

АКАДЕМИЯ НАУК СССР



СЕРИЯ «НАУЧНО-БИОГРАФИЧЕСКАЯ ЛИТЕРАТУРА»

Основана в 1959 году

РЕДКОЛЛЕГИЯ СЕРИИ
И ИСТОРИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ
ИНСТИТУТА ИСТОРИИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ АН СССР
ПО РАЗРАБОТКЕ НАУЧНЫХ БИОГРАФИЙ ДЕЯТЕЛЕЙ
ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ:

А. Т. Григорьян, В. И. Кузнецов, Б. В. Лезин,
С. Р. Микулинский, Д. В. Ознобишин,
З. К. Соколовская (ученый секретарь),
В. Н. Сокольский,
Ю. И. Соловьев, А. С. Федоров (зам. председателя),
И. А. Федосеев (зам. председателя),
А. П. Юшкевич, А. Л. Яншин (председатель),
М. Г. Ярошевский

Е. С. Бойко

Александр Александрович
АНДРОНОВ

1901—1952

Ответственный редактор
доктор физико-математических наук
А. Т. ГРИГОРЬЯН



МОСКВА
«НАУКА»

1991

ББК 22.21

Б72

УДК 534.1:[530:182] (092)

Рецензенты:

В. П. ВИЗГИН, Ю. И. НЕЙМАРК

Редактор Н. А. РАГОЗИНА

Александр Александрович Андронов. 1901—
Б 72 1952/Е. С. Бойко.— М.: Наука, 1991.— 256 с., ил.—
(Научно-биографическая литература).
ISBN 5-02-006035-6

Все мы помним героя фильма «Все остается людям» академика Дронова. На создание этого образа авторов фильма вдохновила жизнь известного советского физика Александра Александровича Андронова — одного из основоположников теории нелинейных колебаний. А. А. Андронов создал две научные школы: горьковскую школу нелинейных колебаний и московскую — нелинейной теории автоматического регулирования. В книге освещена научная, педагогическая и общественная деятельность ученого.

Для широкого круга читателей, интересующихся историей отечественной науки.

Б $\frac{1401020000-032}{054(02)-91}$ 36-90—НП

ББК 22.21

ISBN 5-02-006035-6 © Издательство «Наука», 1991

От автора

«В физике мы широко пользуемся идеализациями: абсолютно жесткое тело, абсолютно прозрачное тело, абсолютно черное тело и т. д. Быть может, в жизни имеет некоторый смысл такая идеализация: абсолютно хороший человек. Правда, эта идеализация заведомо неоднозначна, она сильно зависит от системы отсчета. И вот, пользуясь своей системой отсчета, я могу сказать следующее. Я не знал и не знаю ни одного человека, который бы отличался от моего идеала хорошего человека меньше, чем А. А. Андронов» [78. С. 18].

Научной биографии этого замечательного человека и большого ученого, без остатка отдавшего все свои силы делу развития отечественной науки, созданию новых научных центров, одному из основоположников современного учения о нелинейных колебаниях посвящена эта книга.

Учение о нелинейных колебаниях — одно из важнейших направлений развития науки. Начиная с XVII в. отдельные нелинейные колебательные явления время от времени привлекали внимание ученых, но только в двадцатых годах нашего столетия началось становление ряда теорий, в совокупности образовавших общее учение о нелинейных колебаниях в его современном виде — с развитым мощным математическим аппаратом и широкой сферой приложения, охватывающей многие разделы естествознания и техники.

Одна из фундаментальных теорий, лежащая в основании этого учения, была построена А. А. Андроновым и его научной школой.

Идеи и методы А. А. Андропова в теории нелинейных колебаний и в теории динамических систем оказались исключительно плодотворными, они продолжают находить широкое применение в различных областях науки и техники и сегодня, спустя более полувека после своего возникновения. И это несмотря на то, что учение о колебаниях бурно развивалось и многие из полученных результатов либо быстро устаревали, либо еще при жизни их авторов становились классическими. Таким классиком в теории колебаний еще при своей жизни стал А. А. Андронов. Созданная им школа нелинейных колебаний даже спустя более

тридцати лет после его ухода из жизни продолжает работать ярко и продуктивно в выдвинутом им направлении исследований. И в этом, быть может, одно из самых убедительных свидетельств непреходящего значения идей и методов А. А. Андропова для развития науки. Результаты, полученные им и его учениками, послужили исходным пунктом для многочисленных отечественных и зарубежных исследований, продолжают и сегодня питать разнообразные научные направления.

А. А. Андронов умер очень рано. И не только потому, что в то время медицине трудно было справиться с болезнью, которая многие годы омрачала и в конце концов оборвала жизнь большого и честного человека. В немалой степени причиной краткости этой жизни оказалось то лучшее, что было в А. А. Андронове, — он обладал мужеством и чувством ответственности, которые заставляли его взваливать на свои плечи многое, очень многое из того, что не имело непосредственного отношения к его научной работе, но требовало слишком много сил и времени.

Некоторые из страниц биографии А. А. Андропова, прочитанные или угаданные в том материале, которым я располагала, наполняли меня болью и гневом. Но очень трудно писать об ученом, чьи ученики и близкие, друзья и недруги (а есть ведь и такие!) живы и, возможно, по-своему, иначе, чем я, представляют многое в его научной и человеческой биографии. Будущие историки смогут, вероятно, написать эту биографию полнее и объективнее, не обходя молчанием многое из того, о чем я не сочла возможным говорить. Мне остается лишь верить, что чем больше будет проходить времени, тем больший интерес и благодарность будет вызывать у новых поколений человеческая и научная судьба А. А. Андропова.

Я глубоко и искренне благодарна всем, кто так или иначе помогал мне в работе над этой книгой, — сотрудникам и современникам А. А. Андропова, его ученикам и ученикам его учеников. Совершенно бесценную помощь оказала мне Александра Григорьевна Любина, предоставившая в мое распоряжение уникальные архивные материалы. Я пользуюсь случаем, чтобы еще раз поблагодарить ее. Сердечно благодарю Нину Александровну Андронову, поделившуюся со мной воспоминаниями о детских и юношеских годах жизни своего брата.

Глава 1

Московский период

Детство и юность

Я родился 11 апреля 1901 г. в Москве. Отца не знаю, так как мать [Лидия Александровна] разошлась с отцом, когда мне было несколько месяцев. Ряд лет мать, я и сестра жили на средства деда со стороны матери, купца, который умер, кажется, в 1907 г. В 1909 г. мать вышла замуж за врача К. А. Липского, который заменил мне отца, вместе с которым я прожил свыше двадцати лет и в основном на средства которого я получил образование.

А. А. Андронов. Из автобиографии 1941 г.¹

В детстве А. А. Андронов решил, что он будет врачом. Ему виделась новая медицина — не одно лишь «искусство врачевания», а еще и наука, широко использующая достижения математики и физики. Поэтому, готовя себя к медицинскому поприщу, он еще в школьные годы занялся изучением высшей математики. В распоряжении А. А. Андропова была обширная, хорошо подобранная медицинская библиотека его отчима. Интерес к медицине сопутствовал А. А. Андронову всю жизнь, хотя на смену этому первому научному интересу приходили другие. Сначала география, и стены его узкой комнаты от пола до высокого потолка оказались завешанными картами, все свободное пространство на столе, кровати, стульях, даже на полу заняли географические атласы, монографии, журналы, потеснив еще недавно безраздельно царившие здесь книги по биологии и медицине. Карты еще продолжали висеть на стенах, когда он столь же самозабвенно погрузился в чтение трудов по астрономии, геологии, затем истории России².

¹ Архив А. А. Андропова. Научно-исследовательский институт прикладной математики и кибернетики (НИИПМК) Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

² Из рассказов Н. А. Андроновой.

Так проходило его детство — в разнообразии научных интересов, в смене увлечений, заложивших фундамент разносторонности его последующей творческой деятельности. Нет, он не переходил из одной области науки в другую — из биологии и медицины в физику и астрономию, а из них — в географию и т. д. Его разносторонность была совсем другого свойства — не та, как говорил Л. И. Мандельштам³, «которая охватывает одновременно и математику, и историю, и медицину, которая имела смысл в давно прошедшие времена, а теперь неизбежно связана с поверхностностью. Это разносторонность, происходящая от стремления охватить всю многогранную проблему в целом и от глубокого понимания связи между отдельными, для обычного глаза совершенно разнородными явлениями». Особенная природа разносторонности творчества А. А. Андропова вызывала в его современниках сложное ощущение, если можно так сказать, непротиворечивой контрастности. С одной стороны, уже став ученым с мировым именем в теории колебаний, он поражал своих сотрудников глубокими познаниями в медицине, географии, астрономии, истории России и истории науки. С другой — не менее поразительной казалась при широте и разнообразии его интересов исключительная целеустремленность в научной работе, верность однажды выбранному направлению научного поиска, определенному кругу проблем теории колебаний. И его обширные, основательные знания в иных областях науки также служили цели развития теории колебаний. Так, в астрономии он нашел одну из областей приложения разработанных им методов: цефеиды — звезды с периодически меняющимся блеском — были рассмотрены по предложению А. А. Андропова одним из его аспирантов как пример автоколебательной системы. Он на всю жизнь сохранил интерес к физическим проблемам биологии, и не без его влияния, по-видимому, один из его соавторов рассмотрел задачу Вольтерра о сосуществовании двух видов. Знание истории науки, хотя и не одно оно, привело А. А. Андропова в теорию автоматического регулирования, что послужило источником новых ярких результатов в разработке все той же теории колебаний.

³ Л. И. Мандельштам. О научных работах А. Н. Крылова // Академик Л. И. Мандельштам. К 100-летию со дня рождения. М.: Наука, 1979. С. 285.

Но мы забегаем вперед. Вернемся к годам его юности.

Из автобиографии А. А. Андропова: «В 1918 г. я окончил в Москве Трудовую школу 2-й ступени и поступил на завод бывшего акционерного общества „Пулемет“ в качестве браковщика»⁴.

Конец 1919-го. Гражданская война. А. А. Андронов вступает в ряды Красной Армии и вместе с военно-продовольственным отрядом Латвийской Советской республики уезжает на Урал в г. Троицк. Однако пребывание в армии оказалось недолгим. Летом 1920 г. А. А. Андронов тяжело заболел. Медицинская комиссия признала его негодным к дальнейшей военной службе. Осенью 1920 г. А. А. Андронов вернулся в Москву.

Той же осенью он поступил в Московское высшее техническое училище на электротехнический факультет, а с 1921 г. параллельно с занятиями в МВТУ начал слушать лекции на физико-математическом факультете Московского университета. Спустя два года, в 1923 г., А. А. Андронов перевелся на физмат МГУ.

Студенческие годы А. А. Андропова совпали с началом расцвета московской математической школы. В Московском университете в то время студентам физикам и математикам читались общие математические лекции. Это обстоятельство, а также упорные самостоятельные занятия привели к тому, что физик А. А. Андронов стал еще и незаурядным математиком.

В 1925 г. А. А. Андронов окончил Московский университет по специальности «теоретическая физика».

Весной того же года он был зачислен аспирантом Научно-исследовательского физического института при Московском университете.

Осень 1925 г. ознаменовалась приходом в Московский университет Леонида Исааковича Мандельштама, сыгравшего исключительную роль в развитии отечественной физики, создавшего известную во всем мире научную школу, одним из ярких представителей которой стал А. А. Андронов.

⁴ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

«Больше всего А. А. Андронов рассказывал мне о Л. И. Мандельштаме. Вот что он мне сообщил о том, как произошел приход Л. И. в Московский университет. Они добивались подходящего ученого для заведования кафедрой теоретической физики. Кто это были „они“ — не было уточнено, но было ясно, что верховодил в этом вопросе А. А. Андронов. (Замечу, что в двадцатые годы мнение студентов о преподавателях было весьма значимо, их роль в подборе таких кадров была велика.) Были намечены три кандидатуры. Первая — Пауль Эренфест; в ответ на приглашение он выразил благодарность, но заявил, что не может бросить кафедру, оставленную ему великим Лоренцем. Вторая — Эпштейн [физик, окончивший Московский университет и незадолго до революции эмигрировавший в США]; он тоже отказался. Третьим был Л. И. Мандельштам... Рассказ этот А. А. Андронов закончил выводом: „Мы думали, что Леонид Исаакович — наилучший вариант, а оказалось, несомненно, наилучший“⁵.

Этот рассказ не совсем точен, и в приглашении Л. И. Мандельштама деятельное участие принимала группа ученых Московского университета, в частности Г. С. Ландсберг, И. Е. Тамм и ряд других талантливых физиков, озабоченных сложившейся крайне неблагоприятной ситуацией на физическом факультете. В отличие от студентов они очень хорошо представляли себе, что такое Л. И. Мандельштам — ученый, педагог и человек, и предпринятые ими шаги сыграли решающую роль в том, что Л. И. Мандельштам получил приглашение (и принял его) заведовать кафедрой теоретической физики в МГУ.

⁵ Там же.

Годы аспирантуры

Осенью 1925 г. в Москву переехал профессор Л. И. Мандельштам, который был утвержден моим руководителем по аспирантуре и которому я обязан научной школой.

А. А. Андронов. Из автобиографии
1941 г.⁶

1925 г. был знаменателен и для Л. И. Мандельштама — в его творчестве начался третий, московский, период, отмеченный расцветом его педагогической и научной деятельности, рождением московской физической школы Л. И. Мандельштама—Н. Д. Папалекси, которая быстро завоевала международное признание.

Аспирантами Л. И. Мандельштама стали, кроме А. А. Андропова, М. А. Леонтович, А. А. Витт, С. Э. Хайкип, С. П. Стрелков, С. П. Шубин, несколько позже — Г. С. Горелик, В. В. Мигулин, С. М. Рытов и другие. «Коллеги» — называл их Л. И. Мандельштам, поначалу немало изумляя этим необычным для них обращением. Оно казалось странным и забавным, но еще и лестным, вызывавшим уважение к самому себе — «коллег» такого замечательного ученого, как Леопид Исаакович.

Это была целая плеяда молодых дарований: М. А. Леонтович, по словам Г. С. Ландсберга, «самый талантливый и образованный из всего выпуска физического факультета 1925 г.»⁷; А. А. Витт, с модартовской легкостью преодолевавший труднейшие математические выкладки («все плохое сократится, все хорошее останется», — оптимистически заверял он [110. С. 153; 1. С. 449]); остроумный, язвительный Г. С. Горелик, обладавший, кроме физико-математического, еще и несомненным литературным дарованием.

Но даже среди этих ярких, оригинальных, талантливых молодых людей А. А. Андронов выделялся своей самобытностью, широтой научных интересов, значительностью личности, редким обаянием. Его отличительные черты — «экспансивность, богатство идей, склонность к большим научным обобщениям, вкус к длинным спорам обо всем на свете (в русском стиле прошлого столетия), словотворчество, пристрастие к острому крылатому словечку», как напишет о нем

⁶ Там же.

⁷ Архив АН СССР. Фонд № 1622, опись № 1, ед. хр. № 76, л. 1.

позже Г. С. Горелик [78. С. 15]. К А. А. Андронову тянулись люди, с ним с готовностью сотрудничали, увлекались его идеями и начинали работать в их русле.

На формирование А. А. Андропова — ученого, педагога, человека — в сильнейшей мере повлияли и его учитель, и сама атмосфера научной школы Л. И. Мандельштама — Н. Д. Папалекси, атмосфера «подлинной научной школы», как говорил А. А. Андронов. А что это такое — атмосфера научной школы Л. И. Мандельштама — он определял так: «Во-первых, он любил учить — в самом прямом смысле этого слова — молодых физиков, любил задавать и растолковывать им разные трудные и каверзные задачи и парадоксы. Во-вторых, он непрерывно делился с сотрудниками и учениками своими соображениями и планами будущих работ, ставя перед ними вопросы, из которых вырастали научные исследования. При этом Л. И. Мандельштам искренне радовался, если ученик проявлял работоспособность и особенно творческую инициативу в научной работе. Он был готов незаметным и деликатным образом отказаться от авторства в пользу своего ученика или сотрудника и умел придать его работе известный блеск и остроту, переакцентировав две-три формулировки и указав на новые следствия. Одновременно он никогда не забывал отмечать, если его ученик делал что-нибудь существенное самостоятельно» [1. С. 448].

О научной и педагогической деятельности Л. И. Мандельштама опубликован ряд статей, содержащих воспоминания его сотрудников и учеников. Одна из лучших работ, написанная по тексту доклада на траурном заседании, посвященном памяти Л. И. Мандельштама, принадлежит А. А. Андронову. Эта статья замечательна и тем, что освещает первые десятилетия становления одного из разделов общего учения о нелинейных колебаниях, и тем, что дает выразительный и яркий портрет одного из его основоположников — Л. И. Мандельштама.

«Общепризнано как у нас в стране, так и за границей, что деятельность Л. И. Мандельштама оказала фундаментальное влияние на создание и развитие теории нелинейных колебаний, хотя вещи, связанные с нелинейной теорией, — это лишь одна и при этом, по-видимому, не главная сторона его научного творчества», — так начал свой доклад о Л. И. Мандельштаме

А. А. Андронов.— «Научные результаты, полученные им в этой области (большей частью совместно с Н. Д. Папалекси), научные результаты его учеников и учеников его учеников составляют значительную часть научных достижений, которые вообще здесь имеются» [1. С. 441].

А. А. Андронов выделил три наиболее существенных и широко известных научных результата Л. И. Мандельштама в области нелинейных колебаний. Это, во-первых, теория параметрической машины и создание самой параметрической машины; во-вторых, открытие резонанса второго рода и создание приемного устройства, основанного на резонансе второго рода; это, наконец, изобретение радиоинтерферометрии и создание новой технической дисциплины — радиогеодезии.

«Однако,— сказал далее А. А. Андронов,— может быть, не меньшее значение, чем эти конкретные результаты, имеет тот новый подход к исследованию нелинейных систем, который Л. И. Мандельштам вызвал к жизни. Новые понятия, новые расчетные методы, новая терминология, выработанные как им самим, так и при его участии, уже сегодня завоевали себе обширную область применения. Несомненно, что завтра эта область будет больше, и существенно больше» [1. С. 441].

Свой доклад А. А. Андронов заключил словами: «Основной центр исследований в области теории нелинейных колебаний находился в 1907—1921 гг. в Германии, в значительной мере благодаря Баркгаузену. Основные работы, относящиеся к 1922—1929 гг., были выполнены в Голландии — я имею в виду работы Ван-дер-Поля. Приблизительно с 1930 г. основной центр исследований по теории нелинейных колебаний находится в СССР, чем мы обязаны в первую очередь Л. И. Мандельштаму. Идеи Л. И. Мандельштама в области теории нелинейных колебаний... имеют непреходящее значение. Этим идеям предстоит интенсивное развитие и богатая событиями жизнь» [1. С. 472].

Последние слова в полной мере относятся и к самому А. А. Андронову, ибо это и его идеям, методам и подходам в теории нелинейных колебаний выпала богатая событиями жизнь и интенсивное развитие, жизнь, которая продолжается и сегодня.

Безусловно, важная роль в возникновении нового

подхода в теории колебаний, выдвинутого А. А. Андроновым, принадлежала Л. И. Мандельштаму, уже хотя бы потому, что он неоднократно указывал на настоятельную необходимость построения общей нелинейной теории. «Он удивительным образом знал, любил и чувствовал классическую линейную теорию колебаний, которой он столь виртуозно пользовался. Но будет правильно сказать о Л. И. Мандельштаме и классической теории линейных колебаний и нечто совсем другое. Никто отчетливее и острее Л. И. Мандельштама не понимал, что ее большие возможности являются все же ограниченными и что громаднейший круг важнейших физических и технических вопросов требует создания нелинейной теории» [1. С. 444].

Он уделял значительное внимание вопросам дальнейшего развития теории линейных систем с переменными коэффициентами, и в первую очередь с коэффициентами, периодически зависящими от времени. Однако основное внимание Л. И. Мандельштам направил на нелинейные системы. А. А. Андронов писал: «Во-первых, Л. И. Мандельштам остро чувствовал всю необходимость иметь руководящие нелинейные теоретические концепции, которые позволяли бы разбираться в разнообразных и сложных явлениях и которые обладали бы способностью предсказывать новые нелинейные явления... Во-вторых, Л. И. Мандельштам не менее остро чувствовал необходимость строгого математического рассмотрения хотя бы основных, наиболее простых, жизненно важных и необходимых задач теории нелинейных колебаний, так как в противном случае, говорил он, вы находитесь на зыбкой почве, ни в чем не можете быть уверены и прежде всего не можете быть уверены в хотя бы приблизительной правильности рассматриваемых нами идеальных математических моделей физических задач.

Несколько меньше, — по крайней мере мне так кажется, — его интересовала в теории нелинейных колебаний вычислительная сторона дела — доведение решений до окончательных числовых результатов, хотя он и подчеркивал, что такие числовые результаты практически весьма существенны» [1. С. 451].

А. А. Андронов указал также и на то, что Л. И. Мандельштам «с известной осторожностью относился к различным нестрогим методам приближенного решения задач теории нелинейных колебаний... Осо-

бенно его задевали те отдельные случаи, когда различные нестрогие методы давали противоречивые результаты или когда авторы делали совершенно необоснованные выводы, подсказывавшиеся им „линейной психологией“» [1. С. 452].

Обо всех этих взглядах Л. И. Мандельштама ученики узнавали не из публикаций — они появились много позже, а на семинаре по теории колебаний, которым он руководил в 1926—1927 гг. Затрагивались эти вопросы также и в лекциях по теории колебаний. В ходе лекций и заседаний семинара Л. И. Мандельштаму случалось сообщать слушателям и о некоторых конкретных научных результатах, полученных им в соавторстве с Н. Д. Папалекси и еще не опубликованных.

Эту особенность деятельности Л. И. Мандельштама А. А. Андронов отметил в специальном разделе доклада, определив ее как «коллективный характер научного творчества и отсутствие резкой грани между преподаванием и научной работой», наиболее заметно проявившейся в работе семинаров, которыми он руководил. «Влияние этих лекций и семинаров Л. И. Мандельштама... далеко выходило за пределы физического факультета МГУ. Они собирали со всей Москвы многочисленную и разнообразную аудиторию, в которой наряду со студентом можно было встретить профессора, наряду с физиком — математика и инженера» [1. С. 447].

Упомянутый семинар Л. И. Мандельштама по теории колебаний сыграл важную роль в выработке и распространении так называемого «колебательного мышления», характерного и для последующей деятельности А. А. Андропова и его собственной школы, и для всех представителей школы Л. И. Мандельштама.

Л. И. Мандельштам не просто обучал своих учеников той или иной области физики, владению методами исследования. Он учил их выбирать такую проблему, которая бы отвечала интересам и самой науки, внутренним законам ее развития, и жизненным интересам практики, использующей достижения науки.

Примечательно, что уже в те годы ученики Л. И. Мандельштама были совсем не похожими друг на друга молодыми учеными, хотя учил он их, в сущности, одному и тому же. Но, как говорил С. М. Рытов, в школе Л. И. Мандельштама не возникало уни-

фикации ни по интересам, ни по стилю работы, ни по стилю публикаций: статью Г. С. Горелика невозможно было спутать со статьей М. А. Леонтовича или А. А. Андропова⁸. Очевидно, что атмосфера школы Л. И. Мандельштама способствовала становлению и развитию личности каждого из ее представителей

Об А. А. Андронове той поры можно судить по воспоминаниям его современников (мы к ним еще вернемся); в какой-то мере представление о нем и его научных интересах времен аспирантуры дают книги его личной библиотеки, часть которой сохранилась в московской квартире его сестры. Здесь оказались книги и журналы по астрономии, геологии, географии, истории философии и русской истории, что вполне соответствовало словам Г. С. Горелика о нем: «Огромная образованность и начитанность, простирающаяся от медицины до экономической географии, от русской истории до математической логики» [78. С. 14]. Вот только книг по биологии и медицине уже не было: всю богатейшую библиотеку отчима, врача по специальности, после его смерти А. А. Андронов подарил Горьковскому медицинскому институту.

К сожалению, нигде на полях книг, принадлежавших А. А. Андронову, не оказалось записей, замечаний по поводу прочитанного — вероятно, это вообще было не в привычках А. А. Андропова. Зато в изобилии тут и там разбросаны на полях отметки типа «NB» или «Sic!», подчеркивания — толстой линией или тонкой, волнистой или прямой и т. п. — восклицательные знаки, кружочки, «галочки» и прочее. Все эти отметки весьма красноречивы и дают представление об интересах А. А. Андропова тех лет, отразившихся в его последующей деятельности.

Так, из «Описательной астрономии» М. Хандрикова можно видеть, что уже в ту пору его заинтересовали цефеиды — звезды с переменным блеском. Из другой книги, прочитанной А. А. Андроновым в 1925 г. (как об этом свидетельствует надпись, сделанная на обложке характерным почерком А. А. Андропова), «История философии в марксистском освещении» (составители Б. Стоппнер и П. Юшкевич, М.: Изд-во Товарищества «Мир», 1924 г.), видно, что пристальное

⁸ Рыков С. М. Леонид Исаакович Мандельштам // Академик Л. И. Мандельштам. М.: Знание, 1980. С. 16.

внимание А. А. Андропова привлекли, в частности, страницы, посвященные космогоническим воззрениям Лапласа и Канта, что нашло отражение в написанной им позже книге о Лапласе (в соавторстве с Е. А. Леонтович).

Или, например, тезисы докладов Шестого съезда русских физиков, состоявшегося в августе 1928 г. Они отражают круг интересов А. А. Андропова в области физики в то время. На титуле этих тезисов рукой А. А. Андропова записан ряд фамилий докладчиков: Борн, Дебай, Дирак, Бриллюэн и другие — вне всякого сомнения, наиболее интересных для А. А. Андропова. Можно догадаться и о том, в какой мере его интересовали представленные на съезде доклады — отмеченные только «галочкой» или «галочкой» в кружочке, подчеркнутые и также отмеченные «галочкой», а иные в дополнение — еще одним значком, похожим на восклицательный знак. Последние интересовали его в наибольшей степени, во всяком случае, один из таких многократно отмеченных докладов (Д. Иваненко и Л. Ландау «Основания квантовой статистики») законспектирован рукой А. А. Андропова здесь же, в сборнике тезисов, на чистом листе для заметок.

Следует отметить, что в этом сборнике тезисов представлен и доклад А. А. Андропова «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний», о котором мы будем говорить подробно ниже, а сейчас скажем лишь, что в нем речь идет, по существу, о новом направлении в теории нелинейных колебаний, выдвинутом А. А. Андроновым. Следовательно, даже выдвинув новое направление исследований, А. А. Андронов сохранил широкий круг интересов в физике.

В 1926 г., на втором году аспирантуры, А. А. Андронов женился на Евгении Александровне Леонтович, сестре своего первого соавтора М. А. Леонтовича. С этого времени Е. А. Леонтович, математик по образованию, стала соавтором А. А. Андропова и вместе с ним получила ряд важных результатов в разработке математического аппарата теории нелинейных колебаний. Главные из них — результаты в теории бифуркаций динамических систем второго порядка.

Об А. А. Андронове периода первых двух лет аспирантуры Г. С. Горелик рассказывал так: «Многие физики для своих исследований поднимаются в стратосферу, взбираются на снеговые вершины Кавказа,

строят гигантские сооружения (циклотроны и прочее). Кто знал 25-летнего Шурку Андропова с его могучим телосложением, буйной энергией, голосом, гремевшим на все этажи Физического института Московского университета, мог бы подумать, что именно он, больше, чем кто-либо, предназначен для дел, не чуждых внешней эффектности, производящих сильное впечатление и на людей, далеких от науки. На деле оказалось совсем иначе. Подвиги А. А. Андропова иного рода. Они совершаются в тишине. Для того, чтобы их понять, надо смотреть в глубь вещей» [78. С. 14].

Но, добавим, основу для «подвигов в тишине» А. А. Андронов закладывал именно в эти годы, в годы аспирантуры.

Подробно об этом мы поговорим ниже, а теперь закончим словесный портрет А. А. Андропова, начатый этой цитатой из рассказа Г. С. Горелика.

Как это ни странно, но в этом описании Г. С. Горелика А. А. Андронов чрезвычайно похож на старинного друга и соавтора Л. И. Мандельштама еще со времен Страсбурга — Николая Дмитриевича Папалекси, с которым А. А. Андронов в 1926 г. скорее всего не был даже знаком: после переезда Л. И. Мандельштама в Москву Н. Д. Папалекси еще некоторое время оставался в Ленинграде. Однако его незримое присутствие на физическом факультете МГУ ощущалось почти постоянно. «Мы с Николаем Дмитриевичем думаем...», «мы с Николаем Дмитриевичем хотим попробовать...», — так обычно начинал Л. И. Мандельштам разговоры на радиофизические темы⁹.

Если Л. И. Мандельштам был прежде всего физиком-мыслителем, то Н. Д. Папалекси — мы снова прибегнем к свидетельству Г. С. Горелика — был «исследователем-завоевателем, открывателем новых стран... Когда я пытаюсь понять тонкую структуру яркого радиофизического дублета Мандельштам—Папалекси, оценить его расщепление, сказать о каждом из них такое, чего нельзя сказать о другом, мне приходят в

⁹ Горелик Г. С. Несколько замечаний о стиле научного творчества Н. Д. Папалекси // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1948. Т. 12, № 1. С. 22—24.

голову воспоминания детства о жюль-верновских романах, о тех героях науки, полных отваги, физической выносливости и юношеского энтузиазма, которые пересекают моря и континенты и улетают в космические пространства. Если откинуть всевозможные чудачества этих героев, которыми отнюдь не страдал Николай Дмитриевич, их образы определенно созвучны его творчеству» [80. С. 22—24].

Представляется, что А. А. Андронов и Н. Д. Папалекси были похожи как раз в том, что отличало их от Л. И. Мандельштама: оба они глубоко и серьезно интересовались физическими проблемами биологии и медициной, оба любили географию и астрономию (а Н. Д. Папалекси еще и метеорологию, что вызывало добродушные насмешки Л. И. Мандельштама).

И была еще одна черта, которая роднила их: им обоим была в высшей степени присуща способность жертвовать собой, своим временем, собственными паучными интересами ради неких высших, с их точки зрения, целей. У Н. Д. Папалекси эта редкая человеческая черта проявлялась наиболее явственным, заметным образом по отношению к Л. И. Мандельштаму. У А. А. Андропова — уже по отношению ко всему и всем, кто попадал в поле его зрения, за кого он ощущал моральную ответственность: за своих учеников и сотрудников, за людей, нужных Горьковскому университету, и за сам университет, за реализацию вынашиваемой им идеи о необходимости развития науки на периферии, за всех, кто нуждался в поддержке, защите, сочувствии.

Конечно, это было внутреннее, глубинное сходство, которое выявляется далеко не сразу, так сказать, постфактум, — слишком уж разными они были внешне: сдержанный, загадочный, немногословный Н. Д. Папалекси с его выверенной, экономной жестикуляцией, закованный в броню вежливости и элегантности, с белым платочком в верхнем кармане пиджака, и А. А. Андронов — огромный, подвижный, шагающий широко и энергично, громкоголосый и напористый (но и деликатный), излучающий силу и увлеченность, по-человечески неотразимо привлекательный и почти всегда непричесанный (какой уж там белый платочек!).

Они встретились впервые на одном из заседаний

Мандельштамовского семинара по теории колебаний в 1928 г.¹⁰

Это заседание было особенно многолюдным. Если на семинаре почему-либо отсутствовал Л. И. Мандельштам, студенты говорили: «Чай без сахара». На этот раз можно было бы сказать, что их ждет «чай с тройным сахаром». Во-первых, пришел Л. И. Мандельштам, во-вторых, специально ради этого заседания приехал из Ленинграда Н. Д. Папалекси («мама» и «папа», как любовно пазывали их студенты — даже в этом случае особенного почитания и уважения не обошлось без студенческих прозвищ). В-третьих, предстоял интересный доклад: «коллега» Андронов должен был сделать сообщение о только что законченном исследовании, которое он озаглавил «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний».

Содержанию этого доклада мы посвятим отдельный раздел, поскольку оно имело особо важное, определяющее значение для всей последующей научной деятельности А. А. Андропова и для развития учения о колебаниях. Но сначала расскажем о первых научных работах, выполненных в годы аспирантуры.

Первые научные работы

В 1926 г. я (совместно с М. А. Леонтовичем) опубликовал первую научную работу по теоретической оптике. В 1927 г. занимался статистической физикой и некоторыми вопросами квантовой физики.

А. А. Андронов. Из автобиографии
1941 г.¹¹

Первая работа А. А. Андропова под руководством Л. И. Мандельштама «К теории молекулярного рассеяния света на поверхности жидкости» (в соавторстве с М. А. Леонтовичем) [50] была опубликована на немецком языке (1926 г.). Сам А. А. Андронов так охарактеризовал это исследование: «Работа содержит расчет интенсивности света, рассеиваемого поверхностью

¹⁰ У нас нет сведений о том, встречались ли они раньше. Но известно, что на этом семинаре многие ученики Л. И. Мандельштама увидели Н. Д. Папалекси впервые [80. С. 22-24].

¹¹ Архив А. А. Андропова. НИИПМГ Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

жидкости, и сравнение результатов этого расчета с опытами Рамана и Рамдаса. Работа в теоретической части является обобщением расчета Л. И. Мандельштама, относящегося к 1913 г.» [7. С. 526].

Обобщение расчета Л. И. Мандельштама, рассмотренного в свое время случай, когда направление наблюдения совпадает с плоскостью падения или близко к ней, получается за счет исследования в работе [50] случая произвольного азимута для среды с произвольным показателем преломления.

Следующая работа А. А. Андропова (также в соавторстве с М. А. Леонтовичем) «О колебаниях системы с периодически меняющимися параметрами» [35]. В связи с этой работой Г. С. Горелик [79] свидетельствует: «Дело началось отчасти с квантов. В „старой“ квантовой механике большое значение имело рассмотрение того, что происходит с системой, способной к периодическому движению, в частности осциллятором, при медленном изменении параметра. Л. И. [Мандельштам] со свойственной ему тонкостью давно подозревал, что дело здесь обстоит не так просто, как всем казалось, и что как бы медленно ни происходило периодическое изменение параметра (представим себе для наглядности изменение длины нити маятника), могут быть какие-то резонансоподобные нарастания колебаний. Л. И. [Мандельштам] тут же связал этот вопрос с опытом Мельде (струна, возбуждаемая поперечно периодическим изменением натяжения), которому посвятил несколько замечаний лорд Рэлей» [79. С. 143—144].

В статье, написанной А. А. Андроновым в соавторстве с М. А. Леонтовичем и опубликованной в 1927 г. [35], была дана исчерпывающая и ясная трактовка этого вопроса. При решении задачи были исследованы свойства решений линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами $\ddot{y} + (1 - b \cos pt)y = 0$ и $\ddot{y} + 2f\dot{y} + (1 + q \cos pt)y = 0$.

Было показано, что существуют определенные конечные области частот и амплитуд функций, изображающих изменение параметра, при которых происходит возбуждение колебаний, выяснено их примерное расположение и установлено, что наиболее сильно выраженная область возбуждения — единственная, если затухание не очень мало, — характеризуется отношением частоты воздействия к собственной частоте, близким к 2 : 1.

В этой статье [35] содержится вывод асимптотических решений данных уравнений, справедливых при достаточно малой частоте модуляции p . Эти асимптотические выражения были в дальнейшем использованы А. А. Андроновым в его работе 1930 г. о теории захватывания [18] (совместно с А. А. Виттом).

Работа «О колебаниях системы с периодически меняющимися параметрами» [35] породила целый ряд исследований, проведенных под руководством Л. И. Мандельштама его другими учениками. В частности, она привела к более основательному изучению вопроса о радиомодуляции [7. С. 526].

Один из результатов работы [35] заключался в следующем. Консервативный осциллятор с модулированной частотой имеет бесконечное множество нестабильных областей, для которых амплитуда колебаний растет по экспоненциальному закону. Это сыграло важную роль при исследовании так называемого параметрического резонанса — экспоненциального парастания амплитуды колебаний за счет энергии модулятора. Понятие параметрического резонанса оказалось исключительно плодотворным. Оно привело к развитию идей, связанных с параметрической генерацией колебаний.

В 1931 г. Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси построили первую «параметрическую машину» — генератор переменного тока, принципиально отличный от существовавших ранее. Отличие заключалось в том, что в параметрической машине существенно наличие как индуктивности, так и емкости, а кроме того, соблюдение определенного соотношения между периодом изменения одного параметра (или обоих) и величиной самого параметра. В первой машине периодически менялась индуктивность. Во второй, построенной в 1932 г., периодически изменялась емкость. Позднее под руководством Н. Д. Папалекси были построены образцы технических генераторов небольшой мощности, которые по целому ряду показателей имели преимущество перед обычными генераторами, применявшимися в электротехнике.

Третья работа А. А. Андронova (в соавторстве с Л. И. Мандельштамом и М. А. Леонтовичем) — «К теории адиабатических инвариантов» [36] — была опубликована в 1928 г. и также возникла в связи со «старой» квантовой механикой, об интересе к которой

А. А. Андропова, кроме Г. С. Горелика, свидетельствует также Н. Д. Папалекси [102. С. 47].

В авторской аннотации А. А. Андронов писал по поводу этой статьи: «В работе в связи с рассмотрением поведения маятника в периодически меняющемся поле силы тяжести устанавливается необходимость уточнения ряда формулировок теории адиабатических инвариантов и дается определение „временного“ и „стационарного“ адиабатического инварианта» [7. С. 526].

В статье [36] был выяснен ряд явлений, имеющих место при очень медленных изменениях параметров. Системы с переменными параметрами занимают промежуточное положение между классическими линейными и нелинейными колебательными системами. Классическая линейная теория имеет дело с колебательными системами, параметры которых, например емкость, индуктивность, масса, сопротивление, не меняются со временем. В нелинейных системах, напротив, параметры меняются во времени, например сопротивление зависит от силы тока. Кроме того, выделен класс систем, параметры которых являются периодическими функциями времени.

Вот эти системы с периодически меняющимися параметрами представлялись весьма важными и интересными для Л. И. Мандельштама. Вслед за Рэлеем он полагал, что в них скрыты серьезные технические возможности. Поэтому он предложил своим ученикам исследовать ряд вопросов, связанных с системами, параметры которых периодически зависят от времени.

Один из таких вопросов о колебаниях системы с периодически меняющимися параметрами и был рассмотрен в предыдущей работе А. А. Андропова и М. А. Леонтовича [35]. Среди прочих ее результатов было установление необходимости уточнения ряда формулировок теории адиабатических инвариантов.

Дело в том, что в определении адиабатического инварианта существовало несколько неопределенное ограничение. Например, М. Борн определял как адиабатическое такое изменение системы, которое не находится ни в каком отношении с периодом невозмущенной системы. А. Зоммерфельд рассматривал адиабатическое воздействие как бессистемное, неупорядоченное по отношению к фазам движения. Другие авторы полагали скорость изменения параметра постоянной, и, т. д.

Такое понимание адиабатического воздействия исключало случай, когда имеет место нечто вроде резонанса. Между тем А. А. Андронов (совместно с М. А. Леонтовичем) [35] установил возможность «параметрического резонанса» (нестабильного движения).

Более строгое определение адиабатического инварианта, которое выделяет два рода адиабатической инвариантности — временную и стационарную, и было дано в работе [36] А. А. Андропова (совместно с Л. И. Мандельштамом и М. А. Леонтовичем).

Разграничение случаев «временного» и «стационарного» адиабатических инвариантов имело важное значение в связи с той фундаментальной ролью, которую адиабатная гипотеза играла в квантовой механике. Большинство исследователей подразумевали исключительно стационарную адиабатическую инвариантность, не говоря об этом в достаточно ясной форме. Указанная статья ставила на повестку дня вопрос о необходимости выделения класса «допустимых» адиабатических воздействий. В ней была поставлена новая задача: «какому условию должна удовлетворять функция $a(t/\mu)$, чтобы фазовый интеграл был стационарным адиабатическим инвариантом; решение этой задачи, — говорится в статье, — выделило бы класс „допустимых“ адиабатических воздействий» [36. С. 40].

Уже четвертая работа, выполненная А. А. Андроновым в годы аспирантуры, выводит его на новый круг проблем, связанных с построением теории нелинейных колебаний.

«Хотя А. А. Андронов был по образованию физиком-теоретиком, главное поле его деятельности оказалось довольно далеко от того, чем обычно занимаются по теоретической физике. Научное развитие А. А. Андропова шло своеобразным путем. Его влекла атомная физика — та новая область исследований, куда устремились большинство молодых теоретиков двадцатых годов, его сверстники. Во время аспирантуры он занимался статистической физикой и некоторыми вопросами квантовой физики. Но в конце аспирантуры творческие силы Александра Александровича сосредоточиваются на вопросах генерации колебаний, поставленных в порядок дня радиотехникой в связи с появлением электронной лампы» [78. С. 9].

Прежде чем перейти к рассмотрению следующей работы А. А. Андропова, охарактеризуем проблемы, ко-

торые были поставлены перед ним в 1927 г. Л. И. Мандельштамом и которые повлияли на его последующее творчество.

Задача о методе припасовывания

В 1927 г. Л. И. Мандельштам предложил мне исследовать устойчивость движений, получаемых по методу припасовывания, а затем вообще «попытаться подвести под этот метод серьезную математическую базу».

А. А. Андронов [1. С. 454]

О том, как и почему возникла задача о «математическом воспитании» метода припасовывания, рассказывал сам А. А. Андронов [1].

Одной из первых научных работ, выполненных в Московском университете под руководством Л. И. Мандельштама, была задача об электромагнитном прерывателе, исследованная в 1925 г. М. А. Леонтовичем. В этой работе по совету Л. И. Мандельштама для отыскания периодического решения М. А. Леонтович применил так называемый метод припасовывания. Этот метод применялся ранее — Н. Д. Папалекси в 1911 г. в задаче о выпрямителе и А. Зоммерфельдом в 1914 г. в теории вынужденных колебаний дуги, а затем и многими другими.

Суть метода припасовывания (иногда его называют методом «сшивания») заключается в том, что входящая в задачу нелинейная зависимость аппроксимируется рядом прямолинейных отрезков (ломаной линией). Этим самым нелинейная задача разбивается на ряд линейных, и решение сводится к отысканию постоянных интегрирования из условий непрерывности процесса при переходе от одного прямолинейного участка к другому и из требования периодичности процесса. Метод припасовывания — это метод отыскания периодического решения, однако в то время он не давал ответа на вопрос об устойчивости полученного периодического движения. Вот эту задачу — «исследовать устойчивость движений, получаемых по методу припасовывания» — и предстояло решить А. А. Андронову [1. С. 454].

Ставя ее перед своим аспирантом, Л. И. Мандельштам сказал: «До сих пор... все, кто работали этим методом — Н. Д. Папалекси, А. Зоммерфельд и другие, — в сущности решали отдельные казуистические

примеры и ограничивались лишь нахождением периодического решения, оставляя в стороне вопросы устойчивости и вообще вопросы о поведении решений при других начальных условиях, чем те, которые соответствуют периодическому движению... И если удастся что-либо сделать в отношении исследования устойчивости периодических движений, получаемых по этому методу или в отношении обоснования этого метода, сразу будет внесена ясность в целый ряд задач» [1. С. 454].

Столь серьезный интерес к методу припасовывания со стороны Л. И. Мандельштама объяснялся тем, что в нем он видел одно из средств, с помощью которого можно было надеяться существенно продвинуться в исследовании нелинейных задач теории колебаний. Общего математического аппарата решения таких задач в то время не существовало. И хотя метод припасовывания не мог стать базой для такого общего аппарата исследования нелинейных проблем теории колебаний, все же следовало попытаться извлечь из него максимальную пользу. «Он считал, — рассказывал позже А. А. Андронов, — что этот метод может быть математически обоснован и разработан таким образом, чтобы стать рабочим методом физики и техники, пригодным для рассмотрения хотя бы некоторых, наиболее простых, но жизненно необходимых задач теории нелинейных колебаний. Он говорил, что нельзя надеяться, что математика даст нам возможность работать со сколько-нибудь сложными характеристиками, что нам все равно приходится фундаментально упрощать задачу, выбирать ту или иную простую аналитическую аппроксимацию. Он отмечал, что в ряде случаев разбиение нелинейной характеристики на прямолинейные участки прямо подсказывается физикой и является более удобной аппроксимацией, чем аппроксимация полиномами» [1. С. 454].

Еще не будучи строго математически обоснованным, этот метод многократно применялся и после 1927 г. при исследовании как сильно нелинейных систем (А. А. Андроновым и его учениками), так и для трактовки вынужденных колебаний в автоколебательных системах. В этой связи А. А. Андронов отмечал работы ден-Хартога о вынужденных колебаниях в системе с сухим трением (1930 г.) и Рокара — по теории захватывания в ламповом генераторе с Z -характеристикой (1937 г.)

Задачу о математическом обосновании этого метода в 1927 г. А. А. Андронов не решил, потому что он полностью переключился на решение другой, значительно более общей задачи. Забегая вперед, скажем, что он решил ее в 1944 г., когда использовал метод припасовывания в комбинации с теорией точечных преобразований Пуанкаре—Брауэра—Биркгоффа при решении нелинейных задач теории автоматического регулирования. «Дело в том,— писал А. А. Андронов,— что основные факторы, обуславливающие нелинейность уравнений движения в теории автоматического регулирования — кулоновское трение и характеристика сервомотора,— непринужденно допускают простую кусочно-линейную аппроксимацию. Это как раз тот совсем не редкий случай, когда, по выражению Л. И. Мандельштама, „сама физика подсказывает употребление метода припасовывания“» [1. С. 455].

При решении этих задач «попутно», как выразился А. А. Андронов, был получен ответ на вопрос, поставленный Л. И. Мандельштамом в 1927 г.,— вопрос об устойчивости движений, получаемых по методу припасовывания: «Исследование устойчивости приводится к исследованию системы уравнений в конечных разностях, которое может быть проведено по известным рецептам... Тем самым,— писал А. А. Андронов,— была осуществлена старая идея Л. И. Мандельштама о математическом воспитании метода припасовывания» [1. С. 455].

Такова, повторяем, была задача, поставленная в 1927 г. Л. И. Мандельштамом перед аспирантом А. А. Андроновым, когда, отложив ее решение, А. А. Андронов совершенно неожиданно для своего учителя самостоятельно поставил себе и решил совершенно другую задачу, имевшую фундаментальное значение для последующего развития общего учения о колебаниях, ибо в процессе ее решения он сделал открытие нового (для теории колебаний) математического аппарата в трудах Пуанкаре, посвященных небесной механике. Сам А. А. Андронов ничего не пишет о том, как произошел его переход к совершенно новому взгляду на вещи, как произошло открытие. Он ограничивается фразой: «Из этой задачи [о методе припасовывания] выросла работа о предельных циклах... но сама задача, поставленная Л. И. Мандельштамом, тогда не была решена» [1. С. 454].

Работа о предельных циклах

В 1929 г. окончил аспирантуру. Тема моей заключительной диссертации «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний». Эта работа, краткое изложение которой было опубликовано по-русски в 1928 г. и по-французски в Докладах Парижской академии в 1929 г., определила направление моей дальнейшей научной деятельности.

А. А. Андронов. Из автобиографии 1941 г.¹²

В творчестве А. А. Андропова отчетливо прослеживаются три «пика», следовавшие один за другим примерно каждые 7—9 лет. Связанные с ними три группы работ А. А. Андропова и его сотрудников, еще при его жизни ставших классическими, заложили основы одной из фундаментальных теорий общего учения о колебаниях.

Диссертационное исследование А. А. Андропова — первый «пик» в его творчестве.

С этой работы начинается непрерывная цепь андроновских «подвигов в тишине», ибо в ней были заложены основы изучения *существенно нелинейных систем*. Это очень важный момент — существенно нелинейные системы, его необходимо отметить. Для понимания значения работ А. А. Андропова и его школы в развитии учения о колебаниях нужно иметь в виду, что по существу все разработанные за пределами школы А. А. Андропова математические методы (по крайней мере до конца 50-х годов нашего века) предназначались для изучения *слабо нелинейных систем*.

Из всего комплекса задач, стоявших перед разработчиками общего учения о нелинейных колебаниях, А. А. Андронов, таким образом, выбрал и поставил перед собой и своей школой самую сложную задачу — изучение сильно нелинейных динамических систем.

Но этот выбор произошел несколько позже, так как в конце 20-х годов, когда А. А. Андронов вплотную занялся нелинейными проблемами теории колебаний, актуальным был другой вопрос: большинством радиоспециалистов не было до конца осознано принципиальное различие между процессами генерации колебаний и теми процессами, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями.

¹² Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

В 20-х годах нелинейная теория колебаний делала первые шаги, поэтому для физиков и радиоинженеров основным средством решения конкретных задач оставалась теория малых колебаний, и при исследовании процессов, происходящих в ламповом генераторе, пытались приспособить представления, например принцип суперпозиции, пригодные лишь для линейных систем.

Ряд исследователей, и среди них прежде всего следует назвать голландского физика Б. Ван-дер-Поля, вполне осознавали необходимость принципиального учета нелинейности процессов, имеющих место в ламповом генераторе и ряде других конкретных задач, и ставили эти задачи именно как нелинейные, приводили их к нелинейным дифференциальным уравнениям. Однако решение нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих поведение конкретных нелинейных динамических систем, сопровождалось существенными трудностями. Необходимо было разработать сколько-нибудь общий аппарат исследования нелинейных дифференциальных уравнений, который стал бы фундаментом нелинейной теории колебаний. Но пока не было такого общего математического аппарата, разрабатывались методы исследования «ad hoc», с помощью которых было решено некоторое количество нелинейных задач и получены ценные результаты — главным образом в исследовании нелинейных систем, близких к линейным консервативным. Таким был, в частности, метод медленно меняющихся амплитуд и фаз, предложенный и развитый Ван-дер-Полем. Это были, повторяем, весьма важные и существенные результаты. Но методы, которыми они были получены, не обладали достаточной общностью и не были математически строго обоснованы.

А. А. Андронов подошел к проблеме генерации колебаний принципиально иначе, с более общих и строгих позиций, предложив использовать для исследования этой и других нелинейных колебательных проблем адекватный им математический аппарат, который он обнаружил в трудах Анри Пуанкаре и А. М. Ляпунова. Именно качественную теорию дифференциальных уравнений Пуанкаре и теорию устойчивости движений Ляпунова.

Качественная теория дифференциальных уравнений была разработана гениальным французским математиком в связи с задачами небесной механики, т. е. вне

всякой связи с проблемами нелинейной теории колебаний, и до А. А. Андропова никогда не применялась для их изучения. Свыше сорока лет это и другие творения А. Пуанкаре были «невостребованными» теорией колебаний, несмотря на огромные скрытые в них возможности. В той же мере это касалось знаменитой теперь работы А. М. Ляпунова «Общая задача об устойчивости движения», которая, по существу, не использовалась исследователями при решении вопросов устойчивости. А. А. Андронов первым применил методы Ляпунова при решении задач нелинейной теории колебаний.

Свой фундаментальный результат двадцатисемилетний А. А. Андронов изложил в диссертационной работе «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний».

В те годы диссертации не защищали так, как это делается в наши дни. Закончив свое исследование, А. А. Андронов ознакомил с его результатами Л. И. Мандельштама, а затем сделал сообщение на одном из заседаний семинара по теории колебаний, о котором уже говорилось выше. Поэтому полный текст диссертационной работы А. А. Андропова не сохранился. Мы знаем о ней лишь из автобиографий А. А. Андропова, написанных в разные годы, по воспоминаниям его коллег и по двум небольшим статьям, написанным по материалам диссертации. Кроме того, об этой работе существует целый ряд отзывов и упоминаний, поскольку она мгновенно привлекла к себе внимание исследователей в области нелинейных колебаний. Пользуясь всеми источниками, мы и попытаемся далее возможно полно восстановить содержание работы.

В 1928 г. состоялся VI съезд русских физиков¹³, проходивший в Москве с 5 по 16 августа. Тезисы доклада А. А. Андропова «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний» были опубликованы в сборнике перечня докладов (с их кратким содержанием), выпу-

¹³ Съезд был весьма представительным. В его работе предлагали принять участие даже А. Эйнштейн и Н. Бор. 21 сентября 1925 г. П. Эренфест писал А. Ф. Иоффе: «Бор очень хочет принять участие в поездке физиков по Волге, и если мне удастся уговорить на это Эйнштейна, то я буду совершенно твердо уверен, что Бор тоже поедет» (Эренфест. Иоффе. Научная переписка. Л.: Наука, 1973. С. 196). Однако в работе съезда, открывшегося в Москве и продолженного на пароходе, следовавшем по Волге, Н. Бор и А. Эйнштейн, к сожалению, не смогли принять участие.

щением оргкомитетом съезда. В этом докладе были изложены основные факты, касающиеся главного открытия А. А. Андропова о связи так называемых автоколебаний и предельных циклов Пуанкаре [5].

О первой публикации своего открытия А. А. Андронов писал: «Заметка содержит сжатое изложение заключительной аспирантской работы того же названия (неопубликованной). Здесь впервые вводится оказавшееся плодотворным понятие об „автоколебаниях“ и показывается путем сопоставления физических признаков автоколебаний (независимости периода и величины размахов от начальных условий) с результатами качественной теории дифференциальных уравнений Пуанкаре, что автоколебания (для систем с одной степенью свободы) всегда соответствуют предельным циклам Пуанкаре. Заметка также содержит указания, как попятая, связанные с качественной теорией дифференциальных уравнений, позволяют дать адекватную трактовку явлениям самовозбуждения, срыва и устойчивости автоколебаний» [7. С. 526—527].

Вскоре после этого, в 1929 г., появилась пятая публикация А. А. Андропова (с тем же названием) — едва ли не основная во всей его жизни. Этой публикацией была небольшая заметка [46] в Докладах Парижской академии. Сам А. А. Андронов пишет о ней: «Заметка содержит изложение результатов заключительной аспирантской работы ... с рядом существенных дополнений.

Во-первых, в заметке сформулированы следующие два требования, касающиеся устойчивости автоколебаний: 1) в реальных физических системах автоколебания должны сохраняться при достаточно малых изменениях самих систем (физическое требование „грубости“ периодических движений, представляющих автоколебания); 2) движение, представляющее реальный автоколебательный процесс, должно быть устойчиво по отношению к изменению начальных условий (требование устойчивости по Ляпунову периодических движений). На основе этих двух требований дается новое доказательство утверждения, что всякий автоколебательный процесс в системе с одной степенью свободы должен соответствовать на языке дифференциальных уравнений предельному циклу Пуанкаре. Требование „грубости“ получило в дальнейшем ... общую математическую формулировку и было использо-

вано в теории дифференциальных уравнений. Требование устойчивости по Ляпунову поставило на службу теории автоколебаний аппарат исследований устойчивости периодических движений, разработанный Ляпуновым и оставшийся практически без употребления.

Во-вторых, в заметке рассматриваются при помощи количественного метода Пуанкаре (так называемого метода малого параметра, изложенного в „Новых методах небесной механики“), автоколебания в системах с одной степенью свободы, близких к линейным консервативным.

Результаты, сжато изложенные в [5] и [46], дали теории автоколебаний прочную математическую базу и послужили исходным пунктом длинного ряда других работ» [67. С. 527].

Статья А. А. Андропова, опубликованная в Докладах Парижской академии [46], была сразу замечена международным сообществом радиоспециалистов. Так, на Конгрессе по прикладной механике в Стокгольме, состоявшемся в 1930 г., известный ученый ле-Корбейе сказал в своем докладе об открытии А. А. Андропова со ссылкой на его статью [46]. Узнавший об этом докладе ле-Корбейе Л. И. Мандельштам сказал, что, «по-видимому, с приоритетом [А. А. Андропова] все обстоит благополучно» [1. С. 456].

О самом процессе работы, приведшей А. А. Андропова к его открытию, известно лишь то, что он сообщает в статье о Л. И. Мандельштаме [1], т. е. почти ничего не известно.

«Как уже было сказано,— писал А. А. Андронов,— в связи с вопросом об устойчивости периодических движений, получаемых по методу припасовывания, поставленным мне Л. И. Мандельштамом, возникла работа о предельных циклах. Я не буду останавливаться на подробностях. Я скажу только, что он отнесся очень внимательно к моему утверждению, что незатухающие колебания в системах с одной степенью свободы — это предельные циклы Пуанкаре»¹⁴ [1. С. 455].

О том, что к этим новым результатам А. А. Андропова не имел отношения даже учитель, что получены они были А. А. Андроновым совершенно самостоя-

¹⁴ Точнее, что предельные циклы Пуанкаре есть геометрический образ таких движений (автоколебаний) в фазовой плоскости динамической системы.

тельно и вполне неожиданно для Л. И. Мандельштама, можно судить по следующим его словам: «Когда дальнейшая мобилизация математической информации быстро привела к работам А. М. Ляпунова по устойчивости и к методу малого параметра, изложенному в „Новых методах небесной механики“ того же Пуанкаре, то Л. И. Мандельштам, так по крайней мере мне показалось, был несколько удивлен. Он захотел отчетливо понять происхождение всех этих работ, их место внутри математики, их связь, а в некоторых случаях отсутствие прямой связи с астрономией, механикой и физикой» [1. С. 455]¹⁵.

Однако Л. И. Мандельштам был первым, кто принял и чрезвычайно высоко оценил фундаментальный результат своего аспиранта. О возможностях нового математического аппарата — нового применительно к теории нелинейных колебаний — он говорил на семинарах своим ученикам, писал в отзывах на работы А. А. Андропова. «Сильной стороной новой точки зрения, связанной с общей качественной теорией дифференциальных уравнений, Л. И. Мандельштам считал ее адекватность основным задачам теории нелинейных колебаний и ее исключительную геометрическую наглядность. Здесь мы имеем, — говорил Л. И. Мандельштам, — действительно адекватный нашим нелинейным задачам, не имеющий „линейных воспоминаний“ мате-

¹⁵ Пищу для некоторых догадок о том, как А. А. Андронов «вышел» на работы А. Пуанкаре, дают следующие его слова: «Считалось, и это было в известной степени верно, что Пуанкаре, Ляпунов, Биркгофф ставили себе задачи, относящиеся к консервативным системам, задачи, выдвигаемые небесной механикой. Те вещи из небесной механики, с которыми физики [и А. А. Андронов тоже?] познакомились благодаря теории квантов (условно периодические системы, контактное преобразование, теория возмущений), казалось, подтверждали это мнение» [7. С. 106]. Две предшествующие работы, выполненные А. А. Андроновым, были связаны с квантовой механикой, как мы говорили выше. Кроме того, не исключено, что А. А. Андронов, хорошо знавший французский язык, еще ранее познакомился с работами Пуанкаре. Складывается впечатление, что он вспомнил о них и захотел проверить мелькнувшую догадку о том, что область применимости качественной теории значительно шире, чем думали физики, потому что далее он пишет: «Поэтому казалось на первый взгляд, что в этих работах нельзя найти аппарата для наших задач, что эти работы занимают другими типами дифференциальных уравнений». «Второй» же взгляд на работы Пуанкаре показал Андронову ошибочность бытовавшего в среде физиков мнения.

матический аппарат, пусть недостаточно разработанный. Опираясь на этот аппарат, можно будет создавать новые понятия, специфичные для нелинейных систем, можно будет выработать новые руководящие точки зрения, которые позволят мыслить нелинейно.

Большое значение он придавал и геометрической наглядности этой теории. Он особенно подчеркивал, что в этой теории каждый геометрический образ, например особая точка или предельный цикл, имеет наглядное физическое содержание. Он выразил уверенность, что этот геометрический язык через короткое время войдет в обиход физиков и инженеров. Он считал, что определение автоколебаний как предельных циклов Пуанкаре, устойчивых как по отношению к малым изменениям начальных условий, так и по отношению к малым изменениям вида дифференциальных уравнений, представляет некоторое научное достижение, интересовался, не сказал ли этого кто-нибудь раньше, и проявлял определенную заботливость в отношении приоритета... Несомненно, что он ценил и некоторые другие „колебательные“ достижения общей качественной теории и верил в ее дальнейшие возможности» [1. С. 456]. Позже он говорил, что корни геометрического подхода к исследованию дифференциальных уравнений «лежат не только в математике или небесной механике, но и в различных областях техники» [Там же].

Вместе с тем, рассказывал А. А. Андронов, Л. И. Мандельштам увидел, как мало разработан аппарат качественной теории дифференциальных уравнений и какая большая работа предстоит А. А. Андронову и его последователям по приспособлению этого аппарата к нуждам теории нелинейных колебаний, к решению конкретных нелинейных задач, а в конечном счете — по превращению его в фундамент новой нелинейной теории колебаний. В связи с этим он говорил: «Беда теории Пуанкаре не в том, что она дает качественные ответы на вопросы, — как раз эти качественные ответы весьма часто и нужны технике, — беда теории Пуанкаре в том, что она скорее говорит, что вообще может быть у дифференциальных уравнений определенного класса, чем учит исследовать конкретное уравнение» [1. С. 456—457].

Превращение качественной теории дифференциальных уравнений в эффективное средство исследования

конкретных динамических систем осуществил, скажем об этом забегаая вперед, А. А. Андронов вместе со своими сотрудниками и учениками. А основы такого превращения были заложены в его диссертационном исследовании.

Как уже было сказано, первое публичное сообщение об этой работе А. А. Андронов сделал на заседании семинара по теории колебаний в 1928 г., где, кроме Л. И. Мандельштама, присутствовал приехавший из Ленинграда Н. Д. Папалекси.

«Заседание было многолюдным,— рассказывал Г. С. Горелик,— и проходило в несколько более приподнятом настроении, чем обычно. Аспирант А. А. Андронов докладывал о только что законченной им работе, установившей связь предельных циклов Пуанкаре с теорией автоколебаний... Удовольствие, которое доставлял ему [т. е. Н. Д. Папалекси] доклад ... выражалось только в едва заметной улыбке, не сходявшей с его крупного лица. После доклада и обычного комментария Леонида Исааковича Николай Дмитриевич произнес несколько слов, в которых отметил большое значение доложенной работы» [80. С. 22—23]. Позже А. А. Андронов говорил, что ученая степень была присуждена ему, по существу, за несколько страничек, содержавшихся в этой работе¹⁶.

Каковы же были основные результаты А. А. Андропова, полученные им в работе «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний»? В чем заключается суть изложенных в ней идей, которые определили направление всей его последующей научной деятельности?

В этой работе А. А. Андронов рассмотрел простейший случай автоколебаний, соответствующий в механике и физике системе с одной степенью свободы, в химии — реакции между двумя веществами, в биологии — сосуществованию двух видов. Эти системы могут быть описаны дифференциальными уравнениями вида

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = Q(x, y),$$

где правые части — нелинейные, вообще говоря, функции x и y . Далее А. А. Андронов рассмотрел

¹⁶ Из воспоминаний современников А. А. Андропова.

плоскость x, y (фазовую плоскость динамической системы), где x, y — прямоугольные декартовы координаты. Каждому состоянию системы, каждой паре значений координаты x и скорости y на плоскости x, y соответствует точка. Изменение состояния системы отображается движением изображающей точки по фазовой траектории.

Используя этот геометрический подход Пуанкаре к исследованию движений динамической системы, А. А. Андронов показал (при некоторых дополнительных условиях), что периодическим движениям системы соответствуют на плоскости x, y изолированные замкнутые кривые, к которым изнутри и снаружи приближаются при возрастании t спирали, соответствующие соседним решениям. Отсюда А. А. Андронов сделал вывод: автоколебаниям, возникающим в системах, описываемых дифференциальными уравнениями указанного вида, соответствуют математически устойчивые предельные циклы Пуанкаре [65. С. 42].

«Таким образом,— заканчивает статью [5] А. А. Андронов,— теория автоколебаний, где до сих пор пользовались почти исключительно нестрогими методами, получает — по крайней мере для простейшего случая — прочную математическую основу» [5. С. 43].

Сделаем некоторые пояснения.

Фазовое пространство (фазовая плоскость, если это пространство двумерно) — это диаграмма, где по осям откладываются координаты и скорости, характеризующие мгновенное состояние системы, которая уже задолго до А. А. Андропова широко использовалась в теоретической физике для исследования совокупности движений физических систем. Так что новым было не просто то, что А. А. Андронов геометризовал исследование лампового генератора, переводя это исследование в фазовую плоскость, где незатухающие периодические колебания генератора отображаются замкнутой кривой. Дело в том, что А. А. Андронов уже в этой работе поставил задачу исследования всей фазовой плоскости, всей совокупности движений, возникающих при всевозможных начальных условиях. Для этого он воспользовался разрывной идеализацией характеристики лампы и так называемым методом преобразования прямой в прямую, введенным А. Пуанкаре и развитым позднее А. А. Андроновым в метод точечных отоб-

ражений (для решения трех- и четырехмерных нелинейных задач теории автоматического регулирования). Проводя исследование всей совокупности траекторий, заполняющих фазовую плоскость лампового генератора, А. А. Андронов увидел, что фазовые траектории изнутри и снаружи асимптотически навиваются на замкнутую кривую, изображающую периодическое решение, т. е. незатухающие колебания.

Вот это и было открытием: тождественность замкнутой кривой, господствующей над фазовой плоскостью лампового генератора, предельному циклу Пуанкаре. Это было открытие нового подхода в теории колебаний, приведшее вскоре к становлению одной из фундаментальных теорий нелинейных колебаний, лежащей в основании общего учения о колебаниях в его современном виде.

Главные моменты этого нового подхода, или «идейного вооружения» теории автоколебаний¹⁷, как говорил А. А. Андронов, заключались прежде всего в формулировке задачи исследования.

Задача теории нелинейных колебаний, по А. А. Андропову, включала требование исследования всевозможных движений динамических систем при всевозможных начальных условиях и взаимоотношений между этими движениями, перенесения рассмотрения движений динамической системы в ее фазовое пространство, т. е. использование геометрического подхода Пуанкаре к исследованию дифференциальных уравнений движения; требование исследования превращений, происходящих в фазовом пространстве динамической системы при изменении ее параметров [69, С. 10; 73, С. 30].

Такая постановка задачи исследования была новой в рамках теории колебаний и для развития последней имела чрезвычайно большое значение. Конечно, формулировка этой задачи возникла не вдруг, но уже в рассматриваемом диссертационном исследовании А. А. Андропова для нее имелись все предпосылки.

Действительно, само обращение А. А. Андропова к математическому аппарату А. Пуанкаре с неизбеж-

¹⁷ В дальнейшем в работах А. А. Андропова речь идет уже не о теории автоколебаний, а о более общем случае — теории нелинейных колебаний, по отношению к которой теория автоколебаний является так называемой частной теорией [69, 73].

постью должно было привести именно к такой постановке задачи. Неудивительно, что она несет на себе отчетливый отпечаток и этого аппарата, и представлений Дж. Д. Биркгоффа в общей теории динамических систем, поскольку эти представления также складывались под влиянием работ А. Пуанкаре.

Как известно, теория динамических систем Биркгоффа была изложена в монографии¹⁸, подводившей итоги исследованиям, выполненным до 1927 г. Ее математическим основанием послужили качественная теория дифференциальных уравнений и метод секущей Пуанкаре, который состоял в рассмотрении фазовых траекторий с помощью точечного преобразования, порождаемого ими на секущей поверхности (подробнее об этом методе будет сказано далее). В исследовании динамики систем этот математический аппарат Пуанкаре получил дальнейшее развитие, поэтому А. А. Андронов, кроме трудов А. Пуанкаре, изучил также работы Биркгоффа. Биркгофф же в названной монографии определил задачу исследования динамики систем следующим образом: «Конечной целью теории движения динамической системы должно служить качественное определение всех возможных типов движений и взаимоотношений между этими движениями» (с. 159). Построенная Биркгоффом теория центральных и рекуррентных движений дает представление о всех возможных движениях динамических систем. А. А. Андронов весьма наглядно изобразил их в работе [2] в виде схемы (рис. 1).

Задача теории колебаний — это, вообще говоря, задача обнаружения и исследования общих колебательных закономерностей, имеющих место в динамических системах любой природы. Но что это такое — «колебательная закономерность»? Современное А. А. Андронову понятие колебательного движения не было определено. Было ясно, что оно включает некоторые из типов движений, указанных Биркгоффом, именно периодические движения (состояния равновесия и собственно периодические движения), квазипериодические и почти периодические движения. Можно было ожидать последующего расширения содержания этого понятия, включения в него других типов движений из

¹⁸ Биркгофф Дж. Д. Динамические системы. М., Л.: Гостехиздат, 1941.

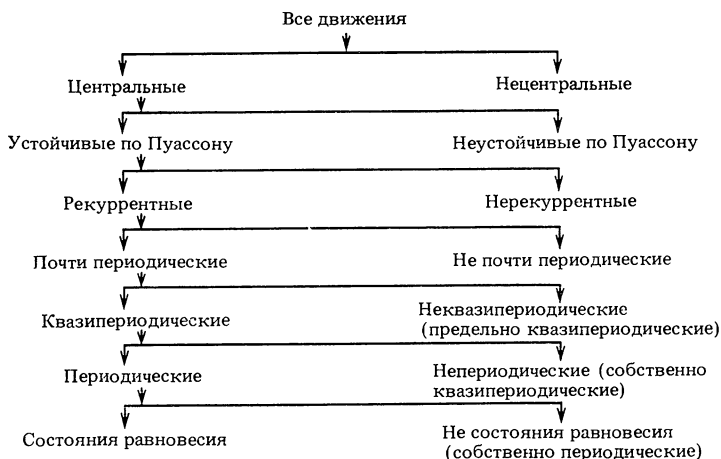


Рис. 1

классификации, предложенной Биркгоффом. В частности, Биркгофф считал, что в случае динамических систем с большим числом степеней свободы (больше двух) рекуррентные движения можно рассматривать как надлежащее обобщение периодических движений.

Эта неопределенность понятия колебательного движения и привела к такой широкой постановке задачи — изучение всех возможных движений динамической системы (стало быть, в том числе и «колебательных», что бы под ними ни подразумевалось). Таким образом, задача исследования колебательных движений должна была решаться в рамках задачи общей теории динамических систем. Тем самым изначально предполагалось параллельное развитие теории нелинейных колебаний и общей теории динамических систем.

Сформулированная А. А. Андроновым задача в своей первой части совпадает с формулировкой Биркгоффа, приведенной выше. Однако требование исследования превращений, происходящих в фазовом пространстве динамической системы при изменении ее параметров, — новое по отношению к постановке задачи Биркгоффа. Оно стало возможным в процессе развития теории бифуркаций в работах А. А. Андропова и его сотрудников. Основы теории бифуркаций консервативных систем, изложенные в трудах А. Пуанкаре, были использованы А. А. Андроновым для построения теории бифуркаций неконсервативных систем. Бо-

лее подробно об этом важном результате А. А. Андрона будет сказано ниже. Здесь же отметим, что в диссертационном исследовании А. А. Андрона содержались основные предпосылки для постановки задачи исследования теории нелинейных колебаний, хотя сама формулировка сложилась несколько позже.

Кроме нового подхода к исследованию динамики систем, диссертационная работа А. А. Андрона содержала идею «грубости» периодических движений, представляющих реальные автоколебания. Эта фундаментальная идея привела к последующему развитию теории бифуркаций динамических систем, оказавшейся одним из наиболее существенных достижений А. А. Андрона. В связи с вопросом об устойчивости автоколебаний он сформулировал два требования: «1) в реальных физических системах автоколебания должны сохраняться при достаточно малых изменениях самих систем (физическое требование „грубости“ периодических движений, представляющих автоколебания); 2) движение, представляющее реальный автоколебательный процесс, должно быть устойчиво по отношению к изменению начальных условий (требование устойчивости по Ляпунову периодических движений)» [7. С. 527]. Второе требование — тоже нечто совершенно новое в теории нелинейных колебаний, поскольку впервые вводит в нее теорию устойчивости Ляпунова.

«На основе этих двух требований, — писал А. А. Андронов в авторской аннотации к статье [46], — дается новое доказательство утверждения, что всякий автоколебательный процесс в системе с одной степенью свободы должен соответствовать на языке дифференциальных уравнений предельному циклу Пуанкаре. Требование „грубости“ получило в дальнейшем общую математическую формулировку и было использовано в теории дифференциальных уравнений. Требование устойчивости по Ляпунову поставило на службу теории автоколебаний аппарат исследований устойчивости периодических движений, разработанный Ляпуновым и оставшийся практически без употребления» [7. С. 527].

Наконец, необходимо отметить идею об использовании метода малого параметра как естественно связывающего задачу о приближенном вычислении периодических решений с качественной теорией дифференци-

альных уравнений, с задачей о рождении предельных циклов, а также использование метода преобразования прямой в прямую при исследовании фазовой плоскости. Последнее привело в дальнейшем к разработке метода точечных отображений в теории нелинейных колебаний — метода исследования динамических систем размерности больше двух.

Подчеркнем, что главным в деятельности А. А. Андропова было применение к теории колебаний качественной теории дифференциальных уравнений и связанных с ней топологических методов, а также дальнейшая разработка этого математического аппарата.

Все эти идеи, содержащиеся в диссертационном исследовании двадцатисемилетнего А. А. Андропова, образовали основу нового научного направления, привели к построению фундаментальной теории нелинейных колебаний, которая наряду с асимптотической теорией¹⁹ составляет фундамент современного общего учения о нелинейных колебаниях.

Н. Д. Папалекси высоко оценил значение первых работ А. А. Андропова в теории нелинейных колебаний. В 1947 г. он писал: «Чрезвычайно плодотворными и в известном смысле открывшими новую главу в исследовании нелинейных колебательных систем, в первую очередь автоколебательных, явились методы качественного анализа дифференциальных уравнений, описывающих эти системы. Открытие значения этих методов для теории нелинейных колебаний и превращение их в мощное орудие исследования является крупной заслугой А. А. Андропова и его многочисленных сотрудников и учеников. Отдельные вопросы, касающиеся связи между математической формой дифференциальных уравнений, описывающих данную систему, и физическими свойствами колебаний в ней, рассматривались и раньше (Картан, 1925; Лъенар, 1928), однако лишь А. А. Андроновым было обнаружено, что можно на основе качественной теории дифференциальных уравнений, развитой А. Пуанкаре, исключительно наглядно изобразить на так называемой фазовой плоскости поведение колебательной системы и дать точное математическое определение автоколебаний. Пользуясь понятием особых точек,

¹⁹ Асимптотическая теория нелинейных колебаний, или нелинейная механика, как ее называли раньше, начиная с 1932 г., разрабатывалась Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым.

предельных циклов и сепаратрис, можно, как показал А. А. Андронов, из топографической картины на фазовой плоскости (фазовых траекторий) получить ответ на вопросы об устойчивости начального состояния системы, о характере возможных стационарных режимов, а также об их устойчивости. Исключительная наглядность метода „фазовой плоскости“ и то обстоятельство, что область его применимости не ограничена ни требованием малой нелинейности, ни типом колебаний (он применим как к системам томпсоновского типа, так и к релаксационным), делает его чрезвычайно ценным орудием исследования в самых разнообразных областях нелинейных колебаний. Вводя понятие „скачка“ непрерывности, можно распространить этот метод качественного анализа и на „разрывные“ колебания (например, на колебания в мультипликаторе Абрагама — Блоха, исследованные А. А. Андроновым и А. А. Виттом в 1929 г.). В случае малого параметра можно, пользуясь тем, что укороченные уравнения, к которым приводит метод Ван-дер-Поля, не содержат явно времени, применить метод фазовой плоскости и к неавтономным системам (А. А. Андронов, А. А. Витт, 1930).

Теория качественного анализа дифференциальных уравнений путем исследования фазовых траекторий в применении к колебательным проблемам была до сих пор детально разработана лишь для систем с одной степенью свободы, т. е. для фазовой плоскости, где она дает особенно наглядные результаты. Однако принципиально она может быть применена к системам с любым числом степеней свободы» [101. С. 423—424].

В процессе работы над диссертацией А. А. Андронов выбрал для себя направление научного поиска и сформировался как ученый. Об особенностях А. А. Андронova как исследователя Г. С. Горелик писал: «Существуют физики-теоретики, а также инженеры-теоретики, применяющие уже имеющееся идейное вооружение к решению задач, находящихся в радиусе действия этого вооружения. Их интересует главным образом конкретная задача. Но существует и другой тип теоретика, которого интересует главным образом выработка новых общих точек зрения и создание новых методов, частные же задачи его интересуют прежде всего как иллюстрация общих методов. Именно таким теоретиком был А. А. Андронов.

У него был большой соблазн заняться применением родившейся на его глазах квантовой механики к тем или иным задачам атомной физики (об атомной физике он всегда говорил с величайшим воодушевлением). Однако он выбрал область, пусть более скромную с точки зрения познания основных законов природы, но такую, где нужно было прежде всего приняться за создание новой теоретической культуры» [83. С. 54].

Хотя статья Г. С. Горелика, из которой взята приведенная выше цитата, была опубликована в 1955 г., в ней (в последней приведенной фразе) еще отчетливо звучит отголосок воззрений 30-х годов на теорию колебаний, когда все, и в том числе Л. И. Мандельштам, рассматривали ее как «скромную» область знания.

Вопрос о том, как постепенно менялся взгляд на значение теории колебаний для теоретических наук и приложений, представляет определенный интерес. Дело в том, что А. А. Андронов был, по существу, первым среди учеников Л. И. Мандельштама, кто сделал целью всей своей жизни исследование нелинейных колебательных процессов, поэтому любопытно было бы проследить за тем, как эволюционировали взгляды на роль теории колебаний и самого А. А. Андропова, и близких ему людей.

В 1931 г. на конференции по колебаниям Л. И. Мандельштам произнес именно эти слова — «скромная» область, «скромные» задачи теории колебаний, и, сравнивая спектральный подход в теории колебаний с концепцией квантовой механики, назвал этот подход «очень правильным для нас, но не претендующим на высокое принципиальное значение» [94]. Позже, хотя спектральный подход по-прежнему не мог претендовать на «высокое принципиальное значение», он говорил о теории колебаний уже несколько в ином ключе. Это обстоятельство отметил и А. А. Андронов. «Имеется известная эволюция во взглядах Л. И. Мандельштама на значение теории колебаний и ее место в точном естествознании... В своем докладе о работах А. Н. Крылова и в лекциях 1944 г., посвященных теории колебаний, имеется совсем другая нота, — писал А. А. Андронов в 1945 г. — Он говорил здесь о том, что главные открытия в физике, начиная с открытия Коперника, были по существу колебательными и что, может быть, прав английский

математик и философ Уайтхед, утверждающий, что рождение физики связано с применением абстрактной идеи периодичности к большому числу отдельных конкретных явлений» [1. С. 449].

Необходимо отметить, что взгляды самого А. А. Андропова на теорию колебаний уже к 1931 г. существенно отличались от взглядов Л. И. Мандельштама, относящихся к этому же времени. На упомянутой конференции по колебаниям в 1931 г. А. А. Андронов в своем докладе отвел теории пелипейных колебаний роль «толкача», «задавателя вопросов», стимулирующих развитие науки, в частности развитие теории дифференциальных уравнений. Правда, он говорит здесь о теоретической радиотехнике как о «задавателе вопросов», но не следует забывать, что развитие теории нелинейных колебаний в 20—30-е годы шло преимущественно в ее рамках.

«Математические задачи, связанные с проблемами нелинейных колебаний, с нелинейными дифференциальными уравнениями, несравненно более сложны и менее разработаны, чем те задачи, которые возникают в теории линейных уравнений,— сказал А. А. Андронов в своем докладе.— Поэтому здесь помощь математиков, работа математиков представляется особенно существенной.

Мне кажется, что эти проблемы и для математики являются чрезвычайно интересными, так как многие задачи, которые ставит радиотехника (например, проблемы отыскания периодических и квазипериодических движений, проблема классификации движений, проблема устойчивости и т. д.), являются как раз такими проблемами, которые возникают в математике, в теории дифференциальных уравнений, в силу внутренней математической необходимости. Возможно даже, что дальнейшее развитие как количественной, так и качественной теории дифференциальных уравнений будет в высокой степени стимулировано теоретической радиотехникой, к которой тогда перейдет почетная роль „толкача“, „задавателя вопросов“, которую играла свыше 200 лет небесная механика» [7. С. 86].

Фундаментальное исследование А. А. Андропова и ряд последовавших за ним публикаций в значительной мере содействовали тому, что центр исследований нелинейных проблем теории колебаний переместился в нашу страну. Если сам А. А. Андронов гово-

рил о том, что это произошло в 1930 г. [7. С. 472], то Н. Д. Папалекси называет 1927—1928 гг., т. е. период, когда была завершена и отчасти опубликована диссертационная работа А. А. Андропова. В 1947 г. он писал: «Учение о нелинейных колебаниях из собрания отдельных, часто любопытных, а иногда и парадоксальных частных примеров превратилось в большой самостоятельный раздел науки, влияние которого на развитие ряда разделов техники, уже и теперь весьма заметное, все возрастает. В развитии области нелинейных колебаний видная роль принадлежит ученым нашей страны — как в заложении фундаментальных математических основ (Ляпунов, Жуковский, Чаплыгин), так и в открытии новых явлений и в создании и разработке новых адекватных методов их трактовки. Если в первый период развития учения о нелинейных колебаниях, вызванных появлением электронной лампы, ведущая роль в исследовании колебательных систем и развитии их теории принадлежала ученым других стран, то начиная с 1927—1928 гг. она постепенно перешла к нам, и в настоящее время ведущая роль наших ученых в области нелинейных колебаний получила всеобщее признание» [101. С. 426].

Работы 1930 г.

По окончании аспирантуры я поступил на работу во Всесоюзный электротехнический институт (Москва), где занимался некоторыми проблемами теоретической радиотехники. (Большая часть работ, выполненных в ВЭИ, была опубликована позже.) В связи с закрытием отдела физики в ВЭИ в конце 1930 г. я вернулся в Научно-исследовательский институт физики при МГУ в качестве научного сотрудника отдела колебаний.

*А. А. Андронов. Из автобиографии 1941 г.*²⁰

В 1930 г. А. А. Андронов выполняет несколько важных исследований, в результате которых появилось десять статей, из них пять были опубликованы в 1930 г., а остальные позже. Эти исследования были направлены на дальнейшую разработку математического аппарата теории автоколебаний и на решение конкретных наиболее актуальных задач теоретической радиотехники. В этом году он много работал с методом

²⁰ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

малого параметра Пуанкаре, который он же и ввел в теорию нелинейных колебаний — в диссертационном исследовании, как мы говорили выше. Он показал, что для количественного расчета автоколебаний, близких по своей форме к синусоидальным, — это колебания в нелинейных неконсервативных системах, близких к линейным консервативным, — может быть применен метод малого параметра, т. е. метод разложений в ряд по степеням малого параметра, разработанный Пуанкаре для исследования периодических решений задачи трех тел в небесной механике. При помощи этого метода Пуанкаре и теории устойчивости Ляпунова («симбиоз» метода Пуанкаре и теории устойчивости Ляпунова и образовал то, что мы называем теперь методом малого параметра) А. А. Андронов решил ряд конкретных задач, имевших важное значение для радиофизики. Однако в дальнейшем он практически не работал с этим методом.

Основная причина этого «пренебрежения» методом малого параметра, который в работах других исследователей, напротив, стал весьма популярным, заключалась в том, что это — метод слабой нелинейности, а А. А. Андронova, как было сказано, более всего интересовали сильно нелинейные системы.

Большая часть работ этого периода была выполнена А. А. Андроновым совместно с А. А. Витом²¹ — талантливым математиком, учеником Л. И. Мандельштама, несмотря на свою короткую жизнь успевшим оставить яркий след в теории нелинейных колебаний.

Первое совместное исследование [80] А. А. Андронova и А. А. Витта было посвящено рассмотрению квазипериодических движений. По поводу этого исследования А. А. Андронов писал: «Работа содержит доказательство наличия произвольных фаз у квазипериодических движений как в случае общей автономной системы, так и в случае системы, перио-

²¹ О своем соавторе А. А. Андронов писал в 1945 г.: «„Импрессионист“, — как говорил о нем Л. И. Мандельштам, — А. А. Витт мало интересовался деталями, но обычно сразу видел окончательный результат и умел до него с необыкновенным оптимизмом добираться. Его оптимистический девиз „все плохое сократится, все хорошее останется“ помог преодолеть многие трудные выкладки, которые в конце концов приводили к простым и физически прозрачным окончательным формулам» [7. С. 458].

дически зависящей от времени. В частности, в работе устанавливается максимально возможное число независимых периодов для квазипериодических движений в системе, определяемой дифференциальными уравнениями первого порядка отдельно для автономного и неавтономного случая. Результаты этой работы были впоследствии обобщены на почти периодические движения общего типа Л. С. Понтрягиным» [7. С. 527].

В этой статье [80] сформулированы и доказаны три теоремы о квазипериодических движениях, имеющих существенное значение для теории нелинейных колебаний. Первые две, известные лишь узкому кругу математиков и совсем неизвестные физикам и специалистам в области нелинейных колебаний, содержатся в работах А. Пуанкаре и Дж. Д. Биркгоффа. Однако они даны этими авторами без доказательства и не были ясно сформулированы. Третья теорема, представляющая интерес для теории действия внешней периодической силы на автоколебательную систему, была новой.

В работе «К математической теории захватывания» [18] (написанной совместно с А. А. Виттом) метод малого параметра получил дальнейшее развитие. В авторской аннотации к ней А. А. Андронов писал: «Работа содержит строгую теорию обычного захватывания, опирающуюся на количественные методы Пуанкаре, изложенные в „Новых методах небесной механики“, и на результаты Ляпунова, изложенные в его диссертации „Общая задача об устойчивости движения“. Работа содержит ряд методических указаний, касающихся приложений метода малого параметра к случаю действия внешней синусоидальной силы на автоколебательные системы, близкие к линейным консервативным. Работа послужила исходным пунктом ряда работ других авторов» [7. С. 527].

Как рассказывал позже [1] А. А. Андронов, первая реакция Л. И. Мандельштама на этот новый метод (метод малого параметра) была настороженной и недоверчивой. Когда А. А. Андронов рассказал ему о том, что метод малого параметра в сочетании с теорией устойчивости Ляпунова позволяет находить периодические решения и исследовать вопрос об их устойчивости для неконсервативных систем, близких к линейным консервативным, он заметил: «Это все же какой-то асимптотический метод, какой-то корреспондент-принцип». Причину этого настороженного отно-

шения к методу малого параметра А. А. Андронов объяснял следующим образом. Дело в том, сказал он, что на практике неизвестно, меньше какого числа должен быть малый параметр, чтобы «рецепты вычисления амплитуд или поправок к периоду были достаточно точны или даже вообще имели бы смысл, хотя теория нам и говорит, что при достаточно малом μ все будет в порядке» [7. С. 458].

О том же, как относился к методу малого параметра сам А. А. Андронов, рассказал Г. С. Горелик [77]: «Наряду с методом малого параметра существуют другие методы приближенного количественного решения задач о колебаниях, близких к синусоидальным, в нелинейных системах. Один из этих методов известен под названием квазилинейного. Он оперирует понятиями, заимствованными из линейной теории (а потому привычными для радиоинженера), видоизменяя их применительно к особенностям нелинейных задач. А. А. Андронova в последние годы несколько беспокоило то, что в вопросе о соотношении между методом малого параметра и квазилинейным методом среди физиков и инженеров укоренились, по его мнению, некоторые недоразумения. А. А. Андронов считал, что необходимо рассеять эти недоразумения. Здесь уместно изложить в нескольких словах его точку зрения.

Пользуясь методом малого параметра, мы представляем искомое периодическое движение в виде ряда по степеням некоторой величины μ (малого параметра). Первый член этого ряда („нулевое приближение“), которым часто ограничиваются, совпадает с приближенным решением, получаемым при помощи квазилинейного метода. Иногда утверждают: метод малого параметра имеет здесь то преимущество, что он является строгим. Это неверно. Метод малого параметра является „строгим“ лишь в том смысле, что при достаточно малых значениях μ ряды, которыми он оперирует, заведомо сходятся. Но нигде не доказано, что эти ряды сходятся для тех значений μ , которые характеризуют реальную систему, колебания которой мы рассчитываем.

Главное значение метода малого параметра А. А. Андронов видел в том, что он связывает естественным образом задачу о приближенном вычислении периодических решений с качественной теорией дифференциальных уравнений, с задачей о рождении предельных циклов...

Необходимо заметить для правильного понимания того нового, что внес А. А. Андронов в теорию колебательных явлений, что (как он сам считал) метод малого параметра занимает в его работах (даже если говорить только о их математической стороне) совершенно второстепенное место. Главное в них — применение к исследованию нелинейных колебаний качественной теории дифференциальных уравнений и связанных с ней топологических методов» [77. С. 10].

Полностью соглашаясь с большинством высказываний Г. С. Горелика об А. А. Андронове, нам бы хотелось добавить к тому главному, что выделил Г. С. Горелик в творчестве А. А. Андропова, кроме применения качественной теории дифференциальных уравнений, еще и дальнейшую ее разработку, в частности разработку теории бифуркаций.

Но как бы ни относился А. А. Андронов к методу малого параметра, повторим, что в теорию нелинейных колебаний ввел его именно он, и именно после его работ, в которых с использованием этого метода был успешно решен ряд важнейших вопросов радиофизики (в соавторстве с А. А. Виттом), метод малого параметра приобрел популярность и получил дальнейшее широкое применение и развитие в работах других исследователей.

Вот что рассказывал о работе с методом малого параметра сам А. А. Андронов: «А. А. Витту и мне в ряде главным образом совместных работ удалось, в первых, выработав надлежащую рецептуру, при помощи метода малого параметра единообразным способом получить ряд уже известных в радиотехнике результатов, касающихся теории обычного лампового генератора, теории генератора с сеточным током, теории явлений захватывания для случая так называемых „больших“ амплитуд, полученных ранее различными методами, не имевшими строгого математического обоснования.

Во-вторых, нам же удалось решить попутно спорный вопрос о существовании „порога“ для амплитуды внешней электродвижущей силы, ниже которого она не может вызывать принудительной синхронизации или захватывания. Выяснение этого вопроса имело определенное практическое значение. На основе его А. А. Витт и С. Э. Хайкин разработали новый способ измерения интенсивности полей радиостанций,

К. Ф. Теодорчик и С. Э. Хайкин перенесли эти результаты в акустику и разработали новый способ измерения интенсивности звуковых полей.

В-третьих, и это, пожалуй, окончательно определило позицию Л. И. Мандельштама в отношении метода малого параметра, — это проявление методом малого параметра большой эвристической силы — способности предсказывать новые явления. Эта способность отчетливо обнаружила себя в работе Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси, относящейся к явлениям резонанса второго рода» [7. С. 459].

На этой работе А. А. Андронов остановился подробно.

В теории малого параметра, которую Анри Пуанкаре развил для астрономических целей, при отыскании периодических орбит рассматриваются случаи, когда наряду с силами, зависящими только от координат, действуют силы, периодически зависящие от времени. С астрономической точки зрения это, например, значит, что в принятой математической модели реальной астрономической задачи движение какого-нибудь одного тела рассматривается как заранее известное и периодическое. Случай, когда периодическая орбита имеет период, совпадающий с периодом внешней силы, был использован А. А. Андроновым и А. А. Виттом для построения теории захватывания. Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси обратили внимание на то, что в теории малого параметра периодические орбиты могут быть другого типа — с удвоенным, утроенным и т. д. периодом по отношению к периоду внешней силы. Это так называемое периодическое решение второго рода Пуанкаре. Некоторые эксперименты заставляли предполагать, что в радиотехнических устройствах также могут иметь место такие решения второго рода. Поэтому Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси предприняли попытку рассчитать их поведение в случае действия синусоидальной электродвижущей силы на обычный регенеративный приемник.

«Теория установила не только существование режимов, соответствующих периодическим решениям второго рода, но указала на наличие новых явлений, совершенно неожиданных и непонятных с точки зрения обычного линейного подхода» [7. С. 458—459]. Эксперимент полностью подтвердил эти предсказания теории.

Работы А. А. Андропова (в соавторстве с А. А. Виттом), а также работы Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси о резонансе второго рода привлекли внимание к методу малого параметра, и уже начиная с 1931 г. появилось множество исследований, в которых метод малого параметра использовался для изучения разнообразных конкретных вопросов. В это время начались также работы по развитию и обоснованию возможностей, которые были заложены в этом методе.

Уже в первые годы введения в теорию нелинейных колебаний метод малого параметра был применен к исследованию процессов установления и непериодических режимов в системах, близких к обычным линейным консервативным (Л. И. Мандельштам, Н. Д. Папалекси, Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов и др.), к исследованию систем, близких к консервативным, но уже нелинейных (Л. С. Понтрягин, Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов), к исследованию систем, близких к обычным линейным, но уже неконсервативных специального типа (А. А. Витт, Б. В. Булгаков), к исследованию систем, близких к линейным системам с периодически меняющимися параметрами специального типа (Г. С. Горелик, С. М. Рытов, Л. И. Мандельштам [7. С. 460]).

Но вернемся к работам А. А. Андропова 1930 г.

В работе [18] А. А. Андропова (совместно с А. А. Виттом) была дана строгая теория «захватывания». Это явление заключается в том, что при движении автоколебательной системы с одной степенью свободы под действием внешней периодической силы в тот момент, когда период внешней силы достаточно близок к периоду автоколебаний системы, биения пропадают; внешняя сила как бы «захватывает», «увлекает» автоколебания. Колебания системы начинают совершаться с периодом внешней силы, хотя их амплитуда весьма сильно зависит от амплитуды «исчезнувших» автоколебаний.

Работа А. А. Андропова (совместно с А. А. Виттом) «К математической теории автоколебаний» [107] была опубликована в докладах Парижской академии. Об этой работе А. А. Андронов писал: «Заметка разбивается на две части. В первой части делается попытка установить связь между автоколебаниями в системах со многими степенями свободы и рекуррентными движениями Биркгоффа. Во второй части на ос-

нове количественных методов Пуанкаре и на основе теории устойчивости Ляпунова дается общая теория периодических автоколебаний в системах с двумя степенями свободы, близких к линейным консервативным системам, обладающим двумя различными нормальными частотами.

Результаты, изложенные в этой заметке, легли в основу строгой теории затягивания (см. [17]), а также были использованы и развиты в работах других авторов (в частности, в работах С. М. Рытова)» [7. С. 528].

Упомянутая здесь работа [17] — это статья тех же авторов «К математической теории автоколебательных систем с двумя степенями свободы» (1934 г.), углубившая результаты, полученные в работе [47].

На Всесоюзной конференции по колебаниям (1931 г.) А. А. Андронов рассказал об этой работе следующее: «Два года назад в одной заметке [47], посвященной в основном другому вопросу, мы, т. е. А. А. Витт и докладчик, попытались дать математическую характеристику автоколебательных движений. Именно мы отнесли эти движения к так называемым рекуррентным движениям Биркгоффа» [2. С. 109]. Чтобы раскрыть суть вопроса, А. А. Андронов привел в исключительно наглядной форме схему всех возможных движений динамической системы из классификации Биркгоффа (см. рис. 1). Из этой схемы, представляющей большой интерес, как сказал А. А. Андронов, отчетливо видно, какую сложную систему может образовать совокупность всех движений, возможных в динамической системе.

«Какие основания у нас были к тому, чтобы причислить автоколебательные движения к классу рекуррентных движений? — продолжал А. А. Андронов. — Все движения стремятся некоторым образом к центральным движениям. Совершенно ясно, что стационарные автоколебательные движения, о которых у нас идет речь, принадлежат к центральным. Так как мы требуем регулярной повторяемости, то нам годятся не все движения, устойчивые по Пуассону, не говоря уже о движениях, не устойчивых по Пуассону, которые вообще не обладают свойством повторяемости. Отсюда сразу указание на класс рекуррентных движений. Это рассуждение достаточно убедительно. Оно может подвергнуться сомнению только в том случае,

если мы примем во внимание, что имеющее место в действительности движение происходит под влиянием случайных воздействий и что, может быть, не имеет смысла говорить о движении по одной определенной траектории» [2. С. 111].

А. А. Андронов дал еще одно определение рекуррентных движений, раскрывающее их связь с соседними движениями. «При этом,— сказал он,— для наглядности мы будем апеллировать к самым простым случаям. Однако нужно помнить, что это дико тривиальные примеры исключительно сложных вещей» [6. С. 111].

Работа «К теории захватывания Ван-дер-Поля» (1930 г.), выполненная в соавторстве с А. А. Виттом [48а], посвящена рассмотрению оставшегося открытым вопроса о наличии «порога» (минимальной амплитуды внешней силы) для наступления явления принудительной синхронизации (захватывания) при действии внешней синусоидальной силы на автоколебательную систему.

Приближенную теорию явления захватывания в регенеративном приемнике разработал Ван-дер-Поль. Он получил систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, исчерпывающее рассмотрение которых должно было ответить на вопрос о том, как ведут себя такие системы вблизи резонанса. Он нашел некоторые частные интегралы этих уравнений, соответствующие периодическим решениям (вынужденным колебаниям), и исследовал их устойчивость. При этом Ван-дер-Поль не рассматривал вопрос о том, как ведут себя вблизи резонанса другие, например квазипериодические, решения (биения). Квазипериодические решения он исследовал с помощью другого метода, причем для случая, далекого от резонанса, поскольку вблизи резонанса этот метод, по его признанию, отказывает [7. С. 51].

В работе [48а] указанный нерешенный вопрос был рассмотрен А. А. Андроновым (совместно с А. А. Виттом) с точки зрения приближенного метода Ван-дер-Поля. Уравнения Ван-дер-Поля были исследованы методами Пуанкаре, причем качественная теория дифференциальных уравнений Пуанкаре была впервые применена не к исходным уравнениям движения, а к так называемым укороченным уравнениям, получаемым по методу Ван-дер-Поля. Как писал А. А. Андро-

нов в аннотации к своей статье, «этот способ рассмотрения, позволяющий весьма просто получить отрицательный ответ на вопрос о наличии порога в явлении захватывания, оказался плодотворным и был затем использован в ряде работ» [7. С. 528].

Качественно новый подход потребовался при переходе к анализу разрывных колебаний. Как пример системы, генерирующей подобные колебания, А. А. Андронов рассмотрел так называемый мультивибратор Абрагама—Блоха. Ранее эту систему рассматривал Б. Ван-дер-Поль, но лишь в предположении симметричности процессов в мультивибраторе.

В работе «Разрывные периодические решения и теория мультивибратора Абрагама и Блоха» [21] А. А. Андронов (в соавторстве с А. А. Виттом) избрал более общий подход, позволяющий исследовать и несимметричную схему.

Об этой статье [21] А. А. Андронов писал: «Работа содержит новое, существенно отличающееся от всех прежних рассмотрение автоколебаний мультивибратора Абрагама и Блоха, развитое на основе качественной теории дифференциальных уравнений и на основе выдвинутого Л. Мандельштамом и Н. Папалекси представления о внутренних электрических ударах, вызывающих мгновенные „перескоки“ изображающей точки в фазовом пространстве.

Работа содержит ряд методических указаний, касающихся рассмотрения вырожденных систем, способных совершать разрывные автоколебания. Работа послужила исходным пунктом ряда работ других авторов» [7. С. 528].

В процессе исследования было обнаружено, что в схеме существенную роль играют малые, «паразитные», параметры, учет которых привел бы к усложнению дифференциальных уравнений движения — к повышению их порядка.

По предложению Л. И. Мандельштама в работе были введены «условия скачка», которые состояли в том, что в определенные моменты времени в схеме (без емкости) происходил скачок тока при постоянстве энергии.

Применяя обычное непрерывное рассмотрение в комбинации с условиями скачка, авторы смогли выделить разрывные периодические движения, определить их амплитуды и период.

Для мультивибратора Абрагама—Блоха подобный путь решения приводит к двум уравнениям первого порядка, которые далее исследуются на фазовой плоскости. Этим способом были исследованы не только установившиеся режимы, но также и процессы установления в несимметричном мультивибраторе. Полученные теоретические результаты были затем подтверждены на опыте.

«Разрывную» трактовку оказалось возможным и целесообразным применять не только в тех случаях, когда один из колебательных параметров мал. И при наличии в контуре как емкости, так и самоиндукции все же возможны случаи, когда в некоторых областях скорость изменения состояния настолько велика, что движение с большой, но конечной скоростью можно заменить скачком и определить конечный результат движения в этой области при помощи скачка.

Продолжением исследований о мультивибраторе, проведенных А. А. Андроновым и А. А. Виттом, явился цикл работ, выполненных в Московском университете, в частности ряд исследований, которыми руководил С. Э. Хайкин.

Позже А. А. Андронов вернулся к задаче о мультивибраторе, в результате чего был получен новый важный результат в теории мультивибратора. По предложению А. А. Андропова задачу о мультивибраторе рассмотрел его аспирант Н. А. Железцов, причем на этот раз закон скачка (условие непрерывности двух величин) не постулировался на основе некоторых физических соображений, а выводился из дифференциальных уравнений, написанных с учетом паразитных емкостей.

О важности проведенного А. А. Андроновым (совместно с А. А. Виттом) исследования теории мультивибратора свидетельствует, в частности, то внимание, которое было проявлено к нему на Международной конференции по нелинейным колебаниям, состоявшейся в январе 1933 г. в Париже.

На этой конференции присутствовали все известные исследователи нелинейных проблем теории колебаний: Ван-дер-Пооль, Лъенар, Картан, Эксклагон, Абрагам, Бриллюэн, ле-Корбейе и др. Н. Д. Папалекси был единственным из всех приглашенных советских ученых, кто смог принять участие в ее работе. (Приглашены

были также Л. И. Мандельштам, Н. М. Крылов, А. А. Андронов, А. А. Витт.)

Выступавшие на конференции дали высокую оценку работам советских ученых, в том числе и совместным работам А. А. Андропова и А. А. Витта в области теоретической разработки и практических приложений качественной теории дифференциальных уравнений, а также метода малого параметра. Особо отмечались исследования явления захватывания и разрывных периодических движений.

В своем докладе на конференции Н. Д. Папалекси отметил возможность обобщения понятий периодических решений и предельных циклов на случай разрывных периодических решений, отметил, что такая возможность была показана в работе А. А. Андропова и А. А. Витта о мультивибраторе Абрагама—Блоха. О значении разрывной трактовки не раз упоминалось и позже в различных обзорах.

В начале 30-х годов появилось еще одно направление исследований в теории нелинейных колебаний, также связанное с именем А. А. Андропова. Это исследование флуктуационных явлений в автоколебательных системах.

В 1933 г. в «Журнале экспериментальной и теоретической физики» была опубликована первая статья на эту тему — работа Л. С. Понтрягина, А. А. Андропова и А. А. Витта «О статистическом рассмотрении динамических систем» [22]. Несколько позже она была переведена на немецкий язык [51].

Исследование проводилось в 1930 г. по предложению Л. И. Мандельштама, которого уже задолго до этого интересовали вопросы о влиянии случайных воздействий на поведение динамических систем.

С помощью уравнений Эйнштейна—Фоккера в статье исследовалось влияние случайных воздействий на неконсервативные системы, обладающие несколькими устойчивыми состояниями равновесия. Было вычислено математическое ожидание времени перехода из одного состояния в другое. Авторы подробно рассмотрели несколько простейших случаев, представляющих интерес для теории колебаний, в частности случай, когда динамическая система обладает предельным циклом.

Работу Л. С. Понтрягина, А. А. Андропова и А. А. Витта называют сегодня классической и пионерской. На нее так или иначе опираются все последую-

щие многочисленные исследования флуктуационных явлений в автоколебательных системах.

По предложению и под руководством А. А. Андропова это исследование было продолжено впоследствии его аспирантом И. Л. Берштейном, который теоретически рассмотрел действие флуктуаций на автоколебательную систему, вновь используя аппарат уравнений Эйнштейна—Фоккера. В этой работе, в частности, была оценена немонохроматичность колебаний лампового генератора, обусловленная случайными процессами. Относительная полуширина спектральной линии оказалась порядка 10^{-13} , причем чрезвычайно интересен был этот количественный результат. Несмотря на малость «естественной» (флуктуационной) ширины линии генератора по сравнению с «технической», обусловленной нестабильностью параметров системы, ее удалось измерить с помощью нового фазометрического метода. Фазометрический метод Берштейна рассматривался затем не только в связи с немонохроматичностью генератора, но получил ряд других интересных применений в радиотехнике и оптике.

Работа А. А. Андропова (совместно с Л. С. Понтрягиным и А. А. Виттом) [22], а затем работа И. Л. Берштейна открыли длинный ряд исследований флуктуаций в автоколебательных системах. Спустя сорок лет после выхода в свет работы [22] Я. З. Цыпкин писал: «Это была одна из первых работ в области статистической динамики нелинейных систем... В ней рассматривались две задачи: выяснение общего поведения системы при наличии случайных толчков и выделение из множества движений динамической системы тех движений, которые осуществляются с наибольшей вероятностью при наличии таких толчков. Как современно звучат эти формулировки, несмотря на их сорокалетний возраст! Подобная задача по аналогии с рэлеевской задачей о движении „абсолютно пьяного человека в канале“ была названа А. А. Андроновым задачей о плавании „абсолютно пьяного человека в канале, где существуют регулярные течения“. Эти образные названия очень памятливы тем, кто слушал андроновские лекции» [59. С. 10].

С. М. Рытов отметил важное значение указанной работы для развития в нашей стране статистической радиофизики. В одной из обзорных статей он писал: «То обстоятельство, что принципиальное значение ста-

тистических явлений в теории нелинейных колебаний было осознано у нас задолго до того, как этот круг проблем приобрел практический интерес, сыграло свою положительную роль, поставив советскую радиофизику в этой области на более высокий уровень, нежели достигнутый за рубежом» [109. С. 1442].

В том же 1930 г. А. А. Андронов выполнил в соавторстве с А. А. Виттом работу «Об устойчивости по Ляпунову» [19]. Основной результат, изложенный в этой статье, заключается в доказательстве теоремы: «Если в автономной системе, описываемой дифференциальными уравнениями первого порядка, характеристический показатель рассматриваемого периодического решения имеет отрицательные действительные части, то рассматриваемое решение устойчиво в смысле Ляпунова» [7. С. 528].

Доказанная А. А. Андроновым и А. А. Виттом теорема чрезвычайно важна для приложения теории устойчивости Ляпунова к автономным системам, поскольку позволяет сразу сформулировать условия устойчивости автоколебательного периодического процесса.

Об этом исследовании А. А. Андронов рассказывал следующее: «Когда мы [т. е. он и А. А. Витт] попытались применить результаты Ляпунова к теории автоколебаний, то мы сразу натолкнулись на следующее затруднение. С состояниями равновесия все было благополучно, так как для них соответствующие фундаментальные решения имеют в общем случае все характеристические числа, отличные от нулей, так что результаты Ляпунова к ним непосредственно применялись. Хуже обстояло дело с периодическими решениями. Весьма хорошо известно, это показал еще Пуанкаре, что в этом случае, если исходные уравнения автономны, уравнения первого приближения всегда имеют одно характеристическое число равным нулю (это происходит в силу произвольности фазы). Поэтому для этого случая достаточное условие, сформулированное Ляпуновым, никогда не оправдывается.

Однако нетрудно показать, что в этом случае достаточным является требование положительности остальных $n-1$ характеристических чисел.

Этой теоремы нет у Ляпунова. В своей работе он указывает лишь путь, каким можно было бы доказать устойчивость в подобных случаях, анализируя члены высших порядков.

Однако, пользуясь результатами Ляпунова, относящимися к относительной устойчивости, и лишь изменив точку зрения, можно почти мгновенно доказать эту теорему. Ляпунов ведет исследование так называемого обобщенного положения равновесия. Если изменить точку зрения и отдать себе отчет, что значат результаты Ляпунова по отношению к действительной траектории, то доказательство получается само собой.

При помощи этой теоремы конкретное исследование устойчивости периодических решений автономной системы, если эти последние известны, проводится весьма просто» [7. С. 120].

Из изложенного видно, что к концу московского и началу горьковского периодов А. А. Андронов был вполне сложившимся ученым с четко выбранным направлением исследований, с уже определившимися кругом соавторов и научных друзей, ученым, получившим мировое признание.

Об этом же свидетельствует отзыв о работах А. А. Андропова, написанный Л. И. Мандельштамом 11 июня 1933 г. по случаю избрания А. А. Андропова заведующим кафедрой теоретической физики и теории колебаний в Горьковском университете, когда с переездом в Горький (в 1931 г.) и организацией там его научной школы пачался второй период творческой деятельности этого замечательного ученого.

*Из отзыва Л. И. Мандельштама о работах
А. А. Андропова.*

Москва, 11 июня 1933 г.

«Работы А. А. Андропова относятся главным образом к теории колебаний. Вопросы колебаний играют, как известно, весьма существенную роль почти во всех физических дисциплинах. С другой стороны, они лежат в основе обширных технических применений. Сюда, например, относится радиотехника, базирующаяся целиком на электромагнитных колебаниях.

В последнее время в теории колебаний выдвинулся ряд новых и сложных проблем, так называемых «нелинейных колебаний», для решения которых тот математический аппарат, которым раньше главным образом пользовалась теория колебаний, оказался недостаточным.

Работы А. А. Андропова посвящены преимущественно обоснованию и разработке новых адекватных методов для решения указанных проблем. Работы А. А. Андропова сыграли несомненно существенную роль в общем развитии теории нелинейных колебаний не только у нас, но и за границей. Я не буду останавливаться на их детальном анализе — они хорошо известны всем специалистам, а укажу только на следующее. Им была впервые указана связь между математическими проблемами, возникающими при трактовке нелинейных колебательных процессов в изучаемых физикой схемах и теорией дифференциальных уравнений, данной Пуанкаре для совершенно других целей. Благодаря этим работам А. А. Андропова проблемы нелинейных колебаний получили строгую и обобщающую базу, которой до этих работ им недоставало.

А. А. Андронов сообща с А. А. Виттом разработал и применил указанные методы к решению ряда конкретных проблем. Им удалось разрешить ряд вопросов, остававшихся до тех пор открытыми. Сюда относится, например, существенный вопрос о существовании порога так называемого «захватывания».

Ценность и значение работ А. А. Андропова и А. А. Витта в области нелинейных колебаний вполне признаны за границей. На конференции по нелинейным колебаниям, имевшую место в январе сего года в Париже, А. А. Андронов и А. А. Витт были приглашены для доклада о своих работах.

Наряду с указанными выше исследованиями по нелинейным колебаниям А. А. Андронов (совместно с М. А. Леонтовичем) опубликовал ряд работ, относящихся к линейным системам с периодически меняющимися параметрами. В этих работах был выяснен интересный вопрос о поведении таких систем при «адиабатическом» изменении параметра. Упомяну еще о работе А. А. Андропова (совместно с М. А. Леонтовичем) по оптике, давшей теоретическое обоснование экспериментальных результатов, полученных Раманом относительно рассеяния света от свободной поверхности жидкости.

В последнее время А. А. Андронов работает над чрезвычайно интересной проблемой о поведении динамических систем, в частности колебательных, под влиянием случайных воздействий. Здесь им (совместно с Л. С. Понтрягиным и А. А. Виттом) уже получены

красивые результаты в работе „Статистическое рассмотрение динамических систем“»²².

Принципиально важную роль в дальнейшем развитии работ по теории колебаний сыграла Первая Всесоюзная конференция по колебаниям, состоявшаяся в Москве в 1931 г., где А. А. Андроновым был сделан доклад о математических проблемах теории автоколебаний. О нем пойдет речь в следующем разделе.

Первая Всесоюзная конференция по колебаниям, 1931 г.

Необходимо произвести реконструкцию существующего математического аппарата, необходимо отыскать аппарат, который был бы адекватен отображаемым процессам и который был бы, кроме того, достаточно эффективен.

А. А. Андронов [7. С. 86]

«Настоящий доклад,— сказал А. А. Андронов,— имеет целью познакомить конференцию с сущностью математических задач, которые выдвигаются этим требованием реконструкции, бегло изложить первые шаги, сделанные в этом направлении, и наметить стоящие здесь очередные задачи» [7. С. 86]. Последующая деятельность А. А. Андропова и его научной школы была направлена на решение задач, поставленных в этом докладе.

Критическая, «негативная» часть доклада была очень невелика по объему — к 1931 г. важность и настоятельная необходимость построения нелинейной теории колебаний стала, в общем, уже очевидной. Поэтому А. А. Андронов ограничился лишь указанием, притом очень кратким, на причины недостаточности «полулинейных» интерпретаций и методов исследования, а также на теоретическую и практическую важность изучения нелинейных неконсервативных динамических систем.

«По отношению к нелинейным задачам линейные проблемы представляют собой дико частный случай,— сказал он.— Многообразие явлений, которые здесь могут иметь место, неизмеримо больше того, которое наблюдается в линейных системах... Среди этих явлений нелинейного характера могут найтись такие, кото-

²² Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

рые окажутся для целей техники гораздо более выгодными, чем те, которые сейчас употребляются...

Не следует думать, что необходимость рассмотрения нелинейных систем связана с новейшими открытиями в радиотехнике. Значительнейшая часть существующих радиотехнических устройств также основана на нелинейности. Как известно, даже теория простейшего передатчика принципиально не может быть сведена к исследованию линейного дифференциального уравнения и требует изучения нелинейного уравнения.

Однако радиотехники, за исключением очень немногих, в первую очередь Ван-дер-Поля, стремились как бы „не замечать“ нелинейности, рассматривать нелинейные системы как линейные ... и лишь затем вносить „поправки“, учитывающие нелинейность. На таком „полулинейном“ языке написано большинство современных курсов по радиотехнике... Такой способ рассмотрения, несмотря на ряд ценных достижений, не адекватен исследуемым процессам и иногда приводит к ошибкам, не говоря уже о том, что он почти не способен идти впереди эксперимента, предсказывать качественно новые явления» [7. С. 85—86].

Именно поэтому, сказал А. А. Андронов, ситуация в теоретической радиотехнике требует создания адекватных методов исследования, разработки такого математического аппарата, который был бы свободен от «линейных воспоминаний», который образовал бы фундамент теории нелинейных колебаний.

Однако математические задачи, выдвигаемые нуждами построения теории нелинейных колебаний, несравненно более сложные и значительно менее разработанные, нежели задачи, решаемые линейной теорией. Это «тонкие математические проблемы,— подчеркнул А. А. Андронов,— это проблемы нелинейных дифференциальных уравнений, связанные с теорией рядов, с топологией, со специальными отделами теории линейных уравнений, с теорией почти периодических функций и т. д. К этим вещам следует подходить во всеоружии современной математики» [7. С. 86].

А. А. Андронов был противником термина «нелинейная механика», которым иногда обозначали теорию автоколебаний и некоторых явлений, близких к автоколебаниям²³. Он часто подчеркивал, что классиче-

²³ В киевской школе нелинейной механики Н. М. Крылова—Н. Н. Боголюбова этот термин утвердился несколько позже;

ская аналитическая механика Лагранжа—Гамильтона является по преимуществу нелинейной механикой. Солнечная система — один из главных предметов исследования классической механики — является существенно нелинейной системой (силы тяготения зависят нелинейно от расстояний). Отличительной чертой теории автоколебаний по сравнению с классической аналитической механикой является не нелинейность, а нечто совсем другое: классическая аналитическая механика имеет дело преимущественно с консервативными системами...; теория автоколебаний имеет дело с системами, где неконсервативность играет принципиальную роль [7. С. 8].

«Нужно ясно себе представить, что это не только нелинейные задачи, но еще и неконсервативные, негамильтоновы задачи», — сказал А. А. Андронов в своем докладе. Он обстоятельно показал отличие консервативных систем от неконсервативных, выделив из многих различий пять основных, наиболее существенных для понимания принципиальной новизны задач теории автоколебаний.

Прежде всего, отметил А. А. Андронов, консервативные системы — это гамильтоновы системы, описываемые чрезвычайно специальным видом дифференциальных уравнений: для них на фазовой плоскости не может быть особых точек такого характера, как фокус или узел, или такого периодического решения, как предельный цикл, — образований, которые «стягивают» изображающие точки [7. С. 8].

Вторая особенность консервативных систем, выделенная А. А. Андроновым, заключается в том, что периодические решения не являются изолированными и непрерывно заполняют целые области в фазовой плоскости.

Третья особенность — неустойчивость периодического решения консервативной системы в смысле Ляпунова («следуя самому Ляпунову, правильнее говорить об устойчивости рассматриваемых координат системы», — уточнил А. А. Андронов), обусловленная тем, что период движения такой системы не зависит от начальных условий.

Четвертая отмеченная А. А. Андроновым особен-

в последние десятилетия развиваемая в этой школе теория именуется как асимптотическая теория нелинейных колебаний.

ность консервативной системы — неустойчивость периодического решения при малом изменении вида дифференциальных уравнений движения. «Нетрудно видеть, — пояснил А. А. Андронов, — насколько физически важна такая устойчивость, так как мы никогда не можем быть уверены, что мы учли все при написании дифференциального уравнения и что наша физическая система совершенно не меняется во время движения. Нетрудно видеть, как „опасно“ пользоваться такими уравнениями, решения которых чрезвычайно существенным образом зависят от изменений этих уравнений, сколь большие требования такие уравнения предъявляют к идеализации соответствующих физических объектов» [7. С. 92].

Пятая особенность консервативных систем, на которую обратил внимание А. А. Андронов, связана с поведением динамической системы при изменении параметра. В связи с этой особенностью консервативной системы А. А. Андронов остановился на теории бифуркаций консервативных динамических систем, разработанной Анри Пуанкаре. Понятие бифуркационных значений параметра в несколько менее широком понимании²⁴ было введено «все тем же неистощимым Пуанкаре» в связи с его знаменитыми работами о фигурах равновесия небесных тел; здесь же им было введено понятие о смене устойчивостей.

Анализируя результаты, полученные Пуанкаре в разработке теории бифуркаций консервативных систем, А. А. Андронов показывает их недостаточность для случая, интересующего теорию нелинейных колебаний. «При изменении параметра интегральные кривые на фазовой плоскости будут меняться. Однако, — сказал он, — если потенциальная энергия является аналитической функцией параметра, эти изменения будут совершаться непрерывно. Общий вид интегральных кривых будет претерпевать, вообще говоря, количественные изменения, и лишь при некоторых особых ... бифурка-

²⁴ А. А. Андронов приводит здесь свое определение бифуркационного и обыкновенного параметра: «Более точно и более обще, не связываясь с консервативностью, можно дать такое определение: значение параметра $\lambda = \lambda_0$ мы назовем обыкновенным, если существует такое конечное $\varepsilon (\varepsilon > 0)$, что для всех λ , удовлетворяющих неравенству $(\lambda - \lambda_0) < \varepsilon$, мы имеем одну и ту же топологическую структуру разбиения фазовой плоскости на интегральные кривые. Всякое другое значение параметра мы назовем бифуркационным».

ционных, значениях параметра мы будем иметь качественные изменения характера интегральных кривых... В случае консервативной системы основными элементами, определяющими качественную картину интегральных кривых на фазовой плоскости, являются сепаратрисы и особые точки. Поэтому бифуркационными значениями параметра в этом случае служат те значения параметра, при которых происходит изменение числа или характера этих основных элементов» [7. С. 93].

Характерной особенностью консервативной системы является то, как происходит в ней смена устойчивостей: положение равновесия может сменить свою устойчивость (например, из устойчивого сделаться неустойчивым), только предварительно слившись с другим положением равновесия.

А. Пуанкаре рассматривал только те бифуркационные значения параметра, которые относятся к состояниям равновесия. «Если интересоваться только состоянием равновесия,— сказал А. А. Андронов,— то это вполне правильно, так как в смысле смены устойчивостей состояния равновесия консервативных систем образуют замкнутую систему, поведение которой при изменении параметра можно изучать отдельно. Но если интересоваться топологической структурой фазовой плоскости, то этого недостаточно,— сепаратрисы ... также зависят от параметра, и могут быть такие значения параметра, которые являются бифуркационными по отношению к изменению сепаратрис, но не являются бифуркационными для особых точек» [7. С. 95].

Подытоживая эту часть своего доклада, А. А. Андронов так определил особенности консервативных систем: в периодических решениях «амплитуда» и период зависят от начальных условий, периодические движения неустойчивы по Ляпунову; имеет место теорема Лиувилля; периодическое решение неустойчиво по отношению к малому изменению дифференциального уравнения; особые точки меняют устойчивость лишь при совпадении; особые точки являются замкнутой системой, между членами которой происходит обмен устойчивости [7. С. 97].

В противоположность консервативным системам автоколебательные системы как один из случаев существенно неконсервативных систем «характеризуются тем, что для них фазовая плоскость может быть раз-

делена на области таким образом, что траектории, исходящие из одной и той же области, ведут себя асимптотически (при $t \rightarrow \pm\infty$) одинаково. Заметим, что этим определением запрещаются области, сплошь заполненные замкнутыми траекториями.

Для существенно неконсервативных систем замкнутые траектории могут быть только изолированными.

Основными элементами, определяющими качественную картину протекания интегральных кривых на фазовой плоскости, здесь являются особые точки, сепаратрисы и предельные циклы. Они образуют тот «скелет» движений, который — по выражению Биркгоффа — играет по отношению к свойствам рассматриваемой динамической системы роль, в некоторой мере аналогичную той, которую играют по отношению к свойствам аналитической функции ее особенности. С физической точки зрения особые точки — это состояния равновесия, предельные циклы — периодические движения» [7. С. 98].

О физическом смысле сепаратрис А. А. Андронов сказал, когда речь шла об устойчивости в большом: «В связи с понятием об областях устойчивости в большом находят свой настоящий физический смысл неустойчивые предельные циклы и сепаратрисы. Они являются отделяющими движениями, они определяют, куда будет стремиться система при тех или иных начальных условиях» [7. С. 106].

Именно это принципиальное различие между консервативными и неконсервативными системами, считал А. А. Андронов, замедлило применение качественной теории дифференциальных уравнений Пуанкаре и вообще настоящей математической теории к проблемам автоколебаний. «Считалось, и это было в известной степени верно, что Пуанкаре, Ляпунов, Биркгофф ставили себе задачи, относящиеся к консервативным системам, задачи, выдвигаемые небесной механикой... Поэтому казалось на первый взгляд, что в этих работах нельзя найти аппарата для наших задач, что эти работы занимают другими типами дифференциальных уравнений или, по крайней мере, что этот аппарат надо как-то принципиально перестроить» [7. С. 106].

Потребовалась диссертационная работа А. А. Андропова 1928 г., чтобы изменить взгляд на эти предметы, чтобы неисчерпаемо богатый математический инструментарий «неистощимого» Пуанкаре, Ляпунова и

Биркгоффа впервые начал служить задачам «земной» механики с их существенной неконсервативностью.

Однако этот математический аппарат если и не требовал принципиальной перестройки, то все же нуждался в основательной доработке, в дальнейшем развитии применительно к новым задачам теории нелинейных колебаний. И в докладе на конференции А. А. Андронов формулирует основные и первоочередные задачи, решение которых должно было служить такому именно развитию качественной теории дифференциальных уравнений, ибо «те, которые захотят применять качественные методы Пуанкаре к тем или иным частным дифференциальным уравнениям, встретятся с очень большими трудностями».

Первая проблема, на которую указал А. А. Андронов, была связана с необходимостью увеличить эффективность качественных методов Пуанкаре, т. е. увеличить их силу для решения конкретных задач.

«Вторая задача, которая здесь стоит,— сказал далее А. А. Андронов,— такова. Как мы видели, мы можем вычислить при помощи количественных методов Пуанкаре, употребляющихся в небесной механике, периодические решения, близкие к синусоидальным. Это очень легко, и моментально получаются решения, которые счастливо оказываются пригодными даже для техники. *Теперь задача ставится шире: вычислить периодические решения для случаев не синусоидальных, для большого значения параметра*²⁵. *Эта задача не решена*» [7. С. 107] (курсив мой.— Е. Б.).

По поводу третьей задачи, важнейшей в математической теории автоколебательных систем, А. А. Андронов сказал следующее: «Нам характеристика лампы задана в виде некоторой кривой, относительно которой мы знаем в известной мере ее качественную природу. И вот нужно связать эту качественную природу характеристики с числом и устойчивостью предельных циклов» [7. С. 107—108].

Более общие и неизмеримо более сложные проблемы, сказал А. А. Андронов, возникают при переходе к многомерным динамическим системам и соответственно к случаю многих уравнений первого порядка: «Если $n=3$ [n — число уравнений первого порядка],

²⁵ Эта задача стала одной из основных для А. А. Андропова и его научной школы.

то это уже очень плохо. Интегральные кривые были весьма сильно стеснены на плоскости. Здесь же они получают совершенно несравненную свободу; характер возможных движений и соотношений между движениями необычайно усложняется. Здесь не существует теории, которая бы давала хоть сколько-нибудь эффективные способы для качественного исследования конкретных уравнений. Даже то, что вообще там может быть, каков характер интегральных кривых, еще очень плохо исследовано» [7. С. 108].

И, перефразировав французского математика Бореля, А. А. Андронов пошутил, сказав, что в теории нелинейных колебаний, как в небесной механике и как в счете дикарей, «много» уже равно трем.

Несмотря на это, уже в 1931 г., хотя актуальнейшими проблемами оставались еще проблемы математического обеспечения теории простейших двумерных автоколебательных систем, А. А. Андронов ставил задачи, связанные с изучением многомерных динамических систем. «Во-первых,— сказал он,— нас интересует такой вопрос: какие движения такой системы²⁶ отображают автоколебательные процессы? Для $n=2$ дело обстоит просто: автоколебательные движения периодические и соответствуют устойчивым по Ляпунову предельным циклам Пуанкаре. Следует думать, что здесь они могут иметь более общий характер.

Как математически охарактеризовать автоколебательные движения в общем случае? Тут есть такое физическое, интуитивное определение, что это какие-то регулярно повторяющиеся движения в неконсервативной системе, устойчивые в каком-то смысле по отношению к малым отклонениям» [7. С. 109].

Этим вопросом А. А. Андронов задавался не в первый раз и за два года до доклада на конференции, как мы уже говорили, получил в этом направлении тонкие и интересные результаты, опубликованные в написанной совместно с А. А. Виттом статье [17]. Проблемы, затронутые в ней, лежат в сфере интересов общей теории динамических систем.

Таким образом, с самого начала разработки теории

²⁶ А. А. Андронов рассмотрел систему n дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(x_1, x_2, \dots, x_n); \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

нелинейных колебаний, базирующейся на аппарате качественной теории дифференциальных уравнений, и параллельно с ней А. А. Андронов, как мы уже отмечали, осуществлял дальнейшее развитие общей теории динамических систем. И, совершенствуя на конкретных актуальных примерах методы исследования двумерных динамических систем, отрабатывая их в разнообразных приложениях, он вместе с тем исследовал сложнейшие проблемы, связанные с многомерными динамическими системами.

Эти проблемы теории многомерных динамических систем А. А. Андронов сформулировал в своем докладе следующим образом: «Случай периодических колебаний, близких к синусоидальным, легко решается и для $n > 2$ теми же методами, о которых у нас шла речь [в частности, метод малого параметра]. Таким образом, *первой проблемой* является отыскание периодических решений для большого μ , например в виде рядов Фурье.

Роль почти периодических движений, их связь с периодическими и более общими движениями, характер их изменений при изменении параметра, эффективное нахождение почти периодических решений — все эти вопросы остаются открытыми. Таким образом, возникает *вторая проблема* — исследование почти периодических движений (в первую очередь квазипериодических) хотя бы для малого μ .

Третья проблема — дать методы качественного исследования дифференциальных уравнений хотя бы для $n=3$ и $n=4$; $n=4$, может быть, наиболее актуальная вещь. У Пуанкаре есть некоторые соображения по этому поводу, но они совершенно неэффективны.

Четвертая проблема — это выяснить зависимость качественной картины фазовых траекторий от параметра, т. е. исследовать бифуркационные значения параметра, исследовать вопрос о смене устойчивостей между различными стационарными движениями, которые здесь возможны, и т. д. С этой же проблемой связан вопрос об областях устойчивости в большом и вопрос о характере возможных «отделяющих» движений, аналогичных сепаратрисам. По поводу последних двух проблем можно сделать такое общее замечание. Столь полное изучение различных возможных случаев, как это удалось сделать для $n=2$, по-видимому, крайне затруднительно для $n > 2$... [В связи с этим] естественно

возникает вопрос об ограничении классов дифференциальных уравнений, подлежащих изучению... Характерным признаком существенно неконсервативной системы ... для $n=2$ является возможность разбиения фазовой плоскости на области с одинаковым асимптотическим поведением траекторий. Для $n>2$... по-видимому, следует также ограничиться изучением лишь таких систем, для которых аналогичное свойство имеет место в фазовом пространстве, т. е. ограничиться изучением существенно неконсервативных систем» [7. С. 118].

Пятая проблема, сказал А. А. Андронов, — это обоснование метода Ван-дер-Поля и определение границ его применимости, поскольку этот метод часто приводит к более простым выкладкам, чем строгие методы, и поскольку в очень многих важных случаях он дает правильный ответ. Существенно также и то, что с помощью этого метода можно приближенно исследовать не только периодические решения, но и квазипериодические, а в некоторых, правда, не частых случаях он позволяет составить грубое представление о поведении интегральных кривых в фазовом пространстве.

Специальное место в докладе А. А. Андропова заняли вопросы устойчивости по Ляпунову. Прошло всего три года с тех пор, как в теорию нелинейных колебаний и не кем иным, как А. А. Андроновым, была впервые привлечена теория устойчивости А. М. Ляпунова. Неудивительно, что в 1931 г. А. А. Андронов нашел необходимым подробно охарактеризовать результаты А. М. Ляпунова, пояснить содержание введенных им терминов, указать на некоторые трудности использования методов Ляпунова в конкретных исследованиях, ведь применение его аппарата в теории нелинейных колебаний еще отнюдь не стало обыденным явлением. По существу, А. А. Андронов использовал трибуну конференции для пропаганды фундаментальных результатов выдающегося русского математика, труды которого, в большой степени из-за чрезвычайно сложной формы изложения, практически не использовались и оставались неизвестными огромной массе исследователей. Начиная с диссертационной работы А. А. Андропова, где теория устойчивости Ляпунова впервые получила практическое приложение, а затем в ряде работ (в соавторстве с А. А. Виттом) дальнейшее развитие, ситуация начала быстро меняться,

и методы Ляпунова стали широко использоваться. И это тоже одна из заслуг А. А. Андропова.

«Заслуги Ляпунова в задаче об устойчивости,— сказал он в своем докладе,—исключительно велики. Ему удалось свести задачу об устойчивости движений нелинейной системы к исследованию свойств решений некоторых линейных дифференциальных уравнений, так называемых „уравнений первого приближения“ (по терминологии Пуанкаре), точнее, ему удалось строго обосновать, когда такое сведение законно».

В связи с необходимостью исследования устойчивости движений динамической системы и дальнейшего развития теории Ляпунова А. А. Андронов сказал, что основной задачей является изучение систем уравнений первого приближения с квазипериодическими коэффициентами, в частности выяснение вопроса о правильности такой системы.

Заканчивая доклад, А. А. Андронов еще раз вернулся к тому, что представлялось ему наиболее важным,— к необходимости дальнейшего развития математического аппарата теории нелинейных колебаний, с помощью которого стало бы возможным решение конкретных многомерных задач. «Результаты Пуанкаре и Биркгоффа для $n > 2$ сугубо неэффективны. Они дают известное представление о роде и характере движения, но не содержат в себе почти никаких данных для того, чтобы исследовать какое-нибудь частное дифференциальное уравнение, с которым нам приходится иметь дело. Поэтому необходимо как-то заполнить пропасть между топологической теорией и тем, что сейчас нам нужно» [7. С. 124].

Глава 2

Горьковский период творческой деятельности А. А. Андропова (работы по теории нелинейных колебаний и по развитию ее математического аппарата)

Общая характеристика горьковского периода

В 1931 г. в связи с организацией в г. Горьком Физико-технического института и воссозданием Горьковского университета... я был направлен Наркомпросом РСФСР на работу в г. Горький.

А. А. Андронов. Из автобиографии
1951 г.²⁷

В автобиографии А. А. Андропова, написанной в 1944 г., о его переезде в Нижний Новгород (г. Горький) сказано более подробно: «В начале 1931 г. я подал заявление в Сектор науки Наркомпроса о желании работать в одном из провинциальных физических институтов. Инспектор Сектора науки предложил мне поехать в только что организованный Горьковский физико-технический институт.

С осени 1931 г. я стал работником (с 15 сентября 1931 г.) Горьковского физико-технического института, а с момента организации Горьковского университета (1 ноября 1931 г.) — и Горьковского государственного университета.

Первые годы я совмещал работу в Горьком с работой в Москве в НИИФе МГУ, а затем всю работу сосредоточил в Горьком».

Очень скоро вокруг А. А. Андропова — в отделе колебаний Физико-технического института (ГИФТИ) и на кафедре теории колебаний в университете — сложился коллектив его сотрудников и учеников.

²⁷ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

Кафедра теории колебаний, одна из первых в мире, была создана в Горьковском университете по инициативе А. А. Андропова. В отзыве о работах А. А. Андропова, написанном для рекомендации его на заведование этой кафедрой, Л. И. Мандельштам написал: «Наряду с плодотворной самостоятельной научно-исследовательской работой А. А. Андронов в последнее время руководил работой молодых сотрудников Горьковского физико-технического института, которыми — под его руководством — успешно выполнен ряд исследований, относящихся к области колебаний...

Я считаю А. А. Андропова, талантливого ученого с вполне определенным научным именем и очень хорошего педагога, весьма подходящим кандидатом на заведование кафедрой по колебаниям в Горьковском университете»²⁸.

Кафедра теории колебаний была создана в 1933 г.

В 1934 г. А. А. Андронов был утвержден ВАК Наркомпроса в ученое звание профессора кафедры теории колебаний.

В 1935 г. он был утвержден ВАК Наркомпроса в ученой степени доктора физико-математических наук.

Ближайшими сотрудниками А. А. Андропова в первый период его деятельности в Горьком стали Е. А. Леонтович и А. Г. Майер — математики, окончившие в разное время Московский университет. А. Г. Майер несколькими годами раньше приехал на работу в Нижний Новгород. Е. А. Леонтович, которая в 1926 г. стала женой А. А. Андропова, приехала в Горький вместе с ним в 1931 г. Постепенно круг сотрудников А. А. Андропова расширялся за счет привлечения молодых ученых, тянувшихся к нему, ставших его аспирантами. Так, со временем его сотрудниками и учениками в Горьком стали Н. Н. Баутин, Н. В. Бутенин, Н. А. Железцов, С. А. Жевакин, Ю. И. Неймарк, И. Л. Берштейн, А. В. Гапонов, Н. А. Фуфаев и другие. Ряд профессоров Горьковского университета, работавших самостоятельно, часто контактировали с А. А. Андроновым, участвовали в совместной работе и в этом смысле входили в коллектив, сложившийся вокруг А. А. Андропова. В этой связи надо прежде всего назвать Г. С. Горелика.

²⁸ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

А. А. Андронов стал инициатором создания в Нижнем Новгороде одного из центров физической науки. Он воспитал большую группу талантливых учеников, сумел привлечь к работе в Горьковском университете крупных ученых и великолепных педагогов — В. Л. Гинзбурга, Г. С. Горелика, С. М. Рытова и других.

О первом десятилетии работы в Горьком А. А. Андронов писал в автобиографии 1944 г.: «Относительно моей научной работы за последние годы я ограничусь здесь следующими краткими замечаниями.

Эта работа, которую нужно рассматривать вместе с работой моих сотрудников по Горьковскому физикотехническому институту, велась в следующих трех направлениях.

Первое направление — разработка качественной теории дифференциальных уравнений применительно к потребностям физики колебаний. Основным результатом здесь, кроме теории так называемых «грубых» систем (которая была дана мною в совместной работе с московским математиком Л. С. Понтрягиным), на мой взгляд, следует считать общую теорию зависимости от параметра качественной картины разбиения фазовой плоскости на траектории, основы которой даны в двух работах, сделанных в Горьком (А. А. Андронов, Е. А. Леонтович). Эта теория, для которой физика подсказала ряд руководящих идей, имеет уже сейчас определенное практическое значение при исследовании конкретных уравнений.

Второе направление — разработка вопросов теоретической физики, связанных с вопросами физики колебаний; здесь следует отметить работы по теории токов в вакууме и работы по расчету размытости спектра катодного генератора.

Третье направление — это применение теории нелинейных колебаний к решению конкретных задач, интересующих физику и технику. Наиболее существенными из этой довольно большой группы работ являются, на мой взгляд, работы по связанным системам, по колебаниям в электрических машинах, по динамике самолета и по теории автоматического регулирования».

Далее в этой книге каждое из выделенных А. А. Андроновым направлений исследований будет рассмотрено подробно.

Но прежде чем перейти к детальному анализу указанных направлений в деятельности А. А. Андропова, отметим следующее. Когда А. А. Андронов говорит, что его работу «нужно рассматривать вместе с работой его сотрудников», следует учитывать, что автором основных идей совместных работ всегда являлся он сам. Постановка задачи, выбор подхода к ее решению, выбор идеализации и т. д.— все это осуществлялось А. А. Андроновым. Более того, работы его учеников возникли вследствие решения задач, которые ставил перед ними А. А. Андронов. Важнейшие математические исследования того периода были выполнены сотрудниками А. А. Андропова по его предложению; даже когда фамилия А. А. Андропова не значилась под выполненным исследованием, можно было быть совершенно уверенным в том, что оно возникло вследствие интереса А. А. Андропова к этому кругу вопросов и понимания необходимости его рассмотрения для нужд теории нелинейных колебаний и теории динамических систем.

Происходило это потому, что А. А. Андронов, как никто другой в Горьком, видел весь комплекс проблем, связанный с развитием теории нелинейных колебаний. Как никто другой, он мог указать наиболее актуальные задачи, увидеть перспективы и проблемы завтрашнего дня, а также новые области приложения математических методов, развиваемых применительно к теории нелинейных колебаний.

Последовательно и целеустремленно руководил он широким фронтом исследований нелинейных проблем теории колебаний и теории динамических систем. Это была, как сказал Г. С. Горелик, «двадцатипятилетняя научная работа, развивающаяся по определенному и своеобразному, резко очерченному, хотя и широкому, руслу, работа, которая выглядит так, как будто она строилась по единому заранее составленному плану, работа, характеризующаяся редким единством стиля и метода» [78. С. 14].

Повторяем, к моменту переезда в Горький А. А. Андронов был сложившимся ученым, который ввел в науку о колебаниях ряд новых понятий, о которых уже говорилось в первой главе. Среди этих понятий особо отметим понятие автоколебаний, понятия о грубости, о бифуркационных значениях параметра, об описании колебательных явлений на фазовой плоскост-

ти, получившем позже название «фазового портрета», и т. д.

Эти понятия и связанные с ними основополагающие идеи, сформулированные еще в Москве, послужили фундаментом, на который опиралось стройное здание теории нелинейных колебаний, построенное А. А. Андроновым и его школой уже в Горьком.

Именно в Горьком было создано то, что сейчас называется качественной теорией нелинейных колебаний, был развит необходимый для ее построения математический аппарат и на примере анализа разнообразных конкретных задач, относящихся к различным разделам естествознания и техники, была показана эффективность и прикладная значимость этой теории, ее методов и подходов. В том же Горьком в связи с поиском важных для приложений автоколебательных систем, поведение которых описывается дифференциальными уравнениями более высокого порядка, чем второй, возник интерес А. А. Андропова к задачам теории автоматического регулирования. Постепенно к работе в этой области были привлечены его сотрудники и ученики, была установлена тесная связь с организованным в Москве в 1939 г. Институтом автоматизации и телемеханики, и А. А. Андронов стал руководителем нового направления, которое развивалось в Горьком, Москве и других городах и получило название нелинейной теории автоматического регулирования.

В этот же горьковский период реализовался давний интерес А. А. Андропова к вопросам истории науки. Ряд новых фактов из биографии Н. И. Лобачевского, по существу, открытие основополагающей роли Дж. К. Максвелла и И. А. Вышнеградского в создании основ классической линейной теории автоматического регулирования — все это результаты деятельности А. А. Андропова в истории науки.

Научное направление, связанное с анализом нелинейных колебаний, постепенно переросло в первые попытки построения общей динамической теории машин, которая с «автоколебательной», «нелинейной» точки зрения рассматривает процессы, имеющие место в разнообразных динамических системах и которые ранее рассматривались разрозненно, изолированно.

Такова самая краткая характеристика научных интересов А. А. Андропова в горьковский период его

жизни. Каждому из указанных выше вопросов будет посвящен отдельный раздел второй и третьей глав. В этом разделе мы охарактеризуем особенности творческого метода А. А. Андропова и его школы, а также обстановку, сложившуюся вокруг А. А. Андропова в Горьком.

Для всего творчества А. А. Андропова характерно стремление к полному, исчерпывающему решению задачи. Эта особенность деятельности А. А. Андропова реализовалась в том новом подходе к исследованию нелинейных задач теории колебаний, который он ввел вместе с качественной теорией дифференциальных уравнений в теоретическую радиотехнику и в теорию колебаний вообще. Требуя полного решения задачи, т. е. рассмотрения всех возможных движений динамической системы при всевозможных начальных условиях, А. А. Андронов тем самым в некотором смысле отождествлял предмет теории нелинейных колебаний с предметом теории динамических систем — не просто изучение колебательных закономерностей, но выявление и исследование всех возможных движений. (С несколько иной точки зрения этот вопрос мы обсуждали в первой главе.)

Это стремление к полному общему решению задачи динамики систем было крупным принципиальным шагом вперед. Дело в том, что, как уже отмечалось, понятие «колебательная закономерность» было весьма неопределенным. И хотя было очевидным, что оно базируется на понятии периодичности, но не сводится к нему, все же в конкретных исследованиях обычно ограничивались отысканием периодического решения. В начальный период деятельности А. А. Андропова исследованию поддавались главным образом периодические и, реже, квазипериодические движения. Однако широкая постановка задачи приводила к тому, что в относительно простых автоколебательных системах обнаруживались и изучались разнообразные виды движений. А это вело к дальнейшему развитию как теории колебаний, так и общей теории динамических систем.

И еще об одной характерной особенности творческой деятельности А. А. Андропова необходимо упомянуть — о стремлении к классификации всех возможных случаев поведения динамических систем, или о «стремлении к созданию в каждом разрабатываемом

им вопросе стройной логической системы с исчерпывающей классификацией всех возможных случаев по семействам, видам, подвидам» [77. С. 8].

Ярко, образно и вместе с тем точно рассказывал о деятельности А. А. Андропова, об особенностях его творческой «кухни» Г. С. Горелик: «Научная работа А. А. Андропова протекает за письменным столом, наедине с белым листом бумаги, книгами и карандашом. Он большей частью исследует дифференциальные уравнения (или системы дифференциальных уравнений). У него совершенно особенная манера исследования дифференциальных уравнений, которая отразилась и на том научном жаргоне, которым говорят А. А. Андронов и его ученики. Мне всегда хочется сказать, что А. А. Андронов исследует дифференциальные уравнения так, как зоолог исследует зверей (определяет вид и подвид, узнает повадки и строение внутренних органов) или как врач обследует пациента. Он допрашивает дифференциальное уравнение, применяя к нему свой богатый математический инструментарий, пользуясь разными рабочими критериями. Ставит диагноз и назначает лечение. Я хотел сказать: указывает метод решения, а иногда приходит к выводу, что случай безнадежен. Особые точки, предельные циклы, сепаратрисы — все это для Александра Александровича как бы части живого организма: математической модели той или иной машины, или следящей системы, или ламповой схемы. И недаром он часто говорит: „Предельные циклы рождаются, растут, умирают (дохнут!)“. Он „просвечивает“ математическим рентгеном особую точку и выясняет, что она „беременна“ предельным циклом... Некоторые страницы рисунков в книге Андропова и Хайкина прямо напоминают эмбриологический атлас» [78. С. 14—15] (рис. 2, 3).

И эта «андроновская клиника дифференциальных уравнений», или «андроновский звериный питомник», — не математические абстракции, не простая «игра ума», ибо они представляют огромное значение для приложений: в них, кроме всего прочего, выясняется, как правильно проектировать те или иные технические устройства, какие у этих устройств могут быть «уродливости» или «болезни» и как следует их «лечить».

Главное значение всего цикла работ А. А. Андропова заключается в создании нелинейной колебательной культуры, которая пронизывает по сей день работы

Устойчивый предельный цикл

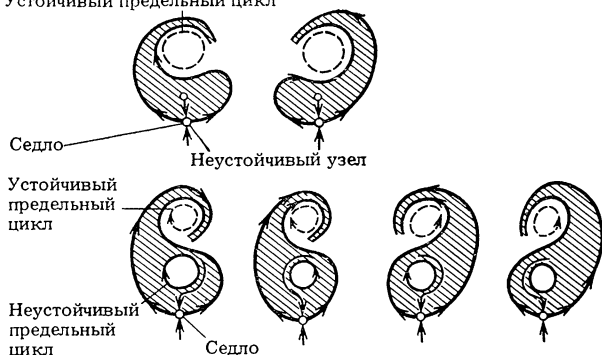


Рис. 2

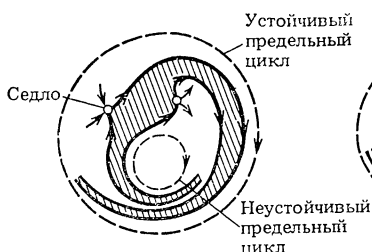


Рис. 3

горьковской школы академика А. А. Андропова. Они сыграли также важную роль в воссоединении теории и техники. Что здесь имеется в виду? Покажем это на примере истории исследования часовых механизмов [78. С. 17].

После работ Галилея и Гюйгенса в XVII в. длительное время теория и практика этого вопроса развивались изолированно. Исследования А. А. Андропова (в соавторстве с Ю. И. Неймарком [43]), а затем, по предложению А. А. Андропова, его ученика Н. Н. Баутина ликвидировали разрыв между теоретическими и прикладными разработками. В исследовании разнообразных часовых ходов А. А. Андронов возобновил традиции Галилея и Гюйгенса. Он начал исследования динамики часовых механизмов с модели простейших догалилеевских часов. Вскоре по предложению А. А. Андропова Н. Н. Баутин исследовал модели часов Галилея—Гюйгенса, имеющие две степени свободы (часы с маятником или с баланси́ром, подверженные

действию восстанавливающей силы). Он дал решение задачи Л. И. Мандельштама, поставленной в 1944 г. [3], когда Леонид Исаакович обсуждал с А. А. Андроновым начатые в Горьком работы по теории часов. Решив эту задачу, Н. Н. Баутин выяснил, какие именно динамические особенности часов Галилея—Гюйгенса обеспечивают стабильность периода автоколебаний. В конечном счете Н. Н. Баутин построил наиболее полную и общую теорию часовых ходов, и теперь уже его ученики работают в этой области в направлении, указанном А. А. Андроновым и ведущем к сближению теоретических и прикладных, инженерных исследований.

В огромной работе, которую А. А. Андронов развернул в Горьком (в ГИФТИ и в университете), принимали участие его сотрудники и ученики, а также ряд московских математиков и физиков, последние — из числа учеников Л. И. Мандельштама, с которыми А. А. Андронов начал совместную деятельность еще в московский период.

Все работы А. А. Андропова горьковского периода написаны в соавторстве, все они коллективны — результат творческого содружества с ближайшими учениками и сотрудниками, результат плодотворных научных дискуссий. Так, исключительно важные и, быть может, самые красивые результаты в разработке качественной теории дифференциальных уравнений и теории бифуркаций динамических систем А. А. Андронов получил в совместной работе с Л. С. Понтрягиным («Грубые системы») и с Е. А. Леонтович-Андроновой, которая продолжила и в определенном смысле завершила исследования, начатые вместе с А. А. Андроновым в этом направлении.

Другим соавтором А. А. Андропова по разработке математического аппарата теории нелинейных колебаний был А. Г. Майер. Их совместные работы относятся главным образом к разработке метода точечных преобразований и решению с его помощью нелинейных задач теории автоматического регулирования. Кроме того, А. Г. Майер в самостоятельных и частью в совместных работах с Е. А. Леонтович-Андроновой провел ряд тонких и важных исследований в качественной теории дифференциальных уравнений и в теории динамических систем. По предложению А. А. Андропова он исследовал свойства многомерных дина-

мических систем и установил ряд фундаментальных результатов. Эти работы А. Г. Майера стали тем фундаментом, на котором развились в горьковской школе последующие исследования многомерных динамических систем и систем на поверхностях, отличных от плоскости и сферы.

Выше, в связи с работами по динамике часов, уже говорилось об одном из учеников и близких сотрудников А. А. Андропова — Н. Н. Баутине. Кроме этих исследований, он принимал участие в разработке метода точечных преобразований и решении с его помощью некоторых нелинейных задач теории автоматического регулирования. Результатом явился ряд статей, написанных в соавторстве с А. А. Андроновым. По предложению А. А. Андропова Н. Н. Баутин рассмотрел вопрос об опасных и безопасных участках границ областей устойчивости и получил весьма важные и нетривиальные результаты. Под руководством А. А. Андропова им был выполнен также ряд других исследований.

Одним из первых аспирантов А. А. Андропова был Н. В. Бутенин — «специалист по малому μ », как его тогда называли. (В предвоенные годы метод точечных отображений еще не был разработан в должной мере и ряд учеников А. А. Андропова работали с методом малого параметра.) Под руководством и по предложению А. А. Андропова Н. В. Бутениным была дана приближенная теория задачи Кельвина о влиянии способа подвески часов на их ход. В работе, относящейся к 1942 г., было проведено первое теоретическое исследование автоколебательных систем с гироскопическими силами — рассматривалась теория однорельсового вагона с гироскопической стабилизацией. В следующем исследовании (1943 г.) наряду с методом малого параметра им был использован метод припасовывания, с помощью которого было найдено симметричное периодическое решение. Метод припасовывания не позволял в то время исследовать вопрос об устойчивости найденного периодического решения, но в работе Н. В. Бутенина имелось указание, что вопрос об устойчивости может быть решен с помощью преобразования плоскости в плоскость. А. А. Андронов расценивал эту работу своего ученика как переходную, предшествующую решительной атаке на метод точечных отображений, который и был им разработан.

А. А. Андропова чрезвычайно интересовала теория электрических машин. Корни этого интереса лежали в стремлении А. А. Андропова создать новую научную дисциплину — общую динамику машин, а также были связаны с нелинейной теорией автоматического регулирования, интерес к которой у А. А. Андропова возник еще в предвоенные годы. Знание фазового пространства электрических машин необходимо для исследования их поведения в автоматически регулируемых системах. В связи с этим он изучил всю относящуюся к этому вопросу литературу, в том числе работы Максвелла и Пуанкаре, посвященные элементарным моделям коллекторных машин, изучил историю и предысторию этих исследований. Проведя анализ исходных предпосылок существовавших теорий электрических машин, А. А. Андронов выяснил, в частности, отсутствие общих и корректных методов составления уравнений движения униполярных и коллекторных машин. Составление уравнений движения по методу Лагранжа—Максвелла наталкивалось здесь на существенные трудности. Поэтому он предложил своему аспиранту А. В. Гапонову заняться вопросом об уравнениях движения униполярных и коллекторных машин. Последнему удалось показать, что при некоторых упрощающих предположениях коллекторные и униполярные машины принадлежат к общей динамической точки зрения к классу неголономных систем типа Чаплыгина, а в дальнейшем А. В. Гапонов получил общие уравнения движения, годные для любой комбинации коллекторных, бесколлекторных и униполярных машин [77. С. 16].

Исследования А. В. Гапонова и А. А. Андропова в области электрических машин были продолжены позднее двумя другими учениками А. А. Андропова — Ю. И. Неймарком и Н. А. Фуфаевым. Результатом их работы явилась монография по динамике неголономных систем. Как писали авторы этой книги, идея ее написания «возникла на семинаре А. А. Андропова в 1949—1950 гг. в связи с рассмотрением на нем вопросов составления уравнений движения разнообразных технических систем. Это рассмотрение, помимо научных целей, имело в виду цели преподавания, о чем А. А. Андронов неоднократно напоминал участникам семинара. Дискутировались понятия направленных связей и сервосвязей, способы составления уравнений

электрических цепей, тензорные формы уравнений движения, уравнения движения механических систем, вариационные принципы теории поля и электродинамики, вопросы составления уравнений движения электрических машин и многие другие. По этим вопросам выступали с докладами Н. А. Железцов, М. Л. Левин, А. В. Гапонов, Ю. И. Неймарк, Н. А. Фуфаев и другие. Именно в процессе этого семинара выяснились некоторые неточности в ряде работ по механике неголономных систем и обнаружилась связь теории электрических машин с механикой неголономных систем»²⁹.

Уже упоминалось о юношеском интересе А. А. Андропова к астрономии, в частности к цефеидам — звездам с периодически меняющимся блеском, относительно которых он, еще будучи аспирантом, высказал предположение, что они являются автоколебательными системами. В 1941 г. он предложил своему аспиранту С. А. Жевакину исследовать механизм колебания цефеид. Эти исследования, прерванные войной и продолженные в 1946 г., завершились созданием теории самовозбуждения колебаний в цефеидах.

Говоря (в главе первой) о совместной с А. А. Витом работе А. А. Андропова о мультивибраторе Абрагама—Блоха, мы упомянули о продолжении этих исследований в работах аспиранта А. А. Андропова Н. А. Железцова, которые содержали существенное уточнение математической модели этой динамической системы. Здесь добавим, что предложенная Н. А. Железцовым модель стала общепринятой. Эта работа Н. А. Железцова возникла в связи с еще одним направлением исследований, проводившихся под руководством А. А. Андропова, — с изучением некоторых типов радиосхем, применявшихся в электронной автоматике.

В последние годы жизни А. А. Андронов уделял самое серьезное внимание зарождавшемуся направлению — кибернетике. Книга Н. Винера «Кибернетика» обсуждалась на семинарах в Горьковском университете в год ее выхода в свет (на английском языке) — в 1948 г. Он сумел увидеть за этим направлением большое будущее и сделал очень много для того, чтобы в Горьком возник один из первых в стране вычис-

²⁹ Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967. С. 5.

лительных центров. По его инициативе были начаты работы по созданию быстродействующей вычислительной машины, которая обеспечила базу для вычислительного центра, а затем кафедры вычислительной математики и кибернетики и соответствующего факультета в ГГУ. В создании вычислительного центра в Горьковском университете большая роль принадлежала ученику А. А. Андронову А. С. Алексееву, а в последующем создании Научно-исследовательского института прикладной математики и кибернетики — группе учеников и сотрудников А. А. Андропова. Деятельность этого института (НИИПМК) при Горьковском университете в основном связана с непосредственным развитием научных направлений, выдвинутых А. А. Андроновым.

Придавая огромное значение созданию нелинейной теории колебаний, А. А. Андронов вместе с тем руководил дальнейшим развитием линейной теории. Им самим и его школой был выполнен целый ряд исследований по линейной теории и связанным с ней вопросам, относящимся, в частности, к радиотехнике и теории автоматического регулирования. В 1934 г. в работе А. Г. Майера и Е. А. Леонтович было установлено наименьшее возможное значение произведения распылчатости сигнала (во времени) и его немонотонности. Тем самым была дана точная формулировка имеющего фундаментальное значение для всей теории связи классического аналога соотношения неопределенностей. В послевоенные годы, когда А. А. Андронов руководил работами по теории автоматического регулирования, он поставил перед своим аспирантом Ю. И. Неймарком задачу проанализировать с математической точки зрения критерий устойчивости линеаризованных систем, предложенный Найквистом без строгого обоснования. Этот критерий широко применялся в системах автоматического регулирования при расчете усилителей. Любопытно, что при анализе этого вопроса Ю. И. Неймарк использовал тот самый новый подход, который был предложен А. А. Андроновым в связи с нелинейными проблемами теории колебаний и который привел к новой постановке задачи исследования динамики. Использовал он его весьма своеобразно, тем самым показав действенность и широту андроновского подхода даже в задачах, казалось бы, не охватываемых этим подходом. Напомним, что

одним из требований этого подхода было требование исследования превращений, происходящих в фазовом пространстве при изменении параметров системы. Если плавно изменять значение параметра системы, то в фазовой плоскости какое-то время не происходит качественных изменений структуры разбиения ее на траектории, пока параметр не достигнет бифуркационного значения. Тогда происходит «катастрофа», «фазовый портрет» системы меняется. Таким образом, сопоставляются пространство параметров динамической системы и ее фазовое пространство. Ю. И. Неймарк сопоставил два других «пространства» — он заставил изменяться коэффициенты характеристического уравнения и стал следить за тем, как при этом перемещаются по комплексной плоскости его корни. Этот совершенно новый подход к задаче устойчивости привел к новому же критерию устойчивости линеаризованных систем — известному методу «Д-разбиения».

Указанными здесь работами далеко не исчерпывается список исследований, выполненных под руководством А. А. Андропова его учениками и сотрудниками. Однако уже из сказанного видно, сколь разносторонней и фундаментальной была деятельность А. А. Андропова — лидера нового направления в построении и развитии общего учения о нелинейных колебаниях.

В орбиту научных интересов А. А. Андропова попали не только ученики и горьковские его сотрудники, но и ряд ученых, не принадлежавших к его школе и имевших собственные направления исследований. Среди них следует прежде всего назвать Л. С. Понтрягина, выполнившего совместно с А. А. Андроновым ряд работ, в которых исследовались вопросы, связанные с научным направлением А. А. Андропова. Среди этих работ занимает особое место исследование о грубых системах [44], которое стало началом разработки теории бифуркаций динамических систем. Совместная деятельность с А. А. Андроновым не прошла бесследно для Л. С. Понтрягина, и в одной из своих книг он пишет: «Мне хочется отметить решающее влияние на мои научные интересы, оказанное выдающимся советским специалистом в области теории колебаний и теории автоматического регулирования Александром Александровичем Андроновым, с которым меня связывали долгие дружеские отношения. Его влияние

существенно сказалось и на характере, и на направленности этой книги»³⁰.

Сказанное в сильнейшей степени относится также к ряду учеников Л. И. Мандельштама, испытывших на себе влияние научных интересов А. А. Андропова и сотрудничавших с ним в исследовании тех или иных занимавших его вопросов. Это А. А. Витт, С. Э. Хайкин, Г. С. Горелик и другие московские коллеги А. А. Андропова, ставшие его соавторами по ряду работ или выполнившие исследования, связанные с дальнейшим развитием некоторых идей А. А. Андропова.

Объяснение этому следует искать, конечно, и в смелости, новаторстве идей А. А. Андропова, и в значительности, актуальности выдвинутого им направления исследований, по также в необычайной притягательности его личности, в его способности увлечь, зажечь, заразить своим энтузиазмом, повести за собой других.

Ниже мы рассмотрим более подробно некоторые из групп работ А. А. Андропова и его учеников.

В послевоенные годы А. А. Андронов работал по совместительству в Институте автоматики и телемеханики, был членом редколлегии журнала «Автоматика и телемеханика» и, что, может быть, важнее всего, руководил активно работавшим научным семинаром, на котором поддерживалась та же обстановка коллективного творчества, которая была характерна для горьковской школы А. А. Андропова. Основным результатом деятельности этого семинара — коллективное создание классической теории автоматического регулирования, которая еще при жизни А. А. Андропова начала оформляться в виде монографий, а позже превратилась в самостоятельную дисциплину, по которой написано много книг и учебников. В Москве около А. А. Андропова возникла плеяда сотрудников и учеников (М. А. Айзерман, М. В. Мееров, В. В. Петров, Я. Э. Цыпкин и др.), которая работала в тесном контакте с горьковскими учениками и сотрудниками А. А. Андропова. В результате этой деятельности в научных кругах сложилось представление об А. А. Андронове как о главе советской школы автоматического регулирования. Обо всем этом подробнее будет идти речь в главе третьей.

³⁰ *Понтрягин Л. С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1970. С. 6.

Разработка математического аппарата теории нелинейных колебаний

Работы А. А. Андропова посвящены преимущественно обоснованию и разработке новых адекватных методов... [Они] сыграли, несомненно, существенную роль общем развитии теории нелинейных колебаний не только у нас, но и за границей.

*Л. И. Мандельштам*³¹

Основным результатом здесь, кроме теории так называемых «грубых» систем, ...на мой взгляд, следует считать общую теорию зависимости от параметра качественной картины разбиения фазовой плоскости на траектории, основы которой даны в двух работах, сделанных в Горьком.

*А. А. Андронов. Из автобиографии 1941 г.*³²

Разработка математического аппарата теории нелинейных колебаний проводилась А. А. Андроновым в трех основных направлениях. Во-первых, в направлении приспособления качественной теории дифференциальных уравнений к нелинейным задачам теории колебаний, в частности уточнения ее фундаментальных понятий и формулировки самой задачи качественного исследования. Во-вторых, в направлении построения и развития теории бифуркаций неконсервативных динамических систем второго порядка и ее применения к исследованию конкретных сильно нелинейных систем, к изучению всех возможных в них движений. В-третьих, в направлении разработки метода точечных преобразований (отображений, как его еще называют), который стал методом исследования двух-, трех- и четырехмерных динамических систем, допускающих кусочно-линейную аппроксимацию нелинейных функций в правых частях дифференциальных уравнений, описывающих поведение таких систем.

Прежде всего остановимся на работах, которые сам А. А. Андронов считал основными результатами периода до 1941 г.

Теория грубых динамических систем была разработана А. А. Андроновым вместе с Л. С. Понтрягиным

³¹ *Мандельштам Л. И.* Из отзыва на работы А. А. Андропова, 1933 г. // Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

³² Там же.

в 1935 г.³³ Основы этой теории были изложены в их совместной статье «Грубые системы» [44], опубликованной в 1937 г. Здесь впервые введенное А. А. Андроновым еще в 1928 г. [47] понятие грубости получило строгое математическое определение.

В авторской аннотации к статье «Грубые системы» А. А. Андронов писал: «Эта работа представляет собой развитие и математическую обработку идеи, использованной еще в [47], о том, что решения дифференциальных уравнений, теоретически отображающие реальные процессы, должны быть устойчивы по отношению к малым изменениям правых частей этих уравнений. Требование сохранения качественной структуры разбиения фазовой плоскости на траектории при достаточно малых изменениях правых частей позволило выделить класс дифференциальных уравнений („грубые системы“), исследование которого представляет большой интерес для приложений и который обладает рядом интересных в математическом отношении особенностей, в частности исключительной простотой областей устойчивости в большом элементе притяжения (состояний равновесия и предельных циклов)» [7. С. 530].

Свойство динамической системы быть грубой А. А. Андронов ввел на основании следующих физических соображений. Ни один из факторов, учитываемых при составлении дифференциальных уравнений движения динамической системы, не может оставаться абсолютно неизменным во времени. Но при достаточно малых изменениях этих факторов реальная физическая система может сохранять неизменным свое поведение, «не замечать» малых изменений своих параметров. А. А. Андронов писал: «Очевидно, что, поскольку малые случайные возмущения неизбежны в любых физических системах, в них не могут существовать такие процессы, протекание которых возможно только при отсутствии каких бы то ни было случайных отклонений и возмущений. Отсюда появляются требования, широко используемые в теории динамических систем, чтобы процессы, отображаемые динамической математической моделью и соответствующие процессам, су-

³³ Эту дату — 1935 г. — называет сам А. А. Андронов в автобиографии 1941 г. См.: Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

пствующим и наблюдаемым в реальной системе, были устойчивыми как по отношению к малым изменениям координат и скоростей, так и по отношению к малым изменениям самой математической модели. Первое приводит к понятию устойчивости состояния равновесия модели и процессов в ней, второе — к понятию грубости динамических систем» [45; 23. С. 18—19].

Введенное в работе [44] А. А. Андроновым и Л. С. Понтрягиным определение грубости системы «можно рассматривать как определение устойчивости совокупности траекторий динамической системы по отношению к достаточно малым изменениям правых частей уравнений», описывающих ее поведение [7. С. 184].

В этой работе были сформулированы необходимые и достаточные условия грубости, которые заключаются в том, что у грубых динамических систем все состояния равновесия являются узлами, фокусами или седлами, все предельные циклы имеют не равные нулю характеристические показатели и сепаратрисы седел не идут из седла в седло.

Здесь были введены определения особых и обыкновенных траекторий, опирающиеся на понятие положительно (отрицательно) устойчивых или неустойчивых по Ляпунову траекторий.

Авторы статьи [44] сформулировали и доказали теоремы о том, что для грубой системы особыми траекториями являются состояния равновесия, предельные циклы и сепаратрисы (все остальные траектории являются обыкновенными), а также о том, что множество особых траекторий разбивает фазовую плоскость грубой динамической системы на конечное число «ячеек», заполненных обыкновенными траекториями; при этом особые траектории являются либо «элементом притяжения», или «стоком»³⁴, для обыкновенных траекторий, либо «элементом отталкивания», или «источником».

Наконец, в этой работе была сформулирована теорема, позволяющая утверждать, что качественная структура разбиения фазовой плоскости грубой динамической системы на траектории «определяется особы-

³⁴ В современной литературе «элемент притяжения», или «сток», часто называют аттрактором.

ми траекториями, направлением движения по замкнутым особым траекториям и характером устойчивости предельных особых траекторий»³⁵ [7. С. 186].

Напомним, что теория бифуркаций динамических систем изучает зависимость качественной структуры разбиения на траектории фазового пространства динамической системы от изменения параметров, содержащихся в правых частях дифференциальных уравнений, описывающих поведение этой системы. При некоторых значениях параметров даже малое их изменение вызывает изменение качественной структуры фазового пространства. Такие значения параметров называются бифуркационными. Множество их разбивает пространство на области, которым соответствуют относительно одинаковые качественные структуры фазового пространства.

Работа А. А. Андропова и Л. С. Понтрягина [44] сыграла фундаментальную роль в развитии качественной теории дифференциальных уравнений — с нее начался новый этап в разработке теории бифуркаций динамических систем второго порядка в исследованиях А. А. Андропова и его сотрудников.

О первых своих результатах в области разработки теории бифуркаций А. А. Андронов рассказал в докладе на конференции по колебаниям в 1931 г. Это было сжатое без выводов изложение исследования, проведенного А. А. Андроновым совместно с А. Г. Любиной. Само исследование было опубликовано позже, в 1935 г. [37]. По поводу опубликования этой работы в собрании трудов А. А. Андропова [7] сказано следующее: «В конце 1932 г. работа была подготовлена к печати и вскоре сдана в Ученые записки Горьковского государственного университета. Ввиду длительной задержки выхода Ученых записок ГГУ работа в несколько переработанном и дополненном (включен параграф о теории бифуркаций в системах, определяемых одним уравнением первого порядка) виде была в конце 1934 г. отправлена также в „Журнал экспериментальной и теоретической физики“» [7. С. 125]. Этот второй текст статьи [37] полностью охватывает содержание

³⁵ Строгое доказательство этого утверждения содержится вшедшей в том же 1937 г. работе Е. А. Леонтович и А. Г. Майера «О траекториях, определяющих качественную структуру разбиения на траектории» // ДАН СССР. 1937. Т. 14, № 5. С. 251–257.

первого, опубликованного в Ученых записках Горьковского университета.

Центральным пунктом работы, написанной А. А. Андроновым в соавторстве с А. Г. Любиной [37], является, как писали авторы, «установление и использование той связи, которая существует между теорией зависимости стационарных режимов катодного генератора от параметра и теорией зависимости состояния равновесия консервативной системы от параметра, данной... Пуанкаре в связи с теорией равновесия вращающейся жидкой массы» [7. С. 125].

В указанной работе Пуанкаре были введены понятия «точек бифуркации» и «смены устойчивостей». «Известные до сих пор лишь астрономам-теоретикам, — писали авторы статьи [37], — понятия „точек бифуркации“, „смены устойчивостей“ и т. д. оказываются весьма плодотворными в теории колебаний и позволяют придать теории мягкого и жесткого возникновения колебаний³⁸ — по крайней мере в простейших случаях — столь же стройный вид, какой имеет у Пуанкаре теория зависимости состояния равновесия консервативной системы от параметра» [7. С. 125—126].

В статье [37], в частности, детально исследуются мягкое и жесткое самовозбуждения автоколебаний, если характеристика аппроксимирована полиномом и если система близка к линейной консервативной. При этом, как сказано в статье, «весьма важные для физики явления возникновения колебаний, исчезновения колебаний, срыва колебаний и т. д. получают здесь, на языке особых точек, предельных циклов и бифуркационных значений параметра, свое адекватное объяснение и приводятся в стройную схему» [7. С. 138].

В работе А. А. Андронova и А. Г. Любиной [37] указывается, что изложенная в ней теория бифуркаций, относящаяся к случаю автоколебательных систем, близких к линейным консервативным, может быть обобщена на более сложные нелинейные системы. Поскольку такое обобщение потребует изменения самого понятия о бифуркационных значениях параметров, в статье дается определение бифуркационного значения параметра для такой обобщенной теории, именно это те значения параметра, при которых меняется то-

³⁸ Эта теория для случая колебаний, близких к синусоидальным, была впервые дана Ван-дер-Полем и Эппльтоном в 1929 г. [7. С. 126].

пологическая структура разбиения фазового пространства динамической системы на интегральные кривые (на траектории).

Упомянутая выше работа А. А. Андропова и Л. С. Понтрягина «Грубые системы» открыла новый этап в разработке теории бифуркаций неконсервативных систем. Наиболее значительные результаты этого этапа содержатся в двух статьях А. А. Андропова и Е. А. Леонтович [29, 30], опубликованных соответственно в 1938 и 1939 гг. В авторской аннотации А. А. Андронов писал: «В этих двух работах дана общая теория зависимости от параметра качественной картины разбиения фазовой плоскости на траектории. Эта теория, для которой физика подсказала ряд руководящих идей, помимо своего значения для теории дифференциальных уравнений, имеет значительный практический интерес для теории колебаний, позволяя во многих случаях делать эффективные высказывания о смене качественных картин фазового пространства конкретных колебательных систем» [7. С. 530].

Первая из этих статей — «Некоторые случаи зависимости предельных циклов от параметра» [30]. В ней были рассмотрены основные бифуркации состояния равновесия и выяснены все случаи нарушения устойчивости³⁷. А. А. Андронов и Е. А. Леонтович исследовали в этой работе случаи «рождения» предельных циклов из состояния равновесия типа сложного фокуса, из двойного предельного цикла, из сепаратрисы седла, образующей петлю, из сепаратрисы сложной особой точки типа седло-узла, выходящей из него и возвращающейся в него же. Эти исследования были проведены авторами для динамических систем, которые являются грубыми для целой области значений параметров.

³⁷ «Первая из этих статей» — результаты, изложенные в статье [30], были получены, судя по автобиографии А. А. Андропова, еще в 1937 г., но опубликованы лишь в 1939 г. в Ученых записках Горьковского университета. По-видимому, А. А. Андронов предполагал, что статья будет напечатана в 1937 г., т. е. раньше второй [29], которая вышла в Докладах АН СССР в 1938 г. Об этом свидетельствуют также ссылки в статье [29] на статью [30] (см. [7. С. 221 и 217]). Скорее всего это было связано с задержкой выхода в свет очередного номера Ученых записок Горьковского государственного университета. Такие задержки выхода журнала имели место весьма часто, так что от момента получения результата до его опубликования порой проходили годы.

Особо следует отметить описанную в работе [30] бифуркацию состояния равновесия в случае двух чисто мнимых корней характеристического уравнения, при котором возможно возникновение устойчивого периодического движения («мягкий» режим возникновения колебаний) либо слияние с состоянием равновесия неустойчивого периодического движения. Заметим, что такая бифуркация была рассмотрена Э. Хопфом лишь спустя три года после опубликования работы А. А. Андропова и Е. А. Леонтович [30]. Обращаем же мы на это внимание потому, что иногда в литературе, даже отечественной, мы встречаем термин «бифуркация Хопфа», относящийся к рассмотренной впервые А. А. Андроновым бифуркации.

В работе «К теории изменений качественной структуры разбиения плоскости на траектории» [29] А. А. Андроновым (совместно с Е. А. Леонтович) впервые были введены понятия негрубости динамических систем и степеней негрубости. О необходимости и важности рассмотрения негрубых динамических систем авторы писали следующее: «При исследовании физических систем нельзя ограничиться изучением грубых систем. И не только потому, что для некоторых специальных целей имеет смысл рассматривать негрубые системы, например консервативные, но и прежде всего потому, что при изменении параметра в динамической системе мы переходим от одной грубой системы к другой, качественно отличной системе через негрубые системы. Отсюда возникает задача исследования негрубых систем и их классификации, которая тесно связана с теорией зависимости от параметра качественной структуры разбиения фазовой плоскости на траектории» [7. С. 217].

В связи с этим были сформулированы условия, выделяющие системы первой степени негрубости — простейшие среди негрубых систем. Рассмотренные в работе [30] простейшие случаи «рождения» предельных циклов относились именно к системам первой степени негрубости.

После появления фундаментальных работ А. А. Андропова и Е. А. Леонтович [29, 30] началась разработка эффективных приемов качественного исследования конкретных динамических систем второго порядка. «Эти методы опираются на следующие утверждения. Пусть известно множество всех бифуркационных зна-

чений параметров или доказано их отсутствие, известен характер всех бифуркаций при прохождении через все бифуркационные значения, кроме того, известна качественная структура динамической системы при каких-либо частных значениях параметров. Тогда на основании этих сведений и соображений непрерывности можно определить качественную структуру для любой точки пространства параметров. Знание бифуркационных значений параметров одновременно и решает вопрос о разделении пространства параметров на области одинаковой грубой качественной структуры и помогает найти эту структуру» [89. С. 417].

В 40-х годах А. А. Андронов уже видел необходимость и возможность написания монографии, подводившей некоторые итоги развития качественной теории дифференциальных уравнений второго порядка и ее использования в приложениях. Мысль о важности подобной монографии возникала и у ряда математиков, знакомых с трудами А. А. Андропова и его школы. Так, она была высказана в письме И. Г. Петровского к А. А. Андронову.

И. Г. Петровский — А. А. Андронову

Москва, 18 июня 1946 г.

«...Не думаете ли Вы, что у Вас в Горьком накопилось уже достаточно материала по исследованию поведения действительных интегральных кривых, чтобы опубликовать сводную монографию по этим вопросам? Ее можно было бы опубликовать, в частности, в Трудях Математического института им. Стеклова, редактором которых я состою. Для этого нужно только, чтобы монография имела достаточно обстоятельное введение, чтобы она была по возможности доступна широкому кругу математиков, физиков, а может быть, и некоторым инженерам... Если Вам понравилась эта идея, напишите, мы включим Вашу монографию в план издания на 1947 г.»

В те годы эта книга осталась незаконченной, но исследования, связанные с дальнейшей разработкой качественной теории дифференциальных уравнений и теории бифуркаций динамических систем второго порядка, продолжались. По свидетельству Г. С. Горелика, «в одной из последних лекций, прочитанных А. А. Андроновым в Горьковском университете, он с

увлечением говорил о топологии³⁸ и высказал убеждение, что в будущем она обязательно станет частью математического вооружения физиков» [78. С. 10].

В 1947 г. по инициативе А. А. Андропова и под его редакцией был впервые опубликован русский перевод классического мемуара Анри Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями». Книга была снабжена примечаниями А. А. Андропова и дополнениями, написанными Е. А. Леонтович, А. Г. Майером и рядом других математиков. В этих текстах А. А. Андронов и его сотрудники, по существу, подвели итог своей почти двадцатилетней работы по приспособлению к нелинейным задачам теории колебаний математического аппарата, развитого Анри Пуанкаре, и по дальнейшему его усовершенствованию. Эта работа заключалась, в частности, в уточнении определений фундаментальных понятий качественной теории дифференциальных уравнений Пуанкаре и в более полной и четкой формулировке самой задачи качественного исследования, а также в доказательстве ряда положений Пуанкаре, приведенных им без должного доказательства, в устранении некоторых встречающихся у него неточностей³⁹, в определении гра-

³⁸ Говоря «топология», Г. С. Горелик имеет в виду качественную теорию дифференциальных уравнений. В школе А. А. Андропова часто вместо терминов «качественная структура», «качественные свойства» и т. п. говорят «топологическая структура», «топологические свойства» и т. п. (см. об этом [33. С. 124]).

³⁹ Из воспоминаний И. Л. Берштейна: «Летом 1932 г. Александр Александрович многое рассказывал мне о жизни, „хомах“ разных ученых — прошлых лет и современных, отечественных и иностранных. Он иногда заходил ко мне домой (я жил близко от него), и мы беседовали либо у меня дома, либо прогуливаясь по близлежащим улицам... С юмором, непрерывно улыбаясь, Александр Александрович рассказал мне следующее о Пуанкаре: у него было несколько дочек, и для их обеспечения приданным ему надо было много писать и печататься. Он садился за рабочий стол — летом в садике — со стопкой чистой бумаги слева, писал, и справа вырастала стопка исписанных листов. Не имел привычки вторично прочитывать, проверять написанное, и выросшая справа стопка направлялась в печать. Однажды получилось так, что партия в 20–30 листов попала не на должное место (быть может, ветер был виновником), и так было опубликовано. Никто не обратил на это внимания, и лишь много лет спустя какой-то дотошный математик обнаружил нелепицу в рассуждениях Пуанкаре, которая устранялась при некотором изменении последовательности страниц текста. Что в этом

ниц применимости тех или иных приемов исследования, введенных Пуанкаре, и т. п. Подобные вопросы затрагивались в ряде публикаций как А. А. Андропова, так и его сотрудников и ранее, в частности, в статьях, относящихся к 1937—1939 гг.

Примечания А. А. Андропова к мемуару А. Пуанкаре — это как бы новое прочтение книги с точки зрения результатов проделанной А. А. Андроновым и его сотрудниками работы.

Ряд примечаний А. А. Андропова начинается словами: «уточним это понятие» (см., например, [6. С. 372]). Уточнения касаются определения основных понятий теории Пуанкаре: характеристики [6. С. 371, 376—377], предельного цикла [6. С. 376, 378—380], траектории [6. С. 380—381], устойчивости (Пуанкаре использует определение устойчивости по Пуассону; А. А. Андронов указывает в примечании, что последователь Пуанкаре Дж. Д. Биркгофф работает с более широким определением устойчивости по Лагранжу, а затем А. А. Андронов приводит введенное им в теорию колебаний определение устойчивости по Ляпунову [6. С. 381—390]) и т. п.

Другие примечания А. А. Андропова содержат математические выкладки, поясняющие некоторые утверждения Пуанкаре или уточняющие, при каких предположениях они справедливы. В ряде случаев А. А. Андронов предлагает собственное доказательство теорем, сформулированных Пуанкаре (например, [6. С. 375] и др.).

Помимо скрупулезного и четкого комментария неясных мест в работе А. Пуанкаре, примечания А. А. Андропова содержат также сведения о важнейших результатах дальнейшего развития качественной теории дифференциальных уравнений в работах последователей великого французского математика. Так, А. А. Андронов отмечает исследование интегральных кривых на плоскости, осуществленное Бендиксоном, и работы Данжуа, посвященные изучению поведения траекторий на торе.

Отметим еще одну важную особенность примечаний А. А. Андропова: в них указан ряд нерешенных проб-

рассказе истина, а что привнесено юмором Александра Александровича — не знаю». См.: Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

лем качественной теории дифференциальных уравнений, сформулированных как самим А. Пуанкаре, так и А. А. Андроновым, поскольку они вытекают из теории Пуанкаре. А. А. Андронов выделяет те нерешенные проблемы, которые имели важное значение и для дальнейшего развития собственно качественной теории дифференциальных уравнений, и для теории нелинейных колебаний и тесно связанной с ними теории динамических систем.

Таким образом, примечания А. А. Андропова к труду А. Пуанкаре «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями» подытоживают результаты работы по уточнению фундаментальных понятий качественной теории дифференциальных уравнений и самой задачи качественного исследования, полученные А. А. Андроновым и его сотрудниками. Вместе с тем в них намечены некоторые пути дальнейшего продвижения в направлении использования богатейших возможностей, заложенных в математическом аппарате А. Пуанкаре.

Фундаментальные результаты, связанные с разработкой понятия грубых динамических систем и теории бифуркаций неконсервативных динамических систем второго порядка, были подытожены отчасти во втором издании «Теории колебаний» [23] (А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, 1959), но главным образом — в двух монографиях [33; 34], работа над которыми, начатая еще А. А. Андроновым, была в 1966 и 1967 гг. завершена Е. А. Леонтович. В 1971 г. эти монографии были изданы на английском языке в Соединенных Штатах Америки.

Пионерные работы А. А. Андропова по качественной теории дифференциальных уравнений и по теории бифуркаций динамических систем стали началом многочисленных исследований в этом направлении как в нашей стране, так и за рубежом.

Сейчас А. А. Андронов — признанный классик в области нелинейных колебаний и в теории бифуркаций динамических систем. О мировом признании А. А. Андропова свидетельствует, в частности, оценка, данная его работам по теории бифуркаций в монографии, изданной Нью-Йоркской академией наук в 1979 г. [114]. Во введении этой книги, посвященной теории бифуркаций и ее приложениям, названы три основоположника этой теории — А. Пуанкаре, А. М. Ляпунов и А. А. Ан-

дронов. «В течение полувека после введения понятия бифуркации не было сделано ничего, кроме работы Ляпунова,— говорится в этой книге.— Первым после длительного перерыва был также русский математик А. А. Андронов (1901—1952), опубликовавший в 1937 г. в соавторстве с Л. С. Понтрягиным статью о грубых системах, ставшую началом цикла работ А. А. Андропова и его коллег по бифуркационным задачам. Важность работы А. Андропова заключается в том, что это первая работа, где детально разработано понятие структурной (не)устойчивости⁴⁰ Пуанкаре» [114. С. 5].

Как было сказано выше, в работах А. А. Андропова и Е. А. Леонтович для динамических систем второго порядка были установлены необходимые и достаточные условия грубости в терминах грубости отдельных образований — особых точек, предельных циклов и сепаратрис. Вышедшая уже после смерти А. А. Андропова монография по теории бифуркаций динамических систем второго порядка (1967 г.) [34] была в 1976 г. дополнена монографией Е. А. Леонтович и Н. Н. Баутина «Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости». Написание этой книги преследовало цель, «во-первых, ознакомить читателя с основными фактами качественной теории динамических систем на плоскости, причем главным образом с теорией бифуркаций таких систем, во-вторых, указать роль теории бифуркаций при объяснении целого ряда нелинейных эффектов в реальных системах и, в-третьих, продемонстрировать на ряде динамических систем из приложений роль теории бифуркаций при качественном исследовании конкретных систем», — пишут авторы.

До сих пор речь шла о двумерных задачах. Первым обращением А. А. Андропова к многомерным задачам, как мы уже писали, была его работа 1934 г. (в соав-

⁴⁰ Термин «структурная устойчивость», заменяющий понятие «грубая система», ввел в 1957 г. в одной из своих книг Соломон Лефшец (1884—1972) — американский математик, выходец из России. По его инициативе и под его руководством на английский язык было переведено и издано в США много исследований русских математиков, в том числе работы А. А. Андропова и его школы; С. Лефшец, кроме того, перевел на английский язык работу А. М. Ляпунова об устойчивости движений, которая в наше время играет новую важную роль в теории бифуркаций.

торстве с А. А. Виттом) «К математической теории автоколебательных систем с двумя степенями свободы» [16]. Многомерными задачами по предложению А. А. Андропова в разное время занимались А. Г. Майер и Н. Н. Баутин.

Основой теории бифуркаций многомерных динамических систем также является понятие грубости. Начавшиеся в 40-х годах исследования бифуркаций многомерных динамических систем опирались на недоказанное тогда предположение о достаточности для грубости таких систем также грубости их состояний равновесия, периодических движений и пересечений сепаратрисных многообразий и седловых циклов⁴¹. Исходя из этих представлений в конце 40-х годов были рассмотрены некоторые основные случаи бифуркаций. Так, по предложению А. А. Андропова Н. Н. Баутиным были рассмотрены различные ситуации рождения предельного цикла из сложного фокуса (1949 г.). Эти исследования были продолжены и после смерти А. А. Андропова, в частности учеником А. А. Андропова Ю. И. Неймарком, а также Л. П. Шильниковым и Р. М. Минц.

Важную роль в исследовании многомерных динамических систем сыграло изучение так называемых гомоклинических структур. Гомоклиническая кривая и необычайная сложность движений в ее окрестности были обнаружены впервые Анри Пуанкаре. Об этом феномене Пуанкаре писал следующее: «Если попытаться представить себе фигуру, образованную этими двумя кривыми [асимптотическими кривыми] и их бесчисленными пересечениями, каждое из которых соответствует двоякоасимптотическому решению, то эти пересечения образуют нечто вроде решетки, ткани, сети с бесконечно тесными петлями; ни одна из двух кривых никогда не должна пересечь самое себя, но она должна навиваться на самое себя очень сложным образом, чтобы пересечь бесконечно много раз все петли сети. Поражаешься сложности этой фигуры, которую я даже не пытаюсь изобразить. Ничто не является более подходящим, чтобы дать представление о сложности задачи трех тел и вообще всех задач динамики»⁴².

⁴¹ Справедливость этого предположения была доказана лишь в конце 60-х годов американским математиком С. Смейлом.

⁴² Пуанкаре А. Собр. тр. Т. 2. М.: Наука, 1971. С. 339.

Из работ Пуанкаре и Биркгоффа известен случай тонкой структуры, сопровождающейся бесчисленным множеством седловых периодических решений; эта тонкая структура связана с наличием грубых гомоклинических кривых. По инициативе А. А. Андропова в его школе были начаты исследования гомоклинических структур и движений в их окрестности. Этим вопросом в связи с проблемой Биркгоффа занимался А. Г. Майер. Известно, кроме того, что А. А. Андронов поставил следующую задачу: существуют ли грубые динамические системы третьего порядка, которые имеют счетное множество периодических движений? После смерти А. А. Андропова эти исследования были успешно продолжены учеником А. А. Андропова Ю. И. Неймарком и Л. П. Шильниковым.

Интерес представляют также результаты, полученные учениками Е. А. Леонтович при изучении бифуркаций динамических систем на двумерных поверхностях, отличных от плоскости и сферы (С. Х. Арансон, В. З. Гринес, 1973 г.), — они были опубликованы раньше, чем аналогичные результаты на Западе.

Теория бифуркаций представляет не только чисто математический и общетеоретический интерес — она имеет большое значение для приложений. Рассмотрение бифуркаций дало адекватное объяснение целому ряду нелинейных явлений, иными способами не объяснимых, — «мягкому» и «жесткому» возникновению колебаний, срыву колебаний при подходе к «опасной» (в смысле Баутина) границе, гистерезисным явлениям и т. д.

Однако изучение бифуркаций многомерных динамических систем, несмотря на имеющиеся значительные успехи, продолжает встречать не менее значительные трудности. Исследования продолжаются, в частности, в следующих направлениях: 1) теория действительных и комплексных динамических систем, 2) теория бифуркаций многомерных динамических систем, 3) качественная теория дифференциальных уравнений на поверхностях, отличных от плоскости и сферы.

Вернемся к работам А. А. Андропова по разработке математического аппарата теории нелинейных колебаний.

Чрезвычайно важным методом, введенным и развитым А. А. Андроновым и его школой для исследования многомерных динамических систем, стал метод то-

точных отображений. Он заключается в том, что изучение структуры разбиения фазового пространства динамической системы на траектории сводится к изучению поведения последовательных точек пересечения фазовых траекторий некоторой поверхностью (секущей), если фазовое пространство трехмерно, или так называемым отрезком без контакта, если фазовое пространство двумерно. Последовательность таких точек пересечения фазовых траекторий с секущей образует некоторое точечное преобразование, или отображение, которое взаимно однозначно определяет структуру фазового пространства. Таким образом, каждому вопросу в отношении структуры решений дифференциальных уравнений соответствует некоторый вопрос, относящийся к структуре точечного отображения. Например, периодическим решениям дифференциальных уравнений, или, что то же самое, замкнутым траекториям фазового пространства, ставятся в соответствие неподвижные точки точечного отображения. При этом орбитно-устойчивому периодическому движению (предельному циклу) соответствует устойчивая же неподвижная точка, и наоборот. Следовательно, метод точечных отображений сводит задачу исследования поведения фазовых траекторий к задаче изучения порождаемого ими точечного отображения. При этом метод позволяет одновременно изучать движение точек по всей совокупности фазовых траекторий, а не движение лишь одной изображающей точки по отдельной фазовой траектории; это существенно упростило исследование.

Круг изучаемых методом точечных отображений динамических систем очень широк. Он включает всевозможные системы автоматического регулирования, радиотехнические системы, часовые механизмы, системы, связанные с виброзабивкой и вибросепарацией, вибротранспортировкой, системы циклической автоматики, нелинейные демпферы и многие другие.

С помощью метода точечных отображений удалось достигнуть важных результатов в изучении гомоклинических структур и движений в их окрестности.

Метод точечных преобразований возник в работах А. Пуанкаре в связи с качественной теорией дифференциальных уравнений и получил дальнейшее развитие в начале нашего века в работах Дж. Д. Биркгофа, Л. Брауэра, П. Боля. Пуанкаре широко применял точечные преобразования даже при решении задач на

плоскости, где можно обойтись другими средствами исследования.

Однако в дальнейшем фундаментом метода точечных преобразований, который А. А. Андронов разработал и ввел в теорию нелинейных колебаний и в теорию динамических систем, в нелинейную теорию автоматического регулирования, стали не только работы Пуанкаре, Биркгоффа, Брауэра, но и работы, связанные с методом припасовывания, о котором говорилось выше. Эти работы, никак не связанные с Пуанкаре, возникали при решении отдельных конкретных технических задач, в которых применялся метод припасовывания, или «сшивания», как его еще называют. Первыми работами такого рода были исследования, выполненные А. Зоммерфельдом и Н. Д. Папалекси. Чтобы получить решение в целом в таких задачах, в которых движения динамических систем описывались кусочно-линейными дифференциальными уравнениями, нужно было «сшивать» его из «кусков» решений линейных дифференциальных уравнений. Но, по сути дела, «сшивая» начальное решение с последующим, мы тем самым порождаем точечное преобразование. Однако связь метода припасовывания («сшивания») с точечными преобразованиями не была в свое время осознана, поэтому, в частности, возникали трудности при решении вопроса об устойчивости полученного методом «сшивания» периодического решения. Позже для А. А. Андронova в этом вопросе наступила полная ясность, но когда он впервые применил метод припасовывания в форме преобразования прямой в прямую [5, 46] в уже упоминавшейся диссертационной работе, этой ясности у него еще не было. Тогда, как он писал в 1945 г., задача Л. И. Мандельштама о математическом «воспитании» метода припасовывания решена не была и вопрос об устойчивости периодического решения ответа не получил [7. С. 524].

Преобразование прямой в прямую А. А. Андронов применил тогда при исследовании фазовой плоскости лампового генератора с z -характеристикой зависимости анодного тока от напряжения на сетке и при исследовании простейшей модели маятниковых часов⁴³. Полу-

⁴³ В 1945 г. А. А. Андронов писал: «В 1928–1929 гг. я потратил много времени, чтобы рассмотреть по-настоящему часы как динамическую систему с двумя степенями свободы, и у меня ничего хорошего не вышло. И в нашей книге вместе с

ческие результаты были включены А. А. Андроновым в монографию [45], написанную с А. А. Виттом и С. Э. Хайкиным. Преобразование прямой в прямую использовали в своих исследованиях также ученики и сотрудники А. А. Андропова.

Когда А. А. Андронов вновь обратился к методу припасовывания в связи с задачами нелинейной теории автоматического регулирования, он увидел, что вопрос об устойчивости полученного этим методом периодического решения может быть сведен к вопросу об устойчивости неподвижной точки преобразования, ответ на который дает теория точечных преобразований. Поясним сказанное.

Вновь рассмотрим для простоты автономную динамическую систему второго порядка, поведение которой описывается дифференциальными уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = Q(x, y). \quad (1)$$

Пусть на фазовой плоскости (рис. 4) траектория Γ пересекает, нигде не касаясь, так называемый отрезок без контакта АВ (выполняющий в случае двумерного фазового пространства роль секущей). Пусть в момент времени $t=0$ изображающая точка, движущаяся по траектории Γ в соответствии с уравнениями (1), совпадает с точкой М. Если при дальнейшем движении изображающей точки вдоль фазовой траектории Γ она будет вновь и вновь пересекать отрезок без контакта АВ, как это показано на рис. 4, то в таком случае го-

С. Э. Хайкиным [45] мы рассматривали часы как систему с одной степенью свободы и этим лишили самого важного — рассмотрения процесса взаимодействия маятника и ходового колеса. А в 1944 г. нам при помощи новых методов [метода точечных преобразований] удалось рассмотреть эту задачу... Я сказал Леониду Исааковичу, что мне удалось придумать такую элементарную модель часов, которая имеет две степени свободы и для которой мне вместе с аспирантом Неймарком удалось дать полную теорию. Я прибавил, однако, что не знаю, подойдет ли эта модель людям, фактически занимающимся часами... Леонид Исаакович спросил меня, могу ли я объяснить, почему догалилеевы часы настолько хуже часов Галилея—Гюйгенса. Я сказал, что надеюсь дать настоящий ответ на его вопрос, решив проблему, которую я называю сейчас проблемой Манделштама в области часов» [З. С. 524—525]. Как уже говорилось, эту задачу по предложению А. А. Андропова решил его ученик Н. Н. Баутин и именно с помощью метода точечных преобразований. На основе этого же метода он построил наиболее полную теорию разнообразных часовых ходов.

воят, что точка M имеет последующие. Пусть s и \bar{s} — координаты точки M и ее последующей. Существует функциональная зависимость

$$\bar{s} = f(s), \quad (2)$$

которая называется функцией последования. Эта функция последования выражает закон некоторого точечного преобразования отрезка AB (или его части) в себя, устанавливая взаимно однозначное соответствие между

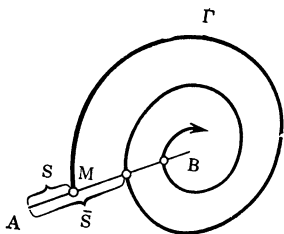


Рис. 4

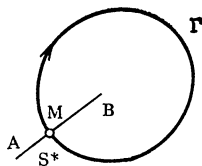


Рис. 5

точками этого отрезка и их последующими. Тем самым задача изучения структуры разбиения фазовой плоскости на траектории сводится к изучению структуры соответствующего точечного преобразования отрезка без контакта в себя с функцией последования (2). Для замкнутой фазовой траектории точка M совпадает со своей последующей (рис. 5), поэтому $s^* = f(s^*)$. Точка $s = s^*$ называется неподвижной точкой преобразования. Ясно, что исследование предельных циклов и их устойчивости сводится к изучению соответствующих неподвижных точек преобразования и их устойчивости.

Начиная с 1943 г. метод точечных преобразований из вспомогательного средства, каким он был в предшествующих работах А. А. Андропова и его сотрудников, превратился в основной метод исследования динамических систем, причем уже не только и не столько второго, но третьего и более высокого порядка. Начался новый этап его развития в работах А. А. Андропова, Н. Н. Баутина, А. Г. Майера и других сотрудников и учеников. Поначалу он был разработан А. А. Андроновым для исследования динамических систем, которые могут быть рассмотрены как кусочно-линейные. Совместно с Н. Н. Баутиным и А. Г. Майером А. А. Анд-

ронов рассмотрел и полностью решил некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования, среди которых были классические задачи И. А. Вышнеградского и Р. Мизеса, о которых будет подробно рассказано в главе третьей.

Результаты разработки нового метода и его первых приложений были настолько значительны, что А. А. Андронов счел необходимым сообщить о них в докладе на сессии Отделения физико-математических наук АН СССР. Доклад состоялся 10 марта 1944 г. и вызвал большой интерес математиков, физиков и специалистов в области автоматического регулирования. На доклад приехал Л. И. Мандельштам, в ту пору уже очень тяжело больной.

Отвлекаясь ненадолго от содержания доклада А. А. Андронova, приведем его слова из статьи [1]: «В 1945 г. мне совместно с моими сотрудниками Н. Н. Баутиным и А. Г. Майером удалось при помощи теории точечных преобразований дать решение ряда простейших нелинейных задач теории автоматического регулирования и наметить способы решения некоторых более сложных задач. Попутно получился ответ на вопрос, поставленный Л. И. Мандельштамом в 1927 г., об исследовании устойчивости периодических движений, получаемых по методу припасовывания... Л. И. Мандельштам с интересом отнесся к этим работам. Несмотря на приступы болезни, он приехал на мой доклад 10 марта 1944 г. на сессии Отделения физико-математических наук и выступил там с рядом замечаний. Это было одно из последних его публичных выступлений, если не последнее. Я хотел бы здесь отметить, что весь этот цикл работ с некоторой точки зрения можно рассматривать как осуществление старой идеи Л. И. Мандельштама о математическом воспитании метода припасовывания» [7. С. 455].

Полный текст доклада не сохранился. О его содержании мы можем судить по опубликованному краткому отчету [8], а также по авторской аннотации [7. С. 541].

А. А. Андронов начал доклад с изложения истории развития теории нелинейных колебаний, с обзора результатов, полученных с помощью метода малого параметра и качественной теории дифференциальных уравнений. Затем привел ряд примеров, касающихся некоторых конкретных задач, в том числе из области

автоматического регулирования, при решении которых названные и другие ранее хорошо себя зарекомендовавшие методы оказываются недостаточными. Далее он выделил класс задач, которые могут быть рассмотрены как кусочно-линейные и к которым, следовательно, может быть применен метод припасовывания. А. А. Андронов показал, что при решении указанных задач методом припасовывания может быть использована теория точечных преобразований Пуанкаре—Брауэра—Биркгоффа, в результате чего исследование может быть сведено к точечным преобразованиям прямой в прямую, плоскости в плоскость, пространства в пространство.

А. А. Андронов подробно остановился на одном из результатов, полученном им совместно с Н. Н. Баутиным и А. Г. Майером, который касался параметрического представления точечного преобразования. Речь шла о том, что во многих конкретных случаях невозможно получить функцию последования, выражающую закон некоторого точечного отображения, записанной в явном виде. В этих случаях иногда «выгодно», как выразился А. А. Андронов, прибегнуть к параметрической форме записи; на конкретном примере он показал, как это можно сделать.

Разработанные методы, сказал А. А. Андронов, это, по существу, готовый аппарат локального исследования точечного преобразования вблизи неподвижных точек. Затем он сформулировал ряд теорем теории точечных преобразований, облегчающих глобальное исследование.

В заключение доклада А. А. Андронов кратко охарактеризовал первые результаты, полученные в Горьком с помощью метода точечных отображений (преобразований) в теории автоматического регулирования (в ее нелинейной части), т. е. рассказал о задачах Вышнеградского, о самолете с автопилотом и других, а также о результатах исследований, связанных с радиофизическими задачами, — о задаче Баркгаузена, о задаче об обычном катодном генераторе и других. Третья глава специально посвящена работам А. А. Андропова в теории автоматического регулирования, и в ней будут подробно рассмотрены эти и другие задачи.

Здесь же скажем несколько слов о том, чем же, собственно, был так хорош этот новый в теории нели-

нейных колебаний метод и почему он обеспечил значительное продвижение вперед по пути ее дальнейшего развития. Во-первых, его применение понижает порядок задачи по меньшей мере на единицу. Во-вторых, он сводит чрезвычайно трудную и далеко не всегда разрешимую задачу исследования структуры разбиения фазового пространства на траектории к задаче исследования неподвижных точек отображения. Аппарат решения последней (в частности, теоремы Брауэра, принцип Банаха и др.) уже был хорошо разработан. В итоге неприступные для иных методов задачи с помощью метода точечных отображений получали решение.

Несколько позже метод точечных отображений в ряде случаев позволил провести глобальное исследование динамических систем. Расширению возможностей такого исследования способствовало введение в рассмотрение неустойчивых седловых неподвижных точек и их сепаратрисных поверхностей.

Для решения вопросов устойчивости движений А. А. Андронов привлек аппарат функций Ляпунова. Привлечение к методу точечных отображений теории устойчивости Ляпунова произошло при решении А. А. Андроновым (в соавторстве с А. Г. Майером) знаменитой задачи Вышнеградского.

Начиная с работ А. А. Андропова, в которых он (совместно с А. Г. Майером и Н. Н. Баутиным) полностью изучил ряд кусочно-линейных систем третьего порядка, метод точечных отображений прочно вошел в теорию нелинейных колебаний и в нелинейную теорию автоматического регулирования как метод качественного и количественного изучения динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями с кусочно-линейными правыми частями.

После 1944—1947 гг., когда были выполнены эти работы, ученики А. А. Андропова изучили с помощью нового метода многие другие конкретные кусочно-линейные системы. Здесь выделяются работы Н. А. Железцова, Н. А. Фуфаева, А. С. Алексеева.

Последующее изучение динамических систем более чем второго порядка проводилось главным образом посредством метода точечных отображений. Наряду с решением конкретных задач в конце 50-х годов учениками А. А. Андропова, прежде всего Ю. И. Неймарком, были получены также важные общетеоретические результаты, относящиеся к дальнейшему развитию мето-

да точечных отображений и качественной теории дифференциальных уравнений. Так, Ю. И. Неймарком был выделен достаточно широкий и представляющий большой интерес для приложений класс динамических систем, полное качественное изучение которых сводится к изучению некоторых точечных отображений. Это прежде всего кусочно-линейные системы; некоторые кусочногладкие, но уже не кусочно-линейные системы; системы с ударными взаимодействиями; некоторые системы с меняющейся структурой. У выделенных систем были обнаружены состояния равновесия нового типа — ими могли быть точки разрыва. Впервые этот интересный факт был обнаружен у так называемых релейных систем. Задача исследования устойчивости состояния равновесия этого нового типа путем сведения к точечному отображению получила полное решение.

Использование некоторых теорем о точечных отображениях позволило для системы произвольного порядка найти условие рождения периодического движения из состояния равновесия типа фокус. При этом обнаружилась непосредственная связь этого вопроса с задачей об опасных и безопасных границах областей устойчивости состояния равновесия и с задачей устойчивости состояния равновесия в критических случаях.

Изучение рождения неподвижных точек от множества инвариантных точек позволило обобщить известный метод малого параметра на системы с кусочногладкими правыми частями и системы, близкие к кусочно-линейным.

Была установлена связь между методом точечных отображений и методом усреднения Крылова—Боголюбова, которая позволяет обнаружить соответствие между фазовыми траекториями исходной и усредненной систем не только в малом, но и в большом.

Метод точечных отображений оказался полезным также в решении некоторых вопросов исследования нелинейных распределенных систем, начатого еще А. А. Андроновым (совместно с А. Г. Майером). Распределенные колебательные системы описываются уравнениями в частных и обыкновенных производных, а также дифференциально-разностными и интегродифференциальными уравнениями. Постановка задач здесь также может отличаться от постановки классических задач математической физики. В связи с этим, естественно, возникли вопросы о корректности постановки

этих задач. Сведение некоторых из них к функциональному уравнению с так называемым динамическим оператором позволило доказать их корректность и обнаружить далеко идущие аналогии между обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных.

Исследование устойчивости состояний равновесия распределенных систем в ряде случаев может быть сведено к задаче о расположении корней некоторой целой функции относительно мнимой оси. Однако, если в случае обыкновенных дифференциальных уравнений обоснование возможности такого сведения было дано А. М. Ляпуновым, а для дифференциально-разностных с постоянными коэффициентами — Беллманом и Райтом, то для уравнений в частных производных такое обоснование отсутствовало, т. е. не существовало доказательства допустимости линеаризации. Этот вопрос тесно связан с корректностью постановки задачи. Для некоторых типов распределенных систем была установлена допустимость линеаризации. Была также исследована устойчивость состояния равновесия ряда конкретных распределенных систем.

Результаты разработки метода точечных отображений в школе А. А. Андропова применительно к теории нелинейных колебаний были подытожены в монографии Ю. И. Неймарка ⁴⁴.

⁴⁴ Неймарк Ю. И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972.

«Теория колебаний» (1937 г.)

Центр тяжести изложения... лежит в выяснении основных положений и основных методов, адекватных для области нелинейных колебаний в целом... Многое уже сделано, общие черты теории, которые дают направление дальнейшему развитию, существуют, существует и рабочий аппарат, дающий возможность планомерно решать ряд конкретных задач нелинейной теории колебаний... По существу [эта книга] является введением в общую теорию нелинейных колебаний.

Л. И. Мандельштам [19 С. 11—13]

Первое издание этой ныне ставшей классической монографии А. А. Андропова, А. А. Витта⁴⁵ и С. Э. Хайкина [45] было осуществлено в 1937 г. Когда в 1949 г. в США вышло американское издание книги А. А. Андропова и С. Э. Хайкина «Теория колебаний», появилась рецензия на нее, принадлежавшая крупному специалисту в области колебаний ден-Хартогу. Он проанализировал в ней монографию, вышедшие после знаменитого трактата Рэлея «Теория звука», являющегося первым развернутым изложением теории колебаний, и следующим образом охарактеризовал принципиальное отличие от всей этой «колебательной» литературы монографии А. А. Андропова и С. Э. Хайкина: «Эти более новые книги [т. е. последовавшие за „Теорией звука“ Рэлея] содержат обычно обсуждение многих современных положений, но все они объясняются на основе первоначальных рэлеевских теорий, так что можно без большого преувеличения констатировать, что с 1877 г. [года публикации „Теории звука“] не появилось ни одной книги по колебаниям, которая существенно отличалась бы от великого классика. Но теперь перед нами книга совершенно другого характера, написанная двумя русскими учеными» [31. С. 324]. По словам С. М. Рытова, «по этой книге нелинейную теорию колебаний изучало несколько поколений советских физиков и инженеров» [29. С. 1438].

Монография А. А. Андропова с соавторами заложила основы развития нелинейной теории колебаний, под-

⁴⁵ Как писал в предисловии ко второму изданию С. Э. Хайкин, «Александр Адольфович Витт, участвовавший в написании первого издания книги наравне с двумя другими авторами, но не указанный в числе авторов вследствие печальной ошибки, умер в 1937 г.» [23. С. 8].

вела итоги уже достигнутых результатов и наметила пути дальнейшего продвижения в области нелинейных колебаний. В ней излагались методы качественного интегрирования, дававшие ценные указания относительно протекания колебательных процессов. По мнению Л. И. Мандельштама, авторы поступают правильно, иллюстрируя эти методы на хорошо известных и привычных случаях линейных систем, а также рассматривая проблемы существования периодических решений, проблемы с «малой» нелинейностью, вопросы устойчивости и другие применительно к наиболее простому случаю системы с одной степенью свободы без внешней силы — так называемые автономные системы. «Эти вопросы изложены с большой полнотой; по читатель не найдет в книге ни задач, связанных с воздействием внешней силы, ни задач, относящихся к системам с несколькими степенями свободы и к системам с распределенными параметрами... Однако если принять во внимание, как велик объем всего материала, относящегося к нелинейным колебаниям, с одной стороны, и основную цель книги — ввести читателя в круг общих идей и методов — с другой, то выбор авторов станет понятным. Автономные системы с одной степенью свободы — наиболее простые системы, и они в то же время являются теми элементами, которые лежат в известном смысле в основе всех более сложных систем» [19. С. 13].

Книга А. А. Андропова, А. А. Витта и С. Э. Хайкина стала первым в отечественной и зарубежной литературе систематическим изложением основ общей теории нелинейных колебаний и ее физических применений, рассчитанным на физиков и инженеров. Это была в высшей степени важная и своевременная книга, во-первых, потому что давала возможность исследователям нелинейных проблем овладеть существующими методами и приемами и научиться их применять. Во-вторых, потому что намечала пути дальнейшего развития общей теории. «Дальнейшее естественное развитие общей теории на этой базе, — писал Л. И. Мандельштам, — будет способствовать тому, что и в сложной области нелинейных колебаний еще в большей мере, чем это уже имеет место сейчас, выкристаллизуются свои специфические общие понятия, положения и методы, которые войдут в обиход физика, сделаются привычными и наглядными, позволят ему разбираться

в сложной совокупности явлений и дадут мощное эвристическое оружие для новых исследований» [19. С. 12].

Из всего того нового, что А. А. Андронов внес в теорию колебаний, наиболее важным является применение к исследованию нелинейных колебаний качественной теории дифференциальных уравнений и связанной с ней топологических методов. Это обстоятельство нашло яркое отражение в книге. Среди страниц, написанных А. А. Андроновым, наиболее характерными являются те, где проводится топологическое исследование интегральных кривых и дается классификация фазовых траекторий грубых систем [6. С. 11].

Л. И. Мандельштам отметил одну из положительных сторон изложения, вытекающую из особенностей математического аппарата, разрабатываемого А. А. Андроновым. Он писал: «В математической трактовке физических проблем часто бывает так, что цепь рассуждений, связывающая исходные уравнения с окончательными результатами, допускающими физическую интерпретацию, весьма длинна, причем отдельные ее звенья такой интерпретации не поддаются. Авторы удачно сумели воспользоваться тем обстоятельством, что излагаемые ими методы позволяют придать физический смысл и отдельным звеньям этой цепи. Это значительно оживляет теорию и облегчает ее усвоение» [19. С. 12].

Монография начинается с подробного и интересного разбора вопросов идеализации физических проблем, естественно переходящего в строгую постановку задачи исследования. Вопросы идеализации имели принципиальное значение, поэтому А. А. Андронов, подробно обсуждая их, выходит за рамки собственной темы и, по сути дела, излагает важнейшие элементы культуры физического мышления. И сейчас трудно указать лучшее изложение этих тонких вопросов, с усвоения которых начинается вхождение в науку.

Спустя двадцать лет «Теория колебаний» была переработана и дополнена новыми результатами, полученными школой А. А. Андропова, и в 1959 г. вышло в свет ее второе издание. Глава, посвященная изложению основ качественной теории дифференциальных уравнений второго порядка, обогатилась подробным изложением теории грубых динамических систем, а также результатами, полученными Е. А. Леонтович

и А. Г. Майером, касающимися качественной картины разбиения фазовой плоскости на траектории, в частности всевозможных типов особых и неособых траекторий. Эти разделы были написаны Е. А. Леонтович.

Значительное внимание уделено во втором издании методу точечных отображений, которому в первом издании А. А. Андронов отвел один параграф, где изложил основные свойства функции последования, а также рассмотрел с помощью метода точечных преобразований ряд конкретных динамических систем: ламповый генератор и некоторые модели часов. Теперь же, кроме этого параграфа, в книге появилась специальная глава о методе точечных преобразований, написанная Н. А. Железцовым, в которую вошли также исследования целого ряда конкретных динамических систем.

Н. А. Железцовым были переработаны и написаны заново некоторые другие разделы книги, в основном касающиеся изучения конкретных динамических систем, различных колебательных процессов.

Монография А. А. Андропова, А. А. Витта и С. Э. Хайкина стала важной вехой в истории развития учения о нелинейных колебаниях, оказала огромное влияние на исследования в области колебаний и автоматического регулирования как у нас в стране, так и за рубежом.

В первые послевоенные годы «Теория колебаний» была переведена на английский язык и издана в США, став широко известной всем специалистам англоязычных стран.

В 1947 г. в США вышла книга Минорского, значительная часть которой является пересказом ряда глав «Теории колебаний» А. А. Андропова и С. Э. Хайкина — с четким указанием источника. В том же 1947 г. «Теория колебаний» была опубликована полностью издательством «Принстон Университи Пресс» на английском языке.

До начала второй мировой войны в США не было получено сколько-нибудь значительных результатов в области нелинейных колебаний. Интерес к указанному кругу проблем начал возникать в этой стране лишь во время войны. Тогда-то и была издана книга А. А. Андропова и С. Э. Хайкина на английском языке.

«Обратили ли Вы внимание,— пишет А. А. Андронов Н. Д. Папалекси в письме от 25 апреля 1943 г.,—

На резкое повышение интереса к нелинейным колебаниям в Америке? По-видимому, это связано в известной мере с потребностями обороны, в частности с прямой теорией автоматического регулирования. В Америке состоялись две конференции по теории нелинейных колебаний. Одна в январе 1942 г. в Нью-Йорке, другая в августе 1942 г. — в Провиденсе, вблизи Нью-Йорка (математики и механики). На второй конференции был специальный доклад о „последних русских работах“ в этой области.

Кроме того, после обращения Кармана к американским математикам с призывом заниматься нелинейными проблемами... начали появляться работы чистых математиков (Н. Ливенсон, В. Каплан), посвященные задачам качественной теории».

Глава 3

Горьковский период творческой деятельности А. А. Андропова (работы по нелинейным задачам теории автоматического регулирования, по общей динамике машин, по истории науки)

Работы по нелинейным задачам теории автоматического регулирования

Начиная с 1941 г. основной областью научной работы как моей, так и большинства моих сотрудников стала теория автоматического регулирования, которую мы рассматриваем как один из разделов теории колебаний.

А. А. Андронов. *Из автобиографии*
1946 г. ⁴⁶

Интерес к нелинейным задачам теории автоматического регулирования возник у А. А. Андропова еще в предвоенные годы — 1936—1939 гг., он искал в этой области новые задачи, к которым были бы применимы развиваемые им методы теории колебаний. Продолжалась «охота за предельными циклами», как шутили его коллеги.

Дело в том, что работа систем автоматического регулирования часто сопровождается явлением самораскачивания — возникновением «вредных» колебаний (в отличие от «полезных» колебаний в радиотехнических устройствах). Однако вредные колебания в системах регулирования, которые необходимо подавлять, подобны полезным колебаниям в радиотехнических системах, которые, напротив, надо генерировать, — они отображаются в фазовом пространстве все теми же особыми траекториями, в частности предельными циклами. Следовательно, можно было надеяться,

⁴⁶ Архив А. А. Андропова, НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

что к их исследованию применимы методы теории нелинейных колебаний, которые уже хорошо зарекомендовали себя при изучении радиотехнических и других конкретных задач. Однако задачи, связанные с теорией автоматического регулирования, были в некотором смысле и новыми задачами, поскольку в отличие от преимущественно двумерных радиотехнических задач даже самые простые из них, имеющие практическое значение, были уже трех- и четырехмерными задачами, требовавшими исследования не фазовой плоскости, а фазового пространства.

Это обстоятельство только усугубляло интерес А. А. Андропова к нелинейным проблемам автоматического регулирования, поскольку еще в 1931 г. на Первой Всесоюзной конференции по колебаниям он говорил о необходимости планомерного, а не эпизодического исследования многомерных динамических систем, о необходимости создания адекватного этим задачам математического аппарата.

Наконец, системы автоматического регулирования — это один из случаев действительно важных жизненных задач, имеющих огромное практическое значение. А именно такого рода задачи и стремился исследовать А. А. Андронов с помощью развиваемых им методов.

Одной из таких задач, привлечших внимание А. А. Андропова, была известная задача о сухом трении в прямом регулировании. Он увидел в ней один из наиболее простых и вместе с тем интересных примеров нелинейных задач с кусочно-линейной характеристикой. Эта задача в конце прошлого и начале нашего века вызвала научную дискуссию, отразившуюся в целом ряде журналов, и А. А. Андронов знал о ней. В 1939 г. А. А. Андронов вместе с А. Г. Майером изучил обширную литературу, посвященную этой задаче и полемике вокруг нее. Результатом чтения старых журналов стало не только знание этой конкретной задачи и ее истории, но начало смещения научных интересов А. А. Андропова в область автоматического регулирования [56. С. 20].

К этому же периоду относится начало исследований А. А. Андропова по истории классической теории регулирования вообще, знакомство с работами Дж. К. Максвелла, И. А. Вышнеградского и других ученых, работавших в области линейной теории регулирования,

Для того чтобы изучить современное ему положение дел в теории автоматического регулирования, разобраться в технической стороне проблемы, А. А. Андронов познакомился и установил постоянный научный контакт с рядом ведущих и хорошо информированных специалистов в этой области. Вместе с А. Г. Майером он поехал в Ленинград, где в 1940 г. познакомился с Иваном Николаевичем Вознесенским, совместно с которым в более поздние годы он провел исследование по истории теории регулирования. В том же 1940 г. он присутствовал на Первой Всесоюзной конференции по теории автоматического регулирования в Москве, которая собрала представителей научных кругов страны, работавших в русле этой теории.

1939—1941 гг. были годами начала активного интереса ученых СССР к проблемам автоматического регулирования, годами оживленной дискуссии, в которой приняли участие, кроме специалистов в этой области, также математики, механики, физики и представители других наук. В центре внимания дискуссии находились главным образом линейные задачи теории автоматического регулирования, однако уже в эти годы стали представлять все больший интерес нелинейные ее задачи, выдвигавшиеся вперед, в частности, практикой регуляторостроения. Так, изучались регуляторы с сервомоторами постоянной скорости, вибрационные регуляторы и другие. В отдельных работах встречались указания на автоколебательный характер незатухающих колебаний, возникающих в регуляторах, однако они оставались без внимания.

Ряд докладов на Первой Всесоюзной конференции 1940 г. был посвящен нелинейным задачам теории автоматического регулирования, причем не только таким, как задача о сухом трении, но и другим, о которых А. А. Андронов в то время ничего не знал. Прослушанные на конференции доклады, разговоры и обсуждения в кулуарах помогли А. А. Андронову оценить современную ситуацию в этой науке, увидеть круг ее первоочередных проблем и установить необходимые контакты с ее разработчиками.

На конференции возникли прочные связи А. А. Андропова с сотрудниками Московского института автоматики и телемеханики, созданного в 1939 г., в частности с М. А. Айзерманом; это знакомство позже переросло в дружбу. Сразу после конференции между ними воз-

пикла переписка, прерванная лишь смертью А. А. Андропова. Сегодня эта переписка позволяет получить представление о последних годах жизни А. А. Андропова, о разных аспектах его деятельности в теории автоматического регулирования.

Одно из первых писем А. А. Андропова к М. А. Айзерману свидетельствует о том, что еще в предвоенные годы А. А. Андронов вплотную занимался проблемами нелинейной теории автоматического регулирования. Из этого письма мы узнаем о первом докладе А. А. Андропова, посвященном этим проблемам.

А. А. Андронов — М. А. Айзерману

Горький. 19 марта 1941 г.

«Глубокоуважаемый Марк Аронович!

Пишу Вам срочно и жду от Вас срочного ответа вот по какому поводу. Мне предложили прочесть небольшой доклад в физико-математическом отделении Академии наук о применении теории колебаний к вопросам автоматического регулирования. Точной даты доклада я еще не знаю, но, по-видимому, либо 25-го, либо 26 марта. Я думаю в докладе остановиться главным образом на тех вещах, над которыми мы работаем в Горьком, но коснуться и некоторых других работ, имеющих сюда отношение, в частности, хочу (если Вы мне это позволите) сказать кое-что и о Ваших работах.

Над докладом я стал вплотную работать несколько дней назад, работаю над ним сейчас и совсем точного плана сообщить не могу, но вот ориентировочный план и ориентировочное заглавие. Вероятно, фактически я смогу рассказать лишь часть намеченного плана...

Может быть, Вы знаете таких людей, которых стоило бы пригласить на этот доклад. Тогда сообщите мне их фамилии и место работы. Меня спрашивали о таких людях, но я, как Вам известно, никого не знаю (кроме математиков)...»⁴⁷

План доклада, приведенный в этом письме, позволяет судить о том, в каком состоянии находились в предвоенные годы исследования в области автоматического регулирования, которыми руководил А. А. Андронов.

⁴⁷ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,

«Сугубо ориентировочный план доклада об автоколебаниях в системах автоматического регулирования.

1. Физика колебаний и теория автоматического регулирования.

Понятия и терминология физики колебаний, существенные для теории регулирования.

2. Системы автоматического регулирования и автоколебания.

а) Случай, когда нормальный режим работы системы регулирования характеризуется обобщенным состоянием равновесия.

Здесь вопрос об автоколебаниях сводится к выбору тех значений параметров, при которых отсутствуют автоколебания, или, в крайнем случае, к выбору таких значений параметров, при которых амплитуды автоколебаний имеют практически незаметную величину. Этот случай является типичным для большинства систем авторегулирования.

б) Случай, когда нормальный режим работы системы автоматического регулирования характеризуется автоколебаниями существенной амплитуды.

Здесь вопрос об автоколебаниях приобретает значительно большую актуальность. Здесь теория должна дать основные характеристики автоколебательного режима, являющегося нормальным рабочим режимом.

Этот случай также встречается на практике, но значительно реже (некоторые типы терморегуляторов, некоторые схемы автопилотов и т. д.).

3. Классическая теория регулирования, основанная на критериях Рауса—Гурвица, и автоколебания.

Области устойчивости в пространстве параметров и их границы.

Простейший тип границ, соответствующий простейшим из бифуркационных состояний равновесия (негрубые состояния равновесия первого порядка).

Установление аналитических критериев того, когда при достаточно малых нарушениях условий устойчивости Рауса—Гурвица возникают автоколебания достаточно малой амплитуды и когда имеет место скачкообразное изменение состояния системы (работа Баутина, выполненная в Горьком).

„Безопасные“ и „опасные“ границы областей устойчивости в пространстве параметров.

Рассмотрение некоторых примеров.

4. Теория регулирования, оперирующая разрывны-

ми характеристиками (в случае отсутствия временно-го запаздывания), и автоколебания.

Роль разрывных характеристик в теории регулирования.

Элементарная теория терморегулятора (охватывающая и автоколебания терморегулятора), данная американцем Synge'ом в 1933 г. путем сшивания фазовой плоскости.

Теория сервомеханизмов Хазена—Теодорчика в случае отсутствия временного запаздывания.

Твердое трение и автоколебания в простейших устройствах автоматического регулирования (работа Айзермана).

Рассмотрение перечисленных случаев методом Кёнигса—Ламерея.

Разрывные характеристики и автоколебания в случае систем, определяемых тремя уравнениями первого порядка. Теория автоколебаний стенда Котельникова (простейшая схема автопилота).

5. Теория регулирования при учете запаздывающих сил и автоколебания.

Запаздывающие силы и физика колебаний.

Запаздывание как одна из наиболее существенных причин возникновения автоколебаний в устройствах автоматического регулирования.

Идеализация уравнений движения как дифференциально-разностных уравнений. Особенности дифференциально-разностных уравнений.

Линейная теория, созданная для борьбы с автоколебаниями (работы Хартри с сотрудниками, работы Рейнгардта).

Некоторые дополнения к линейной теории, сделанные в Горьком (устойчивые и неустойчивые области, резонанс — работа Андропова и Майера).

Рассмотрение ряда нелинейных задач с запаздыванием при разрывных характеристиках (сервомеханизмы Хазена—Теодорчика и более сложные) по методу Кёнигса—Ламерея (работа Николаева, выполненная в Горьком).

Автопилот при наличии запаздывания»⁴⁸.

Как писал М. А. Айзерман [57], уже на Первом совещании по теории автоматического регулирования в 1940 г. у специалистов в этой области, впервые

⁴⁸ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

встретившихся с А. А. Андроновым, возникла мысль о том, что А. А. Андронов — наиболее подходящий ученый, который мог бы возглавить исследования по теории автоматического регулирования в Московском институте автоматики и телемеханики.

М. А. Айзерман — А. А. Андронову

Москва, 9 июня 1941 г.⁴⁹

«На сегодня есть пока институт, который будет существовать и заниматься интереснейшими проблемами, но не известен ни штат его, ни руководство. По существу, почти на чистом месте начинает рождаться новый институт...

Со мной советовались о постановке дела в лаборатории регулирования, и я предложил пригласить Вас научным руководителем лаборатории (по совместительству с работой в Горьком, если иначе нельзя) и объединить под Вашим руководством небольшой коллектив квалифицированных сотрудников, как техников, так и математиков и физиков, который смог бы серьезно и глубоко взяться за решение наиболее актуальных как линейных, так и нелинейных проблем регулирования».

А. А. Андронов — М. А. Айзерману

Горький, июнь 1941 г.
(Телеграмма)

«Первое: я хотел бы иметь отношение к лаборатории регулирования. Второе: я не хотел бы брать на себя руководство при современном положении дела с моими поездками в Москву».

Эти планы были разрушены начавшейся спустя несколько дней войной.

Из автобиографии А. А. Андропова 1951 г.⁵⁰: «Во время Великой Отечественной войны я и мои сотрудники занимались по заданиям нескольких конструкторских бюро работами оборонного значения (магнитная защита кораблей, травление магнитных мин и т. д.). Эти работы были отмечены 1 декабря 1943 г. приказом Наркома просвещения тов. В. В. Потемкина, в котором мне была объявлена благодарность и премия. 4 ноября 1944 г. я был награжден Президиумом Верховного Совета СССР орденом Красной Звезды».

⁴⁹ Там же.

⁵⁰ Там же.

Однако наряду с работами, продиктованными войной, А. А. Андронов продолжал свои исследования в области автоматического регулирования.

Его первая работа по теории автоматического регулирования [42] была выполнена еще в 1939 г. Это исследование (в соавторстве с А. Г. Майером) о простейших линейных системах с запаздывающими силами. В том же 1939 г. на основе проведенного исследования была написана статья (об этом можно судить по отчетам Горьковского физико-технического института при Горьковском государственном университете, а также на основании автобиографии А. А. Андропова⁵¹), которая была передана для опубликования в Ученые записки ГГУ. В связи с тем, что Ученые записки ГГУ с 1940 г. перестали выходить, статья в то время опубликована не была. И только в 1946 г., незначительно переработав статью (главным образом введение), А. А. Андронов передал ее для опубликования в журнал «Автоматика и телемеханика» [7. С. 346].

В этой статье [42] рассматриваются простейшие системы с запаздывающими силами, отображаемые дифференциально-разностными уравнениями с постоянными коэффициентами; рассматривается действие внешних периодических сил на такие системы и приводятся графики, позволяющие быстро решать вопросы устойчивости, относящиеся к таким системам.

Во введении А. А. Андронов излагает историю вопроса. В теории автоматического регулирования, пишет он, сравнительно широко используются в качестве идеальных моделей реальных регулирующих устройств системы с запаздывающими силами, линейные и нелинейные. Такие модели рассматривали Пфарр, Толле, Хазен, Каллендер, Хартри и Портер, Рейнгардт, Минорский. Системы с запаздыванием представляют также интерес для некоторых разделов физики, в частности для акустики (такие системы рассматривал ле-Корбейе) и для различных разделов радиофизики (их рассматривали сотрудники Андропова Бовшеверов и Горелик).

Математический аппарат для исследования некоторых задач с запаздывающими силами дает теория систем, отображаемых линейными дифференциально-

⁵¹ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

разностными уравнениями с постоянными коэффициентами. В работе Хильба были даны основы общей математической теории таких систем, в частности, проблема их устойчивости сведена в работе Хильба к обычной задаче Гурвица для соответствующего трансцендентного характеристического уравнения. Как показал Хартри, при исследовании указанных систем может быть с успехом использовано операторное исчисление. В работе Рейнгардта и Минорского был рассмотрен линейный осциллятор, на который наряду с обычным трением действует запаздывающее вязкое трение. В работах Чеботарева и Понтрягина было дано решение проблемы Гурвица для некоторых классов трансцендентных уравнений, к которым, в частности, относятся характеристические уравнения, порождаемые линейными дифференциально-разностными уравнениями с постоянными коэффициентами.

А. А. Андронов отметил, что, несмотря на значительное число работ, посвященных исследованию систем с запаздывающими силами, вне рассмотрения остались весьма существенные с точки зрения физики колебаний особенности таких систем.

Именно эти некоторые неисследованные особенности систем с запаздыванием были рассмотрены в работе [42] А. А. Андронova и А. Г. Майера. В статье [42] эти особенности линейных систем с запаздыванием сформулированы следующим образом:

1) наличие областей устойчивости и неустойчивости в пространстве параметров, чередование которых для случая линейного осциллятора с запаздывающими силами сходно с чередованием областей устойчивости и неустойчивости в теории уравнений с периодическими коэффициентами;

2) наличие резонанса для линейных систем первого порядка с запаздывающими силами, если на такие системы действует внешняя синусоидальная сила подходящей частоты;

3) наличие двух резонансных частот для линейной системы второго порядка с запаздывающими силами, на которую действует внешняя синусоидальная сила и параметры которой имеют специально выбранные значения [42; 7. С. 346—347].

Проведенное А. А. Андроновым (совместно с А. Г. Майером) исследование устойчивости или неустойчивости простейших линейных систем с запаздыва-

нием позволило сделать некоторые высказывания о возможности или невозможности возникновения автоколебаний в исходных, нелинейных, системах.

В статье [42] проведено, в частности, рассмотрение системы двух дифференциально-разностных уравнений первого порядка, соответствующее характеристическое уравнение для которой относится к классу трансцендентных уравнений, рассматривавшихся в упомянутой работе Понтрягина и Чеботарева. «Но и в этих интересных работах,— пишет А. А. Андронов,— нет теорем, касающихся структуры разбиения пространства параметров соответствующих трансцендентных уравнений на устойчивые и неустойчивые области, и пока этот важнейший для приложений вопрос приходится исследовать для отдельных частных случаев путем непосредственных вычислений» [7. С. 358]. Когда в 1946 г. эта статья была опубликована, А. А. Андронов вернулся к поставленным в ней вопросам. По его предложению вопрос об устойчивости линейных систем, в частности систем с запаздывающими силами, рассмотрел его аспирант Ю. И. Неймарк в упоминавшейся ранее работе о методе D-разбиения.

В автобиографии 1946 г. А. А. Андронов писал: «Начиная с конца 1943 г., наряду с работами оборонного значения я и мои сотрудники вернулись к работам в области теории автоматического регулирования и качественной теории дифференциальных уравнений. С 1945 г. мы работаем исключительно в этих двух последних областях. Здесь нами получены новые важные результаты»⁵². В автобиографии 1951 г.⁵³ А. А. Андронов пишет об этих результатах несколько подробнее: они относятся к теории прямого и непрямого регулирования при наличии кулоновского трения, к теории движения самолета с автопилотом, к теории винта с автоматически изменяемым шагом, к теории спускового регулятора и т. д.

Начиная с 1944 г. выходит в свет цикл статей А. А. Андропова и его сотрудников, посвященных нелинейным задачам теории автоматического регулирования, которые имели принципиальное значение как для возникновения и развития нового направления исследований в теории автоматического регулирования, так

⁵² Там же.

⁵³ Там же.

и для теории колебаний — для дальнейшего развития и совершенствования ее математического аппарата. Математическим аппаратом исследования, использованным в этих работах, служил разработанный А. А. Андроновым метод точечных преобразований, общетеоретические основы которого, как уже говорилось, он изложил в марте 1944 г. в докладе на заседании физико-математического отделения АН СССР.

Первая опубликованная работа этого цикла статей — «Задача Мизеса в теории прямого регулирования и теория точечных преобразований поверхностей» [40], которая вскоре была опубликована также и на французском языке.

Об этой работе, выполненной в соавторстве с А. Г. Майером, А. А. Андронов писал в авторской аннотации: «В работе рассматривается основная задача теории прямого регулирования при учете кулоновского трения в индикаторе⁵⁴... которой, начиная с 1894 г., занимался ряд авторов (Бегтрен, Лекорию, Жуковский, Мизес). Работа содержит: 1) сведение нелинейной динамической задачи к точечному преобразованию плоскости в плоскость; 2) полный качественный анализ возможных движений, имеющих место при различных начальных условиях; 3) приближенное количественное рассмотрение поведения сепаратрисы неустойчивого периодического движения, позволяющее оценить те изменения нагрузки машины, при которых процесс регулирования остается сходящимся» [7. С. 531].

«Задачей Мизеса в теории прямого регулирования А. А. Андронов называл случай, когда при обычных упрощающих предположениях исследуется движение системы машина—регулятор при наличии кулоновского трения и при отсутствии вязкого трения [7. С. 225]. «Применение к этой нелинейной задаче теории точечных преобразований поверхностей,— писал он,— позволяет строго получить ряд результатов как новых, так и полученных ранее Мизесом и другими графически или путем численных выкладок» [7. С. 225].

В 1944 г. была опубликована также статья А. А. Андропова (в соавторстве с Н. Н. Баутиным) «Движение нейтрального самолета, снабженного автопилотом, и теория точечных преобразований поверх-

⁵⁴ Более общий случай этой задачи был рассмотрен А. А. Андроновым (совместно с Н. Н. Баутиным) год спустя в работе [14].

ностей» [10]. Как писал А. А. Андронов, «в работе рассматривается при обычных упрощающих предположениях теория стабилизации курса нейтрального (т. е. без восстанавливающего момента) самолета при помощи автопилота с постоянной скоростью сервомотора, вращающего руль направления. Теория точечных преобразований поверхностей позволяет решить эту задачу без всяких предположений о малости тех или иных величин, входящих в уравнения движения» [7. С. 231].

В 1945 г. А. А. Андронов (совместно с Н. Н. Баутиным) опубликовал статью [14] «Стабилизация курса нейтрального самолета автопилотом с постоянной скоростью сервомотора и зоной нечувствительности». В связи с этим новым исследованием он писал: «В предыдущей работе [10] мы рассмотрели теорию стабилизации курса нейтрального ... самолета с постоянной скоростью сервомотора руля направления и при отсутствии зоны нечувствительности. Цель настоящей работы — найти условия возникновения и количественные характеристики автоколебаний, порождаемых в той же системе наличием симметричной зоны нечувствительности автоматического устройства» [7. С. 237].

В ней также без всяких предположений о малости величин, входящих в уравнения движения, рассматривается упомянутая задача путем сведения ее к точечным преобразованиям плоскости в плоскость.

Во всех работах этого цикла дается полный качественный анализ возможных движений системы при различных начальных условиях. Вместе с тем проводится рассмотрение пространства параметров и осуществляется его разбиение на области, соответствующие различным качественным картинам фазового пространства. Это же относится и к рассматриваемой работе [14]. Полученные в ней результаты позволили установить те значения параметров системы самолет—автопилот, при которых имеет место устойчивая стабилизация курса, а также величины тех отклонений от курсов, при которых автоматическое устройство перестает справляться со своей задачей.

Эта задача, полностью решенная А. А. Андроновым (совместно с Н. Н. Баутиным) [14], рассматривалась ранее Опельтом, Котельниковым, Булгаковым и другими исследователями. Но в их работах задача о стабилизации курса рассматривалась в предположении,

что возможные в этой динамической системе колебания близки к синусоидальным [7. С. 531–532].

Следующая статья, опубликованная в 1945 г. [15], была выполнена А. А. Андроновым в соавторстве с Н. Н. Баутиным и Г. С. Гореликом и посвящена задаче об автоколебаниях простейшей схемы, содержащей автоматический винт изменяемого шага. В работе [15] при самых общих предположениях рассматривается динамическая система коленчатый вал—лопасти винта—индикатор. Задача заключалась в выяснении условий подавления вредных автоколебаний, часто на практике осложняющих правильное функционирование винтов изменяемого шага.

Пренебрегая инерциями индикатора и сервомотора и делая ряд дальнейших упрощений, авторы сводят исходную нелинейную задачу к точечному преобразованию прямой в прямую и дают полную картину зависимости существования автоколебаний от параметров системы.

В 1945 г. выходит первая [41] из трех статей А. А. Андропова и А. Г. Майера, посвященных решению знаменитой задачи Вышнеградского. Две другие статьи представляют собой соответственно первую и вторую части решения этой задачи и были опубликованы: первая часть [38] в 1947 г. и в 1953 г.— вторая часть [39].

Опубликованная посмертно, эта последняя статья сопровождалась следующим примечанием редакции журнала «Автоматика и телемеханика», где она была напечатана: «Известное исследование Александра Александровича Андропова и Артемия Григорьевича Майера о задаче Вышнеградского оставалось до сих пор неопубликованным. Кроме краткого сообщения в Докладах АН СССР ⁵⁵, при жизни авторов была напечатана лишь первая часть этой работы... Академик Александр Александрович Андронов отказывался опубликовать вторую часть этого исследования, так как не был полностью удовлетворен им (это касалось главным образом математического дополнения), и предполагал найти силы и время, чтобы дополнить и отредактировать текст второй части статьи для передачи ее в печать. Эта работа была задержана из-за скоростистой

⁵⁵ Имеется в виду работа А. А. Андропова и А. Г. Майера [41], опубликованная в 1945 г.

смерти А. Г. Майера и из-за длительной болезни А. А. Андропова. Он успел внести в текст ряд исправлений, но полностью подготовить работу к печати не смог.

После смерти Александра Александровича в его бумагах сохранился публикуемый выше текст последнего варианта второй части работы о задаче Вышнеградского. Несмотря на то что в рукописи имеются пропуски (не хватает нескольких рисунков, сносок и т. д.) и что сам Александр Александрович Андронов, чрезвычайно требовательный к своим публикациям, не считал текст готовым к опубликованию, редакция сочла возможным опубликовать его, так как попытка закончить его обработку без Александра Александровича неизбежно затянет опубликование статьи на длительный срок, а работа эта интересует многих читателей» [7. С. 273—274].

В статье [41], относящейся к 1945 г., А. А. Андронов пишет: «Насколько известно авторам, задача Вышнеградского в своем общем виде до сих пор не была решена, хотя теория очень большого числа регулирующих устройств, в том числе и самых современных, после надлежащей идеализации сводится к задаче Вышнеградского... Недавно нами было дано решение задачи Мизеса путем ее сведения к точечному преобразованию плоскости в самое себя. Этот же метод позволяет дать решение и задачи Вышнеградского, причем как общий ход рассуждений, так и самые выкладки в этом случае сравнительно мало отличаются от тех, которые относятся к задаче Мизеса и которые были опубликованы. Поэтому в настоящей заметке мы ограничимся лишь изложением результатов решения задачи Вышнеградского» [7. С. 248].

Задача Вышнеградского, как назвал ее А. А. Андронов, в отличие от задачи Мизеса — это основная задача теории прямого регулирования с учетом вязкого и кулоновского трения.

В 1876 г. она была поставлена известным русским исследователем И. А. Вышнеградским, решившим ее лишь частично — в предположении отсутствия кулоновского трения. Это предположение делало задачу линейной (один из частных случаев задачи Вышнеградского). Другой частный случай задачи Вышнеградского, когда учитывается кулоновское трение, но не учитывается вязкое трение, рассматривали Лекорню, Жуков-

ский, Мизес и другие. Именно этот последний случай был назван А. А. Андроновым задачей Мизеса и был рассмотрен им совместно с А. Г. Майером в 1944 г. в работе [40], как об этом уже говорилось выше.

Такое различие двух частных случаев задачи Вышнеградского (случай учета только кулоновского трения, т. е. задача Мизеса, и случай учета только вязкого трения, рассмотренный И. А. Вышнеградским), а также общего случая, учитывающего и кулоновское трение и вязкое, отчетливо проводится в статье [41] 1945 г. А. А. Андронova и А. Г. Майера [7. С. 246].

Их вторая статья на эту тему [38], опубликованная в 1947 г., начинается анализом роли работы И. А. Вышнеградского «О регуляторах прямого действия» (1876—1877 гг.) в развитии теории регулирования машин и работы Дж. К. Максвелла «О регуляторах» (1868 г.)⁵⁶.

Эта часть статьи написана А. А. Андроновым. Здесь он впервые говорит о дискуссии, развернувшейся вокруг тезиса И. А. Вышнеградского о катаракте в конце прошлого — начале нынешнего века. Поскольку А. А. Андронов еще неоднократно будет возвращаться к этой дискуссии и, более того, впервые правильно оценит роль И. А. Вышнеградского и других исследователей — участников дискуссии в истории классической теории регулирования, то для лучшего понимания последующих результатов А. А. Андронova как в теории автоматического регулирования, так и в исследовании ее истории приведем довольно длинную цитату из введения к статье [38] А. А. Андронova (совместно с А. Г. Майером), содержащую необходимые исторические сведения.

А. А. Андронов пишет здесь о совершенно исключительной роли работы И. А. Вышнеградского для теории и практики регулирования, которая, по его словам, заключается в том, что в этой работе были впервые даны научные основы конструирования регулятора Уатта и других эквивалентных в динамическом отношении регуляторов прямого действия [7. С. 251].

«Однако,— пишет далее А. А. Андронов,— пренебрежение кулоновским трением⁵⁷ при исследовании

⁵⁶ Этот анализ, как сказано в статье [38], дается на основе совместной работы А. А. Андронova и И. Н. Вознесенского по истории классической линеаризованной теории регулирования, о которой подробно будет сказано далее.

⁵⁷ Учет кулоновского трения приводит к появлению нелинейных членов в дифференциальных уравнениях движения.

сходимости процесса регулирования, которое позволило Вышнеградскому получить замечательные, практически весьма важные результаты совсем простыми математическими средствами и тем самым повернуть основной поток работ по регулированию в линейное русло, не осталось безнаказанным. И вопрос о влиянии кулоновского трения на процесс прямого регулирования, лишь поставленный, но не получивший решения в работе Вышнеградского, еще в конце прошлого столетия сделался предметом ожесточенной дискуссии. Эта дискуссия возникла вокруг тезиса Вышнеградского о необходимости снабжать регуляторы так называемыми катарактами, т. е. специальными приспособлениями, создающими вязкое трение. Происхождение этого тезиса таково. Одним из основных результатов работы Вышнеградского было установление того факта, что система машина—регулятор обладает способностью самораскачивания, которое может быть устранено достаточно большим вязким трением в регуляторе. Вышнеградский понимал, что кулоновское трение, влияние которого он не учитывал в своей теории, также может подавить самораскачивание системы машина—регулятор и обеспечить устойчивую работу регулирующего устройства. На этот счет в его работе, и особенно в заметке в «Компте Рендус», есть совершенно отчетливые высказывания. Но Вышнеградский считал, что кулоновское трение, вызывая застой и уменьшая чувствительность регулятора, является вредным фактором, который следует всячески уменьшать и который недопустимо использовать для борьбы с самораскачиванием. Отсюда его тезис о необходимости катаракта.

Дискуссия, о которой идет речь, развернулась уже после того, как сам Вышнеградский сошел с научной сцены. Ряд авторов, участвовавших в дискуссии, неправильно приписывали Вышнеградскому утверждение, что кулоновское трение не может обеспечивать сходимости процесса регулирования, и, обвиняя Вышнеградского в ошибке при дифференцировании, доказывали, что достаточно большое кулоновское трение сообщает устойчивость системе машина—регулятор. Другие авторы, правильно понимая Вышнеградского, все же возражали против его тезиса о необходимости катаракта... Таким образом, вопрос о влиянии кулоновского трения на процесс прямого регулирования получил большую актуальность, и в 1894—1902 гг. появился ряд работ

(Бегтэрп, 1894; Толле, 1895; Лекорню, 1896; Стодола, 1899; Мизес, 1908; Жуковский, 1909), рассматривавший тот частный, но уже нелинейный случай задачи Вышнеградского, когда нет вязкого трения, а есть одно кулоновское трение. Эти работы, в особенности работы Мизеса, более или менее выяснили вопрос о влиянии кулоновского трения на процесс прямого регулирования, хотя даже этот частный случай задачи, поставленной Вышнеградским, все же не получил вполне удовлетворительного решения... Самые результаты, полученные в этих работах, также подвергались некоторому сомнению» [7. С. 251–252].

Такова была предыстория вопроса, впервые правильно понятая и освещенная А. А. Андроновым, когда он (в соавторстве с А. Г. Майером) приступил к решению задачи Вышнеградского.

О содержании их совместного исследования А. А. Андронов писал следующее: «В работе имеются: 1) полное качественное исследование возможных движений, имеющих место при различных значениях двух существенных параметров (это качественное исследование проведено — для случая неустойчивости отрезка покоя — путем построения некоторой «разрывной» функции Ляпунова; для случая устойчивости отрезка покоя — путем сведения задачи к точечному преобразованию плоскости в плоскость); 2) количественное исследование сепаратрисы, порождаемой периодическим движением, позволяющее построить удобные диаграммы для решения вопроса о сходимости и расходимости процесса регулирования при заданных конструктивных параметрах и заданных изменениях нагрузки машины» [7. С. 534].

Рассмотрение задачи Вышнеградского как задачи аналитической динамики или как задачи теории нелинейных колебаний было впервые проведено А. А. Андроновым и А. Г. Майером в этих трех статьях [41, 38, 39].

Статья [38] (1947) примечательна тем, что в ней впервые для исследования вопросов устойчивости решений, получаемых по методу точечных отображений, был привлечен так называемый второй метод Ляпунова. Этот метод, в частности, требует гладкости правых частей дифференциальных уравнений движения. А. А. Андронов и А. Г. Майер доказали применимость метода Ляпунова и в случае «разрывных» правых ча-

стей и привлекли его к исследованию «склеенных» фазовых пространств.

В ходе исследования возникла необходимость доказать, что система, устойчивая при отсутствии сухого трения, сохраняет устойчивость при учете сухого трения любой величины, причем по отношению к любому начальному отклонению. Были построены функции Ляпунова из кусков разных поверхностей, а затем при помощи наглядных геометрических рассуждений, непосредственно связанных с фазовым пространством, было проведено доказательство устойчивости.

Применение точечного преобразования поверхностей в задаче Вышнеградского позволило решить сложный вопрос об условиях сходимости процессов регулирования — для целых областей начальных отклонений — системы с сухим трением, которая без сухого трения неустойчива. При интегрировании линейного уравнения в пределах одного размаха время движения определяется как наименьший положительный корень некоего трансцендентного уравнения. Если необходимо определить лишь устойчивость периодического решения, то задача сводится к нахождению корней рассматриваемого трансцендентного уравнения. Эта задача в принципе решается и может быть доведена до конца, хотя и требует сложных и громоздких вычислений. Но поскольку необходимо выяснить в действительности условия сходимости процессов, и притом не для одного начального отклонения, то такой путь решения приводит к непреодолимым вычислительным трудностям, причем, даже если бы эти трудности удалось преодолеть, в результате получить общие выводы оказалось бы невозможно. Чтобы обойти это возникшее затруднение, А. А. Андронов предложил простой и элегантный способ: рассматривать указанные трансцендентные уравнения как параметрические зависимости, определяющие точечные преобразования поверхностей в себя. Приняв время перехода t за параметр ($t = \tau$), авторы выразили некоторые параметры C_1, C_2, C_3 в виде функции t и второго вспомогательного параметра v и пришли к этим параметрическим зависимостям [7. С. 264]. Изучение особых точек этих преобразований позволило выяснить топологическую структуру всего фазового пространства в целом.

Метод точечных отображений, таким образом, дает возможность одновременно изучать движение точек по

всей совокупности фазовых траекторий, а не движение одной лишь точки по отдельной фазовой траектории. Это существенно упростило исследование и позволило полностью изучить топологическую структуру в задаче Вышнеградского. Было построено разбиение пространства параметров на области, соответствующие одинаковым фазовым портретам, и были оценены как периодические решения, определяемые неустойчивым предельным циклом, так и области устойчивости «в большом».

Авторы выделили три области: область абсолютной устойчивости, когда при любых начальных отклонениях процесс прямого регулирования устойчив; область абсолютной неустойчивости, когда процесс регулирования неограниченно расходится при любом начальном возмущении; область условной устойчивости, когда отрезок покоя устойчив лишь в малом и существуют начальные отклонения, приводящие к расходящемуся процессу.

Исследованию условной устойчивости посвящена третья статья [39] А. А. Андропова (совместно с А. Г. Майером) о задаче Вышнеградского в теории прямого регулирования, опубликованная, как было сказано, в 1953 г. «Этот случай.— пишут авторы,— является наиболее сложным; его рассмотрение требует применения общих теорем теории точечных преобразований» [7. С. 273].

В «Математическом приложении» к этой статье содержится доказательство ряда теорем, имеющих важное значение для дальнейшего развития метода точечных отображений в теории нелинейных колебаний. По поводу этой части работы авторы пишут: «Здесь мы установим одну теорему, относящуюся к взаимно однозначным и непрерывным преобразованиям некоторой плоской области. Случай, нами рассмотренный, является весьма частным, и те же рассуждения справедливы при гораздо более общих предположениях; наши ограничения введены применительно к условиям, имеющим место в задаче Вышнеградского.

Мы установим сперва некоторые теоремы, представляющие собой довольно простой перенос на наш случай теорем Брауэра, установленных при иных предположениях ... а затем докажем дальнейшее видоизменение одной из них, устанавливающей ... топологическую структуру [рассматриваемого] преобразования» [7. С. 296].

Решением задачи Вышнеградского А. А. Андронов (совместно с А. Г. Майером) особенно наглядно продемонстрировал возможности метода точечных преобразований как метода прежде всего локального исследования точечного преобразования вблизи неподвижных точек. Задача Вышнеградского — это задача исследования кусочно-линейной системы, а метод точечных отображений — адекватный аппарат исследования динамических систем, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями третьего и четвертого порядка с кусочно-линейными характеристиками и вытекающей отсюда возможностью получения аналитического выражения точечного преобразования в явном или параметрическом виде.

Кусочно-линейная аппроксимация нелинейностей позволяет разбить фазовое пространство динамической системы на области, в каждой из которых поведение системы может быть описано системой линейных дифференциальных уравнений. Таким образом, если исходные уравнения кусочно-гладкие, в каждой из указанных областей решение удастся легко найти, а при переходе изображающей точки из одной области фазового пространства в другую полученные решения «склеиваются» по непрерывности, как это делалось в методе припасовывания.

Этим же методом были решены и другие нелинейные задачи теории автоматического регулирования, рассмотренные А. А. Андроновым, его сотрудниками и учениками. В дальнейшем, как это уже отмечалось, возможности метода точечных отображений были значительно расширены.

Рассмотрение работ А. А. Андропова (в соавторстве с А. Г. Майером), посвященных задаче Вышнеградского, принудило нарушить хронологическую последовательность изложения. Теперь же мы снова вернемся к 1945 г. — к другим статьям, опубликованным Андроновым с его соавторами в этом году и в последующие.

В 1945 г. А. А. Андронов опубликовал работу «Об одном вырожденном случае общей задачи прямого регулирования» [12] (совместно с Н. Н. Баутиным). Рассмотренная задача интересна тем, что к ней сводится теория ряда практически важных систем прямого регулирования. При анализе таких систем автоматического регулирования нельзя пренебречь наличием между индикатором и регулируемым объектом проме-

жуточного звена, обладающего процессом управления. Нельзя также пренебречь вязким трением в индикаторе и массой индикатора.

Подобный случай в теории прямого регулирования рассматривал немецкий исследователь Шмидт в работе 1939 г. Однако он не смог получить аналитического решения указанной задачи. Он ограничился приближенным графическим рассмотрением и не исследовал ряда существенных свойств этих систем регулирования. В частности, он не рассмотрел возможность появления автоколебаний [7. С. 532].

В работе А. А. Андропова «Теория непрямого регулирования при учете кулоновского трения в чувствительном элементе» [16] (совместно с Н. Н. Баутиным и Г. С. Гореликом) (1946) нелинейная задача также сводится к точечному преобразованию — к преобразованию прямой в прямую. Задача о влиянии кулоновского трения в индикаторе на процесс непрямого регулирования рассматривается при наличии жесткой обратной связи как для случая объекта, не обладающего саморегулированием, так и для случая объекта, таким саморегулированием обладающего.

Отдельно рассмотрен случай сервомотора переменной и постоянной скорости. Для обоих случаев в статье [16] даны графики и диаграммы, позволяющие при заданных параметрах системы машина—регулятор решать вопрос о сходимости или расходимости процесса регулирования.

Решенная в этой работе задача является общим случаем. Частным случаем по отношению к ней является работа французского инженера А. Леоте (1885), в которой рассмотрение проведено при отсутствии жесткой обратной связи. У этой работы А. Леоте была своеобразная судьба, помешавшая ей в свое время оказать сильнейшее влияние на историю развития теории нелинейных колебаний. Мы вернемся к ней в связи с историческими изысканиями А. А. Андропова.

Непосредственным продолжением работы [16], выполненной совместно с Н. Н. Баутиным и Г. С. Гореликом, стало исследование А. А. Андропова (совместно с Н. Н. Баутиным), результаты которого нашли свое отражение в статье [13]. При жизни А. А. Андропова эта статья опубликована не была. Подготовленная к печати Н. Н. Баутиным, она вышла в свет в 1955 г. По-видимому, А. А. Андропов предпола-

гал направить в печать эту статью в 1950 г., но болезнь помешала ему закончить работу по оформлению статьи. Во всяком случае, в библиографии трудов А. А. Андропова, составленной им самим и опубликованной в собрании его трудов [7], эта статья как подготовленная к печати отнесена А. А. Андроновым к 1950 г. В аннотации А. А. Андронов пишет: «В работе путем сведения нелинейной динамической проблемы к точечным преобразованиям прямой в прямую дается полное решение задачи о влиянии кулоновского трения в золотнике на процесс непрямого регулирования в случае наличия жесткой обратной связи и в случае объекта, как не обладающего саморегулированием, так и обладающего саморегулированием. В заключительной части работы рассматриваются сходство и различия, возникающие в процессе непрямого регулирования для случая кулоновского трения в индикаторе и золотнике» [7. С. 535].

Укажем здесь еще на одну работу А. А. Андропова, подготовленную им к печати в 1950 г., которая, по-видимому, так и не была опубликована. Это статья «Теория устойчивости в большом параллельной работы синхронных машин и проблема Хилла», выполненная без соавторов. Как писал А. А. Андронов в аннотации, «работа устанавливает связь между проблемой устойчивости параллельной работы синхронных машин в консервативной идеализации и задачей Хилла о качественной проблеме устойчивости в большом для ограниченной проблемы трех тел. Установленная связь позволяет сделать ряд утверждений об условиях устойчивости работы синхронных машин» [7. С. 535].

«Принципиальное значение этого цикла работ А. А. Андропова и его сотрудников, о котором шла речь, заключается в том, что в них впервые была дана без линейной идеализации исчерпывающая картина динамического поведения ряда систем автоматического регулирования — при всевозможных положениях органов управления и всевозможных начальных условиях.

Решение всех этих трехмерных задач теории автоматического регулирования было доведено до численных расчетов границ областей устойчивости при различных значениях параметров — того, что непосредственно интересует инженеров, проектирующих устройства автоматического регулирования» [77. С. 14].

Рассмотрим еще несколько работ А. А. Андропова,

относящихся к этому же послевоенному периоду и характеризующих некоторые из приложений метода точечных преобразований, развитого А. А. Андроновым в связи с теорией автоматического регулирования, но, подобно другим методам теории нелинейных колебаний, нашедшего себе применение во многих областях естествознания и техники.

Работа А. А. Андропова (совместно с Г. С. Гореликом) «О резонансных явлениях при движении релятивистской частицы в циклотроне» [25] была опубликована в 1945 г. В том же году во Франции была опубликована статья А. А. Андропова и Г. С. Горелика «Нелинейный резонанс релятивистской частицы в циклотроне», написанная на основе предыдущей статьи. Это исследование возникло в связи с разбором статей советского физика В. И. Векслера, предложившего метод разгона релятивистских частиц путем изменения напряженности магнитного поля. К аналогичной идее пришел американец Макмиллан, опубликовавший свою работу позже В. И. Векслера.

Сам А. А. Андронов об этой статье писал: «В работе разгон заряженной релятивистской частицы в циклотроне рассматривается как нелинейное резонансное явление. Нелинейность задачи обуславливается двумя факторами: 1) переменное электрическое поле практически отлично от нуля только в узкой щели между дуантами, вследствие чего сила, действующая на частицу, является не только периодической функцией времени, но и нелинейной функцией координат частицы; 2) масса релятивистской частицы является нелинейной функцией ее скорости. В работе показывается, что в случае релятивистской частицы кривые резонанса (кривые зависимости энергии периодического движения от напряженности поля) напоминают известные кривые обычного феррорезонанса, обладая при больших полях характерным скосом и гистерезисом. В работе утверждается, что следствием наличия такой скошенной резонансной кривой является возможность „затянуть“ частицу в область больших энергий посредством постепенного увеличения напряженности магнитного поля» [7. С. 532—533].

Выше уже упоминалась работа А. А. Андропова (в соавторстве с Ю. И. Неймарком), посвященная исследованию динамики часов. Она была опубликована в 1946 г. под названием «О движениях идеальной мо-

дели часов, имеющей две степени свободы. Модель до-галилеевых часов» [43].

В этой статье А. А. Андронов использует термины: «догалилеевы часы» и «часы Галилея—Гюйгенса», а о том, как установилось такое различие часовых механизмов, он рассказал в статье «Мой последний разговор с Л. И. Мандельштамом» [3]. Рассказывая Л. И. Мандельштаму о результатах совместного с Ю. И. Неймарком исследования, А. А. Андронов сказал ему, что «все выкладки проведены пока только для часов без маятника, т. е. для тех часов, которые были до Гюйгенса, но что аналогичные, хотя и более громоздкие, выкладки могут быть проведены и для гюйгенсовских часов» [7. С. 524]. В ответ Л. И. Мандельштам возразил против такого избрания Гюйгенса в качестве некоторой точки отсчета в истории часов. Он сказал следующее: «„Я очень уважаю Гюйгенса, но Ньютон, а не Гюйгенс впервые указал, что в основе процессов, обуславливающих оптические явления, связанные с однородным цветом, лежит периодичность. Точно так же не Гюйгенс, а Галилей придумал впервые часы с маятником. Это весьма фундаментальное дело — приспособить маятник к часам. Это одно из замечательных достижений человеческого ума. Часы после этого изобретения получили совершенно другую точность“. Он достал мне книгу Вольфа по истории науки и техники в XVI и XVII столетиях,— рассказывал А. А. Андронов,— показал ряд картинок и прочел мне в несколько минут весьма содержательную лекцию по истории часов. Мы условились о терминологии: часы без маятника — это догалилеевы часы. Часы с маятником — это часы Галилея—Гюйгенса» [7. С. 525].

В статье [43] А. А. Андронов писал: «Хотя часы служили предметом многочисленных теоретических исследований, нельзя считать существующую теорию часов и таких эквивалентных им в динамическом отношении устройств, как спусковые регуляторы анкерного типа, удовлетворительной. Полностью изучена только модель часов, имеющая одну степень свободы. Однако такая модель, оставляя без рассмотрения процесс взаимодействия между балансиром и ходовым колесом, не может служить для исследования ряда основных вопросов теории часов. Что же касается тех теоретических работ, где принимались две степени свободы, то они, насколько известно авторам, ограничива-

лись приближенным анализом отдельных механических вопросов, поставленных конструкторами, и не рассматривали часы как замкнутую динамическую систему с двумя степенями свободы.

Интерес рассмотрения часов как динамической системы с двумя степенями свободы выходит за пределы собственно теории часов. Такое рассмотрение интересно и с точки зрения общей теории динамических систем, как типичный пример недостаточно изученных автоколебательных систем с двумя степенями свободы, и с точки зрения теории автоматического регулирования, как пример стабилизации периода в системах с двумя степенями свободы» [7. С. 312].

В статье [43] рассмотрена простейшая идеализированная модель догалилеевых часов, т. е. часов с балансом, но без маятника или пружины. Задача рассматривается без всяких предположений относительно малости тех или иных величин, входящих в уравнения движения. В этой упрощенной модели часов, с одной стороны, были сохранены основные особенности часов как неконсервативной динамической системы с двумя степенями свободы, а с другой — в ней были сведены к минимуму вычислительные трудности. «В работе показывается, — написал А. А. Андронов в авторской аннотации, — что в случае догалилеевых часов ... разрывная нелинейная задача сводится к точечному преобразованию трехмерного фазового пространства послеударных состояний в самого себя, причем единственная неподвижная точка этого преобразования соответствует обычному периодическому ходу таких часов. В работе получены простые аналитические выражения для периода и амплитуды автоколебаний, соответствующих этой неподвижной точке» [7. С. 533].

Необходимо отметить, что метод точечных преобразований вообще сыграл важную роль в теоретическом исследовании часовых механизмов, так как он оказался не просто эффективным методом качественного и количественного исследования — он способствовал правильному математическому описанию часовых ходов, построению их математических моделей, достаточно простых и вместе с тем полных.

Среди многочисленных прикладных исследований, выполненных А. А. Андроновым и его учениками, отметим еще работы в области гидроаэродинамики, в частности статью «К теории гидравлического тарана»

[9] (в соавторстве с Г. В. Ароновичем). В этой работе гидравлический таран рассматривается как релаксационная автоколебательная система с волновым звеном. Для решения задачи были построены диаграммы Бержерона и Кёнигса—Ламерея. Была исследована устойчивость периодического режима. В статье указывается, что построенные обоими методами диаграммы по существу совпадают, а также отмечается, что теория Кёнигса дополняет графические методы Бержерона и других авторов, отвечая на вопрос об устойчивости стационарных процессов.

Исследование, результаты которого были изложены в статье [9], относится к 1947 г., однако опубликована статья была лишь в 1954 г. после смерти А. А. Андропова, когда Г. В. Аронович подготовил текст к опубликованию. Это не единственный случай, когда с момента получения А. А. Андроновым или его сотрудниками какого-либо научного результата до его опубликования проходили годы. Внешние причины такой задержки, а иногда и просто отсутствия публикации могли быть разными, но за всеми этими внешними причинами была одна, главная, коренившаяся в исключительной требовательности А. А. Андропова к тексту статьи. По словам Г. С. Горелика, А. А. Андропова отличала «крайняя, необычайная — может быть, даже чрезмерная — осторожность внутри своей специальности, скупость в публикации научных результатов, взвешивание каждого слова в научных статьях и докладах не на аптекарских — это было бы слишком слабо сказано — на аналитических весах! Шлифовка, вылизывание каждой детали, бесконечная требовательность к самому себе и к своим сотрудникам» [78. С. 14].

При жизни А. А. Андропова разработанные им методы теории нелинейных колебаний применялись в следующих областях естествознания и техники: в радиофизике, механике, в различных разделах физики, в астрономии, радиоастрономии, в биологии, гидроаэродинамике, в теории электрических машин и, конечно, в теории автоматического регулирования. Нелинейные задачи в этой последней области занимали главное место во второй половине его жизни.

Однако решением описанных задач, сколь бы важны и принципиальны для развития теории автоматического регулирования они ни были, отнюдь не исчерпывается деятельность А. А. Андропова в этой области

науки. Не менее важной была его работа в Московском институте автоматики и телемеханики АН СССР и в редакции журнала с тем же названием.

Из автобиографии А. А. Андропова, написанной им 14 декабря 1946 г.: «С 1944 г. на основании специального разрешения председателя ВКВШ тов. С. В. Кафтанова я совмещаю работу в Горьком с работой в Москве, Академии наук СССР. В 1945 г. я принимал участие в организации радиофизического факультета Горьковского государственного университета. 30 сентября 1946 г. я был избран действительным членом Академии наук СССР».

С этого времени, помимо основной работы в Горьком, работы в Институте автоматики и телемеханики, начинается деятельность А. А. Андропова в разного рода комиссиях при Академии наук СССР.

Начиная с 1944 г. А. А. Андронов начал регулярно приезжать в Москву в Институт автоматики и телемеханики — осуществилась давняя, довоенная идея, реализоваться которой ранее помешала начавшаяся война. Приход А. А. Андропова в ИАТ специалистами в теории автоматического регулирования был воспринят как «центральное» событие для всего этого периода деятельности института [57. С. 12]. Тогда же был создан знаменитый поныне андроновский семинар, «которому суждено было стать основополагающим не только для работ по теории автоматического регулирования в ИАТ, но и для создания всей советской школы теории управления. Эта школа уже и в те годы почиталась как ведущая в нашей стране, а через несколько лет получила мировое признание» [57. С. 13].

В 1946 г. началась работа А. А. Андропова в редакции журнала «Автоматика и телемеханика».

*Б. И. Коваленков*⁵⁸ — *А. А. Андронову*

Москва, 16 марта 1946 г.

«В связи с возобновлением издания журнала „Автоматика и телемеханика“ обращаюсь к Вам с просьбой взять на себя труд исполнения обязанностей заместителя ответственного редактора журнала»⁵⁹.

А. А. Андронов вошел в состав редколлегии журнала. Его усилиями журнал «Автоматика и телемеха-

⁵⁸ Директор Института автоматики и телемеханики АН СССР.

⁵⁹ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

ника» приобрел вполне определенное направление, став благодаря этому доступным широким читательским кругам, в том числе инженерам-практикам. Редакторская работа требовала времени и сил, которые, казалось, уже полностью были отданы основной деятельности А. А. Андропова в Горьком. Но эта работа была исключительно важна для развития исследований в области автоматического регулирования, была важна для молодых ученых, объединившихся вокруг А. А. Андропова — члена редколлегии журнала и научного руководителя этой молодежи, и поэтому он находил для нее и время, и силы.

Приведенные ниже выдержки из его рецензий на статьи, представленные в журнал молодыми авторами, наглядно показывают, каким хотел видеть журнал А. А. Андронов и каким этот журнал стал благодаря ему: «В том виде, в котором сейчас находится статья... печатать ее в „Автоматике и телемеханике“ не следует. Однако, по-моему, статью можно переделать так, чтобы она была вполне пригодной для „Автоматики и телемеханики“. В статье на первый план — и по месту, и по объему, и по характеру изложения — выдвинута математика. Это неправильно. Нужно на первый план выдвинуть технические и физические результаты, а математические вещи дать в приложении, которое следует набрать мелким шрифтом. ...По-моему, результаты ... несомненно, интересны. Но работа — лишь черновой набросок того, что должно быть в „Автоматике и телемеханике“»⁶⁰.

«Несомненно, интересная и нужная статья. Печатать следует, предварительно переделав уравнения... на уравнения в обычных обозначениях... Это несущественное изменение увеличит в 2—3 раза число читателей, которым статья ... будет понятна до конца»⁶¹.

А. А. Андронов — Б. Н. Петрову

Горький, 1949 г.

«Как мы с Вами уже много раз говорили, редакция журнала „Автоматика и телемеханика“ должна сделать все, чтобы обеспечить отсутствие ошибок и других ляпсусов в публикуемых работах. С этой целью необходи-

⁶⁰ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,

⁶¹ Там же.

мо выбирать компетентных, независимых и вьедливых рецензентов»⁶².

А. А. Андронов — М. А. Айзерману

Горький, 1949 г.

«Очень Вас также прошу передать... о необходимости дать резюме его статьи, в котором была бы видна ее прикладная направленность, и, если это возможно, сделать более инженерным тот пример на уравнение четвертого порядка, который у него приведен»⁶³.

Теория автоматического регулирования обязана А. А. Андронову также и тем, что ее проблемами стал успешно заниматься целый ряд крупных ученых, чьи научные интересы частично изменились или сформировались под андроновским влиянием. Так, один из крупнейших наших математиков Л. С. Понтрягин признается, что решающее влияние на тематику многих его работ оказал не кто иной, как А. А. Андронов. Это видно также из приведенного здесь письма.

Л. С. Понтрягин — А. А. Андронову

Москва, 28 декабря 1948 г.

«Напоминаю Вам, что мне лично очень хочется начать заниматься математическими вопросами автоматического регулирования, кроме того, я для укрепления этой моей деятельности решил поставить в план своему аспиранту экзамен на ту же тему. Мне очень хотелось бы [получить] от Вас консультацию в связи с этими моими намерениями»⁶⁴.

Формально А. А. Андронов был в Институте автоматики и телемеханики лишь старшим научным сотрудником и членом редколлегии его журнала. (От заведования лабораторией и поста заместителя ответственного редактора журнала он по понятным причинам отказался.) Однако роль А. А. Андропова и его влияние на развитие исследований в области автоматического регулирования далеко выходили за рамки его официальных должностей.

Под его непосредственным руководством в ходе работы семинара, организованного в Институте автоматики и телемеханики, определялся круг проблем, над которыми работали сотрудники института. Он считал

⁶² Там же.

⁶³ Там же.

⁶⁴ Там же.

необходимой и крайне важной инженерную, прикладную направленность работ, публикуемых в журнале «Автоматика и телемеханика», и неуклонно осуществлял эту мысль в практике своей редакторской работы, с тем чтобы публикуемые статьи могли быстро довести до сведения инженеров-прикладников все новейшие теоретические результаты в области автоматического регулирования.

По сути дела, А. А. Андронов тем самым решал — и решал успешно — чрезвычайно важную и трудную задачу сокращения разрыва между научными достижениями и «внедрением их в практику» конкретной инженерной деятельности, т. е. задачу сокращения разрыва между «чистой» и «прикладной» наукой, актуальную и сегодня.

Деятельность А. А. Андропова в Институте автоматике и телемеханики была столь разнопланова и ошутима, что руководство института составляло все научные планы — долгосрочные и на год — при его неперменном участии. Приведенные ниже отрывки из писем свидетельствуют об этом достаточно красноречиво.

*Б. Н. Петров*⁶⁵ — *А. А. Андронову*

Москва, 3 июля 1948 г.

«Кроме того, большая просьба помочь в составлении перспективного плана научно-исследовательских работ на 15—20 лет по автоматическому регулированию и управлению»⁶⁶.

Б. Н. Петров — *А. А. Андронову*

Москва, 4 января 1951 г.

«Удалось ли Вам, Александр Александрович, посмотреть пятилетний план и план 51-го года в области регулирования? Сделали ли Вы необходимые коррективы?... до детализации плана работы крайне необходимо обсудить с Вами его содержание»⁶⁷

9 мая 1951 г. уже очень больной А. А. Андронов пишет ученому секретарю Отделения технических наук АН СССР С. В. Калинин: «Глубокоуважаемый Степан Васильевич! Я получил Ваше письмо от 3/V 1951 г. с просьбой сообщить о всех видах моей ра-

⁶⁵ Директор Института автоматике и телемеханики.

⁶⁶ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

⁶⁷ Там же.

боты по Академии наук СССР. Эти виды работы следующие: 1) работа в качестве старшего научного сотрудника Института автоматики и телемеханики; 2) консультирование докторантов и аспирантов (сейчас докторантами являются Ю. Г. Корнилов и В. В. Петров); 3) работа в качестве члена редколлегии журнала „Автоматика и телемеханика“; 4) работа в Радиосовете АН СССР. Кроме того, я: а) член комиссии по изданию трудов академика Л. И. Мандельштама; б) член комиссии по присуждению премии имени П. А. Чебышева»⁶⁸.

«Послужной список», как его составил в этом письме А. А. Андронов, не раскрывает истинного содержания его деятельности. Уже первые три пункта этого списка реально соответствовали тому, что А. А. Андронов руководил всем циклом работ в области автоматического регулирования и развил в ней новое направление — нелинейную теорию автоматического регулирования, оказал решающее влияние на формирование советской школы теории управления, принимал участие в решении ряда государственных и общенаучных задач (например, упоминавшаяся деятельность, направленная на сокращение разрыва между наукой и практикой в области автоматического регулирования).

А теперь — более конкретно о том, что было сделано под руководством А. А. Андропова его учениками и сотрудниками в теории автоматического регулирования⁶⁹. Речь пойдет о работах горьковских, московских и ленинградских учеников А. А. Андропова по теории и технике автоматического регулирования.

Выделяются в этом обширном круге исследований работа М. А. Айзермана по устойчивости нелинейных систем в большом, в связи с которой была сформулирована известная «проблема Айзермана», вызвавшая огромный поток исследований других авторов; работы А. А. Таля по обобщению задачи Вышнеградского; работы В. В. Петрова (ставшего первым лауреатом премии им. А. А. Андропова, учрежденной после его смерти), В. Ю. Рутковского, Г. М. Уланова, И. Н. Крутовой, В. В. Павлова по нелинейным сервомеханизмам, в частности по релейным сервомеханизмам; работы

⁶⁸ Там же.

⁶⁹ Далее использован обзор работ А. А. Андропова и его учеников в теории автоматического регулирования, данный в статье Я. З. Цыпкина [113].

Н. Н. Баутина по изучению особенностей границ областей устойчивости нелинейных систем. Важное значение для проектирования пневматических сервомеханизмов имела работа 1954 г. В. Н. Челомея. Чрезвычайно интересной была идея А. А. Дородницына (1947 г.) о введении «связующих» областей на плоскости состояний, позволившая найти полное решение для предельного цикла уравнения Ван-дер-Поля.

При рассмотрении систем автоматического регулирования с неоднозначными, гистерезисными, характеристиками методы А. А. Андропова получили дальнейшее развитие на основе введенного понятия многолистного фазового пространства. В этом направлении широко известны работы В. В. Петрова, В. В. Казакевича и Г. М. Улапова.

К новому интересному результату привел анализ фазовых портретов простейших релейных систем: было установлено существование так называемых скользящих движений. Сначала обнаруженные скользящие движения рассматривались как нежелательные режимы, с которыми нужно бороться. Но затем была установлена их связь с вибрационной линеаризацией. Изучение подобных свойств релейных систем было проведено, кроме работ А. А. Андропова, в работах Ю. В. Долголенко, А. А. Красовского, П. С. Поспелова, Н. А. Фуфаева и других. Скользящий режим тесно связан с устойчивостью положения равновесия релейных автоматических систем произвольного порядка. Условия устойчивости положения равновесия были рассмотрены в работах Л. С. Понтрягина, В. Г. Болтянского, Д. В. Аносова, Ю. И. Неймарка.

Дальнейшее изучение скользящих движений привело к обнаружению новых весьма важных свойств, которые были положены в основу построения теории систем с переменной структурой. «Ярким примером диалектического развития явления» назвал этот переход к новой теории Я. З. Цыпкин [113]. «Таким образом,— писал он,— андроновский подход сыграл решающую роль в формировании теории систем с переменной структурой, созданной и развитой С. В. Емельяновским, В. И. Уткиным и их многочисленными последователями.

Методы фазовой плоскости успешно применялись также при анализе простейших цифровых автоматических систем. Метод А. А. Андропова сыграл важную

роль в осмыслении и становлении современной теории оптимального управления. Исследуя фазовый портрет простейшей релейной системы, А. А. Фельдбаум (1949 г.) обнаружил, что введение параболической линии переключения позволяет осуществить оптимальные по быстродействию процессы в ней. Этим самым теоретически была обоснована квадратичная скоростная обратная связь, ранее предложенная Д. И. Марьяновским и Д. В. Свечарником для улучшения процессов в системах электроавтоматики.

Прорыв теории оптимального управления из плоскости в пространство состояний произвольной размерности был осуществлен Л. С. Понтрягиным и его учениками В. Г. Болтянским, Р. В. Гамкрелидзе и Е. Ф. Мищенко. Ими был сформулирован и доказан принцип максимума Понтрягина, который, во всяком случае принципиально, до конца решил проблему оптимального управления» [113].

Помимо нелинейных проблем теории автоматического регулирования, основных для А. А. Андропова в этой области, его интересовали также и линейные задачи. В этой связи напомним о его (совместно с А. Г. Майером) работе о линейных системах с запаздыванием, а также о новом критерии устойчивости линейных систем (метод D -разбиения), разработанном его аспирантом Ю. И. Неймарком. Важные результаты по изучению структурных свойств линейных систем автоматического регулирования, связанные с возможностью неограниченного увеличения коэффициентов усиления отдельных контуров, были получены учеником А. А. Андропова М. В. Мееровым.

«На наших глазах перестраивается теория автоматического регулирования. Обычное описание исследования систем автоматического регулирования с помощью передаточных функций, дифференциальных уравнений высоких порядков вытесняется описанием и исследованием в пространстве состояний,— писал Я. З. Цыпкин в 1974 г.— Это также свидетельствует о жизнеспособности андроповского подхода. Жизнь безжалостно уносит многие теории и результаты,— продолжал он,— стареют одни научные направления и рождаются другие. Но мне кажется, останутся в науке навечно андроповские понятия: автоколебания, предельные циклы, бифуркационные значения, грубые системы, вне зави-

симости от того, будут ли эти понятия связаны с аналитическими методами либо алгоритмическими или машинными методами» [113].

Работы по истории науки

В последние годы жизни А. А. Андронов посвятил значительную часть своего времени историческим изысканиям.

Г. С. Горелик [77. С. 18]

Действительно, основные работы А. А. Андропова по истории науки приходятся на конец его жизни. Однако самая первая историко-научная книга была опубликована им в 1930 г. Это небольшая книжечка «Лаплас. Жизнь, мировоззрение, место в истории науки» (в соавторстве с Е. А. Андроновой (Леонтович) [10].

В предисловии к ней авторы пишут: «Мы были вынуждены ограничиться только работами Лапласа по небесной механике и теории вероятностей. В этих двух науках работы Лапласа особенно значительны, кроме того, они связаны с его мировоззрением. Лаплас рассматривает механику как основу объяснения всей физики, а теорию вероятностей — как инструмент для анализа общественных явлений. Мы остановимся также на космогонической гипотезе Лапласа ввиду того большого значения, которое она получила впоследствии» [10. С. 3].

Книга о Лапласе была написана А. А. Андроновым вскоре после его работы, в которой он установил связь между автоколебаниями и предельными циклами Пуанкаре, тем самым поставив на службу задачам «земной» механики математический аппарат качественной теории дифференциальных уравнений Пуанкаре, разработанный последним в связи с задачами небесной механики.

Обсуждая вопрос о том, что существенно нового дала теоретическая мысль в небесной механике за сто лет, прошедших со времени опубликования основных трудов Лапласа, А. А. Андронов останавливается на идеях, оказавших фундаментальное влияние на развитие теории нелинейных колебаний. Это прежде всего идея, связанная с признанием особой, исключительной роли периодических движений. «По Пуанкаре, периодические движения являются инструментом, с по-

мощью которого мы можем исследовать другие движения,— пишет А. А. Андро́нов.— Нам открывается принципиально новый путь исследования движения. Может быть, мы желали бы лучшего пути. Однако, как говорит Пуанкаре, такой путь „является единственной брешью, через которую мы можем проникнуть в места, имевшие до сих пор славу неприступных“» [10. С. 70].

Другая фундаментальная идея, также связанная с именем Пуанкаре,— это идея о качественном исследовании уравнений движения в небесной механике. При обсуждении устойчивости Солнечной системы Пуанкаре обратил внимание на то, что «эти вопросы являются, так сказать, „качественными“ вопросами; отвечая на них, нам не нужно знать все перипетии действительного движения, а только некоторые его свойства... Такая качественная постановка вопроса при изучении объектов математики оказалась чрезвычайно плодотворной; она является одной из тех новых глубоких математических идей, которые возникли в связи с вопросами устойчивости» [10. С. 120].

В связи с рассматриваемой в небесной механике устойчивостью по Лапласу—Лагранжу или по Пуассону, которая есть «внутреннее свойство данного фиксированного движения», никак не учитывающее возможных внешних воздействий, А. А. Андро́нов говорит о фундаментальном значении работ А. М. Ляпунова в развитии теории устойчивости движения. В течение примерно трех с лишним десятилетий у А. М. Ляпунова не было последователей, и только к концу 20-х годов нашего века в СССР и на 10—15 лет позже за границей началось освоение методов Ляпунова и их дальнейшая разработка.

А. А. Андро́нов один из первых, а в теории нелинейных колебаний — просто первый использовал в исследовании устойчивости теорию А. М. Ляпунова. Он один из первых указал на значение работ выдающегося русского математика для задач «земной» механики. А. А. Андро́нов не только сумел извлечь из сложно изложенных абстрактных рассуждений А. М. Ляпунова простые, наглядные и практические приемы исследования вопросов устойчивости, не только впервые привлек теорию Ляпунова к теории периодических движений Пуанкаре, тем самым разработав известный метод малого параметра, но много сделал

для пропаганды результатов фундаментального труда Ляпунова «Общая задача об устойчивости движения». Ряд страниц в книге о Лапласе А. А. Андронов отводит А. М. Ляпунову.

Среди работ А. А. Андропова, которые могут быть отнесены к историко-научным, интерес представляет его статья о Л. И. Мандельштаме.

Так же, как и Л. И. Мандельштам, А. А. Андронов «остро чувствовал всю необходимость нелинейного мышления, всю необходимость иметь руководящие нелинейные теоретические концепции, которые позволили бы разбираться в разнообразных и сложных явлениях и которые обладали бы способностью предсказывать новые нелинейные явления» [1. С. 451]. Поэтому не случайно, что, рассказывая о Л. И. Мандельштаме, его роли в развитии учения о колебаниях, А. А. Андронов дал попутно краткий очерк истории развития нелинейной теории колебаний. Он указал на заслуги пионеров в этой области знания, прежде всего на значение работ Б. Ван-дер-Поля и А. Леоте.

А. А. Андронов как историка науки отличал интерес к личности ученого, чье творчество он анализирует, интерес к особенностям его научного облика, к тому, что принято называть «стилем мышления ученого».

Он воссоздает портрет Л. И. Мандельштама — ученого, педагога, руководителя научной школы, тонкого, обаятельного человека. С тех пор о Л. И. Мандельштаме было написано немало прекрасных страниц. И тем не менее статья А. А. Андропова продолжает занимать среди них свое особенное, достойное место благодаря глубине и тонкости анализа, проникновению в «тайну» выдающегося ученого и педагога, создавшего одну из первых в Советском Союзе физических школ, заложившего основы отечественной физической науки.

«В наш век резкого деления физиков на теоретиков и экспериментаторов, на „чистых“ физиков и „технических“ физиков,— писал А. А. Андронов,— Л. И. Мандельштам одновременно и теоретик и экспериментатор, и „чистый“ физик и „технический“ физик» [1. С. 443]. «Главное,— говорит А. А. Андронов,— совсем не в этом. Суть в том, что Л. И. Мандельштам — прежде всего „необыкновенный“ физик». И он указывает на характерные черты, выделяющие

Л. И. Мандельштама из категории «обыкновенных» физиков: «1) понимание нового на основе исключительного знания старого, 2) настороженное и последовательное внимание к вопросам теории познания, 3) исключительная разносторонность: он „ощущал все точное естествознание, включая математику и технику, как единое развивающееся целое. В громадном здании физической науки для него не было запертых комнат“, 4) особая, „мандельштамовская“ ясность, проявляющаяся, в частности, в „особой манере рассуждения, при которой основные решающие стороны проблемы выступают на первый план и многие вопросы, не требующие вычислений и правильно сформулированные, уже тем самым разрешаются“, 5) отсутствие резкой грани между научной работой и преподаванием и т. д.» [1. С. 443—447].

Статья эта, замечательная во многих отношениях, интересна еще и тем, что содержит ключ к пониманию самого А. А. Андропова, создавшего научную школу, оказавшуюся столь жизнеспособной, что вот уже более полувека продолжает плодотворно работать, развивая научные направления, выдвинутые ее создателем и руководителем. Многие из отмеченных А. А. Андроновым черт деятельности Л. И. Мандельштама мы видим и в деятельности А. А. Андропова.

Говоря о внимании Л. И. Мандельштама к вопросам идеализации, к вопросам связи реальных вещей и процессов с изучаемыми математическими моделями, А. В. Андронов заключает: «Этой же и, может быть, первой чертой его научного облика обуславливается тот интерес к процессу взаимодействия старых и новых понятий, который он усматривал в любой развивающейся физической теории, в частности в теории нелинейных колебаний, и который он не только изучал, но, я бы сказал, старался направить и использовать. Здесь же, как мне кажется, лежат главные корни его интереса к истории науки» [1. С. 445].

А каковы главные корни интереса к истории науки у самого А. А. Андропова? Косвенный ответ на этот вопрос можно найти в статье Г. С. Горелика, когда он говорит о характерных чертах А. А. Андропова как исследователя. Он выделяет одну из них — «страстную потребность в полнейшей, абсолютной логической ясности». «С пей было связано, — пишет Г. С. Горелик, — его стремление при разработке любого научного вопро-

са к исчерпывающему знанию его истории и всех его связей с другими вопросами, к стройной классификации всех возможных случаев, к применению возможно более общих математических методов» [78. С. 18].

Можно предположить и более частную, так сказать, «прагматическую» причину интереса А. А. Андропова к истории науки, в частности к истории теории колебаний, а именно — необходимость и потребность пропаганды новых подходов, нелинейной «колебательной культуры», извлечения из забвения полезных для развития новой теории уроков истории, сопоставление достижений прошлого с новейшими результатами, поиск наиболее актуальных жизненных задач, необходимых средств и методов исследования и т. д.

Теория нелинейных колебаний была новой по отношению к классической линейной теории; ее становление и первые шаги сопровождались «болезнями роста» — «линейными воспоминаниями» у современных А. А. Андронову исследователей нелинейных задач. Новая теория естественно нуждалась в защите и обосновании. А. А. Андронов, стоявший у ее истоков, бывший основоположником, должен был решать и эти задачи — задачи защиты и обоснования. И история науки была для него, возможно, одним из средств решения этих задач.

Особый цикл работ А. А. Андропова по истории науки составляют его исследования по истории развития линеаризованной классической теории автоматического регулирования. При этом в отличие от работ, содержащих фрагменты истории теории нелинейных колебаний и могущих быть отнесенными к историческим только с некоторыми оговорками, статьи А. А. Андропова по истории теории автоматического регулирования являются историко-научными в самом строгом смысле этого слова.

Историей теории автоматического регулирования он заинтересовался еще в довоенные годы. Все началось с совершенно естественного интереса его к нелинейным задачам теории автоматического регулирования — к автоколебаниям в системах регулирования, чаще всего нежелательным, вредным, нуждающимся в устранении.

Первый интерес к этим задачам возник у А. А. Андропова еще в 1936 г. в связи с задачей о сухом трении в теории прямого регулирования — в связи со

знаменитой задачей Вышнеградского, вызвавшей в конце XIX — начале XX в. бурную полемику. Всякий раз, приступая к новой задаче, А. А. Андронов начинал работу с «мощной „мобилизации“ информации», по выражению Г. С. Горелика, — с изучения всей имеющейся литературы, посвященной интересующему его вопросу, и в короткое время становился знатоком истории вопроса.

Относительно истории создания классической теории автоматического регулирования, роли ее творцов и, в частности, задачи Вышнеградского существовала обширная литература. В зарубежной историко-научной и специальной литературе к тому времени, когда к ней обратился А. А. Андронов, стало традицией называть в качестве основоположников линеаризованной теории автоматического регулирования английского астронома Дж. Эри, знаменитого Дж. К. Максвелла и немецкого ученого М. Толле.

С 1939 г. А. А. Андронов вплотную занялся историей теории автоматического регулирования, выяснением состояния ее математического аппарата, перспективами и путями дальнейшего развития. Чтобы осмыслить положение дел в этой новой для него области знания, ему необходимо было обобщить различные нелинейные задачи теории автоматического регулирования, классифицировать их, выяснить их место среди других нелинейных задач теории нелинейных колебаний, а в дальнейшем попытаться перенести развиваемые им методы теории нелинейных колебаний в теорию автоматического регулирования.

Таков был первоначальный мотив интереса А. А. Андронova к истории вопроса. В результате своих исследований А. А. Андронов совершенно по-новому изложил историю создания классической линеаризованной теории автоматического регулирования, обоснованно указал ее главных творцов, проанализировал вклад каждого из них в развитие теории и выяснил их роль и влияние на последующее ее развитие. Один из результатов этого анализа заключался в том, что А. А. Андронов снял с Вышнеградского обвинение в ошибке, связанной с усреднением кулоновского трения в процессе дифференцирования. Эта легенда об ошибке И. А. Вышнеградского, как установил А. А. Андронов, ведет свое начало от работ Лекорню, а позднее в ее создание внесли свою лепту в той или

иной мере и другие исследователи, занимавшиеся теми же вопросами. А. А. Андронов показал фундаментальную роль трудов выдающегося русского ученого И. А. Вышнеградского.

Цикл историко-научных исследований, посвященных указанным вопросам, А. А. Андронов начал один, продолжил их с И. Н. Вознесенским, а завершил снова один.

С ленинградским специалистом в области техники автоматического регулирования Иваном Николаевичем Вознесенским А. А. Андронов познакомился на Первом Всесоюзном совещании по автоматическому регулированию в 1940 г. в Москве. Прерванные начавшейся войной, эти исследования возобновились в 1943—1944 гг. К этому периоду, по всей видимости, относится письмо А. А. Андропова к И. Н. Вознесенскому, после которого состоялись еще две встречи — беседы А. А. Андропова и И. Н. Вознесенского, посвященные отдельным вопросам истории классической линеаризованной теории автоматического регулирования.

Письмо не датировано, но из его содержания следует, что оно написано между первой встречей, состоявшейся в марте 1944 г., и второй — летом 1945 г.

А. А. Андронов — И. Н. Вознесенскому

Горький (без даты)

«Глубокоуважаемый Иван Николаевич! Простите за задержку с письмом, но дело вот в чем...

У меня к Вам есть ряд дел, о которых пишу по порядку.

1. *О биографии И. А. Вышнеградского.* Как я Вам уже говорил, мне пришлось написать биографию И. А. Вышнеградского для издания „Выдающиеся русские ученые“. Я посылаю эту биографию Вам и был бы очень благодарен, если бы Вы прислали свои замечания. Рукопись следует рассматривать как *первый вариант*, так как, я думаю, до фактического напечатания пройдет очень много времени и можно будет внести любые изменения.

Я истратил на эту биографию довольно много времени, но все же смог найти (пока) очень мало работ о Вышнеградском. В моем распоряжении были: статьи Кирпичева, Бородина, Загорского (новый энциклопедический словарь Брокгауза), некоторые изда-

ния Министерства финансов и Министерства путей сообщения, а также статья А. В. Хромого, написанная им для журнала „Наука и жизнь“.

Но все это меня мало удовлетворяет, как, впрочем, и то, что я сам написал. Имейте в виду, что издание „Выдающиеся русские ученые“ предназначается не для специалистов, а вообще для „образованных людей“ — студентов, учителей, инженеров и т. д. Еще раз повторяю, что очень хотел бы иметь Ваши замечания, а также указания на новые источники.

2. *О заседании, посвященном И. А. Вышнеградскому.*

Я говорил с Б. И. Коваленковым и Б. С. Сотсковым, что заседание состоится осенью. Нужно детально обсудить программу заседания. Мне кажется, что на заседании должны быть освещены следующие пункты:

1. Краткая биография И. А. Вышнеградского и общий обзор его деятельности.

(В духе той биографии, которую я Вам посылаю).

2. И. А. Вышнеградский и „классическая“ теория регулирования.

(Развитие линейной теории регулирования и ее современное состояние.)

3. Учет кулоновского трения в задаче И. А. Вышнеградского.

(Т. е. ошибка Вышнеградского, краткая история полемики и решение вопроса.)

Мне бы хотелось, чтобы пункт 2 был у Вас, а пункт 3 — у меня; что делать с пунктом 1 — я пока не знаю.

Мне было бы очень существенно знать Ваши соображения по поводу этой *сугубо ориентировочной* программы заседания.

3. *О заседаниях, посвященных Фарко и Леоте.*

Мы с Вами бегло коснулись в разговоре о возможности таких заседаний. Я бы хотел, чтобы Вы обдумали и этот вопрос. У меня есть некоторый материал по Леоте.

4. *Об издании классиков регулирования.*

Мне кажется, что в связи с 50-летием со дня смерти⁷⁰ И. А. Вышнеградского, исполняющимся в этом

⁷⁰ Следовательно, письмо А. А. Андропова к И. Н. Вознесенскому написано в 1945 г., перед их летней встречей, когда обсуждался текст биографии И. А. Вышнеградского (1831–1895).

году, целесообразно в этом году издать его два мемуара по регулированию с небольшими статьями — примечаниями по тем самым пунктам, которые, на мой взгляд, должны быть освещены на заседании. Мне кажется, что статья по пункту 2 „И. А. Вышнеградский и классическая теория регулирования“ (точного названия я не предрешаю), написанная Вами, была бы в высшей степени желательна в таком издании. Я бы смог написать сжатую статью — примечание о кулоновском трении в задаче Вышнеградского. С биографией мы что-нибудь придумали бы. С примечаниями ко второму мемуару — тоже. На таком решении вопроса об издании работ И. А. Вышнеградского настаивает Институт автоматики, так как такое издание было запланировано в 1945 г. Я очень хотел бы, чтобы Вы приняли это предложение. Мне кажется, что это будет лучшим ознаменованием памяти И. А. Вышнеградского. Мне кажется также, что принятие такого решения не предрешает всего вопроса о способе издания классиков регулирования. Этот вопрос следует детально обсудить совместно с Б. С. Сотсковым в одну из Ваших и моих поездок в Москву. В Вашем предложении — издать все в одном томе — для меня многое неясно, в частности, мне кажется, что объем такого тома будет слишком большим. Я был бы рад получить от Вас уточнение по этому пункту...

Посылаю Вам, кроме биографии, еще заметку об учете кулоновского трения в задаче Вышнеградского...»

В архиве А. А. Андропова сохранились сделанные им записи трех бесед с И. Н. Вознесенским, имевших место в марте 1944 г., а также летом и осенью 1945 г.

В процессе разговора А. А. Андронов делал беглые заметки, наброски, которые потом, уже по окончании беседы, превращал в стройный, последовательный и, похоже, дословный пересказ разговора с И. Н. Вознесенским, сохраняя при этом стиль разговорной речи участников беседы. (Все та же уникальная андроновская память!) И хотя из приведенного выше письма очевидно, что А. А. Андронов сам был к моменту этих встреч крупным знатоком истории классической теории регулирования, он скрупулезно записал, по сути дела, лекции И. Н. Вознесенского. А. А. Андронов умел слушать людей.

И. Н. Вознесенский (1887—1946 гг.) — крупный советский ученый и инженер в области гидромашиностроения и автоматического регулирования, профессор Ленинградского политехнического института, член-корреспондент АН СССР с 1939 г. М. А. Айзерман сказал о нем: «И. Н. Вознесенский был просто энциклопедией теории регулирования».

Тема бесед А. А. Андропова и И. Н. Вознесенского — что такое машина, что такое регулятор, обсуждение первого варианта статьи А. А. Андропова об И. А. Вышнеградском, обсуждение вопросов истории теории регулирования — ситуации в этой области к моменту появления работы Вышнеградского и т. д., а также план издания классиков автоматического регулирования.

Вот некоторые выдержки из записей А. А. Андропова, относящиеся ко второй беседе летом 1945 г. «Уаттовские регуляторы, честно работавшие во времена Уатта, в середине 19-го столетия перестали работать! Посмотрите [в журналах] пятидесятых и шестидесятых годов. Вы увидите вопли, что нет регуляторов. Посмотрите, в частности (V. D. J., 1866 г.) — там имеются вопли. Работа Ледерера вообще очень интересна. Его можно считать зачинателем нелинейной теории регулирования. Леоте пришел позже, но сделал глубже...

Когда регуляторы стали отказывать, то инженеры заподозрили самый принцип регулятора Уатта.казалось, что самый принцип порочен...

Особо нужно отметить положение с неравномерностью. У самого Уатта ... δ было велико. Думали (ошибочно), что чем меньше δ , тем лучше регулятор. Стали искать способы уменьшить δ . Стали предлагать новые конструкции, новые механизмы, отличные от уаттовского и имеющие меньшее δ . Но знаменитый Чебышев показал, что, не меняя конструкцию Уатта, можно сделать регулятор любой степени неравномерности. Или иначе — можно построить регулятор с неравномерностью, равной нулю, оставаясь в рамках уаттовской схемы... У Чебышева есть фундаментальные заслуги в области теории механизмов, но нет заслуг в области теории регулирования. Можно сказать сильнее. Чебышев своей замечательной работой толкал людей в совершенно неправильном направлении,

наводя на совершенно ложный путь — идти для улучшения работы регулятора по пути уменьшения δ .

... объяснить, почему задача кажется легкой. Наше мышление носит статический характер. Динамическое мышление нам не дается. Трудности динамического подхода плохо доходят до сознания. Простые схемы мышления изменяют. Каждый раз, когда кажется, что наше мышление охватило динамическое явление, нужно быть очень осторожным. У нас статическая психология. Трудности, связанные с игрой сил инерции, с взаимодействием, в частности гироскопические эффекты, нами прямо не учитываются. Мы должны воспитывать наше мышление, наши наглядные представления, опираясь на формулы. Это место надо развернуть...

Тогда у передовых мыслителей (у Понселе и у других) возникла идея о том, что в самом принципе устройства Уатта заключается порок и что нужно строить регуляторы на новой основе (Понселе, 1830 г.; Сименс, 1846 г.), что регуляторы Уатта „запаздывают“ с вмешательством. Но практика показала, что все эти новые блестящие идеи и остроумные устройства фактически оказались еще хуже, чем устройства Уатта.

И вот когда было всеобщее разочарование, появляется работа И. А. Вышнеградского... И. А. Вышнеградский раскрыл механику процесса регулирования, показал, как влияют на этот процесс те или другие конструктивные данные. Вышнеградский научил отчетливо понимать, что регулятор и машина — это целое. Вышнеградский показал, что в ряде вопросов дело обстоит обратно тому, что думали...

Вышнеградский установил — нужна определенная неравномерность. А техника шла до него по совсем другому направлению — по линии уменьшения неравномерности. Это обстоятельство заслуживает внимания. Ведь гениальный Чебышев этого не понимал, а слабенький Вышнеградский понял. Гениальный Чебышев, в сущности, наводил регуляторчиков на ложный путь...

Я утверждаю, что основной принцип автоматического управления, который я называю принципом Уатта, — это именно однозначная связь между показаниями чувствительного органа и смещениями запорного органа, т. е. для обычного центробежного регу-

лятора Уатта — однозначная связь (с известной точностью) между оборотами и положением заслонки... Если нет такого однозначного соответствия, то нет настоящего регулирующего устройства...

Вопрос Андропова: Значит, в устройствах, которыми занимался Леоте, вообще нет регулятора? Ведь там смещение шаров не определяет смещение заслонки.

Ответ Вознесенского: Надо подумать. Может быть, Вы правы. Но у Леоте нелинейность. Мне кажется, что устройства, основанные на линейной теории, обязательно должны иметь „регулятор“, положение которого однозначно задает положение запорного органа».

Далее, возвращаясь к вопросу А. А. Андропова, И. Н. Вознесенский более подробно развивает свою мысль о «принципе Уатта», анализирует работу Леоте и высказывает предположение о причинах, почему она не была замечена современниками и забыта.

В первоначальном варианте статьи А. А. Андропова о Вышнеградском, который обсуждался в ходе второй беседы, было сказано: «До Вышнеградского, как правило, рассматривали движения машины отдельно от движения регулятора. Т. е. при рассмотрении регулятора предполагали, что его ось вращается с наперед заданной постоянной угловой скоростью, т. е. действовали, как правило, по правилам статики, лишь прибавляя к силе тяжести центробежную силу инерции. Такое грубое, заведомо неправильное рассмотрение могло лишь дать первоначальную ориентировку.

И. А. Вышнеградский твердо поставил рассмотрение процесса регулирования на почву динамики, правильно идеализировав задачу, т. е. учтя в уравнениях факторы, действительно существенные для хода процесса регулирования, в частности взаимодействие машины и регулятора, а также трение — вязкое и кулоновское»⁷¹.

По поводу этого отрывка из статьи А. А. Андропова И. Н. Вознесенский сказал: «Мне кажется, нужно конкретнее сказать о недостатках статического рассмотрения регулятора. В статическом рассмотрении

⁷¹ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,

учитывалась только конечная стадия процесса. Не рассматривались сами переходные режимы, возникающие при изменении нагрузки. Не учитывался разгон. В таких рассмотрении машина не являлась раскачивающим элементом.

Вышнеградский показал, что при переходных режимах машина раскачивает регулятор, и нужны специальные условия, которым нужно подчинить конструкторские данные регулятора и машины, чтобы взаимодействие машины и регулятора не привело к самораскачиванию системы и чтобы регулирование не было нарушено.

... Я бы воздержался от употребления слова „идеализация“. Я бы скорее сказал, что Вышнеградский вскрыл основные связи, основную динамическую картину, связанную с процессом регулирования, и отбросил факторы, второстепенные с точки зрения хода процесса регулирования. Я бы сделал больший упор на основное механическое содержание. Я бы подчеркнул, что основная динамическая картина, вскрытая Вышнеградским, сохраняется при всех ступенях идеализации и при всех приближениях. Работа И. А. Вышнеградского дала скелет для всех дальнейших (с учетом целийности от кулоновского трения и т. д.) динамических рассмотрений».

Когда разговор перешел к работам Максвелла, которые А. А. Андронов к этому времени уже хорошо знал, И. Н. Вознесенский сказал: «Теперь о Максвелле и Вышнеградском. Я сам не читал работы Максвелла о регуляторах, хотя очень хотел это сделать. Но по ряду косвенных источников у меня составилось определенное мнение.

Мне кажется, что Максвелл подошел к задаче о регуляторе как физик, как механик, как математик, а не как инженер. Т. е. он скорее рассматривал задачу о регуляторе как упражнение в области аналитической динамики, а не как конкретную техническую проблему. В области инженерного дела он был дилетант и не понял и не оценил машиностроительной сущности своих результатов. По-моему, в статье о Вышнеградском этот вопрос следует осветить примерно так.

Те механические проблемы, которые рассматривал И. А. Вышнеградский, а затем, идя по его стопам, Стодола и Гурвиц, раньше их и примерно с тем же

успехом рассматривались английскими учеными Эри, Максвеллом, Русом. Но эти английские работы, вышедшие из кругов математиков, астрономов, механиков, физиков, не дошли до практики машиностроения. Сами авторы этих работ недооценили тех далеко идущих и чрезвычайно ценных для машиностроения результатов, которые содержались в их работах. На практику инженерного дела работа Максвелла влияния не имела».

Осенью 1945 г. состоялась третья беседа А. А. Андропова и И. Н. Вознесенского. На этот раз речь шла об Ауреле Стодоле. «Блестящий молодой человек,— сказал о нем И. Н. Вознесенский,— фанатичный поклонник Вышнеградского».

И еще одна запись слов Вознесенского в тетради Андропова: «Я не согласен с утверждением, что работы Стодолы „носят прямые следы влияния И. А. Вышнеградского“. Нужно сказать гораздо сильнее. Какие уж тут „следы“. Стодола — поклонник Вышнеградского. Ряд выводов Стодолы подсказаны И. А. Вышнеградским»⁷².

Начатое вместе с И. Н. Вознесенским исследование истории классической теории автоматического регулирования А. А. Андронов заканчивал один. Однако написанная им статья «О работах Д. К. Максвелла, И. А. Вышнеградского и А. Стодолы в области теории регулирования машин» [24] имеет двух авторов: в ней нашли отражение взгляды И. Н. Вознесенского, которые он изложил в трех упомянутых беседах с А. А. Андроновым.

«В высшей степени содержательным исследованием» назвал эту работу А. А. Андропова Г. С. Горелик [77. С. 17]. В результате тщательного изучения первоисточников А. А. Андронов назвал трех основоположников классической теории автоматического регулирования: Дж. К. Максвелла, И. А. Вышнеградского и его последователя, словацкого инженера А. Стодолу, имя которого до работ А. А. Андропова было известно лишь узкому кругу турбостроителей.

А. А. Андронов показал, что работы Дж. Эри касались сугубо специальных регуляторов, применявшихся в астрономических приборах, и уже поэтому не

⁷² Там же.

оказали заметного влияния на развитие общей теории автоматического регулирования. Что же касается М. Толле, по книгам которого изучали теорию регулирования несколько поколений инженеров в Европе, то его работы, как установил А. А. Андронов, были преимущественно компилятивного характера. Содержавшиеся в них оригинальные результаты М. Толле не были принципиальными, а в ряде случаев содержали ошибки.

А. А. Андронов показал далее фундаментальное влияние работы И. А. Вышнеградского «О регуляторах прямого действия» на дальнейшее развитие линеаризованной теории регулирования и доказал неправоту обвинений его в ошибках, будто бы допущенных им. Он указал на важную роль исследований А. Стодолы, включившего в сферу линейной теории колебаний большой класс задач автоматического регулирования, а также сделавшего значительный шаг в направлении развития нелинейной теории автоматического регулирования.

«После выхода в свет тома, посвященного классикам теории регулирования, снабженного обстоятельными комментариями и примечаниями А. А. Андронova, линия Максвелл — Вышнеградский — Стодола, прорисованная А. А. Андроновым, стала основной в теории регулирования», — писал М. А. Айзерман [56. С. 33]. А. А. Андронов завершил также работу над статьей, посвященной И. А. Вышнеградскому и его роли в создании теории автоматического регулирования [7].

Деятельность И. А. Вышнеградского, писал А. А. Андронов в своей статье, можно рассматривать в нескольких аспектах. Во-первых, это выдающийся ученый, основоположник теории автоматического регулирования. Во-вторых, И. А. Вышнеградский — создатель первой русской школы «научно образованных инженеров-машиностроителей» и видный организатор высшего технического образования в России. В-третьих, он был выдающимся инженером-практиком, по проектам и планам которого построены и переоборудованы десятки крупнейших промышленных предприятий. В-четвертых, он незаурядный популяризатор и пропагандист в области точного естествознания и техники. И наконец, «представляет несомненный интерес необычная биография Вышнеградско-

го, отражающая индивидуальные черты самого Вышнеградского». «Сын провинциального священника, явившийся в Петербург чуть ли не пешком, без средств и связей, подлинный и беднейший разночинец, несомненно, весьма талантливый и необыкновенно энергичный, становится знаменитым профессором, создателем школы в области прикладной механики и машиностроения, автором замечательных работ, заложивших основы теории регулирования. Этот выдающийся ученый делается затем членом правлений ряда железных дорог и других промышленных предприятий, акционером, биржевиком и банковским дельцом и, наконец, когда он уже почти забросил свои ученые и инженерные занятия, назначается министром финансов Российской империи» [7. С. 474].

Ограничив рассмотрение деятельности И. А. Вышнеградского первым аспектом, А. А. Андронов тщательно проанализировал его работы и убедительно показал, что их роль в теории автоматического регулирования — основополагающая, фундаментальная. «В работе „О регуляторах прямого действия“ Вышнеградский впервые дал условие устойчивой работы системы обычная паровая машина — обычный центробежный регулятор. Это условие, данное им в простой и компактной форме, раскрыло инженерам динамику простейшей схемы регулирования и позволило сразу указать, как влияют конструктивные параметры системы машина—регулятор на возникновение неустойчивости» [7. С. 488].

Подробно остановившись на обстоятельствах, давших повод для обвинения Вышнеградского в ошибке, А. А. Андронов писал: «Тезис Вышнеградского „без катаракта нет регулятора“ не связан с какой-либо ошибкой Вышнеградского в математике или в теоретической механике. Вышнеградский отчетливо понимал, что регуляторы могут устойчиво работать и без катаракта за счет кулоновского трения в сочленениях. Но он считал, что регуляторы, устойчивость работы которых обуславливается кулоновским трением, недостаточно чувствительны и потому не могут быть рекомендуемы. Позднейшие теоретические расчеты показали, что эта нечувствительность, которой боялся Вышнеградский, на практике вполне терпима. Тезис о катаракте в несколько иной формулировке — „без трения нет регулятора“ — справедлив» [7]. «Отчетли-

вое понимание влияния трения на устойчивость пришло несколько позже, но опять-таки в связи с работой Вышнеградского и с той острой дискуссией, которую она вызвала» [7. С. 489].

Помимо исторических исследований, непосредственно связанных с теми областями науки, в которых работал А. А. Андронов, известны его исторические изыскания, направленные на выяснение некоторых деталей биографии Н. И. Лобачевского.

О том, какое большое значение придавал А. А. Андронов истории науки вообще и биографии великих ученых в частности, можно видеть из черновика письма к П. С. Александрову — члену-корреспонденту АН СССР.

А. А. Андронов — П. С. Александрову

Горький, 1948 г.

«Имя Лобачевского, его трагическая судьба и мировая слава, может быть, приведет некоторых юношей и девушек из числа заполняющих аудитории нашего университета в то „мечтательное о себе самомнение“, которым отличался молодой Лобачевский, и тем толкнет их к творческой деятельности в области математики»⁷³.

А. А. Андронов, конечно, понимал большое общекультурное значение истории науки, ее важность для юношества, для воспитания новых больших мыслителей на примерах выдающихся ученых всех времен и народов. Но, кроме того, он любил историю науки, он был захвачен самим процессом поиска, когда началась работа по изысканию необходимых сведений и документов.

Архивист-палеограф Н. И. Привалова рассказала, как в одном из разговоров с ней А. А. Андронов «полушутя, полусерьезно утверждал, что хотел бы стать на время палеографом, перевоплотиться в архивного работника и сделаться комплектатором всемирного обязательного экземпляра книг о Лобачевском» [13. С. 68].

Биографией Н. И. Лобачевского А. А. Андронов заинтересовался еще в 1943 г. и тогда же задумал выяснить некоторые спорные и неясные места, имевшиеся в работах о Лобачевском. Так, неясно было, где он родился, — в г. Макарьеве, Макарьевском уезде или в

⁷³ Там же.

Нижнем Новгороде. Указывались также разные даты рождения — 20 ноября 1792 г. и 22 октября 1793 г.

Вплотную к этой работе А. А. Андронов подошел в конце 1947 г. В докладной записке президенту АН СССР С. И. Вавилову А. А. Андронов писал: «Неясности в отношении места рождения Н. И. Лобачевского, в дате его рождения, в занятиях и общественном положении его родителей не позволяют составить доброкачественную биографию Н. И. Лобачевского (конечно, в той ее части, которая касается его происхождения и его детских и юношеских лет), не позволяют отметить место его рождения (в г. Горьком или в г. Макарьеве Горьковской обл.) постановкой памятника или мемориальной доски...»⁷⁴

По инициативе А. А. Андропова Государственный архив Горьковской области включился в работу по выяснению указанных обстоятельств биографии Лобачевского. Изучалось множество метрических и так называемых исповедных книг, документов городских и уездных судов, губернской чертежной конторы, окладных и обывательских книг, купчих крепостей и т. д. Работа была чрезвычайно трудной, так как документы конца XVIII — начала XIX в. сохранились не полностью, а сохранившиеся документы еще предстояло проанализировать и систематизировать.

В бумагах, оставшихся после смерти А. А. Андропова, особая полка оказалась отведенной документам и материалам, связанным с Лобачевским. Здесь были книги и брошюры с отметками и очеркиваниями А. А. Андропова, папки с документами, копии и проекты писем в различные учреждения и к различным лицам, ответы на письма, фото с планов старого Нижнего Новгорода, статьи, записи разговоров, черновые заметки, адреса, выписки и т. д. Все это «разложено по темам; исключительный порядок и система в подборе материала» [13. С. 63].

В работу были вовлечены несколько групп историков и архивистов Горького. О работе одной из них рассказал историк И. Кирьянов. В один из зимних дней 1949/50 г. ему предложили принять участие в работе исследовательской группы, которая должна была вести поиск места, где родился и жил в детские годы

⁷⁴ Там же.

Н. И. Лобачевский. Работу группы возглавлял А. А. Андронов. В комнате отдела архивов, тускло освещенной лампочками под эмалированными кружками абажуров, заставленной разнокалиберными столами, собрались члены поисковой группы. «С нами сел за стол просто и даже слегка небрежно одетый человек, выглядевший очень молодо... Мне запомнился острый и любопытный взгляд, которым он осмотрел своих предполагаемых помощников».

Н. И. Привалова вспоминает о другом заседании вместе с А. А. Андроновым. «Мне вспоминается,— пишет она,— декабрьский зимний вечер, комната под сводами — читальный зал Госархива, груда документов и книг на столах, группа архивистов с М. П. Третьяковой во главе, а в центре — крупная фигура человека в сипем костюме. Улыбаясь, он точно и отчетливо ставит вопросы окружающим, внимательно слушает ответы и либо решительно отвергает сказанное, либо задерживает внимание,— и тогда новые вопросы...» [105. С. 63].

Задача группы, в которую входил И. Кирьянов, оказалась очень трудной. В единственном имевшемся в распоряжении документе содержалось описание земельного участка, принадлежавшего какому-то нижегородцу в начале XIX в., по соседству с которым находился участок «вдовы коллежского асессора Прасковьи Лобачевской». Надо было найти этот участок — место, где родился и жил до отъезда в Казань сын «коллежской асессорши».

Работа началась, А. А. Андронов «радовался любому кажущемуся продвижению и глубоко переживал неудачи. Своим энтузиазмом, стремлением преодолеть трудности он буквально зажег всех нас. Пройтись сквозь нагромождения возникавших трудностей стало для нас делом чести». А. А. Андронов, «занимавший первое время в поиске нейтральную позицию, позднее включился в него сам. Стал точно находить слабые стороны обсуждавшихся проектов решения. Делал он это чрезвычайно деликатно: прямо не возражал, а подводил автора очередного „проекта“ к полному пониманию несовершенства предлагаемого...»

Наше дело явно заходило в тупик. И наконец, настал тот день, приход которого многие уже предчувствовали. Собрав нас, Александр Александрович выслу-

шал очередной проект, помрачнел, обвел нас своим взглядом и твердо произнес:

— Все! Наше дело (он подчеркнул „наше“) зашло в тупик. Надо искать дальше. То, что у нас есть, решения не дает»⁷⁵.

Поиски продолжались.

Вот что рассказывает о них Н. И. Привалова, которой и удалось в конце концов найти документ, точно устанавливающий место, где родился и жил Лобачевский. «Потребовались командировки в архивы Москвы и Ленинграда. Александр Александрович, командуя научных сотрудников в центральные архивы, пишет для них подробнейшие „наказы“ — с чего начать, к кому обратиться, что в первую очередь выяснить, что скопировать, сфотографировать и т. д. Он всюду сам расспрашивает и всех просит узнать, не остался ли кто в живых из потомков Лобачевского, пишет письма возможным наследникам, сам разыскивает (увы, безуспешно) внука его.

Много трудов положили мы на установление девичьей фамилии матери Лобачевского Прасковьи Александровны. Сделать это было необходимо для выяснения взаимоотношений Прасковьи Александровны и Сергея Степановича Шебаршина, макарьевского уездного землемера, воспитателя братьев Лобачевских. Ряд лет все три брата — Александр, Николай и Алексей — числятся „воспитанниками после умершего капитана Сергея Шебаршина“, хотя в то же время их юридический отец Иван Максимович Лобачевский был жив и жил в Нижнем Новгороде. Несомненно, какая-то тайна лежала во взаимоотношениях братьев Лобачевских с их отцом. Она не раскрыта до сих пор. „Я не понимаю, да и матушка не знала, какая тайна была между сыновьями и дедушкой“, — писал сын Лобачевского Н. Н. Лобачевский... На этой странице воспоминаний задержал свое внимание Андронов, она переписана им собственноручно его крупным неразборчивым почерком.

Он много беседует по этому поводу, особенно ... с А. Г. Майером. В бумагах А. А. Андропова сохранилась... заметка „Шебаршин и Лобачевский“, предназначавшаяся им для газеты, но неопубликованная» [105. С. 66, 67].

⁷⁵ Из рассказа И. Кирьянова.

А. А. Андронов опубликовал в газете «Горьковская коммуна» от 9 мая 1948 г. статью «Где и когда родился Н. И. Лобачевский». Для фотоальбома найденных архивных документов он готовил «Записку о месте и дате рождения Н. И. Лобачевского»⁷⁶. В этой заметке А. А. Андронов писал о том, как пришли к выводу «на основании всей совокупности как ранее известных, так и вновь найденных документов и тщательно их анализа ... что величайший русский математик Николай Иванович Лобачевский родился в Нижнем Новгороде (теперь Горький) 20 ноября 1792 г. (по старому стилю)».

Однако вопрос о том, где родился Н. И. Лобачевский, при жизни А. А. Андропова не был решен окончательно. Поиски дома Прасковьи Лобачевской заняли много трудов и времени. «Эта ассессорша меня с ума сведет!» — шуточно жаловался А. А. Андронов. Долго искали так называемую обывательскую книгу (по учету домовладений) за 1801—1804 гг. В апреле и декабре 1948 г. А. А. Андронов отправляет архивистов в Ленинград на розыски старых планов Нижнего Новгорода. В «наказе» он пишет: «Имейте в виду, что нам могут быть интересны даже краткие описания, т. к. нас интересует:

1. Разделение Нижнего Новгорода на части и кварталы (с какого года уничтожен, например, 5 квартал 1-й части?).

2. Разделение Нижнего Новгорода на приходы».

В Ленинграде архивисты получают телеграмму А. А. Андропова, в которой он интересуется в том числе и местом хранения копий обывательских книг.

Он думает о Лобачевском, кажется, постоянно. Например, на одном из заседаний, сидя в президиуме вместе с членом-корреспондентом АН СССР С. И. Архангельским, Александр Александрович посылает ему записку: «В Вашей статье 1925 г., посвященной созданию промышленного пролетариата в Нижегородской губ., Вы пользуетесь „Перечнем домовладений Нижнего Новгорода 1789 г.“ Где сейчас этот перечень?» [105. С. 68].

⁷⁶ «Записка о дате и месте рождения Н. И. Лобачевского» осталась незаконченной. Она была подготовлена к печати только в 1956 г. в «Историко-математических исследованиях» (Вып. 9. С. 9—48).

«И когда наконец был найден важный документ,— рассказывает Н. И. Привалова,— а за ним были найдены и другие важные материалы, которые дали возможность определить не только местоположение дома матери Лобачевского, но и то, что дом этот перешел к Прасковье Александровне от С. С. Шебаршина вместе с дворовыми людьми и оставшимся от него имуществом, Александр Александрович радовался, как ребенок» [105. С. 69].

Из материалов, найденных Н. И. Приваловой, явствовало, что Прасковья Лобачевская действительно была соседкой по участку, о котором говорилось в исходном первом документе, с которого начинался поиск. Но участок, оказывается, был рассечен Алексеевской улицей и располагался по обе ее стороны. Это, в частности, и усложнило поиски дома, где родился Н. И. Лобачевский.

«Как-то, встретив общего знакомого, я услышала: „Вчера вечером проходил по Дзержинской и видел Андропова во дворе „Гастронома“. Ходит, осматривает двор и что-то вымеряет шагами. Что он там делал?“

А Александр Александрович,— продолжает рассказ Н. И. Привалова,— паходился на месте бывшего земельного участка П. А. Лобачевской и проверял, „вымеряя шагами“, правильность наших выводов.

Хотя А. А. Андронов не успел сформулировать доказательства о месте рождения Лобачевского, он знал, где мог стоять дом его матери. Об этом он говорил на ученом совете университета, демонстрируя через проектор план части Нижнего Новгорода... с указанием домовладений на 1800 г.

В последний раз я видела А. А. Андропова в августе 1952 г. Встретились в университетской библиотеке. Долго говорили о продолжении поисков. Его беспокоило, что работа может оказаться неоконченной. На мой вопрос, как он себя чувствует, коротко ответил: „Я болен“ и добавил, вставая: „Кончайте Лобачевского“.

Тяжело больной, прикованный к постели, он с сожалением говорил своему секретарю Н. А. Агитовой: „Лобачевский у нас так и не кончен“» [13. С. 70].

По инициативе А. А. Андропова Горьковский государственный университет назван именем великого геометра Н. И. Лобачевского. А. А. Андронов также пред-

принял шаги, чтобы была установлена университетская премия имени Н. И. Лобачевского за лучшую научную работу и установлены одна аспирантская и две студенческие стипендии его имени.

«Встречи и совместная работа с Александром Александровичем Андроновым были для нас — историков и архивистов — очень поучительны, — писал И. Кирьянов. — Академик А. А. Андронов наглядно показал, на каких основаниях должна строиться работа исследовательских групп в научном поиске, как следует строить взаимоотношения в этой группе руководителю, добиваться активной работы всех и каждого. Научил он и правильно реагировать на неудачи и подчас неизбежные издержки научного поиска»⁷⁷.

Исследование биографии Н. И. Лобачевского, начатое А. А. Андроновым, все же было завершено Н. И. Приваловой⁷⁸.

Работа по общей динамике машин

...А. А. Андронов все более приходил к убеждению, что теорию автоколебаний следует рассматривать как одну из частей общей динамики машин.

Г. С. Горелик [77. С. 12]

К мысли об общей динамике машин — новой научной дисциплине, разработкой которой А. А. Андронов усиленно занимался в последние годы жизни, — он был подготовлен всей своей предшествующей деятельностью. Прежде всего тем, что с самого начала задача исследования нелинейных колебательных закономерностей мыслилась им в рамках более общей задачи — задачи исследования всех возможных движений динамической системы при всевозможных начальных условиях. Введенное и разработанное понятие «грубой динамической системы» также вело естественно к идее об общей динамике машин. Наконец, этому же способствовало решение разнообразных конкретных теоретических и прикладных задач, в том числе — его исследования в области автоматического регулирования. У Г. С. Горелика есть интересный анализ того, как

⁷⁷ Из рассказа И. Кирьянова.

⁷⁸ Привалова Н. И. Дом, в котором родился Н. И. Лобачевский // Историко-математические исследования. 1956. Вып. 9. С. 49–64.

А. А. Андронов шел к замыслу общей динамики машин — от задач радиотехники к задачам автоматического регулирования и уже от последних — к общей динамике машин.

Он пишет: «Переход от автоколебаний в радиофизике к автоматическому регулированию был для А. А. Андропова вполне естественным. Система с автоматическим регулированием (например, самолет, снабженный автопилотом) обладает характерной склонностью к автоколебаниям (обычно нежелательным). Аналогия между автоколебаниями систем с автоматическим регулированием и автоколебаниями в радиофизике очевидна. Но А. А. Андронов усматривал между теорией автоколебаний и теорией систем с автоматическим регулированием гораздо более глубокое родство. Системы с автоматическим регулированием являются важнейшим (и все более распространенным) классом машин в самом широком понимании этого термина, включающим в себя, в частности, электронные устройства, играющие всевозрастающую роль в современной технике. Как уже было сказано, автоколебательная система и двигатель обладают общими физическими свойствами, отображаемыми понятием „грубая система“. Эти свойства являются характерными для машин вообще (или по крайней мере для обширного класса машин). С ними связано то, что не только автоколебания, но и простейшее периодическое движение двигателя изображается в фазовом пространстве замкнутой кривой, к которой асимптотически приближаются соседние фазовые траектории. Продумывая вопросы, связанные с автоматическим регулированием, А. А. Андронов все более приходил к убеждению, что теорию автоколебаний следует рассматривать как одну из частей общей динамики машин.

Общая динамика машин в андроновском понимании — это прежде всего (в переводе на математический язык) исследование их фазового пространства, определение областей значения параметров, соответствующих различным типам его разбиения на траектории, классификация машин по характеру этого разбиения. При этом, разумеется, структура фазового пространства, отображающая динамическое поведение машин, существенно зависит от входящих в состав машины систем автоматического регулирования» [7. С. 12].

Об идее общей динамики машин А. А. Андронов

рассказал впервые в статье 1945 г., посвященной Л. И. Мандельштаму [3].

«В 1943 г. вместе с моими сотрудниками Н. Н. Баутиным и А. Г. Майером мне удалось при помощи нового для теории нелинейных колебаний метода точечных преобразований поверхностей решить несколько нелинейных задач с трехмерным фазовым пространством. Это не были самые нужные задачи и не были самые трудные задачи (скорее это были узловые задачи), но все же это были трехмерные задачи, и они были решены без всяких предположений о близости системы к линейной консервативной или каких-либо аналогичных предположений. И это сразу открыло некоторые новые возможности. Оказалось возможным рассмотреть такие динамические системы, которые раньше невозможно было решить, и, в частности, стало ясно многое, о чем раньше только предполагали. Оказалось, например, что в обычной схематизации паровая машина не является автовращательной системой и что таковой ее делает центробежный регулятор Уатта. Оказалось, например, что водяные турбины, снабженные регулятором непрямого действия, могут быть способны к паразитным автоколебаниям, порождаемым кулоновским трением, и что эти автоколебания хорошо известны. В 1933 г. в нашу работу включился Г. С. Горелик, и мы решили вместе с ним несколько задач (в частности, с винтом автоматического шага), и как-то раз во время длинной беседы у нас возникла идея — вместе учебника по теории колебаний, который мы раньше предполагали писать, написать сравнительно небольшую монографию по машинам, точнее, по элементарным моделям машин» [7. С. 523].

Здесь же, в этой статье, он в первый раз дает определение понятия «машина». «Что такое машина? Это грубая динамическая система, т. е. такая динамическая система, фазовое пространство которой качественно не меняется при достаточно малых (с достаточно малыми производными) изменениях правых частей уравнений. Это весьма общее определение. С этой точки зрения и паровая машина с регулятором, и катодный генератор, и торпеда, и самолет, управляемый автопилотом, и циклотрон при некоторой идеализации, и магнетронный генератор — все это машины» [7].

«Особое место в общей динамике машин должна занять, по мысли А. А. Андропова, теория часов,

А. А. Андронов всегда проявлял живейший интерес к часам. Когда он начинал свои исследования по автоколебаниям, у него на столе стояла модель часов. Впоследствии А. А. Андронов посвятил много времени изучению истории часов — от догалилеевых часов без маятника до современных электромагнитных часов...

А. А. Андронов начал исследование часов „как замкнутой динамической системы“ с модели простейших догалилеевых часов. Вскоре по предложению А. А. Андронина исследованием имеющих две степени свободы моделей часов Галилея—Гюйгенса... занялся Н. Н. Баутин... [В работах Н. Н. Баутина] впервые общая динамика машин в андроновском понимании вступает в соприкосновение с инженерными задачами часовой техники.

Естественно, что при своем стремлении к всестороннему охвату каждого исследуемого предмета А. А. Андронов интересовался в связи с общей динамикой машин также и теорией электрических машин. Знание их фазового пространства необходимо для понимания их поведения в автоматически регулируемых системах. Он изучил обширную литературу, в частности исследования Максвелла и Пуанкаре, посвященные элементарным моделям коллекторных машин, сделался знатоком не только истории, но и предыстории электрических машин. А. А. Андронов занялся тщательным анализом исходных предпосылок существующих теорий электрических машин. Здесь он обнаружил большое неблагополучие. Не существует достаточно общих и корректных методов составления уравнений движения униполярных машин. Составление уравнений движения по методу Лагранжа—Максвелла наталкивается здесь на трудности. Они связаны для униполярных машин с наличием контакта, скользящего по поверхности движущегося объемного проводника... а для коллекторных — с тем... что число степеней свободы является переменным... В дальнейшем были получены общие уравнения движения, годные для любой комбинации коллекторных, бесколлекторных и униполярных машин» [6. С. 14].

Накопленный опыт в исследовании конкретных динамических систем должен был быть использован при построении новой научной дисциплины. «Нужно решить кое-какие новые задачи, а главное, нужно выбрать наиболее интересное и все это подать с единой

точки зрения» [7. С. 524]. При этом так называемое «идейное вооружение теории автоколебаний», под которым А. А. Андронов понимал последовательное динамическое мышление, опирающееся на геометризацию дифференциальных уравнений движения (фазовое пространство) и обостренное внимание к вопросам идеализации, становилось идейным вооружением общей динамики машин. В соответствии с этим характерные понятия теории автоколебаний: понятие грубой системы, устойчивость в большом, бифуркационные значения параметра, предельный цикл и т. д.— оставались фундаментальными понятиями и для общей динамики машин [6].

«Эту идею мы рассказали Мандельштаму,— писал А. А. Андронов в статье „Мой последний разговор с Л. И. Мандельштамом“.— С одной стороны, это было в духе Мандельштама — своеобразный горизонтальный разрез действительности и элементарные модели. Он сам всегда любил рассматривать элементарные модели. С другой стороны, это все же только элементарные модели, т. е. немного игрушечное, бирюлечное рассмотрение: дать универмаг моделей и не делать второго шага — перехода от элементарной модели к настоящей теории.

Осенью 1944 г. мы рассказали об этой идее Мандельштаму, и в общем он эту идею одобрил. 21 ноября я привез ему написанное Г. С. Гореликом и мною введение в эту монографию и подробный проспект универмага элементарных моделей машин» [7. С. 524].

Текст, о котором говорит здесь А. А. Андронов, сохранился. Ниже мы приводим его полностью.

*«А. Андронов и Г. Горелик.
Автоколебания, авторегулирование
и общая динамика машин.*

Авторы монографии ставят себе целью осветить на ряде примеров идейное вооружение (физические представления, математический аппарат) теории автоколебаний и ее связи с теорией автоматического регулирования и намечающейся новой дисциплиной — общей динамикой машины. Авторы старались выбрать такие примеры, которые наиболее убедительно свидетельствуют о глубоком внутреннем родстве между задачами генерации колебаний в радиофизике и другими задачами общей динамики машин, в особенности задач

подавления колебаний в устройствах авторегулирования, а также о плодотворности того „геометрического“ подхода к нелинейным проблемам динамики машин, источники которого можно найти в классических работах Пуанкаре и Леоте и в исследованиях, посвященных автоколебаниям в радиофизике.

Монография освещает ряд недавних работ по теории авторегулирования, выполненных А. А. Андроновым и его сотрудниками и содержащих, в частности, решение классической задачи Вышнеградского. Ряд идей, излагаемых в монографии, связан с той „колебательной культурой“, которой насыщены лекции и семинары академика Л. И. Мандельштама в Московском университете.

Предлагаемый объем монографии — 12 печ. листов. Уровень изложения рассчитан на широкие круги физиков и инженеров различных специальностей, а также на студентов старших курсов университета и втузов.

Примерное содержание:

1. Введение.
 2. Пример генератора электромагнитных автоколебаний.
 3. Простейшая модель паровой машины.
 4. Пример устройства автоматического регулирования уровня жидкости.
 5. Пример устройства автоматического регулирования угловой скорости двигателя.
 6. Терморегулятор.
 7. Автоматический винт изменяемого шага.
 8. Простейшая (двумерная) задача об автопилоте.
 9. Обратная связь в устройствах автоматического регулирования.
 10. Трехмерная задача об автопилоте.
 11. Задача Вышнеградского.
 12. Часы как система с двумя степенями свободы.
- 20.11.44 г.»⁷⁹

Сохранился также план статьи А. А. Андропова и Г. С. Горелика «Радиофизика и общая динамика машин», которая была опубликована лишь в 1958 г.

План содержал следующие пункты:

⁷⁹ Архив А. А. Андропова. НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

1. Развитие теории автоколебаний на почве радиофизики.

2. Помощь «настоящей математики». Идейное вооружение теории автоколебаний.

3. Контуры новой дисциплины — общей динамики машин.

4. Из истории теории автоматического регулирования.

5. Краткая характеристика недавних работ по автоколебаниям в устройствах автоматического регулирования.

6. Цель статьи.

Сохранился ряд планов монографий, которым не суждено было реализоваться. Видимо, некоторые из них относятся к монографии по общей динамике машин, о которой А. А. Андронов рассказывал Л. И. Мандельштаму. С конца 1944 г., когда впервые был написан ее план и введение к ней, монография сменила несколько названий: «Устойчивость, автоколебания и общая динамика машин», «Автоколебания, авторегулирование и общая динамика машин» и др. Менялся и предполагаемый состав авторов — один из планов монографии подписан Андроновым, Гореликом и Железцовым.

В архиве А. А. Андропова сохранился набросок книги с рабочим названием: «Предельные циклы в теории машин, электротехнике, радиотехнике, динамике полета, теории регулирования». Вверху над заглавием А. А. Андронов написал:

«...даль свободного романа
Я сквозь магический кристалл
Еще не ясно различал».

Пушкин. «Евгений Онегин»
Глава VIII.

Все эти книги и статьи А. А. Андроновым уже не были написаны. Он ушел из жизни, полный замыслов, прервав работу, которой, казалось, занимался до последнего мгновения.

Глава 4

Научно-организационная и педагогическая деятельность

Идея укрепления провинциальных университетов

Главное место в жизни А. А. Андропова наряду с научными исследованиями занимала забота о росте советской науки.

Г. С. Горелик [77 С. 17]

В Горьковском университете, в восстановлении которого я принимал непосредственное участие, я работаю непрерывно с момента возобновления его деятельности, т. е. с 1 ноября 1931 г.

А. А. Андронов. Из автобиографии ⁸⁰

«Уже в молодые годы А. А. Андронов стал рассматривать создание подлинных центров науки в провинции как важнейшую государственную задачу. По собственной инициативе он переехал в 1931 г. из Москвы в Горький для того, чтобы работать в организованном тогда Горьковском физико-техническом институте, а затем и в открывшемся 1 ноября 1931 г. Горьковском университете, профессором которого он оставался до конца жизни. Трудно дать представление о том, сколько энтузиазма, сколько душевных сил отдал А. А. Андронов Горьковскому университету, его Физико-техническому институту, университетской библиотеке. Он создал в Горьковском университете курс теории колебаний, читал курсы электродинамики и теории относительности, организовал преподавание теоретической физики. Яркие, глубоко продуманные лекции А. А. Андропова неизменно вызывали интерес со стороны студенчества. Он неустанно заботился о привлечении новых научных сил, ... боролся за повышение ка-

⁸⁰ Архив А. А. Андропова. НИИПМГ Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

чества преподавания, за высокие требования при защите диссертаций и представлении к ученым званиям. Ничто в университетской жизни не оставляло его равнодушным. Он следил и тогда, когда был уже тяжело болен, за ростом молодых физиков, остро переживал их успехи и неудачи в научной работе и преподавании» [77. С. 17].

Обращаясь к студентам Горьковского университета, Г. С. Горелик сказал: «Может быть, это — мнительность с моей стороны, но мне иногда кажется, что наши студенты не всегда достаточно хорошо понимают, что такое университет. Университет — не просто место, где учат, где ставят отметки и выдают дипломы. Университет — это, по идее, место, где ведется дружным коллективом большая научная работа и где участники этой работы постепенно втягивают в нее молодежь. Не во всех университетах эта идея осуществляется одинаково успешно, некоторые действительно напоминают фабрику отметок. Про наш университет, и в частности про наш радиофизический факультет, можно сказать, мне кажется, без преувеличения, что они в некоторой степени соответствуют тому, чем должен быть университет. Основная заслуга в этом, без всякого сомнения, принадлежит А. А. Андронову» [77. С. 19].

Горьковский государственный университет был основан в 1918 г. К 1924 г. в то время еще Нижегородский университет сумел преодолеть все основные организационные трудности: в 1923 г. Ревизионная комиссия Главпрофобра Наркомпроса нашла Нижегородский университет лучшим среди провинциальных университетов.

В 1925 г. в нем было четыре факультета: агрономический, медицинский, химический и инженерно-механический. В июле 1926 г. к университету был присоединен Педагогический институт в качестве педагогического факультета с пятью отделениями: естественно-агрономическим, общественно-экономическим, лингвистическим, политико-просветительным и физико-математическим. Был в университете и шестой — рабочий факультет.

В 1930 г. XVI съезд партии наметил программу дальнейшего усиления темпов социалистического строительства. Для подготовки большого числа инженерно-технических кадров потребовалось создать в стране

широкую сеть высших учебных заведений. Правительство приняло решение создать на основе факультетов Нижегородского университета самостоятельные институты: химико-технологический, механико-машиностроительный, сельскохозяйственный и другие. Помещения и оборудование университета были переданы организованным институтам.

С 1 ноября 1931 г. Нижегородский (Горьковский) университет был открыт вновь. Но его еще предстояло восстановить и наладить в нем работу. Ректором университета был назначен Л. А. Маньковский (1900—1964 гг.), остававшийся в этой должности до начала 1938 г.⁸¹

А. А. Андронов принял в организации университета самое активное участие. Проблем, нуждавшихся в скорейшем, а иногда в немедленном разрешении было чрезвычайно много.

Нужно было наладить учебный процесс, повысить качество преподавания, а для этого, в частности, привлечь к педагогической и научной деятельности в университете талантливых ученых, которых так много в Москве и так мало было в Нижнем Новгороде. Нужно было создать для научных работников, в том числе для приглашаемых на работу в Горький, приемлемые бытовые условия, заинтересовать их живым, перспективным делом, увлечь, удержать, сохранить для только-только начинающего свою жизнь университета. Нужно было привлечь в науку талантливую молодежь, за редким исключением предпочитавшую в те годы по окончании университета работать на производстве. Нужно было создать фундаментальную научную библиотеку, которой не было вовсе и без которой было немыслимо работать и учить.

И все это в конечном счете нужно было для того, чтобы в Горьковском университете и Физико-техническом институте при университете возник, укрепился и вырос коллектив исследователей, работающий над ак-

⁸¹ В начале января 1938 г. Л. А. Маньковский был арестован Горьковским НКВД. К тому времени были арестованы почти все руководители университетов страны. Была арестована и значительная часть партийного актива г. Горького.

В 1956 г. Л. А. Маньковский был реабилитирован, восстановлен в партии и принят на работу профессором кафедры философии Московского государственного педагогического института им. В. И. Ленина // *Вопр. философии*, 1989, № 1, С. 161—166.

туальными проблемами науки. Надо было создать этот коллектив и нормальные условия его деятельности, т. е. надо было превратить Горьковский университет в один из центров подлинной науки.

Не надо думать, что это были проблемы, которые можно было решить раз и навсегда или что их можно было решить быстро и до конца. А. А. Андронову потребовалась для этого вся его жизнь. Приходилось постоянно, изо дня в день создавать и укреплять, поддерживать созданное, не давая ему погибнуть, измельчать, сойти на нет.

Самым простым и естественным делом для А. А. Андропова было увлечь людей живой, настоящей, перспективной работой, освещенной светом большой науки. Очень скоро вокруг А. А. Андропова в маленьком отделе нелинейных колебаний ГИФТИ (находившемся в тесной, прокуренной, темноватой комнате в старом здании на улице Ульянова) и на кафедре теории колебаний, созданной А. А. Андроновым в Горьковском университете, сгруппировались сотрудники и ученики, положившие начало его ныне известной во всем мире научной школе.

*Из отзыва Л. И. Мандельштама о работах
А. А. Андропова, написанного для рекомендации
его на заведование кафедрой теории
колебаний в ГГУ*

11 июня 1933 г.

«Наряду с плодотворной самостоятельной научно-исследовательской работой А. А. Андронов в последнее время руководил работой молодых сотрудников Горьковского физико-технического института, которыми под его руководством успешно выполнен ряд исследований, относящихся к области колебаний...

Я считаю А. А. Андропова, талантливого ученого с вполне определенным научным именем и очень хорошего педагога, весьма подходящим кандидатом на замещение кафедры по колебаниям в Горьковском университете»⁸².

В 1934 г. А. А. Андронов был утвержден ВАК Наркомпроса в ученом звании профессора кафедры колебаний. В 1935 г. решением ВАК Наркомпроса он

⁸² Архив А. А. Андропова. НИИПМГ Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,

был утвержден в ученой степени доктора физико-математических наук.

Если научные исследования быстро развернулись под руководством А. А. Андропова и уже в первые горьковские годы были получены крупнейшие результаты, то организационные проблемы решить было значительно сложнее. Можно выделить три направления в научно-организационной деятельности А. А. Андропова.

Первое — привлечение к научной и педагогической деятельности в Горьковском университете крупных талантливых ученых. По приглашению А. А. Андропова в Горьковском университете с 1938 г. стал постоянно работать Г. С. Горелик, ставший одним из ближайших соратников А. А. Андропова в деле превращения Горьковского университета в один из очагов физической науки. Г. С. Горелик создал уникальный курс общей физики, который, как считали его современники, был очень далек от того, что обычно понимают под хорошим стандартным курсом, читаемым в университетах, а представлял собой совершенно исключительное по глубине подхода и оригинальности формы произведение педагогического искусства.

Кроме Г. С. Горелика, в Горьковском университете по приглашению А. А. Андропова в разное время работали и другие ученики Л. И. Мандельштама — С. М. Рытов, С. П. Стрелков и др.

С. М. Рытов — А. А. Андропову

Москва, 30 июня 1945 г.

«Дорогой Александр Александрович! К сожалению, я по приезду из Узкого от Н. Д. [Папалекси] не видел Габриэля [Горелика]. Поэтому посылаю Вам почтой статью, которую Н. Д. просил Вас посмотреть и сказать, что Вы о ней думаете (разумеется, она прислана Н. Д. для представления в ДАН).

Вашу статью я с интересом прочел и уже отнес в ДАН с представлением от Н. Д.

Габриэль, конечно, рассказал Вам обо всех здешних переговорах и их результатах. Меня очень радует перспектива прочитать [в Горьковском университете] полнокровный курс теории поля, но пока что меня смущает вопрос о том, как мы сработаемся с Вашим аспирантом... и будет ли получаться гладко просто в отношении последовательности изложения. Я думал

для начала прочесть лекцию в том духе, почему теория поля в своем прошловековом виде — не реликвия, а знание, несмотря на волновые и релятивистские революции, что осталось и что устарело. Это, конечно, план плана...»⁸³

С 1945 г. по 1961 г. по приглашению А. А. Андропова в Горьковском университете, не оставляя своей основной работы в Москве — в Физическом институте АН СССР, работал В. Л. Гинзбург, более пятнадцати лет заведовавший в Горьковском университете кафедрой радиоастрономии на радиофизическом факультете и создавший здесь свою научную школу. Ученый и педагог такого масштаба, как В. Л. Гинзбург, читающий лекции и руководящий научной работой молодежи, — это была огромная удача для Горьковского университета, переоценить которую было бы трудно. Безусловно, А. А. Андронов прекрасно понимал, что В. Л. Гинзбург обеспечивает высочайший уровень преподавания и подготовки молодых ученых; не меньшее значение имели для него и высокие человеческие качества В. Л. Гинзбурга. Он понимал это, когда приглашал совсем еще молодого В. Л. Гинзбурга работать в Горьком и спустя два года, когда в ВАК решался вопрос о присвоении В. Л. Гинзбургу звания профессора Горьковского университета. Решение этого вопроса затягивалось вследствие совершенно необоснованных обвинений, выдвинутых против него. Сложилась драматическая ситуация, и А. А. Андронов сделал все, чтобы восстановить справедливость и доказать вздорность и неправомочность обвинений, которые тем не менее могли иметь для В. Л. Гинзбурга самые неприятные последствия. (Достаточно вспомнить, что это были послевоенные годы, когда пачиналась очередная волна «охоты за ведьмами».) В письме к работнику Министерства высшего образования СССР С. А. Балезину А. А. Андронов писал в эти дни: «Я слышал целый ряд лекций и докладов В. Л. Гинзбурга... Его лекции содержательны и блестящи по форме»⁸⁴. 10 ноября 1947 года А. А. Андронов писал министру высшего образования СССР С. В. Кафтанову⁸⁵: «Как член ученого совета ГГУ, участвовавший

⁸³ Архив А. А. Андропова, НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,

⁸⁴ Там же.

⁸⁵ Там же.

в приглашении В. Л. Гинзбурга и хорошо представляющий себе острую нужду радиофизического факультета Горьковского университета в высококвалифицированном специалисте в области излучения и распространения радиоволн, я прошу Вас дать указание ВАКу МВО рассмотреть на ближайшем заседании вопрос об утверждении В. Л. Гинзбурга в ученое звание профессора».

В. Л. Гинзбург был утвержден в звании профессора Горьковского университета.

Благодаря энергичной деятельности А. А. Андропова и (в не меньшей, по-видимому, мере) его обаянию, высокому научному и человеческому авторитету в Горьком в течение ряда лет работали выдающиеся советские ученые, возглавившие, подобно В. Л. Гинзбургу, разработку новых научных направлений, воспитавших большую группу учеников и много способствовавших превращению Горьковского университета в один из ведущих научных центров страны.

В статье «Нужны решительные меры» А. А. Андронов писал: «Та концентрация научных работников, которая имеется сейчас в Москве и Ленинграде, не оправдывается государственными соображениями, и важнейшей задачей должна стать дальнейшая работа по рассредоточению по всей стране науки и высшего образования, более равномерное распределение педагогических кадров между столичными и периферийными вузами» [4].

Чтобы в какой-то мере исправить существовавшее положение дел, А. А. Андронов предлагает ряд конкретных мер.

«Нужно всячески поощрять добровольный переход на работу в периферийные вузы. Сейчас работа в периферийных вузах не представляет никаких преимуществ работникам. Мне кажется, что некоторые преимущества (сроки предоставления пенсий, размер обязательных нагрузок, обязательный прием в вузы детей научных работников, выдержавших экзамены, и т. д.) были бы оправданны с государственной точки зрения и оказали бы определенное влияние на распределение научных кадров между столицей и периферией. Мне кажется, что нужно создать такое положение, при котором для многих научных работников, живущих сейчас в Москве и Ленинграде, переход в периферийный вуз был бы связан с улучшением их жилищно-

бытовых условий и если не с улучшением, то по крайней мере с реальной возможностью продолжать научную работу», — писал А. А. Андронов в той же статье.

А. А. Андронов чрезвычайно много времени и внимания уделял устройству приглашаемых сотрудников, созданию для них приемлемых условий жизни и работы. Можно только поражаться, сколько энергии, сил и собственного здоровья отдал А. А. Андронов, сам в высшей степени скромный в житейских потребностях, вопросам устройства быта своих сотрудников и учеников.

В оставшихся после кончины А. А. Андропова бумагах — множество писем от самых разных лиц с выражением благодарности, с признанием его огромной, часто решающей роли в их становлении как ученых, педагогов и т. д. Весьма нередко при этом именно неустанная забота А. А. Андропова о быте сотрудников, внимание во все житейские подробности приводили в науку талантливых и нужных ей работников, способствовали расцвету их творческой деятельности.

По-видимому, об этой стороне деятельности А. А. Андропова было хорошо известно многим ученым — и не только в Горьком. Среди писем в архиве А. А. Андропова есть письмо от академика Игоря Евгеньевича Тамма с просьбой помочь с организацией приличной пенсии семье скончавшегося московского математика. Этот пример — далеко не единственный.

А. А. Андронов, бесконечно убежденный в чрезвычайной важности и первоочередности задачи развития науки в провинциальных, как тогда говорили, университетах, передавал эту убежденность всем, кто соприкасался с ним. Самоотверженно работали рука об руку с ним его ближайшие горьковские коллеги — Е. А. Леонович, Г. С. Горелик, А. Г. Майер и другие, а также М. Т. Грехова и В. И. Гапонов, в одно время с ним приехавшие на работу в Нижний Новгород из Москвы. Л. С. Понтрягин — давний соавтор А. А. Андропова — также не остался в стороне от организационной деятельности А. А. Андропова, как следует из одного из писем его к Александру Александровичу.

Л. С. Понтрягин — А. А. Андронову

Москва, 11 декабря 1945 г.

«Дорогой Александр Александрович, на днях и в разное время я говорил с Колмогоровым и Виноградо-

вым по поводу идеи укрепления русских провинциальных университетов. Оба сочувственно отнеслись к этому. Колмогоров обещал поддержать нас, если мы представим какие-либо действия в смысле обращения к начальству. Виноградов же предложил представить надлежащий документ Кафтанову или выше. Я сказал ему, что документ может быть составлен Вами, так как Вы об этом уже много думали и имеете хорошее представление о провинциальных университетах. Мне кажется, что следовало бы предпринять попытку, хотя, конечно, не известно, произойдет ли какой-нибудь успех из этого. Если Вы не скоро будете здесь, то, может быть, Вы составили бы нужную бумагу или как проект или лучше окончательную; в случае возражений со стороны Колмогорова или Виноградова ее можно было бы пересмотреть. Если пришлете мне такой документ, то сообщите свои соображения о том, кого, по Вашему мнению, следовало бы еще раз привлечь к этому делу»⁸⁶.

Один из таких составленных А. А. Андроновым документов, направленных на улучшение работы периферийных учебных и научно-исследовательских учреждений,— это «Проект постановления Совнаркома СССР об организации обслуживания микрофильмами вузов, научных учреждений и отдельных научных работников СССР». В нем предусматривалась вся система мероприятий, которая должна была обеспечить научных работников страны, главным образом периферийных, новейшей литературой на всех языках мира — «дешевыми фотокопиями журнальных статей и книг как на языках СССР, так и на иностранных языках», как было написано в проекте постановления.

В числе предполагаемых мероприятий были, например, такие: «Обязать фото-кинопромышленность развернуть дополнительное производство фотопленки стандартного формата и дополнительное производство фотохимикалий... Обязать оптическую промышленность: а) выработать образцы проекционных аппаратов для чтения микрофильмов... б) произвести в 1945 г. не менее ста таких аппаратов и в 1946 г.— не менее трехсот...»

⁸⁶ Здесь и далее приведены выдержки из документов, находящихся в архиве А. А. Андропова в НИИПМК Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

Это пишет не работник министерства, не директор завода и не один из тех работников-хозяйственников, которым в практике их деятельности естественно сочинять такого рода проекты и пачками рассылать письма вроде тех, отрывки из которых приведены ниже. Это пишет ученый с мировым именем, работающий на переднем крае науки, руководящий работой большого коллектива ученых. Существует традиционное представление об ученом такого масштаба, как о человеке, сидящем в просторном, светлом кабинете, отгороженном от шума и суеты внешнего мира приемной с бдительным, суровым секретарем в ней. Бесшумно входят в кабинет молодые деловитые референты со стопками заказанной литературы, в то время как в приемной непреклонный секретарь объясняет важному лицу, что профессор работает, просил не беспокоить. И тому подобное, что иногда имеет место, но чего никогда не было в жизни А. А. Андропова. А была у него наряду с напряженной творческой исследовательской деятельностью каждодневная погруженность в «мелочи жизни», «черная», часто неблагодарная работа, направленная на организацию университета, в частности на создание фундаментальной библиотеки, — работа, стоившая ему здоровья и многих сил и времени, отнятого у науки, хотя и приведшая к тому, что Горьковский университет превратился в один из лучших в стране.

Это была еще одна большая забота А. А. Андропова — библиотека, еще одно направление его научно-организационной деятельности.

Работник библиотеки Горьковского университета А. И. Лалетина рассказывала: «Никто так не заботился о библиотеке ГГУ, как Александр Александрович. Благодаря его хлопотам библиотека ГГУ получала больше, чем другие библиотеки, иностранной (валютной) литературы. Под его руководством комплектовались старые журналы. При его участии решались все важные для библиотеки дела. Он просматривал огромное количество литературы, находил и откладывал статьи и монографии для своих учеников».

Решением всех этих, в частности библиотечных, проблем А. А. Андронов был занят в течение многих лет, собственно, всю жизнь. Результаты его энергичной, самоотверженной деятельности не замедлили сказать-

ся, но ценой каких усилий — можно видеть из писем, отрывки из которых здесь приводятся.

А. А. Андронов — С. А. Балезину

Горький, 1945 г.

«Пишу Вам снова по поводу наших горьковских дел, но сейчас в ином, совершенно конкретном плане. У нас весьма тяжелое положение с иностранной литературой. Уже около трех месяцев, как мы перестали получать какие бы то ни было иностранные журналы и книги. По слухам, все выписанные нами и другими вузами и институтами книги скапливаются в подвалах Государственной научной библиотеки Министерства высшего образования (Москва, площадь Ногина) и будут потом этой библиотекой рассылаться. Я не знаю, чем вызвано это мероприятие, но я бы очень Вас просил выяснить все это дело и ускорить присылку журналов и книг, уже выписанных нами... Наш заказ на инолитературу для радиофизического факультета на 1946—1947 гг. (учебники, монографии, комплекты журналов за старые годы), который мы тщательно составили ... лежит в Министерстве без всякого движения, и его не предполагают куда-либо отправлять. Этот заказ представляет собой тот минимум, который позволил бы довести иностранную радиофизическую литературу в Горьком до того состояния, при котором ее отсутствие перестало бы являться „узким местом“ в научной работе и преподавании. Нельзя ли добиться специального ассигнования на это дело? Ведь мы об этом просим уже два года и надеялись, что такой пункт включен будет в постановление 1946 г. о радиофаке, но, к несчастью, его там не оказалось...

Я когда-то Вам передал набросок проекта постановления СНК СССР об организации „микрофильмного“ обслуживания вузов ... Не знаю, может быть, Вы куда-нибудь передали этот проект или, может быть, такие проекты зародились у многих людей, но это дело, кажется, сейчас чуть-чуть сдвинулось с места (так мне сказали в Министерстве высшего образования). Но этого „чуть-чуть“ явно недостаточно. Нельзя ли это дело ускорить и добиться такого положения, чтобы уже в 1947 г. было налажено как микрофильмное обслуживание, так и производство в приличном масштабе аппаратов для чтения микрофильмов?.. Я думаю, что если Вы коснетесь этого дела, чтобы помочь нам, Вы помо-

жете и целому ряду других вузов и учреждений. И если в Москве вопрос о том, где достать ту или иную иностранную книгу или журнал, иногда вызывает затруднение и мешает работе, то в провинции тот же вопрос часто просто срывает работу».

С. А. Балезин — М. Т. Греховой

Москва, 1945 г.

«Я глубоко верю в развитие и процветание Горьковского университета, верю и в развитие физики... Есть у вас у всех и сила для того, чтобы превратить Горьковский университет в Мекку и Медину физики. Надеюсь, что с каждым годом будет лучше. Даже Александр Александрович перестанет ворчать».

Библиотека в Горьковском университете была все-таки сформирована и именно в том виде, как хотел А. А. Андронов, — с полными собраниями классиков, с полными — без пропусков — комплектами отечественных и зарубежных журналов по некоторым специальностям, с достаточным количеством необходимых учебников и т. д.

В 30-е годы, т. е. тогда, когда началась работа по созданию фундаментальной библиотеки, А. А. Андронов в письме к профессору М. И. Рокотовскому писал о том, какой должна быть научная библиотека.

А. А. Андронов — М. И. Рокотовскому

Горький (точная дата не известна)

«Как должна быть подобрана библиотека научного учреждения, где работает ученый.

Библиотека для научного работника является одним из основных „орудий производства“. Она должна быть хорошо подобрана, и именно подбор книг библиотеки, а не количество книг должно стоять на первом месте в отношении предъявляемых требований. В библиотеке научного учреждения особенно показательно и ценны следующие ее отделы: во-первых, отдел русских и иностранных журналов. Они особенно ценны в виде целых комплектов, длинных серий за ряд лет. Здесь самое существенное, самое важное, чтобы не было пропусков („лакун“). Библиотека с пропусками в *основных журналах* — это некультурная, плохая библиотека. Во-вторых, отдел классиков данной науки, например, в отношении физики — сочинения Кирхгофа, Максвелла, Стокса, Рэлея, Гельмгольца, Ампера, Виль-

яма Томсона, Жуковского и так далее. В-третьих, отдел справочников и энциклопедических словарей.

Наконец, в-четвертых, ценен подбор монографий, оттисков, фотокопий и даже литографированных курсов по отдельным научным вопросам.

Такой подбор должен быть сделан специалистом, работающим или работавшим в данной области науки».

С первых дней работы в Горьковском университете А. А. Андронов предпринял шаги для привлечения в науку талантливейшей молодежи. Это была его третья большая задача. Ее решению также предшествовал целый ряд мероприятий — на всех этапах воспитания из молодых людей будущих талантливых ученых, начиная с периода обучения в средней школе, когда важно помочь девочкам и мальчикам сделать правильный выбор профессии, учебного заведения и т. п., и кончая периодом пребывания в аспирантуре. И этот последний период превращения молодого человека в самостоятельного ученого также требовал от А. А. Андропова огромной работы — не только касающейся научного руководства, но и, если можно так сказать, организационного оформления результатов, полученных аспирантом. Нужно было помочь молодому ученому и правильно написать научную статью, научить его расставить в ней «акценты», выдвинув на первый план существенное и «набрав петитом» второстепенное. Нужно было помочь ему получить компетентные отзывы на научную работу и опубликовать ее в соответствующем журнале, подобрать ему оппонентов для защиты диссертации, помочь издать монографию и т. д.

Слов нет, это требовало времени и стоило больших усилий и многих душевных издержек. Но А. А. Андронов считал необходимым не оставлять своих учеников, пока они не становились совершенно самостоятельными. Да и тогда он продолжал следить за ними, не допуская публикации непродуманных статей, например, и т. д. А. А. Андронов стремился сделать из своих учеников не просто хороших ученых, но прежде всего хороших людей. И недаром до сих пор в Горьком говорят, если происходит что-то неблагоприятное: «Если бы жив был Андронов, он бы этого не допустил. Да он просто стукнул бы кулаком по столу!»

В архиве А. А. Андропова сохранилось множество писем, в которых он устанавливает для своих учени-

ков полезные для них научные контакты, договаривается об издании книги ученика, советует в статье или дискуссии изменить аргументацию другому ученику, разрешает прислать статью на рецензию, улаживает испортившиеся отношения своего ученика с его рецензентом (и такое бывало тоже) и т. д. Есть письма к А. А. Андронову от весьма многих лиц с просьбами о рецензии, о помощи и с благодарностью за рецензию, за совет, поддержку и т. п.

А. А. Андронов — М. А. Айзерману

Горький, 20 февраля 1941 г.

«Глубокоуважаемый Марк Аронович! Посылайте без всяких предисловий следующую Вашу статью. Если там есть что-либо, связанное с предельными циклами (а там, судя по заглавию, есть такие вещи), то я посмотрю ее с большим интересом. Если статья длинная и имеются выкладки, то и их можно будет детально разобрать и проверить, если только Вы не будете стеснять нас сроком. У нас здесь, кроме меня и Артемия Григорьевича, которого Вы знаете, есть еще несколько „охотников за циклами“. Из них прежде всего нужно назвать Николая Николаевича Баутина, который у нас слывет „специалистом по отысканию ошибок в чужих работах“».

Я. З. Цыпкин — А. А. Андронову

Москва, 28 января 1951 г.

«Глубокоуважаемый Александр Александрович! Ваши соображения о дискуссии совершенно справедливы, и я составлю более краткий ответ. Я сделаю это после конференции в Ленинградской ВВА ... где можно будет окончательно установить „точки зрения“.

Относительно работы... мне кажется, что она не подходит журналу „Прикладная математика и механика“. В его работе изложены интересные приложения некоторых теорем теории вероятностей к многокаскадным схемам усилителей. Быть может, эту работу целесообразно направить в журнал „Радиотехника“. Ваше пожелание о том, чтобы... написал заметку, разбирающую конкретный пример из области регулирования, я ему передам.

Я очень признателен Вам за совет».

Горький, 25 октября 1950 г.

«Глубокоуважаемый Анатолий Исаакович! У меня к Вам имеется следующее дело. В связи с семинаром по теории электрических машин, который идет уже второй год, у нас был поставлен ряд докладов по динамике неголономных систем. Во время этих докладов аспирантом Н. А. Фуфаевым и доцентом Ю. И. Неймарком были вскрыты существенные ошибки в ряде работ по неголономным системам и была внесена ясность как в историю этого вопроса, так и в его современное состояние. Н. А. Фуфаев и Ю. И. Неймарк сейчас готовят для печати критическую статью о работах по неголономным системам.

В настоящее время у Ю. И. Неймарка возникла идея написать небольшую книжку в 6—8 печатных листов примерно под таким названием: „Апалитическая динамика неголономных систем“.

Я прошу Вас откровенно сообщить, есть ли возможность опубликовать такую книжку в редактируемой Вами серии „Современные проблемы механики“, или это невозможно по тем или иным причинам, например, в связи с тем, что эта тема за кем-либо заброшена.

Я Вам буду признателен, если Вы не задержите ответ на этот вопрос.

Если Вам для решения этого вопроса нужен план книжки — напишите мне, и через несколько дней план будет у Вас».

А вот еще несколько строк из письма А. А. Андрона к рецензенту одного из своих аспирантов, — большое письмо, цель которого решить сразу несколько проблем, возникших у ученика: напечатать статью, опубликовать книгу, ликвидировать конфликт и т. д.: «После написания этого письма мне сообщили, что Вы не отвечаете [моему аспиранту], потому что он не цитирует Вас в заметке должным образом. Я думаю, что это чистое недоразумение, которое более чем легко уладить».

Задаче привлечения в науку талантливой молодежи А. А. Андронов придавал столь большое значение, что ей были посвящены ряд его публичных выступлений и выступления в печати.

В 1939 г. была опубликована книжечка «Что такое университет?» под редакцией А. А. Андропова. Она интересна для нас тем, что дает представление о Горьковском университете тех лет — о читаемых в нем курсах лекций на физическом факультете, о составе преподавателей, а также о взглядах А. А. Андропова на университет вообще. Один из разделов книжечки — «Что такое университеты? Каких специалистов они готовят?» — написан А. А. Андроновым.

«Студенты университетов,— пишет в нем А. А. Андронов,— помимо глубокой подготовки по специальности, получают в университете широкий научный кругозор и некоторые навыки исследовательской работы. Преподавание в университете связано с живой творческой работой в соответствующих отраслях знания, проникнуто духом научного исследования. Тесное соприкосновение различных специальностей, объединяемых университетом, препятствует замыканию научной работы в узких рамках, расширяет кругозор исследователей, стимулирует развитие весьма важных дисциплин, лежащих на границе соприкосновения различных наук: биохимия, биофизика, астрофизика и другие.

Научная работа в университетах ведется как профессорами и остальными преподавателями, так и аспирантами и самими студентами. ... В связи с указанным характером преподавания университеты являются не только учебными заведениями, но и центрами научной мысли и научной работы.

...В университетах образовались крупные научные коллективы, научные „школы“. Некоторые из них занимают ведущее место в мировой науке»⁸⁷.

Давая характеристику университету как «центру научной мысли и научной работы», А. А. Андронов имеет целью также показать, что отнюдь не все молодые люди, стремящиеся к получению высшего образования, должны избрать в качестве учебного заведения университет. А лишь некоторые из них, обладающие вполне определенными качествами. «Какие требуются личные данные для того, чтобы из всех высших учебных заведений ... целесообразно было бы выбрать именно университет? Ответ вытекает из сказанного. Университет является тем высшим учебным заведением,

⁸⁷ Что такое университет?/Под ред. А. А. Андропова. Горький, 1939. С. 8, 9. 13.

который соответствует запросам юношей и девушек, имеющих стремление к науке — к научному исследованию и к научно-педагогической работе» [12. С. 13].

В этой книжечке указываются основные курсы, которые читались в Горьковском университете в 1938—1939 гг., и лекторы.

а) Дециметровые волны (профессор М. Т. Грехова). По поводу этого курса сказано: «В настоящее время исследование дециметровых волн и их практических применений — одна из самых боевых задач радиотехники. Под дециметровыми волнами понимают радиоволны длиной порядка нескольких десятков сантиметров. Эти волны легко излучать, подобно световым, в виде резко направленных пучков. С каждым днем множатся применения этих волн для связи, для телемеханики и т. д.»

б) Теория нелинейных колебаний (профессор А. А. Андронов).

«В университете, с одной стороны, ведется работа над углублением в развитии математической базы теории нелинейных колебаний, с другой стороны, решаются конкретные задачи из различных отраслей физики и техники».

в) Физические явления в радиоприеме (профессор Г. С. Горелик).

«Современная теория колебаний позволяет по-новому подойти к целому ряду проблем, возникающих в радиоприеме, а также указать и планомерно исследовать ряд новых технических возможностей. В этом направлении ведутся работы по проблеме шумов в регенеративном приемнике и суперрегенеративном приемнике».

г) Колебания, возникающие под действием воздушных потоков (и. о. профессора С. П. Стрелков).

«За последнее время в связи с развитием авиации приобрел большую актуальность вопрос о колебаниях упругих тел, возникающих при обдувании их равномерным потоком воздуха. Известно, например, что при некоторых условиях начинают сильно вибрировать крылья самолета, что иногда приводит к катастрофам. Механизм таких вибраций еще весьма неясен. Но можно считать бесспорным, что исследование этих явлений — без которого невозможна успешная борьба с ними — должно вестись с точки зрения новейшей теории нелинейных колебаний и быть связано с иссле-

дованием аналогичных явлений в акустике (например, колебаний струны под действием ветра)».

д) «По теоретической физике в университете под руководством А. Г. Самойловича ведется работа в области квантовой теории металлического состояния: 1) квантовая теория аллотропических превращений металлов; 2) теория тонкой структуры краев рентгеновских спектров поглощения; 3) теория ферромагнитных тел» [12. С. 37—39].

Книжечка предназначалась для абитуриентов, и однако уже нацеливала их на научный поиск, уже вводила в курс относительно состояния вопроса, уже указывала наиболее актуальные научные проблемы, которые ждали своих молодых исследователей. Работа по привлечению в науку талантливой молодежи, таким образом, начиналась еще со школьниками, только встающими перед проблемой выбора учебного заведения и специальности. Умело построенные курсы лекций должны были завершить эту работу. Аспирантура становилась уделом лучших из этих идущих в науку юношей и девушек.

Надо сказать, что А. А. Андронов работал в этом направлении не только со студентами, но и с преподавателями, добиваясь того, чтобы читаемые ими курсы соответствовали задаче, стоящей перед лектором университета.

О том, как он это делал, как учил учить молодежь, дают представления воспоминания его коллег, отрывок из которых приводится ниже.

Из воспоминаний А. Г. Самойловича

«Александр Александрович оказал огромное влияние на мое формирование как научного работника и как преподавателя университета...

Инициатива моего переезда в Горький в большой мере принадлежала Александру Александровичу, который тогда, как и во все последующие годы, уделял много внимания комплектованию кадров Горьковского университета...

Нужно сказать, что до переезда в Горький я почти не занимался преподаванием в вузах. Собственно говоря, в Горьком я начал этому учиться. И прежде всего в этой области огромную помощь мне оказал Александр Александрович. Он не учил меня, как читать лекции. Но я слушал, как он читает лекции, и это было необычайно поучительно...

С Александром Александровичем можно было разговаривать на любые темы в области физики. И вот во время таких бесед он умел как-то учить „механизму“ научного мышления...

Вообще, Андронов обладал прямо-таки какой-то магической силой воздействия на людей. Я убежден, что это было не только потому, что он обладал огромным научным авторитетом, но также и огромным моральным авторитетом...

Александр Александрович был очень справедливым и добрым человеком. И доброта его была справедливой. Например, он никогда не хвалил плохие работы и никогда не говорил плохого о хороших работах, кому бы эти работы ни принадлежали...

А. А. Андронов успел за свою жизнь сделать большое дело. Он создал фактически новое направление в науке, и многое из того, что есть хорошего сейчас в Горьковском университете, было заложено им».

Накануне войны, 21 июня 1941 г., в газете «Автогигант» № 97 (3298) была опубликована статья А. А. Андропова о Горьковском университете, обращенная к молодежи, закончившей школу и желающей продолжить свое образование.

«Очень многие юноши и девушки переживают этой весной один из самых ответственных моментов своей жизни: окончена средняя школа и надо решать — кем быть.

Мы хотим здесь рассказать об университетах, и в частности о Горьковском государственном университете, с тем, чтобы оканчивающие среднюю школу и желающие учиться дальше могли решить, является ли университетское образование таким, какое они хотят получить...

Горьковский государственный университет имеет три факультета: физико-математический, химический и биологический. На каждом факультете есть свои специальности: физмат имеет специальности астрономии, физики, механики и математики; химфак — аналитической химии, физической химии, неорганической химии и органической химии; биофак — ботаники и зоологии.

В пределах каждой специальности надо выбрать определенную науку. Например, нельзя быть просто физиком, надо выбрать между физикой металлов, радиофизикой, физикой электронных приборов. Нельзя

быть просто ботаником, надо выбрать между физиологией растений, генетикой и селекцией, морфологией и систематикой растений. То же — относительно механики, зоологии и т. д.

Научные интересы студента, возникшие сперва во время работы в кружке, в спорах с товарищами, во время лекций или лабораторных работ, постепенно углубляются и толкают его на занятия, выходящие за рамки учебной программы. На пятом курсе студент пишет работу по специальности, которая у лучших студентов является небольшим научным исследованием, и тогда печатается в научном журнале.

Наиболее сильные из окончивших университет поступают в аспирантуру университета... и тогда дальше совершенствуются по своей специальности, приобретают ученые степени.

Таким образом, перед окончившим университет открывается широкое поле деятельности — научной, научно-технической или педагогической. Но для того, чтобы окончить успешно университет, для того, чтобы стать одним из тех людей, кто владеет наукой сегодняшнего дня, определяет технику завтрашнего дня, нужно затратить много труда. Этот труд окупается и оправдывается, но нужно быть к нему готовым...

Мы твердо уверены, что, как и прежде, юноши и девушки ... интересующиеся наукой, думающие о ней, пойдут в университет, чтобы стать научными работниками, творцами передовой советской науки, служащей великому советскому народу».

В 1941 г. в Горьковском университете было всего три факультета. В 1945 г. был организован по инициативе А. А. Андропова и при его непосредственном участии новый факультет — радиофизический.

Лекции по теории относительности и квантовой механике

Он создал в Горьковском университете курс теории колебаний, читал курсы электродинамики, теории относительности и квантовой механики, организовал преподавание теоретической физики. Яркие, глубоко продуманные лекции А. А. Андропова неизменно вызвали интерес со стороны студенчества.

Г. С. Горелик [78. С. 18]

Из автобиографии А. А. Андропова 1951 г.: «Педагогическую работу в Высшей школе я начал вести с 1 апреля 1924 г. (т. е. еще до окончания университета) во II МГУ (теперь Московский государственный педагогический институт) в качестве ассистента, а затем в качестве доцента кафедры теоретической физики и механики». Эту педагогическую деятельность в Москве А. А. Андронов прекратил лишь с переездом в Горький.

К началу работы в Горьковском университете А. А. Андронов уже располагал семилетним опытом преподавательской работы. О лекциях А. А. Андропова, которые никогда не были опубликованы, к сожалению, можно сегодня судить лишь по воспоминаниям его учеников и сотрудников и по немногим сохранившимся запискам. Вот, например, небольшой фрагмент его вводной лекции по теории нелинейных колебаний, прочитанной 10 ноября 1950 г. (в записи Н. И. Ашбели).

«Современная машина — это сложный агрегат со многими степенями свободы. Поэтому теория колебаний имеет более широкое применение, чем это было раньше.

С теорией нелинейных колебаний в первую очередь связаны следующие разделы техники: радиолокация, реактивное движение, атомная энергия (ядерная техника)... Техническая революция, в преддверии которой мы стоим, строится на указанных трех отраслях...

Мы будем черпать конкретные задачи из следующих вопросов:

1) теория часов (мы рассмотрим часы с одной степенью свободы, на которые действует кратковременный импульс; бегло будут рассмотрены часы с двумя степенями свободы);

2) теория регулирования (первый и самый главный источник — кулоновское трение, в любом звене системы автоматического регулирования имеется кулоновское трение)...

Мы располагаем также рядом записей лекций по теории относительности и квантовой механике, принадлежащих А. Г. Любиной. Записи эти очень хороши, они близки к оригиналу — в них пробивается живой голос А. А. Андропова, увлекательно, убедительно и понятно говорящего о вещах достаточно сложных.

Вот фрагменты первой лекции А. А. Андропова по теории относительности, прочитанной 20 сентября 1940 г. (Здесь и далее цитируется по записям А. Г. Любиной).

Он начинает с описания опыта Майкельсона. Сначала — «предварительные рассуждения о текущей реке и круглой купальне». В критический момент рассуждения он обращается к слушателям: «Предлагаю наострить уши!» И вскоре, сформулировав парадоксальный вывод, говорит: «В этом нет ничего мистического — это дико элементарная тригонометрия». Затем переходит к «фантастическому опыту, который заостряет идею Майкельсона» — к мысленному эксперименту со «сферой Эренфеста».

«Что же дал опыт Майкельсона? Он показал, что в движущейся сфере все происходит точно так же, как и в покоящейся. Аналогичные опыты дали такой же результат. Сомневаться в этих результатах было нельзя. Надо было их истолковать.

Лоренц: „Может быть, эфирный ветер меняет всю сферу, приборы и часы так, чтобы подвижный наблюдатель не заметил своего движения?“ Лоренц до конца жизни верил в абсолютное время и пространство Ньютона, которое якобы существует независимо от конкретных вещей. Лоренц сохранил обычные представления о времени и пространстве, но вводил порчу вещей, измерительных приборов.

Вальтер Ритц: он хотел починить старую, корпускулярную теорию, сохранить из нее факт зависимости скорости света от скорости источника, приняв, однако, волны вместо корпускул. Так как точка зрения Лоренца казалась слишком искусственной, а проделки Эйнштейна со временем и пространством — слишком парадоксальными, точка зрения Ритца казалась очень приятной. Но астрономы сказали: этот номер не прой-

дет (двоинные звезды)! Оказалась бы ошибочной теория дисперсии и абсорбции (скорость света зависела бы от скорости электронов). Теория Ритца просуществовала только 2—3 года.

Тогда пришел Эйнштейн. Он поступил, как Бор в теории атома.

Он спросил: „Что можно считать твердо установленным?“

Законы механики одинаковы для всех инерциальных систем — это было известно еще Галилею. Эйнштейн сказал, что этот принцип относительности можно распространить на все явления. Это факт, который пужно принять, на котором нужно стоять.

Принцип относительности — первый постулат теории Эйнштейна.

Второй постулат — независимость скорости света от движения источника.

Этот постулат во времена Эйнштейна был обоснован только косвенно. Теперь это твердо установленный факт.

Если эти факты потребуют пересмотра наших представлений о времени и пространстве, то это придется сделать, это пужно сделать.

Так поступил и Бор: он принял наличие кулоновских сил, дискретность спектров. И ему пришлось отказаться от выводов классической электродинамики, согласно которым ускоренный электрон излучает».

Так заканчивается первая лекция. Через неделю, 27 сентября 1940 г., разговор, т. е. лекция, продолжается.

А. А. Андронов начинает с рассказа об акустическом опыте Эренфеста. Завершает этот рассказ словами: «Акустический опыт Эренфеста можно осуществить, но он не даст никаких неожиданных результатов.

Собака зарыта в теории относительности, прежде всего во времени. Мы скоро увидим, что следствие из постулатов Эйнштейна нельзя примирить со старым, ньютоновским временем.

Мы будем пока рассуждать на пальцах. За счет строгости постараемся выиграть в наглядности. Так поступал сначала и Эйнштейн. Дальше мы уточним все выводы, хотя надо сказать, что аксиоматика физики все еще очень плохо разработана.

Аксиоматику геометрии дал Гильберт. Оказалось, что установление минимального количества постулатов

и их анализ — это очень сложно. Поэтому мы очень далеки от идеалов Лейбница, который считал, что люди слишком много спорят, и мечтал о времени, когда спорящие запишут свои аргументы немногими общепонятными знаками. Эти аргументы после анализа сразу установят истину.

Рассмотрим знаменитое эйнштейновское полотно железной дороги. Когда нам понадобится, мы сделаем этот поезд ужасно длинным, а скорость v очень большой.

Пусть на крыше есть приспособление, которое дает мгновенную вспышку в тот момент, когда середина поезда проходит мимо столба.

С точки зрения системы отсчета, связанной с землей, свет будет распространяться из точки сферическими волнами со скоростью c . Наблюдатель, сидящий в поезде, увидит тоже сферические волны, центр которых находится на крыше поезда.

Получается дикая ерунда. Один наблюдатель видит световой фронт одной и той же волны в одном месте, а другой наблюдатель — в другом. Получается противоречие. Эйнштейн был тем человеком, который храбро решился принять эти противоречивые постулаты. Это привело к новым понятиям времени и пространства, которые, по существу, являются уточнением старых.

Рассмотрим следствия из постулатов — пока ощупью, не строго.

Рассмотрим фантастический опыт № 2...

Нет возможности продолжить здесь выписки из «записок» лекций Андронова, хотя и очень жаль — они необычайно интересны. Ниже приведены лишь еще несколько небольших отрывков из них.

Четырехмерный мир Минковского

«Геометрическая интерпретация Минковского не влечет за собой ничего физически нового. В некоторых книгах пишут, что Минковский смешал пространство и время, сделал равноправными все четыре координаты. Это абсолютно неверно, и не в этом заслуга Минковского. Основная идея Минковского такова: физика занимается только событиями, никогда никто не видел и не наблюдал места и времени раздельно. Если у события четыре координаты, то задача физики — в выяснении связи таких событий, в создании и изучении четырехмерной геометрии.

То, что физика занимается событиями, было известно до Минковского. Но только благодаря аппарату Минковского сделалось возможным создание общей теории относительности. Начиная с Минковского, ряд ученых — физиков и математиков — стали усиленно разрабатывать тензорный анализ. В специальной теории относительности геометрия Минковского дала не очень много. В последние годы жизни Минковский дал правильные электродинамические уравнения среды (инвариантные для преобразования Лоренца). Уравнения для пустоты с его помощью лишь приобрели элегантную форму.

Минковский поставил дело на настоящую математическую почву. Независимо от Минковского это же самое сделал Пуанкаре, но он остался в тени по ряду обстоятельств.

И аналитическую геометрию можно строить, как чисто аналитическую науку, где точки будут тройки чисел и т. д., а лишь потом придать ей геометрический и, если надо, физический смысл. Говоря о четырехмерном мире, мы сначала говорим об алгебраических и аналитических выражениях, могущих быть физически интерпретированными (и мы это делали), но геометрической интерпретации у нас пока не было. Зачем мы ее вводим?

Во-первых, чтобы на помощь физической интуиции призвать геометрическую. Во-вторых, чтобы использовать разработанный аппарат аналитической и дифференциальной геометрии».

*Из лекции А. А. Андропова № 11, 13 декабря 1940 г.
О теории де-Бройля*

«Теория Бройля и Шредингера не согласна с теорией относительности. Дираку для частного случая удалось подобрать релятивистски инвариантные уравнения электрона. Но теория относительности повлияла на создание квантовой механики. Бройль сказал: „Если бы не было теории относительности, то не было бы и моей теории“.

Бройль сделал обратное. Эйнштейн всю жизнь твердил: свет не только волны, но и частицы. Бройль это перевернул; он сказал, что материя — это не только частицы, а также и волны.

У Бройля не было строгой логической теории, многие говорили, что это фантазия. Но опыты с рассеяни-

ем электронов полностью подтвердили теорию Бройля. (Когда у Бройля на защите диссертации спросили: „Что у Вас колеблется?“ — он ответил: „Я не знаю, эфир это или еще что-нибудь, но я твердо уверен, что материя не только частица, но и волна«.)

Бройль делает смелое предположение: с каждой движущейся частицей связана бегущая волна, которая распространяется с фазовой скоростью $W=C^2/V$. Это не есть скорость частицы. $W>C$, так как $V<C$, но это не страшно, так как эта волна — бесконечная синусоидальная волна, которая не может служить сигналом. Скорости, большие скорости света, встречались в классической теории дисперсии, но всегда удавалось показать, что это не скорости сигналов (была дискуссия Эйнштейна с антирелятивистами)...

Групповая скорость странных волн Бройля совпадает со скоростью частицы, хотя фазовая их скорость связана с V соотношением $W=C^2/V$, из которого сразу не видно, что $V=U$. Этот изящный вывод Бройля многих поразил...

Эта формула [$\lambda=h/p$] совпадает с формулой Эйнштейна, но имеет другое содержание. Иногда говорят, что Бройль прочел формулу Эйнштейна наоборот.

Девисон и Джермер подтвердили эту формулу на опыте. Дальнейшее развитие теория получила у Шредингера, хотя он тоже не знал, что это за волны. Борн придал им статистический смысл. Дирак получил релятивистски инвариантное уравнение электрона...

$$E=\pm\sqrt{m_0^2C^4+C^2p^2} \text{ — Какой знак брать?}$$

Пусть частица имеет массу покоя m_0 . Энергия ее никогда не проходит через нуль; если $E>0$, то всегда. Раньше всегда выбирали $+$, хотя в теории относительности это ниоткуда не вытекало.

Энергия может принимать значения, лежащие либо в верхней, либо в нижней заштрихованных областях.

Пришлось учесть отрицательные уровни энергии. Теоретики стали думать: что бы это значило? Дирак пришел к своей знаменитой „теории дырок“. Все смеялись, не верили в эти дырки, говорили, что это дырка от бублика. Но потом оказалось, что „дырки Дирака“ предсказали существование позитрона, открытого на два года позднее.

Отрицательные уровни появились в квантовой механике в разных местах, их рассматривали как проме-

жуточные вычисления, но трудно было поверить, что несуществующие уровни приводят к правильным результатам».

Столь же интересны, увлекательны и живы лекции А. А. Андропова по квантовой механике. Мы приведем некоторые отрывки из курса лекций, прочитанных А. А. Андроновым в 1934 г. (записаны А. Г. Любиной).

«Ход идей Шредингера.

Шредингер на основании идей Бройля поставил задачу найти волновую механику и эту задачу решил...

$$\Delta\psi + (8\pi^2m/h^2)(E - V)\psi = 0$$

— уравнение Шредингера для колебаний неизвестно чего, для фазовых волн Бройля.

Шредингер откровенно пишет, что, получив это уравнение, он впал в панику, так как не понимал, что здесь должно играть роль краевых условий. Он был недостаточно сведущ в математике, чтобы понимать, что и без краевых условий можно получить дискретные решения для E . Оказалось, что для этого достаточно требовать конечности ψ или интегрируемости квадрата модуля ψ . Помог решить это уравнение Вейль... Шредингер сформулировал эти результаты в работе „Квантование как проблема собственных значений“.

Здесь уже нет искусственного введения целых чисел, как у Бора. Стационарные значения получаются в теории Шредингера совершенно естественно. Шредингер вовремя подкрепил квантовую механику всем аппаратом классической механики.

У Гейзенберга задачи решались с очень большим трудом. Проблему атома водорода не решил ни Гейзенберг, ни Борн, ни Иордан, а только с большим трудом решил Паули. При таких условиях подкрепление квантовой механики было очень кстати.

Так как теория собственных значений была хорошо разработана, теория Шредингера оказалась сразу в очень хорошем положении. Этого нельзя сказать о теории Гейзенберга. Последний исходил из принципа соответствия...

Гейзенберг указал, что при решении уравнений Гамильтона молчаливо принимали $pq - qp = 0$, но некоторые соображения заставляют полагать $pq - qp = Q/2\pi i$. Математики не испугались: что ж? значит, p и q — магрицы, так как в правой части такая гадость, и при этом

бесконечные матрицы. Гейзенберг связал члены этих матриц с коэффициентами Фурье. Теория Гейзенберга не связана с теорией Шредингера, который испугался формализма матриц. Шредингер был твердо уверен еще до вычислений, что теория Гейзенберга вытекает из его теории и находится с ней в полном согласии.

С ψ был форменный скандал — что колеблется — непонятно. Вопрос получил разрешение позднее, и то, может быть, не вполне».

В следующей лекции (12 декабря 1934 г.) Андронов продолжал рассказ о результатах Шредингера.

«Уравнение Шредингера не может быть логически выведено, как и всякая теория, содержащая существенно новое. Но может быть изложен предварительный ход идей.

Идею о необходимости угадать волновую механику высказал Бройль, и затем ясно — Шредингер. Шредингер нашел вовсе не то, что он искал. Он представлял себе электрон [в виде] „желе“ и искал уравнение для волн, а получил уравнение для какого-то ψ , где ψ^2 — вероятность.

Аналогичная история была с Максвеллом, который искал механическую картину электромагнитного поля, а нашел уравнения, которые не могли быть истолкованы механически.

Попытаемся влезть в шкуру Шредингера и попытаемся проследить ход его идей.

Сначала — воспоминания из классической механики...»

В лекции № 3 (9 января 1935 г.) А. А. Андронов дает комментарий к докладу Кольмана.

«Кольман прав в том отношении, что сейчас в мировом масштабе бьют отбой в отношении вероятностных высказываний и соотношения неопределенности Гейзенберга.

Внутри теории Шредингера—Гейзенберга—Дирака соотношения неопределенности необходимая, четкая, правильная вещь. Теория эта представляет замкнутую непротиворечивую, законченную систему мыслей, и принцип неопределенности изгнать из нее нельзя. Принцип неопределенности доказан внутри теории Шредингера как теорема в теории комплексных интегралов. Теория Шредингера — это теоретико-вероятностная теория, причинности в ней нет.

Но нельзя из теории, имеющей ограниченное значение, делать далеко идущие теоретико-познавательные выводы и возводить принцип неопределенности в абсолют.

Что теория Шредингера должна иметь ограниченную область применения, ясно уже из того, что электрон в ней рассматривается как точка, а такая идеализация должна за себя мстить (соображения Лауэ, раньше — Маркова и Гальперина), что в ней используется евклидова геометрия, которая вряд ли справедлива в микромире (соображение Шредингера) и т. д.

Таким образом, нельзя утверждать, что невозможно построение вместо системы Шредингера—Гейзенберга—Дирака другой, причинной, схемы, нельзя утверждать, что принцип неопределенности — это последнее слово науки и невозможны никакие высказывания, кроме теоретико-вероятностных».

Взгляд на научную школу

В университетах образовались крупные научные коллективы, научные «школы». Некоторые из них занимают ведущее место в мировой науке.

А. А. Андронов [12. С. 9]

Во второй половине 30-х годов М. И. Рокотовский, работавший в то время над книгой «Организация труда научных работников», обратился к А. А. Андронову с рядом вопросов, которые он намеревался осветить в своей работе. Благодаря этому обстоятельству мы знаем теперь о взглядах А. А. Андропова на научную школу. В письме к М. И. Рокотовскому он пишет следующее.

«Вы спрашиваете, как я мыслю себе научную школу. Мне кажется, здесь можно дать нечто вроде определения.

Научной школой я назову группу научных работников, возглавляемых одним крупным ученым или несколькими ведущими фигурами, объединенных областью научной работы и ее *методом*, дающих в науке *нечто новое, оригинальное*; характерное для всех работников данной школы. При этом, как правило, вся основная тематика научных работ работников данной группы дается руководителем группы. Для научной

школы характерна апробация трудов внутри школы, что обеспечивает высокий научный уровень работ.

Живой контакт с крупным ученым, участие в коллоквиумах и семинарах, когда открывается возможность систематически воспитывать научного работника, является фактором первостепенного значения. С другой стороны, наличие учеников, молодых ученых не позволяет руководителю отставать от жизни. Резерфорд говорил, что ученики заставляют его оставаться молодым.

В качестве примера можно назвать школу академика И. П. Павлова в области физиологии, имеющую мировой авторитет, столь же знаменитую школу Резерфорда в области экспериментальной атомной физики и ряд других советских и зарубежных научных школ. Лично я много получил от научной школы академика Л. И. Мандельштама.

Вы спрашиваете, как я мыслю себе *стиль работы ученого*.

Мне кажется, что стиль работы ученого не нуждается в определении, хотя известна попытка профессора В. Оствальда создать классификацию ученых по стилю их работы, разбивая их на классиков и романтиков. Я думаю, что к характеристике стиля работы ученых всегда надо подходить индивидуально.

В этом отношении, на мой взгляд, очень поучительны высказывания профессора П. С. Эренфеста о стиле работы двух знаменитых физиков: Альберта Эйнштейна и Нильса Бора.

Профессор П. С. Эренфест одно время работал в России и затем уехал в Голландию. Он лично знал и Эйнштейна, и Бора и в 1924 г. в беседе с группой студентов так охарактеризовал стиль их работы.

Прежде всего, сказал профессор П. С. Эренфест, нужно отметить, что и Эйнштейн и Бор очень талантливы и что оба они обладают резко выраженной индивидуальностью. Это их роднит и вместе с тем отличает от „обыкновенных“ людей.

Общим для них обоих является то, что они оба исключительно хорошо знают классическую физику, они, так сказать, „пропитаны“ классическим знанием. Они знают классику так, как не знает, не может знать „обыкновенный“ физик. Самое неправильное, что можно думать об Эйнштейне и Боре, это то, что они какие-то „декаденты“, что они хотят „эпатировать публику“,

что они готовы принять новое только потому, что это — новое. Наоборот, в известном смысле их можно скорее назвать консерваторами, с такой бережностью они относятся к классическим объяснениям, к каждому кирпичику здания классической физики.

Для них *новые вещи* являются необходимостью только потому, что они *хорошо знают старое* и отчетливо видят *невозможность* старого классического объяснения.

Не менее характерно для них обоих то, что при встрече с новым для них вопросом, выражаясь по-школьному (может быть, психологи на меня нападут), *через их головы в единицу времени проходит большее количество мысленных комбинаций*, возникает большее количество вопросов, на которые они дают себе ответ, чем через голову обыкновенного ученого.

Например, если по поводу той или иной научной работы, которую Эйнштейн или Бор прочли, им задать разумный вопрос, то почти всегда они дают *моментальный* ответ. И это потому, что этот вопрос, им заданный, ими *уже* проработан, он им *уже* приходил в голову и они на него *уже* дали себе ответ. У них *логический* ум: они не только быстро думают, но и глубоко и всесторонне и, что, может быть, самое важное, в высшей степени *последовательно*. Ненужное они отвергают, ценное выделяют и сразу видят, „что с ним можно сделать“.

Таково у них характерное и общее.

Вместе с тем есть и нечто индивидуальное, отличающее одного от другого.

Эйнштейн уверен в себе, в своих идеях. Он уверенно и смело рисует картину и, образно выражаясь, пишет картину даже там, где, казалось бы, еще есть неясности, недоработанности. Его кисть „стучит о раму“. Нет светотеней. Для него все ясно. И он пишет картину набело, иногда даже ошибаясь.

Иное — Бор. Бор — это „Рембрандт от физики“. Он всю силу и яркость своей научной мысли сосредоточивает на каком-либо определенном месте, так сказать, „ярком, доработанном пятне своей картины“. Остальное в картине — полумрак. Он осторожен, почти никогда не ошибается.

Таков — образно — стиль научной работы этих гениальных ученых — Альберта Эйнштейна и Нильса Бора — в изложении профессора П. С. Эренфеста. На

мой взгляд, это замечательный пример, как в немногих словах, не входя в детальный анализ самих работ, можно охарактеризовать стиль ученого».

Кажется, из всех слушавших в ту встречу П. С. Эренфеста один А. А. Андронов записал рассказ — анализ профессора, действительно, замечательно точный при всей своей образности. В лекциях А. А. Андронova и некоторых его статьях можно встретить отзвуки этих чрезвычайно ему понравившихся сравнений П. С. Эренфеста.

«Вы спрашиваете,— продолжает А. А. Андронов, обращаясь к М. И. Рокотовскому,— как мной осуществляется связь с учеными по вопросам моей специальности.

Моя специальность — теория нелинейных колебаний — довольно узкая, охватывающая сравнительно небольшой круг ученых-специалистов. Поэтому первый и основной вид моего общения с учеными по вопросам моей специальности является личное с ними общение.

Ученых, работающих в избранной мной области и в ближайших смежных областях, в СССР немного, всего 8—10 человек. С ними на протяжении многих лет мне удавалось видаться ежегодно, а иногда выяснять те или иные вопросы путем переписки. Это давало мне возможность быть в курсе всех работ, ведущихся в СССР, по теории нелинейных колебаний. О результатах большинства работ я знал уже за несколько месяцев до их опубликования.

Второй вид научного общения — общение с иностранными учеными. За границей ученых специалистов по теории нелинейных колебаний также немного. Общение с ними, не со всеми, а только с 10—12 учеными, осуществлялось мной только до 1936 г. путем обмена оттисками наших — моих и их — научных трудов и редко — письмами.

Третий вид научного общения — это конференции и съезды. Такая форма общения ученых всегда давала и дает очень много.

Наконец, могла бы быть названа еще четвертая форма общения — заграничные командировки».

Деятельность научных семинаров А. А. Андропова

Мне довелось быть участником многих научных семинаров, самому руководить несколькими семинарами, работавшими по многу лет, но никогда не удавалось присутствовать и тем более самому создать ту обстановку коллективного творческого горения, которая существовала на Андроновском семинаре.

М. А. Айзерман [57. С. 14]

В Горьковском университете А. А. Андронов создал сеть научных семинаров, которые стали для горьковских ученых — и для зрелых и для начинающих, от студентов до уже окончивших аспирантуру — настоящей школой научной исследовательской работы. А. А. Андронов руководил деятельностью ряда семинаров сам, некоторыми руководили его сотрудники (Г. С. Горелик, Е. А. Леонтович, А. Г. Майер и другие); создавали свои семинары и приглашаемые А. А. Андроновым на работу в Горьковский университет московские ученые, например В. Л. Гинзбург.

А. А. Андронов руководил семинарами по теории нелинейных колебаний, по качественной теории динамических систем, по теории электрических машин и другими. Об их деятельности можно судить уже по тому, что рассказывалось здесь о работе семинара по теории электрических машин. В ходе работы семинара его участники получили чрезвычайно ценные научные результаты, снискавшие мировую известность. Так, выполненное аспирантом А. А. Андропова А. В. Гапоновым исследование по теории электрических машин послужило исходным пунктом многих научных работ. (За эту работу А. В. Гапонову решением ВАК была присвоена ученая степень доктора физико-математических наук, хотя писалась она как кандидатская диссертация. Вот такой высокий уровень работ был характерен для большинства учеников А. А. Андропова.) Задуманная в годы работы семинара, но не опубликованная тогда книга двух других его участников, Ю. И. Неймарка и Н. А. Фуфаева, посвященная динамике неголономных систем, считается и сегодня лучшей в мире из всего написанного на эту тему.

Столь же продуктивной была работа других семинаров А. А. Андропова и его сотрудников в Горьковском университете. Достаточно сказать, что следствием работы одного из них было создание в Горьком одного из первых в стране вычислительных центров.

Особую роль сыграл в развитии отечественной науки семинар А. А. Андропова в Московском институте автоматики и телемеханики. Как уже говорилось, этот семинар стал не только базой для второй научной школы А. А. Андропова — в области нелинейной теории автоматического регулирования, не только оказал влияние на развитие линейной теории автоматического регулирования, но много содействовал возникновению и развитию крупнейшей не только в нашей стране, но и во всем мире школы теории управления, хотя сам А. А. Андронов теорией управления никогда не занимался. Тем не менее именно А. А. Андронов оказал существенное влияние на круг проблем этой школы и на принятые в ней теоретические подходы. Объясняется это прежде всего тем, что А. А. Андронов не просто знал историю классической теории регулирования и имел полную осведомленность о современном ему состоянии ее дел, обо всех существовавших в ней направлениях и новейших результатах. Он, как никто другой, умел почувствовать, угадать наиболее перспективные направления, выделить из многочисленных полученных результатов те, что были принципиальными. И именно на эти наиболее перспективные направления исследования и на принципиальные результаты умел направить внимание и интерес участников своего семинара. Именно вокруг центральных проблем разгорались на семинаре дискуссии, которыми умело руководил А. А. Андронов.

Но не менее важно было и другое — та общединамическая культура, которую А. А. Андронов привил участникам семинара. Это касалось прежде всего самой постановки задачи исследования динамики систем, столь привычной уже и естественной для горьковской школы А. А. Андропова и совершенно новой для большинства участников семинара в Институте автоматики и телемеханики. Уже одно только требование *полного решения задачи* — исследования всех возможных движений динамической системы при всевозможных начальных условиях и его принятие участниками семинара привело к получению гораздо более ярких результатов, к открытию новых свойств динамических систем и новых движений.

О необычайной атмосфере этого семинара, о романтической приподнятости, царившей в нем, творческом горении, коллективном поиске, «которые так реп-

ко возникают и, к сожалению, обычно недолго удерживаются в научных коллективах», рассказывает М. А. Айзерман [57]: «На заседаниях этого семинара как-то незаметно возникали новые идеи, ставились задачи, предлагались варианты решения, и, хотя публикации имели конкретных авторов, никто из нас почти никогда не мог припомнить, „кто сказал а, а кто — б“, и это обстоятельство никогда не становилось предметом споров, обид — всего того, с чем мне приходилось неоднократно сталкиваться в иных коллективах. Именно из недр этого семинара вышли многие ученые, прославившиеся своими работами и до сих пор составляющие гордость нашей науки в области теории управления. Прошло много лет, однако не только все участники, но и молодые люди — тогда студенты или начинающие аспиранты, которые приходили на этот семинар в качестве „молчаливой галерки“, — до сих пор с воодушевлением и благодарностью вспоминают эти годы» [З. С. 13].

«Андроновские лекции и семинары в Институте автоматизации и телемеханики, проходившие в 1944—1950 гг., были праздником для всех тех, кто занимался молодой, еще не окрепшей в ту пору, но бурно развивающейся наукой — теорией автоматического регулирования», — сказал другой участник Андроновского семинара Я. З. Цыпкин [31].

Среди участников семинара «были инженеры-электрики, инженеры-механики, физики, теплотехники, и это обстоятельство способствовало формированию научных интересов группы, которая концентрировалась вокруг А. А. Андропова, и содействовало пониманию общности задач и необходимости выработать общий язык теории управления. Математическая подготовка людей, которых собрал вокруг себя А. А. Андронов, позволяла им с легкостью говорить на одном и том же языке и понимать друг друга» [З. С. 13].

«Молодость и энтузиазм участников — почти все они были однолетки, только что пережившие тяжелые перипетии войны, необычность и новизна возникавших идей, зажигательный талант А. А. Андропова, умевшего даже в свои нечастые приезды на семинар зажечь людей энтузиазмом и идеями для многих следующих заседаний, высокая научная требовательность, доходившая порой до резкости, прямота и глубокая принципиальность — все это создавало на семинаре обстановку

романтической приподнятости, творческого горения, коллективного поиска» [57].

Семинар заседал еженедельно и регулярно собирал от 50 до 100 участников. В случае отсутствия А. А. Андропова заседанием семинара руководил М. А. Айзерман. Он рассказывал, что «почти всегда возникавшие в нем дискуссии были острые, резкие, но никто не обижался на прямоту и резкость критики, и я не могу вспомнить ни одного человека, кто бы „отпал“ от семинара, перестал посещать его только потому, что принятый на семинаре резкий тон научных полемик обидел бы его».

Это были удивительные годы, «которые наложили неизгладимый отпечаток на воспитание и творчество тех, кто по сей день работает в ИАТ» [57. С. 14].

Центральным предметом научного поиска и научных дискуссий Андроновского семинара стал спектральный подход к анализу линейных систем. Он ведет свое начало от работы А. В. Михайлова (1938 г.), в которой автор впервые обратил внимание на то, что, кроме языка дифференциальных уравнений, существует иной язык, столь же пригодный для описания линейных систем, — язык их спектральных характеристик. Работа не была понята в свое время, и только в послевоенные годы — по ряду причин, среди которых сыграло важную роль, по словам М. А. Айзермана, «проникновение в нашу среду людей андроновского класса и в связи с этим рост не только математической, но и общефизической „колебательной культуры“» — на ее основе сложился новый подход к анализу линейных систем.

«Участниками семинара на его заседаниях была расширена и углублена область применения частотных методов — была понята общность частотных критериев, расширена область их применения, а из Горького была „привезена“ в Москву культура использования в задачах устойчивости теории конформных отображений и связанная с этим идея D -разбиения. Частотные критерии устойчивости и понятия об областях устойчивости в плоскости одного комплексного или двух действительных параметров создали базу для постановки и анализа структурных задач теории таких систем» [57]. А это обстоятельство, в свою очередь, привело к возникновению еще одного нового подхода в теории регулирования, связанного с решением задачи о структур-

ной неустойчивости, т. е. о системах, которые не могут быть устойчивыми ни при каком выборе параметров.

Однако, «несмотря на триумфальное шествие в эти годы частотных методов, на Андроновском семинаре возник и эффективно развился иной подход — суждение о ходе процесса и синтеза систем по расположению полюсов и нулей передаточной функции. Это направление, названное позже „теорией корневых годографов“, широко развилось участниками семинара... Развитие на одном семинаре двух столь противоположных подходов ... привело к острой научной полемике» [3].

Еще одно направление исследований, развиваемое участниками семинара, — решение нелинейных задач теории автоматического регулирования, ибо «Андроновский семинар не был бы Андроновским, если бы он ограничился лишь линейными задачами» [57. С. 15].

«В Горьком вокруг А. А. Андропова сложилась своя, в значительной мере не зависящая от московской, группа сотрудников, свои семинары, свое направление. Это направление породило то, что получило потом название „метода точечных отображений в теории нелинейных колебаний“ и привело к решению ряда классических задач теории регулирования... Горьковские ученики А. А. Андропова принесли к нам методы решения кусочно-линейных задач и, что еще важнее, общую культуру нелинейного мышления, умение рассуждать в категориях фазового пространства, полностью оценивать трудности, связанные с построением решения, доведенного до выявления всех возможных структур фазового пространства и разделения пространства параметров бифуркационными границами на области, соответствующие разным структурам фазового пространства. Широкие контакты, которые практиковались между московскими и горьковскими семинарами, частый проезд в Москву с докладами не только А. А. Андропова, но и его ближайших учеников и сотрудников привели к идейному слиянию этих семинаров, и широкий поток работ по нелинейным задачам теории регулирования, возникший в те годы, стал неразличим по „географическим источникам“, стало безразличным, идет ли работа из московской или горьковской Андроновских школ» [57. С. 15].

Очень важным было — в связи с рассмотрением нелинейных задач теории регулирования — развитие второго метода А. М. Ляпунова и введение в рассмотрение римановых многолистных поверхностей для описания явления в релейных системах.

«Именно в недрах Андроновского семинара родилась принципиальная идея о возможности использовать функции Ляпунова, построенные для систем линейного приближения, не только для доказательства устойчивости исходной, нелинейной системы „в малом“ (в смысле устойчивости по Ляпунову), но для выяснения условий устойчивости нелинейной системы автоматического регулирования „в большом“, или „в целом“, при всех возможных начальных условиях. Эти работы, непосредственно перекликавшиеся с первыми публикациями А. И. Лурье по абсолютной устойчивости, заложили фундамент для двух тесно сплетенных направлений, родивших большую литературу, — направление исследований в области абсолютной устойчивости и направления работ, связанных с задачей об устойчивости „в целом“ системы, имеющей нелинейную характеристику, не выходящую за пределы гурвицева угла» [57. С. 16].

Наряду со строгими нелинейными методами, введенными и развитыми А. А. Андроновым, на его семинаре возник интерес к приближенным методам. Здесь обсуждались работы по методу гармонического баланса, обсуждались многие аспекты приближенных методов, основанных на разных способах введения малого параметра. Здесь возникла идея о физическом обосновании возможности приближения — «гипотеза фильтра». Здесь впервые обсуждались работы, связанные с оценкой точности приближенных методов, с возможностью учета в рассматриваемых рядах высших гармоник. В результате появилось четкое понимание различия в обоснованности применения приближенных методов для нахождения периодических решений, с одной стороны, и для оценки их устойчивости — с другой.

«Если в области линейного анализа заслуга семинара состояла в широком распространении методов спектрального анализа, то в области нелинейных задач Андроновский семинар стал своеобразным первооткрывателем для ученых, занимавшихся зарождающейся нелинейной теорией регулирования, и заложил тот фундамент, на котором до сих пор прочно базируется

здание теории автоматического регулирования в ее нелинейных разделах» [57. С. 16].

«Сложилось так, что основные интересы семинара концентрировались около задач, которые ставились как детерминированные. Интерес к стохастическим проблемам возникал на семинаре лишь в связи со все более часто появляющейся литературой, связанной со стохастической постановкой задач управления. Однако не только обзорные доклады, но ряд оригинальных работ, связанных со стохастическим рассмотрением, попадал в круг интересов семинара. В частности, именно на семинаре впервые детально обсуждалась возможность использования знания спектральных свойств линейной системы для определения особенностей прохождения через нее случайных сигналов. Большой интерес вызывали появляющиеся в эти годы первые работы по теории фильтрации. Однако в целом в области детерминированных, а не стохастических проблем автоматического регулирования лежали основные интересы семинара» [57].

Тяжелая болезнь все чаще препятствовала приездам А. А. Андропова в Институт автоматики и телемеханики. Все реже он появлялся на заседаниях семинара. «Андроновский семинар распался еще при жизни А. А. Андропова. Прошло несколько лет, семинар был восстановлен, и в какой-то форме он существует до сих пор, однако уже не удавалось восстановить ту удивительную атмосферу, которая царила на этом семинаре и о которой до сих пор с удовольствием вспоминают все, кто был хоть немного причастен к его работе» [57. С. 17].

В Горьком семинар, связанный с нелинейными задачами теории автоматического регулирования, был организован в 1943 г. Его полное название — «Теория точечных преобразований поверхностей и ее приложение к динамике и к теории автоматического регулирования». Руководителями семинара были А. А. Андронов и А. Г. Майер. В бумагах А. А. Андропова сохранился план работы семинара на 1943/44 г., по которому можно судить о вопросах, стоявших в центре внимания семинара.

На первом заседании семинара А. А. Андронов сделал доклад о задачах семинара и о некоторых результатах применения теории точечных преобразований поверхностей к вопросам регулирования, которые к это-

му времени уже были получены. Это заседание семинара состоялось 15 декабря 1943 г. в 19 часов в аудитории № 3 физмата ГГУ. Далее темы заседаний были таковы.

Заседание № 2: Точечные преобразования поверхностей (предмет исследования). Существование инвариантных точек (Брауэр).

Заседание № 3: Классификация инвариантных точек преобразования (Пуанкаре, Латтес, Биркгофф).

Заседание № 4: Классификация неинвариантных точек преобразования (Пуанкаре, Биркгофф и Смис).

Заседание № 5: Регулярные компоненты преобразования и их границы (Биркгофф и Смис).

Заседание № 6: Точечные преобразования, обладающие интегральным инвариантом (Биркгофф).

Заседание № 7: Последняя теорема Пуанкаре (Пуанкаре, Биркгофф).

Заседание № 8: Консервативные проблемы динамики. Проблема Кеплера (Биркгофф, Каплан).

Заседание № 9: Задача о бильярдном шаре (Биркгофф).

Заседание № 10: Ограниченная проблема трех тел (Мультон, Пуанкаре).

Заседание № 11: Ограниченная проблема трех тел и последняя теорема Пуанкаре (Пуанкаре, Биркгофф).

Заседание № 12: Задачи Вышнеградского и Мизеса в теории автоматического регулирования.

Заседание № 13: Задача о самолете с автопилотом.

Заседание № 14: Задача о выпущенных колебаниях при наличии твердого трения.

Глава 5

Личность ученого

Я не знал и не знаю ни одного человека, который бы отличался от моего идеала хорошего человека меньше, чем А. А. Андронов.

Г. С. Горелик [78. С. 18]

Самое трудное — это обрисовать облик Александра Александровича Андропова, исследователя и человека. Казалось бы, что может быть проще — ведь речь идет о замечательном ученом, открывшем новую страницу в истории отечественной и мировой науки, о человеке, ставшем для своих современников эталоном высокой нравственности и беспределельного бескорыстия, истинной гражданственности и мужества.

И однако даже его ближайшие друзья, сотрудники и ученики подчас испытывают затруднения при попытке дать его словесный портрет: «Нет, это не совсем точно сказано, это не совсем те слова», — перебивают они собственный рассказ об учителе.

Может быть, это объясняется тем, что в жизни почти каждого из них А. А. Андронов сыграл исключительно важную, часто решающую роль и любые слова кажутся им бедными и недостаточными, чтобы воздать ему должное. А может быть, все дело в так хорошо памятной им скромности А. А. Андропова, которая не допускала громких слов, всегда коробивших его.

Бывает так, что достижения ученого значительнее его личности, иногда же личность ученого может оказаться ярче, значительнее его трудов. Когда речь идет об А. А. Андронове, трудно, даже невозможно отдать предпочтение тому или другому. И все же А. А. Андронов-человек не до конца дал возможность реализовать себя А. А. Андронову-исследователю. Очень многим из его замыслов не суждено было воплотиться в его творчестве (и было отчасти осуществлено его учениками), потому что силы были отданы другому —

организаторской работе, воспитанию молодых ученых и т. п. Он слишком мало думал о себе, потому что много думал о других — о своих учениках, о Горьковском университете, о людях, нуждающихся в его совете, его помощи, защите.

Именно поэтому, оценивая вклад А. А. Андропова в науку, нужно учитывать и то, что сделала его школа, его ученики в Горьком, Москве и Ленинграде за последующие десятилетия после его ухода из жизни, развивая и воплощая в жизнь его идеи и оставшиеся нереализованными замыслы.

Почти все прижизненные работы А. А. Андропова выполнены в соавторстве с его учениками и сотрудниками, потому что, как сказал однажды М. А. Айзерман, ему органически чужда была работа в одиночку. Но автором самых главных, «руководящих», как он говорил, идей был А. А. Андронов. В работах, опубликованных после его смерти, на которых в числе соавторов есть и его имя, основные идеи также принадлежат ему. В первые годы после его смерти вышло в свет более трехсот работ его учеников, и все они — реализация его идей. И в недавних работах его учеников, ставших зрелыми, самостоятельными учеными, отчетливо присутствуют его идеи, не переставшие быть актуальными.

Свои замыслы он мог бы блистательно реализовать, не уйдя он из жизни так обидно рано.

Уже предшествующее изложение, как надеется автор, должно было дать представление о личности А. А. Андропова, о его психологическом облике, по крайней мере о некоторых наиболее ярких свойствах, определивших успех его научной деятельности. И о некоторых неотразимо привлекательных человеческих качествах, которые — и это не парадокс — подчас отвлекали его от научной работы, заставляли отдавать силы и время деятельности, благодаря которой его сотрудники и ученики получали возможность плодотворно заниматься научным поиском, — бесконечному «пробиванию» необходимой литературы, оборудования и помещений, ставок и квартир, депутатской работе, всевозможным организационным хлопотам, защите интересов своих сотрудников и даже вовсе незнакомых людей.

Прежде всего речь пойдет о тех свойствах, которые благотворно сказались на его научной деятельно-

сти,— свойствах, в большей или меньшей мере присущих всем выдающимся ученым.

Первое из них — назовем его обостренной чувствительностью к проблемной ситуации в науке, способностью услышать «звон будущего», угадать среди многочисленных научных направлений, проблем и задач те, которые завтра станут насущно важными, превратятся в передний край науки.

У А. А. Андропова эта черта проявлялась на протяжении всей жизни, начиная с выбора основного направления его исследований — «скромной», как тогда думали, области знания, значение которой сегодня невозможно переоценить. Его поворот, вполне неожиданный, к работам А. Пуанкаре и А. М. Ляпунова привел, если так можно выразиться, к «главной магистрали», по которой движется со времен открытия А. А. Андропова развитие всего учения о нелинейных колебаниях. Все задачи, интересовавшие А. А. Андропова и рассмотренные им, непременно становились отправным пунктом многочисленных исследований — отнюдь не только в рамках его научной школы, но и далеко за ее пределами. Это касается и статистического рассмотрения динамических систем, и метода малого параметра Пуанкаре, и динамики неголономных систем, и общей теории динамических систем, и вопросов, связанных с исследованием гомоклинических структур, и, конечно, его идеи грубых динамических систем и теории бифуркаций. Эта же черта позволила А. А. Андропову так блистательно руководить семинаром в Институте автоматики и телемеханики, где его собственное научное направление было лишь одним из многих, развиваемых участниками семинара, и где, следовательно, необходимо было остро чувствовать проблемы и перспективы развития всей области автоматического регулирования и управления.

Верность себе и целеустремленность — об этих чертах А. А. Андропова также надо сказать в первую очередь. Они проявились уже в процессе поиска А. А. Андроновым своего места в науке. Это совсем непросто — А. А. Андронов складывался как ученый в период массового увлечения квантовой механикой и атомной физикой, испытывая к ним живейший интерес и намереваясь, по свидетельству Г. С. Горелика, именно им посвятить свою деятельность, но все же «услышал», понял самого себя и всецело, целеустрем-

ленно занялся неллинейными проблемами теории колебаний. При этом верность себе и целеустремленность у А. А. Андропова особого свойства: они означают непрерывный поиск и продвижение вперед, но не приверженность — во что бы то ни стало — раз навсегда выбранным приемам исследования и некоторому кругу задач. Поиск путей совершенствования математического аппарата, поиск конкретных задач, актуальных и жизненно важных, где применение этого аппарата оказалось бы плодотворным. Первое привело, в частности, к бурному развитию метода точечных отображений, второе — к исследованию динамических систем любой природы, в частности нелинейных систем автоматического регулирования.

Вот еще одна черта А. А. Андропова, которую так удачно определили как «способность зажигаться тем внутренним огнем, без которого нет ни настоящего ученого, ни настоящего художника»⁸⁸, — энтузиазм, которым А. А. Андронов заражал своих учеников и сотрудников. Многочисленные примеры, приведенные выше, выдержки из писем и воспоминаний его современников свидетельствуют о том, как часто окружающие бывали увлечены и захвачены кругом проблем, волновавших самого А. А. Андропова. Для очень и очень многих этот круг проблем определил на всю жизнь направление научной деятельности. И речь идет не только о его непосредственных учениках, а и о самостоятельных крупных ученых, которые, подобно Л. С. Понтрягину, начинали исследовать те же вопросы, которые интересовали А. А. Андропова. Энтузиазм Андропова заставлял верить в конечный успех исследования и добиваться его невзирая на многочисленные трудности. Его увлеченность передавалась всем, кто с ним соприкасался, и это обстоятельство приводило к тому, что вокруг него естественно складывалась научная школа.

В деятельности А. А. Андропова как руководителя научной школы проявились многие из тех свойств, которые он отмечал, характеризуя Л. И. Мандельштама. Среди них — коллективный характер научного творчества и отсутствие резкой грани между преподаванием и научной работой. Слова А. А. Андропова

⁸⁸ Из письма А. М. Вознесенской по случаю избрания А. А. Андропова действительным членом АН СССР.

о Л. И. Мандельштаме: «Он непрерывно делился с сотрудниками и учениками своими соображениями и планами будущих работ, ставя перед ними вопросы, из которых вырастали научные исследования», — непосредственно характеризуют и самого А. А. Андропова. Характер работы семинаров А. А. Андропова безусловно подтверждает сказанное.

А. А. Андронов говорил, что Л. И. Мандельштам «искренно радовался, если ученик проявлял работоспособность и особенно творческую инициативу в научной работе. Он был готов незаметным и деликатным образом отказаться от авторства в пользу своего ученика или сотрудника и умел придать его работе известный блеск и остроту, переакцентировав две-три формулировки и указав на новые следствия. Одновременно он никогда не забывал отмечать, если его ученик делал что-нибудь существенное самостоятельно».

Но эти слова — про А. А. Андропова в той же мере, что и про Л. И. Мандельштама. В отношении к своим ученикам и сотрудникам, участникам своих семинаров, ко всем, кто обращался к нему за научными консультациями, он проявлял ту деятельную доброжелательность, о которой говорил Г. С. Горелик. Именно поэтому вокруг А. А. Андропова — и в Горьковском университете, и Московском институте автоматики и телемеханики — всегда существовала атмосфера подлинной научной школы.

Чрезвычайно характерная для А. А. Андропова черта — щепетильность в отношении ссылок на результаты предшественников и современных ему авторов, работающих над общими с ним проблемами. Он никогда не забывал оценить их вклад в разработку проблемы и этого же требовал от своих сотрудников и учеников. Он бывал разгневан, если замечал подобное упущение в работах учеников, тем более что благодаря ему ученики обычно располагали всей необходимой литературой по изучаемому вопросу. Сослаться на незнание того или иного результата было практически невозможно. Ученики были приучены к чтению оригинальных работ, к необходимости уметь оценить их место в развитии науки.

Предельная скрупулезность и честность в научной работе, особенное отношение к слову — к публикациям своих работ и работ учеников — отличали деятельность А. А. Андропова. Сохранившиеся черновики его статей

красноречиво свидетельствуют о том, как тщательно работал он над их текстом, как беспощадно правил, вновь и вновь возвращаясь к определенной фразе, добиваясь максимальной точности и четкости.

С теми же мерками подходил он и к текстам своих учеников, неоднократно предлагая полностью переписать тексты, чтобы в итоге выбрать наилучший вариант (не обязательно последний — случалось, что он возвращался ко второму и даже к первому).

За такую требовательность к качеству своих текстов иногда приходилось расплачиваться, буквально, собственными деньгами, как было в процессе работы над книгой «Теория автоматического регулирования (Максвелл, Вышнеградский, Стодола)».⁸⁹ А. А. Андронов продолжал редактировать текст и тогда, когда он был уже набран в типографии, и по существовавшим правилам это стоило Александру Александровичу части его гонорара (половину гонорара — аванс — он успел отплатить вдове И. Н. Вознесенского).

Целеустремленность, честность, бескорыстие в науке — таковы свойства личности А. А. Андропова — ученого. Но человек един. И этими же свойствами была отмечена деятельность А. А. Андропова — организатора и руководителя научной школы, общественного деятеля и гражданина.

Из автобиографии А. А. Андропова

«9 февраля 1947 г. я был избран депутатом Верховного Совета РСФСР от Свердловского избирательного округа г. Горького. 12 февраля 1950 г. я был избран депутатом Верховного Совета СССР от Арзамаского избирательного округа Горьковской области».

А. А. Андронов уделял много времени своим депутатским обязанностям, не оставляя без внимания ни одно письмо, ни одно обращение.

⁸⁹ «Невозможно не восхищаться приложениями к работам этих классиков теории регулирования, написанными А. А. Андроновым и И. Н. Вознесенским, которые занимают чуть меньше половины объема книги. В этих приложениях дан подробный анализ работ Максвелла, Вышнеградского и Стодолы и выяснены их роль и влияние на последующее развитие теории регулирования.... Приложения содержат также лаконичные, но образные биографические очерки и полную библиографию работ Максвелла, Вышнеградского, Стодолы. Наиболее интересной частью приложений, на мой взгляд, являются именно комментарии к работам классиков», — пишет Я. З. Цыпкин в статье [112].

Как исполнял А. А. Андронов свои депутатские обязанности? Как человек предельно честный, бескомпромиссный, принципиальный и добрый. Как человек, сохранивший в неприкосновенности идеалы своей молодости, совпавшей с годами революции и гражданской войны.

Человек поразительной скромности, А. А. Андронов никогда в жизни не говорил о своих титулах или заслугах. Но бывали ситуации, когда он твердо произносил: «Я депутат Верховного Совета». Или подписывал так свое письмо в какую-либо высокую инстанцию. Это значило, что А. А. Андронов столкнулся с вопиющей несправедливостью, которую он пытался устранить силой данной ему власти.

Усилиями А. А. Андропова в Горьковской области был электрифицирован большой район, где свыше тридцати лет Советской власти крестьяне жили при свете керосиновых ламп.

В день пятидесятилетия А. А. Андропова Г. С. Горелик рассказывал студентам радиофизического факультета Горьковского университета, созданного по инициативе А. А. Андропова, об их замечательном учителе.

«Непрерывная, почти двадцатилетняя и часто трудная, неблагодарная организационная работа по созданию условий для плодотворной научно-исследовательской и научно-педагогической деятельности в нашем университете. Создание библиотеки (он очень любит книги и обладает исключительной библиографической памятью), добывание оборудования, составление учебных планов и программ, отстаивание штатов и бюджетов, приглашение квалифицированных специалистов, добывание для них квартир, борьба с разного рода халтурщиками и пакостниками, мешавшими развитию нашего университета, даже бытовое устройство многих людей, нужных университету, — все это тяжелой пошей легло на Александра Александровича. Он в течение многих лет бодро тащил на себе это бремя. Любовь к науке, сознание того, что для процветания Родины нужны университеты — вот что позволило А. А. Андронову развивать такую большую пробойную силу, сыгравшую, в частности значительную роль в создании в 1945 г. нашего радиофизического факультета».

Очень многим людям сумел помочь А. А. Андронов, создавая для них оптимальные условия научной рабо-

ты, устраивая их быт, добиваясь для семьи скончавшегося ученого пенсии и т. д. Многочисленные письма, сохранившиеся среди бумаг А. А. Андропова, — об этом, о его доброте, отзывчивости. Вот одно из них.

Н. В. Бугенин — А. А. Андропову

Ленинград (без даты)

«Вы так много сделали для меня, что ни я, ни моя семья никогда Вас не забудем... Для меня стало внутренней необходимостью в тяжелые для меня минуты жизни писать Вам...»

Но совершенно невозможно было помочь А. А. Андропову, если это не касалось каких-либо научно-организационных дел, связанных с университетом, или устройства дел его учеников и сотрудников. Он категорически не допускал никакой помощи для себя лично, независимо от того, шла ли речь о его здоровье или об улучшении условий его жизни. И его друзья и соратники, которых приводило в истинное отчаяние его полное, абсолютное равнодушие к вопросам собственного быта, к отсутствию денег, его пренебрежение собственным здоровьем, почти ничего не могли изменить в его жизни.

Вот отрывки некоторых писем (их много), из которых читатель все поймет и увидит сам.

М. А. Айзерман — А. Г. Майеру

Москва, 8 марта 1946 г.

«Глубокоуважаемый Артемий Григорьевич! Вас удивит, вероятно, это письмо, но мне хочется на сей раз посоветоваться с Вами по вопросам, лишь косвенно связанным с нашей научной работой. Вы видели, вероятно, как изумили меня в Горьком условия жизни Александра Александровича. Я уехал в Москву потрясенный виденным, рассказал об этом многим в Академии наук. Все они глубоко уважают Александра Александровича и были удивлены моим рассказом не меньше, чем я сам удивлялся в Горьком. Все, с кем довелось мне говорить, предлагают свои услуги в части организации переезда Александра Александровича в Москву. Это считают тем более своевременным, что кандидатура Александра Александровича выставляется на ближайших выборах академиков, и есть полная уверенность в том, что он будет выбран. Мне кажет-

ся, однако, что основным препятствием для подобных планов будет сам Александр Александрович.

Он сроднился с Горьким, с Горьковским университетом, с ГИФТИ и с большой группой горьковских друзей и учеников. Как же быть? Я попытался написать обо всем секретарю Горьковского обкома. Копию этого письма посылаю Вам. Мне кажется, что руководители Горьковской области поймут ситуацию. Если же и такое обращение мое (на которое решился с болью в сердце, так как должен все делать, минуя Александра Александровича) не принесет пользы, вероятно, останется одно — уговорить Александра Александровича согласиться на переезд в Москву.

Я советуюсь с Вами, как с одним из самых близких его друзей: что Вы думаете об этом? Не считаете ли Вы, что надо или добиться, наконец, для Александра Александровича таких бытовых условий, каких он заслужил, или же уговорить его на переезд? Мне кажется, что в этом вопросе интересы науки в целом и создание условий для успехов научного творчества такого выдающегося ученого, каким является Александр Александрович, должны будут оказаться решающими.

Очень прошу, Артемий Григорьевич, напишите мне свое мнение. Ваши советы, как всегда, дороги мне. Я только очень прошу Вас не говорить чего-либо Александру Александровичу. Вы хорошо знаете его скромность и понимаете, что он вряд ли простил бы мне мои действия, хотя цели их — самые благородные».

*М. А. Айзерман —
секретарю Горьковского обкома ВКП(б).*

Москва, 8 марта 1946 г.

«В феврале 1946 г. я был в командировке от Академии наук СССР в Горьковском университете у профессора Александра Александровича Андропова. Мне пришлось бывать у него дома. То, что я увидел, глубоко взволновало меня, и так как я уверен, что все виденное — следствие неосведомленности руководителей Горьковской области, то считаю своим долгом написать Вам.

А. А. Андронов — один из крупнейших физиков Советского Союза и один из виднейших специалистов мира в области теории колебаний. Имя его широко известно научным работникам не только Советского

Союза, но и далеко за его пределами. Начав свою научную карьеру под руководством академиков Мандельштама и Папалекси, он сам стал главой своеобразной школы талантливых физиков и техников, группирующихся вокруг него, главным образом в Горьком. Школу эту по праву называют „горьковской“...

Не будет преувеличением сказать, что в научном мире Горького имя Александра Александровича является наиболее видным, во многом определяющим научный колорит Горького как университетского центра.

Были все основания думать, что в личной жизни, в отношении бытового устройства об Александре Александровиче заботится город.

То, что я увидел и что могли бы увидеть Вы, зайдя к Александру Александровичу домой (Университетская ул., 5, кв. 55), поразило меня. Запущенная, давно не ремонтировавшаяся квартира. Почти полное отсутствие мебели (в квартире нет шкафа, комода, дивана, кресла, даже приличной кровати). Постоянная нужда в одежде, в том числе — в самом необходимом, в самом элементарном...

Как могло произойти все это?

Александр Александрович — человек редкой скромности. Ему и в голову не приходит попросить что-либо для себя. Если бы он узнал об этом письме, то, вероятно, долго со мной не разговаривал бы. Он вряд ли когда-либо имел многое. Но за время войны, для поддержания себя и семьи, он продал все, что имел. Для того, чтобы приобрести все необходимое, он мог бы размениваться на мелочи, на случайные консультации, мало интересные, но доходные совместительство-вания, отдаться заработкам. Но А. А. Андронов не может, конечно, пойти на это. Он предпочитает тяжелые условия в быту, но покупает этой ценой возможность целеустремленной научной работы...»

Письмо к секретарю обкома партии отослано не было. Условия жизни А. А. Андропова не изменились. Почему? Убоялись ли друзья андроновского гнева? Или посчитали бесполезным прибегать к помощи властей?

Последний год жизни А. А. Андропова — год все усиливавшейся болезни, попыток работать вопреки ухудшавшемуся с каждым днем состоянию здоровья, год многих и тщетных попыток друзей помочь ему, спасти, сохранить жизнь этого замечательного человека и ученого.

А. А. Андронов очень хорошо знал, что обречен: прекрасно зная медицину, прочел в медицинских книгах все о своей болезни. Может быть, поэтому он не соглашался на госпитализацию, санатории и т. п., что так настойчиво рекомендовали ему врачи и друзья. Болезнь была тяжелой, с мучительными приступами. Поэтому такое щемящее, пронзительное чувство вызывает одна из заметок в его записной книжке, сделанная незадолго до смерти. Он описал расположение звезд в видимой ему из окна части неба! И здесь же — сделанный от руки пезамысловатый рисунок: улица, дома и звезды над ними: Марс, Венера, Антарекс.

Об этом последнем годе жизни красноречиво повествуют сохранившиеся письма. Выдержками из них мы заканчивает рассказ об Александре Александровиче Андронове.

А. А. Андронов — М. А. Айзерману

Горький, 2 декабря 1951 г.

«Дорогой Марк Аронович! Я очень занят и переутомился. Надеюсь через неделю отдохнуть несколько дней. Кое-что по книге сделал, но еще далеко не все. *Напишите, как у Вас с книгой дела, это меня беспокоит.* Б. Н. Петров обещал мне прислать проект резолюции по дискуссии Гальперин — Айзерман, но пока что я ничего не получил. *Это меня тоже беспокоит*, хотя и не жду ничего очень плохого. Б. Н. Петрову написал письмо с Ю. И. Неймарком по этому поводу. Черкните мне несколько строк с Юрием Исааковичем».

М. А. Айзерман — Н. А. Агитовой

Москва, декабрь 1951 г.

«Надо ли говорить, как испугало меня Ваше письмо. Хотел ехать в Горький, но не решился — боялся вызвать раздражение Александра Александровича. Узнал, что достать путевку в кремлевскую больницу или — это лучше — в ее загородный филиал в Барвихе можно, может быть, даже для него вместе с Евгенией Александровной. У меня, зная Александра Александровича, нет уверенности, что это самое лучшее решение — если в Горьком врачи хорошие и наблюдение внимательное, то надо выбрать то, что меньше раздражает и волнует Александра Александровича. ... Я готов приехать в Горький немедленно, как только могу

быть хоть чем-то полезен: может быть, надо уговорить А. А. или помочь ему приехать, если он на это решится.

Жду телеграммы. Очень прошу Вас информировать меня о здоровье А. А. и о том, что я могу для него сделать».

А. А. Андронов — М. А. Айзерману

Горький, 26 декабря 1951 г.

«Дорогой Марк Аронович! Со мной имеется некоторый заворот. Я переутомился, и несколько дней назад у меня поднялось давление до 215/130. Так как одновременно рентгенограмма сердца дала резкое расширение аорты и сосудов сердца по отношению к тому состоянию, которое было два года назад, то врачи потребовали, чтобы я немедленно бросил всякие занятия до 20/1—52 года. Что будет дальше, я пока не знаю, но сейчас мне лучше, и я хочу думать, что с 20 января смогу немножко работать. Однако, конечно, пока твердо я ничего сказать не могу. Сейчас я лежу дома и иногда гуляю (это письмо я диктую Н. А.)⁹⁰. Скажите коротко о моем положении Борису Николаевичу и Вадиму Алексеевичу и сообщите им, что я тому и другому немедленно напишу, как только врачи мне позволят работать. Б. Н. и В. А. мне написали об отзыве на работу Рябова и о моем мнении по поводу составленной (по-видимому, Б. Н.) резолюции по дискуссии Гальперин — Айзерман.

Что касается развернутого отзыва на работу Рябова, то я его смогу выслать только после того, как пачку работать. Что же касается резолюции по дискуссии, то ее я не читал подробно, но по первому впечатлению она удовлетворительна, если не считать наличия в ней лишнего фраз.

Напишите, где Вы теперь живете и как у Вас идут дела.

Привет М. В. Мсерову и Я. З. Цыпкину.

А. Андронов».

⁹⁰ Нина Алексеевна Агитова, секретарь А. А. Андропова.

М. А. Айзерман — А. А. Андронову

Москва, конец декабря 1951 г.

«Дорогой Александр Александрович! Ваше письмо очень огорчило меня. Хочется верить, что Ваше самочувствие улучшилось и что у Вас хватило сил полностью отложить все дела, выбросить из головы и целиком отдаться отдыху и лечению. Сначала я хотел немедленно выехать в Горький, чтобы уговорить Вас переехать в Москву в больницу или санаторий. Потом решил, что такой мой приезд только вызовет Ваше раздражение и не принесет пользы... Если согласитесь со мной — телеграфируйте, немедленно приму энергичные меры и все улажу. Если могу быть Вам чем-либо полезен в Горьком — телеграфируйте, немедленно приеду...

Год закончили лучше, чем ожидал. Работа по Баку премирована второй премией на институтском конкурсе, подводящем итоги работ за два года. По всем темам, включая и учебник, план полностью выполнен. Обстановка в институте хорошая, спокойная. Вопрос о переводе моей лаборатории в отдел Шумиловского решен, и я доволен... Как видите, все у нас хорошо, и Вы можете полностью выбросить из головы наши дела. Ближайшее время они не дадут Вам повода для беспокойства».

М. А. Айзерман — А. А. Андронову

Москва, 14 января 1952 г.

«Дорогой Александр Александрович! Я давно не получал от Вас писем и не знаю, каково сейчас Ваше здоровье. Позвонил Горелику и от него узнал, что Вам несколько лучше и Вы начали ходить и даже слегка работать. Не зря ли? Не зря ли Вы отказались от поездки в санаторий под Москву?... Подумайте, дорогой Александр Александрович, может быть, все же Вы измените свое решение и решитесь на отдых — уверен, что это необходимо.

Простите мою навязчивость и настойчивость, но Вы сами понимаете, как мы все беспокоимся за Вас, как переживаем Ваше пренебрежительное отношение к собственному здоровью и как рады хоть как-то повлиять на Вас в этом отношении и хоть чем-либо помочь Вам.

Новостей у нас нет. Все идет гладко и спокойно. Работы много, но идет она успешно».

А. А. Андронов — М. А. Айзерману

Горький, 1952 г.
(По-видимому, летом)

«Дорогой Марк Аронович! Я Вам не успел написать в Баку. Дело в том, что у меня случился некоторый заворот со здоровьем. У меня было — по-видимому, в связи с гипертонией — два спазма сосудов. Первый легкий — продолжался 1—2 часа, второй — тяжелый (через 16 часов после первого) — продолжался около 12 часов, и врачам с трудом (был консилиум врачей) удалось ликвидировать головокружение и рвоту. После этого я неделю лежал, неделю сидел, и лишь недавно мне разрешили ходить. Врачи боялись стойких последствий — но как будто этого нет.

Через неделю я (с разрешения врачей) думаю, уехать на пароходе в [неразборчиво]».

Письмо, по-видимому, осталось недописанным. 31 октября 1952 г. А. А. Андронova не стало.

Основные даты жизни А. А. Андропова

- 1901, 11 апреля – А. А. Андронов родился в Москве.
- 1918 – окончил в Москве трудовую школу второй ступени. Поступил на завод браковщиком.
- 1919 – вступил в ряды Красной Армии, работал в военно-продовольственном отряде Латвийской Советской Республики затем монтером на электростанции, в политотделе Троицкого укрепленного района (Урал) лектором.
- 1920 – возвратился в Москву, поступил в Высшее техническое училище на электротехнический факультет.
- 1921 – одновременно с занятиями в МВТУ начал слушать лекции в Московском университете.
- 1923 – перевелся из МВТУ в Московский университет на физический факультет.
- 1924–1931 – преподавал во 2-м МГУ (ныне Московский педагогический институт).
- 1925 – окончил Московский университет по специальности «теоретическая физика». Весной был зачислен аспирантом в Научно-исследовательский институт физики при МГУ. Осенью начал обучение в аспирантуре под руководством Л. И. Мандельштама.
- 1926 – опубликовал первую научную работу по теоретической оптике (совместно с М. А. Леонтовичем).
- 1928–1931 – работал во Всесоюзном электротехническом институте, а затем в Научно-исследовательском институте физики при МГУ.
- 1928 – закончил фундаментальную работу «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний», представленную в качестве диссертации. Краткое содержание доклада об этой работе опубликовано в книге «VI съезд русских физиков». В этой работе А. А. Андронов вводит термин «автоколебания». Здесь же формулирует ряд основополагающих идей, разработке которых он посвятил свою последующую деятельность.
- 1929 – окончил аспирантуру под руководством Л. И. Мандельштама.
- 1930 – начало цикла работ по применению теории нелинейных колебаний к задачам радиотехники. Опубликовано (совместно с А. А. Виттом) пять работ по теории автоколебаний: о квазипериодических движениях, о методе Вандер-Поля (на немецком языке), о мультивибраторе Абрагама–Блоха, о теории захватывания.
- 1931 – переезд в Нижний Новгород (Горький). Начинает работать в Горьковском исследовательском физико-техническом институте (ГИФТИ).
- 1931–1945 – работал во вновь открывшемся Горьковском университете заведующим кафедрой физики и теории колебаний.
- 1934 – А. А. Андронову присвоено звание профессора.

- 1935 — присуждена ученая степень доктора физико-математических наук.
- 1944 — за работы, выполненные в годы Великой Отечественной войны, награжден орденом Красной Звезды.
- 1944 — не оставляя работы в Горьком, начал работу в Московском институте автоматики и телемеханики.
- 1945 — в Горьковском государственном университете создан первый в стране радиофизический факультет. А. А. Андронов, принимавший непосредственное участие в его организации, становится во главе кафедры теории колебаний и теории автоматического регулирования.
- 1946 — А. А. Андронов избран действительным членом АН СССР по отделению технических наук.
- 1947 — избран депутатом и членом Президиума Верховного Совета РСФСР.
- 1950 — избран депутатом Верховного Совета СССР.
- 1952, 31 октября А. А. Андронов скончался.

Приложения

Из выступления академика В. Л. Гинзбурга на Андроновских чтениях 12 апреля 1961г.¹

Лишь немногие из представителей молодого поколения ясно понимают роль Андропова, знают, что это был за человек. Самым простым было бы сказать, что А. А. Андронов сделал больше кого-либо другого для развития физики и радиофизики в Горьком, для создания и укрепления радиофизического факультета. К этому можно прибавить, что он был выдающимся физиком, механиком и воспитателем студентов и аспирантов. Все это истинная правда, но это лишь в очень малой степени передает главное и не объясняет отношения к А. А. Андронову со стороны тех, кто его знал и ценил.

В мою задачу сегодня не входит сколько-нибудь подробное развитие этой темы, но все же попытаюсь хотя бы кратко ответить на вопрос, почему Александр Александрович и память о нем занимают какое-то особое место в душе многих людей и в том числе моей.

Думаю, что это объясняется тем, что в одном Андронове переплетались различные качества, которые, даже взятые в отдельности, встречаются не так уж часто. Хороший, очень квалифицированный, «настоящий» физик вызывает уважение тех, кто любит физику, учится и работает в этой области. Хорошего педагога ценят студенты. Благородного, принципиального и обаятельного человека любят те, кто понимает значение этих высоких качеств. Но вот когда все это объединяется в одном человеке, тогда-то и получается нечто неповторимое. Это трудно объяснить подробнее, хочу подчеркнуть только, что здесь нет простого сложения, напротив, проявляется какая-то «когерентность», происходит интерференция и в результате возникает исключительная человеческая личность.

Можно было бы привести здесь ряд примеров, но я хочу ограничиться упоминанием только трех людей, связанных между собой. Это Павел Сигизмундович Эренфест, Леонид Исаакович Мандельштам и Александр Александрович Андронов.

О П. С. Эренфесте упоминают многие, писавшие о развитии физики и о физиках первых трех десятилетий нашего века. Он умер в 1933 г., и я его не знал. Упоминаю же о нем потому, что он явно относился к той категории людей, о которой идет речь, и вместе с тем оказал явное и, видимо, глубокое влияние на А. А. Андропова. Мало о ком Александр Александрович говорил

¹ «Андроновские чтения» проводятся ежегодно, в апреле, в Горьковском государственном университете и представляют собой лекции ведущих ученых по актуальным проблемам физики и математики // Постановление ученого совета ГГУ 1961 г. в связи с 60-летием со дня рождения А. А. Андропова.

с таким энтузиазмом и теплотой, а ведь это было через добрых двадцать лет после встречи с Эренфестом.

О научных достижениях Эренфеста судить нетрудно — о них упоминают во многих курсах теоретической физики. Он был также замечательным педагогом и воспитателем. А что это был за человек, видно хотя бы из следующего примера. Эренфесту не нашлось места в царской России, он переехал в Голландию, в Лейден. Кафедру теоретической физики в Лейденском университете занимал тогда Лоренц. Когда Лоренц по возрасту должен был оставить кафедру, он лишь с трудом смог убедить Эренфеста стать его преемником. Дело в том, что Эренфест считал себя недостойным такого места и, несмотря на все успехи своей дальнейшей деятельности, тяготился этим положением. Незадолго до своей смерти Эренфест приезжал в СССР и обсуждал вопрос о возможности переезда к нам. Он при этом считал, что должен работать только в небольшом университете, в Томске, Саратове или Свердловске. Для переезда в Москву или Ленинград он считал недостаточными свои знания и способности.

О Леониде Исааковиче Мандельштаме, учеником которого был А. А. Андронов, присутствующие, вероятно, знают немало, если говорить о нем как о выдающемся физике и педагоге. Но он был в не меньшей мере замечательным человеком. Отношение к нему очень многих, в том числе Андропова, было просто трогательным. Мандельштам пользовался огромным моральным авторитетом. Я знаю людей, которых можно назвать желчными, но которые прямо менялись, когда речь шла о Мандельштаме, и только о Мандельштаме. Я слышал не раз, как при обсуждении какого-либо вопроса аргументом было возможное мнение Мандельштама.

Существование таких людей порождает стандарты, оказывает глубокое влияние на окружающих. Человеком именно такого калибра был и Александр Александрович Андронов.

Говорить о нем, используя обычные эпитеты и термины, невозможно, получилось бы совсем не то, что нужно. Найти какие-то новые слова я не умею. Поэтому я и попытался пояснить свою мысль, упомянув об Эренфесте и Мандельштаме.

Быть может, теперь вам стало понятнее, почему многие из ваших преподавателей как-то «особенно» говорят об Андронове. Впрочем, можно и не говорить ничего, это мало что меняет. Все равно, тот, кто знал Андропова, видел его отношение к науке, преподаванию и людям, должен был сам измениться, должен был многое понять. Поэтому значительная часть хорошего, что есть в университете, если не прямо, то косвенно связана с Андроновым.

Одним из моментов, пусть не самых важных, к которым Александр Александрович относился особенно внимательно, был вопрос об отставании преподавания от прогресса науки. Физика бурно развивается, и трудно отразить этот процесс в регулярных курсах. Нужны поэтому специальные лекции для студентов, нужны лекции, знакомящие их с проблемами сегодняшнего дня. Об этом всегда заботился Александр Александрович; естественно отметить его юбилей рядом таких лекций. Это будет теперь делаться ежегодно. Я рад возможности принять участие в этом начинании.

Из высказываний учеников и сотрудников А. А. Андропова

Общепризнано, что в области учения о нелинейных колебаниях наша страна уже давно заняла первое место в мире. В этой связи следует отметить, что первыми советскими работами по теории нелинейных колебаний были работы А. А. Андропова 1928—1930 гг. ...

Главное место в жизни А. А. Андропова наряду с научными исследованиями (а временами, может быть, и без этой оговорки) занимала глубоко патриотическая забота о росте советской науки.

Уже в молодые годы А. А. Андронов стал рассматривать создание подлинных центров науки в провинции как важнейшую государственную задачу. По собственной инициативе он переехал в 1931 г. из Москвы в Горький для того, чтобы работать там...

Одной из характерных черт А. А. Андропова как исследователя была целеустремленность. Другой его характерной чертой была страстная потребность в полнейшей, абсолютной логической ясности. С ней было связано его стремление при разработке любого научного вопроса к исчерпывающему знанию его истории и всех связей с другими вопросами, к стройной классификации всех возможных случаев, к применению возможно более общих математических методов. С потребностью А. А. Андропова в логической ясности глубоко гармонизовала его принципиальность, а также его необычайная требовательность к качеству изложения научных результатов. А. А. Андронов не мог без раздражения читать работы, где неясно, что постулируется, что доказывается, при каких предположениях. «Выясним сначала логическую структуру» — типичное его вступление к обсуждению научного доклада или рукописи. Необходимо добавить, что логика Андропова не была холодной и абстрактной. Достижение логической ясности как-то очень легко, само собой, сочеталось у него с возникновением плодотворных понятий, наглядных картин, выразительных терминов...

А. А. Андронов был цельным и жизнерадостным человеком, очень много знавшим и жадно всем интересовавшимся. При всей целеустремленности в научных исследованиях он был полной противоположностью тому, что имеют в виду, когда говорят «узкий специалист». Он обладал обширным умом и богатой, разносторонней культурой. В круг его непосредственных научных интересов входили: вся физика, математика, техника, астрономия. Его живейшим образом интересовало все естествознание, медицина, история, литература, живопись. Он был знатоком истории русской культуры. Речь А. А. Андропова была сильной, остроумной, неотразимой. Прямота его часто доходила до резкости. Вместе с тем он был прост в обращении, отзывчив и чистосердечен. В нем не было эгоизма и неуверенного в себе мелкого самолюбия.

И в том, что касалось науки, Александр Александрович был щедр и лишен всяких элементов мелочности, был внутренне богат, не скупился и раздавал это богатство во все стороны. Но одновременно очень строго относился к тому, как эти богатства используются. Вообще, был строг и требователен к ученикам, даже когда они становились самостоятельными.

Г. С. Горелик

На его научных семинарах обсуждение носило очень свободный характер. Александр Александрович мгновенно понимал чужую точку зрения. И менял свою, если она была неправильна. Он тут же признавался, если допускал какой-нибудь промах, хотя промахи случались у него крайне редко. Но, с другой стороны, почти всегда за тремя-четырьмя фразами, которые он произносил, мы видели глубокое понимание предмета, ситуации, природы вещей и чувствовали, насколько наше понимание примитивней и неоформленней.

Н. Н. Баугин

Не только методологические установки и научные успехи позволили оказать А. А. Андронову столь всестороннее и глубокое влияние на людей. Этому способствовали его необыкновенные человеческие качества: целеустремленность, прямота до резкости, глубокая преданность науке, безусловная честность и принципиальность. И все это в сочетании с тем, что А. А. Андронов был необыкновенно интересным собеседником, обаятельным человеком, чутким и отзывчивым, деятельным, всегда готовым прийти на помощь, когда это было в его силах, не жалеющим ни сил, ни времени на обучение аспирантов и сотрудников. Все, кто встречался с А. А. Андроновым, испытывал чувство подъема от его заряда энергии, скрытой силы, прямоты и ясности.

Как ученый, А. А. Андронов сочетал в себе необычайную широту знаний с целенаправленной до узости научной деятельностью. Как человек, он был необычайно и широко образован в литературе, театре, медицине. Определенность его натуры требовала детерминизма, четкой ясности, классификации, полноты и законченности. Свой работы он шлифовал до уровня произведения искусства, и каждая его работа была чем-то совершенно новым, вносила в науку что-то существенное.

Ю. И. Неймарк

На его рабочем столе книги по медицине, биологии, физике, художественные и исторические всегда присутствовали в равной пропорции. Интерес к медицине, биологии, физиологии и другим естественным наукам заставлял его систематически следить за научной литературой во всех областях.

А. А. Андронов никогда не страдал узостью интересов, свойственной многим ученым даже с мировым именем. Конечно, в первую очередь он был физиком и математиком. Но трудно было встретить человека, столь глубоко знавшего русскую и зарубежную литературу.

А. В. Гапонов-Грезов

В 1931 г. Александр Александрович переехал в Нижний Новгород (Горький), где развернул научную работу с такой глубиной и силой, на которую может быть способен лишь человек, в совершенстве сочетавший в себе блестящие творческие и организаторские способности с большой силой воли и целеустремленностью...

В атмосфере, созданной им, не могла не развиваться серьезная, настоящая наука и научная школа в том высоком смысле слова, который вкладывал в это понятие сам Андронов... Она широко известна сейчас во всем мире, о ее значении говорит не только уровень работ, но и возрастающее влияние на научные исследования в самых различных областях науки и техники.

Александр Александрович был как бы моральным эталоном и пользовался большим авторитетом. Мы часто бессознательно и в меру своих возможностей пытались подражать ему в манере держаться, разговаривать, даже переняли какие-то детали его почерка, какие-то буквы стали писать «по-андроновски». В затруднительных случаях, когда мы не знали, как поступить, и нельзя было с ним посоветоваться, мы думали: а как бы в этих обстоятельствах поступил Александр Александрович? Это относилось не только к вещам, связанным с наукой, но и к нашим поступкам в повседневной жизни: Андронов был человеком, который никогда не сфальшивит и не подумает о своей личной выгоде... Среди сотрудников и студентов ходили рассказы о необыкновенной научной прямоте Андронова. Говорил он, случалось, вещи жестковатые, но справедливые — иначе он поступать не мог.

Н. А. Фуфаев

К настоящему времени теория нелинейных колебаний получила широкое развитие как в теоретическом плане, так и в практическом прикладном направлении. Этому, несомненно, способствовали работы А. А. Андронова и его учеников. Идеи и методы, предложенные А. А. Андроновым, оказались исключительно плодотворными, они находят все более и более широкое применение в самых различных областях науки, где имеют дело с колебательными процессами...

Для того чтобы понять величие научного подвига А. А. Андронова в создании современной теории нелинейных колебаний, следует обратиться к тому времени, когда эта теория начала создаваться. То, что сейчас является азбучной истиной, в те времена было откровением. В самом деле, что было известно к 1927 г. о периодических движениях в нелинейных системах? В 1907 г. Баркгаузен поставил общую физическую проблему о генерации незатухающих колебаний и исследовал ее на примере дугового генератора. Вопросы развивающейся радиотехники, необходимость овладения ламповым генератором вызвали в 1918–1922 гг. появление ряда работ, посвященных исследованию незатухающих колебаний, близких к синусоидальным.

Баркгаузен, Ван-дер-Поли и ряд других исследователей разработали метод расчета и графические построения, позволяющие по заданной характеристике лампы приближенно найти амплитуду колебаний и исследовать их устойчивость...

Какой-либо теории нелинейных колебаний, какой-либо математической базы, на которой можно было бы строить теорию, не существовало.

И вот в 1927 г. по предложению Л. И. Мандельштама 25-летний аспирант А. А. Андронов начинает заниматься вопросами создания математической базы теории нелинейных колебаний. Появляется его работа «Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний». Эта работа впервые привлекла на помощь теории автоколебаний «настоящую математику», что позволило дать точное определение автоколебательной системе и поставило весь вопрос исследования автоколебаний на твердую математическую почву...

С этого момента начинается период расцвета школы Мандельштама–Андронова. Мировой центр исследований по теории нелинейных колебаний примерно с 1930 г. прочно перемещается в СССР.

Н. В. Бутенин

Мы глубоко уважали в А. А. Андронове большого ученого, создателя нового направления в науке, основателя горьковской физики. Мы восхищались ясностью и обширностью его ума, богатством его культуры, силой его речи, его неутомимостью. Мы горячо любили А. А. Андронova как человека, как старшего товарища и друга. Мы многому у него учились.

Он был ученым с мировым именем. Он мыслил в государственном масштабе, и вместе с тем он страстно интересовался каждой «мелочью» нашей университетской жизни. Ни к чему и ни к кому он не был равнодушен. Он знал о каждом достижении в научной работе и в преподавании. И каждое такое достижение было для него источником живейшей радости.

А. А. Андронova нет теперь с нами. Но остается пример — пример праведного человека, бескорыстно отдавшего все силы Родине и науке.

Г. С. Горелик

Основные труды А. А. Андропова

1. Л. И. Мандельштам и теория нелинейных колебаний // Собр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 441—472.
2. Математические проблемы теории автоколебаний // Первая Всесоюз. конф. по колебаниям. М.: Гостехтеориздат, 1933. Т. 1. С. 32—71.
3. Мой последний разговор с Л. И. Мандельштамом // Собр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 522—525.
4. Нужны решительные меры: О повышении качества высшего образования // Вестн. высш. шк. 1950. № 7. С. 33—37.
5. Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний // VI съезд русских физиков. Москва; Н.-Новгород; Казань; Саратов. 5—16 авг. 1928 г.: Перечень докл., представл. на съезд с крат. содерж. М.; Л.: ГИЗ, 1928. С. 23—24; То же // Андронов А. А. Собр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 41—43.
6. Примечания // Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.; Л.: Гостехтеориздат, 1947. С. 371—390.
7. Собр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956. 540 с.
8. Теория точечных преобразований Пуанкаре—Брауера—Биркгоффа и теория нелинейных колебаний // Вестн. АН СССР. 1944. № 6. С. 176.
9. К теории гидравлического тарана // Инж. сб. Ин-та механики АН СССР. Т. 20, № 3. С. 3—12. Совместно с Г. В. Ароновичем.
10. Лаплас: Жизнь, мировоззрение, место в истории науки. М.: Моск. рабочий, 1930. 193 с. Совместно с Е. А. Андроновой.
11. Движения нейтрального самолета, снабженного автопилотом, и теория точечных преобразований поверхностей // ДАН СССР. 1944. Т. 43, № 5. С. 197—201. Совместно с Н. Н. Баутиным.
12. Об одном вырожденном случае общей задачи прямого регулирования // ДАН СССР. 1945. Т. 46, № 7. С. 304—306. Совместно с Н. Н. Баутиным.
13. О влиянии кулоновского трения в золотнике на процесс непрямого регулирования // Изв. АН СССР, ОТН, 1955. № 7. С. 34—38. Совместно с Н. Н. Баутиным.
14. Стабилизация курса нейтрального самолета автопилотом с постоянной скоростью сервомотора и зоной нечувствительности // ДАН СССР. 1945. Т. 46, № 4. С. 158—161. Совместно с Н. Н. Баутиным.
15. Автоколебания простейшей схемы, содержащей винт изменяемого шага // ДАН СССР. 1945. Т. 47, № 4. С. 265—268. Совместно с Н. Н. Баутиным, Г. С. Гореликом.
16. Теория непрямого регулирования при учете кулоновского трения в чувствительном элементе // АиТ. 1946. Т. 7, № 1. С. 15—41. Совместно с Н. Н. Баутиным, Г. С. Гореликом.
17. К математической теории автоколебательных систем с дву-

- мя степенями свободы // ЖТФ. 1934. Т. 4, вып. 1. С. 122–143. Совместно с А. А. Виттом.
18. К математической теории захватывания // ЖТФ. 1930. Т. 7, вып. 4. С. 3–17. Совместно с А. А. Виттом.
 19. Об устойчивости по Ляпунову // ЖЭТФ. 1933. Т. 3, вып. 5. С. 373, 374. Совместно с А. А. Виттом.
 20. О квазипериодических движениях // ЖПФ. 1930. Т. 6, вып. 1. С. 119–122. Совместно с А. А. Виттом.
 21. Разрывные периодические решения и теория мультивибратора Абрагама и Блоха // ДАН СССР. 1930. Т. 31, № 8. С. 189–192. Совместно с А. А. Виттом.
 22. О статистическом рассмотрении динамических систем // ЖЭТФ. 1933. Т. 3, вып. 3. С. 165–184. Совместно с А. А. Виттом, Л. С. Понтрягиным.
 23. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. 915 с. Совместно с А. А. Виттом, С. Э. Хайкиным.
 24. О работах Д. К. Максвелла, И. А. Вышнеградского, А. Стодолы в области регулирования машин // Максвелл Д. К., Вышнеградский И. А., Стодола А. Теория автоматического регулирования: Линеаризованные задачи. М.: Изд-во АН СССР, 1949. С. 253–301. Совместно с И. Н. Вознесенским.
 25. О резонансных явлениях при движении релятивистской частицы в циклотроне // ДАН СССР. 1945. Т. 49, № 9. С. 664–666. Совместно с Г. С. Гореликом.
 26. Радиофизика и общая динамика машин // Изв. вузов. Радиофизика. 1958. Т. 1, № 1. С. 5–13. Совместно с Г. С. Гореликом.
 27. Некоторые исследования в области нелинейных колебаний, проведенные в СССР, начиная с 1935 г. // УФН. 1947. Т. 33, вып. 7. С. 335–352. Совместно с Г. С. Гореликом, Н. Д. Папалекси, С. М. Рытовым.
 28. Динамические системы первой степени негрубости на плоскости // Мат. сб. 1965. Т. 68(110), вып. 3. С. 3–19. Совместно с Е. А. Леонтович.
 29. К теории изменений качественной структуры разбиения фазовой плоскости на траектории // ДАН СССР. 1938. Т. 21, № 9. С. 247–252. Совместно с Е. А. Леонтович.
 30. Некоторые случаи зависимости предельных циклов от параметра // Учен. зап. Горьк. ун-та. 1939. Вып. 6. С. 3–32. Совместно с Е. А. Леонтович.
 31. Рождение предельных циклов из негрубого фокуса или центра и от негрубого предельного цикла // ДАН СССР. 1954. Т. 99, № 9. С. 885–889. Совместно с Е. А. Леонтович.
 32. Рождение предельных циклов из негрубого фокуса или центра и от негрубого предельного цикла // Мат. сб. 1956. Т. 40, вып. 4. С. 179–185. Совместно с Е. А. Леонтович.
 33. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966. 568 с. Совместно с Е. А. Леонтович, И. И. Гордоном, А. Г. Майером.
 34. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1967. 488 с. Совместно с Е. А. Леонтович, И. И. Гордоном, А. Г. Майером.
 35. О колебаниях системы с периодически меняющимися параметрами // Журн. Рус. физ.-хим. о-ва, часть физ. 1927. Т. 59, вып. 5/6. С. 429–442. Совместно с М. А. Леонтовичем.
 36. К теории адиабатических инвариантов // Журн. Рус. физ.-

- хим. о-ва. 1928. Т. 60, вып. 5. С. 413–419. Совместно с М. А. Леонтовичем, Л. И. Мандельштамом.
37. Применение теории Пуанкаре о «точках бифуркаций» и «смене устойчивостей» к простейшим автоколебательным системам // ЖЭТФ. 1935. Т. 5, вып. 3/4. С. 296–309. Совместно с А. Г. Любиной.
 38. Задача Вышнеградского в теории прямого регулирования. Теория регулятора прямого действия при наличии кулоновского и вязкого трения // АиТ. 1947. Т. 8, № 5. С. 314–334. Совместно с А. Г. Майером.
 39. Задача Вышнеградского в теории прямого регулирования // АиТ. 1953. Т. 14. С. 505–530. Совместно с А. Г. Майером.
 40. Задача Мизеса в теории прямого регулирования и теория точечного преобразования поверхностей // ДАН СССР. 1944. Т. 43. № 2. С. 58–62. Совместно с А. Г. Майером.
 41. О задаче Вышнеградского в теории прямого регулирования // ДАН СССР. 1945. Т. 47, № 5. С. 345–348. Совместно с А. Г. Майером.
 42. Простейшие линейные системы с запаздыванием // АиТ. 1946. Т. 7, № 2/3. С. 95–106. Совместно с А. Г. Майером.
 43. О движении идеальной модели часов, имеющей две степени свободы. Модель догалилеевых часов // ДАН СССР. 1946. Т. 51, № 1. С. 17–20. Совместно с Ю. И. Неймарком.
 44. Грубые системы // ДАН СССР. 1937. Т. 14, № 5. С. 247–252. Совместно с Л. С. Понтрягиным.
 45. Теория колебаний. М.; Л.: ОНТИ, 1937. 519 с. Совместно с С. Э. Хайкиным.
 46. Les cycles limites de Poincaré et la théorie des oscillations autoentretenues // C. r. Acad. sci. 1929. Vol. 189, N 15. P. 237, 238.
 47. Sur la théorie mathématique des autooscillations // C. r. Acad. sci. 1930. Vol. 190, N 4. P. 104–108. En coopération avec A. A. Vitt.
 48. Unstetige periodische Bewegungen und die Theorie des Multivibrators von Abraham und Block // Rev. Acad. Sci. USSR. 1930. N 8. P. 164–171. In Gemeinschaft mit A. A. Witt.
 - 48a. Zur Theorie des Mitnehmens von Van der Pol. // Archiv für Electrotechnik. 1930. Bd. XXIV, S. 99. In Gemeinschaft mit A. A. Witt.
 49. Exposé des recherches récentes sur les oscillations nonlineares // Tech. Phys. USSR. 1935. Vol. 2, N 2/3. P. 64–81. En coopération avec A. A. Vitt, L. I. Mandelshtam, N. D. Papaleksy, S. E. Khaikin.
 50. Zur Theorie der molekularen Zichtzerstreuung an Flüssigkeitsoberflächen // Ztschr. Phys. 1926. Bd. 38. S. 408–414. In Gemeinschaft mit M. A. Leontowich.
 51. Statistische Auffassung dunamischer Systeme // Phys. Ztschr. Sowjet. 1934. Bd. 6, H. 1/2. S. 1–24. In Gemeinschaft mit L. S. Pontriagin, A. A. Witt.

Список газетных статей А. А. Андропова

52. Андронов А. А., Гапонов В. И. Радиофизика // Горьковская коммуна. 1945. № 189. 12 авг. С. 2.
53. Андронов А. А., Самойлович А. Г. Атомная энергия и атомное ядро // Горьковская коммуна. 1945. № 213. 9 сент. С. 2.
54. Андронов А. А. Где и когда родился Н. И. Лобачевский // Горьковская коммуна. 1948. № 109. 8 мая. С. 2.

Литература об А. А. Андропове

55. Айзерман М. А. Нечеткие множества, нечеткие доказательства и некоторые нерешенные задачи теории автоматического регулирования // *Авт.* 1976. Т. 17, № 3. С. 171–177.
56. Айзерман М. А. Обзор деятельности А. А. Андропова в области автоматического регулирования // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955. С. 20–32.
57. Айзерман М. А. Теория автоматического регулирования и управления в Институте автоматики и телемеханики – Институте проблем управления (1939–1974): Очерк развития основных идей // Проблемы управления. М.: Изд-во Ин-та проблем управ. АН СССР, 1975. С. 9–28.
58. Академики, избранные Общим собранием АН СССР, 30 ноября 1946 г. // Вестн. АН СССР. 1947. № 1. С. 56.
59. Академики и члены-корреспонденты АН СССР – кандидаты в депутаты Верховного Совета СССР // Вестн. АН СССР. 1952. № 2. С. 6.
60. Андронов Александр Александрович // БСЭ. Изд. 2-е. 1950. Т. 2. С. 435.
61. Биография академиков // Академия наук СССР, Общее собрание АН СССР, 29/XI–4/XII–1946 г. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1947. С. 38–39.
62. Бойко Е. С. А. А. Андронов и теория нелинейных колебаний // *Вопр. истории естеств. и техн.* 1981. № 4. С. 61–66.
63. Бойко Е. С. А. А. Андронов как историк науки // Там же. 1975. Вып. 1 (50). С. 51–53.
64. Бойко Е. С. «Нелинейное колебательное мышление» и исследование границ областей устойчивости в научной школе А. А. Андропова // *Соц.-психол. проблемы деят. научн. коллек.* М.: Изд-во ИНИОН АН СССР, 1982 (депон. № 10420). С. 133–143.
65. Бойко Е. С. Исследовательская программа и проблемы руководства научным коллективом // *Проблемы деятельности ученого и научных коллективов.* М.; Л., 1979. Вып. 7. С. 262–267.
66. Бойко Е. С. Исследовательская программа ученого и научная дискуссия // *Роль дискуссии в развитии естествознания.* М.: Наука, 1977. С. 80–81.
67. Бойко Е. С. К типологии научных школ // *Социально-психологич. проблемы науки.* М.: Наука, 1973. С. 202–210.
68. Бойко Е. С. Към типологията на научните школи // *Социално-психологически проблеми на науката.* София: Наука и изкуство, 1977. С. 261–272.
69. Бойко Е. С. О научных направлениях школы А. А. Андропова // *Динамика систем: Межвуз. сб.* 1983. С. 3–27.

70. Бойко Е. С. О понятии «стиль мышления» ученого и его загадках // Человек науки. М.: Наука, 1974. С. 210–213.
71. Бойко Е. С. Развитие метода точечных отображений в теории нелинейных колебаний // Вопр. истории естеств. и техн. 1975. Вып. 2(51). С. 87–91.
72. Бойко Е. С. Феномен преемственности в развитии научной школы // Школы в науке. М.: Наука, 1976. С. 319–346.
73. Бойко Е. С. Школа академика А. А. Андропова. М.: Наука, 1983. 200 с.
74. Бутенин Н. В. Работы А. А. Андропова и его школы по теории нелинейных колебаний // Динамика систем: Межвуз. сб. 1977. Вып. 12. С. 3–11.
75. Гаухман Р. П. Библиография печатных трудов физиков Московского государственного университета за период 1917–1937 гг. М.: Изд-во МГУ. 457 с.
76. Гинзбург В. Л. Выступление на Андроновских чтениях (12 апреля 1961 г.) // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т. 4, вып. 3.
77. Горелик Г. С. Жизнь и труды А. А. Андропова // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955. С. 3–19.
78. Горелик Г. С. Из истории развития теории колебаний в СССР // Динамика систем: Межвуз. сб. 1977. Вып. 12. С. 12–19.
79. Горелик Г. С. Л. И. Мандельштам и учение о резонансе // Л. И. Мандельштам. К 100-летию со дня рождения. М.: Наука, 1979. С. 138–157.
80. Горелик Г. С. Несколько замечаний о стиле научного творчества Н. Д. Папалекси // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1948. Т. 12, № 1. С. 22–24.
81. Горелик Г. С. О научных работах академика А. А. Андропова (к 50-летию со дня рождения) // АиТ. 1951. Т. 12, № 3. С. 195–200.
82. Горелик Г. С. Памяти А. А. Андропова // УФН. 1953. Т. 49, вып. 3. С. 449–468.
83. Горелик Г. С. Работы академика А. А. Андропова по теории автоматического регулирования // Труды Второго Всесоюз. совещ. по теории автоматич. регул. М.: Изд-во АН СССР, 1955. Т. 1. С. 51–79.
84. Горелик Г. С. Радиофизика и теория автоматического регулирования // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1947. № 2. С. 103–115.
85. Гуревич Л. Э. Советская теоретическая физика к тридцатилетию Великой Октябрьской социалистической революции // Вестн. Ленингр. ун-та. 1947. № 11. С. 162–173.
86. Григорьян А. Т., Фрадлин Б. Н. Механика в СССР. М.: Наука, 1977. 190 с.
87. Егоров К. В. О некоторых работах русских ученых в области автоматики и автоматического регулирования // Вестн. машиностроения. 1949. № 7. С. 70–72.
88. Железцов Н. А. Выступление на Андроновских чтениях (12 апреля 1961 г.) // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т. 4, вып. 3.
89. Леонтович-Андропова Е. А., Баутин Н. Н., Белюстина Л. Н., Неймарк Ю. И. Основные направления и новые результаты школы А. А. Андропова // Труды IV Всесоюз. мат. съезда. Л.: Изд-во АН СССР, 1964. Т. 2. С. 415–424.
90. Леонтович-Андропова Е. А. Некоторые математические ра-

- боты горьковской школы А. А. Андропова // Труды Всесоюз. мат. съезда. М.: Изд-во АН СССР, 1958. Т. 3. С. 116–125.
91. *Леонтович-Андропова Е. А., Белюстина Л. Н.* Теория бифуркаций динамических систем второго порядка и ее применение к исследованию нелинейных задач теории колебаний // Труды Междунар. симпоз. по нелинейн. колебаниям. Киев: Изд-во АН УССР, 1963. Т. 2. С. 7–28.
 92. *Леонтович-Андропова Е. А., Шильников Л. П.* Современное состояние теории бифуркаций динамических систем // Тр. V Междунар. конф. по нелинейным колебаниям. Киев: Изд-во АН УССР, 1970. С. 282–291.
 93. *Ливанова А.* Из рассказов об А. А. Андронове // Физики о физиках. М., 1968. С. 199–251.
 94. *Мандельштам Л. И.* Вопросы электрических колебательных систем и радиотехника // Первая Всесоюз. конф. по колебаниям. М.: Гостехтеориздат, 1933. Т. 1. С. 5–31.
 95. *Мандельштам Л. И.* Предисловие // Андронов А. А. и Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.; Л.: ОНТИ, 1937. С. 3–7.
 96. *Неймарк Ю. И.* Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний // Механика в СССР за 50 лет. М.: Наука, 1968. Т. 1. С. 137–156.
 97. *Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А.* О работах горьковской школы А. А. Андропова по динамике неавтономных систем // Динамика систем: Межвуз. сб. 1977. Вып. 12. С. 20–21.
 98. *Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А.* Предисловие // Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика неавтономных систем. М.: Наука, 1967. С. 5–6.
 99. *Неймарк Ю. И.* Александр Александрович Андронов // Записки краеведов. Горький: Волго-Вятское кн. изд-во, 1983. С. 62–72.
 100. *Памяти А. А. Андропова.* М.: Изд-во АН СССР, 1955. 540 с.
 101. *Папалекси Н. Д.* Нелинейные колебания // Юбил. сб. к 30-летию Великой Октябрьской социалистической революции. М.: Изд-во АН СССР, 1947. Т. 1. С. 403–432.
 102. *Папалекси Н. Д.* Развитие учения о нелинейных колебаниях и их применении // Юбилейная сессия АН СССР 15 июня – 3 июля 1945 г. Т. 2. М.; Л.: Изд-во АН СССР. 1947. С. 41–64.
 103. *Понтрягин Л. С.* Предисловие // Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1970. С. 6.
 104. *Предводителев А.* Отдельные лаборатории. 1929–1940 // Учен. зап. МГУ. Юбил. сер. физ. 1940. Вып. 52. С. 207–232.
 105. *Привалова Н. И.* Работа академика А. А. Андропова над материалами для биографии Н. И. Лобачевского // Зап. краеведов. Горький: Волго-Вятское кн. изд-во, 1983. С. 63–70.
 106. *Прохоров А. М.* Советская радиофизика // Наука и жизнь. 1947. № 11. С. 30–31.
 107. *Рыгов С. М.* Идею наследие Л. И. Мандельштама и его дальнейшее развитие // Вopr. истории естествознания и техники. 1988. № 3. С. 41–54.
 - 107a. *Рыгов С. М., Л. И. Мандельштам* и учение о модуляции // Академик Л. И. Мандельштам. К 100-летию со дня рождения. М.: Наука, 1979. С. 158–171; с. 161, 163.
 108. *Рыгов С. М.* О развитии теории нелинейных колебаний в СССР // Радиотехника. 1947. № 8. С. 58–62.

109. Рытов С. М. Развитие теории нелинейных колебаний в СССР // РЭ. 1957. Т. 2, № 11. С. 1435–1450.
110. Сидорова Г. А., Бендриков Г. А. Александр Адольфович Витт // История и методология естественных наук. М.: Изд-во МГУ, 1981. Вып. 26, Физика. С. 153.
111. Хайкин С. Э. Развитие учения о колебаниях // Математика и естеств. науки в СССР. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1938. С. 253–262.
112. Цыпкин Я. З. А. А. Андронов и теория автоматического регулирования и управления // АиТ. 1974. Т. 31. С. 5–19.
113. Шампур В. И. Содружество науки и техники // Радио. 1947. № 11. С. 17.
114. Bifurcation Theory and Applications in Scientific Disciplines. Acad. Sci. New York, 1979.

Основные труды школы А. А. Андропова за период 1935—1955 гг.

- Алексеев А. С.* Автоколебания лампового генератора с диодным ограничителем температуры // Учен. зап. Горьковск. ун-та. 1951. Т. 24.
- Алексеев А. С.* Электронная модель двухпозиционного регулятора температуры с зоной опережения // Докл. АН СССР. 1952. Т. 37, № 3.
- Алексеев А. С.* Двухпозиционный регулятор температуры с зоной опережения // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Айзерман М. А.* Влияние нелинейных характеристик на сходимость процесса автоматического регулирования и на условия генерации колебаний // Изв. АН СССР. ОТН. 1944. № 12.
- Айзерман М. А.* Об учете нелинейных функций от нескольких аргументов при исследовании устойчивости систем автоматического регулирования // АиТ. 1947. № 1.
- Айзерман М. А.* Задача об устойчивости процесса прямого регулирования оборотов двигателя при учете нелинейности его характеристики // Тр. НАМИ. М.: Машгиз, 1948. Вып. 1.
- Айзерман М. А.* К определению опасных и безопасных участков на границе устойчивости // ПММ. 1950. Т. XIV, вып. 4.
- Айзерман М. А.* Сухое трение в задачах регулирования. М.: Машгиз, 1950.
- Айзерман М. А.* О построении резонансных графиков для систем с нелинейной обратной связью // Инж. сб. 1952. Т. XIII.
- Айзерман М. А.* Физические основы применения методов малого параметра к решению нелинейных задач теории автоматического регулирования // АиТ. 1953. № 5.
- Айзерман М. А., Смирнова И. М.* О применении метода малого параметра для исследования периодических режимов в системах автоматического регулирования // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Аронович Г. В.* О влиянии гидравлического удара на устойчивость регулирования водяных турбин // АиТ. 1948. № 3.
- Аронович Г. В.* Устойчивость колебаний горизонта в уравнительном резервуаре с сопротивлением // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Аронович Г. В., Белюстина Л. Н.* Об устойчивости колебаний горизонта в уравнительной башне // Инж. сб. АН СССР. 1952. Вып. 13.
- Аронович Г. В., Неймарк Ю. И.* Об условиях самовозбуждения поющего пламени // ЖЭТФ. 1955. Т. 28, вып. 6.
- Баутин Н. Н.* К теории синхронизации // ЖТФ. 1939. Т. 9, вып. 6.
- Баутин Н. Н.* Об одном дифференциальном уравнении, имеющем предельный цикл // Там же. 1939. Т. 9, вып. 7.

- Баутин Н. Н.* О числе предельных циклов, рождающихся при изменении коэффициентов из состояния равновесия типа фокус или центр // Докл. АН СССР. 1939. Т. 24.
- Баутин Н. Н.* Об одном случае негармонических колебаний // Учен. зап. Горьковск. ун-та. 1939. Вып. 12.
- Баутин Н. Н.* Критерии опасных и безопасных границ области устойчивости // ПММ. 1948. Т. 12, № 6.
- Баутин Н. Н.* О движениях идеальной модели часов, имеющей две степени свободы. Модель Галилея—Гюйгенса // Докл. АН СССР. 1948. Т. 61, № 1.
- Баутин Н. Н.* О поведении динамических систем при малых нарушениях условий устойчивости Рауса—Гурвица // ПММ. 1948. Т. 12, № 5.
- Баутин Н. Н.* Поведение динамических систем вблизи границы области устойчивости. М.: Гостехиздат, 1949.
- Баутин Н. Н.* О задаче Мандельштама в теории часов // Докл. АН СССР. 1949. Т. 65, № 3.
- Баутин Н. Н.* Теория спускового регулятора с пружинящей пластинкой // Там же. 1950. Т. 72, № 1.
- Баутин Н. Н.* Динамическая модель хронометрового хода (мгновенный импульс) // Инж. сб. Ин-та механики АН СССР. 1952. Т. 12.
- Баутин Н. Н.* Динамическая модель часового хода без собственного периода // Там же. 1953. Т. 16.
- Баутин Н. Н.* О периодических решениях одной системы дифференциальных уравнений // ПММ. 1954. Т. 18, № 128.
- Баутин Н. Н.* Динамические модели свободных часов // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Баутин Н. Н.* Динамические модели несвободных часовых ходов // Изв. АН СССР. ОТН. 1955. № 10.
- Баутин Н. Н.* Динамическая теория часовых ходов без конструктивной остановки ходового колеса (мгновенный импульс) // Инж. сб. Ин-та механики АН СССР. 1955. Т. 21.
- Берштейн И. Л.* О естественной ширине линии спектра // ЖЭТФ. 1934. Т. 4, № 1.
- Бутенин Н. В.* Об одной задаче Кельвина, относящейся к теории часов // Там же. 1940. Вып. 11.
- Бутенин Н. В.* Механические автоколебания системы с гироскопическими силами // ПММ. 1942. Т. 4, вып. 5.
- Бутенин Н. В.* Автоколебания стенда с автопилотом // Тр. Ленинград. воен. воздушн. акад. Красной Армии. 1943. Вып. 3.
- Бутенин Н. В.* К теории синхронизации // Там же. 1944. Вып. 5.
- Бутенин Н. В.* Действие внешней синусоидальной силы на автоколебательную систему с гироскопическими силами // Там же. 1945. Вып. 7.
- Бутенин Н. В.* Рассмотрение «вырожденных» динамических систем с помощью гипотезы скачка // ПММ. 1948. Т. 12, вып. 1.
- Бутенин Н. В.* К теории «резонанса» в механической автоколебательной системе с гироскопическими членами // Там же. 1950. Т. 14, вып. 1.
- Бутенин Н. В.* К теории принудительной синхронизации // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Власов Н. П.* Автоколебательная система с однофазным асинхронным мотором // ЖТФ. 1935. Вып. 5. С. 641.

- Гапонов А. В.* Динамическая модель коллекторной машины // Докл. АН СССР. 1952. Т. 87, № 5.
- Гапонов А. В.* Неголономные системы С. А. Чаплыгина и теория коллекторных электрических машин // Там же. 1952. Т. 87, № 3.
- Гапонов А. В.* Преобразование уравнений движений динамической системы при наложении идеальных связей // Тр. Горьков. политехн. ин-та. 1955. Т. 11, вып. 1.
- Гапонов А. В.* Электромеханические системы со скользящими контактами и динамическая теория электрических систем // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Горелик Г. С.* Радиофизика и теория автоматического регулирования // Изв. АН СССР. Сер. физич. 1947. № 2.
- Горелик Г. С.* Колебания и волны. М.: Гостехиздат. 1950.
- Гудков Д. А.* О понятии грубости и степеней негрубости для плоских алгебраических кривых // Мат. сб. 1955. Т. 67 (109), вып. 4.
- Жевакин С. А.* К теории звездной переменности // Докл. АН СССР. 1954. Т. 99, вып. 217.
- Жевакин С. А.* О сдвигах фаз между колебаниями блеска и колебаниями лучевой скорости переменных звезд // Там же. 1954. Т. 99, вып. 353.
- Жевакин С. А.* Об автоколебаниях переменных звезд «большой последовательности» // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Железцов Н. А.* Метод точечных преобразований и задача о вынужденных колебаниях осциллятора с «комбинированным» трением // ПММ. 1942. Т. 13, вып. 1.
- Железцов Н. А.* Самомодуляция автоколебаний лампового генератора с автоматическим смещением в цепи катода // ЖТФ. 1948. Т. 18, вып. 4.
- Железцов Н. А.* Диаграммы Вышнеградского для изодромного регулятора непрямого действия // АиТ. 1949. № 6.
- Железцов Н. А.* К теории симметричного мультивибратора // ЖЭТФ. 1950. Т. 20, вып. 6.
- Железцов Н. А.* К теории кип-реле // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Железцов Н. А., Родыгин Л. В.* К теории симметричного мультивибратора // РЭ. 1951. № 3.
- Леонтович Е. А.* О рождении предельных циклов от сепаратрисы // ДАН СССР. 1951. Т. 78, № 4.
- Леонтович Е. А., Майер А. Г.* О траекториях, определяющих качественную структуру разбиения сферы на траектории // Там же. 1937. Т. 14, вып. 251.
- Леонтович Е. А., Майер А. Г.* Общая качественная теория // Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.: Гостехтеориздат, 1947.
- Леонтович Е. А., Майер А. Г.* О схеме, определяющей топологическую структуру разбиения на траектории // ДАН СССР. 1955. Т. 103, вып. 557.
- Майер А. Г.* Доказательство существования предельных циклов уравнений Рэлея и Ван-дер-Поля // Учен. зап. Горьков. ун-та. 1935. Вып. 2.
- Майер А. Г.* Грубое преобразование окружности в окружность // Там же. 1939. Вып. 12.
- Майер А. Г.* О траекториях на ориентируемых поверхностях // Мат. сб. 1943. Т. 12, вып. 1.

- Майер А. Г. О центральных траекториях и проблеме Биркгоффа // Там же. 1943. Т. 12, вып. 1.
- Мееров М. В. Некоторые вопросы устойчивости регулирования напряжения электрических регуляторов // Вестн. электропромышленности. 1943. № 9.
- Мееров М. В. Критерий апериодичности регулирования // Изв. АН СССР. ОТН. 1945. № 12.
- Мееров М. В. Об учете малых параметров при исследовании устойчивости систем автоматического регулирования // Электричество. 1947. № 6.
- Мееров М. В. О системах авторегулирования, устойчивых при сколь угодно большом коэффициенте усиления // АиТ. 1947. № 4.
- Мееров М. В. О выборе параметров систем автоматического регулирования // Тр. МЭИ. 1948. Вып. 3.
- Мееров М. В. Исследование системы регулирования и управления двигателя реверсионного прокатного стана с электромашинными регуляторами // Электричество. 1949. № 7.
- Мееров М. В. Принципы построения систем авторегулирования с малой установившейся ошибкой // АиТ. 1949. № 2.
- Мееров М. В. Об одном случае применения границы D -разбиения для оценки качества систем автоматического регулирования // Изв. АН СССР. ОТН. 1950. № 12.
- Мееров М. В. Об использовании кривой D -разбиения для исследования качества систем автоматического регулирования // АиТ. 1951. № 6.
- Мееров М. В. Основы автоматического регулирования электрических машин // М.: Госэнергоиздат, 1952.
- Мееров М. В. О стабилизации систем, содержащих элементы с запаздыванием // АиТ. 1953. № 5.
- Неймарк Ю. И. К задаче распределения корней полиномов // ДАН СССР. 1947. Т. 58, № 3.
- Неймарк Ю. И. К вопросу о влиянии гидравлического удара на регулирование турбин // АиТ. 1948. № 4.
- Неймарк Ю. И. Об определении значений параметров, при которых система автоматического регулирования устойчива // Там же. 1948. № 3.
- Неймарк Ю. И. Структура D -разбиения пространства полиномов и диаграммы Вышнеградского и Найквиста // ДАН СССР. 1948. Т. 59, № 5.
- Неймарк Ю. И. Структура D -разбиения пространства квазиполиномов и диаграммы Вышнеградского и Найквиста // Там же. Т. 50, № 9.
- Неймарк Ю. И. D -разбиение пространства квазиполиномов: (К устойчивости линеаризованных распределительных систем) // ПММ. 1949. Т. 13, вып. 6.
- Неймарк Ю. И. Устойчивость линеаризованных систем. М.; Л.: Гостехтеориздат, 1949.
- Неймарк Ю. И. О структуре областей устойчивости одноконтурных систем // АиТ. 1950. № 1.
- Неймарк Ю. И. О периодических режимах и устойчивости релейных систем // Там же. 1953. № 5.
- Неймарк Ю. И. О периодических движениях релейных систем // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Неймарк Ю. И. Об автоколебаниях и вынужденных колебаниях релейных систем с запаздыванием // АиТ. 1955. № 3.

- Неймарк Ю. И., Кубланов И. М. Исследование периодических режимов и их устойчивости для простейшей распределенной системы релейного регулирования температуры // Там же. 1953. № 1.
- Петров В. В. Об автоколебаниях двухкаскадных следящих систем механизмов с релейным управлением // Там же. 1951. № 1.
- Петров В. В. Динамика одно- и двухкаскадных сервомеханизмов с несколькими нелинейными характеристиками // Тр. 2-го Всесоюз. совещ. по теории автомат. регулирования. М.: Изд-во АН СССР. 1955. Т. 1.
- Петров В. В., Уланов Г. М. Теория двух простейших релейных систем авторегулирования // АиТ. 1950. Т. 11, № 1.
- Петров В. В., Уланов Г. М. О стабилизирующем эффекте импульса по ускорению в обратной связи релейной следящей системы // Там же. 1951. Т. 12, № 5.
- Петров В. В., Уланов Г. М. К теории непрямого регулирования при учете сухого трения в чувствительном элементе // Докл. АН СССР. 1951. Т. 101, № 4.
- Петров В. В., Уланов Г. М. Использование жесткой и скоростной обратных связей для подавления автоколебаний двухкаскадного сервомеханизма с релейным управлением // АиТ. 1952. № 2.
- Труды Второго Всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования. М.: Изд-во АН СССР, 1955. Т. 1.
- Уланов Г. М. О максимальном отклонении регулируемой величины в переходном процессе // АиТ. 1948. № 3.
- Фейгин М. И. К теории триггера // Памяти А. А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Фуфаев Н. А. Теория электромагнитного прерывателя // Там же.
- Фуфаев Н. А. Теория вибрационного звена, работающего на принципе электромагнитного прерывателя // Тр. 2-го Всесоюз. совещ. по теории автомат. регулирования. М.: Изд-во АН СССР, 1955. Т. 1.

Именной указатель

- Айзерман М. А. 86, 117, 118, 120, 121, 143, 145, 157, 190, 211, 212, 224–229
Алексеев А. С. 84, 107.
Аронович Г. В. 140.
- Баутиш Н. Н. 73, 79, 80, 98–100, 104–107, 125–127, 134, 135, 172, 173, 236.
Берштейн И. Л. 9, 57, 73, 95.
Биркгофф Дж. Д. 27, 33, 39, 39, 47, 52, 66, 71, 96, 100–102, 106.
Боголюбов Н. Н. 51, 108.
Болтянский В. Г. 146, 147.
Боль П. 101.
Бор Н. 206–208.
Борн М. 23.
Брауэр Л. 27, 101, 102, 106, 133.
Булгаков Б. В. 51.
Бутенин Н. В. 73, 81, 224, 237.
- Ван-дер-Поль Б. 13, 29, 53–55, 62, 70, 156.
Вишер Н. 83.
Витт А. А. 11, 22, 42, 46–58, 60, 68, 70, 83, 86, 97, 99, 103, 110, 113.
Вознесенский И. Н. 117, 154, 156–161.
Вышнеградский И. А. 76, 105, 107, 116, 126, 128–134, 153–164, 175.
- Галилей Г. 79, 103, 138, 173.
Гапонов А. В. 73, 82, 83, 209, 236.
Гинзбург В. Л. 74, 182, 183, 209, 233, 234.
Горелик Г. С. 11, 12, 16–18, 42, 43, 48, 49, 73–75, 78, 95, 127, 135, 137, 140, 151, 170, 174, 175, 178, 181, 193, 209, 219, 221, 223, 235, 238.
- Грехова М. Т. 184, 188, 193.
Гюйгенс Х. 79, 103, 138, 173.
- Дородницын А. А. 146.
- Емельяновский С. В. 146.
- Жевакин С. А. 73, 83.
Железцов Н. А. 55, 83, 107, 113.
- Зоммерфельд А. 23, 25, 102.
- Красовский А. А. 146.
Кант И. 17.
Крылов А. Н. 8.
Крылов Н. М. 51, 56, 108.
Крутова И. П. 145.
- Ландсберг Г. С. 10, 11.
Лаплас П. С. 17, 148–150.
Леонтович Е. А. 17, 73, 74, 80, 84, 92, 93, 95, 97, 98, 100, 112, 113, 148, 209.
Леонтович М. А. 11, 16, 17, 20, 21–25, 60.
Леоте А. 135, 150, 155, 157.
Лобачевский Н. И. 164–170.
Лурье А. И. 191.
Любина А. Г. 91.
- Ляпунов А. М. 29, 31, 33, 40, 46, 47, 58, 59, 63, 65, 66, 70, 71, 89, 96, 97, 109, 131–133, 149.
- Майер А. Г. 73, 80, 81, 95, 100, 104–108, 113, 116, 117, 122, 123, 125, 127, 128, 129, 131, 133, 134, 147, 172, 209, 224.
Максвелл Дж. К. 76, 82, 116, 129, 130, 153, 160–162, 173.
Мандельштам Л. И. 8–16, 18–27, 30, 32–35, 43, 44, 47, 50, 51, 54–56, 59, 73, 80, 86, 102, 103, 105, 110–112, 150, 151, 174–176, 221.

Мееров М. В. 86, 147.
Мигулин В. В. 11.
Мизес Р. 105, 125, 128, 129.
Минц Р. М. 99.

Неймарк Ю. И. 73, 79, 82–85,
99, 100, 107–109, 124, 137,
146, 147, 191, 209, 236.

Папалекси Н. Д. 11–13, 15, 18–
20, 22, 23, 25, 35, 41, 45, 50,
51, 54, 56, 102, 113.

Петров Б. Н. 142, 144.

Петров В. В. 86, 145, 146.

Петровский И. Г. –94.

Понтрягин Л. С. 47, 51, 56, 60,
74, 80, 84, 85, 87, 90, 92, 98,
143, 146, 184, 220.

Поспелов П. С. 146.

Пуанкаре А. 27, 29–41, 46, 47,
53, 58, 64, 65–69, 71, 82, 91,
95–101, 149..

Рутковский В. Ю. 145.

Рытов С. М. 11, 15, 52, 57, 74,
181.

Рэлей (Дж. У. Стретт) 21, 23,
110.

Смейл С. 99.

Стодола А. 161.

Стрелков С. П. 11, 193.

Таль А. А. 145.

Тамм И. Е. 10, 184.

Теодорчик К. Ф. 50.

Уайтхед А. Н. 44.

Уланов Г. М. 145.

Уткин В. И. 146.

Фуфасев Н. А. 73, 82, 83, 107,
146, 209, 237.

Хайкин С. Э. 11, 49, 50, 55, 78,
86, 97, 103, 110, 111, 113.

Хопф Е. 93.

Цыпкин Я. З. 57, 86, 146, 147,
190, 211.

Челомей В. Н. 146.

Шубин С. П. 11.

Эйнштейн А. 206–208.

Эрепфест П. С. 206–208.

Оглавление

От автора	5
Глава 1	
Московский период	7
Детство и юность	7
Годы аспирантуры	11
Первые научные работы	20
Задача о методе припасовывания	25
Работа о предельных циклах	28
Работы 1930 г.	45
Первая Всесоюзная конференция по колебаниям, 1931 г.	61
Глава 2	
Горьковский период творческой деятельности А. А. Андропова (работы по теории нелинейных колебаний и по развитию ее математического аппарата)	72
Общая характеристика горьковского периода	72
Разработка математического аппарата теории нелинейных колебаний	87
«Теория колебаний» (1937 г.)	110
Глава 3	
Горьковский период творческой деятельности А. А. Андропова (работы по нелинейным задачам теории автоматического регулирования, по общей динамике машин, по истории науки)	115
Работы по нелинейным задачам теории автоматического регулирования	115
Работы по истории науки	148
Работа по общей динамике машин	170
Глава 4	
Научно-организационная и педагогическая деятельность	177
Идея укрепления провинциальных университетов	177
Лекции по теории относительности и квантовой механике	197
Взгляд на научную школу	205
Деятельность научных семинаров А. А. Андропова	209

Глава 5

Личность ученого	217
Основные даты жизни А. А. Андропова	231
Приложения	233
Основные труды А. А. Андропова	239
Список газетных статей А. А. Андропова	242
Литература об А. А. Андропове	242
Основные труды школы А. А. Андропова за период 1935– 1955 гг.	246
Именной указатель	251

Научное издание

Бойко Евгения Сергеевна

**Александр
Александрович
Андронов**

1901–1952

Утверждено к печати
редколлегией серии «Научно-биографическая литература»
Академии наук СССР

Редактор издательства Н. А. Рагозина
Художник С. Марутич
Художественный редактор И. В. Монастырская
Технический редактор Л. В. Прохорцева
Корректоры Ф. Г. Сурова, Е. Л. Сысоева

ИБ № 47158

Сдано в набор 20.04.90
Подписано к печати 6.02.91
Формат 84×108¹/₃₂
Бумага кн.-журнальная
Гарнитура обыкновенная новая
Печать высокая
Усл. печ. л. 13,44. Усл. кр. отт. 13,65. Уч.-изд. л. 14,2
Тираж 850 экз. Тип. зак. 788
Цена 1 р. 50 к.

Ордена Трудового Красного Знамени
издательство «Наука»
117864, ГСП-7, Москва, В-485
Профсоюзная ул., 90

2-я типография издательства «Наука»
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6

Для получения книг почтой заказы просим направлять по адресу: 117393 Москва, ул. академика Пилюгина, 14, корп. 2, магазин «Книга—почтой» Центральной конторы «Академкнига»; 252208 Киев, пр-т Правды, 80а, магазин «Книга—почтой»; 197345 Ленинград, Петрозаводская ул., 7, магазин «Книга—почтой» Северо-Западной конторы «Академкнига» или в ближайший магазин «Академкнига», имеющий отдел «Книга — почтой».



Е. С. Бойко

**Александр Александрович
АНДРОНОВ**

1 р. 50 к.

