### РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК



#### СЕРИЯ «НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА»

#### Основана в 1959 году

#### РЕДКОЛЛЕГИЯ СЕРИИ «НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА» И ИСТОРИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ ИНСТИТУТА ИСТОРИИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ РАН ПО РАЗРАБОТКЕ НАУЧНЫХ БИОГРАФИЙ ДЕЯТЕЛЕЙ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ

академик Н. П. Лавёров (председатель). академик А. М. Кутепов (зам. председателя), докт. эконом. наук B. M. Opën (зам. председателя), докт. ист. наук З. К. Соколовская (ученый секретарь), докт. физ.-мат. наук В. П. Визгин, канд. техн. наук В. Л. Гвоздецкий, акалемик И. А. Глебов, покт. физ.-мат. начк С. С. Демидов. академик Б. П. Захарченя, докт. физ.-мат. наук Г. М. Идлис, академик Ю. А. Израэль, канд. ист. наук С. С. Илизаров, покт. философ. наук Э. И. Колчинский. канд. физ.-мат. наук В. Н. Краснов, докт. хим. наук B.  $\hat{U}$ . Kузнецов, канд. техн. наук H. K. Ламан, докт. ист. наук Б. В. Лёвшин, член-корреспондент РАН М. Я. Маров, член-корреспондент РАН В. А. Медведев, докт. биол. наук Э. Н. Мирзоян, докт. техн. наук А. В. Постников, член-корреспондент РАН Л. П. Рысин, канд. техн. наук В. Н. Сокольский, докт. хим. наук Ю. И. Соловьев,

докт. геол.-минерал. наук Ю. Я. Соловьев,

член-корреспондент РАН Й. А. Шевелев, академик А. Е. Шилов

## В. Н. Волгина И. А. Тюлина

## Александр Иванович НЕКРАСОВ

1883 - 1957

Ответственный редактор доктор физико-математических наук В. П. КАРЛИКОВ



MOCKBA «HAYKA» 2001 УДК 531 + 532(929) А.И. Некрасов ББК 22.253.3 В 67

#### Рецензенты:

доктор физико-математических наук Н.Р. Сибгатуллин, кандидат физико-математических наук В.Н. Чинёнова

#### Волгина В.Н., Тюлина И.А.

Александр Иванович Некрасов. 1883—1957. — М.: Наука, 2001. — 101 с. — (Серия "Научно-биографическая литература"). ISBN 5-02-013055-9.

Книга посвящена жизни и деятельности выдающегося механика, математика, педагога академика А.И. Некрасова. Дан обзор его важнейших исследований по механике и математике, пополнены архивным материалом и воспоминаниями сотрудников МГУ сведения о его жизни и работе. Проведен анализ основных трудов А.И. Некрасова по гидроаэромеханике и исследований, выполненных ученым в годы репрессии и опубликованных посмертно.

Для читателей, интересующихся историей науки.

ТП-2001-І-№ 247

ISBN 5-02-013055-9

- © Издательство "Наука", 2001
- © Российская академия наук и издательство "Наука", серия "Научно-биографическая литература" (разработка, оформление), 1959 (гол основания), 2001

#### Предисловие

Книга посвящена жизни и деятельности выдающегося отечественного механика и математика академика Александра Ивановича Некрасова (1883–1957).

А.И. Некрасов был большим знатоком аналитической механики, математики, небесной механики, однако главной областью его исследований была гидроаэромеханика.

Своими исследованиями он внес большой вклад в развитие отечественной механики, что не раз отмечалось различными государственными наградами.

О жизни, научной, педагогической и административной деятельности А.И. Некрасова пока еще не создано обширного очерка или книги. Авторами сделана попытка как можно более полно осветить научную биографию этого видного ученого.

Авторы выражают глубокую благодарность за помощь в работе над книгой сотрудникам Научно-мемориального музея им. Н.Е. Жуковского: директору А.П. Красильщикову, Н.М. Коптеловой; сотрудникам Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана: профессорам В.В. Дубинину, Н.Н. Никитину, доценту Г.И. Гатауллиной; сотрудникам Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова: профессорам Н.Р. Сибгатуллину, А.Н. Голубятникову, доценту К.Е. Якимовой; научному сотруднику Института механики МГУ им. М.В. Ломоносова В.П. Лишевскому; профессору кафедры высшей математики Московской государственной геолого-разведочной академии Я.Р. Берману.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-07-90157).

# **Биографические сведения** об **А.И. Некрасове**

## 1.1. Дореволюционный период и первые годы советской власти

Александр Иванович Некрасов – академик, выдающийся ученый в области аэрогидромеханики и математики, профессор – родился 9 декабря 1883 г. в Москве в семье служащего.

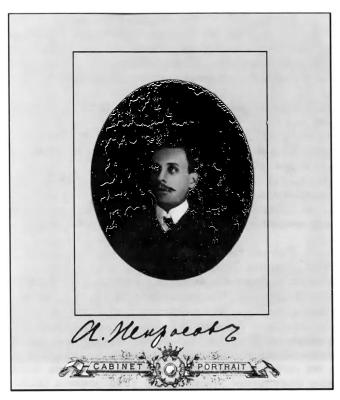
Его отец, Иван Юльевич Некрасов, дворянин, окончил юридический факультет Московского университета, был инспектором Народных училищ Московской губернии, инспектором научных классов Московской консерватории, председателем педагогического совета Елизаветинской женской гимназии [124, с. IV]. Он умер 25 декабря 1893 г., когда Александру Ивановичу было 10 лет.

У Александра Ивановича было два младших брата. После смерти отца воспитанием троих сыновей занималась мать, Анна Александровна Некрасова, она также была из дворян. Материальное положение в семье было трудным, но, несмотря на это, все три брата получили высшее образование. Анна Александровна умерла в 1919 г.

Среди материалов фонда А.И. Некрасова в музее Н.Е. Жуковского обнаружена его автобиография. На последней странице записной книжки А.И. Некрасова, хранящейся также в музее, записана родословная дворян Некрасовых [124, с. 2].

Начальное образование Александр Иванович получил дома. С 1892 по 1901 г. он учился в 5-й Московской гимназии и окончил ее с золотой медалью. Еще во время учебы в гимназии Александр проявлял большой интерес к математическим наукам, поэтому при поступлении в 1901 г. в Московский университет он выбрал математическое отделение физико-математического факультета. В университете А.И. Некрасов с увлечением занимался небесной механикой и некоторыми вопросами математической физики. Его занятиями по астрономии и небесной механике руководил профессор В.К. Цераский, а по теоретической механике — великий русский ученый Н.Е. Жуковский, который оказал сильное влияние на А.И. Некрасова, в дальнейшем посвятившего свою научную жизнь изучению гидродинамики и теоретической механики.

В 1906 г., будучи еще студентом Московского университета, А.И. Некрасов написал блестящую работу "Теория спутников Юпитера", за которую ему была присуждена золотая медаль [144]. В этой



Александр Иванович Некрасов – доцент Московского университета

работе было дано разложение в ряд пертурбационной функции, пригодное при всяких наклонениях орбит небесных тел, и указаны неравенства, имеющие место при движении спутников. Позже, когда вопросам изучения космоса стало придаваться огромное значение, эта работа по небесной механике приобрела актуальность.

В этом же 1906 г. А.И. Некрасов окончил физико-математический факультет Московского университета с дипломом первой степени (по специальности "астрономия и геодезия"). По рекомендации профессоров В.К. Цераского и Б.К. Млодзеевского Александр Иванович был оставлен на кафедре астрономии и геодезии университета для подготовки к профессорскому званию.

С 1906 по 1917 г. А.И. Некрасов преподавал математику и физику в средних учебных заведениях Москвы.

В 1909-1911 гг. выдержал магистерские экзамены по двум специальностям – астрономия и механика. При подготовке к экзаменам Александр Иванович занимался переводом на русский язык французского руководства Э. Гурса "Курс математического анализа" в двух томах [1]. Он потратил много времени на эту работу, так как ее редактор профессор Б.К. Млодзеевский был очень требователен и переводы некоторых глав переделывал вместе с А.И. Некрасовым по нескольку раз. Эта совместная работа способствовала глубокому усвоению А.И. Некрасовым тех математических методов, которые он впоследствии успешно применял к решению конкретных задач гидродинамики.

В 1912 г. А.И. Некрасов был утвержден приват-доцентом кафедры астрономии и геодезии физико-математического факультета Московского университета, а в 1913 г. — приват-доцентом кафедры прикладной математики того же факультета (так некоторое время называлась кафедра теоретической механики).

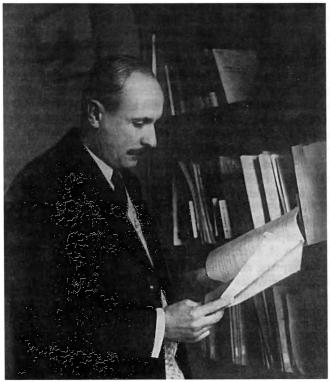
15 января 1913 г. Некрасов избран действительным членом Московского математического общества.

С 1915 по 1920 г. он преподавал специальные разделы механики на Московских высших женских курсах, где был признан одним из лучших лекторов.

В 1917 г. Ученым советом Московского университета А.И. Некрасов избран доцентом физико-математического факультета, а в 1918-1922 гг. состоял в должности сверхштатного профессора физико-математического факультета Московского университета, так как в это же время он занимал в Иваново-Вознесенском политехническом институте должность штатного профессора и заведующего кафедрой теоретической механики. В 1917 г. А.И. Некрасов выступал оппонентом на защите диссертации приват-доцента Васильева "Движение вихрей". В 1918 г. он начал чтение курса гидродинамики на физико-математическом факультете Московского университета [113, с. 68-69]. С 1922 г. Ученым советом Московского университета А.И. Некрасов был переведен на должность штатного профессора физико-математического факультета. В том же году он был удостоен премии им. Н.Е. Жуковского за работу "О волнах установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости" [7]. А.И. Некрасов был первым лауреатом этой премии [124, c. VI].

В первые годы советской власти происходила перестройка высшей школы: менялись структура университета, организация учебной работы, социальный состав студенчества, происходило слияние однотипных высших учебных заведений. В 1919 г. в Московском университете был организован рабфак для подготовки рабочей молодежи. Новое правительство пыталось привлечь к сотрудничеству профессоров и преподавателей дореволюционной школы. Интеллигенция по-разному относилась к событиям в стране. Одни одобряли политику правительства в области высшей школы, а другие выступали против. Александр Иванович Некрасов был среди ученых, которые с первых лет советской власти поддерживали ее и принимали активное участие в решении поставленных ею задач.

В связи с перестройкой высшей школы было принято много различных декретов, положений. Согласно п. 7 положения "О научных



А.И. Некрасов. 1930-е годы

работниках Университета" для замещения преподавательских должностей учреждались комиссии специалистов в каждом университете. Их состав утверждался ГУСом (Государственный ученый совет). Представленные комиссиями кандидаты на вакантные должности избирались Президиумом университета. На заседании ГУСа 6 мая 1921 г. были утверждены комиссии специалистов для замещения преподавательских должностей в Московском университете. В Комиссию по механике входили С.А. Чаплыгин, Н.Н. Бухгольц и А.И. Некрасов [123г, л. 1; 123д].

В 1922 г. при физико-математическом отделении Московского университета было организовано 12 научно-исследовательских институтов, в том числе Научно-исследовательский институт математики и механики, в руководство которого вошли С.А. Чаплыгин, Л.С. Лейбензон, Н.Н. Бухгольц, а затем А.И. Некрасов. Согласно п. 3 "Положения о научно-исследовательских институтах и ассоциациях научно-исследовательских институтах и ассоциациях научно-исследовательских институтов при вузах РСФСР" от 14 июля 1921 г. научные работники научно-исследовательских институтов разделялись на действительных членов и научных сотрудников. "Действительные члены института ведут самостоятельные научные исследования, заве-

дуют научно-исследовательскими и научно-вспомогательными учреждениями, а также выполняют определенные задания, как входящие в план, вырабатываемый Советом института, так и специально возложенные на них ГУСом" (п. 4). Действительные члены назначались или выбирались сроком на пять лет. Согласно Постановлению научнотехнической секции ГУСа от 20 октября 1922 г. А.И. Некрасов назначен одним из 12 действительных членов Научно-исследовательского института математики и механики (НИИММ) при физикоматематическом факультете первого МГУ, а 8 апреля 1931 г. был переизбран [123  $\mathfrak{m}$ ].

Александр Иванович Некрасов имеет большие заслуги в области народного образования. С 1922 по 1929 г. он занимал ответственные должности в Народном комиссариате просвещения РСФСР, был заместителем заведующего Главпрофобром.

С 1922 по 1932 г. он являлся профессором\* МВТУ (ныне МГТУ) им. Н.Э. Баумана, Московского авиационного института и Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского.

С 1923 г. А.И. Некрасов состоял в РКП(б) [123а]. Он был активным членом партии, которая придавала большое значение воспитанию студенческой молодежи и профессорско-преподавательского состава в духе марксистско-ленинского мировоззрения. В 1933 г. группа виднейших ученых Московского университета (Н.Д. Зелинский, А.И. Некрасов, В.В. Голубев и др.) отмечала: "...слаба работа по повышению вооруженности марксистско-ленинской методологией профессорско-преподавательского состава, студентов и аспирантов" [127, с. 84].

Заметим, что в анкете А.И. Некрасова от 2 февраля 1934 г., находящейся в музее ЦАГИ, в пункте о партийности указано "беспартийный" [124, с. 27].

# 1.2. Поиски новых форм образования и организации науки (1918–1932)

В первые годы советской власти для восстановления разрушенного в ходе гражданской войны хозяйства стране требовались квалифицированные специалисты. Декреты советского правительства об изменении системы просвещения, образования и науки предоставили большие возможности всем желающим учиться. Был отменен формальный образовательный ценз для поступающих в высшие школы. Декрет "О правилах приема в высшие учебные заведения" от 2 августа 1918 г. разрешал юношам и девушкам, достигшим 16 лет, поступать в высшие школы и университеты без аттестата средней школы. Отменялась плата за обучение; выходцы из пролетариата и беднейшего крестьянства имели преимущественное право поступления в вузы и университеты. Государство обеспечивало их стипендией и предостав-

<sup>\*</sup> Профессор имел соответствующее жалованье лишь в одном месте, в других оплата была почасовой (минимальной).

ляло места в общежитиях. В 1918 г. стали организовывать рабочие факультеты для подготовки рабоче-крестьянской молодежи к поступлению в вузы.

Реформа вызвала острую полемику. Потребовался продолжительный (до середины 1930-х годов) период переустройства высшей школы: это было время поиска, ошибок и находок. Новая система образования повлияла на состав студенчества и методику преподавания. Учебные планы и программы постоянно пересматривались. Преимущество отдавалось групповым, семинарским, лабораторным, практическим занятиям непосредственно на производстве, а лекции часто заменялись самостоятельной работой студента с учебной литературой. Участие квалифицированных педагогов и ученых в учебном процессе становилось минимальным. Зачетов и переводных экзаменов не было.

В 1920/21 учеб. г. на физико-математическом факультете Московского университета числилось 11 тыс. студентов. Однако лишь небольшая их часть присутствовала на занятиях, посещение которых было свободным. Многие студенты имели семьи и совмещали учебу с работой [113, с. 61, 101 и др.].

Ученые Московского университета принимали активное участие в организации новых научных учреждений. В работе Научно-технического отдела Высшего совета народного хозяйства (ВСНХ) принимали участие Н.Е. Жуковский, А.И. Некрасов, химик Н.Д. Зелинский, физик А.А. Эйхенвальд и другие ученые-естественники. Энергичные усилия Н.Е. Жуковского, "отца русской авиации", по созданию мощной лабораторно-производственной базы отечественного самолетостроения нашли поддержку в правительстве.

В тяжелых условиях гражданской войны, интервенции, сильнейшего спада производства и хозяйственной деятельности 1 декабря 1918 г. было принято решение правительства об организации Центрального аэрогидродинамического института, в будущем знаменитого ЦАГИ. Председателем Коллегии института стал Н.Е. Жуковский. Были изысканы немалые средства для строительства мастерских, полигонов, лабораторий, оснащенных современными приборами. В эти же годы Жуковский назначается ректором Института инженеров Красного воздушного флота, позже преобразованного в Военновоздушную инженерную академию им. Н.Е. Жуковского.

Ближайший ученик и последователь Жуковского С.А. Чаплыгин в 1911 г. по политическим соображениям, как и многие прогрессивные ученые, покинул Московский университет (из-за реакционных действий министра народного просвещения Л.А. Кассо). После Октябрьской революции Чаплыгин и другие ученые возвратились в университет. С 1918 г. обязательный обширный курс теоретической механики на физико-математическом факультете читали Н.Е. Жуковский (Введение), С.А. Чаплыгин, Н.Н. Бухгольц, позже — А.И. Некрасов, И.В. Станкевич.

Почти никогда не болевший Н.Е. Жуковский умер 17 марта 1921 г., не пережив смерти любимой дочери Елены Николаевны. Руководство ЦАГИ перешло к С.А. Чаплыгину, назначенному председателем Кол-







Сергей Алексеевич Чаплыгин после защиты докторской диссертации

легии института. Активным его помощником был А.И. Некрасов, в 1930-е годы ставший заместителем начальника ЦАГИ по научной работе. Из-за огромной занятости в ЦАГИ Чаплыгин в 1924 г. покинул Московский университет.

Связь Московского университета с ЦАГИ с годами все более укреплялась: многие выпускники физико-математического факультета охотно поступали на работу в ЦАГИ; к преподаванию на физмате все чаще привлекались сотрудники ЦАГИ, например профессора В.П. Ветчинкин, А.Н. Журавченко, К.К. Баулин, позже — С.А. Христианович, Ф.И. Франкль и др. Программы физико-математического факультета Московского университета приближались к программам втузов, таких, как Московский авиационный институт и Военно-воздушная инженерная академия.

Демократическая молодежь, пришедшая в аудитории высшей школы "от станка и от сохи", по-разному относилась к занятиям в вузах. Одни становились "вечными студентами", зато другие, и их было много, преодолевали трудности, овладевая основами науки: занимались по ночам, наверстывали материал, ликвидировали пробелы в знаниях. Именно из этой части студентов Московского университета вышло много квалифицированных специалистов, преподавателей школ, вузов и университетов. Среди них выпускники физико-математического факультета: профессора Н.А. Слёзкин, А.А. Космодемьянский, Х.А. Рахматулин, П.М. Огибалов, доценты Н.В. Еремеев (он пришел учиться из Красной Армии), И.А. Скорый, С.Ф. Лидяев, Г.И. Двухшерстов и многие другие.

В 1920-е годы на физмате Московского университета организовывались кружки и общества увлеченных наукой студентов. Возглавляли их крупные ученые. Например, на своих семинарах профессор Н.Н. Бухгольц предлагал учащимся разнообразные темы для докладов и рефератов. Студент Л.И. Седов (будущий академик) сделал доклад о двойных звездах. Спустя четверть века он возвратился к аналогичной проблеме, исследовав движение газа в переменных звездах. Первый доклад студента В.Н. Щелкачева (ныне крупный ученый по нефтяной гидромеханике) касался внешней баллистики. Для его дипломной работы Н.Н. Бухгольц предложил провести анализ различных вариационных принципов механики. И позже, будучи уже профессором, лауреатом Государственной премии СССР, В.Н. Щелкачев проявлял интерес к этой проблеме. Его труд "Вариационные принципы механики" выдержал несколько изданий. В 1996 г., к 90-летию автора, это исследование [146] вновь было издано. Столь значительным было влияние замечательного педагога Н.Н. Бухгольца на студентов.

Расширялась и укреплялась связь университета с рабочими коллективами. К 1928 г. было установлено шефство над 20 предприятиями Москвы, где студенты закрепляли теоретические знания на практике. Физико-математический факультет, в состав которого входили также и химики, сотрудничал с заводами "Динамо", "Шарикоподшипник", "Каучук".

Кроме учебной и научной работы в университете проводилась широкая просветительская работа на предприятиях, в селах, городах. Устанавливалась тесная связь с войсками Московского гарнизона, со строителями новых районов Москвы.

В конце 1920-х годов усилилась борьба за учебную дисциплину; было введено обязательное посещение лекций и всех видов занятий, объявлена борьба с второгодничеством.

В книге "История Московского университета" [113, с. 102–107] приведены статистические данные о выпускниках. Например, в 1921/22 учеб. г. университет подготовил 915 специалистов, с 1922 по 1925 г. – 5287, в том числе физмат окончили 889 человек.

Аудитории университета были переполнены, проконтролировать знания каждого студента оказалось трудно, поэтому был введен бригадно-лабораторный метод обучения. Группы разделялись на бригады во главе с "бригадиром", более способным либо пришедшим с производства. На зачете преподаватель задавал вопросы всей бригаде, отвечающий получал соответствующий балл, который зачислялся всей бригаде. Чаще всего таким "ответчиком" был бригадир.

Недостатки такого метода становились очевидными. Математики, а затем и механики находили разные способы отхода от обезличивания: проводились небольшие письменные контрольные работы, которые позволяли учесть успеваемость студентов. На очень требовательных преподавателей студенческие комиссии собирали компромат. В многотиражке "Первый университет" развернулась полемика о целесообразности высшего образования. Но времена менялись, в состав предметных комиссий студенты уже не входили. Дирекция, так тогда име-

новался ректорат, заняла твердую позицию и дала решительный отпор "левацким" выступлениям, направив в 1930 г. в Наркомпрос РСФСР протест против ликвидации физико-математического и биологического факультетов. Все громче звучала критика бригадно-лабораторного метода с применением "коллективного зачета". Многие вузы поддержали инициативу Московского университета.

Постановление ЦИК СССР от 19 сентября 1932 г. "Об учебных программах и режиме в высшей школе и техникумах" ознаменовало поворотный момент в истории отечественной высшей школы. Предполагалось укрепить существующие университеты, где проводилась подготовка высококвалифицированных специалистов по общетеоретическим дисциплинам, в частности педагогов школ разных уровней. Отвергался бригадно-лабораторный метод. Главной формой обучения становились лекции, вводились вступительные, семестровые и выпускные экзамены, защиты дипломных работ.

В мае 1933 г. в Московском университете было организовано шесть факультетов: механико-математический, физический, химический, биологический, почвенно-географический и рабфак с заочным сектором. Через год был восстановлен исторический факультет.

Первым деканом механико-математического факультета был назначен профессор Владимир Васильевич Голубев, известный математик и аэромеханик, сотрудник ЦАГИ. Факультет был введен в состав Научно-исследовательского института математики и механики (НИИММ), созданного в 1922 г. для подготовки аспирантов. На базе НИИММ в 1935 г. было образовано два института — НИИ математики и НИИ механики. Директором Института механики стал Л.С. Лейбензон. С 1936 по 1954 г., до конца своей жизни, директором НИИ механики был В.В. Голубев.

К этому времени университетская наука, и в частности механика, нашла эффективные методы организации педагогического процесса и фундаментальных научных исследований.

#### 1.3. Работа в ЦАГИ

Большая часть жизни А.И. Некрасова была связана с Центральным аэрогидродинамическим институтом (ЦАГИ). Александр Иванович являлся видным организатором исследовательских работ в области авиации. Его научная деятельность была тесно связана с авиационной промышленностью. А.И. Некрасов был учеником и последователем Н.Е. Жуковского, ближайшим коллегой С.А. Чаплыгина – организаторов ЦАГИ.

На самом трудном раннем этапе строительства ЦАГИ – оснащения его лабораторий современной измерительной техникой, налаживания производства, устройства полигонов для испытаний самолетов – А.И. Некрасов после кончины Н.Е. Жуковского был введен в руководящую группу сотрудников ЦАГИ.

После смерти в 1921 г. Н.Е. Жуковского, организатора и первого руководителя института, 30 января 1922 г. была создана редакционная коллегия по подготовке к изданию его трудов. В состав этой коллегии вошли А.И. Некрасов, С.А. Чаплыгин, Е.А. Болотов, В.П. Ветчинкин, Н.И. Иванов, Н.Г. Ченцов. Позже, по решению редколлегии от 22 ноября 1924 г., А.И. Некрасов занимался и окончательной корректурой работ Н.Е. Жуковского вместе с С.А. Чаплыгиным и А.П. Котельниковым [124, с. IV].

Во время организации в декабре 1918 г. ЦАГИ по инициативе Н.Е. Жуковского руководящим органом института стала Коллегия, которую он и возглавил. В 1923 г. А.И. Некрасов был введен в ее состав ученым-консультантом. 1 декабря 1925 г. Научно-технический отдел ВСНХ СССР утвердил новое положение о ЦАГИ и его структуру; А.И. Некрасов в этом году в состав Коллегии института не вошел.

В 1929 г. А.И. Некрасов был переведен из Наркомпроса в ЦАГИ в общетеоретический отдел на должность старшего инженера. Приказом № 62 от 17 мая 1930 г. по научно-исследовательскому сектору ПТУ ВСНХ СССР он был назначен на должность заместителя директора ЦАГИ по научной части [124, с. 13].

25 сентября 1931 г. в связи с новыми задачами, поставленными перед ЦАГИ, институт разделился на два основных сектора — Научно-исследовательский и Конструкторско-производственный. В 1933 г. в состав Научно-исследовательского сектора входили экспериментально-аэродинамический, экспериментально-гидродинамический и другие отделы. В этом же году был создан новый отдел особых конструкций. А.И. Некрасов работал заместителем начальника ЦАГИ по научно-исследовательской работе до 1938 г.

С 1932 по 1938 г. А.И. Некрасов был постоянным участником семинара общетеоретической группы ЦАГИ, которой руководил академик С.А. Чаплыгин (с 1921 г. – президент Коллегии ЦАГИ). С именами участников этого семинара – выдающихся ученых А.И. Некрасова, М.В. Келдыша, Н.Е. Кочина, М.А. Лаврентьева, Л.И. Седова и др. – связан важный этап в развитии теоретической аэрогидродинамики. В их исследованиях были получены фундаментальные результаты, позволившие решать различные задачи самолетостроения, учета сжимаемости воздуха и др.

21–27 декабря 1933 г. в связи с 15-летием ЦАГИ были проведены три юбилейные Всесоюзные научно-исследовательские конференции: Третья конференция по аэродинамике, Первая конференция по гидродинамике, Первая конференция по прочности авиационных конструкций. Открытие и первое пленарное заседание были совместными и состоялись 21 декабря 1933 г. в Московском Доме ученых, где А.И. Некрасов, А.Н. Туполев, Л.Г. Лойцянский и др. выступили с докладами [124, с. VIII]. Этому событию А.И. Некрасов посвятил статью "К пятнадцатилетию ЦАГИ (Обзор деятельности института)" [34].

В 1921 г. в ЦАГИ были созданы и успешно прошли испытания аэросани. Но металлургическая база в СССР была еще слаба. В 1923 г.



Общетеоретическая группа ЦАГИ. 1930-е годы



Руководитель группы С.А. Чаплыгин



А.П. Котельников



М.В. Келдыш



Л.Н. Сретенский



Л.С. Лейбензон



В.П. Ветчинкин



Г.И. Петров



Д.Ю. Панов



Н.В. Зволинский

обсуждался вопрос о вводе в самолетостроение металлических конструкций. Был получен особый сплав дюраля, названный кольчуг-алюминием, из которого построили цельнометаллические аэросани АНТ-3, что явилось началом металлического самолетостроения в СССР.

В 1932–1933 гг. аэросани ЦАГИ обслуживали арктическую экспедицию на полуострове Новая Земля. Среди материалов архива Научно-мемориального музея им. Н.Е. Жуковского обнаружен текст телеграммы, поступившей в ЦАГИ из Русской гавани от Ермолаева и Петерса 17 января 1933 г. на имя А.И. Некрасова: «Аэросани ЦАГИ успешно использованы экспедицией Арктического института при изучении совершенно неизвестных областей северной половины Новой Земли. Горный хребет, открытый в центральной части Новой Земли, в честь Института назван "Хребтом ЦАГИ"» [124, с. VIII].

После маленького моноплана АНТ-1 в 1924 г. был построен полностью из отечественных материалов двухместный моноплан АНТ-2. Это событие стало историческим в развитии металлического советского самолетостроения: впервые в стране был создан цельнометаллический самолет. В 1926 г. в ЦАГИ был сделан АНТ-3, в 1929 г. – АНТ-4, позже — другие военные и гражданские самолеты. Налажено их серийное производство. В мае 1934 г. выпущен самолет вместимостью 70 пассажиров и 8 человек экипажа. Ученые института занимались также и народнохозяйственными задачами: создавали ветряные двигатели, турбины, принимали участие в строительстве гидростанций [34, с. 20].

Работая в ЦАГИ, А.И. Некрасов часто бывал в научных командировках за границей. В 1934 г. он возглавлял советскую делегацию на XIV авиационной выставке в Париже. На приеме, устроенном учеными Франции, он рассказывал о ЦАГИ, работы которого демонстрировались на выставке. На советском стенде были представлены самолеты "Сталь-2", Р-5, АИР-9, модель гондолы стратостата "СССР-1", экспонировались работы Экспериментально-аэродинамического отдела ЦАГИ: прибор для изучения штопора, многооборотные моторчики, модели гидросамолетов для испытания в гидроканале и др.

14 февраля 1935 г. А.И. Некрасов, А.Н. Туполев, И.И. Сидорин, А.А. Архангельский и др. были командированы на полгода в США с остановкой во Франции. В задачи этой группы входило изучение состояния самолетостроения в США, конструкций лучших американских самолетов и их оборудования, методов производства на авиазаводах, применяемых материалов, эксплуатации самолетов на воздушных линиях; ознакомление с авиационными научно-исследовательскими институтами и лабораториями. Члены комиссии по возвращении из США широко осветили в газетных и журнальных статьях состояние самолетостроения и авиационных научно-исследовательских институтов и лабораторий США [124, с. IX].

Руководство ЦАГИ придавало большое значение подготовке кадров. Этому вопросу А.И. Некрасов посвятил статью "ЦАГИ и подготовка высококвалифицированных кадров" [33]. В 1932 г. в ЦАГИ была организована аспирантура, которую возглавил М.А. Лаврентьев.

13 февраля 1935 г. приказом по ЦАГИ в соответствии с решением Совнаркома от 13 января 1934 г. был создан специальный Совет ЦАГИ для проведения защиты докторских и кандидатских диссертаций. В состав этого Совета вошли Н.М. Харламов (председатель), С.А. Чаплыгин (зам. председателя), А.Н. Туполев, Л.С. Лейбензон, В.В. Голубев, М.А. Лаврентьев, А.И. Некрасов и др. В 1937 г. Александр Иванович был заместителем председателя Ученого совета ЦАГИ, который был создан 10 октября этого года "для заслушивания и оценки научноисследовательских работ, выполненных сотрудниками ЦАГИ для представления в ВАК на соискание ученых степеней и выполненных ими плановых научно-исследо-



А.И. Некрасов - сотрудник ЦАГИ

вательских работ Института". Председателем Ученого совета стал С.А. Чаплыгин, в его состав также вошли В.П. Ветчинкин, В.В. Голубев Н.Е. Кочин и др. В этом же году А.И. Некрасов работал в комиссии по рассмотрению работ, представляемых ЦАГИ на конкурс молодых научных работников, в которую также вошли С.А. Чаплыгин, В.В. Голубев, Г.Х. Сабинин и А.А. Уманский.

Постановлением ВАК по делам высшей школы при СНК СССР от 23 мая 1937 г. и приказом по ЦАГИ № 132, Р2 от 29 июня 1937 г. А.И. Некрасов был утвержден в ученом звании профессора по специальности "теоретическая механика" [124, с. X].

С каждым годом производственные мощности ЦАГИ росли. В ноябре 1935 г. была произведена закладка корпуса малых труб института, на которой присутствовали начальник ЦАГИ Н.М. Харламов, его заместитель А.Н. Туполев, А.И. Некрасов, а также секретарь райкома ВКП(б) Брандт, Н.В. Бабушкин, инженерно-технические работники, рабочие ЦАГИ и строители. Перед началом закладки был проведен митинг.

А.И. Некрасов всегда принимал активное участие в научных конференциях, проводимых в ЦАГИ. В мае 1936 г. он вместе с С.А. Чаплыгиным, А.Н. Крыловым и Н.А. Соколовым входил в состав президиума конференции по волновому сопротивлению, которая состоялась в институте. Докладчиками на этой конференции были Л.И. Седов, М.В. Келдыш, Н.Е. Кочин, Л.Н. Сретенский и др. [124, с. X].

В 1936 г. коллектив, руководимый А.Н. Туполевым, был выделен из ЦАГИ в отдельное Опытно-конструкторское бюро (завод № 156).

Этот коллектив со дня основания института создавал разнообразные конструкции самолетов с высокими летными характеристиками. С 1943 по 1949 г. А.И. Некрасов — ученый-специалист и начальник теоретическо-расчетной бригады завода № 156 (выписка из приказа № 408 от 21 октября 1943 г. по заводу № 156 ОКБ НКАП), с 1949 по 1955 г. — научный консультант Опытно-конструкторского бюро академика А.Н. Туполева. В 1930—1940-е годы среди профессоров и студентов механико-математического факультета Московского университета ходила крылатая фраза: "Самолеты Туполева появляются на кончике пера А.И. Некрасова".

Деятельность ученых ЦАГИ многократно отмечалась государственными наградами. Правительство дважды наградило ЦАГИ орденом Трудового Красного Знамени. Были награждены и его сотрудники: начальник ЦАГИ Н.М. Харламов – орденом Красной звезды и орденом Ленина; А.Н. Туполев – орденом Трудового Красного Знамени и орденом Ленина; А.И. Некрасов – орденом Красной Звезды; С.А. Чаплыгин – орденом Трудового Красного Знамени и орденом Ленина; летчик ЦАГИ М.М. Громов – орденом Трудового Красного Знамени и дважды орденом Красной Звезды и др. [35, с. 25].

#### 1.4. Жизнь и деятельность в 1930-1950-е годы

29 марта 1932 г. Александр Иванович Некрасов был избран членом-корреспондентом АН СССР. В этом же году он был удостоен премии Наркомпроса за работу "Диффузия вихря" (1931).

С 1933 по 1938 г. и с 1943 г. до конца своей жизни А.И. Некрасов заведовал кафедрой теоретической механики механико-математического факультета Московского университета.

В 1933 г. он был членом комиссии по механике, которая выполняла задание Народного Комиссариата Просвещения (НКП) по составлению новой учебной программы для университетов: "На основании решения ЦИК СССР от 19 сентября 1932 г. и постановления ГУСа МГУ получил задание от НКП составить типовые программы по основным профилирующим дисциплинам на основе новых факультетских учебных планов университетов.

Для проведения указанной работы ГУСом утверждены комиссии в следующем составе...

Механическая: проф. Бухгольц – председатель, проф. Космодемьянский – отв. секретарь. Члены акад. С.А. Чаплыгин, проф. А.И. Некрасов и др." [123 п].

В декабре 1934 г. А.Й. Некрасов, А.Н. Туполев, М.М. Громов и др. были избраны депутатами Моссовета.

В 1934—1938 гг. Александр Иванович состоял членом Высшей аттестационной комиссии при Всесоюзном комитете по делам высшей школы.

В 1938 г. А.И. Некрасов был необоснованно осужден по ст. 58, о чем ранее умалчивалось, но в 1943 г. досрочно освобожден.

Профессор, доктор технических наук Я.Р. Берман, который в то время учился на втором курсе университета, вспоминает, что с ноября 1937 по февраль 1938 г. на третьем этаже старого здания МГУ на Моховой была открыта выставка к ХХ годовщине Октябрьской революции, где экспонировались фотографии и заметки о достижениях механико-математического факультета за этот период. Незадолго до закрытия выставки с ее стендов исчез портрет члена-корреспондента АН СССР А.И. Некрасова. Студенты догадались: А.И. Некрасов репрессирован. На третьем курсе он должен был читать обширный курс теоретической механики.

С января 1938 по август 1943 г. А.И. Некрасов работал в ЦКБ-29-НКВД и занимался научными исследованиями, связанными с авиационной техникой и оборонной промышленностью; выполнил более 64 работ, которые имели важное практическое значение [124, с. 1]. Наиболее интересные из них были опубликованы посмертно во втором томе Собрания сочинений [71]. Перечень работ А.И. Некрасова (64 названия) и его неопубликованные труды, выполненные им в это время, хранятся в Научно-мемориальном музее им. Н.Е. Жуковского.

На запрос ректора МГУ академика В.А. Садовничего с просьбой дать сведения об аресте А.И. Некрасова Федеральный Совет Безопасности РФ сообщил, что А.И. Некрасов был «арестован органами НКВД СССР 10 января 1938 г. в г. Москве по необоснованному обвинению в "соучастии в антисоветской, вредительско-диверсионной, шпионской организации в ЦАГИ". По приговору Военной коллегии Верховного суда СССР от 28 мая 1940 г. на основании ст. 58–6, 7, 11 УК РСФСР осужден к 10 годам лишения свободы. 18 августа 1943 г. Указом Президиума Верховного Совета СССР по ходатайству НКВД СССР Некрасов от дальнейшего отбытия наказания досрочно освобожден со снятием с него судимости». К письму были приложены две фотографии А.И. Некрасова — в фас и в профиль. 9 апреля 1955 г. решением Военной коллегии Верховного суда А.И. Некрасов был реабилитирован.

Об этом периоде жизни А.И. Некрасова уместно привести рассказ профессора кафедры дифференциальных уравнений механико-математического факультета МГУ Николая Христовича Розова: "Был на мехмате зам. декана по административно-хозяйственной части Зыков Анатолий Вавилович, бывший работник НКВД (он всегда обедал в профессорской столовой за столами для профессоров, котя не был профессором). Однажды идет Зыков по пятнадцатому этажу Главного здания, а навстречу ему академик А.И. Некрасов. Зыков ему говорит приветливо:

- Здравствуйте, Александр Иванович!
- Не имею чести быть с Вами знаком.
- Как же? В 1938 г. я Вас конвоировал на Лубянку. Ведь я же работал вместе с А.Н. Туполевым, хвастливо сказал он. Зыков вспоминал время с 1937 г., когда он был конвоиром, а Туполев и его команда подневольно работали в Москве на берегу реки Яузы близ ул. Радио, 17".

еп-2



#### ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА БЕЗОПАСНОСТИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Центральный архив 2.2.09.99 № 10/A-3199

> 101000, г. Москова, ул.Б.Лублянса, д.2 т. 224-46-37, факс 925-90-55

Ректору Московского государственного университета им.М.В.Ломоносова

В.А. Садовничиму

119899, г. Москва, В-234, Воробъевы горы

На № 124/2-107 от 30.08.99

#### Уважаемый Виктор Антонович!

На Ваш запрос сообщаем, что Некрасов Александр Иванович, 1883 года рождения, уроженец г.Москвы, беспартийный, член-корреспондент АН СССР, заместитель начальника ЦАГИ по научно-исследовательским работам и профессор МГУ, арестован органами НКВД СССР 10 января 1938 года в г.Москве по необоснованному обвинению в «соучастии в антисоветской, вредительско-диверсионной, шпионской организации в ЦАГИ». По приговору Военной коллегии Верховного суда СССР от 28 мая 1940 года на основании ст.58-6, 7, 11 УК РСФСР осужден к 10 годам лишения свободы. 18 августа 1943 года Указом Президиума Верховного Совета СССР по ходатайству НКВД СССР Некрасов от дальнейшего отбытия наказания досрочно освобожден со снятием с него судимости.

Определением Военной коллегии Верховного суда СССР от 9 апреля 1955 г. Некрасов А.И. реабилитирован.

Приложение: копни фотографии на 3 л., только в адрес.

Начальник архива

Н.П.Михейкин



А.И. Некрасов в годы репрессии

Приведем также некоторые фрагменты из публикации Л.Л. Кербера в журнале "Изобретатель и рационализатор" [118].

Кербер рассказывает о сотрудниках КБ-103 (Туполевская "шарашка"), где под общим руководством репрессированного конструктора А.Н. Туполева трудился большой коллектив (более 150 человек) известных талантливых ученых, инженеров, конструкторов авиационной промышленности и технологии. Заместителем легендарного авиаконструктора А.Н. Туполева был Н.И. Базенков; начальниками конструкторских бригад были: по проблемам прочности - А.М. Черемухин, аэродинамики - А.Э. Стерлин, аэроупругости - Н.А. Соколов, по теоретическим проблемам и расчетам - чл.-кор. АН СССР А.И. Некрасов, в прошлом все работавшие в ЦАГИ, и др. Позже там стал работать С.П. Королев, занимавшийся проблемами конструирования крыла самолета; Леонид Львович Кербер возглавлял группу специалистов электро- и радиооборудования самолета. Кербер перечисляет крупных специалистов, работавших в период заключения в ЦКБ-29-НКВД. Среди них выдающиеся ученые, инженеры и конструкторы: Сергей Павлович Королев, Юрий Александрович Крутков, Александр Иванович Некрасов, Борис Сергеевич Стечкин, Андрей Николаевич Туполев, Роберт Людвигович Бартини и др. (21 человек).

Л.Л. Кербер вспоминает любопытные эпизоды из жизни некоторых арестантов: «Александр Иванович Некрасов, автор фундаментального труда по теоретической механике. Будучи в командировке в США, попал в автомобильную аварию и еле выжил. Вернулся назад

инвалидом, на родине узнал, что он агент ФБР, за что и получил десятку. Из-за шока сохранил только две области памяти: безукоризненно работал над теоретической механикой и вспоминал далекое прошлое – пасхальные заутрени, гимназисток, пирожки от Филиппова, стихи Надсона и Игоря Северянина, журнал "Столица и усадьба", а больше всего сокрушался о кошечке, которая осталась дома, когда его отвезли на Лубянку. Туполев распорядился оберегать его, сколько это было возможно в наших условиях, от тюремщиков и никакой практической работой не занимать. Сидел А.И. в крохотной отдельной комнате, за огромным ветхозаветным бюро и писал свой курс. Когда его освободили, неприспособленного к жизни старика Туполев взял к себе домой. Затем ему дали квартиру на набережной Горького, туда доставили со складов НКВД старинную мебель, а затем кошечку и экономку, лояльность которых, по-видимому, не вызывала сомнений» [118, с. 25–26].

Приведем еще одну зарисовку Кербера: «Юрий Александрович Крутков, член-корреспондент Академии наук, наш Вольтер с язвительной физиономией, оживший бюст Гудона. Всесторонне эрудированный человек, энциклопедист, он очаровывал всех тонкостью суждений. Он был доставлен к нам из Канских лагерей, где работал уборщиком в бараке уголовников. "Неплохая работа, знаете ли, поражала тонкость оценки твоего труда — иногда побьют, иногда оставят покурить. Должен заметить, студенты моего университета были менее притязательны и ни разу меня за лекции не били, к тому же курить давали безропотно и даже не окурки".

Он рассказывал, как однажды лютой зимой получил вместе с уборщиком из соседнего барака задание напилить дров. Два пожилых человека, закутанные в лохмотья, грязные, обросшие седой щетиной, медленно тянут туда-сюда пилу и беседуют:

- Ты откуда?
- Из Ленинграда. А ты?
- Оттуда же.
- Где работал?
- В Академии наук. А ты?
- Там же.
- Ну уж брось, я там всех знал. Как твоя фамилия?
- Крутков
- Юрий Александрович? Бог мой, не обессудьте, не узнал! А я Румер...
- Полно, Юлий Борисович, кто здесь кого узнает... Но и вы не обессудьте, пойду барак топить, а то, сами знаете, побыот.

Крутков работал в расчетном отделе ЦКБ и был консультантом и арбитром во всякого рода сложных технических спорах. Был он великолепнейшим рассказчиком, и мы наслушались от него удивительных историй из жизни его коллег академиков С.Ф. Ольденбурга, А.П. Карпинского, А.Ф. Иоффе, А.Н. Крылова, которых он хорошо знал. После атомной шараги его освободили, и он вернулся в любимые им Ленинград и университет...

Алексей Михайлович Черемухин, нежнейший души человек, но с хитрецой, наш коронованный специалист по прочности самолетных конструкций. Живой хранитель и знаток истории авиации, военный летчик первой мировой войны. Он был способным рисовальщиком и нелегально вел иллюстративную летопись ЦКБ-29. Все это пропало при эвакуации в Омск. Как и Ю.А. Крутков, он был талантливым рассказчиком, особенно о временах студенчества в МВТУ:

"Несмотря на преклонный возраст, Жуковский продолжал педагогическую деятельность, котя и слышал и видел уже плохо. Мы, конечно, этим пользовались и сдавали зачеты друг за друга. Принимая как-то у Надашкевича зачет, Н.Е. меланхолически заметил: "Как интересно, эти башмаки сдают мне сегодня уже третий раз", — однако зачет все же поставил..."

Собственно тюрьма, в которой протекала наша внеслужебная жизнь, занимала три верхних здания. Здесь располагались спальни — три больших и одна маленькая, плохо освещенная, выходившая окнами во двор, — столовая, кухня и "обезьянник" на крыше. Многочисленные помещения администрации и охраны выходили окнами на улицу. Три этих этажа сообщались с остальными, где мы работали, одной внутренней лестницей. Своего карцера мы не имели, так что провинившихся возили в Бутырку.

Распорядок жизни был таков. Будили нас в 7 утра, до 8 мы приводили себя и спальни в порядок. С 8 до 9 завтрак, после чего работа до часу дня, когда мы шли обедать. С 2 до 7 опять работа, затем отдых до 8, ужин и свободное время до 11, когда гасили свет. Проверка проводилась ночью по головам, когда мы спали. Ближе к войне рабочий день удлинили до 10, а с весны 1941 года и до 12. Кормили достаточно хорошо, на завтрак — кефир, чай, масло, каша; обед из двух блюд и компота, второе — мясо с гарниром; на ужин — горячее блюдо, кефир, масло, чай. Для работавших после ужина в столовую приносили простоквашу и хлеб...

Изоляция заключенных от внешнего мира была продумана отлично. И днем и ночью мы всегда находились под бдительным оком. Стерегли нас две охраны: внутри ЦКБ – профессионалы, тюремщики из Бутырок, снаружи - охрана завода. Первая цепочка состояла из постоянно дежурившего у входа в спальни попки. Он не столько окарауливал нас, сколько следил за тем, чтобы в спальни случайно не забрел какой-либо вольняга. Второй мощный заслон из трех вооруженных попок стоял у единственной двери, соединявшей территорию ЦКБ с другими помещениями здания. Кроме того, по всем коридорам ЦКБ, изредка заглядывая в рабочие комнаты, весь день прохаживались попки, одетые в штатское. С 11 вечера и до восьми утра их оставляли по одному на этаж, но зато выставляли посты у каждой спальни. Третья линия охраняла все выходы и входы территории завода, патрулировала внутри двора и вдоль заборов. Пообвыкнув и присмотревшись, мы обнаружили и четвертую, ее несли джентльмены в штатском, фланирующие по улице Радио и по берегу Яузы» [118, c. 27].

После освобождения в августе 1943 г. А.И. Некрасов продолжил свою работу на кафедре теоретической механики МГУ, а также в Опытно-конструкторском бюро А.Н. Туполева (которое располагалось в бывшем здании ЦКБ-29-НКВД).

Долгое время А.И. Некрасов работал в Институте механики АН СССР: в 1944 г. он был назначен старшим научным сотрудником института, а с 1945 г. и до конца своей жизни заведовал отделом аэрогидромеханики. Он говорил: "Большой институт – это такой, где малое число сотрудников решает весьма серьезные проблемы".

В 1946 г. он был избран действительным членом АН СССР по отделению технических наук. В тот же день академиками были избраны М.В. Келдыш и М.А. Лаврентьев.

Работу в Московском университете и Институте механики А.И. Некрасов вел до последних дней своей жизни.

Приведем еще несколько фрагментов из воспоминаний об Александре Ивановиче тех, кто с ним общался.

Академик П.Я. Кочина так высказывается о чтении лекций А.И. Некрасовым: "Мои дочери слушали в университете лекции Некрасова по механике. Александр Иванович читал ясно, придумывал наглядные сравнения, демонстрировал движения различных тел бросанием носового платка, перемещением стула и т.д." [121, с. 141].

В довоенное время Александр Иванович мог поднять одной рукой стул и проиллюстрировать вращение твердого тела вокруг неподвижной точки. Так же наглядно разъяснял он отличие действия внешних сил от действия внутренних сил на материальную систему. Так, отсутствие трения ступней ног о пол или лед привело бы человека к падению: высокий стройный профессор пытался при этом исполнить номер вроде "шпагата".

Я.Р. Берман вспоминает, как, будучи аспирантом, нередко встречал А.И. Некрасова у трамвайной остановки на ул. Радио. Он жил на набережной Горького. Задыхаясь (после тюрьмы у него была тяжелая форма астмы), Александр Иванович поднимался в переполненный трамвай и ехал до Красных ворот, оттуда до университета добирался на метро. Жил он одиноко, в небольшой скромно обставленной квартире, у него не было даже домашнего телефона.

Когда в 1946 г. А.И. Некрасов был избран в действительные члены Академии наук СССР, он получил в распоряжение автомашину. Его личного шофера Константина Кузьмича многие вспоминают как очень доброго, отзывчивого человека, помогавшего академику в быту. Фамилию Константина Кузьмича никто точно не называет.

После войны А.И. Некрасова назначили заведующим Отделом аэрогидромеханики Института механики АН СССР, который находился тогда в Харитоньевском пер. П.Я. Кочина вспоминает: "Когда он входил в Институт и передвигался по коридору, все знали, что идет Некрасов: так громко он дышал из-за одолевавшей его астмы. Войдя в комнату, он опускался в кресло, вынимал из кармана приборчик, из которого вдыхал какой-то состав, и только тогда начинал говорить" [121, с. 141].

После безвременной кончины Н.Е. Кочина руководство научным семинаром по аэрогидромеханике перешло к академику А.И. Некрасову. Заседания семинара проходили по средам с 15 час. На семинаре заслушивались доклады по серьезной тематике, сообщались результаты разработок аспирантов по кандидатским писсертациям, пелались научно-реферативные доклады о новых публикациях у нас и за рубежом, зачитывались фрагменты докторских диссертаций, подготовленных к защите. Я.Р. Берман вспоминает прекрасный доклад Л.П. Смирнова по новой работе Н.Е. Кочина "Крыло круговой формы в плане". Чрезвычайно интересными и содержательными были доклады Л. Галина, М. Гуревича, И. Паничкина, Е. Красильщиковой, С. Фальковича (о развитии методов С.А. Чаплыгина в исследовании газовых струй и околозвуковых течений газа). Иногда на заседаниях были слабые, нечеткие и даже путаные доклады; А.И. Некрасов спокойно и терпеливо выслушивал докладчика, а в заключение давал советы, как улучшить его работу.

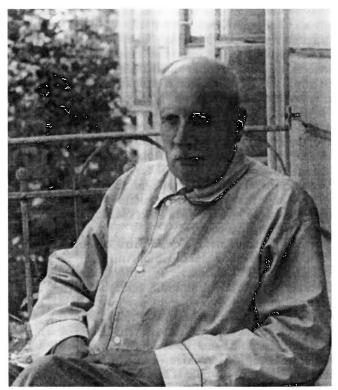
Я.Р. Берман дважды выступал на этом семинаре с докладами по результатам кандидатской диссертации по гидромеханике. Второй доклад он делал в 1948 г.: излагал задачи классической теории струй идеальной жидкости в новой постановке, рассматривая только стационарные течения. Одобрив полученные результаты, А.И. Некрасов рекомендовал соискателю рассмотреть также нестационарное струйное обтекание пластинки при заданных условиях. Берман согласился с предложением и успешно защитил кандидатскую диссертацию.

С 1949 г. некоторые научные исследования засекречивались, и поэтому стали вводиться семинары по закрытой тематике. В их числе—семинар А.И. Некрасова по газовой динамике; его руководителем был чл.-кор. АН СССР И.А. Кибель. Участники этих семинаров имели специальный допуск.

На семинаре А.И. Некрасова были инженерно-технические работники, которым поначалу не все было понятно, однако из них вышли квалифицированные специалисты по гидромеханике. В частности, А. Юфин, окончивший дополнительно заочное отделение механикоматематического факультета МГУ, овладел тонкостями теории функций комплексного переменного и добился хороших результатов.

Однажды в декабре 1948 г. на заседании семинара по аэрогидромеханике зашел директор Института механики чл.-кор. АН СССР Н.Г. Четаев и поздравил Александра Ивановича с 65-летием. Юбиляр, извинившись, перебил директора и сказал, что дата не совсем "круглая", а на повестке дня серьезный доклад и лучше докладчика не прерывать. Позже, через пять лет, А.И. Некрасов отказался и от празднования своего 70-летия, мотивируя это неважным состоянием здоровья. В этом сказалась необыкновенная скромность А.И. Некрасова.

"Став доцентом Геолого-разведочного института Москвы, я не прекращал посещать семинар А.И. Некрасова", — продолжает рассказ Я.Р. Берман. В 1955 г. в Московском университете была подготовлена к печати книга ныне покойного научного руководителя Я.Р. Бермана чл.-кор. АН СССР В.В. Голубева "Исследования по теории удара струи



А.И. Некрасов в санатории "Узкое"

жидкости и некоторые ее приложения". Я.Р. Берман был неофициальным оппонентом по работе своего учителя. Весной 1956 г. его доклад на эту тему был поставлен на семинаре Отдела аэрогидромеханики Института механики. Руководитель семинара А.И. Некрасов и присутствовавшая на заседании чл.-кор. АН СССР П.Я. Кочина задали докладчику ряд вопросов и сделали некоторые замечания. Обсуждение было конструктивным и способствовало улучшению работы при подготовке книги.

А.И. Некрасов, будучи консультантом по докторской диссертации М.И. Гуревича, в которой рассматривались новые задачи пространственной теории струй идеальной жидкости и газовой динамики, дал ценные рекомендации соискателю. А.И. Некрасов был столь же внимательным руководителем аспиранта А. Блинова, исследовавшего проблемы теории крыла в нестационарном потоке.

В декабре 1993 г. состоялось заседание математической секции Московского Дома ученых, посвященное 110-летию со дня рождения академика А.И. Некрасова. Академик Л.И. Седов сделал прекрасный доклад о деятельности ученого. Выступавший вспомнил начало своей педагогической деятельности в 1930-е годы. А.И. Некрасов в то время

читал курс теоретической механики в Московском высшем техническом училище, а молодой ученый вел практические занятия по этому курсу. Их совместная работа была плодотворной. Л.И. Седов выразил глубокое уважение и дал высокую оценку научным трудам А.И. Некрасова в области теории струй, теории волн, теории крыла в нестационарном потоке.

Александр Иванович Некрасов скончался 21 мая 1957 г.

О последних днях жизни А.И. Некрасова вспоминает сотрудник кафедры теоретической механики МГУ Клавдия Евгеньевна Якимова.

А.И. Некрасов умер в Москве, в академической больнице на Ленинском проспекте. Похоронен на Пятницком кладбище недалеко от Рижского вокзала. А.И. Некрасов был верующим человеком. Переп смертью к нему в больницу приходил православный священник, Александр Иванович причастился. До конца жизни А.И. Некрасов был одинок, у него не было семьи. Последняя его квартира была в Главном здании МГУ, в одном из профессорских крыльев (согласно его анкете, в 1934 г. он проживал по адресу: Горбатый пр., д. 27/12, кв. 3; служебный адрес: ул. Радио, 17 [124, с. 27]). После заключения А.И. Некрасов болел тяжелой формой астмы, у него была сильная одышка. В 1940-е годы водитель возил его в Институт механики и в университет, провожал на кафедру. С 1953 г. А.И. Некрасов не преподавал. Но и в конце жизни он всегда приходил в университет каждую среду независимо от того, было ли заседание кафедры в тот день или нет. Послепними его аспирантами были Цитович и Макеев. А.И. Некрасов выполнил ряд важнейших исследований, опубликованных в его работах. продолжал активную научную, административную и пелагогическую деятельность, что подтверждает его значимость как великого труженика, замечательного ученого, выдающегося администратора и педагога.

Правительство, высоко оценив деятельность Александра Ивановича, наградило его в 1945 г. орденом Трудового Красного Знамени за выдающиеся заслуги в развитии науки и техники и в связи с 220-летием Академии наук СССР, вручал ему орден К.Е. Ворошилов\*. В октябре 1953 г. А.И. Некрасов был награжден орденом Ленина; медалями Советского Союза: "За доблестный труд в Великой Отечественной войне 1941–1945 гг." (18 января 1946 г.), в связи с 800-летием Москвы (7 марта 1948 г.) [124, с. XII]. В 1947 г. он был удостоен звания заслуженного деятеля науки и техники РСФСР за выдающиеся заслуги в области развития авиационной техники. В 1952 г. А.И. Некрасову присуждена Государственная (Сталинская) премия СССР II степени за работы по теории волн конечной амплитуды, изложенные в монографии "Точная теория волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости" [64].

10 мая 1955 г. в связи с 200-летним юбилеем Московского университета заведующему кафедрой теоретической механики механико-математического факультета академику А.Н. Некрасову была

<sup>\*</sup> Ученик А.И. Некрасова проф. Н.А. Слезкин говорил, что именно К.Е. Ворошилов повлиял на пересмотр дела А.И. Некрасова и его досрочное освобождение.



Вручение А.И. Некрасову Ордена Трудового Красного Знамени К.Е. Ворошиловым

объявлена благодарность за плодотворную и многолетнюю работу [124, с. XIII].

Добрая память об этом замечательном человеке осталась в сердцах сотрудников и учеников, которые его знали. 23 декабря 1962 г. в Научно-мемориальном музее Н.Е. Жуковского состоялось заседание, посвященное предстоящему 80-летию со дня рождения академика А.И. Некрасова [124, с. XIII].

#### Педагогическая деятельность

# 2.1. Ранняя педагогическая деятельность А.И. Некрасова. Преподавание теоретической механики и гидродинамики в Московском университете

Александр Иванович Некрасов начал свою педагогическую деятельность сразу же после окончания университета, в 1906 г. До 1917 г. он преподавал математику и физику в женских гимназиях, где сформировались его педагогический стиль и методика преподавания. Это помогло ему в дальнейшем при работе в университете и других высших учебных заведениях.

Получив степень магистра, в 1909—1911 гг. А.И. Некрасов прочитал в университете две пробные лекции по астрономии — "Теория вековых неравенств" и "Периодические решения в задаче о трех телах", после чего в 1912 г. он был утвержден приват-доцентом по кафедре астрономии и геодезии физико-математического факультета Московского университета; кроме того, он прочитал две пробные лекции по механике — "Равновесие жидких эллипсоидальных форм (задача Дирихле)" и "Теория волн на поверхности тяжелой жидкости" — и в 1913 г. был утвержден приват-доцентом по кафедре прикладной математики. С этого времени Александр Иванович читал разные специальные курсы на математическом отделении физико-математического факультета.

В Московском университете и одновременно в других втузах А.И. Некрасов читал основной курс теоретической механики. На физико-математическом факультете Московского университета и в Академии Воздушного флота он читал лекции по основному курсу гидродинамики. А.И. Некрасов вел также специальные семинары по теоретической механике и гидродинамике, руководил выпускными работами студентов и аспирантов.

А.И. Некрасов был талантливым педагогом и блестящим лектором. Его лекции отличались ясностью и четкостью изложения формулировок теорем и аксиом, были понятны, максимально доступны и доходчивы. Упражнения и семинары также велись на высоком профессиональном уровне.

В первые годы после Октябрьской революции в Московском университете читались лекции, проводились групповые и индивидуальные практические занятия [123и]. Распределением курсов между препо-

давателями занималась Предметная комиссия кафедры [1233]. В протоколах заседаний Предметной комиссии по кафедре механики значится следующее распределение курсов на 1924/25 учеб. г.:

"А.И. Некрасов – курс Механики II (Механика системы) и Гидродинамики, а также семинарий по теоретической механике.

Механика I (Механика точки) – Н.Н. Бухгольц" [123л].

Согласно материалам Архива МГУ, по основным курсам – "Механика точки (I)" и "Механика системы (II)" – читались лекции, кроме того, для закрепления материала курса проводились упражнения и семинары [123n, л. 14]. Семинары по механике системы и механике точки вели А.И. Некрасов и Н.Н. Бухгольц.

Для семинаров профессора и преподаватели определяли темы, разработка которых велась по указанной руководителем семинара литературе.

Отношение к семинарам было неоднозначным. В протоколе заседаний Предметной комиссии по кафедре механики за 1924/25 учеб.г. записано: "...в настоящее время семинарии по I и II не обязательны, но, учитывая их важность, Предметная комиссия считает принципиально приемлемым сделать указанные семинарии обязательными и... поднять вопрос о переходе с вечерних занятий на дневные..." [123*n*].

Приведем список тем семинаров профессора Некрасова, проведенных им в 1924 г. (осенний триместр).

- 1. Определение силы при движении точки по коническому сечению и проблема Бертрана.
  - 2. Задача Абеля (о таутохроне).
  - 3. Связь между движением нити и движением материальной точки.
  - 4. О брахистохроне.
- 5. О принципе возможных перемещений (доказательства Лагранжа, Ампера, критика Маха) [123л, л. 18].

В весеннем семестре 1919/20 учеб. г. и осеннем семестре 1920/21 учеб. г. Александр Иванович читал на физико-математическом факультете Московского университета "Динамику твердого тела" 2 часа в неделю и "Гидродинамику" – 4 часа [1236, e]. Весной 1923 г. на курс "Элементарная статика и динамика точки" отводилось 3 часа [123к]. В 1924 г. для чтения "Основного курса механики, ч. II" А.И. Некрасову было отведено 5 часов и 1 час на семинар по механике [123м].

Ранние лекции по теоретической механике А.И. Некрасова, который уже имел немалый опыт преподавания этого предмета в Иваново-Вознесенском политехническом институте, были хорошо продуманы, излагались строго, но доходчиво.

Основной курс теоретической механики, читавшийся в 1930-е годы студентам отделений математики, механики и астрономии, был рассчитан на два года. Первый семестр второго курса читалась кинематика, следующий семестр – статика; на третьем курсе в первом семестре излагались динамика точки и начало динамики системы, во втором семестре – аналитическая динамика, динамика твердого тела,

теория удара и гидростатика. Читали курс А.И. Некрасов и Н.Н. Бухгольц.

Программа курса "Теоретическая механика" с 1933 г. содержала кинематику, статику, динамику (точки и системы), теорию потенциала, краткую теорию деформаций сплошной среды и гидростатику  $[123c, \pi. 26]$ .

Приведем программу, составленную Некрасовым по курсу "Теоретическая механика" в 1934—1936 гг. для математиков механико-математического факультета:

"Часть II (без подробного содержания глав).

- 1. Силы и степени свободы при движении системы.
- 2. Общие теоремы динамики системы.
- 3. Уравнения Лагранжа. Малые колебания.
- 4. Моменты инерции.
- 5. Вращение твердого тела около неподвижной оси.
- 6. Плоскопараллельное движение твердого тела.
- 7. Движение твердого тела около неподвижной точки.
- 8. Общая теория удара.
- 9. Канонические уравнения (преобразование уравнений Лагранжа, скобки Пуассона, ...способ интегрирования Якоби.
  - 10. Вариационные принципы механики (Гамильтона, Гаусса).
  - 11. Теория потенциала.
- 12. Учение о деформациях сплошной среды (Деформация. Теорема Коши–Гельмгольца о разложении деформаций частицы. Тензор деформации. Преобразование к новым осям, поверхность деформации. Коэффициент объемного расширения).
- 13. Гидростатика (Уравнения равновесия жидкости и их интегрирование. Движение тяжелой жидкости. Давление жидкости на погруженную в нее площадку. Центр давления. Закон Архимеда. Основные предложения по теории плавания тел).
  - 14. О механическом подобии. Примеры" [123].

Существенные изменения в методику преподавания теоретической механики внес Н.Г. Четаев. Программа по теоретической механике, составленная А.И. Некрасовым, в редакции Н.Г. Четаева (1957 г.) была рассчитана по-прежнему на четыре семестра и состояла из шести разделов: 1) общий исторический обзор возникновения и развития механики; 2) кинематика; 3) предмет и место механики среди естественных наук; 4) статика; 5) динамика точки; 6) динамика системы [126, с. 40].

Лекции по гидродинамике, как и по теоретической механике, Александр Иванович читал на высоком профессиональном уровне. Все основные положения гидродинамики он рассматривал в строгой логической последовательности и их физический смысл излагал с предельной ясностью. Как упоминалось ранее, А.И. Некрасов уже в 1918 г. и 1920–1921 гг. читал курс гидродинамики на физико-математическом факультете Московского университета, а с 1928 по 1938 г. – ежегодно. В 1929 г. лекции по гидродинамике были прочитаны также И.В. Станкевичем. Их лекции были изданы литографически в 1930 и 1932 гг.

# 2.2. Об учебнике А.И. Некрасова "Курс теоретической механики"

Итогом преподавательской деятельности А.И. Некрасова по теоретической механике явился его двухтомный "Курс теоретической механики" [67, 68], допущенный Министерством высшего образования СССР в качестве учебника для высших технических учебных заведений и государственных университетов. Основы этого курса были определены еще в 1922/23 учеб. г. в лекциях, прочитанных А.И. Некрасовым на электротехническом и инженерно-строительном факультетах МВТУ [14, 15]. Тогда же были изданы его лекции по статике. В следующие годы в процессе преподавания они были дополнены и переработаны. В 1929 г. лекции А.И. Некрасова по статике, кинематике и динамике были изданы литографским способом тремя отдельными выпусками под общим названием "Теоретическая механика в векторном изложении" [21-23]. Лекции записали студенты электротехнического факультета МВТУ им. Н.Э. Баумана А.Б. Барзам и Н.И. Живейков. Некрасов тщательно выправил их записи. К каждому выпуску прилагалось множество интересных задач с решением.

В своих лекциях по теоретической механике, помимо координатного, А.И. Некрасов применял векторный (геометрический) способ изложения. Первые исследования в этой области были предприняты в середине XIX в. А. Резалем и Э. Буром. В 1872 г. в Петербургском университете И.И. Сомов сделал более решительные попытки векторного изложения механики. Геометрические методы доказательства широко применял Н.Е. Жуковский. А.И. Некрасов продолжил эту прекрасную традицию. В те годы такой метод был мало изучен и только начинал внедряться учеными в практику преподавания теоретической механики в высших учебных заведениях. А.И. Некрасов был в числе этих ученых.

Наиболее полно учебник теоретической механики А.И. Некрасова в двух томах был издан в 1945—1946 гг. [49, 52]. Первый том представлял собой значительно переработанное содержание двух выпусков "Теоретической механики в векторном изложении", относящихся к статике и кинематике, изданных в 1932—1933 гг. [28, 30, 31] для втузов. Второй том, содержащий динамику точки и системы материальных точек, был написан заново. В последующие годы при переиздании А.И. Некрасов тщательно проверял, исправлял и дополнял свой "Курс теоретической механики" [67, 68].

При изучении механики Александр Иванович применял принципы историзма, что позволяло лучше понимать смысл важнейших положений в этом предмете. Еще в 1920-е годы он предлагал студентам темы для докладов и рефератов об основах учения Галилея о движении, об изобретении X. Гюйгенсом маятниковых часов и др.

А.И. Некрасов в "Курсе теоретической механики" обсуждает вопросы, связанные с теорией относительности: "...вместо единой классической механики, претендовавшей в XVIII в. на объяснение всех

#### А. И. НЕКРАСОВ

## КУРС ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

TOM I

#### СТАТИКА И КИНЕМАТИКА

ИЗДАНИЕ ПЯТОЕ, ИСПРАВЛЕННОЕ

Попущено Главным Управлением высшего образования Министерства культуры СССР в канстве учебника для высших технических учебных заведений и государственных университетов

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ МОСКВА 1953 явлений, в середине XX в. мы имеем уже четыре механики: классическую, специальную релятивистскую, общую релятивистскую и квантовую".

"Релятивистская механика отказывается от ньютоновских понятий пространства и времени и заменяет их другими, очень далекими от обычных привычных нам понятий. Однако эта замена делается заметной при очень больших скоростях тел; при обычных же скоростях тел, составляющих малую долю от скорости света, разница между результатами применения ньютоновских понятий пространства и времени и релятивистских понятий пространства и времени на практике неощутима" [67, с. 10–11].

При обсуждении понятий силы, массы, принципа ускоряющих сил А.И. Некрасов ставит вопросы, озадачившие в свое время Галилея, Ньютона, Эйлера. В разделе "Динамика" после небольшого исторического экскурса он формулирует закон инерции, до сих пор трактуемый неоднозначно, проблему привилегированной системы отсчета, принцип ускоряющих сил.

Есть еще несколько особенностей в изложении А.И. Некрасовым основ механики. Во-первых, в его учебнике аксиомы статики не просто перечисляются, а приводятся в логическом развитии, при этом даются пояснения, определения, теоремы векторной алгебры, необходимые для понимания материала. Во-вторых, от простых, известных выводов автор постепенно переходит к окончательным положениям теоретической механики. В-третьих, в конце каждой главы для закрепления теоретического материала приведены примеры с их подробным решением, которые не носят ярко выраженного технического характера и не требуют от студента дополнительных чисто технических знаний. Эти обстоятельства важны для большинства студентов младших курсов.

Следует отметить, что при изложении материала А.И. Некрасов наряду с векторными записями приводит также соответствующую им координатную форму, так как при общепринятом векторном изложении теоретического материала решение задач и упражнений выполняется координатным или аналитическим способом. Такой подход используется современными авторами учебников.

"Курс теоретической механики" А.И. Некрасова имеет некоторые особенности. В разделе "Статика" обстоятельно изложена графостатика и указано на тесную связь теоретической механики с сопротивлением материалов. В разделе "Кинематика" автор уделил большое внимание изучению векторной скорости и дал свое определение системе двух равных по величине антипараллельных угловых скоростей: "пара угловых скоростей" вместо термина "пара вращений". В разделе "Динамика" очень подробно изложена тема движения тяжелой точки в средах с линейным и квадратичным законами сопротивления; приведены задачи и примеры. Здесь же А.И. Некрасов рассмотрел малые колебания как одной материальной точки, так и материальной системы. Динамика системы в учебнике [67, 68] представлена с учетом требований к программам высшей школы 1950-х годов. Надо отметить,

что в разделе "Динамика" отсутствует глава, рассматривающая движение материальной точки в поле центральной силы и движение искусственных спутников, так как в основную программу учебной литературы эта тема не входила.

"Курс теоретической механики" А.И. Некрасова [67, 68] долгое время оставался основным учебником, рекомендованным для многих университетов и втузов. При определенной переработке с учетом требований сегодняшнего дня он может быть вполне рекомендован в качестве учебника или учебного пособия для студентов втузов и университетов и в настоящее время.

# 2.3. Работа на кафедре теоретической механики Московского университета

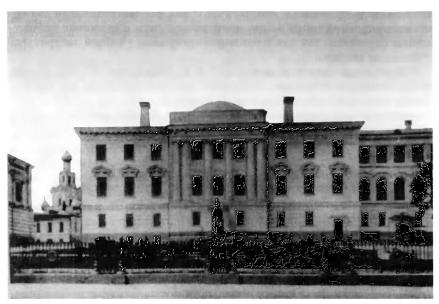
В Московском университете А.И. Некрасов занимался не только преподавательской деятельностью. Он обладал прекрасными организаторскими способностями.

Согласно уставу Московского университета 1863 г., на физикоматематическом факультете была организована кафедра аналитической и практической механики (теоретической механики), которая существовала и в первые годы советской власти. В 1921 г. были введены предметные комиссии, в состав которых входили профессора, преподаватели и студенты. Эти комиссии являлись общественным органом, осуществляющим координацию и контроль работы. В частности, была создана Предметная комиссия по кафедре механики.

После реорганизации Московского университета в 1930–1931 гг. на базе естественных факультетов возникло семь отделений, среди которых были математическое, астрономическое и механическое с тремя специализациями: аэромеханика, гидравлика и сопротивление материалов. Механическое отделение физико-математического факультета\*, которое было открыто в 1931 г., возглавил А.И. Некрасов [123 $\mu$ , л. 1–6]. С 1932 г. руководство отделением перешло к профессору В.В. Голубеву, а А.И. Некрасов стал заведовать кафедрой теоретической механики этого отделения.

В 1932 г. А.И. Некрасов отмечал влияние ЦАГИ (где была организована своя аспирантура в том же году) на подготовку кадров в Московском университете и на структуру механического отделения. Он писал в сборнике "За авиационные кадры": "Влияние ЦАГИ... наиболее проявилось в постановке преподавания на Механическом отделении физико-математического факультета Московского университета. Это влияние сказалось даже на самой структуре Механического отделения. Благодаря инициативе ЦАГИ это отделение физико-математического факультета МГУ получило такую структуру, которая позволяет авиационной промышленности, и в частности ЦАГИ, черпать из

<sup>\*</sup> До 1933 г. в состав студентов физико-математического факультета входили также химики, географы, геологи, биологи.



Здание Московского университета до войны

этого Отделения необходимые кадры. Причем в задачи Отделения была поставлена подготовка этих кадров на широкой научной базе" [129, c. 44].

В мае 1933 г. математическое, механическое и астрономическое отделения были объединены в один механико-математический факультет, где механика заняла главенствующее положение. Физический, химический и другие факультеты выделились отдельно.

На механико-математическом факультете были организованы четыре кафедры механического направления: теоретической механики (проф. А.И. Некрасов), теории упругости (проф. Н.Н. Бухгольц), гидродинамики (проф. Л.С. Лейбензон) и аэродинамики (проф. В.В. Голубев) [1236]. Кафедрой теоретической механики А.И. Некрасов заведовал продолжительное время — с 1933 по 1938 г., а затем вновь с 1943 г. и до конца своей жизни (май 1957 г.).

Будучи заведующим кафедрой теоретической механики механикоматематического факультета Московского университета, Александр Иванович занимался вопросами, связанными с учебным процессом: обсуждение тематики научных кружков, дипломных работ; организация факультативных курсов и лекций; деятельность кабинета механики, планы его работы и оснащение; отчеты молодых и ведущих лекторов, преподавателей отдельных групп; методика преподавания; внештатная работа преподавателей (консультации, дополнительные занятия) и многое другое [123c, л. 26].

Приведем выписки из протоколов заседаний кафедры теоретической механики, хранящихся в Архиве МГУ. В протоколе заседания кафедры от 16 октября 1934 г. записано: «Слушали: 1. Сообщение

А.И. Некрасова о перспективах развития специальности "теоретическая механика". А.И. Некрасов указал, что до сих пор эта специальность не была прикреплена к нашей кафедре, а учебный план этой специальности должен быть окончательно оформлен как по специальным предметам, так и по факультативным.

Постановили: Возложить на заведующего кафедрой – А.И. Некрасова обязанности заведования специальностью "теоретическая механика"...

Поручить А.И. Некрасову совместно с Н.Н. Бухгольцем и Л.С. Лейбензоном оформить учебный план специальности "общая механика".

Слушали: 2. О составлении списка тем дипломных работ по специальности "общая механика".

Постановили: ...поручить А.И. Некрасову наметить 15 тем по общей механике и профессору Артоболевскому И.И. – 12 тем по кинематике механизмов».

Далее идет речь о замене А.И. Некрасова на курсе гидродинамики и теоретической механики в связи с его отъездом на авиационную выставку в Париж. А.И. Некрасова заменили Н.А. Слезкин, Л.Н. Сретенский, А.А. Космодемьянский [123c, л. 26].

В протоколе от 2 декабря 1935 г. записано: «По вопросу популяризации специальности "общая механика" среди студентов 3-го курса: кафедра поручает профессору А.И. Некрасову провести лекцию по специальности "общая механика" для 3-го курса. По вопросу о работе научно-исследовательского семинара по общей механике кафедра... поручает профессору А.И. Некрасову выяснить вопрос о руководстве спец. семинаром.

По вопросу дипломных тем для студентов группы М-53 (специальность "общая механика") кафедра утверждает следующие:

- 1. Динамика мальтийского креста (студ. Беккер).
- 2. Влияние кругильных колебаний на динамику двигателя.

Общее руководство по этим темам возложить на И.И. Артоболевского.

- 3. Гирокомпас и азимутальные девиации.
- 4. Гирокомпас и горизонтальная стабилизация.
- 5. Гирогоризонт морского типа.
- 6. Авиационный гирогоризонт.
- 7. Относительное движение твердого тела.

По темам 3–7 утвердить (руководителем) доцента Булгакова. Просить профессоров Бухгольца и Некрасова дать список литературы по намеченным темам» [123c, л. 11, 12].

В протоколе от 26 апреля 1936 г. отмечается: "Профессор Некрасов зачитал список тем (дипломных работ на 1936/37 учебный год). Кафедра утверждает список и возлагает руководство по темам на профессоров Некрасова А.И. и Бухгольца Н.Н. ..." [123с, л. 5]. Здесь же сообщается, что была заслушана информация профессора Некрасова, касающаяся нового учебного плана механико-математического факультета МГУ.



Группа студентов-гидромехаников после войны. Академик А.И. Некрасов в нижнем ряду третий справа

Александр Иванович Некрасов некоторое время являлся председателем Квалификационной комиссии механико-математического факультета, которая занималась, в частности, заслушиванием и оценкой дипломных работ [123*m*, л. 6 и др.]. Среди дипломантов, которых заслушивала эта комиссия, были и студенты А.И. Некрасова.

В протоколах заседаний Квалификационной комиссии за 1936 г. значится защита дипломной работы А.И. Гурина на тему "Теория малых колебаний и вопросы устойчивости" с оценкой "отлично", а также защита дипломной работы С.И. Антонова на тему "Поперечные колебаний мембраны", получившей оценку "хорошо". Руководителем этих работ был А.И. Некрасов. Протоколы подписаны председателем комиссии профессором А.И. Некрасовым и членами комиссии: профессором А.Л. Лаврентьевым\*, доцентами Б.В. Булгаковым, И.И. Метелицыным, А.П. Минаковым [123*m*, л. 6, 20, 22].

А.И. Некрасов также руководил работами многих аспирантов, которые в дальнейшем успешно занимались научными исследованиями. 23 июня 1933 г. под его руководством Н.А. Слёзкин защитил диссертацию на соискание степени кандидата физико-математических наук по теме "Движение вязкой жидкости в конусе", которая была утверждена 22 сентября 1935 г.; 12 июня 1952 г. — П.А. Цитович по теме "Возмущение движения гироскопов", утверждена 3 июля 1952 г.

#### 2.4. Участие в работе кафедры гидродинамики

А.И. Некрасову принадлежит заслуга в организации на физикоматематическом факультете Московского университета кафедры гидродинамики, которая была учреждена на механическом отделении 25 октября 1932 г. (заведующим кафедрой стал проф. Л.С. Лейбензон). Курс гидродинамики стал основным для всех специальностей по механике [109, с. 9].

А.И. Некрасов принимал активное участие в учебном процессе кафедры гидродинамики. Он читал лекции, принимал зачеты у студентов, что отражено в протоколах заседаний кафедры, на которых присутствовал и Александр Иванович. В протоколе от 21 февраля 1934 г. [123р, л. 62] приведено содержание лекций Некрасова по гидродинамике на четвертом курсе:

- а) Общие сведения по кинематике жидкости;
- б) Общие уравнения гидродинамики. Интегралы уравнений гидродинамики;
  - в) Общие предложения по теории вихрей;
  - г) Плоская задача гидродинамики;
  - д) Теория струй и метод Кирхгофа [123р, л. 62].

Чтение курса заканчивалось повторно-обзорной лекцией.

Для приема зачета по гидравлике была создана комиссия, в которую входили профессора А.И. Некрасов и Л.С. Лейбензон, доцент

<sup>\*</sup> А.Л. Лаврентьев – отец будущего академика М.А. Лаврентьева.

Н.А. Слёзкин. После зачетной сессии по решению кафедры Александр Иванович прочел лекцию о волнах для гидродинамиков (группа Г-41).

Известный аэромеханик и историк механики А.А. Космодемьянский рассказывает, как Александр Иванович проводил свои лекции по гидродинамике. «Он читал гидромеханику для сравнительно небольшой аудитории студентов-механиков Московского университета в 1929/30 учебном году. Я один из его слушателей. Строгая, статная, высокая фигура. Черный идеально отглаженный костюм. Старомодный накрахмаленный воротничок. Серьезность во всех действиях и поступках (я ни разу не видел его на лекции улыбающимся). Безукоризненные формулировки и доказательства теорем. Четкие записи на доске. Никаких отвлечений от логического хода изложения. Строгость суждений. Целеустремленность. "Словам тесно, мыслям просторно". Никаких веселых рассказов. На всех лекциях Некрасов опин и тот же сосредоточенный, преданный делу, любящий свою науку. И он совсем не артист. Но его лекции увлекали. За что его любили? Я думаю, за то. что он высоко ценил и глубоко уважал студенческую аудиторию. Все студенты отчетливо видели и понимали, что лекции Некрасова открывают двери в настоящую науку, в ее верхние этажи. Некрасов верил, что среди его слушателей есть будущие ученые-механики, и он был искренне заинтересован помочь молодежи понять величавую прелесть научного исследования» [118a, с. 243].

\* \* \*

Педагогическая деятельность А.И. Некрасова была очень многогранной. В книге представлена лишь ее небольшая часть. Помимо работы в Московском университете, он в 1918—1922 гг. преподавал и заведовал кафедрой теоретической механики в Иваново-Вознесенском политехническом институте, был деканом инженерно-строительного факультета, а затем и ректором этого института. С 1922 по 1929 г. Александр Иванович работал в Народном комиссариате просвещения РСФСР. А в 1922—1932 гг. являлся профессором Московского высшего технического училища, а также Московского авиационного института и Военно-воздушной инженерной академии.

### Научная деятельность

### 3.1. Работы по гидродинамике

# 3.1.1. Работы по точной теории установившихся волн конечной амплитуды на поверхности тяжелой жидкости

А.И. Некрасов – один из крупных специалистов в области аэрогидромеханики. В статьях по гидродинамике он дал строгое решение задач по теории волн на поверхности тяжелой жидкости; решил плоскую задачу об обтекании криволинейного контура несжимаемой жидкостью со срывом струй; изучил вопрос о диффузии вихря в вязкой жидкости; развил теорию колебаний крыла в нестационарном потоке.

Одна из основных проблем в изучении гидродинамики идеальной жидкости - волновые движения с учетом силы тяжести. Ученые, занимавшиеся этим вопросом, в основном ограничивались рассмотрением только случая воли бесконечно малой амплитуды на поверхности тяжелой жидкости. Для этих волн дифференциальное уравнение и граничные условия являются линейными. Только некоторые исследователи рассматривали случай установившихся волн конечной амплитуды, для которого граничные условия имеют нелинейный вид. Свои основные работы по гидродинамике А.И. Некрасов посвятил изучению этого наиболее сложного случая волн конечной амплитуды на поверхности тяжелой несжимаемой жидкости. Значительных результатов он достиг в вопросе точного решения задачи о плоских установившихся волнах конечной амплитуды. Исследование А.И. Некрасова, относящееся к решению этой задачи, было опубликовано в 1922 г., а работа по этой же теме итальянского ученого Т. Леви-Чивита вышла в свет только в 1925 г.

Разработке точной теории плоских периодических волн конечной амплитуды А.И. Некрасов посвятил работы: "О волне Стокса" (1919) [6], "О волнах установившегося вида" (1921) [7], "О волнах установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости" (1922, 1928 — для волн конечной глубины) [10, 20], и, наконец, "Точная теория волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости" (1951) [64]. Во всех этих работах А.И. Некрасов использует один и тот же математический метод конформного отображения. Сущность этого метода заключается в следующем: вводится комплексный потенциал течения и строится область его изменения в пределах одной волны; эта область отображается для случая бесконечной глубины на область внутри круга единичного радиуса, а для случая конечной глубины — на область

### АКАДЕМИЯ НАУК СССР институт механики

#### A. M. HERPACOB

## ТОЧНАЯ ТЕОРИЯ ВОЛН УСТАНОВИВШЕГОСЯ ВИДА НА ПОВЕРХНОСТИ ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР Москеа . 1951 внутри кругового кольца плоскости вспомогательного переменного. Свободной поверхности жидкости соответствует внешняя граница круга или кольца единичного радиуса. Далее по кинематическим особенностям потока и по динамическому граничному условию А.И. Некрасов устанавливает связь комплексного переменного плоскости течения с введенным вспомогательным переменным.

Задачи о волнах являются нелинейными, так как граничные условия на свободной поверхности нелинейны. В течение столетия эти задачи решались приближенно путем отбрасывания всех или части нелинейных членов, и поэтому оставался открытым вопрос о самом существовании установившихся волн при наличии потенциала скоростей. В работе [6] Некрасов рассмотрел волну, имеющую в вершине угловую точку с углом 120°. Для этого случая он составил точные уравнения, но задачу решал приближенно способом неопределенных коэффициентов, находя только первые два. Поэтому это решение не внесло ничего нового. В работе [7] А.И. Некрасов впервые дал точное решение задачи об установившихся волнах на поверхности бесконечно глубокой тяжелой жидкости. Задача состоит в разыскании двух сопряженных тригонометрических рядов по заданному дифференциальному соотношению между ними, а затем сводится к решению нелинейного интегрального уравнения с помощью разработанной А.И. Некрасовым теории нелинейных интегральных уравнений. Исследователь получил выражения для формы профиля волны и скорости ее распространения, тем самым доказав существование вышеназванных волн. В работе [20] он дал строгое решение задачи о волнах установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости конечной глубины.

В монографии "Точная теория волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости" [64] А.И. Некрасов обобщил свои исследования по точной теории двумерных волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости.

Эта работа состоит из трех глав. В первой главе А.И. Некрасов изложил теорию волн на поверхности жидкости бесконечной глубины. Она была им закончена в 1922 г. и тогда же удостоена премии им. Н.Е. Жуковского. Вторая глава монографии посвящена теории волн на поверхности жидкости конечной постоянной глубины. Эта часть работы закончена в 1927 г. В третьей главе Некрасов изложил теорию нелинейных интегральных уравнений, которая была специально создана им для решения задач о волнах. Эту работу Александр Иванович закончил в 1922 г.

Монография по своему содержанию отличается от прежних работ автора. Во-первых, А.И. Некрасов объединил материал, прежде опубликованный в отдельных изданиях. Во-вторых, решения основных интегральных уравнений выполнены с большей точностью с помощью вычисления дополнительных членов высшего порядка малости. В-третьих, более подробно даны выражения для кинетической и потенциальной энергий и количества движений одной волны. Наконец, в-четвертых, автор подробно рассмотрел свойства пологих волн, что важно для практики.

Существенную помощь при подготовке этой работы А.И. Некрасову оказал Я.И. Секерж-Зенькович, который предложил некоторые дополнения, упрощающие решение задач.

В первых двух главах работы А.И. Некрасов выписывает основные уравнения данной задачи и граничные условия; показывает, что удовлетворение динамического граничного условия на свободной поверхности сводится к решению нелинейного интегрального уравнения, определяющего угол касательной к профилю волны с горизонтом в различных точках профиля, соответствующих разным значениям аргумента вспомогательного комплексного переменного на единичной окружности; рассматривает случай пологих волн, некоторые общие предложения точной теории волн; ищет решение основного нелинейного интегрального уравнения в виде бесконечного ряда по степеням параметра; доказывает сходимость полученного решения.

В первой главе работы [64] А.И. Некрасов рассматривает случай плоских волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости бесконечной глубины, когда искомые волны конечной амплитуды являются симметричными относительно вертикали, проходящей через гребень волны. А.И. Некрасов постулирует существование вертикальной оси симметрии установившейся волны, что позднее доказал Т. Леви-Чивита в своей аналогичной работе.

Жидкость движется в прямоугольной системе осей координат Oxy так, что ось x направлена горизонтально, а ось y — вертикально вверх. Рассматривается установившееся движение жидкости, при котором на бесконечной глубине жидкость двигается прямолинейно и равномерно с постоянной скоростью +c в направлении оси x, а на свободной поверхности жидкости граничная линия тока образует неподвижные волны, причем жидкость течет вдоль этой линии тока в направлении оси x. Если жидкости придать скорость -c, то жидкость на бесконечной глубине сделается неподвижной, а на свободной поверхности жидкости побегут волны со скоростью -c, т.е. в отрицательную сторону оси x.

Таким образом, волновое движение жидкости с волнами установившегося вида приводится к установившемуся движению самой жидкости, и поэтому вместо волнового движения изучается установившееся движение жидкости.

А.И. Некрасов сначала выписывает формулы Коши-Римана для проекций U и V вектора скорости  $\overline{q}$  жидкости на оси координат x и y через потенциал скоростей  $\phi(x,y)$  и функцию тока этого установившегося движения жидкости  $\psi(x,y)$ , из которых следует, что комплексный потенциал течения  $w=\phi+i\psi$  является функцией комплексного переменного z=x+iy. Также выписываются уравнения Лапласа, которым удовлетворяют  $\phi$  и  $\psi$ :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \tag{*}$$

Решение уравнения Лапласа (\*) для  $\phi$  на бесконечности (скорость жидкости равняется +c) и на свободной поверхности (давление должно быть постоянным) должно удовлетворять двум граничным условиям:

$$\left[ -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]_{y=-\infty} = +c, \ \left[ -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right]_{y=-\infty} = 0, \tag{1}$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 = q^2 = c_1 - 2gy,\tag{2}$$

где  $c_1$  – постоянная; g – ускорение свободного падения.

Второму граничному условию решение удовлетворяет только на свободной линии тока, т.е. на линии, форма которой неизвестна и которая сама разыскивается. Это одна из основных трудностей, которая устраняется применением к задаче метода конформных отображений: бесконечная полоса, занятая одной волной, конформно отображается на внутренность единичного круга так, что профилю волн соответствует окружность C единичного радиуса, а бесконечно удаленной области волны — центр O этого круга. Тогда пересчитанное граничное условие будет иметь место уже на единичной окружности C, т.е. на линии, форма которой известна.

Вспомогательную плоскость, на которой построен единичный круг, А.И. Некрасов принимает за плоскость комплексного переменного  $u=\xi+i\eta$ , и задача прежде всего сводится к установлению зависимостей z=x+iy и  $w=\phi+i\psi$  от u.

Сначала ученый устанавливает зависимость z от u. Он использует предположение о вертикальных осях симметрии волн, причем точка u=+1 соответствует значению x=0, что позволяет положить

$$\frac{d\mathbf{z}}{du} = \frac{\lambda i}{2\pi} \frac{f(u)}{u},\tag{3}$$

где  $f(u) = 1 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 + ...$ , причем все коэффициенты  $a_i$  действительны;  $\lambda$  — длина волны. Из этой формулы после интегрирования получается искомая зависимость, позволяющая определить координаты x и y формы профиля волны при  $u \in C$ .

Затем автор устанавливает зависимость между комплексным потенциалом  $w = \varphi + i \psi$  и функцией комплексного переменного  $u = re^{i\theta}$ . Эта зависимость получена при условии, что на свободной поверхности жидкости  $\psi$  должна быть постоянной, например равной нулю, а на бесконечной глубине  $\psi = +\infty$ . Формула

$$w = -\frac{\lambda ci}{2\pi} \operatorname{Ln} u \tag{4}$$

удовлетворяет этим условиям, а также граничному условию (1). Нахождение сопряженных тригонометрических рядов, между которыми имеет место некоторое дифференциальное соотношение на окруж-

ности C единичного радиуса, которому А.И. Некрасов придает более удобный вид, полагая  $f(e^{i\theta}) = Re^{i\Phi}$ 

$$\frac{d}{d\theta}R^{-3} = \frac{3g\lambda}{2\pi c^2}\sin\Phi,\tag{5}$$

удовлетворяет граничному условию (2).

Для точного решения задачи о волнах установившегося вида нужно определить мнимую и действительную части вспомогательной функции f:  $R\cos\Phi$ ,  $R\sin\Phi$ , которые и представляют собой искомые сопряженные тригонометрические ряды. И уже по известным R и  $\Phi$  находится функция f(u), а из формул (3), (4) — все движение жидкости, так как определены зависимости z = x + iy и  $w = \Phi + i\Psi$  от u.

В работе показано, что  $lnR(\theta)$  и  $\Phi(\theta)$  также являются сопряженными тригонометрическими рядами, которые и требуется определить по соотношению (5) между ними.

Таким образом, задача изучения рассматриваемого волнового движения жидкости сводится к определению функции  $\Phi(\theta)$ .

Далее в монографии [64] А.И. Некрасов показал, что определение угла  $\Phi$  по формуле (5) сводится к решению нелинейного интегрального уравнения. Сделано это следующим образом. Из формул, полученных в работе, следует, что при  $\theta=0$  функция  $\Phi(\theta)=0$  и что эта функция должна менять знак вместе с изменением знака переменного  $\theta$ , поэтому функция  $\Phi(\theta)$  должна быть представлена следующим рядом:

$$\Phi(\theta) = b_1 \sin \theta + b_2 \sin 2\theta + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\theta.$$
 (6)

Сопряженная с ней функция  $lnR(\theta)$  должна разлагаться в ряд вида

$$\ln R(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos n\theta. \tag{7}$$

При использовании формул (5), (7) и других преобразований выражение для  $\Phi(\theta)$  переписывается в другом виде через производную функции  $\ln R(\theta)$ . Искомое интегральное уравнение для угла  $\Phi(\theta)$  имеет вид

$$\Phi(\theta) = +\frac{\mu}{12\pi} \int_{0}^{2\pi} \frac{\sin \Phi(\epsilon)}{1 + \mu \int_{0}^{\epsilon} \sin \Phi(\omega) d\omega} \ln \left[ \frac{1 - \cos(\epsilon + \theta)}{1 - \cos(\epsilon - \theta)} \right] d\epsilon.$$
 (8)

где  $\Phi(\theta)$  — угол касательной к профилю волны с горизонтом в различных точках профиля с соответствующими значениями угла  $\theta$  — аргумента изображения точки профиля на окружности единичного радиуса вспомогательной плоскости;  $\mu$  — произвольная постоянная интегрирования.

Это уравнение в работе представлено в двух видах. А.И. Некрасов доказывает, что количество  $1+\mu\int\limits_0^\varepsilon \sin\Phi(\omega)d\omega>0$  всегда.

В работе [7] А.И. Некрасов получил такое же нелинейное интегральное уравнение более строгим способом, применив формулы Дини, связывающие значения на окружности действительной и мнимой частей всякой голоморфной функции комплексного переменного. Здесь он использовал более простой прием.

Перед решением основного нелинейного интегрального уравнения в работе рассмотрены случай очень пологих волн (малой амплитуды) и некоторые общие предложения точной теории волн.

Если волны очень пологие, то угол  $\Phi(\theta)$  должен быть очень мал; в работе он принимается за величину первого порядка малости. Тогда с применением одного из видов полученного выше нелинейного интегрального уравнения (8) задача о волнах сводится к линейной, т.е. интегральное уравнение для  $\Phi(\theta)$  будет однородным линейным, причем  $\mu = 3$ . Для этого случая автор получил уравнения волнового профиля:

$$x = -\frac{\lambda}{2\pi}\theta - \frac{1}{2}H\sin\theta, \quad y = \frac{1}{2}H\cos\theta,$$

где  $H = y_{\theta=0} - y_{\theta=\pi}$  — высота волны,  $\lambda$  — длина волны, а также вычислил кинетическую и потенциальную энергии одной волны.

В общих предложениях точной теории волн показано, что значения функции  $\Phi(\theta)$  в промежутке  $(\pi, 2\pi)$  равны значениям в промежутке  $(0, \pi)$ , но с противоположными знаками:  $\Phi(2\pi - \theta) = -\Phi(\theta)$ . Затем доказано, что установившиеся волны не имеют горизонтальной оси симметрии (относительно среднего уровня). Доказательство проведено от противного, при этом было сделано предположение, что  $\Phi(\theta) = \Phi(\pi - \theta)$ . Показано также, что произвольная постоянная интегрирования  $\mu$  в основном интегральном уравнении должна быть положительной. А.И. Некрасов нашел промежуток времени, соответствующий прохождению жидкой частицей той части линии тока, которая заключена между абсциссами x = 0 и  $x = \lambda$ , и определил количество движения одной волны в направлении оси x для пологих волн.

При решении основного нелинейного интегрального уравнения А.И. Некрасов обратился к теории нелинейных интегральных уравнений, в которой доказал существование решения нелинейного интегрального уравнения для некоторого интервала значений параметра  $\mu$ , и построил это решение в виде бесконечного ряда по степеням малого параметра  $\mu' = \mu - 3$ . Так же определяются все остальные элементы волны, в частности скорость.

А.И. Некрасов рассмотрел нелинейное интегральное уравнение (8) в другом виде и ввел систему нормальных ортогональных функций

$$\Phi_n(\theta) = \frac{\sin n\theta}{\sqrt{\pi}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

так, что это уравнение приобрело следующий вид:

$$\Phi(\theta) = \mu \int_{0}^{2\pi} \frac{\sin \Phi(\theta)}{1 + \mu \int_{0}^{\epsilon} \sin \Phi(\omega) d\omega} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{n}(\epsilon) \Phi_{n}(\theta)}{3n} d\epsilon.$$
 (9)

В работе [64] для µ получена граница, ниже которой уравнение (9) имеет только одно решение, равное нулю. Отсюда следует, что не могут существовать установившиеся волны, для которых величина Ф является непрерывной функцией двух аргументов в и µ, при всех значениях параметра µ в замкнутом промежутке от нуля до первого собственного значения этого параметра соответствующего линейного однородного уравнения. В терминах скорости этот результат означает, что установившихся и симметричных относительно вертикали волн не существует, если значение скорости на поверхности (там, где скорость горизонтальна) превосходит некоторый предел.

В соответствии с этим полагается в уравнении (9), что  $\mu = 3 + \mu'$ , где  $\mu'$  – произвольное положительное число, наибольшее значение которого определяется в работе; а число 3 – первое собственное значение линейного интегрального уравнения.

Решение основного интегрального нелинейного уравнения (9) автор ищет в виде бесконечного ряда по степеням параметра µ':

$$\Phi(\theta, \mu') = \mu' \Phi_1(\theta) + {\mu'}^2 \Phi_2(\theta) + {\mu'}^3 \Phi_3(\theta) + \dots$$
 (10)

Левая и правая части этого уравнения разлагаются по степеням  $\mu'$  до третьей степени включительно, сравниваются между собой коэффициенты при одинаковых степенях  $\mu'$ , и полученная таким образом система уравнений с бесконечным множеством неизвестных  $\Phi_1(\theta)$ ,  $\Phi_2(\theta)$ ,  $\Phi_3(\theta)$  решается. Для этого находится решение ее первого уравнения для  $\Phi_1(\theta)$ , потом составляется уравнение для  $\Phi_2(\theta)$ , из которого находится его значение, после чего решается уравнение системы для  $\Phi_3(\theta)$ , и т.д. После этого по формуле (10) получается искомое решение нелинейного интегрального уравнения:

$$\Phi(\theta, \mu') = \left(\frac{1}{9}\mu' - \frac{8}{243}{\mu'}^2 + \frac{115}{13122}{\mu'}^3\right)\sin\theta + \left(\frac{1}{54}{\mu'}^2 - \frac{8}{729}{\mu'}^3\right)\sin2\theta + \dots$$
 (11)

Чтобы решение действительно представляло движение жидкости, необходимо доказать сходимость этого ряда, что и сделано далее в работе.

Доказательство существования установившихся симметричных относительно вертикали волн дано следующим образом. Автор заменил основное нелинейное интегральное уравнение эквивалентной ему системой двух нелинейных интегральных уравнений; к этой системе применил разработанный им метод построения мажорирующих рядов, изложенный в третьей главе "Об одном классе нелинейных интегральных уравнений" монографии [64] и имеющий самостоятельное значение в математике.

В первой главе монографии [64], используя решение нелинейного интегрального уравнения (11), а также другие соотношения, А.И. Не-

красов установил некоторые общие свойства волн конечной амплитуды. В частности, получил приближенную формулу для скорости распространения волны (пренебрегая членами, содержащими  $\mu'^2$ , и более высокими степенями), которая обобщает формулу для пологих волн, дал выражение для высоты волны H; вычислил кинетическую энергию, импульс и потенциальную энергию одной волны.

Во всех расчетах этих величин  $\mu'$  рассматривалось как малое положительное число, т.е. разыскивались решения, близкие к решению однородного линейного интегрального уравнения при  $\mu=3$ . Таким образом, разыскивались волны, близкие к пологим. Остался открытым математический вопрос о решениях нелинейного интегрального уравнения при достаточно большом  $\mu'$  и, следовательно, вопрос о волнах, соответствующих таким значениям количества  $\mu'$ . В доказательстве сходимости решения (11) также предполагается, что  $\mu'$  мало, не больше единицы.

Во второй главе монографии [64, с. 52] изложена теория установившихся волн на поверхности жидкости конечной постоянной глубины, получено решение рассматриваемой задачи методом интегральных уравнений. Исследования на эту тему впервые были представлены А.И. Некрасовым на Всероссийском съезде математиков в 1927 г. и в сокращенном виде опубликованы в 1928 г. в Трудах съезда под заглавием "О волнах установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости" [20]. В монографии [64] А.И. Некрасов подробно изложил и существенно дополнил содержание ранее опубликованной работы.

Метод изучения движения установившихся волн на поверхности тяжелой жидкости конечной постоянной глубины аналогичен методу изучения движения установившихся волн на поверхности бесконечно глубокой жидкости; основное их различие в том, что в первом случае область жидкости, занятая одной волной, конформно отображается внутрь кругового кольца, а во второй — внутрь единичного круга.

Эту задачу Александр Иванович сводит к решению нелинейного интегрального уравнения, ядро которого выражается определенным образом через эллиптические функции Вейерштрасса, и использует при этом известное решение задачи Дирихле для кругового кольца. Существование решения такого интегрального уравнения и способ построения последовательных приближений рассматривались и в этом случае так же, как и в первой главе монографии.

Через z = x + iy обозначается комплексное переменное, на плоскости которого изображается одна волна; ось y направлена вертикально вверх, ось x – горизонтально вправо.

Рассматривается комплексный потенциал  $w = \phi + i\psi$ , где  $\phi$  – потенциал скоростей, а  $\psi$  – функция тока; принимается, что на свободной поверхности жидкости  $\psi = 0$ .

Через c обозначается скорость волны,  $\lambda$  – длина волны, h – глубина жидкости. Предполагается, что на свободной поверхности жидкость течет вдоль волнообразного неподвижного профиля, а на дне жидкость

скользит, не имея вертикальной составляющей скорости: "средняя" скорость жидкости c параллельна положительному направлению оси x.

Рассматривается плоскость вспомогательного комплексного переменного  $u=\xi+i\eta$ . На этой плоскости описываются две концентрические окружности с центром в точке u=0: окружность C единичного радиуса и окружность  $C_0$  с радиусом  $r_0<1$ ; область, занятая одной волной, отображается конформно внутрь кругового кольца между окружностями  $C_0$  и C. Полагаем, что

$$w = -\frac{\lambda ci}{2\pi} \operatorname{Ln} u, \qquad \frac{dz}{du} = \frac{\lambda i}{2\pi} \frac{1}{u} + \frac{\lambda i}{2\pi} f(u), \tag{12}$$

где f(u) есть некоторый ряд Лорана. Принимается, что окружность C соответствует свободной поверхности жидкости, где  $\psi=0$ , а  $C_0$  – дну, y=-h. Тогда из второго уравнения (12) следует, что  $r_0=e^{-2\pi h/\lambda}$ . Из уравнений (12) получена формула для производной комплексного потенциала:

$$-\frac{dw}{dz} = \frac{c}{1 + uf(u)} = \frac{c}{e^{\Omega(u)}},$$
(13)

где  $\Omega(u) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left[ \left( \frac{u}{r_0} \right)^n + \left( \frac{r_0}{u} \right)^n \right]$  – ряд Лорана; отсюда в силу соот-

ношений, выполняющихся на окружностях C и  $C_0$  соответственно:

$$\Omega(e^{i\theta}) = \Psi(\theta) + i\Phi(\theta) 
\Omega(r_0 e^{i\theta}) = \Psi_1(\theta)$$
(14)

следует, что граничное условие на дне (при сделанном выборе функций) будет удовлетворено, если считать все коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, \ldots$ , которые определяют  $\Omega(u)$ , действительными числами.

На свободной поверхности должно иметь место соотношение (2), из которого следует, что

$$\frac{dq^2}{d\theta} = -2g\frac{dy}{d\theta},\tag{15}$$

где q – скорость жидкости; g – ускорение свободного падения.

Уравнение (15) – это граничное условие на свободной поверхности жидкости.

В работе [64] получены формулы, показывающие, что количество  $\Phi$  есть угол касательной к профилю волны с осью x и что функция  $\Psi(\theta)$  определяет скорость жидких частиц на профиле волны. Используя эти формулы и формулы для  $\frac{dy}{d\theta}$ , граничное условие на свободной поверхности (15) можно привести к дифференциальному уравнению, которое, в свою очередь, сводится к интегральному.

Формулы для  $\Omega(u)$  и  $\Phi(u)$  внутри кругового кольца похожи на формулы Вилья для решения задачи Дирихле для кругового кольца.

Используя полученные в работе формулы и введя эллиптические функции Вейерштрасса  $\sigma(u)$ ,  $\sigma_3(u)$ , автор определил основное интегральное уравнение задачи, поставленной во второй главе:

$$\Phi(\theta) = \mu \int_{0}^{2\pi} \frac{\sin \Phi(\varepsilon)}{1 + \mu \int_{0}^{\varepsilon} \sin \Phi(\omega) d\omega} K(\varepsilon, \theta) d\varepsilon, \tag{16}$$

где ядро:

$$K(\varepsilon,\theta) = \frac{1}{6\pi} \ln \left| \frac{\sigma \left[ \frac{\omega}{\pi} (\theta + \varepsilon) \right] \sigma_3 \left[ \frac{\omega}{\pi} (\theta - \varepsilon) \right]}{\sigma_3 \left[ \frac{\omega}{\pi} (\theta + \varepsilon) \right] \sigma \left[ \frac{\omega}{\pi} (\theta - \varepsilon) \right]} \right|.$$

Здесь количество  $\mu$  и период  $\omega$  эллиптической функции – некоторые постоянные величины. А.И. Некрасов рассчитал собственные функции и собственные значения вышеприведенного ядра.

Разложив в тригонометрический ряд, выполнив определенные преобразования, введя ортогональные функции  $\phi_n(\theta)$  аналогично

первой задаче и положив  $\mu_n = 3n \frac{1 + r_0^{2n}}{1 - r_0^{2n}}$ , ядро  $K(\varepsilon, \theta)$  можно пред-

ставить в виде

$$K(\varepsilon, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(\theta)\Phi_n(\varepsilon)}{\mu_n}.$$
 (17)

Таким образом, и теория волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости бесконечной глубины, и теория волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости конечной глубины приводятся к одинаковому по внешнему виду нелинейному интегральному уравнению, в котором ядро представлено формулой (17) с одинаковыми нормальными ортогональными функциями. Но для бесконечно глубокой жидкости  $\mu_n = 3n$ , а для жидкости конечной глубины

$$\mu_n = 3n \frac{1 + r_0^{2n}}{1 - r_0^{2n}} = 3n \coth\left(2\pi n \frac{h}{\lambda}\right).$$

В монографии [64] А.И. Некрасов показал, что знаменатель в формуле (16) не может быть равен нулю (ранее доказательство проводилось другим способом), а также объяснил смысл "средней" скорости c, которая является средней скоростью точек установившегося потока на дне. Рассмотрен случай пологих волн для жидкости конечной глубины: получены уравнения профиля волны, скорость волны, скорость жидкости на дне q, кинетическая энергия T и потенциальная

энергия  $V_{\lambda}$  одной волны. Изложенная линейная теория пологой волны пригодна для случаев, когда отношение высоты волны к глубине жидкости достаточно мало.

Затем А.И. Некрасов решает уравнения (16) таким же способом, как и в случае жидкости бесконечной глубины, и получает результат с точностью до членов второго порядка относительно  $\mu$ .

Во второй главе монографии [64] А.И. Некрасов показал, что некоторые предложения точной теории волн для волн на поверхности жидкости конечной глубины аналогичны предложениям для волн на поверхности бесконечно глубокой жидкости. Скорость волн конечной амплитуды на поверхности жидкости конечной глубины, их кинетическая и потенциальная энергии, количество движения, несомое одной волной, вычисляются так же, как и для волн на поверхности бесконечно глубокой жидкости.

В третьей главе [64, с. 75] автор исследует некоторые частные, общие и особые виды уравнений с симметричным ядром. Он выясняет некоторые свойства нелинейных интегральных уравнений с постоянными пределами, которые имеют следующий вид:

$$f(x) = \mu \int_{a}^{b} U(\mu, y, f(y)) K(x, y) dy.$$
 (18)

А.И. Некрасов находит решение этого уравнения:

$$f(x) = a\varphi(x),$$

где a – некоторый параметр.

Сначала он исследует частные случаи, когда ядро K(x, y) представляется уравнениями

$$K(x,y) = \frac{\varphi(x)\varphi(y)}{\mu_1}, \quad \int_a^b \varphi^2(y)dy = 1$$

и конечной суммой

$$K(x,y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\varphi_i(x)\varphi_i(y)}{\mu_i},$$

где функции  $\phi_i(x)$  образуют нормальную ортогональную систему, и решает интегральное уравнение (18) для таких случаев. Далее автор рассматривает общий случай, когда ядро разлагается в бесконечный ряд по нормальным ортогональным функциям, делает предположение о некотором виде подынтегральной функции, содержащей малый параметр, решает нелинейное интегральное уравнение в виде ряда по степеням малого параметра способом, основанным на непосредственном вычислении рядов. Сходимость этого ряда доказывается методом мажорант.

В дальнейшем этот метод использовали и развили другие ученые. В своих работах, вошедших в монографию [64], А.И. Некрасов впервые строго доказал существование волн конечной амплитуды устано-

вившегося вида на поверхности бесконечно глубокой тяжелой жидкости и нашел основные элементы такой волны; распространил свой метод на случай плоских волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости, имеющей конечную постоянную глубину. Метод, предложенный А.И. Некрасовым, имел очень большое значение, так как дал возможность построить последовательные приближения, а также строго доказать их сходимость. Этот метод в дальнейшем был использован его учениками. Например, профессор Н.А. Слёзкин решил задачу о существовании капиллярных волн установившегося вида на поверхности идеальной жидкости бесконечной и конечной глубин.



Ученик А.И. Некрасова – профессор Николай Алексеевич Слёзкин

## 3.1.2. О работах по теории струй и движения вязкой жидкости

Изучению струйного движения идеальной несжимаемой жидкости придается большое значение в гидродинамике. Н.Е. Жуковский с помощью предложенного им усовершенствованного метода решил ряд практически важных задач струйного обтекания стенок прямолинейного контура, но применить этот метод к случаю обтекания криволинейных стенок со срывом струй не удалось. Т. Леви-Чивита несколько продвинулся вперед в этом вопросе. Он показал, что решение зависит от нахождения некоторой функции комплексного переменного, но не дал способов ее определения. Позже Х. Вилья свел задачу определения этой функции к решению сложного нелинейного интегрального уравнения, но длинным путем, и применить его к конкретной задаче ему не удалось. А.И. Некрасов в своей работе "О прерывном течении жидкости в двух измерениях вокруг препятствия в форме дуги круга" [9] смог получить простым способом нелинейное интегральное уравнение несложного вида и установить область сходимости решения. Математическое решение задачи здесь сведено к разысканию двух сопряженных тригонометрических рядов, между которыми имеется заданное нелинейное дифференциальное соотношение, которое, в свою очередь, сведено к исследованию нелинейного интегрального уравнения, решение которого представляется рядом по степеням параметра. Пользуясь полученным результатом, автор установил уравнения формы свободных струй, сходящих с концов дуги круга, и формулу для результирующего давления потока на эту дугу круга. Приведем слова А.И. Некрасова: "Это есть первое в мировой науке точное решение задачи об обтекании криволинейных контуров со срывом струй".

Вскоре появились работы учеников А.И. Некрасова, которые применили его метод к решению других задач струйного обтекания криволинейных дужек. Это работы Н.А. Слёзкина, Н.С. Аржанникова, П.В. Мясникова, С.В. Калинина и др. Профессор Н.А. Слёзкин применил метод А.И. Некрасова также к задачам о струйном обтекании дуги круга и о плавном обтекании замкнутых контуров газом с дозвуковыми скоростями, тем самым распространив решение задачи несжимаемой жидкости на область дозвуковых течений газа.

Очень важной работой А.И. Некрасова в области гидродинамики является "Диффузия вихря" [27]. Изучение вихревого движения жидкости в 1920-е годы имело большое значение не только с теоретической, но и с практической точки зрения. Например, при расчете действия турбин, вентиляторов, турбомашин, а также в авиации при построении вихревой плазмы крыла и винта (пропеллера).

Многие проблемы вихревого движения жидкости оставались малоизученными, в том числе не были теоретически выяснены вопросы о процессе возникновения вихрей и о продолжительности сохранения вихревого движения в вязкой жидкости, чему и посвящена работа А.И. Некрасова [27].

Эта работа относится к разделу гидродинамики, изучающему движение вязкой жидкости. В теории движения вязкой жидкости в редких случаях полные дифференциальные уравнения движения решаются точно. А для неустановившегося движения вязкой жидкости случаев точного интегрирования полных дифференциальных уравнений еще меньше. К ним относятся лишь те движения, для которых траекториями отдельных частиц являются либо прямые параллельные линии, либо концентрические окружности. А.И. Некрасов в работе [27] рассматривает второй случай. Перейдем к непосредственному изучению этой работы.

Как известно, в отличие от идеальной жидкости нетвердотельное вихревое движение частиц в вязкой жидкости со временем стремится к состоянию покоя. Цель работы [27]: показать для случая плоской задачи, как вызванное в вязкой жидкости и некоторой ее определенной области вихревое движение влияет на окружающую покоящуюся жидкость и как движение всей жидкости с течением времени стремится к состоянию покоя.

В работе решается следующая задача: в начальный момент времени t=0 вязкая жидкость вне круга радиуса є находится в состоянии покоя, а внутри этого круга имеется круговое движение завихренной жидкости с постоянной вихревой скоростью  $\omega_0$ , где  $\omega_0$  есть функция только r — расстояния точки от центра круга. Требуется найти движение вязкой жидкости вне круга и внутри круга для произвольного следующего момента времени t. Предполагается также, что жидкость

несжимаема и имеет постоянные плотность р и коэффициент вязкости р. Задача решается следующим образом.

Выписываются уравнения гидродинамики, из которых после некоторых преобразований получено известное уравнение вихревого движения жидкости. С помощью уравнения неразрывности установлено, что существует функция тока  $\psi$ , которая, как и вихревая скорость  $\omega$ , есть функция только от r и t, так что линии тока всегда окружности. Это позволило свести дифференциальное уравнение вихревого движения жидкости, отвечающее задаче, к линейному дифференциальному уравнению с частными производными второго порядка.

Решение этого уравнения А.И. Некрасов представляет в виде интеграла Фурье-Бесселя, который сведен к двум видам. Один из них позволяет определить интенсивность вихря вблизи центра выбранной площадки, а другой — распределение вихря вне начального круга завихрения [109].

Решение осуществляется так. Дифференциальное уравнение для вихревой скорости ω преобразовано к следующему виду:

$$\frac{\partial \mathbf{\omega}}{\partial t} = \frac{\mathbf{v}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \mathbf{\omega}}{\partial r} \right),$$

где V – коэффициент кинематической вязкости, т.е. вихревая скорость  $\omega$  удовлетворяет уравнению диффузии и распространение функции  $\omega$  есть диффузия вихря.

Затем найдено частное решение уравнения диффузии, в котором фигурирует бесселева функция. После этого ищется общее решение для вихревой скорости  $\omega(r,t)$  в виде интеграла Фурье-Бесселя, согласованное с начальными условиями, при t=0 приводящее к  $\omega_0$ . В результате многочисленных вычислений получена формула для вихревой скорости  $\omega$ , позволяющая определять ее значение вблизи центра вихря.

Далее автор дает другое выражение для вихревой скорости, которое представляет собой решение поставленной задачи. Выполнив определенные преобразования, вычисления и замены, А.И. Некрасов заново получил выражение для решения  $\omega$ , которое позволяет определить распределение вихря вне начального круга вихрения.

В работе [27] А.И. Некрасов, используя выражение для вихревой скорости, получил некоторые числовые результаты, на основании которых сделал ряд качественных выводов. Он произвел расчеты процентов начального вихрения  $\omega_0$  для трех частных случаев, которые подтверждают, что вихрь быстро ослабляется в результате диффузии и что вихревое движение делается почти неощутимым уже через сравнительно небольшой промежуток времени.

Получены формулы для процента начального вихрения  $\omega_0$  на границе начального вихря, которые применимы к вихрям в воде и воздухе, если пренебречь его сжимаемостью.

А.И. Некрасов также рассмотрел момент времени достижения максимума ω в данном месте и описал способы определения этого момента. Сделаны следующие качественные выводы: в начальный

момент максимум вихревой скорости  $\omega$  имеет место у самого края вихря  $(r=\epsilon)$ , затем он распространяется наружу от вихря во все стороны, но не с постоянной, а с быстро уменьшающейся с течением времени скоростью. Здесь же автор определил скорость U, с которой распространяется максимум вихрения  $\omega$  от края вихря до бесконечности; вычислил значение вихревой скорости  $\omega$  в максимуме для вихря в воде и показал, что даже в максимуме вихрь ослабляется очень быстро.

Рассмотренная работа [27] имела большое теоретическое и практическое значение. В 1932 г. она была отмечена премией Наркомпроса.

### 3.2. Работы по теории флаттера крыла самолета и по нестационарной аэродинамике

А.И. Некрасов добился существенных результатов и в аэродинамике. В этой области ему принадлежат работы по теории плоских движений газа при дозвуковых скоростях, по теории флаттера крыла самолета и по теории движения крыла в нестационарном потоке.

Появление работ А.И. Некрасова о течении сжимаемой жидкости связано с тем, что из-за больших математических трудностей точных решений этой проблемы было очень мало, а между тем, помимо чисто теоретического интереса, она имела и большое практическое значение в авиации для больших скоростей, когда сжимаемостью воздуха уже нельзя пренебрегать.

Основная математическая трудность теории движения газа при дозвуковых скоростях состоит в том, что уравнение потенциала скоростей для случая газа является нелинейным. Существуют разные способы приведения этого уравнения к линейному виду, приближенному или точному. Чаплыгин (1903 г.) и Моленброк первыми получили линеаризованные уравнения для движения газа, приняв модуль вектора скорости газа и угол этого вектора с некоторым неизменным направлением за независимые переменные.

В 1938–1943 гг. А.И. Некрасовым была выполнена работа "О двумерном движении газа" [88], в которой он с помощью преобразования Лежандра решил задачу двумерного установившегося движения идеальной сжимаемой жидкости (газа) при дозвуковых скоростях. В 1944 г. он написал статью "О плоскопараллельном движении газа при дозвуковых скоростях" [48]. В этой работе А.И. Некрасов дал еще один способ приведения уравнения движения газа к линейному, применив преобразования Лежандра; при этом за независимые переменные он берет модуль вектора скорости газа и угол вектора скорости газа с осью абсцисс. Здесь же автор рассмотрел задачу обтекания окружности и получил приближенную формулу для скорости газа вдоль нее.

В январе 1946 г. на Общем собрании Академии наук СССР А.И. Некрасовым был сделан доклад "Современное состояние теории движения газа с дозвуковыми скоростями" [53].

### 3.2.1. Работы по теории флаттера крыла самолета

В годы репрессий А.И. Некрасов выполнил работы по теории флаттера крыла самолета, которые были посмертно опубликованы в собрании его сочинений (т. II). Они посвящены исследованиям влияния отдельных конструктивных параметров крыла самолета на критическую скорость флаттера. В них, прежде чем решить математическую задачу, Некрасов внимательно исследовал физическую суть явления. Приведем некоторые работы ученого: "Зависимость критической скорости флаттера от жесткости на кручение" [75], "Зависимость критической скорости крыла самолета от жесткости на изгиб" [76], "Определение зависимости критической скорости флаттера от расстояния центров тяжести сечений крыла до оси жесткости" [105], "Изменение критической скорости крыла самолета при изменении положений центров тяжести сечений крыла и моторных установок" [77], "О влиянии изменения погонной массы крыла самолета на критическую скорость крыла" [81], "О влиянии изменения положения оси жесткости на критическую скорость крыла самолета" [82], "О влиянии на критическую скорость крыла самолета погонного массового момента инерции крыла" [83], "Об изменении критической скорости крыла самолета при малых изменениях всех механических параметров, характеризующих крыло" [95].

В работе "О колебаниях крыла с упруго прикрепленным мотором" [90] автор методом интегральных уравнений провел анализ влияния упругой подвески двигателей (мотора) на флаттер крыла. В ней ученый пользуется способом интегрирования, изложенным в работе "Применение теории интегральных уравнений к изучению вибраций крыльев самолета в полете", основные результаты которой были опубликованы в 1947 г. [56].

Проблемой влияния упругости подвески мотора на критическую скорость флаттера занимались также М.В. Келдыш и Я.М. Пархомовский [115]. Они использовали метод последовательных приближений, при котором было необходимо учитывать форму изгибных и крутильных колебаний крыла. Интегральный метод Некрасова упрощал эту задачу.

Решение всех этих вопросов имело непосредственное приложение в авиации и было актуальным для своего времени.

Вибрации типа флаттер связаны с большими скоростями самолета, при которых его крылья могут внезапно прийти в колебательное движение. Такие вибрации наступают при определенной скорости полета (обычно очень большой) и могут привести к разрушению самолета.

А.И. Некрасов называет флаттером крыла самолета такие колебания крыла около положения равновесия, амплитуды которых возрастают со временем по показательному закону. По Некрасову, скорость полета самолета, при которой затухающие колебания крыла превращаются во флаттер, называется критической скоростью флаттера крыла самолета.

Помимо флаттера крыла, может возникнуть на самолете флаттер оперений или органов управления, который встречается наиболее часто.

На явление флаттера в нашей стране впервые обратили пристальное внимание в 1935 г. (флаттер элеронов). Флаттер часто возникал на опытных самолетах и обычно приводил к их разрушению. Такие случаи участились в связи со значительным увеличением скоростей самолетов. Тогда назрела необходимость в тщательном изучении этого явления.

В исследованиях 1938—1943 гг. по теории флаттера крыла самолета А.И. Некрасов ссылается на методику, расчетную схему и обозначения расчета критической скорости флаттера, приведенные в нормах прочности 1937 г. Согласно этой методике критическая скорость крыла находится по формуле:

$$V_k^2 = \frac{-M \pm \sqrt{M^2 - 4LN}}{2L},$$

где коэффициенты L, M, N выражаются определенным образом через другие коэффициенты  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$ ..., зависящие от параметров крыла самолета, а также от функций f,  $\phi$ , которые представляют собой закон изменения прогибов и углов закручивания по размаху крыла при вибрациях. От задания этих функций зависит точное определение критической скорости. При стандартном расчете они берутся из таблиц, которые приводятся в работе. После того как все функции определены, вычисляются коэффициенты L, M, N, которые позволяют найти критическую скорость крыла самолета. Перед радикалом знак выбирается так, чтобы получилось наименьшее значение.

Рассмотрим некоторые работы А.И. Некрасова по этой теме.

В монографии "О влиянии изменения погонной массы крыла самолета на критическую скорость крыла" [81] погонная масса входит лишь в коэффициенты  $c_{11}$ ,  $c_{12}=c_{21}$ , от которых зависят коэффициенты  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ . Она изменяется в положительное число раз  $\overline{Y}$ , как меньшее, так и большее единицы, при этом изменяются и упомянутые коэффициенты. С их помощью составляются уравнения для L, M, N, которыми определяется критическая скорость крыла самолета. Уравнение для определения критической скорости крыла в этом случае представляет собой уравнение кривой четвертого порядка. Оно сведено к уравнению второго порядка относительно переменного  $\overline{X}=V_k^2$ :

$$f_2(Y)\overline{X}^2 + f_1(Y)\overline{X} + f_0(Y) = 0,$$

где функции  $f_2(Y)$ ,  $f_2(Y)$ ,  $f_0(Y)$  — уравнения парабол, которые могут быть вычерчены в определенной системе осей координат;  $\overline{Y} = \mu Y$ , где  $\mu$  — некоторый множитель. Из этого квадратного уравнения для фиксированного Y выводится значение  $f_i(Y)$  и, следовательно,  $\overline{X}$ , которое определяет критическую скорость крыла самолета. Таким образом, полу-

чена зависимость критической скорости от того, во сколько раз изменяется погонная масса, что решает поставленную задачу.

Аналогичным методом автор исследует влияние различных параметров крыла на критическую скорость флаттера. Так, в работе "Зависимость критической скорости флаттера от жесткости на кручение" [75] жесткость на кручение входит в коэффициенты  $C_1$ ,  $D_1$ ,  $E_1$ , которые присутствуют в уравнении для критической скорости флаттера крыла. Рассматривается изменение жесткости в положительное число раз. В этом случае уравнение для определения критической скорости представляет собой уравнение второго порядка. А.И. Некрасов описывает способ построения кривой второго порядка, по которой можно очень быстро найти критическую скорость крыла с заданной жесткостью на кручение (при этом остальные параметры считаются постоянными).

В работе [105] исследуется зависимость критической скорости флаттера от расстояния центров тяжести сечений крыла до оси жесткости, которое входит в коэффициенты  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_2$ . Это расстояние изменяется в положительное число раз. Уравнение для определения критической скорости флаттера представляет собой уравнение кривой четвертого порядка. В работе применяется также графический прием, позволяющий определить зависимость критической скорости от перемещения центра тяжести сечений крыла. Автор описывает построение этой кривой, которая и представляет собой решение поставленной задачи.

Аналогичный метод исследования используется и в других работах ученого по теории флаттера крыла.

По этой теме А.И. Некрасовым были выполнены также работы "Применение теории интегральных уравнений к определению критической скорости флаттера крыла самолета" (1947) [56] и "Сравнительный анализ расчетов флаттера по теории неустановившегося и установившегося потоков" (1951) [63]. Оригинальность исследования автора в первой работе заключается в том, что в ней задача о флаттере крыла самолета сводится к решению системы двух однородных линейных уравнений, позволяющих определять критическую скорость флаттера без специального изучения форм изгибных и крутильных колебаний крыла.

Проблемой флаттера самолета в 1938—1942 гг. активно занимался также и коллектив М.В. Келдыша в ЦАГИ: Е.П. Гроссман, Я.М. Пархомовский, Н.И. Марин, Л.С. Попов и др. Помимо флаттера крыла самолета, большое внимание в исследованиях они уделяли изучению и расчету флаттера, вызываемого органами управления — рулями и элеронами.

М.В. Келдыш и его соавторы в работах по теории флаттера в популярном изложении описывают основные виды вибраций и способы их устранения как на стадии разработки самолета, так и в процессе его эксплуатации [117]; показывают, какие расчеты по определению критической скорости должны быть произведены для обеспечения безопасности самолета при изгибно-крутильном и элеронном флаттере

крыла, флаттере хвостового оперения. Излагаются методики расчетов для различных случаев [116].

Келдыш и Пархомовский занимались задачей колебания крыла с упруго прикрепленным мотором в 1941 г. [115]. Примерно в это же время другим способом эту задачу решал и А.И. Некрасов в работе [90].

Стоит отметить, что все научные исследования, которыми занимался А.И. Некрасов, всегда были очень актуальны и имели большое практическое значение.

## 3.2.2. Монография "Теория крыла в нестационарном потоке"

В 1945 г. А.И. Некрасов опубликовал в "Известиях Академии наук СССР" статью "Теория крыла в нестационарном потоке", а в 1947 г. – обширную одноименную монографию [54]. Это фундаментальное исследование отвечало на многие актуальные вопросы авиации. В этой работе А.И. Некрасов систематизировал, подробно изложил, провел анализ и сопоставление, переработал и дополнил все опубликованные до 1942 г. основные труды отечественных и иностранных ученых, касающиеся теории неустановившегося движения крыла в несжимаемой среде, учета сжимаемости среды и конечности размаха крыла.

Так как материал, собранный в этой монографии, принадлежит ученым, использовавшим разные методы исследования, приемы изложения и обозначения, Александр Иванович привел этот материал к единой системе, позволяющей сравнивать результаты и дополнять применяемые методы. Многие математические построения и способы вычисления, используемые Некрасовым в этой работе, отличаются новизной и оригинальностью. Например, когда нестационарная аэродинамика сближается с теоретической физикой, в книге даются приемы теоретической физики, не свойственные стационарной аэродинамике.

Монография [54] начинается с Введения, посвященного историческому обзору развития нестационарной аэродинамики.

Первоначально аэродинамика, результаты которой наиболее полно используются в авиации, была наукой об установившихся движениях в несжимаемой жидкости при малых скоростях самолетов. Пренебрежение сжимаемостью воздуха и рассмотрение только установившихся движений приводили к результатам, которые при малой скорости все же могли применяться на практике. Но значительное увеличение скорости самолетов заставило обратить внимание на неустановившиеся движения в сжимаемой и несжимаемой жидкостях.

Появляющийся при значительных скоростях флаттер крыла или оперения часто приводил к гибели многих скоростных самолетов. Применение законов стационарной аэродинамики к нестационарным случаям движения часто приводило к неверным результатам.

Поэтому интерес к нестационарной аэродинамике стал проявляться во всем мире как у теоретиков, так и у практиков. Например, в

#### AKA JEMИЯ НАУК СО ЮЗА ССР

#### ОТДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ

A. H. HEKPACOB

### ТЕОРИЯ КРЫЛА в нестационарном потоке



Титул книги А.И. Некрасова "Теория крыла в нестационарном потоке"

Германии из Института Л. Прандтля был выделен специальный институт, занимающийся только нестационарной аэродинамикой, который возглавил Кюсснер (H.G. Küssner).

Силы, действующие на крыло со стороны установившегося потока, изучались в 1902—1906 гг. Н.Е. Жуковским и В. Кутта. Кутта вывел формулу подъемной силы для частного случая и опубликовал свои результаты в 1902 г. Однако автором теоремы о подъемной силе принято считать Жуковского [134, с. 90], который вывел ее в 1905 г. для общего случая (крыла произвольного профиля).

Исследование сил, действующих на крыло со стороны неустановившегося потока, для общего случая неустановившегося движения оказалось очень трудным. Но частные случаи такого движения, которые представляют наибольший интерес для авиации, стали возможны для изучения.

В частности, было выяснено, что движение самолета по кругу с постоянной угловой скоростью (при фигурных полетах и пикировании) происходит с постоянной циркуляцией воздуха вокруг крыла, что существенно облегчает задачу исследования. Первым изучил такие движения С.А. Чаплыгин в 1926 г. [145] и вслед за ним (независимо от него) Г. Глауерт в 1929 г. [151]. Флаттер крыльев самолета оказалось достаточно исследовать только при малых колебаниях, что дало возможность изучить эту проблему при переменной циркуляции (циркуляции скорости по контуру профиля крыла).

Первым исследователем, положившим начало современному изучению аэродинамических сил, действующих на вибрирующее крыло, был ученик Прандтля В. Бирнбаум (1924) [148]. Он ввел такие важные понятия, как свободные и связанные вихри, вихревой след. Кюсснер развил идеи Бирнбаума.

В 1935 г. появилась работа М.А. Лаврентьева и М.В. Келдыша "К теории колеблющегося крыла" [114]. В ней они свели задачу к определению комплексного потенциала по его значениям на колеблющемся профиле и по скачку его значений на прямолинейном вихревом следе.

Московские ученые Л.И. Седов, М.В. Келдыш и М.А. Лаврентьев расширили область применения теории функций комплексного переменного на изучение неустановившегося движения профиля в несжимаемой жидкости [114, 137]. Они продолжили работы Жуковского и Чаплыгина. Применяемые методы можно найти в книге Л.И. Седова "Теория плоских движений идеальной жидкости "[139].

В 1937 г. в Италии П. Чикала сделал первую попытку продолжить прандтлевскую теорию несущего вихря на случай нестационарного потока [149]. В 1940-е годы Кюсснер, исходя из метода потенциала ускорений, введенного Прандтлем, возвращается к задаче Чикала. В 1937 г. в Италии появилась работа К. Поссио, в которой сделана попытка решить задачу нестационарной аэродинамики для сжимаемой жидкости [157].

В 1938 г. проблемами нестационарной аэродинамики занялись Т. Карман и У. Сирс [152], разработавшие новый метод подхода к задаче.

В 30-40-е годы XX в. основными проблемами аэродинамики были установившееся движение газа с учетом сжимаемости и неустановившееся движение крыла в воздухе без учета его сжимаемости. Фундаментальное решение первой задачи было дано в докторской диссертации академика С.А. Чаплыгина, который также начал решать и вторую задачу. Многие частные вопросы этих двух проблем были решены советскими учеными, в числе которых А.И. Некрасов и многие его ученики.

Монография "*Теория крыла в нестационарном потоке*" [54] состоит из 11 глав.

В первой главе А.И. Некрасов описывает основные методы и физические картины, которые использует в работе для последующего математического исследования неустановившегося движения крыла в идеальной жидкости. Здесь же дается определение неустановившегося движения крыла и профиля. Отдельно рассмотрены неустановившиеся движения профиля и крыла конечного размаха.

Крыло или профиль принимаются бесконечно тонкими: крыло в недеформированном состоянии – пластинка, профиль – отрезок; а угол атаки крыла или профиля – бесконечно малыми. При этих условиях, сохраняя члены только первого порядка малости в основных уравнениях и в граничных условиях, задачу о неустановившихся движениях крыла или профиля можно сделать линейной. При решении таких задач требуется найти силы и моменты, действующие на крыло или профиль.

В работе большое внимание уделено теории неустановившегося движения профиля в несжимаемой жидкости, а также рассмотрены немногочисленные результаты исследований в области изучения движения конечного крыла и учета сжимаемости среды, опубликованные до 1942 г.

Учет сжимаемости жидкости и конечности размаха крыла в изложенных работах проведен с помощью введенного Прандтлем потенциала ускорений, что дало новый способ изучения движений жидкости [131].

При исследовании движения жидкости используют два метода: можно исходить из гидродинамических уравнений движения или из физической картины распределения источников и вихрей в потоке, изображающей искомое движение.

Описываемый в работе способ Прандтля основан на введении потенциала ускорений и относится к первому методу исследования.

В монографии [54] большинство работ по неустановившемуся движению профиля в несжимаемой жидкости основано на втором методе исследования. Автор рассмотрел здесь прямолинейное и равномерное, а также неравномерное (ускоренное) движение профиля в плоскопараллельном слое идеальной несжимаемой жидкости, которая его обтекает без срыва струй в отсутствие циркуляции и при ее наличии; поведение сил давления и моментов в этих условиях, образование вихревого следа и распределение в нем вихрей в случае неравномерного движения профиля при наличии циркуляции.

При неравномерном движении профиля за ним остается вихревой след, состоящий из непрерывно распределенных вихрей, так как общая циркуляция вокруг профиля вследствие неравномерности является переменной. Вихрь влияет на обтекающий поток и, следовательно, на силы давления этого потока на профиль. Интенсивность вихрей в следе зависит от циркуляции системы вихрей. Причем общая циркуляция, включая вихрь крыла, остается постоянной и равной нулю, и вихри, образующие след, не перемещаются за профилем, а двигаются вместе с жидкостью.

Когда поступательное движение профиля прямолинейное, при бесконечно малых углах атаки можно принять, что вихревой след также будет прямолинейным, расположенным прямо противоположно вектору скорости профиля. В монографии Александр Иванович математически исследовал предположение о прямолинейности вихревого следа.

В основу описания аэродинамических явлений, сопровождающих движение в жидкости профиля с ускорением, могут быть положены две картины аэродинамических явлений, соответствующих второму методу исследования движения жидкости, которые и рассмотрел А.И. Некрасов. Одна из них — американская, предложенная Карманом и Сирсом, а другая — немецкая, более ранняя по времени, восходящая еще к Бирнбауму и развитая Кюсснером. Несмотря на все различие между ними, количественные выводы, сделанные на основе обеих картин, приводят к одним и тем же результатам, что и показано в работе.

Аэродинамическая картина, предложенная Карманом и Сирсом, состоит в следующем. В безграничной жидкости неравномерно движется профиль; за профилем непосредственно от его задней кромки до бесконечности простирается прямолинейный вихревой след. Предполагается, что движение профиля в неподвижной жидкости протекает неограниченно долгое время, так что вихревой след, состоящий из неподвижных начальных вихрей, простирается до бесконечности. При этом вокруг профиля существует циркуляция, которая равносильна некоторому распределению по профилю вихревой интенсивности; вихревая интенсивность должна существовать и в вихревом следе.

Предполагается также, что общая (суммарная) циркуляция вокруг профиля и в следе равна нулю, т.е. движение профиля началось, когда никакой циркуляции нигде не было (например, из состояния покоя).

Затем вводится понятие квазистационарной вихревой интенсивности на профиле (интенсивность на профиле после мгновенного свертывания вихревого следа в бесконечно удаленную точку в данный момент времени). Следуя Карману и Сирсу, Александр Иванович обозначает эту интенсивность через  $\gamma_0$ . Она используется в работе при вычислении сил и моментов.

Вследствие наличия при неравномерном движении все время пополняющегося вихревого следа, существующего непосредственно от задней кромки двигающегося профиля до бесконечности, полная вихревая интенсивность на профиле отличается от  $\gamma_0$ ; Александр Иванович ее обозначил через  $\gamma_0 + \gamma_1$ .  $\gamma_1$  зависит от интенсивности пополняющегося вихревого следа и обращается в ноль, когда обращается в

ноль вихревая интенсивность следа. По выражению Кармана и Сирса, вихревой след "индуцирует" интенсивность  $\gamma_1$ . Таким образом описана аэродинамическая картина, предложенная Карманом и Сирсом.

Затем А.И. Некрасов излагает картину аэродинамических явлений, сопровождающих неравномерное движение профиля в двумерном слое жидкости, развитую Кюсснером. Так как в этом случае вихревая интенсивность на профиле меняется, то по закону постоянства циркуляции (изложенному ранее) изменению интенсивности  $\Delta \eta$  в каком-либо месте профиля соответствует образование элементарных свободных вихрей с интенсивностью  $-\Delta \eta$  их распределения. Все элементарные свободные вихри, сносимые относительным потоком жидкости с различных мест профиля, к определенному моменту времени сливаются в одной точке профиля в единый свободный вихрь и продолжают двигаться относительным потоком жидкости вдоль профиля.

Сойдя с профиля, эти свободные вихри образуют пополнение вихревого следа. Движение свободных вихрей происходит относительно профиля; на самом деле движется профиль, а жидкость неподвижна и имеет только небольшие перемещения, вызываемые движением в ней профиля.

Следовательно, на профиле имеются связанная с ним интенсивность  $\eta$  и интенсивность в совокупности свободных вихрей  $\varepsilon$ , которые находятся непосредственно возле профиля и не сошли еще с него в вихревой след.

В картине Кюсснера можно проследить развитие вихревого следа и представить профиль с небольшим вихревым следом, который успел развиться в некоторый конечный промежуток времени и продолжает с течением времени увеличивать свою длину.

Общая циркуляция на профиле, составляемая на основе двух описанных выше аэродинамических картин, должна быть одинаковой, т.е.

$$\Gamma_0 + \Gamma_1 = \Gamma_n + \Gamma_{\epsilon}$$
.

А.И. Некрасов в работе доказал это утверждение. Здесь индексы при  $\Gamma$  показывают, от какой интенсивности получена рассматриваемая циркуляция:  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  и  $\eta$ ,  $\epsilon$  соответственно.

Таким образом, в первой главе монографии А.И. Некрасова "Теория крыла в нестационарном потоке" впервые четко показано, что количественные результаты, которые получаются исходя из аэродинамических представлений американской и немецкой школ, являются идентичными.

Во второй главе "Специальные математико-механические вопросы, часто встречающиеся в монографии" [54] автор кратко изложил некоторые специальные вопросы математики и гидродинамики.

Первая часть главы посвящена математике. В ней приводятся краткие сведения из теории функций Ганкеля и некоторые сведения из теории интегралов Фурье, для которых доказывается теорема умножения. Вторая часть главы посвящена гидродинамике, в ней рассмотрены два частных случая обтекания жидкостью прямолинейного разреза, введены понятия подсасывающей силы и вихревой интенсивно-

сти, даны выражения количества движения и момента количества движения жидкости, в которой имеются вихри, через вихревую интенсивность.

Третья глава посвящена работе Кармана и Сирса [152], которые иначе подошли к проблеме нестационарного движения и показали, как силы и моменты, действующие на профиль, могут быть разложены на три составляющие, имеющие определенный физический смысл. Исходя из аэродинамических представлений, разработанных Карманом и Сирсом (т.е. американской школы), рассматривается неустановившееся движение бесконечно тонкого, прямолинейного до начала деформации профиля (-c, +c). То есть кроме постоянной по величине и направлению скорости W профиль имеет бесконечно малые добавки к ней, изменяющиеся во времени по величине и направлению. Профиль также имеет бесконечно малые изменяющиеся во времени деформации. Для сил давления и моментов сил давления, действующих на этот профиль, получены аналитические выражения.

По Карману и Сирсу, сила L давления жидкости на рассматриваемый профиль состоит из трех частей:

$$L = L_0 + L_1 + L_2,$$

где  $L_0$  — сила Жуковского, та сила давления жидкости на профиль, которая получится, если вихревой след мгновенно свернется в бесконечно удаленную точку; она для каждого момента времени может иметь свое значение, как для вихревой интенсивности  $\gamma_0(x)$ , поэтому эта сила называется также квазистационарной. Сила  $L_1$  зависит от присоединенной массы профиля. При неравномерном движении она всегда существует, даже если предположить, что вихревой след не образуется. Сила  $L_2$  полностью зависит от вихревого следа, образующегося за профилем.

Далее исследуется влияние вихревого следа на профиль. Циркуляции  $\Gamma_0$  и  $\Gamma_1$ , обусловленные квазистационарной вихревой интенсивностью  $\gamma_0(x, t)$  и интенсивностью  $\gamma_1(x, t)$  на профиле, вызванной все пополняющимся вихревым следом, выражены через вихревую интенсивность в следе  $\gamma(\xi, t)$ , где  $\xi$  — координата точки вихревого следа по оси абсцисс. Полная вихревая интенсивность на профиле

$$\gamma(x, t) = \gamma_0(x, t) + \gamma_1(x, t).$$

Также получено количество движения жидкости ( $P_y$ ,  $P_x = 0$ ), обусловленное всей системой вихрей, расположенных вдоль профиля и вихревого следа.

После этого определяются силы, действующие на профиль. Проекции силы L давления жидкости на профиль определяются по формулам

$$L_x = -\frac{dP_x}{dt}, \quad L_y = -\frac{dP_y}{dt}, \tag{*}$$

В рассматриваемом случае силы сопротивления нет, так как  $P_x = 0$ , и все силы давления на профиль приводятся к поддерживающей силе,

параллельной оси Oу. По формуле (\*) определено аналитическое выражение для силы L давления жидкости на профиль. Затем исследуются составляющие силы давления.

Для определения момента M сил, действующих со стороны жидкости на профиль, вычисляется момент Q количества движения жидкости относительно середины прямолинейного профиля, который выражается через вихревую интенсивность профиля, а затем по теореме Эйлера определяется искомый момент сил M:

$$M = -\frac{dQ}{dt}.$$

Таким образом получено аналитическое выражение для момента сил, действующих со стороны жидкости на единицу размаха бесконечно тонкого крыла бесконечного удлинения, относительно мгновенного положения середины профиля. После этого исследуются составляющие общего момента, который аналогично силе давления представляется как

$$M = M_0 + M_1 + M_2$$
.

В четвертой главе "Теория московской школы" А.И. Некрасов изложил исследования профессора Л.И. Седова [137], [138]. Здесь представлены основные методы применения функций комплексного переменного для нахождения поддерживающей силы и результирующего момента сил давления на профиль, находящийся в неустановившемся движении. При этом используется введенное Бирнбаумом понятие о вихревом следе.

Формулы силы давления жидкости и ее момента имеют вид:

$$L = L_0 + L_1 + L_2$$
;  $M = M_0 + M_1 + M_2$ ,

где выражения слагаемых  $L_2$  и  $M_2$  совпадают с выражениями этих же слагаемых у Кармана и Сирса. Слагаемые  $L_0$ ,  $L_1$ ,  $M_0$ ,  $M_1$  здесь зависят от скорости  $V_y$  жидкости на профиле, а аналогичные слагаемые у Кармана и Сирса — от квазистационарной интенсивности.

Седов применил формулы Блазиуса—Чаплыгина для установившегося движения на случай неустановившегося потока жидкосли, когда контур C, состоящий все время из одних и тех же жидких частиц, уже не является линией тока и может деформироваться. Вывод этих формул изложен в монографии\*. В случае неустановившегося движения все функции (скорость, давление и др.) зависят не только от координат, но и от времени t.

При обобщении формул Блазиуса—Чаплыгина введено два разных математических операционных символа  $\delta$  и d, которые определены в работе. После несложного преобразования получены искомые формулы сил давления и момента этих сил в неустановившемся потоке.

<sup>\*</sup> Ранее Чаплыгин получил свои формулы, применяя теорию функций комплексного переменного.

Сначала обобщаются формулы Блазиуса—Чаплыгина на неустановившееся движение при неподвижной системе осей координат, затем для подвижных осей координат, которые перемещаются с постоянной скоростью W влево параллельно неподвижным осям. Для силы при этом появляется составляющая  $\rho W\Gamma$  – сила Жуковского.

Далее определяются сила и момент, действующие на профиль, находящийся в неустановившемся движении, который изображается отрезком (-c; +c).

В пятой, шестой и седьмой главах изложены идеи немецкой школы. В *пятой главе* рассмотрены основные понятия нестационарной аэродинамики, введенные Бирнбаумом и развитые Кюсснером, выводится основное для всей теории интегральное уравнение Бирнбаума, которое связывает вертикальную скорость жидкости  $V_y$  на профиле с вихревой интенсивностью на этом профиле. Функция  $V_y$  и вихревая интенсивность на профиле представляются в виде рядов. Между коэффициентами этих рядов устанавливается связь. По заданной вертикальной скорости  $V_y$  можно определить вихревую интенсивность присоединенных вихрей  $\eta$ . Это решение позволяет ответить на ряд важных вопросов. Кюсснер и Шварц решили уравнение Бирнбаума без использования рядов.

В этой же главе Александр Иванович выясняет, в какой мере можно считать вихревой след прямолинейным, т.е. решает вопрос его устойчивости; на частном примере показывает, что вертикальные скорости  $V_{\nu}$  в вихревом следе незначительны.

В шестой и седьмой главах на основании результатов пятой главы выводятся выражения для сил и моментов, действующих на вибрирующий профиль, и решаются задачи вибрации профиля с элероном, триммером и другими элементами механизированного крыла. В шестой главе проводится сравнение выводов американской и немецкой школ, найдены и объединены результаты, получающиеся из аэродинамических картин результирующих сил давления жидкости на прямолинейный профиль (-c; +c), находящийся в неравномерном движении; сделаны основные выводы из теории тонких крыльев; непосредственно определена сила давления жидкости на профиль, исходя из интеграла Коши–Лагранжа (энергетического соотношения), для случая неустановившегося движения жидкости.

Получено обобщение теоремы Жуковского на случай неустановившегося движения бесконечно тонкого прямолинейного профиля в виде формулы, которая применяется для вычисления силы давления L. При вычислении силы давления жидкости на профиль L и момента этой силы M А.И. Некрасов следовал приемам немецкой школы, а разбиение же L и M на составляющие  $L_i$ ,  $M_i$  произведено по методу американской школы, ранее описанному в третьей главе. Такие формулы являются общими, они пригодны для любых случаев движения профиля (-c; +c). В работе они применены для абсолютно твердого прямолинейного профиля и для его волнообразных деформаций.

В шестой главе получены выражения для составляющих силы давления  $L_0$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  и соответствующих им моментов  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2$ , действующих на профиль, исходя из соотношений между коэффициентами разложений для функций вертикальной скорости  $V_v = c \cos \theta = w(\theta)$ , где θ - вспомогательный угол, и вихревой интенсивностью присоединенных вихрей  $\overline{\eta} = f(\theta)$ . Эти выражения зависят только от четырех коэффициентов разложения функции  $w(\theta)$  в тригонометрический ряд:  $A_0, A_1, A_2, A_3$ . Но Кюсснер и Шварц решили уравнение Бирнбаума в замкнутом виде (не используя разложений функций). Поэтому представляет определенный интерес найти выражения для  $L_0$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  и  $M_0$ ,  $M_1, M_2$ , исходя из решения Кюсснера и Шварца, связывающего функции  $w(\theta)$  и  $f(\theta)$ , что и сделано в седьмой главе. Полученные решения автор применяет к определению сил и моментов, действующих на профиль, элерон и триммер, при неустановившемся движении всей системы. Все три части системы находятся в периодическом движении. Для ее элементов вводятся безразмерные подъемные силы и моменты. Так как система "профиль-элерон-триммер" имеет шесть степеней свободы, выписывается 36 безразмерных величин, по которым определяются силы и моменты. Эти величины были вычислены Кюсснером и Теодорсеном в Америке, они приводятся в работе. При этом силы и моменты зависят не только от деформаций системы, но и от скоростей и ускорений этих деформаций.

Если в шестой главе А.И. Некрасов рассматривает явления, протекающие по периодическому закону, то восьмая глава посвящена рассмотрению вопросов апериодических движений профиля как во времени, так и в пространстве. Примером апериодического во времени явления может быть случай, когда в некоторый момент времени профиль резко, скачкообразно меняет свою скорость или свой угол атаки (составляющая скорости  $V_y$  при t=0 изменяется скачком); если же, например, профиль входит в вертикальный поток жидкости так, что в рассматриваемый момент времени в этом вертикальном потоке находится лишь часть профиля, то это явление будет апериодическим относительно пространства.

В работе дано математическое описание таких явлений при помощи интегралов Фурье методом наложения бесконечно большого числа бесконечно малых периодических явлений с разными частотами.

Сначала А.И. Некрасов выводит общие формулы для сил и моментов апериодического движения, а затем соответственно выбирает функции  $f_n(k)$ , входящие в эти формулы, рассматривая при этом два вышеописанных случая (прерывное изменение режима полета и попадание профиля в струю вертикального потока).

Далее апериодические движения представляются как конечное множество малых равномерных движений, скачкообразно изменяющихся при переходе от одного к другому: составляется сумма бесконечного множества таких бесконечно малых равномерных движений как предел скачкообразных изменений. Вагнер в 1925 г. первым применил этот метод при изучении движения профиля. Но силу  $L_1$  и момент  $M_1$ 

таким способом получить нельзя, они вычисляются указанными ранее приемами.

К апериодическим движениям относится и колебание профиля с затуханием. В работе определены силы и моменты, действующие на такой профиль.

Девятая глава монографии [54] посвящена исследованиям Поссио [157] влияния сжимаемости воздуха на неустановившееся движение крыла бесконечного размаха, т.е. на неустановившееся движение профиля в двумерном газовом слое. Излагается метод потенциала ускорений, предложенный Прандтлем в 1936 г.

При больших скоростях самолетов уже приходится учитывать сжимаемость воздуха во всех расчетах. Предполагается, что скорость воздуха нигде не превосходит скорость звука, что позволяет применять интеграл Коши—Лагранжа, а также сохранять постоянной энтропию газа. Остается в силе принцип линейности уравнений движения и для случая сжимаемой жидкости, при этом все скорости профиля (вертикальная и др.) считаются малыми по сравнению со скоростью W его поступательного движения, и их произведениями можно пренебречь. Поэтому рассматривается только периодический случай движения. Невозмущенная скорость звука а в газе принимается за постоянную.

Описывается различие нестационарных явлений для несжимаемой и сжимаемой жидкостей, которое состоит в следующем. В случае несжимаемой жидкости всякие изменения давления в какой-либо ее точке и мощности источника или стока, влияющие на скорость жидкости, распространяются в жидкости мгновенно, т.е. с бесконечной скоростью. В случае сжимаемой жидкости всякое возмущение распространяется в ней с конечной скоростью, равной скорости звука. Поэтому возмущения, выходящие из некоторой точки в различные моменты времени, либо еще не дошли до другой рассматриваемой точки, либо уже достигли ее и продолжают идти дальше. Таким образом, в данной точке происходит накопление следов возмущений, оно представляется интегралом. Процесс излучения возмущений может продолжаться бесконечное время.

В этой главе учет сжимаемости жидкости проведен методом Прандтля с помощью введенного им потенциала ускорений. Таким же способом проведен и учет конечности размаха крыла в десятой главе монографии, посвященной работам Кюсснера и Чикала.

В случае сжимаемой жидкости рассматривается бесконечно тонкий профиль, не имеющий поступательной скорости, а сжимаемая жидкость двигается в бесконечности с постоянной скоростью W вдоль оси Ox и обтекает профиль, имеющий малый угол атаки, малые колебательные движения и малые деформации.

Метод Прандтля, который здесь используется, заключается в следующем: вводится потенциал ускорений  $\theta(x, y, z, t)$ , который является функцией координат и времени. Через частные производные потенциала ускорений по координатам выражаются проекции ускорения точно так же, как проекции скорости выражаются через потенциал скоростей. Приведя задачу к линейной, можно показать, что потенциал

ускорений для несжимаемой жидкости или газа удовлетворяет таким же уравнениям в частных производных, как и потенциал скоростей, если скорость звука в газе считать постоянной, полагая процесс изотермическим.

Граничные условия при интегрировании уравнений в частных производных для потенциала ускорений должны быть такими, чтобы на бесконечности функция  $\theta(x, y, z, t)$  равнялась нулю, а на поверхности крыла или профиля имела некоторый скачок. В этом случае потенциал ускорения представляется как потенциал непрерывной системы условных "диполей", распределенных по профилю или крылу, с осями, перпендикулярными к профилю.

Аналитическое выражение потенциала ускорений рассматриваемых в работе задач содержит определенный интеграл, под знаком которого стоит функция, представляющая интенсивность распределенных по профилю или крылу диполей. Она определяется скачком потенциала ускорений на профиле или крыле, через который выражается соответствующий скачок давлений.

Результирующие давления жидкости на профиль или крыло и общий момент сил давления жидкости выражены через интенсивность распределенных по профилю диполей. Чтобы найти интенсивность, ускорение жидкости выражается через полученный потенциал ускорений, а через ускорение определяется скорость. В случае линейной задачи последнее достигается при решении и обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Затем определяется проекция скорости жидкости или газа на нормаль к вектору  $\vec{W}$  в непосредственной близости к профилю или крылу. Выражение для этой проекции содержит определенный интеграл, под знаком которого находится неизвестная интенсивность диполей. Эта проекция скорости определяется еще и из кинематических соображений.

Выражения проекции скорости, полученные двумя вышеназванными способами, приравниваются, и в результате получается интегральное уравнение для определения интенсивности диполей. Так как поддерживающая сила давления жидкости или газа и моменты сил давления выражаются через эту интенсивность, то решение интегрального уравнения приводит непосредственно к определению поддерживающей силы и моментов.

В главе показано, как для случая крыла конечного размаха и случая профиля можно построить интегральные уравнения. Но строгие решения этих уравнений в замкнутом виде в то время еще не были получены.

Десятая глава посвящена аэродинамике крыла конечного размаха в нестационарном потоке: работам Кюсснера [154] и Чикала [149]. Исследования по учету конечности размаха крыла к моменту написания данной монографии не были закончены. В 1937 г. этой задачей с точки зрения вихревых представлений впервые стал заниматься Чикала [149]. В 1940 г. Кюсснер [154], применив метод потенциала ускорений, сделав некоторые предположения и упроще-

ния, обобщил уравнения на случай нестационарного потока теории несущего вихря Прандтля.

В этом случае рассматривается бесконечно тонкое и плоское крыло в трехмерном потоке, которое совмещается с частью плоскости xOy, что позволяет пользоваться линейной теорией; потенциал ускорений  $\theta(x,y,z,t)$  будет при этом удовлетворять уравнению Лапласа. Как и в предыдущей главе, получено интегральное уравнение, определяющее интенсивность диполей через проекцию скорости  $V_z$ . Для этого уравнения решение в замкнутом виде не получено, поэтому интенсивность по скорости определяется приближенно. В монографии изложено исследование этого интегрального уравнения Кюсснером в целях нахождения способов его приближенного решения. Кюсснер сводит интегральное уравнение крыла конечного размаха к интегральному уравнению теории несущего вихря. Одно из приближений, которое принимает Кюсснер, состоит в том, что поток, обтекающий крыло, состоит из бесконечного множества плоскопараллельных потоков, перпендикулярных к размаху крыла.

Чикала в изучении движения крыла конечного размаха следует теории несущих вихрей [149]. В монографии [54] описана вихревая схема для крыла конечного размаха, которую принимает Чикала. Приведено интегро-дифференциальное уравнение, которое, как показал Александр Иванович, почти такое же, как и у Кюсснера, применившего к задаче о неустановившемся движении крыла конечного размаха метод потенциала ускорений. Для определения поправки на конечность крыла Чикала подсчитал скорость  $V_z(y_1)$ , индуцируемую в какой-либо точке A на задней кромке крыла всеми угольными связанными и свободными вихрями, введенными в его вихревую схему.

Уравнения Чикала и Кюсснера, полученные разными методами и с разными приближениями, немного отличаются, но в пределе для стационарного случая они делаются тождественными и переходят в уравнение Прандтля.

В десятой главе А.И. Некрасов изложил основные идеи Н.Е. Кочина [119, 120], касающиеся точного решения задачи неустановившегося движения крыла круговой формы в плане. Предложенные Кюсснером и Чикала методы исследования аэродинамики крыла конечного размаха в нестационарном потоке, помимо линеаризации задачи, содержали собственные допущения и предположения, которые придавали законченность математическому анализу явления, но искажали в какой-то мере полученные результаты. Поэтому было важно, котя бы на частном случае крыла какой-либо определенной формы, дать строгое решение проблемы, оставляя из всех допущений только линеаризацию задачи.

До 1942 г. точное решение задачи об установившемся движении и об установившихся колебаниях крыла имелось только применительно к крылу круговой формы в плане. Оно было дано в работе Шаде (1940) [159] и работе Н.Е. Кочина "Об установившихся колебаниях крыла

круговой формы в плане" (1942) [120]. Н.Е. Кочин решил задачу другим методом и распространил результаты своей работы, посвященной установившемуся движению круглого крыла (1940) [119], на случай колебаний крыла.

Пользуясь теорией функций комплексного переменного, Кочин дал способ определения потенциала скоростей движущейся жидкости, который представлен в виде суммы трех слагаемых. Затем через потенциал он выражает силы воздействия жидкости на погруженное в нее круговое крыло. Кочин получает выражение для подъемной силы крыла и (после сложных вычислений) для значения моментов сил давления жидкости на профиль относительно осей абсцисс и ординат, а также формулу для лобового сопротивления.

В одиннадцатой главе монографии [54] А.И. Некрасов изложил исследования Чаплыгина [145] и Глауерта [151] по движению профиля с постоянной циркуляцией вокруг него. Рассмотрен частный случай неустановившегося движения профиля без изменений циркуляции в отсутствие вихревого следа. В отличие от общего случая с изменяющейся циркуляцией и существующим вихревым следом движение профиля с постоянной циркуляцией вокруг него можно исследовать при конечных углах атаки, при конечных отклонениях его движения от прямолинейного и равномерного и при конечной его толщине, а также при его произвольной форме.

С.А. Чаплыгин в работе "О влиянии плоскопараллельного потока воздуха на двигающееся в нем цилиндрическое тело" (1926) [145] рассмотрел профили с постоянной циркуляцией вокруг них, находящиеся как абсолютно твердые тела в неустановившемся движении в безграничной идеальной несжимаемой жидкости. Он применил к этим профилям уравнения гидродинамики движения твердого тела в жидкости, осложненные наличием циркуляции, и определил действующие на профили со стороны жидкости силы и моменты с учетом воздействия присоединенных масс и присоединенных моментов инерции.

Глауерт независимо от Чаплыгина пришел к тем же результатам, в 1929 г. были опубликованы его работы по этой теме [151].

В 1935 г. появилась работа Л.И. Седова "К теории неустановившихся движений крыла в жидкости" [137], в которой он продолжил исследование Чаплыгина о движении профиля с постоянной циркуляцией вокруг него, расширив область профилей и подробно рассмотрев аналитическую структуру выражений для присоединенных масс и присоединенных моментов инерции.

Чаплыгин и Глауерт в указанных работах пользуются подвижной системой прямоугольных осей координат, связанной с профилем. Относительно этих осей составлены уравнения движения жидкости и получен интеграл Коши—Лагранжа, который был использован для вычисления результирующей силы и результирующего момента сил давления жидкости на профиль. Из полученных формул для силы и момента профиля в форме прямолинейного отрезка (-c, +c) вдоль оси Ox видно, что угол атаки уже не предполагается бесконечно малым.

А.И. Некрасов рассмотрел здесь также задачу об эллиптическом профиле, которой занимались Чаплыгин и Глауерт, где показано, что прямолинейный разрез может быть получен как частный случай эллиптического профиля (как предел семейства софокусных эллипсов).

Таким образом, подводя итог всему вышесказанному о монографии А.И. Некрасова "Теория крыла в нестационарном потоке" [54], можно заключить, какой огромный труд и глубокие знания приложил ученый, чтобы подробно изложить, систематизировать, сравнить, проанализировать и дать новую математическую трактовку некоторым вопросам множества работ иностранных и советских ученых по теории неустановившегося движения крыла в несжимаемой жидкости, а также работ, в которых учитывается влияние сжимаемости среды на обтекание профиля (Поссио) и по учету конечности размаха крыла (Кюсснер, Чикала).

В данной работе А.И. Некрасов особое внимание уделил изложению методов и результатов американской (Карман, Сирс) и немецкой (Бирнбаум, Кюсснер) школ и их сопоставлению. Немало места отведено и исследованиям отечественных ученых: С.А. Чаплыгина, Л.И. Седова, Н.Е. Кочина.

Монография А.И. Некрасова "Теория крыла в нестационарном потоке" сыграла большую роль в деле ознакомления научных работников с состоянием вопроса о неустановившемся движении крыла и способствовала продолжению начатых исследований по этой проблеме в аэродинамике. После издания этой монографии в научной литературе появились работы, посвященные неустановившемуся движению профиля и крыла в сжимаемой жидкости как при дозвуковых, так и при сверхзвуковых скоростях.

# 3.3. Труды прикладного направления по оборонной тематике и по теоретической механике

Научное наследие академика А.И. Некрасова не ограничивается работами, которые были опубликованы им при жизни. Во второй том изданного посмертно двухтомного "Собрания сочинений" [70, 71] А.И. Некрасова включены его наиболее интересные неопубликованные работы по механике и аэрогидромеханике, выполненные им в годы его заключения (1938-1943), которые имеют важное практическое значение. Они характеризуют А.И. Некрасова не только как выдающегося исследователя-теоретика, но и как ученого, умевшего применить свои глубокие знания при разработке вопросов прикладного характера.

Среди этих работ есть труды по теоретической и прикладной механике, которые содержат решения многих задач, относящихся к баллистике и ее приложениям. Некоторые из них доведены до числовых результатов в виде таблиц специальных функций, которые могут быть использованы в практических расчетах.

Одна из таких работ — "Аналитическое исследование вопросов, связанных с бомбометанием с пикирующего самолета" [72]. В первой ее части выведены точные дифференциальные уравнения движения авиационной бомбы с учетом промежуточных горизонтальных ветров, дополнительно к этим уравнениям даны формулы, представляющие собой уравнения движения авиационной бомбы вокруг ее центра тяжести. Последние члены в системе этих уравнений содержат угловые скорости бомбы. Эти уравнения нужны для определения косинусов углов, входящих в точные дифференциальные уравнения движения центра тяжести бомбы.

В следующей части работы приведены упрощенные дифференциальные уравнения движения авиационной бомбы, сбрасываемой с пикирующего самолета, и дан способ аналитического интегрирования этих уравнений с учетом ветра и без него; при этом изменение плотности воздуха с высотой дается для стандартной атмосферы.

В третьей части работы дан пример вычислений одного случая падения авиационной бомбы [80]. А в следующей части приведено аналитическое исследование аэродинамического значения оперения авиационной бомбы. В пятой части содержится аналитический способ расчета боевого курса самолета. В шестой части выясняется влияние ветра на пикирующий самолет. В заключение даны числовые расчеты, иллюстрирующие выводы, сделанные в шестой части работы. Эта работа в то время имела большое оборонное значение.

Еще одна работа этого раздела - "Движение пикирующего самолета и сбрасываемых с него бомб" [73]. При движении пикирующего самолета в вертикальной плоскости по направлению к земле, помимо силы тяжести, учитывается сила сопротивления воздуха и поддерживающая сила. Автор рассмотрел движение тела в прямоугольной системе координат, где ось абсцисс направлена в сторону начальной скорости тела, а ось ординат – вертикально вверх. В начальный момент времени  $t_1$  также известны координаты тела. В работе исследованы дифференциальные уравнения движения тела, которые упрощены, исходя из условий задачи (рассматривается круто пикирующий самолет и бросание бомбы при пикировании, что определенным образом влияет на скорость объекта и на отношение квадратов проекции скорости бомбы по осям абсцисс и ординат). Решение этих уравнений проведено способом последовательных приближений. В результате автором получены формулы для проекций скорости на оси координат и формулы для координат как функции времени, дающие решение задачи о падении бомбы. Также получены формулы для абсциссы, ординаты и проекций скорости самолета, пригодные для любого промежутка времени  $t-t_1$ .

В данной работе Некрасов рассмотрел также случай, когда самолет в некоторый момент времени резко изменил свой вес. Решены конкретные примеры задач с применением полученных формул.

В работе [101] автор исследует проблему "отделения авиационных бомб от самолета при бомбардировании с пикирования", которая

приобретает важное значение при бомбометании с самолета, имеющего большую переносную скорость. Необходимо, чтобы бомба как, можно скорее без помех отделилась от быстро перемещающегося при пикировании самолета.

В работе "Об одной задаче движения торпеды" [96] рассмотрен случай движения торпеды внутри корабля на ползунке в направляющих планках, при отсутствии качки на судне. Ось абсцисс выбрана автором горизонтально в направлении планок, ось ординат направлена вертикально вниз. В зависимости от устройства, выбрасывающего торпеду, возможны два случая, изученных Некрасовым в данной работе. В первом случае, когда ползунок покидает направляющие планки и торпеда полностью выходит из аппарата, автор выбрал точкой отсчета центр тяжести торпеды и выписал простые формулы для ее координат в зависимости от времени.

Второй, более сложный случай - во время покидания ползунком направляющих планок часть торпеды еще остается в аппарате. Торпеда, вследствие опускания под действием силы тяжести, касается нижнего ребра аппарата и скользит по нему, пока вся не выйдет из аппарата. В этом случае за начало координат автор выбрал ребро аппарата, направляющего торпеду. Для торпеды выписаны и проинтегрированы упрощенные с физической точки зрения уравнения движения Лагранжа. В результате получены формулы для определения дальности торпеды от начала координат до центра тяжести и для нахождения угла между осью торпеды и осью абсцисс в зависимости от времени, которые решают вопрос о движении торпеды, когда она скользит по борту выбрасывающего ее аппарата. Эти формулы определяют движение торпеды от момента t=0 до момента покидания ползунком направляющих планок. Затем получены зависимости координат центра тяжести торпеды от времени, которые определяют движение торпеды после ее скольжения по ребру торпедного аппарата (при этом торпеда будет еще вращаться вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к оси торпеды, с постоянной угловой скоростью, определяемой формулой, данной в работе). Под движением торпеды в работе понимается движение ее центра тяжести.

В работе "О движении торпеды, управляемой гироскопическим автоматом курса" [87] исследуется движение планирующей торпеды, управляемой гироскопическим автоматом курса (прибором Обри). Устройство, соединяющее прибор Обри с рулем поворота торпеды, показано на схеме, приведенной в работе.

В работе "Теория приспособления для уменьшения скорости приземления парашютов" [107] автор дает математическую модель приспособления, предназначенного для уменьшения скорости приземления парашютов с грузом. Эта модель дает возможность установить аналитические зависимости элементов, характеризующих движение парашюта с грузом, содержащего приспособление.

Отдельную работу А.И. Некрасов посвятил задаче "погружения подводной лодки" [91], которое происходит за счет увеличения ее веса

путем заполнения водой цистерн, находящихся внутри ее. Здесь предполагается, что лодка погружается вертикально вниз, оставаясь в горизонтальном положении, тогда ее движение можно рассматривать как плоское.

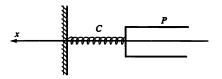


Рис. 1

Масса *т* вливающейся воды – величина переменная. Следовательно, масса погружающейся системы тоже переменная. Из этого получается, что уравнение погружающейся лодки имеет вид

$$\frac{d}{dt}[(G+m)v] = (G+m)g - W - R,$$

где g — ускорение свободного падения, W — Архимедова сила, R — сила сопротивления воды погружения лодки, G — масса подки, m — масса вливающейся в цистерну воды, t — время.

Здесь определяется движение лодки в любой промежуток времени. Также рассмотрена задача с наличием нескольких цистерн.

В работе "Определение жесткости пушечной буферной пружины" [104] рассматривается пушка с весом P, упирающаяся при помощи пружин в бесконечно большую массу (рис. 1), и определяется жесткость пружины C.

При выстреле в стволе пушки развивается давление пороховых газов, приводящее к силе, действующей на снаряд и на пушку; представляется она, как

$$\frac{P}{g}F(t)$$
,

где F(t) — некоторая функция времени, g — ускорение свободного падения.

При выстреле со стороны пружины на пушку действует сила R, которая передается и на бесконечно большую массу. Такая сила называется силой отдачи:

$$R = \frac{P}{g}k^2x = Cx,$$

где x – горизонтальное перемещение пушки, C – жесткость пружины.

Выписывается уравнение движения пушки:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F(t) - k^2x$$

и определяется закон ее движения для промежутка времени 0,  $t_1$ , где в момент 0 происходит вспыхивание пороха, а в момент  $t_1$  достигается максимальное значение функции F(t). Затем рассматривается промежуток времени  $t_1$ ,  $t_2$ , где  $t_2$  — момент, когда избыток давления над атмо-

сферным в стволе орудия равен нулю. При этом выбирается кусочнолинейный вид функции F(t), интегрируется уравнение движения пушки (определяется ее горизонтальное перемещение) и, следовательно, получается выражение для силы отдачи.

Эти формулы используются для определения необходимой жесткости пружины при заданном ограничении на отношение силы отдачи к силе давления, достигаемом в момент  $t_1$ .

В работе "О движении снаряда в канале орудия" [86] А.И. Некрасов получил формулы для l(t) — пути, пройденного снарядом в канале орудия с момента начала вспыхивания заряда, и  $\psi(t)$  — доли сгоревшего заряда ( $1 \ge \psi(t) \ge 0$ ), как функции времени t, дающие решение задачи о движении снаряда в канале орудия.

В работе "Динамическая теория вариометра" [74] автор определяет значения отклонений стрелки вариометра под влиянием перепада давлений внешнего воздуха и в сосуде вариометра во время спуска и подъема самолета. Вариометр – это прибор, находящийся в самолете. Основной ее частью является сосуд с постоянным объемом  $V_i$  и постоянной абсолютной температурой  $T_i$  в нем (за счет хорошей изоляции сосуда); в сосуде находится воздух с давлением  $p_i$  и плотностью  $\rho_i$ , которые могут изменяться,  $p_a$  и  $\rho_a$  — давление и плотность воздуха во внешнем пространстве, которые быстро изменяются при пикировании самолета.

Приток воздуха в сосуд происходит через капиллярную трубку, в которой со стороны свободного пространства устанавливается давление  $p_a$ , а со стороны сосуда —  $p_i$ . Если самолет поднимается, то воздух вытекает из сосуда и наоборот. В результате определяется величина перепада давлений, под влиянием которого отклоняется стрелка вариометра:

$$\Delta p = p_i(z) - p_a(z),$$

когда самолет поднимается,

$$\Delta p = p_a(z) - p_i(z),$$

когда самолет опускается.

Работа "О применении маятника для определения вертикали на пикирующем самолете" [93] посвящена выяснению того, в какой мере можно использовать демпфер успокоения колебаний маятника, который служит для определения вертикали на пикирующем самолете. При этом рассматривается демпфирующая сила, равная по абсолютному значению выражению

$$K = mk^2 \left| \frac{d\theta}{dt} \right|$$

и направленная против угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  маятника, где  $\theta$  – угол нити с подвижной осью ординат, связанной с самолетом и

направленной вертикально вниз, когда самолет горизонтален; т - масса маятни $k^{2}$  – постоянная, характеризующая демпфер. Автором получено уравнение движения маятника с затуханием около вертикали, образующей угол с подвижной ординат, равный углу между направлением пикирования самолета и горизонтом, причем, помимо силы тяжести, на маятник действует еще возмущающая сила. Затем Некрасовым рассмотрено поведение маятника в различных случаях движения самолета. В частности, когда самолет пикирует вдоль прямой под постоянным углом к горизонту с постоянным ускорением. Автором найдено уравнение для угла  $\theta$ , из которого следует, что для определения направления вертикали в данном случае надо к углу установив-

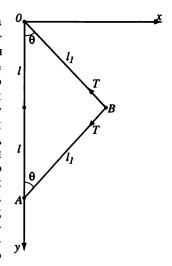


Рис. 2

шегося положения маятника прибавлять определенную угловую поправку в направлении удаления от подвижной оси ординат, направленной перпендикулярно к оси самолета, в сторону земли. Эта поправка возрастает с увеличением ускорения самолета и угла пикирования с горизонтом. Поэтому практически учесть поправку, зависящую от двух указанных факторов, очень сложно. Для определенного диапазона углов пикирования и ускорений Некрасов показал, что к угловым показаниям маятника надо прибавлять приблизительно один и тот же поправочный угол. Однако для их широкого диапазона разница в значении поправок настолько значительна, что простое применение маятника для непосредственного определения вертикального направления делается невозможным.

В работе "О колебании материальной точки, прикрепленной к растянутым нитям" [89] рассматривается материальная точка B с массой m, к которой прикреплены две растяжимые нити одинаковой длины; другими своими концами нити закреплены в неподвижных точках O и A. В начальном положении точки O, B, A расположены вдоль одной прямой. В некоторый момент t=0 точка B получает мгновенную начальную скорость  $u_0$ . Требуется найти движение точки и максимальное натяжение T нитей, если вектор ее скорости  $\vec{u}_0$  перпендикулярен к прямой OA, и весом mg по сравнению с силами T можно пренебречь (рис. 2).

В работе натяжение нити T принимается пропорциональным относительному растяжению q нити  $\left(q=\frac{l_1-l}{l}\right)$  и массе точки  $m\colon T=mk^2q$ , найден коэффициент пропорциональности  $k^2$  и получено

дифференциальное уравнение движения точки для функции x(t):

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2k^2q\sin\theta.$$

Затем находится решение уравнения x(t), выраженное через функции Якоби sn, dn.

А для максимального натяжения нитей получена следующая формула:

$$T_m = mk\sqrt{\frac{2}{l}}u_0$$

в момент, когда точка B дойдет до крайнего положения. Рассматривается также случай, когда начальная скорость  $\vec{u}_0$  не точно перпендикулярна прямой OA.

В работе "Об одной задаче теории гироскопа" [98] А.И. Некрасов рассматривает две системы координат:  $Ox_1y_1z_1$  и Oxyz — неподвижную и подвижную соответственно. Последняя связана с гироскопом так, что ось Oz является осью гироскопа. В точке B оси Oz, отстоящей на расстоянии OB = a от неподвижной точки O, приложена постоянная по величине сила F, всегда параллельная неподвижной оси  $Oz_1$ . Введены углы Эйлера. Выписаны динамические уравнения движения гироскопа и получены формулы для косинусов углов: нутации  $\theta$  и прецессии  $\psi$ , которые дают удобное для практического применения решение поставленной задачи, которая состоит в определении изменения угла  $\theta$  в единицу времени, т.е. угловой скорости нутации в зависимости от времени.

Интересной является также работа "Исследование влияния лентопротяжного механизма на искажение звука при записи" [78]. Некрасовым рассмотрена следующая задача. На двигающейся ленте производится запись колебательного движения x = f(t). Предполагается, что колебательное движение  $x = f(t) = a\sin(\omega t + \varepsilon)$  является гармоническим движением. На равномерное движение ленты со скоростью v накладывается возмущение  $\alpha \sin kt$  так, что общее движение ленты выражается формулой

$$y = v t + \alpha \sin kt$$

где  $\alpha$  — малое число.

Задача состоит в том, чтобы найти в явном виде зависимость x от y, выделив в ней отдельные гармонические движения. Автором найдена искомая зависимость в общем случае, затем в частных случаях, когда  $\omega = k$ ; а также предельные случаи, когда отношение этих величин является величиной очень малой или очень большой.

К работам этого раздела относится и "Общий случай движения материальной точки в среде с постоянной плотностью под действием

силы, постоянной по величине и направлению, и силы сопротивления, пропорциональной квадрату скорости точки" [103]. Если средой является воздух, а постоянной силой — сила тяжести, рассматриваемая задача будет основной задачей внешней баллистики. Если среда — вода, а постоянная сила — запас плавучести тела, то имеем задачу о движении центра тяжести мины без двигателя, получившей под водой некоторую начальную скорость. Обе эти задачи можно рассматривать как тождественные. А.И. Некрасов подробно рассматривает вторую классическую задачу движения твердых тел в жидкости.

В работе, посвященной такому важному вопросу, дается другая математическая разработка проблемы, приводящая к более симметрическим и удобным для исследований и вычислений формулам, которые вместе с числовыми примерами представлены в работе.

Работа "Об одной каналовой поверхности" [99] имеет отношение к червячной передаче, в которой при введении шариков трение скольжения заменено трением качения. Необходимость для конструктора найти геометрическую форму сечений канала, по которому должны проходить шарики, и вызвала появление этой работы. Автор нашел уравнения искомой каналовой поверхности в параметрическом виде (уравнения для координат поверхности выражены как функции двух независимых параметров, изменяющихся в определенных пределах) и определил линии пересечения этой поверхности с плоскостями y = 0 и  $y = \pm N$ .

Эти и другие работы по теории флаттера крыла периода 1938—1943-х годов дают некоторое представление о разносторонней научной деятельности А.И. Некрасова в это трудное время.

### 3.4. О математических работах А.И. Некрасова

А.И. Некрасов внес большой вклад в развитие математики.

Теории нелинейных интегральных уравнений А.И. Некрасов посвятил гл. ІІ статьи "О волнах установившегося вида" - "О нелинейных интегральных уравнениях" (1922 г.) [11], а также статью "О нелинейных интегральных уравнениях с постоянными пределами" (1922 г.) [12]. Применение полученных результатов к нелинейному интегральному уравнению для теории волн дано в гл. III статьи "О волнах установившегося вида", которая не была опубликована. Эта глава вошла в материалы, посланные А.И. Некрасовым на І Международный конгресс по теоретической и прикладной механике в Делфте в 1924 г.; она была там доложена Т. Леви-Чивита и в кратком виде опубликована в трудах конгресса. Подробно применение этих результатов в теории волн А.И. Некрасов изложил в монографии "Точная теория волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости" [64], гл. І, § 5, 6, 7. Основные положения гл. II работы "О волнах установившегося вида" и работы "О нелинейных интегральных уравнениях с постоянными пределами" [12] вошли в гл. III монографии [64].

В математической физике приходилось рассматривать нелинейные интегральные уравнения, теория которых была почти неизвестна. В монографии [12] Александр Иванович изложил результаты работы по выяснению характера решений некоторого класса таких уравнений. В этой работе рассматриваются нелинейные интегральные уравнения с постоянными пределами, когда множитель при ядре под знаком интеграла дан в виде двух слагаемых, первое из которых представляет собой искомую функцию f, а второе содержит в качестве множителя малый параметр  $\epsilon$  и разлагается в ряд по степеням искомой функции, причем младший член разложения имеет степень  $m \ge 2$ .

$$f(x) = \lambda \int_{a}^{b} f(y)K(x,y)dy + \varepsilon \lambda \int_{a}^{b} R(\lambda, y, f(y))K(x, y)dy.$$

Для примеров с простейшим видом ядра А.И. Некрасов построил решения в конечном виде и геометрически исследовал поведение этих решений при стремлении вспомогательного параметра  $\varepsilon$  к нулю.

Кроме простейшего рассмотрен и общий случай строения ядра. Автор нашел решение уравнения, применив ряд специального вида и доказав его сходимость. Предложенный метод может быть распространен и на нелинейные уравнения с ядром Шмидта.

А.И. Некрасову принадлежит приоритет в исследованиях нелинейных интегральных уравнений с симметричным ядром. Основные его работы по этому вопросу были опубликованы в 1922 г., тогда как работа Гаммерштейна, посвященная аналогичной проблеме, — в 1930 г. Несмотря на тематическую близость, уравнения, изученные Некрасовым и Гаммерштейном, не совпадают по структуре.

В 1934 г. была опубликована математическая работа А.И. Некрасова "Об одном классе линейных интегро-дифференциальных уравнений" [38], где он рассмотрел класс вышеназванных уравнений, у которых неизвестная функция входит под знак двух линейных дифференциальных операторов с переменными коэффициентами, причем порядок одного оператора, стоящего вне интеграла, не совпадает с порядком другого оператора под знаком интеграла.

Среди работ, выполненных Некрасовым в годы репрессии, встречается и математическая работа "Об уравнениях  $\Delta_2 U - bV = 0$ ,  $\Delta_2 V + bU = 0$ " [102]. В ней автор рассматривает систему двух уравнений в частных производных

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - bV = 0$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + bV = 0$$

где b — постоянная, и доказывает теоремы о единственном решении этих уравнений.

Своеобразны исследования А.И. Некрасова о сходимости рядов при решении интегральных и дифференциальных уравнений, среди

которых встречается оригинальное преобразование интеграла Фурье–Бесселя и другие интересные преобразования.

Вклад, который внес А.И. Некрасов в математику, не ограничивается только этими трудами. Значительная часть всех его исследований по гидродинамике и аэродинамике также является ценным вкладом в разработку математических методов. Используемый в них математический аппарат очень разнообразен и содержит много оригинальных особенностей.

#### Заключение

Александру Ивановичу Некрасову принадлежит большая заслуга в развитии отечественной механики. Его деятельность как талантливого исследователя, организатора научной работы, блестящего лектора и педагога способствовала решению важных принципиальных задач механики, созданию плодотворных научных коллективов. Глубокими исследованиями по сложнейшим разделам аэрогидродинамики он намного опередил своих современников и решил ряд труднейших задач, которые оставались недоступными для ученых во всем мире.

Он первый из гидромехаников получил точное решение задачи по теории волн конечной амплитуды установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости. Он создал теорию нелинейных интегральных уравнений специального вида для решения задачи о волнах, в частности, для случаев тяжелой жидкости бесконечной и конечной глубины, тем самым впервые строго доказал существование волн конечной амплитуды установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости и нашел основные элементы такой волны: дал уравнения формы профиля волны, формулы для скорости ее распространения; вычислил кинетическую и потенциальную энергию одной волны и др.; показал, что волна конечной амплитуды не имеет горизонтальной оси симметрии; подробно рассмотрел свойства пологих волн, что имело большое значение для практики.

Основополагающей работой А.И. Некрасова является исследование 1922 г. по теории струй [9], в которой он дал решение труднейшей задачи об обтекании жидкостью искривленных тел со срывом с их поверхностей свободных струй. Методы, которые А.И. Некрасов разработал в этой области, в дальнейшем использовали его ученики для решения других важных задач гидродинамики. Вместе с созданным им научным коллективом Александр Иванович внес много нового в разделы современной гидродинамики: теории волн, струй жидкости и течений газа.

А.И. Некрасов был ярким представителем того направления исследователей точных математических методов в решении задач механики, которое связано с именем С.А. Чаплыгина. В его работах замечательные идеи С.А. Чаплыгина по теории плавного обтекания тел, теории крыла нашли свое достойное продолжение. Вместе с тем, А.И. Некрасов отлично владел спецификой физического существа задачи, а также был знатоком практического авиационного строения. Он решил много конкретных задач оборонного значения.

Неоценим вклад А.И. Некрасова в решение теоретических проблем авиации. Он был одним из руководителей ЦАГИ, где его рацио-

нальные предложения и прекрасные теоретико-технические знания обеспечили успех работы коллектива института в 1930-е годы.

За время многолетней научно-педагогической деятельности в Московском университете, Институте механики АН СССР, ЦАГИ Александр Иванович Некрасов воспитал многочисленных учеников, которые с успехом продолжают дело своего учителя как в науке, так и в педагогике. Некоторые из них стали научными сотрудниками, профессорами и преподавателями втузов. Педагогическое мастерство А.И. Некрасова способствовало созданию кадров многочисленных ученых и инженеров, успешно работающих в различных отраслях науки, техники и промышленности.

# Основные даты жизни и деятельности **А.И.** Некрасова

1883, 9(22) декабря 1892-1901	<ul><li>– родился в Москве Александр Иванович Некрасов.</li><li>– учеба в 5-й Московской гимназии, которую окончил с</li></ul>
	золотой медалью.
1901	<ul> <li>поступил на математическое отделение физико-математического факультета Московского университета.</li> </ul>
1906	<ul> <li>окончил Московский университет по специальности астрономии и геодезии с дипломом 1-й степени;</li> </ul>
	<ul> <li>получил золотую медаль за сочинение на тему "Теория спутников Юпитера";</li> </ul>
	<ul> <li>оставлен на кафедре астрономии и геодезии универ- ситета для подготовки к научной и педагогической деятельности.</li> </ul>
1906–1917	<ul> <li>преподавал математику и физику в средних учебных заведениях Москвы.</li> </ul>
1909–1911	<ul> <li>выдержал магистерские экзамены по двум специальностям – астрономии и механике.</li> </ul>
1912	<ul> <li>утвержден приват-доцентом кафедры астрономии и геодезии физико-математического факультета Москов- ского университета.</li> </ul>
1913	<ul> <li>утвержден приват-доцентом кафедры прикладной математики (теоретической механики) того же факультета;</li> </ul>
	<ul> <li>избран действительным членом Московского математического общества.</li> </ul>
1915–1920	<ul> <li>преподавал специальные разделы механики на Мос- ковских высших женских курсах.</li> </ul>
1917	<ul> <li>избран доцентом физико-математического факультета</li> <li>Московского университета.</li> </ul>
1918	<ul> <li>– работал в Научно-техническом отделе Высшего совета народного хозяйства (ВСНХ);</li> </ul>
	<ul> <li>читал курс гидродинамики на физико-математическом факультете Московского университета.</li> </ul>
1918–1922	<ul> <li>профессор и заведующий кафедрой теоретической механики в Иваново-Вознесенском политехническом институте;</li> </ul>
	– декан инженерно-строительного факультета института.
1920	- ректор Иваново-Вознесенского института.
1921	<ul> <li>член комиссии специалистов для замещения препо- давательских должностей по механике в Московском университете.</li> </ul>
1922	<ul> <li>переведен на должность штатного профессора физико- математического факультета Московского универ- ситета;</li> </ul>

	довательского института математики и механики
	(НИИММ) при физико-математическом факультете;
	- удостоен премии им. Н.Е. Жуковского за работу "О вол-
	нах установившегося вида на поверхности тяжелой жид-кости".
1922–1924	<ul> <li>– работа в редакционной коллегии по подготовке трудов</li> <li>Н.Е. Жуковского к изданию.</li> </ul>
1922–1929	<ul> <li>заместитель заведующего Главпрофобром Народного комиссариата просвещения РСФСР.</li> </ul>
1922–1932	- профессор Московского высшего технического учи-
	лища, Московского авиационного института и Военно- Воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуков-
1000	ского.
1923	<ul> <li>– ученый-консультант в составе Коллегии ЦАГИ;</li> <li>– член РКП(б).</li> </ul>
1929–1938	<ul> <li>старший инженер Теоретического отдела Центрального аэрогидродинамического института (ЦАГИ).</li> </ul>
1930	<ul> <li>заместитель начальника ЦАГИ по научно-иссле- довательской части.</li> </ul>
1931	- заведующий механическим отделением физико-матема-
	тического факультета Московского университета;  — действительный член НИИММ Московского университета.
1932	– избран членом-корреспондентом Академии наук СССР;
	<ul> <li>– удостоен премии Наркомпроса за работу "Диффузия вихря" (1931).</li> </ul>
1932–1933	<ul> <li>заведующий кафедрой теоретической механики механи- ческого отделения физико-математического факуль- тета Московского университета.</li> </ul>
1932–1938	<ul> <li>постоянный участник семинара общетеоретической группы ЦАГИ, руководимой С.А. Чаплыгиным.</li> </ul>
1933	<ul> <li>участник научных конференций, посвященных 15-летию ЦАГИ;</li> </ul>
	<ul> <li>заместитель начальника ЦАГИ по научно-иссле- довательской работе;</li> </ul>
	<ul> <li>член механической комиссии по составлению новой учебной программы для университетов.</li> </ul>
1933–1938	- заведующий кафедрой теоретической механики механико- нико-математического факультета Московского
	университета.
1934	- руководитель советской делегации на XIV авиационной
	выставке во Франции;
1024 1020	– беспартийный.
1934–1938 1935	<ul> <li>член Высшей аттестационной комиссии при ВКВШ.</li> <li>командирован на полгода в США с остановкой во Фран-</li> </ul>
1933	ции в составе группы ученых ЦАГИ;
	<ul> <li>член Совета ЦАГИ по проведению защиты докторских и кандидатских диссертаций.</li> </ul>
1936	<ul> <li>участник конференции по волновому сопротивлению в</li> </ul>
•	ЦАГИ; - председатель Квалификационной комиссии механико-
	математического факультета МГУ.

- назначен действительным членом Научно-иссле-

1937	- заместитель председателя Ученого совета ЦАГИ
	С.А. Чаплыгина;
	- член комиссии по рассмотрению работ, представленных
	ЦАГИ на конкурс молодых научных работников;
	<ul> <li>Постановлением ВАК по делам высшей школы при СНК СССР и приказом по ЦАГИ утвержден в ученом</li> </ul>
	звании профессора по специальности "Теоретическая
	механика".
1938–1943	- необоснованно осужден по ст. 58, досрочно освобожден
	и позднее реабилитирован. Возобновил работу в МГУ.
1943–1955	- начальник теоретическо-расчетной бригады Опытно-
	конструкторского бюро А.Н. Туполева (завод № 156), с
1010 1055	1949 г. – научный консультант.
1943–1957	- заведующий кафедрой теоретической механики
	механико-математического факультета МГУ.
1944	- назначен старшим научным сотрудником Института
1045	механики АН СССР.
1945	- награжден орденом Трудового Красного Знамени за
	выдающиеся заслуги в развитии науки и техники в связи
1945–1957	с 220-летием Академии наук СССР.
1945–1957	<ul> <li>заведующий отделом аэрогидромеханики Института механики АН СССР.</li> </ul>
1946	– избран действительным членом Академии наук СССР
	по Отделению технических наук (диплом № 147);
	- награжден медалью "За доблестный труд в Великой
	Отечественной войне 1941-1945 гг."
1947	- удостоен звания заслуженного деятеля науки и техники
	РСФСР за выдающиеся заслуги перед государством в
	области развития авиационной техники.
1948	- награжден медалью "В память 800-летия Москвы".
1952	- удостоен Государственной (Сталинской) премии СССР
	II степени за монографию "Точная теория волн устано-
1052	вившегося вида на поверхности тяжелой жидкости".
1953	<ul><li>награжден орденом Ленина;</li><li>закончил педагогическую деятельность в МГУ.</li></ul>
1955	– закончил педагогическую деятельность в IVII 7.     – объявлена благодарность заведующему кафедрой тео-
1933	ретической механики академику А.И. Некрасову за
	плодотворную и многолетнюю работу и в связи с
	200-летним юбилеем МГУ им. М.В. Ломоносова.
1957, 21 мая	<ul> <li>- умер от болезни в академической больнице в Москве.</li> </ul>
1731, 21 Max	Похоронен на Пятницком кладбище г. Москвы.
	Transportant na Trainingkom kalagoninge I. Mockebil.

## Библиография трудов А.И. Некрасова

- 1. Гурса Э. Курс математического анализа / Пер. А.И. Некрасова. Т. 1. Производные и дифференциалы. Определенные интегралы. Разложение в ряды. Геометрические приложения. М.: Знаменский, 1911. XV, 630 с.
- 2. Исчисление конечных разностей // Энцикл. слов. / Гранат. М., 1913. Т. 22. С. 336-337, приложение.
- 3. О соотношениях Якоби в канонической системе уравнений // Тр. Отд. физ. наук О-ва любителей естествознания. 1913. Т. 16, вып. 2. С. 31–32. (Изв. О-ва любителей естествознания, антропологии и этнографии; Т. 125, вып. 2). То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 24–25.
- 4. Теория волн на поверхности неглубокой тяжелой жидкости // Тр. Отд. физ. наук О-ва любителей естествознания. 1913. Т. 16, вып. 2. С. 1–20. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 7–23.
- 5. Курс математической геометрии для женских учебных заведений. М.: Сытин, 1914. 142 с.: фиг. Переработка курса А. Малинина.
- 6. О волне Стокса // Изв. Иваново-Вознесен. политехн. ин-та. 1919. № 2. С. 81–89. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 26–34.
- 7. О волнах установившегося вида // Изв. Иваново-Вознесен. политехн. ин-та. 1921. № 3. С. 52–65. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 35–51.
- 8. Ученые труды профессора Николая Егоровича Жуковского // Науч.-техн. вестн. 1921. № 4/5. С. 6–21, 2 вкл. л. портр.
- 9. О прерывном течении жидкости в двух измерениях вокруг препятствия в форме дуги круга // Изв. Иваново-Вознесен. политехн. ин-та. 1922. № 5. С. 3–19. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 52–68.
- 10. О волнах установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости // Науч. изв. Акад. центра Наркомпроса. 1922. Сб. 3: Физика. С. 128–138. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 69–78.
- 11. О волнах установившегося вида. Гл. 2 // О нелинейных интегральных уравнениях // Изв. Иваново-Вознесен. политехн. ин-та. 1922. № 6. С. 155–171
- О нелинейных интегральных уравнениях с постоянными пределами // Изв. Физ. ин-та и Ин-та биол. физики. 1922. Т. 2. С. 221–238. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 79–91.
- 13. Ученые труды Николая Егоровича Жуковского // Памяти профессора Николая Егоровича Жуковского. М.: Б.и., 1922. С. 46–98, 2 вкл. л. портр.
- 14. Теоретическая механика: Лекции, читанные на электротехническом и инженерно-строительном факультетах МВТУ в 1922/23 учебном году. Ч. 1. Статика. М.: МВТУ, 1923. 96 с.
- 15. Конспект лекций по теоретической механике: Лекции, читанные в МВТУ в 1922/23 учебном году. М.; Пг.: Френкель, 1923. 80 с.: фиг.
- 16. Гурса Э. Курс математического анализа / Пер. А.И. Некрасова. Т. 2, ч. 1. Теория аналитических функций. М.; Пг.: Госиздат, 1923. 270 с.
- 17. То же. Т. 2, ч. 2. Дифференциальные уравнения. М.; Пг: Госиздат, 1923. 308 с.

- 18. Записки по гидродинамике / Сост. слушатель А. Оглоблин по лекциям, читанным в Академии. М.: Акад. воздуш. флота, 1924. 133 с.: фиг. Стеклогр. изд.
- Бюджет высших учебных заведений РСФСР // Науч. работник. 1927. № 1. С. 65–74: табл.
- 20. О волнах установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости (конечной глубины) // Тр. Всерос. съезда математиков в Москве, 27 апр.— 4 мая 1927 г. М.; Л.: Госиздат, 1928. С. 258–262.
- 21. Теоретическая механика в векторном изложении: Конспективный курс по материалам лекций А.И. Некрасова, читанных на электротехническом факультете МВТУ / Сост. А.Б. Барзамом и Н.И. Живейковым. Вып. 1. Статика. М.: МВТУ, 1929. 132 с.: фиг. Литогр. изд.
- 22. То же. Вып. 2. Кинематика. М.: МВТУ, 1929. 94 с.: фиг. Литогр. изд.
- 23. То же. Вып. 3. Динамика. М.: МВТУ, 1929. 160 с.: фиг. Литогр. изд.
- Гидравлика // Техн. энциклопедия. М., 1930. Т. 5. Стб. 421–434: фиг. Библиогр.: 10 назв.
- 25. Гидродинамика // Там же. Стб. 520-524. Библиогр.: 11 назв.
- 26. Гидростатика // Там же. Стб. 561-563. Библиогр.: 12 назв.
- 27. Диффузия вихря. М.; Л.: ГТТИ, 1931. 32 с.: фиг. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 92–116.
- 28. Курс теоретической механики в векторном изложении. Ч. 1. Статика. М.; Л.: ГТТИ, 1932. 144 с.: фиг.
- 29. Гидродинамика. Ч. 1. Записки лекций, читанных на механическом отделении МГУ. М.: Изд-во МГУ, 1932. 95 с.: фиг. Стеклогр. изд.
- 30. Курс теоретической механики в векторном изложении. Ч. 1. Статика. 2-е изд., стереотип. М.; Л.: ГТТИ, 1933. 95 с.: фиг.
- 31. То же. Ч. 2. Кинематика. М.; Л.: ГТТИ, 1933. 135 с.: фиг.
- 32. Итоги и задачи научно-исследовательской работы по математике и механике // Сорена. 1933. Вып. 2. С. 3–16.
- 33. ЦАГИ и подготовка высококвалифицированных кадров // За авиац. кадры. 1933. № 1. С. 34–36.
- 34. К пятнадцатилетию ЦАГИ: (Обзор деятельности института) // Фронт науки и техники. 1933. № 12. С. 18–25: портр., ил.
- 35. Гурса Э. Курс математического анализа / Пер. А.И. Некрасова. Т. 1, ч. 2. Разложения в ряды. Геометрические приложения. 2-е изд. М.; Л.: ГТТИ, 1933. 235 с.
- 36. То же. Т. 2, ч. 1. Теория аналитических функций. 2-е изд. М.; Л.: ГТТИ, 1933. 271 с.
- 37. То же. Т. 2, ч. 2. Дифференциальные уравнения. 2-е изд. М.; Л.: ГТТИ, 1933. 288 с.
- 38. Об одном классе линейных интегро-дифференциальных уравнений. М.; Л.: ГТТИ, 1934. 17 с. (Тр. ЦАГИ; Вып. 190). То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 117–133.
- 39. Чаплыгин Сергей Алексеевич // БСЭ. 1934. Т. 61. Стб. 61-62.
- О задачах современной аэродинамики // Гражд. авиация. 1934. № 11.
   С. 15–20.
- 41. Центральный аэрогидродинамический институт: (Итоги научно-исследовательской и производственной работы за 15 лет) // Научно-техническое обслуживание тяжелой промышленности. М.; Л.: НКТП, 1934. С. 122—130: ил.
- 42. Авиационная выставка в Париже // Известия. 1934. 20 дек., № 296.

- 43. Стахановское движение и научные институты: (Методы и нормирование научно-исследовательских работ по опыту ЦАГИ) // Техника воздуш. флота. 1936. № 2. С. 1–4.
- 44. Н.Е. Жуковский, 1921-1936 // Техника. 1936. 18 марта, № 27.
- 45. Гурса Э. Курс математического анализа / Пер. А.И. Некрасова. Т. 1. Производные и дифференциалы. Определенные интегралы. Разложения в ряды. Геометрические приложения. 3-е изд. М.; Л.: ОНТИ, 1936. 591 с.
- 46. То же. Т. 2. Теория аналитических функций. Дифференциальные уравнения. 3-е изд. М.; Л.: ОНТИ, 1936. 563 с.
- 47. Строить лучшие в мире самолеты: (Роль Г.К. Орджоникидзе в развитии авиационной промышленности) // За индустриализацию. 1937. 22 февр., № 44; То же // Техника. 1937. 22 февр., № 19.
- 48. О плоскопараллельном движении газа при дозвуковых скоростях // Прикл. математика и механика. 1944. Т. 8, вып. 4. С. 249–266. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 134–155.
- 49. Курс теоретической механики. Т. 1. Статика и кинематика. 3-е изд., перераб. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1945. 356 с.: фиг.
- 50. Теория крыла в нестационарном потоке // Изв. АН СССР. ОТН. 1945. № 4/5. С. 382–395: фиг. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 156–172.
- 51. О движении тяжелых тел при квадратичном законе сопротивления // Прикл. математика и механика. 1945. Т. 9, вып. 3. С. 197–206: табл. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 173–183.
- 52. Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1946. 456 с.: фиг.
- 53. Современное состояние теории движения газа с дозвуковыми скоростями // Общее собрание АН СССР, 15–19 янв. 1946 г. М.; Л., 1946. С. 38–110.
- 54. Теория крыла в нестационарном потоке. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1947. 258 с.: фиг. Библиогр.: 64 назв. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1962. Т. 2. С. 5–233.
- 55. Обтекание профиля Жуковского при наличии на профиле источника или стока // Прикл. математика и механика. 1947. Т. 11, вып. 1. С. 41–54: фиг. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 184–201.
- 56. Применение теории интегральных уравнений к определению критической скорости флаттера крыла самолета // Инж. сб. 1947. Т. 4, вып. 1. С. 3—45: рис. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 202—252.
- 57. Работы С.А. Чаплыгина по аэродинамике // Юбилейный сборник, посвященный тридцатилетию Великой Октябрьской социалистической революции. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1947. Ч. 2. С. 524–544.
- 58. О движении тяжелых тел при квадратичном законе сопротивления // Рефераты научно-исследовательских работ за 1945 г. / ОТН АН СССР. М.; Л., 1947. С. 29.
- Современное состояние теории движения газа с дозвуковыми скоростями // Там же. С. 29. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 260– 272.
- 60. Теория крыла в нестационарном потоке // Рефераты научно-исследовательских работ за 1945 г. М.; Л., 1947. С. 30.
- 61. О колебании самолетной лыжи // Инж. сб. 1950. Т. 6, вып. 2. С. 161–176. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 273-290.
- 62. Курс теоретической механики. Т. 1. Статика и кинематика. 4-е изд. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1950.

- 63. Сравнительный анализ расчетов флаттера по теории неустановившегося и установившегося потоков // Инж. сб. 1951. Т. 10, вып. 1. С. 109–168. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 291–357.
- 64. Точная теория волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1951. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 358–433.
- 65. Определение двухразмерного потенциального движения несжимаемой жидкости по заданным значениям модуля ее скорости // Прикл. математика и механика. 1953. Т. 17, вып. 4. С. 483—484. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 440—442.
- 66. Курс теоретической механики. Т. 1. Статика и кинематика. 5-е изд. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1953.
- 67. Курс теоретической механики. Т. 2. Динамика. 2-е изд. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1953.
- 68. Курс теоретической механики. Т. 1. Статика и кинематика. 6-е изд. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1956.
- 69. Программа по теоретической механике: (Для физ.-мат. и мех.-мат. фак. гос. ун-тов). Специальность "Математика" и "Механика". (Утв. в июле 1957 г.). М.: Изд-во МГУ, 1957. 7 с.
- 70. Собрание сочинений / А.И. Некрасов. Т. 1. М.: Изд-во АН СССР, 1961.
- 71. Собрание сочинений / А.И. Некрасов. Т. 2. М.: Изд-во АН СССР, 1962.

# Работы А.И. Некрасова, выполненные в 1938–1943 гг., опубликованные в 1962 г.:

- 72. Аналитическое исследование вопросов, связанных с бомбометанием с пикирующего самолета // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1962. Т. 2. С. 437-496.
- 73. Движение пикирующего самолета и сбрасываемых с него бомб // Там же. С. 496-557.
- 74. Динамическая теория вариометра // Там же. С. 664-670.
- 75. Зависимость критической скорости флаттера от жесткости на кручение // Там же. С. 374—382.
- 76. Зависимость критической скорости крыла самолета от жесткости на изгиб // Там же. С. 382–385.
- Изменение критической скорости крыла самолета при изменении положений центров тяжести сечений крыла и моторных установок // Там же. С. 392–396.
- 78. Исследование влияния лентопротяжного механизма на искажение звука при записи // Там же. С. 689–699.
- 79. К теории узкого трапециевидного крыла // Там же. С. 233-239.
- 80. Математический анализ одного случая падения авиационной бомбы // Там же. С. 600-611.
- 81. О влиянии изменения погонной массы крыла самолета на критическую скорость крыла // Там же. С. 396–399.
- О влиянии изменения положения оси жесткости на критическую скорость крыла самолета // Там же. С. 399–403.
- 83. О влиянии на критическую скорость крыла самолета погонного массового момента инерции крыла // Там же. С. 404—406.
- 84. О влиянии на скорость звука прямолинейного и равномерного движения воздуха // Там же. С. 328–332.
- 85. О времени заполнения самолетного бака бензином // Там же. С. 349-351.
- 86. О движении снаряда в канале орудия // Там же. С. 661-663.

- 87. О движении торпеды, управляемой гироскопическим автоматом курса // Там же. С. 627-631.
- 88. О двумерном движении газа // Там же. С. 239-328.
- О колебании материальной точки, прикрепленной к растянутым нитям // Там же. С. 644–650.
- О колебаниях крыла с упруго прикрепленным мотором // Там же. С. 414– 424.
- 91. О погружении подводной лодки // Там же. С. 638-644.
- 92. О стрельбе по подвижным земным целям // Там же. С. 670-680.
- 93. О применении маятника для определения вертикали на пикирующем самолете // Там же. С. 650-655.
- 94. О точечном вихре под поверхностью тяжелой идеальной жидкости в плоскопараллельном потоке (выполнена в 1931–1933 гг.) // Там же. С. 351–370.
- Об изменении критической скорости самолета при малых изменениях всех механических параметров, характеризующих крыло // Там же. С. 406–414.
- 96. Об одной задаче движения торпеды // Там же. С. 595-600.
- 97. Об одной задаче истечения жидкости из сосуда // Там же. С. 345-349.
- 98. Об одной задаче теории гироскопа // Там же. С. 631-638.
- 99. Об одной каналовой поверхности // Там же. С. 699-703.
- 100. Об одном случае движения точки на вращающемся диске со срывом точки с диска в сопротивляющуюся среду // Там же. С. 622–627.
- Об отделении авиационных бомб от самолета при бомбардировании с пикирования // Там же. С. 557–595.
- 102. Об уравнениях  $\Delta_2 U bV = 0$ ,  $\Delta_2 V + bU = 0$  // Там же. С. 680–689.
- 103. Общий случай движения материальной точки в среде с постоянной плотностью под действием силы, постоянной по величине и направлению, и силы сопротивления, пропорциональной квадрату скорости точки // Там же. С. 425–437.
- 104. Определение жесткости пушечной буферной пружины // Там же. С. 656-661.
- Определение зависимости критической скорости флаттера от расстояния центров тяжести сечений крыла до оси жесткости // Там же. С. 385–392.
- 106. Теория истечения газа из большого сосуда с переменным давлением газа в нем // Там же. С. 332–345.
- 107. Теория приспособления для уменьшения скорости приземления парашютов // Там же. С. 611-622.

### Литература

- 108. Академик Некрасов Александр Иванович // Общее собрание Академии наук СССР, 29 ноября 4 декабря 1946 г. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1947. С. 72–74: портр.
- 109. Александр Иванович Некрасов / Вступ. ст. Н.А. Слезкина; Библиогр. сост. А.П. Епифановой. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1950. (Материалы к библиографии ученых СССР.)
- 110. Александр Иванович Некрасов: (Некролог) // Изв. АН СССР. ОТН. 1957. № 6. С. 3.
- 111. А.И. Некрасов: (Некролог) // Вестн. АН СССР. № 7. С. 68.
- 112. Григорьев М.Г., Тюлина И.А. О курсе теоретической механики А.И. Некрасова: (К 100-летию со дня рождения) // История и методология естественных наук. М.: Изд-во МГУ, 1986. Вып. 32. С. 167–175.

- 113. История Московского университета. М.: Изд-во МГУ, 1955. Ч. 2.
- 114. *Келдыш М.В., Лаврентьев М.А.* К теории колеблющегося крыла // Техн. заметки ЦАГИ. 1935. № 45. С. 48–51, 1 л. ил.
- 115. Келдыш М.В., Пархомовский Я.М. Колебания крыла с упруго прикрепленным мотором // Тр. ЦАГИ. 1941. Вып. 535. С. 3–24.
- 116. Келдыш М.В. и др. Расчет самолета на флаттер. М.: БТН ЦАГИ, 1940. 96 с.
- 117. Келдыш М.В., Гроссман Е.П., Марин Н.И. Вибрации на самолете. М.: БТН НКАП ЦАГИ, 1942.
- 118. *Кербер Л.Л.* А дело шло к войне... / Изобретатель и рационализатор. 1988. **№** 4. С. 24–27.
- 118а. Космодемьянский А.А. Очерки по истории механики. М.: Наука, 1982. 295 с.
- 119. Кочин Н.Е. Теория крыла конечного размаха круговой формы в плане // Прикл. математика и механика. 1940. Т. 4.
- 120. Кочин Н.Е. Об установившихся колебаниях крыла круговой формы в плане // Там же. 1942. Т. б.
- 121. Кочина П.Я. Воспоминания. М.: Наука, 1974. 298 с.
- 122. *Кульвецас Л.Л.* Аксиоматика классической динамики в отечественных учебниках по теоретической механике // История и методология естественных наук. М.: Изд-во МГУ, 1966. Вып. 4. С. 188–196.
- 123. Материалы архива МГУ. Ф. 24. Оп. 1: *a* № 3, *б* № 8, *в* № 10, *г* № 11, *д* № 19, *e* № 20, ж № 28, *s* № 61, *u* № 81, к № 82, л № 108, м № 115, н № 263, n кн. 13; Ф. 2. Оп. 2: *p* № 327, *c* № 354, *m* № 396.
- 124. Материалы архива научно-мемориального музея Е.Н. Жуковского. "Дело А.И. Некрасова".
- 125. Материалы к истории ЦАГИ: К 50-летию ЦАГИ: Некоторые даты к истории ЦАГИ. М., 1968.
- 126. Механика в Московском университете. М.: Изд-во МГУ, 1992.
- 127. Московский университет за 50 лет советской власти. М.: Изд-во МГУ, 1968.
- 128. Награждение орденом Трудового Красного Знамени // Правда. 1945. 14 июня, № 138.
- 129. Некоторые даты к истории ЦАГИ: 1918-1949. М., 1978.
- 130. Некрасов А.И. // Вестн. АН СССР. 1947. № 1. С. 85: портр. (Академики, избранные Общим собранием Академии наук СССР 30 ноября 1946 г.).
- 131. Некрасов А.И.: Обзор работ автора по аэрогидромеханике // Изв. АН СССР. ОТН. 1947. № 10. С. 1265–1270. То же // Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 253–259.
- 132. Некрасов А.И.: Присуждение государственных премий за 1951 г. // Успехи мат. наук. 1952. Т. 7, вып. 2. С. 192.
- 133. Огибалов П.М., Кудряшова Л.В. О возникновении и развитии механикоматематического факультета в Московском университете // История и методология естественных наук. М., 1980. Вып. 25.
- 134. Прандтль Л. Теория несущего крыла / Пер. А.А. Леонтьевой; Под ред. и с поясн. примеч. Н.С. Аржанникова. Ч. 1. М.; Л.: Госнаучтехиздат, 1931.
- 135. Примечание редакционной коллегии (Е.А. Красильщикова, Н.А. Слезкин, Л.П. Смирнов, Я.И. Секерж-Зенькович) к работе "О волнах установившегося вида" // Некрасов А.И. Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 51.
- 136. Протасова Л.А., Тюлина И.А. Владимир Васильевич Голубев. М.: Изд-во МГУ, 1986.

- 137. *Седов Л.И*. К теории неустановившихся движений крыла в жидкости // Тр. ЦАГИ. 1935. № 229. С. 1–40, 12 ил.
- 138. Седов Л.И. Теория нестационарного глиссирования и движения крыла со сбегающими вихрями // Там же. 1936. № 252. С. 1–40, 15 ил.
- 139. Седов Л.И. Теория плоских движений идеальной жидкости. М.; Л.: Оборонгиз, 1939. 144 с.
- 140. Седов Л.И., Туполев А.Н. Выдающийся ученый-механик: (К 80-летию со дня рождения академика А.И. Некрасова) // Седов Л.И. Размышления о науке и об ученых. М.: Наука, 1980. То же // Правда. 1963. 9 дек.
- 141. Секерж-Зенькович Я.И. Александр Иванович Некрасов: (К 75-летию со дня рождения) // Успехи мат. наук. 1960. Т. 15, вып. 1. С. 153–162. Список печатных работ А.И. Некрасова, 68 назв.
- 142. Секерж-Зенькович Я.И., Слезкин Н.А. Александр Иванович Некрасов: (Краткий биографический очерк) // Некрасов А.И. Собр. соч. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 1. С. 4–6.
- 143. Соколов Б.Н. Введение к разделу "Теория флаттера" // Там же. 1962. Т. 2. С. 371.
- 144. Теория спутников Юпитера: (О студенческой работе А.И. Некрасова) // Правда. 1933. 23 дек., № 352.
- 145. Чаплыгин С.А. О влиянии плоскопараллельного потока воздуха на двигающееся в нем цилиндрическое тело. М., 1926. (Тр. ЦАГИ).
- 146. Шелкачев В.Н. Проблемы педагогики высшей школы: Вариационные принципы механики. М.: Нефть и газ, 1996. 236 с.
- 147. Birnbaum W. Die tragende Wirbelfläche als Hilfsmittel zur Behandlung des ebenen Problems der Tragflügeltheorie // ZAMM. 1923. Bd. 3. S. 290. Несущая вихревая поверхность в качестве вспомогательного метода решения плоской задачи теории крыла.
- 148. Birnbaum W. Das ebene Problem des schlagenden Flügels // ZAMM. 1924. Bd. 4. S. 277. Плоская задача машущего крыла.
- 149. Cicala P. Sul moto non stazionario di un'ala di allungamento finito // Atti Reale Accad. Naz. Lincei. Ser. VI, Rendiconti Cl. Sci. Fis., Mat. e Natur. 1937. Vol. 26. P. 97–102. Idem. Torino: Lab. Aeronatut. Regio Politecn. 1937. N 107. 6 p., 2 ill. О неустановившемся движении крыла конечного размаха.
- 150. Cicala P. Methoden zur Messungen der Luftkräfte auf schwingenden Flügeln // Gesammelte Vorträge der Hauptversammlung 1937 der Lilienthal-Gesselschaft für Luftfahrtforschung. B., 1938. S. 256–257, 2 Ill. Методы измерения аэродинамических сил на колеблющемся крыле.
- 151. Glauert H. Reports and Memoranda of the Aeronautical Research Committee. 1929. N 1215, 1242.
- 152. Karman Th., Sears W.R. Airfoil theory for non-uniform motion // J. Aeron Sci. 1938. Vol. 5, N 10. P. 379–390, 8 ill. Bibliogr.: 10 ref.; N 11. P. 454–455. Теория крыла в нестационарном потоке.
- 153. Küssner H.G. Zusammenfassender Bericht über den unstationären Auftrieb von Flügeln // Luftfahrt-Forschung. 1936. Bd. 13, N 12. S. 410–421, 4 III. Bibliogr. 17 Ref. Idem // Jahrbuch 1937 der deutsche Luftfahrtforschung. B., 1937. S. 1273–1287. О подъемной силе крыла при неустановившемся движении.
- 154. Küssner H.G. Das zweidimensionale Problem der beliedig bewegten Tragfläche unter Berücksichtigung von Partialbewegungen der Flüssigkeit // Luftfahrt-Forschung. 1940. Bd. 17, N 11/12. S. 355–361. Bibliogr.: S. 360, 10 Ref. Плоская задача произвольно движущейся несущей поверхности с учетом дополнительных движений жидкости.
- 155. Küssner H.G. Allgemeine Tragflächentheorie // Ibid. S. 370–378. Bibliogr.: 15 Ref. Общая теория крыла.

- 156. Küssner H.G., Schwartz L. Der schwingende Flügeln mit aerodynamics aus geglichehem Ruder // Ibid. S. 337-354, 7 Ill. Bibliogr.: S. 353, 6 Ref. Колеблющееся крыло с аэродинамически компенсированным элероном.
- 157. Possio C. L'Azione aerodinamica sul profilo oscillante alle velocita ultrasonore // Acta Pontif. Acad. Sci. 1937. Vol. 1. N 12. Аннот.: Aerotecnica. 1938. Vol. 18, N 7. P. 873, 913. Аэродинамические силы, действующие на профиль, колеблющийся со сверхзвуковой скоростью в потоке сжимаемой жидкости.
- 158. Possio C. L'Azione aerodinamica sul profilo oscillante in fluido compressible a velocita iposonora // Aerotecnica. 1938. N 4. P. 441–458. Idem // Atti Conv. Assoc. Ital. Aerotecn. 1938. P. 152–169. Пер.: ЦАГИ. № 3788. Аэродинамические силы, действующие на профиль, колеблющийся в потоке сжимаемой жидкости, движущейся с дозвуковой скоростью.
- 159. Schade Th. Theorie der schwingenden kreisförmigen Tragflache auf potentialtheoretischer Grundlage // Luftfahrt-Forschung. 1940. Bd. 17.
- 160. Schwartz L. Berechnung der Funktionen  $U_1(s)$  und  $U_2(s)$  für grössere Werte // Ibid. N 11/12. S. 362–369, 4 Ill., Bibliogr.: 5 Ref. Вычисление функций  $U_1(s)$  и  $U_2(s)$  для больших значений s. (Дополнение к статье Кюсснера 1940 г. "Плоская задача...".)
- 161. Theodorsen T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter // NASA Rep. 1935. N 496. P. 3–23, 17 ill. Общая теория аэродинамической неустойчивости и механика вибраций.

## Именной указатель

Епифанова А.П. 95 **А**нтонов С.И. 41 Еремеев Н.В. 12 **Аржанников Н.С. 56, 96** Ермолаев 18 Артоболевский И.И. 39 Архангельский А.А. 18 Живейков Н.И. 34, 92 Жуковский Н.Е. 5, 6, 8, 10-12, 14, 15, **Б**абушкин Н.В. 19 21, 25, 30, 34, 45, 55, 64, 68, 70, 89, Базенков Н.И. 23 91, 93, 96 Барзам А.Б. 34, 92 Журавченко А.Н. 12 Бартини Р.Л. 23 Баулин К.К. 12 Зволинский Н.В. 17 Берман Я.Р. 5, 21, 26, 27 Зелинский Н.Д. 10, 11 Блинов А. 28 Зыков А.В. 21 **Болотов Е.А. 15** Брандт 19 Иванов Н.И. 15 Булгаков Б.В. 39, 41 Иоффе А.Ф. 24 Бур Э. 34 Бухгольц Н.Н. 9, 11, 13, 20, 32, 33, 38, Калинин С.В. 56 Карпинский А.П. 24 Кассо Л.А. 11 Вагнер 71 Келдыш М.В. 15, 19, 26, 59, 61, 62, 64, Васильев 8 Ведров В.С. 16 Кербер Л.Л. 23, 24, 96 Ветчинкин В.П. 12, 15, 19 Кибель И.А. 27 Вилья Х. 53, 55 Коптелова Н.М. 5 Ворошилов К.Е. 29, 30 Королев С.П. 23 Космодемьянский А.А. 12, 20, 39, 42, Галин Л.А. 27 Гаммерштейн 84 Котельников А.П. 15 Гатауллина Г.И. 5 Кочин Н.Е. 15, 19, 27, 74-76, 96 Голубев В.В. 10, 14, 19, 27, 37, 38, Кочина П.Я. 26, 28, 96 Красильщиков А.П. 5 Голубятников А.Н. 5 Красильщикова Е.А. 27, 96 Григорьев М.Г. 95 Крутков Ю.А. 23-25 Громов М.М. 20 Крылов А.Н. 24 Гроссман Е.П. 61, 96 Кудряшова Л.В. 96 Гуревич М.И. 27, 28 Кульвецас Л.Л. 96 Гурин А.И. 41 Кутта В. 64 Гурса Э. 8, 91–93 Лаврентьев А.Л. 41 Двухшерстов Г.И. 12

Дубинин В.В. 5

Лаврентьев М.А. 15, 18, 19, 26, 41, 64,

96

Леви-Чивита Т. 43, 46, 55, 83 Лейбензон Л.С. 9, 14, 19, 38, 39, 41 Леонтьева А.А. 96 Лидяев С.Ф. 12 Лишевский В.П. 5 Лойцянский Л.Г. 15 Лотов А.Б. 16

Макеев 29 Малинин А. 91 Марин Н.И. 61, 96 Метелицын И.И. 41 Минаков А.П. 41 Млодзеевский Б.К. 7, 8 Моленброк 58 Мясников П.В. 56

Некрасов И.Ю. 6 Некрасова А.А. 6 Никитин Н.Н. 5

Огибалов П.М. 12, 96 Оглоблин А.П. 92 Ольденбург С.Ф. 24 Орджоникидзе Г.К. 93

Паничкин И. 27 Пархомовский Я.М. 59, 61, 62, 96 Петерс 18 Панов Д.Ю. 17 Попов Л.С. 61 Петров Г.И. 17 Прандтль Л. 64, 65, 72, 74, 96 Протасова Л.А. 96

Рахматулин Х.А. 12 Резаль А. 34 Розов Н.Х. 21 Румер Ю.Б. 24

Сабинин Г.Х. 19 Садовничий В.А. 21, 22 Седов Л.И. 13, 15, 19, 28, 29, 64, 69, 75, 76, 97 Секерж-Зенькович Я.И. 16, 46, 96, 97 Сибгатуллин Н.Р. 5 Сидорин И.И. 18 Скорый И.А. 12 Слёзкин Н.А. 12, 29, 39, 41, 42, 55, 56, 96, 97 Смирнов Л.П. 27, 96 Соколов Б.Н. 97 Соколов Н.А. 19, 23 Сомов И.И. 34 Сретенский Л.Н. 19, 39 Стерлин А.Э. 23 Станкевич И.В. 11, 33 Стечкин Б.С. 23

Туполев А.Н. 15, 18–21, 23, 24, 26, 90, 97 Тюлина И.А. 95, 96

Уманский А.А. 19

Фалькович С.В. 27 Франкль Ф.И. 12

**Х**арламов Н.М. 19, 20 **Христианович** С.А. 12

Цераский В.К. 6, 7 Цитович П.А. 29, 41

Чаплыгин С.А. 9, 11, 12, 14, 15, 17, 19, 20, 27, 58, 64, 65, 69, 70, 75, 76, 86, 89, 90–93, 97 Ченцов Н.Г. 15 Черёмухин А.М. 23, 25 Четаев Н.Г. 27, 33

Щелкачёв В.Н. 13, 97

Эйхенвальд А.А. 11

Юфин А. 27

Якимова К.Е. 5, 29

Birnbaum W. 64, 66, 69, 70, 76, 97

Cicala P. 64, 72-74, 76, 97

Glauert H. 64, 75, 76, 97

Karman Th. 64, 66–69, 76, 97 Küssner H.G. 64, 66, 67, 70–74, 76, 98

Possio C. 64, 72, 76, 98

Shade Th. 74, 98 Shwartz L. 70, 71, 98 Sears W.R. 64, 66–69, 76, 97

Theodorsen T. 71, 98

## Содержание

Предисловие	5
1. Биографические сведения об А.И. Некрасове	6
1.1. Дореволюционный период и первые годы советской власти	6 10 14
1.4. Жизнь и деятельность в 1930–1950-е годы	20
2. Педагогическая деятельность	31
2.1. Ранняя педагогическая деятельность А.И. Некрасова. Преподавание теоретической механики и гидродинамики в Московском универ-	
ситете	31 34
ситета	37
2.4. Участие в работе кафедры гидродинамики	41
3. Научная деятельность	43
3.1. Работы по гидродинамике	43 43 55
аэродинамике	58 59 62
3.3. Труды прикладного направления по оборонной тематике и по теоретической механике	76
3.4. О математических работах А.И. Некрасова	83
Заключение	86
Основные даты жизни и деятельности А.И. Некрасова	88
Библиография трудов А.И. Некрасова	91
Литература	95
Указатель	99

#### Научно-биографическое издание

# Волгина Валентина Николаевна Тюлина Ирина Александровна

## Александр Иванович Некрасов 1883–1957

Утверждено к печати Редколлегией серии "Научно-биографическая литература" Российской академии наук

Зав. редакцией А.И. Кучинская
Редактор М.М. Гусева
Художественный редактор Е.А. Быкова
Технические редакторы
О.В. Аредова, В.В. Лебедева
Корректоры
Н.И. Харламова, Т.И. Шеповалова

# Набор и верстка выполнены в издательстве на компьютерной технике

ЛР № 020297 от 23.06.1997

Налоговая льгота — общероссийский классификатор продукции ОК-005-93, том 2; 953000 — книги, брошюры

Подписано к печати 17.09.2001 Формат 60 × 90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Гарнитура Таймс Печать офсетная Усл.печ.л. 6,5. Усл.кр.-отт. 6,8. Уч.-изд.л. 6,7 Тип. зак. 1232

Издательство "Наука" 117997 ГСП-7, Москва В-485, Профсоюзная ул., 90 E-mail: secret@naukaran.ru Internet: www.naukaran.ru

Санкт-Петербургская типография "Наука" 199034, Санкт-Петербург В-34, 9-я линия, 12

# АДРЕСА КНИГОТОРГОВЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ ТОРГОВОЙ ФИРМЫ "АКАДЕМКНИГА"

#### Магазины "Книга-почтой"

121009 Москва, Шубинский пер., 6; 241-02-52 197345 Санкт-Петербург, ул. Петрозаводская, 75; (код 812) 235-05-67

#### Магазины "Академкнига" с указанием отделов "Книга-почтой"

690088 Владивосток, Океанский пр-т, 140 ("Книга-почтой"); (код 4232) 5-27-91 620151 Екатеринбург, ул. Мамина-Сибиряка, 137 ("Книга-почтой"); (код 3432) 55-10-03 664033 Иркутск, ул. Лермонтова, 298 ("Книга-почтой"); (код 3952) 46-56-20 660049 Красноярск, ул. Сурикова, 45; (код 3912) 27-03-90 220012 Минск, проспект Ф.Скорины, 72; (код 10375-17) 232-00-52, 232-46-52 117312 Москва, ул. Вавилова, 55/7; 124-55-00 117192 Москва, Мичуринский пр-т, 12; 932-74-79 103054 Москва, Цветной бульвар, 21, строение 2: 921-55-96 103624 Москва, Б. Черкасский пер., 4; 298-33-73 630091 Новосибирск, Красный пр-т, 51; (код 3832) 21-15-60 630090 Новосибирск, Морской пр-т, 22 ("Книга-почтой"); (код 3832) 30-09-22 142292 Пущино Московской обл., МКР "В", 1 ("Книга-почтой"); (13) 3-38-60 443022 Самара, проспект Ленина, 2 ("Книга-почтой"); (код 8462) 37-10-60 191104 Санкт-Петербург, Литейный пр-т, 57; (код 812) 272-36-65 199164 Санкт-Петербург, Таможенный пер., 2; (код 812) 328-32-11 194064 Санкт-Петербург, Тихорецкий пр-т, 4; (код 812) 247-70-39

194064 Санкт-Петербург, Тихорецкий пр-т, 4; (код 812) 247-70 199034 Санкт-Петербург, Васильевский остров, 9-я линия, 16;

199034 Санкт-Петербург, Васильевский остров, 9-я линия, 16; (код 812) 323-34-62

634050 Томск, Набережная р. Ушайки, 18; (код 3822) 22-60-36

450059 Уфа, ул. Р. Зорге, 10 ("Книга-почтой"); (код 3472) 24-47-74

450025 Уфа, ул. Коммунистическая, 49; (код 3472) 22-91-85

Коммерческий отдел, г. Москва

Телефон 241-03-09

E-mail: akadem.kniga@g.23.relcom.ru

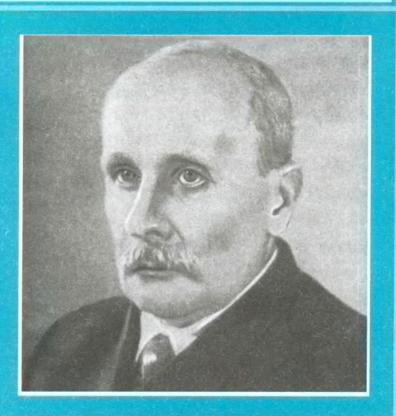
Склад, телефон 291-58-87

Факс 241-94-64

По вопросам приобретения книг просим обращаться также в Издательство по адресу: 117997 Москва, ул. Профсоюзная, 90 тел. факс (095) 334-98-59

E-mail: initsiat @ naukaran.ru Internet: www.naukaran.ru

# НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА



В. Н. Волгина И. А. Тюлина

Александр Иванович НЕКРАСОВ

## НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА

Книга посвящена научной, педагогической и административной деятельности выдающегося отечественного математика и механика академика А.И. Некрасова (1883 – 1957)



