АКАДЕМИЯ НАУК СССР

НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

Е. П. Ожигова

Александр Николаевич КОРКИН

1837–1908

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Ленинград · 1968

УДК 92 Коркин-51 «18»

АЛЕКСАНДР НИКОЛАЕВИЧ КОРКИН.

Ожигова Е. П. Изд-во «Наука», Ленингр. отд., Л., 1968, 1—140.

Монография представляет собой биографический очерк жизни и деятельности одного из выдающихся представителей петербургской математической школы А. Н. Коркина (1837—1908). Книга написана на основе архивных материалов, опубликованной и неопубликованной переписки ученого с Золотаревым, Эрмитом, Шарвом и другими известными математиками, воспоминаний его учеников и других данных. Дается анализ трудов А. Н. Коркина и его лекционных курсов. Прослеживается дальнейшее развитие идей и методов Коркина в математике.
Библ. — 300 назв., рис. — 10.

Ответственный редактор
профессор *И. Я. Депман*

2-2-1
49-68 (н.-п.)

ВВЕДЕНИЕ

Очерк об Александре Николаевиче Коркине, одном из крупнейших представителей петербургской математической школы, продолжает серию книг, выпускаемых издательством «Наука» о математиках Петербурга. Уже вышли книги о Е. И. Золотареве, М. В. Остроградском, О. И. Сомове, Н. Я. Сонине, В. А. Стеклове. Авторы этих очерков старались заполнить пробел в научно-биографической литературе, где до последнего времени почти не было книг о математиках Петербурга.

А. Н. Коркин (1837—1908 гг.), будучи преподавателем Петербургского университета на протяжении почти пятидесяти лет и Морской академии — свыше трех десятилетий, воспитал таких прославленных ученых, как Е. И. Золотарев, А. Н. Крылов, А. М. Ляпунов, А. А. Марков и др. Им и его учениками созданы фундаментальные труды по различным вопросам математики — теории дифференциальных уравнений и математической физике, теории чисел, теории квадратичных форм, теории наилучшего приближения функций и др.

Наряду с прославившими его имя исследованиями А. Н. Коркин оставил после себя литографированные курсы своих лекций по высшей алгебре, дифференциальному и интегральному исчислению, аналитической геометрии. Эти материалы дают нам представление о Коркине как талантливом педагоге.

Очерк, посвященный А. Н. Коркину, содержит две части. В первой, написанной по материалам архивов Ленинграда и Вологды, рассказывается о жизненном пути выдающегося математика и впервые дается описание некоторых литографированных курсов лекций, читанных Коркиным.

Во второй части, касающейся его научной деятельности, дается краткий обзор напечатанных и неопубликованных трудов А. Н. Коркина, его эпистолярного наследия и некоторых других рукописных материалов, хранящихся в архивах. Заканчивается этот раздел главой «А. Н. Коркин и петербургская математическая школа».

Вынужденную краткость обзора научных трудов автор восполняет ссылками на работы А. Н. Коркина, его учеников и последователей и на сочинения, где имеются упоминания о Коркине или использованы результаты его исследований.

Библиография содержит: I. Труды А. Н. Коркина; II. Рефераты, написанные А. Н. Коркиным для «Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik»; III. Общая литература. Ссылки на I и II даются соответственно в виде: [25, K] или [7, K]. Ссылки на III имеют вид: [72] или [101, стр. 12]. Ссылки на архивные материалы даются в подстрочных примечаниях.

Часть I

ЖИЗНЕННЫЙ ПУТЬ А. Н. КОРКИНА

Глава 1

ГИМНАЗИСТ И СТУДЕНТ

Родился Александр Николаевич Коркин 19 февраля 1837 г. в деревне Жидовиново Тотемского уезда Вологодской губернии. Через три года после рождения Александра его отец, государственный крестьянин Николай Иванович Коркин, получив казенный подряд на поставку соли, переехал вместе с семьей в село Шуйское — крупную пристань на реке Сухоне. Отец Александра, грамотный и умный крестьянин, решил во что бы то ни стало дать сыну образование. В 1845 г. он повез сына в Вологду и уговорил учителя местной гимназии Александра Ивановича Иваницкого подготовить мальчика к поступлению в Вологодскую гимназию. В семье Иваницких, где стал жить маленький Коркин, он начал изучать немецкий и французский языки, которыми впоследствии владел свободно.

Коркин уважал и любил своего первого учителя. Александр Иванович Иваницкий [1—4, 9—11] был действительно разносторонне одаренным человеком. Выпускник Петербургского университета (окончил Физико-математический факультет в 1835 г.), старший учитель Вологодской гимназии, он бесплатно с 1845 по 1849 год вел в гимназии курс естественной истории (на это было исходатайствовано специальное разрешение министра). А. И. Иваницкий был известен и как литератор, опубликовавший повести «Неразменный червонец» [5], «Мечтатель» [6] и другие и ряд статей в «Вологодских губернских ведомостях».

В своих повестях А. И. Иваницкий красочно и правдиво описал современный ему мещанско-обывательский быт города Грязеславля — Вологды. В Петербурге много раз переиздавалось его «Собрание арифметических задач, расположенных по арифметике Буняковского» [7].

А. Иваницкий вел метеорологические наблюдения, привлекая к ним и своих учеников. Незадолго до смерти (умер 7 июня 1850 г.) он изобрел «снаряд для определения направления, силы и продолжительности ветра». Он часто совершал с гимназистами прогулки за город, собирая растения для гербариев и минералы для коллекций. Таким же талантливым и образованным человеком был и брат Иваницкого Николай (окончил Петербургский университет в 1838 г.). Николай занимался переводами из Шиллера, Гете, Байрона, которые печатались в «Маяке», в «Отечественных записках», в «Современнике», собирал народные сказки и песни, писал статьи [4, 8, 11]. Таким образом, Александру Коркину выпала редкая удача попасть в высокообразованную, культурную семью Иваницких, представлявшую собой резкий контраст с мрачной действительностью безграмотной, крепостной, николаевской России.

Иваницким понравился упрямый, круглолицый, сообразительный ребенок, поражавший всех своей памятью. Через два года, в 1847 г., мальчик был настолько хорошо подготовлен, что смог поступить сразу во второй класс Вологодской гимназии.

Нелегко было крестьянскому сыну поступить в учебное заведение, предназначавшееся, согласно Уставу 1828 г., для детей дворян и чиновников.

Из «Материалов для истории учебных заведений МНП» [4] мы узнаем о таком любопытном факте. 28 ноября 1847 г. исполнилось десять лет гимназической церкви. «По этому случаю государственный крестьянин Тотемского уезда Николай Коркин пожертвовал в пользу гимназической церкви 200 рублей ассигнациями. На эту сумму приобретены были серебряное кадило и полный круг церковных книг. Историческая записка не объясняет, однако, по какому именно побуждению крестьянин отдаленного уезда сделал вклад в церковь губернского учебного заведения» (стр. 100—101).

На этот вопрос нетрудно ответить. В Высочайшем рескрипте на имя Министра народного просвещения 19 августа 1827 г. говорилось «о воспитании соразмерно истинным потребностям того рода жизни, к которому каждый

Вологда, центр города (конец XIX в.).

предназначается, и о том, чтобы лица крепостного состояния тогда только были допускаемы в гимназии и университеты, когда по воле помещика они получили увольнение от сего состояния».[1] Государственные крестьяне допускались в гимназии только по представлении увольнительных свидетельств от обществ.

Но и этого было мало. «Последовавшее в 1845 году (как раз перед поступлением А. Коркина в Вологодскую гимназию Е. О.), — повышение платы за учение в высших и средних учебных заведениях сделано было не столько для усиления экономических сумм заведений, сколько для удержания стремления к образованию в пределах некоторой соразмерности с гражданским бытом разнородных сословий. . .» (там же, стр. 164).

Отец Александра Н. И. Коркин добился получения от Вологодской казенной палаты увольнения сына от податного состояния и внес за обучение 5 рублей серебром — сумму по тому времени немалую. Чтобы у гимназического начальства не оставалось никаких возражений против «низкого» происхождения Коркина-сына, Коркин-отец и «пожертвовал» гимназической церкви 200 р. Но радоваться успехам сына Николаю Коркину пришлось недолго. В 1849 году он умер, оставив свою семью почти без средств [12].

Ученье давалось Александру легко. Он был первым учеником в классе по всем предметам. В свободное время мальчик читал книги из библиотеки Иваницких и из гимназической библиотеки, которая, по словам ревизора, более всех других библиотек северных губерний заслуживала внимания по научному достоинству книг.

Математику в гимназии до 1850—1851 учебного года преподавал А. И. Иваницкий, а позднее А. А. Мешков; словесность — Н. И. Иваницкий и Н. П. Титов.

Уроки начинались в 9 час., заканчивались в 14 ч. 30 м. Продолжался урок 1 ч. 15 мин. Основными предметами гимназического курса были арифметика, алгебра, геометрия, история, тригонометрия, теория и история русской словесности, русская грамматика, физика, физическая география, французский и немецкий языки. В четырех старших классах (с 1849 г.) преподавалась латынь для

---

[1] ЖМНП, ч. CXXI, отд. 2, стр. 164. Материалы для истории и статистики наших гимназий.

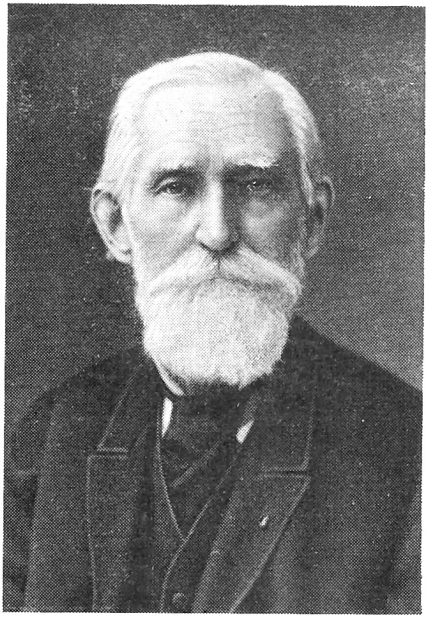
тех, кто готовился поступать в университет. Много времени уделялось преподаванию закона божия и учения о богослужении. Кроме того, с 1851 г. было введено обучение маршировке и «военной выправке». Желающие и имеющие средства обучались «танцеванию». А. Коркин отлично успевал по всем предметам, а по математике один из всего класса всегда получал пятерку.

В 1853 г. Александр Коркин окончил гимназию с золотой медалью, но поступить в университет сразу не мог — ему было только шестнадцать лет (в университет принимали с семнадцати). Поэтому он решил поступить в Демидовский лицей в Ярославле, но проучившись несколько месяцев, пришел к выводу, что новых знаний там не приобретет, и вернулся домой. В 1854 г. А. Н. Коркин едет в столицу и поступает на физико-математический факультет Петербургского университета. Все время, пока юноша учился в университете, ему приходилось жить на семирублевую стипендию и частные уроки.

Физико-математический факультет Петербургского университета в это время славился своими профессорами. С 1841 г. там преподавал Осип Иванович Сомов [19, 20], с 1846 г. — Виктор Яковлевич Буняковский [21], с 1847 г. — Пафнутий Львович Чебышев [22]. Физику читал Э. Х. Ленц [23], астрономию — А. Н. Савич [24].

Основная учебная нагрузка лежала тогда на плечах П. Л. Чебышева — самого молодого из преподавателей-математиков. На 2-м курсе разряда математических наук он читал высшую алгебру, на 3-м и 4-м курсах того же разряда — теорию эллиптических функций. На 1-м курсе разряда математических и разряда естественных наук — аналитическую геометрию и сферическую тригонометрию. На 3-м курсе разряда математических наук — теорию чисел. Отчеты Чебышева за 1853/54 и 1855/56 академические годы опубликованы в пятом томе Полного собрания сочинений П. Л. Чебышева [26, т. 5, стр. 225—227]. В 1854/55 академическом году программа была та же, и Чебышев вел те же курсы. Следовательно, Александр Коркин слушал такие важные курсы, как аналитическая геометрия, высшая алгебра, теория чисел у знаменитого Чебышева.

В отчете за 1855/56 академический год Чебышев записал первым в списке имен отличнейших студентов и слушателей 2-го курса имя Александра Коркина.



Пафнутий Львович Чебышев (1821—1894).

В Полном собрании сочинений Чебышева приводятся программы ряда курсов, прочитанных им [26, т. 5, стр. 221—225]. Сохранились записи курса высшей алгебры, читанного Чебышевым (их записал однокурсник А. Коркина Михаил Авенариус, впоследствии известный физик), изданные в 1936 г. [27].

В. Я. Буняковский читал на 2-м курсе дифференциальное и интегральное исчисление, на 3-м курсе — приложения интегрального исчисления к геометрии и механике, кратные и Эйлеровы интегралы, курс дифференциальных уравнений. Там же он читал курс исчисления конечных разностей. На 4-м курсе он читал вариационное исчисление и теорию вероятностей. Механику с 1847 г. преподавал О. И. Сомов.

В 1856 г. физико-математический факультет предложил студентам для сочинения на медаль тему «О наибольших и наименьших величинах», указав, что «в сочинении должно быть изложено подробно определение наибольших и наименьших величин функций с одною и многими переменными, причем должно быть обращено главное

Виктор Яковлевич Буняковский (1804—1889).

внимание на случаи, представляющие особенные затруднения, как-то: отличие наибольших от наименьших величин в случае многих переменных, свя́занных одним или несколькими уравнениями; определение наибольших и наименьших величин, когда производные обращаются в бесконечность; отличие в этом случае наибольших от наименьших величин. Теоретические исследования должны быть пояснены примерами» [28, стр. 140].

В 1857 г. А. Н. Коркин, представивший сочинение на предложенную тему, был награжден золотой медалью. Сочинение Коркина и отзыв о нем В. Я. Буняковского были напечатаны в Сборнике студенческих работ [28, 29].

Профессором-редактором Сборника был назначен профессор русской словесности М. И. Сухомлинов, а двенадцать редакторов-студентов были избраны по факультетам. Среди них был избран и А. Коркин, являвшийся одним из инициаторов сборника [29, 30].

«Цель предпринятого издания, — говорилось в предисловии к „Сборнику“, — делать известными публике сочинения и переводы студентов университета, имеющие право на гласность, на большее или меньшее внимание к ним. Существенным условием каждой статьи, появляющейся на страницах „Сборника“, поставляется ее дельность».

Свои мысли о необходимости издания такого рода редакция сообщила известным писателям и ученым, чтобы узнать их мнение по этому поводу. В предисловии приводились ответы С. Т. Аксакова и Н. И. Пирогова, поддержавших начинание петербургских студентов.

Смерть императора Николая I в 1855 г. породила в русской интеллигенции много надежд и мечтаний, которые постепенно рассеивались. Розовые мечты окутывали и редакторов первого сборника, искренно желавших посвятить себя служению науке и избежать «фельетонного» направления.

Д. И. Писарев в статье «Наша университетская наука» писал:

«1856 и 1857 годы были, как известно, тем временем, когда наше общество во что бы то ни стало стремилось убедить себя в том, что оно переживает великую эпоху, — тогда множество старых вещей перекрашивалось заново и действительно принималось за новое теми самыми людьми, которые собственноручно отдавали их к красильщику и принимали их от него обратно. Потом краски часто оказывались непрочными или разъедающего свойства, так что материи в скором времени линяли и расползались. Это стремление обольщаться и надеяться проявилось и в университете» [31, стр. 150].

Статья А. Коркина «Теория наибольших и наименьших величин функций» была единственной математической работой в этом студенческом сборнике. В отзыве В. Я. Буняковского о ней говорилось:

«Сочинение г. Коркина, недавно удостоенное золотой медали Советом университета, посвящено изложению теории максимумов и минимумов. В этой работе, довольно обширной, автор приводит последовательный обзор различных случаев, которые представляются в этой теории. Так, он рассматривает со всеми подробностями сначала максимумы и минимумы функций от одной переменной, затем функций от нескольких независимых переменных. Он обстоятельно развивает методы для решения тех же вопросов относительно условных максимумов и минимумов. Большое число удачно подобранных примеров, относящихся к различным рассмотренным им случаям, не оставляет желать лучшего в отношении ясности и часто даже изящества изложения. Но главное достоинство сочинения г. Коркина составляют новые исследования, которые он произвел, об особых максимумах и минимумах функций от одной и от нескольких переменных независимых, или связанных между собой некоторыми условиями. Этот предмет мало разработан в курсах исчисления бесконечно малых. Потому г. Коркин оказал существенную услугу обучению, развив тщательно эту главу дифференциального исчисления. Нам доставляет истинное удовольствие поздравить его с этим. Заканчивая, я считаю своим долгом добавить, что, по моему мнению, его мемуар вполне подготовлен к печатанию в математическом журнале, посвященном образованию» [29, стр. 385—386]. Академик по достоинству оценил сочинение студента.

В работе Коркина «Теория наибольших и наименьших величин функций» [1, К, стр. 103—178] семь глав. В первой главе «О наибольших и наименьших величинах явных функций об одной переменной независимой» излагаются способы отыскания экстремумов для функций одной переменной, признаки существования экстремумов (необходимые и достаточные). Для выводов используется формула Тейлора в виде

$$f(x_0+\varepsilon)-f(x_0)=\varepsilon f'(x_0)+\frac{\varepsilon^2}{1\cdot 2}f''(x_0+\theta\varepsilon),\ \theta\in(0,\ 1),$$

когда $f''(x_0)\neq 0$, и в виде

$$f(x_0+\varepsilon)-f(x_0)=\frac{\varepsilon^3}{1\cdot 2\cdot 3}f'''(x_0)+\frac{\varepsilon^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}f^{(4)}(x_0+\theta\varepsilon),$$

если $f''(x_0)=0$.

Отдельно рассмотрен случай, когда производные f', f'', . . ., $f^{(2n)}$ равны нулю в точке x_0. Теория поясняется интересными примерами. Требуется, например, найти наименьшую величину функции $y=\frac{A^x}{x}$, где $A>0$; разделить дугу на две части так, чтобы произведение синусов этих дуг было наибольшим.

Во второй главе рассмотрен вопрос о наибольших и наименьших величинах (экстремумах) неявных функций от одной независимой переменной. Вопрос этот и сейчас не всегда рассматривается в вузовских курсах. Большей частью преподаватели ограничиваются изучением экстремумов явных функций. Коркин находит выражения производных неявной функции одной переменной и, используя необходимое условие экстремума, получает простое выражение для второй производной y'', к которому уже легко применять обычные достаточные условия экстремума.

Теория снова поясняется примерами. Вот один из них: два тела движутся по прямым AC и BD, пересекающимся между собой в точке 0 и составляющим угол θ. Одно тело движется со скоростью m, а другое со скоростью n в единицу времени. Первое начинает двигаться из точки A, второе — из точки B. Расстояние $AO=a$, $BO=b$. Оба тела выходят в одно и то же время, первое из A, второе из B. Спрашивается, когда расстояние между телами будет наименьшим? Читателю предоставляется решить эту задачу, используя теорию экстремумов неявных функций (у Коркина решение приведено).

Глава III озаглавлена «О наибольших и наименьших величинах, представляющих особенные или какие-либо прерывные величины функций об одной переменной независимой». Известно, что если сама функция или ее производные имеют точки разрыва, то по обычным правилам нельзя определить, имеется ли экстремум в точках разрыва и какой именно. Для таких функций нужны специальные правила. Коркин подробно исследует несколько случаев, дает правила исследования таких функций на экстремум и приводит интересные примеры. Очень подробно исследованы им разные виды особых точек кривых с точки зрения того, в каких из них могут оказаться наибольшие и наименьшие значения функций.

В главе IV автор применяет теорию, изложенную в III главе, к отысканию экстремумов и наибольших и наименьших значений неявных функций от одной переменной, имеющих особые точки. Эта тема и сейчас может быть полезной для студентов при изучении теории экстремумов. Сочинение Коркина с успехом может использовать в своей практике и преподаватель математического анализа.

Глава V имеет название «О наибольших и наименьших величинах явных функций многих переменных независимых». Здесь автор рассматривает изменение функции по каждой переменной отдельно, потом — по всем вместе. Для определения экстремума функции двух независимых переменных Коркин приходит к обычным правилам. Вывод и правила обобщаются затем на функцию от любого конечного числа независимых переменных. Рассматривая случай, когда четвертый дифференциал сохраняет знак, Коркин отсылает читателя к статье академика В. Я. Буняковского [32].

В следующей, VI главе излагаются три способа нахождения наибольших и наименьших значений неявных функций нескольких переменных. Один из способов — метод неопределенных множителей Лагранжа — доводится Коркиным до конца, в то время как в современных курсах анализа обычно не указывается, как отличить, когда будет минимум, а когда максимум. Сравнивая различные способы, Коркин приходит к выводу, что способ Лагранжа хорош, когда имеется небольшое число условных уравнений и неопределенных коэффициентов, но становится затруднительным, когда условных уравнений много, по причине больших умножений, которые при этом приходится делать. Но и другие способы, основанные на исключении зависимых дифференциалов, становятся сложнее, когда условных уравнений больше. Так что, какой способ лучше, остается неясным.

В последней, VII главе — «О наибольших и наименьших значениях функций нескольких переменных, представляющих особенные величины этих функций» — исследуются экстремумы функции от нескольких переменных, когда функция или ее производные имеют точки разрыва. Коркин показывает, что этот вопрос, как и другие, рассмотренные ранее, сводится к исследованию функции от одной переменной. Это исследование было уже проделано в главе III.

В заключение автор сочинения рассматривает вопросы о наибольших и наименьших величинах, относящихся к исчислению вариаций. Он решает задачу: какой функцией от x должна быть величина y, для того чтобы интеграл $\int V dx$, где $V = f(x, y, y', \ldots, y^{(n)})$, принимал наибольшее значение, при условии, что он должен быть равен нулю, когда $x=a$, и быть наибольшим (или наименьшим), когда $x=b$. Рассмотрен пример: найти кратчайшее расстояние между двумя данными точками, т. е. какая кривая, соединяющая эти две точки, будет кратчайшая. Этот же вопрос рассмотрен затем для случая функций нескольких переменных. Полученная теория применяется к решению вопроса о кривой наискорейшего ската. Коркин показывает, что искомой кривой является циклоида.

По университетским правилам студенты, получившие медали или почетные отзывы за сочинения на тему, предложенную факультетом, освобождались от необходимости писать кандидатское сочинение. Поэтому, сдав экзамены за 4-й курс, Коркин в 1858 г. окончил университет кандидатом, но должен был обратиться в Вологодскую казенную палату с просьбой «исключить его из податного состояния». Только после этого, 16 августа 1858 г., Коркин был утвержден в степени кандидата по математическому разряду физико-математического факультета.

Свою педагогическую деятельность он начал с 24 сентября 1858 г., когда его приняли учителем в 1-й кадетский корпус [33, стр. 280].

С 24 октября 1860 г. А. Н. Коркин был допущен по ходатайству П. Л. Чебышева «к преподаванию математики в Петербургском университете в виде опыта на полгода с производством оплаты по 40 рублей в месяц». Это произошло при следующих обстоятельствах. Из университета ушел В. Я. Буняковский и на факультете появилась вакансия по кафедре математики. Факультет «обратил свое внимание на четырех молодых ученых: магистров Вышнеградского, Будаева и Шперлинга, которые сами обратились в Совет с прошениями о зачислении их кандидатами на вакансию адъюнкта по математике; кроме того, профессор Чебышев обратил внимание факультета на кандидата Коркина, который два месяца тому назад окончил весьма удовлетворительно свой магистерский экзамен по математике и теперь занимается составлением магистерской диссертации».[2]

Но магистр Вышнеградский был командирован на продолжительное время за границу от Артиллерийского ведомства и потому не мог быть допущен к конкурсу. «Что касается г. Будаева, то факультет, отдавая справедливость его познаниям, оказанным им на магистерских экзаменах в 1856 г., не может однако же не заметить, что г. Будаев ни одною строкою не доказал самостоятельной деятельности по своей науке, почему факультет не может считать его достойным к занятию университетской кафедры. Поэтому остаются еще гг. Шперлинг и Коркин, оба окончившие экзамен на степень магистра с одинаковым успехом. Г. Шперлинг по окончании оного отправился для дальнейшего усовершенствования в Париж и факультету известно, что он ревностно и с успехом занимается там своим предметом. Г. Коркин подает большие надежды своими знаниями и отличными ответами на вопросы, заданные ему на магистерском экзамене.

Не находя до сих пор достаточных поводов к предпочтению одного из этих молодых ученых перед другим, факультет предложил следующее решение вопроса. Обоих, Шперлинга и Коркина, было решено определить преподавателями в университет, поручив каждому из них по два курса — одного из более элементарных, другого — «из более возвышенных предметов». Один адъюнктский оклад решили разделить пополам между Шперлингом и Коркиным, декану и профессорам поручить следить за преподаванием этих молодых людей и по окончании назначенного срока сделать между ними выбор. Попечитель, к которому Совет университета обратился с таким предложением, сообщил об отказе министра допустить отступление от общего порядка и предложил «заместить вакантную кафедру ныне же лицом, вполне способным занять эту кафедру».[3]

Дождавшись начала нового учебного года, декан факультета сообщил ректору, 4 сентября 1860 г., что факультет не находит «вполне достойным никакого молодого ученого, ни здесь, ни в других университетах импе-

---

[2] ЛГИА, ф. 14, оп. 2, ед. хр. 422, лл. 1—2 (донесение декана Э. Ленца в Совет университета 29 апреля 1860 г.).

[3] ЛГИА, ф. 14, оп. 2, ед. хр. 422, л. 5—5 об.

рии». . . и «не видит другого средства как допустить вышеуказанных ученых к чтению возлагаемых на них предметов в качестве частных преподавателей с оплатой каждому по 40 рублей в месяц, впредь до избрания адъюнкта по математике, назначая каждому из них по 3 лекции в неделю».[4]

В течение зимы 1860 г. Коркин закончил сдачу магистерских экзаменов. Сохранился ответ Коркина на экзамене по чистой математике.[5] Чебышев задал ему вопрос об особенных решениях дифференциальных уравнений и остался доволен ответом. Коркин дал определение особого решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка и рассказал об исследованиях Лагранжа, Пуассона и Коши по этому предмету. Профессор Сомов на экзамене по механике спросил Коркина о преобразовании переменных по способу Гамильтона в уравнениях движения системы точек и также остался «совершенно удовлетворен» ответом.[6]

11 декабря 1860 г. состоялась защита магистерской диссертации Коркина. Отзыв о диссертации «Об определении произвольных функций в интегралах уравнений с частными производными» был написан П. Л. Чебышевым. В нем говорилось:

«Рассуждение на степень магистра кандидата Коркина имеет предметом определение произвольных функций в интегралах уравнений с частными производными. Этот предмет чрезвычайно важен по своим приложениям в математической физике и обращал на себя особенное внимание знаменитейших геометров последнего столетия: Лагранжа, Лапласа, Фурье, Пуассона и Коши. Но, несмотря на усилия этих геометров, до сих пор определение произвольных функций остается в математике вопросом, наименее обработанным. Все, что сделано по этому предмету, заключается в частных формулах, которых приложение очень ограничено. Такие трудности представляет предмет, избранный г. Коркиным для магистерской диссертации. При изложении этого предмета он не ограничился объяснением частных способов и критикою их, но также обратил должное внимание на обоб-

---

[4] Там же, л. 7—7 об.
[5] Там же, оп. 3, ед. хр. 14709, лл. 74—77.
[6] Там же, лл. 69—73.

щение этих способов. В этой отрасли чистого анализа особенную важность представляет известная формула Фурье; г. Коркин в своей диссертации показывает определение формулы более общей, откуда получается формула Фурье как частный случай. Основываясь на этой формуле, автор показывает, как определяются произвольные функции в интеграле уравнений, особенно замечательных по своим приложениям. Начало, принятое автором при определении этих функций, представляет то важное преимущество, что оно избавляет от необходимости допускать предварительно возможность выражать искомый интеграл тем или другим рядом. Вместе с тем устраняется надобность в исследовании свойств корней трансцендентных уравнений, что нередко представляет большие затруднения.

Из вышесказанного видно, что диссертация г. Коркина имеет предметом своим отрасль математики, особенно трудную и особенно важную по своим приложениям, и что в изложении его у автора виден самостоятельный взгляд на методы, употребляемые здесь. На основании этого должно признать диссертацию г. Коркина удовлетворительной для получения степени магистра».[7]

Другим оппонентом Коркина был профессор О. И. Сомов. Защита диссертации прошла успешно. 15 марта 1861 г. Коркин был утвержден в звании магистра. 10 апреля 1861 г. факультет приступил к избранию адъюнкта на кафедру чистой математики. Шперлинг просил не считать его кандидатом на эту кафедру (он был назначен с 9 мая исправляющим должность профессора в Ришельевском лицее). П. Л. Чебышев обратился на этом заседании в факультет с представлением, указывая на отличные знания и способности к преподаванию магистра Коркина. Приводим этот документ полностью.

«В физико-математический факультет имп. С.-Петербургского университета

Представление.

Магистр Коркин, будучи еще студентом в нашем факультете, занимался математикою с особенным успехом, и за сочинение по кафедре Чистой математики на тему *О наибольших и наименьших вели-*

---

[7] Там же, ед. хр. 14700, лл. 77—78. Опубликован в ПСС П. Л. Чебышева (т. 5, стр. 294, 295).

чинах был награжден золотой медалью. Это сочинение г. Коркина и лестный отзыв о нем бывшего Профессора, а ныне Почетного члена нашего университета Виктора Яковлевича Буняковского напечатаны в I томе Сборника, изданного нашими студентами. Прошлого года г. Коркин подвергался испытаниям на степень магистра математики, причем показал особенно обстоятельные сведения в математических науках. В заключение этого экзамена он представил и защитил с полным успехом диссертацию по одному из труднейших предметов высшей математики: определение произвольных функций в интегралах уравнений с частными производными. В октябре прошлого года по представлению университета г. министр утвердил временными преподавателями математики гг. Шперлинга и Коркина, с тем чтобы через шесть месяцев был выбран адъюнкт по этому предмету. Принимая в соображение близость этого срока и в то же время, что магистр Коркин, отличившийся знаниями математическими, оказал также способности к преподаванию, в чем я имел случай убедиться на опыте, я имею честь ходатайствовать об избрании его в адъюнкты по кафедре чистой математики, на место, которое по предписанию г. министра не может долее оставаться вакантным.

П. Чебышев.»[8]

Ходатайство Чебышева было удовлетворено. 8 мая Коркин был единогласно избран адъюнктом в Совете университета и тогда же утвержден в этой должности. Незадолго до этого, 5 февраля 1861 г., он уволился из 1-го кадетского корпуса. Говоря о педагогической деятельности А. Н. Коркина, следует упомянуть о том, что в 1871/72 г. Коркин читал по совместительству в Технологическом институте аналитическую геометрию и высшую алгебру.

Коркин был утвержден также членом Комитета при Петербургском университете для испытания лиц, желающих получить звание домашнего учителя или учительницы на 1861/62 учебный год.

---

[8] Там же, ед. хр. 422, лл. 15—16. Представление написано 7 апреля 1861.

Переход А. Н. Коркина в университет совпал со временем студенческих волнений, когда в мае 1861 г. были утверждены новые правила для студентов. Как известно, крестьянская реформа 1861 г. обманула ожидания крестьян. Поднялись крестьянские бунты по всей России. Волнения, вызванные реформой, охватывали все более широкие круги общества, в том числе и студенчество. Правительство принимало меры для борьбы с этим движением. Одной из таких мер было введение новых правил для студентов, запрещавших всякие сходки без разрешения начальства и объяснения с начальством «через депутатов или сборищем». Эти правила существенно затрагивали материальное положение студентов: разрешалось освобождать от платы за обучение только по 2 студента от каждой губернии, входящей в состав учебного округа. По этому правилу могли быть освобождены от платы только 12 человек в Петербургском университете и 18 в Московском. Это было равносильно изгнанию из университетов всех представителей передовой разночинной молодежи. Усиливался надзор за студентами и устанавливались для них более суровые меры взыскания. В июле 1861 г. новый министр народного просвещения граф Путятин ввел матрикулы и студенческие билеты, для того чтобы в университет не могли проникнуть посторонние слушатели; фактически ликвидировались студенческие организации.

Вернувшиеся после каникул студенты столкнулись с новыми порядками. В первый же день занятий — 18 сентября — начались сходки и демонстрации. Студенты решили новым правилам не подчиняться и матрикулов и билетов не брать. Многих студентов арестовали. На шумных сходках студенты требовали освобождения арестованных. Конные жандармы нагайками разгоняли собравшихся. Начались новые аресты, нижний этаж университета заняли солдаты.

20 декабря 1861 г. Петербургский университет «по высочайшему повелению» был закрыт «вплоть до пересмотра университетского устава», а преподаватели приказом управляющего Министерством народного просвещения причислены к Министерству с сохранением содержания по университету и прав по учебной части. Через два месяца после закрытия университета в Министерстве было принято решение отправить молодых ученых за

границу в научную командировку. Вероятно, оно было продиктовано желанием изолировать на время беспорядков студенческую и преподавательскую молодежь друг от друга.

Таким образом, 12 мая 1862 г. А. Коркин, М. Авенариус, А. Ильин, А. Бессель и другие были командированы за границу «с ученой целью для приготовления к профессорскому званию».

Глава 2

В ЗАГРАНИЧНОЙ НАУЧНОЙ КОМАНДИРОВКЕ

Перед отъездом из России Коркина, как и других командированных, ознакомили с условиями поездки. Условия были следующие:

«1) Командированные должны пробыть за границей от двух до трех лет, занимаясь в университетах по своему усмотрению.

2) Во время пребывания за границей с ученой целью назначается Министерством народного просвещения содержания до 1600 рублей в год.

3) Командированные обязываются о своих занятиях и местопребывании доносить каждые три месяца Департаменту народного просвещения, который по получении сих донесений будет высылать следующие к выдаче по командировке деньги на 3 месяца вперед.

4) Независимо от присылки отчетов о своих занятиях в Департамент народного просвещения поставляется в обязанность каждого лица, командированного с ученой целью за границу, являться по временам за границей к тайному советнику Пирогову,[1] сообщать ему о своих трудах и занятиях, пользоваться его советами и указаниями и вообще действовать по его наставлениям.

5) Воспользовавшийся пособием от Правительства обязывается прослужить по ведомству Министерства народного просвещения в столицах и губерниях, где Министерство пожелает, по расчету двух лет за каждый год пребывания за границей.

6) Командируемые лица или желающие получить такие командировки должны иметь в виду, что кафедры

[1] Н. И. Пирогов, известный хирург.

профессора будут на будущее предоставляемы только лицам, имеющим звание доктора по удостоению одним из российских университетов».[2]

Внизу на экземпляре условий подпись: «На вышеозначенные условия согласен. А. Коркин».

Из России Коркин отправился в Париж, куда прибыл в конце июня 1862 г. К этому времени чтение курсов в Сорбонне и в Коллеж де Франс уже закончилось. Поэтому он занялся самостоятельным изучением теории интегрирования дифференциальных уравнений с частными производными и приложений ее к задачам математической физики.

В первом отчете из Парижа (5 августа 1862 г.) Коркин сообщал, что выбрал тему о равновесии температур в эллипсоиде и вообще в телах, ограниченных поверхностями второго порядка, желая дополнить решение основного пункта этого вопроса для эллипсоида с тремя неравными осями, которое было дано в 1839 г. французским математиком Ламе. Так как это было связано с теорией эллиптических функций, Коркину пришлось изучать сочинения Абеля, Якоби и незадолго до этого вышедшее сочинение Брио и Буке.[3]

Осенью 1862 г. было объявлено о начале чтения курсов в Сорбонне на факультете математических и естественных наук. Шаль должен был читать высшую геометрию, Дюгамель — высшую алгебру и начала исчисления бесконечно малых (читал он в действительности только второе), Лиувилль — рациональную механику, Лефебюр де Фурси — дифференциальное и интегральное исчисление, Ламе — теорию вероятностей.

Коркин, убедившись, что содержание этих курсов (читавшихся известными французскими учеными) соответствовало курсам русских университетов, решил, что слушание их может быть полезно только в «педагогическом отношении», т. е. в отношении методики чтения. «Так как в научном отношении эти курсы не представляют ничего нового, то я ограничусь посещением нескольких лекций каждого из профессоров . . . слушание же пол-

---

[2] ЦГИАЛ, ф. 733, оп. 5, ед. хр. 221, л. 2.

[3] Briot et Bouquet. Traité des fonctions doublement périodiques et en particulier des fonctions elliptiques. Paris, 1859.

ных курсов отняло бы много времени, не принося существенной пользы», — писал он в одном из отчетов.[4]

24 ноября начались лекции в Сорбонне, а 1-го декабря — в Коллеж де Франс. Здесь читали Лиувилль и Бертран, лекции которых подробно и интересно освещали отдельные проблемы математики. Коркин охотно их посещал.

Лиувилль начал свой курс с доказательства существования корня алгебраического уравнения и вопросов, относящихся к этому. Он дал критический анализ замечательных исследований Лапласа, Гаусса, Штурма, Коши и своих работ, «развивая все следствия, вытекающие из того или другого образа воззрения на предмет».

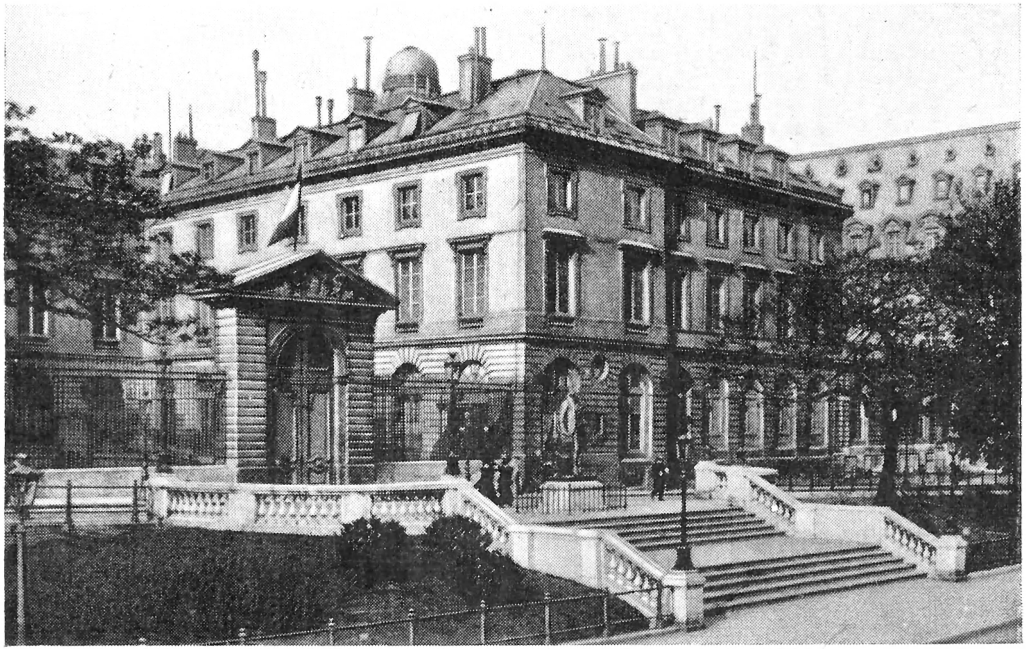
Бертран читал теорию интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка с частными производными. Этот вопрос особенно заинтересовал Коркина, уже изучавшего теорию уравнений в частных производных и ее приложения. Бертран начал лекции с изложения результатов, содержащихся в работе знаменитого берлинского математика Якоби [83].

«Сочинение это, с которым я познакомился будучи еще в России, составляет одно из самых важных явлений в математической литературе последних лет», — пишет в отчете Коркин и продолжает: «Судя по некоторым выпискам, в нем находящимся, можно заключить, что оно написано в конце 1838 года. Кроме результатов уже известных, которые Якоби доказывает с особенным изяществом, отличающим его приемы, он дает в своем сочинении методу, совершенно новую, приводящую к весьма замечательным заключениям. Здесь в первый раз решается задача, до сих пор считавшаяся весьма трудною, о нахождении общего решения двух или нескольких уравнений первого порядка с частными производными. Хотя Якоби прилагает свою методу к уравнениям особенно простого вида и линейным относительно частных производных неизвестной функции, но немного нужно прибавить, чтобы отнести его к каким угодно уравнениям первого порядка».[5]

---

[4] ЖМНП, ч. CXVII, 1863, отд. 2, стр. 58—59 (Отчет 18/5 декабря 1862 г.).

[5] ЖМНП, ч. CXVIII, 1863, отд. 2, стр. 89—92 (Отчет 21 февраля 1863 г.), стр. 91.



Коллеж де Франс.

Изучая метод Якоби и применяя его к частным случаям, Коркин заметил, что по крайней мере во многих частных случаях можно значительно уменьшить число интегралов, требуемых методом Якоби. В общем случае ему встретились трудности, которых он тогда еще не преодолел.

Бертран изложил основные результаты Якоби и привел свои результаты в этом направлении. Он разобрал и другие способы интегрирования таких уравнений: Лагранжа, Пфаффа, Коши и методы более ранних работ Якоби. Эти лекции Бертрана были вскоре изданы [36].

Проведя в Париже около года в напряженном труде, Коркин решил, что цель его научной командировки достигнута и послал министру прошение, в котором писал:

> «Будучи принужден домашними обстоятельствами возвратиться в Россию, я имею честь покорнейше просить Ваше превосходительство о разрешении мне сего возвращения в мае текущего 1863 года по прошествии годичного срока со времени пребывания моего за границею.
>
> *А. Коркин*, Париж, 21 марта 1863 г.».[6]

Получив разрешение, Коркин приехал в Петербург и 18 мая доложил о возвращении из заграничной командировки и представил свой заграничный паспорт во Временную комиссию, учрежденную для управления С.-Петербургским университетом. В Министерстве просвещения Коркину разъяснили, что в случае, если он хочет остаться в России, то должен возвратить Министерству народного просвещения полученные им за год деньги. Так как денег у А. Н. Коркина не было, ему пришлось снова ехать за границу, написав предварительно объяснительную записку, текст которой приводится ниже.

> «Докладная записка адъюнкта имп. С.-Петербургского университета Коркина.
>
> Возвратившись из-за границы с разрешения Вашего Высокопревосходительства, я считаю своим долгом почтительнейше доложить о причинах, побудивших меня к возвращению.

[6] ЦГИАЛ, ф. 733, оп. 5, ед. хр. 221, л. 24. Дело Департамента народного просвещения.

До моей командировки за границу я преподавал математику в С.-Петербургском университете в продолжение двух лет в должности адъюнкта и, сколько я мог судить по отзывам членов Математического факультета, преподаванием моим факультет остался доволен. Желая быть полезным в своей должности, я воспользовался предложением Вашего Высокопревосходительства и отправился за границу частью для личного знакомства с иностранными геометрами, руководство которых послужило мне к более глубокому изучению науки, частью для ознакомления с методами преподавания и способами изложения различных отраслей математики. С этой целью я выбрал Сорбонну и Collège de France в Париже, как заведения, соединяющие наибольшее число имен, знаменитых в науке. Там, занимаясь под руководством Лиувилля и Бертрана, я старался добросовестно исполнять обязанности, на меня возложенные, насколько позволяли мои силы и способности, и в доказательство могу привести один из результатов моих работ, статью об интегрировании уравнений с частными дифференциалами, где я излагаю мои изыскания по этому предмету. Она была написана мною в Париже и теперь я готовлю ее к печати в одном из ученых математических журналов.

Я осмеливаюсь думать, что занятия мои в продолжение года за границей дали мне возможность достичь цели моей командировки. Этому способствовали двухлетнее преподавание в университете и сопряженные с ним постоянные занятия наукой. По этой причине я не считал возвращение мое уклонением от своих обязанностей и, думая принести преподаванием более пользы, нежели дальнейшими занятиями за границею, я имел честь покорнейше просить Ваше Высокопревосходительство о разрешении мне возвратиться в Россию с целью вступить в должность, прежде мною занимаемую. . .

Осмеливаясь прибегнуть к Вашему Высокопревосходительству с покорнейшею просьбою удостоить благосклонным вниманием причины моего возвращения и освободить меня от уплаты упомянутой суммы, я имею честь почтительнейше доложить, что совершенно готов исполнить приказание Вашего

Высокопревосходительства, если мое дальнейшее пребывание за границею Ваше Высокопревосходительство изволите найти необходимым.

Адъюнкт *А. Коркин*. 29 мая 1863 г.».[7]

Вскоре с новым заграничным паспортом Александр Коркин на этот раз едет в Берлин, где знакомится с методами преподавания немецких математиков. Хотя он и опоздал к началу семестра, но сумел познакомиться с лекциями профессоров Берлинского университета по конспектам других слушателей; в частности его заинтересовали лекции Куммера по теории деления круга. В своем курсе Куммер излагал содержание сочинений об идеальных числах, давал приложение своей теории идеальных чисел к делению круга и, кроме того, читал теорию поверхностей.

В своем отчете Коркин отмечал, что Куммер не включил в курс лекций своих исследований, связанных с законом взаимности и с последней теоремой Ферма. А эти-то вопросы особенно интересовали Коркина.

Введение в теорию абелевых функций и приложения эллиптических функций, продолжая лекции, начатые в прошлом семестре, читал Карл Вейерштрасс. Коркину нравились эти лекции оригинальностью метода, изяществом и простотой изложения. Коркин характеризовал Вейерштрасса как одного из главных деятелей в области теории аналитических функций. В своем курсе Вейерштрасс останавливался на приложениях эллиптических функций к делению лемнискаты, к определению геодезических линий на эллипсоиде вращения и к вращательному движению твердого тела около неподвижной точки.

Будучи хорошо знаком с этим кругом вопросов, Коркин сообщал в отчете, что вопрос, рассмотренный Вейерштрассом в работе 1856 г. [37], был затем изучен Риманом, «который совершенно другим путем доказал результаты, известные прежде, и сделал весьма важные новые открытия».[8]

Во время каникул Коркин занимался в основном интегрированием дифференциальных уравнений с ча-

---

[7] Там же, л. 29—29 об.

[8] ЖМНП, ч. CXX, отд. 2, стр. 71—73 (Отчет о занятиях от 23 мая по 23 августа 1863 г.).

стными производными. Особенно его заинтересовала задача найти некоторые отношения между интегралами уравнений первого порядка, линейных относительно частных производных неизвестной функции. Он приводит в своей формулировке теорему Пуассона, позволяющую по двум известным интегралам уравнения найти третий, и дает ее обобщение. В отчете 1 декабря 1863 г. Коркин излагает полученные им результаты. При этом он указывает, что для всех предыдущих результатов он имеет строгие доказательства, которые намерен впоследствии опубликовать.[9]

В следующем семестре Коркин посещает лекции Кронекера о приложениях анализа бесконечно малых к теории квадратичных форм и лекции Куммера о гипергеометрическом ряде, в которых тот излагал содержание своего мемуара.[10]

В отчете говорится: «Особенный интерес имеют лекции Кронекера о приложениях анализа бесконечно малых к теории квадратичных форм как по оригинальности его приемов, так и по сущности самого предмета, показывающего связь между двумя, по-видимому, весьма отдаленными частями анализа: интегральным исчислением и теорией чисел». [11]

Придерживаясь названий и обозначений Гаусса, Кронекер показал разделение форм на классы и классов на порядки. Потом он решил вопрос об эквивалентности и нашел число классов для форм, приводимых к двум видам $(a, 0, c)$ и $(2b, b, c)$. После этого он приступил к решению главнейших вопросов относительно любых двойничных квадратичных форм. «Не прибегая ни к формам приведенным, ни к разложению корней квадратного уравнения в непрерывную дробь, он доказал, что число классов для данного определителя D всегда конечное и что уравнение $t^2-Du^2=1$ при положительном D имеет бесконечное множество решений в целых числах относительно t и u».[12]

---

[9] Там же, стр. 72—73.

[10] ЖМНП, ч. CXXI, отд. 2, стр. 121—125 (Отчет о занятиях от 23 августа по 23 ноября 1863 г.).

[11] ЖМНП, ч. CXXII, отд. 2, стр. 515—521 (Отчет о занятиях с 23 ноября по 1 апреля 1863 г.).

[12] Там же, стр. 515—521.

Далее Кронекер доказал, что для решения вопроса об эквивалентности двух данных форм требуется конечное число действий. После этих приготовлений Кронекер приступил к главному предмету своих лекций — счету классов. Эту трудную задачу, писал Коркин, решил в первый раз Дирихле [38], один из замечательнейших последователей Гаусса.

Коркин излагает и поясняет основную идею этого сочинения Дирихле, показывая глубокое знание метода Дирихле, применившего вслед за Эйлером анализ в теории чисел. Кронекер усовершенствовал это доказательство. Свой интересный курс Кронекер закончил решением трех вопросов, поставленных Гауссом: 1) сравнение числа классов форм одного и того же определителя в различных случаях и сравнение того же числа классов при различных определителях; 2) определение числа классов форм, которые представляют полный квадрат; 3) определение числа родов, на которые разделяются классы при данном определителе.

Сам Коркин, занимаясь интегрированием дифференциальных уравнений, нашел некоторые общие случаи, когда, зная один первый интеграл, можно посредством простых дифференцирований и алгебраических исключений получить другие интегралы. Всякое обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^n y}{dx^n} = f\left(x,\ y,\ \frac{dy}{dx},\ \frac{d^2 y}{dx^2},\ \ldots,\ \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}\right)$$

можно преобразовать при помощи одного его первого интеграла в другое того же порядка. Общий интеграл преобразованного уравнения дает общий интеграл данного уравнения без всяких новых интеграций. Достаточно знать один первый интеграл преобразованного уравнения для получения других посредством дифференцирования. Позднее Коркин сообщил о своих исследованиях по интегрированию систем дифференциальных уравнений. Он указал, что всякая система посредством одного из своих интегралов может быть преобразована в другую, принадлежащую определенному указанному классу, причем число переменных в обеих системах одно и то же. Интегрирование новой системы производится посредством простых алгебраических исключений и преобразований.

В сентябре 1864 г. Коркин вернулся в Петербург и приступил к чтению лекций в университете. Таким образом, научную заграничную командировку Коркин использовал главным образом для самостоятельной работы — исследований по теории дифференциальных уравнений в частных производных, подготовив статьи по этому предмету. Кроме того, он ознакомился с методикой изложения основных университетских курсов во Франции, узнал и послушал виднейших математиков того времени.

Глава 3

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

а. Полвека в С.-Петербургском университете

Много перемен произошло в университете за время отсутствия А. Н. Коркина. Петербургский университет оставался закрытым до августа 1863 г. Правда, с 1 февраля 1862 г. начал действовать новый восточный факультет, а осенью того же года приступил к работе физико-математический. Делами университета в это время управляла Временная комиссия под председательством П. А. Плетнева. В это же время происходило обсуждение проекта нового Устава для университетов [34], [35]. В обсуждении участвовали русские и иностранные профессора. Статьи по поводу Устава печатались в газетах. Новый Устав [34] закрепил жесткие правила для студентов, за которыми и в университете и за его стенами устанавливался строгий надзор. В первом случае его осуществлял инспектор с помощниками, а во втором — полиция. О проступках студентов полиция должна была немедленно сообщать университетскому начальству. Помощникам инспектора вменялось в обязанность присутствовать на всех публичных собраниях и сходках студентов.

Для разбора дел о нарушении порядка в здании университета, о столкновениях между студентами и преподавателями или другими должностными лицами учреждался университетский суд из профессоров в составе трех судей и трех кандидатов. Состав суда утверждался попечителем. В университетский суд Коркин неоднократно избирался в качестве кандидата.

С другой стороны, новый устав предоставлял некоторые права Совету и факультетским собраниям. Профессора могли читать курсы по собственным программам, утвержденным факультетом, предлагать на утверждение факультета нужное им для лекций число часов. Разрешались командировки за границу за казенный счет. Были увеличены средства на оборудование лабораторий и кабинетов. Разрешалось создавать ученые общества. Были увеличены оклады профессоров и преподавателей. Штатными должностями в университетах объявлялись должности ординарного и экстраординарного профессора, доцента и лектора иностранных языков. Внештатной считалась должность приват-доцента.

Факультетские собрания избирали деканов и секретарей на три года. Совет избирал из числа ординарных профессоров ректора на четыре года. Утверждал его попечитель.

Когда впоследствии, в 80-е годы, встал вопрос об изменении Устава 1863 г., передовые профессора высказывались против этого изменения. А. Н. Коркин писал, например: «Что касается лично меня, то я не вижу необходимости в изменении устава 1863 г., так как (указанные) вопросы получили уже наилучшее разрешение в этом Уставе. . . Я увидел, что является мысль ограничить деятельность Совета, относящуюся к выбору профессоров, свободу преподавания и свободу слушания и приблизить настоящее состояние университетов к состоянию высших школ. Такого рода изменения противоречат основаниям Устава 1863 года, и я полагаю, что они имели бы самое вредное влияние на развитие и судьбу науки в России. (Условия, в какие поставлена наука в России, нельзя назвать благоприятными). Для успешного ее развития необходимо большое число основательных ученых».[1]

На физико-математическом факультете преподавали те же профессора, что и в годы студенчества Коркина, а его самого в период командировки заменял временный преподаватель Я. Я. Цветков. Вернувшись на родину, Коркин приступил к чтению прежних своих курсов лекций. На первом курсе он читал аналитическую геометрию и сферическую тригонометрию, начертательную геометрию;

---

[1] ААН (Л), ф. 101, оп. 1, ед. хр. 10, лл. 31—31 об., 34—35.

на втором курсе — высшую алгебру и интегральное исчисление.

В 1866/67 г. Коркин добавил одну лекцию по высшей алгебре в неделю на 2-м курсе. По новому уставу Коркин занимал теперь должность доцента. Студенты отлично выдерживали экзамены по его предметам.

Сохранились программы курсов, читанных Коркиным, и литографированные курсы его лекций. Краткое содержание некоторых из этих курсов приводится ниже.

В курсе высшей алгебры [2] Коркиным рассматривался вопрос о существовании корня в алгебраическом уравнении, вопросы о числе корней и их отделении. Излагались способы Штурма, Фурье, Лагранжа для отделения корней. Давались основные теоремы о непрерывных дробях. Говорилось о симметрических функциях корней алгебраического уравнения, об исключении неизвестной из двух уравнений с двумя неизвестными посредством симметрических функций. Много места в курсе Коркина уделялось решению двучленных уравнений в тригонометрических функциях и решению в радикалах. Затем излагалась теория решения абелевых уравнений простых и сложных степеней и решение уравнений третьей и четвертой степени.

Курс интегрального исчисления [3] включал теорию определенных и неопределенных интегралов, методы приближенного интегрирования, в частности метод разложения интеграла в непрерывную дробь. Излагалось дифференцирование интегралов по параметру и применение этого метода к вычислению некоторых интегралов. Заканчивался курс приложениями интегрального исчисления, среди которых были и приложения, связанные с вычислением двойных и тройных интегралов.

23 декабря 1867 г. А. Н. Коркин защитил докторскую диссертацию «О совокупных уравнениях с частными производными 1-го порядка и некоторых вопросах механики». Оппонентами были ординарные профессора О. И. Сомов и П. Л. Чебышев. 13 мая 1868 г. Коркин был утвержден экстраординарным профессором по кафедре чистой математики. Летом 1869 г. он ездил в заграничную командировку «для помещения в одном из ученых математических журналов своего сочинения [4, К], так же как для

---

[2] ЛГИА, ф. 14, оп. 1, ед. хр. 14763, л. 13—13 об.

[3] Там же, ед. хр. 6066, лл. 85—86.

(посещения) некоторых заграничных ученых. . .»[4] По словам самого А. Н. Коркина, в главных чертах докторская диссертация была им подготовлена в период его первой заграничной командировки в 1863—1864 гг.[5]

Крупным событием в жизни Петербургского университета, совпавшим с первым десятилетием работы Коркина, было торжественное празднование 50-летия Петербургского университета в феврале 1869 г.

В газетах подробно описывались торжества по случаю этого юбилея. Профессор В. В. Григорьев подготовил к этому времени книгу о Петербургском университете [39], где говорилось и о Коркине: «С 1861 г. богатый великолепными математиками университет наш принял к себе еще молодое и сильное дарование по этой части: определен был адъюнктом по чистой математике. . . Коркин (Александр Николаевич)» [39, стр. 185—186].

В 1873 г. Коркин был избран ординарным профессором, а через 3 года (после смерти профессора Сомова) произошло перераспределение курсов читаемых на физико-математическом факультете. С 1876 г. А. Н. Коркин стал читать курсы высшей алгебры, дифференциального исчисления и интегрирования функций. Их он читал до оставления университета профессором П. Л. Чебышевым, т. е. до 1882 г. С этого года он взял на себя чтение второй части интегрального исчисления — «Интегрирование дифференциальных уравнений и вариационное исчисление». Этот курс лекций А. Н. Коркина был издан студентами в 1903 г. литографским способом [31, К].

Лекции отличались оригинальным построением и изложением материала, так как Коркин был специалистом в области теории интегрирования дифференциальных уравнений и прекрасным педагогом. И с научной и с методической точки зрения этот курс заслуживает подробного рассмотрения.

Лекции Коркина начинаются введением, в котором автор выводит условия интегрируемости функций более чем одной переменной. Сейчас эти условия называют необходимыми и достаточными условиями полного дифференциала. Сначала рассмотрен случай функции от двух, а потом от n переменных. Затем следует раздел «Интегри-

---

[4] Там же, оп. 2, ед. хр. 422, л. 78.

[5] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, ед. хр. 114, лл. 237—238 об.

рование дифференциальных уравнений». В нем Коркин дает определения дифференциального уравнения, обыкновенного и в частных производных, и понятие интегрирования уравнения, сопровождая определения примерами. В примерах после отыскания решения делается проверка. Затем Коркин обращается к изучению обыкновенных дифференциальных уравнений. Следующий раздел посвящен интегрированию дифференциальных уравнений при помощи рядов. При этом автор поясняет, что «число классов дифференциальных уравнений, интегрирование которых приводится к квадратурам, весьма ограничено. В большинстве случаев приходится довольствоваться возможностью найти решение дифференциального уравнения по приближению. Один из самых употребительных способов, прилагаемых в этих случаях, есть разложение функции, удовлетворяющей данному уравнению, в ряд. Форма разложения может быть различной, смотря по свойствам предложенного уравнения» [31, К].

Для разложения общего интеграла заданного уравнения в ряд по целым и возрастающим степеням разности $(x - a)$ используется формула Тейлора. Значения производных функции в точке a подставляются в формулу или в ряд Тейлора и получается искомое разложение общего интеграла. Число a выбирается так, чтобы ряд был сходящимся. После этого определяются понятие решения дифференциального уравнения, понятия частного и особенного решения. Излагается способ отыскания особых решений с помощью общего интеграла. Рассматриваются главнейшие классы дифференциальных уравнений, общие интегралы которых получаются без помощи рядов: уравнения в полных дифференциалах, с разделяющимися переменными, уравнения, в которых отсутствует одна из переменных, линейные, приводимые к линейным, однородные и приводимые к однородным, уравнения вида $Mdx+Ndy+P\,(xdy+ydx)=0$, где M, N — однородные функции от x одной и той же степени m, а P — однородная функция от x и y некоторой другой степени n. Затем говорится об уравнениях вида

$$y = xy' + F\,(x^n \cdot \varphi\,(y')).$$

После этого Коркин переходил к интегрированию дифференциальных уравнений с помощью интегрирующего множителя. Он называл этот способ способом Эйлера.

В качестве примеров определяются интегрирующие множители («множители Эйлера») для линейного и однородного уравнений. Показано, как найти особые решения уравнений 1-го порядка, если известен общий интеграл. Затем выясняется геометрическое значение общего интеграла и особенных решений, дается способ нахождения особых решений без помощи общего интеграла. Подробно излагается задача о траекториях.

При описании различных видов уравнений высших порядков способ изменения произвольных постоянных Лагранжа применен для отыскания особых решений. После этого рассматриваются линейные однородные и неоднородные уравнения, в частном случае — с постоянными коэффициентами.

Особенно интересен раздел «Интегрирование совокупных уравнений», в котором дается решение систем дифференциальных уравнений. Коркин показывает, что всякая система уравнений, в которой число уравнений равно числу неизвестных функций, в них содержащихся, может быть заменена другой, где все уравнения будут первого порядка и число неизвестных будет равно числу уравнений. Для этого за новые переменные принимают производные старых переменных до самого высшего порядка. Доказаны теоремы о системах. Отдельно исследовано интегрирование линейных систем и таких же систем с постоянными коэффициентами. В конце раздела дается способ Даламбера для интегрирования систем линейных уравнений и на примерах сравнивается со способом Коркина.

Подробно изучив вопрос об интегрировании систем уравнений, Коркин переходит к новому разделу — интегрированию уравнений с частными производными. «Мы не можем сказать, вообще говоря, существует ли общий интеграл уравнения с частными производными. Ограничимся в этой мало исследованной области уравнениями первого порядка; из них мы рассмотрим простейший случай, а именно: уравнения первого порядка, линейные относительно производных неизвестной функции», — так начинает этот раздел Коркин [31, К, стр. 287].

Далее доказываются теоремы общего характера, затем изучаются уравнения, линейные относительно частных производных. Теория этих уравнений изложена подробно, все необходимые утверждения строго доказываются. Полученные результаты сразу же поясняются примерами. В разделе о поверхностях Коркин выводит дифференциальные уравнения цилиндрических и конических поверхностей, поверхностей вращения.

В тот же курс «Интегрирование дифференциальных уравнений и вариационное исчисление» [31, К] включены лекции Коркина по вариационному исчислению (стр. 323—371). Вариационное исчисление определено им как совокупность способов находить наибольшую и наименьшую величины определенных интегралов. Начинается этот раздел следующим образом:

«Представим себе, что на плоскости заданы две определенные линии K и L. В частном случае эти линии могут обратиться в точки (круг, радиус которого равен нулю; эллипс, у которого оси равны нулю). Возьмем на плоскости произвольную линию, которая пересекает кривую K в точке A, кривую L в точке B. Пусть уравнение линии AB есть $y=\varphi(x)$, где x и y суть координаты произвольной точки M на линии. Обозначим координаты точки A: x_0, y_0; точки B: x_1, y_1. Понятно, что $\varphi(x)$ есть совершенно произвольная функция, ибо сама линия AB совершенно произвольна. Положим теперь, что задана функция $f(x, y, y', \ldots, y^{(n)})$. Рассмотрим определенный интеграл

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x, y, y', \ldots, y^{(n)})\, dx. \tag{1}$$

Понятно, что если бы линия AMB была задана, значит функция в ее уравнении была бы задана, то этот интеграл (1) обращался бы в совершенно определенное число. Он был бы равен

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x, \varphi(x), \varphi'(x), \ldots, \varphi^{(n)}(x))\, dx, \tag{1'}$$

Но функция f задана по предположению и $\varphi(x)$ задана, ибо линия AMB задана. Следовательно, подынтегральное выражение есть заданная функция от x. Поэтому неопределенный интеграл

$$\int f(x, \varphi(x), \ldots, \varphi^{(n)}(x))\, dx$$

будет также некоторой функцией от x, например, $F(x)$. Тогда интеграл (1) будет равен $F(x_1) - F(x_0)$, где x_0, x_1 — заданные числа, абсциссы определенных точек A и B. Значит, интеграл (1) будет некоторое определенное число.

Итак, для каждой заданной линии AMB интеграл (1) есть определенное число. С изменением линии AMB будет меняться и это число.

Спрашивается: для какой линии это число будет наибольшим или наименьшим, иначе говоря, для какой функции $y=\varphi(x)$ интеграл (1) будет наибольшим или наименьшим. Итак, вопрос состоит в отыскании функции $\varphi(x)$ по условию, что она делает интеграл (1) maximum или minimum. В этом состоит отличие этого вопроса от вопросов дифференциального исчисления, касающихся наибольших и наименьших величин, ибо в этих последних вопросах вид функции не изменяется при исследовании. Мы постараемся, однако, свести рассмотрение вариационного исчисления на соответствующий вопрос дифференциального исчисления, хотя бы только мысленно, следующим образом» (31, К, стр. 323—324).

Дальше показывается подробно, как свести вопрос вариационного исчисления к задаче дифференциального исчисления.

Коркин вводит основные правила вариационного исчисления, а потом рассматривает классические задачи вариационного исчисления: кратчайшее расстояние между двумя точками поверхности, определение наименьшей поверхности вращения, задачу о кривой скорейшего спуска — брахистохроне, задачи об изопериметрах (как задачи об относительных экстремумах в вариационном исчислении).

Метод интегрирования систем дифференциальных уравнений, излагавшийся в литографированных лекциях Коркина, в 1937 г. послужил темой работы профессора Д. М. Синцова: «Про интегрування нормальных систем сукупних дифференціальных рівнянь (Спосіб Коркіна і схема Адамара)» [41]. Синцов устанавливает условия сходимости ряда, данного в лекциях Коркина, с помощью формулы для интеграла Коши (из теории функций комплексного переменного). Дальше с этим способом Коркина Синцов сравнивает схему Адамара [42], [43], который ставил своей целью упорядочение процесса отыскания интегрируемых комбинаций, и приходит к выводу о превосходстве способа Коркина.

В 1886 г. А. Н. Коркин был утвержден в звании заслуженного профессора, а в 1888 г. по выслуге 30 лет оставлен на службе после баллотирования, хотя и перемещен «за штат».

Кроме чтения лекций, в обязанности Коркина как профессора университета входило также присутствие на экзаменах и на защитах диссертаций, на заседаниях факультетского собрания и Совета университета, участие в защитах в качестве оппонента, написание отзывов о сочинениях студентов, представленных для получения медали, о диссертациях, в связи с баллотированием в доценты и профессора и пр. В течение почти пятидесятилетнего преподавания в университете Коркин написал множество таких отзывов, присутствовал почти на всех защитах по математическим дисциплинам. Ему принадлежат отзывы о трудах П. Л. Чебышева, Е. И. Золотарева, Ю. В. Сохоцкого, Д. А. Граве, С. П. Глазенапа, Б. М. Кояловича, К. А. Поссе, И. Л. Пташицкого, С. Е. Савича, М. А. Тихомандрицкого и др.

Имеются отзывы нескольких учеников А. Н. Коркина и о его преподавании в Петербургском университете. Приведем отрывки из «Записки о трудах ординарного профессора А. Н. Коркина», написанной Ю. В. Сохоцким.

«Труды Александра Николаевича по разным отделам математики давно доставили ему почетную известность между учеными как в России, так и в других странах Европы».

Далее Сохоцкий перечисляет важнейшие научные труды Коркина, отмечая новый метод решения систем дифференциальных уравнений, принадлежащий Коркину, и приложения этого метода к механике; решение замечательной по своей трудности задачи об интерполяции, работы, совместные с Золотаревым.

Говоря об их исследованиях по теории квадратичных форм, Сохоцкий замечает: «Изыскания подобного рода, какие находим в означенных мемуарах, считаются в науке весьма важными, но вместе с тем и чрезвычайно трудными. Первый шаг в этом направлении был сделан знаменитым Лагранжем, нашедшим точное выражение минимума для бинарных квадратичных форм; затем второй шаг сделал Гаусс, определивший точный минимум для тройничных форм. Что касается форм с большим числом переменных, то трудность вопроса удерживала математиков от их разработки.

Наши математики впервые предприняли целый ряд в высшей степени трудных исследований относительно минимумов форм с произвольным числом переменных, и работы их увенчались тем, что ими были найдены точные пределы минимумов для форм с четырьмя и пятью переменными. Эти неожиданные результаты возбудили живой интерес во многих ученых в Европе; работы наших математиков сделались предметом изучения и послужили толчком для новых исследований, а лестные отзывы известных математиков в Европе всегда будут служить доказательством той симпатии, какою пользовались за границей означенные труды».[6]

Переходя к преподавательской деятельности А. Н. Коркина, Сохоцкий говорит, что «в течение последних двадцати лет почти все главнейшие предметы на математическом отделении переходили через его руки. . . Замечательный такт и строгость в изложении придавали лекциям А. Н. особый интерес и ту жизнь, которыми отличаются лекции только лучших профессоров. Он обладает особенным умением справляться с вопросами, мало доступными для орального [7] изложения, и никогда не избегает трудностей; напротив, он более всего обращает на них внимание и самый трудный вопрос успевает сделать вполне доступным для своих слушателей. Такое отношение к преподаванию много способствует к пробуждению научного интереса в учащейся молодежи, немало повлияло на подъем математических познаний в нашем университете. Большая часть молодых выдающихся математиков в России принадлежит к числу бывших учеников А. Н. и в настоящее время к ним принадлежат почти все преподаватели нашего математического отделения».[8] Записка была составлена в связи с двадцатипятилетней преподавательской деятельностью Коркина.

Характеризуя Коркина как педагога, профессор К. А. Поссе писал о нем:

---

[6] Протоколы заседаний Совета имп. С.-Петербургского университета за II половину 1882/83 акад. года. СПб., 1884, стр. 53—56.

[7] Устного.

[8] Там же.

«В изложение читаемых им предметов, особенно по интегрированию уравнений, которое он читал с лишком 30 лет, Коркин влагал значительную долю творчества. Всякий, кто знаком с лекциями Коркина по интегрированию уравнений, знает, что ни в каком из печатных курсов по этому предмету, не только на русском, но и на иностранных языках нельзя найти того изложения, которого держался Коркин. В особенности оригинально и превосходно обработана у него статья о совокупных дифференциальных уравнениях и уравнениях в частных производных» [12, стр. 19].

Комментируя это высказывание Поссе, академик А. Н. Крылов говорит в «Кратком биографическом очерке А. Н. Коркина»: «К этим словам прибавлять нечего — разве лишь то, что ими с ясностью обнаруживается причина, почему ученики Коркина, сами становясь профессорами, придерживались методов изложения своего учителя, разносили их по всей России и создавали таким образом ту школу многих русских математиков, которая работает и поныне по традициям Коркина» [18, стр. 415].

б. В Морской академии

При Морском кадетском корпусе с 1827 г. существовали Офицерские классы с трехгодичным курсом обучения. В 1862 г. Офицерские классы были преобразованы в Академический курс морских наук из трех отделений: гидрографического, кораблестроительного и механического с двухгодичным курсом. Наконец, в 1877 г. Академический курс был переименован в Николаевскую морскую академию. Александр Николаевич Коркин преподавал в Николаевской морской академии с 1864 по 1900 год.

Все эти годы он читал в Академии курс дифференциального и интегрального исчисления, унаследованный им от проф. В. Я. Буняковского.

Вот что писал об А. Н. Коркине-преподавателе в очерке «Военно-морская академия» А. Н. Крылов: «Александр Николаевич Коркин. Как на русском, так и на иностранных языках существовало множество курсов дифференциального и интегрального исчисления, но Коркин не придерживался ни одного из них, и можно сказать, не столько читал, как диктовал свой совершенно оригинальный курс, отличавшийся особенною точностью определений, краткостью, естественностью и изяществом выводов всех формул, отсутствием той излишней щепетильности и строгости, которая не поясняет для техников, каковыми мы были, а затемняет дело, и которая необходима для математиков, изучающих математику как безукоризненную область логики, а не как орудие для практических приложений» [44, стр. 94].

Сохранились литографированные курсы и программы лекций А. Н. Коркина[9] по дифференциальному и интегральному исчислению, которые он читал в Академическом курсе морских наук и в Морской академии. Относятся эти записи к 1877—1878 и 1898—1900 гг. Кроме того, сохранились записи лекций Коркина, сделанные А. Н. Крыловым в 1888—1890 гг., в бытность его слушателем Морской академии.

Курс А. Н. Коркина [29, К] (1898—1900 гг.) начинался с введения в анализ. Здесь были сформулированы основные понятия математического анализа: переменной и постоянной величин, предела, бесконечно больших и бесконечно малых, теоремы о пределах и бесконечно малых, рассмотрены замечательные пределы. Давалась классификация функций, изучались функции от одной переменной, непрерывные и имеющие разрывы, и функции многих переменных. Затем А. Н. Коркин переходил к собственно дифференциальному исчислению.

В отличие от большинства современных курсов анализа для втузов Коркин сразу же вслед за производными и их свойствами для функции от одной переменной рассматривал производные функции многих переменных. Производные и дифференциалы высшего порядка также сначала были даны им для функции от одной, а затем от многих переменных. Рассматривая производные сложных функций для функций от одной и от нескольких переменных, Коркин останавливался на преобразовании координат в различных выражениях с частными производными (заменяя, например, прямоугольные координаты на полярные и т. д.).

---

[9] Лекции А. Н. Коркина. Программа лекций по дифференциальному и интегральному исчислению, читанных в продолжение двух последних лет, 1898—1900. ААН (Л), ф. 759, оп. 1, д. 399, лл. 3—6 об.

Интегральное исчисление [30, К] начиналось с геометрического представления определенного интеграла как площади криволинейной трапеции. Затем давалось понятие о неопределенном интеграле, а после этого — определение определенного интеграла как предела интегральных сумм. Далее рассматривалось дифференцирование определенного интеграла с переменными верхним и нижним пределами по этим пределам (основная теорема интегрального исчисления).

Среди свойств определенного интеграла давалась теорема о величине определенного интеграла, где подынтегральная функция разлагается на два множителя, один из которых сохраняет знак для всех величин переменной, лежащих в пределах интегрирования. Здесь же были рассмотрены интегралы от четной и нечетной функции по симметричному относительно начала координат промежутку.

После изложения основных свойств интеграла Коркин переходил к способам интегрирования и к интегрированию различных классов функций. Излагая теорему об интегрировании двучленных дифференциалов, Коркин указывал для таких интегралов выведенные им формулы приведения. Рассмотрев интегрирование различных видов функций, он давал формулу Тейлора с остаточным членом в виде определенного интеграла, а потом в форме Лагранжа и в форме Коши. Сразу после этого приводилась формула Тейлора для функции многих переменных.

На следующий год Коркин возвращался к дифференциальному исчислению. В первой теме рассматривались признаки возрастания и убывания функций и теория экстремумов, сначала для функций от одной, а затем от нескольких переменных. Подробно изучались условные экстремумы.

Следующей темой были геометрические приложения дифференциального и интегрального исчисления (вычисление длины дуги кривой, касательная и нормаль к плоской кривой, кривизна и радиус кривизны плоской кривой, эволюты). Затем вводились понятия первой и второй кривизны пространственных кривых и другие элементы дифференциальной геометрии.

Закончив эту тему, Коркин снова обращался к интегральному исчислению. Сюда он причислял тему «Ряды». Вслед за признаками сходимости положительных и знакочередующихся рядов, рассматривалось разложение функций в ряды при помощи теоремы Тейлора, дифференцирование и интегрирование рядов и приложение рядов к вычислению определенных интегралов, в том числе и несобственных. Видимо, из-за этих приложений Коркин и поместил эту тему в интегральное исчисление. Затем давались различные приложения определенного интеграла: к вычислению площадей, объемов, площадей поверхностей и пр.

Подробно изучались формулы приближенного интегрирования: Котеса, Гаусса, Эрмита, Андре, Чебышева.

При этом рассматривались и кратные интегралы с их приложением. Затем выводились необходимые и достаточные условия полного дифференциала для функций от двух и от многих переменных и Коркин переходил к теории дифференциальных уравнений. Здесь было меньше теории, чем в университетском курсе Коркина, не все теоремы доказывались. Особенно заметно было сокращение теоретического материала в последних разделах: о системах дифференциальных уравнений и об уравнениях с частными производными.

Кроме того, слушателям предлагалось самостоятельно изучить некоторые дополнительные разделы дифференциальной геометрии: теоремы Буке, Менье, Эйлера, линии кривизны и меру кривизны по Гауссу, выражение кривизны и главных радиусов кривизны в прямоугольных координатах.

В материалах фонда А. Н. Крылова хранятся также записанные им дополнительные лекции А. Н. Коркина: об уникурсальных уравнениях и кривых,[10] об абелевых интегралах.[11] По-видимому, эти разделы Коркин читал не всем слушателям, а желающим.

По свидетельству А. Н. Крылова, А. Н. Коркин читал в 1891 г. теорию уравнений в частных производных и отдельные разделы математической физики некоторым из своих учеников на квартире у профессора А. И. Садовского.[12] В своем большом печатном курсе «О некоторых

---

[10] ААН (Л), ф. 759, оп. 1, д. 399, лл. 423—430 об.

[11] Там же, лл. 431—435 об., 436—462. Об этих лекциях сообщила автору М. Н. Глаголева.

[12] Там же, лл. 473—477. «Metóда Коши интегрирования уравнений в частных производных первого порядка (сообщ. проф. А. Н. Коркиным 18 окт. 1898)».

дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложения в технических вопросах» [45] А. Н. Крылов писал:

«Эти лекции были мною тогда же тщательно записаны и редактированы, и я думаю, что в этих страницах ученики Александра Николаевича узнают ясность и сжатость изложения своего незабвенного учителя» [45, стр. 70].

Глава II книги Крылова была составлена без всяких изменений по лекциям Коркина и посвящена линейным уравнениям с частными производными высших порядков и с постоянными коэффициентами. В ней дан исторический очерк интегрирования дифференциальных уравнений с частными производными, говорится о работах Даламбера, Эйлера, Лапласа, Фурье, Пуассона. Подробно рассмотрены однородные линейные уравнения в частных производных. Используется формула Фурье (или интеграл Фурье, как ее теперь называют):

$$f(x)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty} d\alpha \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cos\alpha(x-\xi)\, f(\xi)\, d\xi =$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cos\alpha(x-\xi)\, f(\xi)\, d\xi.$$

Ее доказательство дано было Дирихле. Рассказано и о более поздних исследованиях по этим вопросам, формула Фурье распространена и на функции с любым числом переменных. Затем рассматриваются неоднородные уравнения, в частности уравнение Пуассона:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=a^2\Delta u.$$

Глава заканчивается указанием на то, что «профессор А. Н. Коркин ограничился лишь этой чисто математической стороною дела, причем все приведенное в этой главе было им изложено со всеми выкладками в течение трех вечеров» [45, стр. 108].

Третья глава курса А. Н. Крылова «Интегрирование линейных уравнений с частными производными при условиях для границ ограниченной среды» также связана с лекциями А. Н. Коркина. «Большая часть заключающегося в этой главе, — писал Крылов, — составляет также изложение этого предмета А. Н. Коркиным. Дело было так. В 1901 г. я попросил Александра Николаевича объяснить мне непонятное место в одном из мемуаров Пуассона, помещенных в 19-й тетради «Журнала Политехнической школы». Александр Николаевич не только в нескольких словах разъяснил то, что мне представлялось непонятным, но еще и прочел мне целую лекцию, в которой дал свое изложение методы Пуассона. В какой мере он владел этим предметом, читатель может судить по тому, что эта лекция, составляющая §§ 35, 36 и 37 этой главы, была им прочитана в ответ на мой вопрос, для Александра Николаевича неожиданный, немедленно, без всякой подготовки, причем Александр Николаевич почти не пользовался карандашом, который держал в руке, а лишь следя глазами за моей записью, продиктовал мне изложенное ниже со всеми выкладками и формулами» [45, стр. 109].

На стр. 126 Крылов продолжает: «Дав вышеприведенное изложение первой методы Пуассона интегрирования линейных дифференциальных уравнений с частными производными при граничных условиях, А. Н. Коркин рекомендовал применить эту методу к ряду примеров, решенных Пуассоном частью этой методой и относящихся к теории распространения тепла в пруте, которые мы изложим в V главе нашего курса, и относящихся к колебанию струны. Мы дадим здесь некоторые из этих примеров, чтобы из них еще подробнее выяснилась первая метода Пуассона».

В том же фонде хранится черновик письма А. Н. Коркина А. Х. Кригеру (начальнику Морской академии), в котором А. Н. Коркин предлагает на свое место в Морской академии своего ученика А. Н. Крылова:[13]

> «Милостивый государь Александр Христианович, имею честь доложить Вашему Превосходительству, что по расстроенному здоровью я не могу более продолжать преподавание в Николаевской морской академии. При этом долгом считаю указать на лицо, наиболее способное заместить меня в преподавании дифференциального и интегрального исчисления.

[13] А. Н. Крылов был зачислен слушателем Морской академии (кораблестроительное отделение) в сентябре 1888 г.

Алексей Николаевич Крылов в молодости (1863—1945).

Таким лицом я считаю одного из достойнейших и способнейших моих учеников Алексея Николаевича Крылова. Моряк по воспитанию, образованию и выбранной им специальности, бывший воспитанник Морской академии, Алексей Николаевич Крылов в состоянии более чем кто-либо оценить значение различных отделов преподаваемого предмета для специальных морских наук и сообразно с этим расширить или уменьшить их преподавание. Что касается ученых заслуг Алексея Николаевича, то замечу, что он успел себе составить в науке имя, известное не только у нас в России, но и за границей. Прилагая при сем список его ученых трудов, я должен заметить, что мемуар „A general theory of the oscillation of a ship on waves“ [14] математического характера признан ученым обществом кораблестроителей в Лондоне достойным золотой медали. Такая оценка показывает деятельность А. Н. Крылова с ученой стороны. Преподавательские же способности его известны Вашему превосходительству и Конференции по девятилетней его деятельности в Морской академии, где он ведет практические занятия по математике и механике и читает лекции по теории корабля».[15]

Известно, что Крылов, не довольствуясь курсом математики Морской академии, слушал также лекции в университете (А. Н. Коркина, А. А. Маркова и др.). Любовь и глубокое уважение к А. Н. Коркину сохранились у А. Н. Крылова навсегда. Именно благодаря его бережному отношению к рукописным материалам А. Н. Коркина мы имеем теперь возможность изучать научное и педагогическое творчество последнего.

Еще в 1918 г. А. Н. Крылов и В. А. Стеклов ставили вопрос о необходимости издания сочинений А. Н. Коркина наряду с сочинениями Н. И. Лобачевского и Е. И. Золотарева.

Глава 4

КОРКИН И ИМПЕРАТОРСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

После смерти Е. И. Золотарева в Академии наук открылась вакансия по прикладной математике. На заседании Физико-математического отделения Академии

---

[14] A general theory of the oscillation of a ship on waves. Trans. Inst. Nav. Archit., v. 40, 1898, pp. 135—190, 190—195, 195—196. Аннотация этой работы имеется в 12-м томе «Собрания трудов академика А. Н. Крылова» (ч. II, 1956, стр. 22—23). На русском языке она составляет 6-ю главу монографии А. Н. Крылова «Качка корабля» (1938) (Собр. трудов, т. II, стр. 183—250).

[15] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, д. 30, л. 165. Документ не датирован, но, вероятно, относится к 1900 г. (Е. О.).

10 октября 1879 г. было прочитано представление,[1] подписанное вице-президентом Академии В. Я. Буняковским и академиками П. Л. Чебышевым и А. Н. Савичем, об избрании ординарного профессора Петербургского университета А. Н. Коркина в адъюнкты Академии наук по чистой математике. В нем говорилось, что А. Н. Коркин своими трудами по математическому анализу давно приобрел известность и в России, и за границей. Упоминалось студенческое сочинение Коркина и отзыв о нем Буняковского и последующие сочинения Коркина. Говорилось о его работах по интегрированию дифференцильных уравнений в частных производных, хорошо известных в других странах и даже вошедших в курс Мансиона [57]. Говоря о совместных с Е. И. Золотаревым исследованиях А. Н. Коркина по теории квадратичных форм, «связавших навсегда имена г. Коркина и бывшего нашего сочлена Золотарева», авторы представления отмечали, что «работы эти. . . заключают в себе чрезвычайно важные результаты, найденные общими усилиями гг. Коркина и Золотарева. Насколько эти исследования своим успехом обязаны собственно г. Коркину, можно видеть, сравнивая их с тем, что прежде было предложено г. Золотаревым в его магистерской диссертации «Об одном неопределенном уравнении 3-й степени» и что подверглось сильным возражениям г. Коркина на публичном диспуте. Высказанные при этом воззрения г. Коркина послужили основанием для изысканий относительно квадратичных форм, произведенных общими силами наших двух математиков, и сделавших их имена одинаково известными и за границею и у нас».[2]

На заседании 24 октября 1878 г. происходило баллотирование А. Н. Коркина в адъюнкты по чистой математике. Для избрания требовалось набрать две трети голосов из 17. Коркин получил 9 голосов за и 8 против и в результате оказался неизбранным.

Спустя год примерно таким же количеством шаров был забаллотирован Д. И. Менделеев (9 за, 10 против). По-видимому, за Коркина голосовали Чебышев, Буняковский, Овсянников, Зинин, Кокшаров, Савич, Мак-

[1] Приложение к § 192 протокола Физико-математического отделения имп. Академии наук 10 октября 1878 г. Протоколы заседаний Физико-математического отделения Академии наук за 1879 г.

[2] Там же.

симович, Бутлеров, Гадолин; против — Литке (2 голоса как президент), Веселовский, Шренк, Вильд, Штраух, Шмидт, Брандт.

Известно, что выборы Менделеева вызвали бурю негодования в печати. В газете «Молва» появилось несколько статей за подписью «Буква», в которых выявлялась подоплека этих выборов. В одной из них («Наброски и недомолвки») автор писал между прочим: «Чем более кто получит чернячков, тем, значит, выше и ценнее его истинные заслуги, ибо с одной стороны, перед нами — Сеченов, Коркин, Пыпин, Менделеев в качестве „униженных" и отвергнутых, а с другой — eine gemütliche und schönseelige Familien[3] разных шмидтов, шмандтов, шульцев и миллеров в ролях главарей и столпов „первенствующего ученого учреждения в России"».[4]

Формальным же поводом для провала кандидатуры А. Н. Коркина послужило то обстоятельство, что вакансия была по прикладной математике, а представляли А. Н. Коркина по чистой математике.

Глава 5

СОВРЕМЕННИКИ О КОРКИНЕ

По воспоминаниям К. А. Поссе и А. Н. Крылова, кроме обязательных лекций в университете и в Морской академии, А. Н. Коркин читал необязательные лекции небольшому числу слушателей у себя на дому. Предметом этих лекций было интегрирование уравнений в частных производных.

В последние годы подорванное здоровье заставило Коркина сильно сократить преподавательскую деятельность. Начиная с 1900 г. и до самой смерти он читал только в университете по 4 часа в неделю. Но «Коркинские субботы» оставались до самого последнего времени открытыми для всех, кому нужно было с ним побеседовать по математике и получить от него ученый совет [12, стр. 20]. Наиболее способным ученикам Коркин предлагал для решения задачи, иногда очень трудные, давая им возможность испытать свои силы. Некоторые из этих задач он

---

[3] Эта милая семейка (нем.).

[4] «Молва», 1880, 30 ноября, № 331.

напечатал в «Журнале элементарной математики», «Вестнике опытной физики и элементарной математики» и в «L'intermédiaire des mathématiciens». К. А. Поссе говорит также о том, что «отношение Коркина к его ученикам, или, как он всегда их называл, слушателям, исполнено было самого большого участия. Как только он замечал в ком-нибудь из своих учеников действительные способности к научным занятиям, он всячески его поощрял и, сближаясь с ним на научном поприще, нередко сближался с ним и как человек» [12, стр. 20].

Мнения своего о каком-либо предмете Коркин менять не любил. Нужно было представить ему достаточно веские соображения для того, чтобы он изменил свое мнение. В частности, так и не изменилось его отрицательное отношение к направлениям Римана и Пуанкаре в математике, которые он называл «декадентскими» [12, стр. 21]. Это помешало Коркину оценить по достоинству первые успехи С. Н. Бернштейна [46] (позднее академика). Академик В. И. Смирнов вспоминает, что когда С. Н. Бернштейн, блестяще защитивший в Париже докторскую диссертацию, приехал в 1906 г. в Петербург держать магистерские экзамены, Коркин задал ему вопрос об интегрировании уравнений в частных производных методами Пуассона и Якоби и остался недоволен его ответом.[1] Бернштейну с трудом удалось выдержать этот экзамен. Магистерскую диссертацию он защищал не в Петербурге, а в Харькове (1908 г.).

Из современных ему математиков А. Н. Коркин особенно высоко ставил Эрмита, работу которого «Sur la fonction exponentielle» [47] (1873) называл «классической».

Часы досуга Коркин иногда посвящал астрономии. Ему нравилось проводить астрономические наблюдения. Любил он и астрономические вычисления и внес ряд поправок в учебник сферической астрономии А. Н. Савича.

А. Н. Коркин прекрасно владел французским языком. Многие свои работы он писал по-французски, так же он писал и черновики писем иностранным математикам. Немецкий язык он знал, но предпочитал пользоваться французским. Хорошо знал он и латынь, читал в подлин-

---

[1] См. также: ЛГИА, ф. 14, оп. 3, д. 15070, л. 1. Протокол заседания физико-математического факультета.

нике наряду с математическими трудами Эйлера и Гаусса оды Горация.

Из композиторов больше всего он любил Иоганна Себастьяна Баха, затем Палестрину и Моцарта. Современную ему музыку не признавал, хотя одно время посещал все концерты Антона Рубинштейна.

Много лет жил Коркин в маленькой квартирке в деревянном доме на 15-й линии Васильевского острова. Жил очень скромно. В квартире не было никаких предметов роскоши. Летом почти каждый год, пока была жива его мать, ездил к ней в село Шуйское. Последние 10—15 лет он проводил каникулярное время в Гатчине, снимал комнату в гостинице. Там он заболел летом 1908 г., вернулся в Петербург и скончался 19 августа 1908 г. от нефрита.

А. Н. Коркин являлся членом Московского математического общества и почетным членом Харьковского математического общества, поместивших в своих изданиях некрологи и приславших соболезнования в Петербургский университет.

У Коркина была дочь от гражданского брака с Александрой Михайловной Корниловой, Наталья Александровна (1869—1945).[2] В 1920 г. земляк А. Н. Коркина профессор Н. Е. Введенский обратился к ректору Петроградского университета В. М. Шимкевичу с просьбой оказать помощь Н. А. Коркиной (Введенской).[3] После Великой Октябрьской социалистической революции она жила в селе Шуйском у тетки, в старом доме родителей Коркина, а после смерти тетки осталась совсем одна,[4] в тяжелых материальных условиях. Ректор Петроградского университета акад. В. М. Шимкевич обратился к председателю Вологодского губисполкома с просьбой не конфисковывать дом и имущество дочери А. Н. Коркина. Заслуживающее внимания письмо Шимкевича мы приводим полностью.[5]

---

[2] Ценные сведения о Н. А. Введенской и о вологодском периоде жизни А. Н. Коркина собрала по просьбе автора И. С. Шарыгина.

[3] ААН (Л), ф. 749, оп. 4, № 72. Письма А. Е. Вознесенской акад. А. А. Ухтомскому.

[4] Там же, оп. 3, ед. хр. 123. Письма Н. А. Коркиной к А. Н. Крылову (1929—1939). Письмо А. Е. Вознесенской Крылову 10 VII 1929.

[5] ЛГИА, ф. 14, оп. 2, д. 422, л. 236—236 об.

«Председателю Вологодского губисполкома.

В селе Шуйском Вологодской губернии[6] родился наш ныне покойный знаменитый математик Александр Николаевич Коркин, светило русской науки. Здесь прошли первые годы его обучения, сюда же он ежегодно ездил на вакационное время, будучи профессором Петроградского университета. Вообще он к своему родному дому и селу в продолжение всей своей жизни питал самое теплое отношение, гордился своим происхождением из крестьян, сохраняя всю жизнь местный говор и многие народные обычаи. Вообще это была личность с независимым и оригинальным характером и складом жизни.

Теперь в селе Шуйском проживает его единственная дочь Наталья Александровна, получившая в замужестве фамилию Введенской, приближающаяся к пожилому возрасту. Петроградский университет, где протекала вся славная полувековая деятельность профессора А. Н. Коркина как ученого и преподавателя и где он образовал целое поколение математиков, в числе которых были весьма известные ученые, просит из уважения к памяти и заслугам перед русской наукой и родиной покойного профессора Коркина устроить его дочери спокойное существование, не подвергать родной дом Коркиных реквизации, забронировать его от вселения в него посторонних лиц и приложить все меры к сохранению этого старинного дома со всей его старомодной и простой обстановкой в неприкосновенности и целости. Все это может иметь историческое и культурное значение вроде того, как драгоценно все то, что относится к памяти другого, еще более знаменитого сына народа — М. В. Ломоносова.

Будущим поколениям будет ценно знать, в какой обстановке жили и пробивали дорогу к науке и славе дети народа в тяжелое время, когда каждый шаг к свету, знанию и творчеству встречал столько препятствий и затруднений, и как тем не менее они

---

[6] Здесь неточность. Коркин родился в дер. Жидовиново, в семи верстах от с. Шуйского.

успевали сохранить свой гений, самобытность и веру в силы русского народа.

Ректор университета В. Шимкевич».[7]

С подобным же ходатайством обратился в Тотемский уездный исполком председатель Объединенного совета научных учреждений президент Академии наук А. П. Карпинский 17 января 1920 г.:

«Правление Объединенного Совета научных учреждений и высших учебных заведений просит Вас принять все зависящие меры для защиты имущества Н. А. Введенской, проживающей в с. Шуйском Тотемского уезда, и оказать ей всякое содействие и помощь.

Н. А. Введенская является дочерью Александра Николаевича Коркина, знаменитого русского математика, чьи сочинения приобретены государством, издавались на счет Петроградского университета, а ныне печатаются Российской Академией наук как классические наравне с сочинениями Ломоносова и Лобачевского.

В настоящее время Н. А. Введенская больна, а все ее средства к существованию заключаются в вещах, которые местные органы власти смешивают с имуществом ее умершей родственницы, подлежащим передаче в социальное обеспечение».[8]

На этой бумаге резолюция Тотемского исполкома: «Шуйскому вол. исполкому. Для непосредственного исполнения. 27 января 20 г.».

Благодаря заступничеству ректора университета и президента Академии наук дом оставили его владелице.

28 X 1929 г. А. Н. Крылов доложил Физико-математическому отделению Академии наук: «Скончавшийся в 1908 г. профессор А. Н. Коркин в продолжение 45 лет читал курсы по важнейшим отделам математики в б. С.-Петербургском университете и создал целую школу своих учеников, являвшихся в свою

---

[7] В. М. Шимкевич (1858—1923) с 1889 г. — профессор Петербургского университета, зоолог.

[8] Государственный архив Вологодской области, ф. 240, д. 4, л. 13—13 об.

очередь выдающимися профессорами, многие из которых работают и поныне. Академия наук решила переиздать разошедшийся первый том сочинений А. Н. Коркина и издать вновь второй том, чтобы образовалось полное собрание их. . .

Докладывая об этом Физико-математическому отделению, полагаю, что было бы справедливо, ввиду ученых заслуг А. Н. Коркина и переиздания его сочинений Академией наук, возбудить ходатайство перед правительством о назначении престарелой (свыше 60 лет) дочери его персональной пенсии в том размере, который Совету Народных Комиссаров самому угодно будет установить. *А. Крылов*.

Присоединяюсь к заявлению *Н. Крылов*.
Всемерно поддерживаю *С. Чаплыгин*.
Присоединяюсь *П. Лазарев*.
Присоединяюсь *Д. Рождественский*.
Присоединяюсь *А. Иоффе*.
Присоединяюсь *С. Бернштейн*.»[9]

К заявлению академиков был приложен список работ «Главные сочинения профессора Коркина», подписанный А. Н. Крыловым.

Позднее Крылов вместе с академиками А. А. Белопольским, П. П. Лазаревым, А. Ф. Иоффе возбудил вопрос о печатании трудов Золотарева и Коркина и их переписки.[10] Переписка Е. И. Золотарева и А. Н. Коркина и совместные труды их были опубликованы в 1931—1932 г. [49]. Но собрание его сочинений до сих пор не издано.

---

[9] ААН (Л), ф. 759, оп. 3, ед. хр. 123, л. 3. Записка А. Н. Крылова. Список сочинений А. Н. Коркина — л. 6.
[10] Там же, оп. 2, ед. хр. 104. См. также [48].

Часть II

НАУЧНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ А. Н. КОРКИНА

Научное творчество А. Н. Коркина относится к трем основным разделам: к интегрированию дифференциальных уравнений в частных производных, к теории чисел, к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений и систем таких уравнений.

Первые годы своей научной деятельности А. Н. Коркин посвятил изучению и разработке различных отделов математической физики. Методы, относящиеся к этому, он изложил в магистерской диссертации «Рассуждение об определении произвольных функций в интегралах линейных уравнений с частными производными» [2, К]. После издания в начале XIX в. работ Фурье и Пуассона эти вопросы долгое время были одним из основных предметов занятий математиков.

А. Н. Коркин нашел для интегрирования систем дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка особый метод, существенно отличный от метода Якоби, и изложил его вместе с главными результатами Якоби в своей докторской диссертации «О совокупных уравнениях с частными производными первого порядка и некоторых вопросах механики» [3, К]. В качестве приложения своего способа он показал, как задача Бертрана о нахождении интегралов, общих многим задачам механики, рассмотренная в более общем виде, чем у Бертрана [50], приводится к решению системы уравнений 1-го порядка с частными производными и установил обратную теорему. К этой области относится также его доказательство знаменитой теоремы Пуассона.

Решение нелинейных уравнений при заданных начальных условиях было рассмотрено А. Н. Коркиным в его работе [19, К]. Сюда же примыкают его исследования по математической теории географических карт. А. Н. Коркин говорит о том, что еще Эйлер в своих изысканиях касался вопроса о теории географических карт, но не дал общих результатов «по причине трудности решения встречающихся там уравнений». «В 1852 г. Ossian Bonnet [52] в докторской диссертации ставит опять вопрос о том же, но приходит к уравнению второго порядка, которое им оставлено без решения, хотя и обещает возвратиться к этому вопросу впоследствии. Так как до 1890 года не появилось по этому предмету ни статьи Bonnet, ни какой-либо другой, профессор А. Н. Коркин и дал полное решение вопроса в мемуаре „Sur les cartes géographiques“» [14, К].[1]

Совместно с Е. И. Золотаревым он предпринял ряд исследований по теории квадратичных форм в период с 1871 по 1877 г.

Позднее появились его исследования по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, в основном связанные с методом интегрирующего множителя, и исследования по теории чисел, опубликованные посмертно. Кроме того, в архиве Академии наук сохранились рукописные материалы А. Н. Коркина, которые позволяют дополнить наше представление о творчестве Коркина.

Одновременно с А. Н. Коркиным ряд исследований в классическом направлении по уравнениям в частных производных напечатал В. Г. Имшенецкий (1832—1892) [53—55]. О работах Имшенецкого и других русских авторов по теории дифференциальных уравнений см. [25, стр. 126—164], [57].

Во второй половине XIX и начале XX в. задача решения дифференциальных уравнений в конечном виде постепенно уступает место новым задачам: изучению решений по свойствам дифференциальных уравнений, вопросам существования решений различных классов уравнений, аналитической теории дифференциальных уравнений, возникшей в связи с ростом теории функций комплексного переменного. Аналитической теорией дифференциальных уравнений в России занимались в основ-

[1] Там же, оп. 4, ед. хр. 114, лл. 237—238 об.

ном воспитанники Московского университета (В. А. Анисимов, П. А. Некрасов и др.).

В 1904 г. была опубликована защищенная в Париже докторская диссертация С. Н. Бернштейна [58], целью которой явилось решение 19-й проблемы Гильберта об аналитической природе решений общих эллиптических уравнений. Методы этого труда были связаны с исследованиями Э. Пикара. Впоследствии в магистерской диссертации (1908) Бернштейн решил 20-ю проблему Гильберта.

Качественную теорию дифференциальных уравнений создали французский ученый А. Пуанкаре, ученик Ш. Эрмита, и А. М. Ляпунов, ученик П. Л. Чебышева, А. Н. Коркина и Д. К. Бобылева. Предшественником Ляпунова в этой области был Н. Е. Жуковский, представитель московской школы математики и механики, бывший оппонентом защищенной в Москве в 1892 г. докторской диссертации А. М. Ляпунова.

Методы математической физики в классическом направлении продолжил В. А. Стеклов, работы которого ближе всего по духу к прежним исследованиям петербургской школы (Остроградского, Чебышева, Коркина). А. Н. Коркин в своих исследованиях по теории дифференциальных уравнений оставался в рамках классического направления — отыскания решений дифференциальных уравнений в конечном виде. Новых методов в этой области он так и не принял.

Глава 1

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Коркин заинтересовался этими вопросами еще в 1858—1860 гг., когда готовил свою магистерскую диссертацию «Рассуждение об определении произвольных функций в интегралах уравнений с частными производными» (1860). В предисловии к диссертации дан исторический очерк, где указано, что первым решил вопрос подобного рода Лагранж. Рассматривая задачу о колебании струны, он представил интеграл уравнения, от которого эта задача зависит, в виде ряда, расположенного по синусам и косинусам кратных дуг, и показал, каким образом можно определить коэффициенты этого ряда по начальным перемещениям частиц струны и по начальным скоростям. Эти коэффициенты выводятся из формулы интерполирования Лагранжа. Способ Лагранжа легко было уже применить к другим задачам подобного рода. Но теория теплоты в виде особой науки не существовала, пока Фурье, представивший несколько записок по этой теории и потом написавший отдельное сочинение под заглавием «Théorie analytique de la chaleur» (1822) не поставил ее на эту ступень. Здесь Фурье решил многие вопросы посредством анализа, подобного анализу Лагранжа, и дал одну очень важную формулу, выражающую произвольную функцию, которая известна под именем формулы Фурье. «Эта теорема легко выводится из формул Лагранжа, если положим, что струна, им рассматриваемая, имеет бесконечную длину», — замечает Коркин. Этими вопросами занимался и Лаплас, раскладывая функции в ряды уже не по синусам и косинусам, а по особым, более сложным выражениям. Пуассон [59—63] дал два способа интегрирования линейных дифференциальных уравнений с частными производными. В одном способе Пуассона решение уравнения ищется в виде тригонометрического ряда, а затем учитываются начальные и граничные условия. Этот способ требовал доказательства действительности корней трансцендентных уравнений, от которых зависит вопрос. Требуется также, чтобы возможность решения задачи следовала из соображений физических или механических.

Другой способ Пуассона основан на преобразовании пределов интеграла, таком, что вместо интеграла получается ряд, удовлетворяющий предложенным условиям. Этот способ сложнее первого, но зато он не требует доказательства действительности корней трансцендентных уравнений и его можно применять для уравнений, заданных a priori, не связанных с какими-то механическими или физическими условиями. В той же 19-й тетради Журнала Политехнической школы («Journal de l'École polytéchnique») была помещена работа Коши [64] об интегрировании линейных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами без граничных условий. Он решает в общем виде вопросы, частные случаи которых можно решить с помощью теоремы Фурье.

«Одни из самых важных изысканий по предмету, нас занимающему, были сделаны Дирихле относительно сходимости рядов, употребляемых в математической физике», — продолжал Коркин. Дирихле доказал сходимость рядов Фурье в 4-м номере Журнала Крелле (Journal für die reine und angewandte Mathematik) [65], а в 17-м номере того же журнала [66] он рассматривает сходимость рядов, зависящих от двух углов. «Анализ его имеет всю желаемую строгость, потому что Дирихле рассматривает сумму ряда как предел первых его n членов» [2, К, предисловие].

О своей работе Коркин говорит: «В настоящем рассуждении я старался преимущественно развить общие способы интегрирования линейных уравнений с частными производными в предельном виде, то есть способы, посредством которых можно удовлетворить различным условиям, предлагаемым в задачах» [2, К, стр. IV]. А. Н. Коркин выражал надежду, что сочинение это принесет пользу любителям высшего анализа, так как об изложенном здесь предмете весьма мало написано на русском языке.

Действительно, вопросов интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных и их приложений (математической физики) до Коркина касались в России в основном лишь М. В. Остроградский в ряде статей, Н. Е. Зернов в своей диссертации (1837) и В. Я. Буняковский в «Лексиконе чистой и прикладной математики» (1839, СПб.).

Коркин рассматривает сначала задачу о нахождении двойного интеграла, который выражал бы в данных пределах произвольную функцию $f(x)$, и приходит к формуле

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\psi[\alpha(x-x')]\,f(x')\,dx'd\alpha \tag{1}$$

для $\psi(x)$, удовлетворяющей некоторым условиям. Он преобразует ее в такие формулы:

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cos\alpha(x-x')\,f(x')\,dx'd\alpha \tag{2}$$

или

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}e^{\alpha(x-x')i}f(x')\,dx'd\alpha,$$

Это интегралы Фурье, или, как называет их Коркин, теорема Фурье. Коркин рассматривает отдельно эти формулы при $f(x)$ четной и при $f(x)$ нечетной. Затем исследуются различные частные случаи формул Фурье и с их помощью вычисляются некоторые определенные интегралы. При этом автор замечает, что с помощью теоремы Фурье не получено никаких новых определенных интегралов, а лишь те, которые уже были получены другими способами. Потом в формулы (2) подставляется вместо x $x+iy$ и $x-iy$. Определенные двойные интегралы, выражающие произвольные функции, дают их величины для всех действительных значений независимой переменной x от $-\infty$ до ∞.

Затем Коркин получает выражение функции $f(x)$ в виде ряда

$$f(x)=\frac{2}{l}\sum_{i=0}^{\infty}\sin\frac{i\pi x}{l}\int_{0}^{l}\sin\frac{i\pi x}{l}f(x)\,dx,$$

где i — целое, $i>0$, указывая, что эта первая из формул, выражающих произвольные функции, была доказана впервые Лагранжем.

Приводится ряд примеров на формулу Фурье. Например, требуется найти формулу, выражающую произвольную функцию $f(x)$, для которой $f'(x)$ при $x=0$ и $x=l$ была бы равна 0, или найти формулу, которая выражала бы такую функцию при условиях

$$\frac{df(x)}{dx}+\beta f(x)=0 \quad \text{при} \quad x=l, \quad \frac{df(x)}{dx}-\beta' f(x)=0 \ \text{при} \ x=-l.$$

Автор указывает, что обычные способы доказательства подобных формул исходят из уравнений с частными производными, интегралы которых должны удовлетворять некоторым условиям, происходящим из соображений механики или физики. Путь же рассуждений Коркина может быть употреблен и тогда, когда дано уравнение и условия для его интеграла, не выведенные из какой-либо физической или другой теории.

Он приводит метод доказательства сходимости рядов, полученных от преобразования формул Фурье, принадлежащий Дирихле, «анализ, замечательный по своей строгости», как говорит о нем Коркин. Он формулирует теоремы Дирихле, на основании которых этот ученый доказывал сходимость ряда

$$f(x)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x')\,dx'+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi}\cos n(x-x')\,f(x')\,dx',$$

замечая, что этот ряд легко может быть получен и из формул, доказанных Коркиным. После подробного исследования вопросов сходимости Коркин дает примеры на дифференцирование и интегрирование найденных им рядов. Он рассматривает аналогичные формулы для функции от нескольких переменных. Потом переходит к другим формулам, представляющим произвольные функции.

Коркин исследует свойства коэффициентов при различных степенях α в разложении функции $\rho=\frac{1}{\sqrt{1-2\alpha\cos\gamma+\alpha^2}}$:

$$\rho=1+\alpha P_1+\alpha^2 P_2+\ldots+\alpha^n P_n+\ldots,$$

и находит, что

$$P_n=A\cos n\gamma+B\cos(n-2)\gamma+C\cos(n-4)\gamma+\ldots,$$

где A, B, C, ... — положительные величины, в которые не входят γ. Наибольшее значение P_n будет при $\gamma=0$ и $\cos\gamma=1$. В остальных случаях $P_n<1$. Он показывает, что P_n удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$n(n+1)P_n+\frac{1}{\sin\gamma}\frac{d}{d\gamma}\left(\sin\gamma\frac{dP_n}{d\gamma}\right)=0,$$

затем преобразует P_n в определенный интеграл.

После этого доказывается, что ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{4\pi}\int_{0}^{\pi}\sin\theta'\,d\theta'\int_{0}^{2\pi}P_n f(\theta',\varphi')\,d\varphi' \qquad (3)$$

способен выразить произвольную функцию $f(\theta,\varphi)$, если при $\theta=0$ эта функция делается независимой от φ и притом в выражение P_n вместо $\cos\gamma$ подставлена величина

$$\cos\theta\cos\theta'+\sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi-\varphi').$$

Подставляя $\theta = 0$ или $\cos\theta' = \cos\gamma$ и полагая

$$F(\gamma) = F(\theta') = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} f(\theta', \varphi')\,d\varphi',$$

он получает формулу

(при $\theta' = 0$)

$$F(0) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} f(0, \varphi')\,d\varphi'$$

и различные следствия из нее.

Формула Лапласа (3) позволяет представить решение задачи Дирихле в шаре в виде ряда по гармоническим полиномам.

На поверхности шара единичного радиуса взята произвольная точка M, через нее проведена дуга большого круга. Если известно расстояние произвольной точки от точки M по дуге большого круга и угол, составляемый этой последней с некоторой постоянной дугой большого круга, то положение этой произвольной точки на поверхности шара вполне определено. Обозначим указанное расстояние θ', а угол φ'. Тогда

$$F(\theta') = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} f(\theta', \varphi')\,d\varphi'$$

есть среднее арифметическое из всех значений функций $f(\theta', \varphi')$, которые она принимает для точек поверхности шара, лежащих на окружности малого круга, соответствующего расстоянию θ' от точки M. Величину же $F(0)$ можно рассматривать, как среднее арифметическое из всех значений функции $f(\theta', \varphi')$ на окружности круга, соответствующего бесконечно малому значению θ'.

Дальше рассматривается разложение функции $f(\theta, \varphi)$ по функции P_n и доказывается единственность такого разложения. Рассмотренные формулы позволяют представить произвольную функцию внутри шара данного радиуса.

Беря функцию трех переменных $f(r, \theta, \varphi)$, где r, θ, φ — сферические координаты, автор дает формулу, представляющую произвольную функцию для всех возможных значений r, θ, φ или, иначе, для всех точек пространства.

Во второй главе дается приложение предыдущих формул к определению произвольных функций в интегралах линейных дифференциальных уравнений с частными производными. Отдельно исследуются случаи, когда даны начальные или начальные и граничные условия. При этом Коркин пользуется символической записью оператора линейного дифференциального уравнения в частных производных: $L=0$. Решение уравнений ищется в виде кратных интегралов с бесконечными пределами. Автор показывает, что решение неоднородных линейных уравнений приводится к решению однородных линейных уравнений. Даны примеры: интегрирование двумя способами Пуассона уравнения распространения тепла в пруте (стержне), когда заданы граничные и начальные условия. Потом Коркин применяет оба способа Пуассона и к интегрированию уравнения колебаний упругой круглой пластинки при условии, что перемещения ее частиц на одинаковом расстоянии от центра одинаковы. Затем автор сравнивает эти два способа, отмечая, что без особого затруднения можно применять второй способ и к некоторым задачам теории упругости твердых тел.[1]

Начало общих исследований по теории дифференциальных уравнений в частных производных [2] было положено Лагранжем [67]—[71]. Для линейных уравнений он указал замечательную зависимость между интегрированием уравнений в частных производных и интегрированием некоторых систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа на случай функций многих переменных обобщил Пфафф [72].

---

[1] Современное изложение вывода интеграла Фурье и решение задачи распространения тепла в конечном стержне имеются в книге Г. М. Фихтенгольца «Курс дифференциального и интегрального исчисления» (т. 3, 1949, стр. 667—675). О распространении тепла в круглой пластине см.: там же, стр. 676—678.

Современное изложение теории интегрирования уравнений с частными производными и вопросов математической физики см. в кн.: С. Л. Соболев. Уравнения математической физики. Изд. 3. ГИТТЛ, М., 1954 (или другие издания); В. В. Степанов. Курс дифференциальных уравнений. Изд. 8. Физматгиз, М., 1959 (или любое другое издание), стр. 330 и дальше. О работах Коркина по теории уравнений в частных производных там ничего не сказано. См. также: В. И. Смирнов. Курс высшей математики, т. II, ГИТТЛ, 1952, стр. 394—473, 474—662.

[2] В последующем изложении существенно использовано предисловие к магистерской диссертации Д. А. Граве [78].

Внимательно изучив метод Пфаффа и упростив его, Якоби [74] нашел два новых способа интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных, позволившие обойтись без решения задачи Пфаффа.

Первый способ Якоби [75] состоит в том, что в качестве произвольных постоянных он выбирает начальные значения переменных. Идею этого метода он почерпнул из работы Гамильтона [76]. Но подобный способ для случая трех переменных был открыт еще ранее О. Коши [77]. При этом способ Коши имел преимущества, позволяя решать «задачу Коши»: интегрировать заданное уравнение

$$f\left(x_1, \ldots, x_n, V, \frac{\partial V}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial V}{\partial x_n}\right)=0$$

так, чтобы при $x_n=a$ искомая функция V обращалась в произвольно заданную функцию $\Pi(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$ от остальных x-ов.

Второй способ Якоби был известен его автору, по-видимому, еще в 30-х годах. В 1840 г. Якоби писал президенту Парижской академии наук [79], что чтение переданного ему А. Гумбольдтом отрывка из биографического очерка о Пуассоне привело его к некоторым замечаниям о теореме Пуассона, по его мнению, — наиболее важной теореме в механике и в интегрировании дифференциальных уравнений. Лагранж упоминает об этой теореме в своей «Аналитической механике», но не приводит ее доказательства. Теорема заключалась в следующем: если известны два интеграла дифференциального уравнения, то можно вывести из них третий интеграл, не прибегая для этого к квадратурам. Таким же образом можно найти четвертый, пятый и другие интегралы и осуществить полное интегрирование уравнений. Встречаются, правда, исключительные случаи, когда этот способ не годится, но тогда интегралы обладают особыми свойствами, которыми можно воспользоваться для интегрирования предложенных уравнений. Якоби обещал [79] показать это в работе, которую предполагал вскоре опубликовать.

Эти замечания Якоби обратили на себя внимание молодого инженера Э. Бура, представившего в 1855 г. в Парижскую академию наук свою работу [80].

В отзыве Ж. Лиувилля об этой работе [81] отмечалось, что Бур доказал возможность применения другого метода интегрирования в исключительных случаях, о которых писал Якоби. Об этом еще раньше говорил на своих лекциях в Коллеж де Франс Бертран (1853) для одного частного случая. Бур глубоко проник в сущность этого предмета. «Ученик показал себя достойным учителя», — заключал Лиувилль [81, стр. 136].

Кроме лекций в Коллеж де Франс и нескольких статей, Бертран резюмировал идеи Якоби в своем «Курсе аналитической механики» [82]. Бур реконструировал второй метод Якоби, основанный на теореме Пуассона, и подробно рассмотрел случаи, когда метод Якоби не годится, опираясь на замечание Якоби и труды Бертрана. Затем метод Якоби был подробно изложен в посмертно опубликованной работе самого Якоби (1862) [83]. Позднее Бур распространил этот метод на любые системы дифференциальных уравнений [84].

Во время заграничной командировки А. Н. Коркин продолжал занятия в избранной им области математики. Слушая лекции Бертрана, Коркин еще более заинтересовался вопросами интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных. Еще в России он ознакомился с работами Якоби, содержание которых излагал наряду с собственными результатами Бертран. Коркин ставит себе задачу: обобщить метод Якоби—Бура на системы каких угодно уравнений первого порядка. Он замечает, что во многих случаях можно значительно уменьшить количество интеграций, которые требуются при этом методе.

В отчете Коркина [3] содержались многие мысли, впоследствии подробно изложенные в его докторской диссертации [3, К]. Он доказывает теорему Пуассона [4] и дает ее обобщение.

Свою докторскую диссертацию «О совокупных уравнениях с частными производными первого порядка и некоторых вопросах механики» (СПб, 1867) [3, К] Коркин начинает с некоторых исторических сведений об интегрировании совокупных уравнений в частных производных первого порядка. По мнению Коркина, к методу Бура 1855 г. надо было добавить совсем немного,

---

[3] ЖМНП, ч. CXVIII, 1863, отд. 2, стр. 89—92.

[4] В. И. Смирнов. Курс высшей математики, т. 4, 1951, стр. 364, 370—377.

чтобы распространить его на какие угодно уравнения первого порядка. В 1862 г. Бур в статье [84] писал о своем приоритете в открытии указанного способа. Здесь он распространил его на системы уравнений, которые приводил к виду, названному Коркиным «замкнутым и нормальным». К последней работе Бура не было добавлено с тех пор ничего существенного, хотя были некоторые упрощения метода Бура.

Введем некоторые понятия, нужные для дальнейшего изложения.

Выражение

$$(A,\ B)=\sum_{i,\ j}\left(\frac{\partial A}{\partial x_i}\frac{\partial B}{\partial y_j}-\frac{\partial A}{\partial y_i}\frac{\partial B}{\partial x_j}\right),$$

($i,\ j=1,\ 2,\ \ldots,\ n$) называется скобкой Пуассона. Здесь

$$A=\varphi(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ \ldots,\ y_n),$$
$$B=\psi(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ y_1,\ \ldots,\ y_n).$$

Впервые эта скобка введена Лагранжем в 1781—1782 гг. в «Мемуарах Берлинской Академии наук». Пуассон рассматривает ее свойства в [143].

В случае, когда функции A и B явно зависят от z:

$$A=\varphi(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ z,\ y_1,\ \ldots,\ y_n),$$
$$B=\psi(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ z,\ y_1,\ \ldots,\ y_n),$$

где z — функция от x-ов, функцию, соответствующую скобке Пуассона, обозначают $(\overline{A,B})$.

Пусть дана система уравнений

$$\begin{cases} H_1(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ z,\ p_1,\ \ldots,\ p_n)=0,\\ H_2(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ z,\ p_1,\ \ldots,\ p_n)=0,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ H_m(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n,\ z,\ p_1,\ \ldots,\ p_n)=0, \end{cases}$$

(где $p_1=\frac{\partial z}{\partial x_1}$, $p_2=\frac{\partial z}{\partial x_2}$, $\ldots$, $p_n=\frac{\partial z}{\partial x_n}$, z — искомая функция от $x_1, \ldots, x_n$), для которой тождественно удовлетворяются условия:

$$(H_1,\ H_2)=0,\ (H_1,\ H_3)=0,\ \ldots,\ (H_{m-1},\ H_m)=0.$$

Такая система называется нормальной. Если же все скобки Пуассона равны нулю:

$$(H_1,\ H_2)=0,\ (H_1,\ H_3)=0,\ \ldots,\ (H_{m-1},\ H_m)=0$$

тождественно или в силу уравнений данной системы, то такую систему называют замкнутой.

Сущность способа Бура состояла в следующем. Рассматривая частные производные зависимой переменной как неизвестные функции, можно при помощи теоремы Пуассона перейти от данной нормальной системы к другой, с числом уравнений на единицу большим, чем в данной системе. От новой системы переходят к следующей нормальной системе, в которой число уравнений снова больше на единицу. Продолжая таким образом, приходят к системе, число уравнений которой в общем случае будет на единицу больше числа неизвестных частных производных. Решив последнюю систему относительно зависимой переменной и ее производных, мы получим их выражения с известным числом произвольных постоянных, удовлетворяющие предложенной системе. Если уравнения этой системы не содержат зависимой переменной, а только ее частные производные, то число уравнений окончательной системы будет равно числу производных зависимой переменной и она найдется при помощи квадратур. При каждой операции по способу Бура, т. е. при каждом переходе от одной нормальной системы к другой, число переменных в системе обыкновенных дифференциальных уравнений, необходимой для этого перехода, уменьшается на две единицы.

А. Н. Коркин отмечает некоторые недостатки метода Бура. Нельзя, например, заранее ничего сказать о виде неизвестной функции, определяемой данной системой.

Метод, указанный в диссертации Коркина, позволяет решать вопросы, «выходящие из круга тех, к которым применим метод Бура» [3, К, стр. 132]. Хотя метод Коркина применим к любым системам, не только специальным, «нормальным», вначале автор рассматривает нормальные системы. Он указывает преобразование, дающее возможность переходить от одной нормальной системы к другой, в которой и число уравнений, и число независимых переменных будут на единицу меньше (каждое), чем в данной системе. От новой системы переходят к третьей, где число уравнений и число независимых переменных снова уменьшаются каждое на единицу. Поступая так и дальше, приходят к одному уравнению, интегрирование которого и решает вопрос.

Каждая ступень требует полного интегрирования одного из уравнений системы, что равносильно интегрированию системы обыкновенных уравнений, число которых равно удвоенному числу независимых переменных указанного уравнения. Поэтому число переменных в системе обыкновенных уравнений, интегрирование которой необходимо при переходе от одной нормальной системы к другой, уменьшается на две единицы. Характерная особенность метода Коркина состоит в том, что число уравнений, которым должна удовлетворять искомая функция, последовательно уменьшается.

Для приложений Коркин выбрал вопрос, с которого началась теория интегрирования систем дифференциальных уравнений в частных производных, — вопрос о нахождении интегралов, общих многим задачам о движении точки. Он рассматривает движение свободной точки в плоскости. Этот вопрос был предложен Бертраном [50] и решен им для случая, когда силы, действующие в задаче, не зависят от скоростей и времени, а зависят только от координат движущейся точки. Способ Бертрана основан именно на этом обстоятельстве и потому неприложим к вопросу, который исследует Коркин. Силы в задачах, исследуемых Коркиным, зависят и от координат, и от скоростей движущейся точки. Время явным образом в уравнения не входит. Коркин дает общий способ исследования такого рода вопросов. Он находит, что, кроме двух форм интеграла, данных Бертраном, существует еще третья форма. По словам Коркина, «П. Л. Чебышев заметил, что эта форма может быть рассматриваема как комбинация бертрановых форм, которые выходят как частные случаи при моих (Коркина, — Е. О.) исследованиях» [3, К, стр. 134].

Результаты исследования систем уравнений в частных производных первого порядка и приложения своего метода А. Н. Коркин, кроме докторской диссертации, изложил в статьях [4, К], [5, К], [6, К].

Маленькая заметка в «Comptes rendus» [4, К] 1869 г. содержала основные положения метода Коркина для интегрирования указанных систем. По ней излагает метод Коркина П. Мансион. Метод Коркина состоит в следующем (изложение по книге П. Мансиона) [57, стр. 191—206].

Пусть

$$\left.\begin{aligned} &f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n, p_1, \ldots, p_n) = a_1, && (1_1) \\ &f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n, p_1, \ldots, p_n) = a_2, && (1_2) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n, p_1, \ldots, p_n) = a_m, && (1_m) \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

(где $p_1, \ldots, p_n$ — частные производные от z по $x_1, \ldots, x_n$, z — неизвестная функция) — система m совокупных уравнений, которые для значений i и k, не превосходящих m, тождественно удовлетворяют условию

$$(f_i, f_k) = 0 \text{ или } \sum_{i,\,k=1}^{m} \begin{vmatrix} \dfrac{\partial f_i}{\partial x}, & \dfrac{\partial f_k}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f_i}{\partial p}, & \dfrac{\partial f_k}{\partial p} \end{vmatrix} = 0. \qquad (2)$$

Мы интегрируем одно из уравнений (1), например, (1_m), и пусть

$$z + u = F(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_{n-1}) \qquad (3)$$

— найденный полный интеграл, где u, $y_1, \ldots, y_{n-1}$ — произвольные постоянные. Соотношение (3) дает

$$p_1 = \frac{\partial F}{\partial x_1}, \ldots, p_n = \frac{\partial F}{\partial x_n}. \qquad (4)$$

Если считать, что u известная функция от y-ов (как в методе вариации произвольных постоянных), то можно из полного интеграла (3) вывести общий интеграл, если присоединить к (3) соотношения

$$q_1 = \frac{\partial F}{\partial y_1}, \ldots, q_{n-1} = \frac{\partial F}{\partial y_{n-1}}, \qquad (5)$$

где

$$q_1 = \frac{du}{dy_1}, \ldots, q_{n-1} = \frac{du}{dy_{n-1}}.$$

При методе Коркина ставится задача, как определить вид функции u от $y_1, \ldots, y_{n-1}$, чтобы общий интеграл z уравнения (1_m) удовлетворял также и другим уравнениям системы (1). Для этой цели из уравнений (4) и (5) выводят значения $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, p_1, p_2, \ldots, p_n$ как функций от $y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}, x_n, q_1, \ldots, q_{n-1}$ и подставляют их в уравнения (1). Последнее из них будет тогда тождеством, так как уравнения (3), (4) и (5) доставляют полный интеграл (1).

Остальные уравнения превращаются в систему из $m-1$ совокупных уравнений между $y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}, q_1, \ldots, q_{n-1}$, которая обладает следующими свойствами:

1) она не содержит более переменной x_n,

2) она удовлетворяет условиям интегрируемости относительно y и q. (Эти условия аналогичны уравнению (2)). Из этой новой системы $m-1$ уравнений с $n-1$ независимыми переменными выводят третью систему, которая содержит на одно уравнение меньше и на одну независимую переменную меньше и т. д., до тех пор пока не приходят к уравнению от $n-m$ независимых переменных. Общий метод упрощается, если одна или несколько величин p не входят в уравнение $f_n=0$.

Работа «Sur les intégrales des équations du mouvement d'un point matériel» (1870) [5, K] содержит применение метода Коркина к решению уравнений движения точки на поверхности, когда силы, приложенные к точке, зависят только от координат и от составляющих скорости точки. Вопрос сводится к отысканию общих выражений функций X, Y четырех переменных: x, y, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, таких, что дифференциальные уравнения $\frac{d^2x}{dt^2}=X$, $\frac{d^2y}{dt^2}=Y$ могут иметь два интеграла, общих с уравнениями той же формы

$$\frac{d^2x}{dt^2}=X_1, \quad \frac{d^2y}{dt^2}=Y_1.$$

Следующая работа — «Sur le théorème de Poisson et son réciproque» [6, K] — связана с тем же кругом вопросов.

Теорема Лагранжа—Пуассона утверждала, что если φ и ψ — два каких-то интеграла канонической системы, то функция (φ, ψ) также будет ее интегралом [6, K, стр. 277]. Но обратная теорема не была еще доказана. Коркин доказывает здесь прямую и обратную теоремы. Известно, что интегрирование системы уравнений вида

$$dx=\frac{dx_1}{X_1}=\frac{dx_2}{X_2}=\ldots=\frac{dx_n}{X_n}, \tag{6}$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — независимые переменные, а $X_1, X_2, \ldots, X_n$ — их функции, равносильно интегрированию соответствующего уравнения в частных производных:

$$\frac{\partial v}{\partial x}+X_1\frac{\partial v}{\partial x_1}+X_2\frac{\partial v}{\partial x_2}+\ldots+X_n\frac{\partial v}{\partial x_n}=0. \tag{7}$$

Все интегралы (7) являются интегралами (6) и обратно. Коркин рассматривает в этой заметке уравнение в частных производных вместо системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которой оно соответствует. Сначала он ищет необходимые и достаточные условия того, чтобы выражение

$$Y_2 \frac{\partial v}{\partial x_1} + Y_2 \frac{\partial v}{\partial x_2} + \ldots + Y_n \frac{\partial v}{\partial x_n},$$

коэффициенты которого Y_1, Y_2, . . ., Y_n есть функции от x, x_1, x_2, . . ., x_n, было интегралом уравнения (7) для всех интегралов v этого уравнения. Затем он получает следующее утверждение.

Пусть φ и ψ — два каких-то интеграла системы уравнений

$$dt = \frac{dq_1}{A_1} = \frac{dq_2}{A_2} = \ldots = \frac{dq_m}{A_m} = \frac{dp_1}{B_1} = \ldots = \frac{dp_m}{B_m},$$

и предположим, что выражение (φ, ψ) также является ее интегралом. Тогда эта система — каноническая и коэффициенты A_i, B_i имеют форму

$$A_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad B_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i},$$

где

$$i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m;$$

H — произвольная функция от t, q_1, . . ., q_m, p_1, p_2, . . ., p_m. Обратно, если A_i и B_i имеют эти значения (система каноническая), то два интеграла φ и ψ системы дают третий (φ, ψ) [6, К, стр. 282].

На этом цикл работ по интегрированию систем уравнений в частных производных прерывается. Знакомство с Е. И. Золотаревым, присутствие на защите его магистерской диссертации в 1869 г. и последующая совместная работа над вопросами теории квадратичных форм отвлекли внимание Коркина от уравнений в частных производных.

Пятая глава книги П. Мансиона [57, стр. 73] посвящена изложению методов Коркина и Буля. При этом он отмечает, что метод Коркина имеет более широкую область приложений, чем метод Буля. Мансион доказывает свойства преобразованных систем, данные в статье Коркина [4, К] без доказательства. Занимавшийся теми же вопросами Майер [57, стр. 257], [85—88] основывается на методах Бура, Коркина и Буля [89—91], причем упоминает указанную выше статью Коркина 1869 г.

А. Н. Коркин возвращается к уравнениям в частных производных в «Записке, составленной по поводу университетского акта 8 февраля 1878 г. О частных дифференциальных уравнениях второго порядка» [19, К]. Одним из основных методов решения уравнений высших порядков был метод Монжа, дополненный Ампером. Он годился для наиболее простых уравнений. К тому же он давал лишь общее решение, не показывая, каким образом можно удовлетворить начальным условиям. Коркин показывает, что во всех случаях, когда способ Монжа применим, можно удовлетворить и начальным условиям, выбранным надлежащим образом. Коркин ограничивается уравнениями из работ Ампера [92], [93], хотя его метод может быть применен (как указывает автор) и к другим уравнениям, так же как и метод Монжа [96]. В качестве приложений рассмотрена задача Бонне [52] интегрирования уравнения наименьших поверхностей при условии, чтобы искомая поверхность проходила через заданную кривую и чтобы в каждой точке этой кривой было задано направление нормали к поверхности. Метод самого Бонне давал возможность решить задачу лишь в нескольких частных случаях.

Коркин предлагает в этой статье геометрическое истолкование вопроса об интегрировании уравнения $\Theta(x, y, z, p, q, r, s, t)=0$, где p, q — частные производные первого порядка от z по x и по y, а r, t — частные производные второго порядка по x и по y, s — смешанная производная второго порядка.

Сюда же относятся заметки А. Н. Коркина о черчении географических карт. Этот вопрос занимал Эйлера и Лагранжа, Чебышева и О. Бонне. В 1852 г. Оссиан Бонне в докторской диссертации снова поставил вопрос о картах [52]. Он пришел к уравнению второго порядка, которое так и не решил. Коркин дал полное решение этого вопроса в статье «О географических картах» [14, К].

Профессор Киевского университета В. П. Ермаков (1845—1922)[5] опубликовал много сочинений по вопросам интегрирования дифференциальных уравнений с частными

---

[5] О В. П. Ермакове см.: Изв. Киевск. политехн. инст., № 19, 1956, стр. 389—418 [103].

производными [97—103]. А. Н. Коркин был оппонентом его магистерской диссертации «Общая теория интегрирования линейных дифференциальных уравнений высших порядков с частными производными и с постоянными коэффициентами» [97]. Содержание этой диссертации примыкает к содержанию магистерской диссертации самого Коркина.

В работе В. П. Ермакова «Нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка со многими переменными и канонические уравнения» [99] излагались основные методы, разработанные к этому времени Якоби, Коши, Коркиным в теории уравнений с частными производными первого порядка. Метод Коркина был изложен дважды: в § 28 подробно (стр. 94—97) и в конце работы — очень кратко.

Большое влияние оказали исследования Коркина по интегрированию уравнений в частных производных на его ученика Д. А. Граве (1863—1939)[6] [78], [106—110, 226]. Граве принимал участие в семинарах А. Н. Коркина. В студенческой работе «О поверхностях minima» [110] Граве изложил вначале методы интегрирования дифференциального уравнения наименьших поверхностей, принадлежащие О. Бонне и Б. Риману (не учитывающие начальных условий). Затем он подробно излагает способ А. Н. Коркина, давшего интеграл уравнения наименьших поверхностей в особенно простой форме, для случая задания одной граничной кривой и заданного направления нормалей к поверхности для точек этой кривой. Граве иллюстрирует способ Коркина тремя примерами. Потом он переходит к случаю, когда заданы две граничных кривых. В этой работе Граве использовал результат Коркина [18, К]. В магистерской диссертации «Об интегрировании частных дифференциальных уравнений первого порядка», защищенной им в Петербургском университете в 1889 г. [78], Граве обобщил второй метод Якоби (или метод Якоби—Майера) на случай, когда заданные уравнения содержат в явном виде искомую функцию, приложил метод Коркина к решению обобщенной задачи Коши; при этом ему пришлось существенно изменить изложение метода Коркина. Оказалось при этом, что метод Коши, метод Мейера и метод Ли являются

---

[6] О Д. А. Граве см. [106, 107, 226].

частными случаями несколько видоизмененного метода Коркина. Граве применил рассмотренную теорию к задаче трех тел и решил задачу, поставленную ему Коркиным, о нахождении для уравнений Бертрана всех интегралов, не зависящих от закона действия сил. Граве использовал также лекции Коркина, слушателем которых он являлся в 1886—1887 гг.

Докторская диссертация Д. А. Граве [108] «Об основных задачах математической теории построения географических карт» [СПб., 1896] опять-таки тесно связана с исследованиями А. Н. Коркина. В ней решен целый ряд фундаментальных проблем дифференциальной геометрии, имеющих приложение к черчению карт [107, стр. 223]. Эта работа произвела большое впечатление. Один из крупнейших математиков той эпохи, Эрмит, отметил проявленное Граве необычайное искусство в алгебраических выкладках [107, стр. 224]. В этой диссертации Граве среди других результатов дал полное решение следующей задачи: найти все такие эквивалентные проекции шара на плоскость, при которых все меридианы и параллели изобразятся прямыми и окружностями. Граве принадлежит также много статей и литографированный курс лекций по указанному кругу вопросов.

Ученик Ермакова и Граве по Киевскому университету Г. В. Пфейфер (1872—1946) [7] преподавал с 1900 по 1946 г. в Киевском университете. Его многочисленные труды посвящены интегрированию дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений в частных производных. В них он продолжил исследования А. Н. Коркина, В. Г. Имшенецкого, В. П. Ермакова и Д. А. Граве.

В 1881 г. с большим сочинением «Интегрирование уравнений с полными дифференциалами и частными производными первого порядка» [104] выступил на страницах московского «Математического сборника» Н. А. Шапошников. Автора интересовали различные виды условий интегрируемости дифференциальных соотношений, метод интегрирования дифференциальных уравнений, принадлежащий Якоби, метод Коши, связь методов Коши и Ампера и т. д. Для интегрирования систем дифференциаль-

---

[7] О нем см.: Научн. зап. Киевск. унив., т. 8, вып. 4 (1949), стр. 19—24.

ных уравнений автор излагал метод Коркина, отмечая его большое теоретическое значение.

«Практическое значение ее (метóды Коркина, — *Е. О.*) невелико в сравнении с другими метóдами. Можно сказать даже, что затруднения, которые встречаются при ее применении, не соответствуют существу дела. Но оставляя в стороне практические требования, нельзя не признать теоретического значения исследований Коркина, которые при чрезвычайной простоте их основной идеи прекрасно иллюстрируют любопытное свойство нормального общего интеграла уравнения с частными производными» [104, стр. 778].

Метод Коркина интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных применял к теории логарифмического потенциала В. В. Преображенский (1846—1905). Этому вопросу, в частности, была посвящена его докторская диссертация «О логарифмическом потенциале» (Одесса, 1879).

Глава 2

РАБОТЫ, НАПИСАННЫЕ СОВМЕСТНО С Е. И. ЗОЛОТАРЕВЫМ

Теория квадратичных форм интересовала А. Н. Коркина еще в годы его первой заграничной командировки. Среди его рукописных тетрадей есть тетрадь о счете классов бинарных квадратичных форм.[1] Большое место теория квадратичных форм занимает в отчетах Коркина, печатавшихся в журналах Министерства народного просвещения. Он с большим интересом слушал лекции Кронекера о приложениях анализа бесконечно малых к теории квадратичных форм.

Коркин подробно излагает в отчете основные мысли сочинения Лежен-Дирихле, использовавшего математический анализ для решения задачи теории чисел о счете числа классов [170].

Он снова возвращается к вопросам теории квадратичных форм после того, как присутствовал на защите магистерской диссертации Е. И. Золотарева. По свидетельству очевидцев, Коркин выступил на этой защите с рядом

[1] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, д. 115, лл. 81—142 об. (1861—1862). Судя по содержанию, эта тетрадь относится к 1862—1864 гг.

довольно серьезных замечаний. В диссертации Золотарева «Об одном неопределенном уравнении третьей степени» (СПб., 1869) [49, т. I, стр. 1—62] решался поставленный Эрмитом вопрос о нахождении всех последовательных минимумов бинарной формы

$$(y - ax)^2 + \frac{x^2}{\Delta}$$

и тернарной формы

$$A\,(x - az)^2 + B\,(y - bz)^2 + \frac{z^2}{\Delta}$$

с положительными A и B и вещественными a, b при непрерывном изменении вещественного параметра Δ от 0 до ∞. При этом Золотарев дал более простое, чем у Эрмита, доказательство его теоремы о точной верхней границе минимумов определенной квадратичной формы. Во второй части диссертации Золотарев решает указанное неопределенное уравнение в целых числах, используя разработанный в первой части метод последовательного нахождения минимумов квадратичной формы.

В диссертации Золотарева содержались в зародыше идеи исследований двух направлений: совместных с А. Н. Коркиным работ по теории квадратичных форм и работ самого Золотарева по теории целых комплексных чисел.

Одна из черновых тетрадей Золотарева называется «Замечания к магистерской диссертации»[2] и содержит объяснения диссертанта на возражения, сделанные, по-видимому, Коркиным. Почти к каждому параграфу диссертации были, очевидно, сделаны замечания, на которые в этой тетради отвечает Е. И. Золотарев. В тетрадях Коркина также имеется замечание, относящееся к диссертации Золотарева. Цель «Замечаний» — пополнить некоторые параграфы рассуждения «Об одном неопределенном уравнении» и указать весьма существенные опечатки. Например, доказано Золотаревым утверждение из первой главы диссертации о том, что форма

$$2\sqrt[n+1]{\frac{D}{n+2}}\,(x_0^2 + x_1^2 + \ldots + x_n^2 + x_0x_1 + \ldots)$$

---

[2] Там же, ф. 289, оп. 1, д. 3.

имеет минимум, который достигает границы

$$2\sqrt[n+1]{\frac{D}{n+2}}.$$

В диссертации были введены так называемые союзные формы. В тетради даны замечания о свойствах этих форм. Одно свойство этих форм выводится с помощью теории определителей; другое свойство оказывается верно не всегда, а только при некоторых условиях, и Золотарев выясняет, при каких именно.

Внимательное изучение писем Эрмита к Якоби [112], явившихся исходным пунктом исследований Золотарева, послужило началом и совместных работ Коркина и Золотарева. Вопрос о точных верхних границах минимумов положительных квадратичных форм, поставленный Эрмитом, решается Коркиным и Золотаревым в трех совместных работах.

В первой из них (1872) — «О положительных квадратичных кватернарных формах» [49, т. I, стр. 66—87] — доказана теорема: переменным любой положительной кватернарной квадратичной формы определителя D можно придать такие целые значения, что значения формы не будут превосходить величины $\sqrt[4]{4D}$, и существуют такие формы, минимумы которых равны $\sqrt[4]{4D}$. Примером такой формы является форма

$$\sqrt[4]{4D}\,(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4).$$

Для $n=2$ и $n=3$ точные верхние границы минимумов были известны раньше из работ Лагранжа и Гаусса.

Во второй совместной статье (1873) — «О квадратичных формах» (там же, стр. 109—137) — авторы ввели понятие предельной или экстремальной формы. Первоначально они хотели убедиться в справедливости гипотезы Эрмита — доказать, что величина $2\sqrt[n]{\frac{D}{n+1}}$ есть точная верхняя граница минимумов формы с n переменными определителя D. Вместо этого они пришли к заключению, что указанная величина является минимумом некоторой группы форм, названных ими экстремальными или предельными, или, что то же самое, точной верхней границей минимумов некоторой группы форм. Если же рассматривать все множество квадратичных форм с n переменными данного определителя D, то имеются минимумы, которые превосходят эту величину. Точной верхней границей для множества всех указанных форм является наибольший из минимумов экстремальных форм, содержащихся в данном множестве форм. Коркин и Золотарев изучают свойства экстремальных форм, дают новое доказательство утверждения Эрмита относительно верхней границы минимумов положительных форм и дают свою, более точную, чем у Эрмита, верхнюю границу для минимумов форм. Указанная ими граница оказывается точной для форм с двумя, тремя и четырьмя переменными. В этой работе имеется замечание о минимумах неопределенных квадратичных форм, явившееся исходным пунктом для исследований их ученика А. А. Маркова [113—116, 123].

В третьей работе (1877) — «О положительных квадратичных формах» [там же, стр. 375—434] — выясняются некоторые важные свойства экстремальных форм, находятся все экстремальные формы с двумя, тремя, четырьмя и пятью переменными.

Во второй из указанных работ Коркин и Золотарев указали примеры предельных форм и для других n: для $n=6$ и $n=7$. Они хотели найти приложения теоремам о минимумах форм. Но эти планы остались неосуществленными.

Их исследования по теории квадратичных форм продолжили в России [113—122] братья А. А. и В. А. Марковы, Е. В. Борисов, Г. Ф. Вороной. А. А. Марков исследовал неопределенные квадратичные формы. Г. Ф. Вороной нашел класс форм («совершенные формы»), для которого предельные формы оказались лишь подклассом. Он изучил свойства найденных им совершенных форм. Эти формы позволили дать алгоритм решения задачи вычисления предельных форм для любого n. За границей подобными исследованиями занимался Г. Минковский, не раз упоминавший результаты Коркина и Золотарева. Предельные формы для отдельных n определяли Хофрейтер, Блихфельдт, Морделл и др.

Исследованиями по теории квадратичных форм занимался брат А. А. Маркова, рано умерший В. А. Марков (1871—1897). В. А. Марков окончил Петербургский университет в 1892 г. и был оставлен для приготовления к профессорскому званию при университете. В предисловии к работе В. А. Маркова [122], опубликованной уже после смерти ее автора в 1897 г., К. А. Поссе писал:

«Тотчас по окончании университета В. А. Марков по предложению профессора А. Н. Коркина занялся вопросом о счете классов положительных тройничных квадратичных форм и в 1893 г. напечатал статью [121] в „Сообщениях Харьковского математического общества“ [2-я серия, т. 14, № 1, 1893, стр. 1—59], в которой дает доказательство формул Эйзенштейна, относящихся к этому вопросу. Доказательство этих формул представляло очень большие трудности и никем еще не было дано, несмотря на то что формулы Эйзенштейна были опубликованы более 40 лет тому назад» [125, стр. 90].

Эта работа содержала в себе разработку основных вопросов теории тройничных квадратичных форм. Вопрос о приведении таких форм был исследован в магистерской диссертации другого ученика А. Н. Коркина и Е. И. Золотарева — Е. В. Борисова (род. в 1854 г.), окончившего университет в 1878 г. В 1890 г. он защитил диссертацию «О приведении положительных квадратичных форм по способу Зеллинга».

Интерес к вопросам теории квадратичных форм стал традиционным для русских математиков. Замечательные исследования А. А. Маркова и Г. Ф. Вороного были продолжены советскими математиками Б. Н. Делоне, Б. А. Венковым, В. А. Тартаковским, Д. К. Фаддеевым и их учениками. В послевоенные годы вопросами представления чисел квадратичными формами занимаются Ю. В. Линник, А. В. Малышев и другие ленинградские математики.

Как известно, П. Л. Чебышева особенно интересовали вопросы теории наибольших и наименьших величин, имеющие наибольшее значение для практической деятельности человека и для теории. Задачи самого различного характера рассматривались им и его учениками как задачи о наибольших и наименьших значениях. Работами такого типа являются совместные исследования Коркина и Золотарева по теории квадратичных форм. Особенно ясна преемственность идей Чебышева в четвертой совместной работе тех же авторов: «О некотором минимуме» [9, К]. В этой статье решается задача об отыскании минимума интеграла. Требуется найти многочлен заданной степени со старшим коэффициентом, равным единице, такой, чтобы интеграл

$$\int_{-1}^{1} |f(x)|\,dx$$

принимал для него наименьшее значение. В частном случае эта задача была решена еще Чебышевым в статье «Об интерполировании в случае большого числа данных» [26, т. 5, стр. 244—313]. Ее рассматривали, кроме Коркина и Золотарева, Стильтьес и другие математики. Затем она обобщалась в различных направлениях в работах А. А. Маркова, В. А. Маркова, С. Н. Бернштейна, Н. И. Ахиезера, М. Г. Крейна, Я. Л. Геронимуса [128, 129, 130 — библиография].

Совместные работы навсегда соединили имена А. Н. Коркина и Е. И. Золотарева, прославив их в России и за границей. До последнего времени появляются труды, связанные с методами или результатами этих исследований.

Глава 3

ТРУДЫ ПО ТЕОРИИ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Менее всего известны современным математикам работы А. Н. Коркина по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Об истории этих исследований в нескольких местах пишет сам Коркин. Вот, что говорится по этому поводу в черновике письма А. Н. Коркина Ш. Эрмиту: «Так как я должен читать в нашем университете ту часть интегрального исчисления, которая занимается дифференциальными уравнениями, то мне приходится следить за успехами, которые она сделала в последнее время. Среди многочисленных работ по этому вопросу имеется несколько, и даже большая часть именно таких, которые поражают манерой, в которой там трактуется математика.

Авторы часто не ставят себе никакой задачи, ограничиваясь выводом общих теорем, пользу которых очень трудно оценить, не зная, будут ли ими пользоваться в каком-либо исследовании. Или же берут проблему чрезвычайно сложную и трудную во всей ее общности, не давая себе труда подвергнуть анализу хоть малейший частный случай, и приходят к заключениям, в которых трудно отдать себе отчет. Их результаты, по крайней мере в той форме, как они высказаны авторами, допускают многочисленные исключения, и все это к тому же изложено манерой, которая может обескуражить самого терпеливого читателя».[1]

Основным недостатком таких работ Коркин считал отсутствие методов для нахождения неизвестных функций, удовлетворяющих дифференциальному уравнению или системе. Поэтому дальше он замечает: «Я думаю все же, что, для того чтобы продвинуться в интегрировании дифференциальных уравнений, у нас до сих пор нет другого пути, кроме того, который проложен старыми геометрами и которому вы сами, милостивый государь, нас учите своими работами. Он состоит в том, чтобы подвергнуть анализу конкретные уравнения и изучить их во всех отношениях, прежде чем приступить к общим вопросам. Это тем более полезно, что частные случаи, наиболее изученные, могут привести к весьма общим заключениям».[2]

Имея перед собой эту цель, Коркин приступил к изучению примеров в «Интегральном исчислении» Эйлера [131], чтобы выбрать способ вычисления «наиболее простой и более всего подходящий для обобщения». У Эйлера говорилось, что хотя при разделении переменных можно найти подходящий множитель, однако пока неизвестно, каким образом, зная множитель, можно осуществить разделение переменных. Вот почему также и по этим соображениям метод интегрирования при помощи множителей заслуживает значительного предпочтения перед первым. «Хотя до сих пор именно разделение переменных приводило к нахождению множителей, однако нет никакого сомнения в том, что существует путь нахождения множителей, совершенно независимый от разделения переменных, хотя до сих пор этот путь нам еще неизвестен. Но он будет постепенно становиться более ясным, если мы научимся распознавать подходящие мно-

---

[1] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, ед. хр. 114, л. 298—299 (на франц. яз.).

[2] Там же.

жители для как можно большего числа уравнений» [131, т. I, стр. 268—273]. Эйлер рассматривал затем примеры нахождения интегрирующих множителей.

Коркин говорит дальше: «Уравнения, которые Эйлер исследует в этой главе, представляются в форме

$$(P+Qy)\,dx+(Sx+Ty)\,dy=0,$$

которая легко сводится к другой, более простой:

$$(y+R)\,dx-y\,dy=0, \tag{1}$$

где R — функция от x. Среди форм общих интегралов самая простая дается таким уравнением:

$$(y-\nu_1)^{m_1}(y-\nu_2)^{m_2}\ldots(y-\nu_n)^{m_n}=C. \tag{2}$$

Я нашел сначала все значения R и $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_n$, для которых уравнение (1) допускает общий интеграл (2), где число n и показатели $m_1, m_2, \ldots, m_n$ считаются заданными. Отсюда легко перейти к уравнениям, которые являются предметом заметки, прилагаемой к письму».

Здесь речь идет, по-видимому, о заметке Коркина «Об обыкновенных дифференциальных уравнениях первого порядка», представленной Эрмитом в Парижскую Академию 26 мая 1896 г. [41, К]. Доказательства в этой заметке не приводятся.

Эйлер несколько раз писал о важности разработки метода множителей: «Я без колебаний заявляю, что этот метод приведения дифференциальных уравнений к интегрируемому виду с помощью множителей является наиболее широко применимым и наиболее соответствующим сущности вопроса; нет такой до сих пор выполненной интеграции, которая не удалась бы этим путем» [131, т. 3, стр. 389—390].

По-видимому, именно эти замечания Эйлера привлекли внимание Коркина к методу интегрирующих множителей.

Эйлера интересовала также связь метода множителей с частными решениями. В работе «Études des multiplicateurs des équations différentielles du I ordre» [22, К] Коркин упоминает слова Эйлера, называвшего метод интегрирования дифференциальных уравнений посредством множителей «основой всех интегрирований».[3]

---

[3] Цитировано по черновику работы Коркина: ААН (Л), ф. 759, оп. 4, ед. хр. 30, л. 64.

Среди работ последователей Эйлера Коркин отмечал работу Абеля «Об уравнении $(y+s)\,dy+(p+qy+ry^2)\,dx=0$» [132, т. 2, стр. 26], в которой указаны некоторые виды множителей для уравнения $ydy+(p+qy)\,dx=0$, рассматривавшегося Эйлером в его «Интегральном исчислении».

Общие исследования по этому предмету имеются в сочинении Ф. Миндинга (1806—1885) «Исследования об интегрировании дифференциальных уравнений первого порядка с двумя переменными» [133]. Коркин ссылается на немецкий вариант этого сочинения [134]. Он считает, что именно множители Абеля могли привести Миндинга к их обобщению. Миндинг рассматривал множители вида

$$e^u\,(y-u_1)^{h_1}\,(y-u_2)^{h_2}\ldots(y-u_l)^{h_l},$$

где u — рациональная функция от y; $u_1,\ u_2,\ \ldots,\ u_l$ — функции от x, не зависящие от y, и $h_1,\ h_2,\ \ldots,\ h_l$ — постоянные. Все формы множителей Абеля встречаются в этой форме как частные случаи. Коркин говорит о замечательной теореме Миндинга о том, что функции u, $u_1, u_2, \ldots, u_l$ и корни уравнения $\frac{1}{u}=0$, если рассматривать в них y как неизвестное, являются решениями уравнения $Mdx+Ndy=0$. Миндингу принадлежит много примеров, более общих, чем у Эйлера. Коркин отмечает также ошибку в рассуждении Миндинга во втором параграфе его мемуара. Прибавим к этому, что у Миндинга есть еще несколько работ по интегрированию дифференциальных уравнений методом интегрирующего множителя.

Желая продолжить общие исследования о множителях, Коркин опубликовал сначала свое решение следующей задачи: «Если даны коэффициенты целой функции N (y) степени ρ в функции от x и постоянных m_1, m_2, $\ldots$, m_n, найти все значения функций P, v_1, v_2, $\ldots$, v_n только от x и целой функции M от y таким образом, чтобы дифференциальное уравнение $Mdx+Ndy=0$ имело в качестве общего интеграла такое конечное (не дифференциальное) уравнение:

$$P\,(y-v_1)^{m_1}\,(y-v_2)^{m_2}\ldots(y-v_n)^{m_n}=const.\ arbitr.»$$

(произвольной постоянной, — *Е. О.*).

При этом решение это полное и общее, так как ограничения на M и N не являются существенными. Решение этой задачи было дано в статье [27, К].

Наиболее полная теория интегрирующего множителя была дана Коркиным в его работе «Изыскания о множителях дифференциальных уравнений первого порядка», написанной первоначально на французском языке и опубликованной по-французски в Петербурге, а потом переведенной на русский язык и помещенной в «Математическом сборнике в Москве [21, К; 22, К].

Позже В. П. Ермаков напечатал статью [101] «К теории обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка», где хотел изложить результаты труда А. Н. Коркина [21, К] в более ясной и доступной форме, выяснить, какими соображениями руководствовался А. Н. Коркин в своих исследованиях [27, К]. В следующем томе «Сообщений Харьковского математического общества» он напечатал еще одну работу [100], где ставил своей целью облегчить понимание статьи А. Н. Коркина [21, К]. Коркин откликнулся на последнюю заметку Ермакова своей статьей «По поводу заметки В. П. Ермакова под заглавием „Дифференциальные уравнения первого порядка, имеющие данный интегрирующий множитель факториальной формы“» [23, К].

Коркин писал: «Если бы упомянутую статью написал кто-либо другой, я не счел бы нужным отвечать на нее, но так как она принадлежит столь уважаемому ученому, как В. П. Ермаков, то мне кажется необходимым сделать некоторые замечания» [23, К, стр. 59]. Коркин не собирается возражать на критику его изложения, так как достаточно для этого посмотреть на оглавление его мемуара. Он делает несколько замечаний по поводу исследований самого Ермакова, подвергает критике формулировку задачи Ермакова и дает свою формулировку. Коркин не соглашается с тем, что изложение Ермакова более просто, чем у него, и что задача исследована им во всех подробностях.

Магистерская диссертация Б. М. Кояловича [135] «Исследования о дифференциальном уравнении $ydy - ydx = Rdx$» (СПб., 1894) написана под сильным влиянием Коркина. Автор заявлял, например: «Мы глубоко убеждены, что только те исследования в области интегрирования дифференциальных уравнений могут быть плодотворными, которые все время опираются на почву практических приложений, то есть на частные примеры. Ничего нет легче, как писать общие рассуждения относительно теории интегрирования дифференциальных уравнений, но такие рассуждения большею частью остаются бесплодными, если они не вытекают из разбора частных типов уравнений. Можно бы привести много примеров таких теорий» [135, стр. 7]. Здесь имеются и прямые упоминания о Коркине («Уравнение профессора А. Н. Коркина»). Возможно, что Коркин вплотную занялся этими вопросами именно в связи с диссертацией Кояловича. Отзыв об этой работе был написан К. А. Поссе и А. Н. Коркиным.[4]

В своей работе [27, К] Коркин упоминает диссертацию Кояловича. С работами Коркина связаны также исследования Д. Д. Мордухая-Болтовского.

Кроме упоминавшихся работ Коркину принадлежат также заметки в «Comptes rendus», об одной из которых [41, К] мы говорили вначале. На эту заметку откликнулся французский математик П. Пэнлеве [136, 137]. «Интересные результаты, — писал Пэнлеве в [136], — опубликованные г. Коркиным. . ., дают мне случай вернуться к вопросу, который я некогда изучал и который заключает как частный случай задачу г. Коркина». Свой вопрос Пэнлеве формулировал так: «Дано дифференциальное уравнение

$$\frac{dy}{dx}=\frac{P(y,\ x)}{Q(y,\ x)}, \tag{1}$$

где P и Q — два полинома от y, требуется каким-либо образом узнать, может ли интеграл этого уравнения быть записан в виде

$$h(x)\,[y-g_1(x)]^{\lambda_1}\,[y-g_2(x)]^{\lambda_2}\ldots[y-g_n(x)]^{\lambda_n}=C, \tag{2}$$

где h, g_1, . . ., g_n обозначают неизвестные функции от x, λ_1, λ_2, . . ., λ_n — произвольные постоянные, C — произвольная постоянная, n — данное целое. К задаче г. Коркина приходят, когда предполагается $h(x)=1$, а λ_1, λ_2, . . ., λ_n — данные величины, все различные; это последнее ограничение самое важное». Пэнлеве ссылался на свою заметку 1892 г. [138].

Коркин выступил с возражениями против замечаний Пэнлеве в следующем томе «Comptes rendus» в заметке «О дифференциальных обыкновенных уравнениях пер-

---

[4] ЛГИА, ф. 14, оп. 3, д. 14915, л. 20—25 об.

вого порядка» [42, К]. Он считал, что тут произошло недоразумение: «Я не знаю до сих пор другого решения вопроса, поставленного мною, кроме того, которое дано в моей заметке».

Коркин сообщает, что его целью не являлось выяснение того, имеет ли данное дифференциальное уравнение (1) интеграл вида (2). Напротив, «когда вид уравнений (1), (2) задан, я ищу все возможные значения различных неопределенных величин, которые они содержат, в функциях от x. А это совсем другая задача . . . Затем г. Пэнлеве говорит, что постоянные, обозначенные в его заметке $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, должны быть в моем методе все различны. В этом он ошибается. Они могут иметь любые данные значения, вещественные или мнимые, равные между собой или различные. Это доказано в моем мемуаре [27, К], который скоро выйдет, и может быть подтверждено любым количеством примеров». Кроме того, Коркин указал на неточности в рассуждениях самого Пэнлеве.

Вопросами о связи частных решений и интегрирующего множителя дифференциального уравнения занимались также В. А. Анисимов [105] и др. [139—141].

Глава 4

ИЗЫСКАНИЯ ПО ВОПРОСАМ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ И ПРОЧИЕ РАБОТЫ

Кроме исследований по теории квадратичных форм, А. Н. Коркин работал и над другими вопросами теории чисел. К сожалению, опубликованы лишь некоторые из этих исследований (и то после смерти их автора) в «Математическом сборнике» под заглавием «О распределении целых чисел по простому модулю и о двучленных сравнениях с таблицей первообразных корней и характеров, к ним относящихся, для простых чисел меньше 4000» [25, К; 24, К].

О содержании посмертного мемуара А. Н. Коркина И. И. Иванов писал [12, стр. 15]: «В этой работе мы находим: 1) обобщения теоремы Чебышева об определении первообразных корней простых чисел, заключающихся в известных формах,[1] и 2) ряд предложений относительно

[1] Речь идет о работе П. Л. Чебышева «Теория сравнений» (1849). См. [26, т. 1, стр. 107—116].

двучленных сравнений с простым модулем». Сообщим кратко содержание работы, придерживаясь изложения И. И. Иванова.

Так как двучленное сравнение с сложным показателем может быть сведено к системе двучленных сравнений с простыми показателями, то А. Н. Коркин ограничивается рассмотрением сравнений вида

$$x^q \equiv a \pmod p, \tag{1}$$

где q, p — простые числа, q — делитель числа $p-1$ и число a удовлетворяет условию

$$a^{\frac{p-1}{q}} \equiv 1 \pmod p.$$

Известно, что для нахождения всех решений сравнения (1) достаточно найти одно его решение и одно решение, отличное от 1, сравнения

$$z^q \equiv 1 \pmod p. \tag{2}$$

Если дан один из первообразных корней числа p, или вообще, как замечает А. Н. Коркин, любой невычет степени q числа p, то, как известно, мы можем получить все решения сравнения (2). Для получения же одного решения сравнения (1) он предлагает следующий путь. Положим, что $p-1=q^\alpha N$, где N — целое число, не делящееся на q.

Если $\alpha=1$, то

$$\frac{p-1}{q}=N \text{ и } a^N \equiv 1 \pmod p.$$

Делим N на q и обозначаем частное от деления через A, а остаток через r. Легко убедиться, что за решение сравнения (1) может быть взято число $b^{A\lambda+\mu}$, где b любое число, удовлетворяющее сравнению $ab \equiv 1 \pmod p$, а числа λ и μ — любые положительные решения уравнения $r\lambda - q\mu = 1$.

Если $\alpha > 1$, то, следуя А. Н. Коркину, мы должны предварительно для случая $q > 2$ решить систему сравнений, число которых конечно и определяется числом α:

$$z^q \equiv -1 \pmod p,\ y^q \equiv z \pmod p,\ t^q \equiv y \pmod p,\ \ldots \tag{3}$$

Для случая же $q=2$ следующую:

$$z^2 \equiv -1 \pmod p,\ y^2 \equiv z \pmod p,\ t^2 \equiv y \pmod p,\ \ldots \tag{4}$$

Число последних сравнений конечно и также определяется числом α.

Числа, удовлетворяющие системе (3), и числа, удовлетворяющие системе (4), А. Н. Коркин называет характерами числа p относительно числа q. Они могут быть найдены, если будем знать любой невычет степени q простого числа p. Для всех простых чисел, не превышающих 4000, мы находим эти характеры в таблице, составленной А. Н. Коркиным и приложенной к рассматриваемому мемуару. Как только характеры вычислены, при их помощи составляют число В, удовлетворяющее сравнению

$$a^N \equiv B^q \pmod p.$$

Имея в виду это сравнение и сохраняя за обозначениями b, λ, μ вышеприведенные их значения, легко убедиться, что за решение сравнения (1) может быть взято число $b^\lambda b^{A\lambda+\mu}$. Особенный интерес, как замечает автор, представляет сравнение (1) в том случае, когда наперед известно, что число a по модулю p принадлежит к показателю $\frac{p-1}{q}$, так как в этом случае, на основании последней теоремы мемуара, в числе решений сравнения (1) будет $\frac{\varphi(p-1)}{\varphi\left(\frac{p-1}{q}\right)}$ первообразных корней ($\varphi(N)$ обозначает число чисел, взаимно простых с N и меньших N).

Следовательно, замечая, что в том частном случае, когда $p-1=q^\alpha N$, где N на q не делится и $\alpha>1$, $\frac{\varphi(p-1)}{\varphi\left(\frac{p-1}{q}\right)}=q$, мы заключаем, что все решения сравнения (1) будут первообразными корнями простого числа p.

Если же $\alpha=1$, то $\frac{\varphi(p-1)}{\varphi\left(\frac{p-1}{q}\right)}=q-1$, так что в этом случае все решения сравнения (1) за исключением одного будут первообразными корнями простого числа p.

В конце мемуара А. Н. Коркин указывает на несколько ошибок в таблицах Буркхардта и в таблице Якоби «Canon arithmeticus» [144].

Доказательства большей части теорем этого мемуара автором не приведены, с целью сделать его по возможности кратким. Коркин рассматривал его лишь как введение к составленной им таблице. Коркин составил эту таблицу, по его словам, для собственного употребления. Примечания к статье Коркина были написаны К. А. Поссе [142].

Подготавливая к печати мемуар Коркина, К. А. Поссе обнаружил статью и таблицы Г. Вертхайма [145, 146]. Поссе отметил, что статьи Вертхайма не были, вероятно, известны Коркину. В них доказан ряд теорем, которые у Коркина были даны без доказательства, и приведена таблица наименьших первообразных корней всех простых чисел от 300 до 5000. Ни Коркину, ни Вертхайму не была известна монография Э. Демаре [147] с таблицей первообразных корней всех простых чисел, меньших 10 000. Эта работа была представлена в Парижскую академию (в 1845 и 1846 гг.) еще до появления «Теории сравнений» П. Л. Чебышева (1849), в прибавлении к которой были впервые опубликованы теоремы такого рода.

Таблицы А. Н. Коркина отличаются от таблиц его предшественников тем, что, кроме первообразных корней, содержат еще и характеры, к ним относящиеся. Эти числа служат для решения двучленных сравнений по способу Коркина без помощи таблиц индексов [142, стр. 119—120].

Как только составлены при помощи невычетов все характеры простого числа p, относящиеся ко всем различным простым множителям, входящим в состав числа $p-1$, сразу же можно найти первообразный корень, сравнимый с произведением всех характеров наивысшего порядка.

К. А. Поссе указал также, что с помощью характеров применение метода А. Н. Коркина для решения всех квадратных и всех двучленных сравнений любой степени делается весьма простым и удобным.

Кроме того, в работе Коркина впервые было показано приложение решения двучленных сравнений к разысканию первообразных корней и составление сравнений, все решения которых будут первообразными корнями данного простого числа. Эти сравнения могут служить для проверки таблиц первообразных корней (там же, стр. 120).

Во втором выпуске 27-го тома «Математического сборника» было помещено продолжение таблицы А. Н. Коркина: «Таблица первообразных корней и характеров, к ним относящихся, для простых чисел, лежащих между 5000 и 10 000» [143], составленное К. А. Поссе. Здесь были вычислены характеры и первообразные корни.

Д. А. Граве указал, что наряду с важным значением содержащегося в мемуаре Коркина практического способа решения двучленных сравнений, очень важно и другое обстоятельство. Таблицу Коркина можно рассматривать как полную таблицу индексов. Приведенные в таблице характеры достаточны для вычисления индексов произвольно взятых чисел. Как это можно сделать, Граве показывает в своей заметке «О таблице характеров Коркина» [148], проиллюстрировав свое интересное замечание примерами. Д. А. Граве [149], И. И. Иванов [151, 152] излагали метод Коркина в своих лекциях по теории чисел. Говорил о нем и Б. А. Венков [150].

Небольшая заметка «О невозможности алгебраического соотношения $x^n+y^n+z^n=0$» [15, К; 16, К] была послана Коркиным в письме к Эрмиту. Р. Лиувилль [153] дал доказательство невозможности удовлетворить уравнению $X^n+Y^n+Z^n=0$ многочленами X, Y, Z. А. Н. Коркин [15, К; 16, К] усовершенствовал доказательство Р. Лиувилля. Доказательство это вызвало восторженный отзыв Эрмита. Он писал Коркину: «Примите мои поздравления по поводу столь блестящего доказательства теоремы Лиувилля относительно уравнения $x^n+y^n+z^n=0$, которое вы мне оказали честь прислать».[2]

Такое же восторженное отношение вызвала и другая маленькая заметка Коркина «Об одной теореме г. Чебышева» [18, К]. В этой заметке Коркин сообщил свое доказательство теоремы Чебышева. Пусть $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ — две функции от x, которые удовлетворяют одному из двух условий: 1) они одновременно возрастающие или одновременно убывающие для всех значений x, заключенных между 0 и 1; 2) одна из них убывающая, а другая возрастающая для тех же значений x. Тогда в первом случае будет выполняться неравенство

$$\int_0^1 \varphi(x)\,\psi(x)\,dx > \int_0^1 \varphi(x)\,dx \cdot \int_0^1 \psi(x)\,dx,$$

[2] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, ед. хр. 84/8, л. 1 (письмо Эрмита от 18 февраля 1880 г.).

а во втором

$$\int_0^1 \varphi(x)\,\psi(x)\,dx < \int_0^1 \varphi(x)\,dx \cdot \int_0^1 \psi(x)\,dx.$$

Доказательство этой теоремы, которую Чебышев лично сообщил Коркину, исключительно просто. Коркин рассматривает тождество

$$\frac{x_1y_1 + x_2y_2 + \ldots + x_ny_n}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \times$$
$$\times \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n} + \frac{1}{n^2} \sum_{i,\,k} (x_i - x_k)\,(y_i - y_k),$$

где $\frac{n(n-1)}{2}$ членов суммы $\sum\limits_{i,\,k} (x_i - x_k)\,(y_i - y_k)$ соответствуют всем комбинациям индексов i и k, взятым в последовательности $1, 2, 3, \ldots, n$.

Если положить

$$x_i = \varphi\left(\frac{i-1}{n}\right), \quad y_i = \psi\left(\frac{i-1}{n}\right)$$

для $i = 1, 2, 3, \ldots.$ и перейти к пределу, предполагая n бесконечно большим, получаем как непосредственное следствие теорему Чебышева.

Эрмит ответил на письмо Коркина: «Примите мою живейшую благодарность за удовольствие, которое мне доставило ваше доказательство прекрасных теорем г. Чебышева, это истинная драгоценность. Я исполню свой долг, изложив его в своих лекциях в Сорбонне, но в ожидании этого и воспользовавшись свободой, которую вы мне предоставили, я дал о нем сообщение в Академии на последнем заседании».[3]

Работа «О кривизне поверхностей» [26, К] представляет собой отрывок из письма А. Н. Коркина к Н. В. Бугаеву. С помощью преобразования переменных Коркин дает новое остроумное аналитическое доказательство известной теоремы Гаусса о кривизне поверхностей (выражение кривизны через коэффициенты выражения линейного элемента поверхности). «Выражение меры кривизны

[3] Там же, л. 5 (письмо Эрмита от 1 февраля 1883 г.).

поверхности в произвольных на ней координатах представляет теорему настолько важную, что как в интересе самого предмета, так и (имея) в виду облегчить преподавание, желательно иметь по возможности более разнообразных ее доказательств» [26, К].

А. Н. Коркин принимал деятельное участие в работе двух съездов русских естествоиспытателей и врачей: Шестого съезда, который проходил в Петербурге с 20 по 30 декабря 1879 г., и Восьмого съезда, также проводившегося в Петербурге с 28-го декабря 1889 г. по 7 января 1890 г.

На 6-м съезде А. Н. Коркин выступил с сообщением на заседании секции астрономии и математики 24 декабря. Заранее он (Коркин) в списки желающих не записался, поэтому его фамилии нет в предварительной повестке дня заседаний секции. Но в протоколе записано: «Пятое сообщение, принадлежащее профессору здешнего университета А. Н. Коркину. Профессор сделал сообщение относительно выбора знака в сравнении

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots \frac{p-1}{2} \equiv \pm 1 \ (\text{мод. } p)$$

при p простом вида $4n+3$» [154, стр. 169].

С исследованиями А. Н. Коркина было связано выступление Н. И. Билибина «О поверхностях minimum, проходящих через данную кривую, причем ряд нормалей к поверхности вдоль заданной линии должен следовать наперед заданному закону». Выступавший отметил, что «Формулы эти в несколько ином виде предложены профессором А. Н. Коркиным в его изящной работе, написанной по поводу университетского акта 1878 г.» [там же, стр. 205—206].

На заседаниях секции выступали П. Л. Чебышев, Ф. А. Слудский, А. Ю. Давидов, Н. В. Бугаев, Г. Миттаг-Леффлер (Швеция), А. А. Марков (кандидат университета), А. В. Васильев и др. Особенно много слушателей собралось 29 декабря, когда первое сообщение сделала С. В. Ковалевская, доктор Геттингенского университета.

Восьмой съезд русских естествоиспытателей и врачей в С.-Петербурге [155] проходил с 28 декабря 1889 г. до 7 января 1890 г. Председателем съезда был избран А. Н. Бекетов, товарищами председателя — Н. В. Склифасовский и А. Г. Столетов. В состав Распорядительного комитета вошел и А. Н. Коркин.

Коркин был избран заведующим секцией математики съезда и открывал первое заседание этой секции. Оно состоялось 29 декабря 1889 г. под председательством Н. В. Бугаева. Обязанности секретаря выполнял профессор Варшавского университета Н. Н. Зинин. В протоколах секции [155] записано:

«Профессор А. Н. Коркин сделал сообщение о задаче Золотарева, относящейся к теории географических карт и состоящей в следующем: „Найти все изображения шара на плоскости, обладающие свойством представлять каждый круг шара тоже кругом или прямой линией". Этот вопрос будет решен, если будет показано, что в искомом изображении сохраняется подобие в бесконечно малых частях, ибо можно считать известным, что при таком условии одна только стереографическая проекция удовлетворяет высказанному сейчас вопросу Золотарева». А. Н. Коркин доказал, что действительно «для всякой проекции карт, удовлетворяющей вопросу Золотарева, должно сохраняться подобие в бесконечно малом. Этого достаточно, чтобы считать доказанным предложение, высказанное нами вначале, а именно, что занимавшему нас вопросу удовлетворяет только стереографическая проекция; ибо остальное не представляет уже никакого затруднения» [155, стр. 6—8]. На съезде было сделано много интересных сообщений. А. А. Марков [155] сообщил, например, что известный признак сходимости рядов Коши, основанный на сравнении ряда с интегралом, имелся еще у Маклорена.

К работам Коркина по уравнениям в частных производных примыкало выступление И. В. Мещерского «О теореме Пуассона при существовании условных уравнений» [155, стр. 63—67]. Ученик А. Н. Коркина Д. А. Граве изложил геометрическое решение задачи Д. И. Менделеева [155, стр. 63—67]. Решение этой задачи, данное А. А. Марковым, было опубликовано раньше [156], но найдены оба решения были одновременно, в 1887 г.

Редакция Трудов съезда была поручена: общая — Д. И. Менделееву, специальных статей — членам комитета, заведующим секциями. Следовательно, статьи по математике редактировал А. Н. Коркин.

В сообщении Коркина на 6-м съезде русских естествоиспытателей и врачей [154] говорилось: «Если, согласно

Лежандру, обозначить знакоположением Ex наибольшее целое число, заключенное в величине x, то следует во второй части упомянутого сравнения взять знак $+$, когда число

$$\frac{p-3}{4}+\mathrm{E}\sqrt{p}+\mathrm{E}\sqrt{2p}+\mathrm{E}\sqrt{3p}+\ldots+\mathrm{E}\sqrt{\frac{p-3}{4}p}$$

есть четное, и знак $-$, когда оно нечетное. Это приводит к более общему следующему вопросу, имеющему некоторую аналогию с вопросом Ивана Бернулли, изложенным в статье «Sur une nouvelle espèce de calcul» [157], а именно: Найти способ вычислять числа $\mathrm{E}\sqrt{p}$, $\mathrm{E}\sqrt{2p}$, $\mathrm{E}\sqrt{3p}$, ..., не прибегая к извлечению корня из каждого из них. Не входя в изложение решения этого вопроса, профессор Коркин заявил, что можно составить все числа ряда $\mathrm{E}\sqrt{p}$, $\mathrm{E}\sqrt{2p}$, $\mathrm{E}\sqrt{3p}$, ..., $\mathrm{E}\sqrt{p\cdot p}=p$, найдя только некоторые из них в числе $\mathrm{E}\left(\frac{p+21}{36}\right)''$ [154, стр. 169].

Два вопроса А. Н. Коркина из этого круга вопросов теории чисел были опубликованы позднее в журнале «L'intermédiaire des mathématiciens» [44, К]—[46, К]. Один вопрос был такой: «Обозначим p простое число вида $4n+3$ и y — число $\frac{p+1}{4}-\mathrm{E}(\sqrt{p})$. Тогда две суммы

$$A=\mathrm{E}\sqrt{p}+\mathrm{E}\sqrt{2p}+\ldots+\mathrm{E}\sqrt{\frac{p-3}{4}p}$$

и

$$B=\mathrm{E}\left(\frac{\sqrt{(4y+3)p}-1}{4}\right)+\mathrm{E}\left(\frac{\sqrt{3p}-1}{2}\right)+\mathrm{E}\left(\frac{\sqrt{7p}-1}{2}\right)+$$
$$+\mathrm{E}\left(\frac{\sqrt{11p}-1}{2}\right)+\ldots+\mathrm{E}\left(\frac{\sqrt{(4y-1)p}-1}{2}\right)$$

будут одновременно или обе четные или обе нечетные. Здесь E (x) обозначает наибольшее целое, содержащееся в x» [44, К; стр. 95].[4]

Другой вопрос: «В тех же обозначениях, что и в вопросе 181, надо выбрать верхний или нижний знак в сравнении

$$1\cdot 2\cdot 3\ldots\frac{p-1}{2}\equiv\pm 1 \pmod p$$

[4] Исправлено по черновику письма Коркина Лемуану: ААН (Л), ф. 759, оп. 4, № 114, л. 230.

в зависимости от того, будут числа $\frac{p-3}{4}+A$ и $\frac{p-3}{4}+B$ четными или нечетными [44, К, стр. 96].

Рядом с номером первого вопроса стоит знак (S), обозначающий, что автор знает решение этого вопроса. Во втором вопросе такого знака нет [157—160].

В том же журнале был напечатан еще один вопрос Коркина, уже другого типа: «Обозначим через ρ неприводимую дробь, положительную и меньшую чем $\frac{1}{2}$, знаменатель которой не превосходит величины N. Пусть p — простое нечетное число, большее, чем $\frac{N}{2}$, и меньшее или равное N, или целая и положительная степень которого больше, чем $\frac{N}{2}$, и меньше или равна N. Имеем

$$\sum \log \operatorname{tg} \rho\pi = \frac{1}{2} \sum \log p,$$

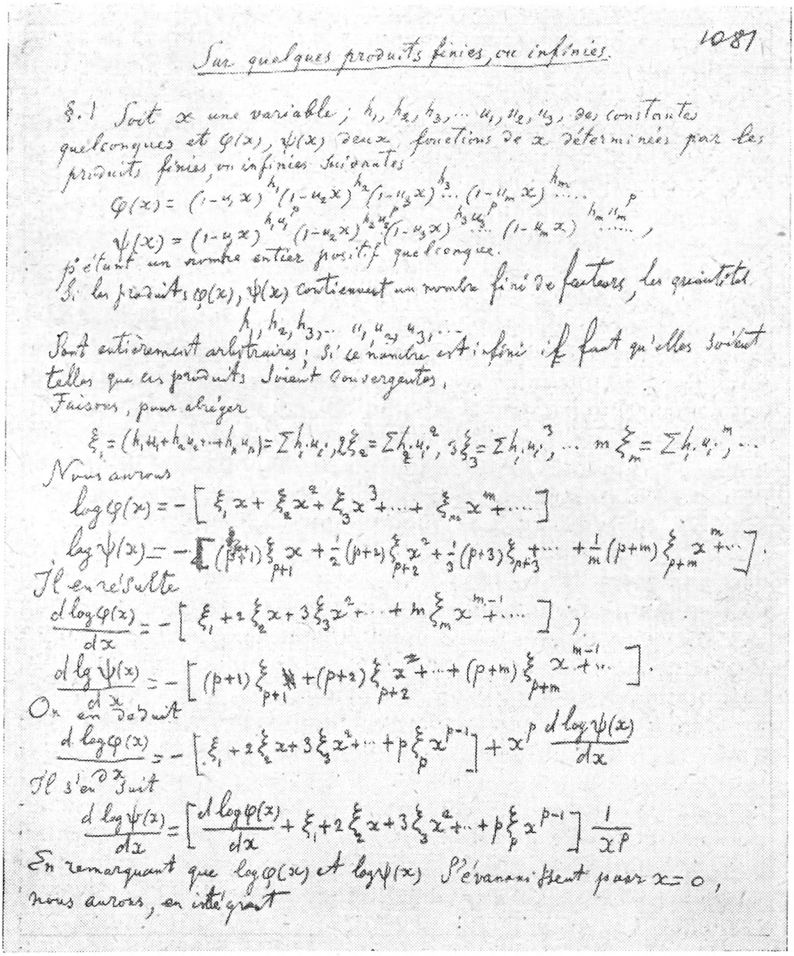
где сумма в левой части берется по всем дробям ρ, а сумма второй части — по всем числам p» [46, К, стр. 146].

Кроме упомянутых работ, А. Н. Коркину принадлежат многочисленные задачи, опубликованные в «Журнале элементарной математики» и в «Вестнике опытной физики и элементарной математики» [48, К—54, К], статьи в «Русском энциклопедическом словаре» И. Н. Березина и рефераты работ русских математиков в «Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik» (Bd. 2—7).

Глава 5

РУКОПИСНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Материалы о деятельности А. Н. Коркина в Петербургском университете хранятся в Ленинградском государственном историческом архиве (ЛГИА); формулярные списки, материалы о награждениях, о повышении в чинах — в Центральном государственном историческом архиве Ленинграда (ЦГИАЛ); в Центральном государственном архиве Военно-Морского флота (ЦГАВМФ) — материалы о деятельности в Морской академии; в Архиве Вологодской области имеются некоторые материалы о гимназических годах Коркина. В Архиве Академии наук



1081

Sur quelques produits finies, ou infinies.

§.1 Soit x une variable; $h_1, h_2, h_3, \dots u_1, u_2, u_3$, des constantes quelconques et $\varphi(x)$, $\psi(x)$ deux fonctions de x déterminées par les produits finies, ou infinies suivantes

$$\varphi(x) = (1-u_1x)^{h_1}(1-u_2x)^{h_2}(1-u_3x)^{h_3}\cdots(1-u_mx)^{h_m}\cdots$$

$$\psi(x) = (1-u_1x)^{h_1u_1^p}(1-u_2x)^{h_2u_2^p}(1-u_3x)^{h_3u_3^p}\cdots(1-u_mx)^{h_mu_m^p}\cdots,$$

p étant un nombre entier positif quelconque.

Si les produits $\varphi(x)$, $\psi(x)$ contiennent un nombre fini de facteurs, les quantités

$$h_1, h_2, h_3, \dots u_1, u_2, u_3, \dots$$

sont entièrement arbitraires; si ce nombre est infini il faut qu'elles soient telles que ces produits soient convergentes.

Faisons, pour abréger

$$\xi_1 = (h_1u_1+h_2u_2+\dots+h_nu_n) = \sum h_iu_i,\ 2\xi_2 = \sum h_iu_i^2,\ 3\xi_3 = \sum h_iu_i^3, \dots m\xi_m = \sum h_iu_i^m, \dots$$

Nous aurons

$$\log\varphi(x) = -\left[\xi_1x + \xi_2x^2 + \xi_3x^3 + \dots + \xi_mx^m + \dots\right]$$

$$\log\psi(x) = -\left[(p+1)\xi_{p+1}x + \frac{1}{2}(p+2)\xi_{p+2}x^2 + \frac{1}{3}(p+3)\xi_{p+3} + \dots + \frac{1}{m}(p+m)\xi_{p+m}x^m + \dots\right].$$

Il en résulte

$$\frac{d\log\varphi(x)}{dx} = -\left[\xi_1 + 2\xi_2x + 3\xi_3x^2 + \dots + m\xi_mx^{m-1} + \dots\right],$$

$$\frac{d\lg\psi(x)}{dx} = -\left[(p+1)\xi_{p+1} + (p+2)\xi_{p+2}x + \dots + (p+m)\xi_{p+m}x^{m-1} + \dots\right].$$

On en déduit

$$\frac{d\log\varphi(x)}{dx} = -\left[\xi_1 + 2\xi_2x + 3\xi_3x^2 + \dots + p\xi_px^{p-1}\right] + x^p\frac{d\log\psi(x)}{dx}$$

Il s'en suit

$$\frac{d\log\psi(x)}{dx} = \left[\frac{d\log\varphi(x)}{dx} + \xi_1 + 2\xi_2x + 3\xi_3x^2 + \dots + p\xi_px^{p-1}\right]\frac{1}{x^p}$$

En remarquant que $\log\varphi(x)$ et $\log\psi(x)$ s'évanouissent pour $x=0$, nous aurons, en intégrant

Автограф А. Н. Коркина.

в Ленинграде (ААН) находятся черновики почти всех работ А. Н. Коркина и работ его, написанных совместно с Е. И. Золотаревым. Здесь же имеются конспекты лекций, в том числе и по внепрограммным вопросам, записные книжки со сводкой основных формул, входивших в его курсы, и краткими выводами некоторых из них. Имеются записи лекций Коркина, сделанные его учеником А. Н. Крыловым, программы курсов Коркина. Коркин конспектировал многие работы других авторов. Такие конспекты имеются в ААН (Л).

Черновики Коркина большей частью написаны карандашом, довольно мелким и убористым почерком. Рукописи многих статей Коркин писал по-французски (см. стр. 99). Так была написана им работа об интегрирующем множителе, которую позднее перевел на русский язык Зернов.

А. Н. Коркин был знаком со многими русскими математиками. Архивные материалы дают ряд свидетельств дружеским отношениям Коркина и В. П. Ермакова, профессора Киевского университета. Об этом говорят письма Коркина Эрмиту, отчеты Ермакова [167, 168] и письмо Коркина о необходимости предоставить В. П. Ермакову вакантное место ординарного профессора в Киевском университете. В черновых записях Коркина имеется два варианта этого письма, адресат которого нам неизвестен. Так как письмо содержит характеристику трудов В. П. Ермакова данную выдающимся петербургским ученым, работавшим в тех же областях математики, приведем здесь один из его вариантов.

«Милостивый государь, живой интерес, который соединен для каждого из нас с развитием и успехами математических наук в России, заставляет нас обратиться к Вашему превосходительству с ходатайством, касающимся одного из лучших русских математиков, а именно профессора В. П. Ермакова. По сведениям, дошедшим до нас, на место ординарного профессора, бывшее недавно свободным (зачеркнуто: «оставшееся вакантным по выслуге 30-летнего срока профессором Ващенко-Захарченко», — *Е. О.*), был представлен Г. Шмальгаузен, который моложе Ермакова как по службе в последней должности, так и вообще по числу выслуженных лет, считая их от самого начала службы. . ., мы должны обратить внимание Вашего превосходительства на выдающиеся ученые заслуги В. П. Ермакова для того, чтобы, представив их в надлежащем свете, дать Вам возможность судить, насколько ученый с такими достоинствами, как Ермаков, заслуживает поощрения.

Все работы Ермакова, перечисленные в биографическом словаре Университета Св. Владимира [161], носят на себе отпечаток самостоятельности и оригинальности как проявление математических дарований автора. Для того чтобы оценить всю их научную важность, достаточно остановиться на двух главных. Одна из них, под заглавием „Новый признак сходимости и расходимости бесконечных знакоположительных рядов" [162—166], сделана была Ермаковым вскоре по окончании им университетского курса. Сходимость бесконечных рядов есть предмет, которым занимались первостепенные математики, как Гаусс, Коши, Абель и др. Несмотря на то что результаты, достигнутые ими, далеко не исчерпывают вопроса и относятся к разным частным случаям, им приписывается весьма большое значение ввиду чрезвычайно обширного употребления рядов для решения различных вопросов. Один из самых простых и важных классов бесконечных рядов составляют знакопостоянные ряды. До появления записки Ермакова последнее слово об этом предмете было сказано в работах Моргана и Бертрана, сюда относящихся. Эти ученые независимо друг от друга нашли бесчисленное множество признаков сходимости и расходимости, причем результаты Бертрана только по форме, а не по существу отличаются от тех, которые были найдены Морганом. Несмотря на весьма большую общность этих результатов, новый признак, полученный Ермаковым, далеко оставляет их за собой. Чтобы дать верную оценку его важности, нужно принять во внимание три обстоятельства: во-первых, для всех рядов, сходимость или расходимость которых могут быть определены по признакам Бертрана и Моргана, достаточен и признак Ермакова; во-вторых, существуют ряды, для определения сходимости которых нет в анализе другого способа, кроме признака Ермакова; в-третьих, по своей форме признак Ермакова отличается чрезвычайной простотой. В силу указанных обстоятельств открытию Ермакова нужно приписать первостепенную важность. Мы ставим его настолько высоко, что считаем обязанностью сообщать о нем нашим слушателям. . . Уже одна разобранная сейчас работа ставит его наряду с лучшими учеными Европы.

В других своих трудах он не менее показал свои дарования и изобретательность. Его магистерская диссертация под заглавием „Общая теория интегрирования линейных дифференциальных уравнений высших порядков с частстными производными и с постоянными коэффициентами“ [97] относится к одному из труднейших отделов анализа, в котором испытывали свои силы самые знаменитые математики. . .

Заслуга В. П. Ермакова состоит в том, что чрезвычайно разнообразные приемы различных авторов он свел в одно целое, привел к одной формуле и действительно дал теорию, которую справедливо назвал общею. По причине трудности предмета и высокого значения его для математической физики результаты В. П. Ермакова получили особенную важность. . . Обращаясь теперь к его положению в Киевском университете, мы не можем не пожалеть, что такой отличный математик, как Ермаков, во время своей долговременной службы не имеет до сих пор случая быть повышенным в ординарные профессоры».[1] Этот отзыв написан после 1885 г.

Когда в июне 1873 г. А. Н. Коркин ездил в Москву, он встречался там с Н. В. Бугаевым, А. Г. Столетовым и И. М. Сеченовым. В письме от 5 июня 1873 г. Коркин пишет Е. И. Золотареву: «С Бугаевым много говорили о математике. Он оставляет на время числовые тождества и хочет заняться руководствами по элементарной математике, так как появившиеся в новое время руководства очень дурны. Он написал уже часть Арифметики, которая, как кажется, составлена очень хорошо. . . Я сообщил Бугаеву нашу поправку ермаковского доказательства признака сходимости, которую он просил напечатать, но я ему сказал, что это нам очень неудобно. Ему очень понравилось наше замечание о том, что ермаковский признак сводится на определение предела отношения двух последовательных членов ряда

$$f(x) + \varphi_1'(x) f(\varphi_1(x)(+ \varphi_2'(x) f(\varphi_2(x)) + \ldots,$$

если $f(x)$ есть общий член данного ряда. Бугаев просил меня передать Вам поклон с просьбою сообщить ему ошибку Давидова в его записке „Замечания об Абелевых

---

[1] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, д. 114, лл. 539, 539 об., 538. В. П. Ермаков был утвержден ординарным профессором в 1888 г.

функциях“ в виде письма к нему как секретарю общества. Они, кажется, очень недовольны Давидовым. Бугаев жалуется на скуку. Он говорит, что в Москве не с кем даже поговорить о математике, а тем более не с кем затеять общую работу. . . Мы с Бугаевым видимся каждый день и засиживаемся до глубокой ночи. Он как человек очень симпатичная личность» [49, т. 2, стр. 207, 208].

Н. В. Бугаев составил «Руководство к арифметике»,[2] о котором писал здесь Коркин. Когда Коркин и Золотарев узнали о неблагоприятном отзыве члена Учебного комитета Министерства народного просвещения А. Д. Дмитриева об этом «Руководстве», они были удивлены и огорчены и послали Бугаеву сочувственные письма.

А. Н. Коркин писал Н. В. Бугаеву: «В русской педагогической литературе последнего времени редко стали появляться руководства людей компетентных в своем предмете. Еще реже встречаемся мы здесь с трудами известных ученых. Ввиду той пользы, которую они приносят в деле народного образования, нужно особенно высоко ценить эти труды и дорожить ими. К числу их принадлежит и Арифметика, изданная Вами.

Представьте же мое удивление, когда я узнал, что она не одобрена Дмитриевым как руководство при гимназиях Министерства просвещения. Прочитав его рецензию. . ., я был возмущен нелепыми замечаниями, из которых вся она состоит. Некоторые из них нельзя объяснить одним невежеством Дмитриева в математике; видно желание неодобрить книгу во что бы то ни стало. С этой целью он искажает фразы Вашей книги, приводимые им в рецензии, выкидывая слова, помещая фразу неполною и т. д. Не буду здесь приводить его замечаний и разбирать их, потому что они ниже всякой критики. Если Вы будете в Петербурге и полюбопытствуете, то можете взять рецензию Дмитриева из Ученого комитета.

Мне весьма прискорбно, что этот нелепый и недобросовестный отзыв может ограничить употребление Вашей Арифметики как руководства и тем принести вред русскому юношеству, столь нуждающемуся в здравом и истинном образовании.

---

[2] Н. В. Бугаев. Руководство к арифметике, ч. I, II (1-е изд. — 1874).

Преданный Вам А. Коркин. 15 октября 1874 г.».[3]

Для историков науки могут представить интерес и отзывы А. Н. Коркина о других русских математиках: В. П. Максимовиче, Г. А. Тиме, переписка А. Н. Коркина с В. Г. Имшенецким и другие материалы, на которых здесь нет возможности задерживаться.

Особый интерес представляет переписка Коркина с Ш. Эрмитом и другими иностранными, главным образом французскими, математиками.

В Архиве Академии наук в Ленинграде находятся письма Ш. Эрмита к А. Н. Коркину, а в черновых записях Коркина — черновики его ответов Эрмиту. Заметим, что ряд заметок Коркина, опубликованных в «Comptes rendus» и в «Бюллетене Дарбу» «Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques», представляет собой извлечения из писем Коркина Эрмиту. Их черновики также имеются в черновых записях Коркина. Первое письмо Эрмита (19 февраля 1880 г.) содержит поздравление Коркину по поводу столь блестящего доказательства теоремы Лиувилля относительно уравнения $X^n+Y^n+Z^n=0$.

Здесь же Эрмит выражает свое соболезнование в связи с кончиной Е. И. Золотарева.[4]

В следующем письме (11 мая 1882 г.) Эрмит горячо благодарит Коркина за присланную им прекрасную работу, которая будет помещена в «Бюллетене Дарбу». При этом Эрмит пишет, что, как ни старался, не смог понять, каким образом Коркин пришел к своим результатам. Здесь же он приглашает Коркина заняться теорией аналитических функций: «Я осмелился бы выразить надежду, что Ваш прекрасный талант и сила Вашей изобретательности придут к нам на помощь, будучи применены к исследованиям, предметом которых является в настоящее время теория аналитических функций».[5] Эрмит сам занимался в это время вопросом о линиях разрыва новых трансцендентных функций и советует Коркину попробовать решить одну из задач такого рода.

Узнав о признаке сходимости рядов В. П. Ермакова [163, 166], доложенном на 3-м съезде русских естество-

[3] Из архива Н. В. Бугаева в Научной библиотеке МГУ (Н. В. Бугаев. Автограф, лл. 32, 32 об.).

[4] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, д. 84/8.

[5] Там же.

испытателей и врачей (Киев, 20—30 августа 1871 г.), Коркин с Золотаревым написали реферат статьи Ермакова и, заметив ошибку в его рассуждении, настаивали, чтобы автор публично исправил ошибку. В. П. Ермаков сделал это в статье [162]. Позднее Коркин рассмотрел одну задачу интерполяции [11, К], связанную с критерием Ермакова, послав эти исследования Эрмиту.[6] Здесь было дано, между прочим, новое доказательство признака Ермакова.

Коркин ставит и решает задачу: определить функцию $\psi_y(x)$, которая для всех значений y подчинена условию — удовлетворять уравнению

$$\psi_y\psi_z(x) = \psi_{y+z}(x),$$

где y и z — любые величины. Все функции в рассуждениях Коркина предполагаются однозначными. Функции

$$\psi(x),\ \psi\psi(x),\ \psi\psi\psi(x),\ \ldots,\ \psi\psi_{n-1}(x)$$

обозначаются так:

$$\psi_1(x),\ \psi_2(x),\ \psi_3(x),\ \ldots,\ \psi_n(x),$$

$\psi_{-1}(x)$ — обратная функция для $\psi(x)$, т. е. $\psi_{-1}\psi(x)=x$; и символами

$$\psi_{-2}(x),\ \psi_{-3}(x),\ \ldots,\ \psi_{-n}(x)$$

соответственно обозначаются функции

$$\psi_{-1}\psi_{-1}(x),\ \psi_{-1}\psi_{-1}\psi_{-1}(x),\ \ldots,\ \psi_{-1}\psi_{-n+1}(x),$$

где n — целое, >0. Если $\psi(x)$ дана, то можно определить $\psi_y(x)$ для каждого значения x при y целом, >0. Коркин ставит задачу определения указанной функции для любых значений y и z.

В своем ответе Эрмиту Коркин писал: «Милостивый государь, позвольте мне принести Вам мою живейшую благодарность за благожелательность, намного превосходящую мои заслуги, с какою Вы приняли мою работу. Ваше мнение, милостивый государь, особенно дорого для меня, так как я с восхищением изучал Ваши сочинения, и именно в них мой покойный друг Золотарев и я нашли идеи, развитие которых составляет содержание наших совместных работ. Я поспешу изучить мемуары, которые Вы мне любезно прислали, и вопросы аналити-

[6] Письмо Эрмита Коркину: ААН (Л), ф. 759, оп. 4, ед. хр. 84/8, л. 3.

ческой теории функций, о которых Вы говорите, но я чувствую себя слишком слабым для того, чтобы надеяться найти какой-нибудь результат, достойный Вашего одобрения. Многие очень элементарные вопросы этой теории представляются, так сказать, сами собой и на них, однако, очень трудно ответить. Я пытался выяснить природу неограниченно возрастающих и неограниченно убывающих вместе с независимой переменной функций, пробуя интерполировать ряд

$$\psi(x) = a^x,\ \psi_2(x) = a^{a^x},\ \psi_3(x) = a^{a^{a^x}},\ \ldots,$$

где постоянная a больше 1. Стараясь найти $\psi_y(x)$ в этом случае для любого значения y, я узнал, что нужно сначала получить функцию $\varphi'(x)$, которая является значением отношения $\dfrac{1}{\frac{\partial \psi_y(x)}{\partial y}}$ для $y=0$. Если образовать ряд $\varphi'(0)+\varphi'(1)+\varphi'(2)+\ldots$, то отношение г. Ермакова

$$\frac{\varphi'(a^x)\, a^x \log a}{\varphi'(x)} = \frac{\varphi'(\psi(x))\,\psi'(x)}{\varphi'(x)}$$

становится тождественно равным единице в силу уравнения

$$\varphi'(\psi_y(x))\,\psi'_y(x) = \varphi'(x).$$

Но до сих пор природа этой функции $\psi_y(x)$, происходящей от повторения операции $\psi(x)=a^x$, осталась от меня полностью скрытой. Все мои усилия дали мне лишь два средства вычисления, которые я имел честь представить вам в своем письме, где я изложил эти результаты общим образом, не относя их специально к функции $\psi(x)=a^x$. Таковы были мои намерения, и прошу Вас, милостивый государь, извинить меня за то, что я о них рассказал, приняв вместе с моей признательностью выражение самого глубокого уважения. А. Коркин».[7]

Это письмо важно по нескольким причинам. Во-первых, Коркин сообщает в нем историю появления своей работы «Об одной задаче интерполяции» [11, К], показывает, что она возникла в связи с признаком Ермакова и изучением поведения функций вида $\psi(x)=a^x$ при $a>1$. Во-вторых, это одно из немногих мест, где Коркин говорит

[7] Там же, ф. 759, оп. 4, д. 114, лл. 490об.—492.

о своем отношении к теории функций комплексного переменного. Он считает, что слишком слаб в ней, чтобы сделать что-нибудь достойное внимания Эрмита, но не говорит о том, что отрицает ее значение. Современник Коркина профессор В. А. Анисимов, многие работы которого базируются на теории функций комплексного переменного, например, писал: «При решении с такой точки зрения неоцененные услуги, думаем мы, вопреки мнению профессора А. Н. Коркина («Mathematische Annalen», Bd. XLVIII, S .317), оказывает теория функций комплексного переменного с ее общими положениями и теоремами» (цитируется по [169, стр. 292]). К тому же вслед за этим письмом в черновых записях Коркина имеется «Резюме теории аналитических функций с приложениями ее к функциям просто и двояко периодическим», где Коркин, по-видимому, для себя решил выснить, чем же занимается теория аналитических функций. Но это не первый раз, когда в черновых записях встречается теория функций комплексного переменного. Этот вопрос был не нов для Коркина, но, не читая курса по теории функций, он не имел случая заняться ею более серьезно. Заметим, что основные предметы занятий Коркина (кроме теории чисел) были связаны с читаемыми им предметами.

Письмо свидетельствует о глубоком уважении Коркина к Эрмиту. Он повторяет здесь, что исходным пунктом совместных работ его и Е. И. Золотарева были исследования Эрмита.[8]

В третьем письме (1 февраля 1883 г.) [9] Эрмит благодарит Коркина за доказательство теоремы Чебышева («Ваше доказательство прекрасных теорем г. Чебышева — сущая драгоценность»).[10] Он сообщает, что исполнит свой долг, изложив это доказательство на своих лекциях в Сорбонне.[11]

Отрывки из писем Эрмиту, опубликованные в журналах, мы не будем рассматривать здесь. О письме Коркина Эрмиту, посвященном вопросам теории дифференциальных уравнений, речь уже шла в главе 3 (часть вторая).

---

[8] Об этом говорит Коркин и в своей записке о Е. И. Золотареве. ЛГИА, ф. 14, оп. 1, д. 6663-а, лл. 38, 38 об., 41.

[9] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, д. 84/8.

[10] Доказательство Коркина опубликовано в заметке [18, К].

[11] Эрмит опубликовал теоремы Чебышева в своем «Курсе анализа» [225, стр. 43—44].

Теперь вернемся к упоминавшемуся выше «Резюме теории аналитических функций». Начинается оно так: «Основание этой теории составляет понятие интеграла, взятого между мнимыми пределами, указанное вначале Пуассоном по поводу определенного интеграла $\int\limits_{-1}^{1} \frac{dx}{x}$ и с тех пор развитое (и усовершенствованное) в теории Коши. Всякая функция переменного $z = x + y\sqrt{-1}$, определенная в некоторой части плоскости, и которую всегда, по предположению, можно представить в форме $P + Qi$ и такая, что выполняются условия $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}$, $\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} = 0$ или еще $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$, где $u = P$ или $u = Q$, называется аналитической». Рассматривается интеграл от функции комплексного переменного и представление его модуля, данное Эрмитом. Основная теорема всей этой теории — теорема Коши — формулируется тут следующим образом: «если функция $f(z)$ непрерывна и конечна в части плоскости, ограниченной любым числом контуров, то интеграл $\int f(z)\,dz$, взятый по этим контурам таким образом, что площадь, которую они ограничивают, остается всегда слева, равен нулю». Дальше указаны следствия теоремы Коши: 1) о независимости интеграла от пути интегрирования, 2) интеграл $\int f(z)\,dz$ по замкнутому контуру, внутри которого содержится конечное число точек, в которых $f(z)$ терпит разрыв, равен сумме вычетов $f(z)$ в этих точках (вычетом функции $f(z)$ в точке здесь называется предел интеграла $\frac{1}{2\pi i}\int f(z)\,dz$, взятого по окружности круга с центром в этой точке и бесконечно малым радиусом, так, что площадь круга остается слева), 3) интеграл $\frac{1}{2\pi i}\int \frac{f(z)\,dz}{z-x}$, взятый по замкнутому контуру, не содержащему точек разрыва функции $f(z)$, равен $f(x)$.

Дальше приводится доказательство теоремы Коши, принадлежащее Риману и основанное на том факте, что интеграл $\int\limits_S u\,dx + v\,dy$ по контуру S, окружающему область D, и двойной интеграл по самой этой области D: $\iint\limits_D \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) dxdy$ равны. (Это формула Грина, как называют ее сейчас). Дальше Коркин замечает, что формула

$$\frac{1}{2\pi i} \int\limits_S \frac{f(z)\, dz}{z - x} = f(x)$$

служит для доказательства теоремы Тейлора. Коркин проводит это доказательство, затем доказывает теорему Лорана (так и называя ее).

Коркин замечает, что Эрмит в своем курсе после доказательства этих теорем занимается представлением однозначных функций в виде бесконечных произведений. Приводится определение голоморфной функции, данное Брио и Буке. Нетрудно представить любую голоморфную функцию в виде бесконечного произведения. Коркин доказывает это утверждение. Он показывает справедливость равенства

$$f(x) = f(0) \cdot e^{g(x)} \prod_n \left(1 - \frac{x}{a_n}\right),$$

где $f(x)$ — голоморфная функция, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — ее корни, а $g(x)$ — голоморфная функция, которая обращается в нуль для $x = a_n$. Потом рассматривает более сложные случаи: кратных корней разных кратностей и др. Применение таких разложений дает, по замечанию Коркина, для функций $\sin x$, $\cos x$, $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ известные разложения Эйлера. Высказаны еще некоторые утверждения, связанные с представлением функций в виде ряда Лорана. Резюме, по-видимому, осталось не законченным.

Черновые записи А. Н. Коркина чисто математического содержания находятся в основном в фонде А. Н. Крылова.[12] Наряду с черновиками и подготовительными записями опубликованных сочинений в рукописях содержатся отрывки и законченные статьи, посвященные вопросам, не нашедшим отражения в печатных работах А. Н. Коркина. Довольно большая тетрадь называется «О счете классов бинарных квадратичных форм».[13] Здесь

[12] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, №№ 114, 115, 30.
[13] Там же, № 115, лл. 81—142 об.

собран и систематизирован материал о счете классов бинарных форм, содержавшийся в лекциях Кронекера и в книге Дирихле «Vorlesungen über Zahlentheorie» [170]. (Первое издание ее вышло в 1863 г., поэтому вызывает сомнение надпись на первой странице рукописи: «Из черновых тетрадей 1861—1862 года» (по-видимому, А. Н. Коркин переписал этот конспект позднее и уже забыл точные даты).

На полях тетради имеются записи, сделанные позже, — о новых доказательствах и новых результатах, относящихся к этим вопросам. Несколько мест относится к вопросам разложения функций в ряды и в бесконечные произведения и к определению коэффициентов рядов, полученных при разложении сложных функций. Довольно много записей по теории эллиптических функций и теории дифференциальных уравнений.

В одном отрывке (без начала) выводится формула Кронекера из [171], причем выясняется, что ее надо исправить.[14] С этими исследованиями связаны вопросы Коркина, опубликованные в «L'intermédiaire des mathématiciens» [44, К—46, К]. Вслед за этим отрывком идет запись, посвященная работе Римана о числе простых чисел, не превосходящих данной границы (1859). Коркин подробно проделывает вывод некоторых формул Римана. В конце этой записи говорится: «Однако весьма сомнительно, чтобы в формуле (4) правая часть была равна левой, так как применение теоремы Фурье к формуле (2) незаконно». Формулой (2) у Коркина обозначена формула

$$\frac{1}{s}\log\zeta(s)=\int\limits_{1}^{\infty} f(x)\,x^{-(s+1)}\,dx.$$

Формула (4):

$$f(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\log\zeta(a+bi)}{a+bi}\,x^{a+bi}\,db,$$

$f(x)$ в формуле (2) определяется равенством

$$f(x)=F(x)+\frac{1}{2}F\left(x^{1/2}\right)+\frac{1}{3}F\left(x^{1/3}\right)+\ldots,$$

---

[14] Там же, № 114, лл. 181—183 об.

где $F(x)$ обозначает число простых чисел, меньших x, а если x равен простому числу, то $F(x)=\frac{F(x+\varepsilon)+F(x-\varepsilon)}{2}$, где ε — достаточно малое. Здесь $\zeta(s)$ — функция Римана

$$\zeta(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s},\quad s>1 \text{ или } \Re s>1.$$

Затем идет запись,[15] связанная с работой П. Л. Чебышева «Об определении числа простых чисел, не превосходящих данной величины» [26, т. 1, стр. 173—190].

Коркин доказывает утверждения Чебышева, что

$$\lim_{\rho\to 0}\left(\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^{1+\rho}}-\frac{1}{\rho}\right) \text{ и } \lim_{\rho\to 0}\left(\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^{1+\rho}}-\frac{1}{\rho}\right)^{(n)}$$

конечны, с помощью признака Коши сходимости рядов с положительными членами и одного из известных замечательных пределов. Вопросу о квадратичных формах посвящен большой отрывок «Извлечение из мемуара Hermite'a о квадратичных формах».[16] В действительности, здесь, кроме конспектов некоторых рассуждений Эрмита, есть замечания и выводы самого Коркина. Отрывки [17] также посвящены вопросу о квадратичных бинарных формах. Отрывок «Тройничные неопределенные формы» [18] интересен тем, что в нем Коркин находит точные верхние границы минимумов этих форм. Такой вопрос был поставлен им А. А. Маркову и решен последним в его работах [113—115] через 20 лет в 1901—1903 гг.

Марков писал в статье «О неопределенных тройничных квадратичных формах» [113]: «В настоящей статье мы имеем в виду заняться вопросом о последовательных точных высших пределах для наименьших значений неопределенных тройничных квадратичных форм одного и того же определителя. Подобный же вопрос для бинарных форм был решен нами в диссертации «О бинарных квадратичных формах положительного определителя» [116]. «Для тройничных форм мы не можем пока дать полного

[15] Там же, № 114, лл. 184—185 об.
[16] Там же, лл. 214—221.
[17] Там же, лл. 421—422 об., 422 об.—424.
[18] Там же, лл. 656—659.

решения поставленного вопроса, которое сопряжено с большими затруднениями, и установим здесь только два высших предела, из которых первый нам был давно указан профессором А. Н. Коркиным [113, стр. 145]».

Дальше Марков уточняет: «Первое предложение было сообщено нам 20 лет тому назад профессором А. Н. Коркиным».[19] Речь идет здесь о следующем утверждении: «Наибольшее численное значение форм, эквивалентных

$$f_0 = -\sqrt[3]{\frac{2}{3} D}\, \{x^2 + xy + y^2 - 2z^2\},$$

равно $\sqrt[3]{\frac{2}{3}|D|}$, где $|D|$ означает числовую величину D, а для всех прочих форм того же определителя D оно меньше $\sqrt[3]{\frac{2}{3}|D|}$» [113, стр. 162].

В рукописях Коркина имеются черновые записи решений задач и тем, предлагавшихся студентам и другим математикам. Среди них — доказательство теоремы Гольдбаха[20] о том, что сумма ряда $\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \frac{1}{26} + \ldots = 1$. Эта теорема была другим способом доказана студентом И. И. Ивановым [214].

Много записей связано с попытками Коркина обобщить известную теорему о том, что произведение суммы двух квадратов на сумму двух квадратов есть также сумма двух квадратов. Коркину были известны обобщения этой теоремы на случай четырех и на случай восьми квадратов. Он показал, что на случай 16 квадратов эта теорема не распространяется. Большая рукописная статья Коркина «Sur les nombres des Bernoulli»[21] посвящена систематическому изложению свойств чисел Бернулли. Теорию квадратичных форм Коркин применяет к вопросу о малых колебаниях.[22]

В записных книжках А. Н. Коркина имеются задачи, предлагавшиеся им студентам (см. стр. 117), например «Задачи студентам 1876 III курса».[23] Среди них — задачи

---

[19] У Коркина: ААН (Л), ф. 759, оп. 4, № 114, л. 658.
[20] Там же, лл. 593—595.
[21] Там же, № 115, лл. 1084—1141 об.
[22] Там же, д. 114, лл. 241 об.—245.
[23] Там же, д. 30, лл. 313—317 об.

на составление дифференциальных уравнений с частными производными I и II порядка:

«1) Пусть будет v какая угодно функция координат x_1, y_1; x_2, y_2 двух точек на плоскости, не изменяющая своей величины, когда будет произведено перемещение этих точек в координатной плоскости, оставляющее без изменения относительное положение их к началу координат.

Доказать, что v удовлетворяет уравнению

$$y_1 \frac{\partial v}{\partial x_1} - x_1 \frac{\partial v}{\partial y_1} + y_2 \frac{\partial v}{\partial x_2} - x_2 \frac{\partial v}{\partial y_2} = 0.$$

2) Доказать обратно, что всякая функция v, удовлетворяющая этому уравнению, имеет свойство, упомянутое в 1-й задаче . . .

7) Составить конечные и дифференциальные уравнения поверхностей, происходящих от движения прямой по данной прямой (например, оси z-ов).

8) Составить дифференциальное уравнение линейчатых поверхностей».

Были и другие задачи: «27) Пользуясь интегралом

$$\int_0^\pi \cos^{2i} \omega d\omega = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2i-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2i} \pi = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2i-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots i} \cdot \frac{\pi}{2^i},$$

суммировать ряд, в который разлагается частное решение уравнения

$$xy'' + y' - y = 0.$$

28) Получить подобный ряд для уравнения $xy''+$ $+y'+xy=0$ и суммировать его при помощи того же интеграла».

Рукой А. Н. Крылова записана следующая задача А. Н. Коркина:[24]

Дано уравнение

$$\frac{dy}{dx} + (a+b+1) \frac{u'-v'}{u-v} y = A \left[au' + bv' - (a+b+1) \frac{uu'-vv'}{u-v} \right].$$

Найти конечное уравнение между y, u, v.

---

[24] Там же, ед. 30, л. 399 (7 апр. 1901 г.).

Крылов интегрирует это уравнение с помощью интегрирующего множителя $\mu=(u-v)^{a+b+1}$, обращающего это уравнение в уравнение в полных дифференциалах.

Математические рукописи А. Н. Коркина составляют около 2000 листов и нуждаются в подробном тщательном изучении.

Глава 6

А. Н. КОРКИН И ПЕТЕРБУРГСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА

Александр Николаевич Коркин — один из лучших учеников П. Л. Чебышева — внес большой вклад в научную и педагогическую деятельность этой школы [25, 125, 171—176]. Автор ряда работ, принесших ему европейскую известность, был к тому же талантливым педагогом. Коркин рекомендовал статьи своих учеников в журналы, предлагал им темы для работы, следил за их успехами, представлял их в доценты и профессора. Начиная со своего первого выдающегося ученика, Е. И. Золотарева, Коркин проявлял большую заботу о научном росте своих учеников, делая для них все, что было в его силах. В этом отношении он походил на Эрмита, которого чрезвычайно высоко ценил и уважал. Коркин помогал своим ученикам поддерживать связь с иностранными математиками, в первую очередь с тем же Эрмитом, быть в курсе достижений науки и знакомил иностранных ученых с работами молодых математиков России. Он рекомендовал редакторам журналов сочинения своих учеников. Так, например, имеется черновик письма Коркина редактору журнала «Mathematische Annalen», где он рекомендует мемуар А. А. Маркова, «содержащий решение одного важного и трудного вопроса о минимумах бинарных форм», для опубликования его в этом журнале [116].[1]

Учениками Коркина были академики А. А. Марков, Е. И. Золотарев, А. Н. Крылов, А. М. Ляпунов, почетные члены Академии наук Д. А. Граве, К. А. Поссе, члены-корреспонденты АН Н. М. Гюнтер, И. И. Иванов и

[1] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, д. 114, л. 664.

Г. Ф. Вороной, профессора Ю. В. Сохоцкий, И. Л. Птащицкий, В. И. Романовский, Д. Д. Мордухай-Болтовской, Н. Н. Зинин и др. Одни из них продолжили его исследования, другие восприняли его преподавательские приемы.

Большая дружба связывала А. Н. Коркина с Егором Ивановичем Золотаревым. Окончив в 1867 г. Петербургский университет, Е. И. Золотарев начал преподавать в нем, защитил магистерскую, потом докторскую диссертацию и стал профессором университета, коллегой Коркина и Чебышева, помогавших быстрому продвижению молодого ученого. Автор нескольких работ большого научного значения по теории наилучшего приближения функций, по интегрированию алгебраических функций и теории целых комплексных чисел, Е. И. Золотарев в 1876 г. стал самым молодым академиком — ему было 29 лет, когда его избрали адъюнктом Петербургской академии наук по представлению Чебышева. В университете и в доценты и в профессора Е. И. Золотарева представлял профессор А. Н. Коркин. Ими были написаны совместно 4 статьи по теории квадратичных форм и о минимальном значении интеграла. В материалах архива Ленинградской области хранится записка Коркина о Золотареве, подготовленная, по-видимому, для профессора М. И. Горчакова, составлявшего отчет по университету за 1878 г.

«В прошедшем 1878 году Университет наш понес незаменимую потерю в лице профессора Егора Ивановича Золотарева, преждевременная смерть которого унесла в могилу одного из лучших деятелей нашего университета, одного из достойнейших представителей науки в нашем отечестве», — писал Коркин. Рассказав о работах Золотарева и об исследованиях, принадлежащих Золотареву и Коркину (по теории квадратичных форм), Коркин отметил влияние, оказанное П. Л. Чебышевым на деятельность Золотарева. Особенно высоко оценивал Коркин разработанную Золотаревым общую теорию целых комплексных чисел. Говорится в записке и о преподавательской деятельности Золотарева: «Грустно вспомнить об этой преждевременной потере молодого, истинно русского ученого, одного из лучших русских людей настоящего времени; но как ни кратковременна была его деятельность, следы ее останутся надолго, и светлая, симпатичная

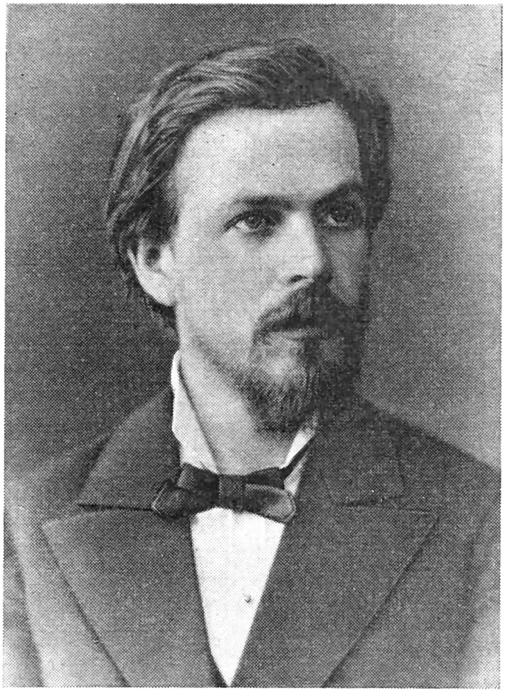
Егор Иванович Золотарев (1847—1878).

личность Золотарева в ряду других знаменитых деятелей всегда будет украшать историю нашего университета».[2]

В Полном собрании сочинений Егора Ивановича Золотарева была опубликована переписка Золотарева с Коркиным, хранившаяся в архиве Академии наук (почти все их письма), там же перепечатаны были их совместные статьи [49, 130].

А. А. Марков (1856—1922) окончил университет в 1880 г. Преподавал в Петербургском университете сначала в качестве приват-доцента, позднее — профессора. Академик. Основные направления его деятельности: теория вероятностей и теория квадратичных форм. В области теории квадратичных форм он является непосредственным продолжателем трудов А. Н. Коркина и Е. И. Золотарева. В своей автобиографии А. А. Марков особенно указывает на заслуги А. Н. Коркина как профессора университета.

[2] ЛГИА, ф. 14, оп. 1, д. 6663-а, лл. 38—38 об., 41.



Андрей Андреевич Марков (1856—1922).

«Из университетских профессоров М. следует упомянуть П. Л. Чебышева, Е. И. Золотарева и в особенности А. Н. Коркина. Последние два профессора, в бытность М. студентом университета, кроме обычных лекций, посвящали особые часы разнообразным задачам, решение которых в аудитории и на дому предоставлялось самим студентам; беседы же с А. Н. Коркиным послужили началом для многих самостоятельных трудов М.» [177, стр. 16—18].

В. А. Марков (1871—1897), брат А. А. Маркова. Окончив университет в 1892 г., по предложению А. Н. Коркина он занялся теорией положительных тройничных квадратичных форм. Преподавал в Институте инженеров путей сообщения и в 5-й гимназии. Еще студентом написал сочинение «О функциях, наименее уклоняющихся от нуля», где продолжил исследования П. Л. Чебышева и Е. И. Золотарева. Обобщением метода В. Маркова занимался А. П. Пшеборский.

Основавший наряду с Г. Минковским геометрию чисел Г. Ф. Вороной (1868—1908) окончил университет в 1889 г. С 1894 г. был профессором Варшавского университета и Варшавского политехнического института. В своих работах являлся продолжателем работ Коркина и Золотарева по теории квадратичных форм. Почти все исследования Г. Ф. Вороного посвящены вопросам теории чисел.

Профессор Б. М. Коялович (1867—1941) окончил университет в 1889 г. вместе с Г. Ф. Вороным. Занимался теорией дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных), продолжив исследования Коркина в этих направлениях. Преподавал в Политехническом и Технологическом институтах, на Высших женских курсах и в других учебных заведениях.

И. Л. Пташицкий (1854—1912), профессор университета, читал лекции в Михайловской артиллерийской академии и в Михайловском училище. Окончил университет в 1876 г. Основной вопрос его научных исследований — интегрирование алгебраических иррациональных функций.[3]

О его работах говорится в отзыве А. Н. Коркина. В отзыве выражено отношение А. Н. Коркина к вопросу об интегрировании алгебраических функций. Интересно произведенное им деление вопроса на два: арифметический и алгебраический. Видно, как глубоко вник Коркин в сущность этого вопроса, как четко представлял, что сделано и что предстоит в нем еще сделать.

«Рассуждение И. Пташицкого под заглавием «Об интегрировании в конечном виде иррациональных дифференциалов» [180] имеет своим предметом весьма важный вопрос, обращавший на себя внимание математиков, занимавшихся интегрированием иррациональных дифференциалов. Еще Эйлер, которого по справедливости можно назвать основателем интегрального исчисления, искал после самых простых и известных случаев другие, когда интеграл от таких дифференциалов выражается в конечном виде. Но изыскания по этому вопросу полу-

---

[3] Об интегрировании иррациональных дифференциалов в работах русских математиков см. [178, 179].

чили особенное развитие в работах Абеля и последующих геометров. Самый вопрос распадается на два отдельных: один из них, который можно назвать алгебраическим, имеет предметом приведение задачи об интегрировании к алгебраической задаче и те действия, при помощи которых эта последняя может быть решена. Второй имеет более арифметический характер и поэтому может быть назван арифметическим. Он имеет предметом нахождение предела для числа действий, которые указываются решением первого вопроса. Этот второй вопрос был возбужден П. Л. Чебышевым и решен им для самого простого, а следовательно, и самого важного случая [181, 182]. Впоследствии Е. И. Золотарев обобщил это исследование [183, 184]; таким образом, задача об интегрировании в конечном виде иррациональных дифференциалов, содержащих корень квадратный из полинома четвертой степени, решена вполне изысканиями наших ученых. Далеко не таково состояние общего вопроса. Не говоря уже о вопросе арифметическом, по которому, кроме двух упомянутых сейчас исследований, других не существует, и самый алгебраический вопрос оставляет желать еще лучшего.

Рассуждение Пташицкого имеет предметом именно этот алгебраический вопрос в применении к тому частному случаю, когда данный иррациональный дифференциал зависит от корня какой угодно степени из целого полинома. Рассуждение разделено на две главы: в первой автор разбирает последовательно приведение поставленной им задачи к более простым и, наконец, приводит ее к алгебраической. Во второй прилагает результаты первой главы к более специальному случаю, когда данный дифференциал зависит от квадратного корня из полинома, и доказывает сначала решение Абеля для самого простого случая, а потом предлагает свои собственные исследования для другого, более трудного. Так как автор совершенно основательно изучил свой предмет, что доказывается его самостоятельным исследованием исследований других математиков и своими собственными изысканиями, я полагаю, что рассуждение заслуживает одобрения факультета и может быть допущено к публичному защищению на степень магистра».[4]

[4] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, ед. хр. 114, л. 464 об. Пташицкий защитил диссертацию в 1881 г.

Подробно пишет А. Н. Коркин о К. А. Поссе, представляя его в ординарные профессора. Это представление содержит историю основных трудов одного из лучших учеников П. Л. Чебышева и А. Н. Коркина. «Записка о К. А. Поссе» помечена 20 сентября 1885 г. В ней говорится: «Направление научных занятий К. А. Поссе обусловливается главнейшим образом тем, что он был учеником нашего известного геометра П. Л. Чебышева. Разработка теории алгебраических непрерывных дробей, в которой много было сделано Чебышевым, сделалась главным предметом занятий и К. А. Поссе, и как ученик П. Л. Чебышева К. А. вскоре, по окончании курса в Университете, направил свои ученые занятия по пути, указанному его учителем. Таким образом, первый его труд имел предметом функции, которые Чебышев назвал подобными функциям Лежандра. Сочинение К. А. об этом предмете [188] составляет лучшую монографию об алгебраических непрерывных дробях и до сих пор служит постоянным руководством для всех желающих с ними ознакомиться. Из других работ, касающихся алгебраических непрерывных дробей, я приведу . . . его мемуар под заглавием „Sur le terme complementaire dans une formule de M. Tchébicheff" [190, 191], напечатанный в „Bulletin des sciences mathématiques" (1883), где К. А. первый нашел остаточный член в одном ряду, который был дан Чебышевым (публиковался им раньше, чем этот остаточный член). Впоследствии Чебышев дал свое доказательство для этого остаточного члена. Во-вторых, в 1880 году К. А. решил один вопрос о наименьших величинах, приводящийся к алгебраическим непрерывным дробям, подобный тому, который решен был мною и Золотаревым в заметке „Sur un certain minimum" [9, К], но более общий. Из вопроса К. А. Поссе наш следует как частный случай. В-третьих, в записке „Sur les quadratures" [192] (1875) К. А., кроме известных формул квадратур, служащих для вычисления интегралов и подобных формулам Котеса и Гаусса, дает еще некоторые, весьма замечательные. В-четвертых, в нынешнем году К. А. напечатал записку „К вопросу о предельных значениях интегралов" [193], где упрощает изложение решения одного вопроса Чебышева, которое было дано А. А. Марковым. Кроме области алгебраических непрерывных дробей, к которым относятся исчисленные выше труды, К. А. Поссе выбрал для своих научных занятий предмет, наиболее занимающий в настоящее время математиков Западной Европы, а именно абелевы функции. Рассуждение, написанное им в 1882 году под заглавием „О функциях θ от двух аргументов“ [194], касается наиболее простого и определенного случая этой неизмеримой области, а именно гиперэллиптических функций. Я не ошибусь, если скажу, что рассуждение К. А. есть один из лучших трактатов об этом предмете и единственное на русском языке. В заключение мы должны сказать, что со времени поступления в 1873 году приват-доцентом в наш университет и до настоящего времени факультет постоянно поручал К. А. Поссе как отличному преподавателю чтение главнейших и основных отделов математики; поэтому мы надеемся, что факультет, имея в виду полезную ученую и преподавательскую деятельность К. А. Поссе, не упустит настоящего случая повысить его в ординарные профессоры».[5]

К. А. Поссе (1847—1928) окончил университет в 1868 г. Профессор Петербургского (Ленинградского) университета. Он преподавал также в Институте инженеров путей сообщения. Большой популярностью пользовался его «Курс дифференциального и интегрального исчисления», неоднократно переиздававшийся (1-е изд. — 1903 г.). Он работал в области математического анализа. Характеристика его основных работ дана в приведенном выше отзыве А. Н. Коркина. К. А. Поссе принадлежит большой некролог об А. Н. Коркине [12]; им были отредактированы и продолжены таблицы А. Н. Коркина, опубликованные вместе с его статьей по теории чисел в 27-м томе «Математического сборника» [196—199, 142, 143].

Ю. В. Сохоцкий (1842—1929), уроженец Варшавы, окончил Петербургский университет в 1865 г. А. Н. Коркин охарактеризовал научную и педагогическую деятельность Сохоцкого, представляя его в ординарные профессора: [6]

«Будучи еще начинающим ученым, он обратил на себя внимание факультета рассуждением «Теория интегральных вычетов» [200], представленным для получения

[5] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, ед. хр. 114, лл. 532, 532 об. (1885 г.).

[6] Протоколы заседаний Совета имп. С.-Петербургского университета за I половину 1882—1883 акад. года. СПб., 1883, № 27, стр. 66—67.

Юлиан Васильевич
Сохоцкий
(1842—1929).

степени магистра. В нем он, совершенно оригинальным образом изложив эту теорию, приложил ее к доказательству известного ряда Лежандра и к разложению в непрерывные дроби некоторых выражений, из которых получаются ряды, найденные в первый раз П. Л. Чебышевым».

В сочинении под заглавием «Об определенных интегралах и функциях, употребляемых при разложениях в ряды» [202], представленном для получения степени доктора, «он излагает теорию одного весьма важного интеграла, служащего основанием новой теории функций, и показывает, каким образом из него получаются главнейшие определенные интегралы и основные предложения этой теории. Кроме того, Юлиан Васильевич дает в этом сочинении все функции, подобные функциям Лежандра, которыми занимались Якоби и Чебышев. Из таких функций две, не находящиеся в исследованиях этих геометров, в первый раз даны им. В 1877 г. он написал мемуар под заглавием «Определение постоянных множителей в формулах для линейных преобразований функций», где из теории эллиптических функций он выводит знаменитый закон взаимности Лежандра и замечательные суммы Гаусса» [224].

«В 1882 г. Юлиан Васильевич издал 1-ю часть своего сочинения под заглавием «Высшая алгебра» [201], где эта часть анализа изложена своеобразно и с прибавлением собственных исследований. Сочинение это составляет весьма ценный вклад в нашу математическую литературу и послужит лучшим в высшей алгебре руководством на русском языке».

Одно из писем А. Н. Коркина специально посвящено отзывам о тех из его учеников, которые посвятили себя научной деятельности:

«1) Магистр И. Л. Пташицкий, весьма дельный и способный ученый, написал: а) магистерскую диссертацию об интегрировании в конечном виде иррациональных алгебраических дифференциалов [180], где, трактуя вопрос по методе Чебышева, излагает свои собственные изыскания, которые заслуживают внимания, тем более что предмет диссертации принадлежит к весьма трудным; б) в журнале «Mathematische Annalen» поместил заметку [203], в которой доказывает ошибочность одного правила о признаках интегрируемости, данного известным немецким ученым Königsberger'ом; в письме к знаменитому французскому ученому Hermite'у дает способ для разложения в ряды некоторых функций, из которого примеры, находящиеся в курсе Hermite'a следуют как частные случаи. Извлечение из письма помещено в «Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques de M. Darboux» [204]. Магистр Пташицкий уже несколько лет состоит доцентом при нашем университете и читает теорию функций и начертательную геометрию.

2) Магистр Д. Ф. Селиванов, весьма добросовестный и способный ученый, написал: а) магистерскую диссертацию под заглавием «Теория алгебраического решения уравнений» [205], где излагает эту теорию, руководствуясь лекциями Кронекера, которые он слушал в Берлине. Собственные развития в этом трудном предмете рекомен-

дуют автора как способного ученого. Кроме этого, он написал следующие статьи: b) «Sur les intégrales uniformement convergentes» («Bulletin de la société mathématique de France», t. X [206]; c) «Sur la résolution des équations du 4-me degré» («Bulletin de M. Darboux») [207]; d) «Sur la decomposition des fonctions entières en facteurs» («Bulletin de la soc. mathém. de France») [209]. Селиванов с прошедшего года читает в нашем университете специальный курс высшей алгебры в качестве приват-доцента.

Из молодых людей, которые были оставлены при университете для приготовления к экзамену на степень магистра, я укажу на следующих.

1) Кандидат [К. А.] Торопов. Написал кандидатскую диссертацию о некоторых иррациональных дифференциалах, интегрирующихся в конечном виде, где прибавил к знаменитым примерам Эйлера в этом предмете много других. Кроме этого, поместил в «Записках Харьковского математического общества» две статьи [210, 211], из которых одна представляет извлечение из его кандидатской диссертации, а в другой Торопов, обобщая некоторые примеры Эйлера, находит новые классы дифференциальных уравнений, интегрирующихся в квадратурах. Приведенные работы свидетельствуют как о способностях автора, так и о добросовестном изучении им своего предмета. Торопов весьма хорошо выдержал экзамен на степень магистра.

2) Кандидат [И. И.] Иванов, окончивший курс в нынешнем году, своими способностями к математике обратил на себя внимание во время прохождения университетского курса. В это время он напечатал статьи в журнале «Семья и школа» [213], в «Записках физико-математического общества имп. С.-Петербургского университета» [214—216, 220]. Наконец, написал кандидатскую диссертацию о простых числах.

Еще могу рекомендовать кандидата [М. З.] Образцова, который был оставлен при университете на два года и уже окончил этот срок. Он обратил внимание знаменитого Эрмита [229], дав способ для нахождения некоторых интегралов, которые Эрмит в своем курсе [225] приводит как неподдающиеся никаким методам. Извлечение из его письма к Эрмиту помещено в «Bulletin de M. Darboux». Всех перечисленных молодых людей я знаю как способных, трудолюбивых и добросовестно изучающих свой предмет».[7]

Д. Ф. Селиванов (1855—1932) — преподаватель Технологического института и Петербургского университета, позднее его профессор. Работы его посвящены вопросам алгебры и теории чисел.

И. И. Иванов (1862—1939) — профессор Политехнического института, а позднее университета. Член-корреспондент АН СССР. Окончил университет в 1886 г. Он продолжил исследования Е. И. Золотарева по теории делимости целых комплексных чисел [217] и П. Л. Чебышева по теории чисел [222]. Есть у него и доказательства двух теорем А. Н. Коркина [221, 223]. На полях рукописи Коркина «О счете классов» имеются примечания более позднего времени о доказательствах Иванова.[8]

Д. А. Граве (1863—1939) окончил университет в 1885 г. [106, 107, 229]. Преподавал в Петербургском университете и в Институте инженеров путей сообщения, позднее в Харьковском и Киевском университетах. Основные области исследований: дифференциальные уравнения в частных производных (в этой области он является непосредственным продолжателем работ Коркина), алгебра и теория чисел. В теория чисел он продолжает традиции петербургской школы. Почетный член АН СССР. Д. А. Граве — родоначальник школы советских алгебраистов.

М. А. Тихомандрицкий (1844—1921) окончил Петербургский университет в 1865 г. Преподавал математику в гимназии, был сначала приват-доцентом Петербургского университета, потом — профессором Харьковского университета. Основные области научных исследований: алгебра, теория эллиптических функций.

С. П. Глазенап (1848—1937) — в дальнейшем профессор астрономии Петербургского университета, почетный член Академии наук. В архивных материалах имеется подробный отзыв А. Н. Коркина о его деятельности.

---

[7] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, д. 114, лл. 537, 539 об., 538. И. Иванов окончил университет в 1886 г.; следовательно, это письмо тоже относится к 1886 г.

[8] ААН (Л), ф. 759, оп. 4, л. 115.

Упоминаемый в отзыве Коркина С. Е. Савич (1864—1936) окончил университет вместе с И. И. Ивановым в 1886 г. В дальнейшем профессор Электротехнического института. М. З. Образцов был учителем математики в гимназии К. Мая.

Н. М. Гюнтер (1871—1941) окончил университет в 1894 г. Защитил магистерскую диссертацию в 1904 г. Был профессором Ленинградского университета. В материалах А. Н. Коркина хранится очень подробный отзыв о магистерской диссертации Н. М. Гюнтера «О приложениях теории алгебраических форм к интегрированию линейных дифференциальных уравнений» [232], где автор использовал новейшую литературу того времени и сделал, по словам Коркина, замечательное собственное добавление к теории линейных уравнений второго порядка. Н. М. Гюнтер продолжил исследования в области интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений и математической физики, начатые в работах Коркина.

С трудов Коркина начинается традиционное для представителей петербургской школы (А. М. Ляпунова, В. А. Стеклова, А. Н. Крылова, В. И. Смирнова, С. Л. Соболева, О. А. Ладыженской) увлечение вопросами математической физики.

В. А. Стеклов (1863—1926), окончивший в 1887 г. Харьковский университет, учился там у А. М. Ляпунова, бывшего в свою очередь учеником П. Л. Чебышева и А. Н. Коркина. Его работы в области математической физики и приближенного интегрирования продолжали традиции петербургской школы. Стеклов был профессором Харьковского университета и Харьковского технологического института, а позднее Петербургского университета. Академик, а в последние годы жизни вице-президент Академии наук. Его имя носит Математический институт Академии наук [233].

Работы А. Н. Коркина по теории дифференциальных уравнений в частных производных и математической физике оказали влияние на творчество А. М. Ляпунова и его ученика В. А. Стеклова, от которых берет свое начало современная школа советских специалистов по математической физике. Еще недостаточно прослежено влияние работ и курсов Коркина в этом направлении, но они оставили след в сочинениях А. Майера, В. П. Ермакова, Г. В. Пфейфера, П. Мансиона, Д. А. Граве, Н. А. Шапошникова, Я. Шохата. Исследования А. Н. Коркина по теории обыкновенных дифференциальных уравнений и систем оказали влияние на творчество Д. М. Синцова, Б. М. Кояловича, В. А. Анисимова.

Совместные с Золотаревым труды по теории квадратичных форм породили множество исследований у нас и за границей. Таковы исследования Л. Шарва, А. А. Маркова, Г. Ф. Вороного, Г. Минковского, Блихфельдта и др., а позднее Б. Н. Делоне, Б. А. Венкова и их учеников.

Приложения дифференциальных уравнений в частных производных к механике нашли отражение в курсе механики Д. К. Бобылева [235].

Теоремы Коркина по теории чисел доказывал И. И. Иванов; его метод решения двучленных сравнений излагали в своих лекциях И. И. Иванов [151, 152], Д. А. Граве [149], Б. А. Венков [150] А. К. Сушкевич [236].

А. А. Марков и Н. Я. Сонин издали первый том Сочинений А. Н. Коркина в 1911 г. [234]. Изданию второго тома, по всей вероятности, помешала начавшаяся вскоре война. В 1918 г. А. Н. Крылов и В. А. Стеклов предложили продолжить издание сочинений А. Н. Коркина, но до сих пор этого еще не сделано. Только в Полном собрании сочинений Е. И. Золотарева были напечатаны совместные работы Коркина и Золотарева и их переписка [49].

Совершенно не изучено еще рукописное наследие А. Н. Коркина, содержащее интересные замечания, задачи, неопубликованные заметки. Перед историками науки стоит, таким образом, задача изучения творчества А. Н. Коркина, издания всех его сочинений, архивных материалов о нем и принадлежащих ему черновых записей. Только после тщательного изучения всех этих материалов творчеству А. Н. Коркина можно будет дать исчерпывающую оценку.[9]

[9] При составлении этой главы использованы архивные материалы и биографические материалы, имеющиеся в статьях И. Я. Депмана «С.-Петербургское математическое общество» [125], Р. И. Галченковой «Математика в Ленинградском (Петербургском) университете в 19 веке» [176].

ЛИТЕРАТУРА

I. СОЧИНЕНИЯ А. Н. КОРКИНА

1. О наибольших и наименьших величинах функций. Сборник, издаваемый студентами имп. Петербургского университета, вып. 1, СПб., 1857, стр. 103—178.
2. Рассуждение об определении произвольных функций в интегралах линейных уравнений с частными производными. Магистерская диссертация. СПб., 1860 (литогр.). Соч., т. I, 1911, СПб., стр. 1—126.
3. О совокупных уравнениях с частными производными первого порядка и некоторых вопросах механики. Докторская диссертация. СПб., 1867. Соч., т. I, стр. 127—226.
4. Sur les équations simultanées aux différences partielles du premier ordre. C. R., 1869, I part., t. 68, p. 1460—1464; Соч., т. I, стр. 227—234.
5. Sur les intégrales des équations du mouvement d'un point matériel. Mathem. Annalen, Bd. 2, 1870; Соч., т. I, стр. 235—274. *Реф.*: Bull. des sci. math., 1871, t. 2, p. 173.
6. Sur le théorème de Poisson et son réciproque. Bull. de l'Acad. des sciences de St.-Pétersbourg, 1871, t. 16, col. 429—433; Mélanges mathém. et astr., t. 4, 1872; Соч., т. I, стр. 275—288.
7. Sur les formes quadratiques positives quaternaires. (Совместно с Е. И. Золотаревым). Mathem. Annalen, Bd. 5, 1872, S. 581—583; Сочинения, т. 1, стр. 283—288; Е. И. З о л о т а р е в. Полн. собр. соч., т. 1, Л., 1931, стр. 66—68. *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 4 (1872), 1875, S. 81.
8. Sur les formes quadratiques. (Совместно с Е. И. Золотаревым). Mathem. Annalen, Bd. 6, 1873, SS. 366—389; Соч., т. I, стр. 289—327; Е. И. З о л о т а р е в. Полн. собр. соч., т. I, стр. 109—137. *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 5 (1873), 1875, SS. 109—110.
9. Sur un certain minimum. (Совместно с Е. И. Золотаревым). Nouvelles annales de mathém. 1873, 2-e sér., t. 12, p. 337—355; Соч., т. I, стр. 329—349; Е. И. З о л о т а р е в. Полн. собр. соч., т. I, стр. 109—137. *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 5 (1873), 1875, S. 214.
10. Sur les formes quadratiques positives. (Совместно с Е. И. Золотаревым). Mathém. Annalen, Bd. 11, 1877, SS. 242—292. Сочинения, т. I, стр. 351—425; З о л о т а р е в. Полн. собр. соч., т. I, стр. 375—434. *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 9, (1877), 1880, S. 139—141.

11. Sur un problème d'intérpolation, Bull. des sciences mathém. et astron. (Darboux), 2-e sér., t. 6, 1882, pp. 228—242.
12. Сообщение относительно выбора знака в сравнении $1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots \frac{p-1}{2} \equiv \pm 1 \pmod{p}$, где p простое вида $4n+3$. Речи и протоколы 6-го съезда русских естествоиспытателей и врачей в С.-Петербурге, СПб., 1880, Протокол второго заседания секции астрономии и математики, стр. 169.
13. Сообщение о задаче Золотарева, относящейся к теории географических карт. VIII съезд русских естествоиспытателей и врачей в С.-Петербурге, СПб., 1890, Протоколы секции математики и астрономии, стр. 6—8.
14. Sur les cartes géographiques. Mathem. Annalen, Bd. 35, 1890, SS. 588—604. *Реф.*: Jahrbuch, 22 (1880), 1893, SS. 830—835.
15. Sur l'impossibilité de la relation algébrique $x^n + y^n + z^n = 0$, C. R., t. 90, 1880, p. 303—304. *Реф.*: Jahrbuch, 12 (1880), 1882, S. 134.
16. О невозможности решения при помощи целых функций уравнения $x^n + y^n + z^n = 0$. Матем. сб., т. 10, вып. I, М., 1882, стр. 54—55. *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 14 (1882), 1885, S. 134.
17. Об одном определенном интеграле. Матем. сб., т. 10, в. I, 1882, стр. 54—55.
18. Sur un théorème de M. Tchébychef. C. R., t. 96, 1883, p. 326—327. *Реф.*: Bull. des sciences mathém., (2), т. 7, 1883, P., 2-e part., p. 326.
19. О частных дифференциальных уравнениях второго порядка. Записка, составленная по поводу университетского акта 8-го февраля 1878 г. Протоколы заседаний Совета имп. Петербургского университета за 1878 г. Приложение. Соч., т. I, стр. 427—469. *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 10 (1878), 1880, SS. 261—262.
20. Записка о служебной и преподавательской деятельности («А. Н. Коркин»). Биографический словарь профессоров и преподавателей С.-Петербургского университета за истекшую 3-ю четверть века его существования (1869—1894). СПб., стр. 342—334.
21. Изыскания о множителях дифференциальных уравнений первого порядка. Матем сб., т. 24, вып. 2, 3, 1903—1904, стр. 194—416. *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 35 (1904), 1906, SS. 334—335.
22. Études des muetiplicateurs des équations différentielles du premier ordre. СПб., 1903, p. 171, *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 33 (1902), 1903, S. 337.
23. По поводу статьи В. П. Ермакова под заглавием «Дифференциальные уравнения первого порядка, имеющие данный интегральный множитель факториальной формы». Сообщ. Харьк. матем. общ., 2-я сер., 9, 1905, стр. 51—59. *Реф.*: Jahrbuch. Bd. 36 (1905), 1908, S. 300.
24. О распределении целых чисел по простому модулю и о двучленных сравнениях с таблицей первообразных корней и характеров, к ним относящихся, для простых чисел, меньших 4000. Матем. сб., т. 27, вып. I, М., 1909, стр. 28—115. *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 40 (1909), 1912, SS. 244—245.
25. Таблица первообразных корней и характеров, к ним относящихся, для простых чисел, меньших 4000. Матем. сб., т. 27,

т. 27, вып. I, М., 1909, стр. 121—137. *Реф.*: Jahrbuch, 40, (1909), 1912, S. 245.
26. О кривизне поверхностей. Матем. сб., т. 13, вып. 3, 1887, стр. 491—499; Сообщения и протоколы заседаний Матем. общ. при Харьк. унив., отд. I, 1887, стр. 3—10.
27. Sur les équations différentieilles ordinaires du premier ordre. Mathem. Annalen, Bd. 48, 1896, SS. 317—364. *Реф.*: Jahrbuch, Bd. 27 (1896), 1899, S. 247.
28. Отчет о занятиях за границей адъюнкта А. Коркина. ЖМНП, ч. CXVI, 1862, часть официальная, стр. 44—45 (извлечения из отчетов лиц, отправленных за границу для приготовления к профессорскому званию); ч. CXVII, отд. 2, 1863, стр. 58—59; ч. CXVIII, отд. 2, 1863, стр. 89—92; ч. CXX, отд. 2, 1863, стр. 71—73; ч. CXXI, отд. 2, стр. 121—125; ч. CXXII, 1864, стр. 515—521; ч. CXXIII, отд. 3, 1864, стр. 232—237.
29. Дифференциальное исчисление. Лекции, читанные в Академическом курсе морских наук профессором А. Н. Коркиным. СПб., (1878). (Литогр.).
30. Интегральное исчисление. Лекции, читанные в Академическом курсе морских наук профессором А. Н. Коркиным [1878]. СПб.
31. Интегрирование дифференциальных уравнений и вариационное исчисление. Составлено по лекциям профессора А. Н. Коркина без его редакции. Сост. И. Р. Беридзе. СПб., 1903. (Литогр.).
32. А. Н. Коркин. Лекции аналитической геометрии, читанные в Технологическом институте. СПб., 1871/72 акад. год.
33. Сферическая тригонометрия. 1866. (Рукопись).
34. Аналитическая геометрия в пространстве. (Литогр.).
35. Высшая алгебра, 1871/72 акад. год. Лекции, читанные в Технологическом институте. (Литогр.).
36. Курс высшей алгебры, читанный в 1864/65 акад. году доцентом Коркиным. (Литогр.).
37. Записка об ученых трудах профессора Ю. В. Сохоцкого. Протоколы заседаний Совета имп. С.-Петерб. университета за 1-ю половину 1882/83 акад. года. СПб., 1883, №27, стр. 66—67.
38. Записка об ученых трудах доцента Е. И. Золотарева. Протоколы заседаний Совета имп. С.-Петерб. университета за 1875/76 акад. год. СПб., 1877, стр. 35—37.
39. Е. И. Золотарев. Полн. собр. соч., тт. 1—2, Л., 1931, 1932. Переписка А. Н. Коркина с Е. И. Золотаревым — т. 2, стр. 167—342.
40. Записка об ученой деятельности профессора П. Л. Чебышева. Протоколы заседаний Совета имп. С.-Петерб. университета, № 6, 1873, стр. 78—79. Перепечатано в кн.: В. Е. Прудников. П. Л. Чебышев, ученый и педагог. Изд. «Просвещение», М., 1964, стр. 177—178.
41. Sur les équations différentielles ordinaires du premier ordre. C. R., t. 122, 1896, pp. 1183—1185. *Реф.*: Jahrbuch, 27 (1896), 1899, S. 247.
42. Sur les équations différentielles ordinaires du premier ordre, C. R., t. 123, 1896, pp. 38—40; p. 139 (Errata). *Реф.*: Jahrbuch, 27 (1896), 1899, S. 248.

43. Письмо К. А. Поссе, А. Н. Коркина и Д. К. Бобылева. Матем. сб., т. 17, вып. 2, 1893, стр. 386—398.
44—46. Вопросы см.: L'intermédiaire des mathématiciens: № 181, 182, 260, t. 1, 1894, pp. 95, 146.
47. Ответ на вопрос см.: De Montcheuil (№ 682), t. 3, 1896, pp. 122—124.
48. Тема для сотрудников. Журн. элемент. матем., т. 2, 1886, Киев, стр. 306—307.
49. Задача № 7. Журн. элемент. матем., т. 2, 1886, стр. 236.
50. Задача № 8. Журн. элемент. матем., т. 2, стр. 236.
51. Задача № 12. Журн. элемент. матем., т. 2, стр. 285.
52. Задача № 17. Журн. элемент. матем., т. 2, стр. 356. (к ней примыкают задачи № 20, т. 2, стр. 357; № 21, т. 2, стр. 381).
53. Задача № 38. Вестн. опытной физики и элемент. матем., т. 1, 1886, стр. 107.
54. Задача № 52. Вестн. опытной физики и элемент. матем., т. I, стр. 159; II семестр. 1887, стр. 121.
55. Сочинения, т. I, 1911, СПб.
56. Донесение ординарного профессора Сомова и доцента Коркина о затруднении и неудобствах, встречающихся при экзамене на учительские должности. ЖМНП, ч. 125, 1865, отд. 2, стр. 229—230, 246.
56а. А. Н. Коркин [Автобиография]. См. [40, стр. 342—344]

II. РЕФЕРАТЫ, НАПИСАННЫЕ А. Н. КОРКИНЫМ ДЛЯ «JAHRBUCH ÜBER DIE FORTSCHRITTE DER MATHEMATIK»

57. V. Imchenetzky. Sur les fonctions de J. Bernoulli, Изв. Казанск. унив., т. 6, 1870. Jahrbuch, Bd. 2 (1870). S. 124.
58. V. Ermakof. Caractère de convergence des séries. (Darboux Bull., t. 2, p. 250—256, 1871) [23]. Jahrbuch, Bd. 3, (1871), 1874, S. 99. (Совместно с Золотаревым).
59. P. Tchébycheff. Sur le regulateur centrifuge. Mém. de la soc. téchn. de Moscou, 1871, Jahrbuch, Bd. 3 (1871), 1874, SS. 466—467.
60. A. Andreieffski. Sur les méthodes de Chasles. (Warsz. Anz. 1873). Jahrbuch, Bd. 5 (1873), 1875, S. 309.
61. V. Ermakof. Théorie générale d'intégration des équations linéaires aux différences partielles des ordres supérieurs et à coefficients constants. St.-Pétersbourg, 1873. Jahrbuch, Bd. 5, 1875, SS. 212—213.
62. J. Sochocky. Sur les intégrales définies et sur des fonctions, dont on se sert dans le développement des séries. St.-Pétersbourg, 1873 [236]. Jahrbuch, Bd. 5, (1873), 1875, SS. 156—157.
63. P. Preobrajensky. Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles des ordres supérieurs. (Матем. сб., т. 7, B. 2, 1874, стр. 206—214). Jahrbuch, Bd. 6 (1874), 1876, S. 224. Bd. 6 (1874), 1876, SS. 117—124.
64. G. Zolotareff. Théorie des nombres entiers complexes avec une application au calcul intégral. St. Pétersburg, 1874, [160]. Jahrbuch, Bd. 6 (1874), 1876, SS. 117—124.

III. ОБЩАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. П. А. Дилакторский. Опыт указателя литературы по Северному краю (1766—1904). Изд. Вологодск. общ. изучения Северного края. Вологда. 1921.
2. Н. Дубравин. А. И. Иваницкий (некролог). Вологодские губ. ведомости, № 24, 1850, стр. 259—261.
3. А. В. Смирнов. Выдающийся математик. Красный Север (Вологда), 3 марта, 1962, стр. 4.
4. Н. Отто. Материалы для истории учебных заведений Министерства Народного Просвещения. ЖМНП, ч. CXXXII, 1866, стр. 1—198.
5. А. И. Иваницкий. Неразменный червонец. Библиотека для чтения, т. 37, ч. II, 1839, стр. 179—282.
6. А. Иваницкий. Мечтатель. Маяк, вып. 2, гл. 8, стр. 133—216, 1840.
7. А. И. Иваницкий. Собрание арифметических задач, расположенных по Арифметике Буняковского. СПб., Изд. 1 — 1843; изд. 7 — 1866; изд. 12 — 1875. *Рец.*: А. Г. в кн.: Учебно-воспит. библиотека педагог. литературы, т. I. СПб., 1856, ч. 2, стр. 88.
8. Н. И. Иваницкий. На лекциях Н. В. Гоголя (1853). В сб.: Ленинградский университет в воспоминаниях современников, т. I, Л., 1963, стр. 30—32.
9. Записки Н. Ф. Бунакова. Моя жизнь в связи с общерусской жизнью, преимущественно провинциальной. 1837—1905. СПб., 1909.
10. А. и А. Веселовские. Вологжане-краеведы. Вологда, 1923.
11. П. А. Дилакторский. Вологжане-писатели. (Материалы для словаря писателей — уроженцев Вологодской губернии). Вологда, 1900.
12. К. А. Поссе. А. Н. Коркин. Матем. сб., т. 27, 1909, вып. 1, стр. 1—27; ЖМНП, ч. 11, 1908, стр. 25—46.
13. Коркин А. Н. В кн.: С. А. Венгеров. Источники словаря русских писателей, т. 3. СПб., 1914, стр. 181.
14. Коркин А. Н. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона. СПб., т. 16, 1895, стр. 262—263.
15. А. Н. Коркин (некролог). «Исторический вестник», т. 114, октябрь, 1908, стр. 374—375,
16. А. Н. Коркин. БСЭ, т. 23, 2-е изд. 1953, стр. 8—9.
17. Коркин Александр Николаевич. Биографический словарь деятелей естествознания и техники, т. I, М., 1958, стр. 444.
18. А. Н. Крылов. Краткий биографический очерк А. Н. Коркина. В сб.: Воспоминания и очерки. Изд. АН СССР, 1950, стр. 413—415.
19. Т. Р. Никифорова. Осип Иванович Сомов. Изд. «Наука», Л., 1964.
20. Ф. Д. Крамар и И. Д. Молюков. Иосиф Иванович Сомов. Математик, механик, педагог. Алма-Ата, 1965.
21. В. Е. Прудников. В. Я. Буняковский, ученый и педагог. Учпедгиз, М., 1954.
22. В. Е. Прудников. П. Л. Чебышев — ученый и педагог. Изд. «Просвещение», М., 1964.

23. О. А. Лежнева и Б. Н. Ржонсницкий. Эмилий Христианович Ленц. Госэнергоиздат, М., 1952.
24. В. Г. Селиханович. Алексей Николаевич Савич, математик, астроном, педагог. Геодезиздат, М., 1957.
25. А. П. Юшкевич. Раздел «Математика» в кн.: История естествознания в России, т. 2, Изд. АН СССР, 1960, стр. 41—221.
26. П. Л. Чебышев. Полное собрание сочинений, тт. 1—5. Изд. АН СССР, М., 1944—1951.
27. П. Л. Чебышев. Высшая алгебра. М. 1936, *Рец.*: А. А. Марков (младш.). УМН, вып. 4, 1938, с. 331—333.
28. Годичный торжественный акт в имп. С.-Петербургском университете, бывший 8 февраля 1856 г. СПб., 1856, Приложение.
29. Сборник, издаваемый студентами имп. С.-Петербургского университета, вып. 1. СПб., 1857.
30. П. Н. Берков. Из ранней истории научных и литературных сборников студентов Петербургского университета. В сб.: Очерки по истории Ленинградского университета, Изд. ЛГУ, 1962, стр. 88—105.
31. Д. И. Писарев. Наша университетская наука. «Русское слово», № 7—8, 1863, июль, стр. 1—75; Соч., т. 2, М., 1955, стр. 127—227.
32. (В. Я. Буняковский) V. Bounjakowsky. Sur les maxima et minima des fonctions à deux variables. Mém. de l'Acad. imp. des sciences de St.-Pétersbourg, VII sér., Sciences math., phys. et nat. t. l, 1831, pp. 463—468 (читана 11 ноября 1829 г.).
33. И. А. Марон. Остроградский в военно-учебных заведениях. ИМИ, в. 3, 1950, стр. 280—281.
34. Университетский устав 1863. СПб., 1863.
35. Замечания на проект общего устава имп. Российских университетов, ч. I. СПб., 1862.
36. J. Bertrand. Traité de calcul différentiel et de calcul integral. (I) Calcul diff., P. 1864; (II) Calc. int. P., 1870.
37. K. Weierstrass. Zur Theorie der analytischen Facultäten. «J. reine und angew. Mathematik» (J. Crelle), Bd. 51, 1856, SS. 1—60.
38. P. Lejeune-Dirichlet. Recherches sur diverses applications de l'analyse infinitésimale à la théorie des nombres (1839). Werke, I, 1889, SS. 411—496, Berlin, «J. reine und angew. Mathem.», Bd. 19, SS. 324—369; Bd. 21, SS. 1—12, SS. 134—155.
39. В. В. Григорьев. Имп. С.-Петербургский университет в течение первых пятидесяти лет его существования. СПб., 1870.
40. Биографический словарь профессоров и преподавателей С.-Петербургского университета за истекшую третью четверть века его существования, тт. 1, 2. СПб., 1896.
41. Д. М. Синцов. Про интегрування нормальних систем сукупних діференціальних рівнянь (спосіб Коркіна і схема Адамара). Уч. зап. Харьк. унив., вып. 10, 1937, стр. 17—29.
42. J. Hadamard. Sur l'élimination entre les équations différentielles, Nouv. Annales, sér. 4, t. 17, 1917, pp. 81—84.

43. J. Hadamard. Cours d'analyse, professé à l'Ecole polytéchnique, t. 1, 1927, 6-e part. cahier 2, №№ 378—382, p. 546.
44. A. H. Крылов. Военно-морская академия. В кн.: Мои воспоминания. Изд. АН СССР, 1963, стр. 93—97.
45. А. Н. Крылов. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложения в технических вопросах. Известия Николаевской морской академии, вып. 2, СПб., 1913.
46. С. Н. Бернштейн. О наилучшем приближении непрерывных функций посредством многочленов (речь 19 мая 1913 г. на защите докторской диссертации). Зап. Харьк. унив., 1913, кн. 4, стр. 1—8.
47. Ch. Hermite. Sur la fonction exponentielle (1873). Oeuvres, t. 3, 1912, pp. 150—181.
48. А. Н. Крылов (совместно с В. А. Стекловым). Об издании трудов классиков математики. В кн.: Воспоминания и очерки. Изд. АН СССР, М., 1956, стр. 743—744.
49. Е. И. Золотарев. Полное собрание сочинений, тт. 1, 2, Изд. АН СССР, Л., 1931—1932.
50. J. Bertrand. Mémoire sur les intégrales communes à plusieurs problèmes de Mecanique. J. de Mathém. pures et appl., sér. 1, t. 17, 1852, pp. 121—174. (Представлен 12 мая 1851).
51. O Bonnet. Thèse de Mécanique. Sur le devéloppement des fonctions en séries ordonnées suivant les fonctions X_n et Y_n. J. de Mathém. pures et appl., sér. 1, t. 17, 1852, pp. 265—300.
52. O. Bonnet. Thèse d'Astronomie. Sur la théorie mathématique des cartes géographiques. J. de Mathém. pures et appl., sér. 1, t. 17, 1852, Paris, pp. 301—340.
53. В. Г. Имшенецкий. Общий способ нахождения рациональных дробных частных интегралов линейных уравнений с рациональными коэффициентами. Зап. имп. Акад. наук, 1887, т. 55, приложение 9.
54. В. Г. Имшенецкий. Дополнение теории и одно приложение способа нахождения рациональных дробных решений линейных дифференциальных уравнений с рациональными коэффициентами. Зап. имп. Акад. наук, 1888, т. 58, стр. 1—28.
55. В. Г. Имшенецкий. Интегрирование линейных однородных уравнений посредством частных решений других уравнений того же вида и порядка равного или меньшего. Записки имп. Акад. наук, т. 64, 1891, Приложение 8.
56. Я. Шохат. Об интегралах, общих многим задачам механики. Сообщ. Харьков. матем. общ., 1912—1913, т. 13, № 1—6, II сер., стр. 3—48.
57. P. Mansion. Théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre. Paris, 1875. Нем. пер.: Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Berlin, 1892.
58. (С. Н. Бернштейн) S. Bernstein. Sur la nature analytique des solutions des équations aux dérivées du second ordre (Leipzig, Teubner, 61 стр.). Thèse. fac. sci., Paris, 1904. (Докторская диссертация).
59. S. D. Poisson. Mémoire sur les équations de l'équilibre et mouvement des corps solides et des fluides. J. de l'École polytéchn., cahier 20, t. XIII, 1831, pp. 1—173.

60. S. D. P o i s s o n. Mémoire sur les solutions particulières des équations différentielles et des équations aux différences. J. de l'École polytéchn., cahier 13, t. 6, 1806, pp. 60—125.
61. S. D. P o i s s o n. Mémoire sur la variation des constantes arbitraires dans les problèmes de mécanique. J. de l'École polytéchn., cahier 15, t. VIII, 1809, pp. 266—344.
62. S. D. P o i s s o n. Mémoire sur l'intégration des équations linéaires aux différences partielles. «J. de l'École polytéchn.», cahier 19, t. 12, Paris, juillet, 1823, pp. 215—248.
63. S. D. P o i s s o n. Mémoire sur la distribution de la chaleur dans les corps solides (II), J. de l'École polytéchn., cahier 19, t. 12, 1823, pp. 1—144, 145—162, 249—403.
64. Au. C a u c h y. Mémoire sur l'intégration des équations linéaires aux différences partielles et à coefficients constants. J. de l'École polytéchn., cahier 19, t. 12, 1823, pp. 510—589.
65. P. L e j e u n e - D i r i c h l e t. Sur la convergence des séries trigonometriques qui servent à representer une fonction arbitraire entre des limites données. J. reine und angew. Mathem., Bd. 4, 1829, SS. 157—169; Werke, Bd. I, 1889, S. 117—132.
66. P. L e j e u n e - D i r i c h l e t. Sur les séries dont le terme général dépend de deux angles et qui servent à exprimer des fonctions arbitraires entre des limites données, J. reine und angew. Mathem., Bd. 17, 1873, SS. 35—56; Bd. I, 1889, SS. 283—306.
67. J. L a g r a n g e. Sur l'intégration des équations à différences partielles du premier ordre. Abhandl. Berliner Akad., 1772, S. 35; Oeuvres, t. 3, Paris, 1869, pp. 547—575.
68. J. L a g r a n g e. Sur les intégrales particulières des équations différentielles. Abhandl. Berliner Acad., 1774, S. 239, Oeuvres, t. 4, Paris, 1869, pp. 3—108.
69. J. L a g r a n g e. Sur différentes questions d'analyse relatives à la théorie des intégrales particulières (1778). Oeuvres, t. 4, pp. 583—634.
70. J. L a g r a n g e. Méthode générale pour intégrer les équations aux différences partielles du premier ordre, lorsque ces différences ne sont que linéaires. Abhandl. Berliner. Akad., 1785, SS. 174—190; Oeuvres, t. 5, pp. 543—562.
71. J. L a g r a n g e. Sur la construction des cartes géographiques (1779). Oeuvres, t. 4, pp. 635—692.
72. J. P f a f f. Methodus generalis aequationes differentiarum partialium necnon aequationes differentiales vulgares utrasque primi ordinis inter quotcunque variabiles quotcunque integrandi. Abhandl. Berliner Akad., 1818, SS. 76—13b.
73. C. G. J a c o b i. Über die Intergration der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung (1827). J. reine und angew. Mathem. Bd. 2, SS. 317—329; Ges. Werke, Bd. 4, SS. 1—15.
74. C. G. J a c o b i. Über die Pfaff'sche Methode. eine gewöhnliche lineare Differentialgleichung zwischen $2n$ Variabeln durch ein System von Gleichungen zu integriren (1827). J. reine und angew. Mathem. Bd, 2. SS. 347—357; Ges. Werke, Bd. 4, SS. 17—29.
75. C. G. J a c o b i. Über die Reduction der Integration der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung zwischen irgend einer Zahl Variabeln auf die Integration eines einzigen

System. gewöhnlicher Differentialgleichnungen. J. reine und angew. Mathem. Bd. 17, SS. 97—162; Ges. Werke, Bd. 4, SS. 57—127. J. de Mathém. pures et appl., t. 3, pp. 60—96, 161—201.
76. R. W. Hamilton. On a general Method in Dynamics. Philos. Trans., part 2, London, 1834, pp. 247—308; part 1, 1835, pp. 95—144.
77. Au. Cauchy. Exercices d'analyse et phÿsique mathématique. t. 2. Paris, 1841, pp. 238—272.
78. Д. А. Граве. Об интегрировании частных дифференциальных уравнений первого порядка. СПб., 1889. (Магистерская диссертация).
79. C. G. Jacobi. Lettre de M. Jacobi à M. le President de l'Académie. C. R., t. 11, juillet—decembre, 1840. Paris, 1841, pp. 529—530.
80. E. Bour. Mémoire sur l'intégration des équations différentielles de la Mécanique Analytique. J. de mathém. pures et appl., t. 20, 1855, pp. 185—200.
81. J. Liouville. Rapport sur un mémoire de M. Bour. J. de Mathém. pures et appl., t. 20, 1855, pp. 135—136.
82. J. Lagrange. Mécanique analytique. III éd. t. I. Paris, Note VI, VII, 1853 (annotée par J. Bertrand).
83. C. G. Jacobi. Nova methodus aequationes differentiales partiales primi ordinis inter numerum variabilium quemcunque propositas integrandi. J. reine und angew. Math., Bd. 60, SS. 1—181, 1862; Ges. Werke, Bd. 5, SS. 1—189.
84. E. Bour. Sur l'intégration des équations différentielles partielles du premier et du second ordre. J. de l'École polytéchn., cahier 39, 1862, pp. 148—191.
85. A. Mayer. Über unbeschränkt integrable Systeme von linearen totalen Differentialglechnungen und die simultane Integration linearer partieller Differentialgleichungen. Mathem. Annalen, Bd. 5, SS. 448—470. Bull. des sci. mathém. et astr., 1876, t. II, pp. 87—96, 125—144.
86. A. Mayer. Die Lie'sche Integrationsmethode der partiellen Differentialgleichnungen. Mathem. Annalen, Bd. 6, SS. 162—191.
87. A. Mayer. Über die Jacobi—Hamilton'sche Integrationsmethode des partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Gött. Nachr., 1872, SS. 405—420; Mathem. Annalen, Bd. 3, SS. 435—452.
88. A. Mayer. Über die Integration simultaner partiellen Differentialgleichungen der ersten Ordnung mit derselben unbekannten Function. Mathem. Annalen, Bd. 4, SS. 80—94.
89. G. Boole. A treatise on differential equations. London, 1859 (Supplementary volume — 1865).
90. G. Boole. On simultaneous differential equations of the first order. . . On the differential equations of dynamique. Philos. Trans, v. I, 1862, pp. 437—454; v. 2, 1863; pp. 485—501.
91. G. Boole. Considerations sur la recherche des intégrales premières des équations différentielles partielles du second ordre. Bull. de l'Acad. de St.-Pétersbourg, t. 4, 1864, pp. 198—215.

92. A. A m p è r e. Mémoire contenant l'application de la théorie exposée dans le XVII-e cahier du «Journal de l'École polytéchnique» à l'intégration des équations aux différentielles partielles du premier et du second ordre. J. de l'École polytéchn., cahier 18, t. XI, 1820, pp. 1—188.
93. A. A m p è r e. Sur les intégrations des équations aux différentielles partielles. J. de l'École polythéchn., cahier 17, t. X, 1815, pp. 549—611.
94. М о н ж Г. Приложение анализа к геометрии. М.—Л., 1936, (пер. с 4-го фр. изд. 1809 г.).
95. G. M o n g e. Mémoire sur le calcul intégral des équations aux différences partielles. Hist. de l'Acad. des sci., t. 1787, Paris.
96. G. M o n g e. Mémoire sur la détermination des fonctions arbitraires qui entrent dans les intégrales des équations aux différences partielles. Mém. de mathém. et de phys., presentées à l'Acad. roy. des sci. par divers savants et lûs dans ses Assemblées, Année 1773, Paris, 1776, pp. 267—300, 305—327.
97. В. П. Е р м а к о в. Общая теория интегрирования линейных дифференциальных уравнений высших порядков с частными производными и с постоянными коэффициентами. СПб., 1873. (Магистерская диссертация).
98. В. П. Е р м а к о в. Интегрирование дифференциальных уравнений механики. Киев, 1877.
99. В. П. Е р м а к о в. Нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка с многими переменными и канонические уравнения. Унив. известия, Киев, 1884, № 1, стр. 1—40; № 2, стр. 55—105; № 3, стр. 133—151.
100. В. П. Е р м а к о в. Дифференциальные уравнения первого порядка, имеющие данный интегрирующий множитель факториальной формы. Сообщ. Харьк. матем. общ., 2-я сер., т. 9, 1906, стр. 35—50.
101. В. П. Е р м а к о в. К теории обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Сообщ. Харьк. матем. общ., 2-я сер., т. 8, 1904, стр. 113—122.
102. В. П. Е р м а к о в. Интегрирование дифференциальных уравнений механики. Киев, 1877. (Докторская диссертация).
103. К. Я. Л а т ы ш е в а. О работах В. П. Ермакова по теории дифференциальных уравнений. ИМИ, т. 9, 1956, стр. 691—722.
104. Н. А. Ш а п о ш н и к о в. Интегрирование уравнений с полными дифференциалами и частными производными первого порядка. Матем. сб., т. 9, вып. 4, 1881, стр. 627—804.
105. В. А. А н и с и м о в. Об условиях, необходимых и достаточных для того, чтобы нули или бесконечности Эйлерова множителя для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка и 1-й степени с коэффициентами алгебраического характера были частными интегралами этого уравнения. Матем. сб., т. 25, стр. 509—534.
106. В. А. Д о б р о в о л ь с к и й. Научно-педагогическая деятельность Д. А. Граве. ИМИ, вып. 15, 1963, стр. 318—360.
107. Н. Г. Ч е б о т а р е в. Академик Дмитрий Александрович Граве. (К 50-летию его научно-педагогической деятельности). УМН, вып. 3, 1937, 222—233.

108. Д. А. Граве. Об основных задачах математической теории построения географических карт. СПб., 1896.
109. Д. А. Граве. Об одном классе линейных уравнений второго порядка, интегрируемых в квадратурах. Матем. сб., т. 14, вып. 2, стр. 197—201, 1889.
110. Д. А. Граве. О поверхностях minima. Зап. студентов физ.-матем. факультета С.-Петерб. унив., т. 2 (1885), СПб., 1886, стр. 99—108, 115—126, 131—167.
111. Ch. Hermite. Oeuvres de Ch. Hermite. t. 1, 1905; t. 2, 1908; t. 3, 1912; t. 4, 1917. Paris.
112. Ch. Hermite. Oeuvres. t. 1, pp. 100—163.
113. А. А. Марков. О неопределенных тройничных квадратичных формах. Изв. имп. Акад. наук, V сер., т. 14, 1901, № 5, стр. 509—523; Избр. труды, Изд. АН СССР, 1951, стр. 143—163.
114. А. А. Марков. О неопределенных квадратичных формах с четырьмя переменными. Изв. имп. Акад. наук, V сер., т. 16, 1902, № 3, стр. 97—108.
115. А. А. Марков. О трех неопределенных тройничных квадратичных формах. Изв. имп. Акад. наук, V сер., т. 17, 1902, стр. 109—119.
116. А. А. Марков. О бинарных квадратичных формах положительного определителя. СПб., 1880. То же см.: УМН, т. 3, вып. 5 (27), 1948; стр. 7—51 с вступительной статьей Б. Н. Делоне. Sur les formes quadratiques binaires indéfinies. Mathem. Annalen, Bd. 15, 1878, SS. 381—406.
117. Г. Ф. Вороной. О некоторых свойствах положительных совершенных квадратичных форм. Собр. соч., т. 2, Киев, 1952, стр. 171—238.
118. Б. А. Венков. К работе «О некоторых свойствах положительных совершенных квадратичных форм». В кн.: Г. Ф. Вороной. Собр. соч., т. 2, стр. 379—385.
119. Б. А. Венков. О приведении положительных квадратичных форм. В кн.: Г. Ф. Вороной. Собр. соч., т. 3, стр. 235—246.
120. H. Minkowsky. Gesammelte Abhandlungen von H. Minkowsky, Bd. 1, 2, Лейпциг—Берлин. 1911.
121. В. А. Марков. О числе классов положительных тройничных квадратичных форм данного определителя. Сообщ. Харьк. матем. общ., 2-я сер., т. 14, № 1, 1893, стр. 1—59.
122. В. А. Марков. О положительных тройничных квадратичных формах. СПб., 1897.
123. Б. А. Венков. Об экстремальной проблеме Маркова для неопределенных квадратичных форм. ИАН, сер. матем., т. 9, стр. 429—494.
124. Б. А. Венков. О неопределенных квадратичных формах с целыми коэффициентами. Труды МИАН, т. 38, 1951, стр. 30—41.
125. И. Я. Депман. С.-Петербургское математическое общество, ИМИ, вып. 13, 1960, стр. 11—106.
126. Я. В. Успенский. Некоторые приложения непрерывных параметров в теории чисел. СПб., 1910.
127. Б. А. Венков. О приведении положительных квадратичных форм. ИАН, сер. матем., т. 4, 1940.

128. В. А. Марков. О функциях, наименее уклоняющихся от нуля в данном промежутке. СПб., 1892.
129. А. П. Пшеборский. О некоторых полиномах, наименее уклоняющихся от нуля. Сообщ. Харьк. матем. общ., 2-я сер., т. 14, № 1—2, 1913, стр. 65—89.
130. Е. П. Ожигова. Егор Иванович Золотарев. Изд. «Наука», 1966.
131. Л. Эйлер. Интегральное исчисление. Т. I, 1956; т. 2, 1957; т. 3, 1958; М.
132. N. H. Abel. Sur l'équation différentielle $(y+s)dy+$ $+(p+qy+ry^2)dx=0$. Oeuvres complètes, t. 2, 1881, pp. 26—35.
133. Ф. Миндинг. Исследования об интегрировании дифференциальных уравнений первого порядка с двумя переменными. СПб., 1862.
134. F. Minding. Beiträge zur Integration der Differentialgleichungen I Ordnung zwischen zwei Veränderlichen. Mém. de l'Acad. des sci. de St.-Pét., 7 sér., t. 5, № 1, 1863.
135. Б. М. Коялович. Исследования о дифференциальном уравнении $ydy-ydx=Rdx$. СПб., 1894. (Магистерская диссертация).
136. P. Painlévé. Sur les équations différentielles du premier ordre. C. R., 123, 1896, pp. 88—91.
137. P. Painlévé. Sur les équations différentielles du premier ordre, t. 122, 1896, pp. 1319—1322.
138. P. Painlévé. Sur les intégrales des équations differentielles du premier ordre. C. R., 1892, t. 114, pp. 107—109, 208—283.
139. Д. М. Синцов. К вопросу о рациональном интегрировании дифференциальных уравнений. Изв. ФМО, т. 7, № 1, стр. 1—66; № 4, стр. 137—145, Казань, 1898.
140. М. Ф. Ковальский. Теория интегрирующего множителя дифференциальных уравнений вида $f(x, y)dx+$ $+F(x, y)dy=0$. Харьков, 1866. (Магистерская диссертация).
141. С. С. Урусов. Об интегрирующем множителе разностных и дифференциальных уравнений. Матем. сб., 1, 1866, стр. 225—290.
142. К. А. Поссе. Примечания к статье А. Н. Коркина «О распределении чисел по простому модулю и о двучленных сравнениях с таблицей первообразных корней и характеров, к ним относящихся, для простых чисел, меньших 4000». Матем. сб., 27, вып. 1, 1909, стр. 116—120.
143. К. А. Поссе. Таблица первообразных корней и характеров, к ним относящихся, для простых чисел между 4000 и 5000. Там же, вып. 2, стр. 175—179.
144. C. G. Jacobi. Canon arithmeticus. Regiomonti, 1839.
145. G. Wertheim. Primitive Wurzeln der Primzahlen von der Form $2^kq^\lambda+1$ ... Acta mathem., t. 20, pp. 143—152.
146. G. Wertheim. Tabelle der kleinsten primitiven Wurzeln g aller Primzahlen p zwischen 3000 und 5000. Acta mathem., t. 20, pp. 153—157.
147. E. Desmarest. Théorie des nombres. Traité de l'analyse indéterminée du seconde degré à deux inconnues. Paris, 1852, pp. 1—312.
148. Д. А. Граве. О таблицах характеров Коркина. Матем. сб., т. 29, 1913, вып. I, стр. 7—11.

149. Д. А. Граве. Элементарный курс теории чисел. 2-е изд. Киев, 1913 (см. главу 4).
150. Б. А. Венков. Элементарная теория чисел. ОНТИ, М.—Л., 1937 (см. стр. 30, 31).
151. И. И. Иванов. Теория чисел. Изд. Комитета при Физ.-мат. факультете С.-Петерб. унив., 1910, стр. 1—217. (Литогр.).
152. И. И. Иванов. Теория чисел. Лекции, читанные на Высших женских курсах в 1909/10 уч. году проф. И. И. Ивановым, стр. 1—232. (Литогр.).
153. Лиувилль (R. Liouville). Sur l'impossibilité de la relation algébrique $x^n+y^n+z^n=0$. C. R., 1879, 2-e part., t. 89, pp. 1108—1110.
154. Речи и протоколы 6-го съезда русских естествоиспытателей и врачей в С.-Петербурге. СПб., 1880.
155. VIII съезд русских естествоиспытателей и врачей в С.-Петербурге. СПб., 1890.
156. А. А. Марков. Об одном вопросе Д. И. Менделеева. Зап. имп. Акад. наук, т. 62, 1890, стр. 1—24.
157. (И. Бернулли) J. Bernoulli. Sur une nouvelle espèce de Calcul. Recueil pour les astronomes, t. 1, Berlin, 1771, pp. 255—284.
158. А. А. Марков. О бернуллиевом вопросе. Речи и протоколы 6-го съезда русских естествоиспытателей и врачей, СПб., 1880, стр. 188—189.
159. (А. А. Марков) A. A. Markoff. Sur une question de Jean Bernoulli. Mathem. Annalen, Bd. 19, 1882, SS. 27—36.
160. Я. В. Успенский. Об одной задаче Ивана Бернулли. Изв. РАН, VI сер., т. 18, Л., 1924, стр. 67—84.
161. Биографический словарь профессоров и преподавателей университета Св. Владимира. Киев, 1884.
162. В. П. Ермаков. Отчет о путешествии за границу. «Университетские известия». Киев, 1873, № 7; 1874, № 1, № 5.
163. В. П. Ермаков. Caractère de convergence des séries. Bull. des sci. mathém., t. 2, Paris, 1871, pp. 250—256. См. также: Extrait d'une lettre adressée à M. Hoüel. Bull. des sci. mathém. 2-e sér., t. 7, I part., 1883, pp. 142—144.
164. А. А. Киселев и Е. П. Ожигова. П. Л. Чебышев на съездах русских естествоиспытателей и врачей. ИМИ, вып. 15, 1963, стр. 291—317.
165. В. А. Зморович. О признаках Н. И. Лобачевского и В. П. Ермакова сходимости знакоположительных рядов. Изв. Киевск. политехн. института, т. 19, 1956, стр. 66—69.
166. В. П. Ермаков. Теория сходимости бесконечных строк и определенных интегралов. Матем. сб., т. 6, вып. 1, М., 1870, стр. 39—76.
167. Л. Н. Грацианская. Василий Петрович Ермаков. ИМИ, вып. 9, 1956, стр. 667—690. (О влиянии А. Н. Коркина на творчество В. П. Ермакова см. стр. 673).
168. К. Я. Латышева. О работах В. П. Ермакова (1845—1922) по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Укр. матем. журн., № 2, 1955, стр. 231—238.
169. С. Е. Белозеров. Математика в Ростовском университете, ИМИ, вып. 6, 1953, стр. 247—352.

170. P. Lejeune-Dirichlet. Vorlesungen über Zahlentheorie. Aufl. 1. Braunschweig, 1863.
171. L. Kronecker. Eine analytisch-arithmetische Formel. J. reine und angew. Mathem., Bd. 108, Heft 4, 1891, SS.
172. П. С. Александров. Русская математика 19—20 веков и ее влияние на мировую науку. Уч. зап. МГУ, вып. 91, т. I, кн. 1, 1947, стр. 3—33.
173. С. Н. Бернштейн. Чебышев и его влияние на развитие математики. Уч. зап. МГУ, вып. 91, т. I, кн. 1, стр. 35—45.
174. Б. Н. Делоне. Петербургская школа теории чисел. Изд. АН СССР, 1947.
175. Б. Н. Делоне. Развитие теории чисел в России. Уч. зап. МГУ, вып. 91, т. I, кн. 1, 1947, стр. 77—96.
176. Р. И. Галченкова. Математика в Ленинградском (Петербургском) университете в 19 в. ИМИ, вып. 14, 1961, стр. 355—392.
177. А. А. Марков. Автобиография. Материалы для биографического словаря действительных членов имп. Акад. наук, т. 2. Петроград, стр. 16—18, 1918.
178. М. Б. Налбандян. О некоторых проблемах интегрирования иррациональных дифференциалов в работах русских математиков второй половины XIX в. Ист. и методология естеств. наук, вып. 5, матем., изд. МГУ, 1966, стр. 96—104.
179. М. Б. Налбандян. Теория эллиптических функций и ее приложения в трудах Е. И. Золотарева. ИМИ, вып. 16, М., 1955, стр. 191—206.
180. И. Л. Пташицкий. Об интегрировании в конечном виде иррациональных дифференциалов. СПб., 1881. (Магистерская диссертация).
181. П. Л. Чебышев. Об интегрировании иррациональных дифференциалов (1860). Полн. собр. соч., т. 2, стр. 342—344.
182. П. Л. Чебышев. Об интегрировании дифференциала $\frac{(x+A)\,dx}{\sqrt{x^4+\alpha x^3+\beta x^2+\gamma x+\delta}}$ (1861). Полн. собр. соч., т. 2, стр. 345—357.
183. (Е. И. Золотарев) G. Zolotareff. Sur la méthode d'intégration de M. Tchébycheff. Mathem. Annalen, Bd. 5, 1872, pp. 560—580. Полн. собр. соч., т. 1, 1931, стр. 85—108.
184. Е. И. Золотарев. Теория целых комплексных чисел с приложением к интегральному исчислению. (1874). Полн. собр. соч., т. 1, 1931, стр. 161—360. (Докторская диссертация).
185. И. Л. Пташицкий. Об интегрировании в конечном виде эллиптических дифференциалов. СПб., 1888.
186. И. Л. Пташицкий. Об алгебраическом интегрировании алгебраических дифференциалов. Сообщ. Харьк. матем. общ., сер. 2, т. 1, стр. 61—73.
187. И. Л. Пташицкий. Об одной теореме относительно алгебраических интегралов. Сообщ. Харьк. матем. общ., сер. 2, т. 1, стр. 74—77.
188. К. А. Поссе. О функциях, подобных функциям Лежандра. СПб., 1873, стр. 1—104 (Магистерская диссертация).

189. К. А. Поссе. О функциях, подобных функциям Лежандра. Сообщ. Харьк. матем. общ., сер. 1, т. 2, стр. 155—169.
190. К. А. Поссе. О дополнительном члене в формуле П. Л. Чебышева для приближенного выражения одного определенного интеграла через другие, взятые в тех же пределах. Сообщ. и протоколы Харьк. матем. общ., сер. 1, т. 1, 1883, стр. 5—17.
191. (К. А. Поссе) C. Posse. Sur le terme complementaire dans ume formule de M. Tchébycheff. Bull. des sci. mathém., sér. 2, t. 7, 1883, pp. 214—224.
192. (К. А. Поссе) C. Posse. Sur les quadratures. Nouv. annales des mathém. (2), t. 14, pp. 49—62, Paris, 1875.
193. К. А. Поссе. К вопросу о предельных значениях интегралов или сумм. Сообщ. и протоколы Харьк. матем. общ., сер. 1, т. 1, 1883, стр. 35—58.
194. К. А. Поссе. О функциях от двух аргументов и о задаче Якоби. СПб., 1882. (Докторская диссертация).
195. К. А. Поссе. А. Н. Коркин (некролог). Сообщ. Харьк. матем. общ., сер. 2, т. 10, стр. 217—230, 1909.
196. К. А. Поссе. Заметка о решении двучленных сравнений с простым модулем по способу Коркина. Сообщ. Харьк. матем. общ., сер. 2, т. 11, 1910, стр. 249—268.
197. (К. Поссе) C. Posse. Exposé succint des résultats principaux du mémoire posthume de Korkine, avec une table des racines primitives et des caractères qui s'y rapportent, calculée par lui pour les nombres premiers inférieurs à 4000 et prolongée jusqu' à 5000. Acta mathem., t. 35, 1912, pp. 193—231.
198. (К. Поссе) C. Posse. Table des racines primitives et des caractères qui s'y rapportent pour les nombres premiers entre 5000 et 10 000. Acta mathem., t. 35, pp. 233—252.
199. (К. Поссе) C. Posse. Deux erreurs dans la table des racines primitives de Wertheim. Acta mathem., t. 33, 1909, p. 406.
200. Ю. В. Сохоцкий. Теория интегральных вычетов с некоторыми приложениями. СПб., 1868. Магистерская диссертация.
201. Ю. В. Сохоцкий. Высшая алгебра (I). СПб., 1882 (II), 1888.
202. Ю. В. Сохоцкий. Об определенных интегралах и функциях, употребляемых при разложениях в ряды. СПб., 1873. (Докторская диссертация).
203. И. Л. Пташицкий. Extrait d'une lettre à M. C. Neumann. Mathem. Annalen., Bd. XI, 1880, pp. 264—266, *Реф.*: Bull. des sci. mathém., 2-e sér., t. 6, part. 2, 1882, p. 23.
204. И. Л. Пташицкий. Sur quelques formules données dans le «Cours d'Analyse de l'Ecole polytéchnique» de M. Hermite. Bull. des sci. mathém., 2-e sér., t. 10, partie 1, 1886, pp. 30—32.
205. Д. Ф. Селиванов. Теория алгебраического решения уравнений. СПб., 1885.
206. (Д. Ф. Селиванов) D. Selivanoff. Sur les intégrales définies uniformement convergentes. Bull. de la soc. mathém. de France, t. 10, 1882, pp. 147—157.
207. (Д. Ф. Селиванов) D. Selivanoff. Extrait

d'une lettre à M. Hermite. Sur la résolution des équations du 4-me dégré. Bull. des sci. mathém. (Darboux), (2), t. 7, 1883, pp. 246—247.
208. Д. Ф. Селиванов. Конспект курса теории чисел, читанного в С.-Петербургском университете Д. Ф. Селивановым. 1893/94 уч. год. СПб., стр. 1—45 (Литогр.).
209. (Д. Ф. Селиванов) D. Selivanoff. Sur la recherche des diviseurs des fonctions entières. Bull. de la société mathém. de France, t. 13, 1885, pp. 119—131. *Реф.*: Bull. des sci. mathém., 2-e sér., t. X, pp. 144—145.
210. К. А. Торопов. Интегрирование некоторых обыкновенных дифференциальных уравнений. Сообщ. Харьк. матем. общ., сер. 1; 1884, т. 3, стр. 199—213.
211. К. А. Торопов. Об интегрировании в конечном виде одного класса дифференциалов. Сообщ. Харьк. матем. общ., сер. 1, 1885, т. 7, стр. 3—27.
212. К. А. Торопов. Об одном преобразовании гиперэллиптических интегралов. Сообщ. Харьк. матем. общ., сер. 2, т. 1, стр. 82—103.
213. И. И. Иванов. Матем. задачи. Семья и школа, 1881, № 11, стр. 565.
214. И. И. Иванов. Суммирование трех рядов Эйлера. Зап. физ.-матем. общества студентов С.-Петерб. унив., т. 1. СПб., 1885, стр. 125—128.
215. И. И. Иванов. Представление простых чисел в форме x^2+Ay^2 (метод Hermite'a). Зап. физ.-матем. общ. студентов С.-Петерб. унив., в. 2, 1886, стр. 69—75.
216. И. И. Иванов. Некоторые предложения о простых числах. Зап. физ.-матем. общ. студентов С.-Петерб. унив., т. 2, СПб., 1886, стр. 109—114.
217. И. И. Иванов. Целые комплексные числа. СПб., 1891.
218. И. И. Иванов. Одно из доказательств теоремы Безу. Вестн. опытн. физики и элемент. матем., IV сем., № 41, Киев, 1888, стр. 106—107.
219. И. И. Иванов. Разложение квадратных корней из некоторых целых чисел в непрерывную дробь. Журн. элемент. матем., т. 2, 1886, Киев, стр. 222—227.
220. И. И. Иванов. Вывод двух формул Якоби. Зап. студентов физ.-матем. факультета С.-Петерб. унив., т. 2, СПб., 1886, стр. 84—94.
221. И. И. Иванов. Задачи и решения задач. Вестн. опытн. физики и элемент. матем., т. 1, 1886, стр. 253—257, II сем., 1887, стр. 44—46 (с П. Никульцевым), 69—70 (с П. Никульцевым), 192—194, 216, 243, 265; III сем., стр. 68—70, 94, 162.
222. И. И. Иванов. О некоторых вопросах, находящихся в связи со счетом простых чисел. СПб., 1901, стр. I—IV, 1—120. (Докторская диссертация).
223. (И. И. Иванов) J. Ivanoff. Formules relatives à un nombre premier 4n+3. L'Intermédiaire des mathém., t. 3, 1896, pp. 64—68 (ответ на вопрос № 181 А. Н. Коркина в кн.: L'Intermédiaire des mathématiciens, t. 1, 1894).
224. Ю. В. Сохоцкий. Определение постоянных множителей в формулах линейного преобразования функций Θ. Суммы Гаусса и закон взаимности символов Лежандра

(на польск. яз.). Pamiętnik Towarzystwa Nauk scieslich w Paryzu, X, 1878, str. 1—37.
225. Ch. Hermite. Cours d'analyse, III éd., 1887, Paris.
226. Briot et Bouquet. Théorie des fonctions elliptiques. II ed. Paris, 1875. Определение голоморфной функции — на стр. 14.
227. А. Н. Коркин (некролог). Вестн. опытн. физики, т. 40, Одесса, 1908, стр. 329—330.
228. М. Г. Ребиндер. Александр Николаевич Коркин. Протоколы общ. естествоиспыт. Юрьев, т. 17, 1908, LXV—LXX.
229. Obrastzoff. Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite. Bull. des sciences mathém., t. 9, part. 1, 1885, pp. 132—135. Ответ Эрмита там же: pp. 135—137; [111, t. 4, pp. 181—183].
230. Записка об ученых трудах И. И. Иванова. Изв. РАН, 1924, 6-я сер., т. 18, стр. 442—444.
231. А. А. Марков, И. Л. Пташицкий. Отзыв о диссертации Д. А. Граве. Протоколы заседаний Совета Петерб. университета, Приложение 6 к ст. 14 журнала заседаний 20 мая 1896 г. Протокол № 52, СПб., 1897.
232. Н. М. Гюнтер. О приложениях теории алгебраических форм к интегрированию линейных дифференциальных уравнений. СПб., 1904. (Магистерская диссертация).
233. Г. И. Игнациус. Владимир Андреевич Стеклов. Изд. «Наука», М., 1967.
234. Д. М. Синцов. Новости русской литературы. Заметки о следующих книгах: 1) Сочинения А. Н. Коркина, СПб., 1911. Записки имп. Харьковск. унив., кн. 4, 1913, отдел «Критика и библиография», стр. 2.
235. Д. К. Бобылев. Курс аналитической механики, ч. I. Кинематическая, 1880, СПб.; ч. II. Кинетическая, вып. 1. Механика материальной точки, 1881, СПб., см. стр. 125—126.
236. А. К. Сушкевич. Теория чисел. Элементарный курс. Изд. Харьк. унив., 1956, 2-е изд. (см. стр. 111—114).
237. История отечественной математики, т. 2. Киев, 1967.
238. А. П. Юшкевич. История математики в России. М., Изд. «Наука», 1968.

ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ААН	— Архив Академии наук СССР. Если имеется в виду Москва — ААН (М), если Ленинград — ААН (Л).
ЛГИА	— Ленинградский государственный исторический архив.
ЦГИАЛ	— Центральный государственный исторический архив Ленинграда.
ЦГАВМФ	— Центральный государственный архив Военно-Морского флота.
ИМИ	— Историко-математические исследования.
МИАН	— Математический институт АН СССР им. В. А. Стеклова.
ИАН	— Известия Академии наук СССР.
Изв. РАН	— Известия Российской Академии наук.
Изв. ФМО	— Известия Казанского физико-математического общества.
ЖМНП	— Журнал Министерства народного просвещения.
УМН	— Успехи математических наук.
Соч.	— Сочинения А. Н. Коркина, т. I, СПб., 1911 г.
C. R.	— Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris.
Jahrbuch	— Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.

ОГЛАВЛЕНИЕ Стр.

Елена Петровна Ожигова

«АЛЕКСАНДР НИКОЛАЕВИЧ КОРКИН»

Утверждено к печати

Редколлегией серии «Научно-биографическая литература» АН СССР

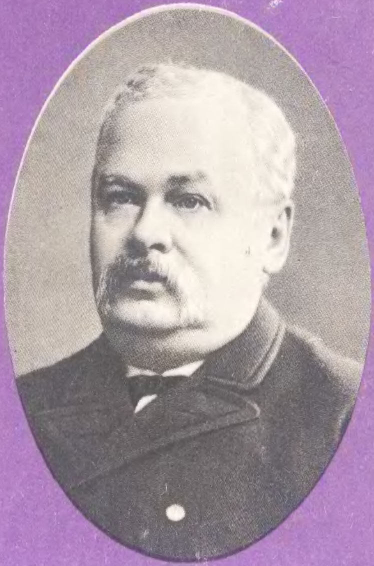
Редактор издательства А. А. Борисов. Художник Д. С. Данилов
Технический редактор Г. А. Смирнова. Корректоры З. В. Гришина и Н. И. Журавлева

Сдано в набор 24 /VI 1968 г. Подписано к печати 29/XI 1968 г. РИСО АН СССР № 9-208В. Формат бумаги 84×108$^{1}/_{32}$. Бум. л. 2$^{5}/_{16}$. Печ. л. 4$^{5}/_{8}$=7.34 усл. печ. л. Уч.-изд. л. 7.95. Тираж 8000. Изд. № 3734. Тип. зак. № 1168. М-40370. Бумага № 2. *Цена 48 коп.*

Ленинградское отделение издательства «Наука»
Ленинград, В-164, Менделеевская лин., д. 1

1-тип. издательства «Наука». Ленинград, В-34, 9 линия, д. 12

Е. П. ОЖИГОВА



Александр Николаевич КОРКИН

48 коп.

ИЗДАТЕЛЬСТВО « НАУКА »
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ