям Стюарт благополучно доставил («в начале последней зимы») книгу, переданную Тихо Браге. Впоследствии М. Непер разыскал в библиотеке Эдинбургского университета книгу «О наблюдении явлений небесного мира» (Уранибург, 1588), на титульном листе которой сделана на латыни следующая надпись: «Доктору Джону Крейгу из Эдинбурга в Шотландии, достославному мужу, одаренному различными и превосходными познаниями, профессору медицины и исключительно искусному в математике. Тихо Браге посылает этот дар с собственноручной надписью. Уранибург, 2 ноября 1588 г.» [28, с. 362].

Поскольку командир королевской шотландской гвардии У. Стюарт в 1588 г. был послан в Данию для подготовки свадьбы Иакова VI с датской принцессой Анной и вернулся в Эдинбург 15 ноября того же года, нет никаких сомнений, что речь идет именно об этой книге. Из этого же письма (которое, следовательно, можно отнести к 1589 г.) мы узнаем, что Крейг пять лет назад сделал попытку достичь Уранибурга — острова, на котором была расположена знаменитая обсерватория Браге, но «был

---

21 От соединения двух греческих слов προσθεσις — прибавление и αφαιρεσις — вычисление.

22 См. примечание на с. 30.

остановлен штормом и скалами Норвегии». Встреча Крейга и Браге состоялась, по-видимому, в 1590 г., когда Крейг в составе свиты в 300 человек как придворный врач сопровождал Иакова VI во время его свадебного путешествия в Данию. Известно, что король вместе со свитой провел в Уранибурге несколько дней перед возвращением на родину. Весьма вероятно поэтому, что Крейг рассказал Неперу о встрече с Браге и о трудностях в вычислениях, связанных с обработкой астрономических наблюдений, и этот рассказ стимулировал занятия «мерчистонского барона».

Когда в 1601 г. Тихо Браге умер, его помощник, великий астроном, математик и физик Иоганн Кеплер нашел в архиве покойного письмо, о котором много лет спустя, 9 сентября 1624 г., писал П. Крюгеру (1580—1639): «...в письме, написанном неким шотландцем в 1594 г. Тихо, есть упоминание об этих удивительных таблицах» [28, с. 364]. Кеплер, как удалось установить позднее, ошибся: письмо «некого шотландца» (которым был все тот же Д. Крейг) датировано 27 марта 1592 г. [30, с. 36].

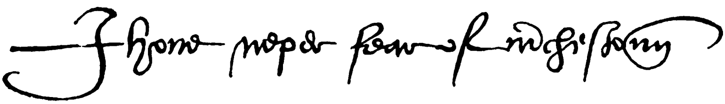
Следовательно, основная идея вычислений с помощью логарифмов и первая логарифмическая таблица появились между 1590 и 1592 гг., и если Э. Вуд и ошибся, то не намного. Сам Непер не сообщил точной даты своего изобретения, но в предисловии к одной из своих книг («Рабдологии») писал о том, что работа над методом логарифмических вычислений отняла у него много времени.

Джон Непер хотя и вполне осознавал значение своего изобретения, не очень спешил поведать о нем миру. Он вообще в отличие от своих коллег XVI—XVII вв. не торопился отдавать свои произведения в распоряжение печатного станка. Снова и снова возвращался он к написанному, уточняя детали и отшлифовывая стиль изложения; поэтому его небольшие, но крайне «информативные» книги выгодно отличаются от многих беспорядочных и многословных фолиантов современников. «Согласно мнению самых строгих судей,— писал сын ученого Роберт, он (среди других замечательных способностей) обладал даром излагать самые трудные вещи в нескольких словах, легко и убедительно» (цит. по [28, с. 417]).

Описание логарифмического метода вычислений Джон Непер опубликовал лишь в 1614 г., да и то, кажется, по настоянию Роберта Непера и эдинбургского профессора Эндрю Юнга, дополнившего книгу хвалебными стихами.

Книга «Mirifici logarithmorum canonis descriptio» («Описание удивительных таблиц логарифмов»), написанная, как и все математические сочинения Непера, на латыни, была посвящена принцу Карлу. Она содержала предисловие, 57 страниц пояснительного текста и 100 страниц таблиц.

В предисловии к книге Непер писал: «Убедившись в том, что нет ничего другого ... что вызывало бы большие трудности в математической практике, а также мешало и досаждало бы вычислителям, чем умножение, деление,



Автограф Непера

извлечение квадратных и кубических чисел, каковые операции помимо утомительной траты времени являются основным источником многочисленных ошибок, я начал размышлять над тем, каким надежным и легким способом я мог бы устранить эти препятствия. И обдумывая различные средства, пригодные для достижения этой цели, я, наконец, нашел замечательные короткие правила, которыми можно будет пользоваться в дальнейшем. Среди всех этих правил нет более полезных, чем те, что... исключают из вычислений числа, которые должны быть перемножены, разделены или превращены в корни, и на их месте ставят другие числа, с помощью которых все вычисления выполняются только сложением, вычитанием или делением на два или три» [18, с. 9].

Текст «Описания...» состоит из двух книг. В первой из них (в 5 главах) дается общее определение логарифмов, обсуждаются их свойства и правила пользования ими, а также поясняется устройство таблицы логарифмов. Вторая книга, состоящая из 6 глав, посвящена применению логарифмов к решению задач плоской и сферической тригонометрии. Таблицы, приведенные в «Описании...», логарифмически-тригонометрические: семизначные логарифмы синусов, косинусов и тангенсов для углов от 0 до 90° с интервалом в 1 минуту. «Описание...» переиздавалось в 1620, 1657, 1808, 1851 и 1899 гг.

Перевод книги на английский выполнил Эдуард Райт, чьи труды занимают почетное место в истории навигации.

Э. Райт, родившийся на десять лет раньше Непера, окончил Оксфорд и был преподавателем математики у принца Генри. Он автор таблиц долготы, изобретатель астрономических и навигационных инструментов. Райт быстро сообразил, что использование логарифмических таблиц совершенно необходимо для мореходов. Текст перевода он послал Неперу, который одобрил его «как по форме, так и по содержанию». Книга, однако, увидела свет уже после смерти переводчика — в 1616 г. ее издал сын Э. Райта Сэмюэл. Цель издания с очевидностью видна из посвящения, написанного издателем. «Достопочтенной и высокоуважаемой компании лондонских купцов, ведущих торговлю с Ост-Индией, Сэмюэл Райт желает всякого благополучия в этой жизни и блаженства в жизни будущей. Ваше благосклонное отношение к покойному отцу и привлечение его к делам подобного рода, а также — и главным образом! — постоянное использование Вами на службе столь большого числа моряков, плавающих на прекрасных и дорогостоящих кораблях в длительные и опасные путешествия, моряков, которым эта маленькая книга главным образом предназначается, может вызвать Ваш интерес к этому труду моего отца. Эта книга благородна по рождению, ибо происходит от благородных родителей...» [28, с. 380].

В подготовке книги к изданию, помимо С. Райта, принял участие выдающийся английский математик Генри Бригс — ему принадлежит предисловие и объяснение изобретенного Э. Райтом «способа нахождения пропорциональных частей», помещенного в приложении к книге.

Заметим, что логарифмические таблицы, помещенные в книге, имеют на 1 знак меньше, чем в оригинальном издании (исключая диапазон аргументов от 89 до 90°).

В конце некоторых экземпляров перевода помещены листки со следующими стихами, принадлежащими перу «Томаса Бретнора, математика»:

Снимите-ка лавровые венки:
Ты, Архимед, а также ты, Евклид.
Пускай заслуги ваши велики,
И вправду столь величествен их вид,
Что оппонент подавленно молчит,
Все ж так запутан мыслей ваших строй,
Что пользы в них не сыщешь никакой.
Снимите шляпы, немцы: Ретикус,
Рейнгольдус, Освальд, Региомонтан,

Лансбергус, Финкус и Коперникус
И ты, Питискус, мудрости фонтан,
Ты, чей поток чрез Геллеспонт нам дан.
Хоть всеми вами пройден славный путь,
До Непера вам все ж не досягнуть.
Господь избавил нас от тяжких дум,
Безмерный труд не мучит нас сейчас.
Поскольку светит нам твой ясный ум,
Как будто миллионы ярких глаз
Каких-то духов, что глядят на нас.
И сколь безмерны все твои дела,
Тебе безмерна нации хвала

[28, с. 352] [23].

Второе издание райтовского перевода вышло в 1618 г. Оно содержало небольшое дополнение, принадлежащее, вероятно, Бригсу,— «Приложение к логарифмам, в котором приводится метод вычисления треугольников, а также новый и легкий способ нахождения тех логарифмов, которые не могут быть точно определены из таблицы».

Первым математиком, взявшим на себя труд распространения неперовых таблиц в Европе, был уроженец Силезии Беньямин Урсинус (1587—1633). Он был гофмейстером в Праге, учителем математики в Линце и Берлине (с 1615 г.) и, наконец, профессором университета во Франкфурте-на-Одере (с 1630 г.). В 1618 и 1625 гг. Урсинус переиздал «Описание...», включив его под названием «Логарифмическая тригонометрия Джона Непера» в собственный «Курс практической математики», т. I. Он сократил неперовы таблицы, увеличив шаг аргумента и уменьшив на два знака логарифмы тригонометрических функций. Кроме того, Урсинус самостоятельно вычислил и в 1624 г. издал таблицы восьмиразрядных неперовых логарифмов с шагом 10″. («Большие таблицы логарифмов треугольников».)

В 1620 г. новые издания «Описания...» и «Устройства...» появились во Франции благодаря усилиям лионского издателя Бартоломея Венсана. Наконец, в 1634 г. данцигский учитель математики и поэзии Петер Крюгер (1580—1639) при переиздании неперовых логарифмов впервые отделил логарифмы чисел от логарифмов тригонометрических функций.

---

[23] Перевод И. М. Липкина.

Весной того же 1634 г. с таблицами Непера познакомился Иоганн Кеплер. Увидев их у кого-то из своих пражских знакомых, он так писал в декабре 1618 г. Местлину: «Некий шотландский барон, имя которого я не запомнил, выступил с блестящим достижением, в котором он каждую задачу на умножение и деление превращает в чистое сложение и вычитание без применения синусов (как простаферетики)» [24]. Позднее Кеплер познакомился с таблицами по книге Урсинуса (который одно время был его помощником) и, наконец, в июле 1619 г. приобрел само «Описание...».

Познакомившись с логарифмами Непера, Кеплер разработал заново правила их составления и на этой основе подготовил собственные таблицы, которыми пользовался при составлении своих знаменитых Рудольфинских таблиц.

В знак глубокого уважения к гению Непера Кеплер посвятил ему свои «Эфемериды» на 1620 г., не зная, что уже два года, как «шотландского барона» нет в живых. В письме, предшествующем книге и датированном 28 июля 1619 г., Кеплер писал:

«Главной причиной, приостановившей в этом году мой прогресс в составлении Рудольфинских таблиц, была твоя книга, достославный барон... К моему великому удовольствию я понял, что ты обобщил то пространство чисел, малую часть которого я использовал в течение многих лет... и я намерился применить твой метод для моих таблиц.

Никто не должен сомневаться в том, что благодаря этим искусным приемам я составил настоящие эфемериды и, следовательно, по праву должен посвятить их тебе, достославный барон. Твои логарифмы, таким образом, по необходимости стали частью Рудольфинских таблиц. Прощай, достославный барон, и в соответствии с общностью наших занятий прими этот адрес от младшего по рангу и самого верного твоего почитателя» [28, с. 521—523].

Способ вычисления таблиц в «Описании...» не приведен по причинам, о которых в конце главы II книги I сказано:

«Итак, мы объяснили происхождение и свойства логарифмов и должны были показать далее метод, которым они вычисляются. Но поскольку мы выпускаем полную таб-

---

[24] Цит. по кн.: *Белый Ю. А.* Иоганн Кеплер. М.: Наука, 1971, с. 210.

лицу, содержащую логарифмы с их синусами для каждой минуты квадранта, мы отложим изложение теории их устройства до более подходящего времени и перейдем к использованию логарифмов. Ибо в первую очередь необходимо понять способ их применения и те преимущества, которые они дают... Поэтому я жду суждений и критики по этому вопросу со стороны людей ученых, перед тем как опубликовать остальное...» (цит. по [71, с. 86—87]).

Однако до конца своих дней Джон Непер так и не нашел «подходящего времени», и сочинение с изложением способа составления таблиц увидело свет лишь в 1619 г. Оно называлось «Mirifici logarithmorum canonis constructio» («Устройство удивительной таблицы логарифмов»). В предисловии к книге Роберт Непер пишет, что после смерти отца он «слышал от многих авторитетных лиц, что большинство осведомленных математиков высоко отзывается о достоинствах «Описания...» и что ничто не было бы столь приятно им, как публикация способа устройства этих замечательных таблиц». «И несмотря на то,— продолжает Р. Непер,— что отец не закончил полностью свой труд, я решил сделать все, что в моих силах, чтобы это сочинение увидело свет» [28, с. 417].

Основной текст «Устройства...» содержит 67 страниц. Здесь дается подробное описание способа, которым были вычислены «удивительные таблицы». В приложении говорится о новой десятичной системе логарифмов и приводятся три способа вычисления логарифмов в этой системе. Кроме того, здесь же помещены «Некоторые весьма замечательные предложения для решения с удивительной легкостью сферических треугольников». Они содержат словесную формулировку одной из так называемых «неперовых аналогий» — важных зависимостей сферической тригонометрии. Остальные «аналогии», легко выводимые из приведенной, получены и помещены в приложении Генри Бригсом.

В предисловии к книге отмечается, что Непер «сочинил этот трактат на несколько лет раньше, чем изобрел слово «логарифм». Поэтому этот термин встречается лишь в заглавии «Устройства...», в тексте же книги логарифмы называются *numeri artificiali* (искусственные числа) — в противоположность *numeri naturali* — естественным числам.

Слово «логарифм» быстро получило распространение и вошло не только в математическую литературу. В первом акте комедии Бена Джонсона «Магнетическая леди», впервые представленной в 1633 г., встречаются следующие строчки:

Сэр Процент...
С помощью логарифмов скажет Вам мгновенно,
Чему равна наибольшая выгода от заключенной сделки...

Современники Непера сразу и высоко оценили значение его изобретения, столь отвечавшего потребностям времени. Достойным преемником Непера в Англии стал Генри Бригс.

Он родился в Йоркшире в феврале 1561 г., семнадцати лет поступил в кембриджский колледж св. Иоанна и за десять с небольшим лет прошел все ступени университетской иерархии — от студента до члена совета колледжа. Бригс был первым профессором геометрии в лондонском Грэшем-колледже (1596—1619), а затем занял место профессора астрономии в Оксфорде. Умер он 26 января 1631 г., оставив после себя полтора десятка книг и рукописей по навигации, тригонометрии и геометрии.

Биограф Бригса Томас Смит так описывал энтузиазм, с которым 54-летний ученый встретил появление «Описания...»: «Он берег ее как зеницу ока и постоянно носил с собой — либо за пазухой, либо в руках, либо прижимал к сердцу... жадными глазами, отрешенно, он внимательно перечитывал ее снова и снова... Она была предметом его восхвалений в повседневных беседах с друзьями и на кафедре, он излагал ее содержание своим ученикам...» (цит. по [28, с. 406]).

Восхищение Бригса было не созерцательным, а активным, творческим. Он, как мы уже говорили, участвовал в издании райтовского перевода «Описания...» и редактировал «Устройство...». Обнаружив слабые места в неперовской системе логарифмов, он вознамерился ее улучшить. «Своими новыми и удивительными логарифмами Непер, лорд Маркистонский, заставил меня усиленно работать головой и руками,— писал 10 марта 1615 г. Бригс архиепископу Джеймсу Ашеру,— я надеюсь увидеть его летом, если богу будет угодно...» (цит. по [28, с. 406]).

Во время летних студенческих каникул Бригс отправился в Шотландию, чтобы отдать Неперу дань уважения и обсудить с ним возможные изменения в системе логарифмов. Любопытный рассказ о первой встрече Непера и

Бригса приводит в своей книге уже упоминавшейся астролог Уильям Лилли [25].

Вследствие задержки в пути Бригс не приехал в заранее назначенное время, и Непер стал жаловаться на это одному из своих друзей, «математику и геометру» Джону Марру. «Увы, Джон,— сказал он,— мистер Бригс не приедет; но в этот же момент кто-то постучал в ворота, Джон Марр поспешил выйти и к великому своему удовольствию убедился в том, что это был мистер Бригс. Он проводил Бригса в комнату милорда. Около четверти часа Непер и Бригс восхищенно смотрели друг на друга, не говоря ни слова. Наконец мистер Бригс начал: «Милорд, я предпринял это долгое путешествие только для того, чтобы видеть Вашу особу и узнать, с помощью какого инструмента разума и изобретательности Вы пришли впервые к мысли об этом превосходном пособии для астрономов, а именно — о логарифмах; но, милорд, после того, как Вы нашли их, я удивляюсь, почему никто не нашел их раньше, настолько легкими они кажутся после того, как о них узнаешь» [40, с. 175].

Бригс провел у Непера месяц; летом следующего года он повторил свой визит и намеревался сделать это же в 1617 г., однако смерть Непера нарушила его планы.

Можно смело сказать, что дружба и совместная работа с Бригсом озарила последние годы жизни великого математика. Их отношения — образец взаимоотношения ученых, разрабатывающих одну и ту же проблему. С глубочайшим уважением и даже каким-то трогательным вниманием относились друг к другу эти немолодые уже люди. Бригс постоянно подчеркивал, что является всего лишь учеником Непера и проводником его идей, а Непер в свою очередь высоко отзывался о способностях своего друга.

В беседах Непера и Бригса в Мерчистоне родились десятичные логарифмы, более совершенные, чем те, что поначалу предложил Непер. Ему, видимо, и самому не очень нравилась прежняя система логарифмов: на оборотной стороне последних страниц некоторых экземпля-

---

[25] Несмотря на свое преклонение перед гением Непера, Бригс отрицательно относился к его увлечению астрологией. «Невозможно было найти человека,— сообщает У. Лилли,— который бы относился к астрологии более иронически, называя ее «системой беспочвенной фантазии» [40, с. 175].

ров «Описания...» было напечатано следующее «Уведомление»:

«Так как вычисление этой таблицы, которое должно было выполняться при участии и старании многих вычислителей, сделано трудом и искусством одного, то не удивительно, если в нее вкрались многие ошибки. Произошли ли эти ошибки вследствие утомления вычислителя или по небрежности типографа, за них прошу извинения у благосклонных читателей; мне лично как слабое здоровье, так и заботы о более важных делах мешают вновь самому взяться за это дело. Однако если я увижу, что ученым приятна польза этого изобретения, то, может быть, в скором времени (с помощью божьей) я дам объяснение способа, как улучшить эти таблицы или переделать заново в улучшенном виде, чтобы таким образом трудами многих вычислителей выпустить в свет их более тщательно и точно исполненными, чем было возможно для одного. Ничто сначала не бывает совершенным» (цит. по [43, с. 14]).

В английском «Описании...» (1616) уже конкретно указывается на намерение автора во втором издании книги предложить десятичную систему логарифмов. Наконец, в предисловии к своей последней прижизненной книге («Рабдология») Непер пишет:

«Теперь мы также нашли значительно лучшую разновидность логарифмов и намерены (если бог дарует долгую жизнь и хорошее здоровье) опубликовать как метод их вычисления, так и способ использования. Но по причине нашей телесной слабости самое вычисление этих новых таблиц мы предоставляем людям, опытным в такого рода занятиях, и прежде всего ученейшему мужу Генри Бригсу, профессору геометрии в Лондоне и нашему дражайшему другу» (цит. по [43, с. 44]).

То, что не успел сделать Джон Непер, выполнили его сын Роберт и Генри Бригс, поместившие в качестве приложения к «Устройству...» сообщение «Об устройстве другой и лучшей разновидности логарифмов, при которой логарифм единицы равен нулю». Вот что писал по этому поводу Р. Непер [26]: «Я опубликовал также некоторые разъяснения по поводу пропорции и нового типа логарифмов, принадлежащие выдающемуся математику Генри Бригсу, профессору геометрии в Лондоне, который с большой охотой взял на себя тяжкий труд вычисления этих таблиц,

---

[26] В предисловии к «Устройству...» (цит. по [28, с. 417]).

сделав это вследствие исключительной привязанности, которая существовала между ним и моим незабвенной памяти отцом».

Великий математик. Рабдология и логистика

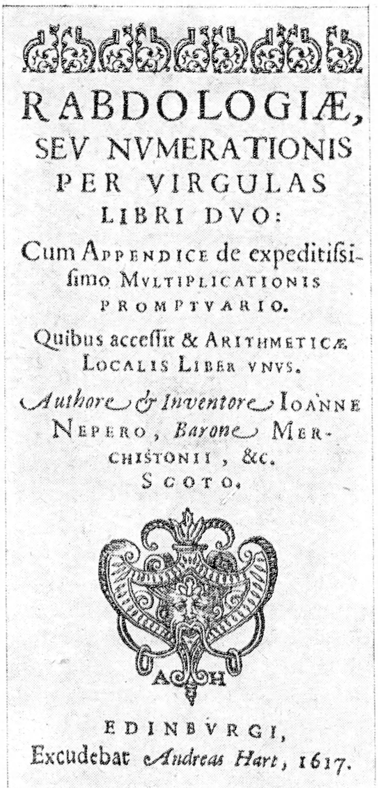
Вероятно, Непер установил «иерархию» важности своих трудов, поскольку в 1617 г., когда здоровье его резко ухудшилось, он отдал распоряжение об издании не «Устройства...», а небольшого трактата, которому придавал в то время, по-видимому, большее значение. «Rabdologiae seu numerationis per virgulus libri duo» («Рабдология, или две книги о счете с помощью палочек») была напечатана в 1617 г. в единбургской типографии Эндрю Харта.

В отличие от других своих книг, традиционно посвященных царственным особам, Непер решил на этот раз преподнести свой труд человеку, который, видимо, вызывал у него особые симпатии. Им был Александр Сетон, первый граф Данфермлайн (1559 — 1622), замечательный шотландский юрист и государственный деятель, человек, о котором говорилось: «Он был прекрасным гуманистом, писателем и поэтом, владевшим греческим и латинским языками, хорошо подготовленным в математике и весьма искусным в архитектуре». Сетон, занимавший посты председателя Высшего суда, вице-канцлера и канцлера Шотландии, получил образование в римском иезуитском колледже, а затем во Франции. Он никогда не порывал связей с католиками. И это еще одно свидетельство того, что религиозный фанатизм был несвойствен Неперу.

В посвящении, предшествующем основному тексту, Непер говорит о том, что изобрел свои палочки для тех, кто предпочитает вычисления с помощью естественных чисел, а не логарифмов. Он согласился на публикацию книги лишь потому, что палочки очень понравились многим его друзьям, получили широкое распространение, в том числе и за границей.

В книге I («Первая книга рабдологии об использовании счетных палочек в общем») содержится описание метода вычисления с помощью палочек, упрощающего операции умножения, деления, извлечения квадратного и кубического корней.

В 4-й главе имеется «Замечание по поводу десятичной арифметики», в котором Непер приводит два типа обозна-


RABDOLOGIÆ,
SEV NVMERATIONIS
PER VIRGULAS
LIBRI DVO:
Cum Appendice de expeditissi-
ſimo Mvltiplicationis
promptvario.
Quibus acceſſit & Arithmeticæ
Localis Liber vnus.
Authore & Inventore Ioanne
Nepero, Barone Merchistonii, &c.
Scoto.
EDINBVRGI,
Excudebat Andreas Hart, 1617.

Титульный лист «Рабдологии»

чений: стевиновское и собственное—с помощью «десятичной запятой».

В книге II («Вторая книга рабдологии об использовании счетных палочек в Геометрии и Механике») содержатся примеры использования «палочек», а также таблицы, дающие соотношения сторон и площадей правильных фигур с заданными размерами, в которые вписаны или вокруг которых описаны окружности, таблицы относительных объемов и весом сосудов, сделанных из различных металлов.

В приложении 1 описан метод «быстрого умножения», который представляет собой дальнейшее развитие «неперовских палочек» для многозначных чисел. В приложении 2 предложена «местная арифметика», или «арифметика мест», о которой Непер пишет: «... пользуясь каждой свободной минутой для размышления над тем, с помощью какого метода можно в большей степени облегчить тяжкий труд вычислителя ... я пришел к идее некоторой табличной арифметики, благодаря которой наиболее трудоемкие арифметические операции выполняются на абаке или шахматной доске и которую можно рассматривать как развлечение, а не как труд, ибо с ее помощью сложение, вычитание, умножение, деление и даже извлечение корня выполняются простым движением жетона» (цит. по [28, с 448]. Мы добавим, что «арифметика мест» — это первое использование двоичной системы счисления в инструментальных вычислениях.

В «Рабдологии» Непер устанавливает хронологию своих изобретений. После логарифмов им была в 1611 г.

предложена «арифметика мест», в 1615 г.— «палочки», а затем — «быстрое умножение».

«Рабдология» получила широкую известность, и многие математики предпочитали вычисления с палочками вычислениям с логарифмами. Об этом свидетельствуют слова голландского землемера и учителя математики Иезекиля де Деккера, издавшего в 1626 г. перевод «Рабдологии» как часть книги «Новое числоведение».

«В бытность мою,— говорит он в предисловии, обращаясь «к доброжелательному и любящему науку читателю»,— в известном городе Гуде, где я занимался геометрией и арифметикой, я обнаружил, что многие ученики испытывают ужас и отвращение к наукам по причинам больших и утомительных подсчетов... А еще я обнаружил, что и сам вынужден расходовать много времени на решение задач, с которыми я ежедневно имел дело. А посему начал я жадные поиски средства от этого и после внимательного изучения всех новых работ по математике остановился на книге Иоанниса Непера из Мерчистоуна, на латинском языке, под названием «Mirifici logarithmorum canonis descriptio», в которой я обнаружил замечательные приложения плоских и сферических треугольников. Поскольку мои познания в латыни были скудными, то я предложил молодому любителю наук Адриану Флакку, который в то время с большим прилежанием занимался геометрией, перевести ее на голландский язык, что он, к величайшему моему удовольствию, и сделал ... Тем не менее я обнаружил, что эти вещи были бесполезными для необразованных людей, и это совсем не отвечало моим целям. Вскоре после этого уже упомянутый Адриан Флакк показал мне другую книгу того же Иоанниса Непера на латинском языке, носившую название «Rabdologia», которую он перевел по моей просьбе на голландский язык, после чего я обнаружил, что ни одно из моих желаний не было до сих пор удовлетворено в такой степени, как в этой искусной работе. Все встречающиеся трудные и длинные умножения, деления, извлечения квадратных и кубических корней выполняются с необыкновенной легкостью с помощью некоторого количества палочек Непера, сложенных для этой цели в определенном порядке...» [20, с. 70].

Помимо перевода Флакка, «Рабдология» была переведена в 1623 г. на итальянский язык в Вероне и в том же году на немецкий язык Б. Урсинусом в Берлине. В 1626 и 1628 гг. она была переиздана в Лейдене известным книгоиздателем Питером Раммазейном. Только в 1667 г. вышел английский перевод «Рабдологии», названный издателем Уильямом Лейборном «Искусство счета с помощью говорящих палочек, обычно именуемых костяшками Непера».

Отдали дань простому и остроумному изобретению Непера и крупные математики. О палочках писал Лейбниц [27], а Христиан Вольф посвятил им в «Элементах математики» целую главу — «Неперовы пластины». О популярности палочек среди нематематиков свидетельствуют и строчки из поэмы Сэмюэла Батлера «Гудибрас» (Лондон, 1663). Ее герой, нанеся поражение Сидрофилю и обобрав побежденного, извлек из его карманов, кроме прочего, и «неперовы костяшки».

Последняя книга Непера — по времени публикации, а не по времени написания — появилась лишь в 1839 г. История этой публикации такова.

Научное наследство Джона Непера — рукописи, отдельные заметки — досталось его второму сыну от второго брака Роберту (родился в 1584 г.). Он закончил в 1612 г. Эдинбургский университет и был страстным почитателем трудов своего великого отца. От Роберта рукописные материалы перешли в конце концов к его потомку, полковнику Милликену Неперу. Но, к несчастью, во время пожара в конце XVIII в. они сгорели. Совершенно случайно среди бумаг Фрэнсиса, седьмого лорда Непера, сохранилась тетрадь, в которую Роберт Непер переписал содержание некоторых рукописей и заметок отца. Цель этого поясняет надпись, сделанная на титульном листе тетради: «Книга барона Мерчистонского по арифметике и алгебре. Для мистера Генри Бригса, профессора геометрии в Оксфорде». Неизвестно, насколько полно эта «книга» представляет рукописное наследство Непера. В 1839 г. Марк Непер при финансовой поддержке Бэннатайн-клаба [28] издал ее под заглавием «De arte logistica» («Об искусстве логистики»). Это заглавие взято из начальных слов рукописи: «Logistica est ars bene computandi» («логистика есть искусство хорошо вычислять»).

«De arte logistica» — своеобразный свод средневеко-

---

[27] *Leibnitti G.* Opera omnia. 1768, v. VI, p. 248.

[28] Джордж Бэннатайн (1545—1608) — собиратель шотландских народных песен. В 1823 г. в Шотландии под председательством В. Скотта был основан литературный клуб, названный именем Бэннатайна и ставивший целью публикацию произведений, которые относились к шотландской старине.

вых знаний по арифметике и алгебре, в котором наряду с известными фактами приводятся открытия автора. Последних здесь немного. Но, с другой стороны, что значат «известные факты» для рубежа XVI и XVII вв.? Циркуляция знаний в это время осуществляется главным образом благодаря переписке; книги немногочисленны и труднодоступны, а путешествия («за знанием») утомительны и небезопасны. И кто может утверждать, что те или иные факты заимствованы Непером в каком-либо рукописном или печатном трактате, а не открыты им самим?

Книга Непера долгие годы пребывала в рукописном виде и не имела значения для развития математики. Для нас она интересна лишь тем, что позволяет оценить объем математических знаний, с которым Непер подошел к своему гениальному открытию.

«De arte logistica» состоит из пяти книг. Первая — «О Вычислениях» («De computationibus») — 8 глав, 26 страниц, вторая — «Арифметическая логистика» («De logistica Aritmetica») — 15 глав, 55 страниц, третья — «Геометрическая логистика» («De logistica Geometrica») — 1 глава, 6 страниц, две последние книги посвящены алгебре: четвертая — «Именованная алгебра» («De nominata algebrae parte») — 17 глав, 25 страниц и пятая — «Положительная или коссическая алгебра» («De positiva sive cossica algebrae parte») — 10 глав, 46 страниц.

Не вызывает сомнения, что текст «De arte...» заимствован из рукописей Джона Непера; это подтверждается примечаниями, сделанным переписчиком, в конце книги III («Я не нашел среди его заметок ничего более касающегося геометрической части») и в конце книги V («Нет больше ничего по алгебре, что было бы аккуратно изложено»). Но когда составлена рукопись Непера? Можно утверждать, что это произошло до изобретения логарифмов, в 70—80-х годах. Действительно:

1. В книге нет никаких упоминаний о логарифмах, хотя Непер и приводит хорошо известное математикам его времени сопоставление арифметической и геометрической прогрессий, лежащее в основе логарифмического принципа.

2. Трудно допустить, что, придя к идее логарифмов, Непер стал бы включать в текст своих заметок описание сокращенного метода умножения и деления (кн. II, гл. V), рекомендуя его как средство устранения трудностей выполнения этих операций.

3. В «De arte...» Непер неоднократно обращается к десятичной системе счисления, но ничего не говорит о десятичных дробях, которые он широко использовал при составлении таблиц. Между тем, как следует из «Рабдологии», ему была известна апологетика десятичных дробей — трактат С. Стевина «Десятая», который появился в 1585 г.

4. В книге III Непер говорит о мнимых числах как о самом значительном своем достижении. Знай он в это время логарифмы, он был бы другого мнения об иерархии своих трудов.

Что касается хронологии написания отдельных книг «De arte...», то можно предположить, что поначалу были написаны книги по алгебре, а затем — три другие. На это указывает тот факт, что четвертая книга имеет подзаголовок «Алгебра Джона Непера, барона Мерчистонского», а не — по аналогии с остальными частями — четвертая книга. Кроме того, в первых трех книгах имеются ссылки на каждую из них, в книгах же IV и V имеются взаимные ссылки, но нет упоминаний о других книгах «De arte ...»; говоря об арифметике, Непер не ссылается на собственную книгу II.

Определения и обозначения, которые Непер использовал в книгах об алгебре, были введены другими авторами, но в арифметической и геометрической логистике он предложил собственную символику, которую наверняка применил бы и в алгебре, будь она написана позднее.

В целом же «De arte logistica» производит впечатление развернутого чернового наброска большого научного труда: многие вопросы не разработаны, встречаются частые повторы, столь нехарактерные для стиля Непера. Вероятно, Непер отложил работу над книгой, поскольку его отвлекли более насущные проблемы. К несчастью, эти проблемы далеко не всегда были научными.

Лэрд как лэрд

Являясь безусловным научным, теологическим и даже «колдовским» авторитетом для современников, Джон Непер играл роль своеобразного оракула и в кругу своих родственников. А среди них далеко не все отличались рассудительностью и миролюбием сэра Арчибальда и его старшего сына. Немалое огорчение А. Неперу доставляли, например, его сыновья от брака с Элизабет Маубрей:

Александр, Арчибальд-младший и Уильям нравом пошли в своего дядюшку, родного брата Элизабет, сэра Фрэнсиса Маубрея. Он был грозой бордереров, служил наемником в Нидерландах и принимал активное участие в заговорах папистов. Братья, особенно Арчибальд и Уильям, несмотря на увещевания родителей, искали любого повода, чтобы повторить рыцарские подвиги Маубрея. Арчибальд-младший, настоящий Меркуцио дома Неперов, постоянно отправлялся на поиски приключений в пограничные области или в горы.

Однажды, разыскивая в горах пропавшую лошадь, Арчибальд встретился с неким Джеймсом Скоттом из Баухилла, таким же задирой, каким был он сам. Вопросы Арчибальда Непера показались Скотту оскорбительными, завязалась схватка, в которой последний был убит. Спустя несколько дней, 8 ноября 1600 г., братья убитого ворвались в дом Арчибальда близ Эдинбурга и закололи его на глазах у жены и малолетней дочери.

Сэр Арчибальд обратился в суд, но братья Александр и Уильям решили отомстить убийцам по-шотландски. Они отказались от вендетты лишь в результате настоятельных просьб и увещеваний отца и Джона Непера. Последний в нескольких письмах убеждал юношей положиться на правосудие. Суд над убийцами Арчибальда состоялся 22 января 1602 г. Скотты откупились большим денежным штрафом.

Во взаимоотношениях с соседями Непер нередко вынужден был обращаться к помощи суда и Тайного совета, чтобы отстоять свои права. В августе 1591 г. Грэхэм и другие лэрды Ментейта обвинили его в том, что его арендаторы пашут и сеют на землях, считавшихся общественными, и подали жалобы в суд, который наложил арест на собранный арендаторами урожай и потребовал залог в знак того, что «обвиняемый в дальнейшем не потревожит обвинителей или их собственность» [26, с. 61].

Поскольку у Джона Непера не было намерения «ввязываться в какие-либо чрезвычайные дела», он письменно просил отца поручиться за него, и 23 августа эдинбургский суд получил от сэра Арчибальда залог в размере 1000 мерков. Но это не удовлетворило соседей, стычки и взаимные обиды продолжались, и в 1613 г. Непер обратился в Тайный совет с жалобой на Томаса Грэхэма из Бокхоппла, который «возымел смертельную ненависть и злобу против лэрда Мерчистона» и старался всеми средствами нанести ему вред. Оный Грэхэм, зная, что лэрд Непер в настоящее время «тяжело болен подагрой и поэтому не в состоянии отправиться в свои земли для свершения суда и установления справедливости для бедных арендаторов, самым наглым образом изрезал на куски плед одного из них, в кровь избил лошадь другого и... напал на доверенного судью Непера» (цит. по [28, с. 320]). Решение совета: «Обвинение проиграло, ибо не смогло доказать ни одного пункта поданной жалобы». Однако Непер не отступился и 14 июля 1616 г. получил земли Бокхоппла в свою пользу.

Известно и другое «судебное дело» Непера. В 1602 г. он подал протест в Тайный совет по поводу того, что Эдинбургский магистрат самовольно построил на его землях дом для содержания чумных больных. Жалоба поставила совет в затруднительное положение: нарушение закона было налицо, но и чумных необходимо было разместить за городской чертой. Необходимость оказалась сильней законности, и совет постановил: разрешить магистрату использовать здание, но только до сретенья.

Несмотря на эти трения, эдинбургский магистрат привлекал, хотя и не часто, Джона Непера к участию в различных комиссиях: 30 июня 1605 г. он назначается третейским судьей по делу об убийстве Мэтью Стюарта, 20 мая 1608 г.— членом комиссии по установлению цены на обувь в Эдинбурге. Несколько ранее Непер вместе с другими особо уважаемыми людьми Эдинбурга входил в состав суда, разбиравшего дело Мак-Грегоров из Пертшира. Этот воинственный клан в настоящем сражении под местечком Гленфрун разбил лэрдов из Дунбартокинера и захватил большую добычу — 600 коров, 500 овец, 200 лошадей и т. д. По настоянию Иакова VI Мак-Грегоры были судимы, признаны виновными в «поджогах, предательстве и кровопролитии» и изгнаны из страны.

Как истинные шотландские бароны, Мак-Грегоры не подчинились решению суда и продолжали терроризировать лоулендеров. Поэтому, видимо, Непер вынужден был заключить с братьями Кэмпбеллами следующее соглашение:

«В Эдинбурге, 24 дня Декабря, года Господа 1611, назначено, согласовано и окончательно договорено между Джоном Непером из Мерчистона, с одной стороны, и Джеймсом Кэмпбеллом из Лоуриса и его двоюродными братьями Колином Кэмбеллом из Аберуркхилла и Джоном Кэмпбеллом следующее по характеру, форме и действию,

Неппер, лэрд Мерчистонский

а именно: поскольку, как было установлено, упомянутые стороны относятся друг к другу с чувствами взаимной симпатии, дружбы и доброй воли, которые давно существуют между лэрдами Мерчистона и Лоуриса и их домами, и поскольку стороны желают, чтобы таковые отношения сохранились и на будущие времена, то упомянутый Джеймс Кэмпбелл из Лоуриса и его братья Колин и Джон Кэмпбеллы честно обещают: если случится так, что означенный Джон Непер из Мерчистона или арендаторы его земель в Ментейте и Ленноксе будут терпеть физическое насилие, или будут притесняться в своих правах на эти земли, или будут силой уведены людьми Мак-Грегора или другими разбойными горцами, то

Джеймс, Колин и Джон Кэмпбеллы применят все свое усердие при розыске и изгнании преступников. С другой стороны, Джон Непер из Мерчистона обещает употребить свои средства для того, чтобы помочь Джеймсу, Колину и Джону Кэмбеллам в их арендных и других честных делах. И в этом указанные стороны торжественно клянутся...

Джеймс Кэмпбелл из Лоуриса
Джон Непер из Мерчистона
Джон Кэмпбелл из Ардьюнана
Колин Кэмпбелл из Аберуркхилла» [28, с. 326].

15 мая 1608 г. умер сэр Арчибальд, и Джон Непер унаследовал «земли, леса и право ловить рыбу в озерах и реках» в Стирлинге, Лотиане и Ментейте. Будучи рачительным хозяином, он увеличил отцовское состояние (известна, например, такая его коммерческая сделка: в 1610 г. он продал должность «поставщика домашней птицы к королевскому столу» за большую сумму в 17 000 мерков). Однако сохранить владения семьи в целостности было, наверное, делом непростым. Уже через три месяца после смерти сэра Арчибальда вспыхнула ссора между Д. Непером и его сводными братьями и сестрами из-за дележа урожая пшеницы. 1 сентября 1608 г. Тайный совет был информирован, что спорящие стороны намерены взяться за оружие. Совет назначил дальнего родственника Неперов третейским судьей, который должен был свезти пшеницу на свое гумно и там разделить урожай. Джон Непер, любивший мирный исход в спорах, выразил в письме к старшему сыну удовлетворение таким решением. Однако братья, особенно Александр, продолжали оспаривать право Джона Непера на владения некоторыми землями, в том числе и Мерчистоном. Пятилетняя вражда закончилась благодаря вмешательству Арчибальда Непера в пользу его отца 9 июня 1613 г. А спустя три с половиной года, 4 апреля 1617 г., закончил свой жизненный путь Джон Непер, который, по словам английского историка Дэвида Хьюма, заслужил звание Великого Человека в большей степени, чем любой шотландец когда-либо появлявшийся на свет [29].

---

[29] *Hume D.* History of England. London, 1782, v. 7, p. 44.

Часть вторая

Математическое творчество Джона Непера

Глава первая

Логарифмы

Изобретение логарифмов, сокращая вычисления нескольких месяцев в труд нескольких дней, словно удваивает жизнь астрономов.

Лаплас

Предыстория логарифмов

Исследователи творчества Непера неоднократно пытались реконструировать путь, который привел его к великому открытию. Одни полагали, что отправным пунктом в рассуждениях Непера были простаферетические формулы, другие считали источником логарифмов теорию отношений, третьи утверждали, что идея логарифмических вычислений возникла у Непера из сопоставления арифметической и геометрической прогрессий.

Сам Непер не оставил по этому поводу никаких свидетельств, поэтому любая из трех версий может быть с равным правом либо принята, либо отвергнута. Можно лишь утверждать, что Непер был знаком — с той или иной степенью полноты — с каждым из «трех китов», на которых могли «держаться» логарифмы. Поэтому вряд ли следует соглашаться с мнением Джона Флетчера Моултона (1844—1921) — математика и видного английского юриста — о том, что «изобретение логарифмов пришло в мир внезапно, как гром среди ясного неба» [76, с. 4].

Познакомимся коротко с этими тремя возможными источниками идеи логарифмов.

Простаферетические формулы. Метод простаферетики заключается в нахождении произведения двух тригонометрических функций с помощью формул

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)],$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) + \cos(x+y)].$$

Хотя эти формулы были известны уже арабскому астроному Ибн Юнису (ум. 1009 г.), в Европе ими впервые воспользовались лишь в XVI в. Сделал это астроном и математик Иоганн Вернер из Нюрнберга. Затем в 1582 г. Пауль Виттих, бывший некоторое время помощником Тихо Браге, вновь, по-видимому, изобрел этот метод. Спустя шесть лет простаферетику описал в своих «Основаниях астрономии» научный соперник Браге Раймар Урс. Впоследствии простаферетический метод получил развитие и обоснование в трудах Хр. Клавия (1583), Лонгомонтана (1622), дель Медиго (1629), Г.Л. Фробениуса (1634) и др.

Подобно логарифмам, простаферетика сводила действия «высшего порядка» (умножение) к более простым операциям (сложению и вычитанию). Метод можно было применить не только к тригонометрическим функциям, но и к произвольным сомножителям a и b, положив, например, $a = \sin x$, $b = \sin y$. Однако это требовало не только введения вспомогательных углов, но и применения интерполяции. Кроме того, простаферетику нельзя было перенести на другие операции «высшего порядка».

Удивительно, что математикам XV—XVI вв. не пришла в голову идея использования формулы $ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$, которая, так же как и простаферетика, сводила умножение к сложению и вычитанию. Таблицы, упрощающие применение этой формулы, появились лишь в 1887 г. (Блаттер).

Теория отношений. Античная теория отношений, восходящая к теории музыки пифагорейцев, сыграла важную роль в математике стран ислама, а позднее заняла не менее значительное место в сочинениях средневековых европейских ученых. Среди них в первую очередь следует назвать француза Николя Орема (ок. 1323—1382), преподавателя в Париже и Руане, а затем епископа в Лизье. Орем был одним из зачинателей научной литературы на французском языке, переводчиком Аристотеля и автором ряда математических, астрономических и политико-экономических трактатов. В сочинении «Алгоризм пропорций» («Algorismus proportionum») он наряду с n-кратными отношениями впервые в европейской научной литературе вводит *дробные отношения* и формулирует правила операций с дробными показателями.

Хотя сочинение Орема было напечатано лишь в XIX в., оно пользовалось довольно широкой известностью в средние века. Содержание его было частично включено в «Книгу отношений» («Liber proportionum») Иеронима де Анжеста (1508), «Книгу о тройном движении» («Liber de triplici motu») португальца Альвара Томаса (1509). В духе Орема излагают теорию отношений Грамматеус (1514), Тарталья (1556) и др. Однако поставленный Оремом вопрос об арифметическом измерении любых «отношений» был практически решен лишь в неперовском учении о логарифмах. Интересно отметить, что позднейшие авторы, писавшие уже после открытия логарифмов, ставили их теорию в связь с делением отношений [1], что дало Ч. Хаттону [67] основание считать источником учения о логарифмах именно теорию отношений.

Сопоставление арифметической и геометрической прогрессий. Идея такого сопоставления восходит к древнеегипетскому способу умножения целых чисел путем их умножения на последовательные целые степени числа 2. Например, для того, чтобы умножить a на 297, необходимо было составить таблицу

1	$1a$			2^0
2	$2a$	1	удвоение или	2^1
4	$4a$	2	»	2^2
8	$8a$	3	»	2^3
16	$16a$	4	»	2^4
32	$32a$	5	»	2^5
64	$64a$	6	»	2^6
128	$128a$	7	»	2^7
256	$256a$	8	»	2^8
512	$512a$	9	»	2^9

а затем найти искомое произведение как

$$a + 8a + 32a + 256a = 297a.$$

Так как понятие показателя степени у египтян отсутствовало, они заменялись номерами удвоений числа 2. Нетрудно видеть, что при этом порядковые номера удвоений (3-й столбец) образуют арифметическую прогрессию, а 2^1, 2^2 ... (4-й столбец) — геометрическую.

Уровень математических значений египтян не позволил им осознать замечательные следствия, вытекающие из

---

[1] См., например: *Mercator M.* Logarithmotechnica. Londini, 1668, p. 1—3; *Cotes R.* Harmonia Mensurarum. Cantabrigiae, 1722, p. 1—5.

сопоставления прогрессий. Позднее это сделал Архимед, писавший в «Псаммите»: «Полезно также знать нижеследующее. Если некоторые из чисел, составляющих непрерывную пропорцию, начиная от единицы, перемножаются с другими из той же пропорции, то полученное число будет принадлежать к той же самой пропорции, отстоя от большего из перемножаемых чисел настолько, насколько меньшее из перемножаемых чисел в пропорции отстоит от единицы» [2].

Идея Архимеда встречается во многих математических сочинениях XV—XVI вв., среди которых в первую очередь следует назвать рукописную «Науку о числе в трех частях» (1484) бакалавра медицины, лионца Никола Шюке. В ней мы находим несколько примеров сопоставления прогрессий, например,

0, 1, 2, 3...	или	0, 1, 2, 3...
1, 2. 4, 8...		1, 3, 9, 27...

с указанием на то, что произведению двух членов геометрической прогрессии отвечает в арифметической прогрессии член, равный сумме тех, которые отвечают множителям. Этот закон Шюке назвал «секретом пропорциональных чисел». Позднее о нем писали уроженец Чехии Криштоф Рудольф (ок. 1500 — ок. 1545) в книге «Быстрый и красивый счет при помощи искусных правил алгебры, обыкновенно называемых косс» (1526), Петер Апиан (1495—1552), профессор математики и астрономии в Ингольштадте (1527) и Гемма Фризий (1508—1555), чья книга «Методы практической арифметики» выдержала в 1540—1601 гг. 60 изданий!

До XVI в. прогрессии неограниченно продолжали только вправо от начала. Следующий важный шаг был сделан Михаэлем Штифелем, который продолжил оба ряда влево, введя, как мы бы сказали сейчас, отрицательные показатели.

Выдающийся немецкий алгебраист М. Штифель родился 19 апреля 1486 г. в Эслингене и умер в день своего 81-летия в Йене. В молодости он был монахом-августинцем, но затем примкнул к Реформации, став ревностным сторонником Лютера. Занятия математикой Штифель совмещал с деятельностью проповедника и лютеранского пастора в различных городах Германии и Австрии. Его

Архимед. Сочинения. М.: Физматгиз, 1962, с. 363—364.

перу принадлежит ряд математических книг, из которых наибольшую известность получила «Полная арифметика» (Arithmetica integra», 1544). В ней Штифель рассматривает ряды

0	1	2	3	4	5
0	2	4	8	16	32

и называет числа верхнего ряда *показателями*, говоря, что показатели сомножителей складывают, чтобы получить показатель произведения, и вычитают, чтобы получить показатель частного. Далее он формулирует четыре закона.

1. Сложению в арифметических прогрессиях отвечает умножение в геометрических.

2. Вычитанию в арифметических прогрессиях отвечает деление в геометрических.

3. Простому умножению (т. е. умножению числа на число) в арифметических прогрессиях отвечает в геометрических умножение на себя (возведение в степень).

4. Делению в арифметических прогрессиях отвечает извлечение корня в геометрических.

Наконец, Штифель сопоставляет две числовые последовательности вида

—3	—2	—1	0	1	2	3	4
1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	16,

т. е. вводит отрицательные показатели.

Осознавая важность своих наблюдений, Штифель замечает: «Можно было бы написать целую новую книгу об этих удивительных свойствах чисел, но здесь я этим ограничусь и пройду мимо с закрытыми глазами» (цит. по [42, с. 344]).

После появления «Курса арифметики» законы «показателей» включают в свои сочинения французские авторы — Жак Пелетье (1549), Клод де Бусье (1554), Г. Форкадель (1565), Пьер де ла Раме (1569), Жак Шаве (1578) и немецкие — Адам Ризе (1550), Симон Якоб (1560), Христофор Клавий (1583).

Однако ни один из упомянутых авторов не смог использовать идею сведения действий «высшей ступени» к действиям «низшей» для практических вычислений. Для этого нужно было бы построить очень медленно растущую геометрическую прогрессию, что, в свою очередь, требовало знакомства с десятичными дробями.

Заслуга первого систематического введения в Европе десятичных дробей принадлежит замечательному голландскому инженеру и математику Симону Стевину[3]. Он использовал эти дроби при вычислении таблицы сложных процентов, которая была издана в 1582 г. в Антверпене. Таблица представляла собой значения чисел $(1 + r)^n$ при различных значениях $r = 0{,}05$; $0{,}04, \ldots$

Может быть, знакомство с этими таблицами навело швейцарского механика и выдающегося вычислителя Иоста Бюрги (1552—1632) на мысль о возможности использования их не только в торгово-финансовых, но и в научных вычислениях.

Бюрги родился в Швейцарии, но большую часть жизни провел в Германии. В Касселе в 1579—1603 гг. он был придворным часовщиком гессенского ландграфа Вильгельма IV, покровительствовавшего наукам. Бюрги помогал своему патрону в астрономических наблюдениях и вычислениях, для которых использовал простаферетические формулы. В 1603—1622 гг. он служил механиком двора императоров Рудольфа II, Матвея и Фердинанда III в Праге. Здесь он познакомился с Кеплером, который впоследствии воспользовался его таблицами для своих астрономических вычислений. В 1622 г. Бюрги возвратился в Кассель, где и умер спустя 10 лет.

Главный труд Бюрги был издан в 1620 г. в Праге под названием «Таблицы арифметической и геометрической прогрессий с обстоятельным наставлением, как пользоваться ими при всякого рода вычислениях». Подобно Стевину, Бюрги составил таблицу чисел вида $(1 + r)^n \cdot 10^8$, где $r = 0{,}0001$, придавая показателю n значения $n = 10$, 20, 30, ... т. е. составил две прогрессии: арифметическую 0, 10, 20, 30, ... и геометрическую 10^8, 10^8 (1,0001), 10^8 $(1, 0001)^2$, 10^8 $(1{,}0001)^3 \ldots$ Числа первой из них набраны в таблице красной краской, поэтому Бюрги называет их *красными* числами, в противоположность числам геометрической прогрессии, называемым *черными*.

Черные числа вычислены с точностью до 9 знаков и доведены до 10^9, с которым сопоставляется *красное* число 230 270 022, что соответствует равенству

$$(1{,}0001)^{230\,270\,022} \cdot 10^8 = 10^9.$$

[3] См. главу VII, с. 199—200.

Если «черные» числа Бюрги разделить на 10^8, то получим антилогарифмы «красных» чисел по основанию 1,0001.

Составление таблицы потребовало выполнения более 230 миллионов умножений и заняло 8 лет жизни ее автора (1603—1611). Однако Бюрги не торопился опубликовать свой труд.

В 1627 г. И. Кеплер писал: «Иост Бюрги указал путь к точно таким логарифмам задолго до публикаций Непера ... Правда, его медлительность и скрытность загубила новорожденного, вместо того чтобы привлечь его для всеобщей пользы» [4].

Итак, Бюрги воплотил в жизнь идею Штифеля [5]. Однако использование его таблиц осложнено необходимостью интерполяции. Кроме того, неясно, что следует понимать под логарифмом числа, не содержащегося в геометрической прогрессии. Этой теоретической трудности сумел избегнуть Непер, к изложению идей которого мы сейчас приступаем.

Определение логарифмов и их свойства

Знакомое нам со школьных лет определение логарифма как показателя степени было впервые сформулировано лишь в 1742 г. Уильямом Гардинером. Но, не владея методами алгебры и алгебраической символикой, созданными только в XVIII столетии, Джон Непер дал замечательное по глубине и изяществу геометрико-кинематическое определение логарифма.

Этому посвящена первая глава его «Описания...».

«*Определение 1*[6]. Говорят, что линия растет равномерно, если описывающая ее точка проходит в равные моменты равные промежутки.

Определение 2. Говорят, что линия сокращается пропорционально, если пробегающая по ней точка в равные моменты отсекает отрезки, сохраняющие одно и то же отношение к тем линиям, от которых они отсекаются».

Эти определения иллюстрируются на рис. 1. Здесь $A'Z'$ — это линия (луч), которая равномерно увеличивается при движении по ней точки P'; AZ — линия (от-

[4] Цит. по: *Белый Ю. А*. Иоганн Кеплер. М.: Наука, 1971, с. 211.

[5] Бюрги, не владевший латынью, познакомился с «законами показателей» не по «Полной арифметике» Штифеля, а по книге Симона Якоба, написанной на немецком.

[6] Перевод определений выполнен И. Ю. Тимченко [42, с. 439—440].

резок конечной длины), которая пропорционально сокращается при движении по ней точки P.

Пусть точки B', C', D' взяты на линии $A'Z'$ так, что

$$A'B' = B'C' = C'D' = \ldots,$$

а точки B, C, D (на линии AZ) так, что

$$AB : AZ = BC : BZ = CD : CZ = \ldots$$

Если точки P' и P проходят отрезки $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$... и AB, BC, CD... соответственно за равные интервалы времени, то линия $A'P'$ увеличивается равномерно (или *арифметически*), а линия PZ сокращается пропорционально

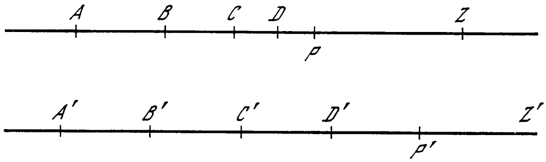


Рис. 1

(или *геометрически*). Очевидно, чть $AZ : BZ = BZ : CZ = CZ : DZ$.

«*Определение 3*. Говорят, что количества иррациональные или невыразимые числом определяются с наибольшим приближением, когда они определяются числами, отличающимися от истинных значений иррациональных количеств меньше чем на единицу.

Определение 4. Синхронными движениями называются такие, которые происходят вместе и в течение одного и того же времени.

Определение 5. Поскольку существуют движения, как более медленные, так и более быстрые, чем всякое данное движение, то отсюда необходимо следует, что существует движение, равнобыстрое всякому данному; мы определяем его как движение ни более медленное, ни более быстрое, чем данное.

Определение 6. Логарифмом всякого синуса называется число, определяющее с наибольшим приближением линию, возрастающую равномерно, между тем как линия полного синуса сокращается пропорционально до величины данного синуса, причем оба движения синхронны и вначале равнобыстры».

Непер, как мы видим, вычислял не логарифмы чисел, а логарифмы синусов: его целью было упрощение тригонометрических вычислений. В XIV—XVII столетиях в европейской математике не существовало понятия о тригонометрических функциях; рассматривались тригонометрические линии в круге, радиус которого выражался высокой степенью десяти и именовался «полным синусом» (sinus totus). Определение тригонометрических функций как отношений было дано Л. Эйлером уже в XVIII в.

На рис. 2, иллюстрирующем определение тригонометрических функций, линия PM — линия синуса дуги AP; OM и AT — соответственно линии косинуса и тангенса той же дуги.

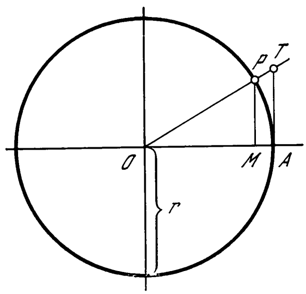


Рис. 2

Таким образом, если $AZ = r$ (полный синус), а P' и P — точки, которые одновременно начинают движение от точек A' и A с одинаковой скоростью, то число, которое измеряется отрезком $A'P'$, есть логарифм числа, которое измеряется отрезком PZ, т. е.

$$A'P' = \log_N PZ.$$

В качестве полного синуса Непер выбирает число 10^7 (на причине этого выбора мы остановимся позднее). Он пишет: «Логарифм полного синуса 10 000 000 есть ничто, или нуль; и, следовательно, логарифм числа большего, чем полный синус, есть меньше, чем ничто».

Действительно, если рассматривать ZA в обратном направлении и полагать, что точка P движется от A в обратном направлении так, что PZ пропорционально увеличивается (а не уменьшается), то логарифм числа, определяемого отрезком $KZ > AZ$, будет отрицательным. «Мы назовем логарифм синуса *избыточным* (*abundant*), поскольку он всегда больше, чем ничто, и поставим перед ним знак + или ничего не поставим. Но логарифм, который меньше, чем ничего, мы назовем *неполноценным* или *недостаточным* (*defective*), поставив перед ними знак —» (цит. по [28, с. 442]).

Равенство $\log r = 0$ существенно упрощало вычисления с помощью логарифмов, так как в тригонометрии очень часто приходилось умножать или делить на полный синус. Как отмечает далее Непер, выбор числа, логарифм которого равен нулю, условен; выбор в качестве такого полного синуса объясняется лишь удобством использования в тригонометрических вычислениях («сложение и вычитание логарифмов, которые чаще всего встречаются во всех вычислениях, после этого никогда не будут затруднять нас»). Заметим, что неперовские логарифмы возрастают при уменьшении угла (в первой четверти).

В «Устройстве...» (секция 19) Непер дает аналогичное определение логарифмов, но вводит при этом (хотя и не в явном виде) понятие о переменной скорости:

«Логарифм всякого синуса — это такое число, которое возрастает арифметически с той же самой скоростью, с какой радиус убывает геометрически, в то же время стремясь к данному синусу» (цит. по [28, с. 456]).

«Скоростную» интерпретацию логарифма можно пояснить все на том же рис. 1. Примем, что начальные скорости обеих точек P' и P равны $v = AZ$ (коэффициент пропорциональности равен единице). Тогда за промежуток времени $1/v$ точка P' пройдет расстояние $\frac{1}{v} \times v = 1$. Если значение v достаточно велико, так что скорость движения точки P за малый промежуток времени $1/v$ можно считать приблизительно постоянной и равной v, то и эта точка пройдет расстояние примерно равное 1. Так как оставшееся расстояние до точки Z будет равно $BZ = AZ - 1$, то скорость дальнейшего движения точки следует считать равной $v - 1 = v\left(1 - \frac{1}{v}\right)$.

В течение второго промежутка времени той же длительности точка P', движущаяся равномерно, снова пройдет расстояние 1, а точка P — расстояние BC, приблизительно равное $v\left(1 - \frac{1}{v}\right)\frac{1}{v} = \frac{v-1}{v}$. Но тогда оставшееся до точки Z расстояние будет $CZ = BZ - BC = (v - 1) - \left(\frac{v-1}{v}\right) = v\left(1 - \frac{1}{v}\right)^2$, что определит и скорость при выходе точки из C.

Аналогично легко подсчитать, что к концу третьего промежутка той же длительности $1/v$ расстояние до точки Z станет равным $v\left(1 - \frac{1}{v}\right)^3$, к концу четвертого $v\left(1 - \frac{1}{4}\right)^4$ и т. д., а в конце k-го промежутка $v\left(1 - \frac{1}{v}\right)^k$.

Выпишем в двух строках расстояние от точки P до точки Z и расстояние от точки P' до точки A' в конце каждого промежутка времени $1/v$. Получим две последовательности:

$$v, \quad v\left(1-\frac{1}{v}\right), \quad v\left(1-\frac{1}{v}\right)^2, \ldots, \quad v\left(1-\frac{1}{v}\right)^k,$$
$$0, \quad 1, \quad 2, \ldots, \quad k.$$

Первая последовательность представляет собой геометрическую прогрессию, а вторая — арифметическую. Члены второй последовательности, по Неперу, являются логарифмами соответствующих членов первой.

Из сказанного видно, что логарифмы Непера отличаются от натуральных логарифмов, где за основание берется число $e = 2{,}71828\ldots$. Строго говоря, об основании неперовых логарифмов речи быть не может, так как логарифм единицы не равен нулю.

Зависимость между неперовыми и натуральными логарифмами нетрудно получить, воспользовавшись дифференциальными уравнениями.

Обозначим число через x, логарифм его через y, постоянную скорость точки, двигающейся по лучу AZ', через v. Тогда, если t — время, то

$$\frac{dy}{dt} = v.$$

Скорость точки, движущейся по отрезку AZ, пропорциональна x, т. е. равна ax. Учитывая, что x убывает, находим

$$\frac{dx}{dt} = -ax.$$

Исключая dt, получаем уравнение

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{ax}{v}.$$

Его решение —

$$y = -\frac{v}{a}\ln x + C.$$

Определим постоянные a и C.

Так как при $x = -10^7$ скорости обеих точек равны, то $a \cdot 10^7 = v$, откуда $a = v/10^7$. Далее, при $x = 10^7$ имеем $y = 0$, так что $C = 10^7 \ln 10^7$. Поэтому

$$y = 10^7 \ln \frac{10^7}{x}.$$

Итак, дав определение логарифма, Непер впервые ввел в математику функциональную зависимость, которая распространялась на непрерывно изменяющиеся значения аргумента. Это обстоятельство «выводит» неперовскую теорию логарифмов далеко за рамки методов вычислительной математики и имеет огромное значение для развития всей математики в целом. Сошлемся на И. Ю. Тимченко, писавшего: «Труды Непера и других математиков XVII века, связанные с открытием логарифмов, оказали гораздо более глубокое влияние на творцов дифференциального исчисления, чем исследования, относящиеся к проведению касательных и отысканию наибольших и наименьших значений, которые послужили скорее поводом к открытию этого исчисления» [42, с. 437] [7].

Основные свойства логарифмов, вытекающие из приведенных определений, устанавливаются теоремами второй главы «Описания...». Непер не приводит доказательств, ограничиваясь формулировками и иллюстративными примерами.

Теорема 1. Логарифмы пропорциональных чисел имеют равные разности.

Из этой теоремы вытекают следующие (Непер формулирует их словесно):

---

[7] Небезынтересно в связи с этим проследить влияние неперовских идей на творчество Ньютона. Хотя великий английский математик никогда не ссылался на сочинения Непера, цитируемые ниже слова служат подтверждением существования такого влияния (может быть, косвенного).

«Здесь я рассматриваю математические величины не как состоящие из очень маленьких частей, но как описываемые с помощью непрерывного движения. Линии описываются и, следовательно, порождаются непрерывным движением точек, поверхности — движением линий, пространственные фигуры — вращением сторон, интервалы времени — непрерывным течением и т. д. Это порождение имеет место в природе вещей и может каждодневно наблюдаться по движению тел... Следовательно, рассматривая эти величины, которые равномерно увеличиваются и порождаются этим увеличением, становясь больше или меньше в соответствии с большей или меньшей скоростью, с которой они увеличиваются и порождаются, я искал метод определения величин из скоростей движения или приращений, при котором они порождаются; и, назвав эти скорости движением или приращения флюксиями, а порожденные величины флюентами, я постепенно пришел к методу флюксий, который я и использовал в 1665 или 1666 г. при решении задачи о квадратуре кривой» («Treatise on the Quadrature of curve», цит. по [28, с. 446—447).

Теорема 2. Если $a : b = b : c$, то $\log c = 2\log b - \log a$.

Теорема 3: Если $a : b = b : c$, то $2\log b = \log a + \log c$.

Теорема 4: Если $a : b = c : d$, то $\log d = \log b + \log c - \log a$.

Теорема 5: Если $a : b = c : d$, то $\log b + \log c = \log a + \log d$.

Теорема 6: Если $a : b = b : c = c : d$, то

$$3\log b = 2\log a + \log d,$$
$$3\log c = \log a + 2\log d.$$

Из приведенных шести теорем выводятся все правила логарифмирования.

Заметим, между прочим, что известные нам со школьной скамьи теоремы $\log(A \times B) = \log A + \log B$, $\log\frac{A}{B} = \log A - \log B$ и т. д. в неперовской системе логарифмов несправедливы.

Действительно, согласно теореме 4:

$$\log\frac{bc}{a} = \log b + \log c - \log a,$$

но

$$\log bc \neq \log b + \log c \quad \text{и} \quad \log\frac{b}{a} \neq \log b - \log c.$$

Чтобы вывести правило логарифмирования произведения, образуем пропорцию

$x : b = c : 1$, и тогда
$\log x = \log b + \log c - \log 1.$

Правила логарифмирования степени, корня и частного в неперовской системе представляются в виде

$$\log a^n = n\log a - (n-1)\log 1,$$

$$\log\sqrt[n]{a} = \frac{1}{n}\log a + \frac{n-1}{n}\log 1,$$

$$\log\frac{a}{b} = \log a - \log b + \log 1.$$

Отсюда видно, что эти правила сложнее, чем в принятой сейчас системе логарифмов, из-за того, что у Непера $\log 1 \neq 0$. Можно, конечно, искусственным образом обой-

MIRIFICI

Logarithmorum

Canonis deſcriptio,

Ejuſque uſus, in utraque *Trigonometria; ut etiam in* omni Logiſtica Mathematica, *Ampliſsimi, Facillimi, & expeditiſsimi explicatio.*

Authore ac Inventore, IOANNE NEPERO, Barone Merchiſtonii, *&c. Scoto.*

EDINBURGI, Ex officinâ ANDREÆ HART *Bibliopōlæ*, cIↃ. DC. XIV.

Титульный лист «Описания удивительных таблиц логарифмов»

ти эти затруднения. Положив, например, при логарифмировании произведения $x = \frac{bc}{r}$, где r — полный синус, получим

$$\log x = \log b + \log c - \log r = \log b + \log c,$$

поскольку в системе Непера $\log r = 0$. Отсюда можно найти x, а затем и rx или bc; но такой путь довольно утомителен.

Практически важное значение имеет зависимость между $\log a$ и $\log 10^n a$. Справедливо:

$$\log a - \log 10 = \log 1 - \log 10 = \log 10^6 = t,$$

так как

$$1 : 10 = 10^6 : 10^7 \text{ и } \log 10^7 = 0$$

и далее

$$\log a - \log 100a = 2\ (\log 1 - \log 10) = 2t,$$
$$\log a - \log (10^n a) = n\ (\log 1 - \log 10) = nt,$$

а также

$$\log a - \log 20a = (\log 1 - \log 2) + t = \log 5\,000\,000 + t,$$
$$\log a - \log 200a = \log 5\,000\,000 + 2t \text{ и т. д.}$$

В качестве t Непер дает число 23 025 842,34, хотя более точное значение 23 025 850,93. Естественно, эти зависимости Непер приводит не в формульном виде.

Неперовы таблицы. Их вычисление и использование

Как мы видели в предыдущем разделе, логарифмы Непера определяются посредством некоторого дифференциального уравнения. Метод вычисления логарифмов, примененный Непером, является, по существу, приемом приближенного численного интегрирования этого уравнения.

Чтобы получить арифметическую прогрессию для значений логарифма, Неперу нужно было построить геометрическую прогрессию значений аргумента. Эта прогрессия должна быть достаточно плотной, для чего ее знаменатель нужно было выбирать как можно ближе к единице. Вместе с тем слишком медленно убывающая прогрессия содержала бы очень большое число членов, что не только увеличивало бы трудоемкость вычислений, но увеличивало бы и вероятность просчета, и накопление ошибок округления.

Непер пользуется методом, который можно сравнить с многоступенчатой ракетой: он строит несколько прогрессий с различными знаменателями, используя каждую предыдущую для построения следующей и отправляясь всякий раз от одного и того же исходного значения.

Для первой из строящихся прогрессий Непер принимает $r = 1 - 1/10^7$. Этим решается и еще одна проблема — элементарно простым оказывается и вычисление каждого очередного члена этой прогрессии.

Таким образом, строится таблица членов геометрической прогрессии

$$a_k = 10^7 \times (1 - 1/10^7)^k.$$

Вследствие очевидного рекуррентного соотношения

$$a_{k+1} = a_k \times (1 - 1/10^7) = a_k - a_k/10^7$$

вычисление каждого следующего члена прогрессии из предыдущего достигается путем сдвига и вычитания. Начало этой *первой вспомогательной таблицы* имеет вид ⟶

a_0	10 000 000	000 000 0
	1	000 000 0
a_1	9 999 999,	000 000 0
		999 999 9
a_2	9 999 998,	000 000 1
		999 999 8
a_3	9 999 997,	000 000 3
. . .	. . . . . .	. . . . . .

Вспомогательную таблицу Непер доводит до $a_{100} = 10^7 \times (1 - 1/10^7)^{100} = 99\,999,\ 000\,4950$. Это значение близко к числу $10^7 \times (1 - 1/10^5) = 9\,999\,900$, которое Непер принимает за b_1. Иначе говоря, *вторая вспомогательная таблица* состоит из элементов прогрессии $\{b_k\}$ с $r = 1 - 1/10^5$, т. е.

$$b_k = 10^7 \times (1 - 1/10^5)^k.$$

Из рекуррентного соотношения

$$b_{k+1} = b_k\,(1 - 1/10^5) = b_k - b_k/10^5$$

ясно, что эта прогрессия вычисляется теми же приемами, что и первая, только сдвиг нужно производить не на семь, а на пять десятичных разрядов, причем имеет место приближенное равенство $b_1 \approx a_{100}$. Вот ее начало: ⟶

b_0	10 000 000,	000 000
	100,	000 000
b_1	9 999 900,	000 000
	99,	999 000
b_2	9 999 800	001 000
	99,	998 000
b_3	9 999 700,	003 000
. . .	. . . . . .	. . . . . .

Эта таблица [8] доводится до $b_{50} = 9\,995\,001,22404 \approx 9\,995\,000 =$

[8] При вычислении этой таблицы Непер ошибся. Мы приводим верное значение b_{50}. Об этой вычислительной ошибке речь пойдет позже.

$= 10^7 \times (1 - 1/2000)$. *Третья вспомогательная таблица*, как читатель, видимо, уже догадался из приведенного приближенного равенства, содержит прогрессию

$$c_k = 10^7 \times (1 - 1/2000)^k$$

и доводится Непером до $k = 21$, причем имеет место приближенное равенство $c_1 \approx b_{50}$. Правда, здесь получение последующего члена из предыдущего оказывается чуть сложнее, нежели в предыдущих двух таблицах, но все же не слишком сложным, да и таблица много короче. Непер находит ⟶

c_0	10	000	000,	000	000
		5	000,	000	000
c_1	9	995	000,	000	000
			4997,	500	000
c_2	9	990	002,	500	000
			4995,	001	250
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
c_{20}	9	900	473,	578	080

Следующим шагом работы было нахождение логарифмов чисел, входящих в полученные прогрессии. При этом Непер использует две важные теоремы, сформулированные и доказанные им в «Устройстве...», которые позволяют оценить разность логарифмов двух близких между собой или двух произвольных чисел.

Теорема 1. «Логарифм любого данного синуса больше, чем разность между радиусом и данным синусом, и меньше, чем разность между величиной, которая превосходит радиус в отношении его к данному синусу, и самим радиусом».

Пользуясь современными обозначениями, где $\log_N$ означает логарифм в смысле Непера, мы можем записать неравенство, выражаемое теоремой 1, в виде

$$r - S < \log_N S < r \times \frac{r}{S} - r,$$

или, иначе,

$$r - S < \log_N S < \frac{r}{S}(r - S).$$

Заметим еще, что, хотя в теореме идет речь о логарифме синуса, под S можно на самом деле понимать любое число.

Доказательство теоремы основано на тех же кинематических соображениях, из которых Непер исходит и при определении логарифма. Пусть точка, двигающаяся замедленно, прошла за некоторый промежуток времени расстояние $TM = r - S$ (рис. 3), тогда как точка V, движущаяся равномерно, за тот же промежуток времени прошла расстояние VN. По определению логарифма $VN = \log_N S$.

Так как обе точки проходят через T и V одновременно и имеют здесь равные скорости, а движение первой точки замедляется, то $TM < VN$, или $r - S < \log_N S$, чем доказана одна часть неравенства.

Если, напротив, вторая точка выходит из V со скоростью, равной скорости первой в M, то, двигаясь равномерно, она пройдет путь $VP < TM$, так как на последнем наименьшая скорость достигается в конце пути — в точке M. Но отношение VP и VN равно отношению скоростей первой точки в M и T, что равно S/r, откуда следует, что

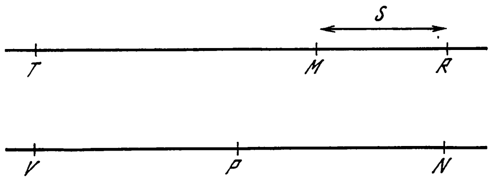


Рис. 3

$VP = \log_N S \times S/r$. Поэтому неравенство $VP < TM$ означает

$$\log_N S \times S/r < r - S,$$

так что

$$\log_N S < \frac{r}{S}(r - S),$$

этим завершается доказательство второго неравенства и теоремы 1 в целом.

Теорема 2. «Разность логарифмов двух синусов лежит между двумя пределами: верхний предел есть произведение радиуса на отношение разностей синусов к меньшему, а нижний — произведение радиуса на отношение разностей синусов к большему из них».

Обозначив рассматриваемые синусы (или, как и выше, произвольные числа) через S_1 и S_2 и приняв $S_1 > S_2$, выразим утверждение теоремы 2 неравенствами

$$r\frac{S_1 - S_2}{S_1} < \log_N S_2 - \log_N S_1 < r\frac{S_1 - S_2}{S_2}.$$

Доказательство этой теоремы получается уже чисто аналитически из теоремы 1. В самом деле, пусть S определено из пропорции

$$S_2/S_1 = S/r.$$

Тогда $\log_N S_2 - \log_N S_1 = \log_N S$, поскольку $\log r = 0$. С другой стороны, применив к $\log_N S$ теорему 1, можем написать

$$r - S < \log_N S < \frac{r}{S}(r - S)$$

или, иначе,

$$r\frac{r-S}{r} < \log_N S < r\frac{r-S}{S}.$$

Но из пропорции, определяющей величину S, вытекает, что

$$\frac{r-S}{r} = \frac{S_1 - S_2}{S_1} \quad \text{и} \quad \frac{r-S}{S} = \frac{S_1 - S_2}{S_2}.$$

Заменяя $\log_N S$ соответствующей разностью и учитывая приведенные равенства, приходим к утверждавшемуся неравенству

$$r\frac{S_1 - S_2}{S_1} < \log_N S_2 - \log_N S_1 < r\frac{S_1 - S_2}{S_2}.$$

Полученное неравенство является основным, и Непер систематически пользуется им для нахождения значений логарифмов, причем пользуется с большой изобретательностью.

Обратимся к вычислению логарифмов членов построенных ранее прогрессий, как это было сделано Непером. Поскольку числа $\{a_k\}$ ($k = 0, 1, 2, \ldots, 100$) образуют геометрическую прогрессию, то их логарифмы образуют арифметическую прогрессию. Известно, что $\log_N a_0 = \log_N r = 0$, поэтому нужно знать логарифм какого-либо из чисел a_k, например a_1.

Воспользуемся основным неравенством, приняв в нем $S_1 = a_0 = 10\,000\,000$ и $S_2 = a_1 = 10^7(1 - 1/10^7) = 9\,999\,999$. Так как $S_1 - S_2 = 1$, получаем

$$1 < \log_N a_1 < 10^7/9\,999\,999 = 1{,}00000010000001.$$

С достаточной степенью точности, которую нетрудно оценить, мы можем принять за значение $\log_N a_1$ среднюю арифметическую полученных границ, что дает

$$\log_N a_1 = 1{,}00000005000\ldots$$

Теперь можно получить значения логарифмов всех членов прогрессии $\{a_k\}$, включая a_{100}:

$$\log_N a_{100} = \log_N 9999900{,}0004950 = 100{,}0000050000000050.$$

Благодаря приближенному равенству $a_{100} \approx b_1$ отсюда можно перейти к логарифмам чисел второй вспомогательной таблицы — прогрессии $\{b_k\}$ $(k = 0, 1, \ldots, 50)$. Логарифм $\log_N b_1$ Непер оценивает более точно, снова воспользовавшись основным неравенством теоремы 2.

Действительно, положим $S_1 = a_{100} = 9\,999\,900{,}000\,4950$ и $S_2 = b_1 = 9\,999\,900$. Тогда, приняв, как и раньше, за значение разности логарифмов среднее арифметическое получающихся границ, находим

$$\log_N S_2 - \log_N S_1 = 0{,}00049500495,$$

откуда, поскольку $\log_N S_1$ известен, получается

$$\log_N 9\,999\,900 = 100{,}00050000495.$$

Зная $\log_N b_1$, Непер находит логарифмы всех чисел второй вспомогательной таблицы $\{b_k\}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots, 50)$, получая окончательно $\log_N b_{50} = \log_N 9\,995\,001{,}224804 = 5000{,}02500$. Далее, пользуясь приближенным равенством $b_{50} \approx c_1$, Непер находит логарифм $\log_N c_1$, а затем и логарифмы всех чисел $\{c_k\}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots, 20)$ третьей вспомогательной таблицы.

Эти результаты служат для построения более обширной *радикальной таблицы*. Она состоит из 69 столбцов, содержащих каждый по 21 числу вместе с их логарифмами. Первый столбец начинается числом $c_0 = 10^7$ и состоит из чисел $c_0, c_1, \ldots, c_{20}$ упомянутой выше третьей таблицы. Начальные числа следующих столбцов образуют геометрическую прогрессию со знаменателем 0,99, а в каждом столбце — аналогично первому — геометрическую прогрессию со знаменателем $1-1/2000$. Числа радикальной таблицы получаются из уже полученных путем одних вычитаний, а их логарифмы — с помощью только сложений.

Радикальная таблица доводится до числа 4998609,4034, близкого к 5 000 000, т. е. к половине полного синуса. Пользуясь возможностью оценивать разность логарифмов близких чисел с помощью приведенного выше общего неравенства, Непер находит значение $\log_N 5\,000\,000$. Эта величина вместе с тем есть разность логарифмов чисел, находящихся в отношении 1 : 2. После этого Непер вычисляет вспомогательную таблицу, дающую разности логарифмов чисел, находящихся в различных отношениях, составленных из отношений 1 : 2, и 1 : 10.

Нахождение логарифмов синусов после вычисления радикальной таблицы уже не требует никаких новых соображений, хотя и остается весьма трудоемким. Прежде всего, по таблице натуральных значений находится соответствующий синус и в радикальной таблице — ближайшее к нему число вместе со своим логарифмом. После этого с помощью общего приема оценки разности логарифмов близких чисел, о котором неоднократно говорилось выше, находится уже искомый логарифм синуса заданного угла.

Если синус выходит за пределы радикальной таблицы, то его следует увеличить, например, в 10 раз и затем к полученному с помощью радикальной таблицы логарифму прибавить разность логарифмов, соответствующую отношению чисел 1 : 10, взятую из вспомогательной таблицы. Вместо множителя 10 можно, разумеется, взять любой другой, лишь бы соответствующее отношение находилось во вспомогательной таблице, а полученное произведение в пределах радикальной.

Еще один прием, используемый Непером для нахождения логарифмов синусов углов, меньших 45°, основан на использовании формулы $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$, логарифмирование которой с учетом $r = 10^7$ приводит к формуле

$$\log_N \sin x = \log_N 5000000 + \log_N \sin 2x - \log_N \sin (90° - x).$$

Уже в XVIII в. было замечено, что последний знак в неперовой таблице логарифмов неверен. Некоторое расхождение в логарифмах синусов углов, вычисленных двумя указанными выше приемами, было замечено самим Непером, который считал причиной расхождений неточности в таблицах натуральных значений синусов. Обнаружившие ошибку математики полагали причиной ее теоретическую погрешность метода. На самом деле, как впервые показал в 1835 г. известный французский физик, математик и вычислитель Био, причиной погрешности является не неточность способа вычислений, а вычислительная ошибка, допущенная Непером при составлении второй вспомогательной таблицы. Так, вместо правильного приведенного нами значения $b_{50} = 9\,995\,001{,}224804$, найденного Био, у Непера в результате просчета получилось $b_{50} = 9995001{,}222927$. Это неточное число и породило замеченную погрешность в последнем знаке.

Характеристикой возможностей метода, примененного Непером для вычисления своих таблиц, может служить такой пример. Для половины полного синуса Непер получил значение логарифма

$$\log_N 5\,000\,000 = 6931469{,}22.$$

Пользуясь тем же методом и исправив вычислительную ошибку Непера, Био получил исправленное значение

$$\log_N 5\,000\,000 = 6931471{,}8089,$$

тогда как полученное современными методами с помощью рядов значение со всеми верными десятичными знаками будет

$$\log_N 5\,000\,000 = 6931471{,}805599.$$

Таким образом, метод Непера дает расхождение лишь в десятой значащей цифре!

Для составления таблиц логарифмов тригонометрических функций Непер должен был использовать таблицы соответствующих натуральных значений. К концу XVI — началу XVII столетий имелось несколько таких таблиц. Наиболее известные были составлены в 1551 г. замечательным немецким ученым, помощником и другом Коперника Георгом Иоахимом фон Лаухеном (Ретиком) [9] и выдающимся французским математиком Франсуа Виетом (1579). Обе таблицы были семизначными, но у Ретика шаг по аргументу равнялся 10 угловым минутам, а у Виета — одной минуте. Первые таблицы синусов, изданные в Англии (1590 и 1594), были пятизначными. Наконец, в 1596 г. появились десятизначные таблицы тригонометрических функций, вычисленные с шагом 10 секунд. Эти гигантские таблицы — «Opus Palatinum», результат 25-летнего труда Ретика,— были изданы после смерти ученого его учеником Валентином Отто. Другой ученик Ретика, Бартоломей Питиск, отредактировал и издал в 1613 г. еще один труд учителя — 14-значные тригонометрические таблицы.

Обосновывая свой выбор величины радиуса, Непер в секции 3 «Устройства...» писал: «Вместо 100 000, которые менее осведомленные выбирают в качестве полного синуса, более искусные берут 10 000 000, благодаря чему разность двух синусов лучше выражается. Вот почему мы также используем этот радиус для наибольшей из наших геометрических пропорций» (цит. по [28, с. 456]).

По-видимому, выражение «менее осведомленные» относится к авторам «английских таблиц» 1590 и 1594 гг.

---

[9] Последние годы своей жизни Ретик провел в Вильнюсе. Между прочим, в библиотеке Вильнюсского университета, недавно отметившей свое 400-летие, находится принадлежавший ему экземпляр первого издания знаменитого труда его учителя Николая Коперника «Об обращениях небесных сфер», изданный в 1543 г.

С другой стороны, очевидно, что Непер либо не знал о существовании «Opus'a», либо уже закончил свои вычисления к 1596 г. Следовательно, исходными для вычислений Непера были таблицы Ретика (1551) и Виета [10].

Другие типы логарифмов

Ясность и простота основной идеи и высокие качества изложения способствовали быстрому распространению логарифмов сразу же после выхода книги Непера. Другие типы логарифмов, создание которых было направлено на устранение тех или иных недостатков неперовой системы, появились после книг Непера, как правило, довольно быстро. Познакомимся с ними.

Бригсовы логарифмы. История создания десятичных (бригсовых) логарифмов изложена Генри Бригсом в предисловии «Arithmetica logarithmica» (1624):

«То обстоятельство, что эти логарифмы отличаются от тех, которые замечательный человек, барон Мерчистона, опубликовал в своем „Canon Mirificus“, не должно удивлять Вас. Объясняя своим студентам в лондонском Грэшем-колледже принципы логарифмов, я заметил, что было бы удобнее, если бы 0 был принят за логарифм полного синуса (как в „Canon Mirificus“), но логарифм одной десятой этого же полного синуса, иначе говоря логарифм 5 градусов, 44 минут и 21 секунды, был бы положен равным 10 000 000 000. По этому вопросу я немедленно написал самому автору, и как только время и преподавательские обязанности позволили мне, я отправился в Эдинбург, где был сердечно им принят и провел с ним целый месяц. В беседе об этом изменении в логарифмах он сказал, что уже в течение длительного времени придерживается того же мнения и сам хотел бы сделать это изменение. Однако еще до того, как дела и здоровье позволили бы ему вычислить более удобные таблицы, он решил опубликовать то, что уже было подготовлено им заранее. При этом он полагал, что было бы целесообразнее, если бы 0 был логарифмом единицы, а 10 000 000 000 — логарифмом полного синуса, и я не мог не согласиться, что это было бы значительно более удобным. Поэтому, оставив то, что было подготовлено мною ранее, я начал, по его совету и при его поддержке, серьезно заниматься вычислением логарифмов; и следующим летом я снова отпра-

[10] См. с. 116.

вился в Эдинбург и показал ему основную часть таблицы, которую я представил в этой книге. Я намеревался сделать то же самое в третье лето, но богу было угодно, чтобы он покинул нас» (цит. по [28, с. 409]).

Итак, в бригсовой системе логарифмов, предложенной им в 1615 г.,

$$\log r = \log 10^{10} = 0, \tag{1}$$

$$\log \frac{r}{10} = \log 10^{9} = 10^{10}. \tag{2}$$

В современных обозначениях (если x — неперов, а z — бригсов логарифмы числа y) справедливы равенства

$$y = 10^7 e^{-\frac{x}{10^7}}, \tag{3}$$

$$y = 10^{10-\frac{z}{10^{10}}} \tag{4}$$

или

$$x = 10^7 (7 \log_e 10 - \log_e y), \tag{3a}$$

$$z = 10^{10} (10 - \log_{10} y). \tag{4a}$$

Практическое преимущество бригсовой системы логарифмов над неперовой состоит в простоте соотношений между логарифмом числа a и логарифмами чисел $10a$, $100a$, . . ., $a/10$, $a/100$. . ., так как прибавление или вычитание 23 025 842 и его кратных заменяется прибавлением или вычитанием 10^{10} и его кратных.

Соотношение между логарифмами a и $10^n a$ задается равенством

$$\log a - \log (10^n a) = n (\log 1 - \log 10) = n \cdot 10^{10}, \tag{5}$$

поскольку

$$\log 1 - \log 10 = \log 10^9 - \log 10^{10} = 10^{10}.$$

Если положить $r = 10^{10}$, то получим

$$\log 1 = 10r; \quad \log 10 = 9r; \quad \log 100 = 8r, \ \ldots$$

$$\log 0{,}1 = 11r; \quad \log 0{,}01 = 12r, \quad \log 0{,}001 = 13r, \ldots$$

вообще

$$\log (10^n) = (10 - n)\, r.$$

Изменение знака n в последнем члене (5) эквивалентно выбору $\log 10r = 10^{10}$ вместо $\log \frac{r}{10} = 10^{10}$;

это приведет к изменению знака всех логарифмов:

$$\log 1 = -10r; \quad \log 10 = -9r; \quad \log 0{,}1 = -11r\ldots$$

Однако в предложенной Бригсом системе соотношения $\log ab = \log a + \log b$ и т. п. не выполняются вследствие того, что $\log 1 \neq 0$, и это является наиболее существенным недостатком системы. Предложение же Непера (1617), принятое Бригсом в «Arithmetica logarithmica», этого недостатка лишено.

Пользуясь языком дифференциальных уравнений, можно представить последовательные шаги в развитии логарифмов.

I. *Непер* (1614).

Пусть P и P' — положения в момент t точек, которые описывают линии синуса и его логарифма соответственно. Положим

$$PZ = y, \quad A'P' = x \text{ и } AZ = r,$$

где r — полный синус. Неперов логарифм числа y есть x; связь между ними определяется уравнениями

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = \text{const} \qquad (= v), \\ &\frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = \text{const} \quad (= -v), \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

причем при $t = 0$ выполняется $x = 0$ и $y = r$.

Решая систему, получим

$$x = vt, \qquad y = re^{-\frac{vt}{r}}$$

или

$$y = re^{-\frac{x}{v}}$$

и, следовательно, неперов логарифм

$$x = r(\log_e r - \log_e y), \qquad r = 10^7. \qquad (N)$$

II. *Бригс* (1615)

Исключив время из (6), получим

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \text{const}. \qquad (7)$$

Интегрируя (7) при $y = r$ (для $x = 0$) и $y = r/10$ (для $x = 10^{10}$), находим $y = r \cdot 10^{-\frac{x}{10^{10}}}$; если $r = 10^{10}$, то бригсов логарифм

$$x = 10^{10}(10 - \log_{10} y). \qquad \text{(B)}$$

III. *Непер—Бригс* (1616)

В этом случае интеграл уравнения (7) должен удовлетворять условиям

$$y = 1 \text{ при } x = 0,$$

$$y = r \text{ при } x = 10^{10}.$$

Тогда решение (7) примет вид

$$y = r^{\frac{x}{10^{10}}}$$

и если $r = 10^{10}$, то непер—бригсов логарифм

$$x = 10^9 \cdot \log_{10} y \qquad \text{(N—B)}.$$

Итак, для числа y

$$N = 10^7(\log_e 10^7 - \log y),$$

$$B = 10^{10}(10 - \log_{10} y),$$

$$N - B = 10^9 \log_{10} y.$$

Кеплеровы логарифмы. Иоганн Кеплер решил создать собственную теорию логарифмов и составить собственные логарифмические таблицы. К середине 1620 г. он заканчивает разработку теоретических основ построения таблицы. В отличие от неперовского кинематически-геометрического истолкования логарифмов Кеплер дает им чисто арифметическое обоснование, исходя из теории отношений. Он предназначал свои логарифмы прежде всего для облегчения вычислений над числами в десятичной системе счисления.

Если обозначить $\log_K x$ — кеплеров, а $\log_N x$ — неперов логарифмы числа x, то с помощью натуральных логарифмов их можно связать соотношением

$$\log_K x = \log_N x + 3{,}94 \frac{\ln 10^7}{x}.$$

Таблица кеплеровых логарифмов была вычислена их автором зимой 1621—1622 гг. и издана под названием «Chilias Logarithmorum» («Тысяча логарифмов») в 1624 г. в Марбурге. Год спустя Кеплер выпустил дополнение («Supplementum Chilias logarithmorum»), в котором излагал теорию логарифмов и давал руководство к применению таблиц. В 1630—1631 гг. зять Кеплера врач Яков Барч (1600—1633) напечатал более полные таблицы кеплеровых логарифмов.

Натуральные логарифмы. В 1619 г. в Лондоне вышла книга «Новые логарифмы, первое изобретение которых принадлежит достопочтенному лорду Джону Неперу, барону Мерчистона и которые были напечатаны в Эдинбурге, в Шотландии, в 1614 году... Составлены Джоном Спейделем, учителем математики, и продаются в его доме на Полях, на задней стороне Дрюрийской дороги, между Принцевой улицей и Новым Театром». Этими сведениями, к сожалению, и ограничиваются наши знания о Джоне Спейделе (ок. 1607 — ок. 1647), авторе первой таблицы натуральных логарифмов [40, с. 177—178].

Спейдель не стремился создать новую теорию, а хотел лишь улучшить неперовы таблицы, сделав все логарифмы положительными числами. Для этого он вычитал неперов логарифм из 10^8 и отбрасывал две последние цифры полученной разности. Например, вычитая из 10^8 величину $\log_N \sin 30' = 47\,413\,852$, он получал 52 586 148 и записывал $\log_{сп} \sin 30' = 525\,861$. Эти логарифмы не вполне, однако, совпадают с натуральными, поскольку они, как и их аргументы, которые не напечатаны в таблице, суть целые числа. Но если пять последних знаков спейделевых логарифмов рассматривать как десятичную дробь (мантиссу) и добавлять 10 к каждой отрицательной характеристике, то их можно назвать натуральными логарифмами тригонометрических величин. Например, Непер дает $\sin 30' = 87\,265$ при радиусе $r = 10^7$. На самом деле $\sin 30' = 0{,}0087265$. Натуральный логарифм этой дроби приблизительно равен $\bar{5}{,}25861$. Прибавляя 10 к характеристике, получим 5,25861. Спейдель же, как мы видим, писал $\log \sin 30' = 525\,861$. Соотношение между натуральными и спейделевыми логарифмами имеет вид

$$\log_{сп} x = 10^5 \left(10 + \log_e \frac{x}{10^5}\right).$$

При переиздании книги в 1622 г. Спейдель включил в нее таблицу логарифмов чисел 1—1000, которые, если включить опущенный десятичный знак, являются натуральными. Так, он дает $\log 10 = 2\,302\,584$, а в современных обозначениях $\log_e 10 = 2{,}302584$. Дж. В. Л. Глейшер [65] указал, однако, что это не первые натуральные логарифмы: во втором издании райтовского перевода «Описания...» (1618) содержится анонимное «Приложение», написанное, вероятно, Отредом, в котором описан процесс интерполяции с помощью небольшой таблицы, содержащей натуральные логарифмы 72 синусов (без десятичного знака).

Гауссовы логарифмы. Известно, что вычисления с логарифмами существенно усложняются, если в задаче встречаются суммы или разности. Чтобы обойти эту трудность, сначала прибегали к тригонометрическим преобразованиям. Так, в 1704 г. врач Иозеф Мушель фон Мошау опубликовал сочинение «Метод сложения и вычитания логарифмов», в котором геометрическим путем вывел формулу

$$\log(a+b)=\log 2+\log b+2\log\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right),$$

где α определяется равенством $\log\sin\alpha=\log a-\log b$. Христиан Вольф (1679—1754) полагал $\log\operatorname{tg}\alpha=$ $=\frac{1}{2}(\log a-\log b)$ и получил равенство $\log(a+b)=$ $=\log a-2\log\sin\alpha$. Затем Деламбр (1749—1822) получил аналогичную зависимость

$$\log(a\pm b)=\log b+\log\operatorname{tg}\alpha\pm\log\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}=$$
$$=\log a+\log 2+2\log\frac{\cos}{\sin}\left(\frac{\varphi}{2}\right),$$

где $\log\cos\alpha=\log b-\log a$.

Однако наиболее удачный прием предложил итальянский физик Джузеппе Цеккини Леонелли (1776—1847). Он пользовался очевидными формулами

$$\log(a+b)=\log a+\log\left(1+\frac{b}{a}\right)=\log b+\log\left(1+\frac{a}{b}\right),$$
$$\log(a-b)=\log a-\log\frac{a/b}{a/b-1}=\log b-\log\left(\frac{a}{b}-1\right).$$

Леонелли вычислил с 14 знаками таблицу $\log(a\pm b)$, но привел в своей книге «Theorie des logarithmes» (Бордо, 1802—1803) только три странички выдержек из нее с четырьмя знаками.

Идеей Леонелли воспользовался Гаусс, опубликовавший в 1812 г. пятизначные таблицы, в которых три находящихся на одной строке числа будут между собой в такой связи:

$$A=\log m;\qquad B=\log\left(1+\frac{1}{m}\right);\qquad C=\log(1+m).$$

Если $\log a$ и $\log b$ известны и требуется найти $\log(a+b)$, то сначала вычисляют $m = a/b$ или $m = b/a$. Иначе говоря, принимают $A = \log a - \log b$ или $A = \log b - \log a$, находят разность заданных логарифмов в столбце A и берут соответствующие значения B или C. Тогда

$$\log(a+b) = \log a + B$$

или

$$\log(a+b) = \log b + C.$$

Для логарифмов разности ищут разность заданных логарифмов $\log a - \log b = \log m'$ в столбце C. В качестве величины m здесь удобно принять $m = m' - 1$. Соотношения, связывающие столбцы таблицы Гаусса, будут тогда выглядеть так:

$$A = \log(m' - 1); \qquad B = \log\frac{m'}{m' - 1}; \qquad C = \log m'.$$

Если учесть, что $m' = a/b$, то получаем

$$\log(a-b) = \log a - B$$

или

$$\log(a-b) = \log b + A.$$

После пятизначных таблиц Гаусса в 1818 г. в Альтоне были изданы семизначные таблицы (Маттисен). Впоследствии схема Гаусса неоднократно модифицировалась. Так, в 1844 г. Мюллер, используя формулы

$$\log(a+b) = \log a + \log\left(1 + \frac{b}{a}\right),$$

$$\log(a-b) = \log a - \log\frac{1}{1 - \frac{b}{a}},$$

составил таблицу из трех колонок A, S (сумма) и U (разность):

$$A = \log a - \log b,$$

$$S = \log\left(1 + \frac{b}{a}\right),$$

$$U = \log\frac{1}{1 - \frac{b}{a}}.$$

С другой стороны, Т. Виттштейн (1866) ограничился лишь формулами типа

$$\log(a-b) = \log B + C, \qquad \log(a-b) = \log B + A,$$

и его семизначные таблицы содержат только два столбца.

Отметим, что сам Гаусс никогда не приписывал себе авторство логарифмов рассматриваемого типа, многократно указывая на заслуги Дж. Ц. Леонелли. Тем не менее термин *гауссовы логарифмы* распространился достаточно широко и прочно. Опубликованные Гауссом таблицы печатались вместе с пятизначными таблицами десятичных логарифмов до самого последнего времени.

Как вычисляли десятичные логарифмы

«Нужно стремиться узнать,— говорил Лагранж,— путь, часто непрямой и трудный, которым шли первые изобретатели, различные приемы, которыми они вычисляли логарифмы, чтобы понять, сколь многим мы обязаны этим истинным благодетелям человечества» [43, с. 6].

Даже беглое знакомство с вычислительными приемами Непера, Бригса и Флакка заставляет нас удивляться необычайному трудолюбию этих подвижников «науки вычислений» и их умению столь незначительными средствами достигнуть намеченной цели.

Способы вычисления десятичных логарифмов впервые были изложены Непером в приложении к «Устройству...».

Первый способ состоит в следующем.

«Раздели логарифм одной десятой или логарифм десяти, т. е. 10 000 000 000, десять раз последовательно на 5, получив при этом, следовательно, числа 2 000 000 000, 400 000 000, 80 000 000, 16 000 000, 3 200 000, 640 000, 128 000, 25 600, 5120, 1024. Далее, раздели последнее из них десять раз на 2, что даст числа 512, 256, 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1. Все эти числа являются логарифмами. Найди теперь обычные числа, которые соответствуют каждому из них» [11]. Эти «обычные числа» как показывает далее Непер, получаются извлечением корней пятой и второй степени. Затем та же самая процедура применяется к найденным таким образом числам и т. д. Из полученного ряда составляется таблица логарифмов.

---

[11] Цит. по: The Construction of the Wonderful Canon of logarithms by John Napier... Translated... by W. R. Macdonald. Edinburgh; London, 1889, p. 48—50.

Из сказанного следует, что Непер владел методом извлечения корней пятой степени, может быть, тем, который приведен им в «De arte logistica» (кн. II, гл. VII).

Второй способ Непера[12] требует извлечения только квадратного корня.

Непер пишет: «Если два числа, логарифмы которых известны, будут перемножены, образовав третье число, то сумма их логарифмов будет логарифмом третьего числа.

Также, если одно число делится на другое, что дает третье число, то, вычитая, найдем логарифм третьего.

Если некоторые числа образуются путем возведения первого числа во вторую, третью, пятую и т. д. степени, то логарифмы этих чисел получаются умножением логарифма первого числа на два, три, пять и т. д.

Также, если из данного числа будет извлечен корень второй, третьей, пятой и т. д., степеней и логарифм данного числа будет разделен на два, три, пять и т. д., то мы получим логарифмы этих корней.

И, наконец, если любое обычное [common] число образуется из других обычных чисел умножением, делением, возведением в степень или извлечением [корня], то его логарифм образуется соответственно из их логарифмов сложением, вычитанием, умножением на 2, 5 и т. д. (или делением на 2, 3 и т. д.). Отсюда следует, что единственная трудность состоит в нахождении логарифмов простых чисел...»

На примере вычисления log 5 Непер дает следующее правило. Полагая $\lg 1 = 0$ и $\log 10 = 10^{10}$, он пишет: «Найди среднее пропорциональное между 10 и 1, именно $\frac{316\,227\,766\,017}{10\,000\,000\,000}$, также среднее арифметическое между 10 000 000 000 и 0, именно 5 000 000 000; затем найди среднее геометрическое между 10 и $\frac{316\,227\,766\,017}{10\,000\,000\,000}$, а именно $\frac{562\,341\,925\,191}{10\,000\,000\,000}$, также среднее арифметическое между 10 000 000 000 и 5 000 000 000, а именно 7 500 000 000».

Задача, таким образом, сводится к нахождению логарифмов простых чисел. Поясним предложенную для этих целей вычислительную процедуру.

Если $\log y = z$ и $\log v = x$, то $\log \sqrt{yv} = \frac{x+z}{2}$.
Пусть число N заключается между границами 10^2 и 10^3,

[12] Ibid., p. 50—51.

Числа		Логарифмы	
$A =$	1,000000	a	$= 0{,}0000000$
$B =$	10,000000	b	$= 1{,}0000000$
$C = \sqrt{AB}$	$=$ 3,162277	$c = \frac{1}{2}(a+b)$	$= 0{,}5000000$
$D = \sqrt{BC}$	$=$ 5,623413	$d = \frac{1}{2}(b+c)$	$= 0{,}7500000$
$E = \sqrt{CD}$	$=$ 4,216964	$e = \frac{1}{2}(c+d)$	$= 0{,}6250000$
$F = \sqrt{DE}$	$=$ 4,869674	$f = \frac{1}{2}(d+e)$	$= 0{,}6875000$
$G = \sqrt{DF}$	$=$ 5,232991	$g = \frac{1}{2}(d+f)$	$= 0{,}7187500$
$H = \sqrt{FG}$	$=$ 5,048065	$h = \frac{1}{2}(f+g)$	$= 0{,}7031250$
$I = \sqrt{FH}$	$=$ 4,958069	$i = \frac{1}{2}(f+h)$	$= 0{,}6953125$
$K = \sqrt{HI}$	$=$ 5,002865	$k = \frac{1}{2}(h+i)$	$= 0{,}6992187$
$L = \sqrt{IK}$	$=$ 4,980416	$l = \frac{1}{2}(i+k)$	$= 0{,}6972656$
$M = \sqrt{KL}$	$=$ 4,991627	$m = \frac{1}{2}(k+l)$	$= 0{,}6982421$
$N = \sqrt{KM}$	$=$ 4,997240	$n = \frac{1}{2}(k+m)$	$= 0{,}6987304$
$O = \sqrt{KN}$	$=$ 5,000052	$o = \frac{1}{2}(k+n)$	$= 0{,}6989745$
$P = \sqrt{NO}$	$=$ 4,998647	$p = \frac{1}{2}(n+o)$	$= 0{,}6988525$
$Q = \sqrt{OP}$	$=$ 4,999350	$q = \frac{1}{2}(o+p)$	$= 0{,}6989135$
$R = \sqrt{OQ}$	$=$ 4,999701	$r = \frac{1}{2}(o+q)$	$= 0{,}6989440$
$S = \sqrt{OR}$	$=$ 4,999876	$s = \frac{1}{2}(o+r)$	$= 0{,}6989592$
$T = \sqrt{OS}$	$=$ 4,999963	$t = \frac{1}{2}(o+s)$	$= 0{,}6989668$
$V = \sqrt{OT}$	$=$ 5,000008	$v = \frac{1}{2}(o+t)$	$= 0{,}6989707$
$W = \sqrt{TV}$	$=$ 4,999984	$w = \frac{1}{2}(t+v)$	$= 0{,}6989687$
$X = \sqrt{VW}$	$=$ 4,999997	$x = \frac{1}{2}(v+w)$	$= 0{,}6989697$
$Y = \sqrt{VX}$	$=$ 5,000003	$y = \frac{1}{2}(v+x)$	$= 0{,}6989702$
$\mathbf{Z = \sqrt{XY}}$	**= 5,000000**	$\mathbf{z = \frac{1}{2}(x+y)}$	$\mathbf{= 0{,}6989700}$

логарифмы которых равны 2 и 3. Найдем значение $10^{2\frac{1}{2}}$. Число N будет заключаться либо между границами 10^2 и $10^{2\frac{1}{2}}$, либо между $10^{2\frac{1}{2}}$ и 10^3. В любом из этих случаев, взяв очередное среднее пропорциональное, мы получим более узкие границы; действуя подобным образом, можно дойти до таких границ, промежуток между которыми будет меньше любого заданного числа; на этом вычисления заканчивают.

Непер в своем примере нахождения логарифма 5 обрывает вычисления на втором шаге. Мы приведем таблицу вычислений полностью (впервые опубликована в «Эдинбургской энциклопедии», 1830; см. на с. 126).
Итак, $10^{0,6989700} \approx 5$.

Этот метод вычисления десятичных логарифмов использовали Бригс, затем Кеплер и Флакк, а впоследствии Жак Озанам (1640—1717).

Третий способ Непера [13] состоит в определении количества цифр результата возведения данного числа в степень, равную предполагаемому логарифму 10.

«Предположим, спрашивается,— пишет Непер,— какому числу равен логарифм 2? Я отвечу: числу знаков в результате, полученном 10 000 000 000-кратным перемножением числа 2. Если вы скажете, что число, полученное таким перемножением, неисчислимо, то я отвечу, что количество знаков, которое я ищу, является исчислимым».

В качестве примера Непер находит логарифм 2 в системе логарифмов, где $\log 1 = 0$, а $\log 10 = 10^{10}$. Этот способ, позволяющий найти пределы, между которыми лежит истинное значение логарифма числа, подробно разъяснен Бригсом [14]. Ниже приведены выдержки из таблиц, сопровождающих эти разъяснения.

Я. В. Успенский объясняет метод следующим образом [43, с. 46].

Допустим, нужно найти логарифм числа a с 14 значащими цифрами. Предположим, что число заключено между 1 и 10. Если возведем a в степень с показателем 10^{14}, то характеристика числа $a^{10^{14}}$ даст 14 первых знаков после запятой для логарифма числа a. Для того чтобы найти характеристику, нужно знать, сколько цифр заключается в степени $a^{10^{14}}$. Для нахождения числа цифр нужно пользо-

---

[13] Ibid., p. 53—54.
[14] Ibid., p. 61—63, 99—100.

Когда 2 возводится в степень	Наибольший предел его логарифма есть число	А наименьший его предел
1	1,0	0,
10	0,4	0,3
100	0,31	0,30
1000	0,302	0,301
10 000	0,3011	0,3010
100 000	0,30103	0,30102
1 000 000	0,301030	0,301029
10 000 000	0,3010300	0,3010299
100 000 000	0,30103000	0,30102999
1 000 000 000	0,301029996	0,301029995

Степени 2	Показатели степеней 2	Число знаков в степенях 2
2	1	$1 \div 1 = \log \quad 2$
4	2	1 $\quad$ 4
16	4	2 $\quad$ 16
256	8	3 $\quad$ 256
1024	10	$4 \div 10 = \log \quad 2$
10 485 ...	20	7 $\quad$ 4
10 995 ...	40	13 $\quad$ 16
12 089 ...	80	25 $\quad$ 256

ваться следующим правилом: число цифр произведения равно сумме чисел множителей, когда произведение начальных цифр представляет двузначное число, или сумме цифр множителей минус единица, когда произведение начальных цифр представляет однозначное число [15].

Генри Бригс, как уже говорилось, положил в основу вычислений в «Логарифмической арифметике» второй метод Непера, дав в предисловии к книге его подробное толкование.

Среди других методов вычисления логарифмов [16] следует остановиться на одном из самых распространенных,

---

[15] К сожалению, в такой общей формулировке это правило является неверным. Например, произведение $49 \times 29 = 1421$, т. е. четырехзначно, тогда как произведение первых цифр $2 \times 4 = 8$ однозначно.

[16] Подробное описание различных способов вычисления логарифмов читатель может найти в [64, 66, 67].

получившем в литературе название «метод корня» («*radix method*»).

Суть метода состоит в следующем. Представим заданное число N в виде десятичной дроби

$$N = A_0 + \frac{A_1}{10} + \frac{A_2}{10^2} + \frac{A_3}{10^3} + \ldots \ (A_0 \neq 0),$$

которую можно записать в виде

$$N = A_0\left(1 + \frac{\alpha_1}{10} + \frac{\alpha_2}{10^2} + \ldots\right)$$

или, вынося за скобки множитель $\left(1 + \frac{\alpha_1}{10}\right)$,

$$\left(1 + \frac{\alpha_1}{10} + \frac{\alpha_2}{10^2} + \ldots\right) = \left(1 + \frac{\alpha_1}{10}\right)\left(1 + \frac{\beta_2}{10^2} + \frac{\beta_3}{10^3} + \ldots\right).$$

Второй множитель правой части не может содержать десятичных долей. Действительно, произведение

$$\left(1 + \frac{\alpha_1}{10}\right)\left(1 + \frac{1}{10}\right) = 1 + \frac{\alpha_1 + 1}{10} + \frac{\alpha_1}{10^2}$$

превосходит левую часть предыдущего равенства.

Аналогично

$$\left(1 + \frac{\beta_2}{10^2} + \frac{\beta_3}{10^3} + \ldots\right) = \left(1 + \frac{\beta_2}{10^2}\right)\left(1 + \frac{\gamma_3}{10^3} + \frac{\gamma_4}{10^4} + \ldots\right),$$

$$\left(1 + \frac{\gamma_3}{10^3} + \frac{\gamma_4}{10^4} + \ldots\right) = \left(1 + \frac{\gamma_3}{10^3}\right)\left(1 + \frac{\delta_4}{10^3} + \frac{\delta_5}{10^4}\right).$$

Таким образом,

$$N = A_0\left(1 + \frac{\alpha_1}{10}\right)\left(1 + \frac{\beta_2}{10^2}\right)\left(1 + \frac{\gamma_3}{10^3}\right), \ldots,$$

откуда

$$\log N = \log A_0 + \log\left(1 + \frac{\alpha_1}{10}\right) + \log\left(1 + \frac{\beta_2}{10^2}\right) + $$
$$+ \log\left(1 + \frac{\gamma_3}{10^3}\right) + \ldots$$

Здесь A_0 может иметь значения 1, 2, 3, . . ., 9;

$\left(1 + \frac{\alpha_1}{10}\right)$ — значения 1,1; 1,2; ...; 1,9;

$\left(1 + \frac{\beta^2}{10n}\right)$ — значения 1,01; 1,02; ...; 1,09 и т. д. Следовательно, имея таблицы логарифмов чисел вида $1+\frac{r}{10^n}$, можно находить логарифмы любых других чисел путем сложения. Впервые этот метод упоминается в анонимном «Приложении» к райтовскому изданию «Описания...» 1618 г.

В 1624 г. в XVI главе «Логарифмической арифметики» Г. Бригс привел таблицу чисел $\left(1+\frac{r}{10^n}\right)$ для n, $r=1\div 9$ и их 15-значных логарифмов. Он не дал, однако, описания способа, с помощью которого она была получена, и не обосновал метод нахождения логарифмов с ее помощью, хотя и активно его использовал.

Впоследствии «метод корня» многократно переизобретался и излагался в различных модификациях [17]. Так, в 1771 г. его обнаружил (по-видимому, независимо от Бригса) учитель математики Роберт Флоувер (1711—1774), несколько упростивший бригсову процедуру отыскания логарифмов, затем его использовали и описали Д. Ц. Леонелли в 1802 г., В. Орчард в 1848 г., О. Бирн в 1849 г. и др.

В отличие от этих авторов, таблицы вида $\left(1-\frac{r}{10^n}\right)$ при вычислениях логарифмов и антилогарифмов использовали: известный механик и изобретатель Джордж Этвуд (1746—1809) в 1786 г., преподаватель Кембриджа Томас Маннинг (1772—1840) в 1806 г., известный математик Томас Уэддл в 1845 г., Питер Грэй (1807—1887) в 1846 г. и др.

Логарифмические таблицы, символы, термины, обозначения

Через три года после публикации неперовой таблицы логарифмов («Описания...») была опубликована первая таблица десятичных логарифмов. Она принадлежала Генри Бригсу [18], издавшему в 1617 г. небольшую, в 16 страниц in-octavo, книгу «Логарифмы первой тысячи

---

[17] С историей метода читатель может познакомиться по работе [60].

[18] На титульном листе книги отсутствует имя автора, год и место издания. Однако авторство Бригса не вызывает сомнений, а год издания историки устанавливают по следующему абзацу письма сэра Генри Боурчьера к архиепископу Ашеру, датированного декабрем 1617 г.: «Наш добрый друг м-р Бригс опубликовал недавно дополнение к этим замечательным таблицам логарифмов, которое, я полагаю, он послал Вам...» [78, с. 195].

чисел» («Logarithmorum Chilias Prima»)[19]. Здесь были помещены 14-значные логарифмы чисел от 1 до 1000. Затем в 1624 г. Бригс опубликовал обширный труд «Логарифмическая арифметика» («Arithmetica logarithmica»), в котором даны 14-значные логарифмы чисел от 1 до 20 000 и от 90·000 до 100 000. Книга содержала посвящение Карлу, принцу Уэльскому и будущему королю Англии, предисловие, 88 страниц текста, поясняющего способ вычисления и применения логарифмов, и 300 страниц таблиц. «Логарифмическая арифметика» была переиздана в 1625 г.

Таблицы десятичных логарифмов тригонометрических функций были впервые вычислены в 1620 г. и опубликованы коллегой Бригса по Грэшем-колледжу профессором астрономии Эдмундом Гюнтером (1581—1626).

Гюнтер, валлиец родом, получил теологическое образование в Оксфорде и поначалу избрал духовную карьеру. Однако дружба с выдающимися математиками Г. Бригсом и У. Отредом изменила круг его интересов. Гюнтеру-математику мы обязаны терминами *косинус* и *котангенс*, логарифмической шкалой, пропорциональным компасом, «гюнтеровской цепью» — непременным инструментом землемеров и, наконец, семизначными логарифмами синусов и тангенсов, вычисленных с шагом аргумента 1′ и помещенных в книге «Таблицы треугольников».

Пробел в таблицах Бригса был заполнен выдающимся голландским вычислителем Адрианом Флакком, сделавшим это совершенно самостоятельно, без помощи и содействия со стороны Бригса.

О жизни Флакка известно очень немногое. Родился он около 1600 г. в городе Гуде и получил, по-видимому, хорошее образование, особенно в части математики и латыни. С 1626 г. Флакк занимался книготорговлей в своем родном городе, как один из совладельцев известной издательской и торговой фирмы Питера Раммазейна. Затем Флакк перебирается в Лондон, где до 1642 г. занимается сбытом поступавших из Голландии книг. Конкуренция со стороны английских коллег и неспокойное время революции заставляют его покинуть Лондон. До 1648 г. Флакк живет в Париже, а затем переезжает в Гаагу. Умер Адриан Флакк, вероятно, в 1667 г.

Во время пребывания в Гуде Флакк сблизился с мест-

---

[19] В этой книге Бригс впервые отделил характеристику от мантиссы.

ным землемером и учителем математики Йезекиелем де Деккером. Вместе они изучали труды Непера, Бригса и Гюнтера, в какой-то мере дополняя друг друга, так как Деккер не знал латыни, но превосходил Флакка в знании математики. В результате этой работы появился в 1626 г. сборник «Новое числоведение» («Nieuwe Telkonst») в двух томах. Первый том содержал перевод на голландский «Рабдологии», «Десятой» («Thiende») Симона Стевина [20], таблицу процентов, вычисленную де Деккером, и его «Меркантильную арифметику». Во второй том вошли фрагменты из таблиц Бригса и Гюнтера.

Главный труд Флакка — десятизначные таблицы десятичных логарифмов первых ста тысяч чисел — вышел в 1628 г. в Гуде. Вычислив собственноручно отсутствовавшие у Бригса 70 000 логарифмов, Флакк смело мог бы дать своему труду оригинальное название, но он с достойной уважения скромностью предпочел представить его как второе издание книги Бригса, называя себя лишь «умножителем бригсовых таблиц». Кроме того, им были вычислены и включены в книгу как «Приложение» 10-разрядные логарифмы синуса, тангенса и секанса с шагом аргумента в $1'$.

Узнав об издании книги Флакка, Бригс писал математику Джону Пеллу (25 октября 1628 г.): «Я хотел вычислить и напечатать те тысячи, которые отсутствовали в моей книге, и я почти уже сделал это с помощью нескольких друзей, которым я подробно сообщил правила вычисления... Но Адриан Флакк, голландец, облегчил это бремя и заботы, вычислив недостающие тысячи, и опубликовал их на латыни, французском, датском [21], всего — 1000 экземпляров книги. При этом он отбросил 4 разряда у вычисленных мной логарифмов, опустил посвящения и предисловие для читателей, а также главы 12 и 13...» [78, с. 197].

Генри Бригс, помимо вычислений логарифмов, трудился над созданием логарифмических таблиц тригонометрических функций, однако смерть помешала ему завершить этот труд. Преемником Бригса стал Генри Геллибрандт (1597—1637). Выпускник оксфордского Тринити-колледжа, Геллибрандт избрал поначалу духовную карье-

[20] См. с. 200.

[21] В 1631 г. в Лондоне по заказу книготорговца Джорджа Миллера книга Флакка была переиздана со специально написанным на английском языке предисловием.

ру и даже вступил в монашеский орден. Но однажды, попав на лекцию Генри Савиля (1549—1622), математика и замечательного педагога, он был так поражен услышанным, что решил полностью посвятить себя математике. Он помогал Бригсу в составлении таблиц, а после смерти учителя отредактировал его труд. Таблицы Бригса — Геллибрандта под названием «Британская тригонометрия» («Trigonometria Britanica») были изданы в Гуде в 1633 г. А. Флакком и переизданы в 1658 г. в Лондоне. В этих таблицах принято деление прямого угла, как обычно, на 90 градусов, но каждый градус делится на 100 минут, а каждая минута — на 100 секунд (так называемое центезимальное деление градуса). Логарифмы синусов даны с 14, а логарифмы тангенсов — с 10 знаками; шаг аргумента равен 0,01 градуса.

Ввиду необычности принятого в «Британской тригонометрии» деления углов Флакк в том же 1633 г. выпустил «Искусственную тригонометрию» («Trigonometria artificials»), где при обычном делении угла приведены 10-значные логарифмы тригонометрических функций с шагом 10′.

Итак, усилиями Бригса и Флакка к 1633 г. был завершен колоссальный труд вычисления первых таблиц десятичных логарифмов. Оставалось лишь исправить неизбежные при таких вычислениях ошибки [22], уменьшить объем таблиц и придать им более удобную форму. Основой всегда [23] оставались упомянутые выше сочинения. Они «навсегда останутся памятником необыкновенного трудолюбия двух людей... Даже теперь, когда мы обладаем столь разнообразными и могущественными способами для вычисления логарифмов, немногие согласились бы взяться за труд составления таких обширных таблиц, каковы таблицы Бригса и Флакка» (Я. В. Успенский).

В Европе бригсовы логарифмы стали известны благодаря усилиям Эдмунда Уингейта (1596—1656) — математика, политического деятеля и плодовитого писателя. В 28-летнем возрасте он отправился во Францию, где стал учителем английского языка у принцессы (а затем англий-

---

[22] Так, в «Логарифмической арифметике» Флакка их было около 600, у Дж. Ньютона (1658) — 98, у Гардинера (1742) — 19, у Вега (1783) — 5, у Калле (1853) — 2. Свободны от ошибок таблицы Бремикера (1857), Шрена (1860) и др.

[23] Исключение составляют таблицы замечательного шотландского вычислителя Э. Сэнга (1871).

ской королевы) Генриетты-Марии, и, сблизившись с парижскими математиками, познакомил их с «удивительными таблицами логарифмов». В 1625 г. Уингейт издал в Париже «Логарифмическую арифметику», в которой привел семизначные десятичные логарифмы первой тысячи чисел и заимствованные у Гюнтера логарифмы синусов и тангенсов. В следующем году неполные бригсовы и гюнтеровские таблицы издали де Деккер (в Гуде) и профессор Парижского университета Дени Анрио. Наконец, в 1630 г. немецких читателей познакомил с десятичными логарифмами военный инженер из Ульма Иоганн Фаульгабер (1580—1635).

В России таблицы десятичных логарифмов были изданы в 1703 и 1719 гг. Заглавие последнего издания гласит: «Таблица синусов, тангенсов и секансов и логарифмы синусов и тангенсов, также и чисел, еже есть от единого даже до 10 000 со изъяснением удобнейшим; оных довольством возможно разрешить все треугольники прямолинейные и сферические, и множайшая вопрошения Астрономическая... Тщением и засвидетельством математиков — навигацких школ учителей Андреа Фархварсона, Стефана Гвына и Леонтья Магницкого...». В основу этих таблиц положены таблицы Флакка.

Деятельность Леонтия Магницкого, одного из составителей этой книги, хорошо известна. Он был замечательным педагогом, автором первого русского учебника по арифметике. Поэтому скажем несколько слов о другом составителе — Андрее Даниловиче Фархварсоне.

Он родился в Шотландии в середине XVII столетия. В 1696 г. Фархварсон — профессор Абердинского университета — был приглашен Петром I в Россию. Здесь он принял деятельное участие в организации «Математической и навигацкой школы», открытой 19 августа 1699 г. в Москве, в Сухаревой башне. Фархварсон состоял преподавателем школы до 1715 г., после чего был переведен в только что открытую в Петербурге Морскую академию. В академии Фархварсон преподавал арифметику, геометрию, тригонометрию, геодезию, навигацию. Свободно зная, помимо латыни, основные европейские языки, он писал и преподавал по-русски. В 1737 г. по случаю представления его к званию бригадира Адмиралтейств-коллегия писала: «За знатные его на пользу государства службы дела... награды сей он достоин, понеже через него первое обучение математике в России было введено и едва ли не все при флоте ея Императорского Величества российские подданные, от высших и до низших, к мореплаванию в навигацких науках обучены» [24].

Поскольку десятизначные и четырнадцатизначные логарифмы не очень удобны для практического использования, было издано множество «усеченных» таблиц, полученных из таблиц Бригса и Флакка.

Небольшие восьмиразрядные таблицы логарифмов чисел и тригонометрических функций были изданы в 1658 г. священником Джоном Ньютоном, но широкого распространения не получили. Значительно большей популярностью пользовались семизначные таблицы. Первые таблицы логарифмов чисел от 1 до 100 000 опубликовал в 1633 г. священник Натаниэль Ро. Затем последовали таблицы Генри Шервина (1705), Уильяма Гардинера (1742), Жана Франсуа Калле (1783), Чарльза Хаттона (1785), Майкла Тейлора (1792), Роберта Шортреда (1844), Людвига Шрена (1865). Все они содержали десятичные логарифмы первых 100 тысяч чисел и логарифмы тригонометрических функций (как правило, синуса и тангенса, но в ряде случаев и других) с шагом 10′ или 1′. Наиболее удачные из них принадлежат французу Ж. Ф. Калле (1744—1799), англичанину М. Тейлору (1756—1789) — вычислителю департамента морского календаря, Р. Шортреду (1800—1868) — лейтенанту британской армии и Л. Шрену — директору Йенской обсерватории.

Первые шестизначные таблицы — а всего их было издано около 30 — появились в 1784 г. (Дунн), за три года до этого пятизначные таблицы издал англичанин Бейтс. Уже в XIX столетии, когда, по словам известного историка математики И. Тропфке, «начали придавать меньшее значение цифровой роскоши», были напечатаны четырехзначные таблицы (Энке) и трехзначные (Шрен, 1838). Наряду с «укороченными» таблицами было вычислено и опубликовано несколько небольших таблиц «сверхмногозначных» логарифмов. В 1717 г. появилась таблица 61-значных логарифмов для простых чисел от 1 до 100 и от 100 до 1097 и 63-значных — для чисел от 999 990 до 1 000 010. Ее вычислил Абрахам Шарп. Позднее Паркхурст опубликовал в Нью-Йорке (1871) логарифмы чисел от 1 до 109 с 102 знаками.

---

[24] Цит. по кн.: Русский биографический словарь. СПб., 1901, том «Фабер — Цявловский», с. 22—23.

Большое значение для повышения точности «классических» таблиц имели труды выдающегося вычислителя Георга Вега.

Он родился 12(23) марта 1754 г. в Загорице-на-Крайне в семье бедного словенского крестьянина. После окончания гимназии, когда ему шел 22-й год, Вега был назначен на должность навигационного офицера в Нижней Австрии, но через пять лет оставил это место и поступил канониром в армию. Исключительные способности позволили Вега быстро продвинуться по службе и уже через восемь лет получить чин капитана и должность профессора математики в артиллерийском училище. В 1789 г. он добровольцем уходит в действующую армию, сражавшуюся против турок, и при осаде Белграда командует мортирной батареей. Затем Вега участвовал в сражениях против французов и после заключения мира в Кампано-Формио (1797) был произведен в подполковники и получил титул барона. С 1797 по 1802 г. он преподает математику в Вене. В сентябре 1802 г. Вега был убит неким мельником из корыстных целей.

Георг Вега поставил себе целью перевычислить известные таблицы логарифмов для исправления имевшихся в них ошибок. Первые свои таблицы (семизначных логарифмов) он напечатал в 1783 г., а затем подготовил — во время военных походов! — два капитальных издания: «Логарифмически-тригонометрическое руководство» (1793), выдержавшее за первые сто лет не менее ста изданий, и «Полное собрание более подробных логарифмически-тригонометрических таблиц» (1794). Вега включил в последнее издание таблицы Флакка 1628 и 1633 гг., дополненные логарифмами для каждой секунды первых двух градусов, и таблицу 48-значных (!) натуральных логарифмов чисел от 1 до 100 000. Эта таблица, явившаяся результатом шестилетнего упорного труда голландского артиллерийского поручика Исаака Вольфрама, впервые была опубликована в 1778 г. в Вене членом Берлинской академии наук Иоганном Карлом Шульце (1749—1790). Заметим здесь также, что наиболее полная таблица натуральных логарифмов чисел (до 105 000) была опубликована лишь в 1850 г. Захарием Дазе (1824—1861) — феноменальным немецким счетчиком, проводившим все вычисления в уме.

В год издания «Полного собрания» Вега во Франции был завершен грандиозный проект вычисления тригонометрических и логарифмических таблиц, предпринятый правительством Французской республики в связи с введением метрической системы. Во главе проекта стоял математик Гаспар Клэр Франсуа Мари Риш маркиз де Прони (1755—1839) — директор Налогового бюро.

Прони организовал вычисления как бы по «конвейерной системе». Вычислители были разбиты на три группы. В первой группе пять — шесть математиков (среди них — Лежандр) выбирали наиболее пригодные методы и формулы и составляли схемы расчетов. Во вторую группу вошли семь — восемь вычислителей, которые по выбранным формулам определяли численные значения функций для пяти— шести значений аргумента. В третьей группе было 70—80 вычислителей низкой квалификации. Они знали, по существу, только действия сложения и вычитания и набирались среди парижских парикмахеров, которые лишились источника существования после запрещения революцией париков и напудренных волос. Эти вычислители должны были только уплотнять таблицу, т. е. заполнять интервалы между вычисленными на предыдущем этапе значениями. Две группы вычислителей работали параллельно, сверяя полученные результаты. В течение трех лет были составлены 14-значные таблицы логарифмов чисел от 1 до 200 000, логарифмов синусов и тангенсов.

«Большие французские таблицы», занимавшие 17 томов, никогда не были напечатаны. Но почти через сто лет, в 1891 г., правительство Франции издало их сокращенный вариант: 8-значные логарифмические таблицы.

В таблицах «бригады» де Прони применялось центезимальное деление прямого угла, при котором угол делился не на 90 градусов, а на 100 градусов. Другие таблицы с подобным делением были изданы в 1799 г. Иоганном Филиппом Хобертом и Христианом Людвигом Иделером, а в 1801 г.— Деламбром, завершившим труд Жана Шарля Борда (1733—1799). Хотя у центезимального деления прямого угла было немало сторонников среди известных математиков [25], он так и не получил широкого распространения в вычислительной практике.

Отличным от де Прони путем — многократной сверкой вновь вычисленных и уже изданных таблиц — шел в XIX в. замечательный ученый и инженер Чарльз Бэббидж, выпустивший в 1826 г. семизначные таблицы лога-

---

[25] Среди них — Н. И. Лобачевский.

рифмов чисел от 1 до 108 000. Он взял за основу наиболее точные из известных в то время логарифмические таблицы Калле и для того, чтобы проверить правильность округления чисел, сравнил их с таблицами Вега. После внесения необходимых поправок Бэббидж сравнил каждое из чисел вычисленной им таблицы с соответствующими числами откорректированной таблицы, затем — таблицы Хаттона и, наконец, Вега. После внесения новых поправок он вновь сравнил свои таблицы с таблицами Вега, Калле и Бригса. Затем таблицы Бэббиджа были отпечатаны и вновь проверены сравнением с таблицами Вега, Гардинера и Тейлора.

Такая кропотливая работа позволила Бэббиджу обнаружить и исправить множество ошибок и сделала его таблицы одними из наиболее точных для своего времени. Они выдержали несколько изданий как в Англии, так и за ее пределами. В 1831 г. Бэббидж за собственный счет издал копию этих таблиц. Издание состояло из 21 тома, отпечатанных различным шрифтом на бумаге разной толщины и цвета, чтобы установить наилучшие для пользователя сочетания указанных факторов. Эта работа может служить образцом эргономического исследования середины XX в. Но Бэббидж отчетливо понимал, что ручные вычисления и набор таблиц — даже при максимальной тщательности — не могли гарантировать отсутствие ошибок. И он предложил принципиально новый способ получения таблиц. В автобиографической книге «Страницы жизни философа» (1864) Бэббидж вспоминал: «Однажды вечером я сидел в одной из комнат Аналитического общества в Кембридже, подремывая над открытой таблицей логарифмов, которая лежала передо мной. Один из членов общества вошел в комнату и, видя, что я почти сплю, воскликнул: „О чем ты мечтаешь, Бэббидж?“ — на что я ответил: „Я думаю, что все эти таблицы могли бы быть вычислены с помощью машины“»[26].

Бэббидж сконструировал *разностную машину*, предназначенную для механического вычисления и печатания таблиц по методу конечных разностей. К сожалению, несмотря на пятидесятилетний труд, ему не удалось завершить свой замысел. Но в 1909 г. замечательный немецкий инженер Хр. Гаманн построил разностную машину своей

---

[26] Цит. по кн.: *Гутер Р. С.*, *Полунов Ю. Л.* Чарльз Бэббидж. М.: Знание, 1973, с. 8.

конструкции; с ее помощью были вычислены и напечатаны Баушингером и Петерсом восьмизначные логарифмические таблицы чисел от 1 до 200 000. Мечта Бэббиджа сбылась!

Среди других таблиц следует отметить первую таблицу антилогарифмов, изданную в 1742 г. Джеймсом Додсоном. Она содержала одиннадцатиразрядные числа, соответствующие логарифмам от 10^{-5} до 99 999 с шагом 10^{-5}. Впоследствии семизначные таблицы антилогарифмов были опубликованы Р. Шортредом и Филиповским (1849).

Шестиразрядные таблицы гауссовых логарифмов в XIX столетии были изданы крупным вычислителем, сотрудником Берлинского геодезического института Карлом Бремикером (1804—1877), профессором Корнельского университета Джорджем Уильямом Джонсом (1867—1911) и Зигмундом Гунделфингером (1846—1910) из Дармштадта. Эти таблицы наряду с семизначными таблицами Т. Виттштейна (1866) принадлежат к числу наиболее удачных таблиц подобного рода.

Один из наиболее дерзких проектов в вычислении таблиц был предпринят во второй половине XIX в. Эдуардом Сэнгом из Эдинбурга. Он самостоятельно, без помощи каких-либо вычислительных инструментов вычислил 28-разрядные логарифмы простых чисел от 1 до 10 037 и 15-разрядные логарифмы чисел от 20 000 до 370 000. Часть этих таблиц (семиразрядные логарифмы чисел от 20 000 до 200 000) издана в 1871 г. в Лондоне. Другой энтузиаст, профессор Сорбонны Г. Андойер, также вручную вычислил в 1911 г. и опубликовал в Париже 14-значные логарифмы синусов и тангенсов с шагом 10″.

Наконец, в начале 20-х годов нашего столетия в Англии была предпринята попытка обобщить результаты 300-летней истории вычисления логарифмических таблиц. Под руководством А. Дж. Томпсона группа вычислителей в течение тридцати (!) лет перевычислила бригсовы таблицы. Завершением этой работы явилась двухтомная «Logarithmica Britanica», появившаяся в свет в 1952 г. Дальнейшие сведения о логарифмических таблицах читатель может найти в [46, 66, 74].

Кроме таблиц, с логарифмами связаны также определенные терминология и символика, с развитием которых мы и хотим здесь познакомить читателя [56—57].

Слово *логарифм* произведено Непером от сочетания двух греческих слов: λογοσ — отношение, причина и αριϑμος — число. Слово λογοσ — одно из наиболее употребительных в библии и старой математической литературе, часто встречается у Евклида, Диофанта, Архимеда. В. Р. Томас [33] считает, что Непер заимствовал термин из архимедова «Псаммита» [27] и что логарифм является переводом αριθμοι ανα λογοδ, означающего числа, находящиеся в непрерывной пропорции. Существуют и другие толкования слова «логарифм» — *число отношений*; *отношение чисел*; *число, связанное с отношением*; *отношение — число* [54].

Помимо Архимеда, Непер мог встретить похожее слово и в книге Каспара Пейцера «Общие замечания о божественном наставлении» (Виттенберг, 1513). Автор критического анализа методов предсказания будущего скептически оценивает в ней способ толкования мистических чисел Апокалипсиса путем сопоставления букв латинского алфавита с так называемыми треугольными числами. С помощью сопоставления *A* — 1, *B* — 3, *C* — 6, *D* — 10, *E* — 15, . . ., *N* — 91, *O* — 105, *P* — 120, . . ., *Y* — 253, *Z* — 276 можно перевести числа Апокалипсиса 666, 1260 и т. д. в словесные фразы. Эту операцию Пейцер называет *logarithmanteia*. Подобно Неперу, он производит этот термин от греческих слов, не давая его этимологии. Очевидно только, что если у Непера логарифм означает «отношение-число», то у Пейцера — «слово-число».

Книга Пейцера выдержала много изданий, но нет оснований считать, что Непер был с ней знаком. Во всяком случае, в посвященном Апокалипсису «Простом объяснении...» она не упоминается. Вероятно, сходные термины были придуманы авторами независимо друг от друга.

Приблизительное время возникновения этого термина можно установить таким образом: в «Устройстве...», написанном раньше «Описания...», этого слова еще нет; здесь Непер отличает обычные естественные числа (*numeri naturali*) от искусственных чисел (*numeri artificali*), которыми и являются логарифмы.

Раз возникнув, слово *логарифм* сразу получило повсеместное распространение, впрочем, не сразу в общепринятом сейчас смысле. Первоначально под логарифмом угловой величины Непер понимает логарифм ее синуса. Дру-

---

[27] «Псаммит» был издан в 1544 г. в Базеле. В. Р. Томас обнаружил в английских библиотеках 34 экземпляра этого издания.

гие термины объясняются структурой таблиц в его книге: Для логарифма косинуса, расположенного в той же строке *напротив* логарифма синуса, Непер выбрал термин *антилогарифм*, а логарифм тангенса, помещенный между логарифмами синуса и косинуса и равный их разности, назвал *разностью* (*differentia*). Бригс в 1617 г. употребляет *логарифм* уже в современном смысле. Здесь же мы находим разделение логарифма на *характеристику* и *мантиссу*.

Термин *характеристика* широко использовался Бриггсом в «Логарифмической арифметике» (1624) и после него прочно и однозначно вошел в литературу. Иначе обстояло дело с *мантиссой*. В «Алгебре» Валлиса (1685) этот термин используется для обозначения дробной части любого числа. Специально для десятичной части логарифма этот термин ввел в 1748 г. Эйлер, после чего термин вошел в большинство учебников.

Гаусс возвратился к пониманию термина, принадлежащему Валлису, но словоупотребление Бригса и Эйлера продолжало господствовать до самого последнего времени. Лишь в последние два — три десятилетия в связи с широким распространением электронных счетных машин и нормализованного полулогарифмического представления чисел (*с плавающей запятой*) *мантисса* стала употребляться для обозначения дробной части числа в нормализованном представлении.

Понятие *основания* логарифмов вместе с термином было введено Эйлером. Понятие *модуля перехода* ввел в 1668 г. Меркатор, термин же был предложен Коутсом в 1712 г. Он же говорил впервые и о *системе логарифмов*. Название *натуральный логарифм* впервые употребил Меркатор для суммы выведенного им логарифмического ряда; подробнее об этом будет сказано ниже.

Непер и Бригс писали слово *логарифм* полностью, но уже в 1620 г. у Гюнтера в его «Canon triangularum» иногда встречается сокращение log. Кеплер в 1624 г. пишет уже систематически log, а Урсинус в том же 1624 г. даже только первую букву l, тогда как Бригс в «Логарифмической арифметике» (1624) продолжает выписывать логарифм полностью. В сочинении шотландца Крэга «Общая логарифмотехника» («Logarithmotechnia generalis») уже дается определение: «Буквой l... мы будем обозначать логарифм...» (1710).

Окончательно сокращенное обозначение логарифма вошло в математику после Эйлера. Нашим различением ln для натурального и lg для десятичного логарифма мы обязаны Коши.

Современные правила логарифмирования (логарифм произведения, частного и т. д.) были впервые четко сформулированы в виде коротких и связных теорем Отредом в его «Clavis mathematicae» («Ключ математики», 1631), но в учебники вошли лишь после Уильяма Гардинера, который привел их с соответствующими формулами и с сокращенным обозначением логарифма во введении к таблицам логарифмов (1742), о которых уже упоминалось.

Дальнейшее развитие логарифмов

Значительным упрощением вычислений роль логарифмов отнюдь не исчерпывалась. Не меньшую, а, быть может, бо́льшую роль сыграли (и играют) логарифмы в математическом анализе, где их создание означало введение нового типа функциональной зависимости. Это обстоятельство отчетливо понимал Джон Непер, что и составляет важнейшую его заслугу перед математикой. Он же начал и первое изучение свойств этой новой функции.

Связь логарифмической функции с площадью, заключенной между равносторонней гиперболой и ее асимптотой, была установлена фламандским математиком Грегуаром де Сен-Венсаном (1584—1667). В «Геометрическом труде», изданном в 1647 г. в Брюгге и посвященном нахождению различных квадратур, он доказал следующую геометрическую теорему: если построить семейство отрезков, пересекающих равностороннюю гиперболу и параллельных ее асимптоте, так, чтобы площади, ограниченные этими отрезками, гиперболой и другой асимптотой, имели постоянное значение, то отрезки параллельных между гиперболой и ее асимптотой образуют геометрическую прогрессию.

Эта теорема, хотя в ней и не встречается слово логарифм, уже устанавливает требуемую связь, поскольку площади, ограниченные асимптотой, гиперболой и параллельными отрезками, растут как арифметическая прогрессия, так что площади представляют собой логарифмы заданных отрезков. Такую форму придал теореме Сен-Венсана два года спустя его ученик и последователь де Сараса (1618—1667).

Результаты де Сен-Венсана и де Сараса были использованы немецким математиком, астрономом, картографом и инженером Н. Кауфманом (1620—1687), известным в истории науки под латинской фамилией Николауса Меркатора. Выражаясь современным языком, Меркатор перенес начало координат и вместо гиперболы $y = 1/x$ стал рассматривать гиперболу $y = 1/(1 + x)$. Представив дробь $1/(1 + x)$ в виде суммы геометрической прогрессии при помощи бесконечного деления и проинтегрировав полученное равенство (квадратуры парабол любой степени были к тому времени уже хорошо известны), он получил и опубликовал в своем сочинении «Логарифмотехника» (1668) логарифмический ряд, имеющий в современных обозначениях вид

$$\ln (1 + x) = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + \ldots + (-1)^{n-1}x^n/n + \ldots$$

Открытие логарифмического ряда сыграло большую практическую роль, дав простое и удобное средство для вычисления логарифмов. Но еще больше его теоретическое значение: логарифмический ряд Меркатора был первым в истории математики представлением элементарной функции в виде сходящегося к ней степенного ряда (хотя большинство слов, употребленных в этой фразе, во времена Меркатора не были известны).

Вслед за выходом «Логарифмотехники» Валлис в том же году, несколько изменив вывод Меркатора, получил ряд для $\lg (1 - x)$. Комбинируя эти два ряда, Джеймс Грегори (1638—1675) вывел пропорцию, которую впоследствии Галлей (1656—1742) записал в виде, наиболее удобном для вычислений. В современных обозначениях это нудет

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z} = z + \frac{1}{3} z^3 + \frac{1}{5} z^5 + \ldots + \frac{1}{2n+1} z^{2n+1} + \ldots$$

Работы великого Ньютона (1643—1727) положили начало систематическому использованию степенных рядов как для практических вычислений, так и для теоретических математических исследований. Ньютон использовал ряд Меркатора и дал ему неожиданное употребление. В противоположность принятому теперь определению Ньютон определял показательную функцию как обратную логарифмической. Ньютон разработал общий метод обращения рядов и, применив его к ряду Меркатора, получил степенной ряд для показательной функции

$$e^x = 1 + x/1! + x^2/2! + x^2/3! + \ldots + x^n/n! + \ldots$$

В частности, при $x = 1$ отсюда получается равенство, которое Ньютон принимает за определение числа e:

$$e = 1 + 1/1! + 1/2! + 1/3! + \ldots + 1/n! + \ldots$$

Нужно только отметить, что обозначения e для этого числа у Ньютона еще не было; оно впервые введено Эйлером.

Английский математик Брук Тейлор (1685—1731) в своем сочинении «Метод приращений» (1715) дал общий способ представления функции в виде суммы степенного ряда, известного сейчас как «ряд Тейлора», входящий во все курсы математического анализа. Чтобы получить ряды для показательной и логарифмической функций как частный случай своего общего ряда, Тейлору пришлось вывести выражения производных этих функций, совпадающие с известными сейчас формулами, хотя и в других обозначениях.

Следующим этапом в развитии теории логарифмической и показательной функций были работы Эйлера, который придал этой теории современный вид. В классическом сочинении «Введение в анализ бесконечных» [28], изданном Академией наук в Петербурге в 1748 г., Эйлер дал подробное изложение теории элементарных функций, в том числе логарифмической и показательной.

Эйлер получал степенной ряд для показательной функции, применяя формулу бинома к выражению $(1 + 1/n)^{nx}$ (при целых n и x) и переходя затем к пределу при $n \to \infty$ [29]. Им же было введено число e, определяемое как предел выражения $(1 + 1/n)^n$ при $n \to \infty$. Логарифмическую функцию Эйлер определял как обратную показательной $y = e^x$. Тем самым он приходил к натуральным логарифмам.

Допуская мнимые значения аргумента, Эйлер вывел свою знаменитую формулу

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x,$$

связывающую показательную функцию с тригонометрическими. Она послужила источником многочисленных соотношений, связывающих тригонометрические функции с показательными и гиперболическими, логарифмическую

[28] В некоторых последующих изданиях, а также в русском переводе (1936) эту книгу называют «Введение в анализ бесконечно малых».

[29] Ранее так же действовал и Д. Бернулли.

функцию с обратными тригонометрическими (арксинус и арктангенс) и играющих важную роль в современном математическом анализе. Она же позволила Эйлеру установить периодичность показательной и многозначность логарифмической функций в комплексной области и решить вопрос о логарифмах отрицательных чисел.

Теория логарифмической и показательной функций, построенная Эйлером, содержала практически все факты и свойства этих функций, используемых нами в современной математике, хотя с точки зрения современных логических концепций ей свойственны некоторая нестрогость и логическое несовершенство. Ликвидация этих недостатков и построение полной и строгой в современном смысле теории логарифмической и показательной функций потребовала перестройки и уточнения всех основных понятий математического анализа и теории функций комплексного переменного. Эта работа была выполнена в течение XIX столетия трудами многих математиков, среди которых следует в первую очередь назвать француза О. Л. Коши (1789—1857), норвежского математика Н. Г. Абеля (1802—1829) и немецких К. Ф. Гаусса (1777—1855), Б. Римана (1826—1866) и К. Вейерштрасса (1815—1897).

В наше время в связи с изобретением и широким распространением вычислительных машин как больших, так и малых (настольных и карманных), роль логарифмов в практике непосредственных вычислений несколько уменьшилась. Вместе с тем роль логарифмической функции в математическом анализе как одной из важнейших элементарных функций, используемых при изучении зависимостей между величинами различной природы, нисколько не уменьшилась и уменьшиться не может. Она может лишь возрасти по мере открытия новых зависимостей, для выражения которых может использоваться логарифмическая функция.

Одним из последних примеров нового применения логарифмической функции можно назвать современную теорию информации, в которой мерой количества информации является двоичный логарифм числа равновероятных возможностей. Таким образом, кроме десятичных и натуральных логарифмов, получили практическое значение и логарифмы по основанию 2.

Глава вторая

Инструментальные средства вычислений

Я старался, насколько мог и умел, отделаться от трудности и скуки вычислений, докучность которых обычно отпугивает весьма многих от изучения математики.

Дж. Непер

Палочки Непера

Изобретение логарифмов оказало существенное влияние на письменный счет. Но работы Непера составили существенный этап и в истории развития *инструментального счета*.

В предисловии к «Рабдологии» Непер писал, что изобрел свои «палочки» для тех, кто предпочитает логарифмам вычисления с «естественными» числами. Истоки этого изобретения следует искать в «школьной» таблице умножения и в способе перемножения многозначных чисел, известном в средневековой Европе под названием «gelosia» и знакомом задолго до этого индийцам.

В научных трудах таблица умножения появилась впервые у математика Никомаха из Геразы (I—II вв. н. э.). Таблица Никомаха имела форму квадрата, в котором каждая строка содержит произведения однозначного числа на все возможные однозначные числа, так что каждой строке соответствует тождественный ей столбец.

Позднее мы находим ее в таких известных учебных руководствах, как книга римского философа Боэция (ок. 480—524), «Книга абака» (1202) Леонардо Пизанского (Фибоначчи, ок. 1170—1230) и «Сумма [знаний] по арифметике» (1487) Луки Пачоли (ок. 1445 — ок. 1514). В средние века она была известна под названием «*Mensa* (или *mensula*) *Pythagorae*» [Стол (столик) Пифагора], хотя Пифагор не имел к ней никакого отношения. Непер также приводит таблицу умножения в «De arte logistica».

Способ «*gelosia*» был описан в ряде средневековых учебников, в частности в уже упоминавшемся трактате Л. Пачоли. Суть его в следующем.

Счетную доску (или лист бумаги) расчерчивали в виде сетки квадратов, разделенных диагоналями. По сторонам сетки — сверху и справа — записывали сомножители, а промежуточные произведения помещали в квадратах так, чтобы диагональ разделяла десятки и единицы: де-

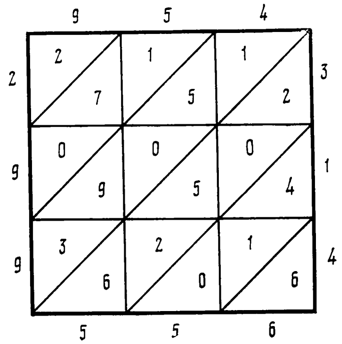


Рис. 4

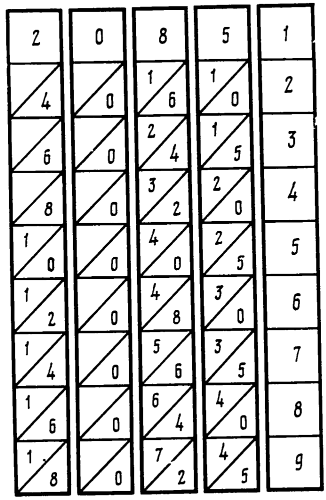


Рис. 5

сятки помещались в верхний треугольник, а единицы в нижний. Для получения произведения выполняли суммирование вдоль диагоналей и результат записывали слева от сетки (старшие разряды) и внизу (младшие разряды).

На рис. 4 показано выполнение умножения $954 \times 314 = 299\,556$ способом «*gelosia*». Цифры шести разрядов произведения получаются так:

$$954 \times 314 =$$
$$= 2; \quad 0 + 7 + 1; \quad 3 + 9 + 0 + 5 + 1;$$
$$6 + 2 + 5 + 0 + 2; \quad 0 + 1 + 4;$$
$$= 2; \quad 8; \quad 18; \quad 15; \quad 5; \quad 6 =$$
$$= 299\,556.$$

По мнению Пачоли, эта запись выкладок напоминает решетчатые оконные ставни, скрывавшие от взоров прохожих сидящих у окон женщин. Такие ставни назывались «*gelosia*» (жалюзи), в связи с другим значением этого слова — ревность.

Непер предложил разрезать таблицу умножения на 10 полосок и разделить произведения диагональю на десятки и единицы. Полоски наклеивались на деревянные палочки и использовались следующим образом.

Пусть требуется, например, умножить 2085 на 4. Для этого брали палочки для цифр 2, 0, 8, 5 и «единичную», которые прикладывались друг к другу, как показано на рис. 5. Против цифры 4 единичной палочки находились произведения 4 на отдельные цифры множимого. Суммируя разряды, как и в «*gelosia*», получали

$$2085 \times 4 = 8;\ 0 + 3;\ 2 + 2;\ 0;\ = 8340.$$

Если множитель был многозначным, то полученные с помощью палочек произведения выписывали, как и сейчас, со смещением на один разряд, а затем складывали.

Для множимого, содержащего одинаковые цифры, приходилось использовать несколько одинаковых палочек. Поэтому Непер предложил делать палочки в виде прямоугольных параллелепипедов и наклеивать на них не одну, а четыре полоски, по одной на грань. Полоски подбирались так, чтобы на противоположных гранях находились цифры, дополнительные до 9, например 0 и 9, 1 и 8, 2 и 7.

Более сложной операцией, которая также могла выполняться при участии палочек, было деление. По сути дела, алгоритм деления, предлагаемый в «Рабдологии», не отличался от используемого теперь; различие в том, что частные произведения получались при помощи палочек, как описано выше, и в способе записи. С последним легко ознакомиться по приводимому ниже примеру, содержащему деление 354 526 на 257:

243		
204		1 23
97		2 57
354526	1379	
257		
771		
1799		
2313		

Как видно из этого примера, частичные произведения записывались последовательно *под* делимым, а получающиеся остатки — *над* ним, кроме последнего, записанного над делителем. Вычисления дают частное 1379 и остаток 123.

Извлечение квадратного корня также можно производить с помощью счетных палочек, хотя и более сложной конструкции. Палочка для извлечения квадратного корня, названная Непером «*lamina*»[1], имеет вид, показанный на рис. 6. Колонки этой палочки дают для каждого однозначного числа x значения $2x$ и x^2. В процессе извлечения квадратного корня «*lamina*» использовалась вместе с остальными палочками, которые были нужны для промежуточных умножений.

Проиллюстрируем применение палочек Непера

[1] По-латыни — пластинка, доска, тонкий листок.

на примере извлечения квадратного корня из числа 52 765 814. Прежде всего, это число разбивается на грани по два разряда, как и теперь. Ближайшее к 52 значение корня равно 7, квадрат его 49, получающаяся разность 3 записывается сверху. Далее подбирается следующая цифра корня таким образом, чтобы произведение 70 на удвоенную эту цифру плюс ее квадрат в сумме не превосходили числа 376, образованного из полученной разности 3 и следующей грани 76 подкоренного числа. Удвоенная цифра и ее квадрат берутся из «*lamina*». В данном случае уже $x = 3$ много, ибо $6 \times 70 = 420$, что превосходит 376, так что следует брать $x = 2$. Тогда $4 \times 70 + 4 = 284$ (обе четверки взяты из «*lamina*»), что дает разность 92, также написанную вверху. Следующая цифра 6 берется из условия, что $720 \times 12 + 36 < 9258$, причем числа 12 и 36 берутся из «*lamina*», а умножение 720×12 может быть выполнено с помощью обычных палочек Непера. Общий вид вычислений приведен ниже:

			118
		582	
	92		
3			
52	76	58	14
7	2	6	4
49			
	284		
		8676	
			58096

Идея палочек Непера оказалась весьма плодотворной и послужила источником многих усовершенствований и изобретений, предлагавшихся в течение трехсот лет с момента их появления. Быть может, последней из них была брошюра Б. Ф. Тихомирова «Настольная таблица умножения для сложных вычислений», вышедшая в Ленинграде в 1930 г. Сравнивая «быстроту чтения результата по таблице с работою на русских счетах», автор писал: «Преимущества на стороне таблицы, сохранившей вам мышцы рук и шеи от лишних движений и мозг — от лишней работы».

В 1892 г. француз Прюво-ле-Гюэ распространил идею Непера на двузначные числа. Его «счетные бруски» содержали произведения каждого из чисел от 1 до 99 на 1, 2, . . ., 8, 9...

Модификацию палочек, специально приспособленную для действий с многозначными числами, предлагал, впрочем, и сам автор «Рабдологии». В первом приложении к этой книге, называемом «*Promptuarium Multiplicationis*» («Шкатулка для умножения»), Непер описывает набор основанных на том же принципе счетных палочек, образующих «прибор для умножения очень больших чисел».

Прибор состоит из ста толстых и ста тонких палочек одинаковой длины 2 дюйма (около 51 мм) и одинаковой ширины 2 см; толщина толстой палочки $^1/_2$ см, тонкой — $^1/_4$ см. Боковая грань каждой палочки делилась на 10 квадратов и два прямоугольника разной ширины сверху и снизу грани. Квадраты в свою очередь делятся на треугольники: у толстых палочек — диагонально из правого верхнего угла в левый нижний (рис. 7), а у тонких — диагонально из левого верхнего угла в правый нижний (рис. 8).

Толстые и тонкие палочки помечены в верхней части (в прямоугольниках) цифрами 0, 1, 2, . . ., 9. Толстые палочки заполняются цифрами, а на тонких делаются треугольные отверстия следующим образом. Квадраты палочек, помеченных цифрами, отличными от нуля (на палочках, помеченных нулем, цифры не пишутся и отверстия не делаются; причины этого будут ясны из дальнейшего), делятся на девять меньших квадратов, а каждый из этих квадратов — на два треугольника при помощи диагонали, параллельной уже проведенной в большом квадрате. Полученные треугольники заполняются буквами *a*, *b*, *c*, . . ., *i*, как указано на рис. 9.

На толстых палочках выписываются цифры, кратные той, которой помечена палочка: сама цифра выписывается на месте буквы *a*, удвоенная — на месте буквы *b*, утроенная — на месте *c* и т. д. При этом если соответствующее произведение однозначно, то результат вписывается *под диагональю*, а треугольник с той же цифрой *над* диагональю остается пустым (или, что то же самое, туда вписывается нуль), если же произведение двузначно, то под диагональю записываются единицы, а над диагональю — десятки из этого произведения. На рис. 10 приведен квадрат с палочки, помеченной цифрой 6. Рекомендуем сравнить его с рис. 9 для лучшего уяснения способа построения, а также с рис. 7, где изображена палочка, помеченная цифрой 4.

В тонкой палочке, помеченной цифрой 1, отверстия прорезаются на месте треугольников, помеченных буквой *a*; если тонкая палочка помечена цифрой 2, то отверстия прорезаются на месте треугольников, помеченных буквой *b*, и т. д. Расположение букв в треугольниках, соответствующих тонким палочкам, показано на рис. 11.

Для перемножения толстую палочку нужно совместить с тонкой так, чтобы диагонали двух больших

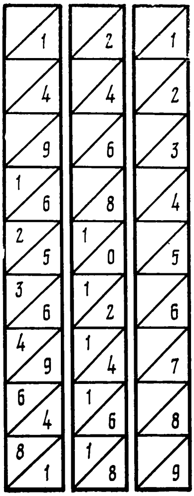


Рис. 6

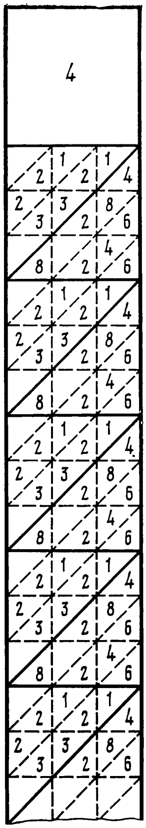


Рис. 7

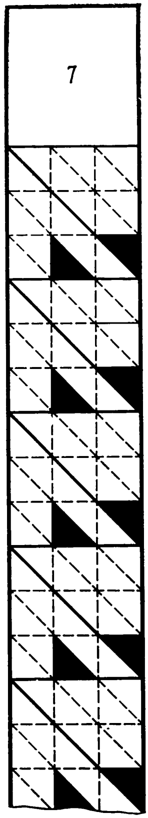


Рис. 8

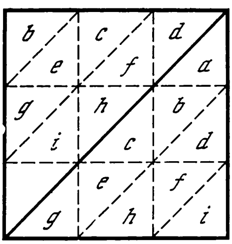


Рис. 9

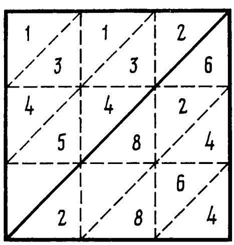


Рис. 10

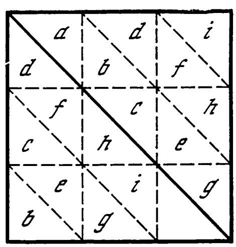


Рис. 11

квадратов совпали (широкая верхняя часть тонкой палочки должна быть обращена вправо). Тогда через отверстия в тонкой палочке будут видны цифры, представляющие собой цифры произведения чисел, которыми эти палочки помечены. Пустые треугольники (или отсутствие отверстий) соответствуют нулям.

Все двести палочек помещают в предназначенный для них специальный ящик, располагая в определенном порядке. При выполнении умножения толстые палочки, помеченные цифрами, составляющими первый сомножитель, располагают рядом в нужном порядке, надписанной стороной кверху. Тонкие палочки, помеченные цифрами, образующими второй сомножитель, помещают сверху, кладя их перпендикулярно толстым так, чтобы широкий прямоугольник тонкой палочки находился справа, а диагонали квадратов на тонких и толстых палочках совпадали. Цифры результата подсчитываются, начиная с правого нижнего угла, путем суммирования видимых цифр, расположенных в полосе между двумя диагоналями. Читатель легко проследит этот процесс по рис. 12, на котором показано перемножение чисел 7213×524. Сам Непер, чтобы иллюстрировать удобство работы с очень большими числами, приводит пример

$$8\,795\,036\,412 \times 3\,586\,290\,741 =$$
$$= 31\,541\,557\,651\,113\,461\,292.$$

Непер указывает в описании своей «шкатулки для умножения», что ее можно использовать также и для деления. Для этой цели предлагается «обратить делитель» (вычислить обратную ему величину) при помощи тригонометрической таблицы, в которой радиус является средней пропорциональной между синусом и косекансом, тангенсом и котангенсом или косинусом и секансом. После этого остается выполнить умножение при помощи шкатулки. Недостатком этого приема является только отсутствие правила для подсчета числа знаков (места десятичной запятой) в частном в зависимости от величины радиуса.

Наиболее остроумная модификация «палочек Непера» была предложена в 1885 г. французскими изобретателями — железнодорожным инженером Женейем и сотрудником парижского Музея искусств и ремесел известным математиком Эдуардом Люка. Набор Женейя и Люка содержал 11 брусков. Один из них, соответствующий

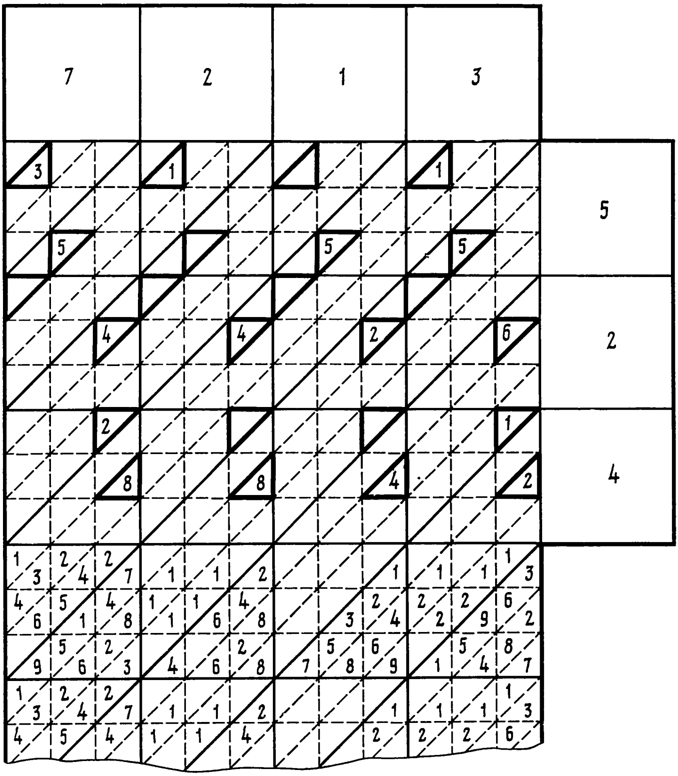


Рис. 12

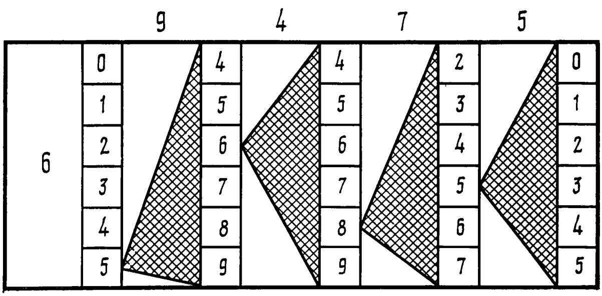


Рис. 13

множителю, имел боковую грань, разделенную на два вертикальных столбца. Левый столбец был разбит на 8 клеток с цифрами 2, 3, . . ., 9, означающими множитель. Правый столбец разбивался на различное число клеток в зависимости от множителя: против множителя 2 было две клетки с цифрами 0, 1, против множителя 3 — три клетки с цифрами 0, 1, 2 и т. д.

У остальных десяти брусков использовались все четыре боковые грани. Каждая из них также разбивалась на два вертикальных столбца. В самом верху грани справа была написана цифра множимого. Далее правая колонка разбивалась на клетки так же, как и на бруске, описанном выше.

Произведение однозначных чисел записывается так: верхняя клетка правой колонки содержит цифру единиц произведения; в следующих клетках пишутся соседние цифры в порядке возрастания. Цифра десятков изображается в левой колонке с помощью черного треугольника, вершина которого находится на высоте нужной клетки. Благодаря этому, читая цифры результата против вершин, мы избавляемся от необходимости сложения для получения нужных значений разрядов. Удобство этого приема легко проследить по рис. 13, где показано умножение $9475 \times 6 = 56\,850$.

Первые попытки «механизации» неперовских палочек связаны с именами В. Шиккарда и К. Шотта.

Профессор Тюбингенского университета Вильгельм Шиккард (1592—1636), лингвист, математик и астроном, изобрел и около середины 1623 г. изготовил первую счетную машину. Она состояла из двух частей — суммирующей и множительной. Последняя содержала шесть вертикально расположенных цилиндров. На боковую поверхность каждого цилиндра Шиккард наклеил десять палочек Непера. С фронтальной стороны машины цилиндры были прикрыты узкими горизонтальными планками с окнами. Каждая планка соответствовала одной из цифр множителя и в исходном положении закрывала палочки от вычислителя. Множимое устанавливалось поворотом цилиндров, множитель — смещением планок, при котором открываются цифры на цилиндрах.

Машина Шиккарда, о существовании которой нам стало известно лишь в 1957 г. при изучении переписки Шиккарда с Кеплером, погибла в 1624 г. во время трехдневного пожара, а труды ученого были забыты в смутное время Тридцатилетней войны. Поэтому долгие годы считалось, что цилиндрическая форма палочек была предложена немецким математиком, физиком и плодовитым писателем иезуитом Каспаром Шоттом (1606—1666), который назвал свой прибор «математическим органом».

Устройство «органа» несложно. Девять цилиндров с палочками помещены на горизонтальных осях в ящике, причем каждая ось заканчивается ручкой. Цилиндры закрыты сверху разлинованным листом картона с узкими вертикальными прорезями. Поворотом ручек можно установить в этих прорезях нужные «палочки». В клетках крайнего левого столбца расположены первые девять цифр, остальные столбцы могут быть использованы для записи промежуточных результатов. На внутренней стороне откидной крышки помещена вспомогательная таблица.

Цилиндрическую форму «палочек» использовали в своих счетных устройствах и другие изобретатели. В XVII столетии это сделал часовой мастер Людовика XIV Рене Грийе, опубликовавший в «Журнале ученых» за 1678 г. описание «новой арифметической машины». Она представляла собой сочетание суммирующего механизма Паскаля и «цилиндров Непера».

В XVII столетии большой популярностью пользовался «барабан Пти», названный по имени изобретателя Пьера Пти (1594—1677). Пти наклеил полоски бумаги с начерченными «палочками» на картонные ленты и заставил их двигаться вдоль оси цилиндра.

В 1727 г. выдающийся немецкий механик и писатель Якоб Лейпольд (1674—1727) видоизменил «барабан Пти», придав ему десятиугольную форму. Год спустя М. Фортиус предложил свой прибор, дав ему название «пифагорова мензула». Он состоял из ряда подвижных концентрических кругов, на которых были нанесены все те же неперовы палочки.

Иным целям служила механизация «неперовских палочек» в «множительной машине» Сэмюэля Морлэнда (1625—1695) — английского историка, дипломата и замечательного механика, который попытался в 1666 г. упростить считывание промежуточных результатов при подсчете частных произведений.

Первым изобретателем, который в полной мере смог механизировать процесс умножения, используя принцип «палочек Непера», был замечательный французский изобретатель Леон Болле (1870—1913), один из пионеров автомобилестроения. Свою машину он изобрел в 18-летнем возрасте и с успехом демонстрировал на Всемирной парижской выставке 1889 г.

«Палочки Непера» Болле заменил цилиндрическими штырями различной высоты, вертикально укрепленными в горизонтальной металлической пластине. Отдельные произведения представлялись двумя штырями, соответствовавшими десяткам и единицам. Высота штыря в определенном масштабе равнялась цифре, стоящей в соответствующем разряде произведения. Пластинка со штырями перемещалась так, что штыри наталкивались на зубчатые рейки и сдвигали их на различную длину в зависимости от высоты штыря. Соответственно и на различное число зубьев поворачивались колеса счетчика, сцепленные с рейками.

Мысль о «материальном воплощении» палочек Непера пришла впервые американцу Эдмунду Барбуру, который в 1872 г. получил патент на множительную машину. Однако ни машина Барбура, ни машина другого изобретателя, Рамона Вереа (1878), не были работоспособными. К тому же Болле, по-видимому, не знал об этих патентах, поэтому вся слава первооткрывателя, безусловно, принадлежит ему. Идею Болле подхватил и улучшил немецкий изобретатель Отто Штайгер (1893).

«Арифметика клеток»

«Арифметика клеток», точнее — «Арифметика мест», или «Местная арифметика» («Arithmetica localis»),— так назвал Джон Непер второе приложение к своей «Рабдологии». В этом приложении описывается еще одно изобретение автора, всю важность и замечательность которого мы в состоянии оценить только сейчас, во второй половине XX в.

Речь идет о счетной доске для выполнения операций умножения, деления, возведения в квадрат и извлечения квадратного корня, основанных на использовании двоичной системы счисления, той самой двоичной системы, которая служит основой для представления чисел во всех современных электронных вычислительных машинах. Таким образом, Джон Непер был первым человеком, который еще в 1617 г., более чем за триста лет до изобретения современных средств инструментальных вычислений, по-

x	1048576
v	524288
t	262144
s	131072
r	65536
q	32768
p	16384
o	8192
n	4096
m	2048
l	1024
k	512
i	256
h	128
g	64
f	32
e	16
d	8
c	4
b	2
a	1

Рис. 14

& c.

q. 32768				
p. 16384				
o. 8192				
n. 4096				
m. 2048				
l. 1024	1611(*l*)	1 (*l*)	(*l*)1024	(*l*) 1
k. 512	587(*k*)	3 (*k*)	(*k*) 512	(*k*) 3
i. 256		6		6
h. 128		12		12
g. 64	75 (*g*)	25 (*g*)	(*g*) 64	(*g*) 25
f. 32		50		50
e. 16		100		100
d. 8	11 (*d*)	201(*d*)	(*d*) 8	(*d*) 201
c. 4		402		402
b. 2	3 (*b*)	805(*b*)	(*b*) 2	(*b*) 805
a. 1	1 (*a*)	1611(*a*)	(*a*) 1	(*a*) 1611

1611

Рис. 15

нял и оценил чисто арифметические достоинства двоичной системы счисления [39].

Название *«арифметика клеток»*, видимо, связано с тем, что каждому двоичному числу (точнее, каждой степени двойки) ставится в соответствие определенная клетка счетной доски — определенное *место* (*locus*). Степени основания в двоичной системе Непер обозначает буквами латинского алфавита 1 — a, 2 — b, 4 — c, 8 — d, ..., 256 — i,... Они изображаются клетками специальной линейки (рис. 14).

Перевод чисел (целых) из десятичной системы в двоичную и обратно легко выполняется при помощи той же линейки. Непер приводит два алгоритма для них, которые требуют лишь самых элементарных операций в десятичной системе — сложения или вычитания и удвоения. Эти алгоритмы хорошо иллюстрируются примером перевода $1611 = abdgkl$ (рис. 15). Две колонки на этом рисунке иллюстрируют перевод из двоичной системы ($abdgkl$) обратно в десятичную (1611).

Сложение и вычитание в «арифметике клеток» элементарно просты. Буквы, входящие в состав двух складываемых «клеточных» чисел, выписываются рядом в алфавитном порядке, после чего требуется воспользоваться правилом сокращения. Последнее состоит в том, что две одинаковые буквы заменяются следующей буквой алфавита. Непер приводит пример сложения $acdeh$ и $bcfgh$. Сумма имеет вид $abccdefghh$ и сокращается следующим образом:

$$abccdefghh = abddefgi = abeefgi = abffgi = abggi = \\ = abhi.$$

Разумеется, ряд промежуточных сокращений может быть выполнен в уме, так что записи могут выглядеть значительно короче. Легко заметить, что предложенный алгоритм обладает высокой степенью автоматизма, нисколько не уступающей современным алгоритмам сложения.

Вычитание выполняется здесь путем простого вычеркивания из уменьшаемого тех букв, которые входят в вычитаемое. При этом может только потребоваться предварительное «удлинение» уменьшаемого, противоположно описанному выше сокращению и состоящее в том, что некоторая буква алфавита заменяется двумя предыдущими. Так, при вычитании $acdeh$ из $abhi$ (пример Непера) уменьшаемое удлиняется следующим образом:

$$abhi = abhhh = abgghh = abffghh = abeefghh = \\ = abddefghh = abccdefghh,$$

после чего сразу получается разность, равная $bcfgh$.

Необходимо иметь в виду, что операции сложения и вычитания в «арифметике клеток» носят вспомогательный характер. Они используются для облегчения перевода числа из десятичной системы в двоичную. Кроме описанной выше линейки, Непер применяет также таблицу, в которой приведен перевод основных «круглых» чисел десятичной системы. Соответствующая таблица приведена на рис. 16.

	1	10	100	1000	10 000	100 000
1	*a*	*bd*	*cfg*	*dfghik*	*eiklo*	*fhklqr*
2	*b*	*ce*	*dgh*	*eghikl*	*fklmp*	*gilmrs*
3	*ab*	*bcde*	*cdfi*	*defhikm*	*efilnop*	*fghiknqt*
4	*c*	*df*	*ehi*	*fhiklm*	*glmnq*	*hkmnst*
5	*ac*	*bef*	*cefghi*	*dhikn*	*egikpq*	*fioqrst*
6	*bc*	*cdef*	*degk*	*efgikln*	*fgkmopq*	*ghiklorv*
7	*abc*	*bcg*	*cdefhk*	*degiknm*	*efginr*	*fgklmoqsv*
8	*d*	*eg*	*fik*	*giklmn*	*hmnor*	*ilnotv*
9	*ad*	*bdeg*	*chik*	*dfiko*	*ehiklmnpr*	*fhikmnoqrtv*

Рис. 16

Основной целью создания «арифметики клеток» было ее применение для операций умножения, деления, возведения в квадрат и извлеч ния квадратного корня. Для этой цели Непер предлагаетепользоваться счетной доской специального вида.

Счетная доска Непера разделена на квадраты, подобно шахматной доске. Вдоль нижнего горизонтального ряда справа налево и вдоль правого вертикального ряда снизу вверх пишутся буквы латинского алфавита a, b, c, d, ... Общее число квадратов должно быть таким, чтобы оно оказалось достаточным для выполнения требуемых операций. При заполненных нижнем горизонтальном и правом вертикальном рядах для вычислений используются только клетки нижнего правого треугольника, поэтому алфавит нижнего ряда можно продолжать вдоль левого вертикального вверх, а алфавит правого — вдоль верхнего горизонтального справа налево.

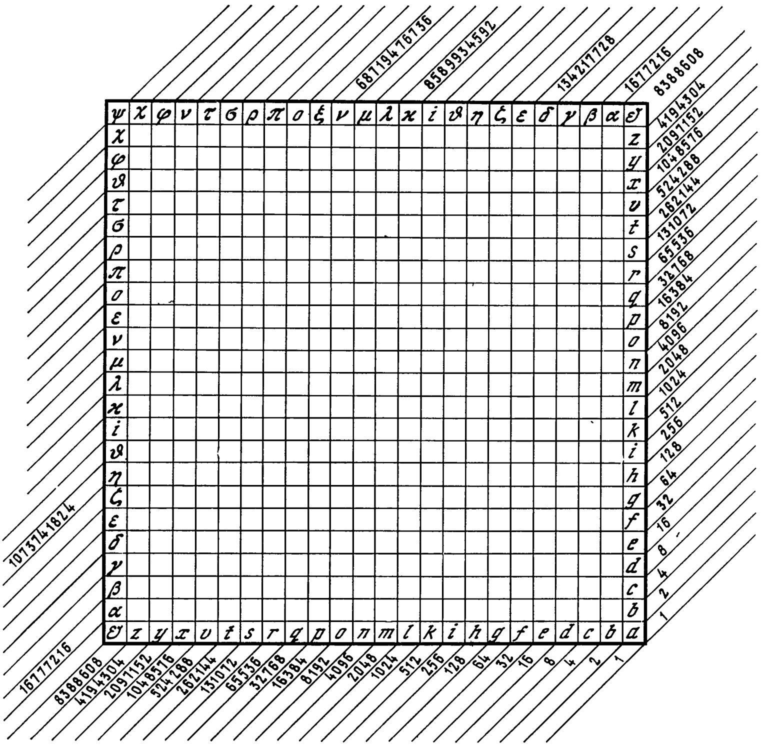


Рис. 17

Полная доска Непера, эскиз которой приводится на рис. 17, имеет 25×25 клеток [2]. Нижний ряд занимает латинский алфавит, имеющий 23 буквы (из современного латинского алфавита отсутствуют *j*, *u*, *w*). После *z* Непер ставит знак ⁊ (*et*), который соответствует числу $2^{23} = 8\,388\,608$. Далее по левому вертикальному краю идет греческий алфавит, доходящий до буквы ψ, которая соответствует 2^{46}.

Главной идеей счетной доски Непера является то, что все клетки, расположенные диагонально, параллельно

[2] Клетки крайних рядов, в которых написаны буквы, также участвуют в вычислениях, как это будет видно из следующего примера (рис. 18).

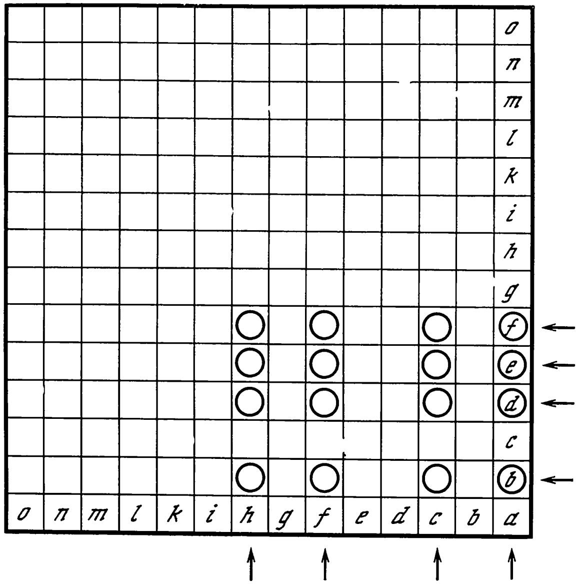


Рис. 18

диагонали, идущей слева вверх направо, и соединяющие одинаковые буквы алфавита, отождествляются между собой и считаются изображающими ту же букву, т. е. то же число. Произведение двух букв получается на пересечении строки и столбца, соответствующих сомножителям. Остается заметить, что при перемножении двух чисел, содержащих по нескольку букв, следует воспользоваться дистрибутивностью, и алгоритм Непера для перемножения чисел на счетной доске становится совершенно ясным.

Для иллюстрации своего метода Непер приводит пример перемножения 1206×604, т. е. в обозначениях «арифметики клеток» *bcefhl* $\times$ *cdegk*. Поскольку нам нет надобности рекламировать простоту применения этого алгоритма при перемножении больших чисел, на что особенно обращает внимание Непер, воспользуемся меньшими числами, что даст возможность ограничиться меньшим размером счетной доски.

На рис. 18 показано перемножение 165×58, что соответствует в «арифметике клеток» перемножению *acfh* $\times$ $\times$ *bdef*. Частичные произведения отмечены кружками, как и в «Рабдологии». Далее Непер выписывает их все, рекомендуя для этого воспользоваться обычной линейкой, перемещаемой параллельно диагонали $h - h$. В нашем случае получаем

$$bddeffgghiikllmn,$$

что нужно лишь сократить уже описанным способом. При этом можно заменять сразу все имеющиеся пары, так что получаем

$$beeghhkkmmn = bfgilnn = bfgilo.$$

Возведение в квадрат, очевидно, производится тем же способом, что и умножение. Непер только специально отмечает, что квадраты чисел, выражающихся одной буквой, находятся на главной диагонали счетной доски, идущей справа вверх налево. Это замечание используется им в дальнейшем при описании извлечения квадратного корня.

Несколько сложнее выполняется на счетной доске Непера деление, хотя, впрочем, это усложнение — того же порядка, что и усложнение в современном письменном счете. По существу алгоритм деления, предлагаемый Непером, не отличается от современного. Использование же счетной доски и, главное, двоичной системы счисления придает ему высокую степень автоматизма, характерную именно для инструментального, но не для письменного в нынешнем понимании счета.

Мы проиллюстрируем применение алгоритма деления на счетной доске Непера в «арифметике клеток» двумя умышленно очень простыми примерами. Сам Непер рассматривает пример, полученный им при умножении, именно $dfgilmnrsv : cdegk = bcefhl$, т. е. $728\,424 : 604 = 1206$.

Рассмотрим деление $bcefil : bdef$, что соответствует делению десятичных чисел 1334 на 58. Возьмем счетную доску, выделим на горизонтали колонки, соответствующие делителю $bdef$, а на вертикали — строки, соответствующие делимому $bcefil$. На рис. 19 строки выделены стрелками, как и колонки; Непер рекомендует выделять строки наложением линеек. Отметив пересечение диагонали $l - l$, где расположен больший член делимого, с колонкой f, соответствующей большему члену делителя, найдем, что это пересечение соответствует строке f. Однако произведение f на делитель (на рис. 19, *а* отмечено пунктирными кружками) равно $gikl$, что больше делимого. Поэтому линейку, определяющую частное, нужно опустить со строки *f* на одну строку вниз.

Произведение делителя *bdef* на *e* отмечено кружками на рис. 19, *b* и равно *fhik*. Его нужно вычесть из делимого, для чего делимое нужно удлинить, представив его в виде *bcefil* = *bcefhhkk* = *bcefhhiik*, после чего получаем разность *bcehi*. Пересечение диагонали *i* — *i* с колонкой *f* дает строку *d* (отмечено на рис. 19, *b* пунктиром), но произведение *bdef* × *d* = *eghi* снова больше вычисленной разности *bcehi*, поэтому сдвигаем линейку с линии *d* на строку ниже. Дальнейшие вычисления показаны на рис. 19, *c*; в результате получаем частное от деления *bcefil* : *bdef* равным *abce* = 23.

Другой пример выбран таким образом, чтобы деление происходило с остатком. Выполним деление *bdefhk* : *abcd*. Вычисления приведены на рис. 20, где под счетной доской — неполные частные и разности. В результате деления получаем частное *bcdf* = 46 и *d* = 8 в остатке.

Извлечение квадратного корня, которое Непер иллюстрирует примером корня из числа αβζλξπ, мы, как и в предыдущих случаях, проиллюстрируем более простым примером извлечения квадратного корня из числа *cfghkmv* (= 527 076).

Прежде всего ищется пересечение диагонали *v* — *v* с главной диагональю, о которой уже шла речь выше. Так как эти диагонали не пересекаются, то следует брать ближайшее меньшее значение. В данном случае это *k* (рис. 21). Горизонтальная и вертикальная линейки *k* × *k*, ограничивающие область поиска точного значения корня, образуют *главу угольника* (*caput gnomon*), который строится в процессе поисков.

Далее следует провести еще две линии, чтобы замкнуть первый возможный угольник (*gnomon*). Попытка провести их через соседние линии (через кружки, помеченные на рис. 21 пунктиром) не приводит к успеху, так как прибавление этих трех кружков приводит к величине *rsst* = = *rtt* = *rv*, что больше заданного числа. Поэтому мы передвигаем линейки вправо и вниз и помещаем кружки в клетках *k* × *h*, *h* × *k*, *h* × *h*, что дает в сумме *prrt* = *pst*.

Чтобы построить следующий угольник, надо присоединить уже пять кружков в выделенных ранее строках и столбцах, затем семь, девять и, наконец, одиннадцать. На рис. 21 показаны эти кружки, причем неудачные попытки (на линиях *f* и *d*, как прежде на линии *i*), показанные

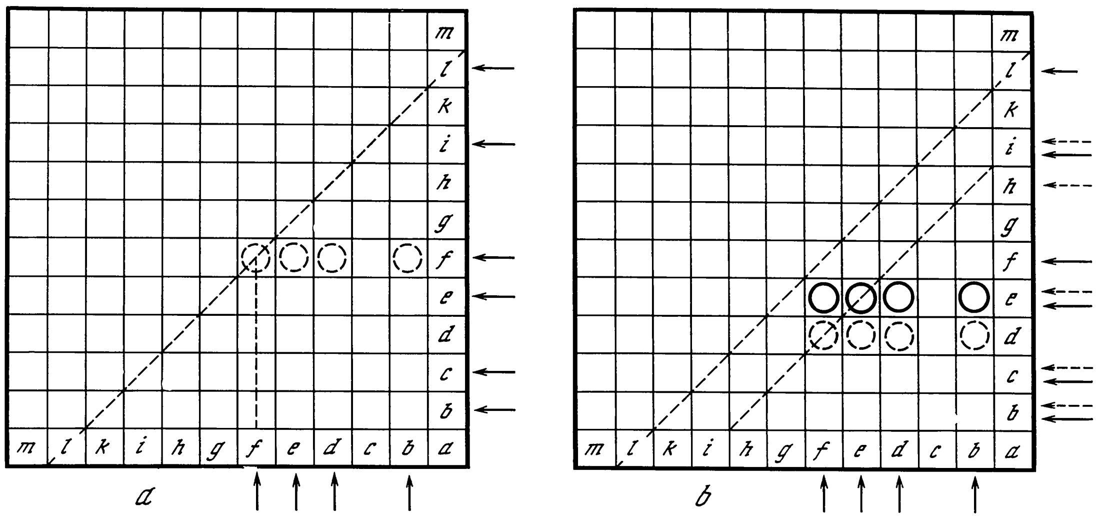


Рис. 19

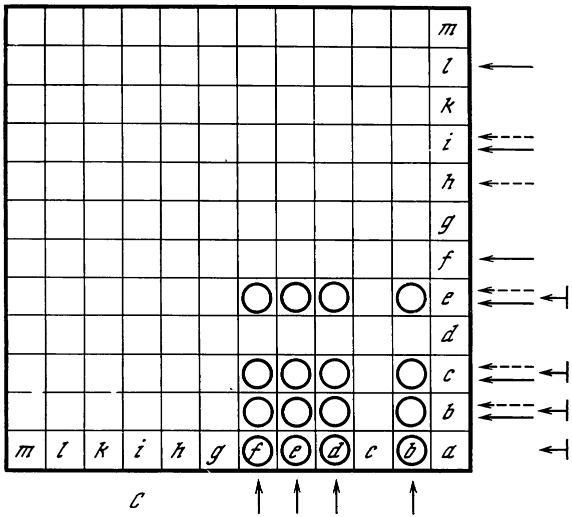


Рис. 19 (окончание)

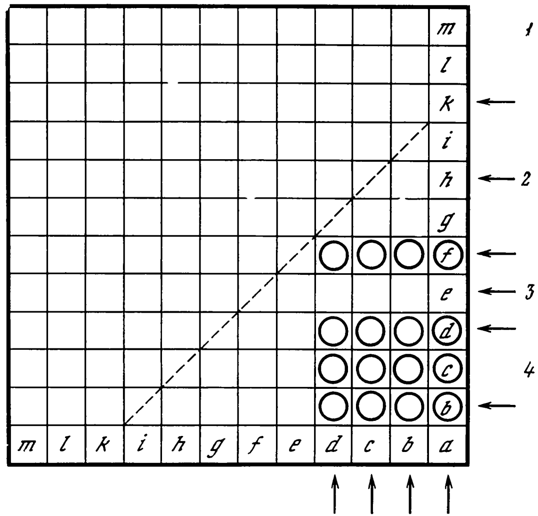


Рис. 20

1 — bdefhk — fghi = bdegh
2 — bdegh — defg = bfg
3 — bfg — cdef = bcf
4 — bcf — bcde = d

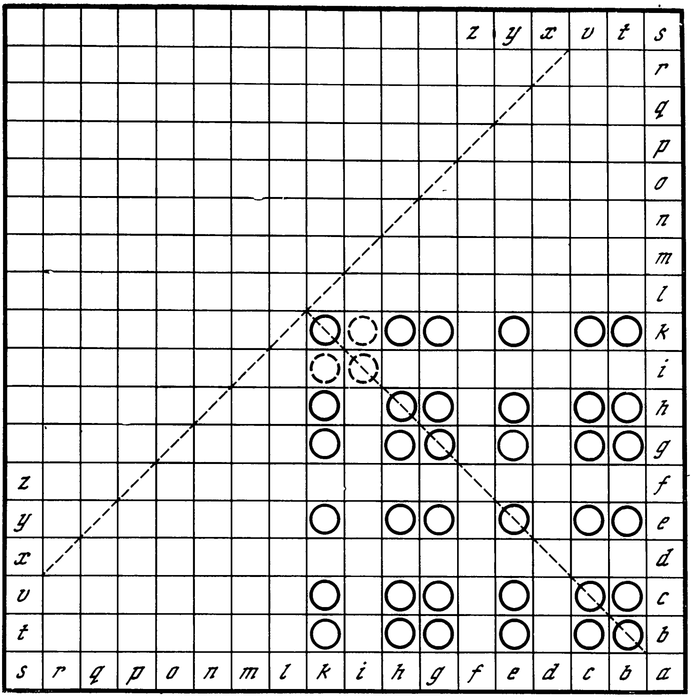


Рис. 21

пунктиром, мы просто опускаем. Прочитав полученный результат, находим значение квадратного корня из числа *cfghkmv*, равным *bceghk*, т. е. $\sqrt{527076} = 726$.

Источниками знакомства Непера с двоичной системой счисления могли служить «Книга абака» Леонардо Пизанского (1202) или «Сумма арифметики» Луки Пачоли (1494), которые почти наверняка были Неперу известны. В обеих этих книгах двоичная система использовалась при решении задач о минимальном числе гирь, необходимом для взвешивания грузов в заданных пределах. Двоичное представление чисел лежит в основе игрушки, описанной Дж. Кардано в его книге «О тонкости» («De Subtilitate», 1550), которая также могла быть известна Неперу. Наконец, известный английский алгебраист Томас Гэрриот (1560—1621) использовал двоичную систему для решения некоторых задач теории чисел. Это стало известно из его рукописей, найденных уже в нашем веке, в Британском музее [3]. Но нет никаких сведений о знакомстве или переписке Непера с Гэрриотом; поэтому правильно предположить, что эти рукописи Неперу не были известны.

Во всех указанных выше источниках, по которым Непер мог ознакомиться с двоичной системой счисления, алгоритмы арифметических операций в этой системе не рассматриваются. Остается предположить, что и сами эти алгоритмы, а не только их реализация с помощью алфавитного наименования чисел и специальной счетной доски также были изобретены Джоном Непером.

Из истории первых логарифмических линеек

Вычисления с помощью логарифмических таблиц все еще оставались достаточно трудоемкими и утомительными для тех, кому приходилось заниматься ими ежедневно. Поэтому вслед за изобретением логарифмов делались попытки механизировать логарифмические вычисления.

Первая из них принадлежит уже знакомому нам Эдмунду Гюнтеру. Он предложил использовать логарифмическую «линию чисел» совместно с двумя циркулями-измерителями. «Линия чисел» представляла собой отрезок прямой, на которой в логарифмическом масштабе откладывались числа или тригонометрические величины. Несколько таких «линий», нанесенных параллельно на деревянную или медную пластинку, образовывали «шкалу Гюнтера». Циркули-измерители использовались для сложения или вычитания расстояний вдоль линий шкалы. В соответствии с известными свойствами логарифмов сумма расстояний давала произведение чисел или тригонометрических функций, а разность — их частное.

«Шкала Гюнтера», позволившая значительно упростить процесс вычислений, является прародительницей логарифмической линейки. Ее популяризации и дальнейшему усовершенствованию в XVII столетии немало способствовал Эдмунд Уингейт. В 1624 г. он издал в Париже книгу «Использование линейки пропорций в арифметике и геометрии». Ее английский перевод появился в Лондоне в

---

[3] *Shirley J. W.* Binary numeration before Leibniz.— Amer. J. of Physics, 1951, v. 19, N 8, p. 452—454.

1626 г., а затем она еще трижды переиздавалась в XVII столетии.

Усовершенствование, которое Уингейт внес в «шкалу Гюнтера», заключается в том, что наряду с «линией чисел» основного масштаба он ввел еще две «линии», масштабы которых составляют 1/2 и 1/3 от основного, иначе говоря, расположил вдоль одной прямой две масштабные единицы шкалы, а вдоль другой — три. Уингейт назвал эти линии «линиями двойного и тройного радиуса» соответственно. С их помощью можно было осуществлять операции возведения в квадрат и куб, а также операции извлечения квадратного и кубического корней.

В России первое описание шкалы Гюнтера было приведено в 1739 г. в книге, изданной уже упоминавшимся профессором Петербургской Морской академии А. Д. Фархварсоном под названием «Книжица о сочинении и описании сектора, скал плоской и гунтеровской со употреблением оных инструментов в решении разных математических проблем».

Авторами первых логарифмических линеек были Уильям Отред и Ричард Деламейн. Мы не знаем точной даты изобретения логарифмической линейки; можно лишь с уверенностью утверждать, что это произошло в 20—30-х годах XVII столетия.

Уильям Отред (1575—1660) — замечательный английский математик и педагог. Сын священника, выходец из старинной семьи Северной Англии, он учился сначала в аристократическом Итоне, а затем в кембриджском Королевском колледже, специализируясь по математике. В 1595 г. он получил первую ученую степень, став членом колледжа. В последующие годы занятия по математике Отред совмещал с изучением богословия и в 1603 г. был посвящен в сан священника. Вскоре он ушел из университета и получил приход в местечке Олбьюри, неподалеку от Лондона, где и прожил большую часть своей жизни.

Истинное призвание преподобный отец Уильям нашел в преподавании математики. «Он был жалкий проповедник,— писал его современник,— все его мысли были сосредоточены на математике, и он все время размышлял или чертил линии и фигуры на земле... Его дом был полон юных джентльменов, которые приезжали отовсюду, чтобы поучиться у него». Плату за обучение Отред не брал, хотя был человеком небогатым. «Жена постоянно корила его за бедность и всегда забирала подсвечник после ужина, а потому многие важные проблемы остались нерешенными. Один из учеников, который тайком передал Отреду ящик свечей, заслужил его горячую благодарность» [38, с. 99].

Для своих многочисленных учеников Отред написал в 1631 г. учебник арифметики и алгебры «Ключ математики» («Clavis mathematicae»), который вызвал восторженные отклики современников и среди них — Роберта Бойля и Чарльза Кавендиша. В этой книге, в частности, Отред ввел для обозначения операции умножения символ $\times$, сохранившийся до нашего времени.

Воспоминания современников об Отреде рисуют человека в высшей степени симпатичного. Был он «невысокого роста, черноглаз и черноволос; дух его был высок, а мозг постоянно работал». Ньютон говорил об Отреде как об «очень хорошем и рассудительном человеке... на чьи суждения можно без сомнения положиться» [38, с. 99].

Отред был принципиальным роялистом; говорили, что он умер от радости, узнав о реставрации королевской власти в Англии (известный английский математик А. де Морган заметил по этому поводу, что такая смерть вполне извинительна, если учесть, что Отреду шел в то время 86-й год!).

Во время летних студенческих каникул 1630 г. в доме Отреда гостил его ученик и друг, лондонский учитель математики Уильям Форстер. В одной из бесед Отред невысоко оценил шкалу Гюнтера, указав, что ее использование совместно с двумя циркулями требует больших затрат времени и дает низкую точность вычислений. Видя недоумения Форстера, очень ценившего это изобретение, Отред показал своему ученику два логарифмических вычислительных инструмента, собственноручно им изготовленных. Первый состоял из двух логарифмических шкал, одна из которых могла смещаться относительно другой, неподвижной. Второй инструмент состоял из кольца, внутри которого вращался на оси круг. На круг (снаружи) и кольцо (внутри) были нанесены свернутые в концентрические окружности логарифмические шкалы. Оба инструмента позволяли выполнять вычисления без помощи циркулей и были первыми логарифмическими линейками.

Форстер удивленно спросил, как мог учитель скрывать от мира столь замечательные изобретения. Ответ Отреда свидетельствует о замечательных педагогических принципах «маленького викария из Олбьюри»: «...истинный путь к овладению Искусством проходит не через Инструменты, но через Доказательства. И это нелепая манера невежественных учителей начинать с Инструментов, а не с Науки. Поэтому вместо Мастерства их ученики обучаются только трюкам, подобно фокусникам. И, несмотря на обучение, это приводит к потере драгоценного времени и превращению умов жаждущих и трудолюбивых в невежественные и ленивые. Использование Инструментов действительно превосходно, если человек владеет истинным Мастерством, но презренно, если это владение противопоставляется Искусству» [38, с. 100].

Отред передал Форстеру описания линеек и разрешил перевести эти описания с латыни на английский и опубликовать их. Книга Форстера и Отреда «Круги пропорций» вышла в Лондоне в 1632 г. В ней описана круговая логарифмическая линейка, отличающаяся, однако, от той, которую Отред демонстрировал Форстеру летом 1630 г.

Новая линейка (рис. 22) содержала восемь концентрических окружностей, выгравированных на медной пластинке, в центре которых на оси укреплены два плоских радиальных указателя (на рис. 22, заимствованном из оксфордского издания «Кругов пропорций» 1660 г., указатели отсутствуют). Линейка Отреда имела одну равномерную линию чисел от 1 до 10 и семь логарифмических линий: линию чисел (от 2 до 10), две линии синусов — от 35′ до 6° и от 5°45′ до 90°, четыре линии тангенсов — от 35′ до 6°, от 5°45′ до 45°, от 45° до 84°15′ и от 84° до 89°25′.

Выполнение операций на круговой линейке осуществлялось следующим образом. Пусть необходимо перемножить числа A и B. Вначале один из плоских указателей ставился на деление «1», а второй — на деление, соответствующее числу A. Затем, не меняя взаимного расположения указателей, их поворачивали так, чтобы первый из них оказывался на делении, соответствующем числу B. Тогда второй указатель показывал результат умножения $A \times B$.

Прямоугольная логарифмическая линейка Отреда описана в следующей книге Форстера «Дополнения к использованию инструмента, называемого Кругами пропорций» (1633). Эта линейка, как уже говорилось, состояла из двух шкал Гюнтера. Длины шкал относились между собой как 2 : 3. При употреблении они зажимались в левой руке вычислителя и одна из них правой рукой смещалась относительно другой, неподвижной.

Права на изготовление своих линеек Отред передал известному лондонскому механику Элиасу Аллену. Однаж-

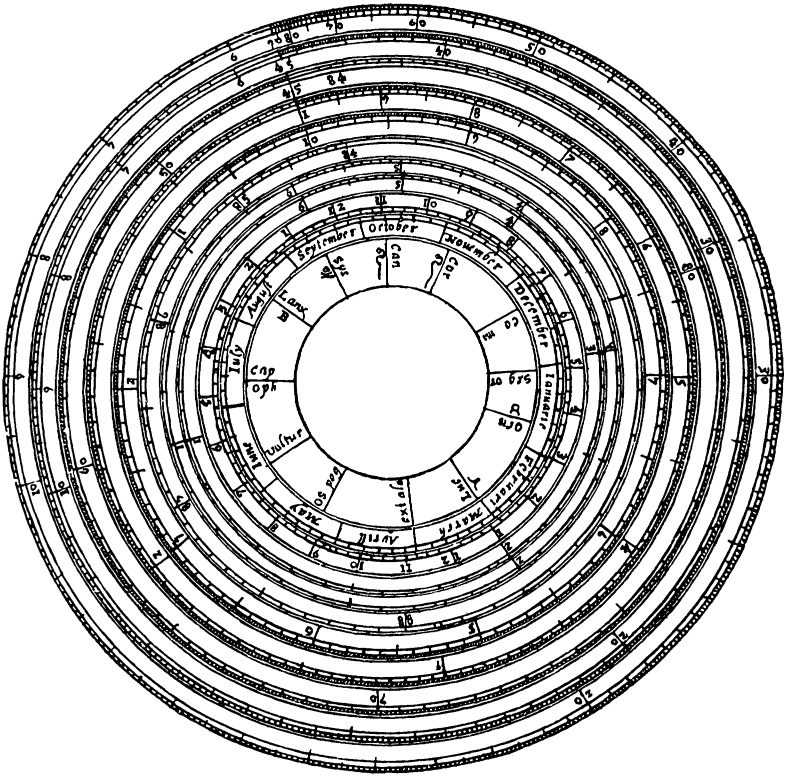


Рис. 22. Круговая логарифмическая линейка

ды, осенью 1630 г., идя из мастерской Аллена, Отред встретил некоего Ричарда Деламейна, учителя математики, который хорошо знал Отреда и одно время даже был его ассистентом. Отред рассказал Деламейну, что́ привело его в Лондон и какие инструменты передал он для изготовления Аллену. Услыхав о круговой логарифмической линейке, Деламейн воскликнул: «Подобное изобретение сделал и я!» Он оказался более предприимчивым, чем Отред, и в том же 1630 г. выпустил брошюру под названием «Граммелогия, или математическое кольцо», в которой описал круговую логарифмическую линейку и правила пользования ею. Впоследствии «Граммелогия» со значительными изменениями и дополнениями издавалась еще несколько раз.

В отличие от Отреда Деламейн отдавал предпочтение линейке, состоящей из вращающегося в кольце круга. В своей книге он приводит несколько вариантов такой линейки. Некоторые из них содержали до 13 концентрических окружностей, расположенных на неподвижной и вращающейся частях линейки. Для того чтобы применение таких сложных линеек было более удобным, Деламейн предложил использовать плоский указатель, который располагался в специальном углублении, сделанном во внешнем кольце, и мог перемещаться в радиальном направлении. Длина указателя, выполняющего функции «бегунка», равна расстоянию по радиусу от внешней окружности на кольце до внутренней окружности на подвижном круге. В другой конструкции круговой линейки Деламейна кольцо вращалось между неподвижными внутренним кругом и внешним кольцом.

Ричард Деламейн не только описал конструкции линеек, но и привел методику их градуировки, способы проверки точности линеек и дал многочисленные примеры их использования. Свою книгу он посвятил королю Карлу I и преподнес ему авторский экземпляр вместе с солнечными часами собственного изготовления; он был назначен «учителем математики Их Королевского Величества». Впоследствии Деламейн служил в армии, занимаясь фортификацией, и умер в 1645 г.

Споры о приоритете были весьма бурными, однако никому из авторов не удалось одержать победу. Скорее всего, нам следует согласиться с известным историком математики Ф. Кэджори, который считает, что изобретение логарифмической линейки было сделано независимо друг от друга Уильямом Отредом и Ричардом Деламейном [53].

В 1654 г. англичанин Роберт Биссакер предложил конструкцию прямоугольной логарифмической линейки, сохранившуюся в принципе и до нашего времени. Его линейка состояла из трех самшитовых планок: две внешние удерживались вместе медной оправкой, а третья свободно скользила между ними от одного конца к другому (мы называем ее теперь движком). Линейка имела около 60 см в длину и 2,5 см² в сечении. Каждой шкале на неподвижных планках соответствовала точно такая же шкала на движке. Шкалы имелись на обеих сторонах линейки, поэтому инструмент Биссакера может быть назван первой дуплексной логарифмической линейкой.

Независимо от Биссакера аналогичную конструкцию предложил в 1657 г. лондонский учитель математики Сет Патридж.

Важные усовершенствования в конструкцию прямоугольной логарифмической линейки внес в 1683 г. Томас Эверард — механик и налоговый чиновник. Его линейка предназначалась в основном для облегчения вычислений при определении внутренних объемов различных емкостей и сосудов. Она представляла собой прямоугольный параллелепипед, имевший 30 см в длину, 2,5 см в ширину и 1,5 см в толщину, и состояла из корпуса и двух движков. Движки перемещались в пазах, которые имелись на лицевой и тыльной сторонах корпуса.

Линейка Эверарда имеет следующие важные особенности.

1. Наличие наряду со шкалой одинарного масштаба шкал двойного и тройного масштабов позволяет осуществлять операции возведения в квадрат и куб, а также извлечения квадратных и кубических корней. Идея таких шкал принадлежит Уингейту, но в логарифмической линейке она была впервые реализована Эверардом.

2. Эверард впервые в практике логарифмических вычислений нанес на шкалы линейки «особые точки» — метки, отмечающие числа, наиболее часто повторяющиеся в вычислениях. На лицевой стороне линейки, например, он выделил следующие «особые точки»: Si (0,707) — сторона квадрата, вписанного в круг единичного диаметра, Se (0,886) — сторона квадрата, равновеликого такому кругу, C (3,14) — длина окружности того же круга; W (231) — объем стандартного галлона вина (в дм^3), MB (2150,42) — объем стандартного бушеля солода (в дм^3) и, наконец, A (282) — объем стандартного галлона эля (в дм^3).

3. Шкала MD представляет собой по существу обратную шкалу, присутствующую на большинстве современных логарифмических линеек. Она позволяла вычислить глубину различных бочонков, вмещающих стандартный бушель солода (отсюда и аббревиатура MD — malt depth, «глубина солода»). Обратная шкала Эверарда расположена на неподвижной части линейки. Спустя столетие, в 1797 г., известный английский ученый Уильям Хайд Волластон предложил одну из двух шкал движка делать обратной, а еще через сто лет французский математик А. Бегин расположил обратную шкалу на движке между двумя другими шкалами.

Большой популярностью пользовалась в XVII—XIX столетиях прямоугольная логарифмическая линейка английского математика Генри Когшелла. Лишь во второй половине XIX столетия она была вытеснена знаменитой логарифмической линейкой Манхейма, речь о которой пойдет ниже. Свой инструмент, предназначенный в основном для вычислений, необходимых при обмерах древесины, в судостроении и плотницком деле, Когшелл описал в небольшой книжечке, вышедшей в свет в 1677 г. В последующие сто лет она переиздавалась 17 раз.

Линейки совершенствуются

Идея бегунка — неотъемлемого элемента современной логарифмической линейки — была предложена великим Ньютоном.

24 июня 1675 г. секретарь Лондонского королевского общества Генри Ольденбург писал Лейбницу: «Мистер Ньютон находит корни уравнений с помощью логарифмических шкал, расположенных параллельно, на одинаковом расстоянии друг от друга... Для решения кубического уравнения достаточно три шкалы, для решения биквадратного — четыре» (цит. по [38, с. 99]).

Наиболее полное описание метода Ньютона содержится в книге Дж. Уилсона «Математические трактаты покойного Бенджамена Робинса», изданной в 1761 г. в Лондоне.

Пусть требуется решить кубическое уравнение $ax + bx^2 + cx^3 = m$. Расположим параллельно четыре логарифмические шкалы, причем две первые, AB и CD — одинарные, шкала EF — двойная, а шкала GH — тройная. Шкала AB неподвижна, а остальные могут смещаться влево или вправо (рис. 23).

Проведем линию LM перпендикулярно шкалам. Она пересечет две верхние шкалы в точках, соответствующих некоторому числу N; на шкале EF пересечение будет соответствовать числу N^2, а на шкале GH — числу N^3. Если сдвинуть теперь шкалу CD так, чтобы под точкой A, соответствующей единице, находилась отметка a, то линия LM пересечется с этой шкалой в точке aN. Аналогичными сдвигами можно получить остальные произведения, входящие в левую часть уравнения.

Если число N является корнем уравнения, то сумма чисел на трех сдвинутых шкалах будет равна m. Поэтому алгоритм решения этого кубического уравнения сводится

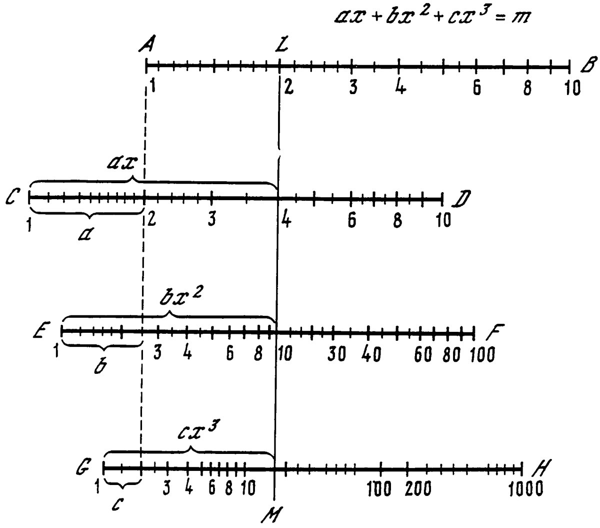


Рис. 23

к смещению линии LM параллельно самой себе до тех пор, пока сумма отметок на шкалах CD, EF и GH не сделается равной m. Отрезок AL будет при этом соответствовать искомому корню уравнения.

Нетрудно видеть, что линия LM играет в данном случае роль бегунка.

Однако как элемент логарифмической линейки бегунок появился лишь через сто лет, когда Джон Робертсон, преподаватель Королевской математической школы в Портсмуте, а затем библиотекарь Лондонского королевского общества, предложил для облегчения навигационных расчетов использовать логарифмическую линейку собственной конструкции. Линейка Робертсона имела 75 см в длину и 5 см в ширину. На одной из ее сторон были расположены равномерные числовые шкалы, на второй — 12 логарифмических (9 — на корпусе, 3 — на движке). Вдоль этой стороны двигался «индекс», или тонкая медная пластинка около 2,5 см шириной, прикрепленная к корпусу линейки. С помощью «индекса» (т. е. бегунка) можно было считывать противолежащие числа на различных шкалах линейки.

Первая логарифмическая линейка, предназначенная специально для инженерных расчетов, была сконструирована в 1775 г. выдающимся английским механиком Дж. Уаттом. Она получила название «Сохо-линейки», по имени местечка близ Бирмингема, где была расположена мастерская Уатта.

Вот что написано об этом в книге Дж. Фарея «Трактат о паровой машине» (1827): «М-р Уатт использовал логарифмические шкалы, нанесенные на линейку, для выполнения вычислений, относящихся к паровым машинам и машиностроению ... Подобные инструменты давно использовались метрологами, сборщиками налогов, а также плотниками, но они были весьма грубо и неточно выполнены и требовали некоторых улучшений для того, чтобы их могли успешно использовать инженеры. М-р Уатт и м-р Соутерн [4] расположили ряд шкал на линейке весьма разумным образом и пригласили опытнейших специалистов для градуировки первого образца, с которого затем были сняты копии. Впоследствии эти логарифмические линейки были переданы мастерам и старшим рабочим, благодаря которым преимущества вычислений с помощью логарифмических линеек стали известны инженерам других фабрик, которые стали использовать их для всех обычных расчетов».

Описание «Сохо-линейки» на русском языке было составлено корпуса горных инженеров майором Дмитриевым, выпустившим в 1837 г. «Наставления к употреблению числительной линейки Коллардо» [5].

В XX столетии наиболее широкое распространение получили прямоугольные логарифмические линейки. Но в XVIII и XIX столетиях с этими линейками успешно конкурировали линейки другой формы.

Несколько круговых логарифмических линеек было предложено во Франции. Так, среди машин и приборов, получивших в 1727 г. одобрение Парижской королевской академии наук, мы встречаем «инструмент г-на Клеро, с помощью которого можно отсчитывать углы и выполнять такие арифметические действия, как умножение, деление и извлечение корня».

Первая логарифмическая линейка, изобретенная в США (1884), также имела круговую форму. Автор — Аарон Пальмер — назвал ее «вычислительной шкалой».

Среди других круговых логарифмических линеек выделяется своей оригинальной конструкцией, напоминающей

[4] Математик, работавший с Уаттом.

[5] Коллардо — французский механик, организовавший в Париже производство логарифмических линеек.

часы, инструмент француза Е. М. Буше (1878). Он имеет два «циферблата» — подвижный, находящийся на лицевой стороне «часов», и приводимый в движение головкой — неподвижный. На подвижном циферблате расположены равномерная шкала (внешняя) и логарифмическая шкала чисел, на неподвижном — логарифмические шкалы синусов и тангенсов.

В 1848 г. профессор Фуллер из Белфаста сконструировал специальную логарифмическую линейку, получившую

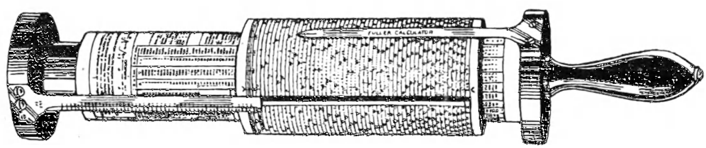


Рис. 24. Вычислитель Фуллера

название «Вычислителя Фуллера» (рис. 24) и выпускавшуюся до недавнего времени.

Один из наиболее точных логарифмических вычислительных инструментов был предложен в 1881 г. выпускником американского технического колледжа Эдвином Тэчером, впоследствии инженером-мостостроителем.

В 1850 г. Амедей Манхейм, 19-летний французский офицер, проходивший службу в крепости Метц, предложил прямоугольную логарифмическую линейку, которой впоследствии суждено было стать наиболее популярной среди инструментов подобного рода.

Манхейм родился в 1831 г., в 1848 г. поступил в парижскую Политехническую школу и через два года в чине лейтенанта артиллерии вступил во французскую армию. Юный лейтенант сделал неплохую военную карьеру, дослужившись до чина полковника, и блестящую научную, став профессором в своей «альма матер» и обогатив ценными исследованиями геометрию и механику.

Свой инструмент Манхейм описал в брошюре «Модифицированная вычислительная линейка», изданной в 1851 г. В последующие 20—30 лет линейки Манхейма использовались в основном во Франции и лишь к концу XIX столетия они завоевывают всемирное признание, и фирмы в Англии, Германии и США начинают их серийный выпуск.

Манхейм был первым среди изобретателей логарифмических линеек, кому повезло в популяризации бегунка. Он показал, как, пользуясь бегунком, можно не только считывать числа на параллельных шкалах, но и вычислять значения сложных выражений, фиксируя бегунком промежуточные результаты.

В линейке Манхейма две верхние логарифмические шкалы чисел имели удвоенный масштаб, две нижние — одинарный.

Такая градуировка шкал имеет известный недостаток, поскольку для нахождения квадратов и квадратных корней приходится пользоваться бегунком. Однако линейка обеспечивает двойную точность, когда нижние шкалы используются для нахождения простых пропорций, использование же бегунка в сложных операциях значительно упрощает вычисления.

Линейка Манхейма завоевала огромную популярность во всем мире как портативный и удобный инструмент для ежедневных расчетов, обеспечивающий точность вычислений до третьего десятичного знака.

Интересная модификация этой линейки предложена в России профессором Высшего технического училища, известным строителем Михаилом Николаевичем Черепашинским (1882), а затем во Франции А. Бегином (1902).

Глава третья

Алгебра и тригонометрия

Так как мы теперь знаем, что теория является частью философии, то мы предоставим размышлять о ней тем, кто занимается философией.

Талиенте

Понятие числа в «De arte logistica»

Из крупных работ Непера мы не рассматривали пока его «De arte logistica». Историки математики обошли ее своим вниманием; о ней не упоминают такие известные авторы, как Август де Морган [1], Л. Карпинский [2],

[1] *Morgan A. de.* Arithmetical Books. London, 1840.
[2] *Karpinski L. Ch.* The History of arithmetic. Chicago, 1925.

Д. Ю. Смит [3]. Анализ этого труда Непера, хотя и не полный, можно найти в статье Дж. Э. Стеггала [81] и отчасти в книге Дж. Л. Кулиджа [58].

Понятию числа (как теоретическому вопросу) в книге Непера отведено незначительное место. Имея целью изложение практических методов вычислений, Непер ограничился в основном классификацией и определениями чисел и величин.

К 70—80-м годам XVI в., т. е. ко времени, когда были написаны вошедшие в «De arte logistica» наброски, полного понятия числа еще не существовало (окончательно оно было сформулировано лишь через несколько столетий). Европейские математики, находившиеся под влиянием греков, так же, как они, проводили строгое разделение между понятием дискретного (числа) и непрерывного (геометрической величины) [4]. Это деление приводило к тому, что числами считались только рациональные, хотя во второй половине XVI в. некоторые математики, «продолжая по традиции считать, что между понятиями числа и геометрической величины лежит пропасть, делали попытки перекинуть через нее мост» [5]. К числу этих математиков следует отнести и Непера.

Классификация величин и чисел встречается в нескольких книгах «De arte logistica». В кн. IV, написанной, по-видимому, раньше остальных, Непер дает первое определение именованных (*nominata*) величин, подразделяя их на одноименные (*uninomia*), многоименные (*plurinomia*) и универсальные (*universalia*). Одноименная величина — это либо простое рациональное число, либо корень из него — «глухое» (иррациональное) число (*numeri surdi*). «Рациональное число — это либо целое (*absolute*) число, либо дробное (*fracti*). С рациональными числами имеет дело арифметика».

«Иррациональные числа — это корни из тех рациональных чисел, которые [корни] не могут быть точно вычисле-

---

[3] *Smith D. E.* Rara Arithmetica. Boston; London, 1908, v. 1—2.

[4] Н. Тарталья в «Общем трактате о числе и мере» («Génerale trattata di numeri et misure», 1556) говорит о необходимости применения двух различных терминов при умножении чисел и величин (multiplicare и ducere).

[5] *Матвиевская Г. П.* Развитие учения о числе в Европе до XVII в. Ташкент: Фан, 1971, с. 130.

ны [6], и поскольку *они являются величинами, то принадлежат также и геометрии»* (курсив наш.— *Авт.*).

В той же кн. IV Непер демонстрирует, как многоименные величины образуются при сложении или вычитании одноименных величин, не имеющих общей меры, а универсальные — при извлечении корней из многоименных. Это деление всех иррациональностей на три класса было новым для математики XVI в. (Кардано делил их на 4 класса, а Штифель — на 5).

Аналогичное подразделение величин и чисел приводится и в следующей (по времени написания) кн. III: «Вычисление конкретных величин с помощью конкретных чисел называется Геометрической логистикой. Так, если 3а относится к трем линиям, каждая шириною в палец (digitales), таким, как — — —, то это дискретное (discreti) число. Когда же, однако, оно относится к конкретной и непрерывной линии, имеющей ширину в три пальца, такой, как |—|—|—|, то оно называется конкретным числом. Корни из чисел, которые не могут быть измерены целым или дробным числом... называются конкретными...»

В другом месте кн. III Непер пишет: «Геометрические числа, которые скорее являются величинами, нежели числами, называются именованными (nominata). Среди них есть одноименные и многоименные».

По этому поводу известный историк математики профессор А. В. Васильев писал: «Непер рассматривает и определяет числа двух родов: *numeri discreti*, которые суть *integri* или *fracti*, и *numeri concreti seu geometrici quos irrationales aut surdos vocant*» [7].

От этого применения одного и того же термина для двух понятий, столь резко различавшихся в греческой математике и под ее влиянием и в сочинениях ученых XVI в., очевидно, осталось сделать только один шаг до «числа» Ньютона [8].

[6] Определение иррациональных величин у Непера по существу совпадает с определениями Кр. Рудольфа («глухим числом называется число, из которого нельзя извлечь корень», «Die Coss», 1553), Шейбеля («глухие» числа — это числа, корни которых нельзя выразить точным числом», «De Numeris», 1545), Ж. Пелетье («иррациональные числа — это корни из рациональных чисел, которые не имеют истинного корня», «L'Algebra», 1554) и др.

[7] *Васильев А. В.* Целое число. Пг.: Науч. кн. изд-во, 1919, с. 90.

[8] Имеется в виду определение Ньютона: «Число есть отвлеченное отношение некоторой величины к другой» («Универсальная арифметика», 1707).

Особое внимание Непер уделял в связи с этим символике для обозначения корней. В кн. IV, гл. I он приводит следующие обозначения:

$\sqrt{Q}$ — корень квадратный,

$\sqrt{C}$ — корень кубический,

$\sqrt{QQ}$ — корень 4-й степени,

$\sqrt{S_c}$ — корень 5-й степени.

Здесь буквы Q и C выбраны как начальные буквы слов *Quadratus* и *Cubus*. Непер, таким образом, использует мультипликативную систему обозначений, впервые появившуюся в Европе у Пачоли.

В тех случаях, когда требовалось извлéчь корень из многоименных выражений (plurinomia), Непер пользовался знаком радикала с точкой, т. е. $\sqrt{\;}$. В кн. IV, гл. XII он пишет: «Для того чтобы извлечь квадратный корень из величины $\sqrt{Q\,48}+\sqrt{Q\,28}$, поставь перед этим двучленным выражением знак $\sqrt{Q}$ с точкой после него, т. е. $\sqrt{Q}\cdot \sqrt{Q\,48}+\sqrt{Q\,28}$». В ряде случаев Непер подчеркивает многоименное подкоренное выражение. Так, квадратный корень из $5+\sqrt{C2}-\sqrt{Q3}-\sqrt{Q2}$ он записывает как $\underline{\sqrt{Q5}+\sqrt{C2}-\sqrt{Q3}-\sqrt{Q2}}$. Не ограничиваясь приведенной выше системой обозначения корней, которую Непер, видимо, считал общепринятой, он предлагает собственную систему, не менее, впрочем, громоздкую. Впервые он упоминает о ней в кн. I, гл. IV: «Они [геометры] обозначают кубический (tripatrient) корень из 9 как $\sqrt{C9}$, а я обозначаю его как $\llcorner\,9$...» Затем в кн. II, гл. IX он приводит еще один пример собственного обозначения — корень квадратный из 50 — $\sqcup\,50$.

Наконец, в кн. III Непер пишет: «Из-за разнообразия корней возникают различные обозначения и наименования для именованных величин. Корень второй степени из 7, который обычно называют квадратным корнем, я обозначаю $\sqcup\,7$. Также кубический корень из 10 я записываю как $\llcorner\,10$; корень четвертой степени из 11 я обозначаю $\ulcorner 11$, корень пятой степени из любого числа — $\square$; шестой — $\sqsubset$; всего лишь один рисунок (*a*), состоящий из отделений (*b*) с записанными в них цифрами (чтобы помочь памяти), дает нам все разнообразие знаков радикалов. Как и в предыдущих примерах, знаки $\sqcup$, $\llcorner$, $\urcorner$, $\square$, $\sqsubset$, поставленные перед числами, обозначают корни второй, третьей, четвертой, пятой и шестой степеней» (рис. 25).

Наконец, в кн. II, гл. I проводится более широкая классификация величин и чисел. Непер делит их на истинные (verinomiae) и ложные, или гипотетические (fictionomiae sive hypoteticae). Истинные величины — «это величины, определяемые фактическими выражениями, которые обозначают их величину или количества». Они в свою очередь делятся на «*дискретные*, определяемые отдельным

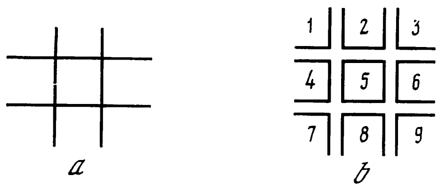


Рис. 25

числом, целым или дробным, и *именованные*. Ложные величины используются в алгебре».

Продолжая свою классификацию, Непер в кн. II, гл. VII дает определения целых и дробных чисел: «Целым называется число, которое не имеет знаменателя или имеет знаменатель, который равен единице, а дробными — те, которые имеют различные знаменатели. Знаменатель — это величина, помещенная под линией и обозначающая число частей, на которые делится единица, числитель — величина, помещенная над линией и означающая, как много этих частей берется». Непер употребляет также термин «разбитая величина» и указывает, что дроби происходят от «несовершенного деления» [9]. Он рассматривает составные дроби, говоря, что «имеются некоторые необычные дроби, которые выражают не часть или части от целого, но части дроби и именуются дробью дробей».

Последняя классификация Непера не отличается по существу от классификации Штифеля в «Полной арифметике» и, быть может, появилась в результате изучения Непером штифелевского трактата.

Интересно отметить, что, хотя Непер впоследствии и не возвращался к определениям, связанным с понятием числа,

[9] Аналогичные определения ср. у Эйлера (*Эйлер Л.* Основания алгебры/Пер. В. Висковатова. СПб., 1812).

его представление о возможности соединения дискретного числа с геометрической пространственной величиной осталось неизменным. Свидетельством этому может служить определение, приведенное им в секции I «Устройства...»: «Логарифмическая таблица — это небольшая таблица, используя которую мы можем получить сведения о всех *геометрических размерах и о движении в пространстве* (курсив наш.— *Авт.*) путем очень простых вычислений».

Остановимся теперь на понятиях отрицательного и мнимого чисел у Непера.

Первый, кто в XVI в. дал должное рассмотрение отрицательным числам, был Джироламо Кардано. В «Великом искусстве» («Ars magna», 1545) он признает отрицательные корни уравнения и пишет об операциях с отрицательными числами. В это же время Штифель, расширяя понятие о числе, вводит «числа, меньшие чем ничего» и «числа, большие чем ничего» («Полная арифметика», 1544). Он пишет, что «нуль стоит между числами истинными [т. е. положительными] и абсурдными [т. е. отрицательными]». Но хотя к 70—80-м годам XVI в. правила действий с отрицательными числами были хорошо известны [10], большинство авторов продолжали иметь дело лишь с положительными величинами. Систематические вычисления с отрицательными числами начались лишь в XVII в. (Т. Гэрриот в Англии, Р. Декарт во Франции). В этой связи следует отметить ту свободу, с которой оперирует Непер в «De arte logistica» с этими числами, не подчеркивая, как большинство его современников — математиков, *принципиального* различия между числами положительными и отрицательными.

Первое упоминание об отрицательных числах мы находим в кн. I, гл. I: «При вычитании неравных величин либо меньшая берется из большей, и в этом случае остаток есть величина, большая чем ничего, или большая величина берется из меньшей, и тогда остаток представляет собой величину, меньшую чем ничего. Здесь — происхождение недостаточных (defective) величин, а именно — при вычитании большей величины из меньшей...»

Затем в кн. I, гл. VI Непер дает развернутые определения: «Избыточные (abundant) величины — это такие вели-

---

[10] Об этом можно судить, например, по «Алгебре» Р. Бомбелли (1572).

чины, которые больше чем ничего, они несут в себе идею увеличения и не имеют перед собой никаких символов либо имеют знак «+» — соединительный знак увеличения... Таким образом, если вы никому не должны и ваше состояние оценивается в 100 крон, то это может быть записано как 100 крон или + 100 крон и читается как сто крон увеличения, всегда означая доход и благосостояние...

Недостаточные (defective) величины — это такие величины, которые меньше чем ничего. Они несут в себе идею уменьшения и имеют перед собой знак «—». Поэтому если при оценке состояния обнаруживается, что долг превосходит стоимость имущества на 100 крон, то это записывается как — 100 крон и читается как сто крон уменьшения, обозначая всегда потерю и убыток». Аналогичным способом иллюстрировал различие между положительными и отрицательными величинами и Л. Эйлер.

В той же главе Непер показывает, как при выполнении различных операций, и в частности при извлечении корней, появляются положительные и отрицательные числа, и дает правило знаков при выполнении умножения и деления.

К понятию «мнимой величины» Непер, видимо, пришел самостоятельно. В кн. III он пишет: «Так как одноименный радикат [т. е. степень числа] может быть корнем из избыточного или недостаточного числа и иметь в качестве показателя либо четное, либо нечетное число, то из этого четвертого варианта следует, что некоторые одноименные являются избыточными, некоторые недостаточными, некоторые как избыточными, так и недостаточными (они именуются в этом случае двойными, а некоторые не являются ни избыточными, ни недостаточными, и их мы будем называть *нугациями* (nugacia).

Мы уже упоминали в кн. I, гл. VI об основаниях этого великого алгебраического секрета [11], который (насколько я знаю) еще никем не был открыт; будущее покажет, каким будет его значение для этого искусства [12] и для остальной математики».

Не сомневаясь в искренности Непера, отметим все же, что с мнимыми выражениями алгебраисты сталкивались и

[11] В кн. I, гл. VI Непер объясняет знак у корня из положительной величины. Относительно четного корня из отрицательной величины он ограничивается указанием, что такой корень не существует.

[12] То есть геометрической логистики.

раньше его, но считали (например, Кардано) эти выражения бесполезными. Лишь Р. Бомбелли примерно в одно время с Непером или несколько ранее понял их значение для математики и исследовал их в своей «Алгебре» (1572).

Что касается Непера, то остается неизвестным, как далеко он зашел в разработке теории мнимых чисел и методов вычислений с ними. В «Геометрической логистике» он ограничился лишь тем, что определил их как величины «абсурдные, невозможные, вздорные и ничего не означающие» (absurdo, impossibli, nugaci et nihil significante), а также предостерег от замены выражения $\sqrt{-9}$ на $-\sqrt{9}$. Кроме того, он, видимо, пришел к пониманию мнимых корней алгебраических уравнений второй степени, так как в кн. V, гл. IX он определяет «иллюзорные» (*illusive*) уравнения как уравнения, корни которых не могут быть найдены, и в качестве примера приводит $x^2 + 5 = 4x$.

Заметим в заключение, что в конце XVI в. мнимые числа оставались непонятными для многих крупных математиков. Так, Симон Стевин (1585) в «Арифметике» жалуется на трудности вычисления с ними и указывает, что этот вопрос еще не разработан.

О вычислениях. Методы и приемы вычислений

Греческое название математики «матезис» означает «достойное изучения». По мнению древних греков, находившихся под влиянием пифагорейской школы, лишь одна часть арифметики — теоретическая — была «достойной изучения». Другая часть — практическая — именовалась «логистикой» и была, по мнению Платона, делом торгашей, а не философов. Но философское пренебрежение к практическим приемам вычислений не могло существовать долго, их разработки требовали такие науки, как астрономия, геодезия, и такие жизненно важные области человеческой деятельности, как торговля, ремесла, мореплавание. Вопросам логистики посвятили свои труды великие геометры Архимед и Аполлоний Пергский, великий алгебраист Диофант. В средневековой Европе практические методы вычислений начали интенсивно развиваться после того, как в XII в. европейцы познакомились с индийской системой нумерации. Благодаря усилиям Леонардо Пизанского и Иордана Неморария, а затем Луки Пачоли, Геммы Фризия и многих других математиков к 70-м годам XVI в. методы практической арифметики заняли почетное место в математических трактатах и учебниках. Появились и книги, посвященные только вычислительным методам, например «Логистика» Жана Бутео (1559), «Астрономическая логистика» Каспара Пейцера (1556). К их числу следует отнести и «De arte logistica».

В соответствии со своей классификацией чисел и величин Непер в кн. II, гл. I делит вычисления на логистику истинных и логистику ложных величин. К первой он относит логистику дискретных величин, которую называет арифметикой, и логистику именованных величин (геометрическую логистику), ко второй — алгебру.

Подробные определения арифметических операций приведены в I книге.

«Логистика — искусство хорошо вычислять [13]. Вычисление — действие или операция, которая по нескольким заданным величинам и их свойствам находит искомое. Эти величины задаются либо устно, либо письменно. Следовательно, в логистике на первом месте стоят наименования и обозначения, за которыми следуют вычисления».

«Вычисления могут быть либо простыми, либо сложными. Простым называется такое вычисление, с помощью которого по двум заданным величинам находят третью путем использования одной однотипной операции».

«Простое вычисление может быть первичным или вторичным. С помощью первого вычисляют одну величину через другие за один раз, т. е. находят по двум заданным величинам третью. Первичное вычисление — это либо сложение, либо вычитание».

«Сложение — это первичная операция, при которой несколько величин складывают, чтобы получить результат. Вычитание — это первичная операция, при которой вычитаемое берется из уменьшаемого и в результате получается остаток» (кн. I, гл. I).

«Вторичные операции — это операции, при которых вычисление искомой величины по другим производится за несколько раз. Они производятся от сложения или вычитания путем повторения этих первичных операций, что дает операции умножения и деления, либо путем повторения операций умножения и деления, что дает операции умножения и деления радикалов».

---

[13] Ср. у де ла Раме: «Геометрия — искусство хорошо измерять» (цит. по: *Матвиевская Г. П.* Развитие учения о числе в Европе до XVII в. Ташкент: Фан, 1971, с. 164).

«Умножение — это сложение одной из двух заданных величин, повторяющееся такое количество раз, сколько единиц содержится в другой заданной величине».

«Умножение радикалов — это умножение данного корня (*radix*), повторяющееся столько раз, сколько единиц содержится в показателе (*index*), что приводит к получению искомого «радиката» (*radicatum*)» [т. е. степени. Можно понять, что речь идет о нахождении показателя степени, т. е. логарифмировании].

«Деление — это вычитание делителя из делимого, повторяющееся до тех пор, пока ничего не останется; число вычитаний есть частное. Деление может быть совершенным, если не имеет остатка, или несовершенным, если остаток имеется» (кн. I, гл. II).

«Деление радикалов — это повторяющееся деление радикала на корень, которое продолжается до тех пор, пока не получится единица; число делений дает показатель» (кн. I, гл. III).

Наконец, в кн. I, гл. IV Непер рассматривает операцию извлечения корня — «нахождение такой величины, к которой при заданном показателе необходимо применить операцию умножения радикалов, чтобы получить заданный «радикат», или величины, которая получается при выполнении операции *деления радикалов*». Он указывает, что извлечение корня может быть полным или неполным в зависимости от того, получится остаток или нет. Число, получаемое при неполном извлечении, именуется *меньшим членом*, если же к нему прибавить единицу, то получится *больший член*. Истинный же корень находится между ними.

Неперовская классификация арифметических операций имеет свои особенности. Известно, что Сакробоско (XIII в.) выделял в арифметике девять операций; нумерацию, сложение, вычитание, удвоение, умножение, деление, раздвоение (медитацию), прогрессию и извлечение корня. Этому делению следовали многие авторы и в XVI в., например Хуссврит (1501), Микуллус (1555), Штейнметц (1568). Другие же математики ряд действий опускали. Пачоли (1487), Региус (1543), Кардано (1539) исключали удвоение и раздвоение, а Талиенте (1520), Вульпиус (1544) вдобавок к этому — прогрессию и извлечение корня. Наконец, ряд математиков ограничивались только четырьмя действиями, опуская нумерацию (Катанео, 1546; Финь, 1555; Сфортунати, 1561 и др.). По степени важности оставшиеся операции располагались различным образом.

Кебель (1515) подчеркивал равноценность всех арифметических действий и располагал их в следующем порядке: сложение, вычитание, умножение, деление. Грамматеус (1518) подчеркивал взаимосвязь сложения и умножени , вычитания и деления и располагал операции так: сложение, умножение, вычитание, деление. Борги (1484) предпочитал иной порядок: умножение, деление, сложение, вычитание.

Непер, как мы видели, включает в состав арифметических операций, названных им «простыми вычислениями», следующие действия: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, нахождение показателя, извлечение корня. Он, однако, не ограничивается определениями, а показывает генезис арифметических операций: от первичных — ко вторичным; от сложения и вычитания — к умножению и делению; от двух последних — к операциям с радикалами. Новой для XVI в. была операция нахождения показателя степени (т. е. логарифмирование), встречающаяся, вероятно, только в «Полной арифметике» Штифеля.

От простых вычислений Непер переходит к сложным, «которые с помощью нескольких различных операций по заданным величинам позволяют найти искомую» и рассматривает их в «Правилах пропорций» (гл. V).

«Правила пропорций — это правила, которые единственно с помощью простых пропорциональных вычислений, таких, как умножение и деление, позволяют найти искомую величину по нескольким заданным. Например, если будет интересовать, как много миль можно пройти за 6 часов тому, кто делает за 3 часа 4 мили? или если 6 быков съедают за 4 дня 5 мер сена, то как много быков можно накормить в течение 2 дней 3 мерами? или если 20 шотландских шиллингов составляют 1 фунт, 2 фунта равняются 3 маркам, а 5 марок равноценны 1 кроне, то как много шиллингов содержится в 9 кронах?... В пропорциональных вычислениях следует руководствоваться двумя вещами — *положением* и *обработкой*.

Положение определяется 4 правилами.

Во-первых, следует провести линию, по обе стороны от которой должно быть оставлено место для помещения искомой величины и заданных так, как это сделано в примерах:

1. $\dfrac{6 \text{ часов} \qquad\qquad 4 \text{ мили}}{3 \text{ часа} \quad \text{как много миль}}$

2. $\dfrac{6 \text{ быков} \qquad\qquad 5 \text{ мер } 4 \text{ дня}}{\text{как много быков} \quad 3 \text{ меры } 2 \text{ дня}}$

3. $\dfrac{20 \text{ шиллингов} \qquad\qquad 2 \text{ фунта } 5 \text{ марок } 9 \text{ крон}}{\text{как много шиллингов} \quad 1 \text{ фунт } 3 \text{ марки } 1 \text{ крона}}$

Во-вторых, две величины, одна из которых уменьшается по мере того, как другая увеличивается, должны быть помещены по одной и той же стороне линии...

В-третьих, две величины, которые одновременно уменьшаются или увеличиваются, должны быть помещены на противоположные стороны линии...

В-четвертых, две величины одного и того же характера должны быть всегда разделены линией.

Если эти правила *положения* будут выполнены, то единственное правило *обработки* будет достаточным для решения любой из сформулированных задач: перемножь величины, стоящие над линией, и сделай то же самое с величинами, расположенными под ней, затем раздели первое произведение на второе, и результат этого деления будет решением задачи».

Непер указывает, что вслед за правилами пропорций следует рассматривать правила диспропорций, которые, помимо операций умножения и деления, включают также и операции сложения и вычитания. К этим правилам он относит правило товарищества, ложного положения и т. д., классифицируя их как часть алгебры.

По сравнению с руководствами Пачоли или Штифеля «De arte logistica» бедна на вычислительные рецепты и «маленькие хитрости вычислителей», в обилии созданные математиками средневековья. Непер, например, описывает и рекомендует лишь один способ деления целых чисел, в то время как Пачоли приводит 8 (!) способов выполнения этой операции.

Непер рекомендует два способа перемножения — начиная с последнего разряда множимого и с первого. Он записывает множимое так же, как делаем это мы, но довольно часто использует запись в одну строку, разделяя сомножители скобкой, а произведение записывая снизу и отделяя его чертой, например:

$$\frac{865(5}{4325}$$

Во второй главе приведены два способа, облегчающие выполнение умножения; с помощью полной таблицы умножения и с помощью одной из модификаций «метода дополнения».

Таблица умножения дана Непером в треугольной форме →

	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	9	8	7	6	5	4	3	2	1
2	18	16	14	12	10	8	6	4	
3	27	24	21	18	15	12	9		
4	36	32	28	24	20	16			
5	45	40	35	30	25				
6	54	48	42	36					
7	63	56	49						
8	72	64							
9	81								

В таком виде таблица появилась впервые в анонимном «Искусстве счета» («The Crafte of Nombrynge», ок. 1300), а затем вошла в книги Видмана (1489), Фризия (1540), Рекорда (1542), Траншана (1566) и др. Однако средневековые вычислители редко использовали ее выше значений 5×10, и поэтому были предложены различные приемы, позволяющие выполнять умножение при этом ограничении. Непер приводит один из таких приемов — разновидность «метода дополнения» — на примере вычисления 7×8. Он объясняет, что для перемножения необходимо записать числа и их дополнения в виде

$$\begin{array}{cc} 7 & 3 \\ 8 & 2 \\ \hline 5 & 6 \end{array}$$

Тогда разность 8—3 либо 7—2 равняется 5 и $2\times3 = 6$, что дает цифры произведения — 56. Этот прием не требует полной таблицы умножения; в общем виде он может быть представлен формулой

$$ab = (10-a)\times(10-b) = (10-a-b)10 + ab.$$

Среди многочисленных методов деления Непер выделяет «метод галер»[14]. Он был известен индийцам и арабам и получил очень широкое распространение в XV—XVI вв. в Европе. Пачоли приводит его в своей книге и счи-

[14] Название метода объясняется тем, что после окончания вычислений цифры располагались в форме галеры. Интересная иллюстрация этого сходства приведена на рис. 26, заимствованном из рукописи XVI в. Тарталья свидетельствует, что в Венеции учителя требовали от учеников подобным рисунком заканчивать вычисления. Из текста «De arte logistica» видно, кстати, что Непер был знаком и с современным алгоритмом деления «уголком».

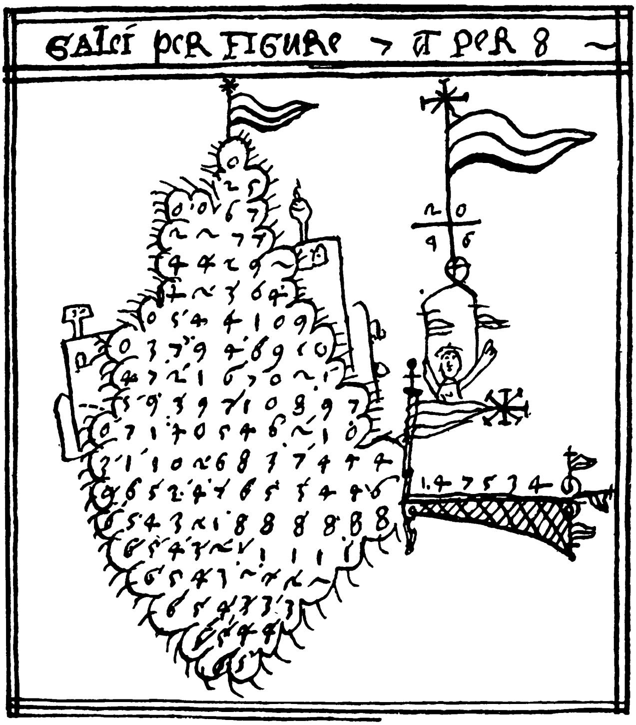


Рис. 26. Деление методом «галер»

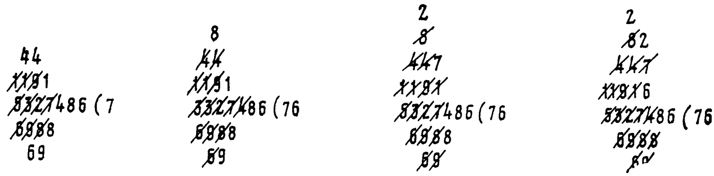
тает быстрейшим, подобно тому как галера — самое быстрое судно.

Познакомимся с этим методом на примере деления 5 327 486 на 698. Делитель записывается под делимым так, чтобы он занимал самое левое положение, при котором возможно вычитание его из соответствующих разрядов делимого. После определения первой цифры частного, которое записывается в одной строке с делимым за скобкой, из делимого вычитают произведение этой цифры на все разряды делителя, начиная со старшего. Использованные разряды вычеркиваются, а разность записывается сверху. Первые шаги имеют вид

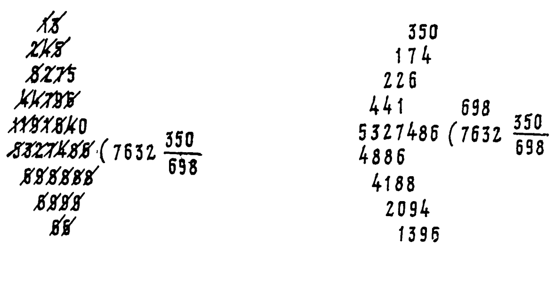
		4	44
	11	$\cancel{1}\cancel{1}9$	$\cancel{1}\cancel{1}\cancel{9}1$
$5327486($	$\cancel{5}\cancel{3}27486(7$	$\cancel{5}\cancel{3}\cancel{2}7486(7$	$\cancel{5}\cancel{3}\cancel{2}\cancel{7}486(7$
698	698	698	$\cancel{6}\cancel{9}\cancel{8}$

Сначала получается разность 11 = 53—6×7 и цифры 5, 3, 6 из использованных разрядов зачеркиваются. Далее, 49=112—9×7, причем зачеркиваются уже 11 в верхней разности, цифра 2 в делимом и цифра 9 в делителе. Наконец, образуется произведение 8 × 7, которое снова вычитается из соответствующих разрядов делимого с учетом невычеркнутых образованных ранее разностей и оставшихся цифр.

Очередной шаг начинается снова с помещения делителя в нужное место, причем отдельные разряды делителя оказываются в разных строках в зависимости от наличия в этих разрядах свободного места, и вычисления продолжаются так:



Теперь мы можем привести полностью все вычисления, заметив, что оставшееся после последнего шага число образует оста-ок:



Справа приведена модификация метода галер, отличающаяся от современного алгоритма деления только расположением записей. После подробного анализа первого варианта читатель разберется в ней самостоятельно.

Из частных приемов умножения, приводимых в «De arte logistica», отметим следующие.

1. Умножение и деление на 10^n соответственно путем приписывания нулей и образования обычных дробей в виде $86\,572:100=865\frac{72}{100}$.

2. Умножение и деление числа b на число вида $a\cdot 10^n$. В первом случае Непер рекомендует сперва перемножить $b\times a$, а затем добавить n нулей. Во втором случае — $65\,294:23\,000$—он предлагает отделить n последних цифр делимого, выполнить деление $b:a$, а затем приписать отдельные цифры в числителе, а в знаменатель поместить число a с нулями.

Несколько глав посвящены вопросам возведения в степень и (главным образом!) извлечения корней. На численных примерах Непер дает правило Евклида ($35^2 = 30^2 + 2\cdot 5\cdot 30 + 5^2$) и указывает, что в ряде частных случаев эти операции могут быть выполнены последовательным умножением и делением.

В гл. VII Непер пишет: «Каждый корень имеет свое собственное и отличное от других правило извлечения. Каждое правило состоит в разложении радиката на его дополнения. Дополнение — это разность между двумя радикатами одного и того же типа. Таким образом, 100 и 144 являются квадратами соответственно чисел 10 и 12, а разность между ними является дополнением указанных радикатов. Дополнения, следовательно, столь же разнообразны, сколь разнообразны виды радикатов и корней. Существует одно правило для нахождения дополнений при возведении в квадрат и извлечении квадратного корня, другое — для нахождения дополнений при возведении в куб и извлечении кубических корней и т. д. для остальных степеней и корней. Но моя треугольная таблица учит правилу нахождения дополнений всех радикатов и корней. Она заполнена маленькими шестиугольными фигурками и имеет с правой стороны ряд из написанных в этих фигурках единиц, а с левой стороны ряд чисел, увеличивающихся по направлению вниз от вершины от единицы последовательным прибавлением единиц; каждая шестиугольная фигурка внутри треугольника содержит число, равное сумме двух чисел, помещенных непосредственно над ней».

Таким образом, Непер приводит треугольную таблицу биномиальных коэффициентов (рис. 27) до 12 степени, называя дополнением разность между $(a+b)^n$ и a^n, т. е. члены вида $2ab+b^2$, $3a^2b+3ab^2+b^3$ в раз-

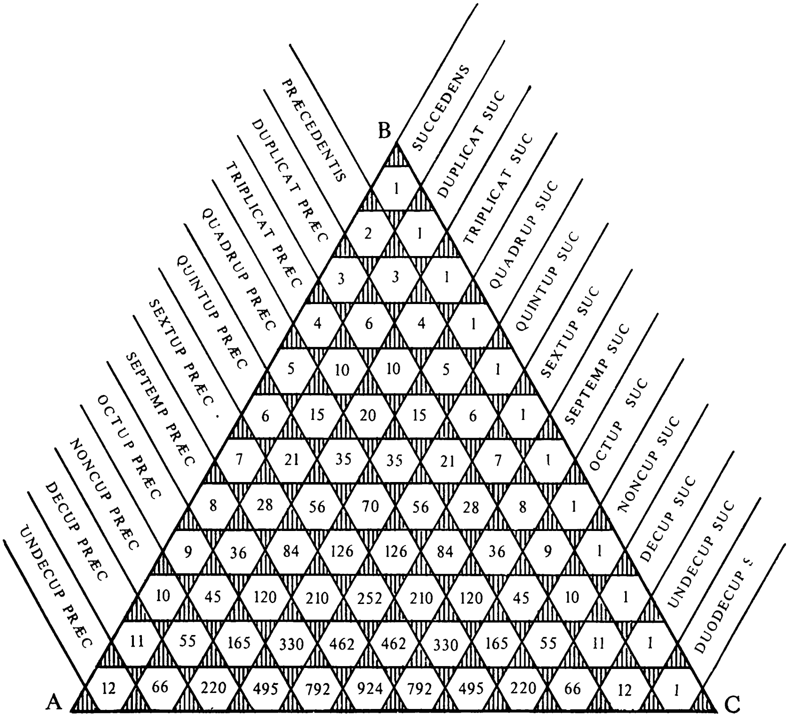


Рис. 27. Неперова таблица биномиальных коэффициентов

ложении бинома Ньютона. По терминологии Непера, a — «предшествующий» (precedent), b — «последующий» (succedent) члены бинома.

Такая таблица после выхода в 1665 г. «Трактата об арифметическом треугольнике» Б. Паскаля получила название «треугольника Паскаля». Непер приводит подробную методику составления таблицы и дает правило вычисления «дополнений».

Разложение $(a + b)^n$ для любых целых значений n как средство нахождения биномиальных коэффициентов было известно математикам Китая в XIII—XIV вв. Цзя Сянь около 1200 г. знал таблицу биномиальных коэффициентов до $n = 6$, Чжу Ши-цзе, около 1303 г.— до $n = 8$. Еще раньше эти таблицы были известны математикам стран ислама — около 1000 г. ал-Караджи (для $n = 4$) и, вероятно, Омару Хайяму (1048—1131).

В Европе «треугольник Паскаля» появился впервые в печатном издании в 1527 г. Он был воспроизведен на титульном листе «Арифметики» Петера Апиана, изданной в Ингольштадте.

1	2	1			
1	3	3	1		
1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1

В форме ⟶ таблица напечатана в книгах Штифеля (1544), Шейбеля (1545), а затем — у французов Пелетье (1549) и Траппана (1566), итальянцев Тартальи (1566), который выдавал ее за свое изобретение, и Бомбелли (1572), голландцев Ван дер Шюре (1600), Бартенса (1633), фламандца Стевина (1585), англичанина Отреда (1631). С помощью таблицы биномиальных коэффициентов Шейбель, например, извлекал корни до 24-й степени.

Как известно, обобщил биномиальную теорему на любые действительные показатели И. Ньютон. Однако задолго до этого таблицу биномиальных коэффициентов для отрицательных значений показателей привел в «Британской тригонометрии» (1631) Генри Бригс, использовавший ее при вычислении логарифмических таблиц. Это дало основание Ч. Хаттону назвать Бригса автором биномиальной теоремы [67].

Непер иллюстрирует численными примерами правила извлечения корней различных степеней и указывает процедуру «улучшения» [15] несовершенных (imperfect) корней. Любопытны слова Непера, иллюстрирующие четкое понимание им задач чистой и прикладной математики: «Эти методы [аппроксимации] не делают несовершенные корни совершенными, но попросту представляют их менее несовершенными. Они более приемлемы для людей практики (механиков), чем для математиков».

Для приближенного извлечения квадратного корня Непер пользуется неравенством

$$a + \frac{x}{2a+1} < \sqrt{a^2 + x} < a + \frac{x}{2a},$$

показывая, что, например, квадратный корень из 164 860 лежит между $406\frac{24}{813}$ и $406\frac{24}{812}$. Это неравенство было ранее известно арабам (ан-Насави, ал-Каласади) и европейцам (Леонардо Пизанский, Тарталья и др.).

[15] То есть более точного приближения.

Второй способ Непера, также хорошо известный ранее, заключался в домножении подкоренного числа на соответствующую степень десяти:

$$\sqrt[n]{N}=\frac{\sqrt[n]{10^{2k}N}}{10^k}.$$

(Числовой пример Непера: $\sqrt{50}=\frac{\sqrt{50\,000\,000}}{1000}$; этот корень больше, чем $7\frac{71}{1000}$, и меньше, чем $7\frac{72}{1000}$.)

Для приближенного извлечения кубического корня Непер рекомендует неравенство

$$\frac{a+x}{3a^2+3a+1}<\sqrt[3]{a^3+x}<\frac{a+x}{3a^2+3},$$

которое, как нетрудно показать, дает ошибочную аппроксимацию.

В книге IV Непер дает различные правила для выполнений арифметических операций над иррациональными числами и выражениями.

В главах, посвященных сложению и вычитанию «одноименных», Непер приводит некоторые приемы вычислений, справедливые, когда слагаемые (вычитаемые) имеют общий множитель. Например, «при сложении $\sqrt{12}$ и $\sqrt{3}$ видно, что $12/3=4$, а квадратный корень из этого равен 2. Поэтому добавим в двойке единицу, возведем в квадрат и умножим на 3, получим 27; квадратный корень из этого числа и будет искомой суммой:

$$\sqrt{12}+\sqrt{3}=(2+1)\sqrt{3}=\sqrt{27}».$$

Если же, замечает Непер, «глухие» не имеют общего множителя, то при сложении мы получим «многоименное».

В главе IV обсуждается извлечение корня из «одноименных», в следующей главе — преобразование двух «глухих» к двум аналогичным «глухим», например $\sqrt[4]{2}$ и $\sqrt[6]{5}$ преобразуются в $\sqrt[12]{8}$ и $\sqrt[12]{25}$; наконец, в главе VI даются правила и примеры умножения и деления «одноименных».

Приведя примеры образования «многоименных», Непер следующие две главы посвящает выполнению операций сложения и вычитания над ними. Он указывает, что в ряде случаев «глухие» могут исчезать: термином «*apotome*» Непер называет сопряженные иррациональности; так, например, $12+\sqrt{3}$, сложенное с $12-\sqrt{3}$, дает 24.

Далее Непер дает правила умножения «многоименных» и показывает, что умножение «избыточного глухого» на «недостаточный глухой» дает действительный результат: умножение $\sqrt{7}+\sqrt{5}$ на $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ дает 2.

Из истории десятичных дробей

«Есть два очень значительных улучшения, которые мы добавили к алгоритму арабов, с тех пор, как мы получили его от них, а именно — десятичные дроби и логарифмы»,— писал в своей «Алгебре» (1685) Джон Валлис. Если добавить к этому, что и вычисление логарифмических таблиц в значительной степени оказалось возможным благодаря изобретению десятичных дробей, то станет понятным, какое выдающееся место занимают эти дроби в истории математической культуры.

Идея десятичных дробей возникла на «скрещении трех дорог» — шестидесятеричных дробей, тригонометрических вычислений и некоторых специальных приемов выполнения арифметических операций.

Шестидесятеричные (философские или физические) дроби пришли в Европу вместе с десятичной позиционной системой из стран ислама в XII—XIII вв. Наиболее широко они использовались в астрономических вычислениях. Постепенно у тех, кто применял эти дроби, рождалось понимание, что существенную роль здесь играет не число 60, а равномерное систематическое подразделение на доли с сохранением постоянного отношения между разрядами. Так, в анонимной рукописи XIV в. «Алгоризм о минуциях» (долях) указывается, что вместо основания 60 можно взять 12 или 10.

От шестидесятичного к десятичному принципам шли и вычислители тригонометрических таблиц. Венский астроном и математик Георг Пейербах (1423—1461) при вычислении таблиц синусов взял за полный синус $r=6\cdot 10^5$, а синусы выражал целыми числами в десятичной системе. Его ученик Иоганн Региомонтан (1436—1476) составил в 1467 г. первые десятичные тригонометрические таблицы (тангенсов), взяв за радиус круга $r=10^5$.

В книге «Opus tabularum...», в которой были опубликованы таблицы, он особо подчеркивал удобства, связанные с таким выбором.

Наконец, вводя некоторые приемы выполнения арифметических операций, многие математики предвосхищали отдельные свойства десятичных дробей. Одним из таких приемов был способ извлечения квадратного корня по формуле

$$\sqrt{a} = \frac{1}{10^n} \sqrt{a \cdot 10^{2n}}.$$

Этот способ был известен арабскому математику ал-Хорезми (ок. 780 — ок. 850). В XII столетии трактат ал-Хорезми перевел на латынь Иоанн Севильский, в первой половине XIII в. способ приводится в рукописи Иордана Неморария, генерала монашеского ордена доминиканцев, в XIV в. о нем писал парижский астроном и математик Жан де Мер, в XV в.— венец Иоганн фон Гмунден, впервые в истории названный профессором математики, в XVI в.— англичанин Уильям Бакли, который изложил его в стихах.

Из этих авторов ближе всех к открытию десятичной дроби был де Мер, который, извлекая

$$\sqrt{2} = \frac{1}{1000} 200\,000 = \frac{1}{1000} \times 1414,$$

писал, что первую единицу результата следует рассматривать как целое число, следующую четверку — как десятую и т. д.

Другой прием использовался при делении чисел. В 1484 г. итальянец Пьетро Борги писал, что для того, чтобы разделить на $a \cdot 10^n$ любое число, необходимо отделить в этом числе вертикальной чертой n цифр справа, а оставшиеся разделить на a. В 1492 г. Франческо Пелиццати пользовался тем же приемом, но отделял цифры точкой. В XVI столетии аналогичный способ деления рекомендовали многие авторы — Элиах бен Абрахам Мизрахи (1525), Рудольф (1530), Вольфиус (1534), Фельнер (1535), Катанео (1546), Тарталья (1556), Шейбель (1560), Сфортунати (1561), Штейнметц (1575), Уникорно (1598) и др. Все они использовали для отделения цифр вертикальную черту. Для этих же целей известный астроном, математик и картограф Джованни Антонио Маджини (1555—1617) применял запятую (1592), а другой крупный ученый — математик и педагог Христофор Клавий (Шлюссель, 1537—1612) пользовался точкой. Заметим также, в XIV—XVII вв. точка использовалась многими авторами как знак пунктуации — для разделения на разряды многозначных чисел с целью удобства их чтения. Названные здесь математики были, по-видимому, далеки от понимания сути десятичных дробей.

Первым в Европе сделал попытку последовательного развития идеи десятичных дробей математик, астроном и астролог Иммануил бен Якоб Бонфис, который жил на юге Франции, в Тарасконе, примерно в 1340—1377 гг. В рукописном трактате «Путь деления» он строит систему дробей, в которой единица делится на 10 прим, прима — на 10 секунд и т. д. Числовых примеров Бонфис не дал, а его трактат, обнаруженный и переведенный лишь в наше время, не оказал, по-видимому, влияния на развитие европейской математики.

Не был доступен математикам Европы и трактат самаркандского астронома Джемшида Гиясэддина ал-Каши «Ключ к арифметике» (1472), в котором подробно излагается теория десятичных дробей и правил действий над ними. Поэтому многие историки математики отдают лавры изобретателя десятичных дробей (в Европе) великому французскому математику Франсуа Виету (1540—1603). В книге «Математические таблицы» (Париж, 1579) он не только использовал десятичные дроби, но и писал о преимуществах этих дробей при вычислениях. Виет дал несколько способов записи десятичных дробей: $14/^{382}$, или 14/382, или $14^{\underline{382}}$. Однако его книга получила довольно ограниченное распространение и вряд ли смогла стать первоисточником сведений о новой системе дробей.

Совершенно выдающееся место в истории десятичных дробей принадлежит их восторженному популяризатору, великому фламандскому ученому Симону Стевину.

Стевин, истинный «*homo universalis*» эпохи Возрождения, родился в 1548 г. в Брюгге, жил и работал в Антверпене счетоводом и кассиром, путешествовал по Пруссии, Норвегии, Швеции и, наконец, поселился в северной части Нидерландов. Он был студентом Лейденского университета (1583), где позднее преподавал математику, главным квартирмейстером гидравлических сооружений и управляющим финансами принца Мориса Нассау. При покровительстве принца в 1605—1608 гг. вышло первое пятитомное собрание сочинений Стевина. Умер он в 1620 г.

Стевин открыл так называемый гидростатический парадокс, вывел условия равновесия сил на наклонной плоскости, предложил метод определения долготы при помощи склонения магнитной стрелки и т. д. Наибольшую славу ему принесла небольшая книжка, изданная в 1585 г. в Лейдене под названием «Thiende» («Десятая»).

Начинается она с посвящения: «Астрологам, землемерам, меряльщикам обоев, проверяльщикам емкости бочек и вообще — стереометрам, монетным мастерам и всему купечеству — привет Симона Стевина!». Далее автор пишет: «Что собственно, представляет собой предлагаемое? Какое-нибудь изумительное, неожиданное открытие? Ничего подобного, а наоборот, такую простую вещь, которая не заслуживает называться открытием. Может же недалекий умом деревенский медведь по счастливой случайности набрести на дорогой клад, не применив при этом никакой учености! Такой именно случай имеет место здесь. Если же кто-нибудь вздумал бы обвинить меня в хвастовстве своим умом при выяснении полезности предлагаемого, то он докажет этим лишь то, что у него не хватает здравого смысла и умения различать вещи простые от гениальных»[16].

Описывая преимущества десятичных дробей, Стевин говорит: «Они учат выполнять легко и без ломаных все расчеты, встречающиеся в людских делах, так, как это делается в четырех действиях». Он ратовал не только за повсеместное использование этих дробей, но и за введение системы десятичных мер и весов.

Глубокое понимание сущности десятичных дробей находится у Стевина в противоречии с той неуклюжей символикой, которую он предложил для их обозначения:

$14 \; 0 \;\; 3 \; 1 \;\; 8 \; 2 \;\; 2 \; 3$ или $14382 \;\; 3$. Известный историк науки Ж. Сартон попытался «реконструировать» ход мыслей Стевина при введении этой символики.

Представим 14 3 8 2 как

$$14, \ \frac{3}{10}, \ \frac{8}{100}, \ \frac{2}{1000} \text{ или } 14\left(\frac{1}{10}\right)^0, \ 3\left(\frac{1}{10}\right)^2, \ 8\left(\frac{1}{10}\right)^3,$$

---

[16] Цит. по: *Депман И. Я.* История арифметики. М.: Просвещение, 1966, с. 243—244.

$2(1/10)^3$. Если теперь убрать повторяющиеся (1/10), то можно условиться, что n будет представлять величину $(1/10)^n$.

«Десятая» получила довольно широкую известность в Европе. На французский язык ее перевел в том же 1585 г. сам Стевин, на английский — инженер и артиллерист Роберт Нортон (1607), записывавший дроби несколько иначе — $143^{(1)}8^{(2)}2^{(3)}$. Другой вариант стевиновской системы обозначений использовал в 1626 г. де Деккер — 14382 (3) и в 1691 г. французский академик Жак Озанам—

$$\overset{1}{143}\quad\overset{2}{8}\quad\overset{3}{2}$$

Не менее сложную символику предложил франкфуртский врач Иоганн Гартман Бейер (1563—1625), выпустивший в 1603 г. книгу «Десятичная логистика»: $\overset{0}{14}.\overset{\mathrm{I}}{3}\,\overset{\mathrm{II}}{8}\,\overset{\mathrm{III}}{2}$ или $\overset{0}{14}.38\overset{\mathrm{III}}{2}$. Бейер искренне считал, что именно он изобрел десятичные дроби.

В конце XVI— начале XVII в. десятичные дроби широко использовали в своих трудах выдающиеся вычислители — Иост Бюрги (1592), Бартоломей Питиск (1608), Иоганн Кеплер (1616) и, наконец, Джон Непер (1617).

Полагая, что десятичные дроби изобрел И. Бюрги, И. Кеплер писал в 1616 г.: «... так как часто будут получаться дроби, а мне желательно пользоваться короткими числами, то заметь, что все цифры, стоящие после знака (*с*), принадлежат дроби в качестве числителя, знаменателя же к ней не пишут, но он всегда есть круглое десятичное число со столькими нулями, сколько цифр стоит после знака... Такой вид вычислений с дробями придумал Иост Бюрги. Благодаря этому с целым числом и с дробью при всех основных действиях можно обращаться как с одним числом» [17].

Бюрги использовал обозначение $1\overset{0}{4}382$ или $1438\overset{3}{2}$, в то время как сам Кеплер предпочитал иное —$14/\overset{0}{3}82$, а Б. Питиск в вычисленных им тригонометрических таблицах записывал дробь как 14/382.

---

[17] В «Извлечениях из древнего искусства измерения Архимеда».

Непер, видимо, пришел к идее десятичных дробей самостоятельно, в период работы над составлением таблицы логарифмов. Во всяком случае, в «De arte logistica» не содержится даже намека на то, что ему был знаком этот вид дробей. Более того, в кн. II, гл. V он приводит правило деления любого числа на 10^n, а в кн. II, гл. I говорит о позиционном принципе и десятичной системе и использует точку как знак пунктуации, записывая, например, 4.734.986.205.048, но не связывает эти факты с системой десятичных дробей.

Хотя логарифмы Непера и являются целыми числами, при их вычислениях он не мог обойтись без десятичных дробей. Обосновывая необходимость их применения, Непер писал в «Устройстве» (секции 4—6): «При вычислении таблиц даже очень большие числа должны быть сделаны еще большими путем помещения точки между ними. Поэтому в начале вычислений я заменил 10 000 000 на 10 000 000.0 000 000, поскольку в противном случае даже самые незначительные ошибки при частом умножении могут превратиться в громадные. В числах, разделенных таким образом, то, что находится после точки, является дробью, чей знаменатель — единица с таким количеством нулей, сколько знаков стоит после точки. Таким образом, 10 000 000.04 равнозначно $10\,000\,000\frac{4}{100}$... Из вычисленных таблиц дроби, помещенные после точки, могут быть отброшены без какой-либо значительной ошибки, так как в этих очень больших числах ошибка рассматривается как незначащая, если она не превосходит единицу. Таким образом, после того как таблица вычислена... вместо числа 9987643.8213051, которое эквивалентно $9\,987\,643\frac{8\,213\,051}{10\,000\,000}$, можно без существенной ошибки взять 9 987 643»[18].

Далее, в секции 47 «Устройства» Непер на конкретных примерах указывает правила округления: «Если второй знак после точки превосходит число четыре, первый знак после запятой, который должен быть оставлен, увеличивается на единицу: так, для 10 002.48 более пра-

---

[18] Цит. по: The Construction of the Wanderful Canon of logarithms by John Napier... Translated by W. R. Macdonald. Edinburgh; London, 1889, p. 8—9.

вильно записать 10 002.5, чем 10 002.4; а вместо 1000. 35 001 более уместно положить 1 000.4, чем 1 000.3»[19].

Однако первое печатное упоминание [20] Непером десятичной системы мы находим не в «Устройстве», а в «Рабдологии» (кн. I, гл. IV).

Непер приводит здесь пример выполнения операции деления «методом галер», уже рассмотренным нами в предыдущем параграфе: ⟶

118	
141	
402	
429	
861094	$1993\frac{118}{432}$
432	
3888	
3888	
1296	

После этого в «Замечании по поводу десятичной арифметики» («Admonitio per decimal arithmetica»), Непер пишет: «Но коль скоро дроби, чьи знаменатели столь различны, будут сочтены неудобными из-за трудностей вычислений с ними и предпочтение будет отдано дробям другого вида, знаменателями которых всегда являются десятки, сотни, тысячи и т. д., и каковые дроби ученнейший математик Симон Стевин в своей «Десятичной арифметике» обозначает таким образом — 1, 2, 3, называя их первыми, вторыми, третьими, тогда — поскольку эти дроби позволяют выполнять операции с ними как с целыми числами — Вы сможете после окончания обычного деления [целых чисел] и добавления точки или запятой в качестве разделителя дописать к делимому или к остатку один нуль (*cypher*) для получения десятых, два — для сотых, три — для тысячных и далее по желанию, сколько потребуется; после этого можно продолжать деление таким же образом, как это делалось ранее. Например, в предыдущем примере, который мы здесь повторим, мы добавили три нуля, и частное стало 1993, $\overset{\mathrm{I}}{2}\,\overset{\mathrm{II}}{7}\,\overset{\mathrm{III}}{3}$, что означает 1993 единиц и 273 тысячных долей, или 273/1000, или, согласно Стевину, 1993, 273; последним остатком 64 можно в этой десятичной арифметике пренебречь ввиду его малой величины и аналогично следует поступать в подобных примерах» (Цит. по [71, с. 89]).

---

[19] Ibid., p. 34—35.

[20] Заметим, что «десятичная точка» встречается также на первой странице логарифмических таблиц в райтовском издании «Описания» (1616), хотя редактор перевода Бриггс предпочитал в десятичных дробях другую символику.

Пример Непера: ⟶

```
      64
     136
    316
   118,000
  141
 402
429
861094, 000  (1993, 273
432
3888
 3888
  1296
 ──────────
     864
    3024
      1296
```

Таким образом, рекомендуя использовать в качестве разделителя «точку или запятую», Непер, подобно многим своим современникам, колебался в выборе десятичной символики. Он начал составление своих логарифмических таблиц около 1593 г., и поэтому можно считать, что он либо переизобрел десятичные дроби, если к этому времени ему не была знакома «Десятая», либо по крайней мере упростил громоздкую стевиновскую систему обозначений и впервые использовал десятичные дроби в сложных вычислениях.

Алгебра Непера

Две книги по алгебре, входящие в состав «De arte logistica», значительно уступают не только будущим книгам о логарифмах, но и остальным частям этой книги Непера.

Первоначально Непер относил к алгебре операции с иррациональными числами. Это следует из определения, приведенного в начале одной из книг: «Алгебра — это наука, которая имеет дело с решением вопросов о величине и количестве. Она делится на две части; одна часть рассматривает именованные (*nominata*) величины, другая — произвольные [или условные], (*positive*)... другая часть алгебры — та, в которой величины и числа представляются через искусственные [образованные, *ficti* предположения». Далее идет «собственно алгебра», «условная или коссическая»[21] алгебра, которая «открывает с помощью искусственных предположений искомые истинные величины и числа». Ей посвящена вторая из двух книг по алгебре, «длинная и трудно понимаемая» [58, с.88]. Существенная часть этой книги посвящена уравнениям.

---

[21] От средневекового итальянского cosa — вещь.

Здесь прежде всего вводится определенная алгебраическая символика. Непер называет неизвестные «позициями» и определяет их как «некоторые искусственные символы, приставляемые к единице, которые, будучи поставлены на место неизвестных величин и чисел, могут складываться, вычитаться, умножаться и делиться».

Различные позиции (и их символы) образуют «вещи первого порядка» соответствующие различным неизвестным. Кроме того, Непер вводит символы для обозначения степеней неизвестных, образующих «вещи других порядков». Так, квадрат он обозначает при помощи символа $1Q$ (или 1 и $1bQ$,... для «позиций» a,b,...), куб — символом $1C$ и т. д. Далее приводится следующее определение:

«Уравнение — это есть сравнение условного значения неизвестного с другим равного значения, откуда находится значение позиции. Так, если разыскиваемое число или величину обозначить через $1R_x$, не зная ее значения, а затем из условий задачи найти, что $3R_x$ равно 21, т. е. сравнить утроенную вещь и равное им число 21, то это сравнение может быть названо уравнением, и отсюда можно заключить, что значение одной вещи или одной позиции есть 7». При записи уравнений Непер пользуется уже введенным незадолго до этого Рекордом знаком равенства ($=$).

Классифицируя уравнения, Непер делит их прежде всего на *грубые* (не подвергавшиеся обработке, *rude*) и *более совершенные*. Так, уравнение $3R_x = 21$ ($3x = 21$) грубое, поскольку может быть приведено к более совершенной форме $R_x = 7$ ($x = 7$). Точно так же $5aQ = 20$ ($5y^2 = 20$)— грубое, поскольку сводится к более простому $1aQ = 4$ ($y^2 = 4$). Но и это последнее — грубое, ибо, в свою очередь, сводится к $1a = 2$ ($y = 2$).

Далее уравнения делятся на простые, квадратные, кубические и более высоких степеней. При этом к *простым* уравнениям Непер относит такие, которые содержат не более двух членов, так что сюда попадает и уравнение $5bQ = 20$ ($5z^2 = 20$), которое по нашей классификации является квадратным.

Особо выделяются *иллюзорные* (*illusive*) уравнения, «которые невозможны». Непер приводит пример уравнения $1Q = 4R_x - 5$ с мнимыми корнями. Но, кроме того, он относит к иллюзорным также уравнение $1R_x = 3R_x$, тем самым исключая также и нулевые корни.

Корень уравнения или «ту часть действительного уравнения, которая равна одной вещи», Непер называет *показателем* (*exponents*). «Каждое уравнение,— пишет он далее,— за исключением иллюзорного, имеет по крайней мере один показатель... Среди показателей одни могут быть полностью выражены единственным целым числом, другие — единственной величиной... Действительный [положительный] показатель это такой, который имеет перед собой знак «+», и больше, чем ничего; а недействительные [отрицательные] показатели — те, которые имеют перед собой знак «—», и меньше, чем ничего».

Ряд глав книги, посвященной уравнениям, описывает способы преобразования [подготовки, *preparatio*] уравнений, состоящие в сведении грубых уравнений к более совершенным. Рассматриваются пять приемов преобразования:

1) *перенос* [*transpositio*] членов из одной части равенства в другую с противоположным знаком. Отметим, что в качестве одного из результатов транспозиции Непер отмечает привычную для нас форму записи уравнения, в которой все его члены перенесены в одну часть. Такую запись он называет *равенством* ничему;

2) *приведение* [*abbreviatio*] подобных членов, которые могут образоваться после переноса;

3) *деление* всех коэффициентов уравнения на одно и то же число, обычно на коэффициент при старшей степени неизвестного;

4) *умножение*. Здесь имеется в виду случай, когда некоторая часть уравнения является «истинной дробью». Уравнение приводится к многочленному виду путем умножения обеих частей равенства на знаменатель этой дроби;

5) *исключение* [*extractio*]. Некоторые примеры позволяют считать, что речь идет об исключении радикалов, например квадратных, путем возведения в квадрат обеих частей равенства; более подробно этот прием не рассматривается.

Вообще алгебраические книги «De arte logistica» носят «много более черновой» характер, нежели арифметические. Об этом свидетельствует хотя бы тот факт, что в них встречается большое число ссылок на последующие главы, которые в рукописи отсутствуют, и много раз встречающиеся указания на то, что разбирающийся вопрос будет более подробно освещен после. Текст книги завершается примечанием «Больше ничего нет упорядоченно записанного по алгебре», которое было сделано Р. Непером для Г. Бригса. Тем не менее приведенные заметки позволяют достаточно хорошо судить об уровне алгебры Непера.

Тригонометрия Непера

Упрощение тригонометрических вычислений было, как уже говорилось, исходной точкой работ Непера над созданием логарифмов. Несомненно, Непер достиг своей цели, так что введение логарифмов в практику тригонометрических вычислений само по себе оказало заметное влияние на тригонометрию. Однако этим роль Непера в тригонометрии отнюдь не ограничилась.

Хотя ко времени Непера все основные результаты плоской тригонометрии были уже получены, в его руках они подверглись переработке. Если до сих пор основные тригонометрические соотношения выражались в форме пропорций, то в трудах Непера они впервые формулируются в виде равенств. Более того, чаще всего Непер выражает соответствующие соотношения уже в форме *логарифмических* равенств, получающихся путем логарифмирования тех или иных тригонометрических формул.

Например, для вычисления катета прямоугольного треугольника по другому катету и противолежащему углу Непер приводит теорему, которая в современных терминах гласит: «логарифм какого-либо катета равен сумме логарифма другого катета и логарифма тангенса противолежащего угла», т. е. в наших обозначениях

$$\log a = \log b + \log \operatorname{tg} \alpha.$$

Аналогичным способом записывались у него и другие соотношения в прямоугольном треугольнике.

Такому же преобразованию Непер подверг и соотношения в косоугольном треугольнике. Так, принадлежащую Т. Финку теорему тангенсов [22], которая в современных нам обозначениях выражается равенством

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}}{\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}},$$

[22] В школьных учебниках тригонометрии 30—40-х годов эту теорему нередко называли теоремой Непера — Региомонтана.

Непер записывает в виде

$$\log(a-b)+\log \operatorname{tg}\frac{A+B}{2}-\log(a+b)=\log \operatorname{tg}\frac{A-B}{2}.$$

Любопытна трактовка теоремы косинусов, как известно, выражающейся формулой

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc\cos A.$$

Такое выражение неудобно логарифмировать. Поэтому Непер вводит в рассмотрение отрезок b_1, который он

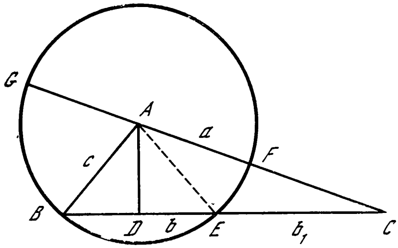


Рис. 28

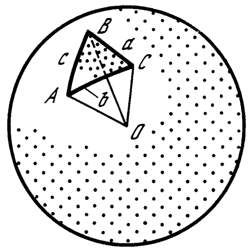


Рис. 29

называет «противоположным базисом» (рис. 28), и с его помощью записывает теорему косинусов в виде

$$a^2 = b^2 + bb_1,$$

после чего, перенося b^2 влево и разлагая в произведение разность квадратов, получает возможность логарифмировать, что дает

$$\log(a+b)+\log(a-b)=\log b+\log b_1.$$

Отсюда можно получить значение «противоположного базиса», а затем уже и сам угол A.

Значительны заслуги Непера и в сферической тригонометрии.

Если плоская геометрия и тригонометрия имеют «земное происхождение», что показывает даже название («геометрия» по-гречески означает «*землемерие*»), то сферические геометрия и тригонометрия имеют, напротив, происхождение «небесное»; их задачи возникли при изучении «небесной сферы»— звездного неба.

В сферической геометрии и сферической тригонометрии вместо плоских фигур рассматриваются фигуры на поверхности сферы. Роль прямолинейных отрезков играют здесь дуги *«больших окружностей»* (говорят также —«больших кругов»), получающихся сечением сферы плоскостью, проходящей через центр сферы; угол между двумя дугами определяется как угол в касательной плоскости к сфере между прямыми, касающимися соответствующих дуг.

Сферический треугольник, образованный тремя дугами больших окружностей, характеризуется тремя сторонами a, b, c и тремя углами A, B, C (рис. 29). При этом длина стороны однозначно определяется углом между радиусами сферы, соединяющими центр сферы с соответствующими вершинами треугольника; например, длина стороны a определяется углом BOC. Поэтому в сферической тригонометрии принято измерять стороны треугольника угловыми мерами.

Каждому сферическому треугольнику можно поставить в соответствие «двойственный», или «полярный» ему, по следующему правилу. Каждой большой окружности соответствуют две «полярные» ей точки — концы диаметра, перпендикулярного плоскости, в которой лежит эта окружность. Напротив, любой точке сферы соответствует «полярная» ей большая окружность, плоскость которой перпендикулярна диаметру сферы, проходящему через заданную точку. Заменяя вершины заданного сферического треугольника полярными им большими окружностями, а стороны — полярными точками, получаем новый сферический треугольник, полярный заданному. При этом если первоначальный сферический треугольник имел стороны a, b, c и углы A, B, C, то полярный ему будет иметь углы $\pi-a$, $\pi-b$, $\pi-c$ и стороны $\pi-A$, $\pi-B$, $\pi-C$.

Задачи сферической тригонометрии, как и плоской, сводятся главным образом к *решению треугольников*, т. е. к определению всех его элементов по некоторым известным. Более простыми оказываются задачи, относящиеся к прямоугольным треугольникам. Сферические прямоугольные треугольники возможны двух различных видов — с углом 90° и со стороной 90°. Непер не различает этих треугольников; уже из тригонометрии Питиска было известно, что один вид сводится к другому переходом к полярному треугольнику.

Непер объединил все известные до него соотношения в прямоугольном сферическом треугольнике, дав возможность рассматривать все задачи, относящиеся к прямоугольным сферическим треугольникам, единообразно.

Для этой цели Непер заменяет те три элемента, которые не прилегают к прямоугольному, их дополнениями (до $\pi/2$) и располагает все пять элементов (исключая прямоугольный) по кругу с сохранением их взаимной последовательности. Рассматривая из них три соседних, из которых два известны, а третий подлежит определению, причем один из них — внутренний, а два других — внешние, Непер дает общее правило, которое и в наше время носит название *правила Непера* и в современных терминах формулируется так: «логарифм синуса внутреннего элемента равен сумме логарифмов тангенсов прилежащих к нему внешних или сумме логарифмов косинусов противолежащих внешних».

Благодаря этой изящной формулировке Неперу удалось объединить в короткое и легко запоминающееся правило все основные соотношения в прямоугольном сферическом треугольнике. К нашему времени оно претерпело лишь одно изменение: вместо дополнений трех элементов, противолежащих прямому углу, предпочитают заменять дополнениями два катета. При этом синусы элементов заменяются косинусами, тангенсы — котангенсами и т. д.

Важность этого правила была вполне ясна автору. Непер писал: «Достаточно при этом помнить, что с помощью этих немногих круговых элементов и правила для них можно распутать любою путаницу истинных элементов» (цит. по [51, с.14]).

Решение косоугольных сферических треугольников Непер начинает с классификации задач. Он различает две группы задач — те, «для которых заданы и углы, и стороны, и те, для которых заданы элементы одного типа, только стороны или только углы». Для задач первой группы Непер применяет разбиение треугольника на прямоугольные, а также использует теорему синусов, которую он, естественно, формулирует в виде равенства логарифмов.

Что касается задач второй группы, то здесь Неперу пришлось выводить существенно новые формулы, поскольку ранее известные не были приспособлены для логарифмических вычислений. Первая из приводимых им формул позволяет вычислить угол сферического треугольника по трем его сторонам и имеет вид

$$\log\sin\frac{b+a-c}{2}+\log\sin\frac{b-(a-c)}{2}-$$
$$-\{\log\sin c+\log\sin a\}=2\log\sin\frac{B}{2}.$$

Эту формулу Непер получил логарифмированием равенства

$$\sin\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{\sin\frac{b+a-c}{2}\sin\frac{b-a+c}{2}}{\sin a\sin c}},$$

которое, в свою очередь, было выведено им из теоремы косинусов, записанной в форме Региомонтана, где вместо косинусов используется ранее широко употреблявшаяся тригонометрическая функция синус-верзус: $\sin\operatorname{vers}\alpha = 1-\cos\alpha$.

Особую роль играют в сферической тригонометрии две важные формулы, которые до сих пор по традиции называют *неперовыми аналогиями*. Во времена Непера греческое слово *аналогия* часто употреблялось как синоним латинского *пропорция*. Речь идет о двух формулах, которые сейчас принято записывать следующим образом:

$$\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}=\operatorname{ctg}\frac{C}{2}\,\frac{\cos\frac{a-b}{2}}{\cos\frac{a+b}{2}},$$

$$\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}=\operatorname{ctg}\frac{C}{2}\,\frac{\sin\frac{a-b}{2}}{\sin\frac{a+b}{2}}.$$

Непер записывал их, как обычно, в логарифмической форме. Впрочем, следует заметить, что первую из этих формул Непер записывал в несколько более сложном виде, а именно в виде

$$\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}=\operatorname{ctg}\frac{C}{2}\,\frac{\sin\frac{a+b}{2}\sin(a-b)}{\sin(a+b)\sin\frac{a-b}{2}},$$

не заметив очевидного упрощения, делающего эту формулу вполне аналогичной второй. Это упрощение было замечено Бригсом и помещено в его дополнениях к «Устройству...», о котором говорилось выше.

Основные даты жизни Джона Непера

1550 — Рождение Джона Непера.
1563, 20 декабря — Смерть матери.
1563, декабрь — Поступил в университет св. Андрея.
1566 — 1571 — Пребывание на континенте.
1571 — Возвращение в Шотландию.
1572 — Женитьба на Элизабет Стирлинг.
1573 — Переезд в Гартнес.
1577 — Рождение сына Арчибальда.
1579 — Смерть Элизабет Стирлинг.
80-е годы, начало — Женитьба на Агнес Чизхолм.
1588 — Избрание делегатом Генерального собрания протестантской церкви.
70 — 80-е годы — Работа над рукописью «Простого объяснения...».
1593, октябрь — Участие в переговорах с Иаковом VI.
1594 — Выход в свет «Простого объяснения...».
1596, июль — Составление «докладной записки» Э. Бэкону о «секретных изобретениях».
1598, 22 июня — Получение королевской привилегии на новый метод удобрения почвы.
1608, 15 мая — Смерть отца.
1608 — Переезд в Мерчистон.
1614 — Публикация «Описания удивительных таблиц логарифмов».
1617 — Публикация «Рабдологии».
1617, 4 апреля — Смерть Джона Непера.
1619 — Выход в свет «Устройства удивительных таблиц логарифмов».

Литература

I. По истории Шотландии

1. *Минье Ф. М. О.* История Марии Стюарт. СПб., 1864. Ч. 1,2.
2. *Скотт В.* История Шотландии. СПб., 1831. Ч. 1—3.
3. *Цвейг С.* Мария Стюарт. М.: Изд-во иностр. лит. 1959.
4. *Anderson J. M.* Early records of the University of St. Andrews. Edinburgh, 1926.
5. *Bell J. J.* The glory of Scotland. London, 1935.
6. *Bingham M.* Scotland under Mary Stuart. London, 1971.
7. *Black J. F.* A calendar of cases of witchcraft in Scotland. New York, 1942.
8. *Cant R. G.* The University of St. Andrews. Edinburgh; London, 1970.
9. *Donaldson G.* Scottish kings. London, 1967.
10. *Hume Brown P.* A short history of Scotland. London, 1904.
11. *Lindsay M.* The discovery of Scotland. London, 1964.
12. *Rennie J.* The scottish people. London, 1960.
13. *Rait R. S.* The parliament of Scotland. London, 1924.

II. О жизни Джона Непера

14. *Гутер Р. С., Полунов Ю. Л.* Джон Непер. М.: Знание, 1976.
15. *Старков А. П.* 300-летие изобретения логарифмов. Одесса; Mathesis, 1894.
16. *Chambers R.* Napier, John.— In: A biographical dictionary of eminent Scotsmen. Glasgow, 1835, v. 4, p. 66—70.
17. *Erskine D. S., Minto W.* An account of the life, writings and invention of John Napier of Merchiston. Perth, 1787.
18. *Gibson G. A.* Napier and invention of logarithms.— In: Modern instruments and methods of calculation: A handbook of napier tercentenary exhibition. London, 1915, p. 3—16.
19. *Glaisher J. W. L.* Napier, John.— In: Encycl. Brit. 11 ed. London, v. 19, p. 171—175.
20. *Gravelaar N. L. W.* John Napier's Werken.— Verhandelingen der Acad. Wetensch. Amsterdam, 1899, 1 sec., Bd. 6, S. 1—70.
21. *Gridgeman N. T.* John Napier and the history of logarithms.— Scripta mathem., 1973, v. 29, N 1/2, p. 49—65.
22. *Hobson E. W.* John Napier and the invention of logarithms, 1614. Cambridge, 1914.
23. *Hooper A.* Inventions of logarithms.— In: Makers of mathematics. London, 1949, p. 169—189.
24. *Hume Brown P.* John Napier of Merchiston.— In: Napier tercentenary memorial volume. Edinburgh; London, 1915, p. 33—51.
25. *Inglis A.* Napier's education-speculation.— Math. Gazz., 1936, v. 20, N 238, p. 131—135.

26. *Macdonald W. R.* Napier, John.— In: Dictionary of national biography. London, 1894, v. 40, p. 59—65.
27. *Mackenzie G.* The lives and characters of the most eminent writers Scots nation. Edinburgh, 1708—1722, V. 1—3.
28. *Napier M.* Memoirs of John Napier of Merchiston, his lineage, life and times with a history of the invention of logarithms. Edinburgh; London, 1834.
29. *Napier M.* Introduction.— In: De Arte Logistica. Edinburgh, 1839.
30. *Naux Ch.* Histoire de logarithmes de Napiera Euler. Paris, 1966. T. 1.
31. *Read J.* Scottish alchemy in the XVII century.— Chymia, 1948, v. 1, p. 139—151.
32. *Smith G.* Merchiston Castle.— In: Napier tercentenary memorial volume. Edinburgh; London, 1915, p. 55—61.
33. *Thomas W. R.* John Napier.— Math. Gazz., 1935, v. 19, p. 192—205.
34. *Tilloch A.* Memoir of Lord Napier of Merchiston the celebrated inventor of logarithms, on his different contrivances «for the defence of this Island», with remarks.— Phil. Mag., 1804, v. 18, p. 53—56.

III. О научных трудах Джона Непера, истории логарифмов, логарифмических линеек и таблиц

35. *Абельсон Н. Б.* Рождение логарифмов. М.; Л.: Гостехиздат, 1948.
36. *Бобынин В. В.* История учения о логарифмах.— Математическое образование, 1916, № 5, с. 172—177; № 6, с. 197—199; № 7, с. 264—272; № 8, с. 293—303; 1917, № 1/2, с. 1—9.
37. *Гиршвальд Л. Я.* История открытия логарифмов. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1952.
38. *Гутер Р. С.*, *Полунов Ю. Л.* Из истории логарифмической линейки.— Наука и жизнь, 1974, № 2, с. 98—103.
39. *Гутер Р. С.*, *Полунов Ю. Л.* Двоичная арифметика в инструментальном счете у Джона Непера.— В кн.: Историко-математические исследования. М.: Наука, 1978, вып. 23, с. 156—167.
40. *Кэджори Ф.* История элементарной математики с указанием на методы преподавания. Одесса: Mathesis, 1910.
41. *Остапов Г. К.* Логарифмы. Минск: Вышэйшая школа, 1968.
42. *Тимченко И. Ю.* Прибавления редактора (к работе [40]), с. 313—351.
43. *Успенский Я. В.* Очерк истории логарифмов. Пг.: Науч. кн. изд-во, 1923.
44. *Фогель К.* К предыстории логарифмов.— Вопросы истории естествознания и техники, 1974, вып. 2/3, с. 124—128.
45. *Agostini A.* L'invenzione dei logarithmi.— Period. math. 4 ser., 1922, t. 2, p. 135—150.
46. *Andoyer H.* Fundamental trigonometrical and logarithmical tables.— In: Napier tercentenary memorial volume. Edinburgh; London, 1915, p. 243—260.

47. *Archibald R. C.* Napier's descriptio and constructio.— Bull. Amer. Math. Soc., 1916, v. 22, p. 182—187.
48. *Archibald R. C.* Mathematical tables makers. New. York, 1948, p. 58—63.
49. *Biot J. B.* Analyse et restitution de l'ouvrage original de Napier, intitule Mirifici logarithmorum canonis constructio.— J. Savants, 1835, p. 354—368.
50. *Bosman H.* Sur un exemplaire de la premiere edition de la Rabdologie de Napier.— Ann. Soc sci. Brixelles, 1919, t. 39, sect. 1, s. 104—111.
51. *Braunmühl A.* Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie. Leipzig, 1900, Bd. 2, S. 1—36.
52. *Cairns W. D.* Napier's logarithmes as he developed them.— Amer. Math. Mon., 1928, v. 35, p. 64—71.
53. *Cajori F.* History of the logarithmic slide rule. New York, 1909.
54. *Cajori F.* History of exponential and logarithmical concepts.— Amer. Math. Mon., 1913, v. 20, N 1, p. 5—14; N 2, p. 235—237; N 3, p. 75—78; N 4, p. 107—117; N 5, p. 148—151; N 6, p. 173—182.
55. *Cajori F* Algebra in Napier's day and alleged prior invention logarithms.— In: Napier tercentenary memorial volume. Edinburgh; London, 1915, p. 93—109.
56—57. *Cajori F.* History of mathematical notation. Chicago, 1928, v. 1, p. 105—114.
58. *Coolidgee J. L.* John Napier, baron of Merchiston.— In: The mathematics of great amateurs. Oxford, 1949, p. 71—88.
59. *Delambre J. B.* Histoire de l'astronomie moderne. Paris, 1821, t. 1, p. 491—506.
60. *Ellis A. J.* On the potential radix as a means of calculating logarithms.— Proc. Roy. Soc. London, 1881, v. 31, p. 398—413.
61. *Gibson G. A.* Napier's logarithms and change to Briggs logarithms.— In: Napier tercentenary memorial volume. Edinburgh; London, 1915, p. 111—137.
62. *Glaisher J. W. L.* Logarithms and computation.— Ibid., p. 63—70.
63. *Glaisher J. W. L.* Logarithm.— In: Encycl. Brit., 11 ed., v. 16, p. 868—871.
64. *Glaisher J. W. L.* Tables mathematical.— Ibid., v. 26, p. 325—326.
65. *Glaisher J. W. L.* On early tables of logarithms and the early history of logarithm.— Quart. J. Pure and Appl. Math., 1920, v. 48, p. 151—159.
66. *Glaisher J. W. L.* Mathematical tables.— Rept Brit. Assoc. Adv. Sci. London, 1873.
67. *Hutton Ch.* History of logarithms.— In: Tracts on mathematical and philosophical subject. London, 1812, v. 1, p. 306—340.
68. *Jourdain P. E. B.* John Napier and the tercentenary of the invention of logarithms.— In: Open. Court, 1914, v. 28, p. 513—520.
69. *Lovett E. O.* Note on Napier's rules of circular part.— Bull. Amer. Math. Soc., 1898, v. 4, N 10, p. 552—4.
70. *Lupton S.* Nores on the radix method of calculating logarithms.— Math. Gazz., 1913, v. 7, N 106, p. 147—150, 170—173.
71. *Macdonald W. R.* Notes and Catalogue of the works of J Napier

of Merchiston.— In: The construction of the wonderful canon of logarithmes... Edinburgh; London, 1889, p. 84—103.
72. *Maseres F.* Scriptores logarithmici. London, 1807, V. 1—6.
73. *Mautz O.* Zur Basisbestimmung der napierischen und burgischen logarithmen. Basel, 1919.
74. *Mehmke R.* Logarithmentafeln.— Encykl. math. Wiss. Leipzig, 1901, Bd. 1, S. 985—1008.
75. *Moritz R.* On Napier's fundamental theorem relating to right spherical triangles.— Amer. Math. Mon., 1915, v. 22, N 7, p. 220—222.
76. *Moulton J. F.* The invention of logarithmes, its genesis and growth.— In: Napier tercentenary memorial volume. Edinburgh; London, 1915, p. 1—32.
77. *Muller C.* John Napier, Laird of Merchiston, und die Entdeckungsgeschichte seiner Logarithmen.— Naturwissenschaften, 1914, Bd. 2, S. 669—676.
78. *Sampson R. A.* Bibliography of books exhibited at the Napier tercetenary celebratuon.— In: Napier tercentenary memorial volume. Edinburgh, 1915, p. 178—240.
79. *Smith D. E.* The law of exponents in the works of sixteenth century.— Ibid., p. 81—90.
80. *Sommerville D. M. Y.* Napier's rule and trigonometrically equivalent pobigons.— Ibid., p. 169—172.
81. *Steggal J. E. A.* A short account of the treatise «De arte logistica».— Ibid., p. 145—161.
82. *Vacca G.* The first Naperian logarithm calculating before Napier.— Ibid., p. 163—169.
83. *Van Flee L. S. J.* Napier's rod in Chine.— Amer. Math. Mon., 1926, v. 33, N 6, p. 326—328.
84. *Voelling F.* Jost Burgi and die Logarithmen. Basel, 1948.
85. *Whiteside D. E.* Mathematical thought in the later 17th century.— Arch. Hist. Exact. Sci., 1962, v. 1, N 1, p. 214—232[1].

VI. Труды Непера и их переводы

86. A Plaine Discouvery of the whole Reuelation of Saint John: setdowne in two treatises: The one searching and prouing the true interpretation thereof: The other applying the same paraphrastically and Historically to the text. Set foorth by John Napeier L. of Marchistoun younger. Wherevnto are annexed certaine Oracles of Sibylla, agreeing with the Reuelation and other places of Scripture. Edinburgh, 1593.
87. Ovverture De Tovs Les Secrets de l'Apocalypse ov Revelation De S. Jean... Par Jean Napeir (c. a. d.) Nonpareil Sieur de Merchiston, reueue par luimesme: Et mise en Francois par Georges Thomson Escossois A La Rochelle, 1602.
88. Een Duydelijcke verclaringhe Vande gantse Openbaringhe Joanuis des Apostels... Wtghegheven by Johan Napeir, Heere van Marchistoun, de Jonghe... Overgheset... Door M. Panneel... Middelburch, 1607.

[1] Об истории открытия логарифмов см. также в [14, 17, 18, 20—23, 28—30].

89. Johannis Napeiri, Herren zu Merchiston, Eines trefflichen Schottländischen Theologie, schöne vnd lang gewunschte Auszlegung der Offenbarung Johannis... Getruckt zu Franckfort am Maun, Im Jahr 1615.
90. Mirifici Logarithmorvm Canonis Descriptio, Ejusque usu, in utraque Trigonometria; vt etiam in omni Logistica Mathematica, Amplissimi, Facillimi, et expeditissimi explicatio. Authore ac Inventore, Joanne Nepero, Barone Merchistonii Ec. Scoto. Edinbvrgi, 1614.
91. A Description of the Admirable Table of Logarithmes: With A Declaration of The Most Plentifvl, Easy, and speedy vse thereof in both kindes of Trigonometrie, as also in all Mathematicall calculations. Invented and Pvblished La Latin Dy That Honorable John Nepair, Baron of Merchiston, and translated into English by the late learned and famous Mathematician Edward Wright. With an Addition of an Instrumental Table to finde the part proportionall, inuented by the Translator, and described in the end of the Booke by Henry Brigs Geometry-reader at Gresham—house in London. All perused and approued by the Author, and published since the death of the Translator. London, 1616.
92. Mirifici Logarithmorum Canonis Constrvctio; Et earvm ad natvrales ipsorum numeros habitudines; Vna Cvm Appendice, de alia eaque praestantiore Logarithmorum specie condenda. Quibus Accessere Propositiones ad triangula sphaerica faciliore calculo resoluenda: Una Cvm Annotationibus aliquot doctissimi D. Henrici Briggii, in eas et memoratam appendicem. Authore et Inventore Ioanne Nepero, Barone Merchistonii, Ec. Scoto. Edinburgi, 1619.
93. The Construction of the Wonderful Canon of Logarithms By John Napier Baron of Merchiston Translated From Latin Into English With Notes And A Catalogue Of The Various Editions Of Napier's Work. By William Rae Macdonald, F. F. A. Edinburgh; London, 1889.
94. Rabdologiae, Sev Nvmerationis Per Virgulas Libri Dvo: Cum Appendice de expeditissima Multiplicationis Promptvario. Quibus accessit et Arithmetica Localis Liber unvs. Authore et Inventore Joanne Nepero, Barone Merchist Ec. Scoto. Edinburgi, 1617.
95. Rabdologia, Ouero Aritmetica Virgolare In due libri diuisa; con appresso vn' espeditissimo Prontvario Della Malteplicatione, e poi vn libro di Arimmetica Locale: Quella mirabilmente commoda, anzi vtilissima a Chi, che tratti numeri alti; Questa curiosa, diletteuole a chi, che sia d'illustre ingegno. Auttore e Inuentore Il Baron Giovanni Nepero, Tradottore dalle Latina nella Toscana linqua Cavalier Mairco Locatella, Accresciute dai medesimo aicune considerationi gioeuoli. Verona, 1623.
96. Eerste Deel Vande Nievwe Telkonst, Inhovdende Verscheyde Manieren Van Rekenen, Waer door sur licht konnen volbracht worden de Geometrische ende Arithmetischo questien. Eerst ghevonden van Ioanne Nepero Heer van Merchistoun, ende uyt het Latin overgheset door Adrianvm Vlack... Ter Govde, By Pieter Rammaseyn, Boeck—verkooper, inde corte Groenendal, int Vergult ABC. 1626.
97. De Arte Logistica Joannis Naperi Merchistonii Baronis Libri Qui Supersunt. Impressum Edinburgi, 1839.

Указатель имен

Содержание

Рафаил Самойлович Гутер,
Юрий Леонович Полунов

Джон Непер
1550—1617

Утверждено к печати редколлегией серии «Научно-биографическая литература»

Редактор *В. А. Никифоровский*. Редактор издательства *Е. М. Кляус*
Художественный редактор *Н. А. Фильчагина*
Технические редакторы *З. Б. Павлюк, Т. А. Прусакова*
Корректоры *М. К. Запрудская, Л. Р. Мануильская*

ИБ № 15371

Сдано в набор 19.06.80. Подписано к печати 22.10.80. Т-14083.
Формат $84 \times 108^1/_{32}$. Бумага типографская № 2. Гарнитура обыкновенная
Печать высокая. Усл. печ. л. 11,76. Уч.-изд. л. 12,5. Тираж 15 000 экз.
Тип. зак. 3262

Цена 80 к.

Издательство «Наука». 117864 ГСП-7, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 90
2-я типография издательства «Наука». 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10

Р. С. Гутер
Ю. Л. Полунов

Джон
НЕПЕР

Р. С. Гутер, Ю. Л. Полунов Джон Непер

Цена 80 коп.