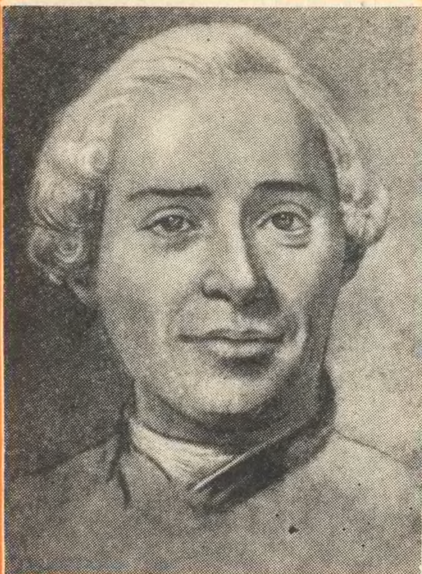
СЕРИЯ 1968

Новое в жизни науке технике

математика кибернетика

2



В. А. ДОБРОВОЛЬСКИЙ

ДАЛАМБЕР

В. А. Добровольский

ДАЛАМБЕР

ИЗДАТЕЛЬСТВО «З Н А Н И Е» Москва 1968

51(09)
Д56

2-2-1
Бз 89/6-67

16 ноября 1967 г. исполнилось 250 лет со дня рождения знаменитого французского математика XVIII в. Даламбера.

Жан ле Рон Даламбер был не только выдающимся математиком, но и известным философом и литератором, общественным деятелем и просветителем, одним из создателей знаменитой «Французской энциклопедии». Его деятельность проходила в эпоху значительного оживления общественно-политической, философской и научной мысли Франции, в эпоху подготовки буржуазно-демократической революции. Своими работами он оставил глубокий след во многих областях человеческого знания. В науке он известен как преемник Гюйгенса и Ньютона, современник и оппонент Д. Бернулли, Клеро и Эйлера, предшественник Лагранжа и Лапласа. Он обладал необыкновенной силой ума, замечательным красноречием и остроумием, высокой принципиальностью и честностью и наряду с этим был скромным, душевным и простым человеком.

Имя Даламбера известно любому образованному человеку. Упоминание о нем можно встретить на страницах многих учебников, в историко-математических и философских исследованиях. Однако до последнего времени в нашей литературе общего очерка о широкой научно-литературной деятельности этого замечательного ученого, энциклопедиста XVIII в. не имелось.

Даламбер был первым подлинно французским математиком. Все свои произведения он писал на французском языке и никогда не переставал думать о благе французского народа. Наряду с Клеро Даламбер стал применять методы анализа бесконечно малых к задачам механики, к проблемам движения небесных тел и к теории образования их фигур, к гидродинамике и вибрации струны, положив начало работам известной французской математической школы второй половины XVIII — начала XIX в. Высокую общую оценку математических работ Даламбера дал академик М. В. Остроградский, подчеркнувший в трудах его «необыкновенную проницательность и новый взгляд, освещающий самые темные места рассматриваемых предметов» [44].

Предлагаемый вниманию читателя весьма краткий очерк лишь в какой-то части предназначен заполнить имеющийся пробел. В нем приведена, без претензий на полноту, характеристика в основном математических работ Даламбера. Другие стороны его деятельности освещены более схематично — в степени, необходимой для воссоздания цельного впечатления о многогранности ее. В конце брошюры приводится список упоминаемых в тексте сочинений Даламбера, а также список дополнительной литературы, которая может быть полезна при более углубленном изучении той или иной стороны его деятельности.

Адресуя брошюру широкому кругу читателей, автор свел к минимуму специальные выкладки, для понимания которых достаточно элементарных знаний основ высшей математики.

Автор выражает благодарность профессору Б. А. Розенфельду, просмотревшему рукопись и сделавшему ряд полезных замечаний, которые были учтены при окончательном ее редактировании.

I.

Осенним утром на ступеньках небольшой церкви святого Жана ле Рона (Jean le Rond) в Париже был найден младенец. Комиссар полиции, которому было представлено дитя, из жалости не отправил мальчика в дом ребенка, а передал его одной крестьянке, окрестив Жан ле Роном. Мать Даламбера — известная в то время писательница Тансен — решила таким способом избавиться от незаконнорожденного сына, и уже через несколько часов после рождения ребенок был подброшен к церкви. Отец Даламбера — артиллерийский генерал Детуш — был в то время за границей. По приезде в Париж через несколько дней он узнал о рождении сына, вскоре разыскал его и не без труда упросил мадам Руссо, жену стекольщика, взять на воспитание чуть живого мальчика. Другие кормилицы отказались его брать, считая, что ребенок скоро скончается.

Забота приемной матери увенчалась успехом. Мальчик выжил, окреп и уже в раннем детстве проявил недюжинные способности, наблюдательность и любознательность. Мать свою он видел только раз в жизни, когда ему было 7 лет. Отец же часто навещал его у кормилицы, а затем и в пансионе, куда Жан ле Рон был помещен в четырехлетнем возрасте. В 10 лет он потерял отца, оставившего его на попечение родственников. Небольшая пенсия, которую он получил после отца, позволила ему пребывать в пансионе до 13 лет. Оставив пансион, ле Рон поступил в колледж имени Мазарини, поражая всех своими замечательными способностями, особенно по литературе и математике. Здесь он изучал древние языки, философию, литературу и ораторское искусство. Воспитатели колледжа, янсенисты, возлагали на молодого Даламбера немалые надежды в своих планах религиозной междоусобицы и борьбы с иезуитами, и в дальнейшем он действительно дал беспощадную критику иезуитизму, но совсем не в том духе, как ожидали его наставники. В своем сочинении «О иезуитах» он резко критиковал не только иезуитов, но и янсенистов. По окончании школы Даламбер выдержал экзамен на бакалавра искусств и посещал затем еще два года Академию юридических наук, откуда вышел со званием лиценциата прав. Блестящий ум и красноречие предвещали ему успех на поприще адвоката. Но эта профессия пришлась не по сердцу — он не мог защищать виновных со спокойной совестью, а случаев, когда обвиняемый был действительно невиновен, представлялось мало. Оставив адвокатуру, Даламбер по настоянию родственников, мечтавших обеспечить ему материально выгодное положение в обществе, стал изучать медицину. Математикой он занимался лишь урывками, а одно время, под давлением воспитателей, пообещал даже бросить эти занятия совсем и отнес книги по математике своему другу Дидро. Но Даламбер не мог удержаться от искушения и скоро нарушил свое обещание — по одной перетащил все книги обратно к себе домой.

Через некоторое время, по окончании школы, Даламбер поселился опять в семействе Руссо и был рад помочь своими небольшими средствами дорогой ему семье. Мадам Руссо любила своего приемного сына сильнее, чем родных детей, и относилась к нему с почтительным уважением. Живя в этом честном и добром семействе стекольщика около 40 лет, Даламбер привык к суровой простой жизни, научился уважать труд, понимать нужду и горе простых людей. Это оказало, несомненно, большое влияние на становление его взглядов и формирование нравственного облика. Отсутствие тщеславия и привычка удовлетворяться в материальном отношении весьма немногим дали ему спокойствие и свободу деятельности — он не состоял на службе ни у государства, ни у частных лиц, хотя средства его были весьма ограниченны.

2.

Математику, в частности математический анализ, Даламбер изучал самостоятельно, в порядке самообразования, занимаясь главным образом в публичной библиотеке. Вспоминая те годы, он говорил, что испытал тогда немало горечи и разочарования, открывая уже известные истины. Тем не менее эти занятия Даламбера скоро увенчались успехом. В 1739 и 1740 гг. он представил в Академию два трактата о движении твердых тел в жидкостях и об интегральном исчислении и в 1741 г., после двух неудач, был избран адъюнктом Парижской академии наук.

Через два года, в 1743 г., выходит в свет знаменитый «Трактат о динамике» [6] Даламбера, послуживший поворотным пунктом в развитии механики. Здесь был изложен известный «принцип Даламбера» как универсальный прием решения задач динамики системы со связями. Согласно этому принципу, приложенные к точкам системы «задаваемые» силы можно разложить на силы, вызывающие ускорение системы, или «действующие», и на оставляющие систему в равновесии, или «потерянные», силы. Автор сформулировал здесь впервые общие правила составления дифференциальных уравнений движения любых материальных систем, сводя задачи динамики к статике. Он разбирает также ряд трудных конкретных примеров и демонстрирует на них применение своего принципа. Публикация этого трактата поставила автора в число первых геометров Европы. Здесь он разрешил многие неясные вопросы. Но полностью значение принципа Даламбера было окончательно раскрыто и обосновано только через несколько десятилетий, а именно в 1788 г., в «Аналитической механике» Лагранжа.

В 1744 г. Даламбер выпускает книгу «О равновесии и движении жидкостей» [7], где гидродинамика получает дальнейшее развитие после известного труда Д. Бернулли на ту же тему. Затем следует известный мемуар об интегральном исчислении, в котором автор получил ряд новых важных результатов.

Широкой известности Даламбера способствовала его книга «Исследования об общей причине ветров» [9]. За это произведение автор получил премию Королевской академии наук в Берлине и был избран ее членом. Здесь он доказывал существование наряду с океанскими также и воздушных приливов.

Несмотря на столь блестящие научные успехи, материальное положение Даламбера оставалось непрочным. Правда, вскоре (1754 г.) покровительствовавший ему прусский король Фридрих II определил Даламберу небольшую пенсию, а еще через два года такое же пособие ему было назначено Людовиком XV. Полноправным же членом Парижской академии наук (с назначением содержания) Даламбер был избран только в 1765 г. (после смерти Клеро), но и тогда правительство долгое время не утверждало этого решения Академии, пока не было вынуждено уступить, наконец, давлению научной общественности.

Несколько раз проваливалась кандидатура Даламбера во Французской академии[1], членом которой он стал в 1754 г. В 1772 г. он был избран секретарем Академии и занимал эту должность до своей кончины (29 ноября 1783 г.) В последнее десятилетие он написал биографии всех академиков, умерших за время с 1700 по 1772 г. Как выдающийся ученый своего времени Даламбер был избран и во многие другие академии

---

[1] Французскую академию следует отличать от Парижской академии наук. Предметом деятельности первой была литература и филология, а второй — математика и естествознание.

и научные общества. Членом Петербургской академии наук он был с 1764 г.

Большое внимание современников привлекли исследования Даламбера по теории возмущений движений планет, первые строгие обоснования теории предварения равноденствий и нутации и другие, связанные с этими вопросами исследования, выпущенные отдельной книгой [12] в 1749 г.

3.

С 1750 г. много сил, энергии и времени Даламбер отдает редактированию и написанию статей для знаменитой «Французской энциклопедии». Это важное предприятие осуществлялось передовыми учеными того времени во главе с Дидро и Даламбером. Это был грандиозный по своим масштабам труд, самый крупный и наиболее полный и систематизированный из существовавших до того времени. Здесь предполагалось охватить всю совокупность тогдашних знаний и проложить новые пути в различных науках. Вместе с тем «Энциклопедия» была оружием в борьбе за власть, которую вела в XVIII в. против абсолютистско-феодальной монархии восходящая буржуазия. Вокруг «Энциклопедии» объединились все либеральные и радикальные слои общества, боровшиеся с королевским самодержавием и привилегиями дворянства и духовенства.

В 1751 г. вышел первый том «Энциклопедии», в котором было напечатано знаменитое предисловие Даламбера. Это было, в сущности, самостоятельное произведение, излагавшее философское кредо автора. Здесь он изобразил происхождение и развитие человеческих знаний и дал интересную классификацию наук.

Даламбер вел в «Энциклопедии» отделы математики, физики и механики, он поместил в ней также множество статей по самым различным вопросам философии, истории, литературы, этики. Только в первом томе было свыше ста его публикаций. Среди них немало больших статей по 5—10 страниц. А ведь надо иметь в виду, что книги «Энциклопедии» имели формат 41×27 *см*, то есть были в два раза больше формата второго издания Большой Советской Энциклопедии. В написании статей по арифметике, геометрии и некоторым другим смежным вопросам принимал участие ля Шапель.

Ряд статей Даламбера, например «Женева», вызвал острую дискуссию, протесты французского духовенства, нападки и интриги со стороны реакции. Даламбер получил широкую известность, имел много друзей и врагов и приобрел репутацию вольнодумца, друга преследуемых Дидро и Вольтера. После выхода седьмого тома «Энциклопедии» Даламбер, утомленный преследованиями и враждебностью властей, вынужден был в 1757 г. выйти из редакции, оставаясь, однако, сотрудником «Энциклопедии» и другом Дидро.

4.

Из философских работ Даламбера наиболее важное значение имели упоминаемая выше вступительная статья к «Энциклопедии» и книга «Элементы философии» [17]. В первой из этих работ — «Очерке происхождения и развития наук» — автор ставил своей задачей «проследить родословную и связь наших знаний, причины, которые обусловили их зарождение, и черты, которыми они отличаются». Даламбер рассматривает три вида наук — о человеке, о природе, изящные искусства. Касаясь теории познания, он отмечал, что «ничто не представляется более бесспорным, как существование наших ощущений... Они суть начало всех наших знаний». Схему восприятий он описывал в следующих словах: «Физические существа действуют на чувства. Впечатления от этих существ вызывают представления в уме. Ум занимается этими представлениями только тремя способами, сообразно своим трем главным способностям, каковы память, рассудок, воображение» [45, стр. 155]. Сообразно этому, продолжал он, «вытекает общее разделение человеческого знания — разделение, которое, кажется, довольно хорошо обосновано, — на историю, относящуюся к памяти, на философию, проистекающую из рассудка, и на поэзию, рождающуюся из воображения» (*там же*). В конце работы была помещена весьма оригинальная таблица — общая схема человеческих знаний. В ее составлении принимал участие Дидро.

В некоторой части своих воззрений на задачи и классификацию наук Даламбер следовал взглядам Ф. Бекона, существенно их развив и дополнив. Даламбер подчеркивал преемственность в ходе развития наук и их взаимосвязь. Более подробно философские взгляды его выражены в работе [5]. Он отмечал там, что «из начатков философии должно исключить только те знания, кои принадлежат к откровенной вере». Нужно, говорит он, тщательно различать истины веры от истин разума. Защищая в естествознании принципы материализма, в основном вопросе философии он все же оставался на позициях дуализма. «Бытие божеское, — писал он, — философ должен искать в явлениях вселенной, в чудных законах природы, а не в законах метафизических...» [5, стр. 67].

Как видим, Даламбер не смог подняться до материализма и атеизма Дидро и других французских материалистов. Ограниченность его мировоззрения заметно выражена, как было показано выше, в его теоретико-познавательных взглядах. Склоняясь к сенсуализму, Даламбер считал, что в великой мировой загадке мы лишь «угадываем некоторые слоги», тогный смысл которых нам неизвестен. Распространяя свой скептицизм на религию и сомневаясь в существовании бога, Даламбер не встал все же на позиции атеизма. Его метафизичность сказывается во взглядах на общественные отношения. Он считал, например, что существуют неизменные, совсем не зависящие от социального уклада нравственные принципы, присущие человеку. Он выступал против феодальной формы частной собственности как против несправедливого распределения богатств между людьми. Ошибочность философских воззрений Даламбера по ряду вопросов была подвергнута критике Д. Дидро в его работах «Сон Даламбера» (1769 г.), «Разговор Даламбера и Дидро» (1769 г.) и др. Выдержки из последней работы были использованы В. И. Лениным в его знаменитой работе «Материализм и эмпириокритицизм» для критики «новейшего позитивизма» [1].

5.

Математические статьи «Энциклопедии» были собраны в «Методической энциклопедии» [29] в отделе «Математика». В это же время Даламбер продолжал интенсивные исследования по механике, астрономии, математике. Результаты их были изложены в ряде книг и статей. Так, в трехтомной монографии по небесной механике «О системе мира» [16] находит свое развитие теория возмущения планет и теория формы Земли как неоднородного тела. Дальнейшие исследования по теории сопротивления жидкости и смежным вопросам изложены в книге [15].

Даламбер не писал отдельно больших сочинений, касающихся того или иного только математического вопроса. Многие математические открытия находим мы в трактатах или мемуарах по механике. Разбору отдельных математических вопросов он посвящал, как правило, небольшие мемуары, помещенные в «Записках» различных академий. Наиболее важные из них с дальнейшими дополнениями и изменениями, а также и новые работы (отличные от статей, помещенных в «Энциклопедии») собраны в восьмитомном сборнике «Математические сочинения» [18—25]. Сборник содержит 58 мемуаров, посвященных чистой и прикладной математике, механике, математической физике, астрономии, оптике, небесной механике и другим точным наукам. Среди них находим мы изыскания Даламбера о колебаниях струны, о природе произвольных функций в общих решениях уравнений с частными производными, о предметах дискуссий с Эйлером и другими учеными, о колебаниях тел, плавающих в жидкости, о прави-

[1] В. И. Ленин. Полн. собр. соч., т. 18, стр. 29—31.

ле сложения сил, о проблеме трех тел, о движении Луны, об интегральном исчислении и многие другие.

Начиная с 50-х годов, то есть со времени сотрудничества Даламбера в «Энциклопедии», значительное место в его творчестве занимают работы по философии, литературе, истории, этике и т. п. Отметим среди них «Элементы философии» [17], историческое исследование о римском историке Таците и, наконец, «Основы теории и практики музыки» [28]. Характеризуя литературное творчество Даламбера, Вольтер писал ему: «Вы единственный писатель, который никогда не говорит ни больше того, ни меньше того, что хочет сказать. Я считаю Вас самым лучшим писателем нашего века» [41, стр. 66]. Дидро считал Даламбера писателем тонким, остроумным, смелым, оригинальным, искренним, но упрекал его в том, что он о поэзии судит математически. Полного собрания сочинений Даламбера не существует, но издавались несколько раз его смешанные сочинения; отметим из них амстердамское издание работ по литературе, истории и философии в пяти томах [27], издания Бастиона (18 томов, 1805 г.) и Дидо (5 томов, 1821 г.) [30].

6.

Работы Даламбера в области математики связаны прежде всего с вопросами обоснования, с теорией дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных), с основной теоремой алгебры, теорией рядов и теорией функций.

В сочинении Дж. Беркли «Аналист» (1734 г.) содержались довольно резкие нападки как на метод флюксий Ньютона, так и на дифференциальное исчисление Лейбница. Беркли дал критику обоих этих методов, и она не была лишена основания. На защиту основ дифференциального исчисления выступили Робинс и Маклорен в Англии. На континенте вопросом обоснования нового исчисления занялся Даламбер. Его метод возник на почве критического пересмотра всех существующих попыток обоснования анализа. В результате этого Даламбер отдал предпочтение методу первых и последних отношений Ньютона, положив его в основу своих воззрений и развив его в форме метода пределов. Характеризуя этот метод, он писал, что Ньютон «никогда не рассматривал дифференциальное исчисление как исчисление бесконечно малых величин, но как метод первых и последних отношений, то есть как метод отыскания пределов. Поэтому он никогда не дифференцировал количеств, но всегда — только уравнения, ибо всякое уравнение содержит всегда отношение этих измененных количеств и дифференцирование уравнений состоит только в отыскании пределов отношения конечных разностей этих двух переменных» [14, т. IV, стр. 985—986].

Весьма высокую положительную оценку подходу Даламбера к рассмотрению вопроса образования производной дал в «Математических рукописях» Карл Маркс.

Маркс подчеркивал, что, «сорвав с дифференциального исчисления мистический наряд, Даламбер сделал громадный шаг вперед» [1]. И действительно, рационализируя дифференциальное исчисление и исправляя подход Ньютона и Лейбница к вопросам обоснования анализа, рассматривая процесс развития в левой стороне символического равенства, Даламбер тем самым существенно продвинулся в решении вперед, хотя и не решил этот вопрос до конца. Маркс также отметил, что в чисто алгебраическом дифференциальном исчислении Лагранжа «нет ничего, что не могло бы быть получено непосредственно, исходя из метода Даламбера» [2].

Таким образом, дифференциальное исчисление, по Даламберу, «состоит только в том, чтобы определить алгебраически предел отношений, который уже выражен в линиях, и приравнять друг другу эти два предела, что дает возможность найти одну из этих линий». Это определение, возможно, самое точное и ясное, отмечает он, «может быть хорошо понятно только тому, кто уже освоился с самым исчислением, ибо часто истинное значение определения науки заметно лишь тем, кто ее изучил» [14, т. IV, стр. 986—987].

Даламбер возражал против того, чтобы понятие предела отношения приращения функции к приращению аргумента основывать на идее скорости, которая в случае неравномерного движения сама требует определения через такой предел.

Интегральное исчисление Даламбер рассматривал как обратное дифференциальному (см., например, статью «Интеграл» в [14]). Он ставил также вопрос о том, каковы должны быть дифференциальные выражения, интегрируемые в конечном виде [21].

Большое внимание уделял Даламбер выяснению понятия предела. В статье о пределе [14, т. 9], начало которой написано ля Шапелем, давалось определение: «Говорят, что одна величина является пределом другой величины, если эта вторая может стать к первой ближе, чем на любую данную величину, как бы ни была мала эта последняя, причем, однако, приближающаяся величина никогда не может превзойти величину, к которой приближается, и причем разность этой величины и ее предела абсолютно не указуема». Даламбер дополняет это определение замечанием о том, что «предел ни-

[1] К. Маркс. Математические рукописи. — «Под знаменем марксизма», 1933, № 1, стр. 67.
[2] Там же, стр. 69.

когда не совпадает или не становится равным величине, для которой он является пределом». При этом имелось в виду монотонное стремление переменной величины к пределу. Применение способа пределов Даламбер и ля Шапель основывали на утверждении, что две величины, служащие пределом третьей, равны и что предел произведения равен произведению пределов. Надо отметить, что эти новые и плодотворные идеи Даламбера не были реализованы ни им самим, ни ближайшими последователями, так как не было написано в то время курса анализа на основе понятия о пределе. Эти идеи приобрели, однако, широкую популярность и легли в основу грандиозной реформы анализа, осуществленной Коши в начале следующего столетия.

Даламбер высказал ряд общих соображений относительно изложения основ любой науки. Так, он говорил, что при изучении того или иного предмета не обязательно следовать той последовательности, которой придерживались творцы науки, ибо их путь часто был беспорядочен, а иногда и не имел определенной цели. Поэтому надо следовать методически по рациональному пути, когда можно предчувствовать каждый последующий шаг. При этом очень важно соблюдать простоту и ясность и вместе с тем доказывать все теоремы, которые в этом нуждаются. Было бы неправильно, указывал он, смешивать понятия легкости и точности или противопоставлять их друг другу. Чем строже вывод, говорил Даламбер, тем он доступнее, так как подлинная строгость заключается в выводе всего из простейших принципов наиболее простым и прямым путем. Этому же принципу он старался следовать и в своих работах.

Алгебру Даламбер определял как некоторый «род языка, который, на подобие прочих, имеет свою метафизику...» [5, стр. 139].

Алгебру Даламбер отличал от «разрешения в математике». В «Духе философии» [5, стр. 140] он писал: «Алгебра есть знание исчислять величины вообще, а разрешение (analyse), есть средство употреблять алгебру к решению проблем. Употребление, какое математическое разрешение (analyse) делает из алгебры, к изысканию неизвестного посредством известного, различает ее от разрешения логического, которое вообще есть не что иное, как искусство открывать неизвестное посредством известного. Всякий алгебраист логическое разрешение употребляет к начатию и к продолжению счисления, но при том помощью алгебры весьма облегчается оного Анализа употребление в решении проблем». Таким образом, под разрешением в математике Даламбер понимал высший анализ, и понимал это, по-видимому, несколько шире, чем дифференциальное и интегральное исчисление. Отметим здесь весьма важный результат, полученный Даламбером в 1746 г.

в области алгебры, а именно первое и наиболее прямое доказательство основной теоремы алгебры, описанное в мемуаре[1] [8].

7.

Много внимания Даламбер уделил геометрии и особенностям построения ее курса. Свою точку зрения по этим вопросам он высказал в статьях «Энциклопедии» — «Геометрия», «Элементы науки», «Кривая», в книге «Дух философии» и в других сочинениях. Геометрия, писал он, «есть знание свойств пространства, поскольку рассуждаем о нем просто, как о пространстве, имеющем фигуру» [5, стр. 141]. Чтобы лучше изучить свойства пространства, нужно сначала, говорил он, рассматривать одно измерение, «то есть долготу или *линию*, потом два измерения, составляющие *поверхность*; наконец, три измерения вместе, откуда происходит *твердость или плотность*». Далее он отмечает: «Итак геометр через простое отвлечение ума взирает на линии, как бы не имеющие широты, и на поверхности смотрит, как бы на не имеющие глубины. Почему истины геометрии о пространстве суть истины прямо *условные*. Однако сии истины не меньше суть полезны в рассуждении практических следствий их». Тем не менее, говорит далее автор, можно «дойти до твердых и определенных истин», которые затем применяются «к линиям и к поверхностям физическим».

При изложении геометрии, писал Даламбер, нужно применять «метод *твердый* и *строгий*», но надо избегать мнимой строгости. Тем не менее не нужно «понятие отвлеченное о ровной поверхности и прямой линии... приводить к простейшему некоему понятию» [5, стр. 146]. Прямую линию он определяет как самую короткую, соединяющую два пункта, «а поверхность есть то, к чему прямую линию можно приложить во всяком разуме». Здесь под поверхностью он понимает плоскость. «Вообще определения, —говорит он дальше, — в начатках геометрии заслуживают наибольшее внимание; ибо от них наипаче зависит совершенство сих начатков». Определения следовало вводить лишь постепенно, с последующим их анализом, а иногда и в конце курса или раздела. В связи с этим Даламбер предлагал убрать из начал геометрии классические, но совсем бесполезные аксиомы. Обычное деление геометрии на учение о прямой, о плоскости и о пространстве он считал неудачным. Основное внимание надо уделять метрической геометрии. Отсюда и самый курс должен состоять из трех отделов: геометрии (измерения) прямой и окружности, геометрии поверхностей (плоскость) и геометрии тел.

[1] Подробнее об этом см. в работах [31], [38], [49].

При изучении первого отдела надо обращать внимание на два пункта: рассматривать линии с точки зрения их взаимного расположения и отношений между ними. В первом случае очень полезно изучать линию и окружность вместе; это дает возможность употреблять дуги для измерения углов и облегчает изучение их свойств.

Даламбер придавал также большое значение способу доказательства в началах геометрии. Здесь он отстаивал метод наложения, который отличается от физического метода подобия: математический метод наложения это не механический «грубый принцип, а строгое, ясное и простое начало, извлеченное из природы вещей». Доказательства могут быть двух видов — прямые и непрямые. Простейший пример последних есть приведение к абсурду.

При рассмотрении второй части первого отдела (в случае несоизмеримости отрезков) предлагается вводить метод пределов, опирающийся в свою очередь на приведение к абсурду. Теорию пропорций Эвклида как весьма трудную Даламбер предлагал опустить.

Геометрия поверхностей рассматривается с точки зрения метрики, то есть выражения площадей через площадь прямоугольника. Там, где речь идет о площади круга, также применяется метод пределов. В этом же разделе можно ввести предложение о равенстве произведений крайних и средних членов пропорции, но доказывать эту теорему надо геометрически, не прибегая к алгебраическим выкладкам.

В третьем отделе рассматривается объем параллелепипеда и других тел и в случае пирамиды и шара снова рекомендуется использовать метод пределов. Даламбер отметил также, что метод пределов ввиду его громоздкости можно заменить более простым способом бесконечно малых, установив их эквивалентность.

При этом Даламбер отмечал, что писать основы геометрии — дело не обыкновенного геометра и «что ни единого нет геометра выше такого предприятия, и самым картезиям, ньютонам и лейбницам впору бы то было хорошо исполнить» [5, стр. 151]. По поводу существовавших тогда пособий по началам геометрии он отмечал, что они посредственны потому, что знания их авторов не выходили за пределы их книг.

Говоря об изучении геометрии кривых, Даламбер требует применения алгебры, ибо она облегчает вычисления и доказательства; этим надо пользоваться, а не слепо следовать геометрическим методам древних. «Метод древних можно назвать дорогою не прямою, трудною и беспокойною, по коей геометр читателей своих обучает и утруждает; Аналист, *поставленный выше,* обозревает сию дорогу единым мгновением ока» [5, стр. 157]. Кроме того, встречаются такие вопросы, которые можно решить только аналитическим методом.

Даламбер отмечает также полезность применения в геометрических изысканиях инфинитезимальных методов. «Один из главнейших пунктов употребления алгебры в геометрии есть то, что ныне, хотя весьма несобственно, называют *исчислением бесконечного,* которое столь удивительным образом облегчает решения, что обыкновенное разрешение тщетно бы в том покушалось» [5, стр. 159].

Идеи Даламбера о построении курса геометрии были весьма популярны и нашли в той или иной степени воплощение в лучших, наиболее распространенных в то время курсах Безу, Лакруа, Л. Бертрана, А. Лежандра и других авторов. В России одним из выдающихся последователей Даламбера был академик С. Е. Гурьев [1], а несколько позже — Ф. Т. Осиповский [2].

8.

На некоторые, в то время уже принципиально решенные вопросы математики Даламбер сохранял свой, весьма своеобразный, а иногда и ошибочный взгляд. Здесь уместно напомнить его подход к отрицательным величинам, изложенный им в соответствующих статьях «Энциклопедии», в 58-м мемуаре работы [25] и в других работах. Даламбер отрицал реальное существование отрицательных величин. Для него они существовали лишь по противоположению положительным или абсолютным величинам. Знак вычитания, говорил он, «есть лишь наименование, и указывает только на ложное положение или особое состояние количества, при котором он стоит, не лишая этого количества действительного существования» [29, стр. 447], то есть всякая величина сама по себе положительна, а знак минус она может иметь только по отношению к другой величине. Так, например, для уравнения

$$x^2 + (a - b)\, x - ab = 0$$

имеем $x_1 = b$, $x_2 = -a$. Здесь знак минус при величине a показывает, что она должна быть вычитаема из тех величин, к которым b может быть или действительно прибавлено. Сделав замену $z = x + 2a$, мы получим для новой неизвестной

$$z_1 = 2a + b;$$
$$z_2 = 2a - a = a,$$

то есть оба корня положительны [18, стр. 203—204]. Появление отрицательных величин он связывал с ошибочностью алгебраической постановки задачи и т. п. Можно избежать отрицательных величин, увеличив неизвестное соответственным образом или изменив формулировку задачи. Приведем при-

[1] См. об этом подробно в [53].
[2] См. в [33].

мер. Отцу 40 лет, сыну 16. Через сколько лет отец будет старше сына в четыре раза?

По условиям задачи составляем уравнение

$$(16+x)\,4=40+x,$$

откуда $x=-8$. Такой ответ указывает, что искомое событие уже прошло по отношению к данному моменту. Более правильно, по Даламберу, было бы поставить задачу так: сколько лет назад и при каких условиях произошел этот факт? Тогда уравнение будет иметь вид:

$$(16-x)\,4=40-x$$

и получим $x=8$.

Эти рассуждения перекладывались и на геометрический язык. Например, абсцисса точки пересечения двух линий $x=-2$. Но если мы сдвинем влево систему координат более чем на две единицы масштаба, эта величина x станет положительной.

Взгляды Даламбера были поддержаны и в известной степени развиты во Франции Л. Карно[1], отвергавшим все теории отрицательных величин, построенные на предположении их реальности, в Германии — Г. Клюгелем, автором известного математического словаря, и другими. В литературе приводилась масса парадоксов, связанных с правилом знаков, и т. д. Так, например, $+2>-3$, но почему $(+2)^2<(-3)^2$, или как можно согласиться с равенством $\frac{-1}{1}=\frac{1}{-1}$? Ведь $-1<1$, значит, в левой части равенства мы меньшее делим на большее, а справа — наоборот.

Подобные парадоксы и были одной из причин, побуждавших Даламбера, а затем и Карно выступать с критикой теории реального существования отрицательных величин. И в постановке этих вопросов — их большая заслуга. Да, во многом они были правы, хотя и не по той причине, как они предполагали. Парадоксы эти кажущиеся, и связаны они с неправомочным в иных случаях распространением свойств положительных действительных чисел на все действительные числа. А эти свойства не во всем одинаковы. Поэтому подобные парадоксы не являются достаточным основанием для отрицания объективности существования отрицательной величины как самостоятельного понятия. Критика Даламбера и его последователей способствовала уяснению невозможности примирить узкое, метафизическое понимание природы величин и алгебраических операций над ними с объективностью понятия реальных отрицательных величин. Из этого кризиса выход был в диалектическом преодолении полученного противоречия,

[1] См. его книгу Geometrie de position. Paris, 1803.

что было недоступно Даламберу. Он решил идти по пути построения математики без самостоятельных отрицательных величин[1]. Даламбер отрицал также возможность реального истолкования понятия комплексного числа. Он не раз отмечал существенное отличие иррационального числа от комплексного, подчеркивая, что первое может быть истолковано графически, а второе — нет.

9.

Вопрос о природе логарифмов отрицательных величин был предметом дискуссии Лейбница и И. Бернулли. Лейбниц считал их мнимыми, а И. Бернулли это отрицал. Эйлер довольно четко показал неправоту И. Бернулли, но против него выступил Даламбер. Возникла довольно бурная переписка 1747—1748 гг. Эйлер решил полностью вопрос о природе логарифмов отрицательных и мнимых величин и показал, в противовес утверждениям спорившего с ним Даламбера, бесконечнозначность логарифма всякого числа, отличного от нуля. Он установил также, что среди значений логарифма положительного числа имеется одно действительное, а все значения логарифмов отрицательных и мнимых чисел являются мнимыми. Эти результаты были опубликованы в 1751 г. в «Записках» Берлинской академии наук за 1749 г. Соображения Даламбера наиболее полно изложены в шестом мемуаре работы [18]. Свои возражения он делит на метафизические и геометрические. Первые обусловлены общими законами анализа и формального определения логарифмов. Они дают право, по словам Даламбера, утверждать, «что логарифмы отрицательных количеств можно считать вещественными». Но, может быть, здесь источник всех его заблуждений? Исходя из понятия логарифма положительного числа, он стремился распространить его на более широкую область. Здесь имеется нечто общее с его взглядами по предыдущему пункту, и это не было замечено исследователями. Даламбер считал логарифмическую функцию однозначной и на этом строил ряд своих аргументов, приводить которые здесь не представляется возможным. Понимая, видимо, отмеченное выше противоречие, Даламбер дал свою формулировку логарифма как кривой, абсциссы точек которой пропорциональны логарифмам соответственных ординат, или, точнее, вообще пропорциональны соответственным площадям: $\int \frac{dy}{y}$ [18, стр. 186—187]. Построив кривую согласно этому определению для положительных значений y, он допускает аналогичное соответствие и для отрицательных значений y, исходя из формулы $\log(-y) = \log y$ (!),

[1] Подробнее об этом см. в [43].

которую получает, делая такие «выводы»: $(-1)^2=1^2$, отсюда $2\log(-1)=2\log 1=0$, значит, $\log(-1)=0$ [18, стр. 185]. Или пусть $\log a^2=p$, тогда $\log\sqrt{a^2}=\frac{p}{2}$. Но $\sqrt{a^2}=\pm a$, следовательно, $\log a=\log(-a)=\frac{p}{2}$ [18, стр. 187].

На критику Эйлера Даламбер возражал, что формулы последнего предполагают совершенно особую теорию логарифмов. (Но именно в этом и был прав Эйлер, который преодолел узость и метафизичность подхода своих предшественников к вопросу о природе логарифмов.)

Чувствуя шаткость своей позиции, Даламбер искал выход в других формальных преобразованиях. Так, он рассматривал интеграл дифференциального уравнения $dx=\frac{ady}{y}$ как частный случай $(n=1)$ интеграла более общего уравнения

$$dx=\frac{a^n\,dy}{y^n},$$

$$\text{где}\quad n=2k+1>0.$$

Исходя из

$$\int_c^0\frac{a^n\,dy}{y^n}=-\int_0^{-c}\frac{a^n\,dy}{y^n}$$

и пользуясь «законом непрерывности», при $n=1$ получал

$$\int_c^{-y}\frac{ady}{y}=\int_c^{y}\frac{ady}{y}.$$

или

$$\log(-y)=\log(y).$$

В результате таких выкладок Даламбер приходит к заключению, что «можно безразлично предполагать логарифмы отрицательных количеств или вещественными или мнимыми. Все зависит единственно от выбора системы логарифмов. Но я полагаю, что нет основания утверждать исключительно, что вообще логарифмы всех отрицательных количеств мнимы; так же как нельзя было бы утверждать, что во всех случаях логарифм единицы необходимо равен нулю и что логарифм вещественного и положительного количества есть всегда необходимо положительное число» [18, стр. 198—199]. Любопытно отметить, что в одной из последующих работ Даламбер все же пользовался как рабочим выражением $\log 1=p\pi\sqrt{-1}$ (где p — произвольное целое число), выведенным Эйлером [21, стр. 144].

Заблуждения Даламбера в этом, как и в других вопросах, конечно, не умаляют значения его вклада в науку и его оригинальности. Они весьма поучительны и в какой-то степени дезориентировали научную общественность.

В некоторой внутренней связи с предыдущим находится, на наш взгляд, и ошибочное представление Даламбера о сущности, как тогда говорили, исчисления вероятностей. Отдельные понятия и задачи теории вероятностей рассматривались им как в энциклопедических статьях, так и в специальных работах. Несколько раз он возвращался к решению так называемой Петербургской задачи, а также к специальным приложениям методов исчисления вероятностей. Из работ его видно, что Даламбер был знаком с основными трудами других ученых по теории вероятностей, но тем не менее он недостаточно четко владел рядом основных ее понятий. Так, в статье «Герб или решетка» [**14**, т. 4], в более поздней работе «К исчислению вероятностей» [24] и других он либо не учитывал все равновозможные случаи, либо не различал равновозможные и неравновозможные случаи и получал ошибочные решения [1]. Более того, в ряде работ по теории вероятностей Даламбер выражал недоверие к ее основам, сомнение в достоверности ее применений, а иногда и отрицал ее как науку. В этом проявился определенный его консерватизм во взглядах на математические методы, свойственный и другим ученым того времени.

10.

Весьма замечательные результаты Даламбер получил в интегральном исчислении, в теории функций и рядов, а особенно в теории дифференциальных уравнений. Он был основоположником математической физики.

В мемуаре об интегральном исчислении, представленном Берлинской академии наук [*8*]. Даламбер предложил улучшение метода И. Бернулли интегрирования рациональных функций. Применив удачную подстановку, он сделал этот метод пригодным для большого класса иррациональных функций. В первой части этой работы при рассмотрении интегрирования рациональных дробей Даламбер изложил доказательство основной теоремы алгебры. Во второй части мемуара речь шла об эллиптических дифференциалах. Здесь автор привел ряд отдельных эллиптических интегралов к уже известным тогда формам. Он решал также задачу о выражении дуги любого конического сечения через дугу другого конического сечения. Аналогичной тематике посвящены частично и работы [21, 24].

Даламберу принадлежит открытие так называемого мето-

[1] Подробно об этом см. в статье [42].

да множителей для интегрирования простейших линейных систем вида

$$\frac{d^2x_i}{dt} + \alpha_i x_1 + \beta_i x_2 + \gamma_i x_3 = T_i (i = 1, 2, 3),$$

где α_i, β_i, γ_i — постоянные, а $T_i = T_i$ (t). Об этом шла речь в первом издании «Динамики». Этот метод весьма удобен для отыскания решений однородных и неоднородных систем, когда число неизвестных функций невелико[1].

В дальнейших работах Даламбер предложил метод приведения решения неоднородного линейного дифференциального уравнения высшего порядка к решению системы совместных дифференциальных уравнений первого порядка.

В одном из мемуаров 1748 г. Даламбер впервые исследовал уравнения динамики[2], начиная с простейшего случая линейной системы с постоянными коэффициентами и кончая неоднородными с функциональными коэффициентами. И здесь он оригинально применяет вышеупомянутый метод множителей и его обобщение. Через 30 лет, в работе [24], Даламбер еще раз обратился к тому же приему и показал, что если принять за множители произвольные функции, то при некоторых условиях этот прием будет эффективен и для более сложных уравнений.

Много внимания Даламбер уделял и методу интегрирующего множителя. Так, в конце 60-х годов одновременно с Эйлером Даламбер в работе [21] доказал существование интегрирующего множителя у всякого дифференциального уравнения первого порядка. Эйлер, кроме того, установил классы дифференциальных уравнений, обладающих интегрирующим множителем заданной формы. Вслед за Эйлером Даламбер предложил свой способ приближенного решения дифференциальных уравнений при использовании рядов с неопределенными коэффициентами.

Под влиянием статьи Клеро, где рассматривалось уравнение, носящее ныне имя автора, Даламбер нашел особое решение исследованного им в 1748 г. уравнения более общего вида: $y = x\varphi(y') + \psi(y')$. Это уравнение, носящее имя Лагранжа, более справедливо было бы назвать именем Даламбера. Даламбер исследовал также решение уравнения Риккати.

II.

Первые фундаментальные результаты в области дифференциальных уравнений с частными производными Даламбер получил в 1747 г. и опубликовал в статье «Исследования по вопросам о кривой, которую образует натянутая струна, при-

---

[1] Подробнее см. об этом в заметке [48].
[2] См. об этом в работе [38].

веденная в колебание» [10] и ее продолжении [11], опубликованном в 1749 г.

Проблема уравнения колебаний струны имела весьма существенное значение в развитии математического анализа не только XVIII, но и XIX в. Впервые эта задача была поставлена Тейлором в 1713 г. После опубликования в 1728 г. исследования И. Бернулли «О колеблющихся струнах» эта проблема привлекала внимание Д. Бернулли, Даламбера и Эйлера, затем Лагранжа, Фурье и других.

Отклонение точки струны, рассматриваемой как линии, от положения равновесия при малых колебаниях определялось уравнением

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}. \tag{1}$$

Здесь t — время, x — координата струны в положении равновесия, $U = u\,(t, x)$ — отклонение точки от положения равновесия. Заменяя at на τ, получим

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

или

$$\frac{\partial\left(\frac{\partial U}{\partial \tau}\right)}{\partial \tau} = \frac{\partial\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)}{\partial x},$$

которое означает, что

$$\frac{\partial U}{\partial x}\,d\tau + \frac{\partial U}{\partial \tau}\,dx$$

есть полный дифференциал некоторой функции. Тогда

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = p; \quad \frac{\partial U}{\partial x} = q,$$

или

$$dU = p\,d\tau + q\,dx;$$
$$dW = q\,d\tau + p\,dx,$$

откуда

$$d\,(U + W) = (p + q)\,d\,(\tau + x)$$

и

$$d\,(U - W) = (p - q)\,d\,(\tau - x).$$

Следовательно, $U + W$ и $U - W$ есть некоторые функции соответственно от $\tau + x$ и $\tau - x$,
или

$$U + W = 2\varphi\,(at + x);$$
$$U - W = 2\psi\,(at - x).$$

Отсюда

$$U = \varphi\,(at + x) + \psi\,(at - x). \tag{2}$$

где φ и ψ — произвольные функции, определяемые граничными условиями колебания:

$$y\Big|_{x=0}=0, \qquad y\Big|_{x=b}=0.$$

При этом Даламбер считал, что φ и ψ — функции аналитические, то есть имеющие производные любого порядка.

Занимавшийся той же задачей Эйлер в следующем году из физических соображений пришел к выводу, что положение конечной по длине струны будет определено в каждый момент времени t, если, помимо граничных условий, задано начальное положение струны и начальное распределение скоростей ее точек, то есть

$$y\Big|_{t=0}=f(x)$$

и

$$\frac{dy}{dt}\Big|_{t=0}=g(x).$$

Тогда функции φ и ψ вполне определятся через f и g. Но функции f и g, определяющие начальные условия, можно задать произвольно начерченными кривыми. В этом случае φ и ψ, вообще говоря, не будут аналитическими. Даламбер с этим не согласился, и разгорелся знаменитый спор о природе функций, входящих в состав интегралов дифференциальных уравнений с частными производными, длившийся более полувека. В нем приняли участие Д. Бернулли, позже Лагранж, Лаплас, Кондорсе и другие. Арбогаст в своем сочинении по этому вопросу, получившем в 1790 г. премию Петербургской академии наук, подтвердил более широкую точку зрения Эйлера. Отметим, что с точки зрения современного анализа в некоторых моментах был прав Даламбер, в других — Эйлер, но сама дискуссия в целом была весьма плодотворной.

Эйлер первый понял, что уравнение Даламбера (1) отражает более общий процесс, а именно распространение волн, в том числе и звуковых. Отсюда выяснялось значение параметра a, а также становилось понятным допущение неаналитических функций. Следуя своей концепции, Даламбер не признавал общего решения Эйлера для колебания струн, охватывавшего и такие случаи, когда струна в начальный момент имеет так называемую неправильную форму (то есть такую, которая не описывается одним аналитическим выражением). В связи с этим он не смог понять и проблему скорости звука, считая, что она не может быть выражена простыми формулами [22, стр. 144].

При рассмотрении теории установившегося плоского движения несжимаемой жидкости Даламбер в 1752 г. нашел, что слагающие скорости частиц жидкости p и q, параллельные осям координат x и y, удовлетворяют системе уравнений

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial y}; \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial q}{\partial x}. \qquad (3)$$

Тогда же в работе [15, стр. 61] он показал, что эти уравнения являются условиями формальной дифференцируемости функции $\omega(z) = U + iV$, где $z = x + iy$. Значительно позже (в 1777 г.) Эйлер установил, что эти уравнения являются условиями конформности отображения. Однако о том, что функции p и q, удовлетворяющие условиям (3), являются аналитическими, Эйлер и Даламбер не догадывались, у них еще не было строгого определения аналитичности функции.

Для интегрирования системы уравнений (3) Даламбер применил прием[1], совпадающий, по существу, с тем, которым он пользовался для интегрирования уравнения (1). Из условий (3) следует, что

$$\begin{aligned} pdx + qdy &= dM; \\ pdy - qdx &= dN. \end{aligned} \qquad (4,a).$$

Тогда рассмотрим и

$$\begin{aligned} dM &= \alpha dt + \beta dS; \\ dN &= \alpha dS + \beta n dt, \end{aligned} \qquad (4,б)$$

где α и β — неопределенные функции от S и t; n — любое число.

Умножим первое уравнение на $\sqrt{n}$ и сложим со вторым. Тогда

$$d(\sqrt{n}M + N) = (\alpha + \beta\sqrt{n})\, d(S + t\sqrt{n}),$$

откуда следует, что $\alpha + \beta\sqrt{n}$ есть некоторая функция от $S + t\sqrt{n}$. Можно также найти, что $\alpha - \beta\sqrt{n}$ будет функцией от $S - t\sqrt{n}$, и общее решение двух данных дифференциальных уравнений представится формулами

$$\alpha = \frac{\varphi(S + t\sqrt{n}) + \psi(S - t\sqrt{n})}{2} \qquad (4,в)$$

и

$$\beta = \frac{\varphi(S + t\sqrt{n}) - \psi(S - t\sqrt{n})}{2\sqrt{n}}.$$

[1] См. работы [15, стр. 60—63], [18, стр. 137—142] и др.

Зная α и β, можно найти M и N. Применяя этот способ к системе (4,a), получим для (3).

$$p = \frac{\varphi(x + y\sqrt{-1}) + \psi(x - y\sqrt{-1})}{2};$$

$$q = \frac{\varphi(x + y\sqrt{-1}) - \psi(x - y\sqrt{-1})}{2\sqrt{-1}}.$$

Рассматривая решение в частном случае системы (4,a), когда M и N — пстоянные, Даламбер находит две системы взаимно ортогональных траекторий. К такому же методу в несколько ином виде пришел Эйлер в 1769 г. Решения ряда других уравнений в частных производных Даламбер опубликовал несколько позже, в работе [21]. Здесь он рассмотрел интегрирование прежде всего линейных уравнений с постоянными коэффициентами, пользуясь при этом двумя методами. Один из них состоял в приведении задачи к составлению интегрируемых обыкновенных дифференциальных выражений, которые он определял по способу множителей. Во втором методе, применяемом для уравнений первого порядка, он использовал известную уже подстановку $z = e^V$ для перехода от уравнения

$$\frac{\partial z}{\partial x} + a\frac{\partial z}{\partial y} + bz = 0$$

к уравнению[1]

$$\frac{\partial V}{\partial x} + a\frac{\partial V}{\partial y} + b = 0.$$

Далее он рассматривал решения уравнений

$$\frac{\partial U}{\partial x} + V(x, y)\frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

и более сложные[2]. Как отметил Г. Вилейтнер[3], последние работы Даламбера были систематичнее работ Эйлера; у него наметилась, хотя и невысказанная ясно, классификация уравнений на линейные и нелинейные, на уравнения с постоянными коэффициентами и с переменными.

Постановка и решение задачи о колеблющейся струне способствовали развитию метода разложения функций в тригонометрические ряды. Так, во втором томе «Системы мира», вышедшем в 1754 г. [16], исходя из теории возмущений планетной системы, Даламбер получил разложение

$$(1 - n\cos\varphi)^{-s} = A_s^0 + 2\sum_{k=1}^{\infty} A_n^{(k)}\cos k\varphi.$$

---

[1] Подробнее об этом см. в [38, стр. 199].
[2] См. об этом [21, стр. 230] и др.
[3] См. [38, стр. 199].

г. представил первые два коэффициента A_S^0 и A_S^1 в виде определенных интегралов.

В ходе спора о природе произвольных функций в решении волнового уравнения встал также вопрос о возможности представления их интегралов в виде функциональных, в том числе и тригонометрических рядов. Даламбер в отличие от Эйлера все вычисления с рядами, сходимость которых не была установлена и не могла быть предполагаема, считал сомнительными. Он одним из первых настаивал на необходимости употреблять в анализе только сходящиеся бесконечные ряды, что в то время было весьма важно. Как известно, он дал один из простейших достаточных признаков сходимости числовых знакоположительных рядов, носящих его имя[1]. Он же в работе [16, т. I] дал свой вывод ряда Тейлора и представил его остаточный член в виде n-кратного интеграла.

12.

В заключение кратко остановимся на некоторых чертах, раскрывающих нравственный облик Даламбера. Даламбер обладал независимым умом, хорошей памятью, способностью ясно и четко излагать мысли и большим красноречием. Его остроумие и прямота, простота и деликатность в обращении, бескорыстие и доброта были хорошо известны современникам. Он был одним из самых обаятельных людей своего времени, с благородным и невозмутимым характером. В то же время он слишком любил научные занятия, ценил свое положение и покой и, особенно на склоне лет, был достаточно осторожен и не походил на беспокойных воинствующих философов того времени. Он в равной мере пользовался репутацией крупного ученого и известного философа. После смерти Вольтера его признавали первым философом Франции.

Даламбер никогда не занимался преподаванием и выступал только в Академии. В похвальных речах, которые он обязан был произносить по должности, он высказывал свои взгляды на жизнь, на положение и задачи науки, на поэзию, на историю, на нравственность. Свое влияние он употреблял в защиту талантов и трудолюбия, на пользу народа Франции и прогресса науки. Он никогда не поддерживал бездарности, даже если это было связано с неприятностями, но всегда оказывал помощь и содействие молодым талантам. В частности, он искренне любил Лагранжа и был с ним весьма дружен. Даламбер покровительствовал молодому Лапласу. Лаплас — уроженец Нормандии, сын бедного крестьянина — с рекомендательным письмом отправился к Даламберу, но тот не принял его. Когда же Лаплас сам написал ему, изложив свои

---

[1] См., например, [22, стр. 171].

взгляды на общие законы механики, Даламбер ответил на второй же день, и Лаплас скоро получил место профессора математики в военной школе. Приведем еще один факт. Владетельница одного из парижских салонов просила своего друга Даламбера немного похвалить в печати президента Французской академии, литературное творчество которого Даламбер ценил не весьма высоко, — академическое кресло Даламберу было бы тогда обеспечено. В ответ на это Даламбер написал статью «О ласкательстве»[1], где подверг беспощадной критике подхалимство, лесть, беспринципное чинопочитание и угодничество, — и его кандидатура была опять забаллотирована. Как известно, Даламбер и Эйлер вели между собой частые дискуссии, иногда довольно острые. Но когда в 1753 г. Эйлер был забаллотирован в Парижской академии, Даламбер публично возмущался этим[2].

Даламбер отказывался от почестей и милостей монархов, если они могли стеснить его свободу. В одном из писем Вольтеру Даламбер описывает следующим образом свое отношение к сильным мира сего: «Я предпочитаю свидетельствовать им мое почтение издали, отдаю им должное и уважаю, насколько могу» [41, стр. 40].

Материальное положение Даламбера в 1750—1760 гг. оставалось необеспеченным. В 1752 г. прусский король Фридрих II предложил Даламберу место в своей Академии наук. Он отказался как от этого предложения, так и от следующего — занять пост президента Академии. В одном из писем[3] по этому поводу он писал Фридриху: «Состояние мое самое ничтожное... Я совершенно свободен и, не имея семьи, могу как угодно располагать собою. Я забыт правительством, на мою долю не выпадают награды, которые так и сыплются на других ученых и писателей. В будущем я могу только рассчитывать на ничтожную пенсию, но и этот расчет может оказаться неверным, потому что французский двор расположен ко мне далеко не так хорошо, как прусский. Несмотря на все это, душевное спокойствие мое так велико, так невозмутимо и так сладостно, что я не в состоянии подвергнуть его ни малейшему риску. Лишения с детства приучили меня довольствоваться малым; и то немногое, чем я располагаю, я готов разделить с добрыми, честными людьми, которые беднее меня. В молодости своей я одно время желал видного положения и богатства, но когда я увидел, чем надо пожертвовать, чтобы достигнуть того и другого, то навсегда отказался от всяких к ним стремлений, и это решение приносит мне с каждым днем все более и более спокойствия. Уединенная, бедная жизнь со-

[1] Имеется в русском переводе.
[2] Эйлер был избран в 1755 г.
[3] См. [41].

вершенно отвечает моему характеру, моей страстной любви к независимости, моему желанию стоять в стороне от людей и большого света. Замкнутый, правильный, скромный образ жизни, предписываемый мне самим моим положением, благотворно действует на мое здоровье; я пользуюсь им неизменно, и оно не оставляет ничего лучшего желать; это истинное благо для философа. Наконец, я имею счастье соединять около себя друзей, дающих мне утешение и радость в жизни. Посудите сами, милостивый государь, в состоянии ли я пожертвовать всем этим и променять свое малое, но истинное счастье на положение шаткое, как бы оно ни было заманчиво и блестяще. Я вполне верю в добрые намерения государя и в его желание сделать все возможное для того, чтобы мое новое положение меня удовлетворяло; но к моему горю условия моего счастья не находятся в руках короля.

...Ко всем высказанным причинам я могу присоединить еще одну. Я ничем не обязан правительству Франции; могу от него ждать для себя в будущем много дурного и ничего хорошего; но у меня существуют обязанности относительно моего отечества, моей родины; последняя всегда была ко мне благосклонна, признавала мои достоинства, награждала мои страдания. С моей стороны было бы в высшей степени неблагодарно оставить такую родину».

Еще более заманчивое предложение получил Даламбер в 1762 г. от русской императрицы Екатерины II. Она приглашала известного философа и ученого быть воспитателем ее сына, цесаревича Павла Петровича. Даламбер отказался, мотивируя примерно тем же, а также добавляя, что он не может оставить друзей. Тогда Екатерина пригласила его вместе с друзьями, назначив баснословное содержание. Но, когда и это не имело успеха, она написала ему письмо, апеллируя к его гуманности — мол, ждущим помощи следует помогать и т. п. На все эти предложения последовал деликатный, но твердый отказ. Екатерина была удивлена и раздражена стойкостью Даламбера, но сохранила внешне расположение и осыпала его милостями. Завязавшаяся довольно оживленная переписка между философом и царицей вскоре, однако, прекратилась.

До конца своих дней Даламбер вел уединенный образ жизни, чередуя научные и литературные занятия с выступлениями в Академии.

ЛИТЕРАТУРА

А. Сочинения Даламбера

1. «Динамика». Трактат, в котором законы равновесия и движения тел сводятся к возможно меньшему числу и доказываются новым способом и в котором излагается общее правило для нахождения движения нескольких тел, действующих друг на друга произвольным образом. Пер. с франц. и примеч. В. П. Егоршина. М.—Л., Гос. изд. техн.-теорет. лит., 1950.

2. Извлечение из мемуара «О равновесии жидкости». — В кн.: Клеро А. Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики. М., Изд-во АН СССР, 1947, стр. 193—200.

3. Извлечение из мемуара «О фигуре Земли». Там же, стр. 201—216.

4. Очерк происхождения и развития наук. — В кн.: Родоначальники позитивизма. Вып. I. Спб., 1910, стр. 97—168.

5. Дух философии. Пер. с франц. М., 1790.

6. Traité de dynamique. Paris, 1743; 2-e édit. 1758.

7. Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides. Paris, 1744.

8. Recherches sur le calcul integral. Histoire de l'Academie Royale des sciences et belles lettres. T. 2, 1746. Berlin, 1748.

9. Réflexions sur la cause générale des vents. Paris, 1747.

10. Recherches sur la courbe que forme une corde tendue, mise en vibration. Histoire de l'Academie Royale des sciences et belles lettres. T. 3, 1747. Berlin, 1749, p. 214—220.

11. Suite des recherches sur la courbe que forme une corde tendue, mise en vibration. Ibid., p. 220—249.

12. Recherches sur la précession des equinoxes et sur la nutation de l'axe de la terre dans le systême Newtonien. Paris, 1749.

13. Recherches sur la calcul infegral. Histoire de l'Academie Royale des sciences et belles lettres. T. 4, 1750. Berlin, 1752.

14. Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des artes et des métiers. T. 1—7. Paris, 1751—1758.

15. Essai d'une Nouvelle théorie de la résistance des fluides. Paris, 1752.

16. Recherches sur différents points importans du systéme du Monde. Vol. 1, 2. Paris, 1754, vol. 3. Paris, 1756.

17. Essai sur les éléments de philosophie, ou sur les principes des connaissances humaines, avec les éclaircissements (1759). Oeuvres. T. I. Paris, 1821.

18. Opuscules mathématiques ou mémoires sur différents sujets de Géométrie, de Méchanicue, d'Optique, d'Astronomie etc. Vol. I. Paris, 1761.

19. Ibidem, vol. 2. Paris, 1761.

20. Ibidem, vol. 3. Paris, 1764.

21. Ibidem, vol. 4. Paris, 1768.

22. Ibidem, vol. 5. Paris, 1768.
23. Ibidem, vol. 6. Paris, 1773.
24. Ibidem, vol. 7. Paris, 1780.
25. Ibidem, vol. 8. Paris, 1780.
26. Nouvelles experiences sur la résistance des Fluides. Paris, 1777. (Соавторы Кондорсе и Боссю).
27. Melanges de littérature, d'histoire et de philosophie. Nouv. édit., vol. 1—5. Amsterdam, 1760—1768.
28. Elements de musique théorie, et pratique suivant les principes de M. Rameau eclarcis, développés et simplifies par d'Alembert. Nouv. édit. Lyon, 1779.
29. Encyclopédie méthodique ou par ordre des matiéres. (Mathematique). Paris, 1784/89.
30. Oeuvres complétes de d'Alembert. T. 1—5. Paris, 1821.

Б. Дополнительная литература

31. Башмакова И. Г. Доказательства основной теоремы алгебры. — «Историко-математические исследования». Вып. X. М., 1957.
32. Башмакова И. Г. и Юшкевич А. П. Леонард Эйлер. — «Историко-математические исследования». Вып. VII. М., Гостехиздат. 1954.
33. Бахмутская Э. Я. Тимофей Федорович Осиповский и его «Курс математики». — «Историко-математические исследования». Вып. V. М., 1952.
34. Большая Советская Энциклопедия. М., 1931. Т. 20, стр. 199—200.
35. Большая Советская Энциклопедия. М., 1952. Т. 13, стр. 306.
36. Боричевский И. Ньютон и д'Аламбер (борьба за основы физики в XVIII в.). — «Архив истории науки и техники». Вып. I. Изд-во АН СССР, 1933.
37. Французские коммунисты в борьбе за прогрессивную идеологию. М., Изд. иностр. лит., 1953.
38. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия. Изд. 2-е. М., «Наука», 1966.
39. Егоршин В. П. Примечания к переводу. — В кн.: Даламбер. Динамика. М.—Л., 1950.
40. Каган В. и Каган П. Даламбер. Энциклопедический словарь Гранат. 2-е изд., кн. 17.
41. Литвинова Е. Ф. Даламбер, его жизнь и научная деятельность. Спб., 1891.
42. Майстров Л. Е. Даламбер и теория вероятностей. — «Историко-математические исследования». Вып. XVII. М., «Наука», 1966.
43. Молодший В. Н. Основы учения о числе в XVIII и начале XIX века. М., Учпедгиз, 1963.
44. Прудников В. Е. О статьях П. Л. Чебышева, М. В. Остроградского, В. Я. Буняковского и И. И. Сомова в «Энциклопедическом словаре, составленном русскими учеными и литераторами». — «Историко-математические исследования». Вып. VI. М.—Л., Гостехиздат, 1953.
45. Родоначальники позитивизма. Вып. I. Спб, 1910.
46. Рыбников К. А. О так называемых творческих и критических периодах в истории математического анализа. — «Историко-математические исследования». Вып. VII. М.—Л., Гостехиздат, 1954.
47. Симонов Н. И. О научном наследии Л. Эйлера в области дифференциальных уравнений. — «Историко-математические исследования». Вып. VII. М., Гостехиздат, 1954.
48. Симонов Н. И. О первых исследованиях Ж. Даламбера и Л. Эйлера по теории линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. — «Историко-математические исследования». Вып. IX. М., Гостехиздат, 1956.
49. Тимченко И. Основания теории аналитических функций. Ч. I. Одесса, 1899.

50. Франкль Ф. И. Об исследованиях Л. Эйлера в области теории уравнений в частных производных. — «Историко-математические исследования». Вып. VII. М., Гостехиздат, 1954.
51. Шатунова Е. С. Теория пределов Симона Люилье. — «Историко-математические исследования». Вып. XVII. М., «Наука», 1966.
52. Энциклопедический словарь Брокгауз—Эфрон. Кн. 1. Спб., 1890, стр. 350. Кн. 2. Спб., 1893, стр. 369. Кн. 81. Спб., 1904, стр. 68.
53. Юшкевич А. П. Академик С. Е. Гурьев и его роль в развитии русской науки. — «Труды института истории естествознания». Т. 1. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1947.
54. Юшкевич А. П. О развитии понятия функции. — «Историко-математические исследования». Вып. XVII. М., «Наука», 1966.
55. Bertrand Joseph. D'Alembert. Paris, 1889.
56. Cantor M. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Bd. 3. Leipzig, 1901.
57. Cantor M. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Bd. 4. Leipzig, 1908.
58. Condorcet. Eloge de D'Alembert. В кн.: Oeuvres de D'Alembert. T. I. Paris, 1821.
59. Ducros L. Les Encyclopédistes. Paris, 1900.
60. Förster M. Beiträge zur Kenntnis des Charakters und der Philosophie d'Alemberts. Hamburg, 1892.
61. Klaus G. Einleitung und Anmerkungen. В кн.: Jean le Rond D'Alembert. Einleitende Abhandlung zur Enzyklopädie. Berlin, 1958.
62. Pappas, John N. Voltaire end D'Alembert. Beomington, Indiana univ. Press, 1962.

Вячеслав Алексеевич ДОБРОВОЛЬСКИЙ

ДАЛАМБЕР

Редактор *В. Ю. Иваницкий*
Художник *А. Г. Ординарцев*
Худож. редактор *Е. Е. Соколов*
Техн. редактор *Е. М. Лопухова*
Корректор *Г. П. Трибунская*

А 02764. Сдано в набор 25/XII 1967 г. Подписано к печати 30/I 1968 г. Формат бумаги 60×90/16. Бумага типографская № 3. Бум. л. 1,0. Печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 1,74. Тираж 33 200 экз. Издательство «Знание». Москва, Центр, Новая пл., д. 3/4. Заказ 4491. Типография изд-ва «Знание». Москва, Центр, Новая пл., д. 3/4.
Цена 6 коп.

крайой 4-11

6 коп.

Индекс 70096

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА НА 1968 ГОД!

Серия научно-популярных брошюр

«ФИЗИКА, АСТРОНОМИЯ»

Индекс 70072

Знакомит читателя с новейшими достижениями в области физики, астрономии и смежных с ними наук.

В 1968 году подписчики получат в числе других следующие брошюры:

Арцимович Л. А., акад. **Движение заряженных частиц. Гинзбург В. Л.**, акад. **Проблемы астрофизики. Гуревич Л. Э.**, докт. физ.-мат. наук. **Общая теория относительности в физической картине мира. Франк И. М.**, чл.-корр. АН СССР. Физика ядра и атомная энергия. **Фриш С. Э.**, чл.-корр. АН СССР. **Современная оптика.**

Всего 12 брошюр в год средним объемом 48 стр. каждая.

Подписная плата на квартал — 27 коп.

В каталоге «Союзпечати» серия «Физика, астрономия» расположена в разделе «Научно-популярные журналы» под рубрикой «Брошюры издательства «Знание».

Издательство «Знание»